کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۲۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



مرور و جمع‌بندی پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی ــ پایهٔ دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز ــ مرحله ۱۷

تعداد سؤال: ۴۰ | مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس این آزمون





استراتژی و هدف‌گذاری با ماز

اهداف کوتاه‌مدت:

- رسیدن به بودجه‌بندی و مباحث آزمون بعد

اهداف میان‌مدت:

- هدف میان‌مدت پاییز: مطالعه و تسلط کامل بر نیم‌سال اول دوازدهم + دروس پایه دهم
- هدف میان‌مدت زمستان: مطالعه و تسلط کامل بر نیم‌سال دوم دوازدهم + دروس پایه یازدهم
- هدف میان‌مدت فروردین‌ماه: مرور و جمع‌بندی بقچه‌ای به صورت پایه‌ای و نیم‌سالی و آماده شدن برای شرکت در آزمون جامع
- هدف میان‌مدت سه هفتهٔ مانده به کنکور اردیبهشت: شرکت در آزمون‌های جامع کاملاً شبیه‌ساز کنکور با سطوح مختلف (آمادگی برای مواجهه با هر نوع کنکور)
- هدف میان‌مدت اردیبهشت و خرداد: کسب آمادگی کامل برای ۲۰ شدن در امتحانات نهایی
- هدف میان‌مدت دو هفتهٔ مانده به کنکور تیر: مرور سریع و آماده شدن برای کنکور تیر

اهداف بلندمدت:

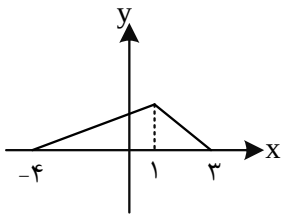
- رسیدن به کنکور اردیبهشت (کنکور اصلی) + آمادگی برای ۲۰ شدن در امتحانات نهایی + کامبک برای کنکور تیر

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
www.biomaze.ir
biomaze
biomaze

۱- اگر $A(۳,-۳)$ نقطه‌ای روی نمودار تابع $y=۱+۴f(\frac{۱-x}{۲})$ باشد، نقطهٔ متناظر با آن روی نمودار تابع $y=۲-۳f(\frac{x+۱}{۳})$ کدام است؟

۱) $B(-۱,-۱)$ ۲) $B(۰,۵)$ ۳) $B(-۴,۵)$ ۴) $B(۰,۱)$

۲- نمودار $y=f(x-۲)$ به صورت مقابل است. تابع $y=f(۲-x)$ در کدام بازه نزولی اکید است؟

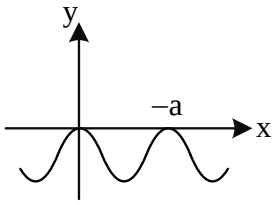


۱) $[-۱,۴]$
۲) $[-۳,-۱]$
۳) $[-۱,۲]$
۴) $[۳,۸]$

۳- اگر $f(x)=ax^۳+bx^۲-۳x-۱۰$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر باشد و بر $x-۱$ باقی‌مانده‌اش -۶ باشد، باقی‌مانده $f(x-۲)$ بر $x-۴$ کدام است؟

۱) -۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۲ ۴) -۸

۴- نمودار تابع $f(x)=a-۲b\cos\frac{\pi}{۳}x$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟

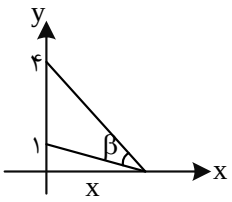


۱) ۳
۲) -۳
۳) ۶
۴) -۶

۵- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos x(۲\cos x-۹)=۵$ در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) ۲π

۶- در شکل روبه رو، مقدار $\tan\beta$ برحسب متغیر x کدام است؟

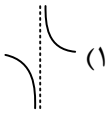
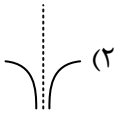
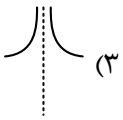
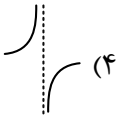


۱) $\frac{۳x}{x^۲+۴}$
۲) $\frac{۴x}{x^۲+۳}$
۳) $\frac{x}{۳+۴x^۲}$
۴) $\frac{x}{۳x^۲+۴}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷- نمودار تابع $f(x)=\frac{(-1)^{[x]}x}{x^2-1}$ در مجاورت $x=1$ به کدام صورت است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۸- m و n اعداد طبیعی هستند. حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4x^n+2x^2-x+1}{3x^m+x^2+4}$ به ازای مقادیر مختلف m و n چند عدد حقیقی مختلف می‌تواند باشد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۹- هرگاه $y=\frac{3}{4}$ مجانب افقی تابع $f(x)=\frac{ax+\sqrt{x^2-3x}}{4x-2a\sqrt{x+6}}$ باشد، مجانب قائم آن کدام است؟

۱) $x=-3$ ۲) $x=-2$ ۳) $x=2$ ۴) $x=3$

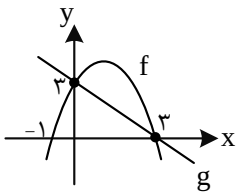
۱۰- مقدار $\lim\limits_{h\to0}\frac{\cos x\sin 3h-\sin x\cos 3h+\sin x}{h}$ کدام است؟

۱) $3\cos x$ ۲) $\cos x$ ۳) $-\cos x$ ۴) $-3\cos x$

۱۱- با فرض $f(x)=x|x^2-2x|$ نیم‌مماس‌های رسم شده در نقطهٔ گوشه‌ای تابع، محور عرض‌ها را در نقاط M و N قطع می‌کنند. اندازهٔ پاره‌خط MN چه عددی است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

۱۲- نمودار توابع f و g به شکل مقابل است. مشتق تابع $y=(f+g)of$ به ازای $x=2$ چه عددی است؟



۱) ۶
۲) ۱۰-
۳) ۱۰
۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳- با فرض $f(x)=\sin^2 x-\cos 2x$، مقدار $f'(\frac{\pi}{2})-f''(\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) -۲

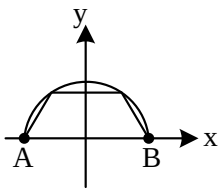
۱۴- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=۴\sqrt{t}+t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در $t=۱$ از آهنگ متوسط رشد توده در بازه زمانی $[۰,۴]$ چقدر کم‌تر است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۳ ۴) ۱۱

۱۵- بیشترین مقدار $f(x)=۲\cos^2 x-۴\sin x+a$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ برابر ۲ می‌باشد. کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟

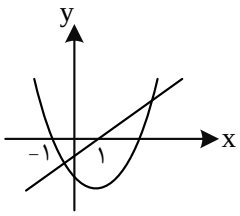
۱) صفر ۲) -۴ ۳) -۲ ۴) -۶

۱۶- ذوزنقه‌ای مطابق شکل درون نیم‌دایره‌ای به شعاع ۴ محاط شده است. دو نقطهٔ A و B ثابت‌اند. حداکثر مساحت ذوزنقه چه عددی است؟



۱) $۱۲\sqrt{۳}$
۲) $۹\sqrt{۲}$
۳) $۱۲\sqrt{۲}$
۴) $۹\sqrt{۳}$

۱۷- برای تابع $f(x)=x^3+ax^2+bx$، نمودار f' و f'' در شکل روبه‌رو آورده شده است. مقدار $fof''(\frac{۴}{۳})$ چه عددی است؟



۱) -۱۲
۲) -۱۸
۳) -۲۰
۴) -۲۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸- طول نقطهٔ عطف تابع $f(x)=(x-\alpha)^{۲}(x+۳\alpha)$ برابر $\frac{-۱}{۳}$ است. طول مینیمم نسبی تابع کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $-\frac{۵}{۳}$

۱۹- در تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{x+b}$ نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم واقع شده و $f'(۰)=-\frac{۱}{۳}$ می‌باشد. مقدار $۲a+۴b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۲/۵

۲۰- خطی که اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x)=۲x^{۳}-۹x^{۲}+۱۲x+۱$ را به هم وصل می‌کند، دارای کدام شیب است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۲۱- درایه واقع بر سطر دوم و ستون دوم ماتریس A که به صورت $A=\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۰&۱\\-۱&۲&-۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱&۲&۱\\۳&۲&۳\\-۱&-۱&-۱\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۴&۵&۶\\۷&۸&۹\end{bmatrix}$ تعریف می‌شود، کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۲۲- مجموع درایه‌های ماتریس A که در رابطهٔ $\begin{bmatrix}۱&۲\\۲&۱\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۲&۱\\۱&۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵&۷\\۷&۸\end{bmatrix}$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳- اگر A یک ماتریس ۳×۳ باشد که $A^{-۱}=[b_{ij}]$ و $b_{ij}=\begin{cases}۰ & i>j\\ ۳+j^{۲}-۳i & i=j\\ i^{۲}+j^{۲}-۱ & i<j\end{cases}$ باشد، حاصل دترمینان ماتریس $|A^{۳}||۳A^{-۱}|$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $۳^{۳}$ ۳) $۳^{۶}$ ۴) $۳^{۹}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از ۲ نقطه A و B در آن صفحه به یک فاصله باشند و فاصله آن‌ها از خط d در همان صفحه ۲ سانتی‌متر باشد، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) مجموعه تهی
۲) مجموعه‌ای شامل فقط یک نقطه
۳) مجموعه‌ای شامل فقط ۲ نقطه
۴) یک مجموعه نامتناهی

۲۵- دایرهٔ $C: x^2+y^2-2x+8y=m$ بر خط $d: 3x-4y=4$ وتری به طول ۸ ایجاد می‌کند. این دایره محور xها را در در دو نقطه A و B قطع می‌کند. فاصلهٔ این دو نقطه کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۲۶- روی بیضی که طول قطرهای آن ۸ و ۱۰ واحد است نقطهٔ M را چنان انتخاب کرده‌ایم که فاصلهٔ آن تا مرکز بیضی برابر با ۳ باشد، زاویهٔ FMF' کدام است؟

۱) 90°
۲) 60°
۳) 45°
۴) 30°

۲۷- خط هادی سهمی که رأس آن $(1,-1)$ و کانون آن $(-1,-1)$ می‌باشد، کدام است؟

۱) $x=-3$
۲) $y=1$
۳) $x=3$
۴) $y=-1$

۲۸- اگر $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$ و $\vec{b}=\vec{j}-\vec{k}$ باشد، اندازهٔ تصویر بردار $\vec{a}+\vec{b}$ بر امتداد $\vec{a}-\vec{b}$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۲۹- با سه بردار $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$، $\vec{b}=(0,-1,1)$ و $\vec{c}=2\vec{i}+\vec{k}$ متوازی‌السطوحی بنا می‌کنیم. اگر قاعدهٔ این متوازی‌السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، آن‌گاه اندازهٔ ارتفاع وارد بر این وجه کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) ۱
۴) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- اگر $|\vec{a}|=۱$، $|\vec{b}|=۲$، $|\vec{c}|=۳$، $|\vec{d}|=۴$ و $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{a}.\vec{d}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}+\vec{c}.\vec{d}$ کدام است؟

۱) ۲۳ ۲) ۱۹ ۳) ۳۵ ۴) ۱۷

۳۱- اگر α و β هر دو گنگ باشند، آن‌گاه حداکثر چه تعداد از اعضای مجموعهٔ $A=\{\alpha+\beta,\alpha-\beta,\alpha+۲\beta,\alpha-۲\beta\}$ می‌توانند به‌طور همزمان گویا باشند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۲- بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی مانند n که در رابطهٔ $۹n-۲ \mid ۱۷$ صدق کند را t می‌نامیم. t به کدام‌یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟

۱) ۷ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۳۳- اگر دو عدد طبیعی a و b چنان باشد که $(۲۴b,۴۵a)=۳۶$، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقدار طبیعی ممکن برای (b,a) کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۳۴- معادلهٔ سیاله خطی $۱۸x+۱۵y=n$ در مجموعهٔ اعداد طبیعی دقیقاً سه دسته جواب دارد. رقم دهگان حداقل مقدار ممکن برای n کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۸

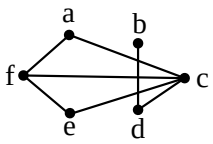
۳۵- مکمل گراف $C_۶$ چند دور به طول ۴ دارد؟

۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶- گراف مقابل چند زیرگراف از مرتبهٔ ۵ دارد به طوری که رئوس a، c و d رئوسی از هر یک از آن زیرگراف‌ها باشند؟



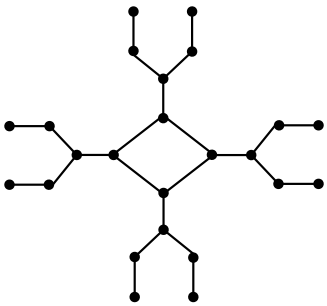
۱) ۹۶

۲) ۱۰۲

۳) ۱۰۸

۴) ۱۱۲

۳۷- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x+y+z+t=7$ از تعداد جواب‌های صحیح و مثبت آن چقدر بیشتر است؟

۱) ۷۰ ۲) ۹۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

۳۹- مجموعه‌های $A=\{1,2,3,4,5\}$ و $B=\{x,y,z,t\}$ مفروض‌اند. از A به روی B چند تابع با دامنهٔ A می‌توان تعریف کرد به طوری که در برد هر یک از آن توابع هم x و هم y باشد؟

۱) ۹۹۲ ۲) ۶۹۲ ۳) ۵۴۰ ۴) ۵۷۰

۴۰- در جعبه‌ای ۹ مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ قرمز، ۷ مهرهٔ آبی و ۱۲ مهرهٔ زرد وجود دارد. از آن جعبه حداقل چند مهره بیرون آوریم تا در مهره‌های منتخب، حداقل یکی از دو اتفاق زیر بیفتد:

الف: در مهره‌های منتخب حداقل از سه رنگ متمایز موجود باشد.

ب: در مهره‌های منتخب حداقل ۵ مهرهٔ همرنگ موجود باشد.

۱) ۱۸ ۲) ۲۲ ۳) ۲۱ ۴) ۱۷

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

رشته ریاضی

سفر در سرزمین کنکورها

مارکوپولو



مارکوپولو کامل‌ترین بسته کنکورهای سراسری

(ویژه ایام جمع‌بندی)

تهیه از طریق سایت مازمارکت

mazemarket.org

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مجموعه کتاب های جمع بندی در ۲۴ ساعت

..مسیر یک ساله رو یک شبه طی کن..



منو اسکن کن

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
digimaze.org

دیجی ماز
کتابخانه دیجیتال ماز

کنکور گذشت،
امتحان نهاییا رو بچسب!

بسته جامع ۲۰ شو

معجزهٔ شب امتحان



✓ با ۲۰ شو، همهٔ امتحانا تو ۲۰ شو!

اینجا کلیک کنید

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کدکنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۲۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



مرور و جمع‌بندی پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی ــ پایهٔ دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز ــ مرحله ۱۷

تعداد سؤال: ۶۵ — مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف: بردار جابه‌جایی برداری است که در هر لحظه از مبدأ محور مختصات به مکان جسم وصل می‌شود.

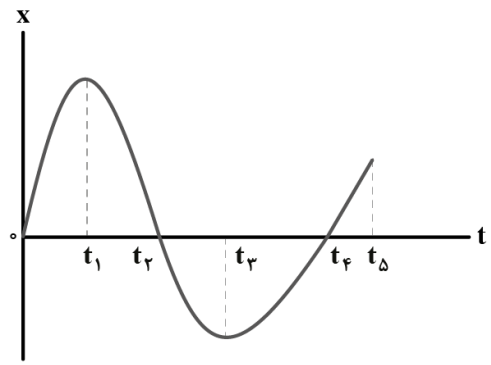
ب: اگر جسمی روی مسیری مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند، اندازهٔ جابه‌جایی با مسافت طی‌شده توسط آن برابر است.

پ: سطح محصور بین نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان با تغییرات سرعت متحرک برابر است.

ت: هواپیمایی که بر روی باند پرواز می‌کند تا به شرایط برخاستن برسد، دارای شتاب تقریباً ثابت است.

۱) «الف» و «ت» ۲) «ب» و «ت» ۳) «الف» و «پ» ۴) «ب» و «پ»

۴۲- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان حرکت یک متحرک که در راستای محور x حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. به‌ترتیب از راست به چپ، جهت حرکت متحرک ..... بار تغییر می‌کند و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_5 در ..... محور x است.



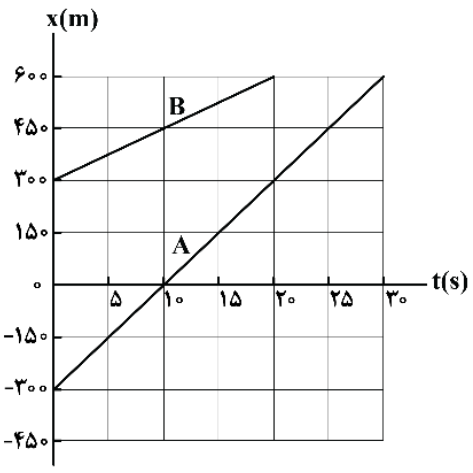
۱) ۲، جهت

۲) ۲، خلاف جهت

۳) ۳، جهت

۴) ۳، خلاف جهت

۴۳- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی یک خط راست حرکت می‌کنند. اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه مکانی برحسب متر به‌هم می‌رسند؟



۱) ۷۵۰

۲) ۸۰۰

۳) ۹۰۰

۴) ۱۰۵۰

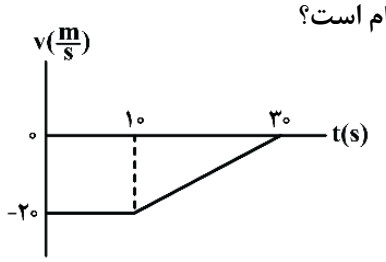
۴۴- معادلهٔ حرکت جسمی که روی یک خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = 4t^2 - 20t + 10$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۵s چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. اگر خودرو در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در لحظهٔ $t=۳۰s$ بردار مکان آن در SI کدام است؟



۱) $-۴۰۰\vec{i}$

۲) $۴۰۰\vec{i}$

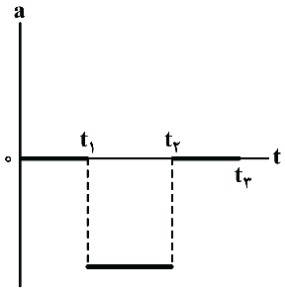
۳) $-۶۰۰\vec{i}$

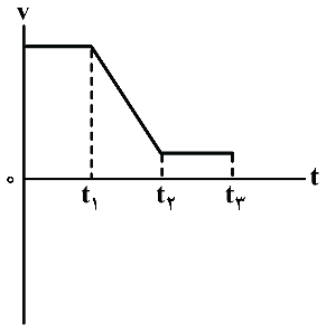
۴) $۶۰۰\vec{i}$

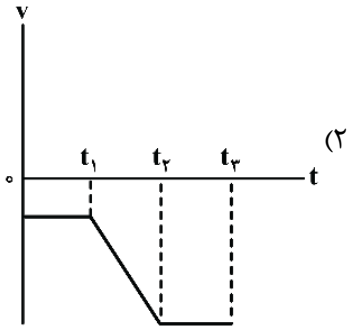
۴۶- سنگی از لبهٔ بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ رها می‌شود و پس از ۸ ثانیه به زمین برخورد می‌کند. مسافت طی‌شدهٔ سنگ در ۳ ثانیهٔ آخر حرکت چند متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

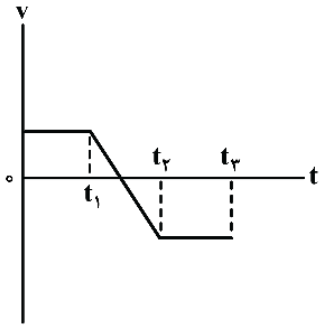
۱) ۱۶۰ ۲) ۱۶۵ ۳) ۱۹۵ ۴) ۱۸۰

۴۷- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از نمودارهای سرعت ـ زمان زیر متناظر با این نمودار شتاب ـ زمان است؟



۱)


۲)


۳)


۴) هر سه نمودار می‌تواند مربوط به این متحرک باشد.

محل انجام محاسبات

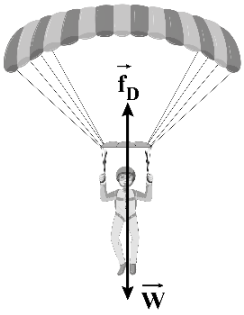
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸- در شکل زیر، شخصی یک چرخ فروشگاه با جرم ۱۲kg را با نیروی افقی ۱۱N به سمت راست هل می‌دهد. اگر نیروی مقاوم در برابر حرکت چرخ برابر با ۲N باشد و چرخ از حال سکون شروع به حرکت کند، پس از ۴s چند متر جابه‌جا می‌شود؟



۱) ۱/۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

۴۹- مطابق شکل، چتربازی به جرم ۸۰kg مدتی پس از پرش آزاد، چترش را باز می‌کند و ناگهان نیروی مقاومت هوا به ۱۶۸۰N افزایش پیدا می‌کند. شتاب چترباز در این لحظه چند متر بر مربع ثانیه و به کدام جهت است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۲۱، بالا
۲) ۲۱، پایین
۳) ۱۱، بالا
۴) ۱۱، پایین

۵۰- شخصی درون آسانسور روی ترازوی فنری ایستاده است. در چه تعداد از حالت‌های زیر، عددی که ترازو نشان می‌دهد از وزن شخص بیش‌تر است؟

الف: آسانسور ساکن باشد.

ب: آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند.

پ: آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کند.

ت: آسانسور کندشونده به طرف بالا حرکت کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

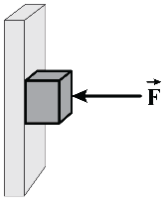
۵۱- رانندهٔ خودرویی به جرم کل ۱۲۰۰kg که با سرعت $72/0\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم درحال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت ۲۰/۰m متوقف می‌شود. بزرگی نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چند نیوتون است؟

۱) ۱۲۰۰۰ ۲) ۲۴۰۰۰ ۳) ۲۴۰۰ ۴) ۶۰۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲- مطابق شکل، جسمی را با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم. با افزایش نیروی F، بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم و نیروی عمودی سطح به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



۱) ثابت، افزایش
۲) افزایش، افزایش
۳) ثابت، کاهش
۴) افزایش، کاهش

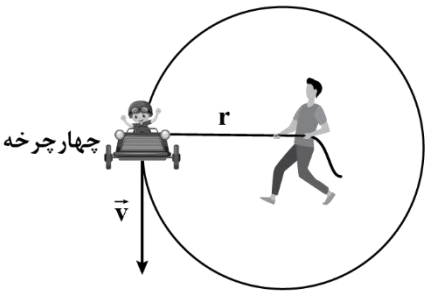
۵۳- گلوله‌ای به جرم $2kg$ در مسیری مستقیم درحال حرکت است. اگر گلوله در لحظهٔ $t_1 = 2s$ دارای تندی $6\frac{m}{s}$ در جهت محور x و در لحظهٔ $t_2 = 4s$ دارای تندی $2\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x باشد، در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، اندازهٔ نیروی متوسط خالص وارد بر گلوله چند نیوتون است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۵۴- سفینه‌ای در فاصلهٔ $3600km$ از سطح زمین قرار دارد. اگر فاصلهٔ این سفینه از سطح زمین $2000km$ کاهش یابد، وزن سفینه چند برابر می‌شود؟ $(R_e = 6400km)$

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{25}{16}$ ۳) $\frac{9}{4}$ ۴) $\frac{81}{16}$

۵۵- مطابق شکل، شخصی یک چهارچرخه به جرم $12kg$ که کودکی به جرم $38kg$ در آن نشسته را با طناب $1/8m$ روی سطح افقی بدون اصطکاک به‌گونه‌ای می‌کشد که چهارچرخه با تندی $3\frac{m}{s}$ روی یک مسیر دایره‌ای حرکت کند. نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟



۱) ۲۵۰
۲) ۱۹۰
۳) ۵۰۰
۴) ۳۸۰

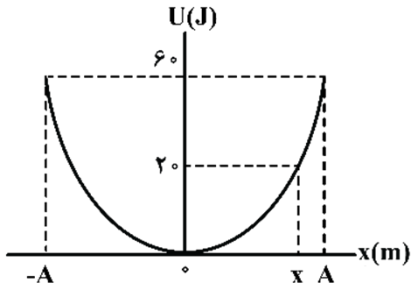
۵۶- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر به جرم $100g$ در SI به‌صورت $x = 0/03\cos 25\pi t$ است. به‌ترتیب از راست به چپ، در چه زمانی برحسب ثانیه پس از لحظهٔ صفر برای اولین بار تندی نوسانگر بیشینه می‌شود و این تندی چند متر بر ثانیه است؟

۱) $0/02$ ، $0/75\pi$ ۲) $0/02$ ، $1/5\pi$ ۳) $0/04$ ، $0/75\pi$ ۴) $0/04$ ، $1/5\pi$

محل انجام محاسبات

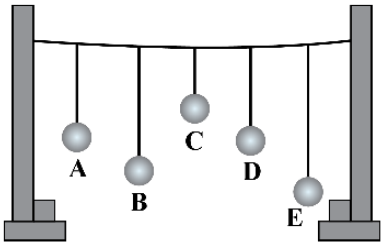
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷- نمودار انرژی پتانسیل برحسب مکان در یک سامانهٔ جرم ـ فنر که جرم وزنهٔ آن ۵۰g است، مطابق شکل زیر است. تندی وزنه در مکان x چند متر بر ثانیه است؟



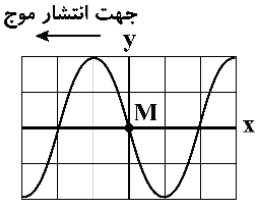
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۸۰

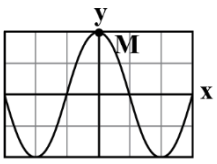
۵۸- در شکل زیر، چند آونگ را از سیمی آویخته‌ایم. آونگ A را به نوسان درمی‌آوریم. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

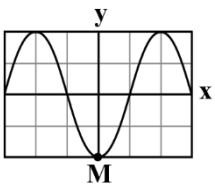


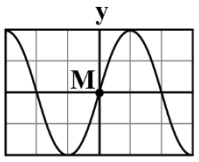
۱) آونگ D با بیش‌ترین دامنه به نوسان درمی‌آید.
۲) آونگ E با بیش‌ترین دامنه به نوسان درمی‌آید.
۳) فقط آونگ D به نوسان درمی‌آید.
۴) فقط آونگ E به نوسان درمی‌آید.

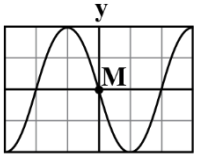
۵۹- شکل زیر، تصویر یک موج عرضی در یک ریسمان کشیده‌شده را در یک لحظه نشان می‌دهد. نقش موج در زمان $\frac{T}{۴}$ مطابق کدام گزینه است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶۰- طنابی بین دو نقطه با نیروی F کشیده شده است و در آن یک موج عرضی ایجاد کرده‌ایم. اگر نیروی کشش طناب را افزایش دهیم، کدام‌یک از کمیت‌های زیر افزایش می‌یابند؟

الف: بسامد

ب: سرعت انتشار موج عرضی در طناب

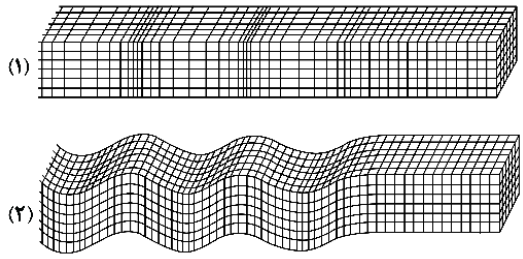
پ: طول موج

۱) فقط «الف» ۲) «الف» و «پ» ۳) فقط «ب» ۴) «ب» و «پ»

محل انجام محاسبات

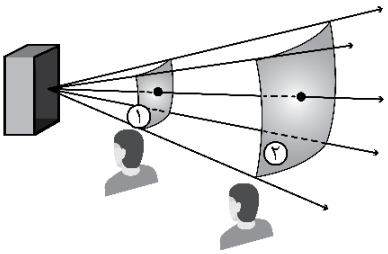
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱- با توجه به شکل زیر که مربوط به امواج لرزه‌ای است، به‌ترتیب از راست به چپ، کدام شکل نشان‌دهندهٔ موج **P** است و تندی انتشار کدام موج در یک محیط جامد کم‌تر است؟



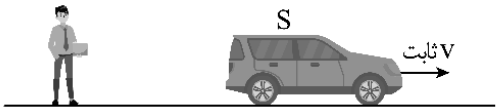
۱) (۱)، (۱)
۲) (۱)، (۲)
۳) (۲)، (۱)
۴) (۲)، (۲)

۶۲- موج صوتی با توان $۲\times۱۰^{-۴}\,W$ عمود بر جهت انتشار از دو صفحهٔ فرضی شکل زیر می‌گذرد. با فرض این‌که مساحت صفحه‌ها به‌ترتیب $A_۱=۲m^۲$ و $A_۲=۸m^۲$ باشد، اختلاف شدت صوت در دو سطح چند واحد **SI** است؟ (از اتلاف انرژی در محیط صرف‌نظر کنید.)



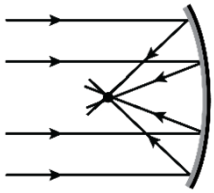
۱) $۲/۵\times۱۰^{-۵}$
۲) $۷/۵\times۱۰^{-۵}$
۳) $۲/۵\times۱۰^{-۴}$
۴) $۷/۵\times۱۰^{-۴}$

۶۳- در شکل زیر، یک چشمهٔ صوت (اتومبیل) با تندی ثابت درحال دورشدن از یک ناظر ساکن است. با ادامهٔ حرکت چشمهٔ صوت، بسامد و شدت صوت دریافتی توسط ناظر، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟ (از اتلاف انرژی در محیط صرف‌نظر کنید.)



۱) کاهش، کاهش
۲) ثابت، کاهش
۳) کاهش، ثابت
۴) ثابت، ثابت

۶۴- در شکل زیر، امواج الکترومغناطیسی به سطحی برخورد کرده و بازتاب شده‌اند. چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟



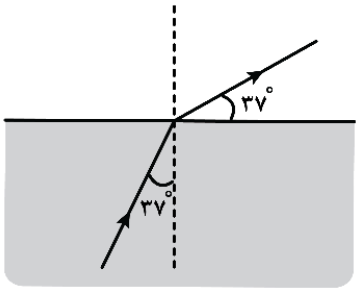
الف: امواج الکترومغناطیسی پس از بازتاب از سطح کاو، در کانون جمع شده‌اند.
ب: این پدیده در اجاق‌های خورشیدی کاربرد دارد.
پ: بسامد امواج بازتاب‌شده بزرگ‌تر از بسامد امواج تابشی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵- مطابق شکل، پرتوی نوری از شیشه وارد هوا شده است. اگر ضریب شکست هوا $n=1$ باشد. ضریب شکست شیشه چقدر است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 \ , \ \sin 53^\circ = 0/8)$



۱) $\frac{3}{2}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{5}{3}$
۴) $\frac{5}{2}$

۶۶- جاهای خالی در جملات زیر به‌ترتیب با کلمات کدام‌یک از گزینه‌های زیر به‌درستی کامل می‌شود؟

الف: اجاق‌های میکروموج (مایکروفر)، براساس ..... امواج الکترومغناطیسی کار می‌کنند.

ب: در آزمایش یانگ اگر به‌جای نور قرمز از نور آبی استفاده کنیم، پهنای نوارها ..... می‌یابند.

پ: یک دلیل این‌که گیرنده‌ها با وجود مانع می‌توانند سیگنال‌ها را دریافت کنند، پدیدهٔ ..... از لبهٔ مانع است.

۱) تداخل ـ افزایش ـ پراش
۲) تداخل ـ کاهش ـ پراش
۳) شکست ـ افزایش ـ تداخل
۴) شکست ـ کاهش ـ تداخل

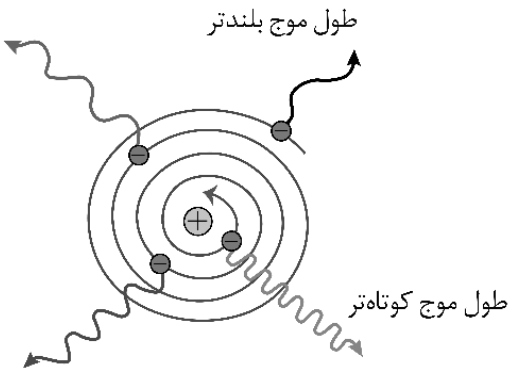
۶۷- در آزمایش فوتوالکتریک برای یک فلز معیّن، افزایش شدت نور فرودی در یک بسامد ثابتِ بزرگ‌تر از بسامد آستانه، باعث چه تغییری درنتیجهٔ آزمایش می‌شود؟

۱) رخ ندادن پدیدهٔ فوتوالکتریک
۲) افزایش انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها
۳) افزایش تعداد فوتوالکترون‌ها
۴) کاهش بسامد آستانه

۶۸- کوتاه‌ترین طول موج در رشتهٔ براکت $(n'=4)$ هیدروژن اتمی چند نانومتر است؟ $(R=0/01(nm)^{-1})$

۱) ۱۶۰۰
۲) ۱۲۰۰
۳) ۲۰۵۷
۴) ۶۵۶

۶۹- شکل زیر، ..... اتم طبق مدل اتمی ..... را نشان می‌دهد.



۱) پایداری، بور
۲) پایداری، رادرفورد
۳) ناپایداری، بور
۴) ناپایداری، رادرفورد

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- طبق مدل اتمی بور، کوچک‌ترین شعاع مدار الکترون به دور هسته $a_{\circ}=52/9pm$ است. الکترونی در سومین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن قرار دارد. شعاع مدار و مقدار انرژی این الکترون به‌ترتیب از راست به چپ چند پیکومتر و چند الکترون‌ولت است؟ $(E_R=13/6eV)$

۱) ۴۷۶/۱، ۱/۵۱ ۲) ۴۷۶/۱، ۰/۸۵ ۳) ۸۴۶/۴، ۱/۵۱ ۴) ۸۴۶/۴، ۰/۸۵

۷۱- تابع کار فلزی $4eV$ است. بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگامی که نوری با بسامد $2\times10^{15}Hz$ به سطح فلز می‌تابد، چند الکترون‌ولت است؟ $(h=4\times10^{-15}eV.s)$

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۴

۷۲- ایزوتوپ $^{61}_{25}X$ را با روش شیمیایی از کدام‌یک از ایزوتوپ‌های زیر می‌توان جدا کرد؟

۱) $^{59}_{25}Y$ ۲) $^{61}_{26}Y$ ۳) $^{61}Y_{36}$ ۴) $^{60}Y_{35}$

۷۳- نیتروژن $^{13}_{7}N$ واپاشی β^- انجام می‌دهد. هستهٔ دختر به‌دست‌آمده چند نوترون دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۷۴- نمودار واپاشی ایزوتوپ $^{131}_{53}I$ مطابق شکل زیر است. پس از چند روز $\frac{63}{64}$ هسته‌های اولیه واپاشیده می‌شود؟



۱) ۳۲
۲) ۶۰
۳) ۴۸
۴) ۶۴

۷۵- معادلهٔ زیر، مربوط به نوعی فرایند هسته‌ای است. این فرایند چه نامیده می‌شود؟

$$^{235}_{92}U+^{1}_{\circ}n\rightarrow{}^{141}_{56}Ba+{}^{92}_{36}Kr+3{}^{1}_{\circ}n$$

۱) گداخت هسته‌ای ۲) شکافت هسته‌ای
۳) همجوشی هسته‌ای ۴) غنی‌سازی اورانیم

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) مخلوط روغن زیتون در هگزان، یک مخلوط همگن است.

۲) یک نمونه آب، برخلاف بنزین، حلال مناسبی برای حل کردن اوره به شمار می‌رود.

۳) الیاف سازنده پارچه‌های پلی‌استری در مقایسه با الیاف نخی، خاصیت آب‌دوستی بیشتری دارند.

۴) پاک‌کننده‌های صابونی، فاقد حلقه بنزنی بوده و برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، با آب سخت واکنش می‌دهند.

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: برای تهیه یک نمونه از محلول شیشه‌پاک‌کن، باید پودر سدیم هیدروکسید را در آب حل کرد.

ب: نیترواسید، طی یک واکنش تعادلی در محلول یونش یافته و منجر به تولید یون نیترات می‌شود.

پ: رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار باریم کلرید کمتر از محلول ۰/۲ مولار سدیم فسفات است.

ت: هر ترکیبی که به شکل کاملاً مولکولی در آب حل می‌شود، در دسته مواد غیرالکترولیت قرار می‌گیرد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «پ» ۳) «پ» و «ت» ۴) «ب» و «ت»

۷۸- در واکنش ۲ لیتر محلول سدیم هیدروکسید با مقدار کافی اسید چرب، ۰/۵ مول پاک‌کننده صابونی تولید شده است. مقدار pH محلول بازی استفاده شده چقدر است؟ $RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_2O(l)$

۱) ۱۳/۷ ۲) ۱۳/۳ ۳) ۱۳/۶ ۴) ۱۳/۴

۷۹- محلولی از اسید HA با غلظت ۰/۴ مول بر لیتر در اختیار داریم که درجه یونش اسید در آن برابر با ۰/۲ است. غلظت یون هیدروژن در این محلول برابر با چند مول بر لیتر بوده و مقدار ثابت یونش اسیدی این ماده در محلول مورد نظر چقدر است؟

۱) ۰/۰۸ ـ ۰/۰۲ ۲) ۰/۸ ـ ۰/۰۲ ۳) ۰/۰۸ ـ ۰/۰۱۶ ۴) ۰/۸ ـ ۰/۰۱۶

۸۰- مقدار pH محلولی از اسید HA برابر با ۳/۷ بوده و درصد یونش اسید حل شده در این محلول برابر با ۰/۲ است. غلظت اولیه اسید حل شده در این محلول برابر با چند مول بر لیتر بوده است؟

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۱

۸۱- تصویر مقابل را در نظر بگیرید:



اگر درجه یونش اسید ضعیف HX، دو برابر اسید HA باشد، ..... .

۱) مقدار pH محلول اسید HA کمتر از محلول اسید HX است.

۲) مقدار سود لازم برای خنثی‌کردن محلول این دو اسید برابر است.

۳) ثابت یونش اسید HX نسبت به ثابت یونش اسید HA بیشتر است.

۴) با افزودن آب به این دو محلول، درجه یونش اسید در آن‌ها تغییر نمی‌کند.

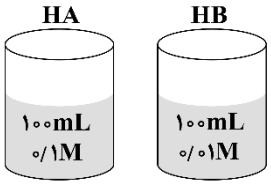
۸۲- در محلولی از هیدرویدیک اسید، نسبت غلظت یون هیدروژن به هیدروکسید برابر با ۴×۱۰^{۱۲} است. مقدار pH این محلول اسیدی چقدر بوده و در ۲ لیتر از این محلول، چند گرم اسید حل شده است؟ ($H = ۱ : g.mol^{-1}$ و $I = ۱۲۷$)

۱) ۲۵/۶ ـ ۰/۷ ۲) ۲۵/۶ ـ ۰/۳ ۳) ۵۱/۲ ـ ۰/۷ ۴) ۵۱/۲ ـ ۰/۳

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳- **اگر مقدار pH دو محلول مقابل برابر باشد، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟**



۱) با افزودن آب به این دو محلول، مقدار pH آن‌ها افزایش می‌یابد.
۲) قدرت اسیدی ترکیب HB در مقایسه با ترکیب HA بیشتر است.
۳) رسانایی الکتریکی محلول اسید HA نسبت به محلول دیگر بیشتر است.
۴) با انحلال گاز HCl در این دو محلول، K_a اسید حل شده در آن‌ها تغییر نمی‌کند.

۸۴- **کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟**

۱) اغلب عناصر نافلزی از جمله اکسیژن، در واکنش با فلزهای مختلف، نقش کاهنده دارند.
۲) با انحلال گاز SO_3 در آب، یک واکنش اکسایش-کاهش رخ داده و کاغذ pH در محلول حاصل قرمز می‌شود.
۳) در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید، نیم‌واکنش $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$ انجام می‌شود.
۴) در هر سلول گالوانی، جرم تیغه آندی در طول زمان کاهش یافته و با تغییر غلظت الکترولیت‌ها، ولتاژ تغییر می‌کند.

۸۵- **چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟**

الف: در فرایند برقکافت پتاسیم کلرید مذاب، در سمت کاتد فلز پتاسیم تولید می‌شود.
ب: برقکافت محلول آبی رقیق نمک خوراکی در مقایسه با برقکافت آب خالص، بهتر انجام می‌شود.
پ: در مراحل انجام فرایند هال، گاز کربن دی‌اکسید در مجاورت با تیغه‌های آندی سلول تولید می‌شود.
ت: در مرحله پایانی از فرایند استخراج فلز منیزیم از آب دریا، از محلول آبی منیزیم کلرید استفاده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶- **کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟**

۱) برای اندازه‌گیری پتانسیل کاهشی استاندارد روی، از محلول یک مولار روی نیترات در یک نیم‌سلول می‌توان استفاده کرد.
۲) با قرار دادن یک تیغه فلزی از جنس پلاتین در محلولی از منیزیم سولفات، هیچ واکنشی در محلول انجام نمی‌شود.
۳) با عبور جریان از هر دو شاره استفاده شده در نیروگاه‌های خورشیدی، این مواد به عناصر سازنده تجزیه می‌شوند.
۴) اگر نیم‌سلول روی از سلول گالوانی روی-مس را با نیم‌سلول منیزیم جایگزین کنیم، emf کاهش می‌یابد.

۸۷- **یک تیغه آهنی را در محلول ۰/۵ مولار هیدروکلریک اسید با حجم ۱۰ لیتر قرار می‌دهیم. پس از گذشتن یک بازه زمانی، pH محلول مورد نظر به ۱/۷ می‌رسد. در چنین شرایطی، غلظت مولی کاتیون حاصل از اکسایش آهن در این محلول، چند برابر غلظت مولی یون هیدروژن می‌شود؟**

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۲ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۸۸- **اگر محلولی از نمک فلز B را در ظرفی از جنس فلز A قرار بدهیم، دمای محلول به‌تدریج افزایش می‌یابد. در رابطه با این دو عنصر، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟**

۱) اگر این دو فلز را در هوای مرطوب به یکدیگر متصل کنیم، فلز A از خوردگی در امان بوده و سالم باقی می‌ماند.
۲) در سری الکتروشیمیایی، نیم‌واکنش کاهشی مربوط به فلز B نسبت به فلز دیگر در موقعیت بالاتری قرار دارد.
۳) اگر در سلول $Mg - A$، منیزیم در نقش آند باشد، در سلول $Mg - B$ نیز منیزیم در نقش آند خواهد بود.
۴) در سلول گالوانی تشکیل شده از دو فلز A و B، آنیون‌ها به‌تدریج به سمت نیم‌سلول A حرکت می‌کنند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹- در یک سلول سوختی که از متانول استفاده می‌کند، نیم‌واکنش‌های زیر انجام می‌شوند:

$$CH_3OH(l) + H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + \ldots H^+(aq) + 6e^- \qquad E^\circ = -0/02V$$
$$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow \ldots H_2O(l) \qquad E^\circ = +1/23V$$

در رابطه با این سلول، کدام مطلب زیر درست است؟

۱) ضریب یون هیدروژن در معادله موازنه شده نیم‌واکنش اکسایش، ۲ برابر ضریب آب در معادله نیم‌واکنش دیگر است.

۲) در واکنش کلی انجام شده در این سلول گالوانی، عدد اکسایش هر اتم کربن به اندازه ۵ واحد تغییر می‌کند.

۳) در این سلول، گاز اکسیژن کاهش یافته و مقدار نیروی الکتروموتوری آن، برابر با ۱/۲۱ ولت است.

۴) در واکنش کلی انجام شده در این سلول، ۱۲ الکترون بین گونه‌ها مبادله خواهد شد.

۹۰- در فرایند خوردگی یک قطعه از آهن سفید خراشیده شده، فلز ..... در نقش آند بوده و با فرض تشکیل یک سلول گالوانی در محل خوردگی، مقدار emf این سلول برابر با ..... ولت می‌شود.

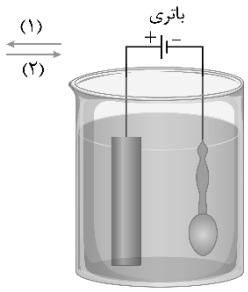
$$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq) \qquad E^\circ = +0/4V$$
$$Zn^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Zn(s) \qquad E^\circ = -0/76V$$
$$Fe^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Fe(s) \qquad E^\circ = -0/44V$$

۱) آهن ـ ۱/۱۶ ۲) آهن ـ ۰/۸۴ ۳) روی ـ ۱/۱۶ ۴) روی ـ ۰/۸۴

۹۱- در شرایط استاندارد، حجم گاز تولید شده در سمت آند سلول برقکافت آب برابر ۴/۴۸ لیتر است. اگر الکتریسیته مورد نیاز برای انجام این فرایند با استفاده از سلول گالوانی منیزیم-مس در حال تأمین باشد، در طول بازه زمانی مورد نظر جرم تیغه کاتدی سلول گالوانی به اندازه چند گرم تغییر می‌کند؟ ($Mg = 24 : g.mol^{-1}$ و $Cu = 64$)

۱) ۹/۶ ۲) ۱۹/۲ ۳) ۱۲/۸ ۴) ۲۵/۶

۹۲- با توجه به شکل مقابل که مربوط به فرایند آبکاری یک قاشق آهنی توسط فلز نقره است، نیم‌واکنش کاهش در سطح ..... انجام شده و الکترون‌های موجود در مدار بیرونی این سلول، در جهت ..... حرکت می‌کنند.



۱) قاشق آهنی ـ (۱)

۲) قاشق آهنی ـ (۲)

۳) تیغه نقره‌ای ـ (۱)

۴) تیغه نقره‌ای ـ (۲)

۹۳- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) گرافن، یک گونه شیمیایی دو بعدی به شمار رفته و رسانایی الکتریکی آن، مشابه فلز آهن است.

۲) مشابهت ساختار الماس به کربن دی‌اکسید، بیشتر از مشابهت ساختار آن به سیلیسیم دی‌اکسید است.

۳) با پختن سفالینه‌های ساخته شده به کمک خاک رس، درصد جرمی سدیم اکسید در آن‌ها کاهش می‌یابد.

۴) سرخ‌فام بودن خاک رس، به ترکیب یونی نسبت داده می‌شود که کاتیون آن به آرایش گاز نجیب رسیده است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟



الف: افزایش تفاوت نقطه ذوب و جوش مواد، به معنای افزایش قدرت نیروهای بین ذرات سازنده آن‌ها است.

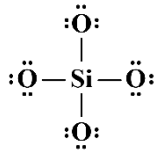
ب: مولکولی با نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مقابل، در حضور میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پ: توزیع بار الکتریکی در اطراف اتم مرکزی در ساختار مولکول کربن تتراکلرید، نامتقارن است.

ت: عدد کوئوردیناسیون یون کلرید در بلور سدیم کلرید، برابر با شمار جفت الکترون ناپیوندی SO_3 است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «پ» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

۹۵- بار الکتریکی یون مقابل، چند برابر بار الکتریکی یون سولفات بوده و نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در ساختار ترکیب حاصل از این یون با یون آمونیوم، چقدر خواهد شد؟



۱) ۲ ـ ۴/۷۵ ۲) ۱/۵ ـ ۴/۷۵

۳) ۲ ـ ۶/۲۵ ۴) ۱/۵ ـ ۶/۲۵

۹۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) با استفاده از مدل دریای الکترونی، تفاوت مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد فلزها را نمی‌توان توجیه کرد.

۲) اگر شعاع یون منیزیم برابر $72pm$ باشد، نسبت بار به شعاع این یون تقریباً برابر $2/7 \times 10^{-2}$ می‌شود.

۳) نیتینول، آلیاژ هوشمند بوده و یک نمونه از آن، با استفاده از عناصر فلزی تیتانیم و وانادیم ساخته شده است.

۴) در میان فلزهای قلیایی موجود در جدول دوره‌ای، فلز لیتیم دارای بیشترین چگالی بار و کوچک‌ترین شعاع یونی است.

۹۷- با توجه به داده‌های موجود در جدول زیر، کدام مطلب نادرست است؟

پیوند	$Si-Si$	$C-C$	$Si-C$	$Si-O$
میانگین آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-1})$	۲۲۶	۳۴۸	۳۰۱	x

۱) با توجه به اینکه سیلیسیم، به حالت خالص در طبیعت یافت نمی‌شود، $\Delta H(Si-O)$ می‌تواند برابر $368kJ$ باشد.

۲) یک نمونه از سیلیسیم، سطح درخشان داشته و در مقایسه با سیلیسیم کربید، درجه سختی کمتری دارد.

۳) الماس، یک ماده رسانا بوده و دمای ذوب یک نمونه از آن، بالاتر از سیلیسیم خالص است.

۴) میانگین آنتالپی همه پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار سیلیس با هم برابر است.

۹۸- در رابطه با بلور منیزیم فلوئورید، کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: معادله واکنش فروپاشی شبکه بلور آن به‌صورت $MgF_2(s) \rightarrow Mg^{2+}(g) + 2F^-(g) + 2968kJ$ است.

ب: اگر یون فلوئورید از بلور این ماده را با یون کلرید جایگزین کنیم، آنتالپی فروپاشی شبکه آن کاهش می‌یابد.

پ: با انحلال این ماده در آب، همانند انحلال استون در آب، رسانایی الکتریکی محلول افزایش می‌یابد.

ت: این ماده در مقایسه با آلومینیم اکسید دمای ذوب پایین‌تری دارد.

۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

۹۹- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) یکی از کاتالیزگرهای استفاده شده در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، فلز سرب است.

۲) افزایش دما، با کاهش مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها منجر به افزایش سرعت انجام آن‌ها می‌شود.

۳) در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، گاز نیتروژن مونوکسید به گازهای آمونیاک و اکسیژن تبدیل می‌شود.

۴) یک نمونه از فسفر سفید، در مجاورت با هوای اتاق به شدت ناپایدار بوده و در واکنش با اکسیژن، به سرعت می‌سوزد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰- تعادل $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$، با $K = 0/016$ در یک ظرف ۵ لیتری برقرار شده است. اگر در حالت تعادل ۲ مول گاز اکسیژن در ظرف واکنش وجود داشته باشد، در ظرف مورد نظر چند گرم گاز اوزون وجود خواهد داشت؟
$(O = 16\ g.mol^{-1})$

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۲۴۰ ۴) ۴۸۰

۱۰۱- در رابطه با واکنش سوختن گاز کربن مونوکسید که منجر به تولید گاز CO_2 می‌شود، کدام عبارت زیر درست است؟

۱) با افزودن کاتالیزگر به محیط واکنش، مقدار انرژی فعال‌سازی و ΔH کاهش پیدا می‌کند.

۲) مجموع آنتالپی پیوندهای اشتراکی موجود در فراورده تولید شده، بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

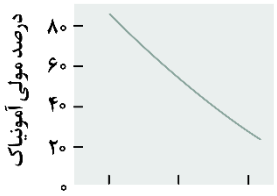
۳) این واکنش در مبدل‌های کاتالیستی انجام شده و کل گاز CO تولید شده در موتور خودرو را مصرف می‌کند.

۴) ذرات فراورده تولید شده در این واکنش، همانند ذرات گاز آمونیاک، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۱۰۲- در رابطه با واکنش تعادلی مربوط به فرایند هابر، چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف: در صورت افزودن مقداری گاز نیتروژن به ظرف واکنش، غلظت H_2 در ظرف کاهش می‌یابد.

ب: نمودار مقابل، اثر تغییر دمای سامانه بر درصد مولی آمونیاک را به‌درستی نشان می‌دهد.

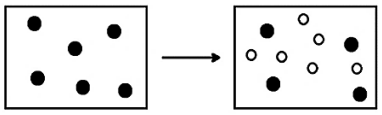


پ: اگر تعادل با حضور ۰/۲ مول از هر ماده در ظرف ۵ لیتری برقرار شود، $K = 25$ است.

ت: در دستگاه استفاده شده برای انجام آن، از آهن به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۳- تصویر زیر، روند برقراری تعادل گازی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ در یک ظرف ۳ لیتری که پس از ورود ۱/۵ مول گاز A به ظرف آغاز شده است را نشان می‌دهد:



مقدار ثابت تعادل این واکنش در شرایط داده شده چقدر می‌شود؟

۱) ۷/۵ ۲) ۳/۷۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۳۷۵

۱۰۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف: یک نمونه پارازایلن، برخلاف اتیلن‌گلیکول، در نفت خام یافت می‌شود.

ب: اتانول، نوعی مایع بی‌رنگ بوده و از آن در بازیافت شیمیایی PET استفاده می‌شود.

پ: اتن، ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها بوده و از واکنش آن با Cl_2 برای تولید کلرواتان استفاده می‌شود.

ت: برای تبدیل یک نمونه پارازایلن به ترفتالیک اسید، از یک ترکیب یونی به‌عنوان اکسنده استفاده می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «پ» و «ت»

۱۰۵- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) در تعادل $2NO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$، با کاهش حجم ظرف، مقدار فراورده افزایش پیدا می‌کند.

۲) با افزایش فشار در سامانه تعادلی تولید گاز HCl از عناصر سازنده آن، ثابت تعادل واکنش افزایش می‌یابد.

۳) با افزایش دما در تعادل گرماده $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، به شدت رنگ مخلوط گازی افزوده می‌شود.

۴) با افزایش دما در یک سامانه تعادلی، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت به‌طور هم‌زمان افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری:۲۳ خرداد

میزان پیشروی: جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

حسابان	هندسه	گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
دوازدهم + پایه مرتبط — پایه	دوازدهم — پایه	دوازدهم — آمار و احتمال	دوازدهم — پایه	دوازدهم — پایه

آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۳)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

رشته ریاضی

سفر در سرزمین کنکورها

مارکوپولو



مارکوپولو کامل‌ترین بسته کنکورهای سراسری

(ویژه ایام جمع‌بندی)

تهیه از طریق سایت مازمارکت

mazemarket.org

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



دفترچه پاسخ

مرور و جمع‌بندی پایه دوازدهم

پنجشنبه
۱۴۰۴/۰۲/۲۵

برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهدهٔ پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی ــ پایهٔ دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز ــ مرحله ۱۷

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان مهرداد اسپیدکار	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان رسول حاجی‌زاده ـ نوید یکتا مهرداد اسپیدکار ـ کیوان دارابی	مهرداد اسپیدکار ـ محسن جواهری حمیدرضا ولی‌پور ـ علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	زهره آقامحمدی ـ حامد نبی‌منصور سجاد صادقی‌زاده ـ حسین عبدوی‌نژاد محمدجواد سورچی	محمدجواد سورچی علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ عالیه میرزایی فرهنگ امیری ـ علی ترابی سعیده محبی ـ مهسا بایمانی‌نژاد	فرهنگ امیری ـ عالیه میرزایی محمد داودآبادی فراهانی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



سلام به دوازدهمی‌های پرقدرت و خستگی‌ناپذیر!

دمتون گرم!

شما یکی از سخت‌ترین مرحله‌های مسیرتون رو پشت سر گذاشتین: کنکور اردیبهشت.

حالا با همون انرژی و تجربه، دارین پا به مرحلهٔ بعدی می‌ذارین: امتحانات نهایی خرداد.

و ما اینجاییم با یه آزمون خاص و هوشمندانه، دقیقاً برای همین روزها!

یه آزمون تو سبک کنکور، با سؤالایی که کاملاً منطبق با رویکرد امتحانات نهایی طراحی شدن.

یعنی هم با مدل دفترچه‌ای و فضای آزمون آشنا می‌شی، هم دقیقاً همون نکاتی رو مرور می‌کنی که قراره توی نهایی ازت پرسیده بشه!

این آزمون نه یه بار اضافیه، نه یه کار تکراری. این یه جمع‌بندی جدی، کوتاه، هدفمنده که قراره ذهن‌تو مرتب کنه، خیالتو راحت کنه و آمادت کنه برای یه حضور مطمئن توی نهایی‌ها.

و مهم‌تر اینکه این تازه پایان کار نیست... بعد از نهایی، کنکور تیر منتظرته!

اونجاست که قراره بدرخشی، اونجاست که همهٔ زحمت‌هات به بار می‌شینه.

پس بیا این آزمون قبل از نهایی رو جدی بگیر؛ یه تمرین باحال و مفید، واسهٔ یه پایان قوی‌تر.

ما تا آخر خط همراهتیم؛ با برنامه، با انگیزه، با دل‌گرمی.

باور داریم که می‌تونی... با تمام انگیزه‌ای که توی وجودته، راهتو ادامه بدی و بدرخشی.

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

www.biomaze.ir
biomaze
biomaze

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعهٔ اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه ــ ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{۱۴,۱۵,۱۶,...,۲۰,۲۲,۲۳,۲۴,...,۲۸\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

(کنکور تیر ۱۴۰۳ ــ ریاضیات رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

دانش‌آموزان عزیز ماز

ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون

توی این آزمون قراره که کل مباحث دوازدهم رو با هم مرور کنیم. حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...

- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا ازچه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟

+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونی توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	مباحث	تعداد سوال
حسابان	حسابان ۲	تابع	۳
		مثلثات	۳
		حدهای نامتناهی-حد در بی‌نهایت	۳
		مشتق	۵
		کاربردهای مشتق	۶
هندسه	هندسه ۳	ماتریس و کاربردها	۳
		آشنایی با مقاطع مخروطی	۴
		بردارها	۳
ریاضیات گسسته	ریاضیات گسسته	آشنایی با نظریهٔ اعداد	۴
		گراف و مدل‌سازی	۳
		ترکیبیات (شمارش)	۳

- آقا! + بله؟

- از این مباحثی که گفتین، کدوما مهمترن؟

+ خب همه مباحث اهمیت خاص خودشون رو دارن و می‌تونن به صورت مجزا و یا ترکیبی با بقیه مباحث توی کنکور مطرح بشن.

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- اگر $A(۳,-۳)$ نقطه‌ای روی نمودار تابع $y=۱+۴f(\frac{۱-x}{۲})$ باشد، نقطهٔ متناظر با آن روی نمودار تابع $y=۲-۳f(\frac{x+۱}{۳})$ کدام است؟

۱) $B(-۱,-۱)$ ۲) $B(۰,۵)$ ۳) $B(-۴,۵)$ ۴) $B(۰,۱)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ تابع ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

چون $A(۳,-۳)$ روی نمودار $y=۱+۴f(\frac{۱-x}{۲})$ قرار گرفته، پس در آن صدق می‌کند:

$$-۳=۱+۴f(\frac{۱-۳}{۲})\Rightarrow -۳=۱+۴f(-۱)\Rightarrow f(-۱)=-۱$$

پس $M(-۱,-۱)$ نقطهٔ متناظر روی نمودار f است، حال داریم:

$$\frac{x+۱}{۳}=-۱\Rightarrow x=-۴$$

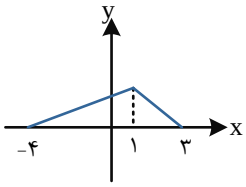
با قرار دادن $x=-۴$ در $y=۲-۳f(\frac{x+۱}{۳})$ داریم:

$$y=۲-۳f(\frac{-۴+۱}{۳})\Rightarrow y=۲-۳f(-۱)=۲-۳\times(-۱)=۵$$

پس $B(-۴,۵)$ نقطهٔ متناظر روی تابع است.

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲- نمودار $y=f(x-2)$ به صورت مقابل است. تابع $y=f(2-x)$ در کدام بازه نزولی اکید است؟



۱) $[-1,4]$

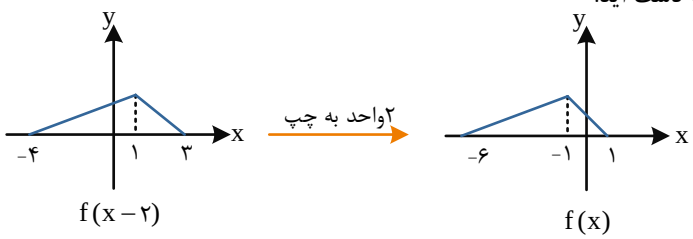
۲) $[-3,-1]$

۳) $[-1,2]$

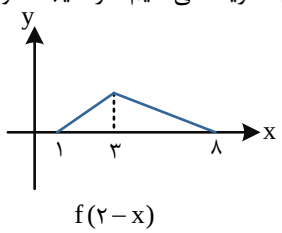
۴) $[3,8]$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ تابع ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

ابتدا نمودار داده شده را ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار $y=f(x)$ به دست آید:



حال برای به دست آوردن تابع $y=f(2-x)$، نمودار $y=f(x)$ را ۲ واحد به چپ انتقال داده سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم، در نتیجه خواهیم داشت:

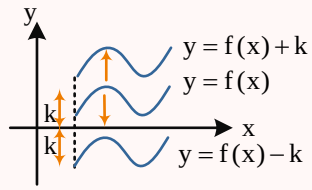


نمودار $y=f(2-x)$ در بازه $[3,8]$ نزولی اکید و در بازه $[1,3]$ صعودی اکید است.

انتقال عمودی

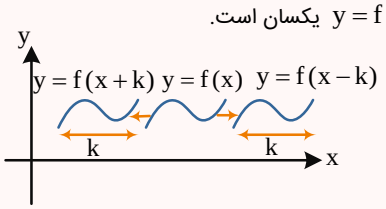
فرض کنید نمودار تابع f را داریم، k عددی حقیقی و $k>0$ است. برای رسم نمودار تابع $y=f(x)+k$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به بالا منتقل کنیم.

برای رسم نمودار تابع $y=f(x)-k$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به پایین منتقل کنیم، بنابراین نقطهٔ (x_0,y_0+k) از نمودار تابع $y=f(x)+k$ متناظر با نقطهٔ (x_0,y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است. دامنهٔ تابع‌های $y=f(x)$ و $y=f(x)+k$ یکسان است.



انتقال افقی

فرض کنید نمودار تابع f را داریم، k عددی حقیقی و $k>0$ است. برای رسم نمودار تابع $y=f(x+k)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به سمت چپ منتقل کنیم. برای رسم نمودار تابع $y=f(x-k)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد به سمت راست منتقل کنیم، بنابراین نقطهٔ (x_0-k,y_0) از نمودار تابع $y=f(x+k)$ متناظر با نقطهٔ (x_0,y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است، برد تابع‌های $y=f(x)$ و $y=f(x+k)$ یکسان است.

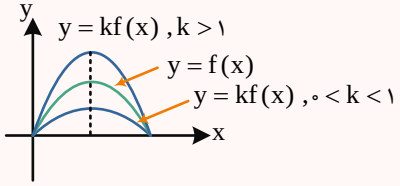


رسم نمودار تابع $y=kf(x)$

فرض کنید نمودار تابع $y=f(x)$ را داریم، می‌توانیم تابع $y=kf(x)$ را به روش زیر رسم کنیم:

- اگر k عددی مثبت باشد، برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را k برابر کنیم.
- اگر $k>1$، نمودار تابع $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار تابع $y=f(x)$ به دست می‌آید و اگر $0<k<1$ نمودار تابع $y=kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار تابع $y=f(x)$ به دست می‌آید.
- اگر k عددی منفی باشد، برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$ کافی است ابتدا نمودار تابع $y=|k|f(x)$ را رسم کنیم و سپس قرینهٔ این نمودار را نسبت به محور x رسم کنیم.

نقطهٔ (x_0,ky_0) از نمودار تابع $y=kf(x)$ متناظر با نقطهٔ (x_0,y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است. دامنهٔ تابع‌های $y=f(x)$ و $y=kf(x)$ یکسان است.



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

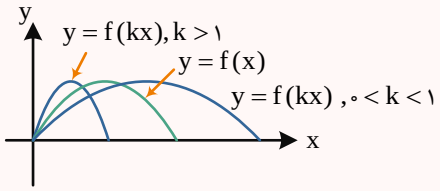
رسم نمودار تابع $y=f(kx)$

فرض کنید نمودار تابع $y=f(x)$ را داریم، می‌توانیم نمودار تابع $y=f(kx)$ را به روش زیر رسم کنیم:

برای رسم کردن نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط روی نمودار $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

- اگر $0<k<1$، نمودار تابع $y=f(kx)$ از منبسط شدن نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به دست می‌آید.
- اگر $k>1$، نمودار تابع $y=f(kx)$ از منقبض شدن نمودار تابع $y=f(x)$ در امتداد محور x با ضریب $\frac{1}{k}$ به دست می‌آید.
- اگر $k<0$، ابتدا نمودار تابع $y=f(|k|x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینهٔ نمودار به دست آمده را نسبت به محور y رسم می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(kx)$ به دست بیاید.

نقطهٔ $(\frac{x_0}{k},y_0)$ از نمودار تابع $y=f(kx)$ متناظر با نقطهٔ (x_0,y_0) از نمودار تابع $y=f(x)$ است، برد تابع‌های $y=f(x)$ و $y=f(kx)$ یکسان است.



گروه آموزشی ماز

۳- اگر $f(x)=ax^3+bx^2-3x-10$ بر $x+2$ بخش‌پذیر باشد و بر $x-1$ باقی‌مانده‌اش -6 باشد، باقی‌مانده $f(x-2)$ بر $x-4$ کدام است؟

۱) -10 ۲) 20 ۳) 12 ۴) -8

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ تابع ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

با توجه به این‌که $f(x)$ بر $x+2$ بخش‌پذیر است، پس:

$$x+2=0\Rightarrow x=-2\Rightarrow f(-2)=0$$

$$x-1=0\Rightarrow x=1\Rightarrow f(1)=-6$$

همچنین:

$$f(-2)=0\Rightarrow a(-2)^3+b(-2)^2-3(-2)-10=0\Rightarrow -8a+4b=4$$

$$f(1)=-6\Rightarrow a(1)^3+b(1)^2-3(1)-10=-6\Rightarrow a+b=7$$

$$\begin{cases}-8a+4b=4\\a+b=7\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}a=2\\b=5\end{matrix}\Rightarrow f(x)=2x^3+5x^2-3x-10$$

برای به دست آوردن باقی‌مانده $f(x-2)$ بر $x-4$ داریم:

$$f(x-2)=(x-4)q(x)+r\xrightarrow{x-4=0\Rightarrow x=4} r=f(2)$$

$$\text{باقی‌مانده}=r=f(2)=2(2)^3+5(2)^2-3(2)-10=20$$

قضیهٔ تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها

فرض کنید $P(x)$ چندجمله‌ای و a عددی حقیقی باشد، در این صورت چندجمله‌ای منحصر به فردی مانند $Q(x)$ و عدد حقیقی منحصر به فردی مانند R وجود دارد که $P(x)=(x-a)Q(x)+R$. $Q(x)$ را خارج‌قسمت تقسیم $P(x)$ بر $x-a$ و R را باقی‌ماندهٔ این تقسیم می‌نامند.

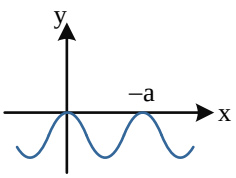
اگر در تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر چندجمله‌ای $x-a$ باقی‌مانده برابر صفر باشد، می‌گوییم چندجمله‌ای $P(x)$ بر چندجمله‌ای $x-a$ بخش‌پذیر است.

نکته

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر چندجمله‌ای $x-a$ برابر است با $P(a)$.

گروه آموزشی ماز

۴- نمودار تابع $f(x)=a-2b\cos\frac{\pi}{3}x$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟



۱) ۳
۲) -3
۳) ۶
۴) -6

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مثلثات ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

با توجه به تابع داده شده دورهٔ تناوب برابر است با:

$$T=\frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{3}\right|}=6$$

حال با توجه به اینکه فاصلهٔ دو قله (یا دو دره) برابر با دورهٔ تناوب است، پس داریم:

$$T=-a=6\Rightarrow a=-6$$

پس تابع به صورت $f(x)=-6-2b\cos\frac{\pi}{3}x$ می‌باشد.

از طرفی، $f(0)=0$ می‌باشد، پس:

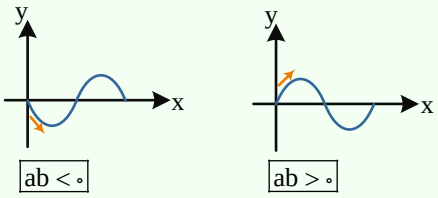
$$-6-2b\underbrace{\cos\frac{\pi}{3}\times 0}_{\cos 0=1}=0\Rightarrow -6-2b=0\Rightarrow b=-3$$

تحلیل نمودار توابع مثلثاتی

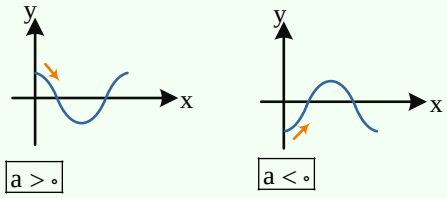
در برخی از سوالات مرتبط با این مبحث، نمودار تابع مثلثاتی را به ما می‌دهند و از ما می‌خواهند که پارامترهای مجهولی که در ضابطه تابع وجود دارد را به دست آوریم. برای این کار باید با استفاده از نمودار تابع و تحلیل آن اطلاعاتی که درون نمودار نهفته است را به دست آورده و با استفاده از آن‌ها مجهولات موردنظر سوال را پیداکنیم، برای تحلیل نمودار توابع، نیازمند یکسری ابزار هستیم که در ادامه آن‌ها را به شما معرفی می‌کنیم.

تحلیل نمودار توابع به فرم $y=a\sin(bx)+c$ و $y=a\cos(bx)+c$

شروع (start) نمودار: در تابع $y=a\sin(bx)+c$، اگر a و b هم‌علامت نباشند $(ab<0)$، نمودار از $x=0$ به صورت نزولی حرکت می‌کند و اگر a و b هم‌علامت باشند $(ab>0)$، نمودار در شروع از صفر صعودی است.



در تابع $y=a\cos(bx)+c$، اگر $a>0$ باشد، نمودار از $x=0$ به صورت نزولی حرکت می‌کند و اگر $a<0$ باشد، نمودار در شروع از صفر صعودی است.



توجه

با توجه به این‌که $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ و اصطلاحاً منفی‌خوار بودن کسینوس، علامت ضریب x (b) در تحلیل نمودار کسینوسی تاثیری ندارد.

بیشترین مقدار (max) و کمترین مقدار (min) نمودار

بیشترین مقدار: $|\text{ضریب } \sin \text{ یا } \cos|+\text{مقدار ثابت}\Rightarrow \max: |a|+c$

کمترین مقدار: $-|\text{ضریب } \sin \text{ یا } \cos|+\text{مقدار ثابت}\Rightarrow \min: -|a|+c$

حال اگر دو طرف روابط بالا را یکبار از هم کم و یکبار با هم جمع کنیم، به نتایج جالبی می‌رسیم:

$$\begin{array}{l}\max=|a|+c\\ (-)\ \min=-|a|+c\\ \hline \max-\min=2|a|\end{array}\qquad \begin{array}{l}\max=|a|+c\\ (+)\ \min=-|a|+c\\ \hline \max+\min=2c\end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{|a|=\frac{\max-\min}{2}}\qquad \Rightarrow \boxed{c=\frac{\max+\min}{2}}$$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos x(۲\cos x-۹)=۵$ در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) ۲π

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مثلثات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

$$\cos x(۲\cos x-۹)=۵ \Rightarrow ۲\cos^۲ x-۹\cos x-۵=۰$$

$$\xrightarrow[\cos x=t]{\text{تغییر متغیر}} ۲t^۲-۹t-۵=۰ \Rightarrow (۲t+۱)(t-۵)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۵ \text{ غ ق ق} \\ t=\frac{-۱}{۲} \end{cases}$$

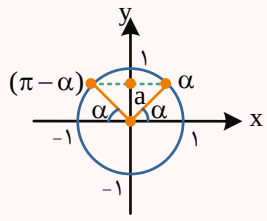
$$\Rightarrow \cos x=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=\frac{۲\pi}{۳}$$

در نتیجه پاسخ کلی به صورت $x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}$ می‌باشد که در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$ جواب‌ها $\frac{۴\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳},\frac{-۲\pi}{۳}$ می‌باشند و داریم:

$$\text{جمع جواب‌ها}=-\frac{۲\pi}{۳}+\frac{۲\pi}{۳}+\frac{۴\pi}{۳}=\frac{۴\pi}{۳}$$

معادلات مثلثاتی

برای حل معادلات به فرم $\sin x=a$ که در آن a عددی حقیقی و $-۱\le a\le ۱$ است، ابتدا زاویه‌ای مانند α که مقدار سینوس آن برابر a باشد را پیدا کرده $(\sin\alpha=a)$ و سپس معادله $\sin x=a$ را به صورت $\sin x=\sin\alpha$ بازنویسی می‌کنیم. در نهایت برای پیدا کردن جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x=\sin\alpha$ داریم:



$$\sin x=\sin\alpha \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\alpha \\ x=۲k\pi+(\pi-\alpha) \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

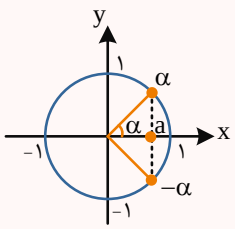
$$\sin f(x)=\sin g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x)=۲k\pi+g(x) \\ f(x)=۲k\pi+\pi-g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات سینوسی

معادله	جواب کلی	جواب‌ها روی دایره مثلثاتی
$\sin x=۰$	$x=k\pi$	
$\sin x=۱$	$x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$	
$\sin x=-۱$	$x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$	

معادلات به فرم $\cos x=a$

برای حل معادلات به فرم $\cos x=a$ که در آن a عددی حقیقی و $-۱\le a\le ۱$ است نیز همانند حل معادلات سینوسی، ابتدا باید زاویه‌ای مانند α که مقدار کسینوس آن برابر a باشد را پیدا کنیم $(\cos\alpha=a)$ و سپس معادله $\cos x=a$ را به صورت $\cos x=\cos\alpha$ بنویسیم، در نهایت برای پیدا کردن جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x=\cos\alpha$ داریم:



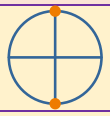
$$\cos x=\cos\alpha \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\alpha \\ x=۲k\pi-\alpha \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$\cos f(x)=\cos g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x)=۲k\pi+g(x) \\ f(x)=۲k\pi-g(x) \end{cases}$$

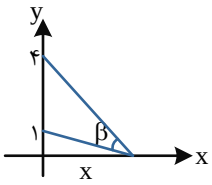
www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

حالت‌های خاص معادلات کسینوسی

جواب‌ها روی دایره مثلثاتی	جواب کلی	معادله
	$x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$	$\cos x = ۰$
	$x = ۲k\pi$	$\cos x = ۱$
	$x = (۲k+۱)\pi$	$\cos x = -۱$

گروه آموزشی ماز

۶- در شکل روبه رو، مقدار $\tan\beta$ برحسب متغیر x کدام است؟



۱) $\frac{۳x}{x^۲+۴}$

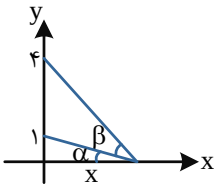
۲) $\frac{۴x}{x^۲+۳}$

۳) $\frac{x}{۳+۴x^۲}$

۴) $\frac{x}{۳x^۲+۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مثلثات ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

روش اول:



$$\tan\alpha = \frac{۱}{x}$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{۴}{x}$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{۱-\tan\alpha\tan\beta} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{x}+\tan\beta}{۱-\frac{۱}{x}\tan\beta} = \frac{۴}{x} \Rightarrow \frac{\frac{۱+x\tan\beta}{x}}{\frac{x-\tan\beta}{x}} = \frac{۴}{x} \Rightarrow \frac{۱+x\tan\beta}{x-\tan\beta} = \frac{۴}{x}$$

$$\Rightarrow ۱+x\tan\beta = ۴-\frac{۴}{x}\tan\beta \Rightarrow (x+\frac{۴}{x})\tan\beta = ۳$$

$$\Rightarrow (\frac{x^۲+۴}{x})\tan\beta = ۳ \Rightarrow \tan\beta = \frac{۳x}{x^۲+۴}$$

روش دوم:

می‌توانستیم از رابطهٔ $\tan\beta = \tan((\alpha+\beta)-\alpha)$ استفاده کنیم که حل با این روش را به شما واگذار می‌کنیم.

محاسبهٔ tan تمام زوایا

برای محاسبه $\tan(\alpha\pm\beta)$ به طوری که α و β جزء زوایای مرزی دایرهٔ مثلثاتی نباشند، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\tan(\alpha\pm\beta) = \frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{۱\mp\tan\alpha\tan\beta}$$

به عنوان مثال

برای محاسبهٔ $\tan ۱۰۵^\circ$ داریم:

$$\tan(۱۰۵^\circ) = \tan(۶۰^\circ+۴۵^\circ) = \frac{\tan ۶۰^\circ+\tan ۴۵^\circ}{۱-\tan ۶۰^\circ\tan ۴۵^\circ} = \frac{\sqrt{۳}+۱}{۱-\sqrt{۳}}$$

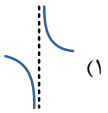
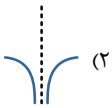
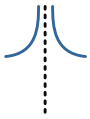
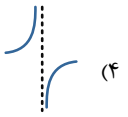
نتیجه مهم: در رابطهٔ $\tan(\alpha\pm\beta)$، اگر $\alpha=\beta$ باشد، داریم:

$$\tan(\alpha+\alpha) = \frac{\tan\alpha+\tan\alpha}{۱-\tan\alpha\tan\alpha} \Rightarrow \tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

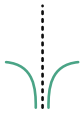
۷- نمودار تابع $f(x)=\frac{(-1)^{[x]}x}{x^2-1}$ در مجاورت $x=1$ به کدام صورت است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حدهای نامتناهی-حد در بی‌نهایت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{(-1)^{[1^+]}x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{-x}{x^2-1}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{(-1)^{[1^-]}x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

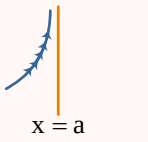


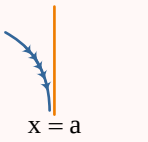
در نتیجه رفتار تابع در همسایگی $x=1$ به صورت مقابل است.

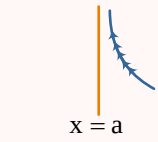
حد بی‌نهایت

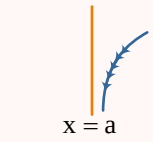
حالت اول) حدهای یک طرفه نامتناهی:

اگر تابع f در یک همسایگی یک طرفه (یا فقط از راست و یا فقط از چپ) $x=a$ تعریف شده باشد، داریم:


$\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$


$\lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty$


$\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty$

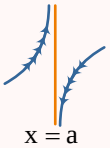

$\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty$

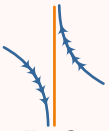
حالت دوم) حدهای دو طرفه نامتناهی:

اگر تابع f در یک همسایگی محذوف $x=a$ تعریف شده باشد، داریم:


$\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty$
$\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$


$\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty$
$\lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty$


$\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty$
$\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$


$\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty$
$\lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty$

این چند تا مورد رو یادت بمونه ...

اگه $\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$ باشه، اونوقت می‌تونیم بگیم که: $\lim_{x\to a} f(x)=+\infty$ (برعکسش هم درسته)

اگه $\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty$ باشه، اونوقت می‌تونیم بگیم که: $\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ (برعکسش هم درسته)

اگه حاصل حد تابعی در یه نقطه بی‌نهایت بشه، به این معنیه که اون تابع توی اون نقطه حد نداره! چرا که اگر یادتون باشه توی تعریف حد گفتیم که اگه حاصل حد تابعی توی یه نقطه موجود و متناهی باشه، می‌تونیم بگیم که اون تابع تو اون نقطه حد داره.

گروه آموزشی ماز

۸- m و n اعداد طبیعی هستند. حاصل $\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^n+2x^2-x+1}{3x^m+x^2+4}$ به ازای مقادیر مختلف m و n چند عدد حقیقی مختلف می‌تواند باشد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ حدهای نامتناهی-حد در بی‌نهایت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم:

حالت اول:

$$m=n=1<2\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2}{x^2}=2$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

حالت دوم: $m = n > ۲ \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۴x^n}{۳x^m} = \frac{۴}{۳}$

حالت سوم: $۲ < n < m \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۴x^n}{۳x^m} = ۰$

حالت چهارم: $n = ۲, m = ۱ \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۴x^۲ + ۲x^۲ - x + ۱}{۳x^۱ + x^۲ + ۴} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۶x^۲}{x^۲} = ۶$

حالت پنجم: $m = ۲, n = ۱ \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۴x^۱ + ۲x^۲ - x + ۱}{۳x^۲ + x^۲ + ۴} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۲x^۲}{۴x^۲} = \frac{۱}{۲}$

حالت ششم: $m = n = ۲ \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۴x^۲ + ۲x^۲ - x + ۱}{۳x^۲ + x^۲ + ۴} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{۶x^۲}{۴x^۲} = \frac{۳}{۲}$

مراقب باش تو تله نیفتی!

توجه کنید اگر $۲ < m < n$ باشد، حاصل حد برابر $+\infty$ خواهد بود در حالیکه با توجه به صورت سوال، حاصل حد باید عددی حقیقی شود.

گروه آموزشی ماز

۹- هرگاه $y = \frac{۳}{۴}$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax + \sqrt{x^۲ - ۳x}}{۴x - ۲a\sqrt{x+۶}}$ باشد، مجانب قائم آن کدام است؟

۱) $x = -۳$ ۲) $x = -۲$ ۳) $x = ۲$ ۴) $x = ۳$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ حدهای نامتناهی-حد در بی‌نهایت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{ax + x}{۴x} = \frac{a+۱}{۴} \Rightarrow \frac{a+۱}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow a = ۲$$

$$f(x) = \frac{۲x + \sqrt{x^۲ - ۳x}}{۴x - ۴\sqrt{x+۶}}$$

دقت کنید با توجه به دامنهٔ تابع، متغیر x نمی‌تواند مقادیر منفی را قبول کند، در نتیجه:

حال برای به دست آوردن مجانب قائم، باید ریشهٔ مخرج را به دست آوریم:

$$۴x - ۴\sqrt{x+۶} = ۰ \Rightarrow ۴x = ۴\sqrt{x+۶} \Rightarrow x = \sqrt{x+۶}$$

$$\xrightarrow{x>۰} x^۲ = x + ۶ \Rightarrow x^۲ - x - ۶ = ۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \checkmark \\ x = -۲ \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{مجانب قائم} : x = ۳$$

مجانب قائم

خط $x = a$ را مجانب قائم تابع f می‌گوییم هرگاه حداقل یکی از شرط‌های زیر برقرار باشد:

$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = -\infty$



در واقع مجانب قائم طول نقطه‌ای است که تابع در یک همسایگی آن نامتناهی شود.

نکته

در توابع کسری، ریشه‌های مخرج کاندیدای مجانب قائم هستند، به شرط آن‌که حد تابع را نامتناهی کنند.

مجانب افقی

خط $y = L$ را مجانب افقی تابع f می‌گوییم به طوری که حداقل یکی از شرط‌های زیر را داشته باشد:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$
$y = L$ ..... $y = L$	..... $y = L$ $y = L$ .....

در واقع مجانب افقی حاصل حد تابع در بی‌نهایت می‌باشد، البته در صورت وجود.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰- مقدار $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{\cos x\sin ۳h-\sin x\cos ۳h+\sin x}{h}$ کدام است؟

۱) $۳\cos x$ ۲) $\cos x$ ۳) $-\cos x$ ۴) $-۳\cos x$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مشتق ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

با توجه به رابطهٔ $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ خواهیم داشت:

$$\cos x\sin ۳h-\sin x\cos ۳h=\sin(۳h-x)$$

در نتیجه عبارت داده شده در مسئله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{\sin(۳h-x)+\sin x}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{-\sin(x-۳h)+\sin x}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\sin x-\sin(x-۳h)}{h}=۳\cos x$$

نکته

اگر تابع f در نقطهٔ a مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{h}=(m-n)f'(a)$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- با فرض $f(x)=x|x^۲-۲x|$ نیم‌مماس‌های رسم شده در نقطهٔ گوشه‌ای تابع، محور عرض‌ها را در نقاط M و N قطع می‌کنند. اندازهٔ پاره‌خط MN چه عددی است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

ابتدا ریشه‌های قدرمطلق را به دست می‌آوریم:

$$x^۲-۲x=۰\Rightarrow x(x-۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\x=۲\end{cases}$$

با توجه به اینکه $x=۰$ هم ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق است و هم ریشهٔ عبارت پشت قدرمطلق، پس تابع در $x=۰$ مشتق‌پذیر است ولیکن $x=۲$ برای تابع نقطهٔ گوشه‌ای است. حال نیم‌مماس‌های راست و چپ را در $x=۲$ به دست می‌آوریم:

$$x>۲: f(x)=x^۳-۲x^۲\Rightarrow f'(x)=۳x^۲-۴x$$

$$f'_+(۲)=۳(۲)^۲-۴(۲)=۱۲-۸=۴\ ,\ f(۲)=۰$$

$$\xrightarrow{\text{معادلهٔ نیم‌مماس راست}} y=۴(x-۲)+۰\Rightarrow y=۴x-۸$$

$$x<۲: f(x)=-x^۳+۲x^۲\Rightarrow f'(x)=-۳x^۲+۴x$$

$$f'_-(۲)=-۳(۲)^۲+۴(۲)=-۱۲+۸=-۴\ ,\ f(۲)=۰$$

$$\xrightarrow{\text{معادلهٔ نیم‌مماس چپ}} y=-۴(x-۲)+۰\Rightarrow y=-۴x+۸$$

اکنون محل برخورد نیم‌مماس‌ها با محور عرض‌ها را به دست می‌آوریم:

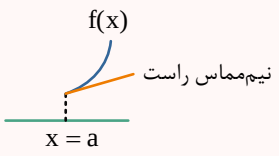
$$y=۴x-۸\Rightarrow M\left|\begin{matrix}۰\\-۸\end{matrix}\right.\Rightarrow MN=۱۶$$

$$y=-۴x+۸\Rightarrow N\left|\begin{matrix}۰\\۸\end{matrix}\right.$$

مشتق راست تابع $f(x)$ در نقطه $x=a$

اگر تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=a$ از راست پیوسته و مشتق‌پذیر باشد، در این صورت مشتق راست تابع f در این نقطه، همان شیب نیم‌خطی است که در سمت راست $x=a$ بر نمودار تابع f مماس می‌شود که به این نیم‌خط، اصطلاحاً نیم‌مماس راست می‌گوییم.

$$\begin{cases}f'_+(a)=\lim\limits_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\\f'_+(a)=\lim\limits_{h\to ۰^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\end{cases}$$



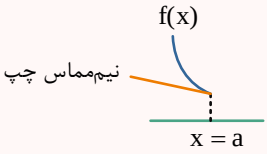
شیب نیم‌مماس راست در $x=a$ $=f'_+(a)$

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

مشتق چپ تابع $f(x)$ در نقطه $x=a$

اگر تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=a$ از چپ پیوسته و مشتق‌پذیر باشد، در این صورت مشتق چپ تابع f در این نقطه، همان شیب نیم‌خطی است که در سمت چپ $x=a$ بر نمودار تابع f مماس می‌شود که به این نیم‌خط، اصطلاحاً نیم‌مماس چپ می‌گوییم.

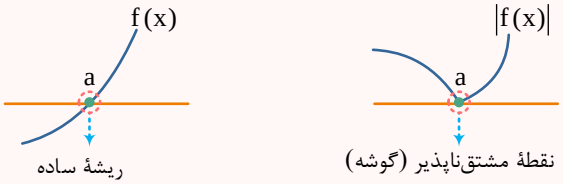
$$\begin{cases} f'_-(a)=\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} \\ f'_-(a)=\lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} \end{cases}$$



شیب نیم‌مماس چپ در $x=a$ $=f'_-(a)$

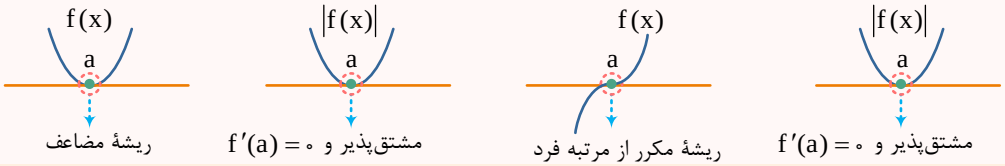
مشتق‌پذیری در توابع شامل قدرمطلق

در توابع قدرمطلقی به فرم $f(x)=|g(x)|$، اگر $x=a$ را ریشه عبارت داخل قدرمطلق فرض کنیم، داریم:



۱) اگر $x=a$ ریشه ساده عبارت داخل قدرمطلق باشد، در این صورت تابع f در $x=a$، مشتق‌ناپذیر است.

۲) اگر $x=a$ ریشه مضاعف و یا ریشه مکرر از مرتبه فرد برای عبارت داخل قدرمطلق باشد، در این صورت تابع f در $x=a$، مشتق‌پذیر بوده و مشتق آن در این نقطه برابر صفر است، به عبارتی $f'(a)=0$ است.

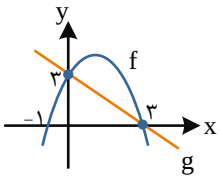


نکته

در توابع قدرمطلق به فرم $f(x)=h(x)|g(x)|$، اگر $x=a$، هم‌ریشه عبارت داخل قدرمطلق (یعنی $g(x)$) و هم ریشه عبارت پشت قدرمطلق (یعنی $h(x)$) باشد، (به عبارتی $g(a)=h(a)=0$) تابع f در $x=a$، مشتق‌پذیر است و این به خاطر ضریب صفرشونده در $x=a$ است که در پشت $|g(x)|$ قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- نمودار توابع f و g به شکل مقابل است. مشتق تابع $y=(f+g)of$ به ازای $x=2$ چه عددی است؟



۱) ۶

۲) ۱۰-

۳) ۱۰

۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مشتق ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

با توجه به رابطهٔ مشتق توابع مرکب، خواهیم داشت:

$$y'(x)=f'(x).\big(f'\big(f(x)\big)+g'\big(f(x)\big)\big)$$

حال ضابطهٔ توابع f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=a(x-3)(x+1)\xrightarrow{f(0)=3}3=a(0-3)(0+1)\Rightarrow a=-1$$

$$\Rightarrow f(x)=-(x-3)(x+1)=-x^2+2x+3$$

$$g(x)=-x+3$$

$$f'(x)=-2x+2$$

$$g'(x)=-1$$

خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$y'(2)=f'(2).\big(f'\big(f(2)\big)+g'\big(f(2)\big)\big)$$

$$f(2)=-2^2+2\times 2+3=3$$

$$y'(2)=-2\big(f'(3)+g'(3)\big)=-2(-4-1)=10$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مشتق تابع مرکب

اگر توابع f و gمشتق‌پذیر باشند، در این صورت برای محاسبه مشتق تابع مرکب $(fog)(x)$ ، ابتدا از تابع درونی، یعنی g مشتق گرفته و سپس مشتق تابع بیرونی یعنی f را به ازای خروجی تابع g، به دست می‌آوریم، به عبارت دیگر:

$$y=(fog)(x)=f\big(g(x)\big)\Rightarrow y'=g'(x)f'\big(g(x)\big)$$

در حالت کلی‌تر داریم:

$$y=f(\bigcirc)\Rightarrow y'=\bigcirc' f'(\bigcirc)$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- با فرض $f(x)=\sin^2 x-\cos 2x$، مقدار $f'(\frac{\pi}{2})-f''(\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) −۶ ۴) −۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مشتق ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

$$f'(x)=\underbrace{2\sin x\cos x}_{\sin 2x}+2\sin 2x=3\sin 2x\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2})=0$$

$$f''(x)=6\cos 2x\Rightarrow f''(\frac{\pi}{2})=-6$$

$$f'(\frac{\pi}{2})-f''(\frac{\pi}{2})=0-(-6)=6$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=4\sqrt{t}+t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در $t=1$ از آهنگ متوسط رشد توده در بازه زمانی $[0,4]$ چقدر کم‌تر است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۳ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

$$m'(t)=\frac{4}{2\sqrt{t}}+3t^2\Rightarrow m'(1)=2+3=5$$

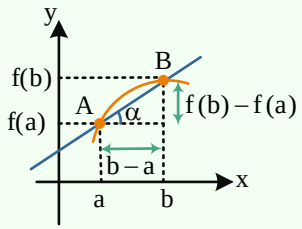
آهنگ متوسط رشد: $\bar{m}=\frac{m(4)-m(0)}{4-0}=\frac{(8+64)-0}{4-0}=\frac{72}{4}=18$

$18-5=13$

یعنی آهنگ تغییرلحظه‌ای ۱۳ واحد از آهنگ متوسط رشد کم‌تر است.

آهنگ تغییر

آهنگ متوسط تغییر: با توجه به شکل مقابل می‌توان گفت که آهنگ متوسط تغییر تابع f، با شیب خطی که دو نقطه A و B را به هم وصل می‌کند (شیب خط قاطع یا شیب خط واصل) برابر است.



$$\text{شیب خط قاطع}=\tan\alpha=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

بنابراین آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a,b]$ برابر است با:

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- بیشترین مقدار $f(x)=2\cos^2 x-4\sin x+a$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ برابر ۲ می‌باشد. کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟

۱) صفر ۲) −۴ ۳) −۲ ۴) −۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ کاربرد مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

ابتدا مقدار تابع را در نقاط ابتدا و انتهای بازهٔ $[0,2\pi]$ به دست می‌آوریم:

$$f(0)=2\cos^2 0-4\sin 0+a=2+a$$

$$f(2\pi)=2\cos^2 2\pi-4\sin 2\pi+a=2+a$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

حال مشتق f را به دست آورده و مقدار تابع را در نقاط بحرانی به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = -۴\sin x\cos x - ۴\cos x = -۴\cos x(۱+\sin x)$$

$$f'(x) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۱ \Rightarrow y = a-۴ \\ \sin x = -۱ \Rightarrow y = a+۴ \end{cases} \\ \sin x = -۱ \Rightarrow \cos x = ۰ \Rightarrow y = a+۴ \end{cases}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده داریم:

$$max = a+۴ \Rightarrow a+۴ = ۲ \Rightarrow a = -۲$$

$$min = a-۴ \Rightarrow min = -۲-۴ = -۶$$

پیدا کردن نقاط اکسترمم مطلق یک تابع پیوسته در بازه $[a,b]$

برای پیدا کردن نقاط اکسترمم مطلق تابع پیوستهٔ f در بازه $[a,b]$ به روش زیر عمل می‌کنیم:

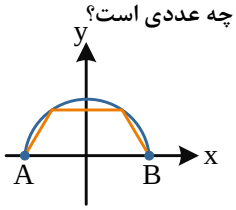
۱) ابتدا طول نقاط بحرانی تابع f را به دست می‌آوریم. (امیدواریم یادت باشه که ابتدا و انتهای بازه بسته هم جزو نقاط بحرانی بودن)

۲) سپس مقدار تابع را به ازای طول نقاط بحرانی محاسبه می‌کنیم.

۳) در مرحله ۲، بزرگ‌ترین عدد به دست آمده را مقدار ماکزیمم مطلق و کوچک‌ترین آن‌ها را مقدار مینیمم مطلق تابع f می‌نامیم.

گروه آموزشی ماز

۱۶- ذوزنقه‌ای مطابق شکل درون نیم‌دایره‌ای به شعاع ۴ محاط شده است. دو نقطهٔ A و B ثابت‌اند. حداکثر مساحت ذوزنقه چه عددی است؟



۱) $۱۲\sqrt{۳}$

۲) $۹\sqrt{۲}$

۳) $۱۲\sqrt{۲}$

۴) $۹\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ کاربرد مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

معادلهٔ دایره به صورت $x^۲+y^۲=۱۶$ است، پس نقطهٔ $M\left|\begin{matrix} x \\ \sqrt{۱۶-x^۲} \end{matrix}\right.$ یکی از رئوس ذوزنقه در ناحیهٔ اول است به طوری که:

$$S = \frac{۲x+۸}{۲} \times \sqrt{۱۶-x^۲} = (x+۴)\sqrt{۱۶-x^۲}$$

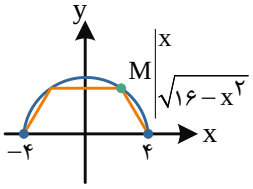
حال مشتق $S(x)$ را به دست آورده و از معادلهٔ $S'(x)=۰$ نقاط بحرانی را می‌یابیم:

$$S'(x) = \sqrt{۱۶-x^۲} + \frac{-۲x}{۲\sqrt{۱۶-x^۲}}(x+۴)$$

$$S'(x) = ۰ \Rightarrow \sqrt{۱۶-x^۲} = \frac{x}{\sqrt{۱۶-x^۲}}(x+۴)$$

$$\Rightarrow ۱۶-x^۲ = x^۲+۴x \Rightarrow ۲x^۲+۴x-۱۶=۰ \Rightarrow x^۲+۲x-۸=۰$$

$$\Rightarrow (x+۴)(x-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۴ \text{ غ ق ق} \\ x=۲ \end{cases}$$



پس به ازای $x=۲$، مساحت ذوزنقه ماکزیمم است و داریم:

$$S_{max} = (۲+۴)\sqrt{۱۶-۲^۲} = ۶\sqrt{۱۲} = ۱۲\sqrt{۳}$$

بهینه‌سازی

در حل مسائل بهینه‌سازی به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱) در صورت لزوم با توجه به اطلاعات مسئله شکل مناسبی برای مسئله رسم کرده و اطلاعات مسئله را روی آن سوار می‌کنیم.

۲) رابطهٔ کمیتی که قرار است بهینه شود (مینیمم یا ماکزیمم شود) را به دست می‌آوریم.

۳) رابطه به دست آمده را به کمک روابط موجود در مسئله به یک رابطه تک متغیره تبدیل می‌کنیم.

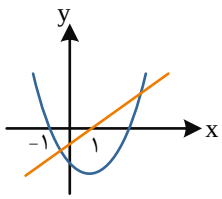
۴) سپس طول نقاط بحرانی رابطه تک متغیره را به دست می‌آوریم.

۵) در نهایت مقدار رابطه تک متغیره را به ازای طول نقاط بحرانی آن محاسبه کرده و بیشترین مقدار یا کم‌ترین مقدار آن را (بستگی داره خواسته سوال کدومش باشه!) پیدا می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷- برای تابع $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$، نمودار f' و f'' در شکل روبه‌رو آورده شده است. مقدار $fof''(\frac{۴}{۳})$ چه عددی است؟



۱) -۱۲
۲) -۱۸
۳) -۲۰
۴) -۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ کاربرد مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

در تابع درجهٔ سومی که دارای اکسترمم نسبی است، نقطهٔ عطف وسط دو اکسترمم نسبی قرار دارد، پس $x=۳$ نیز طول اکسترمم نسبی است و $x=-۱$ و $x=۳$ جواب‌های معادلهٔ $f'(x)=۰$ می‌باشند:

$$f'(x)=۳x^۲+۲ax+b \Rightarrow \begin{cases} f'(-۱)=۳-۲a+b=۰ \\ f'(۳)=۲۷+۶a+b=۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} -۲a+b=-۳ \\ ۶a+b=-۲۷ \end{cases} \Rightarrow a=-۳\ ,\ b=-۹$$

پس تابع داده شده به صورت $f(x)=x^۳-۳x^۲-۹x$ می‌باشد.

$$f'(x)=۳x^۲-۶x-۹ \Rightarrow f''(x)=۶x-۶$$

حال خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$fof''(\frac{۴}{۳})=f(f''(\frac{۴}{۳}))=f(۶\times\frac{۴}{۳}-۶)=f(۲)=۲^۳-۳(۲)^۲-۹\times۲=۸-۱۲-۱۸=-۲۲$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- طول نقطهٔ عطف تابع $f(x)=(x-\alpha)^۲(x+۳\alpha)$ برابر $\frac{-۱}{۳}$ است. طول مینیمم نسبی تابع کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) $-\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ کاربرد مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

در تابع $y=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ طول نقطه عطف تابع برابر $x=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{۳}$ است، پس:

$$-\frac{۱}{۳}=\frac{\alpha+\alpha-۳\alpha}{۳} \Rightarrow \frac{-۱}{۳}=\frac{-\alpha}{۳} \Rightarrow \alpha=۱$$

توجه کنید که می‌توان از تابع f دو بار مشتق گرفته و از رابطهٔ $f''(-\frac{۱}{۳})=۰$، مقدار α را پیدا کرد.

$$f(x)=(x-۱)^۲(x+۳) \Rightarrow f'(x)=۲(x-۱)(x+۳)+(x-۱)^۲$$

$$f'(x)=(x-۱)(۲x+۶+x-۱)=(x-۱)(۳x+۵)$$

$$f'(x)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=-\frac{۵}{۳} \end{cases}$$

x	$-\frac{۵}{۳}$		۱	
f'	+	−	۰	+
f	↗ max	↘	min	↗

$\Rightarrow$ طول min $=۱$

گروه آموزشی ماز

۱۹- در تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{x+b}$ نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم واقع شده و $f'(۰)=-\frac{۱}{۳}$ می‌باشد. مقدار $۲a+۴b$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۱/۵
۳) ۴/۵
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ کاربرد مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

$$f(x)=\frac{ax+b}{x+b} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجانب قائم}: x=-b \\ \text{مجانب افقی}: y=a \end{cases} \xrightarrow{\text{نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها}} A\begin{vmatrix} -b \\ a \end{vmatrix}$$

نقطهٔ A روی نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم $(y=-x)$ واقع است، پس: $a=b$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

از طرفی:

$$f'(x)=\frac{ab-b}{(x+b)^2}\Rightarrow f'(0)=\frac{ab-b}{b^2}=\frac{a-1}{b}=-\frac{1}{3}$$

$$\begin{cases}a=b\\ \frac{a-1}{b}=-\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow a=b=\frac{3}{4}$$

$$2a+4b=2(\frac{3}{4})+4(\frac{3}{4})=\frac{3}{2}+3=4/5$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- خطی که اکسترمم‌های نسبی تابع $f(x)=2x^3-9x^2+12x+1$ را به هم وصل می‌کند، دارای کدام شیب است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ کاربرد مشتق ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

معادلهٔ $f'(x)=0$ را حل می‌کنیم:

$$f'(x)=6x^2-18x+12\Rightarrow f'(x)=0$$

$$\Rightarrow 6x^2-18x+12=0\Rightarrow 6(x-1)(x-2)=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ x=2\end{cases}$$

$f(1)=6$, $f(2)=5$

شیب $=\frac{5-6}{2-1}=-1$

x		1		2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	6 (max نسبی)	↘	5 (min نسبی)	↗

گروه آموزشی ماز

۲۱- درایه واقع بر سطر دوم و ستون دوم ماتریس A که به صورت $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\1&0&1\\-1&2&-1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&2&1\\3&2&3\\-1&-1&-1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}$ تعریف می‌شود، کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ ماتریس و کاربردها ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

طبق درسنامه لازم نیست سه ماتریس را در هم ضرب کنیم. کافی است سطر دوم از ماتریس چپ را در کل ماتریس وسط و سپس حاصل را در ستون دوم ماتریس راست ضرب کنیم، ببینید:

$$\begin{bmatrix}1&0&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&2&1\\3&2&3\\-1&-1&-1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}2\\5\\8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\5\\8\end{bmatrix}=5$$

شنیدنی دربارهٔ ضرب ماتریس‌ها

برای پیدا کردن درایهٔ واقع بر سطر i ام و ستون j ام ماتریس حاصل از $A\times B\times C$ می‌توان سطر i ام از ماتریس A را در B و سپس حاصل را در ستون j ام از ماتریس C ضرب کرد.

گروه آموزشی ماز

۲۲- مجموع درایه‌های ماتریس A که در رابطهٔ $\begin{bmatrix}1&2\\2&1\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&7\\7&8\end{bmatrix}$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ماتریس و کاربردها ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

دو طرف تساوی را از چپ در معکوس ماتریس $(M^{-1})M$ و از سمت راست در معکوس ماتریس $N(N^{-1})$ ضرب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}1&2\\2&1\end{bmatrix}}_{M}A\underbrace{\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}}_{N}=\begin{bmatrix}5&7\\7&8\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}1&2\\2&1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}5&7\\7&8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1\\1&2\end{bmatrix}^{-1}=(-\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&-2\\-2&1\end{bmatrix})\times\begin{bmatrix}5&7\\7&8\end{bmatrix}\times(\frac{1}{3}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix})=\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$$

جمع درایه‌های ماتریس حاصل برابر ۳ می‌باشد.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud

ضرب ماتریس چه چیزایی داشت نمی‌دونستیم!

- اگر $A\times B=C$ و $|A|\neq ۰$، آن‌گاه $B=A^{-۱}\times C$.
- اگر $A\times B=C$ و $|B|\neq ۰$، آن‌گاه $A=C\times B^{-۱}$
- **نتیجه:** اگر $A\times B\times C=D$ باشد و $|A|\times|C|\neq ۰$، آن‌گاه $B=A^{-۱}DC^{-۱}$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر A یک ماتریس ۳×۳ باشد که $A^{-۱}=[b_{ij}]$ و $b_{ij}=\begin{cases}۰ & i>j\\ ۳+j^۲-۳i & i=j\\ i^۲+j^۲-۱ & i<j\end{cases}$ باشد، حاصل دترمینان ماتریس $|۳A^{-۱}|A^۳$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $۳^۳$ ۳) $۳^۶$ ۴) $۳^۹$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ماتریس و کاربردها ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ماتریس $A^{-۱}$ را ببینید:

$$A^{-۱}=\begin{bmatrix}۱ & ۴ & ۹\\ ۰ & ۱ & ۱۲\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}\Rightarrow|A^{-۱}|=۳\Rightarrow|A|=\frac{۱}{۳}$$

حال به محاسبهٔ دترمینان می‌پردازیم:

$$|۳A^{-۱}|=۳^۳\times|A^{-۱}|=۳^۳\times۳=۳^۴$$

$$||\underbrace{۳A^{-۱}}_{۳^۴}|A^۳|=|۳^۴A^۳|=(۳^۴)^۳\times|A|^۳=۳^{۱۲}\times(\frac{۱}{۳})^۳=۳^{۱۲}\times۳^{-۳}=۳^۹$$

نکات جالب از دترمینان ماتریس

۱) اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند، آن‌گاه: $|A\times B|=|A|\times|B|$

۲) در مورد ماتریس A^n می‌توان گفت: $|A^n|=|A|^n$

۳) اگر $A^{-۱}$ معکوس ماتریس A باشد، آن‌گاه: $|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}$

۴) اگر A یک ماتریس مربعی مرتبهٔ n و k عددی حقیقی و غیرصفر باشد، آن‌گاه: $|kA|=k^n|A|$

۵) دترمینان ماتریس‌های بالامثلثی، پایین مثلثی و قطری با ضرب درایه‌های قطر اصلی برابر است.

(بالامثلثی) $A=\begin{bmatrix}a & b & c\\ ۰ & d & e\\ ۰ & ۰ & f\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=adf$

(پایین‌مثلثی) $A=\begin{bmatrix}a & ۰ & ۰\\ g & d & ۰\\ h & i & f\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=adf$

(قطری) $A=\begin{bmatrix}a & ۰ & ۰\\ ۰ & d & ۰\\ ۰ & ۰ & f\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=adf$

گروه آموزشی ماز

۲۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از ۲ نقطه A و B در آن صفحه به یک فاصله باشند و فاصله آن‌ها از خط d در همان صفحه ۲ سانتی‌متر باشد، کدام نمی‌تواند باشد؟

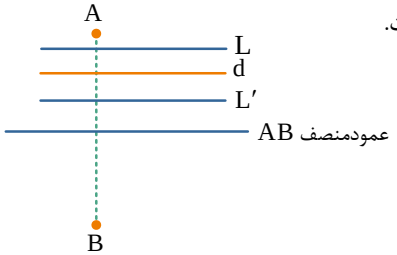
۱) مجموعه تهی ۲) مجموعه‌ای شامل فقط یک نقطه ۳) مجموعه‌ای شامل فقط ۲ نقطه ۴) یک مجموعه نامتناهی

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ آشنایی با مقاطع مخروطی ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

مطابق درسنامه مکان هندسی فوق، اشتراک خط عمودمنصف پاره‌خط AB با هر یک از ۲ خط موازی با d است.

حالت اول: ممکن است عمودمنصف AB با هر ۲ خط موازی با d یعنی L و L'، موازی شود.

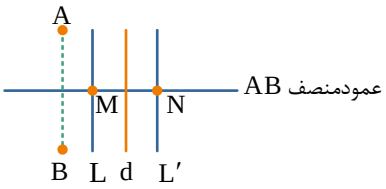
در این حالت مسئله جواب ندارد.



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

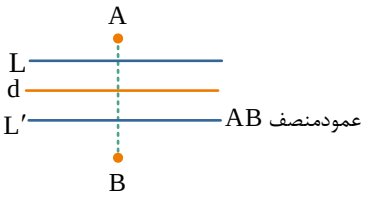
حالت دوم: ممکن است عمودمنصف AB هر دو خط موازی با d یعنی L و L' را قطع کند.

در این حالت مسئله دو جواب (N, M) دارد.



حالت سوم: ممکن است عمودمنصف AB بر یکی از دو خط موازی با d یعنی L یا L' منطبق شود.

در این حالت، مسئله بی‌شمار جواب دارد.



مکان هندسی‌های معروف

۱) مکان هندسی نقاطی که از ۲ نقطه A و B واقع در آن صفحه به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است.

۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d واقع در آن صفحه به فاصله k باشند، ۲ خط موازی با d و به فاصلهٔ k در دو طرف آن است.

گروه آموزشی ماز

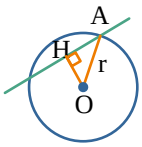
۲۵- دایرهٔ $C: x^2+y^2-2x+8y=m$ بر خط $d: 3x-4y=4$ وتری به طول ۸ ایجاد می‌کند. این دایره محور xها را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. فاصلهٔ این دو نقطه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ آشنایی با مقاطع مخروطی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

مرکز دایرهٔ C برابر است با:

$$O(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2})=(1,-4)$$



فاصلهٔ مرکز دایره از خط d برابر است با:

$$d=\frac{|3\times 1-4\times(-4)-4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{15}{5}=3$$

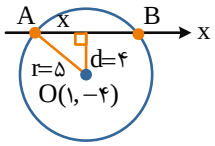
خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می‌شود وتر را نصف می‌کند، پس:

$$AH=4 \Rightarrow r^2=d^2+AH^2 \Rightarrow r^2=4^2+3^2 \Rightarrow r=5$$

فاصلهٔ مرکز دایره $O(1,-4)$ از محور xها برابر ۴ است. با توجه به $r=5$ نصف طول وتری که دایره روی محور xها ایجاد می‌کند برابر است با:

$$x^2=r^2-d^2 \Rightarrow x^2=5^2-4^2 \Rightarrow x=3$$

$$\text{طول وتر}=2x=6 \quad \text{فاصلهٔ A و B}$$



محاسبهٔ مرکز و شعاع دایره در حالت گسترده

اگر $x^2+y^2+ax+by+c=0$ معادلهٔ گستردهٔ یک دایره باشد، مرکز و شعاع دایره به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$O(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}) \qquad R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}$$

فاصلهٔ نقطه از خط: فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_A, y_A)$ از خط $d: ax+by+c=0$ برابر است با:

$$AH=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

گروه آموزشی ماز

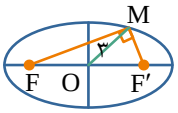
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶- روی بیضی که طول قطرهای آن ۸ و ۱۰ واحد است نقطهٔ M را چنان انتخاب کرده‌ایم که فاصلهٔ آن تا مرکز بیضی برابر با ۳ باشد، زاویهٔ FMF' کدام است؟

۱) ۹۰° ۲) ۶۰° ۳) ۴۵° ۴) ۳۰°

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ آشنایی با مقاطع مخروطی ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

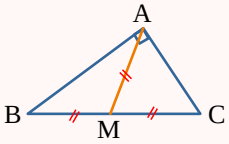
$$\text{قطر بزرگ} = ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$
$$\text{قطر کوچک} = ۲b = ۸ \Rightarrow b = ۴$$
$$\Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow c = ۳$$



پس $FF' = ۶$ است. از آن‌جایی که مرکز بیضی یعنی O وسط FF' است، پس OM میانهٔ وارد بر FF' در مثلث FMF' است و چون نصف FF' است، پس مثلث FMF' قائم‌الزاویه در رأس M است، بنابراین $F\hat{M}F'$ برابر ۹۰° است.

میانهٔ وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه

در مثلث قائم‌الزاویه میانهٔ وارد بر وتر، نصف طول وتر است و بالعکس. یعنی اگر در مثلثی میانهٔ وارد بر یکی از اضلاع، نصف طول آن ضلع بود آن مثلث قائم‌الزاویه و آن ضلع وتر است.



$$\hat{A} = ۹۰^\circ \Leftrightarrow AM = BM = MC$$

گروه آموزشی ماز

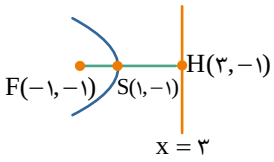
۲۷- خط هادی سهمی که رأس آن $(۱-,۱)$ و کانون آن $(۱-,۱-)$ می‌باشد، کدام است؟

۱) $x = -۳$ ۲) $y = ۱$ ۳) $x = ۳$ ۴) $y = -۱$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ آشنایی با مقاطع مخروطی ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

از آن‌جایی که رأس و کانون دارای عرض یکسان هستند، سهمی افقی بوده و دهانهٔ آن به چپ یا راست باز می‌شود و با توجه به این که طول کانون ۲ واحد کمتر از طول رأس است، پس دهانهٔ سهمی به چپ باز می‌شود و فاصلهٔ کانونی ۲ می‌باشد.

با توجه به شکل $x = ۳$ معادلهٔ خط هادی می‌باشد.



گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ باشد، اندازهٔ تصویر بردار $\vec{a} + \vec{b}$ بر امتداد $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ بردارها ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

روش اول:

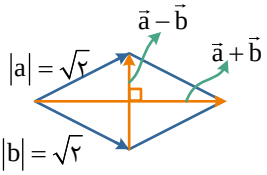
بردار $\vec{a} + \vec{b}$ را $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{c}$ را $\vec{d}$ می‌نامیم، پس:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{i} + ۲\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = i + \vec{k}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{اندازهٔ تصویر } \vec{c} \text{ بر } \vec{d} = \frac{|\vec{c}.\vec{d}|}{|\vec{d}|} = \frac{|۱ + ۰ - ۱|}{|\vec{d}|} = ۰$$

یعنی اندازهٔ تصویر $\vec{a} + \vec{b}$ برابر با صفر است.

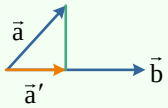
روش دوم:

از آن‌جایی که $|a| = |b| = \sqrt{۲}$ می‌باشد، پس $\vec{a} + \vec{b}$ بر $\vec{a} - \vec{b}$ عمود بوده و اندازهٔ تصویر $\vec{a} + \vec{b}$ بر $\vec{a} - \vec{b}$ برابر صفر است.



اندازهٔ تصویر بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$

طول تصویر بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ برابر است با:



$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a}.\vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹- با سه بردار $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$، $\vec{b}=(0,-1,1)$ و $\vec{c}=2\vec{i}+\vec{k}$ متوازی‌السطوحی بنا می‌کنیم. اگر قاعدهٔ این متوازی‌السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، آن‌گاه اندازهٔ ارتفاع وارد بر این وجه کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ بردارها ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

حجم متوازی‌السطوح و مساحت قاعدهٔ آن را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|=\begin{vmatrix}2 & 1 & -1\\ 0 & -1 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{vmatrix}=2$$

$$S=|\vec{b}\times\vec{c}|\Rightarrow\vec{b}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 0 & -1 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{vmatrix}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}\Rightarrow S=|\vec{b}\times\vec{c}|=\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}=3$$

$$V=S.h\Rightarrow 2=3\times h\Rightarrow h=\frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $|\vec{a}|=1$، $|\vec{b}|=2$، $|\vec{c}|=3$، $|\vec{d}|=4$ و $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{a}.\vec{d}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}+\vec{c}.\vec{d}$ کدام است؟

۱) ۲۳ ۲) ۱۹ ۳) ۳۵ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ بردارها ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

روش اول:

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{d}-\vec{c}\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{d}-\vec{c}|^2\Rightarrow|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}.\vec{b}=|\vec{c}|^2+|\vec{d}|^2-2\vec{c}.\vec{d}$$

$$\vec{a}.\vec{b}+\vec{c}.\vec{d}=\frac{|\vec{c}|^2+|\vec{d}|^2-|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2}{2}=\frac{9+16-1-4}{2}=10\quad(I)$$

به همین ترتیب داریم:

$$\vec{a}+\vec{c}=\vec{d}-\vec{b}\Rightarrow|\vec{a}+\vec{c}|^2=|\vec{d}-\vec{b}|^2\Rightarrow\vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}=\frac{16+4-9-1}{2}=5\quad(II)$$

$$\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}-\vec{a}\Rightarrow|\vec{b}+\vec{c}|^2=|\vec{d}-\vec{a}|^2\Rightarrow\vec{b}.\vec{c}+\vec{a}.\vec{d}=\frac{16+1-9-4}{2}=2\quad(III)$$

$$(I)+(II)+(III)\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{a}.\vec{d}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}+\vec{c}.\vec{d}=17$$

روش دوم:

بردارهای $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\vec{a}=(-1,0,0)\quad\vec{b}=(2,0,0)\quad\vec{c}=(3,0,0)\quad\vec{d}=(4,0,0)$$

$$\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{a}.\vec{d}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}+\vec{c}.\vec{d}=-2-3-4+6+8+12=17$$

نکات مهم از بردار

۱) $\vec{a}.\vec{a}=|\vec{a}|^2$

۲) $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}.\vec{b}$

۳) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2\vec{a}.\vec{b}$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱- اگر α و β هر دو گنگ باشند، آن‌گاه حداکثر چه تعداد از اعضای مجموعهٔ $A=\{\alpha+\beta,\alpha-\beta,\alpha+2\beta,\alpha-2\beta\}$ می‌توانند به‌طور همزمان گویا باشند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ آشنایی با نظریهٔ اعداد ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

اگر هر دو عدد $\alpha+k\beta$ و $\alpha+m\beta$ گویا باشند $(m,k\in\mathbb{Q})$، آن‌گاه با فرض $m\neq k$ داریم:

$$\left.\begin{matrix}(\alpha+m\beta)\in\mathbb{Q}\\(\alpha+k\beta)\in\mathbb{Q}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{دو عدد را از هم کم می‌کنیم}}(m-k)\beta\in\mathbb{Q}$$

چون هر دو عدد m و k گویا بوده و $m-k$ نیز گویای غیرصفر می‌شود پس گویا بودن $(m-k)\beta$ تناقض بوده و معلوم می‌شود که همزمان $\alpha+m\beta$ و $\alpha+k\beta$ نمی‌توانند با هم گویا باشند و حداکثر یکی از اعضای داده شده گویا می‌شود، پس در مجموعهٔ A حداکثر یک عدد گویا یافت می‌شود. برای درک بهتر می‌توانید از مثال $\alpha=1+\sqrt{2}$ و $\beta=1-\sqrt{2}$ استفاده کنید.

گروه آموزشی ماز

۳۲- بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی مانند n که در رابطهٔ $17\mid 9n-2$ صدق کند را t می‌نامیم. t به کدام‌یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟

۱) ۷ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ آشنایی با نظریهٔ اعداد ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

$$17\mid 9n-2\Rightarrow 9n-2\overset{17}{\equiv}0\Rightarrow 9n\overset{17}{\equiv}2\Rightarrow 9n\overset{17}{\equiv}2+2\times17\Rightarrow 9n\overset{17}{\equiv}36\Rightarrow n\overset{17}{\equiv}4\Rightarrow n=17k+4$$

$$\xrightarrow[k=58]{\text{بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی}}t=990$$

عدد ۹۹۰ بر ۱۱ بخش‌پذیر بوده و بر هیچ‌یک از اعداد ۱۳،۱۲،۷ بخش‌پذیر نیست.

گروه آموزشی ماز

۳۳- اگر دو عدد طبیعی a و b چنان باشد که $(24b,45a)=36$، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقدار طبیعی ممکن برای (b,a) کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ آشنایی با نظریهٔ اعداد ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

$$(24b,45a)=36\Rightarrow 3\times(8b,15a)=36\Rightarrow(8b,15a)=12$$

بنابراین a و b هم‌زمان نمی‌توانند هر دو مضرب ۹ باشند و گزینه‌های ۳ و ۴ رد می‌شوند ولی (a,b) می‌تواند ۱۲ باشد، کافی است $a=b=12$ را امتحان کنید.

گروه آموزشی ماز

۳۴- معادلهٔ سیاله خطی $18x+15y=n$ در مجموعهٔ اعداد طبیعی دقیقاً سه دسته جواب دارد. رقم دهگان حداقل مقدار ممکن برای n کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ آشنایی با نظریهٔ اعداد ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

اولاً $n\mid(18,15)$ یعنی n بر ۳ بخش‌پذیر است، پس n را به فرم $n=3n'$ نوشته و معادلهٔ سیاله را به فرم $6x+5y=n'$ بازنویسی می‌کنیم. مقادیر x به مقدار ۵ تا ۵ تا و مقادیر y به مقدار ۶ تا ۶ تا تغییر می‌کنند، بنابراین برای آن‌که n' مینیمم باشد سه جواب موردنظر را به صورت $(1,13),(6,7),(11,1)$ در نظر می‌گیریم که در این صورت n' برابر ۷۱ و در نتیجه n برابر ۲۱۳ به دست می‌آید که رقم دهگان آن برابر ۱ است.

گروه آموزشی ماز

۳۵- مکمل گراف C_6 چند دور به طول ۴ دارد؟

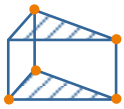
۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ گراف و مدل‌سازی ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

مکمل گراف C_6 گرافی ۳-منتظم به شکل مقابل است:



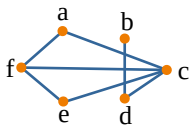
اگر گراف را به شکل یک منشور با قاعدهٔ مثلث در نظر بگیریم هر سه وجه جانبی آن دوری به طول ۴ بوده و آن گراف دور دیگری با طول ۴ ندارد.



گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶- گراف مقابل چند زیرگراف از مرتبهٔ ۵ دارد به طوری که رئوس a، c و d رئوسی از هر یک از آن زیرگراف‌ها باشند؟



۱) ۹۶
۲) ۱۰۲
۳) ۱۰۸
۴) ۱۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ گراف و مدل‌سازی ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

یک بار رأس b، یک بار e و بار دیگر f را حذف می‌کنیم، ببینید:

۱) با حذف رأس b و یال‌های مرتبط به آن، ۶ یال باقی‌مانده که هر یال ۲ حالت دارد (در زیرگراف باشد یا نباشد) پس 2^6 یعنی ۶۴ زیرگراف ساخته خواهد شد.

۲) با حذف رأس e و یال‌های مرتبط به آن، ۵ یال باقی‌مانده و 2^5 یعنی ۳۲ زیرگراف ساخته خواهد شد.

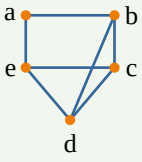
۳) با حذف رأس f و یال‌های مرتبط به آن، ۴ یال باقی‌مانده و 2^4 یعنی ۱۶ زیرگراف ساخته خواهد شد.

پس تعداد زیرگراف‌های موردنظر برابر $16+32+64$ یعنی ۱۱۲ خواهد بود.

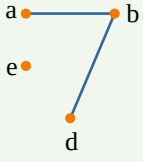
زیرگراف

یک زیرگراف از گراف G گرافی است که مجموعهٔ رأس‌های آن زیرمجموعهٔ رأس‌های گراف G و مجموعهٔ یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از یال‌های گراف G باشد.

به عنوان مثال

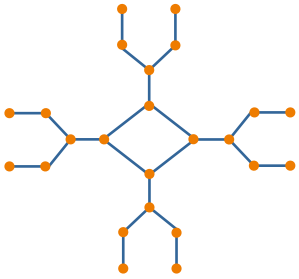


گراف G



زیرگراف G

۳۷- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

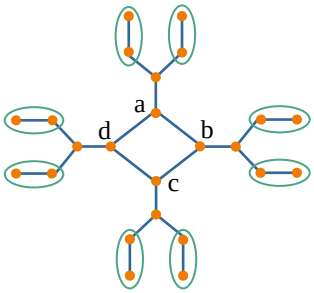


۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ گراف و مدل‌سازی ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

هر رأس درجهٔ ۱ یا باید خودش در مجموعهٔ احاطه‌گر باشد و یا تنها همسایه‌اش.

در گراف داده شده ۸ رأس درجهٔ ۱ وجود دارد که با در نظر گرفتن هر یک از آن‌ها و تنها همسایهٔ هر کدام، ۸ مجموعهٔ جدا از هم تشکیل می‌شود که از هر مجموعه‌ای حداقل یک عضو در مجموعهٔ احاطه‌گر داده می‌شود که در این صورت هیچ‌یک از رئوس d, c, b, a احاطه نمی‌شود. چون آن چهار رأس تشکیل C_4 می‌دهند ورود حداقل دو رأس از آن چهار رأس به مجموعهٔ احاطه‌گر الزامی می‌شود. پس با انتخاب رأس درجهٔ ۲ در مجموعه‌های هشت‌گانه و دو رأس از بین d, c, b, a یک مجموعهٔ احاطه‌گر ۱۰ عضوی معرفی می‌شود.



عدد احاطه‌گری

تعداد عضوهای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نشان می‌دهیم.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x+y+z+t=۷$ از تعداد جواب‌های صحیح و مثبت آن چقدر بیشتر است؟

۱) ۷۰ ۲) ۹۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ ترکیبیات (شمارش) ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

$$\left.\begin{array}{l}\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{۷+۴-۱}{۴-۱} = \binom{۱۰}{۳} = \frac{۱۰\times۹\times۸}{۳\times۲\times۱} = ۱۲۰\\ \text{تعداد جواب‌های صحیح و مثبت} = \binom{۷-۱}{۴-۱} = \binom{۶}{۳} = \frac{۶\times۵\times۴}{۳\times۲\times۱} = ۲۰\end{array}\right\} \Rightarrow \text{جواب} = ۱۲۰-۲۰ = ۱۰۰$$

یادآوری

۱) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳+\ldots+x_k=n$ برابر است با: $\binom{n+k-۱}{k-۱}$

۲) تعداد جواب‌های طبیعی معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳+\ldots+x_k=n$ برابر است با: $\binom{n-۱}{k-۱}$

گروه آموزشی ماز

۳۹- مجموعه‌های $A=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ و $B=\{x,y,z,t\}$ مفروض‌اند. از A به روی B چند تابع با دامنهٔ A می‌توان تعریف کرد به طوری که در برد هر یک از آن توابع هم x و هم y باشد؟

۱) ۹۹۲ ۲) ۶۹۲ ۳) ۵۴۰ ۴) ۵۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبیات (شمارش) ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

طبق اصل شمول داریم: $|x\cap y|=|U|-|\overline{x\cap y}| \Rightarrow |x\cap y|=|U|-|\bar{x}|-|\bar{y}|+|\bar{x}\cap\bar{y}|$

تعداد کل توابع تعریف شده از A به B برابر $۴^۵$ است. حال تعداد توابعی که در برد آن‌ها x وجود ندارد برابر $۳^۵$ و نیز تعداد توابعی که در برد آن‌ها y وجود ندارد برابر $۳^۵$ است. همچنین تعداد توابعی که در برد آن‌ها x و y حضور ندارد برابر $۲^۵$ است، پس طبق اصل شمول تعداد توابعی که در برد آن‌ها هم x و هم y حضور دارد برابر است با: $۴^۵-۳^۵-۳^۵+۲^۵=۱۰۲۴-۲\times۲۴۳+۳۲=۵۷۰$

اصل شمول و عدم شمول

$$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$$
$$|\overline{A\cup B}|=|S|-|A\cup B|$$

تابع سازی

تعداد توابع تعریف شده از مجموعهٔ m عضوی A به مجموعهٔ n عضوی B برابر n^m است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- در جعبه‌ای ۹ مهرهٔ سفید، ۴ مهرهٔ قرمز، ۷ مهرهٔ آبی و ۱۲ مهرهٔ زرد وجود دارد. از آن جعبه حداقل چند مهره بیرون آوریم تا در مهره‌های منتخب، حداقل یکی از دو اتفاق زیر بیفتد:

الف: در مهره‌های منتخب حداقل از سه رنگ متمایز موجود باشد.

ب: در مهره‌های منتخب حداقل ۵ مهرهٔ همرنگ موجود باشد.

۱) ۱۸ ۲) ۲۲ ۳) ۲۱ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبیات (شمارش) ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

برای رخ دادن اتفاق اول، استخراج حداقل $۱+۹+۱۲$ یعنی ۲۲ مهره لازم است. (اگر ۲۱ مهره خارج کنیم ممکن است ۱۲ مهرهٔ زرد و ۹ مهرهٔ سفید خارج شده و اطمینان موردنظر حاصل نشود.)

برای رخ دادن اتفاق دوم استخراج حداقل $۱+۴+۴+۴+۴$ یعنی ۱۷ مهره لازم است.

بنابراین جواب موردنظر ۱۷ خواهد بود.

اصل لانهٔ کبوتری

اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m>n$ و همهٔ کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل دو کبوتر در آن قرار گرفته است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

(آزمون مرحلهٔ ۳ سالیانه – فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

(کنکور تیر ۱۴۰۳ – فیزیک رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

دانش‌آموزان عزیز پایهٔ دوازدهم ماز
امیدواریم حالتون خوب باشه و خیلی خوب برای امتحانات نهایی آماده شده باشید.
همون‌طور که می‌دونین امسال خیلی تلاش کردیم آزمون‌ها در راستای کتاب درسی باشه و تقریباً می‌شه گفت همهٔ تمرین‌ها و مثال‌های کتاب رو در آزمون‌ها براتون پوشش دادیم. در این آزمون هم همین روند رو حفظ کردیم و حتی تلاش کردیم تعدادی از تست‌ها رو طوری آماده کنیم که حلشون به امتحان تشریحی پایان سال هم کمک بکنه؛ بنابراین می‌شه گفت این آزمون با تکیه بر کتاب درسی و با درجهٔ دشواری متوسط رو به آسون طراحی شده و امیدواریم حل و بررسی سؤالات بتونه کمک کنه که درس‌ها رو مرور کنین و نمرهٔ بالاتری در امتحاناتتون بگیرین.
موفق باشید.

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبهٔ ۱ کنکور ۹۲) ـ مسئولین درس فیزیک پایهٔ دوازدهم آزمون ماز

۴۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف: بردار جابه‌جایی برداری است که در هر لحظه از مبدأ محور مختصات به مکان جسم وصل می‌شود.

ب: اگر جسمی روی مسیری مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند، اندازهٔ جابه‌جایی با مسافت طی‌شده توسط آن برابر است.

پ: سطح محصور بین نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان با تغییرات سرعت متحرک برابر است.

ت: هواپیمایی که بر روی باند پرواز می‌کند تا به شرایط برخاستن برسد، دارای شتاب تقریباً ثابت است.

۱) «الف» و «ت» ۲) «ب» و «ت» ۳) «الف» و «پ» ۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

بررسی موارد:

الف) بردار مکان، برداری است که هر لحظه از مبدأ محور مختصات به مکان جسم وصل می‌شود. (✗)

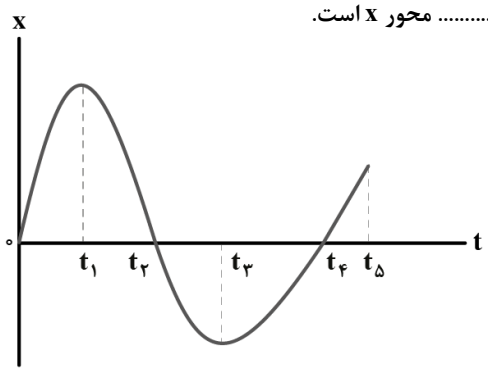
ب) اگر جسمی روی مسیری مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند، اندازهٔ جابه‌جایی با مسافت طی‌شده برابر است. (✓)

پ) سطح محصور بین نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان با جابه‌جایی متحرک برابر است. (✗)

ت) طبق متن کتاب درسی صحیح است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۲- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان حرکت یک متحرک که در راستای محور x حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. به‌ترتیب از راست به چپ، جهت حرکت متحرک ..... بار تغییر می‌کند و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_5 در ..... محور x است.



۱) ۲، جهت
۲) ۲، خلاف جهت
۳) ۳، جهت
۴) ۳، خلاف جهت

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

با توجه به نمودار مکان ـ زمان متحرک، جهت حرکت آن در لحظات t_1 و t_3 تغییر می‌کند (۲ بار).
از طرفی با توجه به این‌که جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_5 مثبت است درمی‌یابیم که در این بازه حرکت متحرک و درنتیجه جابه‌جایی آن در جهت محور x است.

از نمودار مکان ـ زمان چه اطلاعاتی به‌دست می‌آید؟

۱- **مکان اولیه:** به مکان جسم در لحظهٔ شروع حرکت $(t_0 = 0)$ مکان اولیه می‌گویند و آن را با x_0 نشان می‌دهند. در نمودار مکان ـ زمان، x_0 نقطه‌ای است که نمودار محور xها را قطع می‌کند.

۲- **مکان متحرک در هر لحظهٔ دلخواه t:** هر نقطه از نمودار نشان می‌دهد که متحرک در هر لحظهٔ دلخواه t، در چه مکانی قرار دارد.

۳- **بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مختصات:** توجه کنید که وقتی بیش‌ترین فاصله را بخواهیم، این فاصله هم می‌تواند در xهای مثبت و هم در xهای منفی باشد. پس بیش‌ترین مقداری را که x دارد (بیش‌ترین فاصله از محور t)، از روی نمودار تعیین می‌کنیم.

۴- **در چه بازهٔ زمانی متحرک در جهت محور x یا خلاف جهت محور x حرکت می‌کند:** در هر بازهٔ زمانی که شیب نمودار مثبت (نمودار رو به بالا) باشد، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و در هر بازهٔ زمانی که شیب نمودار منفی (نمودار رو به پایین) باشد، متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۵- **لحظهٔ تغییر جهت حرکت:** لحظه‌هایی که نمودار، بیشینه و کمینه است، لحظهٔ تغییر جهت حرکت است. در این لحظات علامت شیب نمودار تغییر می‌کند.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶- لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک: در لحظه‌ای که نمودار از روی محور t عبور می‌کند ($x = 0$ می‌شود و علامت آن تغییر می‌کند)، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۷- در چه بازهٔ زمانی، متحرک به مبدأ مختصات نزدیک یا از آن دور می‌شود: در بازه‌های زمانی که نمودار به محور t نزدیک می‌شود، متحرک به مبدأ مختصات ($x = 0$) نزدیک می‌شود و در بازه‌های زمانی که نمودار از محور t دور می‌شود، متحرک از مبدأ مختصات دور می‌شود.

۸- جابه‌جایی متحرک در یک بازهٔ زمانی: با داشتن مکان اولیه و نهایی در هر بازهٔ زمانی، جابه‌جایی متحرک محاسبه می‌شود.

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

۹- مسافت طی‌شده در یک بازهٔ زمانی: اگر متحرک در بازهٔ زمانی موردنظر، تغییر جهت ندهد، مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است. ولی اگر در بازهٔ موردنظر، نقاط بیشینه یا کمینهٔ نمودار وجود داشته باشد، ابتدا جابه‌جایی را از ابتدای بازه تا لحظهٔ تغییر جهت و سپس از لحظهٔ تغییر جهت تا انتهای باز محاسبه می‌کنیم. سپس قدر مطلق جابه‌جایی‌ها را جمع می‌کنیم تا مسافت طی‌شده محاسبه شود.

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \cdots$$

۱۰- توقف متحرک در یک بازهٔ زمانی: در بازه‌های زمانی که نمودار مکان ـ زمان به‌صورت یک خط صاف و افقی است، متحرک توقف کرده است.

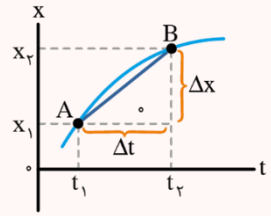
۱۱- سرعت متوسط و تندی متوسط: پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، می‌توانیم سرعت متوسط و تندی متوسط را بازهٔ زمانی موردنظر محاسبه کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

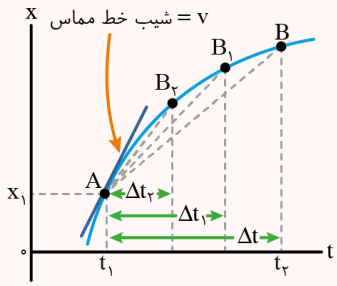
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

البته برای محاسبهٔ سرعت متوسط می‌توان از روش‌های هندسی هم کمک گرفت.

به نمودار مکان ـ زمان زیر که پاره‌خط بین دو نقطهٔ دلخواه آن مطابق شکل رسم شده است، توجه کنید. همان‌طور که از درس ریاضی می‌دانید نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره‌خطی است که دو نقطهٔ A و B را به‌هم وصل می‌کند. از سوی دیگر با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط، می‌دانیم که این نسبت برابر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.



۱۲- سرعت لحظه‌ای: پیش‌ازاین دیدیم که سرعت متوسط متحرک بین هر دو لحظهٔ دلخواه، برابر شیب خطی است که نمودار مکان ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند. همان‌طور که در شکل زیر دیده می‌شود، اگر Δt به‌تدریج کوچک و کوچک‌تر شود، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؛ به‌طوری که اگر Δt به سمت صفر میل کند ($\Delta t \to 0$) نقطهٔ B به نقطهٔ A بسیار نزدیک می‌شود و سرانجام خط واصل بین این دو نقطه به خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A میل می‌کند. در این حالت، شیب خط مماس برابر سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه است.



نکات

۱- در لحظهٔ تغییر جهت حرکت (نقاط بیشینه و کمینهٔ نمودار مکان ـ زمان)، سرعت متحرک برابر صفر است. همچنین علامت سرعت (علامت شیب خط مماس بر نمودار) در این لحظه عوض می‌شود.

۲- تندی متحرک در هر لحظه، همان اندازهٔ سرعت لحظه‌ای (اندازهٔ شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه) است.

۱۳- نوع حرکت:

الف) اگر در یک بازهٔ زمانی، تندی متحرک (اندازهٔ شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان) درحال افزایش باشد، حرکت متحرک در آن بازهٔ زمانی را **تندشونده** می‌گویند.

ب) اگر در یک بازهٔ زمانی، تندی متحرک (اندازهٔ شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان) درحال کاهش باشد، حرکت متحرک در آن بازهٔ زمانی را **کندشونده** می‌گویند.

پ) اگر در یک بازهٔ زمانی، تندی متحرک (اندازهٔ شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان) ثابت باشد، حرکت متحرک را در آن بازهٔ زمانی **یکنواخت** می‌گویند.

توجه کنید که اگر هم تندی و هم‌جهت حرکت ثابت باشد (متحرک روی خط راست با تندی ثابت و بدون تغییر جهت حرکت کند)، حرکت را **سرعت ثابت** می‌گوییم.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

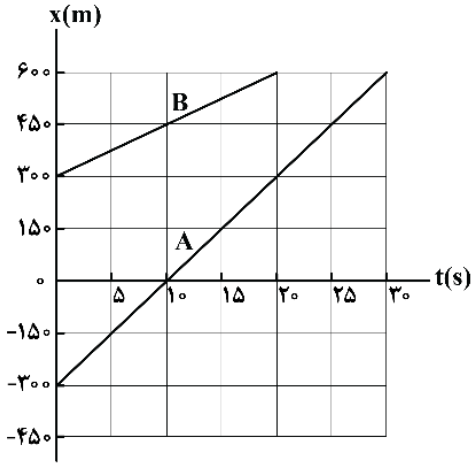
با کمک نمودار مکان ـ زمان می‌توانیم نوع حرکت متحرک را مشخص کنیم. کافی است ببینیم اندازهٔ شیب نمودار چگونه تغییر می‌کند. اگر اندازهٔ شیب نمودار رو به افزایش باشد، حرکت تندشونده است. اگر اندازهٔ شیب نمودار رو به کاهش باشد، حرکت کندشونده است و اگر اندازهٔ شیب نمودار ثابت باشد (نمودار یک خط راست باشد)، حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود.



گروه آموزشی ماز

۴۳- شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی یک خط راست حرکت می‌کنند. اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه مکانی برحسب متر به‌هم می‌رسند؟

۱) ۷۵۰
۲) ۸۰۰
۳) ۹۰۰
۴) ۱۰۵۰



پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

چون نمودار مکان ـ زمان خودروها خط راستی با شیب ثابت است، حرکت آن‌ها با سرعت ثابت است. ابتدا با توجه به اطلاعات روی نمودار، مکان اولیه و شیب نمودارها را که همان سرعت هر خودرو است، محاسبه می‌کنیم. سپس معادلهٔ مکان ـ زمان هریک از متحرک‌ها را می‌نویسیم:

$$\text{خودرو A}: \begin{cases} x_{0A} = -300\,m \\ v_A = \dfrac{0-(-300)}{10} = 30\dfrac{m}{s} \end{cases} \xrightarrow{x_A = v_A t + x_{0A}} x_A = 30t - 300$$

$$\text{خودرو B}: \begin{cases} x_{0B} = 300\,m \\ v_B = \dfrac{450-300}{10} = \dfrac{150}{10} = 15\dfrac{m}{s} \end{cases} \xrightarrow{x_B = v_B t + x_{0B}} x_B = 15t + 300$$

در لحظهٔ به‌هم رسیدن دو خودرو، مکان آن‌ها باهم یکسان است؛ درنتیجه داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 30t - 300 = 15t + 300 \Rightarrow 15t = 600 \Rightarrow t = 40s$$

با قراردادن $t = 40s$ در یکی از معادله‌های مکان ـ زمان، مکان به‌هم رسیدن خودروها به‌دست می‌آید:

$$x_A = 30 \times 40 - 300 = 1200 - 300 = 900\,m$$

حرکت دو متحرک با سرعت ثابت چگونه بررسی می‌شود؟

هنگامی که دو متحرک به‌صورت هم‌زمان بر روی محور x حرکت می‌کنند، برای بررسی حرکت آن‌ها کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را بنویسیم و سپس با بررسی معادلات نوشته‌شده به سؤال پاسخ دهیم. مهم‌ترین چیزهایی که ممکن است از ما پرسیده شود، موارد زیر است:

۱- لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک: برای پیدا کردن لحظهٔ به‌هم رسیدن دو متحرک، کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را باهم برابر قرار دهیم.

معادلهٔ مکان ـ زمان A: $x_A = v_A t + x_{0A}$

معادلهٔ مکان ـ زمان B: $x_B = v_B t + x_{0B}$

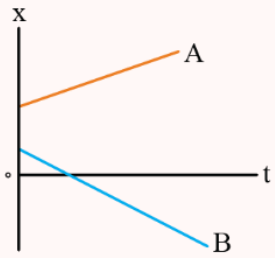
شرط به‌هم رسیدن دو متحرک: $x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_{0A} = v_B t + x_{0B}$

۲- محاسبهٔ فاصلهٔ دو متحرک: فاصلهٔ دو متحرک به معنی قدر مطلق اختلاف معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها است؛ بنابراین در سؤالاتی که می‌خواهیم فاصلهٔ دو متحرک را به‌دست آوریم، ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم، سپس قدر مطلق اختلاف مکان آن‌ها را محاسبه می‌کنیم.

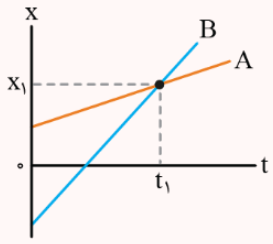
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فاصلهٔ دو متحرک از هم: $d=|x_A-x_B| \xrightarrow[x_B=v_Bt+x_{\circ B}]{x_A=v_At+x_{\circ A}} d=|v_At+x_{\circ A}-(v_Bt+x_{\circ B})|$

۳- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک: گاهی در بررسی حرکت دو متحرک با سرعت ثابت، نمودار مکان ـ زمان آن‌ها رسم می‌شود. هنگامی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند، دو متحرک به‌هم می‌رسند.



دو متحرک هیچ گاه به هم نمی‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک همواره افزایش می‌یابد.)



دو متحرک در لحظهٔ t_1 و مکان x_1 به هم می‌رسند.
(فاصلهٔ دو متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.)

گروه آموزشی ماز

۴۴- معادلهٔ حرکت جسمی که روی یک خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=4t^2-20t+10$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۵s چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

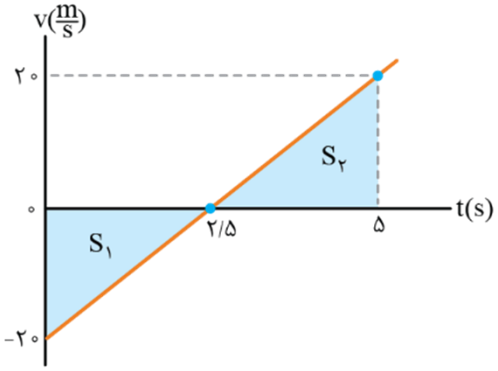
با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}at^2+v_\circ t+x_\circ \\ x=4t^2-20t+10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a=4 \Rightarrow a=8\frac{m}{s^2} \\ v_\circ=-20\frac{m}{s} \\ x_\circ=10m \end{cases}$$

درنتیجه معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک برابر است با:

$$v=at+v_\circ=8t-20$$

با رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک و استفاده از مساحت بین نمودار و محور زمان می‌توانیم مسافت را به‌دست آوریم:



$$v=8t-20 \Rightarrow \begin{cases} t=\circ: v=-20\frac{m}{s} \\ t=5s: v=20\frac{m}{s} \end{cases}$$

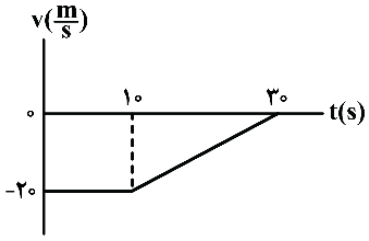
$$\ell=S_1+S_2=\frac{20\times 2/5}{2}+\frac{20\times 2/5}{2}=50m$$

درنهایت با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{50}{5}=10\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. اگر خودرو در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در لحظهٔ $t=30s$ بردار مکان آن در SI کدام است؟

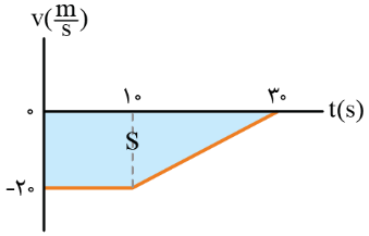


۱) $-400\vec{i}$
۲) $400\vec{i}$
۳) $-600\vec{i}$
۴) $600\vec{i}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

جابه‌جایی خودرو را به کمک مساحت بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان محاسبه می‌کنیم:



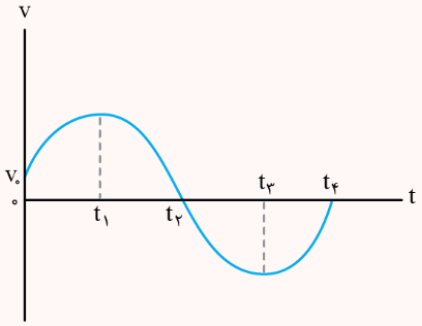
$$\Delta x_{0-30s} = -S = -\frac{(30+10)\times 20}{2} = -400\,m$$

حالا بردار مکان خودرو را در لحظهٔ $t = 30s$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x - x_0 \xrightarrow{x_0=0} -400 = x - 0 \Rightarrow \vec{x} = (-400\,m)\vec{i}$$

نمودار سرعت ـ زمان در حرکت بر خط راست چه اطلاعاتی به ما می‌دهد؟

اگر سرعت متحرکی را که روی خط راست حرکت می‌کند، نسبت به زمان رسم کنیم، نمودار سرعت ـ زمان به‌دست می‌آید. شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کند. در این قسمت می‌خواهیم ببینیم نمودار سرعت ـ زمان چه اطلاعاتی از حرکت به ما می‌دهد؟



۱- سرعت اولیه: سرعت جسم در لحظهٔ $t_0 = 0$، سرعت اولیه نام دارد و آن را با v_0 نشان می‌دهند. در نمودار سرعت ـ زمان، v_0 نقطه‌ای است که نمودار محور v را قطع می‌کند. مثلاً در نمودار داده‌شده، $v_0 > 0$ است.

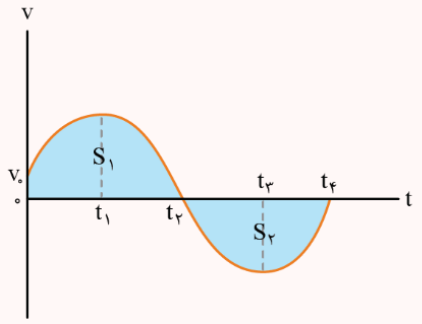
۲- تعیین جهت حرکت: در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار بالای محور t است، علامت سرعت مثبت است و متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و در بازه‌های زمانی‌ای که نمودار زیر محور t است، علامت سرعت منفی است و متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند. مثلاً در نمودار داده‌شده، در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۳- لحظهٔ تغییر جهت حرکت: در لحظه‌ای که نمودار از روی محور t عبور می‌کند ($v = 0$ و علامت سرعت متحرک نیز عوض می‌شود)، متحرک تغییر جهت می‌دهد. مثلاً در لحظهٔ t_2 که سرعت متحرک صفر است و همچنین علامت سرعت نیز عوض شده است، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

توجه کنید که در لحظهٔ t_4 نیز، سرعت متحرک صفر است، ولی چون جهت حرکت متحرک پس‌ازآن مشخص نیست، این لحظه، لحظهٔ تغییر جهت حرکت نیست.

۴- تعیین نوع حرکت: قبلاً دیدیم که اگر در یک بازهٔ زمانی، تندی (اندازهٔ سرعت) متحرک درحال افزایش باشد، حرکت تندشونده و اگر تندی (اندازهٔ سرعت) متحرک درحال کاهش باشد، حرکت کندشونده است. در نمودار سرعت ـ زمان، اگر در یک بازهٔ زمانی نمودار از محور t دور شود، حرکت تندشونده و اگر نمودار به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده است. مثلاً در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3 حرکت متحرک تندشونده و در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4، حرکت متحرک کندشونده است.

۵- محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده: مهم‌ترین نکتهٔ نمودار سرعت ـ زمان این است که مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. توجه کنید که اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت مثبت محور و اگر این مساحت زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور است؛ بنابراین با توجه به نمودار داریم:



جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\Delta x_1 = +S_1$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4: $\Delta x_2 = -S_2$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_4: $\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

چون مسافت طی‌شده برابر با حاصل‌جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌هاست، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۴$ برابر است با:

$$\ell = S_۱ + S_۲$$

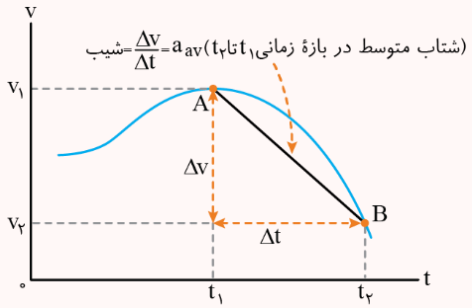
پس بچه‌ها حواستون باشه که موقع پیدا کردن جابه‌جایی، مساحت‌های بالای محور زمان رو با علامت مثبت و مساحت‌های زیر محور زمان رو با علامت منفی استفاده کنین. موقع پیدا کردن مسافت هم که تمام مساحت‌ها رو با علامت مثبت استفاده کنین.

۶- محاسبهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط: پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، می‌توانیم سرعت متوسط و تندی متوسط را در بازهٔ زمانی موردنظر محاسبه کنیم:

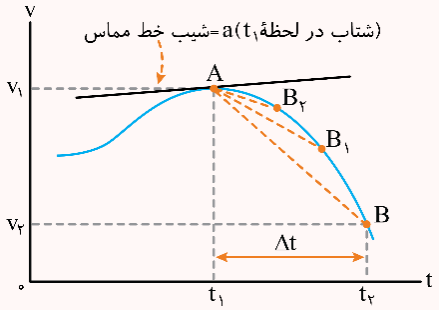
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۷- محاسبهٔ شتاب متوسط: در شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی نشان داده شده است که روی خط راست حرکت می‌کند. با توجه به تعریف شتاب متوسط، معلوم می‌شود که شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب پاره‌خطی است که نمودار سرعت ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.



۸- محاسبهٔ شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه را شتاب لحظه‌ای می‌نامیم. برای سادگی شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌نامیم و آن را با $\vec{a}$ نشان می‌دهیم. در حرکت بر خط راست، شتاب را با a نشان می‌دهیم که علامت آن، جهت شتاب را نشان می‌دهد. در نمودار قبل، اگر نقطه‌های A و B را به‌هم نزدیک کنیم تا $t_۱$ و $t_۲$ یک لحظه شوند، Δt به سمت صفر میل می‌کند $(\Delta t \to ۰)$ و خط واصل بین نقطه‌های A و B، به خط مماس بر نمودار در نقطهٔ A میل می‌کند. در این حالت، شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در لحظهٔ $t_۱$ است. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که شتاب در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در آن لحظه است.



می‌توان نتیجه گرفت که هرگاه در یک بازهٔ زمانی، نمودار سرعت ـ زمان خط راست باشد، شتاب در آن بازهٔ زمانی ثابت و برابر شیب نمودار است و شتاب متوسط و لحظه‌ای باهم برابرند.

گروه آموزشی ماز

۴۶- سنگی از لبهٔ بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ رها می‌شود و پس از ۸ ثانیه به زمین برخورد می‌کند. مسافت طی‌شدهٔ سنگ در ۳ ثانیهٔ آخر حرکت چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۶۵ ۳) ۱۹۵ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

سرعت سنگ در لحظات $t_۱ = ۵s$ و $t_۲ = ۸s$ برابر است با:

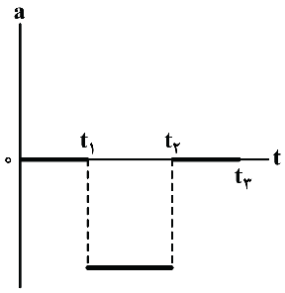
$$v = gt + v_۰ \Rightarrow v = ۱۰t \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۵s : v_۱ = ۵۰\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۸s : v_۲ = ۸۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

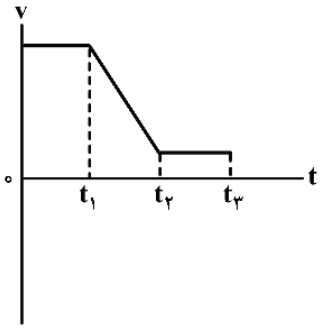
مسافت طی‌شده در ۳ ثانیهٔ آخر حرکت $(۵s < t < ۸s)$ برابر است با:

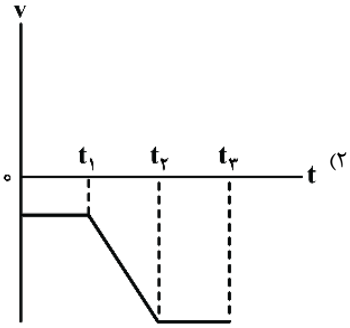
$$|\Delta y| = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۵۰ + ۸۰}{۲} \times ۳ = ۱۹۵m$$

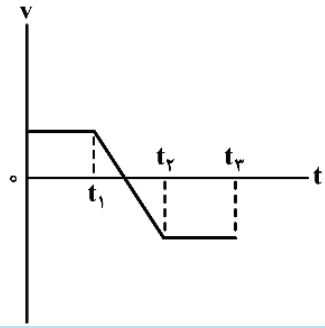
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از نمودارهای سرعت ـ زمان زیر متناظر با این نمودار شتاب ـ زمان است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) هر سه نمودار می‌تواند مربوط به این متحرک باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

هر سه نمودار سرعت ـ زمان گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) می‌توانند متناظر با نمودار شتاب ـ زمان داده‌شده باشند.

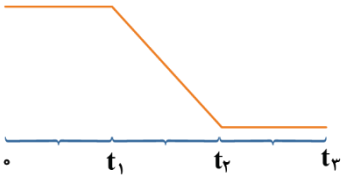
با توجه به نمودار شتاب ـ زمان داریم:

بازهٔ زمانی صفر تا t_1: شتاب صفر یعنی حرکت با سرعت ثابت است؛ بنابراین نمودار $v-t$ خطی موازی با محور t است.

بازهٔ زمانی t_1 تا t_2: شتاب ثابت و منفی است؛ بنابراین نمودار $v-t$ خطی با شیب ثابت و منفی است.

بازهٔ زمانی t_2 تا t_3: شتاب صفر یعنی حرکت با سرعت ثابت است؛ بنابراین نمودار $v-t$ خطی موازی محور t است.

درنتیجه تنها کافی است نمودار $v-t$ متحرک به‌صورت مقابل باشد:



دقت کنید چون سرعت اولیهٔ متحرک را نمی‌دانیم، نمی‌توان عرض از مبدأ نمودار را تعیین کرد.

گروه آموزشی ماز

۴۸- در شکل زیر، شخصی یک چرخ فروشگاه با جرم ۱۲kg را با نیروی افقی ۱۱N به سمت راست هل می‌دهد. اگر نیروی مقاوم در برابر حرکت چرخ برابر با ۲N باشد و چرخ از حال سکون شروع به حرکت کند، پس از ۴s چند متر جابه‌جا می‌شود؟



۱) ۱/۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی/ترکیبی ـ ۱۲۰۲)

نیروهایی که در راستای حرکت چرخ به آن وارد می‌شوند، مطابق شکل است. نیروی خالص وارد بر چرخ را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{net} = F_{\text{شخص}} - F_{\text{مقاوم}} = ۱۱ - ۲ = ۹N$$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

به کمک قانون دوم نیوتون، داریم:

$$a=\frac{F_{net}}{m}=\frac{۹}{۱۲}=۰/۷۵\frac{m}{s^۲}$$

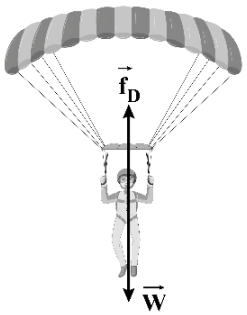
ازآنجایی‌که شتاب و نیروی خالص هم‌جهت هستند، شتاب نیز به سمت راست است.

برای محاسبهٔ جابه‌جایی چرخ در مدت‌زمان ۴s با شتاب ثابت $a=۰/۷۵\frac{m}{s^۲}$ داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t=\frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۴})(۴)^۲+(۰\times ۴)=۶m$$

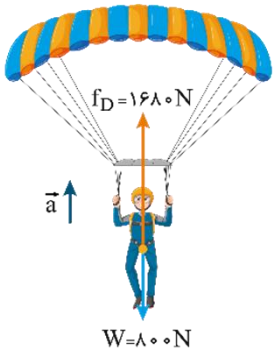
گروه آموزشی ماز

۴۹- مطابق شکل، چتربازی به جرم ۸۰kg مدتی پس از پرش آزاد، چترش را باز می‌کند و ناگهان نیروی مقاومت هوا به ۱۶۸۰N افزایش پیدا می‌کند. شتاب چترباز در این لحظه چند متر بر مربع ثانیه و به کدام جهت است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲۱، بالا
۲) ۲۱، پایین
۳) ۱۱، بالا
۴) ۱۱، پایین

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

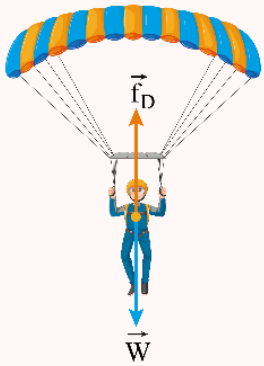


در لحظهٔ موردنظر نیروی مقاومت هوا ۱۶۸۰N و نیروی وزن $W=mg=۸۰\times ۱۰=۸۰۰N$ است. نیروی خالص وارد بر چترباز در این لحظه به سمت بالا است درنتیجه جهت شتاب آن نیز به سمت بالا خواهد بود. اگر جهت رو به بالا را مثبت درنظر بگیریم، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow f_D-W=ma\Rightarrow ۱۶۸۰-۸۰۰=۸۰a\Rightarrow a=\frac{۸۸۰}{۸۰}=۱۱\frac{m}{s^۲}$$

سقوط چترباز را در حضور نیروی مقاومت هوا بررسی کنید

یک چترباز را درنظر بگیرید که در ارتفاع کافی نسبت به زمین، درحال سقوط در هوا است. شکل زیر نیروهای وارد بر چترباز را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، دو نیرو بر چترباز وارد می‌شود:



$\vec{W}$: نیروی وزن که از طرف زمین بر چترباز (شخص و چتر) وارد می‌شود و واکنش آن نیز از طرف چترباز به مرکز زمین وارد می‌شود.

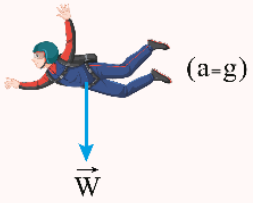
$\vec{f}_D$: نیروی مقاومت هوا که از طرف هوا بر چترباز وارد می‌شود و واکنش آن نیز از طرف چترباز به هوای اطرافش وارد می‌شود.

در ادامه با بررسی این نیروها و کمک گرفتن از قوانین نیوتون، می‌خواهیم حرکت چترباز را قبل و بعد از باز شدن چتر به‌طور کامل بررسی کنیم.

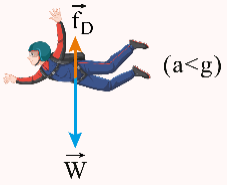
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

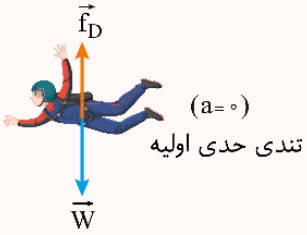
قبل از باز شدن چتر:

فرض کنید چتربازی از یک ارتفاع بلند به پایین می‌پرد. درست در لحظهٔ پرش، تندی چترباز صفر بوده و تنها نیروی وارد بر چترباز وزن او است. در این لحظه شتاب حرکت برابر شتاب گرانشی است $(a = g)$.



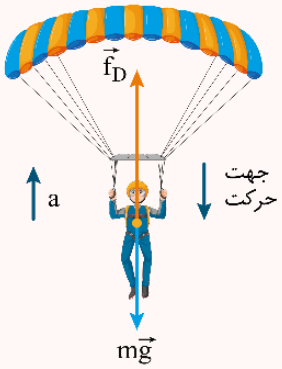
با سقوط چترباز به سمت پایین، تندی او و درنتیجه مقاومت هوا در برابر حرکتش، به‌تدریج افزایش و شتاب حرکت، به‌تدریج کاهش می‌یابد. اگر حرکت چترباز به مدت طولانی ادامه پیدا کند، درنهایت نیروی مقاومت هوا هم‌اندازهٔ وزن شخص شده و شخص با تندی ثابتی **(تندی حدی اولیه)** به سمت پایین به حرکت خود ادامه می‌دهد.



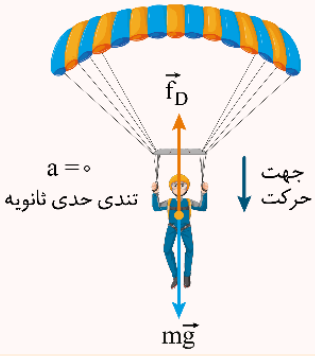


بعد از باز شدن چتر:

در لحظه‌ای که چترباز، چترش را باز می‌کند، به‌دلیل تندی زیاد و افزایش سطح مقطع، نیروی مقاومت هوا ناگهان بسیار زیاد می‌شود. در این لحظه نیروی مقاومت هوا بیش‌تر از وزن چترباز است، درنتیجه شتاب حرکت به سمت بالا و حرکت او کندشونده است.



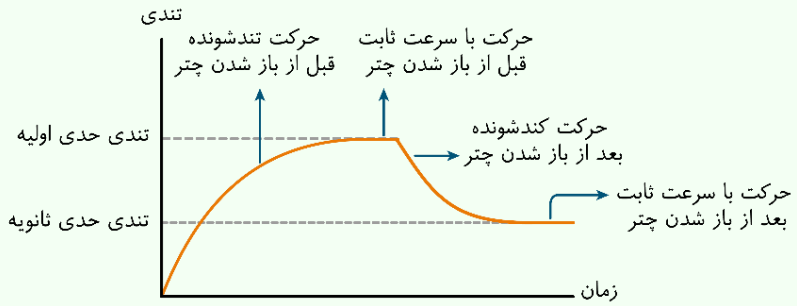
با ادامهٔ حرکت، به‌تدریج تندی چترباز کاهش می‌یابد و به‌همراه کاهش تندی چترباز، نیروی مقاومت هوا نیز کاهش می‌یابد تا درنهایت دوباره با وزن او هم‌اندازه شود. از این لحظه به بعد چترباز با تندی ثابتی **(تندی حدی ثانویه)** به سمت پایین به حرکت خود ادامه می‌دهد.



۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نکات

۱- با توجه به توضیحات مراحل حرکت چترباز، قبل از باز شدن چتر، ابتدا حرکت تندشونده بوده و سپس با سرعت ثابت (سرعت حدی اولیه) ادامه می‌یابد و پس از باز شدن چتر، حرکت کندشونده شده و با سرعت ثابت (سرعت حدی ثانویه) ادامه می‌یابد و نمودار سرعت ـ زمان چترباز به‌صورت زیر است:



۲- هنگامی که چترباز به تندی حدی می‌رسد، شتاب حرکت صفر است و حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین برآیند نیروهای وارد بر چترباز در این حالت صفر است (نیروها متوازن هستند) و می‌توان نتیجه گرفت که نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در این حالت هم‌اندازه‌اند.

گروه آموزشی ماز

۵۰- شخصی درون آسانسور روی ترازوی فنری ایستاده است. در چه تعداد از حالت‌های زیر، عددی که ترازو نشان می‌دهد از وزن شخص بیش‌تر است؟

الف: آسانسور ساکن باشد.

ب: آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند.

پ: آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کند.

ت: آسانسور کندشونده به طرف بالا حرکت کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

در حالتی که شتاب آسانسور به سمت بالا (مثبت) باشد، ترازو عددی بزرگ‌تر از نیروی وزن شخص را نشان می‌دهد که این اتفاق فقط در حالت «ب» رخ می‌دهد.

$$F_{\text{ترازو}} = m(g+a) > W = mg$$

نکته

شتاب آسانسور در دو حالت زیر به سمت بالاست:

۱- آسانسور به سمت بالا شروع به حرکت کند.

۲- آسانسور به سمت پایین درحال توقف یا کُند شدن باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۱- رانندهٔ خودرویی به جرم کل ۱۲۰۰kg که با سرعت $۷۲/۰\frac{\text{km}}{\text{h}}$ در یک مسیر مستقیم درحال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت $۲۰/۰\text{m}$ متوقف می‌شود. بزرگی نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چند نیوتون است؟

۱) ۱۲۰۰۰ ۲) ۲۴۰۰۰ ۳) ۲۴۰۰ ۴) ۶۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی/ترکیبی ـ ۱۲۰۲)

خودرو با سرعت $v_0 = \frac{۷۲}{۳/۶}\frac{\text{m}}{\text{s}} = ۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ترمز کرده و پس از طی مسافت $\Delta x = ۲۰\text{m}$ متوقف می‌شود $(v = ۰)$. به کمک رابطهٔ سرعت ـ جابه‌جایی، داریم:

$$v^۲ - v_0^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۰^۲ = ۲a(۲۰) \Rightarrow a = \frac{-۴۰۰}{۴۰} = -۱۰\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$$

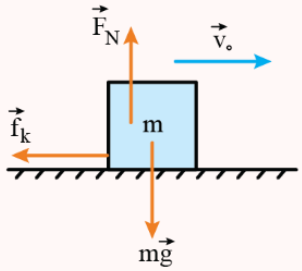
تنها نیروی وارد بر خودرو در راستای حرکت، نیروی اصطکاک جنبشی است. طبق قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow |f_k| = m|a| = ۱۲۰۰\times۱۰ = ۱۲۰۰۰\text{N}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

توقف یک جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک را بررسی کنید

مطابق شکل، اگر جسمی روی سطح افقی با تندی v_0 ، مماس بر سطح پرتاب شود، تنها نیروی وارد بر جسم در راستای افقی، نیروی اصطکاک جنبشی خواهد بود. این نیرو در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود، پس شتاب حرکت جسم خلاف جهت حرکت آن است. درنتیجه به‌تدریج تندی جسم کم شده و درنهایت متوقف می‌شود. شتاب حرکت جسم به کمک قانون دوم نیوتون برابر است با:



$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

همون‌طور که توی رابطهٔ بالا می‌بینید، وقتی تنها نیرویی که در راستای حرکت به جسم وارد می‌شه، نیروی اصطکاک جنبشی باشه، شتاب حرکت وابسته به جرم و تندی اولیه نیست. حالا که برای شتاب حرکت یه رابطه نوشتیم، می‌تونیم به کمک روابط فصل قبل، زمان و مسافت توقف یک جسم رو حساب کنیم.

زمان توقف: جسم روی سطح افقی با تندی v_0 پرتاب می‌شود و درنهایت متوقف خواهد شد $(v = 0)$. با جایگذاری رابطهٔ $a = -\mu_k g$ در معادلهٔ سرعت ـ زمان حرکت شتاب ثابت، می‌توانیم مدت‌زمان پرتاب تا توقف جسم را به‌دست آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v=0]{a=-\mu_k g} 0 = (-\mu_k g)t + v_0 \Rightarrow t_{\text{توقف}} = \frac{v_0}{\mu_k g}$$

مسافت توقف: با جایگذاری رابطهٔ $a = -\mu_k g$ در معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی، رابطه‌ای برای محاسبهٔ مسافت توقف جسم به‌دست می‌آید:

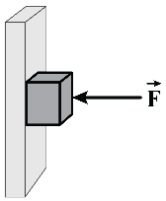
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v=0]{a=-\mu_k g} 0 - v_0^2 = 2(-\mu_k g)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

نکته

مدت‌زمان و مسافت توقف جسم، مستقل از جرم آن است.

گروه آموزشی ماز

۵۲- مطابق شکل، جسمی را با نیروی عمودی F به دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم. با افزایش نیروی F، بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم و نیروی عمودی سطح به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

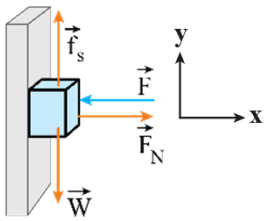


۱) ثابت، افزایش
۲) افزایش، افزایش
۳) ثابت، کاهش
۴) افزایش، کاهش

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

گام اول:

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام دوم:

جسم ساکن است. قانون اول نیوتون را در راستای قائم می‌نویسیم:

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow f_s = W$$

گام آخر:

نیروی وزن جسم ثابت است، درنتیجه با افزایش نیروی F بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی ثابت می‌ماند.

قانون اول نیوتون را در راستای افقی می‌نویسیم:

$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = F$$

درنتیجه با افزایش نیروی F بزرگی نیروی عمودی سطح نیز افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۳- گلوله‌ای به جرم $2kg$ در مسیری مستقیم درحال حرکت است. اگر گلوله در لحظهٔ $t_1 = 2s$ دارای تندی $6\frac{m}{s}$ در جهت محور x و در لحظهٔ $t_2 = 4s$ دارای تندی $2\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x باشد، در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، اندازهٔ نیروی متوسط خالص وارد بر گلوله چند نیوتون است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ داریم:

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} \xrightarrow{m=2kg\ ,\ \vec{v}_1=(6\frac{m}{s})\vec{i}\ ,\ \vec{v}_2=(-2\frac{m}{s})\vec{i}} \Delta\vec{p} = 2\times(-2-6)\vec{i} = (-16\frac{kg.m}{s})\vec{i} \Rightarrow \Delta p = -16\frac{kg.m}{s}$$

اندازهٔ نیروی متوسط خالص وارد بر گلوله برابر است با:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow |F_{net}| = \frac{|\Delta p|}{\Delta t} = \frac{16}{4-2} = 8N$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- سفینه‌ای در فاصلهٔ $3600km$ از سطح زمین قرار دارد. اگر فاصلهٔ این سفینه از سطح زمین $2000km$ کاهش یابد، وزن سفینه چند برابر می‌شود؟ $(R_e = 6400km)$

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{25}{16}$ ۳) $\frac{9}{4}$ ۴) $\frac{81}{16}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

به کمک رابطهٔ $W = G\frac{M_e m}{r^2}$ داریم:

$$r_1 = R_e + h_1 = 6400 + 3600 = 10000km$$

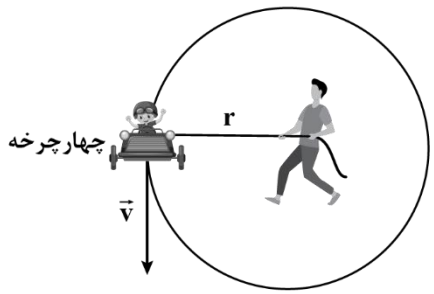
$$r_2 = R_e + h_2 \xrightarrow{h_2=h_1-2000=3600-2000=1600km} r_2 = 6400 + 1600 = 8000km$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{G\frac{M_e m}{r_2^2}}{G\frac{M_e m}{r_1^2}} = (\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow{r_2=8000km\ ,\ r_1=10000km} \frac{W_2}{W_1} = (\frac{10000}{8000})^2 = \frac{25}{16}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- مطابق شکل، شخصی یک چهارچرخه به جرم $12kg$ که کودکی به جرم $38kg$ در آن نشسته را با طناب $1/8m$ روی سطح افقی بدون اصطکاک به‌گونه‌ای می‌کشد که چهارچرخه با تندی $3\frac{m}{s}$ روی یک مسیر دایره‌ای حرکت کند. نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟

۱) ۲۵۰
۲) ۱۹۰
۳) ۵۰۰
۴) ۳۸۰



پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

طبق رابطهٔ نیروی مرکزگرا داریم:

$$F_C = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow F_C = (38+12)\times\frac{3^2}{1/8} = 250N$$

در این حرکت، نیروی کشش طناب نقش نیروی مرکزگرا را دارد؛ بنابراین نیروی کشش طناب برابر $250N$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۶- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر به جرم $100g$ در SI به‌صورت $x = 0/03\cos 25\pi t$ است. به‌ترتیب از راست به چپ، در چه زمانی برحسب ثانیه پس از لحظهٔ صفر برای اولین بار تندی نوسانگر بیشینه می‌شود و این تندی چند متر بر ثانیه است؟

۱) $0/02$ ، $0/75\pi$ ۲) $0/02$ ، $1/5\pi$ ۳) $0/04$ ، $0/75\pi$ ۴) $0/04$ ، $1/5\pi$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

با توجه به معادلهٔ حرکت نوسانگر، دورهٔ تناوب آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ x = ۰/۰۳\cos ۲۵\pi t \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۲۵\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۲}{۲۵} = ۰/۰۸s$$

در لحظهٔ صفر نوسانگر در مکان $x = +A$ قرار دارد و در نقطهٔ تعادل برای اولین بار تندی آن بیشینه می‌شود؛ بنابراین لحظه‌ای که نوسانگر برای اولین بار به $x = ۰$ می‌رسد، برابر $t = \frac{T}{۴}$ است:

$$\Delta t = \frac{T}{۴} = \frac{۰/۰۸}{۴} = ۰/۰۲s$$

تندی بیشینهٔ نوسانگر برابر است با:

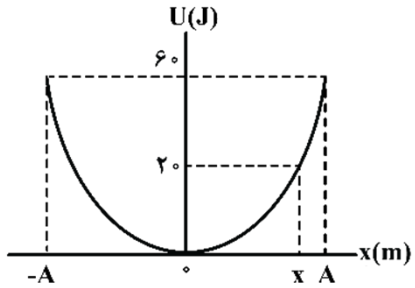
$$v_{max} = A\omega = ۰/۰۳ \times ۲۵\pi = ۰/۷۵\pi \frac{m}{s}$$

نکته

کمیت	محل صفر شدن	محل بیشینه شدن	مقدار بیشینه
مکان (x)	نقطهٔ تعادل	نقاط بازگشت	A
سرعت (v)	نقاط بازگشت	نقطهٔ تعادل	$A\omega$
شتاب (a)	نقطهٔ تعادل	نقاط بازگشت	$A\omega^۲$
نیرو (F)	نقطهٔ تعادل	نقاط بازگشت	$mA\omega^۲$
تکانه (p)	نقاط بازگشت	نقطهٔ تعادل	$mA\omega$

گروه آموزشی ماز

۵۷- نمودار انرژی پتانسیل برحسب مکان در یک سامانهٔ جرم ـ فنر که جرم وزنهٔ آن ۵۰g است، مطابق شکل زیر است. تندی وزنه در مکان x چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

با توجه به اطلاعات روی نمودار، داریم:

$$E = ۶۰J \text{ و } U(\text{در مکان } x) = ۲۰J$$

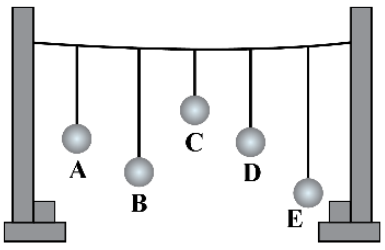
با استفاده از رابطهٔ انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E = K + U \xrightarrow{E=۶۰J\ ,\ U=۲۰J} ۶۰ = K + ۲۰ \Rightarrow K = ۴۰J$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۴۰ \xrightarrow{m=۵۰g=۰/۰۵kg} \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۵ \times v^۲ = ۴۰ \Rightarrow v^۲ = ۱۶۰۰ \Rightarrow v = ۴۰\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- در شکل زیر، چند آونگ را از سیمی آویخته‌ایم. آونگ A را به نوسان درمی‌آوریم. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟



۱) آونگ D با بیش‌ترین دامنه به نوسان درمی‌آید.
۲) آونگ E با بیش‌ترین دامنه به نوسان درمی‌آید.
۳) فقط آونگ D به نوسان درمی‌آید.
۴) فقط آونگ E به نوسان درمی‌آید.

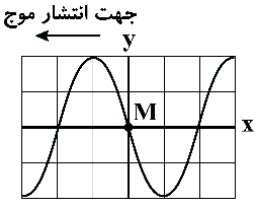
www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud

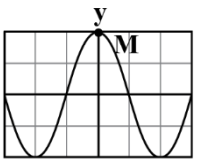
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

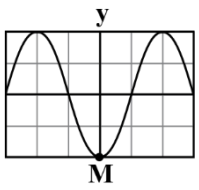
با توجه به این‌که آونگ D با آونگ A هم‌طول است و طبق رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، دوره و درنتیجه بسامد نوسان آن‌ها یکسان است، در آونگ D تشدید رخ می‌دهد و با دامنهٔ بزرگ‌تری به نوسان درمی‌آید. دقت کنید سایر آونگ‌ها نیز به نوسان درمی‌آیند، ولی دامنهٔ نوسان آن‌ها کوچک است.

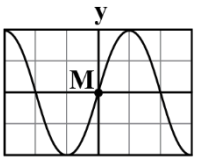
گروه آموزشی ماز

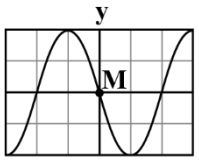
۵۹- شکل زیر، تصویر یک موج عرضی در یک ریسمان کشیده‌شده را در یک لحظه نشان می‌دهد. نقش موج در زمان $\frac{T}{4}$ مطابق کدام گزینه است؟



۱) 

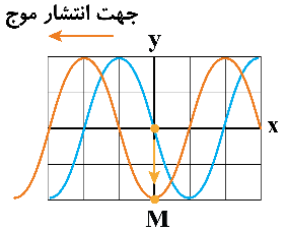
۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

برای رسم نقشهٔ موج پس از $\Delta t = \frac{T}{4}$، چون موج در بازهٔ $\frac{T}{4}$ مسافت $\frac{\lambda}{4}$ را طی می‌کند، داریم:



بنابراین ذرهٔ M در این مدت به سمت پایین جابه‌جا شده و به نقطهٔ بازگشت $-A$ می‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- طنابی بین دو نقطه با نیروی F کشیده شده است و در آن یک موج عرضی ایجاد کرده‌ایم. اگر نیروی کشش طناب را افزایش دهیم، کدام‌یک از کمیت‌های زیر افزایش می‌یابند؟

الف: بسامد

ب: سرعت انتشار موج عرضی در طناب

پ: طول موج

۱) فقط «الف» ۲) «الف» و «پ» ۳) فقط «ب» ۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

بررسی موارد:

الف

بسامد ثابت می‌ماند، زیرا به ویژگی‌های منبع ربط دارد و با تغییر محیط عوض نمی‌شود. (✗)

ب

طبق رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$، با افزایش نیروی کشش طناب سرعت انتشار موج افزایش می‌یابد. (✓)

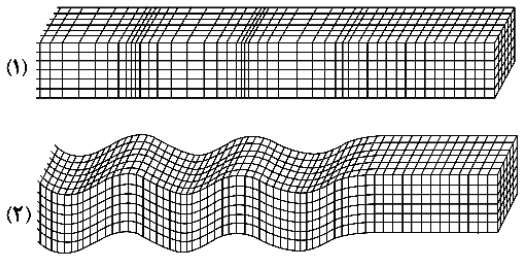
پ

طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، با ثابت ماندن بسامد و افزایش سرعت طول موج نیز افزایش می‌یابد. (✓)

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۱- با توجه به شکل زیر که مربوط به امواج لرزه‌ای است، به‌ترتیب از راست به چپ، کدام شکل نشان‌دهندهٔ موج P است و تندی انتشار کدام موج در یک محیط جامد کم‌تر است؟



۱) (۱)، (۱)
۲) (۱)، (۲)
۳) (۲)، (۱)
۴) (۲)، (۲)

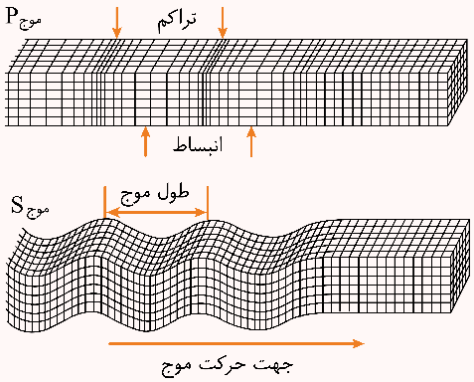
پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

شکل (۱) امواج طولی یا همان P را نشان می‌دهد.

تندی امواج عرضی (S)، یعنی امواج شکل (۲)، در یک محیط جامد از امواج طولی کم‌تر است.

امواج لرزه‌ای

امواج لرزه‌ای موج‌های مکانیکی‌ای هستند که از لایه‌های زمین عبور می‌کنند. یکی از منشأهای مهم امواج لرزه‌ای، زمین‌لرزه‌ها هستند. دو نوع از امواج لرزه‌ای، امواج اولیهٔ P و امواج ثانویهٔ S هستند.



نکات

۱- امواج P طولی و امواج S عرضی هستند.

۲- تندی امواج P بیش‌تر از تندی امواج S است.

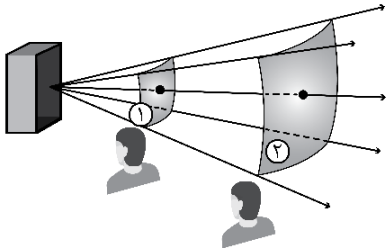
۳- دستگاه لرزه‌نگار نخست امواج P و سپس امواج S را به فاصلهٔ زمانی Δt دریافت می‌کند:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} = \Delta x\left(\frac{v_P - v_S}{v_S v_P}\right)$$

Δx : فاصلهٔ زمین‌لرزه تا محل لرزه‌نگار v_P : تندی امواج P v_S : تندی امواج S

گروه آموزشی ماز

۶۲- موج صوتی با توان $2\times10^{-4}\,W$ عمود بر جهت انتشار از دو صفحهٔ فرضی شکل زیر می‌گذرد. با فرض این‌که مساحت صفحه‌ها به‌ترتیب $A_1 = 2m^2$ و $A_2 = 8m^2$ باشد، اختلاف شدت صوت در دو سطح چند واحد SI است؟ (از اتلاف انرژی در محیط صرف‌نظر کنید.)



۱) $2/5\times10^{-5}$
۲) $7/5\times10^{-5}$
۳) $2/5\times10^{-4}$
۴) $7/5\times10^{-4}$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

با توجه به رابطهٔ شدت صوت، داریم:

$$I_۱ = \frac{P_{av}}{A_۱} \Rightarrow I_۱ = \frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۲} = ۱۰^{-۴}\ \frac{W}{m^۲}$$

$$I_۲ = \frac{P_{av}}{A_۲} \Rightarrow I_۲ = \frac{۲\times۱۰^{-۴}}{۸} = ۲/۵\times۱۰^{-۵}\ \frac{W}{m^۲}$$

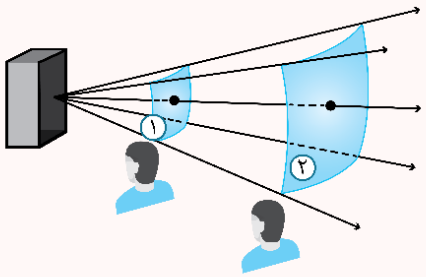
$$\Rightarrow I_۱ - I_۲ = ۱۰^{-۴} - ۲/۵\times۱۰^{-۵} = ۷/۵\times۱۰^{-۵}\ \frac{W}{m^۲}$$

شدت صوت چیست؟

انتشار صوت از هر چشمهٔ صوتی همراه با انتقال پی‌درپی انرژی از ناحیه‌ای از محیط به ناحیه‌ای دیگر از آن است. درواقع چشمهٔ صوت، این انرژی را با به حرکت درآوردن لایه‌ای از محیط که در تماس مستقیم با چشمه است به محیط می‌دهد. انرژی از این لایه به لایهٔ بعدی و از آنجا به لایه‌های بعدتر منتقل و در تمام جهت‌ها منتشر می‌شود. شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

P_{av} : آهنگ متوسط انتقال انرژی (برحسب W) A: مساحت سطحی که صوت به آن می‌رسد (برحسب $m^۲$) I: شدت صوت (برحسب $\frac{W}{m^۲}$)



با انتشار صوت از چشمه، انرژی به طور عمود، نخست از سطح ۱ و سپس از سطح ۲ که مساحت بیشتری دارد، می‌گذرد.

نکات

۱- با توجه به رابطهٔ توان متوسط $(P_{av} = \frac{E}{t})$، رابطهٔ شدت صوت را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$I = \frac{E}{At}$$

که در آن E، انرژی‌ای است که در مدت‌زمان t به مساحت A می‌رسد.

۲- موجی که از چشمهٔ صوت نقطه‌ای دور می‌شود و هیچ مانعی بر سر راه آن نیست، کروی است. در این حالت انرژی گسیل‌شده از چشمه، روی سطح کروی موج به‌طور یکنواخت توزیع می‌شود. با فرض این‌که اتلاف انرژی نداشته باشیم، همهٔ انرژی گسیل‌شده از چشمه باید از هر یک از سطوح کروی فرضی بگذرد.

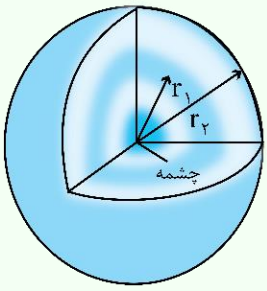
بنابراین شدت صوت (I) در فاصلهٔ r از چشمه برابر است با:

$$I = \frac{P_{av}}{۴\pi r^۲}$$

۳- با توجه به رابطهٔ بالا، برای مقایسهٔ شدت صوت در دو فاصلهٔ $r_۱$ و $r_۲$ از یک چشمهٔ صوت با توان ثابت و با صرف‌نظر از اتلاف انرژی در محیط، می‌توان نوشت:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

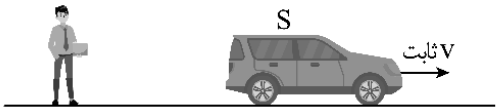


۴- چون انرژی موج و درنتیجه توان متوسط انتقال انرژی (P_{av})، با f^2 (مجذور بسامد) و A^2 (مجذور دامنه) متناسب است، در حالت کلی برای مقایسهٔ شدت صوت در دو حالت، با صرف‌نظر از اتلاف انرژی در محیط، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_{av} \propto A^2 f^2 \\ I \propto \dfrac{P_{av}}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \times \frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- **در شکل زیر، یک چشمهٔ صوت (اتومبیل) با تندی ثابت درحال دورشدن از یک ناظر ساکن است. با ادامهٔ حرکت چشمهٔ صوت، بسامد و شدت صوت دریافتی توسط ناظر، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟ (از اتلاف انرژی در محیط صرف‌نظر کنید.)**



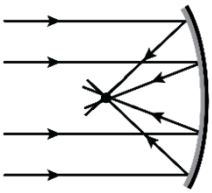
۱) کاهش، کاهش
۲) ثابت، کاهش
۳) کاهش، ثابت
۴) ثابت، ثابت

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

بسامد ثابت می‌ماند. توجه کنید که چون چشمهٔ صوت درحال دورشدن از ناظر است، بسامدی که ناظر دریافت می‌کند، کم‌تر از بسامد چشمهٔ صوت است. ولی چون چشمه با سرعت ثابت حرکت می‌کند، بسامد تغییر نمی‌کند. (بچه‌ها حواستون باشه که مقایسهٔ بسامد دریافتی ناظر نسبت به بسامد چشمه مدنظر نیست.) از طرفی چون فاصلهٔ ناظر و چشمهٔ صوت افزایش می‌یابد، شدت صوت دریافتی کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۶۴- **در شکل زیر، امواج الکترومغناطیسی به سطحی برخورد کرده و بازتاب شده‌اند. چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟**



الف: امواج الکترومغناطیسی پس از بازتاب از سطح کاو، در کانون جمع شده‌اند.
ب: این پدیده در اجاق‌های خورشیدی کاربرد دارد.
پ: بسامد امواج بازتاب‌شده بزرگ‌تر از بسامد امواج تابشی است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

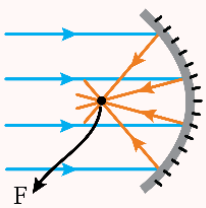
موارد «الف» و «ب» با توجه به درس‌نامهٔ زیر صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

ب بسامد از ویژگی‌های چشمهٔ موج است و با بازتاب تغییری نمی‌کند. (✗)

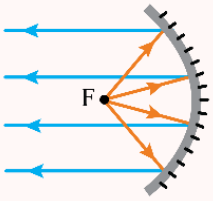
کانون

وقتی یک دسته پرتو موازی مطابق شکل زیر، به یک مانع خمیدهٔ کاو، می‌تابند، بازتاب همهٔ آن‌ها در یک نقطه در جلوی مانع، به‌هم می‌رسند. به این نقطه کانون می‌گویند و آن را با حرف F نشان می‌دهند.

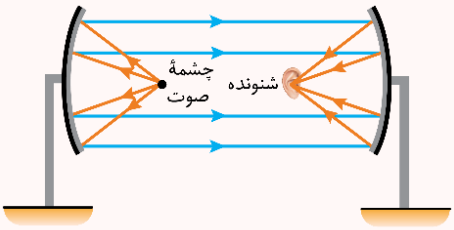


می‌توان نتیجه گرفت که اگر یک چشمهٔ موج نقطه‌ای روی کانون مانع کاو قرار گیرد، پرتوهای بازتاب موازی بازمی‌گردند.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud



به‌طور مثال، اگر دو سطح کاو در برابر هم قرار بگیرند به‌طوری که یک چشمهٔ صوت در کانون یکی از سطح‌ها باشد، پرتوهای امواج صوتی از کانون به سطح کاو اول می‌تابند و به‌صورت موازی به سطح کاو دوم می‌رسند. بازتاب مجدد این پرتوها در کانون سطح کاو دوم به‌هم می‌رسند و شنونده‌ای که در کانون سطح کاو دوم قرار دارد، صوت را با بیش‌ترین بلندی دریافت می‌کند.



نکات

۱- یکی از کاربردهای بازتاب صوت از سطوح خمیده، میکروفون سهموی است که از آن برای ثبت صداهای ضعیف استفاده می‌شود.



تصویری از میکروفون سهموی

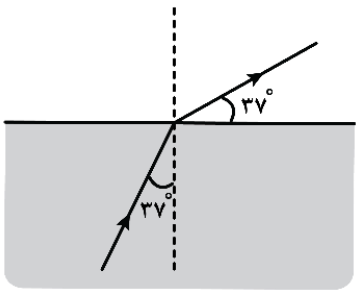
۲- یکی دیگر از کاربردهای بازتاب امواج از سطوح خمیده، دستگاه لیتوتریپسی است که از آن برای شکستن سنگ کلیه با کمک بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود.



۳- کاربردهای بازتاب از سطوح خمیده فقط مخصوص امواج مکانیکی نیست. بازتاب امواج الکترومغناطیسی از سطوح خمیده نیز کاربردهایی همچون آنتن بشقابی و اجاق خورشیدی دارد که در قسمت بازتاب امواج الکترومغناطیسی آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۶۵- مطابق شکل، پرتوی نوری از شیشه وارد هوا شده است. اگر ضریب شکست هوا $n=1$ باشد. ضریب شکست شیشه چقدر است؟
$(\sin 37^\circ = 0/6 \ , \ \sin 53^\circ = 0/8)$

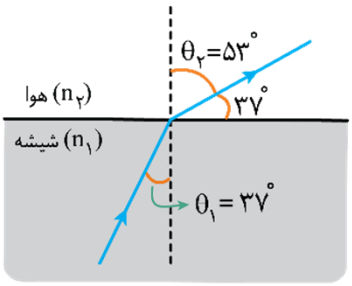


۱) $\frac{3}{2}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{5}{3}$
۴) $\frac{5}{2}$

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

با توجه به شکل، زاویهٔ بین پرتوی شکست و مرز جدایی برابر 37° است؛ بنابراین زاویهٔ شکست برابر $\theta_2 = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ است. اگر قانون شکست اسنل را در ورود پرتو از شیشه به هوا به‌کار ببریم، داریم:



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \xrightarrow[\theta_2=53^\circ,\ \sin 53^\circ=0/8,\ n_2=1]{\theta_1=37^\circ,\ \sin 37^\circ=0/6} n_1 \times 0/6 = 1 \times 0/8 \Rightarrow n_1 = \frac{0/8}{0/6} = \frac{4}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- **جاهای خالی در جملات زیر به‌ترتیب با کلمات کدام‌یک از گزینه‌های زیر به‌درستی کامل می‌شود؟**

الف: اجاق‌های میکروموج (مایکروفر)، براساس ..... امواج الکترومغناطیسی کار می‌کنند.

ب: در آزمایش یانگ اگر به‌جای نور قرمز از نور آبی استفاده کنیم، پهنای نوارها ..... می‌یابند.

پ: یک دلیل این‌که گیرنده‌ها با وجود مانع می‌توانند سیگنال‌ها را دریافت کنند، پدیدهٔ ..... از لبهٔ مانع است.

۱) تداخل ـ افزایش ـ پراش ۲) تداخل ـ کاهش ـ پراش ۳) شکست ـ افزایش ـ تداخل ۴) شکست ـ کاهش ـ تداخل

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

بررسی موارد:

الف) اجاق‌های میکروموج (مایکروفر)، براساس تداخل امواج الکترومغناطیسی کار می‌کنند.

ب) در آزمایش یانگ اگر به‌جای نور قرمز از نور آبی استفاده کنیم، به‌خاطر کم‌ترشدن طول موج، پهنای نوارها کاهش می‌یابند.

پ) یک دلیل این‌که گیرنده‌ها با وجود مانع می‌توانند سیگنال‌ها را دریافت کنند، پدیدهٔ پراش از لبهٔ مانع است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- **در آزمایش فوتوالکتریک برای یک فلز معیّن، افزایش شدت نور فرودی در یک بسامد ثابتِ بزرگ‌تر از بسامد آستانه، باعث چه تغییری درنتیجهٔ آزمایش می‌شود؟**

۱) رخ ندادن پدیدهٔ فوتوالکتریک ۲) افزایش انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها

۳) افزایش تعداد فوتوالکترون‌ها ۴) کاهش بسامد آستانه

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

برای یک بسامد بزرگ‌تر از بسامد آستانه، افزایش شدت نور (با ثابت‌ماندن بسامد) فقط سبب افزایش تعداد فوتون‌ها و درنتیجه افزایش تعداد فوتوالکترون‌ها می‌شود، درحالی‌که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند.

نکات

۱- اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح فلز (f) از بسامدی موسوم به بسامد آستانه (f_0) کم‌تر باشد، فوتون‌ها، حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز را نخواهند داشت و فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. پس بسامد مناسب یعنی $(f \geq f_0)$ باشد و منجر به وقوع پدیدهٔ فوتوالکتریک شود.

۲- بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد.

۳- طول موج متناظر با بسامد آستانه، طول موج آستانه (λ_0) نام دارد. برای رخ دادن اثر فوتوالکتریک، طول موج نور تابیده‌شده (λ) باید کم‌تر از λ_0 باشد. $(\lambda \leq \lambda_0)$

۴- برای نوری که بسامد مناسب داشته باشد $(f \geq f_0)$ و منجر به وقوع پدیدهٔ فوتوالکتریک شود، افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد) فقط سبب افزایش تعداد فوتون‌ها و درنتیجه افزایش تعداد فوتوالکترون‌ها می‌شود، درحالی‌که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند.

۵- با افزایش بسامد نور فرودی نسبت به بسامد آستانه، انرژی فوتون‌های تابش‌شده به سطح فلز افزایش می‌یابد و درنتیجه فوتوالکترون‌ها با انرژی جنبشی بزرگ‌تری سطح فلز را ترک می‌کنند.

۶- برای نوری که بسامد مناسب نداشته باشد $(f < f_0)$ و منجر به وقوع پدیدهٔ فوتوالکتریک نشود، با افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد) بازهم پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و برهم‌کنش بین الکترون‌ها و فلز، فقط سبب گرم شدن فلز، افزایش انرژی درونی آن و افزایش دمای آن می‌شود.

۷- شکست مدل موج الکترومغناطیسی در توضیح پدیده‌هایی مانند اثر فوتوالکتریک به معنی کنار گذاشتن این مدل نیست. ولی باید توجه کرد که مدل موجی، تمام ویژگی‌های نور را در بر ندارد و قادر به توجیه درستی از تمامی پدیده‌های فیزیکی مرتبط با برهم‌کنش نور با ماده نیست.

گروه آموزشی ماز

۶۸- **کوتاه‌ترین طول موج در رشتهٔ براکت $(n'=4)$ هیدروژن اتمی چند نانومتر است؟ $(R = 0/01(nm)^{-1})$**

۱) ۱۶۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۲۰۵۷ ۴) ۶۵۶

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

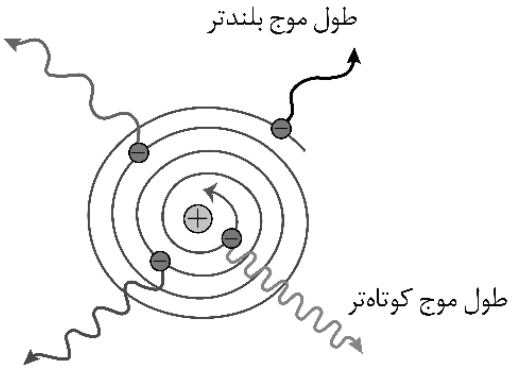
کوتاه‌ترین طول موج در هر رشته (n')، به‌ازای $n=\infty$ رخ می‌دهد:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\xrightarrow[n'=4\ ,\ n=\infty]{R=0/01(nm)^{-1}}\frac{1}{\lambda_{min}}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{16}-\frac{\cancel{1}^{\,0}}{\cancel{\infty}}\right)\Rightarrow\lambda_{min}=1600\,nm$$

همهٔ طول موج‌های رشتهٔ براکت در محدودهٔ فروسرخ قرار دارند.

گروه آموزشی ماز

۶۹- شکل زیر، ..... اتم طبق مدل اتمی ..... را نشان می‌دهد.



۱) پایداری، بور
۲) پایداری، رادرفورد
۳) ناپایداری، بور
۴) ناپایداری، رادرفورد

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

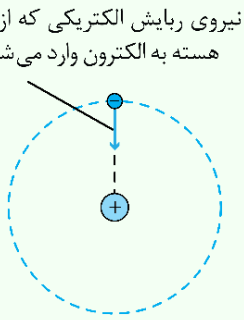
شکل صورت سؤال، ناتوانی مدل اتم هسته‌ای رادرفورد در تبیین پایداری اتم را نشان می‌دهد. در این مدل اگر الکترون دور هسته بچرخد، طیفی پیوسته گسیل می‌کند و سرانجام روی هسته فرومی‌افتد؛ درنتیجه اتم ناپایدار خواهد بود.

نکات

۱- مدل اتمی رادرفورد (یا همان مدل اتم هسته‌ای) علاوه‌بر این‌که ویژگی‌های صحیح مدل تامسون (وجود الکترون و خنثی بودن اتم) را در برداشت، وجود هسته‌ای چگال با بار مثبت را نیز به‌درستی درنظر گرفت، به همین دلیل این مدل کامل‌تر از مدل تامسون است.

۲- مهم‌ترین **نارسایی** مدل رادرفورد، ناتوانی در تبیین پایداری اتم بود.

الف) اگر الکترون نسبت به هسته ساکن فرض شود، براثر نیروی رباییش الکتریکی، روی هسته سقوط می‌کند و درنتیجه اتم باید ناپایدار باشد؛ که با واقعیت جور درنمی‌آید.



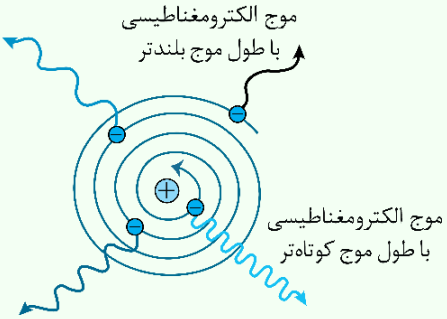
ب) اگر الکترون دور هسته بچرخد، طیفی پیوسته گسیل می‌کند و سرانجام روی هسته فرومی‌افتد:

اگر الکترون‌ها، مانند سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی که دور خورشید می‌چرخند، به دور هسته در گردش باشند، بازهم این حرکت پایدار نیست؛ زیرا حرکت مداری الکترون به دور هسته، شتابدار است. بنابر فیزیک کلاسیک، این حرکت شتابدار سبب گسیل امواج الکترومغناطیسی می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است.

با تابش موج الکترومغناطیسی، انرژی الکترون کاهش می‌یابد و باعث می‌شود شعاع مدار الکترون به دور هسته کوچک‌تر و بسامد حرکت آن بیش‌تر شود. این افزایش تدریجی بسامد، سبب افزایش بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده می‌شود. به این ترتیب باید اولاً طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده از اتم پیوسته باشد و ثانیاً الکترون پس از گسیل پی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته فروافتد.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

این نتیجه با واقعیت ناسازگار است چون اتم پایدار است و همچنین طیف گسیل‌شده توسط آن، خطی است.



گروه آموزشی ماز

۷۰- طبق مدل اتمی بور، کوچک‌ترین شعاع مدار الکترون به دور هسته $a_0 = ۵۲/۹pm$ است. الکترونی در سومین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن قرار دارد. شعاع مدار و مقدار انرژی این الکترون به‌ترتیب از راست به چپ چند پیکومتر و چند الکترون‌ولت است؟ $(E_R = ۱۳/۶eV)$

۱) ۱/۵۱ ،۴۷۶/۱ ۲) ۰/۸۵ ،۴۷۶/۱ ۳) ۱/۵۱ ،۸۴۶/۴ ۴) ۰/۸۵ ،۸۴۶/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

طبق مدل بور، شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن از رابطهٔ $r_n = a_0 n^2$ به‌دست می‌آید. در سومین حالت برانگیخته، عدد کوانتومی $n = ۴$ است. درنتیجه برای $n = ۴$، داریم:

$$r_۴ = a_0 \times ۱۶ \xrightarrow{a_0 = ۵۲/۹pm} r_۴ = ۵۲/۹ \times ۱۶ = ۸۴۶/۴pm$$

مقدار انرژی این الکترون برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow[n=۴]{E_R = ۱۳/۶eV} |E_۴| = \left|-\frac{۱۳/۶}{۱۶}\right| = ۰/۸۵eV$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- تابع کار فلزی $۴eV$ است. بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگامی که نوری با بسامد $۲\times۱۰^{۱۵}Hz$ به سطح فلز می‌تابد، چند الکترون‌ولت است؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s)$

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر است با:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{max} = ۴\times۱۰^{-۱۵} \times ۲\times۱۰^{۱۵} - ۴ = ۸ - ۴ = ۴eV$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- ایزوتوپ $^{۶۱}_{۲۵}X$ را با روش شیمیایی از کدام‌یک از ایزوتوپ‌های زیر می‌توان جدا کرد؟

۱) $^{۵۹}_{۲۵}Y$ ۲) $^{۶۱}_{۲۶}Y$ ۳) $^{۶۱}_{۳۶}Y$ ۴) $^{۶۰}_{۳۵}Y$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۶)

با توجه به این‌که $^{۶۱}_{۲۶}Y$ عدد اتمی متفاوتی با $^{۶۱}_{۲۵}X$ دارد، ویژگی‌های شیمیایی آن‌ها متفاوت است و می‌توان آن‌ها را با روش‌های شیمیایی از هم جدا کرد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- نیتروژن $^{۱۳}_{۷}N$ واپاشی β^- انجام می‌دهد. هستهٔ دختر به‌دست‌آمده چند نوترون دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۶)

طبق معادلهٔ واپاشی زیر داریم:

$$^{۱۳}_{۷}N \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{۰}_{-۱}e^-$$

$$\begin{cases} ۱۳ = A + ۰ \Rightarrow A = ۱۳ \\ ۷ = Z + (-۱) \Rightarrow Z = ۸ \end{cases}$$

$$A = N + Z \Rightarrow ۱۳ = N + ۸ \Rightarrow N = ۵$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

واپاشی بتا چگونه است؟

واپاشی β، نخستین مورد پرتوزایی بود که توسط هانری بکرل مشاهده شد. این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌هاست و ذرات گسیل‌شده در این واپاشی را ذرات β^- (الکترون) یا ذرات β^+ (پوزیترون) می‌نامند.

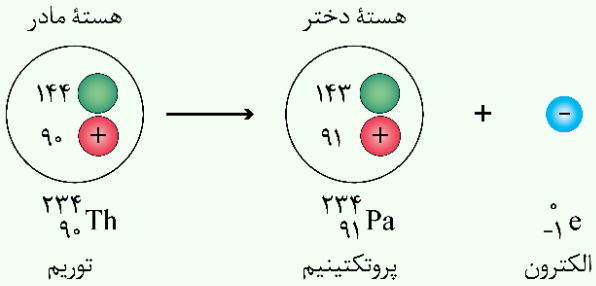
واپاشی بتای منفی (β^-): در این واپاشی، یک نوترون درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود و معادلهٔ آن به‌صورت زیر است:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-}$$

X: هستهٔ مادر $\qquad$ Y: هستهٔ دختر

نکات

۱- در این واپاشی، عدد جرمی هسته تغییر نمی‌کند ولی عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد. شکل زیر مثالی از واپاشی β^-، برای توریم ۲۳۴ را نشان می‌دهد:

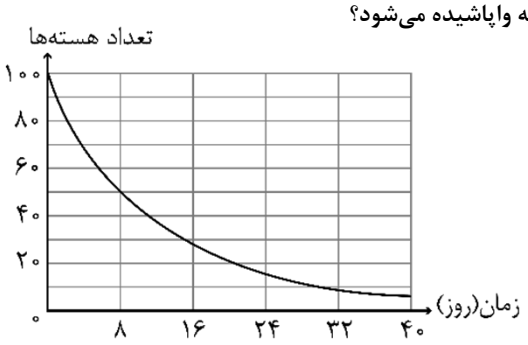


واپاشی β^- وقتی رخ می‌دهد که نوترونی در یک هستهٔ مادر ناپایدار به پروتون و الکترون تبدیل شود. الکترون به‌صورت ذرهٔ β^- گسیل می‌شود.

۲- الکترون گسیل‌شده در این واپاشی، در هستهٔ مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست، بلکه در اثر تبدیل نوترون به یک پروتون و یک الکترون درون هستهٔ اتم ایجاد می‌شود و سپس این الکترون از هسته گسیل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۴- نمودار واپاشی ایزوتوپ $^{131}_{53}I$ مطابق شکل زیر است. پس از چند روز $\frac{63}{64}$ هسته‌های اولیه واپاشیده می‌شود؟



۱) ۳۲
۲) ۶۰
۳) ۴۸
۴) ۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ $\qquad$ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۶)

همان‌طور که از نمودار مشخص است، مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های اولیه $(N_0 = 100)$ به نصف مقدار خود $(N = 50)$ برسد، برابر ۸ روز است:

$$T_{\frac{1}{2}} = 8 \text{ روز}$$

اگر تعداد هسته‌های واپاشیده‌شده را N' فرض کنیم، داریم:

$$N' = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{2^n} = N_0\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \xrightarrow{N' = \frac{63}{64}N_0}$$

$$\frac{63}{64}N_0 = N_0\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \Rightarrow 1 - \frac{1}{2^n} = \frac{63}{64} \Rightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{64} \Rightarrow n = 6$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t = n \times T_{\frac{1}{2}} = 6 \times 8 = 48 \text{ روز}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵- معادلهٔ زیر، مربوط به نوعی فرایند هسته‌ای است. این فرایند چه نامیده می‌شود؟

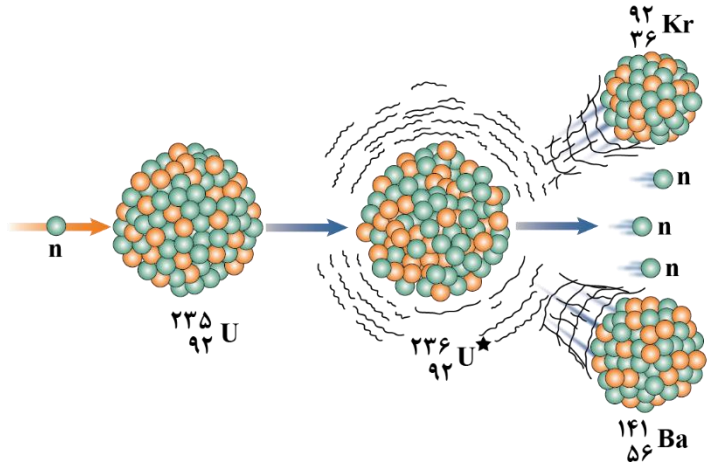
$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3\,{}^{1}_{0}n$$

۱) گداخت هسته‌ای ۲) شکافت هسته‌ای ۳) همجوشی هسته‌ای ۴) غنی‌سازی اورانیم

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۶)

هستهٔ اورانیم ۲۳۵ ($^{235}_{92}U$) پس از جذب نوترون، به دو تکه تقسیم می‌شود و هر تکه، جرم کم‌تری از هستهٔ اولیه دارد. فرایند تقسیم‌شدن یک هستهٔ سنگین به دو هسته با جرم کم‌تر، شکافت هسته‌ای نامیده می‌شود. در فرایند شکافت اورانیم، ترکیب‌های متفاوتی از هسته‌های کوچک‌تر همراه با تعدادی نوترون (بین ۲ تا ۵) به‌وجود می‌آید. شکل زیر، یکی از این واکنش‌های ممکن شکافت را نشان می‌دهد که در آن هستهٔ اورانیم $^{235}_{92}U$ پس از جذب نوترون و تبدیل به ایزوتوپ ناپایدار $^{236}_{92}U^{*}$، به هسته‌های باریم $^{141}_{56}Ba$ و کریپتون $^{92}_{36}Kr$ تقسیم شده است. واکنش وقتی شروع می‌شود که نوترونی کُند (با انرژی جنبشی در حدود ۰/۰۴eV) توسط هستهٔ $^{235}_{92}U$ جذب و هستهٔ مرکّب $^{236}_{92}U^{*}$ ایجاد شود. این هستهٔ مرکّب در کم‌تر از $10^{-12}s$ و مطابق واکنش زیر واپاشیده می‌شود:

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow \underbrace{{}^{236}_{92}U^{*}}_{\text{هستهٔ مرکّب (ناپایدار)}} \rightarrow \underbrace{{}^{141}_{56}Ba}_{\text{باریم}} + \underbrace{{}^{92}_{36}Kr}_{\text{کریپتون}} + \underbrace{3\,{}^{1}_{0}n}_{\text{سه نوترون}}$$



www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام‌یک از واکنش‌های زیر برابر است؟

۱) $PH_3 + O_2 \rightarrow P_4O_{10} + H_2O$

۲) $CH_4 + NH_3 + O_2 \rightarrow HCN + H_2O$

۳) $H_2SO_4 + HI \rightarrow H_2S + H_2O + I_2$

۴) $H_2S + O_2 \rightarrow SO_2 + H_2O$

(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه ـ شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنهٔ معادلهٔ آن، کدام است؟

$$CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$$

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ـ شیمی رشته ریاضی)

برای مشاهدهٔ همهٔ مطابقت‌ها اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir یا رو این کلیک کن!

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

دانش‌آموزان عزیز ماز

بعد از چند هفته، به واسطه این آزمون دوباره اومدیم پیشتون! امیدوارم الان که داری این متن رو می‌خونی، حالت کلی خوب باشه و از اتفاقات چند هفته اخیر، خوشحال و خرسند باشی. بدون که کنترل همه این شرایط، در دستان تو هست و اگر تو با تمرکز همه کارها رو جلو ببری، قطعاً اتفاقات خوبی رو رقم خواهی زد. سؤالات آزمون این هفته، هرچند که همه تستی هستن اما اغلب نکات این تست‌ها، مشابه نکاتی هستند که در امتحانات نهایی مطرح می‌شن. حتی سطح سؤالات آزمون هم خیلی نزدیک به سطح سؤالات امتحان نهایی هست؛ پس این آزمون به تو کمک می‌کنه تا مطالب رو در قالب امتحان نهایی شیمی مرور کنی و در عین حال، از مطالعه تستی هم فاصله نگیری.

بچه‌ها، امتحانات نهایی امسال تأثیر زیادی روی نتیجه کنکور شما دارن و مستقل از چیزی که تا الان براتون پیش اومده، باید سعی کنید در امتحانات نهایی نمرات خیلی خوبی بگیرید. همین امتحانات، قطعاً واسطه پیشرفت و قبولی خیلی از شما خواهد شد. من شخصاً بهتون قول میدم که از نظر علمی، امتحان نهایی هیچ چیز سختی براتون نداره و قطعاً اگر با دقت سر جلسه امتحان حاضر بشید، نمره خیلی خوبی می‌گیرید. مطلقاً فکر نکنید که در امتحان نهایی قراره با سؤالات سطح بالا و سختی مواجه بشید. سؤالات مثل همیشه خیلی روتین خواهد بود و اگر شما با دقت پاسخ خودتون رو خیلی کامل بنویسید، قطعاً حق خودتون رو می‌تونید از امتحان نهایی بگیرید.

و اما سخن پایانی! در طول این یک سال، من به همراه همه بچه‌های تیم شیمی ماز (دکتر حسین ایروانی، دکتر علی ترابی، دکتر مهسا بایمانی‌نژاد، آقای علی محمدی‌نیا، دکتر فرهنگ امیری، آقای محمد کهنه‌پوشی، دکتر سعیده محبی، خانم عالیه میرزایی، آقای سجاد سیف‌اللهی، دکتر بنیامین بهرامی، دکتر محمد داودآبادی فراهانی، دکتر رامین رزمجو، آقای علیرضا دهقانی، آقای امیر بصراوی، خانم شیدا نیازی، خانم زهره جعفری و کلی از دوست‌های خوب دیگه)، سعی کردیم بهترین محتوای ممکن رو در درس شیمی در اختیار شما قرار بدیم. تعداد زیادی از سؤالات آزمون‌ها رو این دوستان در کنار من طراحی و آماده کردن و همین جا، من از این دوستان تشکر ویژه می‌کنم. بدون حضور پررنگ این بچه‌ها، شاید تهیه آزمون‌ها با این کیفیت غیرممکن بود! امیدوارم که محتواهای آماده شده، به شما کمک کرده باشن تا بتونید نتیجه بهتری بگیرید. می‌دونم که آینده خیلی روشن و درخشانی در مقابل شما قرار داره و قراره اتفاقات خیلی خوبی رو رقم بزنید. فقط کافیه به خودتون اعتماد داشته باشید!

موفق و پیروز باشید! ❤

دکتر فرشاد هادیان‌فرد ـ رتبهٔ ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) مخلوط روغن زیتون در هگزان، یک مخلوط همگن است.

۲) یک نمونه آب، برخلاف بنزین، حلال مناسبی برای حل کردن اوره به شمار می‌رود.

۳) الیاف سازنده پارچه‌های پلی‌استری در مقایسه با الیاف نخی، خاصیت آب‌دوستی بیشتری دارند.

۴) پاک‌کننده‌های صابونی، فاقد حلقه بنزنی بوده و برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، با آب سخت واکنش می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ حفظی / مفهومی ـ ۱۲۰۱)

قدرت چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های پلی‌استری بیشتر از پارچه‌های نخی است. بر این اساس، پارچه‌های پلی‌استری خاصیت چربی‌دوستی(آب‌گریزی) بیشتری دارند. به عبارت دیگر، پارچه‌های نخی خاصیت آب‌دوستی بیشتری دارند. درنتیجه قدرت پاک‌کنندگی صابون برای پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

۱. میزان سختی آب: صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب، رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون به شدت کاهش می‌یابد.

۲. جنس پارچه: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.

۳. آنزیم: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

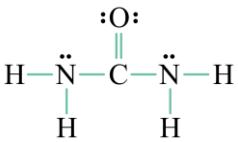
۴. دما: علاوه بر این که در دمای بالاتر، ساختار چربی موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین گرمای واکنش‌های انجام‌گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

۵. افزودنی‌های شیمیایی: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ روغن زیتون یک درشت مولکول ناقطبی است. هگزان(C_6H_{14}) نیز یک هیدروکربن از دسته آلکان‌ها است و می‌دانیم که هیدروکربن‌ها از جمله مواد ناقطبی هستند. طبق قانون شبیه، شبیه را در خود حل می‌کند، مواد ناقطبی با هم یک مخلوط همگن(محلول) ایجاد می‌کنند.

۲ اوره یک ماده مولکولی قطبی است و در حلال‌های قطبی به خوبی حل می‌شود. آب برخلاف بنزین یک ماده قطبی است و بر این اساس مخلوط اوره در آب، یک محلول آبی است. به ساختار اوره با فرمول شیمیایی NH_2CONH_2 دقت کنید:

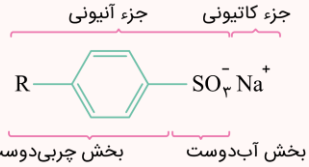


۴ در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی یک حلقه بنزنی وجود دارد، درحالی‌که پاک‌کننده‌های صابونی فاقد این حلقه هستند. همچنین، پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب واکنش می‌دهند و رسوب تولید می‌کنند.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاک‌کننده‌های غیر صابونی

افزایش تقاضای جهانی برای صابون‌ها و کاربردهای آن‌ها و کاهش عرضه این فراورده‌ها سبب شد تا شیمی‌دان‌ها به دنبال تولید شوینده‌هایی با قدرت پاک‌کنندگی بالا، قابلیت تولید انبوه و قیمت مناسب باشند. آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه پتروشیمیایی، پاک‌کننده‌های غیرصابونی را با ساختار کلی زیر تولید کنند:



ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی:

پاک‌کننده‌های غیرصابونی با فرمول شیمیایی $RC_6H_4SO_3^-Na^+$ در ساختار خود یک زنجیره هیدروکربنی بلند (R) و یک حلقه بنزنی دارند. این مواد طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند. پاک‌کننده‌های غیرصابونی نسبت به صابون‌ها قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارند و برخلاف صابون‌ها با یون‌های موجود در آب‌های سخت (Mg^{2+} و Ca^{2+}) رسوب تشکیل نمی‌دهند. درنتیجه قدرت پاک‌کنندگی این دسته از مواد، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت نیز حفظ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: برای تهیه یک نمونه از محلول شیشه‌پاک‌کن، باید پودر سدیم هیدروکسید را در آب حل کرد.

ب: نیترواسید، طی یک واکنش تعادلی در محلول یونش یافته و منجر به تولید یون نیترات می‌شود.

پ: رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار باریم کلرید کمتر از محلول ۰/۲ مولار سدیم فسفات است.

ت: هر ترکیبی که به شکل کاملاً مولکولی در آب حل می‌شود، در دسته مواد غیرالکترولیت قرار می‌گیرد.

۱) «الف» و «ب»　　۲) «الف» و «پ»　　۳) «پ» و «ت»　　۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینه ۳　　(متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

عبارت‌های (پ) و (ت) به‌درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:

«الف»: برای تولید یک نمونه از محلول شیشه‌پاک‌کن، باید باز ضعیف آمونیاک را در آب حل کرد. از سدیم هیدروکسید برای تولید یک نمونه محلول لوله‌بازکن و به‌عنوان پاک‌کننده خورنده استفاده می‌شود.

«ب»: نیترواسید یک اسید ضعیف است. واکنش یونش اسیدهای ضعیف در آب، یک واکنش برگشت‌پذیر و تعادلی است. طی یونش این اسید، یون نیتریت(NO_2^-) و یون هیدروژن تولید می‌شوند. در این رابطه، داریم:

$$HNO_2(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + NO_2^-(aq)$$

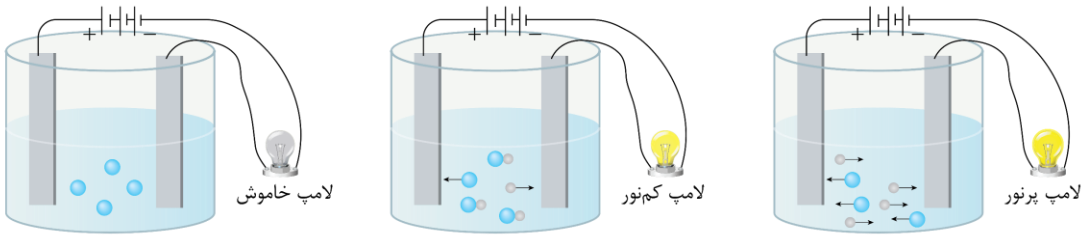
این در حالی است که برای تولید یون نیترات(NO_3^-)، اسید قوی نیتریک اسید یونش می‌یابد. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$HNO_3(aq) \rightarrow H^+(aq) + NO_3^-(aq)$$

«پ»: به ازای انحلال هر مول باریم کلرید($BaCl_2$) در آب، ۳ مول یون(۲ مول یون Cl^- و یک مول یون Ba^{2+}) وارد محلول می‌شود. همچنین، از انحلال هر مول سدیم فسفات(Na_3PO_4) در آب، مجموعاً ۴ مول یون(یک مول یون PO_4^{3-} و ۳ مول یون Na^+) وارد محلول می‌شود. پس در غلظت‌های برابر، محلول باریم کلرید رسانایی کمتری دارد. در رابطه با فرایند تفکیک این دو ماده در آب، داریم:

$$BaCl_2(aq) \rightarrow Ba^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)$$
$$Na_3PO_4(aq) \rightarrow 3Na^+(aq) + PO_4^{3-}(aq)$$

«ت»: برای رسانایی الکتریکی یک محلول آبی، نیاز به حضور یون‌ها است. موادی مانند اتانول، استون و یا شکر که به‌صورت مولکولی در آب حل می‌شوند، طی فرایند انحلال هیچ یونی تولید نمی‌کنند. تصویر زیر، نمایی از محلول چند ماده مختلف در مسیر یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد:



محلول گلوکز در آب　　محلول هیدروفلوئوریک‌اسید (اسید ضعیف)　　محلول هیدروکلریک‌اسید (اسید قوی)

رسانایی الکتریکی مواد

رسانایی الکتریکی مواد از دو نوع الکترونی و یونی است. در ساختار موادی مانند فلزها و گرافیت، رسانایی جریان الکتریکی به دلیل حرکت الکترون‌ها است و این مواد رسانای الکترونی نام دارند. این در حالی است که محلول‌های الکترولیت به دلیل حرکت آزادانه یون‌های آب‌پوشیده رسانای جریان الکتریکی هستند. در واقع با قرار دادن محلول‌های الکترولیت در یک مدار الکتریکی، یون‌ها به سمت قطب ناهمنام خود حرکت می‌کنند و باعث ایجاد رسانایی می‌شوند. هرچه غلظت یون‌ها در محلول الکترولیت بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن محلول بیشتر است. برای مثال در غلظت‌های برابر، اسیدها و بازهای قوی با درجه یونش بالا($HCl(aq)$ و $NaOH(aq)$) نسبت به اسیدها و بازهای ضعیف(HF و NH_3) رسانایی بیشتری دارند. همچنین، موادی که کاملاً به‌صورت مولکولی در آب حل می‌شوند(مثل اتانول و گلوکز)، غلظت یون‌های موجود در محلول را تغییر نمی‌دهند، درنتیجه این مواد الکترولیت نبوده و محلول آن‌ها نارسانا است.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸- در واکنش ۲ لیتر محلول سدیم هیدروکسید با مقدار کافی اسید چرب، ۰/۵ مول پاک‌کننده صابونی تولید شده است. مقدار pH محلول بازی استفاده شده چقدر است؟

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۱۳/۷ ۲) ۱۳/۳ ۳) ۱۳/۶ ۴) ۱۳/۴

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$RCOOH(s) + NaOH(aq) \rightarrow RCOONa(aq) + H_2O(l)$$

برای حل این سؤال در گام اول، مول سدیم هیدروکسید($NaOH$) را پیدا می‌کنیم:

$$?\,mol\ NaOH = ۰/۵\ mol\ RCOONa \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۱\ mol\ RCOONa} = ۰/۵\ mol$$

در پی تفکیک یونی $NaOH$ در محلول آبی خود، به ازای هر مول سدیم هیدروکسید یک مول یون OH^- و یک مول Na^+ وارد محلول می‌شود. درنتیجه، غلظت یون هیدروکسید با غلظت اولیه سدیم هیدروکسید برابر است. بر این اساس، برای محاسبه غلظت یون هیدروکسید داریم:

$$[OH^-] = [NaOH] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{۰/۵}{۲} = ۰/۲۵\ mol.L^{-۱}$$

در گام بعدی، با توجه به رابطه $[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$، غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Longrightarrow [H^+] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]} = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۰/۲۵} = ۴ \times ۱۰^{-۱۴}\ mol.L^{-۱}$$

در قدم آخر، مقدار pH محلول مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

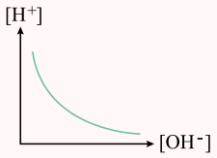
$$pH = -\log[H^+] = -\log(۴ \times ۱۰^{-۱۴}) = ۱۴ - \log ۴ = ۱۴ - ۰/۶ = ۱۳/۴$$

رسانایی الکتریکی آب خالص

آزمایش‌های دقیق نشان می‌دهند که آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد. این ویژگی بیانگر وجود مقدار بسیار کمی از یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید است. در واقع در یک نمونه از آب خالص شمار بسیار ناچیزی از مولکول‌های H_2O مطابق واکنش شیمیایی $H_2O(l) \rightleftharpoons H^+(aq) + OH^-(aq)$ به یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ یونیده می‌شود. اندازه‌گیری‌ها و یافته‌های تجربی در دمای اتاق برای آب و محلول‌های آبی رابطه زیر را تایید می‌کنند:

$$[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$$

با توجه به این رابطه، در دمای ثابت غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید با هم رابطه عکس دارد. نمودار زیر تغییرات غلظت یون هیدروژن را بر اساس تغییر غلظت یون هیدروکسید نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۷۹- محلولی از اسید HA با غلظت ۰/۴ مول بر لیتر در اختیار داریم که درجه یونش اسید در آن برابر با ۰/۲ است. غلظت یون هیدروژن در این محلول برابر با چند مول بر لیتر بوده و مقدار ثابت یونش اسیدی این ماده در محلول مورد نظر چقدر است؟

۱) ۰/۰۸ ـ ۰/۰۲ ۲) ۰/۸ ـ ۰/۰۲ ۳) ۰/۰۸ ـ ۰/۰۱۶ ۴) ۰/۸ ـ ۰/۰۱۶

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

در گام اول، برای محاسبه غلظت یون هیدرونیوم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$[H^+] = M \times \alpha = ۰/۴ \times ۰/۲ = ۰/۰۸\ mol.L^{-۱}$$

در رابطه بالا، مؤلفه M معادل با غلظت اولیه اسید بوده و α نیز معادل با درجه یونش اسید در محلول است. در گام دوم، طبق واکنش یونش این اسید، غلظت گونه‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$
$$[H^+] = [A^-] = ۰/۰۸\ mol.L^{-۱}$$
$$[HA]_{\text{تعادلی}} = [HA]_{\text{اولیه}} - [HA]_{\text{یونش یافته}} = [HA]_{\text{اولیه}} - [H^+] = ۰/۴ - ۰/۰۸ = ۰/۳۲\ mol.L^{-۱}$$

با توجه به محاسبات بالا، غلظت ذرات اسید یونیده نشده موجود در محلول برابر با ۰/۳۲ مول بر لیتر است. در گام آخر، با نوشتن رابطه ثابت یونش، مقدار ثابت یونش را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[H^+] \times [A^-]}{[HA]} = \frac{۰/۰۸ \times ۰/۰۸}{۰/۳۲} = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۸۰- مقدار pH محلولی از اسید HA برابر با ۳/۷ بوده و درصد یونش اسید حل شده در این محلول برابر با ۰/۲ است. غلظت اولیه اسید حل شده در این محلول برابر با چند مول بر لیتر بوده است؟

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۱

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

در گام اول، با استفاده از مقدار pH، غلظت یون هیدرونیوم را به‌دست می‌آوریم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۳/۷} = ۱۰^{۰/۳} \times ۱۰^{-۴} = ۲ \times ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

درجهٔ یونش

اسیدها و بازهای گوناگون، به هنگام انحلال در آب، به مقدار متفاوتی یونش پیدا می‌کنند. برای مقایسه کمّی میزان یونیده‌شدن انواع اسیدها و بازها، می‌توان از درجه یونش استفاده کرد. درجه یونش یک ماده، عبارت است از نسبت تعداد مولکول‌های یونیده‌شده از یک ماده به تعداد کل مولکول‌های حل‌شده از آن ماده. توجه داریم که اگر درجه یونش یک ماده را در عدد ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد یونش آن ماده به دست می‌آید. بر این اساس، داریم:

$$\text{درجهٔ یونش}(\alpha) = \frac{\text{تعداد مولکول‌های(یا مول‌های) یونیده شده}}{\text{تعداد کل مولکول‌های(یا مول‌های) حل شده}}$$

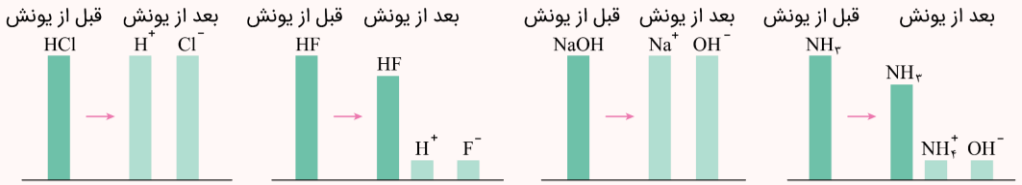
$$\text{درصد یونش}(\%\alpha) = \text{درجهٔ یونش}(\alpha) \times ۱۰۰$$

در گام بعد، با استفاده از درصد یونش، غلظت اولیه اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha\ \text{درصد} = \frac{[H^+]}{[HA]} \times ۱۰۰ = \frac{۲ \times ۱۰^{-۴}}{[HA]} \times ۱۰۰ = ۰/۲ \Longrightarrow [HA] = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

فرایند یونش

به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند. اسیدها و بازهای قوی و ضعیف به مقدار متفاوتی یونش می‌یابند. شیمی‌دان‌ها برای بیان میزان یونش اسیدها از کمیتی به نام درجه یونش(α) استفاده می‌کنند. گاهی به‌جای درجه یونش از درصد یونش استفاده می‌کنند. درجه یونش اسیدها و بازهای قوی برابر با یک است. پس غلظت نهایی یون هیدرونیوم یا هیدروکسید برابر با غلظت اولیه اسید یا باز حل شده است. نمودارهای زیر میزان یونش برخی اسیدها و بازهای قوی و ضعیف را نشان می‌دهند:



گروه آموزشی ماز

۸۱- تصویر مقابل را در نظر بگیرید:

اگر درجه یونش اسید ضعیف *HX*، دو برابر اسید *HA* باشد، ..... .



۱) مقدار pH محلول اسید HA کمتر از محلول اسید HX است.

۲) مقدار سود لازم برای خنثی‌کردن محلول این دو اسید برابر است.

۳) ثابت یونش اسید HX نسبت به ثابت یونش اسید HA بیشتر است.

۴) با افزودن آب به این دو محلول، درجه یونش اسید در آن‌ها تغییر نمی‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ (دشوار ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

اگر درجه یونش اسیدهای HA و HX را به‌ترتیب برابر با α و ۲α در نظر بگیریم، غلظت یون هیدرونیوم و ثابت یونش این دو گونه قابل محاسبه خواهد بود.

برای اسید HA داریم:

$$[H^+] = \left(\text{غلظت اسید}\right) M \times \left(\text{درجه یونش}\right) \alpha = ۰/۱ \times \alpha = ۰/۱\alpha$$

$$K_a = \frac{[H^+] \times [A^-]}{[HA]} = \frac{[H^+]^۲}{[HA]} = \frac{۰/۱\alpha \times ۰/۱\alpha}{۰/۱} = ۰/۱\alpha^۲$$

همین‌طور برای اسید HX داریم:

$$[H^+] = \left(\text{غلظت اسید}\right) M \times \left(\text{درجه یونش}\right) \alpha = ۰/۰۵ \times ۲\alpha = ۰/۱\alpha$$

$$K_a = \frac{[H^+] \times [A^-]}{[HX]} = \frac{[H^+]^۲}{[HX]} = \frac{۰/۱\alpha \times ۰/۱\alpha}{۰/۰۵} = ۰/۲\alpha^۲$$

درنتیجه، ثابت یونش HX بیشتر از HA است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به اینکه غلظت یون هیدرونیوم در این دو محلول برابر است، pH دو محلول نیز برابر است. در این رابطه، داریم:

$$[H^+]_{HX} = [H^+]_{HA} = ۰/۱\alpha \Rightarrow pH_{HX} = pH_{HA} = -\log(۰/۱\alpha)$$

۲) با توجه به واکنش $HA(aq) + NaOH(s) \rightarrow NaA(aq) + H_۲O(l)$ برای اسید HA داریم:

$$?\,mol\ NaOH = ۲۰\ mL\ HA \times \frac{۱\ L}{۱۰۰۰\ mL} \times \frac{۰/۱\ mol\ HA}{۱\ L\ HA} \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۱\ mol\ HA} = ۰/۰۰۲\ mol\ NaOH$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

و بر اساس واکنش $HX(aq) + NaOH(s) \rightarrow NaX(aq) + H_2O(l)$ برای اسید HX داریم:

$$?\,mol\ NaOH = ۲۰\ mL\ HX \times \frac{۱\ L}{۱۰۰۰\ mL} \times \frac{۰/۰۵\ mol\ HX}{۱\ L\ HX} \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۱\ mol\ HX} = ۰/۰۰۱\ mol\ NaOH$$

پس با توجه به واکنش‌های خنثی شدن اسیدها، مقدار سود لازم برای خنثی کردن اسیدها برابر نیست.

خنثی شدن اسید و باز

واکنش خنثی‌شدن میان اسید و باز انجام می‌شود. در واقع در این واکنش یون‌های هیدروژن تولیدشده از اسید با یون‌های هیدروکسید تولیدشده از باز واکنش می‌دهند. معادله این واکنش پس از حذف یون‌های ناظر به‌صورت زیر خواهد بود:

$$OH^-(aq) + H^+(aq) \longrightarrow H_2O(l)$$

با توجه به مصرف دو یون هیدروژن و هیدروکسید در این واکنش، فرایند یونش یا تفکیک یونی اسید و باز به‌طور کامل انجام می‌شود؛ پس قوی و ضعیف بودن تأثیری بر فرایند خنثی شدن ندارد و تنها به تعداد عوامل اسیدی و بازی موجود ساختار اسید و باز(a) بستگی دارد و برای واکنش خنثی‌شدن داریم:

$$a_{\text{اسید}} \times n_{\text{اسید}} = a_{\text{باز}} \times n_{\text{باز}}$$

تعداد عوامل اسیدی یا همان ظرفیت اسید برابر تعداد هیدروژن‌های اسیدی است. تعداد عوامل بازی نیز در ساختار بازهای یونی برابر تعداد یون هیدروکسید موجود در آن ماده است. در رابطه با آمونیاک، ظرفیت باز برابر یک و ظرفیت بازی آمین‌ها نیز برابر شمار گروه‌های آمینی موجود در آن‌ها می‌باشد.

۴ درجه یونش محلول اسیدهای ضعیف، با غلظت آن‌ها رابطه معکوس دارد. بر این اساس، با افزودن آب به این دو محلول، غلظت محلول کاهش پیدا می‌کند و درجه یونش افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۸۲- در محلولی از هیدرویدیک اسید، نسبت غلظت یون هیدروژن به هیدروکسید برابر با ۴×۱۰^{۱۲} است. مقدار pH این محلول اسیدی چقدر بوده و در ۲ لیتر از این محلول، چند گرم اسید حل شده است؟ $(H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $I = ۱۲۷)$

۱) ۰/۷ ـ ۲۵/۶ ۲) ۰/۳ ـ ۲۵/۶ ۳) ۰/۷ ـ ۵۱/۲ ۴) ۰/۳ ـ ۵۱/۲

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

در گام اول، غلظت یون هیدرونیوم را با توجه به رابطه $[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$، محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] \times [OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Longrightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]} \Rightarrow \frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{[H^+]}{\frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]}} = \frac{[H^+]^۲}{۱۰^{-۱۴}} = ۴ \times ۱۰^{۱۲} \Rightarrow [H^+]^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۰/۲\ mol.L^{-۱}$$

در گام دوم، با استفاده از غلظت یون هیدرونیوم، مقدار pH را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۲ \times ۱۰^{-۱}) = ۱ - \log ۲ = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷$$

با توجه به واکنش یونش $HI(aq) \rightarrow H^+(aq) + I^-(aq)$، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اسید برابر است، پس داریم:

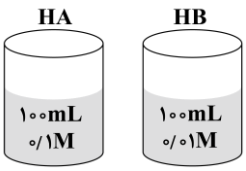
$$[H^+] = [HI] = ۰/۲\ mol.L^{-۱}$$

در گام بعدی، جرم اسید حل شده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,g\ HI = ۲\ L\ HI \times \frac{۰/۲\ mol\ HI}{۱\ L\ HI} \times \frac{۱۲۸\ g\ HI}{۱\ mol\ HI} = ۵۱/۲\ g$$

گروه آموزشی ماز

۸۳- اگر مقدار pH دو محلول مقابل برابر باشد، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟



۱) با افزودن آب به این دو محلول، مقدار pH آن‌ها افزایش می‌یابد.
۲) قدرت اسیدی ترکیب HB در مقایسه با ترکیب HA بیشتر است.
۳) رسانایی الکتریکی محلول اسید HA نسبت به محلول دیگر بیشتر است.
۴) با انحلال گاز HCl در این دو محلول، K_a اسید حل شده در آن‌ها تغییر نمی‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ (دشوار ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

با توجه به اینکه مقدار pH دو محلول برابر است، پس غلظت یون هیدرونیوم این دو محلول نیز برابر است. همچنین، چون غلظت آنیون در هر محلول برابر با غلظت یون هیدرونیوم است، غلظت آنیون‌ها نیز برابر است. بر این اساس مجموع غلظت یون‌ها در هر دو محلول با هم برابر است و رسانایی الکتریکی محلول‌ها نیز یکسان است. به‌عنوان یک قاعده کلی، به یاد داشته باشید که اگر دو محلول متفاوت از دو اسید تک‌پروتون‌دار، مقدار pH برابری داشته باشند، رسانایی الکتریکی آن‌ها با هم برابر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با افزودن آب به این دو محلول، غلظت اسیدها کاهش یافته و به دنبال آن، غلظت یون هیدرونیوم کاهش می‌یابد. با کاهش غلظت یون هیدرونیوم، خاصیت اسیدی محلول نیز کاهش یافته و مقدار pH افزایش می‌یابد.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲ قدرت اسیدی محلول‌ها، به مقدار ثابت یونش آن‌ها بستگی دارد. معادله ثابت یونش دو محلول به‌صورت $K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]}$ و $K_a = \frac{[H^+]^2}{[HB]}$ است. غلظت یون هیدرونیوم در دو محلول برابر است، پس محلولی که غلظت اسید در آن کمتر است ثابت یونش بیشتری دارد. درنتیجه، ثابت یونش و قدرت اسیدی ترکیب HB بیشتر از ترکیب دیگر است.

۴ ثابت یونش محلول فقط به دما وابسته است. بر این اساس، می‌توان گفت افزودن اسید و تغییر غلظت مواد، تأثیری در مقدار ثابت یونش ندارد.

ثابت یونش اسیدها

واکنش یونش اسیدهای ضعیف یک واکنش دوطرفه و تعادلی است. برای هر واکنش تعادلی، یک ثابت تعادل وجود دارد که ویژه همان واکنش است و فقط تابع دما است. این کمیت با K_a نشان داده می‌شود. ثابت یونش یک اسید نسبت حاصل‌ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد. در واقع، ثابت یونش بیانی از میزان پیشرفت واکنش تا رسیدن به تعادل است. در دمای معین هرچه ثابت یونش بزرگ‌تر باشد، آن اسید بیشتر یونیده می‌شود و غلظت یون‌های تولید شده بیشتر خواهد بود. درنتیجه میزان ثابت یونش بیانگر قدرت اسید است. در جدول زیر ثابت یونش برخی اسیدها در دمای اتاق آورده شده است:

اسید	ثابت یونش	فراورده‌های حاصل از یونش	اسید	ثابت یونش	فراورده‌های حاصل از یونش
هیدرویدیک اسید (HI)	بسیار بزرگ	$H^+(aq)+I^-(aq)$	هیدروفلوئوریک اسید (HF)	$۶/۶\times۱۰^{-۴}$	$H^+(aq)+F^-(aq)$
هیدروبرمیک اسید (HBr)	بسیار بزرگ	$H^+(aq)+Br^-(aq)$	نیترو اسید ($HNO_۲$)	$۴/۵\times۱۰^{-۴}$	$H^+(aq)+NO_۲^-(aq)$
هیدروکلریک اسید (HCl)	بسیار بزرگ	$H^+(aq)+Cl^-(aq)$	فورمیک اسید (HCOOH)	$۱/۸\times۱۰^{-۴}$	$H^+(aq)+HCOO^-(aq)$
سولفوریک اسید ($H_۲SO_۴$)	بسیار بزرگ	$H^+(aq)+HSO_۴^-(aq)$	استیک اسید ($CH_۳COOH$)	$۱/۸\times۱۰^{-۵}$	$H^+(aq)+CH_۳COO^-(aq)$
نیتریک اسید ($HNO_۳$)	بزرگ	$H^+(aq)+NO_۳^-(aq)$	هیدروسیانیک اسید (HCN)	$۴/۹\times۱۰^{-۱۰}$	$H^+(aq)+CN^-(aq)$

افزایش قدرت اسیدی

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) اغلب عناصر نافلزی از جمله اکسیژن، در واکنش با فلزهای مختلف، نقش کاهنده دارند.

۲) با انحلال گاز $SO_۳$ در آب، یک واکنش اکسایش-کاهش رخ داده و کاغذ pH در محلول حاصل قرمز می‌شود.

۳) در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید، نیم‌واکنش $Zn(s) \rightarrow Zn^{۲+}(aq)+۲e^-$ انجام می‌شود.

۴) در هر سلول گالوانی، جرم تیغه آندی در طول زمان کاهش یافته و با تغییر غلظت الکترولیت‌ها، ولتاژ تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید با معادله $Zn(s)+۲HCl(aq) \rightarrow ZnCl_۲(aq)+H_۲(g)$، نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش به‌صورت زیر انجام می‌شوند:

نیم‌واکنش اکسایش : $Zn(s) \rightarrow Zn^{۲+}(aq)+۲e^-$ نیم‌واکنش کاهش : $۲H^+(aq)+۲e^- \rightarrow H_۲(g)$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اغلب عناصر نافلزی تمایل به دریافت الکترون دارند، پس عناصری مانند اکسیژن در واکنش با عناصر فلزی کاهش یافته و در نقش اکسنده قرار دارند. این در حالی است که عناصر فلزی در واکنش با عناصر نافلزی، الکترون از دست داده و اکسایش می‌یابند، پس در نقش کاهنده قرار دارند.

۲ با انحلال گاز $SO_۳$ در آب، یک محلول اسیدی تولید می‌شود و کاغذ pH در این محلول به رنگ قرمز در می‌آید. در این واکنش، عدد اکسایش همه عناصر ثابت است و این واکنش شیمیایی از نوع اکسایش-کاهش نیست:

$$SO_۳(g)+H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۴(aq)$$

۴ در سلول‌های گالوانی، تیغه آندی در واکنش اکسایش شرکت می‌کند و در اغلب موارد، به مرور جرم آن کاهش می‌یابد. ولتاژ سلول‌های گالوانی به غلظت الکترولیت موجود در نیم‌سلول‌ها، نوع تیغه‌های فلزی و دمای محیط وابسته است. اگر نیم‌سلول SHE در موقعیت آند باشد، جرم تیغه فلزی آن تغییر نمی‌کند.

سلول گالوانی

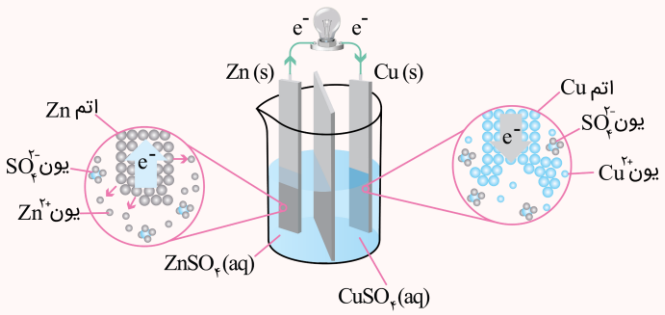
سلول گالوانی نوعی سلول الکتروشیمیایی است که می‌تواند بر اساس قدرت کاهندگی فلزها انرژی الکتریکی تولید کند. در سلول گالوانی دو بخش آندی و کاتدی وجود دارد. در جدول زیر ویژگی‌های آند و کاتد سلول‌های گالوانی با هم مقایسه شده‌اند:

آند	کاتد
فلز کاهنده‌تر (E° کمتر)	فلز اکسنده‌تر(E° بیشتر)
محل انجام نیم‌واکنش اکسایش	محل انجام نیم‌واکنش کاهش
کاهش جرم تیغه فلزی در اغلب موارد	افزایش جرم تیغه فلزی در اغلب موارد
قطب منفی سلول	قطب مثبت سلول
مبدا حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی	مقصد حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی

فلز کاهنده‌تر در بخش آندی قرار دارد و نیم‌واکنش اکسایش در این نیم‌سلول انجام می‌شود. در این سلول الکترون‌ها در مدار خارجی از سمت آند به کاتد می‌روند و بر این اساس جریان الکتریکی برقرار می‌شود. بین دو نیم‌سلول آندی و کاتدی یک دیواره متخلخل وجود دارد که از مخلوط شدن سریع دو محلول جلوگیری می‌کند. از طریق این دیواره، کاتیون‌ها از سمت آند به کاتد و آنیون‌ها از سمت کاتد به آند حرکت می‌کنند.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

در شکل زیر، ساختار سلول گالوانی $Zn - Cu$ را می‌بینید:



گروه آموزشی ماز

۸۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: در فرایند برقکافت پتاسیم کلرید مذاب، در سمت کاتد فلز پتاسیم تولید می‌شود.

ب: برقکافت محلول آبی رقیق نمک خوراکی در مقایسه با برقکافت آب خالص، بهتر انجام می‌شود.

پ: در مراحل انجام فرایند هال، گاز کربن دی‌اکسید در مجاورت با تیغه‌های آندی سلول تولید می‌شود.

ت: در مرحله پایانی از فرایند استخراج فلز منیزیم از آب دریا، از محلول آبی منیزیم کلرید استفاده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در فرایند برقکافت پتاسیم کلرید مذاب، نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش به ترتیب در نیم‌سلول‌های کاتدی و آندی انجام می‌شوند:

نیم‌واکنش اکسایش : $2Cl^-(l) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$ نیم‌واکنش کاهش : $K^+(l) + e^- \rightarrow K(l)$

در سمت کاتد این سلول، فلز پتاسیم به حالت مذاب تولید می‌شود.

«ب»: آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد، درنتیجه برای برقکافت آن، مقدار کمی الکترولیت مانند نمک خوراکی به آن اضافه می‌کنند. با انجام این کار، سرعت فرایند برقکافت افزایش پیدا می‌کند.

سلول‌های الکترولیتی

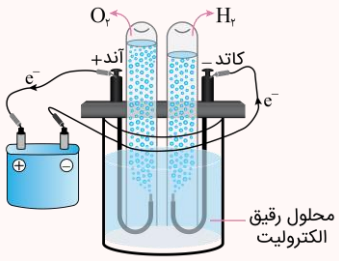
سلول‌های الکترولیتی انواعی از سلول‌های الکتروشیمیایی هستند که در آن‌ها با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از درون محلول الکترولیت، می‌توان یک واکنش را در خلاف جهت طبیعی پیش راند. برقکافت آب نمونه‌ای از واکنش‌های انجام‌شده در سلول‌های الکترولیتی است. در این سلول با مصرف انرژی الکتریکی، آب به گازهای هیدروژن و اکسیژن تجزیه می‌شود. آب خالص رسانایی ناچیزی دارد، از این رو برای برقکافت آب اندکی از یک ماده الکترولیت به آن اضافه می‌کنند. در سمت آند طی نیم‌واکنش مقابل(اکسایش)، گاز اکسیژن تولید می‌شود:

$$2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + H^+(aq) + 4e^-$$

در سمت کاتد نیز نیم‌واکنش مقابل(کاهش)، باعث تولید گاز هیدروژن می‌شود:

$$2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq)$$

آند قطب مثبت و کاتد قطب منفی این سلول است. در اطراف آند به دلیل تولید یون هیدرونیوم (H^+)، محلول خاصیت اسیدی پیدا می‌کند. در کاتد نیز تولید یون هیدروکسید (OH^-)، به محلول خاصیت بازی می‌دهد. بر این اساس رنگ کاغذ pH در اطراف محلول آندی قرمز و در اطراف محلول کاتدی آبی است. تصویر زیر، نمایی از این سلول را نشان می‌دهد:



«پ»: در مجاورت تیغه‌های آندی کربن در فرایند هال، اتم‌های کربن اکسایش یافته و طی واکنش زیر، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود:

$$2Al_2O_3(l) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فرآیند هال

برای تولید فلز واکنش‌پذیر آلومینیم از برقکافت نمک‌های آن استفاده می‌شود. رایج‌ترین روش برقکافت نمک مذاب Al_2O_3، فرایند هال است. جنس آند(تیغه‌های موجود در الکترولیت) و کاتد(دیواره ظرف) این سلول الکترولیتی، از گرافیت است. گرافیت به کار رفته در تیغه‌های آندی به‌تدریج با اکسیژن واکنش داده و مصرف می‌شود. در این سلول واکنش مقابل انجام می‌شود:

$$2Al_2O_3(l) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$$

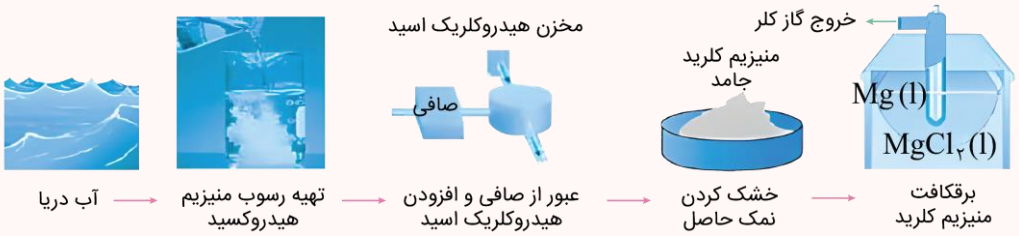
در واقع در قسمت کاتدی این سلول، یون‌های Al^{3+} کاهش پیدا می‌کنند و اتم‌های آلومینیم تولید می‌شوند. در قسمت آندی نیز کربن اکسایش می‌یابد و کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

«ت»: در مرحله پایانی فرایند استخراج منیزیم، واکنش برقکافت منیزیم کلرید مذاب انجام می‌شود:

$$MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$$

فرایند تولید فلز منیزیم

فرایند تولید فلز منیزیم از آب دریا به‌صورت زیر است:



با توجه به روند نشان داده شده، در مراحل استخراج فلز منیزیم از آب دریا، ابتدا یک محلول بازی که حاوی یون هیدروکسید باشد را به آب دریا اضافه می‌کنند تا یون‌های منیزیم موجود در آب دریا در قالب رسوب منیزیم هیدروکسید از آن خارج شوند. پس از به‌دست آمدن منیزیم هیدروکسید جامد در این فرایند، از یک محلول اسیدی مثل هیدروکلریک اسید استفاده می‌شود. با افزودن هیدروکلریک اسید به منیزیم هیدروکسید تولید شده، محلولی از منیزیم کلرید به‌دست می‌آید. در مرحله بعد، منیزیم کلرید را با استفاده از روش تبلور از محلول استخراج کرده و آن را به حالت مذاب، وارد سلول برقکافت می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) برای اندازه‌گیری پتانسیل کاهشی استاندارد روی، از محلول یک مولار روی نیترات در یک نیم‌سلول می‌توان استفاده کرد.
۲) با قرار دادن یک تیغه فلزی از جنس پلاتین در محلولی از منیزیم سولفات، هیچ واکنشی در محلول انجام نمی‌شود.
۳) با عبور جریان از هر دو شاره استفاده شده در نیروگاه‌های خورشیدی، این مواد به عناصر سازنده تجزیه می‌شوند.
۴) اگر نیم‌سلول روی از سلول گالوانی روی-مس را با نیم‌سلول منیزیم جایگزین کنیم، emf کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

در سلول‌های گالوانی با افزایش قدرت اکسندگی کاتد و افزایش قدرت کاهندگی آند، مقدار emf سلول افزایش می‌یابد. در سلول‌های گالوانی روی-مس و منیزیم-مس، فلزهای روی و منیزیم در نقش آند قرار دارند. فلز منیزیم نسبت به فلز روی، قدرت کاهندگی بیشتری دارد. بر این اساس، جایگزینی روی با منیزیم مقدار emf را افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ برای اندازه‌گیری پتانسیل کاهشی استاندارد یک فلز، باید محلول الکترولیت یک مولار از یون آن فلز داشته باشیم. با توجه به اینکه از انحلال هر مول روی نیترات($Zn(NO_3)_2$)، یک مول یون روی(Zn^{2+}) وارد محلول می‌شود، غلظت یون روی در این محلول برابر با یک مولار است.

۲ قدرت کاهندگی (تمایل به اکسایش یافتن) فلز پلاتین کمتر از فلز منیزیم است، پس فلز پلاتین نمی‌تواند باعث کاهش یون‌های منیزیم موجود در محلول منیزیم سولفات شود. در این حالت، هیچ واکنشی انجام نمی‌شود.

۳ در نیروگاه‌های خورشیدی دو شاره یونی($NaCl$) و مولکولی(H_2O) استفاده می‌شوند. عبور جریان برق از هر دو شاره باعث انجام فرایند برقکافت می‌شود و طی این فرایند، این مواد به عناصر سازنده خود تجزیه می‌شوند. در این رابطه، داریم:

واکنش برقکافت نمک خوراکی : $2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$

واکنش برقکافت آب : $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$

تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی

تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی، نیازمند تجهیزات و فناوری پیشرفته بوده و فقط در برخی کشورها انجام‌پذیر است. برای این کار نیاز به دو شاره(سیال) یونی و مولکولی است. شاره(سیال)، ماده‌ای است که مقاومت چندانی در برابر جاری شدن نداشته باشد؛ درنتیجه مواد گازی یا مایع می‌توانند به‌عنوان شاره استفاده شوند. در فرایند تولید انرژی الکتریکی از نور خورشید، باید از شاره‌هایی استفاده کنیم که بتوانند انرژی زیادی را جذب کرده و در خود نگه‌دارند. هرچه اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ماده‌ای بیشتر باشد، آن ماده در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع خواهد بود. اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ترکیب‌های یونی، بیشتر از ترکیب‌های مولکولی است؛ درنتیجه ترکیب‌های یونی، ظرفیت بیشتری برای جذب گرما داشته و در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع هستند، از این رو از شاره‌های یونی(مثل $NaCl$ مذاب و ...)، به‌عنوان ماده‌ای برای ذخیره انرژی گرمایی در این فناوری استفاده می‌شود. در این فناوری، ابتدا نور خورشید توسط آیینه‌ها بر روی برج گیرنده(برجی که

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دارای شاره یونی است) متمرکز شده و باعث گرم شدن شاره یونی می‌شود. سپس شاره یونی داغ، وارد منبع ذخیره انرژی گرمایی شده و پس از آن، با ورود به مخزن مبادله گرما، دمای شاره مولکولی را افزایش می‌دهد. شاره مولکولی(مثل بخار آب داغ) باعث به حرکت درآوردن توربین می‌شود. در این فناوری، هدر رفتن شاره‌های یونی و مولکولی را مشاهده نخواهیم کرد، چون هر دو شاره پس از سرد شدن دوباره وارد فرایند خواهند شد.

گروه آموزشی ماز

۸۷- یک تیغه آهنی را در محلول ۰/۵ مولار هیدروکلریک اسید با حجم ۱۰ لیتر قرار می‌دهیم. پس از گذشتن یک بازه زمانی، pH محلول مورد نظر به ۱/۷ می‌رسد. در چنین شرایطی، غلظت مولی کاتیون حاصل از اکسایش آهن در این محلول، چند برابر غلظت مولی یون هیدروژن می‌شود؟

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۲ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴ (دشوار ـ مسئله ـ ۱۲۰۱)

معادله واکنش مورد نظر به‌صورت $Fe(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow FeCl_۲(aq) + H_۲(g)$ انجام می‌شود. در گام اول، با استفاده از مقدار pH محلول نهایی، غلظت مولی یون هیدروژن و هیدروکلریک اسید را پس از انجام واکنش به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+] = [HCl] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{۰/۳} \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

در گام دوم، تغییر مول هیدروکلریک اسید(مقدار هیدروکلریک اسید مصرف شده) را محاسبه می‌کنیم:

$$HCl \text{ تغییر غلظت} = ۰/۵ - ۰/۰۲ = ۰/۴۸\ mol.L^{-۱} \xrightarrow{V=۱۰\ L} \text{مقدار مول هیدروکلریک اسید مصرف شده} = ۰/۴۸ \times ۱۰ = ۴/۸\ mol$$

در گام آخر، غلظت یون $Fe^{۲+}$ را پیدا می‌کنیم:

$$?\ mol\ Fe^{۲+} = ۴/۸\ mol\ HCl \times \frac{۱\ mol\ FeCl_۲}{۲\ mol\ HCl} \times \frac{۱\ mol\ Fe^{۲+}}{۱\ mol\ FeCl_۲} = ۲/۴\ mol \Rightarrow [Fe^{۲+}] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{۲/۴}{۱۰} = ۰/۲۴\ mol.L^{-۱}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{[Fe^{۲+}]}{[H^+]} = \frac{۰/۲۴}{۰/۰۲} = ۱۲$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- اگر محلولی از نمک فلز B را در ظرفی از جنس فلز A قرار بدهیم، دمای محلول به‌تدریج افزایش می‌یابد. در رابطه با این دو عنصر، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) اگر این دو فلز را در هوای مرطوب به یکدیگر متصل کنیم، فلز A از خوردگی در امان بوده و سالم باقی می‌ماند.
۲) در سری الکتروشیمیایی، نیم‌واکنش کاهشی مربوط به فلز B نسبت به فلز دیگر در موقعیت بالاتری قرار دارد.
۳) اگر در سلول $Mg - A$، منیزیم در نقش آند باشد، در سلول $Mg - B$ نیز منیزیم در نقش آند خواهد بود.
۴) در سلول گالوانی تشکیل شده از دو فلز A و B، آنیون‌ها به‌تدریج به سمت نیم‌سلول A حرکت می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

افزایش دما نشانه انجام واکنش اکسایش-کاهش است. بر این اساس، می‌توان گفت فلز A در مواجهه با یون‌های B موجود در محلول اکسید شده و واکنش $A(s) + B^{n+}(aq) \rightarrow B(s) + A^{m+}(aq)$ انجام می‌شود. درنتیجه فلز A نسبت به فلز B قدرت کاهندگی بیشتری دارد. به عبارت دیگر، میل فلز B به از دست دادن الکترون، کمتر از فلز دیگر است. اگر این دو فلز در هوای مرطوب به هم متصل شوند، فلز کاهنده‌تر یعنی فلز A اکسید می‌شود و فلز B از خوردگی در امان بوده و سالم می‌ماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ فلز B نسبت به فلز A قدرت کاهندگی کمتری دارد، پس E° فلز B مثبت‌تر است و این فلز در جدول پتانسیل کاهشی در موقعیت بالاتری قرار دارد.

۳ اگر در سلول $Mg - A$، فلز منیزیم آند باشد به این معنی است که قدرت کاهندگی فلز منیزیم از فلز A بیشتر است. پس طبق مطالب گفته شده، قدرت کاهندگی این سه فلز به‌صورت $Mg > A > B$ مقایسه می‌شود. بر این اساس، در سلول گالوانی $Mg - B$ نیز فلز منیزیم قدرت کاهندگی بیشتری دارد و در نقش آند قرار دارد.

۴ در سلول گالوانی $A - B$، فلز A با قدرت کاهندگی بیشتر در نقش آند قرار دارد. در یک سلول گالوانی آنیون‌ها و کاتیون‌ها به‌ترتیب به سمت نیم‌سلول‌های آندی و کاتدی حرکت می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۸۹- در یک سلول سوختی که از متانول استفاده می‌کند، نیم‌واکنش‌های زیر انجام می‌شوند:

$$CH_۳OH(l) + H_۲O(l) \rightarrow CO_۲(g) + \ldots H^+(aq) + ۶e^- \qquad E^\circ = -۰/۰۲V$$
$$O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow \ldots H_۲O(l) \qquad E^\circ = +۱/۲۳V$$

در رابطه با این سلول، کدام مطلب زیر درست است؟

۱) ضریب یون هیدروژن در معادله موازنه شده نیم‌واکنش اکسایش، ۲ برابر ضریب آب در معادله نیم‌واکنش دیگر است.
۲) در واکنش کلی انجام شده در این سلول گالوانی، عدد اکسایش هر اتم کربن به اندازه ۵ واحد تغییر می‌کند.
۳) در این سلول، گاز اکسیژن کاهش یافته و مقدار نیروی الکتروموتوری آن، برابر با ۱/۲۱ ولت است.
۴) در واکنش کلی انجام شده در این سلول، ۱۲ الکترون بین گونه‌ها مبادله خواهد شد.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

واکنش کلی این معادله به‌صورت $2CH_3OH(l) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 4H_2O(l)$ است. اگر نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش را با همین ضرایب بنویسیم، در هر نیم واکنش ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود. در این رابطه، داریم:

نیم‌واکنش اکسایش : $2CH_3OH(l) + 2H_2O(l) \rightarrow 2CO_2(g) + 12H^+(aq) + 12e^-$

نیم‌واکنش کاهش : $3O_2(g) + 12H^+(aq) + 12e^- \rightarrow 6H_2O(l)$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ معادله نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش به این صورت نوشته می‌شوند:

نیم‌واکنش اکسایش : $CH_3OH(l) + H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + 6H^+(aq) + 6e^-$

نیم‌واکنش کاهش : $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$

پس نسبت مورد نظر برابر با $\frac{6}{2} = 3$ است.

۲ در واکنش کلی انجام شده در سلول گالوانی مورد نظر، عدد اکسایش اتم‌های کربن از ۲- در CH_3OH به ۴+ در CO_2 می‌رسد. پس عدد اکسایش هر اتم کربن ۶ واحد افزایش یافته است.

۳ در این سلول گاز اکسیژن در نیم‌واکنش کاهش شرکت می‌کند و عدد اکسایش اتم اکسیژن از صفر به ۲- می‌رسد. مقدار emf این سلول به این صورت محاسبه می‌شود:

$$emf = (\text{کاتد})E^\circ - (\text{آند})E^\circ = 1/23\,V - (-0/02\,V) = 1/25\,V$$

گروه آموزشی ماز

۹۰- در فرایند خوردگی یک قطعه از آهن سفید خراشیده شده، فلز ..... در نقش آند بوده و با فرض تشکیل یک سلول گالوانی در محل خوردگی، مقدار emf این سلول برابر با ..... ولت می‌شود.

$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ $\quad E^\circ = +0/4V$

$Zn^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Zn(s)$ $\quad E^\circ = -0/76V$

$Fe^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Fe(s)$ $\quad E^\circ = -0/44V$

۱) آهن ـ ۱/۱۶ ۲) آهن ـ ۰/۸۴ ۳) روی ـ ۱/۱۶ ۴) روی ـ ۰/۸۴

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

در فرایند خوردگی یک قطعه از آهن سفید(آهن گالوانیزه) فلز روی با قدرت کاهندگی بالاتر، اکسایش می‌یابد. پس فلز روی به‌عنوان کاهنده در نقش آند قرار دارد. با توجه به سری الکتروشیمیایی، می‌توان قدرت کاهندگی و اکسندگی گونه‌ها را مقایسه کرد:

E°(V)	نیم‌واکنش کاهش		
ولتاژ	گونهٔ کاهنده	الکترون	گونهٔ اکسنده
+1/50	Au(s)	$\rightarrow +3e^-$	$Au^{3+}(aq)$
+1/20	Pt(s)	$\rightarrow +2e^-$	$Pt^{2+}(aq)$
+0/80	Ag(s)	$\rightarrow +e^-$	$Ag^+(aq)$
+0/34	Cu(s)	$\rightarrow +2e^-$	$Cu^{2+}(aq)$
0/00	$H_2(g)$	$\rightarrow +2e^-$	$2H^+(aq)$
-0/44	Fe(s)	$\rightarrow +2e^-$	$Fe^{2+}(aq)$
-0/76	Zn(s)	$\rightarrow +2e^-$	$Zn^{2+}(aq)$
-1/18	Mn(s)	$\rightarrow +2e^-$	$Mn^{2+}(aq)$
-1/66	Al(s)	$\rightarrow +3e^-$	$Al^{3+}(aq)$
-2/37	Mg(s)	$\rightarrow +2e^-$	$Mg^{2+}(aq)$

کاهنده قوی‌تر ↓ — اکسنده قوی‌تر ↑

در این فرایند اکسیژن به‌عنوان گونه اکسنده، کاهش می‌یابد. برای محاسبه مقدار emf این سلول داریم:

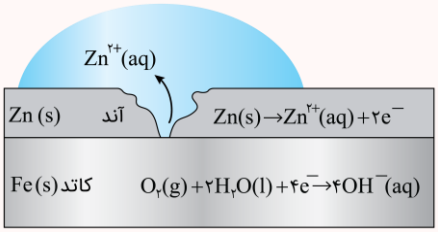
$$emf = (\text{کاتد})E^\circ - (\text{آند})E^\circ = 0/4\,V - (-0/76\,V) = 1/16\,V$$

آهن گالوانیزه

آهن سفید یا آهن گالوانیزه در واقع ورقه‌ای آهنی است که سطح آن با فلز روی پوشیده شده است و در ساخت تانکر آب، کانال کولر و ... به‌کار می‌رود. تا قبل از ایجاد خراش، فلز روی به‌صورت فیزیکی از خوردگی آهن جلوگیری می‌کند. هنگامی که خراشی در سطح آهن گالوانیزه پدید می‌آید، هر دو فلز روی و آهن در مجاورت اکسیژن قرار می‌گیرند و برای اکسایش رقابت می‌کنند. در این شرایط فلز روی که نسبت به آهن قدرت کاهندگی بیشتری دارد، اکسید می‌شود و آهن از خوردگی در امان می‌ماند. از آهن گالوانیزه نمی‌توان برای ساختن ظروف بسته‌بندی مواد غذایی استفاده کرد زیرا اسید موجود در مواد غذایی با فلز روی واکنش می‌دهد و باعث ورود یون‌های Zn^{2+} به مواد غذایی می‌شود.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

به نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش در این فرایند توجه کنید:



گروه آموزشی ماز

۹۱- در شرایط استاندارد، حجم گاز تولید شده در سمت آند سلول برقکافت آب برابر ۴/۴۸ لیتر است. اگر الکتریسیته مورد نیاز برای انجام این فرایند با استفاده از سلول گالوانی منیزیم-مس در حال تأمین باشد، در طول بازه زمانی مورد نظر جرم تیغه کاتدی سلول گالوانی به اندازه چند گرم تغییر می‌کند؟ ($Cu = 64$ و $Mg = 24 : g.mol^{-1}$)

۱) ۹/۶ ۲) ۱۹/۲ ۳) ۱۲/۸ ۴) ۲۵/۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۲)

طی واکنش برقکافت آب با معادله شیمیایی موازنه شده $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 2H_2(g)$، تعداد ۴ مول الکترون مبادله می‌شود. در سمت آند و کاتد سلول برقکافت آب، به‌ترتیب گازهای اکسیژن و هیدروژن تولید می‌شوند. همچنین، در طی واکنش انجام شده در سلول گالوانی منیزیم-مس با معادله شیمیایی $Mg(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Cu(s) + Mg^{2+}(aq)$، تعداد ۲ مول الکترون مبادله می‌شود. در این سلول نیز منیزیم و مس به‌ترتیب در نقش آند و کاتد قرار دارند. در گام اول، مقدار مول الکترون‌های مبادله شده در فرایند برقکافت آب را محاسبه می‌کنیم:

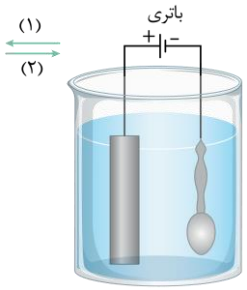
$$?\,mol\,e^- = 4/48\,L\,O_2 \times \frac{1\,mol\,O_2}{22/4\,L\,O_2} \times \frac{4\,mol\,e^-}{1\,mol\,O_2} = 0/8\,mol$$

در این سلول، مقدار ۰/۸ مول الکترون مبادله شده است، پس در سلول گالوانی نیز باید همین مقدار الکترون مبادله شود. در گام بعدی، تغییر جرم تیغه کاتدی(تیغه مس) را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,g\,Cu = 0/8\,mol\,e^- \times \frac{1\,mol\,Cu}{2\,mol\,e^-} \times \frac{64\,g\,Cu}{1\,mol\,Cu} = 25/6\,g$$

گروه آموزشی ماز

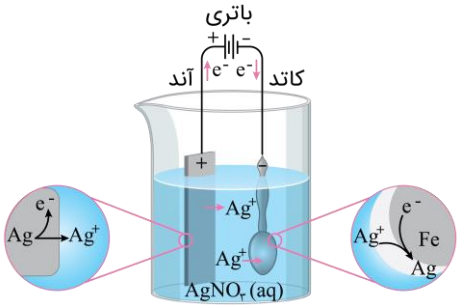
۹۲- با توجه به شکل مقابل که مربوط به فرایند آبکاری یک قاشق آهنی توسط فلز نقره است، نیم‌واکنش کاهش در سطح ..... انجام شده و الکترون‌های موجود در مدار بیرونی این سلول، در جهت ..... حرکت می‌کنند.



۱) قاشق آهنی ـ (۱) ۲) قاشق آهنی ـ (۲)
۳) تیغه نقره‌ای ـ (۱) ۴) تیغه نقره‌ای ـ (۲)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

در سلول آبکاری که نوعی سلول الکترولیتی است، نیم‌واکنش کاهش در سطح کاتد(قطب منفی) انجام می‌شود. در این سلول قاشق آهنی و تیغه نقره‌ای به‌ترتیب در نقش کاتد و آند قرار دارند، پس نیم‌واکنش کاهش با معادله $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$ در سطح قاشق آهنی انجام می‌شود. همچنین، در سلول‌های الکترولیتی الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت تیغه آندی(قطب مثبت) به سمت تیغه کاتدی(قطب منفی) حرکت می‌کنند. تصویر زیر، نمایی از سلول آبکاری را نشان می‌دهد:



www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

سلول آبکاری

در زندگی روزانه از وسایل و ابزار گوناگونی مانند وسایل آشپزخانه، شیرآلات ساختمان، دستگیره در و ... استفاده می‌شود که فلز اصلی سازنده آن‌ها آهن یا مس است. خوردگی این فلزها از یک سو سبب از بین رفتن زیبایی وسیله می‌شود و از سوی دیگر به سلامتی بدن آسیب می‌رساند. به همین دلیل، سطح اغلب این وسایل فلزی را به کمک فرایند آبکاری و با فلزهایی مانند نقره، کروم، نیکل و طلا می‌پوشانند. با پوشش دادن به سطح این فلزها، وسایل ساخته شده از آن‌ها در مقابل خوردگی محافظت می‌شوند. در سلول الکترولیتی مربوط به این فرایند، تیغه فلز آبکاری را به قطب مثبت باتری و جسم فلزی را به قطب منفی باتری وصل می‌کنیم. الکترولیت به کار رفته در این واکنش نیز محلولی از نمک فلز آبکاری است. در قطب مثبت یا همان آند، فلز آبکاری اکسایش یافته و به کاتیون تبدیل می‌شود. الکترون آزادشده در این قطب به سمت قطب منفی یا همان کاتد رفته و در نیم‌واکنش کاهش، کاتیون موجود در محلول شرکت می‌کند. در واقع نیم‌واکنش‌ها انجام‌شده در این سلول قرینه یکدیگر هستند.

$$\text{آند}: M(s) \longrightarrow M^{n+}(aq) + ne^- \qquad \text{کاتد}: M^{n+}(aq) + ne^- \longrightarrow M(s)$$

در سلول آبکاری اگر n مول فلز در آند اکسایش یابد، n مول کاتیون همان فلز در کاتد کاهش می‌یابد. پس در این سلول، اگر آند از جنس فلز پوشاننده باشد، کاهش جرم تیغه آندی برابر افزایش جرم تیغه کاتدی است. همچنین با توجه به تولید و مصرف مقدار یکسان کاتیون در دو نیم‌واکنش، غلظت کاتیون این فلز در الکترولیت ثابت بوده و نیازی به اضافه کردن نمک آن به محلول حین انجام کار سلول نیست.

گروه آموزشی ماز

۹۳- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) گرافن، یک گونه شیمیایی دو بعدی به شمار رفته و رسانایی الکتریکی آن، مشابه فلز آهن است.

۲) مشابهت ساختار الماس به کربن دی‌اکسید، بیشتر از مشابهت ساختار آن به سیلیسیم دی‌اکسید است.

۳) با پختن سفالینه‌های ساخته شده به کمک خاک رس، درصد جرمی سدیم اکسید در آن‌ها کاهش می‌یابد.

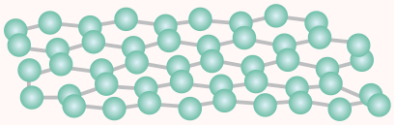
۴) سرخ‌فام بودن خاک رس، به ترکیب یونی نسبت داده می‌شود که کاتیون آن به آرایش گاز نجیب رسیده است.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۴۰۳)

گرافن یکی از دگرشکل‌های کربن است که در واقع یک گونه تک لایه‌ای و دوبعدی از اتم کربن با ضخامت نانومتر به شمار می‌رود. گرافن، گرافیت و فلزها رسانایی الکتریکی بالایی دارند. رسانایی الکتریکی این مواد از نوع رسانایی الکترونی است.

گرافن

گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که در آن، اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی حلقه‌های شش گوشه تشکیل داده‌اند. چنین ساختاری با الگویی مانند کندوی زنبور عسل، استحکام ویژه‌ای دارد به‌طوری که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. از آنجا که ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است، می‌توان آن را یک گونه شیمیایی دوبعدی دانست و انتظار می‌رود شفاف و انعطاف‌پذیر باشد. یافته‌های تجربی نیز این ویژگی‌ها را تأیید می‌کنند. یک روش ساده برای تهیه گرافن، استفاده از گرافیت و نوارچسب نازک برای جدا کردن لایه‌هایی از آن است تا جایی که در برخی قسمت‌های نوارچسب لایه‌ای به ضخامت نانومتر باقی بماند که همان گرافن است. به ساختار گلوله و میله گرافن توجه کنید:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ الماس و سیلیسیم دی‌اکسید جزو جامدات کووالانسی هستند؛ درحالی‌که کربن دی‌اکسید یک ماده مولکولی است. در ساختار مواد کووالانسی بین تمام اتم‌ها پیوند اشتراکی برقرار است و این مواد ساختاری غول‌آسا دارند. اما در یک نمونه از مواد مولکولی، بین برخی از اتم‌ها پیوندهای کووالانسی برقرار است.

۳ با پختن سفالینه‌های ساخته شده از خاک رس، آب موجود در این نمونه‌ها تبخیر می‌شود. با تبخیر شدن آب، جرم کل نمونه کاهش می‌یابد. با توجه به این که در این حالت جرم سدیم اکسید تغییری نکرده است اما جرم کل کاهش یافته است، درصد جرمی سدیم اکسید افزایش می‌یابد. توجه داریم که سیلیسیم دی‌اکسید یا همان سیلیس، جزء اصلی سازنده اکثر انواع خاک رس است و نسبت به سایر مواد سازنده این خاک، بیشترین درصد جرمی را دارد. سیلیس افزون بر خاک رس، یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و شن و ماسه است. وجود این ماده باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی و نقشکنده‌های روی آن‌ها می‌شود.

۴ سرخ‌فام بودن خاک رس، به ترکیب یونی آهن(III) اکسید(Fe_2O_3) نسبت داده می‌شود. کاتیون موجود در این ترکیب(Fe^{3+}) به آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نمی‌رسد. به آرایش الکترونی این یون توجه کنید:

$$_{26}Fe^{3+}: 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6 3d^5$$

گروه آموزشی ماز

۹۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟



الف: افزایش تفاوت نقطه ذوب و جوش مواد، به معنای افزایش قدرت نیروهای بین ذرات سازنده آن‌ها است.

ب: مولکولی با نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مقابل، در حضور میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پ: توزیع بار الکتریکی در اطراف اتم مرکزی در ساختار مولکول کربن تتراکلرید، نامتقارن است.

ت: عدد کوئوردیناسیون یون کلرید در بلور سدیم کلرید، برابر با شمار جفت الکترون ناپیوندی SO_3 است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «پ» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ حفظی / مفهومی ـ ۱۲۰۳)

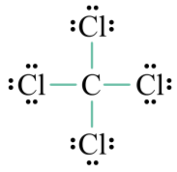
عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

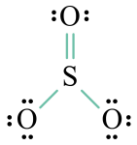
«الف»: به‌طور کلی، هرچه نقطه ذوب و جوش یک ماده بالاتر باشد، تفاوت این دو مؤلفه نیز بیشتر شده و به این معنی است که برای تبخیر یا ذوب آن ماده، انرژی بیشتری نیاز است. این انرژی صرف شکستن نیروها و پیوندهای بین ذره‌ای ماده می‌شود. درنتیجه قدرت نیروهای بین ذره‌ای یک ماده، با نقطه ذوب و جوش آن ماده رابطه مستقیم دارد.

«ب»: مولکولی‌های سه اتمی که ساختار فضایی خمیده دارند، بر روی اتم مرکزی خود الکترون ناپیوندی دارند. برای مثال، آب و هیدروژن سولفید در این دسته قرار دارند. هر مولکولی که روی اتم مرکزی خود الکترون ناپیوندی داشته باشد، قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند. در ساختار این ماده توزیع بار الکتریکی نامتقارن است.

«پ»: در ساختار مولکول کربن تتراکلرید، همه اتم‌های کناری یکسان هستند و اتم مرکزی نیز فاقد الکترون ناپیوندی است. درنتیجه این مولکول یک گونه ناقطبی است و در ساختار آن توزیع بارالکتریکی متقارن است. ساختار این مولکول به‌صورت زیر است:



«ت»: عدد کوئوردیناسیون کاتیون(یون سدیم) و آنیون(یون کلرید) در ترکیب یونی سدیم کلرید، برابر با ۶ است. این در حالی است که در ساختار مولکول SO_3، ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. به ساختار لوویس مولکول گوگرد تری‌اکسید توجه کنید:



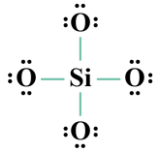
کوئوردیناسیون

با توجه به آرایش یون‌ها در شبکه بلوری ترکیب‌های یونی، در سرتاسر شبکه بلوری این مواد هر کاتیون با شمار معینی آنیون و هر آنیون با شمار معینی کاتیون احاطه شده است. به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون گفته می‌شود. عدد کوئوردیناسیون یون‌ها متناسب با اندازه بار همان یون یا زیروند یون ناهمنام آن یون است. برای مثال در رابطه با ترکیب یونی کلسیم کلرید با فرمول شیمیایی $CaCl_2$ داریم:

$$\frac{\text{عدد کوئوردیناسیون } Cl^-}{\text{عدد کوئوردیناسیون } Ca^{2+}} = \frac{\text{اندازه بار یون } Cl^-}{\text{اندازه بار یون } Ca^{2+}} = \frac{\text{زیروند } Ca}{\text{زیروند } Cl} = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۹۵- بار الکتریکی یون مقابل، چند برابر بار الکتریکی یون سولفات بوده و نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در ساختار ترکیب حاصل از این یون با یون آمونیوم، چقدر خواهد شد؟



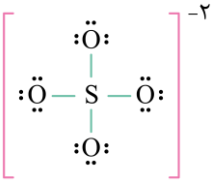
۱) ۲ ـ ۴/۷۵
۲) ۱/۵ ـ ۴/۷۵
۳) ۲ ـ ۶/۲۵
۴) ۱/۵ ـ ۶/۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

یون مورد نظر، یون سیلیکات(SiO_4^{4-}) است. اگر بار یون را حفظ نباشید، می‌توان با استفاده از ساختار لوویس یون و به کمک رابطه زیر، بار الکتریکی یون را محاسبه کرد:

بار یون = (مجموع الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها) − (مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار یون) = (۴ + ۴ × ۶) − (۲ × ۱۶) = −۴

بار یون سولفات(SO_4^{2-}) را نیز با توجه به ساختار لوویس زیر، از این روش می‌توان محاسبه کرد. برای مثال، داریم:



بار یون = (مجموع الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها) − (مجموع الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار یون) = (۵ × ۶) − (۲ × ۱۶) = −۲

www.biomaze.ir ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پس بار الکتریکی یون سیلیکات(۴-)، ۲ برابر بار الکتریکی یون سولفات(۲-) است. ترکیب یونی حاصل از کاتیون آمونیوم(NH_4^+) و آنیون سیلیکات(SiO_4^{4-}) به‌صورت $(NH_4)_4SiO_4$ است. در فرمول شیمیایی این ترکیب، نسبت شمار اتم‌ها به عناصر برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد اتم}}{\text{تعداد عنصر}} = \frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵$$

گروه آموزشی ماز

۹۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) با استفاده از مدل دریای الکترونی، تفاوت مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد فلزها را نمی‌توان توجیه کرد.
۲) اگر شعاع یون منیزیم برابر $۷۲pm$ باشد، نسبت بار به شعاع این یون تقریباً برابر $۲/۷ \times ۱۰^{-۲}$ می‌شود.
۳) نیتینول، آلیاژ هوشمند بوده و یک نمونه از آن، با استفاده از عناصر فلزی تیتانیم و وانادیم ساخته شده است.
۴) در میان فلزهای قلیایی موجود در جدول دوره‌ای، فلز لیتیم دارای بیشترین چگالی بار و کوچک‌ترین شعاع یونی است.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ حفظی / مفهومی ـ ۱۲۰۳)

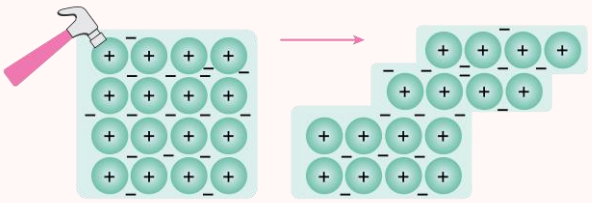
تیتانیم به شکل آلیاژهای گوناگون کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارد. نیتینول آلیاژی هوشمند است که یک نمونه از آن، با استفاده از عناصر فلزی نیکل و تیتانیم ساخته می‌شود. از نیتینول برای ساخت قاب عینک، استنت برای رگ‌ها و سازه فلزی در ارتودنسی استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

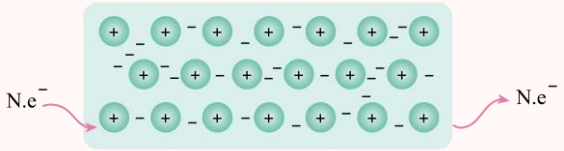
۱ پتانسیل کاهشی استاندارد از خواص شیمیایی فلزها است. مدل دریای الکترونی مدلی برای توجیه برخی ویژگی‌های فیزیکی فلزها است و برای توجیه ویژگی‌های شیمیایی کاربرد ندارد. داشتن جلا، رسانایی الکتریکی بالا، رسانایی گرمایی، قابلیت چکش‌خواری و قابلیت شکل‌پذیری از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها و تنوع عدد اکسایش و واکنش‌پذیری با نافلزها نیز از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها هستند.

دریای الکترونی

دریای الکترونی یک مدل ساده از شبکه بلوری فلزها است که برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی آن‌ها ارائه شده است. بر اساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌ها(الکترون‌های ظرفیت) دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه حرکت می‌کنند. هرگاه نیرویی خارجی به فلز وارد شود، کاتیون‌ها روی هم می‌لغزند و به همراه الکترون‌ها آزادانه جابه‌جا می‌شوند. چون در هر حالتی الکترون‌ها فضای بین کاتیون‌ها را پر می‌کنند، شبکه بلوری فلزها حفظ می‌شود. بر این اساس، خاصیت چکش‌خواری فلزها توسط مدل دریای الکترونی توجیه می‌شود. شکل زیر خاصیت چکش‌خواری فلزها را بر اساس مدل دریای الکترونی توجیه می‌کند:



با اتصال جریان الکتریسیته به فلز، تعدادی الکترون وارد بلور فلزها شده و تعادل بار الکتریکی به هم می‌خورد. دریای الکترونی موجود در شبکه بلور فلز برای حفظ تعادل، به همین تعداد الکترون از سمت دیگر فلز خارج می‌کند و موجب عبور جریان الکتریکی و رسانایی فلزها می‌شود. شکل زیر رسانایی الکتریکی فلزها را بر اساس این مدل توجیه می‌کند:



۲ برای محاسبه نسبت بار به شعاع یون منیزیم(Mg^{2+})، داریم:

$$\frac{\text{بار یون}}{\text{شعاع}} = \frac{۲}{۷۲} = ۲/۷ \times ۱۰^{-۲}$$

۴ گروه اول جدول تناوبی شامل عناصر هیدروژن و فلزهای قلیایی است. فلزهای قلیایی از دوره دوم تا هفتم جدول تناوبی قرار دارند. با افزایش عدد اتمی این فلزها، شعاع یون افزایش یافته و درنتیجه چگالی بار یون کاهش می‌یابد. بر این اساس، یون لیتیم(Li^+) با کمترین عدد اتمی، دارای کوچک‌ترین شعاع یونی و بیشترین چگالی بار است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

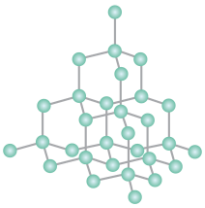
۹۷- با توجه به داده‌های موجود در جدول زیر، کدام مطلب نادرست است؟

پیوند	$Si-Si$	$C-C$	$Si-C$	$Si-O$
میانگین آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-1})$	۲۲۶	۳۴۸	۳۰۱	x

۱) با توجه به اینکه سیلیسیم، به حالت خالص در طبیعت یافت نمی‌شود، $\Delta H(Si-O)$ می‌تواند برابر $۳۶۸kJ$ باشد.
۲) یک نمونه از سیلیسیم، سطح درخشان داشته و در مقایسه با سیلیسیم کربید، درجه سختی کمتری دارد.
۳) الماس، یک ماده رسانا بوده و دمای ذوب یک نمونه از آن، بالاتر از سیلیسیم خالص است.
۴) میانگین آنتالپی همه پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار سیلیس با هم برابر است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ حفظی / مفهومی ـ ۱۲۰۳)

الماس یک دگرشکل از کربن است که برخلاف دگرشکل دیگر کربن یعنی گرافیت، نارسانا است. آنتالپی پیوند اشتراکی $C-C$ در الماس بیشتر از آنتالپی پیوند اشتراکی $Si-Si$ است. درنتیجه، برای شکستن پیوندهای اشتراکی در یک نمونه الماس نسبت به یک نمونه از سیلیسیم، انرژی بیشتری مصرف می‌شود و دمای ذوب الماس بالاتر از سیلیسیم است. علاوه بر این، الماس در مقایسه با سیلیسیم خالص درجه سختی بالاتری دارد. ساختار قسمتی از بلور الماس، به‌صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در یک نمونه از سیلیسیم خالص و سیلیس به‌ترتیب پیوندهای اشتراکی $Si-Si$ و $Si-O$ وجود دارد. میانگین آنتالپی پیوندهای اشتراکی یک نمونه سیلیس بیشتر از یک نمونه سیلیسیم خالص است. درنتیجه، سیلیس پایداری بیشتری دارد و اتم‌های سیلیسیم در طبیعت، در ساختار سیلیس یافت می‌شوند. به همین علت است که سیلیسیم به حالت خالص در طبیعت یافت نمی‌شود.

سیلیس

سیلیسیم پس از اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است به‌طوری که ترکیب‌های گوناگون این دو عنصر بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند. سیلیس یا سیلیسیم دی‌اکسید با فرمول شیمیایی SiO_2 فراوان‌ترین اکسید در این لایه از سیاره زمین به شمار می‌رود. کوارتز و ماسه به‌ترتیب از جمله نمونه‌های خالص و ناخالص سیلیس هستند. سیلیس خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به‌کار می‌رود. همچنین پخت نان سنگک بر روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی بالای سیلیس دانست. سیلیس شامل شمار بسیار زیادی از اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی $Si-O-Si$ است و دارای ساختاری به‌هم‌پیوسته و غول‌آسا است. به همین دلیل سیلیس جامدی کووالانسی با سختی بالا و دیرگداز است.

۲ یک نمونه از شبه‌فلز سیلیسیم سطح درخشانی دارد. میانگین آنتالپی پیوند اشتراکی $Si-Si$ در سیلیسیم کمتر از میانگین آنتالپی پیوند $Si-C$ در سیلیسیم کربید است. درنتیجه، درجه سختی سیلیسیم کربید$(SiC(s))$ بیشتر از درجه سختی یک نمونه سیلیسیم خالص$(Si(s))$ است.

۴ در ساختار سیلیس تنها یک نمونه پیوند اشتراکی $Si-O$ بین اتم‌ها یافت می‌شود. پس میانگین آنتالپی پیوند همه پیوندهای اشتراکی در ساختار SiO_2 با هم برابر است.

گروه آموزشی ماز

۹۸- در رابطه با بلور منیزیم فلوئورید، کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: معادله واکنش فروپاشی شبکه بلور آن به‌صورت $MgF_2(s) \rightarrow Mg^{2+}(g) + 2F^-(g) + ۲۹۶۸kJ$ است.
ب: اگر یون فلوئورید از بلور این ماده را با یون کلرید جایگزین کنیم، آنتالپی فروپاشی شبکه آن کاهش می‌یابد.
پ: با انحلال این ماده در آب، همانند انحلال استون در آب، رسانایی الکتریکی محلول افزایش می‌یابد.
ت: این ماده در مقایسه با آلومینیم اکسید دمای ذوب پایین‌تری دارد.

۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: فروپاشی شبکه بلور یک ترکیب یونی، فرایندی گرماگیر است که طی آن بلور جامد یک ترکیب یونی به یون‌های گازی سازنده تبدیل می‌شود. پس معادله واکنش فروپاشی شبکه بلور MgF_2 به‌صورت $MgF_2(s) \rightarrow Mg^{2+}(g) + 2F^-(g)$ ۲۹۶۸ kJ است. در این واکنش، نماد و مقدار گرمای مبادله شده باید در سمت مواد واکنش‌دهنده قرار بگیرد.

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

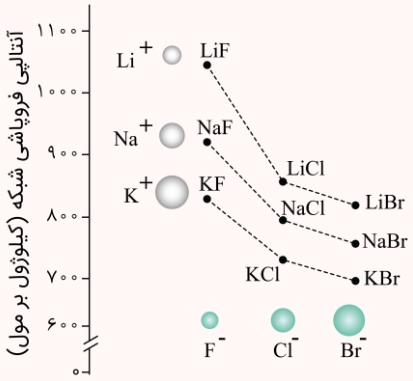
«ب»: یون کلرید(Cl^-) نسبت به یون فلوئورید(F^-) شعاع یونی بیشتر و درنتیجه چگالی بار کمتری دارد. پس اگر یون فلوئورید را در ترکیب MgF_2 با یون کلرید جایگزین کنیم، آنتالپی فروپاشی شبکه کاهش می‌یابد.

«پ»: با انحلال منیزیم فلوئورید در آب، این ترکیب تفکیک یونی می‌شود و یون‌های منیزیم و فلوئورید وارد محلول می‌شوند. به دلیل وجود یون‌های آب پوشیده، جابه‌جایی الکترون انجام می‌شود و محلول رسانای جریان الکتریکی خواهد بود. درحالی‌که با افزودن استون به آب، انحلال به‌صورت مولکولی انجام می‌شود و تغییری در غلظت یون‌های محلول ایجاد نمی‌شود پس این محلول نارسانا است.

«ت»: برای مقایسه نقطه ذوب و جوش ترکیب‌های یونی، آنتالپی فروپاشی شبکه آن‌ها را مقایسه می‌کنیم. در رابطه با دو ترکیب یونی منیزیم فلوئورید(MgF_2) و آلومینیم اکسید(Al_2O_3) چون چگالی بار کاتیون و آنیون در ترکیب Al_2O_3 بیشتر است، پس نقطه جوش و ذوب این ترکیب بالاتر است.

آنتالپی فروپاشی

آنتالپی فروپاشی، گرمای مصرف‌شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یون‌های گازی سازنده است. هرچه چگالی بار یون‌های سازنده یک جامد یونی بیشتر باشد، فروپاشی شبکه بلوری آن دشوارتر است. در نتیجه هرچه قدر مطلق بار یون‌ها بزرگ‌تر و شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی بیشتر است. هرچه آنتالپی فروپاشی یک جامد یونی بیشتر باشد، آنیون‌ها و کاتیون‌ها با قدرت بیشتری همدیگر را جذب می‌کنند. در نتیجه ترکیب یونی موردنظر، نقطه ذوب و جوش بالاتری خواهد داشت. نمودار زیر آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی حاصل از واکنش فلزهای قلیایی و هالوژن‌ها را مقایسه می‌کند:



گروه آموزشی ماز

۹۹- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

۱) یکی از کاتالیزگرهای استفاده شده در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، فلز سرب است.

۲) افزایش دما، با کاهش مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها منجر به افزایش سرعت انجام آن‌ها می‌شود.

۳) در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، گاز نیتروژن مونوکسید به گازهای آمونیاک و اکسیژن تبدیل می‌شود.

۴) یک نمونه از فسفر سفید، در مجاورت با هوای اتاق به شدت ناپایدار بوده و در واکنش با اکسیژن، به سرعت می‌سوزد.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۲۰۴)

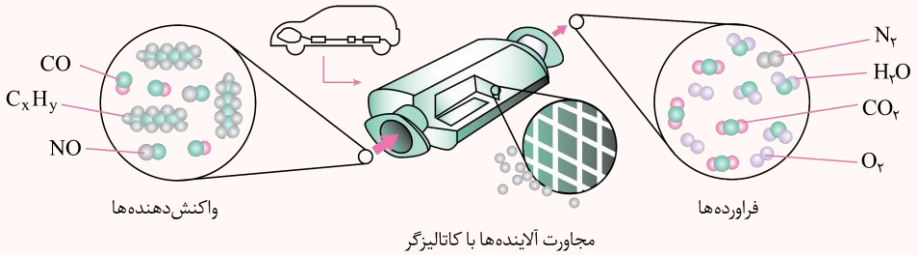
مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید کم است و حتی در دمای اتاق به راحتی تأمین می‌شود. از این رو، این ماده بسیار ناپایدار است و در حضور اکسیژن به سرعت می‌سوزد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، عناصر پلاتین(Pt)، پالادیم(Pd) و رودیم(Rh) به‌عنوان کاتالیزگر حضور دارند.

مبدل کاتالیستی

در مسیر گازهای خروجی از خودروهای بنزینی قطعه‌ای قرار می‌دهند که باعث حذف یا کاهش آلاینده‌ها می‌شود. این قطعه مبدل کاتالیستی نام دارد. روی سطح این قطعه سرامیکی که به شکل توری به‌کار می‌رود، فلزهای رودیم(Rh)، پالادیم(Pd) و پلاتین(Pt) نشانده شده است. برای افزایش کارایی مبدل، سرامیک را به شکل مش ریز در می‌آورند و کاتالیزگرها را روی سطح آن می‌نشانند. مبدل کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کند اما پس از مدت معینی کارایی آن کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیست. آلاینده‌های گازی NO، CO و C_xH_y از یک سمت به مبدل وارد می‌شوند و از سمت دیگر گازهای کم‌خطر N_2، O_2، CO_2 و H_2O از مبدل خارج می‌شوند.



مجاورت آلاینده‌ها با کاتالیزگر

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ افزایش دما با تأمین انرژی فعال‌سازی، سریع‌تر مواد واکنش‌دهنده را به قله نمودار سطح انرژی می‌رساند و باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود. توجه داریم که در این فرایند، انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین شده است اما مقدار آن کاهش نیافته است. این در حالی است که کاتالیزگرها با کاهش انرژی فعال‌سازی سرعت واکنش را افزایش می‌دهند.

۳ در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، گاز نیتروژن مونوکسید به گازهای نیتروژن و اکسیژن تبدیل می‌شود. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$۲NO(g) \rightarrow N_۲(g) + O_۲(g)$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- تعادل $۲O_۳(g) \rightleftharpoons ۳O_۲(g)$، با $K = ۰/۰۱۶$ در یک ظرف ۵ لیتری برقرار شده است. اگر در حالت تعادل ۲ مول گاز اکسیژن در ظرف واکنش وجود داشته باشد، در ظرف مورد نظر چند گرم گاز اوزون وجود خواهد داشت؟ ($O = ۱۶\ g.mol^{-۱}$)

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۲۴۰ ۴) ۴۸۰

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مسئله ـ ۱۲۰۴)

در گام اول، غلظت گاز اکسیژن را محاسبه می‌کنیم:

$$[O_۲] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴\ mol.L^{-۱}$$

در گام دوم، با نوشتن رابطه ثابت تعادل، غلظت گاز اوزون را به‌دست می‌آوریم:

$$K_a = \frac{[O_۲]^۳}{[O_۳]^۲} = ۰/۰۱۶\ mol.L^{-۱} \Longrightarrow \frac{۰/۴^۳}{[O_۳]^۲} = ۰/۰۱۶ \Longrightarrow [O_۳] = ۲\ mol.L^{-۱}$$

در گام آخر، مقدار مول و جرم گاز اوزون را پیدا می‌کنیم:

$$[O_۳] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = ۲\ mol.L^{-۱} \xrightarrow{V=۵\ L} ۲ \times ۵ = ۱۰\ mol\ O_۳$$

$$?\ g\ O_۳ = ۱۰\ mol\ O_۳ \times \frac{۴۸\ g\ O_۳}{۱\ mol\ O_۳} = ۴۸۰\ g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در ظرف واکنش ۴۸۰ گرم گاز اوزون وجود دارد.

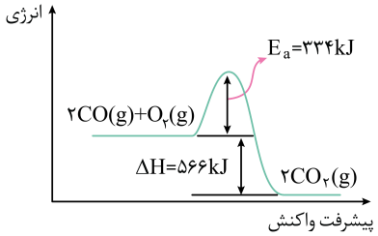
گروه آموزشی ماز

۱۰۱- در رابطه با واکنش سوختن گاز کربن مونوکسید که منجر به تولید گاز $CO_۲$ می‌شود، کدام عبارت زیر درست است؟

۱) با افزودن کاتالیزگر به محیط واکنش، مقدار انرژی فعال‌سازی و ΔH کاهش پیدا می‌کند.
۲) مجموع آنتالپی پیوندهای اشتراکی موجود در فراورده تولید شده، بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.
۳) این واکنش در مبدل‌های کاتالیستی انجام شده و کل گاز CO تولید شده در موتور خودرو را مصرف می‌کند.
۴) ذرات فراورده تولید شده در این واکنش، همانند ذرات گاز آمونیاک، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

واکنش سوختن کربن مونوکسید با معادله $CO(g) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g)$، یک واکنش گرماده است. در واکنش‌های گرماده، فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر هستند و مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است. نمودار انرژی-پیشرفت این واکنش به‌صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

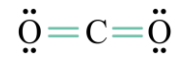
۱ افزودن کاتالیزگر به مخلوط واکنش باعث کاهش انرژی فعال‌سازی و افزایش سرعت واکنش می‌شود. این در حالی است که وجود کاتالیزگر آنتالپی واکنش را تغییر نمی‌دهد و ΔH واکنش ثابت می‌ماند.

۳ برای حذف کربن مونوکسید تولید شده در موتور خودرو، این واکنش در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی انجام می‌شود. بخشی از گاز کربن مونوکسید در این واکنش مصرف می‌شود، نه کل گاز تولید شده! جدول زیر میزان آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودرو را در غیاب و حضور مبدل کاتالیستی نشان می‌دهد:

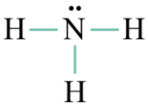
فرمول شیمیایی آلاینده		CO	C_xH_y	NO
مقدار آلاینده برحسب گرم به ازای طی یک کیلومتر	در غیاب مبدل کاتالیستی	۵/۹۹	۱/۶۷	۱/۰۴
	در حضور مبدل کاتالیستی	۰/۶۱	۰/۰۷	۰/۰۴

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴ فراورده این واکنش کربن دی‌اکسید است. در ساختار کربن دی‌اکسید اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی است و اتم‌های کناری نیز یکسان هستند. درنتیجه، CO_2 یک مولکول ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:



این در حالی است که در ساختار آمونیاک(NH_3)، اتم مرکزی دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است و به همین دلیل قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:

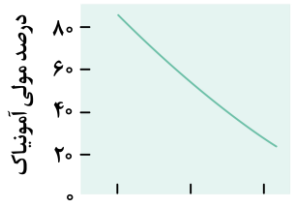


گروه آموزشی ماز

۱۰۲- در رابطه با واکنش تعادلی مربوط به فرایند هابر، چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف: در صورت افزودن مقداری گاز نیتروژن به ظرف واکنش، غلظت H_2 در ظرف کاهش می‌یابد.

ب: نمودار مقابل، اثر تغییر دمای سامانه بر درصد مولی آمونیاک را به‌درستی نشان می‌دهد.



پ: اگر تعادل با حضور ۰/۲ مول از هر ماده در ظرف ۵ لیتری برقرار شود، $K = ۲۵$ است.

ت: در دستگاه استفاده شده برای انجام آن، از آهن به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / مسئله ـ ۱۲۰۴)

واکنش فرایند هابر به‌صورت $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ انجام می‌شود. در رابطه با این فرایند، عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: با افزایش غلظت نیتروژن، طبق اصل لوشاتلیه واکنش در جهت مصرف گاز نیتروژن(جهت رفت) پیش می‌رود. با پیشرفت واکنش در جهت رفت، غلظت گاز هیدروژن به‌عنوان واکنش‌دهنده کاهش می‌یابد.

«ب»: واکنش هابر یک واکنش گرماده است. در واکنش‌های گرماده با افزایش دما، واکنش برای مصرف گرما در جهت برگشت پیش می‌رود و درصد مولی فراورده(آمونیاک) در مخلوط کاهش می‌یابد. در این حالت مقدار ثابت تعادل نیز کاهش می‌یابد.

شرایط بهینهٔ انجام واکنش هابر

با تغییر غلظت، دما و فشار می‌توان سامانه‌های تعادلی را در جهت دلخواه پیش برد. فریتس هابر با تغییر این موارد سعی در پیدا کردن روش و شرایط بهینه تولید آمونیاک داشت. با افزایش دما و تأمین انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش افزایش می‌یابد اما واکنش تولید آمونیاک گرماده است و به همین دلیل، افزایش دما باعث می‌شود واکنش با پیشرفت کمی به تعادل برسد. هابر با استفاده از کاتالیزگر توانست واکنش را در دماهای پایین‌تر با سرعت مناسب انجام دهد، اما هنوز هم درصد مولی آمونیاک در مخلوط مطلوب نبود. او برای رفع این مشکل از افزایش فشار سامانه بهره برد. به این ترتیب هابر شرایط بهینه برای تولید آمونیاک را پیدا کرد. در این شرایط ۲۸ درصد مولی مخلوط را آمونیاک تشکیل می‌دهد. برای جداسازی آمونیاک از مخلوط، از تفاوت نقطه جوش آمونیاک با دو گاز دیگر استفاده می‌شود.

«پ»: در تعادل برقرار شده، غلظت مواد را محاسبه می‌کنیم:

$$[N_2] = [H_2] = [NH_3] = \frac{۰/۲}{۵} = ۰/۰۴\ mol.L^{-۱}$$

حال با نوشتن رابطه ثابت تعادل، مقدار K را به‌دست می‌آوریم:

$$K_a = \frac{[NH_3]^2}{[H_2]^3 \times [N_2]} = \frac{۰/۰۴^2}{۰/۰۴^3 \times ۰/۰۴} = ۶۲۵\ L^2.mol^{-2}$$

«ت»: ورقه آهنی($Fe(s)$) به‌عنوان کاتالیزگر در فرایند هابر استفاده می‌شود و با کاهش انرژی فعال‌سازی باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود.

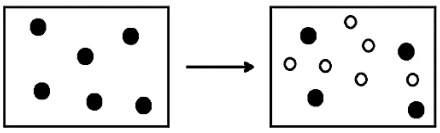
تأمین نیتروژن مورد نیاز گیاهان

با توجه به روند رو به افزایش جمعیت جهان و محدودیت منابع، تأمین غذای مردم جهان به یکی از چالش‌های زندگی تبدیل شده است. بهترین راه‌حل برای غلبه بر این چالش، افزایش بهره‌وری در تولید فراورده‌های کشاورزی است که با شناسایی، تولید و افزودن کودهای شیمیایی مناسب به خاک، می‌تواند محقق شود. یکی از عناصر مورد نیاز گیاهان برای رشد، نیتروژن است. هر چند که در حدود ۸۰٪ از حجم هوا توسط گاز نیتروژن تشکیل شده است، اما گیاهان نمی‌توانند این عنصر ضروری برای رشد خود را به‌طور مستقیم از هوا جذب کنند. به همین خاطر، نیتروژن را باید در قالب ترکیبات نیتروژن‌دار از جمله آمونیاک و اوره به خاک افزود. به‌عنوان مثال، در برخی از کشورها آمونیاک مایع را به‌عنوان کود شیمیایی به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند. آمونیاک مورد نیاز برای انجام این فرایند، به روش هابر تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳- تصویر زیر، روند برقراری تعادل گازی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ در یک ظرف ۳ لیتری که پس از ورود ۱/۵ مول گاز A به ظرف آغاز شده است را نشان می‌دهد:



مقدار ثابت تعادل این واکنش در شرایط داده شده چقدر می‌شود؟

۱) ۷/۵ ۲) ۳/۷۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۳۷۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۲۰۴)

در ظرف قبل از شروع واکنش، ۶ دایره دیده می‌شود که معادل با ۱/۵ مول A است. پس هر دایره نشان‌دهنده ۰/۲۵ مول گاز است. در این رابطه، داریم:

$$\frac{۱/۵}{۶} = ۰/۲۵\ mol$$

پس از انجام واکنش، ظرف حاوی $۱\ mol = ۰/۲۵ \times ۴$ گاز A و مقدار $۱/۵\ mol = ۰/۲۵ \times ۶$ گاز B است. در این واکنش با مصرف ۰/۵ مول گاز A، مقدار ۱/۵ مول گاز B تولید شده است. پس ضریب A و B به ترتیب برابر با ۱ و ۳ است. معادله این واکنش شیمیایی تعادلی به‌صورت $A(g) \rightleftharpoons ۳B(g)$ می‌شود.

ابتدا غلظت مواد را به‌دست می‌آوریم:

$$[A] = \frac{۱}{۳}\ mol.L^{-۱} \quad , \quad [B] = \frac{۱/۵}{۳} = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$$

سپس با نوشتن رابطه ثابت تعادل، مقدار ثابت تعادل را برای واکنش $A(g) \rightleftharpoons ۳B(g)$ محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[B]^۳}{[A]} = \frac{۰/۵^۳}{\frac{۱}{۳}} = ۰/۳۷۵\ mol^۲.L^{-۲}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف: یک نمونه پارازایلن، برخلاف اتیلن‌گلیکول، در نفت خام یافت می‌شود.

ب: اتانول، نوعی مایع بی‌رنگ بوده و از آن در بازیافت شیمیایی PET استفاده می‌شود.

پ: اتن، ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها بوده و از واکنش آن با $Cl_۲$ برای تولید کلرواتان استفاده می‌شود.

ت: برای تبدیل یک نمونه پارازایلن به ترفتالیک اسید، از یک ترکیب یونی به‌عنوان اکسنده استفاده می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ حفظی ـ ۱۲۰۴)

عبارت‌های (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: مونومرهای سازنده پلی‌اتیلن ترفتالات(PET) به‌طور مستقیم از نفت خام استخراج نمی‌شوند. موادی مانند پارازایلن و اتن که در نفت خام وجود دارند، در واکنش با مواد اکسنده به ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول تبدیل می‌شوند. این دو ماده مونومرهای سازنده PET هستند. درنتیجه پارازایلن و اتن، برخلاف ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول در نفت خام یافت می‌شوند.

«ب»: متانول($CH_۳OH$) و اتانول($CH_۳CH_۲OH$)، دو عضو اول خانواده الکل‌های تک‌عاملی بوده و هر دو بی‌رنگ هستند. برای بازیافت شیمیایی PET از متانول استفاده می‌شود.

پلی‌اتیلن ترفتالات (PET)

بطری‌های آب از پلیمری به نام پلی‌اتیلن ترفتالات(PET) ساخته می‌شود. برای ساخت بطری، ابتدا پلیمر را تهیه می‌کنند سپس این پلیمر را به همراه برخی افزودنی‌ها در قالب‌های ویژه‌ای می‌ریزند تا به شکل بطری مورد نظر درآید. این پلیمر همانند پلیمرهای سنتزی ماندگاری زیادی دارد و در طبیعت به کندی تجزیه می‌شود. به همین دلیل پسماند آن تهدیدی جدی برای محیط زیست به‌شمار می‌رود. برای بازیافت این پلیمر می‌توان از روش‌های شیمیایی و فیزیکی استفاده کرد. یکی از راه‌های بازیافت این است که پس از شست‌وشو و تمیز کردن، آن‌ها را ذوب کرده و دوباره برای ساخت وسایل دیگر استفاده کنیم. همچنین، می‌توان پس از شست‌وشو آن‌ها را خرد کرده و تکه‌های کوچکی به نام پرک تولید کرد که در تهیه مواد پلاستیکی دیگر کاربرد دارند. PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به مواد مفیدی تبدیل می‌شود که می‌توان از آن‌ها برای تولید پلیمرها استفاده کرد.

«پ»: ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها اتن(اتیلن) است که سنگ‌بنای صنایع پتروشیمیایی است. از واکنش اتن با HCl برای تولید کلرواتان استفاده می‌شود. از کلرواتان برای تولید افشانه‌های بی‌حس‌کننده موضعی استفاده می‌شود:

$$C_۲H_۴(g) + HCl(g) \rightarrow C_۲H_۵Cl(g)$$

«ت»: برای تولید ترفتالیک اسید، پارازایلن طی واکنشی اکسایش می‌یابد. محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات($KMnO_۴$) به‌عنوان یک ترکیب یونی اکسنده، در این واکنش کاهش یافته و باعث اکسایش پارازایلن می‌شود.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵- کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) در تعادل $2NO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$، با کاهش حجم ظرف، مقدار فراورده افزایش پیدا می‌کند.

۲) با افزایش فشار در سامانه تعادلی تولید گاز HCl از عناصر سازنده آن، ثابت تعادل واکنش افزایش می‌یابد.

۳) با افزایش دما در تعادل گرماده $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، به شدت رنگ مخلوط گازی افزوده می‌شود.

۴) با افزایش دما در یک سامانه تعادلی، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت به‌طور هم‌زمان افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

در واکنش تولید HCl از عناصر سازنده، مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها با ضریب استوکیومتری فراورده برابر است و افزایش فشار تغییری در تعادل ایجاد نمی‌کند. همچنین، مقدار ثابت تعادل تنها به دما بستگی دارد و با تغییر حجم، فشار، غلظت و ... تغییری نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با کاهش حجم ظرف در این واکنش، طبق اصل لوشاتلیه واکنش برای جبران تغییر در جهت مول‌های گازی کمتر(جهت رفت) پیش می‌رود. با جابه‌جایی واکنش در جهت رفت، فراورده بیشتری تولید می‌شود.

۳ با افزایش دما در واکنش‌های گرماده، طبق اصل لوشاتلیه برای مصرف گرما واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. با پیشرفت واکنش در جهت برگشت، مقدار بیشتری از واکنش‌دهنده نیتروژن دی‌اکسید تولید می‌شود. نیتروژن دی‌اکسید عامل ایجاد رنگ قهوه‌ای مخلوط است و با افزایش مقدار آن، به‌شدت رنگ مخلوط افزوده می‌شود.

۴ افزایش دما در یک سامانه تعادلی، باعث تأمین شدن انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت می‌شود و سرعت واکنش در هر دو جهت افزایش می‌یابد.

۱۴۰۳ - ۱۴۰۴
www.biomaze.ir
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

دیجی ماز
کتابخانه دیجیتال ماز

کنکور گذشت،
امتحان نهاییا رو بچسب!

بسته جامع ۲۰ شو

معجزهٔ شب امتحان



✓ با ۲۰ شو، همهٔ امتحانا تو ۲۰ شو!

اینجا کلیک کنید

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir