



پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون

۱۴



آزمون شماره ۱۴ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۳/۲/۲۶

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	کل کتاب
هندسه	—	—	کل کتاب
گسسته	—	—	کل کتاب

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱- قرینه تابع $f(x) = \sqrt{8-x}$ نسبت به مبدأ مختصات را ۴ واحد به بالا و a واحد در راستای محور x ها در جهت مثبت انتقال می دهیم.

اگر نمودار تابع به دست آمده نمودار f را در $x = -1$ قطع کند، a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

۲- تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ را نسبت به محور عرض ها قرینه کرده و تابع به دست آمده را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و تابع حاصل را g می نامیم.

اگر ابتدا تابع f را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس آن را به محور عرض ها قرینه کنیم، آن را h بنامیم حاصل

$goh(-1)$ چه عددی است؟

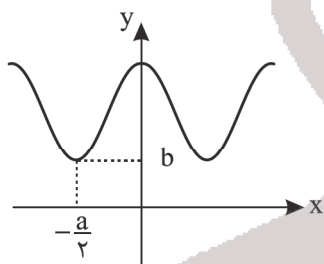
- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳- هرگاه $f(x) = 2x^4 - 2ax^3 - x^2 + ax + a$ باقیمانده $f(x)$ بر $x-1$ دو برابر باقیمانده f بر $x+1$ باشد، a چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$

- (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۴- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 3a + 2\cos\frac{\pi}{b}x$ به شکل زیر است. مقدار $2a+b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{5}$

- (۲) $\frac{6}{5}$

- (۳) $\frac{4}{5}$

- (۴) ۲

۵- معادله مثلثاتی $\cos x + \sin 2x = 0$ در بازه $[0, \alpha]$ دارای ۳ جواب است. حداقل α کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{11\pi}{6}$ (۳) $\frac{19\pi}{6}$ (۴) $\frac{7\pi}{6}$

۶- اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \pi$ و $\tan \alpha + \tan 2\alpha = 0$ مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3} + 2$ (۲) $\sqrt{3} - 2$ (۳) $2\sqrt{3} + 1$ (۴) $2\sqrt{3} - 1$

محل انجام محاسبه

۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{bx + 2a \cos \pi[x]}{b \sin^2 \frac{\pi}{x} + 3} = +\infty$ ، حدود a کدام است؟

(۱) $a > -3$ (۲) $a < -3$ (۳) $a < 3$ (۴) $a > 3$

۸- اگر $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x)}{x}$ کدام است؟

(۱) -6 (۲) 2 (۳) -2 (۴) 6

۹- اگر $f(x) = x + \sqrt[3]{x}$ و $g'(x) = \frac{1 + \sqrt{x-1}}{x}$ باشد، حاصل $(g \circ f)'(1)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۰- نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع $y = \sin x |\cos x|$ در نقطه گوشه آن در بازه $(0, \pi)$ ، خط $y = 2$ را در نقاط A و B قطع می‌کنند.

مساحت مثلثی که دو رأس آن A و B و یک رأس آن نقطه گوشه مفروض است، چقدر است؟

(۱) 8π (۲) 4π (۳) 8 (۴) 4

۱۱- با فرض $f(x) = x^2 + ax + b$ تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq a \\ f'(x) & x < a \end{cases}$ در $x = a$ مشتق‌پذیر است. مقدار b کدام است؟

(۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۱۲- حاصل ضرب مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = (x-2)|x| - k$ در بازه $[-1, 4]$ برابر -10 است. مقدار k کدام است؟

(۱) -2 یا 7 (۲) -2 یا 5

(۳) 2 یا -7 (۴) 2 یا -5

۱۳- تابع $f(x) = 3\sqrt[3]{x} + |x-2|$ در بازه $(-a, a)$ اکیداً صعودی است. حداکثر a کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۴- اگر عرض نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + a$ برابر 10 باشد، عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع کدام است؟

(۱) 27 (۲) 42 (۳) 24 (۴) 32

محل انجام محاسبه

۱۵- خط گذرنده از نقاط $A(-1, 0)$ و $B(0, 2)$ در نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر آن مماس است. مقدار $f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix}$ و A^2 ماتریس اسکالر غیر صفر و $B = \begin{bmatrix} 2y & x^2 - 2 \\ 2z & z \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه دترمینان ماتریس $-2B$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴) -۱۰

۱۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ و ماتریس B در رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} |A| & |A|+1 \\ \sqrt{-|A|} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند، آنگاه مجموع

درایه‌های قطر فرعی B برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۸- در ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & a & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ اگر به درایه واقع در سطر اول و ستون سوم ۵ واحد اضافه شود، مقدار دترمینان ماتریس تغییر نمی‌کند.

مجموع درایه‌های وارون ماتریس $2 \begin{bmatrix} a-1 & 3-a \\ a+2 & 4-a \end{bmatrix}$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & m \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $C = AB$ و $-1 = 0 = |C^{-1}| - 2|C^{-1}|^2 + 3|C^{-1}|^3$ برقرار باشد، کمترین مقدار m

چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) -۴ (۴) صفر

۲۰- در صفحه یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع مثلث یا امتداد آنها به یک فاصله باشد؟

- (۱) حداکثر ۱ (۲) دقیقاً ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۱- دو خط $\ell: -2x + y - 1 = 0$ و $d: y = 2x + 3$ دایره C که بر محور x مماس است را قطع می‌کنند. اگر خط ℓ بزرگ‌ترین وتر را بر

دایره ایجاد کند و مجموع کمان‌های بین دو خط ℓ و d برابر 90° باشد، مجموع طول و عرض مثبت مرکز دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}\sqrt{10} - \frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبه

۲۲- دو دایره $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$ مماس خارج‌اند. در این صورت دو دایره $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y - \frac{a}{4} = 0$ چند مماس مشترک دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۳- در بیضی هم‌مرکز با دایره $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ اگر مختصات یکی از رئوس ناکانونی و یکی از کانون‌ها به ترتیب $(-2, 2 + \sqrt{2})$ و $(-3 - \sqrt{2}, 1)$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۴- سهمی $y^2 + 4 = 4x$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و شعاع ۳ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم. مساحت مثلثی با رئوس نقاط برخورد این دو مقطع مخروطی و رأس سهمی برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

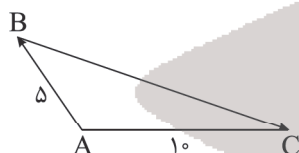
۲۵- بردار $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$ با محورهای مختصات x و y و z به ترتیب زاویه‌های α ، β و 45° درجه می‌سازد. در این صورت $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) صفر

۲۶- اگر زاویه بین $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ برابر 60° بوده و $|\vec{a} - \vec{b}| = 6$ باشد، بردار تصویر $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ ، چند برابر بردار $\vec{a}$ است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) صفر

۲۷- در شکل زیر با دانستن $|\vec{AB} \times \vec{BC}| = 25\sqrt{3}$ ، حاصل $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ برابر کدام است؟ ($|\vec{BC}| > 10$)



(۱) ۵۰

(۲) ۲۵

(۳) -۲۵

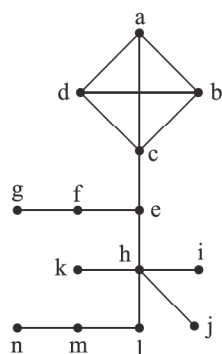
(۴) -۵۰

۲۸- اگر مساحت مثلث ساخته شده با دو بردار $2\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{b} - \vec{a}$ برابر ۷۵ باشد، اندازه بردار $\frac{1}{3}(\vec{b} \times 5\vec{a}) \times \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{250}{3}$ (۲) ۲۵ (۳) $\frac{75}{3}$ (۴) ۵۰

محل انجام محاسبه

۲۹- می‌دانیم در گراف G با شکل زیر، مجموعه $V(G) - A$ ، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است. در این صورت حداقل و حداکثر تعداد عضو مجموعه A کدام است؟



$$(۱) ۵ - ۹$$

$$(۲) ۶ - ۹$$

$$(۳) ۶ - ۱۰$$

$$(۴) ۵ - ۱۰$$

۳۰- گراف G ، از اجتماع یک گراف r -منتظم همبند مرتبه n و یک گراف P_n تشکیل شده است. اگر حاصل ضرب درجات رئوس گراف G برابر ۱۰۲۴ باشد، در این صورت در گراف $\bar{G}$ ، مجموع درجات رئوس برابر کدام است؟

$$(۴) ۱۱۴$$

$$(۳) ۱۰۸$$

$$(۲) ۱۱۲$$

$$(۱) ۱۱۰$$

۳۱- در یک کلاس ۲۸ دانش‌آموز حضور دارند. در هر زنگ معلم گسسته ۳ دانش‌آموز را پای تخته می‌آورد. این کلاس حداقل چند جلسه تشکیل شود تا مطمئن باشیم دانش‌آموزی وجود دارد که حداقل ۵ بار پای تخته رفته است؟

$$(۴) ۳۷$$

$$(۳) ۴۰$$

$$(۲) ۳۹$$

$$(۱) ۳۸$$

۳۲- به چند طریق می‌توان ۵ مسافر ون که مسعود یکی از آنهاست در سه ایستگاه میدان آزادی، میدان انقلاب و میدان فردوسی پیاده کرد به طوری که در هر ایستگاه حداقل یک مسافر پیاده شود و مسعود در ایستگاه آزادی پیاده نشود؟

$$(۴) ۱۰۰$$

$$(۳) ۱۶۲$$

$$(۲) ۱۵۰$$

$$(۱) ۵۰$$

۳۳- در گراف ساده G ، $|E(G)| = ۳۲$ و $\delta(G) = ۵$ می‌باشد. حداقل مقدار مرتبه گراف کدام است؟

$$(۴) ۱۱$$

$$(۳) ۱۰$$

$$(۲) ۸$$

$$(۱) ۹$$

۳۴- تعداد جمله‌های متمایز بسط $(a^2 + b^3 + c)^{11}$ که در آن توان a بزرگ‌تر از ۳ و توان b بزرگ‌تر از ۷ باشد؟

$$(۴) ۲۱$$

$$(۳) ۲۸$$

$$(۲) ۳۶$$

$$(۱) ۱۵$$

۳۵- دو مربع لاتین A و B متعامد هستند. حاصل xyz کدام است؟

$$(۱) ۲۰$$

$$(۲) ۲۴$$

$$(۳) ۴۰$$

$$(۴) ۶۰$$

A				
۵	۴	۲	۳	۱
۱	۵	۴	۲	۳
۳	۱	۵	۴	۲
۲	۳	۱	۵	۴
۴	۲	۳	۱	۵

B				
x		۳	۱	
۵			y	
		۴		z
۱				
	۲		۳	

محل انجام محاسبه

۳۶- مجموع ارقام اولین عدد طبیعی و ۳ رقمی m که در رابطه $m \equiv 3! + 4! + \dots + 100! \pmod{9}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱۳ (۳) ۷ (۴) ۱۸

۳۷- اگر a و b و c سه عدد حقیقی مثبت باشند، آنگاه مقدار عدد طبیعی n حداکثر کدام باشد تا نامساوی $(a + 2b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq n$ همواره برقرار باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۶

۳۸- اگر $a \in [5]_{13}$ و $b \in [7]_{13}$ باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم a^b بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۳۹- اگر $216 = [a, 72, 72], (72, a) = [a, (a, 30)]$ باشد آنگاه برای a چند مقدار صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۴۰- فرض کنید $a, b \in \mathbb{Z}$ و $13a + 7b = 1000$ باشد، عدد $a + b$ به کلاس همبستگی $[r]$ تعلق دارد. r کدام گزینه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲



محل انجام محاسبه



پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون

۱۴



آزمون شماره ۱۴ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۳/۲/۲۶

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	کل کتاب
شیمی	—	—	کل کتاب

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

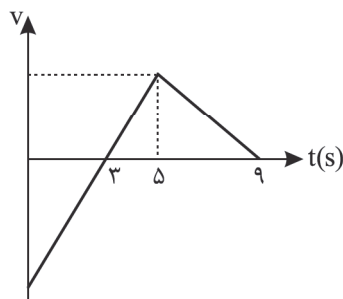


فیزیک

۴۱- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 5$ می باشد. در بازه زمانی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، بزرگی سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x ها حرکت می کند مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۹ ثانیه اول حرکت برابر $2 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت متحرک در هنگام حرکت تندشونده چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

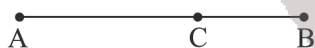


- ۳ (۱)
۶ (۲)
۹ (۳)
۱۲ (۴)

۴۳- معادله شتاب - زمان متحرکی در SI به صورت $a = -2t + 6$ می باشد. اگر سرعت اولیه متحرک $20 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متحرک در لحظه $t = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟

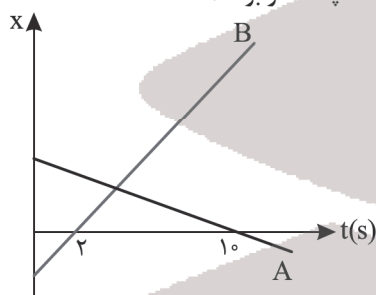
- ۱۵ (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴)

۴۴- مطابق شکل، متحرک (۱) از نقطه A روی خط راست با سرعت ثابت می گذرد. ۲ ثانیه بعد متحرک (۲) با سرعت ثابت از نقطه B گذشته و دو متحرک در نقطه C از کنار هم می گذرند. در ادامه ۶ ثانیه طول می کشد تا متحرک اول از C به B برسد و ۲۰s طول می کشد تا متحرک دوم از C به A برسد. متحرک اول فاصله A تا B را در چند ثانیه طی کرده است؟



- ۱۶ (۱)
۲۴ (۲)
۲۰ (۳)
۱۸ (۴)

۴۵- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B در حرکت بر خط راست مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 12s$ فاصله دو متحرک ۱۶۰ متر باشد و تندی متحرک B، ۳ برابر تندی متحرک A باشد، فاصله دو متحرک در شروع حرکت چند متر بوده است؟



- ۸۰ (۱)
۱۲۰ (۲)
۱۶۰ (۳)
۲۰۰ (۴)

۴۶- متحرکی بر مسیر مستقیم جابه جایی $52m$ را در مدت ۱۰ ثانیه با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ طی می کند. سرعت متحرک در پایان این مسیر چند $\frac{m}{s}$ است؟

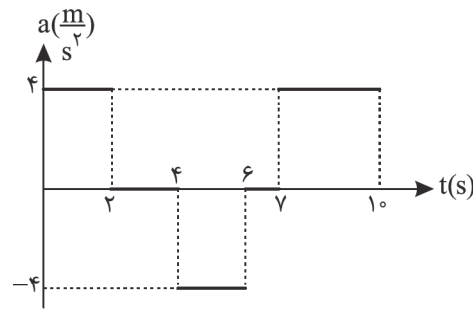
- ۴/۸ (۱) ۸/۲ (۲) ۱۵/۲ (۳) ۱۸/۴ (۴)

۴۷- متحرکی در مبدأ زمان با شتاب ثابت از مکان $x = -5m$ در جهت مثبت محور x می گذرد. اگر این متحرک در لحظات $t = 1s$ و $t = 5s$ از مبدأ مکان ($x = 0$) بگذرد، بردار شتاب این متحرک در SI کدام است؟

- $\vec{i}$ (۱) $-\vec{i}$ (۲) $2\vec{i}$ (۳) $-2\vec{i}$ (۴)

محل انجام محاسبه

۴۸- شکل زیر نمودار شتاب - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که از حال سکون در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 10$ s سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۵

(۴) ۸

۴۹- خودرویی از یک نقطه روی خط راست با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون به راه می‌افتد، ۲s پس از آن خودروی دیگری با سرعت ثابت

$24 \frac{m}{s}$ از همان نقطه و در همان جهت می‌گذرد. چند بار این دو خودرو از کنار هم عبور می‌کنند؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۵۰- گلوله A از ارتفاع ۲۰۰ متری سطح زمین رها می‌شود. یک ثانیه بعد، گلوله B از ۲۰ متر پایین‌تر رها می‌شود. ۴ ثانیه پس از رها شدن گلوله B، کدام گزینه درست است؟

(۱) دو گلوله به هم می‌رسند.

(۲) گلوله A، ۲۵ متر پایین‌تر از گلوله B است.

(۳) گلوله B، ۱۰ متر پایین‌تر از گلوله A است.

(۴) گلوله A، ۴۵ متر پایین‌تر از گلوله B است.

۵۱- دو گوی با جرم‌های متفاوت، از بالای برجی به ارتفاع h به طور همزمان از حال سکون رها می‌کنیم. با فرض اینکه نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی ثابت و یکسان باشد، در این صورت گوی سبک‌تر از گوی سنگین‌تر به زمین رسیده و تندی برخورد گوی سبک‌تر به سطح زمین از تندی برخورد گوی سنگین‌تر به سطح زمین است.

(۱) زودتر - کمتر (۲) زودتر - بیشتر (۳) دیرتر - کمتر (۴) دیرتر - بیشتر

۵۲- گلوله‌ای به جرم ۴۰۰ گرم در راستای قائم با تندی $30 \frac{m}{s}$ به زمین برخورد کرده و با تندی $20 \frac{m}{s}$ در راستای قائم از سطح زمین جدا می‌شود. اگر زمان تماس گلوله با سطح زمین 0.18 s باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر گلوله در هنگام تماس گلوله با سطح زمین، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) ۲۰۴

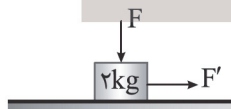
(۳) ۱۹۶

(۲) ۲۰۰

(۱) ۱۲۰

۵۳- مطابق شکل بر جسمی به جرم ۲kg نیروهای افقی F' و قائم F اثر کرده است و جسم با شتاب a در واحد SI شروع به حرکت می‌کند. اگر فقط جهت نیروی F قرینه شود، جسم با شتاب $(a + 4)$ در واحد SI در همان جهت حرکت خواهد نمود. اگر ضریب اصطکاک

جنبشی جسم و سطح 0.5 باشد، اندازه نیروی F چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۴

(۲) ۸

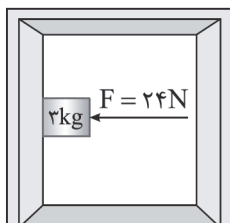
(۳) ۱۰

(۴) باید F' معلوم باشد.

محل انجام محاسبه

۵۴- مطابق شکل آسانسور با شتاب $\frac{4}{5}g$ به صورت کندشونده به سمت بالا در حرکت بوده و با اعمال نیروی افقی F ، جسم نسبت به دیواره

آسانسور ساکن است. نیرویی که دیواره قائم آسانسور به جسم وارد می‌کند چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۵۰

(۴) ۷۰

۵۵- جسمی به جرم 2 kg به فنری با ثابت $5 \frac{N}{cm}$ که از سقف آسانسور ساکن آویزان است متصل بوده و جسم در حال تعادل است و طول

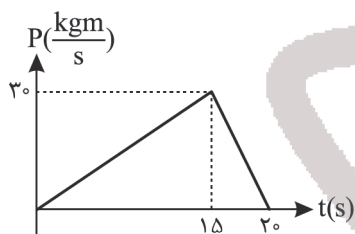
فنر در این حالت L_1 می‌باشد. اگر آسانسور با شتاب $\frac{2}{5}g$ به سمت پایین از حال سکون شروع به حرکت نماید در این صورت طول فنر

نسبت به طول فنر در حالتی که آسانسور ساکن بوده به اندازه میلی متر می‌یابد. ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۸ - افزایش (۲) ۸ - کاهش (۳) ۴۸ - افزایش (۴) ۴۸ - کاهش

۵۶- نیروی ثابت و افقی F در ۱۵ ثانیه اول حرکت به جسم ساکن 2 kg وارد شده و سپس قطع می‌شود. شکل زیر نمودار تکانه - زمان این

جسم را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم و افقی حرکت می‌کند. اندازه نیروی F چند نیوتون بوده است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۵۷- متحرکی بر روی دایره‌ای به شعاع ۱۲ متر به طور یکنواخت حرکت می‌کند. اگر این متحرک در مدت ۲ ثانیه $\frac{1}{4}$ محیط دایره را طی کند،

شتاب متوسط متحرک در این بازه چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

(۱) صفر (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}\sqrt{2}$ (۴) $\frac{4}{5}\sqrt{2}$

۵۸- فاصله ماهواره‌ای تا سطح زمین ۳ برابر شعاع زمین است. شتاب جاذبه در محل ماهواره، چند برابر شتاب جاذبه روی سطح زمین است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۵۹- معادله مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است. اگر در لحظه t_1 (ثانیه) متحرک برای اولین بار در مکان

$x = \frac{A}{2}$ باشد، در لحظه $t = 2t_1$ (ثانیه) مکان نوسانگر کدام است؟

(۱) $\frac{A}{2}$ (۲) $-\frac{A}{2}$ (۳) $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$

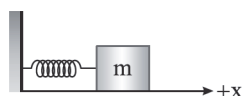
۶۰- معادله مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.2 \cos(\pi t)$ است. مسافتی که نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{3} \text{ s}$ تا $t_2 = \frac{1}{3} \text{ s}$

چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبه

۶۱- جسمی به جرم ۵/۰ کیلوگرم به فنری با ثابت $k = ۲۰۰ \frac{N}{m}$ متصل بوده و روی محور x ها حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. اگر کمترین و بیشترین طول فنر در حین نوسان ۳۸ cm و ۵۲ cm باشد، در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر $\vec{a} = (۴ \frac{m}{s^2}) \vec{i}$ است، طول فنر



چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۴۲
(۲) ۴۴
(۳) ۴۶
(۴) ۴۸

۶۲- جسمی به جرم m به فنری با ثابت $۴ \frac{N}{cm}$ متصل است. فنر را به اندازه ۲ cm از طول طبیعی کشیده و سپس رها می‌کنیم. جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک شروع به نوسان می‌کند. لحظه‌ای که تندی نوسانگر به نصف تندی بیشینه می‌رسد، انرژی پتانسیل نوسانگر چند میلی‌ژول است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۴۰
(۳) ۶۰
(۴) ۸۰

۶۳- تار مرتعشی به قطر ۲ mm و چگالی $۷/۸ \frac{g}{cm^3}$ با نیروی ۲۳۴ N کشیده می‌شود و در آن موج عرضی با دامنه ۵ mm و بسامد ۲۰۰ Hz ایجاد می‌شود. مسافتی که موج در مدت ۰/۱ ثانیه طی می‌کند چند، برابر مسافتی است که هر یک از ذرات طناب در همین مدت در اثر نوسان، طی می‌کنند؟ ($\pi = ۳$)

- (۱) ۱
(۲) ۱۲/۵
(۳) ۲۵
(۴) ۵۰

۶۴- یک موج الکترومغناطیسی به سمت غرب در حال انتشار است. اگر در یک لحظه و در یک نقطه جهت میدان مغناطیسی این موج عمود بر سطح زمین و به سمت بالا باشد، $\frac{T}{۲}$ بعد از این لحظه جهت میدان الکتریکی در این نقطه به کدام سمت است؟

- (۱) شمال
(۲) جنوب
(۳) بالا
(۴) پایین

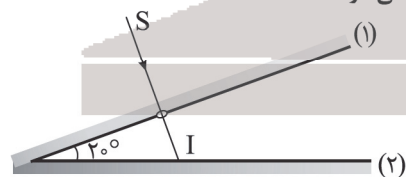
۶۵- یک پرده صماخ گوش به قطر یک سانتی‌متر به مدت ۲ ساعت صوتی با تراز ۶۳ دسی‌بل را جذب می‌کند. در این مدت، این پرده گوش چند میکروژول انرژی دریافت کرده است؟ ($\pi = ۳$, $I_0 = ۱۰^{-۱۲} \frac{W}{m^2}$, $\log ۲ = ۰/۳$)

- (۱) $۱/۰۸$
(۲) $۴/۳۲$
(۳) $۱۰/۸$
(۴) $۴۳/۲$

۶۶- اتومبیلی با تندی $۱۲۶ \frac{km}{h}$ در حال حرکت به سمت یک دیوار بلند است. اگر در یک لحظه که فاصله اتومبیل از دیوار ۳۰۰ m است، راننده اتومبیل بوق بزند، راننده اتومبیل در چند متری دیوار صدای پژواک بوق را خواهد شنید؟ ($v_{\text{صوت}} = ۳۴۰ \frac{m}{s}$)

- (۱) ۲۴۴
(۲) ۲۵۶
(۳) ۲۶۴
(۴) ۲۳۸

۶۷- مطابق شکل زیر پرتو نور SI از روزنه ریزی که در سطح آینه (۱) ایجاد شده عمود بر آینه (۱) وارد فضای میان دو آینه می‌شود. اگر طول آینه‌ها به اندازه کافی بلند باشد، این پرتو روی این دو آینه مجموعاً چند بار بازتابش می‌شود؟



- (۱) ۵
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) ۲

۶۸- پرتو نوری از هوا تحت زاویه تابش ۴۵ درجه به محیط شفاف تابیده و در اثر شکست ۱۵ درجه منحرف شده و طول موج آن در این محیط شفاف نسبت به هوا ۱۰۰ nm تغییر می‌کند. طول موج این موج نور در هوا چند نانومتر است؟ ($\sqrt{۲} = ۱/۴$)

- (۱) ۱۷۵
(۲) ۲۵۰
(۳) ۳۲۵
(۴) ۳۵۰

محل انجام محاسبه

۶۹- تار مرتعشی را در نظر بگیرید که دو طرف آن بین دو نقطه ثابت بسته شده است و تار هماهنگ اول خود را تولید می کند. اگر فقط نیروی کشش تار را ۴ برابر کنیم، بسامد هماهنگ اول و طول موج تشکیل شده در تار وقتی باز هم تار هماهنگ اول خود را ایجاد نموده، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می شود؟ (طول تار ثابت فرض می شود.)

- (۱) ۲ برابر، ۲ برابر (۲) ۲ برابر، نصف (۳) ۲ برابر، ثابت (۴) ثابت، ۲ برابر

۷۰- اگر ۱۸ متر از منبع صوت دور شویم تراز شدت صوت ۲۰db کاهش می یابد. فاصله اولیه از منبع صوت چند متر بوده است؟ (از اتلاف انرژی و کاهش دامنه در اثر پیشروی موج صرف نظر می شود.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۷۱- در پدیده فوتوالکتریک بسامد نور فرودی را n برابر می کنیم، در این صورت بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک ها ۲ برابر می گردد. در این صورت:

- (۱) $\frac{1}{2} < n < 1$ (۲) $1 < n < 2$ (۳) $n = 2$ (۴) $n > 2$

۷۲- در اتم هیدروژن چندمین خط در طیف رشته پاشن ($n' = 3$) بسامدی به اندازه $2.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ دارد؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)

- (۱) اولین (۲) دومین (۳) سومین (۴) ششمین

۷۳- اگر الکترون اتم های هیدروژن در تراز $n = 7$ باشند و بخواهند به تراز $n' = 1$ منتقل شوند و هر نوع گذاری امکان پذیر باشد، امکان تابش چند نوع فوتون فروسرخ مختلف وجود خواهد داشت؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۲۱

۷۴- اگر عنصر ${}^A_Z X$ بخواهد به عنصر ${}^{A-4}_{Z-1} Y$ تبدیل شود، کدام یک از ذرات زیر را باید تابش کند؟

- (۱) یک ذره α و یک ذره γ (۲) یک الکترون و یک ذره γ (۳) یک ذره α و یک الکترون (۴) یک ذره α و یک پوزیترون

۷۵- نمودار تعداد هسته های فعال باقی مانده دو ماده پرتوزای A و B بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. نیمه عمر ماده B چند روز است؟



۷۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) رنگ گل ادریسی در خاکی که غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر 2×10^{-3} مول بر لیتر است، به رنگ آبی است.
- (۲) درون معده یک محیط بسیار اسیدی است که دیواره داخلی معده مقدار زیادی یون هیدرونیوم را به خود جذب می‌کند.
- (۳) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌هایی که برای زدودن چربی‌ها به کار می‌روند، به آنها جوش شیرین می‌افزایند.

(۴) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها است که شامل منیزیم هیدروکسید است.

۷۷- چند مورد از عبارت‌های بیان شده نادرست است؟

- شوینده‌های خورنده واکنش‌دهنده‌های نامحلول در آب را به فرآورده‌های محلول در آب تبدیل می‌کنند.
- شوینده‌های خورنده از نظر شیمیایی فعال بوده و خاصیت خوردگی دارند، به همین علت نباید با پوست تماس داشته باشند.
- اوره با فرمول مولکولی $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ یک مولکول قطبی است و در حلال‌های قطبی حل می‌شود.
- در پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها برابر ۱ است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۸- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) کلوییدها بر خلاف محلول‌ها ناهمگن و همانند سوسپانسیون‌ها ناپایدار بوده و ته‌نشین می‌شوند.
- (ب) آهک و شیر منیزی خاصیت بازی داشته و کاتیون موجود در آنها در آب سخت نیز یافت می‌شود.
- (پ) برای خنثی کردن کامل ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید مقدار ۰/۰۴ مول سدیم هیدروکسید لازم است.
- (ت) نوع پارچه، نوع آب و مقدار صابون نیز بر قدرت پاک‌کنندگی آن تأثیر دارد.
- (ث) صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب برای موهای چرب استفاده می‌شود.

(۱) آ، ب و ث

(۲) ب، ت و ث

(۳) آ، پ و ت

(۴) ب، پ و ت

۷۹- چند مورد از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

- هر محلول آبی که در آن غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر باشد، خنثی است.
- در مدل آرنیوس هر مولکولی که تعداد اتم‌های هیدروژن بیشتری داشته باشد، در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، pH محلول را بیشتر کاهش می‌دهد.

● در اسید HX با افزایش غلظت در دمای ثابت، ثابت یونش اسید افزایش می‌یابد.

● در محلول NaOH همانند KOH، $[\text{OH}^-] > [\text{H}^+]$ است و pH محلول آنها در دمای اتاق در گستره ۷ تا ۱۴ است.

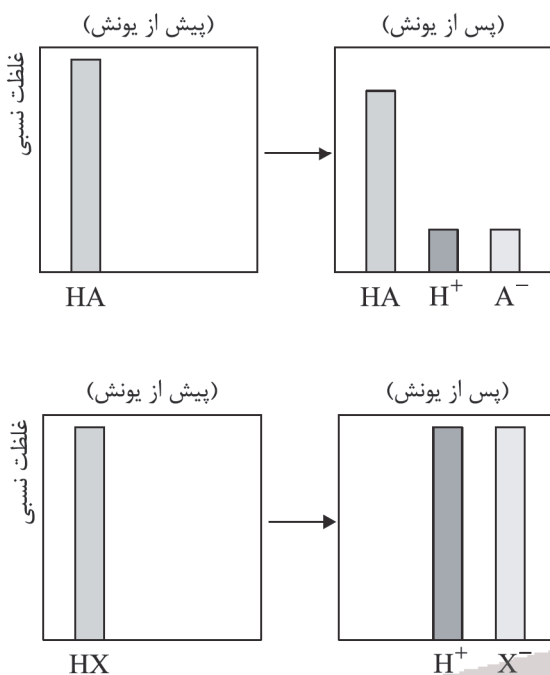
- واکنش‌های رفت و برگشت در سامانه تعادلی به طور پیوسته و با سرعت برابر انجام می‌شوند و به همین دلیل مقدار مواد شرکت‌کننده در سامانه ثابت می‌ماند.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۸۰- با توجه به نمودارهای زیر چند مورد از مطالب زیر درست است؟
 (آ) اسید HX می تواند یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی باشد.

(ب) در شرایط یکسان pH محلول اسید HA در مقایسه با pH محلول اسید HX کمتر است.

(پ) A و X می توانند عناصری در یک گروه جدول دوره‌ای باشند.

(ت) X⁻ می تواند آنیونی باشد که در واکنش با کاتیون Ag⁺ رسوبی سفید رنگ تولید می کند.

(ث) برخلاف محلول HX در محلول HA نسبت غلظت یون‌های هیدرونیوم به هیدروکسید کوچک تر از ۱ می باشد.

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۸۱- ۴/۶۷۲ گرم صابون جامد با جرم مولی ۲۹۲ گرم بر مول به ۱۶۰ میلی لیتر آب سخت که دارای یون‌های سختی آور کلسیم است اضافه شده است. اگر غلظت یون‌های کلسیم در این آب برابر ۱۰^۳ ppm باشد، با فرض کامل بودن واکنش، چند درصد از صابون به صورت رسوب درمی آید؟ (d_{آب} = ۱: g.mL⁻¹, Na = ۲۳: g.mol⁻¹, Ca = ۴۰)

(معادله واکنش موازنه شود) $\text{RCOONa(aq)} + \text{CaCl}_2\text{(aq)} \rightarrow (\text{RCOO})_2\text{Ca(s)} + \text{NaCl(aq)}$

۴۰ (۴) ۲۰ (۳) ۱۰۰ (۲) ۵۰ (۱)

۸۲- از انحلال ۳۵/۲ × ۱۰^{-۴} گرم از یک اسید (HX) در مقداری آب به حجم ۲۰۰ میلی لیتر، محلولی به دست آمده است که دستگاه pH سنج مقدار آن را با عدد ۴ گزارش کرده است. اگر K_a این اسید برابر ۱۰^{-۴} باشد، جرم مولی این اسید کدام است؟ (از تغییر حجم چشم پوشی شود).

۸۸ (۴) ۴۴ (۳) ۱۰۸ (۲) ۱۷۶ (۱)

۸۳- اگر درصد یونش فورمیک اسید برابر با ۱ درصد و pH آن برابر ۳/۷ باشد، ۲۰۰ میلی لیتر از آن با چند میلی لیتر محلول ۰/۰۴ مولار سدیم هیدروکسید واکنش می دهد؟

۴۰۰ (۴) ۵۰ (۳) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۱)

۸۴- از واکنش کامل ۷ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با pH = ۱/۳ با مقدار کافی سدیم هیدروژن کربنات مقدار ۵/۶ لیتر گاز CO_۲ در شرایط STP تولید شده است. مقدار V بر حسب لیتر کدام است؟

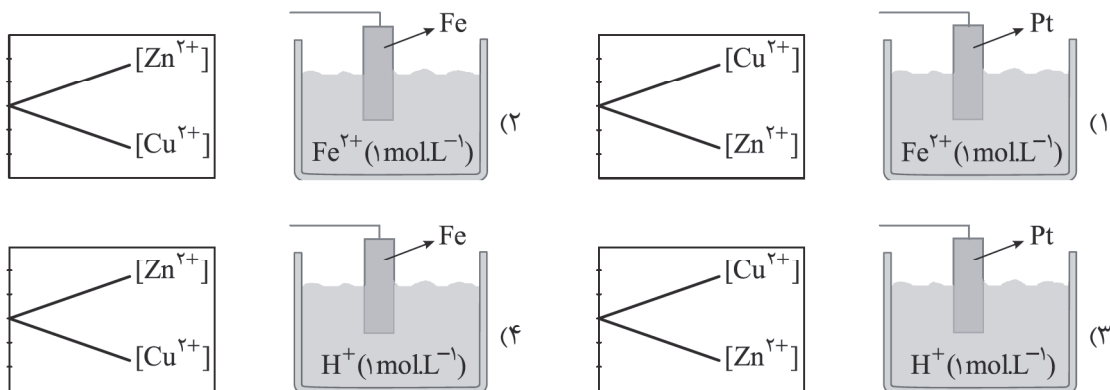
$\text{NaHCO}_3\text{(s)} + \text{HCl(aq)} \rightarrow \text{NaCl(aq)} + \text{H}_2\text{O(l)} + \text{CO}_2\text{(g)}$

۲۵۰۰ (۴) ۵۰۰۰ (۳) ۲/۵ (۲) ۵ (۱)

محل انجام محاسبه

۸۵- الکتروستاندرد برای نیم سلول آهن در دمای ثابت (25°C) و نمودار تغییرات غلظت یون‌ها در سلول گالوانی ($\text{Zn}-\text{Cu}$) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

$$(E^{\circ}(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0.76\text{V}, E^{\circ}(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = +0.34\text{V})$$

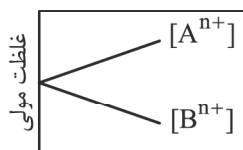


۸۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) در واکنش فلز روی با اکسیژن، فلز روی اکسایش یافته و اکسیژن نقش اکسنده را دارد.
 (ب) الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی الکتریکی می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.
 (پ) هر واکنش شیمیایی که خودبه‌خود انجام می‌شود به یقین با دادوستد الکترون همراه است.
 (ت) هرگاه با قرار دادن تیغه‌ای از فلز M درون محلول مس (II) سولفات، فلز مس آزاد شود، M می‌تواند فلز اصلی یا واسطه باشد.
 (ث) قوی‌ترین کاهنده و قوی‌ترین اکسنده در بین عناصر جدول دوره‌ای به ترتیب عناصری از گروه‌های ۱۷ و ۱ جدول دوره‌ای‌اند.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۸۷- نمودار زیر، تغییر غلظت یون‌ها بر حسب زمان در یک سلول گالوانی را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟



- (آ) اگر A فلز آلومینیم باشد B می‌تواند فلزهایی مانند روی یا مس باشد.
 (ب) این نمودار می‌تواند به تغییر غلظت یون‌ها در سلول گالوانی $\text{SHE}-\text{Ag}$ مربوط باشد.
 (پ) در وکنش کلی این سلول گالوانی سرعت متوسط تولید A^{n+} با سرعت متوسط مصرف B^{n+} متفاوت است.
 (ت) پتانسیل کاهش استاندارد A از B منفی‌تر بوده و قدرت اکسندگی B^{n+} از A^{n+} کمتر است.
 (ث) در سلول گالوانی حاصل از A و B، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از الکترود A به الکترود B می‌باشد.
 (۱) آ، ب و پ (۲) پ، ت و ث (۳) آ، ب و ت (۴) آ، پ و ت

۸۸- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز.....

- (۱) جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های کربن در گلوکز و استیک اسید یکسان و برابر صفر می‌باشد.
 (۲) نیم‌واکنش آندی سلول نور الکتروشیمیایی که برای تهیه گاز H_2 به کار می‌رود به صورت $\text{Si(s)} + 2\text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^- + \text{SiO}_2(\text{s})$ می‌باشد.
 (۳) در تهیه منیزیم از آب دریا هم فرایندهای فیزیکی و هم فرایندهای شیمیایی کاربرد داشته و از مواد اسیدی و بازی نیز استفاده می‌شود.
 (۴) از برقکافت ۲ مول سدیم کلرید مذاب در شرایط مناسب ۲ مول فلز سدیم و ۴۴/۸ لیتر گاز کلر در شرایط STP تولید می‌شود.

۸۹- هرگاه در سلول گالوانی $\text{Al}-\text{Cu}$ مقدار 6.2×10^{22} الکترون دادوستد شود، تغییر جرم تیغه فلزی آند برابر گرم خواهد بود و با دادوستد همین مقدار الکترون در برقکافت آب گرم گاز در آند دستگاه برقکافت آب تولید خواهد شد.

$$(\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Al} = 27, \text{Cu} = 64: \text{g.mol}^{-1})$$

(۱) ۰/۸، ۰/۹ (۲) ۱/۶، ۱/۸ (۳) ۰/۵، ۰/۹ (۴) ۰/۱، ۱/۸

محل انجام محاسبه

۹۰- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) سلول مورد استفاده در تهیه فلز آلومینیم به روش هال از نوع الکترولیتی بوده و جنس آند و کاتد آن از گرافیت می باشد.
(۲) حلبی، آهنی را گویند که با لایه نازکی از فلز Zn پوشیده شده است و از آن در تهیه قوطی های کنسرو و روغن نباتی استفاده می شود.

(۳) در آبکافت یک قاشق فولادی با مس، باید قاشق را به قطب منفی دستگاه متصل نمود.

(۴) نیم واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن به صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ می باشد.
۹۱- با استفاده از الکتریسیته حاصل از وارد شدن ۲۲۴ لیتر گاز اکسیژن به سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن در شرایط استاندارد، چند گرم

مس را می توان به یک لوله فولادی انتقال داد؟ (بازدهی سلول سوختی را ۱۰۰٪ در نظر بگیرید و $O = 16 : g.mol^{-1}$, $Cu = 64$)

(۱) ۲۵۶۰ (۲) ۱۲۸۰ (۳) ۱۲/۸ (۴) ۶۴۰

۹۲- کدام موارد از عبارت های بیان شده در رابطه با «آهن گالوانیزه» نادرست است؟

(آ) از پوشاندن سطح فلز آهن با لایه ای از فلز روی تشکیل می شود.

(ب) نیم واکنش کاتدی آن همانند فرایند خوردگی آهن به صورت $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ می باشد.

(پ) در اثر ایجاد خراش بر روی سطح آن، یون های $Fe^{2+}(aq)$ وارد قطره آب می شوند.

(ت) در واکنش کلی آن، $O_2(g)$ اکسند است و محصول نهایی $Fe(OH)_2(s)$ می باشد.

(۱) ب و پ (۲) آ و ب (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۹۳- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه ها متفاوت است؟

(۱) در ساختار سیلیس هر اتم سیلیسیم با چهار پیوند اشتراکی به ۴ اتم اکسیژن متصل است.

(۲) در ساختار سیلیس فقط پیوندهای اشتراکی $Si-O$ وجود دارد.

(۳) گرافن استحکام ویژه ای دارد و مقاومت آن حدود 10^9 برابر فولاد است.

(۴) در مواد مولکولی شمار معینی از اتم ها با پیوندهای اشتراکی به هم متصل اند.

۹۴- چند مورد از عبارت های بیان شده نادرست است؟

● تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد کووالانسی است.

● جامدهای فلزی رسانای برق اند و در حالت مذاب بدون تجزیه شدن، جریان برق را از خود عبور می دهند.

● نیتینول آلیاژی از نیکل و منیزیم است که به آلیاژ هوشمند معروف است.

● در آبیون های یک دوره از راست به چپ، شعاع و مقدار بار یون افزایش می یابد.

● وجود جامدهای یونی در طبیعت نشان می دهد که نیروهای جاذبه میان یون های ناهم نام بر نیروهای دافعه میان یون های هم نام غالب است.

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۹۵- پاسخ درست هر سه جای خالی زیر در کدام گزینه آمده است؟

(آ) نوع عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت با نوع عنصرهای سازنده یکسان است.

(ب) نسبت چگالی الماس به چگالی گرافیت از یک می باشد.

(پ) جرم مولی کربونیل سولفید با جرم مولی یکسان است.

($H = 1$, $C = 12$, $N = 14$, $O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۲) سیلیسیم کربید، بزرگتر، پروپانول

(۴) سیلیسیم کربید، کوچکتر، اوره

(۱) سیلیس، بزرگتر، یون کربنات

(۳) سیلیس، کوچکتر، متیل متانوات

محل انجام محاسبه

۹۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) جمع جبری عدد اکسایش اتم مرکزی و بار آنیون در یون‌های سولفات و فسفات به ترتیب برابر ۴ و ۲ می‌باشد.
 (۲) دی‌متیل اتر همپار اتانول بوده و در شرایط یکسان نقطه جوش کمتری از اتانول دارد.
 (۳) کلروفرم مایعی بی‌رنگ با فرمول مولکولی CH_3Cl می‌باشد و برخلاف کربن تتراکلرید مولکول آن قطبی است.
 (۴) بار جزئی اتم مرکزی در یون آمونیوم، کربن دی‌اکسید و متان به ترتیب منفی، مثبت و منفی می‌باشد.

۹۷- کدام موارد از عبارتهای بیان شده نادرست‌اند؟

- (آ) گرافیت از حلقه‌های شش‌ضلعی تشکیل شده است که هر حلقه حاوی دو پیوند دوگانه است.
 (ب) در گرافیت اتم‌ها به صورت لایه به لایه آرایش یافته‌اند و بین لایه‌ها نیروی ضعیف وان‌دروالسی وجود دارد.
 (پ) شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن در گرافیت و الماس به ترتیب برابر ۴ و ۳ است.
 (ت) میانگین آنتالپی پیوند «کربن - کربن» در الماس بیشتر از گرافیت است.
- (۱) آ و ب (۲) پ و ت (۳) آ و ت (۴) ب و پ

۹۸- چند مورد از عبارتهای بیان شده درست است؟

- رفتار شیمیایی مواد مولکولی به طور عمده به پیوندهای اشتراکی و جفت الکترون‌های ناپیوندی آنها بستگی دارد.
- در مولکول‌های جوهرهسته، احتمال حضور جفت الکترون‌های پیوندی پیرامون هسته‌ها، یکسان و متقارن است.
- واژه شبکه بلور برای توصیف آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها و مولکول‌ها و یون‌ها در حالت جامد به کار می‌رود.
- هرچه چگالی بار یون‌های سازنده یک ترکیب یونی بیشتر باشد، فروپاشی شبکه بلوری آن دشوارتر است.

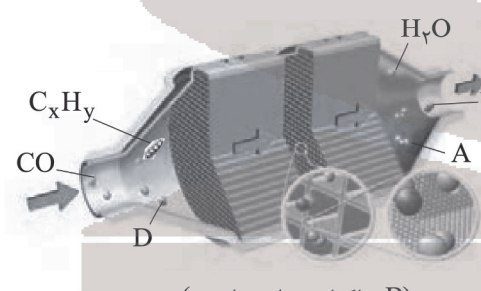
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی به کار می‌رود طیف‌سنجی فروسرخ نام دارد.
 (ب) واکنش گازهای H_2 و O_2 در دمای 25°C در حضور کاتالیزگر پودر روی به صورت انفجاری انجام می‌شود.
 (پ) در برخی کشورها برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی، گاز NH_3 را به طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.
 (ت) در تعادل گازی $\text{I}_2(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{HI}(\text{g})$ با افزایش فشار در دمای ثابت غلظت HI افزایش می‌یابد.
 (ث) با افزایش فشار در دمای ثابت، تعادل گازی $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ در جهت رفت جابه‌جا شده و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.
- (۱) آ، پ و ت (۲) ب، پ و ت (۳) آ و ت (۴) آ، ب و ت

۱۰۰- با توجه به شکل زیر که مربوط به مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی است. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) از این مبدل نمی‌توان برای حذف آلاینده‌های اکسیدهای نیتروژن در خودروهای دیزلی استفاده کرد.
 (ب) هر سه واکنش مربوط به حذف آلاینده‌های CO ، C_xH_y و D از نوع اکسایش - کاهش و گرماده می‌باشند.
 (پ) گاز A یک گاز گلخانه‌ای است و یکی از فراورده‌های تولید آلومینیم به روش هال می‌باشد.



(B) مولکولی دو اتمی است.)

(ت) مولکول B همانند مولکول A دارای پیوند دوگانه می‌باشد.

(ث) کاتالیزگرهای به کار رفته در این مبدل فلزهای Pt، Pb و Rh می‌باشند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۱- مقدار $1/2$ مول B و 150°C گرم A را در ظرف سربسته ۲ لیتری تا برقراری تعادل $\text{A}(\text{g}) + \text{B}(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{C}(\text{g})$ گرم نموده‌ایم. اگر در دمای ثابت، غلظت تعادل C برابر $4/^\circ$ مول بر لیتر و ثابت تعادل برابر $5/^\circ$ باشد جرم مولی ماده A کدام است؟

(۱) 150° (۲) $35/5^\circ$ (۳) 75° (۴) 50°

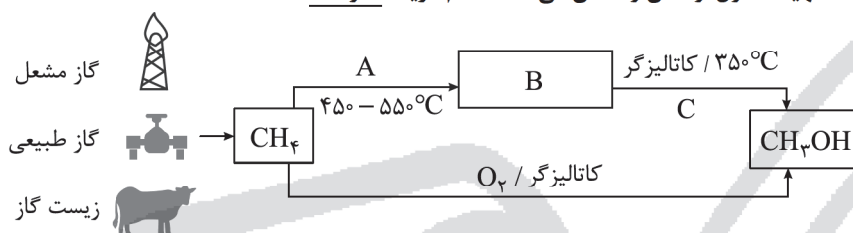
محل انجام محاسبه

۱۰۲- کدام مطلب نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

- (۱) تفاوت جرم مولی ترفتالیک اسید و اتیل اتانوات با جرم مولی سرگروه ترکیبات آروماتیک یکسان است.
- (۲) کلرواتان ترکیبی با فرمول C_6H_5Cl است و از آن در افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی استفاده می‌شود.
- (۳) ساده‌ترین الکل را می‌توان از واکنش اتیلن با آب در شرایط مناسب تهیه نمود.
- (۴) مجموع شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در فرمول مولکولی پارازیلن و سیکلوهگزان یکسان است.

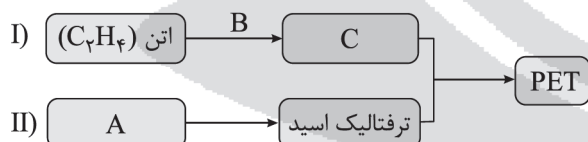
۱۰۳- مونومرهای سازنده PET در کدام دو ویژگی زیر با هم یکسانند؟

- (۱) شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش -۱، شمار اتم‌های هیدروژن
 - (۲) عدم وجود در نفت خام، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی
 - (۳) شمار پیوندهای $O-H$ ، شمار اتم‌های هیدروژن
 - (۴) شمار پیوندهای $C-H$ ، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی
- ۱۰۴- با توجه به شکل زیر که تهیه متانول از متان را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) متانول مایعی بی‌رنگ و بسیار سمی است که می‌توان PET را در شرایط مناسب با آن واکنش داده و به مواد مفیدی تبدیل کرد.
- (۲) در قسمت A، با افزودن H_2O واکنش $CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3H_2$ انجام می‌شود.
- (۳) در صنعت گاز کربن مونوکسید را با گاز هیدروژن واکنش داده (قسمت B) و در شرایط مناسب متانول را تهیه می‌کنند.
- (۴) فشار مناسب برای انجام واکنش در قسمت C، ۶۰ - ۴۰ اتمسفر است.

۱۰۵- با توجه به الگوی کلی زیر که روند تولید PET را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) C نشانگر اتیلن گلیکول است که الکی دوعاملی بوده و به عنوان ضدیخ کاربرد دارد.
- (۲) در واکنش تبدیل A به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم‌های کربن حلقه بنزنی تغییر نمی‌کند.
- (۳) اگر فرمول مولکولی نفتالن به صورت C_aH_b باشد، فرمول مولکولی مولکول A به صورت C_bH_a می‌باشد.
- (۴) در قسمت (I)، B محلول غلیظ و گرم پتاسیم پرمنگنات است.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۴
۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۳



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهرداد راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	احمد رضا محمدبیگی - مهرداد شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	مسعود طایفه	نیمه اشرف نیا - ابوالفضل فروغی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مرتضی بیانی	محمد رضا خادمی - مهرداد شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره - هادی مهدی زاده	محمد مهدی صوفیان - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{\lambda - x} \xrightarrow{\text{قرینه به مبدأ}} y = -\sqrt{\lambda + x}$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = 4 - \sqrt{\lambda + x} \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = 4 - \sqrt{\lambda + x - a}$$

$$\Rightarrow 4 - \sqrt{\lambda - a + x} = \sqrt{\lambda - x}$$

در $x = -1$ معادله صدق می کند.

$$4 - \sqrt{\lambda - a} = 3 \Rightarrow \sqrt{\lambda - a} = 1 \Rightarrow a = 6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۷ و ۹)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = \frac{2x+1}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه به عرض ها}} y = \frac{-2x+1}{-x-1} = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow g(x) = \frac{-x-1}{x-2}$$

$$y = \frac{2x+1}{x-1} \xrightarrow{\text{وارون}} y = \frac{x+1}{x-2} \xrightarrow{\text{قرینه به عرض ها}} y = \frac{-x+1}{-x-2} \Rightarrow h(x) = \frac{x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow g(h(-1)) = g(h(-1)) = g(-2) = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۷ و ۹)

۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$f \circ f(1) = f(-1)$$

$$f(1) = 2 - 2a - 1 + a + a = 1 \Rightarrow f \circ f(1) = 1$$

$$f(-1) = 2 + 2a - 1 - a + a = 2a + 1$$

$$1 = 2(2a + 1) \Rightarrow 4a + 2 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

پس:

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)

۴. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به نمودار تابع $a, b > 0$ پس:

$$\min = 3a - 2 = b \Rightarrow 3a - b = 2$$

$$\frac{T}{2} = \left| \frac{-a}{2} \right| \Rightarrow T = |a| \Rightarrow T = a \Rightarrow \frac{2\pi}{b} = a \Rightarrow 2b = a \Rightarrow 6b - b = 2$$

$$b = \frac{2}{5}, a = \frac{4}{5} \Rightarrow 2a + b = \frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۳۳ و ۳۴)

۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$\cos x + 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

پس $x = \frac{3\pi}{4}$ سومین جواب است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۸)

۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\tan 2\alpha = -\tan \alpha \Rightarrow \tan 2\alpha = \tan(-\alpha)$$

$$2\alpha = k\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{3}, \frac{\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow \alpha = \frac{7\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}\right) = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

$$\tan\left(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} - 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۷. گزینه ۲ صحیح است.

اولاً مخرج باید صفر باشد: $b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3$

ثانیاً:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2b + 2a \cos \pi}{x - 3 - 3 \sin \frac{\pi}{x} + 3} = +\infty \Rightarrow -6 - 2a > 0 \Rightarrow a < -3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - \sqrt{4x^2 + 4x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 2x}{x} = 6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$(g \circ f)'(1) = f'(1)g'(f(1)) = f'(1)g'(2) = (1 + \frac{1}{3}) \cdot 1 = \frac{4}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۶)

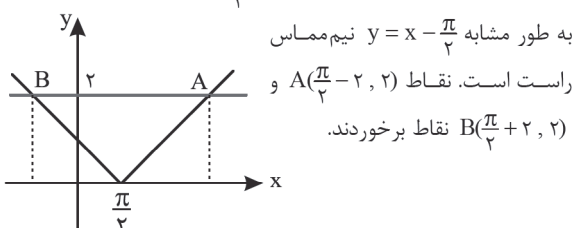
۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

ریشه قدرمطلق یعنی $x = \frac{\pi}{4}$ نقطه گوشه است.

$$0 < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow y = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow y' = \cos 2x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

نیم مماس $y = -(x - \frac{\pi}{4})$



$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۸۶ و ۸۷)

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & x \geq a \\ 2x + a & x < a \end{cases}$$

$$g'(x) = \begin{cases} 2x + a & x \geq a \\ 2 & x < a \end{cases}$$

۱) $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a) \Rightarrow 2a^2 + b = 3a$

۲) $g'_-(a) = g'_+(a) \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{9}$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۸۶ و ۸۷)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - k & x \geq 0 \\ -x^2 + 2x - k & x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x > 0 \\ -2x + 2 & x < 0 \end{cases}$$

نقاط بحرانی:

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -3 - k \text{ min} \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 - k \\ x = 0 \Rightarrow y = -k \\ x = 4 \Rightarrow y = 8 - k \text{ max} \end{cases}$$

$$(8 - k)(-3 - k) = -10 \Rightarrow k^2 - 5k - 14 = 0 \Rightarrow k = -2 \text{ یا } 7$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۵)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

تابع f را به صورت دو ضابطه ای می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} + x - 2 & x \geq 2 \\ 2\sqrt{x} + 2 - x & x < 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 & x \geq 2 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 & x < 2 \end{cases}$$

$$f' = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	-1	0	1	2
f'	-	+	+	-
f	↘	↗	↗	↘

در بازه $(-1, 1)$ تابع f اکیداً صعودی است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲۶)



بنابراین:

$${}^2 \begin{bmatrix} a-1 & 3-a \\ a+2 & 4-a \end{bmatrix} = {}^2 \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -10 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = \frac{1}{\Delta}(-4) = \frac{-4}{\Delta} = \frac{-1}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۸)

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

$${}^3 |C^{-1}|^2 - 2|C^{-1}| - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |C^{-1}| = 1 \Rightarrow |C| = \frac{1}{1} = 1 \\ |C^{-1}| = -\frac{1}{3} \Rightarrow |C| = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3 \end{cases} \quad (1)$$

نسبت به سطر اول: $|A| = 1(m-0) + (1)(1-0) = m+1$ نسبت به سطر سوم: $|B| = 1(\cos^2 \alpha - (-\sin \alpha)(\sin \alpha)) = 1$

$$C = AB \Rightarrow |C| = |AB| = |A||B|$$

$$|C| = (m+1)(1) = m+1$$

$$\begin{cases} |C| = 1 \Rightarrow 1 = m+1 \Rightarrow m = 0 \\ |C| = -3 \Rightarrow -3 = m+1 \Rightarrow m = -4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{کمترین مقدار } m} m = -4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۷)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی که از اضلاع یک زاویه یا امتداد اضلاع آن به یک فاصله اند نیمسازهای داخلی و خارجی آن زاویه است.

می دانیم سه نیمساز داخلی هر مثلث همسرند و نیمسازهای خارجی دو زاویه با نیمساز داخلی زاویه سوم همسرند، پس جمعاً چهار نقطه وجود دارد که از هر ضلع و امتداد اضلاع آن به یک فاصله اند که در واقع این چهار نقطه مراکز دایره محاطی داخلی و خارجی مثلث هستند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم فاصله دو خط موازی $ax+by+c=0$ و $ax+by+c'=0$ برابر است با:

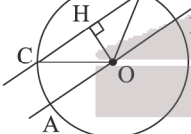
$$\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

اگر دایره C با مرکز $O(\alpha, \beta)$ بر محور x ها مماس باشد آنگاه:

$$R = |\beta|$$

 ℓ بزرگترین وتر را ایجاد می کند. یعنی مرکز دایره روی ℓ است زیرابزرگترین وتر قطر است. چون $\angle DBA + \angle ACB = 90^\circ$ است، پس

$$\angle CDB = 90^\circ \text{ است.}$$

از طرفی دو خط $\ell: y = 2x+1$ و $d: y = 2x+3$ موازی اند، پس:

$$OD = OC = R$$

$$\triangle COD (\hat{O} = 90^\circ): OH = \frac{\sqrt{2}}{2} R \quad (\text{قائم الزاویه متساوی الساقین})$$

$$OH = \frac{\sqrt{2}}{2} R = \frac{|3-1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow R = \frac{4}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

مرکز دایره روی خط ℓ است، پس $O(\alpha, 2\alpha+1)$ و دایره مماس بر محور x هاست. بنابراین:

$$|2\alpha+1| = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha+1 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2\alpha = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ \Rightarrow \alpha = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \\ 2\alpha+1 = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2\alpha = \frac{-2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ \Rightarrow \alpha = \frac{-2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \end{cases}$$

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$f' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = a+5 \\ x = 3 \Rightarrow y = a-27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a-27 = 10 \Rightarrow a = 37 \Rightarrow y_{\max} = 37+5 = 42$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۱۷ و ۱۳۱)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

معادله خط گذرنده از A و B به صورت $y = 2x+2$ است. معادله حاصل از تقاطع خط مماس در نقطه عطف با تابع f یک معادله به صورت $k(x-\alpha)$ خواهد بود.

$$x^2 + ax + bx + 1 = 2x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 + ax^2 + (b-2)x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b - 2 = 3 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 3x^2 + 5x + 1 \Rightarrow f(2) = 8 - 12 + 10 + 1 = 7$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

هندسه

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^T را پیدا می کنیم.

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & x & 0 \\ 1 & 0 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & 0 & y+yz \\ 0 & x^2 & 0 \\ 1+z & 0 & y+z^2 \end{bmatrix}$$

می دانیم در ماتریس اسکالر درایه های روی قطر اصلی برابرند و درایه های بالا و پایین قطر اصلی صفر هستند. پس:

$$\begin{cases} 1+z = 0 \Rightarrow z = -1 \\ y+1 = x^2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$B = \begin{bmatrix} 2y & y-1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -2y + 2y - 2 = -2$$

$$|-2B| = (-2)^2 |B| = 4|B| = -8$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۸ و ۲۳)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

حاصل دترمینان A را بر حسب ستون اول به دست می آوریم.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1(-1)^2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + 3(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 2 - 3 = -1$$

با فرض $C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، رابطه ماتریسی داده شده به صورت زیر در می آید:

$$CBD = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{C^{-1} \times D^{-1}} B = C^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} D^{-1}$$

$$B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

پس مجموع قطر فرعی B برابر $B = 2$ است. $-\frac{1}{2}(-1-3) = 2$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & a & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix} \text{ با دترمینان } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 8 \\ -3 & a & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

برابر است. پس لازم است حاصل $\begin{vmatrix} -3 & a \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$ برابر صفر باشد.

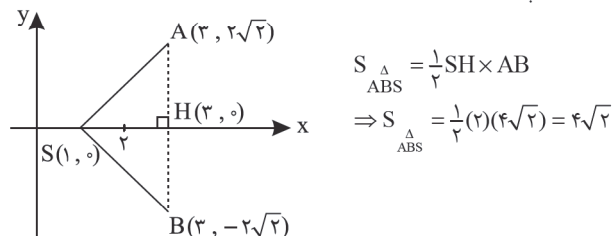
$$\begin{vmatrix} -3 & a \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3$$



در نتیجه کانون این سهمی $F(a + \alpha, \beta) = (2, 0)$ است، بنابراین: معادله دایره خواسته شده به صورت $(x - 2)^2 + y^2 = 9$ است. اکنون برخورد دایره و سهمی را به دست می آوریم.

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + y^2 = 9 \\ y^2 = 4x - 4 \end{cases} \Rightarrow (x - 2)^2 + 4x - 4 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

پس نقاط برخورد این دو مقطع مخروطی $A(3, 2\sqrt{2})$ و $B(3, -2\sqrt{2})$ است. بنابراین مطابق شکل مساحت مثلث ABS برابر است با:



(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۸)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

زاویه بردار $\vec{a}$ با محورهای مختصات x و y و z برابر زاویه بین بردار $\vec{a}$ با بردارهای یکه $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ است. پس:

$$\cos 45^\circ = \frac{\vec{a} \cdot \vec{k}}{|\vec{a}| |\vec{k}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m}{\sqrt{1+1+m^2}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{m^2}{2+m^2} \Rightarrow m^2 = 2$$

بنابراین:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{i}}{|\vec{a}| |\vec{i}|} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+1+m^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{j}}{|\vec{a}| |\vec{j}|} \Rightarrow \cos \beta = \frac{-1}{\sqrt{1+1+m^2}} = -\frac{1}{2}$$

پس:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۷۵ و ۷۸)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

تصویر بردار $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ را $\vec{b}'$ می نامیم.

$$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} \quad (1)$$

$$\vec{b} = (-1, 2, 2) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3$$

زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر 60° است، پس:

$$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = |\vec{a} - \vec{b}| |\vec{b}| \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b} = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 9 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - |\vec{b}|^2 = 9 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 18 \quad (2)$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow 36 = |\vec{a}|^2 + 9 - 2(18)$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 = 63 \quad (3)$$

با توجه به رابطه های (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} = \frac{18}{63} \vec{a} = \frac{2}{7} \vec{a}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۷۸، ۷۹ و ۷۳)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{BC}|$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| \Rightarrow |\vec{AB} \times \vec{BC}| = |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

چون مجموع طول و عرض مثبت مرکز را می خواهد، پس:

$$\alpha = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

بنابراین:

$$\alpha + 2\alpha + 1 = 3\alpha + 1 = \frac{6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} + 1 = \frac{6\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{6\sqrt{10} - 5}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{5} \sqrt{10} - \frac{1}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۰ و ۴۳)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

دو دایره مماس خارجند اگر $OO' = R + R'$ باشد.

$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \Rightarrow O \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2} \right)$$

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = 2$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0 \Rightarrow O' \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right), R' = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$$

$$\Rightarrow R' = \frac{\sqrt{4 + 64 - 4a}}{2} = \frac{\sqrt{4(1 + 16 - a)}}{2} = \sqrt{17 - a}$$

بنابراین:

$$OO' = \sqrt{(-2-1)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$OO' = R + R' \Rightarrow 5 = 2 + \sqrt{17 - a} \Rightarrow a = 8$$

اکنون وضعیت نسبیه دو دایره $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ را بررسی می کنیم.

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \Rightarrow O_1 \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2} \right) = (-1, 1), R_1 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4+4}}{2} = \sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0 \Rightarrow O'_1 \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2} \right) = (0, 2), R'_1 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16+16}}{2} = 2\sqrt{2}$$

پس:

$$O_1 O'_1 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \Rightarrow O_1 O'_1 = |R_1 - R'_1|$$

در نتیجه این دو دایره مماس داخلی هستند، پس دارای یک مماس مشترک هستند.

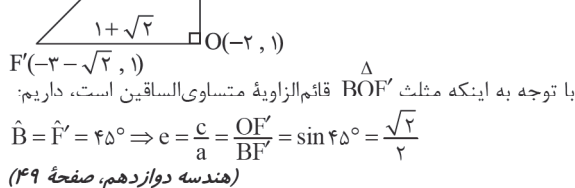
(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

مرکز دایره عبارت است از:

$$O \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2} \right) = \left(-\frac{4}{2}, -\frac{-2}{2} \right) = (-2, 1)$$

با توجه به اینکه فاصله مرکز بیضی تا رأس ناکانونی برابر با $1 + \sqrt{2}$ و فاصله مرکز بیضی تا کانون برابر با $1 + \sqrt{2}$ است، پس $b = c$.



۲۴. گزینه ۴ صحیح است.

معادله استاندارد این سهمی به صورت $y^2 = 4(x - 1)$ است. پس سهمی افقی رو به راست با رأس $S(1, 0)$ و $4a = 4$ است.



داشته باشد که حداقل ۵ بار پای تخته رفته باشد، پس $m > \frac{28 \times 4}{3}$ بوده و حداقل مقدار m برابر ۳۸ باید باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۹ و ۸۴)

۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

اگر X_1 (مسعود)، X_2, X_3, X_4, X_5 مسافر و Y_1, Y_2, Y_3 ایستگاه‌های آزادی و انقلاب و میدان فردوسی باشند، مسأله تعداد توابع پوشا از مجموعه $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$ به مجموعه $\{Y_1, Y_2, Y_3\}$ را می‌خواهد که فاقد زوج مرتب (X_1, Y_1) باشد، داریم:

$$(3^5 - 3 \times 2^5 + 3) - (3^4 - \binom{4}{1} \times 2^4 + \binom{4}{2} \times 1^4)$$

توابع پوشا از مجموعه ۵ عضو
به ۳ عضو

تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضو
(به ۳ عضو و شامل زوج مرتب (X_1, Y_1))

$$= 150 - 50 = 100$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۳. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم $q \leq \delta + \binom{p-1}{2}$ می‌باشد. پس داریم:

$$32 \leq \delta + \binom{p-1}{2} \Rightarrow \binom{p-1}{2} \geq 27 \Rightarrow p-1 \geq 8 \Rightarrow p \geq 9$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۴ و ۴۰)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

جمله‌های بسط را به صورت $(a^2)^{x_1} (b^3)^{x_2} (c)^{x_3}$ نمایش می‌دهیم، به طوری که $X_1 + X_2 + X_3 = 11$ بوده و $2X_1 > 3$ و $3X_2 > 7$ باشد، داریم:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 11 \Rightarrow (X_1' + 2) + (X_2' + 3) + X_3 = 11$$

$$X_1 \geq 2, X_2 \geq 3 \Rightarrow X_1' + X_2' + X_3 = 6$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵۹ و ۶۰)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

در مربع تلفیقی حاصل از دو مربع لاتین A و B (اعداد مربع A رقم دهگان و اعداد مربع B یکان هستند). اعداد ۲۱، ۲۲ و ۲۳ وجود دارند، پس باید عددی $2Y$ و $2Z$ برابر ۲۴ و ۲۵ باید باشد، پس $Y = 4$ و $Z = 5$ یا $Y = 5$ و $Z = 4$ ، همچنین درایه سطر سوم و ستون سوم مربع تلفیقی ۵۴ است، پس X نمی‌تواند ۴ باشد، پس باید $X = 2$ باشد و در نتیجه:

$$XYZ = 2 \times 5 \times 4 = 40$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۴ و ۷۰)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم $0 \leq (m \geq 7)m! \equiv 1$ ، پس داریم:

$$9m \equiv 3! + 4! + 5! + \dots \pmod{6 \times 5!}$$

$$5! \equiv 6 \pmod{6 \times 5!}$$

$$9m \equiv 30 - 42 \equiv -12 \pmod{6 \times 5!} \Rightarrow 3m \equiv -4 \pmod{6 \times 5!}$$

$$\Rightarrow m \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow m = 106$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۶)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$(a + 2b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \right) = 1 + \frac{2a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{2b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{2c}{b} + 1$$

$$= 6 + 2 \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) + 2 \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right) + 2 \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) \geq 6 + 4 + 2 + 4$$

$$\Rightarrow (a + 2b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 16 \Rightarrow n \leq 16$$

دقت کنید که مینیمم بودن هر سه پراکنش با هم ممکن است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷ و ۸)

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = 25\sqrt{3} \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \sin \hat{A} = 25\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 60^\circ \\ \hat{A} = 120^\circ \end{cases}$$

با توجه به شکل زاویه $\hat{A}$ منفرجه است و $\hat{A} = 120^\circ$ قابل قبول است. داریم:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos 120^\circ - |\overrightarrow{AB}|^2$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (5)(10) \left(-\frac{1}{2}\right) - 5^2 = -25 - 25 = -50$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۷۹ و ۸۱)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$S = \frac{1}{2} |(\vec{r}a + \vec{b}) \times (\vec{r}b - \vec{a})| = 75$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{b} \times \vec{a}| \text{ و } \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}, \vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$$

$$S = \frac{1}{2} |\vec{r}a \times \vec{b} - \vec{r}a \times \vec{a} + \vec{r}b \times \vec{b} - \vec{r}b \times \vec{a}| = \frac{\delta}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = 75$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 30 \quad (1)$$

می‌دانیم $\vec{a} \times \vec{b}$ و یا به طور کلی $m\vec{a} \times n\vec{b}$ (m و n دو عدد حقیقی) برداری است که هم بر $\vec{a}$ و هم بر $\vec{b}$ عمود است و هم بر صفحه شامل $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود است، پس زاویه بین $\frac{1}{3}\vec{b} \times \delta\vec{a}$ و $\frac{1}{3}\vec{a} \times \delta\vec{b}$ 90° است. پس:

$$\left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \right| \left| \frac{1}{3}\vec{b} \times \delta\vec{a} \right| \sin 90^\circ = \frac{\delta}{3} |\vec{b} \times \vec{a}| = \frac{\delta}{3} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$\frac{\delta}{3} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{\delta}{3} \times 30 = 50$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

ریاضیات گسسته

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

اگر A حداقل عضو را داشته باشد، $V(G) - A$ مجموعه مینیمال با حداکثر عضو و چنانچه A حداکثر عضو را داشته باشد، $V(G) - A$ مجموعه مینیمم است. پس داریم:

$$\{V(G) - A = \{n, l, i, j, k, g, c, a\} \Rightarrow \text{مجموعه مینیمال با حداکثر عضو} = 6$$

$$\Rightarrow A = \{b, c, d, f, h, m\} \Rightarrow \text{حداکثر تعداد عضو} = 6$$

$$\{V(G) - A = \{c, f, h, m\} \Rightarrow \text{مجموعه مینیمال با حداقل عضو} = 4$$

$$\Rightarrow A = \{a, b, d, e, g, k, i, j, l, n\} \Rightarrow \text{حداکثر تعداد عضو} = 10$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۴۳ و ۵۱)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

گراف P_n با درجات رئوس $1, 2, \dots, 2, 2, \dots, 2$ و گراف r - منتظم مرتبه $n-2$

n با درجات رئوس $r, r, \dots, r$ می‌باشد. حاصل ضرب درجات اجتماع

این دو گراف برابر است با:

$$2^{n-2} \times r^n = 1024 = 2^{10} \Rightarrow 2^{n-2} = 2^{10} \Rightarrow 2n - 2 = 10 \Rightarrow n = 6$$

توجه داشته باشید چنانچه $r = 4$ یا بیشتر باشد $n \leq 4$ به دست می‌آید که قابل قبول نیست.

پس گراف G ، از اجتماع یک گراف P_6 و C_6 تشکیل شده است. داریم:

$$q(G) = (6-1) + 6 = 11$$

$$q(\bar{G}) = \binom{12}{2} - 11 = 66 - 11 = 55$$

$$\Rightarrow \text{جمع درجات رئوس} = 2 \times 55 = 110$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ و ۴۲)

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

اگر کلاس m جلسه تشکیل شود، $3m$ دانش‌آموز توسط معلم پای تخته آورده شده‌اند، پس اگر فرض کنیم هر دانش‌آموز ۴ مرتبه به پای تخته آمده باشد بایستی $3m > 28 \times 4$ باشد تا دانش‌آموزی وجود



۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \{a \in [5]_7 \Rightarrow a &= 13k + 5 \quad 5^{12} \equiv -1 \\ b \in [7]_{13} \Rightarrow b &= 13k' + 7 \quad 5^{12} \equiv -1 \\ a^b &\equiv (13k + 5)^{13k' + 7} \equiv 5^{13k' + 7} \equiv (5^7)^{13k'} \times 5^7 \equiv (-1)^{13k'} \times 5^7 \\ &\equiv 5^7 \equiv (5^2)^3 \times 5 \equiv (-1)^3 \times 5 \equiv -5 + 13 \equiv 8 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۸ و ۲۴)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} (a, 30) = d \Rightarrow d | a \Rightarrow [a, d] &= |a| \\ [72, a] = c \Rightarrow 72 | c \Rightarrow (72, c) &= 72 \\ \Rightarrow [a, 72] = 216 = 2^3 \times 3^3 \Rightarrow a &= \pm 3^3 \times 2^\alpha \\ \Rightarrow 0 \leq \alpha \leq 3 \end{aligned}$$

برای a ، ۸ عدد صحیح وجود دارد:

$$\pm 27, \pm 54, \pm 108, \pm 216$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} 13a + 7b = 1000 \Rightarrow 13a &\equiv 1000 \pmod{7} \Rightarrow 1000 \equiv -1 \pmod{7} \Rightarrow -a \equiv -1 \pmod{7} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{7} \\ \Rightarrow a &= 1 + 7q \\ 13a + 7b = 1000 \Rightarrow 13(1 + 7q) + 7b &= 1000 \Rightarrow b = 141 - 13q \\ \Rightarrow a + b = 142 - 6q \Rightarrow a + b &\equiv 142 \pmod{6} \Rightarrow r = 4 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۶ و ۲۸)

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نمودار مکان - زمان را رسم می کنیم تا ببینیم در چه بازه ای متحرک به مبدأ مکان نزدیک می شود. چنانچه ملاحظه می شود متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 2s$ به مبدأ نزدیک می شود. بنابراین:

$$|v_{av}| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = \left| \frac{1 - 5}{2} \right| = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۸)

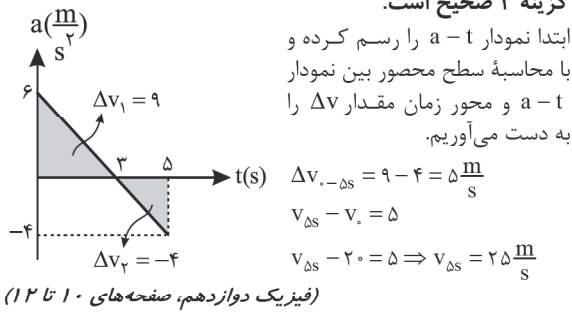
۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

اگر شتاب حرکت در قسمت تندشونده ($3s < t < 5s$) را a_1 فرض کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} v_{av} &= \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta x}{9} \Rightarrow \Delta x = 18m \\ S_1 &= \frac{2(-3a_1)}{2} = -9a_1 \\ S_2 &= \frac{2(2a_1)}{2} = 2a_1 \\ S_3 &= \frac{2a_1 \times 4}{2} = 4a_1 \\ \Delta x &= S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow 18 = \frac{-9a_1}{2} + 2a_1 + 4a_1 \\ 18 &= \frac{3a_1}{2} \Rightarrow a_1 = 12 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۸)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.



۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

اگر سرعت دو متحرک را v_1 و v_2 فرض کنیم، داریم:

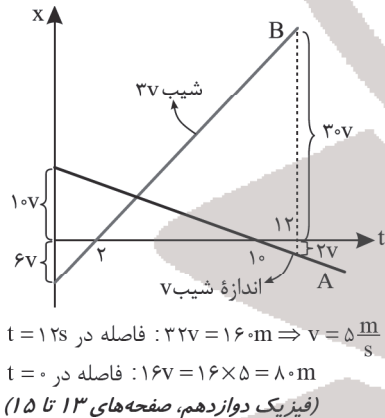
برای فاصله AC : $v_1 \times t = v_2 \times 20$
برای فاصله BC : $v_1 \times 6 = v_2(t - 2)$

$$\begin{aligned} \frac{t}{6} &= \frac{20}{t - 2} \Rightarrow t(t - 2) = 120 \Rightarrow t^2 - 2t - 120 = 0 \\ (t - 12)(t + 10) &= 0 \Rightarrow t = 12s \\ 12 + 6 &= 18s \end{aligned}$$

مدت زمان حرکت متحرک یک از A تا B: $12 + 6 = 18s$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۵. گزینه ۱ صحیح است.



۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

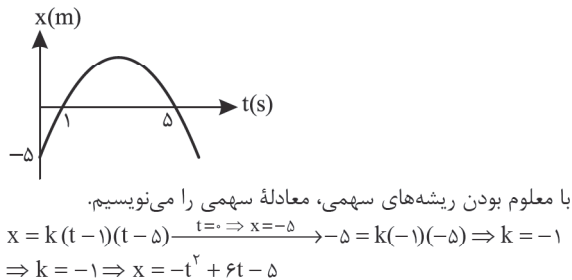
با استفاده از معادله $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$

$$\begin{aligned} \Delta x &= 52m, v = ?, a = 2 \frac{m}{s^2}, t = 10s \\ 52 &= \frac{1}{2} \times 2(10)^2 + v \times (10) \\ 52 &= -100 + 10v \Rightarrow 10v = 152 \Rightarrow v = 15.2 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

بهتر است ابتدا نمودار $x-t$ برای این متحرک رسم شود.



۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

چون در برخورد به زمین، جهت حرکت گلوله 180° درجه تغییر کرده برای محاسبه اندازه تغییرات سرعت باید سرعت برخورد به زمین و سرعت جدا شدن از زمین را جمع کنیم.

$$\begin{aligned} v_1 &= 3 \frac{m}{s} \\ v_2 &= -2 \frac{m}{s} \\ |\Delta v| &= |\vec{v}_1| + |\vec{v}_2| = 5 \frac{m}{s} \\ F_{av} &= m a_{av} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0.4 \times \frac{5}{1} = 2 \text{ N} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

چون F' ثابت است و شتاب زیاد شده پس نیروی اصطکاک کاهش یافته که کاهش نیروی اصطکاک به خاطر کاهش نیروی عمودی سطح است بنابراین:

$$\begin{aligned} \Delta a &= 4 \Rightarrow \Delta F_{net} = m \Delta a = 2 \times 4 = 8 \Rightarrow f_k - f'_k = 8 \\ \mu_k F_N - \mu_k F'_N &= 8 \\ \mu_k (F_N - F'_N) &= 8 \Rightarrow \mu_k ((20 + F) - (20 - F)) = 8 \\ \mu_k (2F) &= 8 \Rightarrow 0.5 \times 2F = 8 \Rightarrow F = 8 \text{ N} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

چون جسم نسبت به دیواره آسانسور ساکن است، پس اصطکاک جسم و دیواره آسانسور ایستایی است و چون آسانسور کندشونده بالا می‌رود، پس شتاب آسانسور رو به پایین است.

$$\begin{aligned} F_N &= F = 24 \text{ N} \\ mg - f_s &= ma \\ f_s &= m(g - a) \\ f_s &= 3(10 - 4) = 18 \end{aligned}$$

نیروی دیواره به جسم برآیند دو نیروی f_s و F است.

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{18^2 + 24^2} = 6\sqrt{3^2 + 4^2} = 6 \times 5 = 30 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

در حالت اول: چون آسانسور ساکن است و جسم در حال تعادل است پس:

$$\begin{aligned} F_e &= mg \Rightarrow k \Delta L = mg \\ \Rightarrow \Delta L &= 20 \Rightarrow \Delta L = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

اگر طول اولیه فنر L_e باشد پس:

$$L_1 = L_e + 4$$

در حالت دوم:

$$\begin{aligned} F_e &= m(g - a) \\ k \Delta L &= m(g - a) \\ \Delta L &= 2(10 - 2) \Rightarrow \Delta L = \frac{16}{5} = 3.2 \text{ cm} \\ \Rightarrow L_2 &= L_e + 3.2 \text{ cm} \end{aligned}$$

پس طول فنر نسبت به حالتی که آسانسور ساکن بوده 0.8 cm یعنی 8 mm کاهش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

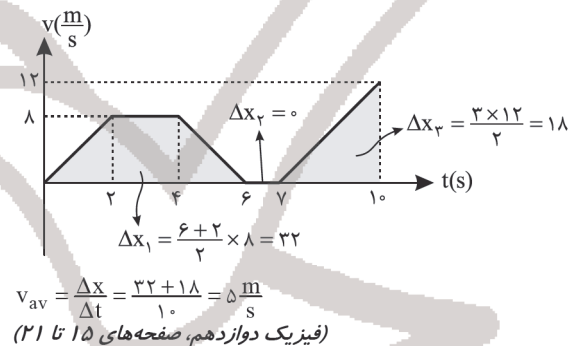
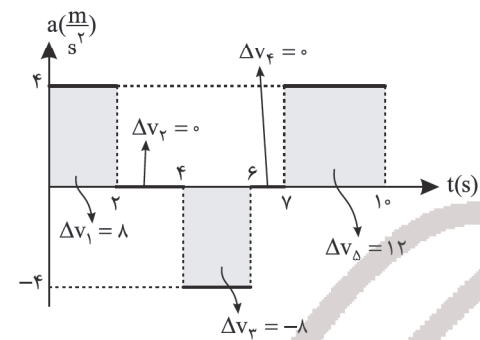
با مقایسه معادله سهمی و معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \frac{1}{2} a = -1 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با تغییرات سرعت است، پس ابتدا با استفاده از نمودار شتاب - زمان، سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.



۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{3}{2} t^2 \\ \Delta x_2 &= v(t - 2) = 24(t - 2) \end{aligned}$$

شرط عبور از کنار هم آن است که $\Delta x_1 = \Delta x_2$ شود.

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} t^2 &= 24(t - 2) \Rightarrow \frac{1}{2} t^2 = 8t - 16 \\ t^2 - 16t + 32 &= 0 \end{aligned}$$

این معادله دو ریشه دارد، پس دو متحرک ۲ بار از کنار هم عبور می‌کنند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \Delta y_A &= \frac{1}{2} (10)(5)^2 = 125 \text{ m} \\ \Delta y_B &= \frac{1}{2} (10)(4)^2 = 80 \text{ m} \end{aligned}$$

در این بازه زمانی جابه‌جایی گلوله A، ۴۵ متر بیشتر از جابه‌جایی گلوله B است و چون ابتدا گلوله A، ۲۰ متر بالا بوده پس بعد از مدت زمان مورد نظر ۲۵ متر پایین‌تر از گلوله B خواهد بود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

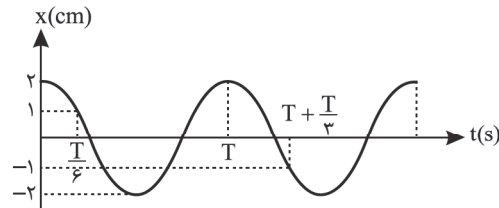
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

اگر $m_2 > m_1$ پس $a_2 > a_1$ بنابراین:

الف) طبق رابطه $\Delta y = \frac{1}{2} a t^2$ زمان حرکت گوی سبک‌تر بیشتر می‌باشد.

ب) طبق رابطه $v^2 - 0 = 2a \Delta y$ ، چون شتاب حرکت گوی سبک‌تر، کمتر است، سرعت رسیدن گوی سبک‌تر به زمین کمتر از گوی سنگین‌تر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)



مسافت طی شده $= 1 + 4 \times 2 + 1 = 10 \text{ cm}$
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

گزینه ۲ صحیح است.

چون کمترین و بیشترین طول فنر در هنگام نوسان 3.8 cm و 5.2 cm می‌باشد وقتی نوسانگر در مرکز نوسان است طول فنر 4.5 cm می‌باشد و بنابراین طول طبیعی فنر 4.5 cm است.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{\frac{1}{2}}} = 20 \text{ rad/s}$$

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow 4 = -(20)^2 x \Rightarrow x = -\frac{1}{100} \text{ m} = -1 \text{ cm}$$

$$\text{طول فنر} = 4.5 - 1 = 3.4 \text{ cm}$$

دقت کنید در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر مثبت است، مکان آن منفی است.
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

گزینه ۳ صحیح است.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=\frac{1}{2}v_m} K = \frac{1}{4}K_m = \frac{1}{4}E$$

$$U = E - K = E - \frac{1}{4}E = \frac{3}{4}E$$

$$U = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}kA^2 = \frac{3}{8} \times 400 \times \left(\frac{2}{100}\right)^2$$

$$U = \frac{3}{2} \times \frac{4}{10000} = 0.0006 \text{ J} = 600 \text{ nJ}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه ۳ صحیح است.

$$v = \frac{r}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{6.28}{2.7 \times 10^3 \times 10^{-2} \times \pi}} = 1.2 \sqrt{10^{-2}} = 10^{-1} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{مسافت طی شده توسط موج} : L = vt = 10^{-1} \times 0.1 = 1 \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{200} \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{100}{200} = 2 \Rightarrow \Delta t = 2T$$

بنابراین زمان موردنظر ۲ برابر دوره بوده و می‌دانیم هر ذره در هر دوره در اثر نوسان مسافت $4A$ را طی می‌کند.

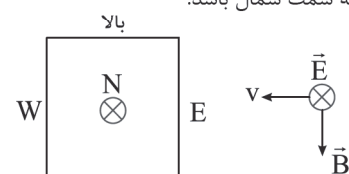
$$\text{مسافت طی شده توسط ذره} : L' = 2(4A) = 2 \times 4 \times 5 \times 10^{-2} = 0.4 \text{ m}$$

$$\frac{L'}{L} = \frac{0.4}{1} = 25$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

گزینه ۱ صحیح است.

اگر در این لحظه جهت میدان مغناطیسی به سمت بالا باشد، پس از $\frac{T}{4}$ از این لحظه، جهت میدان مغناطیسی به سمت پایین می‌شود و با توجه به آنکه جهت انتشار به سمت غرب است، با اعمال قانون دست راست باید جهت میدان الکتریکی به سمت شمال باشد.



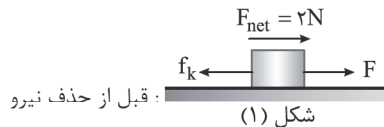
پایین
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

گزینه ۴ صحیح است.

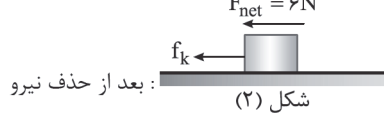
$$t = 1.5 \text{ s} \text{ تا } t = 0 \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{3}{1.5} = 2 \text{ N}$$

$$t = 2 \text{ s} \text{ تا } t = 1.5 \text{ s} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-3}{0.5} = -6 \text{ N}$$

چون بعد از حذف نیروی F جسم متوقف شده است، پس حتماً سطح دارای اصطکاک بوده است پس:



شکل (۱)



شکل (۲)

با استفاده از شکل (۲) $\Rightarrow f_k = 6 \text{ N}$

با استفاده از شکل (۱) $\Rightarrow F - f_k = 2 \Rightarrow F - 6 = 2 \Rightarrow F = 8 \text{ N}$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

گزینه ۳ صحیح است.

$$v_r = \frac{\Delta m}{s} \quad \frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{6 \times 12}{8} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_r$ بر هم عمودند.

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_r^2} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ s}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9\sqrt{2}}{2} = 4.5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

گزینه ۴ صحیح است.

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_r}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$$

$$\frac{g_r}{g_1} = \frac{G \frac{M_e}{(4R_e)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

گزینه ۲ صحیح است.

$$x = A \cos(\omega t)$$

$$\frac{A}{4} = A \cos(\omega t_1) \Rightarrow \cos(\omega t_1) = \frac{1}{4} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$x = A \cos(2\omega t_1) \Rightarrow x = A \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{A}{2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

گزینه ۳ صحیح است.

$$t_1 = \frac{1}{3} \text{ s} \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{\pi}{3} = 0.1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

$$t_r = \frac{1}{3} \text{ s} \Rightarrow x_r = 0.2 \cos \frac{2\pi}{3} = -0.1 \text{ m} = -1 \text{ cm}$$

$$\omega = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

$$t_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{1}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$$

$$t_r = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{t_r}{T} = \frac{1}{6} \Rightarrow t_r = \frac{T}{6} \Rightarrow t_r = T + \frac{T}{6}$$



$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10^{-2}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = 10^{-1} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 10 \Rightarrow \frac{r_1 + 18}{r_1} = 10$$

$$\Rightarrow r_1 + 18 = 10r_1 \Rightarrow 9r_1 = 18 \Rightarrow r_1 = 2m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$K_{\max} = hf - W_s$$

$$\text{در حالت اول: } K_{\max} = hf - W_s \Rightarrow hf = K_{\max} + W_s$$

$$\text{در حالت دوم: } 2K_{\max} = nhf - W_s \Rightarrow nhf = 2K_{\max} + W_s$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم}} n = \frac{2K_{\max} + W_s}{K_{\max} + W_s} = \frac{2K_{\max} + 2W_s - W_s}{K_{\max} + W_s} = 2 - \frac{W_s}{K_{\max} + W_s}$$

$$\Rightarrow 1 < n < 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2.5 \times 10^{14}} = 1.2 \times 10^{-6} m \xrightarrow{\times 10^9} \lambda = 1200 nm$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{n'^2}$$

$$\frac{1}{n'^2} = \frac{4-3}{36} \Rightarrow n' = 6$$

پس از تراز $n = 6$ به تراز $n' = 3$ رفته که سومین خط رشته پاشن می‌باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

برای تابش فوتون‌هایی در ناحیه فروسرخ الکترون‌ها تا تراز $n' = 3$ می‌توانند منتقل شوند. چون از $n' = 3$ تا $n = 7$ ، تراز انرژی داریم و برای تابش هر نوع فوتون الکترون باید تا از این ۵ تراز را انتخاب کند، بنابراین:

$$n = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

تعداد فوتون: تعداد فوتون

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۳۰)

۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

چون عدد جرمی ۴ واحد کم شده پس حتماً باید یک ذره α تابش کرده باشد در این صورت عدد اتمی $Z - 2$ خواهد شد. برای آنکه عدد اتمی $Z - 1$ شود، یعنی یک واحد اضافه شود باید یک الکترون هم تابش کند.

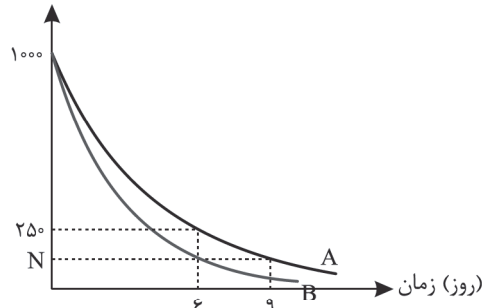
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$A \text{ ماده } 250 = \frac{1000}{2^n} \Rightarrow 2^n = 4 \Rightarrow n = 2$$

$$\Rightarrow 2T_A = 6 \Rightarrow T_A = 3 \text{ روز}$$

تعداد هسته‌ها



$$t = 9 = 3T_A$$

$$N = \frac{1000}{2^3} = 125$$

$$B \text{ هسته } 125 = \frac{1000}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

$$\rightarrow 3T_B = 6 \rightarrow T_B = 2 \text{ روز}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$\beta = 63 db$$

$$10 \log \frac{I}{I_0} = 63 \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 6.3 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{6.3}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6 \times 10^{0.3} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6 \times 2 \Rightarrow I = 2 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{E}{\frac{A}{t}} \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = \frac{E}{3 \times (\frac{1}{2} \times 10^{-2})^2 \times 7200} \Rightarrow E = 1.08 \times 10^{-8} J$$

$$= 1.08 \times 10^{-8} J = 1.08 \mu J$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$v_{\text{اتومبیل}} = 126 \frac{km}{h} = \frac{126 m}{3.6 s} = 35 \frac{m}{s}$$

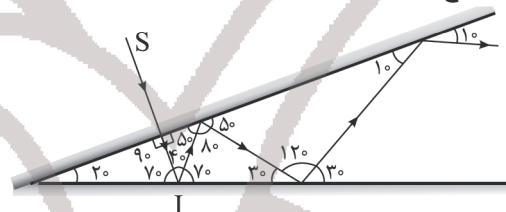
$$t = \frac{300 + 300 - x}{v_{\text{صوت}}} \xrightarrow{x = v_{\text{اتومبیل}} \times t} t = \frac{600 - 35t}{340} \Rightarrow 375t = 600 \Rightarrow t = \frac{600}{375} = \frac{8}{5} s$$

$$375t = 600 \Rightarrow t = \frac{600}{375} = \frac{8}{5} s$$

$$375t = 600 \Rightarrow t = \frac{600}{375} = \frac{8}{5} s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.



در چهارمین بازتاب زاویه پرتو بازتاب از زاویه بین دو آینه کمتر شده و دیگر به آینه بعدی برخورد نمی‌کند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

چون در عبور از هوا به محیط شفاف پرتو شکست به خط عمود نزدیک می‌شود پس:

$$\theta_r = 45 - 15 = 30, \lambda_r = \lambda_1 - 100$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_r} \Rightarrow \frac{\sin 45}{\sin 30} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 100} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 100}$$

$$1/4 \lambda_1 - 140 = \lambda_1 \Rightarrow 3/4 \lambda_1 = 140$$

$$\lambda_1 = \frac{140}{3/4} = 186.67 nm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

وقتی نیروی کشش تار ۴ برابر می‌شود طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی

انتشار موج در تار ۲ برابر شده و طبق رابطه $f_1 = \frac{v}{\lambda}$ ، بسامد هماهنگ

اول نیز ۲ برابر می‌شود. از طرفی طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، چون v و f هر دو دو برابر می‌شوند، طول موج این هماهنگ تغییری نمی‌کند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow -20 = 10 \log \frac{I_r}{I_1}$$

$$\log \left(\frac{I_r}{I_1} \right) = -2 \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = 10^{-2}$$



شیمی

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت نادرست: درون معده یک محیط بسیار اسیدی است. دیواره داخلی معده به طور طبیعی مقدار کمی از یونهای هیدرونیوم را دوباره جذب می کند. این جذب سبب نابودی سلولهای سازنده دیواره معده می شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۳۰ تا ۳۴)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

هیچ یک از عبارت های بیان شده نادرست نیست.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴ تا ۱۰ و ۳۰ تا ۳۲)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

(ا) نادرست، کلویدها پایدار بوده و ته نشین نمی شوند!
(ب) درست، آب سخت محتوی کاتیونهای Ca^{2+} و Mg^{2+} است. فرمول شیمیایی آهک و شیر منیزی، به ترتیب CaO و $Mg(OH)_2$ می باشد.
(پ) نادرست، با توجه به معادله خنثی شدن آنها:

$HCl(aq) + NaOH(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_2O(l)$
برای خنثی شدن کامل به ازای هر مول هیدروکلریک اسید یک مول سدیم هیدروکسید لازم است.

$$n_{NaOH} = M.V = 0.1 \times 0.2 = 0.02 \text{ mol NaOH}$$

(ت) درست

(ث) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷، ۸، ۱۱، ۱۲ و ۳۳)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت های دوم و سوم نادرست اند.
بررسی عبارت های نادرست:
عبارت دوم: الزاماً مولکولی که در ساختار خود تعداد اتم های هیدروژن بیشتری دارد، pH محلول را کاهش نمی دهد.
عبارت سوم: ثابت بونش فقط تابع دما است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۲۳)

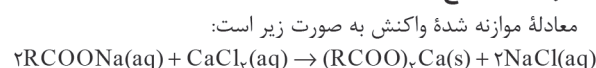
۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

(ا) درست، باران اسیدی محتوی نیتریک اسید (HNO_3) و سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. نیتریک اسید همانند HX یک اسید تک پروتون دار قوی است.
(ب) نادرست، هرچه غلظت یون هیدرونیوم در محلولی کمتر باشد pH آن محلول بیشتر است.

(پ) درست، اگر HX هیدروکلریک اسید و HA هیدروفلوئوریک اسید باشد عنصرهای F و Cl در گروه ۱۷ جدول دوره ای قرار دارند.
(ت) درست، HX می تواند هیدروکلریک اسید باشد و کاتیون نقره با یون کلرید رسوب سفید رنگ نقره کلرید ($AgCl$) را تولید می کند.
(ث) نادرست، در محلول های اسیدی این نسبت بزرگ تر از ۱ می باشد!

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۸، ۲۴ و ۲۵)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.



$$\begin{aligned} & 160 \text{ mL آب} \times \frac{1 \text{ g آب}}{1 \text{ mL آب}} \times \frac{100 \text{ g } Ca^{2+}}{100 \text{ g آب}} \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{40 \text{ g } Ca^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} \\ & \times \frac{292 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} = 2336 \text{ g صابون} \end{aligned}$$

با توجه به اینکه از ۴۶۷۲ گرم صابون اضافه شده به آب ۲۳۳۶ گرم از آن واکنش داده است، پس ۵٪ از آن به صورت رسوب درآمده است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷ تا ۱۰)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به داده های سؤال داریم:

$$\begin{aligned} [H^+] &= 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \text{ mol/L}^{-1} \\ K_a &= \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]}{M - [H^+]} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{10^{-4}}{M - 10^{-4}} \\ \Rightarrow M &= 2 \times 10^{-4} \text{ mol/L}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{جرم مولی} &= \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ g}}{0.2 \text{ mol}} \\ &= 10^{-3} \text{ g/mol} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{35.2 \times 10^{-4}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 88 \text{ g/mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

واکنش از نوع خنثی شدن است و از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} n_1 \times M_1 \times V_1 &= n_2 \times M_2 \times V_2 \\ \frac{n_1 \times M_1 \times V_1}{\text{اسید}} &= \frac{n_2 \times M_2 \times V_2}{\text{باز}} \\ [H^+] &= 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/7} \Rightarrow [H^+] = 10^{-4+3/7} \\ \Rightarrow [H^+] &= 2 \times 10^{-4} \text{ mol/L}^{-1} \\ [H^+] &= M\alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = M \times 10^{-2} \Rightarrow M = 2 \times 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1} \\ 1 \times 2 \times 10^{-2} \times 200 &= 1 \times 4 \times 10^{-2} \times V_2 \Rightarrow V_2 = 100 \text{ mL} \end{aligned}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۰ تا ۲۹)

۸۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$? \text{ mol HCl} = 5.6 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22.4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol } CO_2} = 0.25 \text{ mol HCl}$$

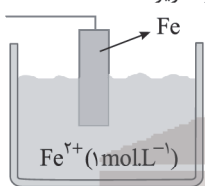
$$pH = 1/3, [H^+] = M = 10^{-1/3} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$n_{HCl} = M.V \Rightarrow 0.25 = 0.5 \times V \Rightarrow V_{HCl} = 50 \text{ mL}$$

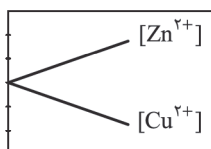
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۵، ۲۶ و ۳۶)

۸۵. گزینه ۲ صحیح است.

الکتروستات استاندارد آهن در دمای $25^\circ C$ به صورت زیر است:



همچنین در سلول گالوانی ($Zn - Cu$) روی آند است و غلظت یون های آن افزایش و غلظت یون های مس کاهش می یابد، پس نمودار تغییرات آنها به صورت زیر است:

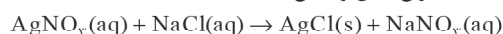


(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۰ تا ۴۹)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

(ا) درست، فلز روی الکترون از دست داده و اکسایش یافته و نقش کاهنده دارد و اکسیژن با گرفتن الکترون کاهش یافته و نقش اکسنده دارد.
(ب) درست

(پ) نادرست، به عنوان مثال واکنش:



از نوع اکسایش - کاهش محسوب نشده و با دادوستد الکترون همراه نیست!



۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

حلی آهنی را گویند که با لایه نازکی از قلع (Sn) پوشیده شده است. بررسی عبارت‌های درست:

(۱) در فرایند هال Al_2O_3 مذاب در یک سلول الکترولیتی برق‌کافت می‌شود. آند و کاتد در این سلول از جنس گرافیت می‌باشد.

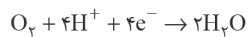
(۲) برای آبکاری یک جسم فلزی باید آن را به کاتد (قطب منفی) دستگاه متصل نمود.

(۴) در این سلول گاز اکسیژن در کاتد کاهش یافته و گاز هیدروژن در آند اکسایش می‌یابد.

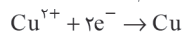
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۰، ۵۱، ۵۹، ۶۰ و ۶۱)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:



$$224L O_2 \times \frac{1 \text{ mole } O_2}{22.4L O_2} \times \frac{4 \text{ mole } e^-}{1 \text{ mole } O_2} = 40 \text{ mole } e^-$$



$$40 \text{ mole } e^- \times \frac{1 \text{ mole } Cu}{2 \text{ mole } e^-} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mole } Cu} = 1280 \text{ g Cu}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۹)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) در اثر ایجاد خراش بر روی سطح آن، یون‌های $Zn^{2+}(aq)$ وارد قطره آب می‌شوند.

(ت) محصول نهایی سلول آهن گالوانیزه، $Zn(OH)_2(s)$ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

گزینه سوم برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

گرافن استحکام ویژه‌ای دارد و مقاومت آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۱)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

تنها عبارت سوم نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

نیتینول آلیاژی از نیکل و تیتانیوم است که به آلیاژ هوشمند معروف است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۶)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نوع عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت سیلیسیم و کربن می‌باشند.

(ب) چگالی الماس از گرافیت بیشتر است. زیرا گرافیت ساختاری لایه لایه داشته و فشردگی ساختار الماس را ندارد.

(پ) کربونیل سولفید OCS می‌باشد و جرم مولی آن برابر ۶۰ گرم است.

جرم مولی $CO(NH_2)_2$ ، $HCOOCH_3$ ، C_2H_5OH ، CO_3^{2-} و همچنین SiO_2 نیز برابر ۶۰ گرم می‌باشد!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۱، ۷۲ و ۷۶)

۹۶. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول مولکولی کلروفرم $CHCl_3$ می‌باشد.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) عدد اکسایش اتم مرکزی در SO_4^{2-} و PO_4^{3-} به ترتیب +۶ و +۵ می‌باشد.

(۲) فرمول مولکولی هر دو، C_2H_6O بوده و هر دو قطبی‌اند. به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های اتانول (C_2H_5OH)، نقطه جوش اتانول از دی‌متیل اتر بیشتر است.

(ت) درست، قدرت کاهندگی Al (فلز اصلی) و Fe یا Zn (فلز واسطه) از فلز مس بیشتر است.

(ث) نادرست، قوی‌ترین کاهنده، لیتیم (گروه ۱) و قوی‌ترین اکسنده، فلوئور (گروه ۱۷) می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۸، ۴۰، ۴۲، ۴۳، ۵۰ و ۶۳)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست، زیرا برخلاف Al ، Zn یا Cu نمی‌تواند کاتیون +۳ تشکیل دهند. با توجه به اندازه شیب دو شاخه نمودار بار کاتیون‌های A^{n+} و B^{n+} (یا با توجه به یکسان بودن n) یکسان است.

(ب) درست، A^{n+} می‌تواند H^+ و B^{n+} می‌تواند Ag^+ باشد. در سلول گالوانی هیدروژن - نقره الکترود SHE آند و الکترود نقره کاتد سلول را تشکیل می‌دهد.

(پ) نادرست، با توجه به یکسان بودن بار کاتیون‌ها و اینکه A آند سلول و B کاتد آن را تشکیل می‌دهد واکنش کلی این سلول به صورت $A(s) + B^{n+}(aq) \rightarrow A^{n+}(aq) + B(s)$ می‌باشد و تمام گونه‌ها در این واکنش یکسان است. زیرا ضریب استوکیومتری آنها یکسان است.

(ت) نادرست، قدرت اکسندگی B^{n+} از A^{n+} بیشتر است. زیرا B کاتد بوده و پتانسیل کاهشی استاندارد آن مثبت‌تر است.

(ث) درست، در سلول‌های گالوانی و الکترولیتی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۶۳)

۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

از برق‌کافت ۲ مول $NaCl$ مذاب ۲ مول فلز سدیم و ۱ مول گاز کلر تولید می‌شود. (حجم هر مول گاز در شرایط STP برابر ۲۲/۴ لیتر است.)



بررسی عبارت‌های درست:

(۱) با توجه به آنکه عدد اکسایش O و H در اغلب ترکیبات به ترتیب برابر -۲ و +۱ می‌باشد جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های کربن در $C_6H_{12}O_6$ و CH_3COOH (یا $C_2H_4O_2$) یکسان و برابر صفر می‌باشد.

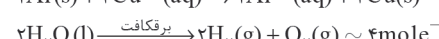
(۲) درست، در این سلول Si اکسایش می‌یابد.

(۳) فرایندهای فیزیکی شامل انحلال، ذوب، خشک کردن و ... و فرایندهای شیمیایی واکنش $MgCl_2$ با OH^- ، برق‌کافت، تهیه HCl از گازهای H_2 ، Cl_2 و ... می‌باشد. ماده بازی به کار رفته در آن محتوی

OH^- (کلسیم هیدروکسید) است و برای تبدیل $Mg(OH)_2$ به $MgCl_2$ از هیدروکلریک اسید (HCl) استفاده می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱، ۵۳، ۵۵، ۵۶ و ۶۵)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.



$$? g Al = 60 \times 10^{-23} e^- \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mole } Al}{6 \text{ mole } e^-} \times \frac{27 g Al}{1 \text{ mole } Al}$$

$$= 0.9 g Al$$

در برق‌کافت آب، در آند گاز اکسیژن و در کاتد، گاز هیدروژن تولید می‌شود.

$$? g O_2 = 60 \times 10^{-23} e^- \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 \text{ mole } O_2}{4 \text{ mole } e^-} \times \frac{32 g O_2}{1 \text{ mole } O_2}$$

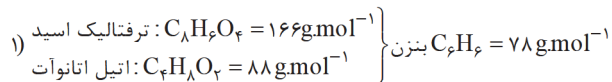
$$= 0.8 g O_2$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۵۴)



۱۰۲. گزینه ۳ صحیح است.

ساده ترین الکل متانول (CH_3OH) می باشد. از واکنش اتن با آب در حضور کاتالیزگر سولفوریک اسید، اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) تهیه می شود. بررسی عبارت های درست:



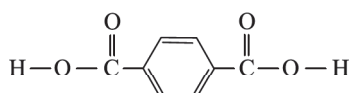
۲) از واکنش اتن با HCl کلرواتان تولید می شود که در افشانه های بی حس کننده موضعی کاربرد دارد.

۴) فرمول مولکولی پارازیلن و سیکلوکزان به ترتیب C_8H_8 و C_6H_6 می باشد.

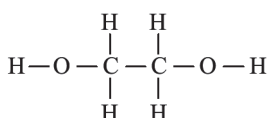
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۱۲، ۱۱۶، ۱۱۷ و ۱۲۰)

۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

مونومرهای سازنده PET (پلی اتیلن ترفتالات)، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید می باشند و در نفت خام وجود ندارد.



ترفتالیک اسید $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$



اتیلن گلیکول $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$

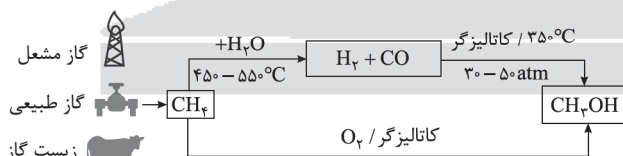
این دو ترکیب در شمار جفت الکترون های ناپیوندی و اتم های کربن با عدد اکسایش -۱ با هم متفاوتند.

شباهت آنها: عدم وجود در نفت خام، شمار اتم های H، شمار پیوندهای C-H و O-H می باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۰۴. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به شکل زیر، فشار مناسب برای قسمت C، ۵۰-۳۰ اتمسفر است.



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۰۵. گزینه ۴ صحیح است.

در قسمت (I)، B محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) C نشانگر اتیلن گلیکول است که الکی دوعاملی بوده و به عنوان ضد یخ کاربرد دارد.

۲) در واکنش تبدیل پارازیلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم های کربن حلقه بنزنی تغییر نمی کند.

۳) فرمول مولکولی نفتالن به صورت C_{10}H_8 و فرمول مولکولی پارازیلن به صورت C_8H_8 می باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۴) در CH_4 ، CO_2 ، NH_4^+ بار جزئی اتم های C، N و C به ترتیب منفی، مثبت و منفی می باشد زیرا ترتیب خصلت نافلزی آنها به صورت زیر است:

$$\text{O} > \text{N} > \text{C} > \text{H}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷۵، ۷۶ و ۹۰)

۹۷. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت های (پ) و (ت) نادرست اند.

بررسی عبارت های نادرست:

(پ) شمار اتم های متصل شده به هر اتم کربن در گرافیت و الماس به ترتیب برابر ۳ و ۴ است.

(ت) آنتالپی پیوند الماس کمتر از گرافیت است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷۱ و ۷۲)

۹۸. گزینه ۴ صحیح است.

همه عبارت های بیان شده صحیح اند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۷۵ تا ۷۷ و ۸۰)

۹۹. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست

(ب) نادرست، این واکنش در حضور توری پلاتینی به صورت انفجاری انجام می شود.

(پ) نادرست، برای این منظور آمونیاک مایع را به طور مستقیم به خاک تزریق می کنند.

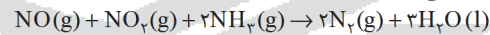
(ت) درست، زیرا با کاهش حجم ظرف تعادل غلظت گونه های موجود در تعادل افزایش می یابد. (چون شمار مول های گازی در دو طرف این تعادل یکسان است. افزایش فشار در دمای ثابت تأثیری بر جابه جایی این تعادل ندارد.)

(ث) نادرست، تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل فقط دما می باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۵، ۹۹، ۱۰۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۰۰. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) درست، برای حذف آلاینده های NO ، NO_2 در خودروهای دیزلی از NH_3 استفاده می شود.



(ب) درست، واکنش سوختن CO و C_xH_y و تجزیه NO گرماده بوده و با تغییر عدد اکسایش برخی عناصر همراه است.

(پ) درست، گاز A، گاز CO_2 می باشد.

(ت) درست، با توجه به ساختار لوویس O_2 و CO_2 که به صورت زیر است:



(ث) نادرست، کاتالیزگرهای به کار رفته فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rh) می باشند.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

$\text{A} + \text{B} \rightleftharpoons 2\text{C}$			
غلظت اولیه	?	۰/۶	۰
تغییر غلظت	-x	-x	+2x
غلظت تعادلی	[A]	۰/۴	۰/۴

$$K = \frac{[\text{C}]^2}{[\text{A}][\text{B}]} \Rightarrow 0.5 = \frac{0.4^2}{[\text{A}] \times 0.4} \Rightarrow [\text{A}] = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به تغییر غلظت A (x = ۰/۲) غلظت اولیه A برابر ۱ مول بر لیتر بوده است. چون حجم ظرف ۲ لیتر می باشد مقدار اولیه A برابر ۲ مول بوده است. بنابراین:

$$2 \text{ mol A} = 150 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{m_{\text{gA}}} \Rightarrow m = 75 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۳، ۱۰۴ و ۱۰۵)