

آزمون آزمایشی ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی

۷۰ دقیقه

تا شماره

۴۰

از شماره

۱

تعداد پرسش

۴۰

مواد امتحانی

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

حسابان ۲: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۱۴۴)

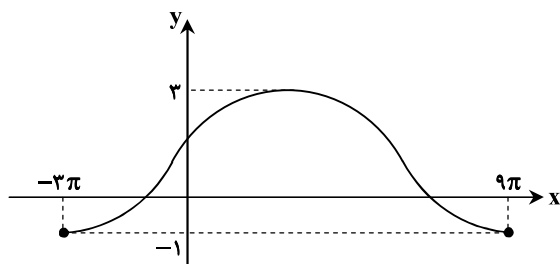
۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} 3 \tan x$ کدام است؟

$$x \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

(۱) ۱ (۲) $-\infty$ (۳) -1 (۴) $+\infty$

۲- چند جمله‌ای $3(x-2)^{2n} + 2(x-2)^{2n} + (x-1)^n + ax^2 + x + 3$ بر $p(x) = 3(x-2)^{2n} + 2(x-2)^{2n} + (x-1)^n$ بخش پذیر است. a کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) -2 (۲) 2 (۳) 3 (۴) -3

۳- بخشی از نمودار تابع $y = c + a \sin(bx)$ در یک دوره تناوب آن به صورت زیر است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۶

(۳) ۱۲

(۴) ۹

۴- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x + m = 0$ باشند، به طوری که $\tan(\alpha + \beta) = -\frac{3}{4}$ ، مقدار m کدام است؟

(۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

۵- در تابع $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} + \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ ، حاصل $f'(\frac{3\pi}{8})$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

۶- هرگاه $f(1) = 2f'(1) = -2$ ، مشتق $xf(\frac{2}{x})$ در $x = 2$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -1 (۴) -2

۷- اگر $f(x) = \sin x \cdot \tan x$ ، مقدار $f'(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات:

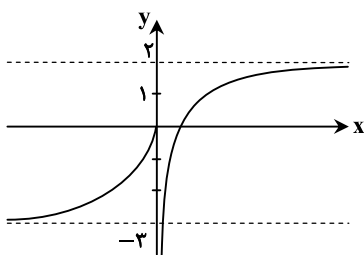
۸- تابع $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7$ بر بازه $\left[\frac{1}{2}, 4\right]$ تعریف شده است. برد تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $[-9, 7]$ (۲) $[-9, 5]$ (۳) $[-20, 7]$ (۴) $[-20, 5]$

۹- فاصله خطوط افقی که از نقاط ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \cos^2 \pi x + \sin \pi x$ عبور می کنند، کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) 2 (۳) $2/25$ (۴) $2/5$

۱۰- نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] - \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4}{f(x)} \right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



(۱) -۵

(۲) -۴

(۳) -۶

(۴) -۲

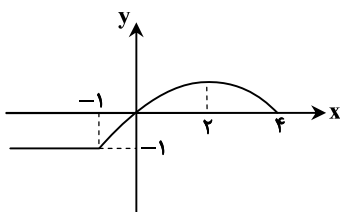
۱۱- به ازای چند مقدار m تابع $f(x) = \frac{x+8}{mx^2+2x-5}$ دارای دو خط مجانب است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۲- مجموع جواب های معادله $1 + \tan(\pi x) = 0$ در بازه $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۳- اگر نمودار $y = f(-x)$ شکل روبه رو باشد، نمودار $y = f(x-2)$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟



(۱) $[0, 3]$

(۲) $[-2, 1]$

(۳) $[-2, 0]$

(۴) $[-3, -1]$

محل انجام محاسبات:

۱۴- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-x}}$ کدام است؟

- (۱) $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$ (۲) $\left[-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right]$ (۳) $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$ (۴) $\mathbb{R}$

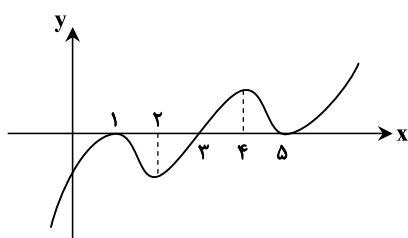
۱۵- تابع درجه سوم $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ مفروض است. اعداد ۲ و ۵ صفراهای معادله $f(x) = 0$ بوده و تابع $f(x)$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌نماید. صفر دیگر معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۶- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = x \cos x$ ، در نقطه $x = c$ با آهنگ متوسط تغییر f در بازه $[0, \pi]$ برابر است. در این صورت $\cot \frac{c}{2}$ کدام است؟

- (۱) c (۲) $-c$ (۳) $2c$ (۴) $-2c$

۱۷- نمودار تابع f' به صورت زیر است. در کدام بازه تابع f اکیداً صعودی و تابع f' اکیداً نزولی است؟



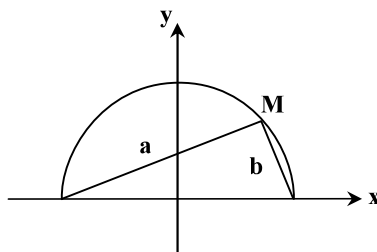
(۱) (۱, ۲)

(۲) (۴, ۵)

(۳) (۳, ۵)

(۴) (۱, ۳)

۱۸- در شکل روبه‌رو نقطه M روی نمودار $y = \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$ قرار دارد. بیشترین مقدار $3a + 4b$ کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۵

(۳) $5\sqrt{2}$

(۴) $7\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات:

۱۹- برای دو بردار $\vec{a} = (-2, 4, 1)$ و $\vec{b} = (m, -1, 3)$ ، اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = -7$ باشد، اندازه بردار $\vec{b}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{19}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۲۰- از نقطه F (کانون یک سهمی)، عمود FH را بر خط هادی آن رسم نموده‌ایم. اگر از F عمودی بر FH خارج کنیم تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند، نوع مثلث ABH کدام است؟

- (۱) فقط متساوی الساقین (۲) متساوی الاضلاع (۳) فقط قائم الزاویه (۴) قائم الزاویه متساوی الساقین

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $A^2 = 2I$ ، آنگاه مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۲۲- اگر A ماتریسی 3×3 و وارون ماتریس $2A - I$ ماتریس $4A^2 + 2A + I$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۳- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 4 \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ اگر وارون ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ و مجهول y برابر ۶ باشد، مقدار مجهول x کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) -۷

۲۴- در مثلث قائم الزاویه ABC اگر $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AC = 3$ و $BC = \sqrt{73}$ باشد، چند نقطه در صفحه شامل این مثلث وجود دارد که از A و B به یک فاصله و از رأس C به فاصله ۴ باشد؟

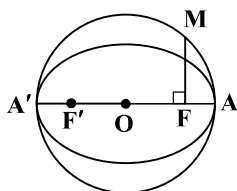
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۵- دایره‌ای از نقطه $A(2, 3)$ گذشته و در ناحیه اول بر محورهای x و y مماس است. مجموع طول و عرض مرکز این دایره کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $5 + 4\sqrt{3}$ (۲) $10 + 4\sqrt{3}$ (۳) $10 - 2\sqrt{3}$ (۴) $10 + 2\sqrt{3}$

۲۶- در شکل زیر، دایره‌ای به قطر AA' بر بیضی مماس است. اگر $MF = 2$ و خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟

(F و F' کانون‌های بیضی هستند.)

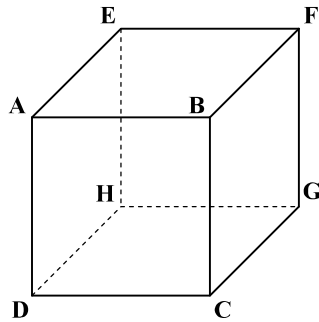


- (۱) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$

- (۳) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

محل انجام محاسبات:

۲۷- در مکعب شکل زیر، حاصل $\frac{|\overrightarrow{2AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FE}|}{|\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{GD} - \overrightarrow{AD}|}$ کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $4\sqrt{2}$

۲۸- اگر $A^3 + 2I = \vec{0}$ و A ماتریسی 3×3 باشد، حاصل $|(A+I)^{-1} + A^2 + I|$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۲

۲۹- زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با 60° است. اگر بردار $\vec{a}'$ تصویر بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ بوده و بردار $\vec{b}'$ تصویر بردار $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ باشد و داشته باشیم: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ ، حاصل $\vec{a}' \cdot \vec{b}'$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۸۴)

۳۰- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ ، با شرط $x_1 \geq 2$ و $x_2 > 3$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۸

۳۱- چند زوج مرتب مانند (a, b) وجود دارد به‌طوری که a و b اعداد دورقمی طبیعی بوده و در رابطه $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} = 0$ صدق کنند؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳۲- به‌ازای چند عدد طبیعی n ، رابطه $n^2 + 7 \mid n^3 + 3$ برقرار است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات:

- ۳۳- رقم یکان کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی a که در معادله هم نهشتی $19a \equiv 28 \pmod{13}$ صدق می کند، کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) صفر
- ۳۴- گراف ساده G ، ۴- منتظم است و $q(G) = q(\bar{G})$ می باشد. اندازه گراف G کدام است؟
 (۱) ۲۵ (۲) ۴۶ (۳) ۵۰ (۴) ۷۲
- ۳۵- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی n ، عدد $5^n - 1$ بر ۷ بخش پذیر است؟
 (۱) ۱۴۸ (۲) ۱۴۹ (۳) ۱۵۱ (۴) ۱۵۰
- ۳۶- اختلاف عدد احاطه گری گراف ۲- منتظم مرتبه ۱۰ همبند با گراف ۲- منتظم مرتبه ۱۰ ناهمبند، کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۳۷- تعداد کلمات چهار حرفی با حروف a, b, c, d, e, f و بدون تکرار حروف که شامل حداقل یکی از حروف a یا b باشند، کدام است؟
 (۱) ۳۳۶ (۲) ۳۶۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۴۸۰
- ۳۸- کدام یک از مربع های لاتین زیر با مربع لاتین روبه رو، متعامد نیست؟

۳	۱	
۲		

		۱
	۱	۲

(۱)

		۲
	۲	۱

(۲)

		۳
	۳	۲

(۳)

		۲
	۳	۱

(۴)

- ۳۹- اگر باقی مانده تقسیم اعداد $4a + 12$ و $2a + 3$ بر عدد طبیعی a به ترتیب $2r$ و r باشد، آنگاه چند مقدار برای عدد a وجود دارد؟
 (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴
- ۴۰- گراف G از مرتبه p و اندازه q ، منتظم و ناهمبند است. اگر $p + q = 12$ باشد، این گراف حداکثر چند دور دارد؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی فر- محمد احمدی	-

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

آزمون آزمایشی ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

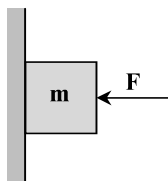
فیزیک

فیزیک ۳: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۱۵۶)

۴۱- وقتی نور تکفام از لبه‌ها و شکاف یک تیغ تیز عبور می‌کند و سپس بر یک پرده می‌تابد، نقشی روی پرده ایجاد می‌شود که حاصل پدیده‌های است.

- (۱) پراش و شکست
(۲) پراش و تداخل
(۳) تداخل و بازتاب
(۴) شکست و بازتاب

۴۲- در شکل روبه‌رو، جسم ساکن است. اگر نیروی F را دو برابر کنیم، نیروی اصطکاک بین جسم و دیوار چند برابر می‌شود؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) کمتر از ۲ برابر
(۴) بیشتر از ۲ برابر

۴۳- در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت، بزرگی تکانه جسم $50 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ است و متحرک در هر دقیقه ۲۰ دور می‌گردد. اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر متحرک تقریباً چند نیوتون است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۹۰

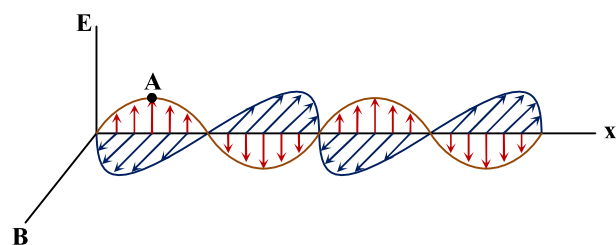
۴۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.
(۲) یک هسته برانگیخته می‌تواند با تابش فرابنفش به حالت پایه برسد.
(۳) جرم یک هسته همواره از مجموع جرم نوکلئون‌های سازنده آن کمتر است.
(۴) در هسته‌های سبک و پایدار، تعداد نوترون‌های هسته تقریباً با تعداد پروتون‌های آن برابر است.

۴۵- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در هر دوره (T)، مسافت ۸۰ سانتی‌متر را طی می‌کند. حداقل زمان لازم برای طی کردن مسافت ۲۰ سانتی‌متر چند برابر T است؟

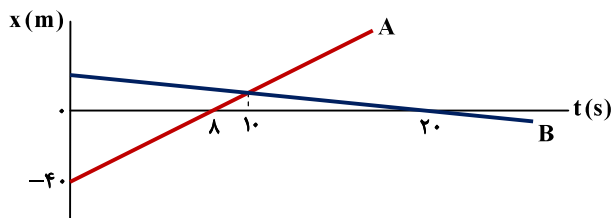
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۴۶- شکل مقابل، تصویر لحظه‌ای از یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که میدان الکتریکی در راستای قائم و میدان مغناطیسی افقی و عمود بر E است. در این لحظه، بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه A و بسامد تغییرات آن بسامد تغییرات میدان الکتریکی است.



- (۱) در حال کاهش - برابر با
(۲) در حال افزایش - برابر با
(۳) در حال کاهش - بیشتر از
(۴) در حال افزایش - کمتر از

محل انجام محاسبات:

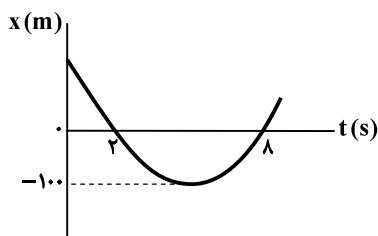


۴۷- نمودار مکان- زمان دو جسم A و B که روی محور x حرکت می‌کنند در SI مطابق شکل مقابل است. چه مدت زمانی بر حسب ثانیه فاصله دو جسم A و B کمتر از ۱۵ متر است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۲

(۳) ۵ (۴) ۴

۴۸- نمودار مکان- زمان حرکت جسمی روی محور x سهمی و به شکل مقابل است. بزرگی سرعت متوسط در ۸ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



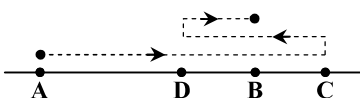
(۱) $\frac{200}{9}$

(۲) $\frac{625}{18}$

(۳) $\frac{25}{9}$

(۴) $\frac{425}{9}$

۴۹- در یک مسیر مستقیم متحرکی در $t = 0$ از نقطه A به طرف نقطه C راه می‌افتد و در $t = 6$ s به نقطه C می‌رسد سپس برمی‌گردد و در $t = 8$ s به نقطه D می‌رسد و دوباره تغییر جهت می‌دهد و تا نقطه B حرکت می‌کند و در $t = 10$ s به نقطه B می‌رسد. اگر اختلاف تنیدی متوسط و اندازه سرعت متوسط در این ۱۰ ثانیه برابر ۸ متر بر ثانیه باشد، طول AC چند متر است؟ ($AC = 2DC = 4BC$)



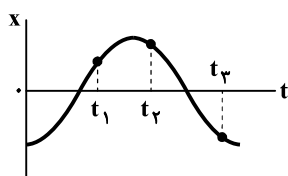
(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۹۰

(۴) ۸۰

۵۰- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند به شکل مقابل است. چند مورد از جملات زیر در مورد آن درست است؟



(الف) در مدت $t = 0$ تا $t = t_3$ دو مرتبه جهت حرکت عوض می‌شود.

(ب) در مدت $t = 0$ تا $t = t_3$ شتاب متوسط منفی است.

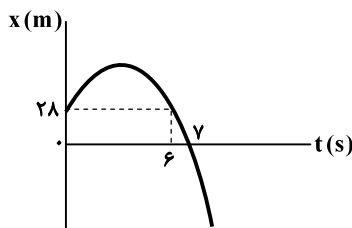
(پ) در مدت $t = t_1$ تا $t = t_3$ حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(ت) در مدت $t = 0$ تا $t = t_1$ حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۵۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی و مطابق شکل است. از لحظه شروع حرکت ($t = 0$) تا زمانی که متحرک از مبدأ عبور کند، چند متر مسافت توسط متحرک طی می‌شود؟



(۱) ۱۰۰

(۲) ۲۰۰

(۳) ۱۴۴

(۴) ۷۲

محل انجام محاسبات:

۵۲- از لبه بام سنگی بدون سرعت اولیه رها می‌شود. سنگ با سرعت $10 \frac{m}{s}$ از ارتفاع ۳۰ متری نسبت به زمین عبور می‌کند. کل زمان سقوط

سنگ تا رسیدن به زمین چند ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) $\sqrt{7}$ (۲) $\sqrt{7} + 1$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{6} + 1$

۵۳- شخصی برای اندازه‌گیری عمق یک چاه، سنگی را از لبه چاه رها می‌کند. پس از گذشت مدت زمان $4/25$ ثانیه از لحظه رها شدن سنگ،

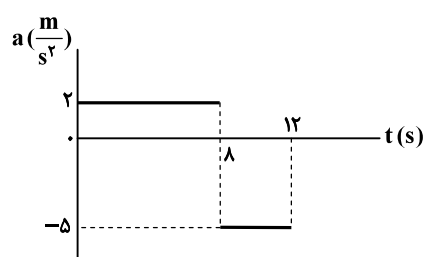
صدای برخورد سنگ به ته چاه را می‌شنود. عمق چاه چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، سرعت صوت در هوا $320 \frac{m}{s}$ است و از مقاومت هوا در

مقابل حرکت سنگ صرف‌نظر کنید.)

(۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۵۴- نمودار شتاب- زمان متحرکی که با سرعت اولیه $4 \frac{m}{s}$ در جهت محور حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط و سرعت متوسط

حرکت جسم در مدت ۱۲ ثانیه به ترتیب از راست به چپ در SI چقدر است؟



(۱) $-\frac{1}{3}$ و $\frac{24}{3}$

(۲) $-\frac{2}{3}$ و ۱۲

(۳) $-\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{3}$

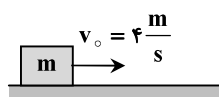
(۴) $-\frac{2}{3}$ و ۱۰

۵۵- متحرکی روی خط راست در یک جهت با شتاب ثابت حرکت کرده و در هر ۵ ثانیه، $12/5$ متر بیشتر از ۵ ثانیه قبلی طی می‌کند. اگر در

لحظه $t = 20s$ سرعت متحرک $24 \frac{m}{s}$ باشد، در ۱۰ ثانیه اول حرکت ($t = 0$ تا $t = 10s$)، چند متر مسافت طی کرده است؟

(۱) ۱۴۰ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۷۵ (۴) ۱۹۰

۵۶- مطابق شکل، جرم m با سرعت $4 \frac{m}{s}$ روی سطح افقی پرتاب و پس از طی کردن مسافت ۵ متر متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی



بین جسم و سطح کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۰/۴ (۲) ۰/۱۶

(۳) ۰/۸ (۴) ۰/۳۲

۵۷- اگر وزن یک جسم در سطح زمین W_1 ، در فاصله $\frac{1}{4} R_e$ از سطح زمین W_2 و در فاصله R_e از سطح زمین W_3 باشد (R_e شعاع کره

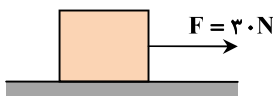
زمین است)، کدام یک از روابط زیر درست است؟

(۱) $\frac{W_2}{W_1} = \frac{W_3}{W_1}$ (۲) $W_2 - W_3 = W_1 - W_2$

(۳) $W_2 - W_3 = \frac{7}{36} W_1$ (۴) $\frac{W_3}{W_2} = \frac{8}{9} \frac{W_2}{W_1}$

محل انجام محاسبات:

۵۸- در شکل مقابل، جرم جعبه ۱۰ کیلوگرم است و نیروی ثابت F در مدت ۵ ثانیه از حال سکون تندی وزنه را به $10 \frac{m}{s}$ می‌رساند. اگر وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم داخل جعبه قرار دهیم و جعبه را با همین نیروی F به طرف جلو بکشیم و جعبه حرکت کند، در مدت چند ثانیه جعبه از حال سکون به تندی $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد؟



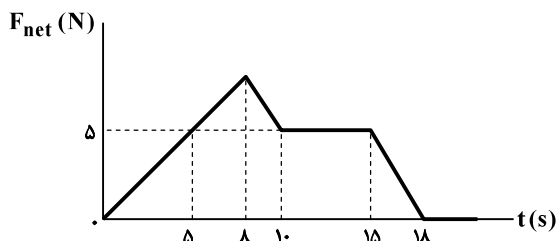
(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۱۵

(۴) ۵

۵۹- متحرکی به جرم ۵ کیلوگرم روی محور x حرکت می‌کند و در $t = 5s$ سرعت آن $6 \frac{m}{s}$ است. اگر نیروی خالص وارد بر این متحرک به صورت نمودار روبه‌رو باشد، سرعت متحرک در $t = 20s$ چند متر بر ثانیه است؟



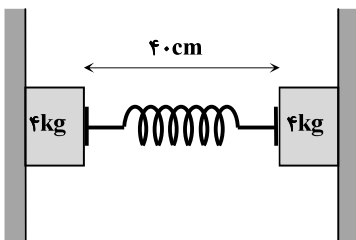
(۱) ۱۳

(۲) ۷

(۳) ۶

(۴) ۹

۶۰- در شکل روبه‌رو، ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنه‌ها و دیوارهای دو طرف، $\mu_s = 0.8$ و طول عادی فنر، 60 cm است. اگر وزنه‌ها در آستانه لغزیدن باشند، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و جرم فنر ناچیز است).



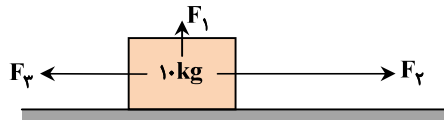
(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۵۰۰

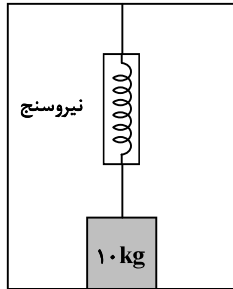
(۳) ۱۲۵

(۴) ۲۵۰

۶۱- در شکل روبه‌رو، اگر $F_1 = 20 \text{ N}$ ، $F_2 = 100 \text{ N}$ و $F_3 = 60 \text{ N}$ باشد، وزنه ساکن باقی می‌ماند. در حالتی که $F_1 = 20 \text{ N}$ رو به پایین و به صورت عمود بر وزنه وارد شود و $F_2 = 60 \text{ N}$ و $F_3 = 100 \text{ N}$ باشد، بزرگی نیرویی که سطح تکیه‌گاه بر وزنه وارد می‌کند، چند نیوتون خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) $40\sqrt{10}$ (۲) $60\sqrt{10}$ (۳) $60\sqrt{5}$ (۴) $40\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات:



۶۲- وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم روی کف آسانسور قرار دارد و به وسیله یک نیروسنج و طناب با جرم ناچیز به سقف آسانسور بسته شده است. آسانسور از حال سکون و با شتاب ثابت به طرف بالا حرکت می‌کند و تندی آن در مدت ۴ ثانیه به $8 \frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر در این مدت نیروسنج عدد ۳۰ نیوتون را

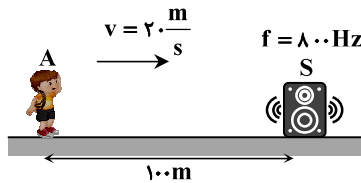
نشان دهد، نیرویی که وزنه بر کف آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۷۰ (۲) ۹۰

(۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۶۳- شنونده A با تندی ثابت $20 \frac{m}{s}$ مطابق شکل به چشمه ساکنی نزدیک می‌شود. با فرض ناچیز بودن اتلاف انرژی، کدام گزینه نادرست است؟

$$(\log 5 = 0.7)$$



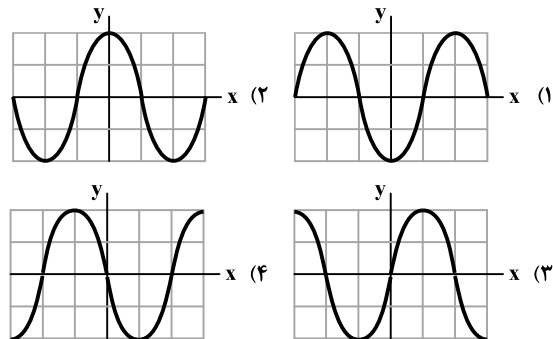
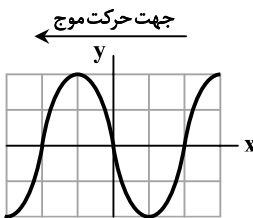
(۱) شدت صوت دریافتی در لحظه $t = 10s$ برابر با مقدار اولیه است.

(۲) در لحظه $t = 8s$ بسامد دریافتی بیشتر از ۸۰۰ هرتز است.

(۳) طول موج دریافتی همواره ثابت است.

(۴) پس از ۴ ثانیه تراز شدت صوت ۱۴ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۶۴- شکل روبه‌رو، تصویری از موج عرضی در یک طناب کشیده شده را در یک لحظه نشان می‌دهد. بسامد موج 25 Hz و موج به طرف چپ در حال انتشار است. پس از گذشت مدت $0.1s$ از این لحظه، تصویر همین بخش از طناب مطابق کدام گزینه است؟



۶۵- مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم $100g$ به فنری با ثابت k متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک و در حالت سکون قرار دارد. وزنه را به

مقدار A به سمت راست کشیده و سپس رها می‌کنیم. اگر وزنه پس از گذشت $75ms$ با تندی $1/2 \frac{m}{s}$ برای اولین بار از نقطه تعادل عبور

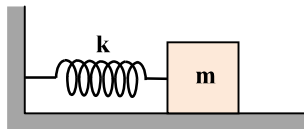
کند، به ترتیب از راست به چپ مقدار A و ثابت فنر k در SI کدام است؟ ($\pi = 3$)

(۱) ۴۰، ۰/۰۶

(۲) ۴۰، ۰/۱

(۳) ۵۰، ۰/۰۶

(۴) ۵۰، ۰/۱



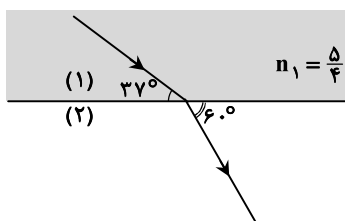
محل انجام محاسبات:

۶۶- کدام گزینه درست است؟

- (۱) امواج الکترومغناطیسی تخت تابیده به یک سطح کاو، به صورت تخت بازتاب می‌شوند.
 (۲) بازتاب پخشنده (نامنظم) وقتی اتفاق می‌افتد که طول موج نور از ابعاد ناهمواری‌های سطوح بزرگ‌تر باشد.
 (۳) وقتی یک موج سینوسی از قسمت ضخیم یک طناب به قسمت نازک طناب با همان جنس وارد می‌شود، طول موج آن افزایش می‌یابد.
 (۴) اینکه صفحه کاغذ یک کتاب در نور مرئی دیده می‌شود، ناشی از بازتاب پخشنده (نامنظم) است که در این بازتاب زاویه تابش هر پرتو نور با زاویه بازتابش آن برابر نیست.
- ۶۷- طول یک تار دو سر بسته ۸۰ سانتی‌متر، جرم آن ۲۰ گرم و نیروی کشش آن ۲۵۰ نیوتون است. اگر فاصله یک شکم از یک سر تار ۵۰ سانتی‌متر باشد، بسامد ارتعاش تار حداقل چند هرتز است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۵۰

۶۸- با توجه به مسیر پرتوی نور در دو محیط، تندی انتشار نور در محیط (۲) چند متر بر ثانیه است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) $1/6 \times 10^8$

(۲) $1/5 \times 10^8$

(۳) $1/25 \times 10^8$

(۴) $1/2 \times 10^8$

۶۹- در پدیده فوتوالکتریک با تابش نور، الکترون‌ها از سطح فلز جدا شده‌اند. اگر طول موج نور تابشی را نصف کنیم، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) انرژی جنبشی بیشینه الکترون‌ها نصف می‌شود.
 (۲) انرژی جنبشی بیشینه الکترون‌ها دو برابر می‌شود.
 (۳) انرژی جنبشی بیشینه الکترون‌ها کمتر از دو برابر می‌شود.
 (۴) انرژی جنبشی بیشینه الکترون‌ها بیشتر از دو برابر می‌شود.
- ۷۰- لامپ‌های (۱) و (۲) به ترتیب پرتوهایی با طول موج λ_1 و λ_2 تولید می‌کنند که طول موج یکی از آن‌ها، ۱۰۰ نانومتر بیشتر از دیگری است. اگر انرژی هر فوتون یکی از این لامپ‌ها 0.8 برابر انرژی هر فوتون لامپ دیگر باشد، لامپی که طول موج کمتر دارد، پرتو با طول موج چند نانومتر تولید می‌کند؟

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

۷۱- انرژی فوتون خط سوم رشته بالمر ($n' = 2$) در اتم هیدروژن چند ریذبرگ (ER) است و در چه محدوده‌ای از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

- (۱) 0.21 مرئی (۲) $\frac{5}{36}$ مرئی (۳) 0.3 فرابنفش (۴) 0.21 فروسرخ

۷۲- کدام یک از موارد زیر در مورد گندساز نوترون در راکتورهای شکافت هسته‌ای درست است؟

- (۱) علت استفاده از گندساز این است که نوترون‌های سریع، باعث شکافت ^{238}U می‌شوند.
 (۲) احتمال جذب نوترون‌ها توسط ^{235}U را افزایش می‌دهد.
 (۳) از مواد جذب‌کننده نوترون مانند کادمیم یا بور ساخته می‌شود.
 (۴) علت استفاده از گندساز جلوگیری از رشد فزاینده واکنش زنجیره‌ای است.

محل انجام محاسبات:

۷۳- بنا بر مدل اتمی بور، انرژی فوتون جذب شده برای گذار الکترون از اولین حالت برانگیخته به سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن چند الکترون ولت است؟ ($E_R = 13.6 \text{ eV}$)

- (۱) $1/89$ (۲) $2/55$ (۳) $10/2$ (۴) $12/09$

۷۴- تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه در $t = 0$ برابر N_0 است. اگر تعداد هسته‌های واپاشیده در مدت $t = 120 \text{ year}$ برابر $\frac{3}{4} N_0$ باشد، در زمان $t = 300 \text{ year}$ چند هسته پرتوزا از نمونه اولیه باقی مانده است؟ (year به معنی سال است.)

- (۱) $\frac{N_0}{8}$ (۲) $\frac{N_0}{16}$ (۳) $\frac{N_0}{32}$ (۴) $\frac{N_0}{64}$

۷۵- اگر یک عنصر پرتوزا ۲ ذره α و ۱ ذره β^- تابش کند، عدد اتمی هسته نسبت به حالت قبل چه تغییری می‌کند؟
(۱) ۳ واحد افزایش می‌یابد. (۲) ۳ واحد کاهش می‌یابد. (۳) ۱ واحد افزایش می‌یابد. (۴) ۱ واحد کاهش می‌یابد.



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

شیمی ۳: کل کتاب (صفحه ۱ تا ۱۲۳)

۷۶- چند مورد از مطالب زیر، درباره ترکیب‌های داده شده، درست است؟



- در دمای یکسان، قدرت اسیدی ترکیب A از استیک اسید بیشتر است.
- انحلال پذیری ماده B در هگزان بیشتر از انحلال پذیری آن در آب است.
- از ترکیب A می‌توان برای تهیه صابونی جامد با فرمول شیمیایی $\text{C}_7\text{H}_{15}\text{COONa}$ استفاده کرد.
- از واکنش سه مول B با یک مول الکل سه‌عاملی با فرمول مولکولی $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$ ، می‌توان یک مول استر سنگین با فرمول $\text{C}_{54}\text{H}_{110}\text{O}_6$ به‌دست آورد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۷۷- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) سوسپانسیون برخلاف محلول‌ها و کلوئیدها، نور را پخش می‌کند.
 - (۲) ذرات سازنده کلوئیدها توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.
 - (۳) سوسپانسیون مانند کلوئید و برخلاف محلول، ناهمگن است.
 - (۴) سوسپانسیون برخلاف کلوئید و محلول، ناپایدار است.
- ۷۸- کدام توصیف درباره پاک‌کننده‌هایی مانند هیدروکلریک اسید، سدیم هیدروکسید و سفیدکننده‌ها نادرست است؟
- (۱) از نظر شیمیایی فعال هستند و خاصیت خوردگی دارند.
 - (۲) مخلوطی از آلومینیم و سدیم هیدروکسید به‌عنوان پودر لوله‌بازکن به‌کار می‌رود.
 - (۳) این پاک‌کننده‌ها با ذرات آلاینده برهم‌کنش فیزیکی و شیمیایی دارند.
 - (۴) این پاک‌کننده‌ها برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، موادی با خاصیت اسیدی یا بازی هستند.

۷۹- در یک نمونه محلول اسید ضعیف HA با غلظت $10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ، غلظت مجموع گونه‌های موجود در محلول (به جز آب)، ۳ برابر غلظت اسید پس از یونش است. pH محلول کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 5 = 0.7$)

- (۱) $1/3$ (۲) $1/7$ (۳) $2/3$ (۴) $2/7$

محل انجام محاسبات:

۸۰- ۵۶/۸ گرم از یک اسید چرب یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، با ۲۰۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با $\text{pH} = ۱۴$ به طور

کامل واکنش می دهد. شمار اتم های کربن اسید چرب کدام است؟ ($\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-۱}$)

۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۸۱- چه تعداد از واکنش های زیر از نوع اکسایش- کاهش است؟

الف) تولید آمونیاک به روش هابر
ب) تشکیل سولفوریک اسید از برخی آلاینده های هوا کره

پ) واکنش گاز کلر با محلول پتاسیم یدید
ت) واکنش شیر منیزی با شیر معد

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۲- دو نیم سلول استاندارد آلومینیم و مس به هم متصل می شوند تا یک سلول گالوانی تشکیل شود. اگر طی مدت زمانی معین، $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۲}$ الکترون از مدار بیرونی سلول الکتروشیمیایی گذشته باشد، جرم الکتروود آند چند گرم و چگونه تغییر کرده است؟

($\text{Al} = ۲۷, \text{Cu} = ۶۴ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-۱}$)

۱) ۵۴، ۰/ کاهش (۲) ۴۵، ۰/ افزایش (۳) ۵۴، ۰/ افزایش (۴) ۴۵، ۰/ کاهش

۸۳- کدام عبارت در مورد سلول الکترولیتی نادرست است؟

۱) دو الکتروود درون یک الکترولیت قرار دارند.

۲) الکتروودها در واکنش های اکسایش- کاهش شرکت نمی کنند و اغلب از جنس گرافیت هستند.

۳) برخلاف سلول گالوانی در آن کاتد، قطب منفی و آند، قطب مثبت است.

۴) جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی از آند به کاتد است.

۸۴- با توجه به نیم واکنش های زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$\text{Ni}^{۲+}(\text{aq}) + ۲\text{e}^{-} \rightarrow \text{Ni}(\text{s}) \quad E^{\circ} = -۰/۲۵ \text{ V}$

$\text{Fe}^{۲+}(\text{aq}) + ۲\text{e}^{-} \rightarrow \text{Fe}(\text{s}) \quad E^{\circ} = -۰/۴۴ \text{ V}$

$\text{Cu}^{۲+}(\text{aq}) + ۲\text{e}^{-} \rightarrow \text{Cu}(\text{s}) \quad E^{\circ} = +۰/۳۴ \text{ V}$

$\text{Zn}^{۲+}(\text{aq}) + ۲\text{e}^{-} \rightarrow \text{Zn}(\text{s}) \quad E^{\circ} = -۰/۰۶۶ \text{ V}$

الف) محلول FeSO_4 را نمی توان در ظرفی از جنس روی نگهداری کرد.

ب) گونه $\text{Zn}^{۲+}$ کاهنده تر از سایر گونه هاست.

پ) سلول گالوانی $\text{Fe}-\text{Cu}$ ، E° بیشتری نسبت به سایر سلول های ممکن دارد.

ت) ولتاژ مورد نیاز برای سلول برق کافتی که نیاز به ولتاژ ۰/۵۵ ولت دارد را می توان با سلول گالوانی $\text{Ni}-\text{Cu}$ فراهم کرد.

۱) «الف» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۸۵- اگر حجم گاز تولید شده در فرایند برق کافت سدیم کلرید مذاب در شرایط استاندارد، برابر با ۵۶۰ میلی لیتر باشد، چند مول الکترون در این فرایند مبادله شده است و اگر همین تعداد الکترون در استخراج فلز آلومینیم در فرایند هال مبادله شود، چند مول گاز تولید خواهد شد؟ (فرض کنید بازده فرایندها ۱۰۰ درصد است.)

۱) ۰/۰۵، ۰/۰۱۲۵ (۲) ۰/۰۵، ۰/۰۲۵ (۳) ۰/۰۱۲۵، ۰/۰۲۵ (۴) ۰/۰۲۵، ۰/۰۲۵

۸۶- ۵۰ گرم فلز آهن خالص را در ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۲/۵ مولار مس (II) سولفات وارد می کنیم تا واکنش زیر انجام شود. اگر پس از ۵ دقیقه تمام اتم های مس بر سطح تیغه آهنی نشسته باشند و جرم مواد جامد به ۵۴ گرم برسد، غلظت مس (II) سولفات در محلول به کدام

عدد خواهد رسید؟ ($\text{Fe} = ۵۶, \text{Cu} = ۶۴ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-۱}$)

$\text{Fe}(\text{s}) + \text{CuSO}_4(\text{aq}) \rightarrow \text{FeSO}_4(\text{aq}) + \text{Cu}(\text{s})$

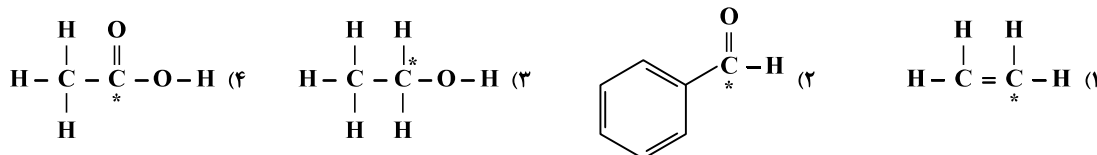
۱ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴)

محل انجام محاسبات:

۸۷- در یک سلول گالوانی، نیم سلول استاندارد هیدروژن به نیم سلول استاندارد دیگری متصل است. پس از گذشت مدت زمانی معین، pH محلول الکترولیت نیم سلول هیدروژن که حجمی برابر با ۵۰ میلی لیتر دارد، به ۰/۳ می رسد. در سلول گالوانی مورد نظر، نیم سلول هیدروژن قطب است و طی این مدت الکترون از مدار بیرونی سلول گالوانی عبور کرده است.

- (۱) مثبت - $1/50 \times 10^{22}$ (۲) منفی - $1/50 \times 10^{21}$ (۳) منفی - $1/50 \times 10^{22}$ (۴) مثبت - $1/50 \times 10^{21}$

۸۸- عدد اکسایش اتم کربن ستاره دار در کدام گزینه بیشتر است؟



۸۹- کدام گزینه مقایسه درصد جرمی کربن در چهار ترکیب نام برده شده را به درستی نشان می دهد؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(الف) ۱- پروپانول

(ب) پروپن

(پ) اتانول

(ت) اتان

(۱) «ت» < «الف» < «ب» < «پ» < «ت»

(۳) «ت» < «ب» < «پ» < «الف»

(۴) «ب» < «ت» < «الف» < «پ»

(۲) «ب» < «ت» < «الف» < «پ»

۹۰- ساختار به هم پیوسته، غول آسا، سختی بالا و دیرگداز بودن از ویژگی های کدام دسته از مواد است؟

- (۱) جامدهای فلزی (۲) مواد مولکولی (۳) جامدهای کووالانسی (۴) جامدهای یونی

۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- خاک رس مخلوطی از مواد مختلف است که اغلب آن ها، اکسیدها هستند.
 - استحکام سازه های سنگی را می توان به وجود آهن (III) اکسید در آن ها مربوط دانست.
 - هنگام پختن نمونه ای از خاک رس، درصد جرمی تمام اجزای آن افزایش می یابد.
 - دو ماده SiO_2 و H_2O ساختار ذره ای مشابه با یکدیگر داشته و از نظر ساختار ذره ای با Na_2O متفاوت هستند.
- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۹۲- با توجه به نقشه پتانسیل الکترودستاتیکی، اتم مرکزی کدام ترکیب با دیگر ترکیب های داده شده، تفاوت دارد؟

- (۱) کربونیل سولفید (۲) کلروفرم (۳) گوگرد تری اکسید (۴) آمونیاک

۹۳- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) مولکول های H_2O در ساختار یخ، در یک آرایش منظم و سه بعدی با تشکیل حلقه های شش گوشه قرار می گیرند.
- (۲) در ساختار یخ مانند سیلیس، همه اتم ها با پیوندهای کووالانسی به یکدیگر متصل می شوند و شبکه سه بعدی ایجاد می کنند.
- (۳) اغلب ترکیب های آلی جزء مواد مولکولی هستند و دمای ذوب پایینی دارند.
- (۴) آنتالپی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی در حالت مایع، به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است.

۹۴- برای چه تعداد از مواد زیر واژه فرمول مولکولی و نیروی بین مولکولی به کار می رود؟

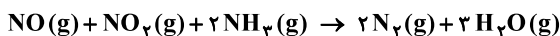
- | | | | |
|--------------------|----------------------|-------|-----------------|
| CO ₂ ■ | Fe ■ | Si ■ | C (s, گرافیت) ■ |
| KNO ₃ ■ | NH ₄ Cl ■ | SiC ■ | HCl ■ |
| ۱ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۴ (۱) |

محل انجام محاسبات:

- ۹۵- عنصرهای M و X با تبدیل شدن به یون های M^{2+} و X^{2-} به آرایش گاز نجیب یکسانی دست می یابند. بر این اساس کدام عبارت درست است؟
 (۱) آنالپی فروپاشی شبکه ترکیب یونی MCl_2 بیشتر از ترکیب یونی MX است.
 (۲) شعاع یونی M^{2+} بزرگ تر ولی چگالی بار آن کمتر از یون X^{2-} است.
 (۳) در بین هالیدهای فلز M، بیشترین نقطه ذوب را دیدید این فلز دارد.
 (۴) عنصر M با عنصر اکسیژن ترکیبی تشکیل می دهد که نقطه ذوب آن بیشتر از نقطه ذوب ترکیب عنصر X و اکسیژن است.
- ۹۶- اگر در واکنش نمک وانادیم (V) با فلز روی، شمار الکترون های مبادله شده بین اکسند و کاهنده پس از موازنه برابر ۶ باشد، به ازای مصرف $1/2$ مول روی، چند مول نمک وانادیم حاصل می شود؟
 (۱) $0/6$ (۲) $0/8$ (۳) ۱ (۴) $0/3$

۹۷- کدام گزینه درباره طیف سنجی نادرست است؟

- (۱) برهم کنش میان ماده و پرتوهای الکترومغناطیسی، اساس پایه گذاری روش های طیف سنجی است.
 (۲) از طیف سنجی فروسرخ، می توان برای شناسایی اکسیدهای نیتروژن در هوا استفاده کرد.
 (۳) برای ماده ای با فرمول مولکولی C_7H_6O ، دو طیف فروسرخ می توان در نظر گرفت.
 (۴) در بین پرتوهای الکترومغناطیسی، تنها پرتوهای فروسرخ با ماده برهم کنش دارند.
- ۹۸- کدام گزینه درست است؟
 (۱) واکنش $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ گرماگیر است و به همین دلیل در دمای اتاق به صورت خودبه خودی انجام نمی شود.
 (۲) در مبدل کاتالیستی گازهای CO و NO به عناصر سازنده تجزیه و سپس به هواکره وارد می شوند.
 (۳) گرچه کاتالیزورها در واکنش شرکت نمی کنند ولی انرژی فعال سازی واکنش را کاهش می دهند.
 (۴) در حضور کاتالیزگر، یک واکنش معین می تواند در دمای پایین تری انجام شود.
- ۹۹- در واکنش حذف NO و NO_2 در بخش دوم مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی نقش کاهنده را دارد و براساس معادله موازنه شده زیر الکترون میان گونه های کاهنده و اکسند مبادله می شود.



- (۱) NH_3 ، ۵ (۲) NH_3 ، ۶ (۳) N_2 ، ۵ (۴) N_2 ، ۶

۱۰۰- در چند مورد از تعادل های زیر، با افزایش حجم ظرف، واکنش در جهت تولید فراورده پیشرفت می کند؟

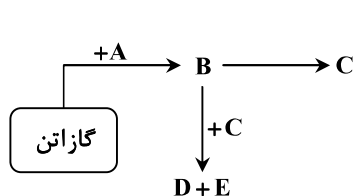
- الف) $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ (الف) ب) $H_2O(l) \rightleftharpoons H_2O(g)$ (ب) ت) $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ (ت) پ) $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ (پ)
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۱۰۱- ثابت تعادل واکنش $A(s) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ در دمای $25^\circ C$ و $70^\circ C$ به ترتیب برابر ۴ و ۲۵ است. چنانچه ۱۰ مول A را وارد سامانه ای یک لیتری نماییم تا ابتدا در $25^\circ C$ و سپس در $70^\circ C$ تعادل ایجاد کند، اختلاف غلظت ماده B در دمای $70^\circ C$ و $25^\circ C$ چه مقداری خواهد بود؟
 (۱) $0/75$ (۲) $1/5$ (۳) $2/25$ (۴) ۳

۱۰۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) از کلرو اتان در افشانه بی حس کننده موضعی استفاده می شود.
 (۲) کاتالیزگر واکنش تبدیل اتن به اتان، فلزی است که ۸ الکترون با $I = 2$ دارد.
 (۳) اتیل استات دارای دو اتم کربن با عدد اکسایش -۳ است و به عنوان حلال چسب کاربرد دارد.
 (۴) تهیه آلدهیدها و کتون برخلاف کربوکسیلیک اسیدها از الکل ها امکان پذیر نیست.

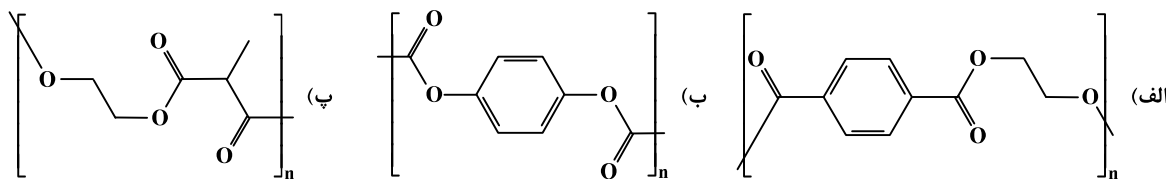
محل انجام محاسبات:



۱۰۳- با توجه به واکنش‌های نشان داده شده، کدام عبارت درست است؟

- (۱) اگر D اتیل استات باشد، E و C گروه عاملی مشترکی دارند.
- (۲) اگر A آب باشد، C استیک اسید است و طی فرایند تبدیل B به C هر دو اتم کربن اکسایش می‌یابند.
- (۳) اگر E و A آب باشند، تعداد اتم‌های کربن در مولکول D برابر با ۴ است.
- (۴) از واکنش B با متانوئیک اسید، استری با نام متیل اتانوات تولید می‌شود.

۱۰۴- در تصویر بخشی از ساختار سه پلیمر نشان داده شده است. در تهیه کدام پلیمرها از اتیلن گلیکول یا ترفتالیک اسید یا هر دو استفاده شده است؟



- (۱) فقط «الف» (۲) «الف» و «پ» (۳) «الف»، «ب» و «پ» (۴) «ب» و «پ»

۱۰۵- برای تهیه واکنش‌دهنده‌های تولید متانول در صنعت، از واکنش کدام دو ماده در حضور کاتالیزگر و در دمای حدود ۴۵۰-۵۵۰ درجه سلسیوس استفاده می‌شود؟

- (۱) CH_4 و CO_2 (۲) H_2O و CO_2 (۳) H_2O و CH_4 (۴) O_2 و C_6H_6

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کاشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

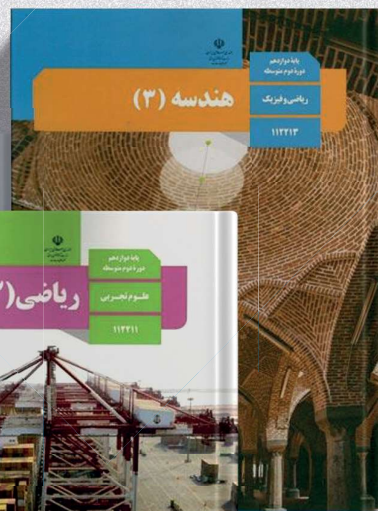
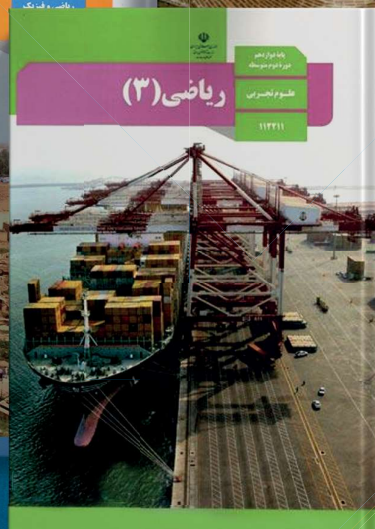
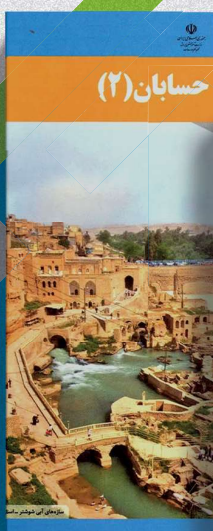
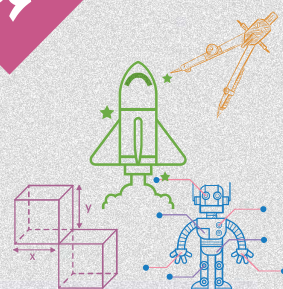
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۶ اردیبهشت ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۶



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۲۷ گزینه دو، در روز جمعه ۹ خرداد ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➡➡ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۲۶ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

کارشناسان		طراحان		گروه ریاضی	
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفیع زاده • ایمان اردستانی	مسئول درس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری	حساب و ریاضی پایه	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد	هندسه
محمد امین خدابنده • امیرورودی	علی نعمت • سیدمحسن میراسلامی	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی	ریاضیات گسسته	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی	ریاضی تجربی
محمد امین خدابنده • امیرورودی	امیدرضا پورحسینی • علیرضا شریف خطیبی	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی	ریاضی انسانی		
پوپک مقدم	علی افضل زاده • مهرداد کیوان				
وحید رباعی					
کارشناسان		طراحان		گروه علوم	
حسین ایمانی پور • بتول خواجه پور • مرتضی فرهمند	امیر کبری راد • علیرضا اکبرپور • مسعود حدادی • فرزاد صادقیان	مسئول درس: امیر کبری راد دستیار: پارسا کامکار	زیست شناسی	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی	فیزیک
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی • مریم گلی حسینی	پهمن شاهمرادی • احمد مصلاهی	مسئول درس: شهرام شاه پرویزی	شیمی	مسئول درس: شکبیا کریمی	زمین شناسی
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • شهرام ملاصالحی • محمدعلی توسلی فر				
فرزانه ساعدی • روزبه اسحاقیان • آیتا هرطونیان	حسن علیمحمدی • فرزانه رجایی • فرزانه ساعدی				
کارشناسان		طراحان		گروه انسانی	
سید محمد صادق حسام زاده • محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	سپهر سالار کیا • محمدرضا لمسه چی • عماد فیض آبادی	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی	علوم و فنون ادبی	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری	جامعه شناسی
نیایش غریبی • هستی ناصح • مهتاب شیرازی	فروغ تیموریان • محمدزمان کبیر	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی	روان شناسی	مسئول درس: پویا رضاداد	زبان عربی
ثنا کاشیان • فاطمه انوری	سید ضحی سکاکی • سیمین زاهدی • مهدی جاهدی	مسئول درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان	تاریخ	مسئول درس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب	جغرافیا
سارا حمزه • مهتاب شیرازی • صبا پهلوان	اسرافیل قربانیپور • پدرام علیمردادی • عرفان جالیزی	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام	فلسفه و منطق	مسئول درس: امیر محمد بیگی دستیار: محمدرضا مبارکی	اقتصاد
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	بهرز یحیی • فاطمه نبی				
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	شهرام امامی • بهروز یحیی • نگار مروتی				
مهدی مشایخی • مهتاب بیسه • محمدعلی مهرآبادی • قزاق مختاری نژاد	احمد خداداد حسینی • سعید رحیمیان				
کوثر رعدی	میترا چینی ساز • محمدرضا مبارکی • ریش بدری				

گروه ریاضی
معاون تولید محتوا: علی الفتیگروه علوم
معاون تولید محتوا: علی الفتیگروه انسانی
معاون تولید محتوا: علی الفتی

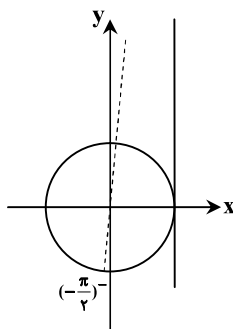
ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)



حاصل حد را به کمک دایره مثلثاتی به دست می آوریم:



$$\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^-} 3 \tan x \stackrel{\text{مطابق شکل}}{=} 3 \times (+\infty) = +\infty$$

۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

- $P(x)$ بر $(x-a)$ بخش پذیر است. اگر و تنها اگر $P(a) = 0$.چون $P(x)$ بر $x-2$ بخش پذیر است، پس:

$$P(2) = 0 \Rightarrow 2^n + 2(-1)^n + (-1)^n + 4a + 2 + 3 = 0 \Rightarrow 2 + 1 + 4a + 5 = 0 \Rightarrow 4a = -8 \Rightarrow a = -2$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)



$$y = c + a \sin bx \Rightarrow \begin{cases} \max = c + |a| \\ \min = c - |a| \\ T = \frac{2\pi}{|b|} \end{cases}$$



با توجه به آنکه نمودار داده شده دارای $\max$ با مقدار ۳ است، پس: $c + |a| = 3$
از طرفی حداقل تابع ۱- است، پس:

$$\begin{cases} c - |a| = -1 \\ c + |a| = 3 \end{cases} \xrightarrow{(+)} 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 2$$

چون دوره تناوب تابع 12π است، پس: $\frac{2\pi}{|b|} = 12\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{6}$

از طرفی چون تابع حول $x = 0$ صعودی است، پس a و b هم علامت هستند، پس: $\frac{a}{b} = \frac{2}{\frac{1}{6}} = 12$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۴- پاسخ: گزینه ۲



$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$



با توجه به آنکه $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x + m = 0$ هستند، پس:

$$\begin{cases} \tan \alpha + \tan \beta = -\frac{3}{2} \\ \tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{m}{2} \end{cases}$$

پس به این ترتیب داریم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{1 - \frac{m}{2}} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{m}{2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۵- پاسخ: گزینه ۲



$$y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$$

$$\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$



ابتدا تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} + \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \frac{(1 - \tan x)^2 + (1 + \tan x)^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(1 + \tan^2 x)}{1 - \tan^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x (1 - \tan^2 x)} \\ &= \frac{2}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2}{\cos 2x} \end{aligned}$$

پس:

$$f'(x) = \frac{0 + 2 \sin 2x}{\cos^2 2x} \Rightarrow f'\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{2 \sin \frac{3\pi}{4}}{\cos^2 \frac{3\pi}{4}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 4\sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۳



$$y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$

$$y = f(x)g(x) \Rightarrow y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$



ابتدا مشتق $xf\left(\frac{y}{x}\right)$ را به کمک نکات به دست می آوریم:

$$y = xf\left(\frac{y}{x}\right) \Rightarrow y' = (x)'f\left(\frac{y}{x}\right) + \left(f\left(\frac{y}{x}\right)\right)' \times x = 1 \times f\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{y}{x^2} f'\left(\frac{y}{x}\right) \times x$$

بنابراین:

$$y'(2) = f(1) - \frac{2}{1} f'(1) = f(1) - f'(1) = -2 - (-1) = -1$$

۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)



$$(f \times g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

-



با توجه به نکته، داریم:

$$f(x) = \sin x \cdot \tan x \Rightarrow f'(x) = \cos x \tan x + (1 + \tan^2 x) \sin x \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times 1\right) + \left(2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)



- اگر تابع f در بازه بسته $[a, b]$ پیوسته باشد، آنگاه تابع در این بازه هم ماکزیمم مطلق و هم مینیمم مطلق دارد.
- برای یافتن اکسترمم مطلق یک تابع کافی است ابتدا مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه را به دست آوریم. نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می افتد، نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می افتد، نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.



برای تعیین برد این تابع کافی است ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق این تابع را در بازه داده شده (که در آن پیوسته است) به دست آوریم. ابتدا نقاط بحرانی را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 18x = 0 \Rightarrow 6x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{یا} \\ x = 3 \end{cases}$$

تنها نقطه بحرانی تابع در بازه $\left[\frac{1}{2}, 4\right]$ ، $x = 3$ است. اکنون مقادیر $f(3)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(4)$ را با یکدیگر مقایسه می کنیم:

$$\begin{cases} f(3) = 2 \times 27 - 9 \times 9 + 7 = -20 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{8}\right) - 9\left(\frac{1}{4}\right) + 7 = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} + 7 = 7 - 2 = 5 \\ f(4) = 2(4)^3 - 9(4)^2 + 7 = 2(64) - 9(16) + 7 = -9 \end{cases}$$

کمترین مقدار تابع -20 و بیشترین مقدار آن 5 است؛ بنابراین برد این تابع در بازه داده شده به صورت $[-20, 5]$ است.

۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)



- برای یافتن اکسترمم مطلق یک تابع کافی است ابتدا مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه را به دست آوریم. نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می افتد نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.



تابع f در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است؛ بنابراین برای یافتن اکسترمم‌های مطلق f سراغ نقاطی می‌رویم که مشتق تابع در آن‌ها صفر است.

$$f'(x) = -2\pi \sin \pi x \cos \pi x + \pi \cos \pi x = \pi \cos \pi x (1 - 2 \sin \pi x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos \pi x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots \\ \sin \pi x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{13}{6}, \frac{17}{6}, \dots \end{cases}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \dots = 1 \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = f\left(\frac{7}{2}\right) = \dots = -1 \quad f\left(\frac{1}{6}\right) = f\left(\frac{5}{6}\right) = \dots = \frac{5}{4}$$

پس مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع برابر -1 و $\frac{5}{4}$ است. یعنی خطوط افقی $y = -1$ و $y = \frac{5}{4}$ از نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق عبور

می‌کنند که فاصله این دو خط $\frac{9}{4} = 2.25$ است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۱ **▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)**



اگر $x \rightarrow -\infty$ با مقادیر بزرگ‌تر از -3 به عدد -3 میل می‌کند و همچنین اگر $x \rightarrow +\infty$ با مقادیر کمتر از 2 به عدد 2

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] - \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4}{f(x)} \right] = [(-3)^+] - \left[\frac{4}{2^-} \right] = -3 - [2^+] = -3 - 2 = -5$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲)**



- اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.

- خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$

برقرار باشد.



دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\text{مجانِب قائم: } m = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x+8}{2x-5}, 2x-5=0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+8}{2x-5} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ :مجانِب افقی}$$

بنابراین به ازای $m = 0$ تابع f دارای دو خط مجانب است.

$$\text{ب) } m \neq 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x+8}{mx^2+2x-5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+8}{mx^2+2x-5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{mx^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{mx} = 0$$

خط $y = 0$ مجانب افقی تابع است؛ بنابراین تابع باید فقط یک مجانب قائم داشته باشد و برای این کار یا باید مخرج ریشه مضاعف داشته باشد، یا اینکه ریشه صورت، ریشه مخرج نیز باشد.

$$\text{حالت ۱: } mx^2+2x-5=0 \Rightarrow \Delta=0 \Rightarrow 4+20m=0 \Rightarrow m=-\frac{4}{20}=-\frac{1}{5}$$

$$\text{حالت ۲: } mx^2+2x-5=0 \xrightarrow{x=-8} 64m-16-5=0 \Rightarrow m=\frac{21}{64}$$

بنابراین به ازای سه مقدار $m = -\frac{1}{5}$ و $m = \frac{21}{64}$ و $m = 0$ تابع f دارای دو خط مجانب است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۳

- در حل معادله مثلثاتی اگر $\tan x = \tan \alpha$ آنگاه $x = k\pi + \alpha$.

با توجه به نکته، داریم:

$$\tan(\pi x) = -1 \Rightarrow \pi x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k - \frac{1}{4} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$0 \leq k - \frac{1}{4} \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{3\pi}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{6\pi + 1}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 2, 3, 4$$

$$\Rightarrow \text{جوابهای معادله: } \begin{cases} 1 - \frac{1}{4} \\ 2 - \frac{1}{4} \\ 3 - \frac{1}{4} \\ 4 - \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع جوابها}} 1 - \frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{4} + 3 - \frac{1}{4} + 4 - \frac{1}{4} = 9$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

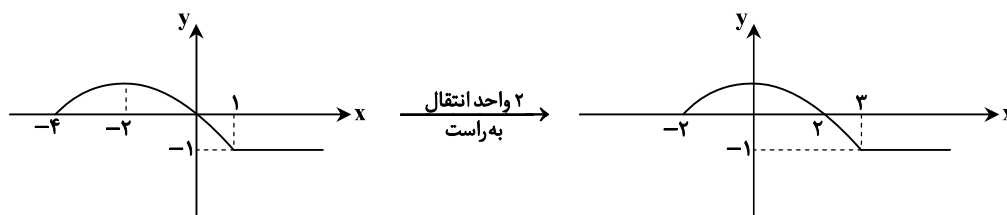
۱۳- پاسخ: گزینه ۱



- برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.
- اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.



با داشتن نمودار $y = f(-x)$ می‌توانیم نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم. کافی است آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم و برای رسم $f(x-2)$ ، این نمودار را ۲ واحد به سمت راست انتقال دهیم:

با توجه به نمودار، این تابع در بازه $[0, 3]$ اکیداً نزولی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۳



- تابع f را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) > f(b)$ در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره رویه پایین خواهیم رفت.



زیر رادیکال باید نامنفی باشد، پس داریم:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{3x-2} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-x} \geq 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{3x-2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-5x} \geq 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{3x-2} \geq \left(\frac{1}{4}\right)^{-5x} \xrightarrow{(*)} 3x-2 \leq -5x \Rightarrow 8x \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{1}{4}$$

دقت کنید که چون تابع $\left(\frac{1}{4}\right)^x$ اکیداً نزولی است، پس در مرحله (*) جهت نامعادله تغییر می‌کند.

۱۵- پاسخ: گزینه ۳ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)**



مطابق فرض $f(0) = 10$ و $f(5) = f(2) = 0$ پس داریم:

$$\begin{cases} f(0) = 10 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + d = 10 \Rightarrow d = 10 \\ f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4b + 2c + 10 = 0 \\ f(5) = 0 \Rightarrow 125 + 25b + 5c + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b + 2c = -18 \\ 25b + 5c = -135 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + c = -9 \\ 5b + c = -27 \end{cases} \xrightarrow{(-)} -3b = 18 \Rightarrow b = -6, c = 3$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ است.

چون $x = 5$ و $x = 2$ صفرهای تابع هستند پس عبارت $f(x)$ بر $(x-5)$ و $(x-2)$ بخش پذیر است، پس بر $(x-5)(x-2)$ نیز بخش پذیر است. اکنون با تقسیم $f(x)$ بر $(x-5)(x-2)$ عامل سوم و در نتیجه صفر آخر معادله $f(x) = 0$ را به دست می‌آوریم.

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 3x + 10 : x^2 - 7x + 10 \\ \underline{-(x^3 - 7x^2 + 10x)} \\ x^2 - 7x + 10 \\ \underline{-(x^2 - 7x + 10)} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+1)(x-2)(x-5) = 0 \Rightarrow x = -1$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۱ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)**



- آهنگ متوسط تغییر یک تابع را در بازه‌ای مانند $[a, a+h]$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$[a, a+h] \text{ آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازه } = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x = a \text{ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در نقطه } = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1, \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$



مطابق فرض سؤال داریم:

$$f'(c) = \frac{f(\pi) - f(0)}{\pi - 0} \Rightarrow \cos c - c \sin c = \frac{-\pi - 0}{\pi} \Rightarrow \cos c + 1 = c \sin c$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \cos c}{\sin c} = c \Rightarrow \frac{2\cos^2 \frac{c}{2}}{2\sin \frac{c}{2} \cos \frac{c}{2}} = c \Rightarrow \cot \frac{c}{2} = c$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۷- پاسخ: گزینه ۲



- فرض کنیم تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق پذیر باشد. در این صورت:

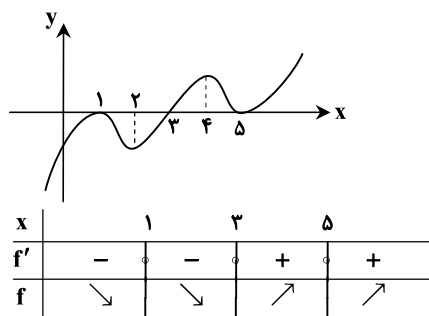
الف) اگر به ازای هر x در (a, b) ، $f'(x) > 0$ ، آنگاه تابع f بر $[a, b]$ صعودی اکید است.

ب) اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) < 0$ ، آنگاه تابع f بر $[a, b]$ نزولی اکید است.

پ) اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) = 0$ ، آنگاه تابع f بر $[a, b]$ یک تابع ثابت است.



با توجه به نمودار، تابع f' در بازه‌های $(1, 2)$ و $(4, 5)$ اکیداً نزولی است. برای یافتن اینکه تابع f در کدام بازه اکیداً صعودی است، کافی است f' را تعیین علامت کنیم:



با توجه به جدول، تابع f در بازه $(3, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

با اشتراک دو بازه به دست آمده داریم:

$$(4, 5) \cap (3, +\infty) = (4, 5)$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۸- پاسخ: گزینه ۲



- برای یافتن اکسترمم مطلق یک تابع کافی است ابتدا مقادیر تابع را در نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه را به دست آوریم. نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.



نمودار داده شده یک نیم دایره است، بنابراین طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$a^2 + b^2 = 1$$

قرار است $S = 3a + 4b$ بیشترین شود، پس S را بر حسب یک متغیر نوشته و ماکزیمم مطلق آن را پیدا می‌کنیم:

$$S = 3a + 4b \Rightarrow S = 3a + 4\sqrt{1-a^2} \Rightarrow S' = 3 - \frac{4a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$S' = 0 \Rightarrow \frac{4a}{\sqrt{1-a^2}} = 3 \Rightarrow 16a^2 = 9(1-a^2) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ a = -\frac{3}{5} \end{cases} \text{ غقی}$$

از طرفی S' در $a = 1$ و $a = -1$ وجود ندارد؛ بنابراین داریم:

$$S = 3a + 4\sqrt{1-a^2} \Rightarrow \begin{cases} S(\frac{3}{5}) = 5 \\ S(1) = 3 \\ S(-1) = -3 \end{cases}$$

بنابراین بیشترین مقدار $3a + 4b$ برابر ۵ است.



از نامساوی $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ استفاده می‌کنیم:

$$(3a + 4b)^2 \leq (3^2 + 4^2)(a^2 + b^2) \Rightarrow (3a + 4b)^2 \leq 25 \times 1 \Rightarrow 3a + 4b \leq 5$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)



- اگر $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو بردار در $\mathbb{R}^3$ باشند، در این صورت ضرب داخلی $\vec{a}$ در $\vec{b}$ را که با نماد $\vec{a} \cdot \vec{b}$ نمایش می‌دهیم، به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$



طبق نکته فوق داریم:

$$\vec{a} = (-2, 4, 1), \quad \vec{b} = (m, -1, 3) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -2m - 4 + 3 = -2 \Rightarrow -2m = -6 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow \vec{b} = (3, -1, 3)$$

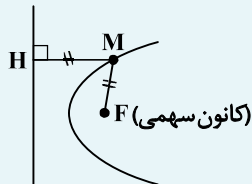
حال اندازه بردار $\vec{b}$ را می‌یابیم.

$$|\vec{b}| = \sqrt{9 + 1 + 9} = \sqrt{19}$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)



- سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.



$$MF = MH$$



طبق تعریف سهمی $AK = AF$ ، پس $AKHF$ یک مربع است؛ بنابراین:

$$AF = FH = 2a$$

بنابراین مطابق شکل داریم:

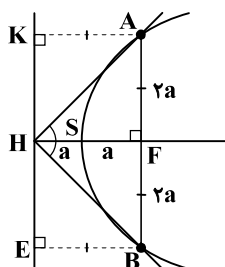
$$AF = FB = FH = 2a$$

پس دو مثلث AHF و BHF قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین اند؛ بنابراین:

$$\hat{AHF} = \hat{FHB} = 45^\circ$$

در مثلث ABH ، ارتفاع FH میانه وارد بر AB است، پس مثلث ABH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)



- برای ماتریس مربعی A ، داریم:

$$A^2 = A \times A$$



ماتریس A^2 را یافته و برابر با $2I$ قرار می‌دهیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 + b & ab - b \\ a - 1 & b + 1 \end{bmatrix} = 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b = 2 \\ ab - b = 0 \\ a - 1 = 0 \\ b + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 1 \Rightarrow a + b = 2$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)



- برای هر ماتریس مربعی مانند A ، وارون ماتریس A (در صورت وجود) ماتریسی است چون B به طوری که $A \times B = B \times A = I$. در این صورت B را وارون A می‌نامیم و با A^{-1} نشان می‌دهیم.

$$A \times B = B \times A = I \Rightarrow A^{-1} = B$$

- برای ماتریس مربعی A ، داریم

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A|, k \in \mathbb{R}$$

$$|A^n| = |A|^n$$



طبق نکات بالا، داریم:

$$(2A - I)^{-1} = 4A^2 + 2A + I \Rightarrow (2A - I)(4A^2 + 2A + I) = I \Rightarrow 8A^3 - I^3 = I \Rightarrow 8A^3 = 2I$$

$$\Rightarrow A^3 = \frac{1}{4}I \Rightarrow |A^3| = \left| \frac{1}{4}I \right| \Rightarrow |A|^3 = \left(\frac{1}{4} \right)^3 |I| \Rightarrow |A|^3 = \left(\frac{1}{4} \right)^3 \Rightarrow |A| = \frac{1}{4}$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)



- در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو معادله و

دو مجهول $\begin{cases} ax + by = e_1 \\ cx + dy = e_2 \end{cases}$ باشند، در این صورت دستگاه مذکور به شکل معادله ماتریسی $AX = B$ نوشته شده و در صورتی که

ماتریس A وارون پذیر باشد یا $|A| \neq 0$ با ضرب A^{-1} از چپ در معادله فوق می‌توان مجهولات را به صورت زیر به دست آورد:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B \Rightarrow (A^{-1}A)X = A^{-1}B \Rightarrow IX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$



$$\begin{cases} ax + by = 4 \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ c' \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ c' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 + c' \\ 12 - 2c' \end{bmatrix} \xrightarrow{y=6} 12 - 2c' = 6 \Rightarrow c' = 3$$

$$\Rightarrow x = 8 + c' = 8 + 3 = 11$$

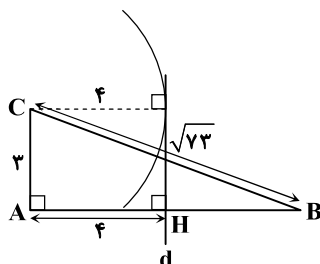
۲۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)



- مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه ثابت A و B در صفحه به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره خط AB است.
- مکان هندسی نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله ثابت r قرار دارند، دایره‌ای به مرکز O و شعاع r است.



با توجه به شکل مقابل داریم:



$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 + 9 = 73 \Rightarrow AB^2 = 64 \Rightarrow AB = 8$$

اکنون خط d (عمود منصف AB) و دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۴ رسم می‌کنیم. محل برخورد

این دایره با خط d جواب مسئله است. چون $AH = \frac{1}{2}AB = 4$ ، پس این دایره بر خط d

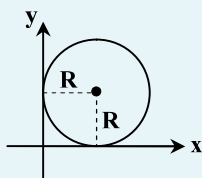
مماس است و مسئله یک جواب دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۲



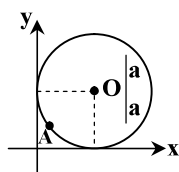
- معادله دایره‌ای به شعاع R که بر محورهای مختصات در ربع اول مماس است، به صورت زیر است:



$$(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$



با توجه به شکل مقابل، معادله دایره به صورت زیر است:



$$(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$$

اکنون با توجه به اینکه دایره از نقطه $A(2, 3)$ می‌گذرد می‌توان نوشت:

$$(2 - a)^2 + (3 - a)^2 = a^2 \Rightarrow 4 + a^2 - 4a + 9 + a^2 - 6a = a^2 \Rightarrow a^2 - 10a + 13 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 52}}{2} = \frac{10 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 5 \pm 2\sqrt{3}$$

پس، مرکز دایره یکی از نقاط $O_1 \begin{vmatrix} 5 + 2\sqrt{3} \\ 5 + 2\sqrt{3} \end{vmatrix}$ یا $O_2 \begin{vmatrix} 5 - 2\sqrt{3} \\ 5 - 2\sqrt{3} \end{vmatrix}$ است. مجموع طول و عرض مرکز دایره در حالت اول برابر $10 + 4\sqrt{3}$ و در

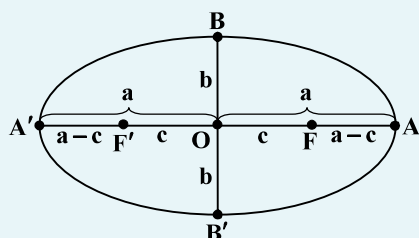
حالت دوم برابر $10 - 4\sqrt{3}$ است. با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۶- پاسخ: گزینه ۴



- در بیضی شکل زیر داریم:



۱) $AA' = 2a$ = طول قطر بزرگ

۲) $BB' = 2b$ = طول قطر کوچک

۳) $FF' = 2c$ = فاصله کانونی

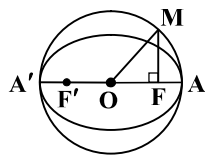
$$۴) a^2 = b^2 + c^2$$

- خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $2a$ و اندازه فاصله کانونی $2c$ برابر

$$\frac{c}{a} \text{ است.}$$



با توجه به شکل مقابل، چون شعاع دایره برابر $OA = a$ است، داریم:



$$OM = OA = a$$

$$OF = c \Rightarrow OM^2 = OF^2 + MF^2 \Rightarrow a^2 = c^2 + MF^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 = c^2 + MF^2 \Rightarrow MF = b \Rightarrow b = 2 \quad (*)$$

خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{3}$ است:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a \Rightarrow c^2 = \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow a^2 - b^2 = \frac{4}{9}a^2$$

$$\Rightarrow a^2 - \frac{4}{9}a^2 = b^2 \Rightarrow \frac{5}{9}a^2 = b^2 \Rightarrow \frac{a\sqrt{5}}{3} = b \xrightarrow{(*)} \frac{a\sqrt{5}}{3} = 2 \Rightarrow a = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

بنابراین:

$$\text{قطر بزرگ} = 2a = 2 \times \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

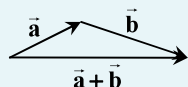
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

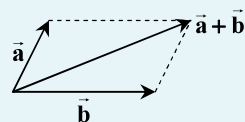


- تعبیر هندسی جمع بردارها:

(الف) روش مثلثی: اگر دو بردار را پشت سر هم رسم کنیم، یعنی ابتدای یکی انتهای دیگری باشد. در این صورت $\vec{a} + \vec{b}$ برداری است که از ابتدای اولی به انتهای دومی رسم می‌شود.



(ب) روش متوازی‌الاضلاع: اگر دو بردار را از مبدأ مشترک رسم کنیم، جمع دو بردار قطری از متوازی‌الاضلاع است که از مبدأ مشترک دو بردار رسم می‌شود.



- برای ۳ نقطه A، B و C روابط برداری زیر برقرار است.

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}, \quad \vec{AB} = -\vec{BA}$$



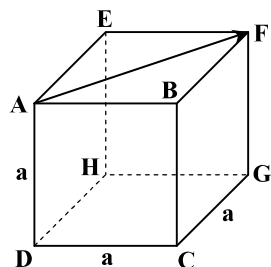
ابتدا عبارت‌های داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$2\vec{AB} + \vec{CG} + \vec{FE} = 2\vec{AB} + \vec{BF} + \vec{FE} = \vec{AB} + (\vec{AB} + \vec{BF} + \vec{FE}) = \vec{AB} + \vec{AE} = \vec{AF}$$

$$\vec{DF} + \vec{GD} - \vec{AD} = (\vec{GD} + \vec{DF}) + \vec{DA} = \vec{GF} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{DA} = 2\vec{DA}$$

حال با فرض اینکه اندازه یال مکعب برابر a باشد، داریم:

$$\frac{|2\vec{AB} + \vec{CG} + \vec{FE}|}{|\vec{DF} + \vec{GD} - \vec{AD}|} = \frac{|\vec{AF}|}{|2\vec{DA}|} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۲



- برای ماتریس مربعی A و عدد حقیقی k، داریم:

- برای هر ماتریس مربعی مانند A، وارون ماتریس A (در صورت وجود) ماتریسی است چون B به طوری که $A \times B = B \times A = I$ در این صورت B را وارون A می‌نامیم و با A^{-1} نشان می‌دهیم:

$$A \times B = B \times A = I \Rightarrow A^{-1} = B$$



A ماتریسی 3×3 است و مطابق فرض سؤال داریم:

$$A^T + 2I = \bar{O} \Rightarrow A^T = -2I \Rightarrow |A^T| = |-2I| \Rightarrow |A^T| = (-2)^3 |I| \Rightarrow |A^T| = (-2)^3 \Rightarrow |A| = -2$$

$$A^T + 2I = \bar{O} \Rightarrow A^T + I + I = \bar{O} \Rightarrow A^T + I^T = -I \Rightarrow (A + I)(A^T - A + I) = -I$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = -(A^T - A + I) = -A^T + A - I$$

حال، حاصل عبارت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$|(A + I)^{-1} + A^T + I| = | -A^T + A - I + A^T + I | = |A| = -2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

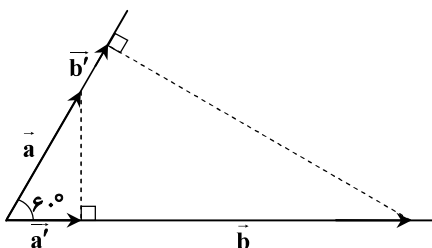


- اگر $0 \leq \theta \leq \pi$ زاویه بین دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در $\mathbb{R}^3$ باشند، آنگاه:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$



مطابق شکل، زاویه بین بردارهای $\vec{a}'$ و $\vec{b}'$ همان زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و برابر 60° است و داریم:



$$\begin{cases} |\vec{a}'| = |\vec{a}| \cos 60^\circ = \frac{1}{2} |\vec{a}| \\ |\vec{b}'| = |\vec{b}| \cos 60^\circ = \frac{1}{2} |\vec{b}| \end{cases}$$

و در نتیجه، خواهیم داشت:

$$\vec{a}' \cdot \vec{b}' = |\vec{a}'| |\vec{b}'| \cos 60^\circ = \frac{1}{2} |\vec{a}| \times \frac{1}{2} |\vec{b}| \cos 60^\circ = \frac{1}{4} (|\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ) = \frac{1}{4} \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

(نکته) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲



- تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$



ابتدا شرایط داده شده برای متغیرها را در معادله جای گذاری می کنیم:

$$\begin{cases} x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 - 2 \geq 0 \Rightarrow y_1 = x_1 - 2 \Rightarrow x_1 = 2 + y_1 & (1) \\ x_2 > 3 \Rightarrow x_2 \geq 4 \Rightarrow x_2 - 4 \geq 0 \Rightarrow y_2 = x_2 - 4 \Rightarrow x_2 = 4 + y_2 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} \xrightarrow{(2)} 2 + y_1 + 4 + y_2 + x_3 = 10 \Rightarrow y_1 + y_2 + x_3 = 4$$

بنابراین مطابق نکته داریم:

$$\text{تعداد جوابها} = \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

۳۱- پاسخ: گزینه ۱



- هرگاه مجموع چند عبارت همواره نامنفی صفر باشد، آنگاه هرکدام از آن‌ها باید صفر باشند.
 - دو گزاره P و Q را هم‌ارز گوییم هرگاه ارزش آن‌ها یکی باشد. در این صورت از هریک می‌توان به دیگری رسید.



عبارت داده شده را ساده می‌کنیم تا به گزاره هم‌ارز آن برسیم:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)^2 = ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2ab = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow (a+b)^2 + a^2 + b^2 = 0$$

با توجه به نکته بالا باید $a = 0$ ، $b = 0$ و $a + b = 0$ باشد که با دورقمی بودن a و b در تناقض است، پس هیچ جوابی وجود ندارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲



- اگر عدد a عدد b را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیح عدد b را نیز می‌شمارد؛ یعنی:

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

- هرگاه عددی دو عدد را بشمارد، آنگاه مجموع و تفاضل آن دو عدد را نیز می‌شمارد.

$$a | b \wedge a | c \Rightarrow a | b \pm c$$



با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$n+3 | n+3 \Rightarrow n+3 | (n+3)(n-3) \Rightarrow n+3 | n^2-9$$

$$\begin{cases} n+3 | n^2+7 \\ n+3 | n^2-9 \end{cases} \Rightarrow n+3 | (n^2+7) - (n^2-9) \Rightarrow n+3 | 16 \Rightarrow \begin{cases} n+3 = \pm 1 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} \emptyset \\ n+3 = \pm 2 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} \emptyset \\ n+3 = \pm 4 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1 : & 4 | 8 \checkmark \\ n+3 = \pm 8 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 5 : & 8 | 22 \checkmark \\ n+3 = \pm 16 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 13 : & 16 | 176 \checkmark \end{cases}$$

بنابراین به‌ازای ۳ عدد طبیعی n، رابطه داده شده برقرار است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۳- پاسخ: گزینه ۴



- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$



با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$\begin{aligned} 19a \equiv 28 \Rightarrow 19a - 13a &\equiv 28 - 2 \times 13 \Rightarrow 6a \equiv 2 \xrightarrow{(2,13)=1} 3a \equiv 1 \Rightarrow 3a \equiv 1 - 13 \Rightarrow 3a \equiv -12 \\ \xrightarrow{(3,13)=1} a &\equiv -4 \Rightarrow a \equiv -4 + 13 \Rightarrow a \equiv 9 \xrightarrow{\text{طبق تعریف همبشت}} a = 13k + 9 \xrightarrow{k=7} a = 100 \end{aligned}$$

رقم یکان $a = 100$ برابر صفر است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)



- اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر است با:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

- در گراف k -منتظم مرتبه p با اندازه q داریم: $kp = 2q$



مطابق نکات، می توان نوشت:

$$q(G) + q(\bar{G}) = q(K_p) \Rightarrow q(G) + \delta q(G) = q(K_p) \Rightarrow 2q(G) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4q(G) = p(p-1)$$

گراف G ، ۴-منتظم است، یعنی درجه تمام رأس های آن ۴ می باشد و رابطه روبهرو برقرار است:

$$kp = 2q(G) \Rightarrow 4p = 2q(G) \Rightarrow q(G) = 2p$$

بنابراین:

$$4q(G) = p(p-1) \Rightarrow 4 \times 2p = p(p-1) \Rightarrow 4p = p(p-1) \Rightarrow 4 = p-1 \Rightarrow p = 5 \Rightarrow q(G) = 2 \times 5 = 10$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)



- می توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه همبشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- دو طرف یک رابطه همبشتی را می توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$$



برای اینکه عدد $5^n - 1$ بر ۷ بخش پذیر باشد، باید داشته باشیم: $5^n - 1 \equiv 0$ یعنی: $5^n \equiv 1$

$$5^2 \equiv 25 \equiv 25 - 3 \times 7 \equiv 4 \xrightarrow{\times 5} 5^3 \equiv 20 \equiv 20 - 3 \times 7 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 5^6 \equiv 1 \Rightarrow (5^6)^k \equiv 1^k \Rightarrow 5^{6k} \equiv 1$$

پس برای برقراری رابطه $5^n \equiv 1$ باید داشته باشیم $n = 6k$. حال تعداد اعداد سه رقمی n را به دست می آوریم.

$$100 \leq n \leq 999 \xrightarrow{n=6k} 100 \leq 6k \leq 999 \Rightarrow 17 \leq k \leq 166$$

بنابراین تعداد اعداد سه رقمی n که در رابطه مورد نظر صدق می کنند، برابر است با:

$$166 - 17 + 1 = 150$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

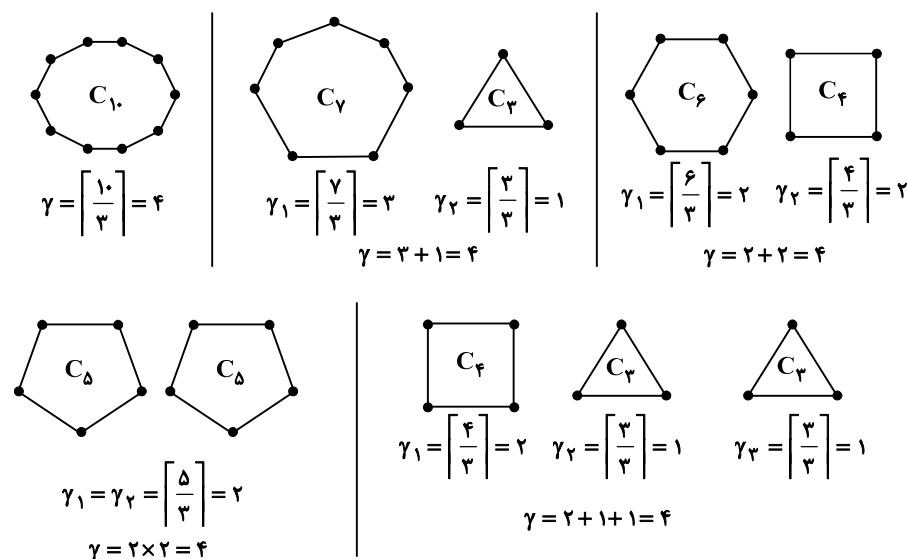
۳۶- پاسخ: گزینه ۱



- زیرمجموعه D از مجموعه رئوس گراف G را مجموعه احاطه گر می نامیم هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.
- در بین تمام مجموعه های احاطه گر G، مجموعه یا مجموعه هایی که کمترین تعداد عضو را داشته باشند، مجموعه احاطه گر مینیمم (γ- مجموعه) می نامیم و تعداد اعضای آن ها را عدد احاطه گری گراف G گویند و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می دهند.
- عدد احاطه گری گراف های C_n و P_n برابر $\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$ است و عدد احاطه گری گراف مکمل آن ها همواره برابر ۲ است.
- گراف های ۲- منتظم را می توان به کمک اجتماع گراف های C_n به صورت ناهمبند رسم کرد.



با توجه به نکته ۴، گراف ۲- منتظم مرتبه ۱۰ را می توان به شکل های زیر رسم نمود که با توجه به نکته ۳، عدد احاطه گری هریک قابل محاسبه است.



بنابراین اختلاف عدد احاطه گری گراف ۲- منتظم مرتبه ۱۰ در حالت همبند با ناهمبند برابر صفر است و گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۷- پاسخ: گزینه ۱



- برای دو مجموعه دلخواه A و B داریم:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



اگر مجموعه A را کلمات چهار حرفی شامل a در نظر بگیریم، داریم:

$$|A| = \binom{5}{3} \times 4! = 10 \times 24 = 240$$

و همچنین اگر مجموعه B را کلمات چهار حرفی شامل b در نظر بگیریم، داریم:

$$|B| = |A| = 240$$

$A \cap B$ مجموعه کلمات چهار حرفی شامل a و b هستند و تعدادشان برابر است با:

$$|A \cap B| = \binom{4}{2} \times 4! = 6 \times 24 = 144$$

و در نتیجه با توجه به نکته، خواهیم داشت:

$$|A \cup B| = 240 + 240 - 144 = 336$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۳۸- پاسخ: گزینه ۴



- یک جدول مربعی از اعداد ۱، ۲، ... و n به شکل یک مربع $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ... و n پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، «مربع لاتین» می‌نامیم. (به هر یک از اعداد درون مربع لاتین یک درایه می‌گوییم).

- دو مربع لاتین متعامد: فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند به طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه آن حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B (و یا برعکس) است. در این صورت می‌گوییم دو مربع لاتین A و B «متعامدند» هرگاه هیچ یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.



ابتدا مربع صورت سؤال را کامل می‌کنیم:

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

با کامل کردن مربع‌های لاتین گزینه‌ها، هریک از آن‌ها را برای متعامد بودن با مربع داده شده در صورت سؤال مقایسه می‌کنیم:

گزینه ۱

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

⇒

۱۳	۲۱	۳۲
۲۲	۳۳	۱۱
۳۱	۱۲	۲۳

✓

گزینه ۲

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

⇒

۲۳	۱۱	۳۲
۱۲	۳۳	۲۱
۳۱	۲۲	۱۳

✓

گزینه ۳

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

⇒

۳۳	۲۱	۱۲
۲۲	۱۳	۳۱
۱۱	۳۲	۲۳

✓

گزینه ۴

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

⇒

۱۳	۲۱	۳۲
۳۲	۱۳	۲۱
۲۱	۳۲	۱۳

✗

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۳



- اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، اعداد صحیح q و r یافت می‌شوند به طوری که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$ که در آن a مقسوم، b مقسوم‌علیه، q خارج قسمت و r باقی‌مانده می‌باشد.

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} ; a | b \xleftrightarrow{q \in \mathbb{Z}} \begin{cases} b = aq \\ a \text{ مقسوم‌علیه } b \text{ است.} \end{cases}$$



با توجه به نکته ۱، داریم:

$$4a + 12 = aq + 2r$$

$$2a + 3 = aq' + r \xrightarrow{\times 2} 4a + 6 = 2aq' + 2r$$

طرفین دو رابطه بالا را از هم کم می کنیم:

$$(4a + 12) - (4a + 6) = aq + 2r - 2aq' - 2r \Rightarrow 6 = a \underbrace{(q - 2q')}_{q''}$$

$$\Rightarrow 6 = aq'' \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \mid 6 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \in \{1, 2, 3, 6\}$$

بر حسب مقادیر a ، داریم:

$$a = 1 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 12 = 16 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۱} = 0 \quad \checkmark \\ 2a + 3 = 5 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۱} = 0 \end{cases}$$

$$a = 2 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 12 = 20 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۲} = 0 \quad \times \\ 2a + 3 = 7 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۲} = 1 \end{cases}$$

$$a = 3 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 12 = 24 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۳} = 0 \quad \checkmark \\ 2a + 3 = 9 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۳} = 0 \end{cases}$$

$$a = 6 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 12 = 36 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۶} = 0 \quad \times \\ 2a + 3 = 15 \Rightarrow \text{باقی مانده بر ۶} = 3 \end{cases}$$

پس برای a ، ۲ مقدار طبیعی ۱ و ۳ یافت می شود و گزینه ۳ پاسخ است.۴۰- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)**

- گراف G را همبند گوئیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر موجود باشد. اگر G همبند نباشد، ناهمبند است.
 - دنباله $v_1 v_2 v_3 \dots v_n$ ($n \geq 3$) از رئوس دوبه دو متمایز که در آن هر رأس به رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می نامیم.

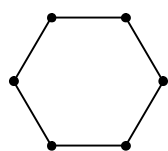


حالت های مختلف گراف را بررسی می کنیم:

$$p + q = 12 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} p & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline q & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

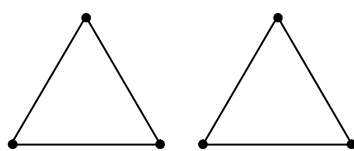
↓ گراف تشکیل نمی شوند
نامنتظم

گراف منتظم از مرتبه ۶ و اندازه ۶ یک گراف ۲- منتظم مرتبه ۶ است که به دو نوع قابل رسم است:



همبند

غیر قابل قبول



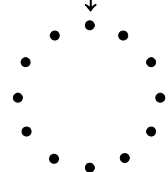
ناهمبند

✓

دور ۲

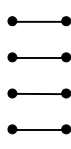
و اینک ادامه حالت های گراف:

$p = 12$	$p = 11$	$p = 10$	$p = 9$	$p = 8$	$p = 7$
$q = 0$	$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$	$q = 5$
✓	×	×	×	✓	×
ناهمبند و منتظم	نامنتظم			ناهمبند و منتظم	نامنتظم



صفر دور

۰- منتظم مرتبه ۱۲



صفر دور

۱- منتظم مرتبه ۸

بنابراین گراف G حداکثر ۲ دور دارد و گزینه ۲ پاسخ است.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)



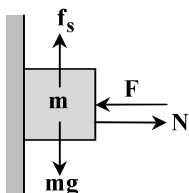
وقتی نور تکفام از لبه‌ها و شکاف یک تیغ تیز عبور می‌کند و سپس بر یک پرده می‌تابد، نقشی روی پرده ایجاد می‌شود که حاصل پدیده‌های پراش و تداخل است.

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)



جسم در هر دو حالت ساکن است و در این صورت $f_s = mg$ خواهد بود. بنابراین افزایش نیروی F تأثیری در نیروی اصطکاک ندارد.



۴۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$p = mv \text{ و } T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{60}{20} = 3 \text{ s}$$

$$\Rightarrow F_{net} = \frac{mv^2}{r} = mv \cdot \frac{v}{r} = p \times \frac{2\pi}{T} = 50 \times \frac{2 \times 3}{3} = 100 \text{ N}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)



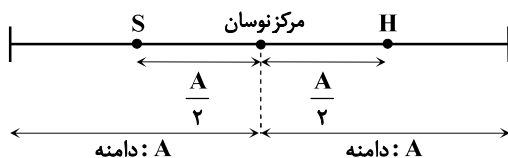
یک هسته برانگیخته با تابش پرتوهای گاما می‌تواند به حالت پایه برسد.

۴۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



در هر دوره مسافت $4A$ طی می‌شود؛ بنابراین دامنه نوسان 20 cm است. برای اینکه نوسانگر در کمترین زمان ممکن، مسافت A را طی کند، باید بیشترین تندی را داشته باشد. در واقع نوسانگر باید از فاصله $\frac{A}{2}$ در یک طرف مرکز به فاصله $\frac{A}{2}$ از مرکز در طرف مخالف برسد.

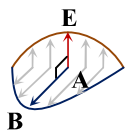


زمان لازم برای طی کردن مسافت $\frac{A}{2}$ تا مرکز به اندازه $\frac{T}{12}$ است. بنابراین زمان لازم برای اینکه نوسانگر از S به H برسد، معادل

$$\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \text{ است.}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

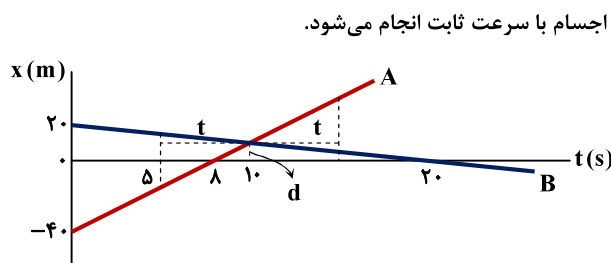
۴۶- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به جهت بردارهای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ و استفاده از قاعده دست راست، جهت انتشار موج، جهت مثبت محور x است و در نقطه A میدان الکتریکی و مغناطیسی به تبعیت از ذره قبلی (سمت چپی) در حال کاهش هستند. ثانیاً بسامد تغییرات میدان الکتریکی و مغناطیسی در موج الکترومغناطیسی یکسان است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به اینکه نمودارها به صورت خط راست می باشند یعنی حرکت اجسام با سرعت ثابت انجام می شود. با استفاده از شیب نمودار مکان- زمان ابتدا سرعت متحرک های A و B را حساب می کنیم:

$$v_A = \frac{20 - (-40)}{20} = \frac{60}{20} = 3 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{d}{10 - 0} = \frac{d}{10} = 3$$

$$\Rightarrow d = 30 \text{ m}$$

$$v_B = \frac{-40 - 20}{20} = -\frac{60}{20} = -3 \frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله مکان- زمان در حرکت با سرعت ثابت، مکان اولیه جسم B را مشخص می کنیم:

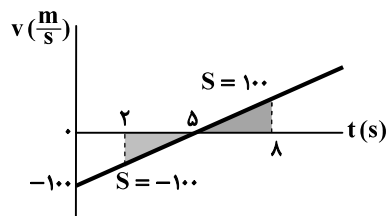
$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{t=10s} 0 = (-3 \times 10) + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = 30 \text{ m}$$

در این صورت مدت زمان خواسته شده برابر است با:

$$\frac{t}{10} = \frac{15}{60} \Rightarrow t = 2.5 \text{ s} \Rightarrow 2t = 2 \times 2.5 = 5 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۱



نمودار مکان- زمان به صورت سهمی است. پس حرکت با شتاب ثابت انجام شده است. یعنی نمودار سرعت- زمان به صورت خطی می باشد. با استفاده از مقایسه سطح زیر نمودار در مدت زمان های مشخص شده داریم: (در لحظه $t = \frac{2+8}{2} = 5 \text{ s}$ سرعت برابر صفر است).

$$\Rightarrow \left(\frac{5-2}{5} \right) 2 = \frac{100}{|S_{0,5}|} = \frac{9}{25} \Rightarrow |S_{0,5}| = \frac{2500}{9} \text{ m}$$

$$0 \leq t < 8 \Rightarrow \Delta x = -\frac{2500}{9} + 100 = -\frac{1600}{9} \text{ m}$$

در این صورت جابه جایی انجام شده در مدت زمان ۸ ثانیه برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\frac{1600}{9}}{8} = -\frac{1600}{72} = -\frac{200}{9} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{200}{9} \frac{m}{s}$$

پس سرعت متوسط برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۴



با توجه به شکل مسیر حرکت نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} \ell = AC + CD + DB = 3BC \\ \Delta x = AB = 2BC \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{3}{2}$$

$$s_{av} = |v_{av}| + 8 \Rightarrow \frac{4}{3} |v_{av}| = 8 \Rightarrow |v_{av}| = 6 \frac{m}{s}$$

$$|v_{av}| = \frac{AB}{10} \Rightarrow 6 = \frac{AB}{10} \Rightarrow AB = 60 \text{ m} \Rightarrow AC = 40 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲



جملات «ب» و «پ» درست و جملات «الف» و «ت» نادرست هستند.

الف) عوض شدن جهت حرکت در $\max$ و $\min$ های منحنی $x-t$ هستند که در مدت $t=0$ تا $t=t_p$ یک مرتبه است.

ب) شیب مماس بر نمودار $x-t$ سرعت لحظه‌ای است، $v(0)=0$ و $v(t_p)<0$ پس Δv منفی و a_{av} هم منفی است.

پ و ت) به اندازه شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ توجه کنید. اگر شیب در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است و اگر در حال کاهش باشد حرکت کندشونده است.

از $t=0$ تا $t=t_1$ حرکت همواره تندشونده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۱- پاسخ: گزینه ۱



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x(v_s)=0} 0 = \frac{49}{2}a + 7v_0 + 28 \Rightarrow 3/5a + v_0 = -4$$

طبق تقارن سهمی، در $t = \frac{0+6}{2} = 3s$ (رأس سهمی)، سرعت صفر است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3a + v_0 \Rightarrow \begin{cases} 3a + v_0 = 0 \\ 3/5a + v_0 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{12}{5} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = +\frac{36}{5} \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$x(3s) = \frac{1}{2} \times (-\frac{12}{5}) \times 3^2 + 3 \times \frac{36}{5} + 28 = -\frac{36}{5} + \frac{108}{5} + 28 = \frac{72}{5} + 28 = \frac{200}{5} = 40m$$

$$\ell = |\Delta x(0, 3s)| + |\Delta x(3s, 7s)| = (64 - 28) + |0 - 64| = 36 + 64 = 100m$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۲- پاسخ: گزینه ۱



فاصله محل رها شدن سنگ تا موقعیتی که فاصله تا زمین ۳۰ متر است.

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow 10^2 - 0 = 20\Delta y \Rightarrow \Delta y = 5m$$

$$\text{مسافت کل: } h = 5 + 30 = 35m$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 35 = 5t^2 \Rightarrow t = \sqrt{7}s$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳



اگر عمق چاه را h در نظر بگیریم، مدت زمان رسیدن سنگ به ته چاه (Δt_1) و مدت زمان رسیدن صوت برخورد سنگ به ته چاه تا گوش شخص (Δt_2) برابر است با:

$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow -h = -5(\Delta t_1)^2 \Rightarrow \Delta t_1 = \sqrt{\frac{h}{5}}$$

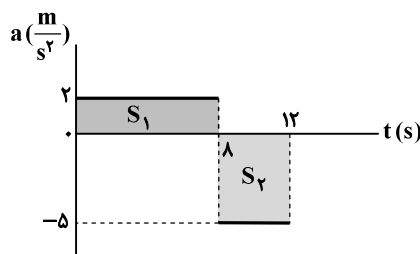
$$\Delta y_2 = v\Delta t_2 \Rightarrow h = 320\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{h}{320}$$

با توجه به صورت تست $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 4/25s$ است، بنابراین:

$$\sqrt{\frac{h}{5}} + \frac{h}{320} = 4/25 \Rightarrow h = 80m$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان با تغییرات سرعت برابر است. در این صورت سرعت متحرک در دو لحظه $t_1 = 8s$ و $t_2 = 12s$ را حساب می‌کنیم.

$$S_1 = 2 \times 8 = 16 = v_8 - v_0 \Rightarrow v_8 = 2 \cdot \frac{m}{s}$$

$$S_2 = 4 \times -5 = -20 = v_{12} - v_8 \Rightarrow v_{12} = 0$$

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_0}{12 - 0} = \frac{0 - 2}{12} = -\frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$$

اکنون جابه‌جایی انجام‌شده توسط متحرک را در دو بازه زمانی $(0-8s)$ و $(8-12s)$ می‌یابیم:

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_8}{2} \times t = \frac{0 + 2}{2} \times 8 = 8 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{v_8 + v_{12}}{2} \times t' = \frac{2 + 0}{2} \times 4 = 4 \text{ m}$$

سرعت متوسط در کل مدت زمان حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{12} = \frac{8 + 4}{12} = \frac{12}{12} = 1 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۵- پاسخ: گزینه ۲



$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

$$\Delta x_{(0,5s)} = \frac{v(0) + v(5)}{2} \times 5$$

$$\Delta x_{(5s,10s)} = \frac{v(5) + v(10)}{2} \times 5$$

$$\Rightarrow 12/5 = \frac{v(10) - v(0)}{2} \times 5 \Rightarrow v(10) - v(0) = 5 \xrightarrow{\Delta v = a \cdot \Delta t} 10 \cdot a = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 20 + v_0 \Rightarrow v_0 = 14 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 100 + 14 \times 10 = 165 \text{ m}$$

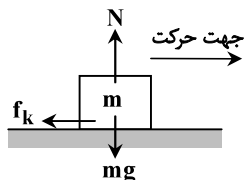


- در حرکت با شتاب ثابت a ، جابه‌جایی در هر t ثانیه از جابه‌جایی در t ثانیه قبلی به مقدار at^2 بیشتر است، پس می‌توان گفت:

$$a \times 5^2 = 12/5 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۶- پاسخ: گزینه ۲



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2a \times 5 \Rightarrow a = -1/5 \frac{m}{s^2}$$

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = m \times (-1/5) \Rightarrow \mu_k = 0/16$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$W = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \begin{cases} W_1 = G \frac{M_e m}{R_e^2} \\ W_2 = G \frac{M_e m}{(\frac{3}{2} R_e)^2} = \frac{4}{9} W_1 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{4}{9}, \frac{W_2}{W_1} = \frac{4}{9}, W_1 - W_2 = \frac{5}{9} W_1, W_2 - W_3 = \frac{7}{36} W_1 \\ W_3 = G \frac{M_e m}{(2 R_e)^2} = \frac{W_1}{4} \end{cases}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 30 - f_k = 10 \times 2 \Rightarrow f_k = 10 N$$

در حالت دوم f_k دو برابر حالت اول می‌شود:

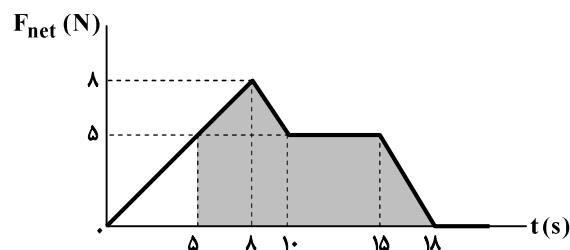
$$f'_k = \mu_k \cdot F'_N = \mu_k m' g \Rightarrow f'_k = 20 N$$

$$a' = \frac{F_{net}}{m} = \frac{30 - 20}{10 + 10} = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

$$a' = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 0.5 = \frac{10 - 0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 20 s$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



مساحت محصور به منحنی $F_{net} - t$ و محور افقی در هر بازه زمانی برابر ΔP در آن بازه زمانی است.

$$S = \frac{5 \times 5}{2} + 10 \times 5 + \frac{5 \times 3}{2} = 65 Ns$$

$$\Delta p = m(v_2 - v_1) \Rightarrow 65 = 5(v - (-6)) \Rightarrow v = 7 \frac{m}{s}$$

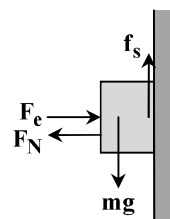
از $t = 18s$ به بعد، سرعت جسم $7 \frac{m}{s} +$ است.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



طول عادی فنر $60 cm$ و طول آن در این حالت $40 cm$ است، یعنی فنر $20 cm$ فشرده شده است. نیروی عمود بر سطح که هر وزنه را بر دیوار می‌فشارد، همان نیروی فنر است ($F_e = kx$):



$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_N = F_e \\ f_s = mg = 40 N \end{cases}$$

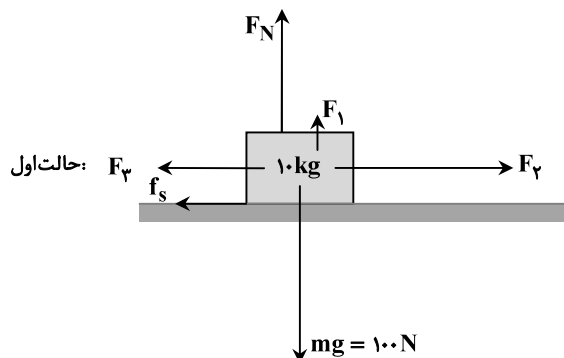
چون وزنه در آستانه لغزیدن است، $f_s = f_{s,max} = \mu_s F_N$ می‌شود و داریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow 40 = 0.8 \times F_e = 0.8 \times k \times 0.2 \Rightarrow k = \frac{40}{0.8 \times 0.2} = 250 \frac{N}{m}$$



- نیروی کشسانی فنر در هر دو سر آن هم‌اندازه است؛ یعنی هر دو وزنه با نیروی $F_e = kx$ بر سطح دیوار فشرده می‌شوند.

۶۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)



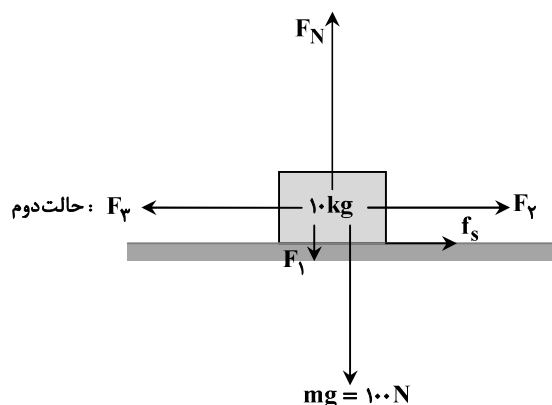
$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_N - mg = 0 \Rightarrow 20 + F_N - 100 = 0$$

$$\Rightarrow F_N = 80 \text{ N}$$

$$(F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow F_2 - F_3 - f_s = 0 \Rightarrow 100 - 60 - f_s = 0$$

$$\Rightarrow f_s = 40 \text{ N}$$

$$f_s \leq \mu_s F_N \Rightarrow \frac{40}{80} \leq \mu_s \Rightarrow 0.5 \leq \mu_s$$



$$(F_{\text{net}})_y = 0 \Rightarrow F_N - 20 - 100 = 0 \Rightarrow F_N = 120 \text{ N}$$

$$(F_{\text{net}})_x = 0 \Rightarrow 100 - 60 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 40 \text{ N}$$

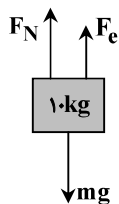
سؤال: آیا f_s می‌تواند 40 N باشد؟

پاسخ: بله، می‌تواند؛ چون:

$$40 < 120 \mu_s \quad (\mu_s \geq 0.5)$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{40^2 + 120^2} = 40\sqrt{1+3^2} = 40\sqrt{10} \text{ N}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$v = at + v_0 \Rightarrow 1 = 2a + 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e + F_N - mg = ma \Rightarrow 30 + F_N - 100 = 10 \times \frac{1}{2} \Rightarrow F_N = 90 \text{ N}$$

$$F' = F_N = 90 \text{ N}$$



۶۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

علت نادرستی گزینه ۲: در لحظه $t = 8 \text{ s}$ شنونده در حال دور شدن از چشمه است. بنابراین طبق $\frac{\text{دریافتی}}{\lambda} = \frac{v}{\text{دریافتی}}$ با کاهش سرعت

دریافتی، بسامد دریافتی کمتر از 800 Hz خواهد بود.



$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{100}{100}\right)^2 = 1 \Rightarrow \text{شنونده به فاصله ۱۰۰ متری از چشمه می‌رسد: } t = 10 \text{ s}$$

گزینه ۳: طول موج دریافتی، با حرکت چشمه صوت تغییر می‌کند، چون چشمه ساکن است بنابراین طول موج دریافتی ثابت باقی می‌ماند.

گزینه ۴: در لحظه $t = 4 \text{ s}$ شنونده به فاصله ۲۰ متری از چشمه می‌رسد.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \Delta \beta = 10 \log \left(\frac{100}{20}\right)^2 = 20 \log 5 = 14 \text{ dB}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۴- پاسخ: گزینه ۱



دوره نوسان برابر با $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25} s$ است و مدت زمان $\frac{1}{100} s$ برابر با $\frac{1}{4}$ دوره است $(\Delta t = \frac{T}{4})$. در مدت $\frac{T}{4}$ نقاط قله‌ها و دره‌ها به وضع تعادل ($y = 0$) می‌رسند و نقاطی که در وضع تعادل بوده‌اند با توجه به جهت حرکت موج به قله یا دره می‌رسند. در این شکل موج، نقطه‌ای که دقیقاً روی محور y نوسان می‌کند به سمت پایین در حرکت است. بنابراین این نقطه پس از $\frac{T}{4}$ به $y = -A$ می‌رسد. بنابراین گزینه ۱ شکل درست را نشان می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱



اگر T دوره تناوب نوسان‌کننده وزنه- فنر باشد، وزنه پس از مدت زمان $\frac{T}{4}$ از شروع حرکت برای اولین بار از نقطه تعادل عبور می‌کند، بنابراین:

$$\frac{T}{4} = 75 \times 10^{-3} s \Rightarrow T = 0.3 s$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0.3 = 2\pi \sqrt{\frac{0.1}{k}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \sqrt{\frac{0.1}{k}} \Rightarrow \frac{1}{400} = \frac{0.1}{k} \Rightarrow k = 40 \frac{N}{m}$$

تندی وزنه در لحظه عبور از نقطه تعادل، بیشینه است، پس داریم:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow 1/2 = A \times \frac{2\pi}{0.3} \Rightarrow 1/2 = A \times \frac{2 \times 3}{0.3} \Rightarrow A = \frac{1/2}{20} = 0.06 m$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۶- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۳ درست است.
گزینه ۳: در عبور موج از بخش ضخیم طناب به بخش نازک آن تندی موج افزایش می‌یابد ولی بسامد موج که وابسته به منبع است، ثابت می‌ماند و با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج افزایش می‌یابد.



گزینه ۱: امواج تخت پس از بازتاب از یک سطح کاو در کانون سطح کاو جمع می‌شوند. مانند آنتن‌های بشقابی.
گزینه ۲: برای بازتاب پخشنده باید طول موج کوچک‌تر از ابعاد ناهمواری‌های سطح باشد.
گزینه ۴: دیده شدن صفحه کاغذ ناشی از بازتاب پخشنده است. در بازتاب پخشنده نیز قانون عمومی بازتاب برقرار است و زاویه تابش با زاویه بازتابش برابر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۷- پاسخ: گزینه ۴



مضرب فرد از یک سر تار 30 cm و از سر دیگر آن 50 cm است و هر دوی این‌ها مضارب فرد هستند. بزرگ‌ترین عددی که ۳۰ و ۵۰ مضرب فرد آن باشند ۱۰ است؛ بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.4 = \frac{100}{f} \Rightarrow f_{min} = 250 \text{ Hz}$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0.02}{0.8} = \frac{1}{40} = 2/5 \times 10^{-2} \frac{kg}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{2/5 \times 10^{-2}}} = 100 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda_{max} = 40 \text{ cm}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



زاویه تابش، زاویه میان پرتوی تابش و خط عمود بر مرز جداکننده دو محیط است، بنابراین:

$$\theta_1 = 53^\circ, \theta_2 = 30^\circ$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.8}{0.5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{n_2}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow n_2 = 8 \Rightarrow n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3 \times 10^8}{8} \Rightarrow v = 3.75 \times 10^7 \text{ m/s}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۶۹- پاسخ: گزینه ۴



$$K_{\max 1} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$K_{\max 2} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{2hc}{\lambda} - W_0 = \frac{2hc}{\lambda} - 2W_0 + W_0$$

$$K_{\max 2} = 2\left(\frac{hc}{\lambda} - W_0\right) + W_0 = 2K_{\max 1} + W_0 > 2K_{\max 1}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۷۰- پاسخ: گزینه ۴



$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0.8 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + 100} = 0.8 \Rightarrow \lambda_1 = 0.8\lambda_1 + 80 \Rightarrow 0.2\lambda_1 = 80 \Rightarrow \lambda_1 = 400 \text{ nm}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

خط سوم رشته بالمر، به ازای $n = 5$ ایجاد می شود (چرا؟) و داریم:

$$E = E_U - E_L = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) = E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = E_R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) = 0.21 E_R$$

$$\text{در ناحیه امواج مرئی قرار دارد. } \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) = \frac{21}{10000} \Rightarrow \lambda = \frac{10000}{21} = 475 \text{ nm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۲- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۲ درست است.



گزینه ۱: نوترون های سریع (تند) با احتمال بسیار بیشتری توسط ^{238}U جذب می شوند اما باعث شکافت نمی شوند.
گزینه های ۳ و ۴ در مورد میله های کنترل درست هستند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

اولین حالت برانگیخته، $n = 2$ و سومین حالت برانگیخته $n = 4$ است.

$$hf = E_f - E_r = \frac{-E_R}{16} - \frac{-E_R}{4} = \frac{3E_R}{16} = \frac{3 \times 13.6}{16} = 2.55 \text{ eV}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳



$\frac{3}{4} N_0$ واپاشیده شده است؛ بنابراین $N = \frac{N_0}{4}$ باقی مانده است.

$$N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2} \Rightarrow 120 = 2T_1 \Rightarrow T_1 = 60 \text{ سال}$$

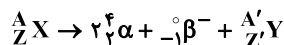
$$t = 300 \text{ year} = 5T_1 \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^5} = \frac{N_0}{32} = \frac{N_0}{32}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲



ذره α ، دو بار مثبت و ذره β^- یک بار منفی است. پس عدد اتمی ۳ واحد کمتر خواهد شد.



$$Z = Z' + 2 \times 2 + 1 \times (-1) = Z' + 3 \Rightarrow Z' = Z - 3$$

شیمی

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۱



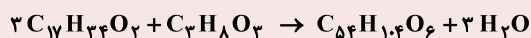
فقط عبارت «دوم» درست است.

ساختار A، مولکول یک اسید آلی با زنجیر کربنی کوچک را نشان می‌دهد (پروپانویک اسید) و ساختار B مربوط به مولکول یک اسید آلی با زنجیر کربنی بزرگ (اسید چرب) است. ترکیب B در مجموع ناقطبی است و در هگزان حل می‌شود.



عبارت «اول»: با افزایش شمار اتم‌های کربن در کربوکسیلیک اسیدها، قدرت اسیدی (ثابت یونش) آن‌ها کاهش می‌یابد.
عبارت «سوم»: از اسیدهای چرب (برای مثال ترکیب B) می‌توان برای تهیه صابون جامد استفاده کرد. زنجیر کربنی ترکیب A کوچک است و نمک سدیم آن، صابون به حساب نمی‌آید.

عبارت «چهارم»: فرمول ترکیب B به صورت $C_{17}H_{34}O_2$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:



▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۱



سوسپانسیون همانند کلئید، نور را پخش می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

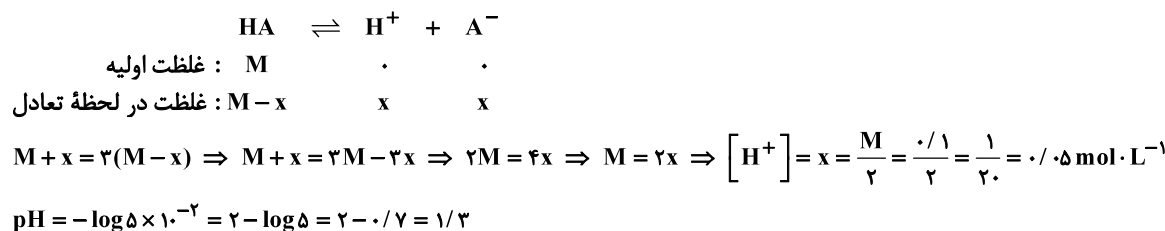
۷۸- پاسخ: گزینه ۴



پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی خاصیت بازی دارند.

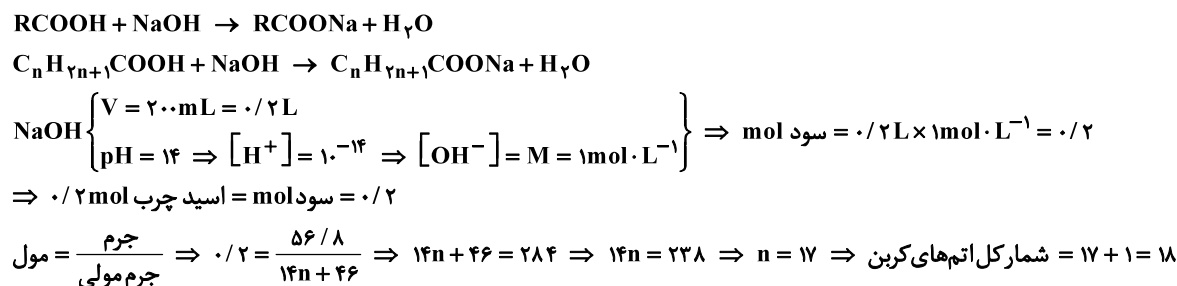
۷۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



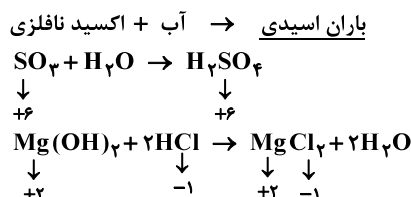
۸۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

فرمول R یا همان زنجیر کربنی سیرشده، $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$ است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

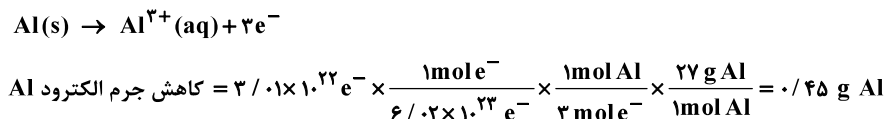
واکنش‌های «ب» و «ت» از نوع اکسایش-کاهش نیستند.
طبق صفحه ۲۴ کتاب درسی، باران اسیدی شامل سولفوریک اسید و نیتریک اسید است.

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



در سلول گالوانی حاصل، به دلیل قدرت کاهندگی بیشتر آلومینیوم در مقایسه با مس، الکتروآلومینیوم نقش آند را دارد. در نیم سلول آلومینیوم اکسایش رخ داده و جرم الکتروود کاهش می‌یابد. معادله نیم‌واکنش اکسایش انجام شده به صورت زیر است:



۸۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)



در برخی سلول‌های الکترولیتی مانند آبکاری و فرآیند هال، الکتروودها در واکنش اکسایش-کاهش شرکت می‌کنند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۸۴- پاسخ: گزینه ۱



عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

الف) در سری الکتروشیمیایی، نمک فلز بالاتر را نمی‌توان در ظرفی از جنس فلز پایین‌تر نگهداری کرد؛ زیرا با آن واکنش می‌دهد.

ت) ولتاژ سلول Ni-Cu بیشتر از ۰/۵۵ ولت است.

$$emf = E_{Cu}^{\circ} - E_{Ni}^{\circ} = 0/34 - (-0/25) = 0/59 V$$

ب) Zn^{2+} اکسند است و کاهنده نیست. در اصل گونه Zn کاهنده‌تر از سایر گونه‌هاست.پ) بیشترین ولتاژ در بین سلول‌های ممکن مربوط به $Zn - Cu$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۸۵- پاسخ: گزینه ۱



معادله کلی موازنه‌شده در فرآیند برقکافت سدیم کلرید مذاب چنین است:



$$? \text{ mole}^- : 0/56 L Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{22/4 L Cl_2} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } Cl_2} = 0/5 \text{ mole}^-$$

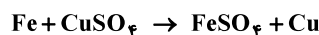
معادله کلی موازنه‌شده در فرآیند هال چنین است:



$$? \text{ mol } CO_2 : 0/5 \text{ mole}^- \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{12 \text{ mole}^-} = 0/125 \text{ mol } CO_2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

اگر ۱ مول $CuSO_4$ مصرف شود، تغییر جرم مواد جامد ۸ گرم خواهد بود ($64 - 56 = 8$) و با توجه به افزایش جرم ۴ گرمی مواد جامد ($56 - 4 = 52$) می‌توان گفت که ۰/۵ مول $CuSO_4$ مصرف شده است.

$$0/5 = (2/5 \text{ mol} \cdot L^{-1} \times 0/4 L) - \text{مقدار مول } CuSO_4 \text{ مصرف‌شده} - \text{مقدار مول } CuSO_4 \text{ اولیه} = \text{مقدار مول } CuSO_4 \text{ باقی‌مانده}$$

$$= 1 - 0/5 = 0/5 \text{ mol}$$

$$\text{غلظت } CuSO_4 \text{ در محلول} = \frac{0/5 \text{ mol}}{0/4 L} = 1/25 M$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

غلظت یون هیدرونیوم در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن برابر با ۱ مولار و pH آن برابر صفر است. با گذشت زمان، غلظت یون هیدرونیوم در محلول الکترولیت کاهش یافته است (pH افزایش یافته)، یعنی در نیم‌سلول هیدروژن یون‌های هیدروژن با دریافت الکترون کاهش یافته و به گاز هیدروژن تبدیل شده‌اند ($2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow H_2(g)$); بنابراین نیم‌سلول هیدروژن، کاتد و قطب مثبت سلول گالوانی است.

$$[H^+]_{\text{ثانویه}} = 10^{-0/3} = 10^{-1} \times 10^{+0/7} = 10^{-1} \times 5 = 0/5 M$$

$$\Delta[H^+] = 1 - 0/5 = 0/5 M$$

$$\Delta \text{mol } H^+ = 0/5 M \times 0/5 L = 0/25$$

$$0/25 \text{ mol } H^+ \times \frac{2 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol } H^+} \times \frac{6/02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 1/505 \times 10^{23} e^-$$

$$\text{تعداد الکترون‌های مبادله‌شده}$$

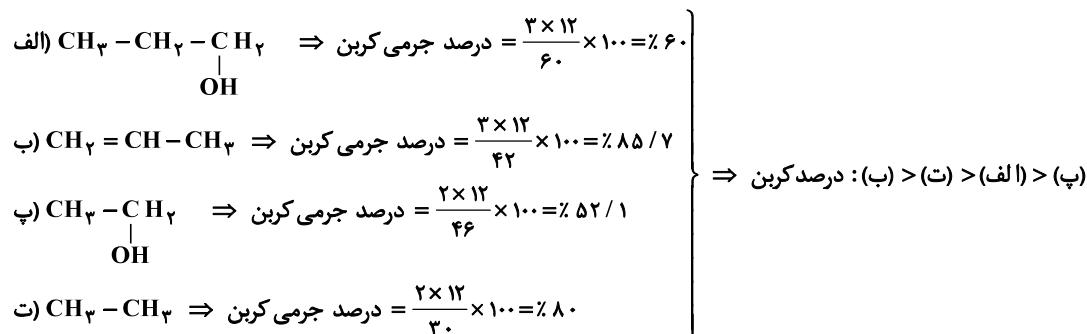
۸۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

گزینه ۱: $4 - 6 = -2$ گزینه ۲: $4 - 3 = +1$ گزینه ۳: $4 - 5 = -1$ گزینه ۴: $4 - 1 = +3$

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



۹۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)



جامدهای کووالانسی، ساختاری به هم پیوسته و غول آسا دارند و دیرگدازند.

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



فقط عبارت «اول» درست است.



عبارت «دوم»: استحکام سازه‌های سنگی را می‌توان به وجود سیلیس (SiO_2) در آن‌ها مربوط دانست.
 عبارت «سوم»: هنگام پختن خاک رس، آب تبخیر می‌شود و درصد جرمی آن کاهش می‌یابد.
 عبارت «چهارم»: اکسیدهای SiO_2 (ماده کووالانسی) و H_2O (ماده مولکولی) ساختار ذره‌ای متفاوت با یکدیگر داشته و هر دو از نظر ساختار ذره‌ای با Na_2O (ماده یونی) متفاوت هستند.

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



تراکم بار الکتریکی بر روی اتم مرکزی (N) در مولکول آمونیاک بیشتر است و در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ قرمز نشان داده می‌شود ولی در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی سه ماده دیگر، اتم مرکزی به رنگ آبی نشان داده می‌شود.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)



در ساختار یخ علاوه بر پیوندهای کووالانسی، پیوندهای هیدروژنی نیز در ایجاد شبکه منظم و سه بعدی نقش دارند و همه اتصالات از نوع کووالانسی نیستند.

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)



HCl و CO_۲ مواد مولکولی هستند.
C (گرافیت)، Si و SiC مواد کووالانسی هستند.
NH_۴Cl و KNO_۳ ترکیب یونی هستند.
Fe فلز است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



عنصر M با اکسیژن، ترکیب یونی و عنصر X با اکسیژن، ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد.



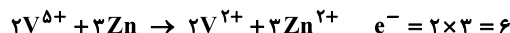
گزینه ۱: آنالپی فروپاشی شبکه ترکیب یونی MCl_۲ کمتر از ترکیب یونی MX است.
گزینه ۲: شعاع یونی M^{۲+} کوچکتر ولی چگالی بار آن بزرگتر از یون X^{۲-} است.
گزینه ۳: در بین هالیدهای فلز M، بیشترین نقطه ذوب را فلوئورید این فلز دارد.

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)



باید V^{۵+} به V^{۲+} تبدیل می‌شود تا شمار الکترون‌های مبادله شده برابر ۶ باشد.



$$۱/۲ \text{ mol Zn} \times \frac{۲ \text{ mol V}^{۲+}}{۳ \text{ mol Zn}} = ۰/۸ \text{ mol V}^{۲+}$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)



گزینه ۴: نادرست؛ پرتوهای فرابنفش، نور مرئی، امواج رادیویی و... نیز با ماده برهم‌کنش دارند.



گزینه ۱: درست
گزینه ۲: درست
گزینه ۳: درست؛ فرمول مولکولی C_۲H_۶O را می‌توان به اتانول (با گروه عاملی هیدروکسیل) و به دی‌متیل اتر (با گروه عاملی اتری) نسبت داد.

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



گزینه ۴: درست است.



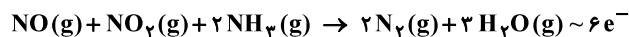
گزینه ۱: نادرست؛ واکنش $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ به دلیل زیاد بودن انرژی فعال‌سازی در دمای اتاق انجام نمی‌شود و شرایط سینتیکی مانع انجام آن می‌شود و ارتباطی با ΔH واکنش ندارد.
گزینه ۲: نادرست؛ در مبدل کاتالیستی NO به عناصر سازنده‌اش تجزیه می‌شود ولی CO با گاز اکسیژن ترکیب می‌شود و سپس به هواکره وارد می‌شوند.
 $2NO \rightarrow O_2 + N_2$
 $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$
گزینه ۳: نادرست؛ کاتالیزورها در واکنش شرکت می‌کنند و با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت آن را افزایش می‌دهند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



براساس واکنش حذف NO و NO_۲، اتم N در NH_۳ از عدد اکسایش ۳- به صفر اکسید می‌شود و کاهنده است و تعداد الکترون‌های مبادله‌شده براساس تغییر عدد اکسایش N در NH_۳ و با توجه به معادله موازنه‌شده برابر با ۶ است.



۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

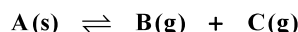
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



در سامانه تعادلی که مقدار مول مواد گازی سمت فرآورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها باشد، با افزایش حجم ظرف، واکنش در جهت تولید فرآورده بیشتر پیشرفت می‌کند.
در تعادل‌های «الف» و «ب»، سمت واکنش‌دهنده‌ها گازی وجود ندارد، ولی در سمت راست معادله (فرآورده) ماده گازی وجود دارد.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



$$25^\circ\text{C} \quad x \quad x \Rightarrow 4 = x^2 \Rightarrow x = 2$$

$$70^\circ\text{C} \quad y \quad y \Rightarrow 25 = y^2 \Rightarrow y = 5$$

۳ = اختلاف غلظت

(نیازی به محاسبات تعادلی نیست و مقدار اولیه A در محاسبه بی‌تأثیر است و تنها باید از ۵ مول بیشتر باشد؛ زیرا اگر کمتر باشد، تعادل در ۷۰°C برقرار نمی‌شود.)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



گزینه ۴: نادرست؛ از الکل‌ها می‌توان آلدئید، کتون، آمین و کربوکسیلیک اسید تهیه کرد.



گزینه ۱: درست

گزینه ۲: درست؛ کاتالیزگر واکنش تبدیل اتن به اتان، فلز نیکل است.



گزینه ۳: درست؛ ساختار اتیل استات به صورت $\text{CH}_3 - \overset{\text{O}}{\parallel} \text{C} - \text{O} - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$ است که کربن‌های گروه متیل آن دارای عدد اکسایش ۳- هستند.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



براساس روند نمایش داده شده A آب، B اتانول و C اتانوائیک اسید (استیک اسید) است و از واکنش B با C استر (D: اتیل استات) و آب (E) تولید می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲



در جدول زیر مونومرهای مربوط به پلیمرها نشان داده شده‌اند.

مونومر اسید دو عاملی	مونومر الکل دو عاملی	پلیمر
		(الف)
		(ب)
		(پ)

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

مواد اولیه تولید متانول، CO و H_۲ هستند که می‌توان از واکنش گازهای متان و بخار آب، آن‌ها را تهیه کرد.