آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۲۶/اردیبهشت/۱۴۰۴

دفترچه شماره یک

حسابان و ریاضیات پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	بودجه‌بندی دروس
حسابان (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	هندسه (۳) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	ریاضیات گسسته کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴	

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

آزمون جامع دوازدهم
(با تأکید بر متن، تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی)

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

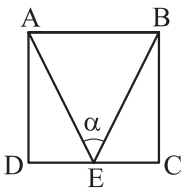
۱- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)=x^{۳}-mx^{۲}+۱۲$ بر چندجمله‌ای $x-۱$ برابر ۱۰ است. مقدار m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۳

۲- نمودار تابع $f(x)=\sqrt{۱۲-۲x}+۱$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم تا به نمودار تابع g برسیم. خط $y=۳$ نمودار تابع g را در کدام طول قطع می‌کند؟

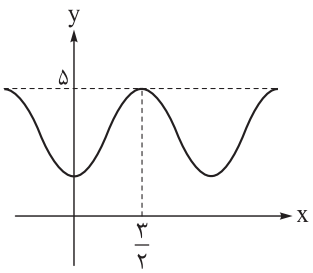
۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۴ ۴) -۶

۳- در مربع شکل مقابل، نقطهٔ E وسط ضلع CD است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



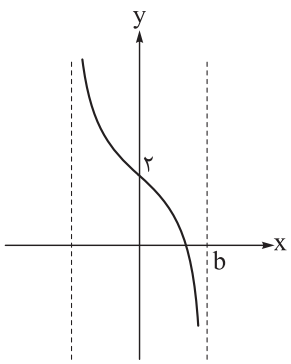
۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۴- بخشی از نمودار تابع $f(x)=a-۲\cos\frac{\pi}{b}x$ در شکل زیر رسم شده است. دورهٔ تناوب تابع $g(x)=۳\sin\frac{\pi}{ab}x+۲b$ کدام است؟



۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۹

۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a-۳\tan(\frac{\pi}{۴}+\frac{ax}{۲})$ به صورت زیر است. مقدار b کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۵}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۵}$ ۳) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۱۰}$

۶- معادلهٔ $\cos^{۲}x+\sin x\cos ۴x=۱$ در بازهٔ $(۰,\frac{\pi}{۲})$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

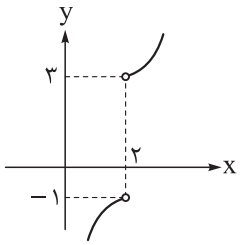
۷- اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{ax^{۲}+bx}-۳x)=۲$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۷

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- بخشی از نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{b+۲af(۴-x)}{a+f(x)}=-\infty$ باشد، حدود b کدام است؟



۱) $b<۶$

۲) $b>-۶$

۳) $b<-۲$

۴) $b>۲$

۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=\sqrt{x+۱}$ در بازهٔ $[۰,k]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x=۳$ برابر است. مقدار k کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۰- اگر تابع f در $x=۲$ پیوسته و $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)-۴}{x^۲-۴}=\frac{۳}{۲}$ باشد، مشتق تابع $g(x)=\frac{۱}{x}f(\sqrt{x})$ در $x=۴$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۱۱- اگر $\frac{f'(x)}{f(x)}=۳x$ باشد، حاصل $\frac{f''(۳)}{f(۳)}$ کدام است؟

۱) ۴۸ ۲) ۱۲ ۳) ۳۰ ۴) ۸۴

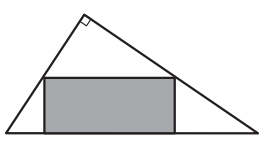
۱۲- خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\frac{a\sqrt{x}}{x-۳}$ در $x=۴$، نیمساز ناحیهٔ اول را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کند. مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۲۹}$ ۳) $\frac{۴}{۲۹}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

۱۳- مینیمم مطلق تابع $f(x)=(x-۴)\sqrt[۳]{x}$ برابر $f(\alpha)$ است. حاصل $\alpha f(\alpha)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۶- ۳) ۴- ۴) ۳-

۱۴- در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل زیر، نسبت طول‌های اضلاع قائمه برابر ۲ است. اگر مساحت مستطیل سایه‌خورده بیشترین مقدار ممکن باشد، نسبت طول به عرض آن کدام است؟



۱) ۲/۵ ۲) ۲/۲۵

۳) ۱/۷۵ ۴) ۱/۵

۱۵- خط $y=۲x+m$ نمودار تابع $f(x)=x^۳-۳x^۲-۷x$ را در ۳ نقطه قطع می‌کند. حدود m کدام است؟

۱) $(-۵,۲۷)$ ۲) $(-۹,۱۸)$ ۳) $(-۲۷,۵)$ ۴) $(-۱۸,۹)$

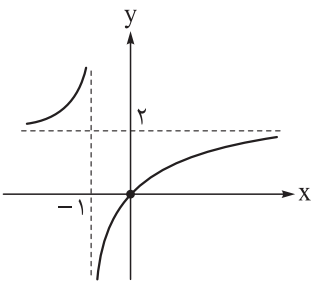
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- اگر نقطهٔ $A(۲,-۷)$ یک اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x)=x^۴+ax^۲+b$ باشد، نقاط عطف نمودار این تابع روی کدام خط قرار دارند؟

۱) $y=\frac{۱}{۹}$ ۲) $y=۳$ ۳) $y=۴$ ۴) $y=\frac{۱}{۸}$

۱۷- نمودار تابع هموگرافیک f به صورت زیر است. اگر تابع $g(x)=xf(x)$ روی بازهٔ $(\alpha,-۱)$ اکیداً نزولی باشد، کم‌ترین مقدار α کدام است؟



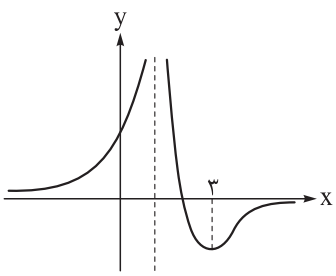
۱) -۲

۲) -۳

۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) $-\frac{۵}{۲}$

۱۸- نمودار تابع $f(x)=\frac{ax+۴}{x^۲+bx+۱}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار a کدام است؟



۱) -۴

۲) -۳

۳) -۶

۴) -۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix} m & ۲-m \\ ۰ & n \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، آن‌گاه دترمینان ماتریس $A^{-۱}$ کدام است؟

۱) $-۰/۲۵$
۲) $۰/۲۵$
۳) $۰/۵$
۴) $-۰/۵$

۲۰- سه نقطهٔ A، B و C در صفحه مفروض‌اند. تعداد نقاطی که از A و B به یک فاصله و از C به فاصلهٔ ۲ باشند، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۲۱- مختصات کانون‌های یک بیضی $(۴-,۳)$ و $(۲,۵-)$ و خروج از مرکز آن $\frac{۱}{۲}$ است. طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$
۲) $۱۰\sqrt{۳}$
۳) $۵\sqrt{۳}$
۴) $۱۰\sqrt{۲}$

۲۲- اگر $A=\begin{bmatrix} m & n & p \end{bmatrix}$ و $BA=\begin{bmatrix} ۱ & x & y \\ a & -۲ & z \\ b & c & ۳ \end{bmatrix}$ باشند، آن‌گاه AB کدام است؟

۱) $m-۲n+۳p$
۲) -۶
۳) $۳m-۲n+p$
۴) ۲

۲۳- اگر وارون ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+by=۱-m \\ cx+dy=m \end{cases}$ به صورت $\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ و جواب این دستگاه به صورت $\begin{bmatrix} n+۱ \\ m-۳ \end{bmatrix}$ باشد، مقدار n کدام است؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۲۴- اگر $A=\begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & -۱ & -۱ \\ \frac{۱}{۲} & |A| & -۱ \\ ۱ & -۲ & -۱ \end{bmatrix}$ باشد، حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A^۲+۲|A|A+I$ کدام است؟

۱) ۳
۲) $۳/۱۲۵$
۳) ۴
۴) $۴/۱۲۵$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- به ازای هر عدد حقیقی m، $(m-2)x+my=m+4$ معادلهٔ قطری از دایرهٔ C است. اگر نقطهٔ $A(1,2)$ بر این دایره واقع باشد، مساحت این دایره کدام است؟

۱) 13π ۲) 20π ۳) 8π ۴) 10π

۲۶- اگر خطی به معادلهٔ $x-1=0$، خط هادی سهمی $y^2-kx+8=0$ باشد، آن‌گاه مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) 8 ۳) 4 ۴) $\frac{1}{4}$

۲۷- بردار $\vec{a}$، مبدأ مختصات را به نقطه‌ای روی صفحهٔ $x=2$ وصل می‌کند و با بردار $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ موازی است. اگر $|\vec{a}|=m$، آن‌گاه اندازهٔ بردار $\vec{c}=(2,m,3-m)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{33}$ ۲) 5

۳) 7 ۴) $3\sqrt{5}$

۲۸- سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ به ترتیب با اندازه‌های ۳، ۴ و ۵ مفروض‌اند، به طوری که هر کدام از این سه بردار بر مجموع دو بردار دیگر عمود است. اندازهٔ بردار $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ کدام است؟

۱) 5 ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) 10

۲۹- اگر $\vec{i}$، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یکهٔ محورهای مختصات باشند، حاصل عبارت $\vec{i}.(\vec{k}\times(\vec{k}\times\vec{i}))+\vec{k}.(\vec{i}\times(\vec{i}\times\vec{j}))$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 1 ۳) 2 ۴) -2

۳۰- اگر حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}=(2,1,1)$، $\vec{b}=(3,0,2)$ و $\vec{c}=(1,k,2)$ بنا می‌شود برابر با ۶ باشد، مجموعهٔ مقادیر k کدام است؟

۱) $\{2\}$ ۲) $\{-10\}$ ۳) $\{2,-10\}$ ۴) $\varnothing$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- کدام گزینهٔ زیر مثال نقض دارد؟

۱) هر مربع یک مستطیل است.

۲) هر عدد اول و بزرگ‌تر از ۳ را می‌توان به صورت $۶k+۱$ یا $۶k-۱$ که در آن $k \in \mathbb{N}$ باشد نوشت.

۳) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع، متشابه هستند.

۴) مکعب هر عدد طبیعی، بزرگ‌تر از مربع آن است.

۳۲- چند عدد سه‌رقمی، مضرب ۴ و مربع کامل وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۳۳- تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = ۲^m \times ۳^n \times ۷^k$ از تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $\frac{x}{۴۲}$، ۱۴ واحد بیشتر است. حداقل مقدار x کدام است؟

۱) ۵۸۸ ۲) ۲۹۴ ۳) ۲۵۲ ۴) ۱۲۶

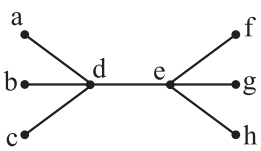
۳۴- جواب‌های عمومی معادلهٔ هم‌نهشتی $۵۳x \overset{۶}{\equiv} ۱۲۱$ کدام است؟ $(k \in \pi)$

۱) $۶k-۲$ ۲) $۶k-۱$ ۳) $۶k+۱$ ۴) $۶k+۲$

۳۵- در گرافی از مرتبهٔ ۹ و اندازهٔ ۳۰، حداقل مقدار برای $\Delta + \delta$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

۳۶- در گراف زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال داریم؟



۱) ۱ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۹

۳۷- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱ + \sqrt{x_۲} + x_۳ = ۳$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷

۳۸- تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین مقابل کدام است؟

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۱) ۸ ۲) ۶

۳) ۴ ۴) ۲

۳۹- به چند طریق می‌توان ۷ توپ یکسان را در سه جعبهٔ متمایز قرار داد، به طوری که در هر جعبه حداقل یک توپ و حداکثر ۳ توپ قرار بگیرد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

۴۰- مجموعهٔ X زیرمجموعهٔ $A = \{۱,۲,۳,۴,...,۵۰\}$ مفروض است. X حداقل چند عضو باید داشته باشد تا مطمئن باشیم دو عضو از آن مانند a و b وجود دارد که به ازای آن‌ها معادلهٔ $ax + by = ۱$ در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب ندارد؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۲۶/اردیبهشت/۱۴۰۴

دفترچه شماره دو

فیزیک	شیمی	بودجه‌بندی دروس
فیزیک (۳) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	شیمی (۳) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

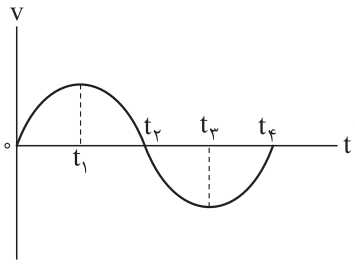
ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

آزمون جامع دوازدهم
(با تأکید بر متن، تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی)

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) اندازهٔ شتاب متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 در حال کاهش است.

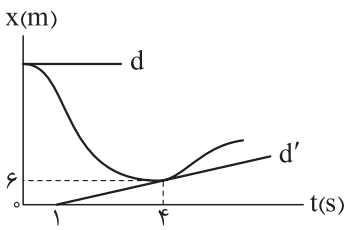
ب) بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 در خلاف جهت محور x است.

پ) بردار شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 در خلاف جهت محور x است.

ت) شتاب متحرک در لحظهٔ t_2 برابر صفر است.

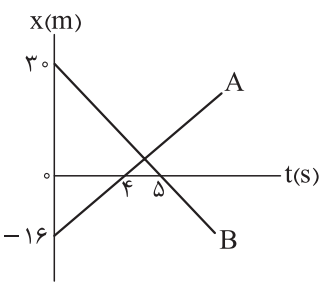
۱) الف و پ
۲) الف و ت
۳) ب و پ
۴) ب و ت

۴۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (خط d در لحظهٔ $t_0 = 0\ s$ و خط d' در لحظهٔ $t = 4\ s$ بر نمودار مماس‌اند و خط d موازی محور t است.)



۱) $0/5\vec{i}$
۲) $-0/5\vec{i}$
۳) $0/75\vec{i}$
۴) $-0/75\vec{i}$

۴۳- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. مکان همرسی دو متحرک برحسب متر کدام است؟



۱) ۲/۴
۲) ۲/۶
۳) ۳/۴
۴) ۳/۶

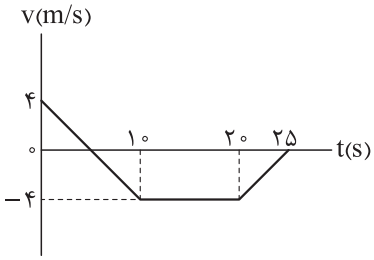
۴۴- متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در مکان‌های $x_1 = 10\ m$ و $x_2 = 19\ m$ به ترتیب برابر $4\ m/s$ و $5\ m/s$ باشد، سرعت متحرک در مکان $x_3 = 30\ m$ برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) $\sqrt{30}$
۴) $2\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در این ۲۵ s چند متر بر ثانیه است؟



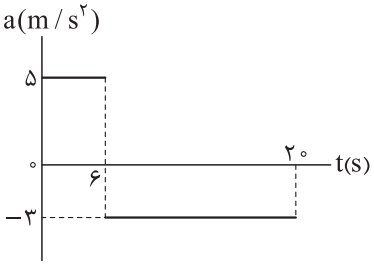
۱) ۲

۲) ۲/۴

۳) ۲/۶

۴) ۲/۸

۴۶- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در مبدأ زمان از مبدأ مکان از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، به شکل زیر است. بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۲۰\ s$ برحسب متر کدام است؟



۱) $۲۶۴\vec{i}$

۲) $۲۱۶\vec{i}$

۳) $-۲۶۴\vec{i}$

۴) $-۲۱۶\vec{i}$

۴۷- گلوله‌ای از بام ساختمانی در شرایط خلأ رها می‌شود. اگر گلوله در ثانیهٔ آخر حرکت خود ۳۵ m را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۴۵ ۲) ۸۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۵

۴۸- دو گوی هم‌حجم A و B را از بالای برجی هم‌زمان رها می‌کنیم. اگر جرم گوی A، ۳ برابر جرم گوی B باشد و نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی، ثابت و یکسان باشد، به ترتیب از راست به چپ، کدام گوی زودتر و کدام گوی با تندی بیشتری به زمین می‌رسد؟

۱) A ،A ۲) B ،B

۳) B ،A ۴) A ،B

۴۹- وزنه‌ای به جرم ۱ kg را به فنری به طول ۳۰ cm که ثابت آن ۲ N/cm است، می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. اگر آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، با شتاب ثابت $۱\ m/s^۲$ متوقف شود، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

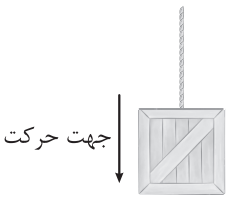
۱) ۲۹/۵ ۲) ۳۰/۵

۳) ۳۴/۵ ۴) ۲۵/۵

محل انجام محاسبات

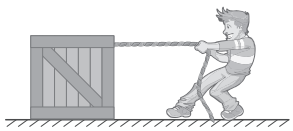
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- در شکل زیر، جعبه‌ای به جرم $۴۰\ kg$، با شتاب ثابت $۲\ m/s^۲$ به صورت تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت جعبه $۱۰۰\ N$ باشد، اندازهٔ نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



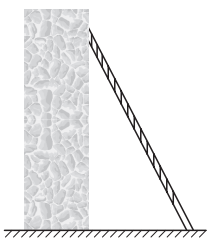
۱) ۲۲۰
۲) ۲۸۰
۳) ۳۲۰
۴) ۳۸۰

۵۱- در شکل زیر، اگر شخص جعبهٔ ۸۰ کیلوگرمی را با نیروی افقی $F = ۵۰۰\ N$ از حال سکون به حرکت در آورد و ضریب اصطکاک جنبشی بین جعبه و سطح $۰/۵$ باشد، اندازهٔ تکانهٔ جسم $۲\ s$ پس از شروع حرکت به چند کیلوگرم متر بر ثانیه می‌رسد؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$



۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۱۰۰۰

۵۲- در شکل زیر، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان $۰/۷۵$ است. در آستانهٔ سُرخوردن نردبان، اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، چند برابر اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند است؟



۱) $\frac{۵}{۴}$
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۵۳- اگر جرم ماهواره‌ای $۴۵۰\ kg$ باشد، وزن آن در ارتفاع ۹۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین چند نیوتون است؟ (شعاع زمین $۶۴۰۰\ km$ و شتاب گرانش در سطح زمین $۱۰\ N/kg$ است.)

۱) ۷۲
۲) ۲۰۰
۳) ۷۲۰
۴) ۲۰۰۰

۵۴- خودرویی به جرم $۱۲۰۰\ kg$ در یک میدان مسطح افقی به شعاع $۸۰\ m$ با تندی $۲۰\ m/s$ در حال دورزدن است. اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر خودرو چند نیوتون است؟

۱) ۳×۱۰^۲
۲) ۳×۱۰^۳
۳) ۶×۱۰^۲
۴) ۶×۱۰^۳

۵۵- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری در SI به صورت $x = ۰/۰۵\cos(۱۰\pi t)$ است. شتاب نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰}\ s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

۱) $۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۲) $-۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۳) $۲۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۴) $-۲۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶- جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دورهٔ تناوب $2\ s$ نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم $2\ kg$ افزایش یابد، دورهٔ تناوب آن $3\ s$ می‌شود. m چند کیلوگرم است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۶ ۴) ۲/۵

۵۷- دامنهٔ نوسان یک نوسانگر جرم ـ فنر در حرکت هماهنگ ساده $0/1\ m$ و ثابت فنر آن $100\ N/m$ است. انرژی مکانیکی این نوسانگر هنگام نوسان روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، چند ژول است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۵۸- طول آونگ‌های سادهٔ A، B، C و D که از ریسمانی افقی آویزان هستند، در جدول زیر نوشته شده است. اگر در ریسمان نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گسترهٔ $3\ rad/s$ تا $6\ rad/s$ ایجاد شود؛ کدام آونگ‌ها به تشدید درمی‌آیند؟ $(g = 10\ m/s^2)$

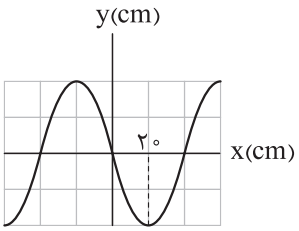
آونگ	A	B	C	D
طول (cm)	۲۰	۵۰	۸۰	۱۱۰

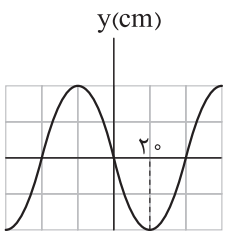
۱) A، B و C ۲) B، C و D ۳) B و C ۴) A، B، C و D

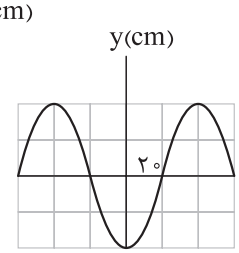
۵۹- فنری به جرم $0/6\ kg$ و طول $4\ m$ را با نیروی $2/4\ N$ می‌کشیم. اگر موج عرضی با بسامد $2\ Hz$ در طول فنر منتشر شود، طول موج آن چند متر است؟

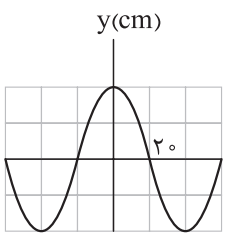
۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۲ ۴) ۴

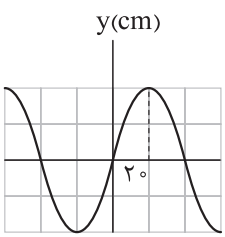
۶۰- نقش یک موج عرضی که در ریسمان کشیده‌شده‌ای با سرعت $4\ m/s$ در جهت محور x منتشر شده، در مبدأ زمان به شکل مقابل است. نقش موج در لحظهٔ $t = 0/05\ s$ به صورت کدام شکل است؟



۱)


۲)


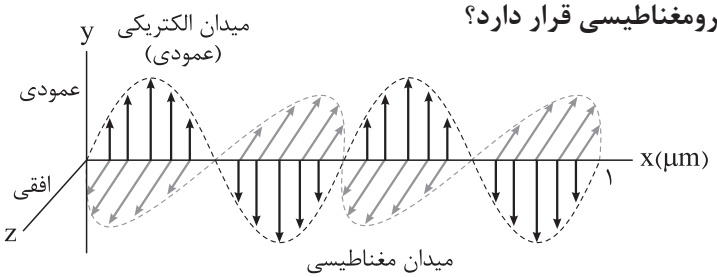
۳)


۴)


محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱- نقش موج الکترومغناطیسی منتشرشده در خلأ در لحظه‌ای به شکل زیر است. به ترتیب، این موج در کدام جهت منتشر می‌شود و در کدام ناحیه از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟



۱) در جهت محور x، نور مرئی

۲) در جهت محور x، فروسرخ

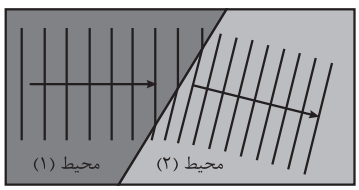
۳) در خلاف جهت محور x، نور مرئی

۴) در خلاف جهت محور x، فروسرخ

۶۲- یک موج صوتی با توان $۱/۶\times۱۰^{-۴}\ W$ از صفحه‌ای با مساحت $۴\ m^۲$ در راستای عمود بر صفحه می‌گذرد. تراز شدت صوت عبوری از این صفحه چند دسی‌بل است؟ ($I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^۲$ و $\log ۲ = ۰/۳$)

۱) ۵۴ ۲) ۵۶ ۳) ۷۴ ۴) ۷۶

۶۳- شکل زیر طرحی از شکست امواج سطحی در مرز آب عمیق و آب کم‌عمق در تشت موج را نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ، تندی انتشار امواج سطحی و عمق آب در کدام محیط بیشتر است؟



۱) محیط (۱)، محیط (۱)

۲) محیط (۱)، محیط (۲)

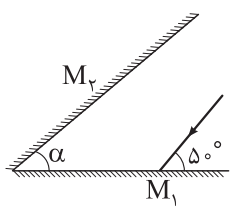
۳) محیط (۲)، محیط (۱)

۴) محیط (۲)، محیط (۲)

۶۴- دانش‌آموزی بین دو صخرهٔ قائم ایستاده و فاصلهٔ او از صخرهٔ نزدیک‌تر $۲۴۰\ m$ است. دانش‌آموز فریاد می‌زند و اولین پژواک صدای خود را پس از $۱/۵\ s$ و صدای پژواک دوم را $۱\ s$ بعد از پژواک اول می‌شنود. به ترتیب از راست به چپ، تندی صوت در هوا چند متر بر ثانیه و فاصلهٔ دو صخره چند متر است؟

۱) ۳۲۰، ۴۰۰ ۲) ۳۲۰، ۶۴۰ ۳) ۳۴۰، ۴۰۰ ۴) ۳۴۰، ۶۴۰

۶۵- در شکل زیر، زاویهٔ بین دو آینه چند درجه باشد تا اولین پرتوی بازتابیده از آینهٔ $M_۲$ بر پرتوی تابش به این آینه منطبق گردد؟



۱) ۲۰

۲) ۳۰

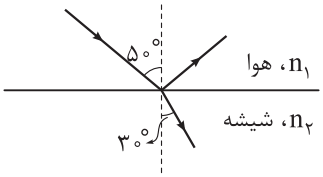
۳) ۴۰

۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶- در شکل زیر، نور فرودی از هوا وارد شیشه می‌شود. بخشی از موج در سطح جدایی دو محیط بازمی‌تابد و بخشی دیگر شکست می‌یابد و وارد شیشه می‌شود. به ترتیب، زاویهٔ بین پرتو شکست و پرتو بازتابش چند درجه و ضریب شکست شیشه کدام است؟ ($n_1 = 1$ و $\sin 50^\circ = 0/75$)



۱) $\frac{4}{3}$، ۸۰°

۲) $\frac{3}{2}$، ۸۰°

۳) $\frac{4}{3}$، ۱۰۰°

۴) $\frac{3}{2}$، ۱۰۰°

۶۷- در آزمایش یانگ، با هر یک از تغییرات (الف) و (ب)، به ترتیب از راست به چپ، پهنای هر یک از نوارهای تاریک و روشن چگونه تغییر می‌کند؟

الف) استفاده از نور تکفام قرمز به جای نور تکفام آبی

ب) انجام آزمایش در آب به جای انجام آزمایش در هوا

۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۶۸- در یک تار دو سر بسته، بسامد دو هماهنگ متوالی ۳۰۰ Hz و ۳۶۰ Hz است. اگر تندی انتشار موج عرضی در تار ۱۸۰ m / s باشد، طول تار چند متر است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۳

۶۹- توان یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ W، بازدهٔ آن ۵ درصد و ۱ درصد از نور تابشی آن دارای طول موج ۶۰۰ nm است. در هر دقیقه چه تعداد فوتون با این طول موج از لامپ گسیل می‌شود؟ ($c = 3\times10^8\ m/s$ و $h = 6\times10^{-34}\ J.s$)

۱) 10^{19}

۲) 10^{21}

۳) 2×10^{19}

۴) 2×10^{21}

۷۰- در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن، با افزایش شمارهٔ مدار (n)، اختلاف شعاع دو مدار متوالی و اختلاف انرژی آن‌ها به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱- در هیدروژن اتمی، گسترهٔ طول موج‌های رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$ چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱ (nm)^{-۱})$

۱) ۳۲۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۲۰ ۴) ۷۲۰

۷۲- در گذار الکترون از تراز چهارم به تراز دوم در اتم هیدورژن، بسامد فوتون گسیل‌شده چند هرتز است؟

$(E_R = ۱۳/۶ eV$ و $h \simeq ۴\times۱۰^{-۱۵} eV.s)$

۱) $۶/۳۷۵\times۱۰^{۱۴}$ ۲) $۶/۳۷۵\times۱۰^{۱۵}$ ۳) $۸/۵\times۱۰^{۱۴}$ ۴) $۸/۵\times۱۰^{۱۵}$

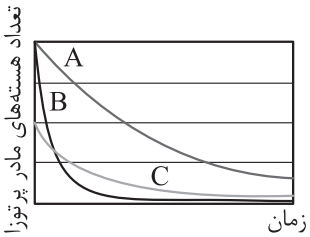
۷۳- پرتوی فرابنفشی با طول موج ۲۵۰ nm بر سطح تیغه‌ای از جنس آهن با تابع کار ۴/۵ eV تابیده می‌شود. بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جداشده از سطح آهن چند الکترون‌ولت است؟ $(hc = ۱۲۴۰ eV.nm)$

۱) ۰/۲۲ ۲) ۰/۴۶ ۳) ۴/۷۲ ۴) ۴/۹۶

۷۴- نپتونیم $^{۲۳۷}_{۹۳}Np$ ناپایدار است و واپاشی آن از طریق گسیل ذرات α، β^-، α و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، تعداد نوترون‌های هستهٔ نهایی کدام است؟

۱) ۸۶ ۲) ۸۷ ۳) ۱۳۷ ۴) ۱۳۹

۷۵- شکل زیر نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونهٔ A، B و C را برحسب زمان نشان می‌دهد. کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ نیمه عمر این سه نمونه درست است؟



۱) $T_A > T_C > T_B$

۲) $T_B > T_C > T_A$

۳) $T_A > T_B > T_C$

۴) $T_C > T_B > T_A$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

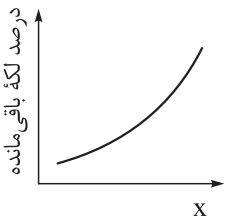
۷۶- کدام مطلب نادرست است؟

۱) هوای دودآلود و سرامیک جزء مخلوط‌های ناهمگن و پایدار محسوب می‌شوند.
۲) مخلوط آب و چربی یک کلوئید محسوب می‌شود.
۳) استرهای بلندزنجیر برخلاف اسیدهای چرب، فاقد پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود می‌باشند.
۴) سرکهٔ سفید با این‌که اسید ضعیفی محسوب می‌شود، اما پاک‌کنندهٔ خورنده محسوب می‌شود.

۷۷- کدام مطلب در مورد مخلوط‌ها نادرست است؟

۱) با عبور محلول سرم فیزیولوژی از کاغذ صافی، یون‌های سدیم و کلر از آن جدا می‌شوند.
۲) سس مایونز یک کلوئید است و با تاباندن پرتوی نور به آن، مسیر نور در مخلوط قابل مشاهده است.
۳) شیر همانند رنگ پوششی و برخلاف شربت معده، کلوئید است.
۴) آلیاژ طلا و مس، یک محلول جامد است و اتم‌های طلا و مس به طور یکنواخت در ساختار آن پراکنده شده‌اند.

۷۸- برای تعیین عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی یک صابون، در چند آزمایش موارد زیر را تغییر داده‌ایم. چه تعداد از موارد زیر می‌توانند به جای x در نمودار زیر قرار گیرند؟



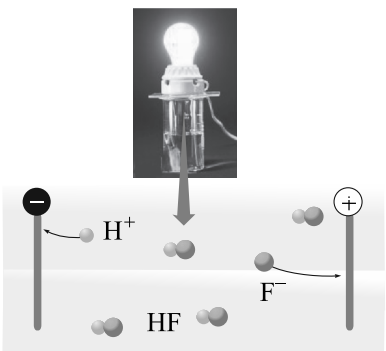
- **دما**
- **درصد پلی‌استر در پارچه**
- **مقدار صابون**
- **درصد آنزیم در صابون**
- **ppm یون کلسیم در آب**

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۷۹- کدام مطلب در مورد صابون‌ها و شوینده‌ها نادرست است؟

۱) صابون مراغه به دلیل نداشتن افزودنی‌های شیمیایی، pH بالایی دارد و برای پوست‌های حساس مناسب نیست.
۲) افزودن ترکیبات کلردار به صابون، باعث افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی آن می‌شود، اما ممکن است باعث تحریک پوست و آسیب به محیط زیست شود.
۳) نمک‌های فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت واکنش داده و مانع از تشکیل رسوب و کاهش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها می‌شوند.
۴) صابون‌های گوگرددار به دلیل داشتن pH بازی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون‌های معمولی دارند.

۸۰- شکل زیر رسانایی الکتریکی محلول هیدروفلوئوریک اسید در آب را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟



- **اگر به جای محلول HF در شکل، محلول CH_3COOH با غلظت مشابه قرار گیرد، شدت روشنایی لامپ کم‌تر خواهد شد.**
- **در دمای اتاق، محلول ۰/۱ مولار HCl رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به محلول ۰/۱ مولار HF دارد.**
- **محلول اشباع AgCl در دمای اتاق، رسانایی الکتریکی بسیار کم‌تری نسبت به محلول ۰/۱ مولار HF دارد.**
- **اگر به محلول HF در شکل، مقدار کمی NaOH جامد اضافه کنیم، شدت روشنایی لامپ افزایش می‌یابد.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱- کدام مطلب درست است؟

۱) طبق مدل آرنیوس، گاز هیدروژن کلرید (HCl) پیش از انحلال در آب، اسید آرنیوس محسوب نمی‌شود.

۲) با حل‌شدن N_2O_5 در آب، گونه‌هایی تولید می‌شوند که مدل فضا پُرکُن آن‌ها متفاوت است.

۳) محلول HBr در آب همواره رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

۴) هر چه ثابت یونش یک باز بزرگ‌تر باشد، سرعت یونیده‌شدن آن بیشتر است.

۸۲- درصد یونش (α) چهار اسید ضعیف HA، HB، HC و HD در غلظت ۰/۱ مولار در جدول زیر آمده است:

اسید	$\alpha(\%)$
HA	۱/۰
HB	۲/۰
HC	۰/۵
HD	۱/۵

۱۰۰ میلی‌لیتر از محلول هر یک از این اسیدها را با ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید (NaOH) با غلظت مناسب مخلوط می‌کنیم. pH محلول نهایی در هر چهار حالت برابر ۵ می‌شود. با توجه به این اطلاعات، غلظت اولیهٔ NaOH در آزمایش مربوط به کدام اسید بیشتر بوده است؟

۱) HA ۲) HB ۳) HC ۴) HD

۸۳- کدام مطلب درست است؟

۱) در دمای اتاق کربنیک اسید از نیترواسید و هیدروفلوئوریک اسید ضعیف‌تر است.

۲) α برای محلول ۰/۱ مولار HCN بزرگ‌تر از محلول ۰/۰۱ مولار آن است.

۳) قبل از نظریهٔ آرنیوس، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های اسیدها و بازها آشنا نبودند.

۴) در مقایسهٔ دو اسید، اسیدی که قدرت اسیدی بیشتری دارد، رسانایی الکتریکی بیشتری نیز دارد.

۸۴- در محلولی از یک اسید ضعیف با غلظت 10^{-n} مولار و $pH = 4$، درصد یونش اسید برابر یک درصد است. در ۸۰۰ میلی‌لیتر از این محلول، چند گرم اسید وجود دارد؟ (جرم مولی اسید برابر $46\ g.mol^{-1}$ است.)

۱) ۰/۷۳۶ ۲) ۰/۵۰۲ ۳) ۰/۱۸۴ ۴) ۰/۳۶۸

۸۵- محلولی که شامل ۱۶ میلی‌گرم سدیم هیدروکسید است را در اختیار داریم. اگر pH‌سنج، pH این محلول را ۱۲/۳ نشان دهد، حجم محلول چند میلی‌لیتر است؟ ($Na = 23 , O = 16 , H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

۸۶- محلولی دارای یون‌های فلوئورید و کلرید است. اگر گاز اوزون (O_3) را از این محلول عبور دهیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

$Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$ $\quad E^\circ = 1/36\ V$

$O_3 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow O_2 + H_2O$ $\quad E^\circ = 2/07\ V$

$F_2 + 2e^- \rightarrow 2F^-$ $\quad E^\circ = 2/87\ V$

۱) فقط گاز کلر خارج می‌شود.
۲) فقط گاز فلوئور خارج می‌شود.
۳) ابتدا گاز کلر، سپس گاز فلوئور خارج می‌شود.
۴) هم‌زمان هر دو گاز فلوئور و کلر خارج می‌شوند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷- با توجه به مقادیر پتانسیل‌های کاهشی ارائه‌شده در جدول زیر، چه تعداد از واکنش‌های زیر قابل انجام است؟

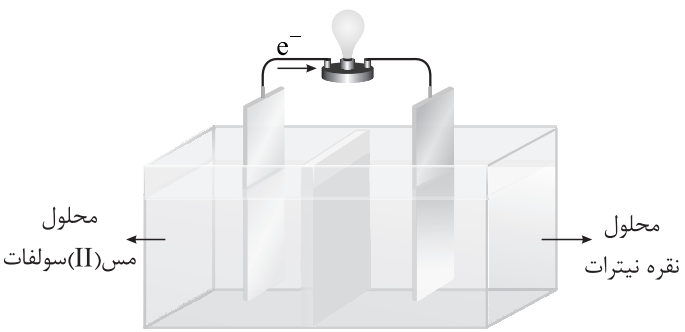
$Fe^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Fe(s)\ ,\ E^\circ=-0/44\ V$	$I_2(s)+2e^- \rightarrow 2I^-(aq)\ ,\ E^\circ=+0/54\ V$
$Sn^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Sn(s)\ ,\ E^\circ=-0/14\ V$	$Sn^{4+}(aq)+2e^- \rightarrow Sn^{2+}(aq)\ ,\ E^\circ=+0/15\ V$
$Fe^{3+}(aq)+e^- \rightarrow Fe^{2+}(aq)\ ,\ E^\circ=+0/77\ V$	$Cu^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Ca(s)\ ,\ E^\circ=+0/34\ V$

- $Fe^{3+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow$
- $Cu^{2+}(aq)+I^-(aq) \rightarrow$
- $Fe^{2+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow$
- $Fe^{3+}(aq)+Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq)$
- $Fe^{3+}(aq)+I^-(aq) \rightarrow$
- $Sn^{4+}(aq)+Fe^{2+}(aq) \rightarrow$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۸- با توجه به شکل زیر که ساختار یک سلول گالوانی را نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟

$(E^\circ(Ag^+/Ag)=+0/78V\ ,\ E^\circ(Cu^{2+}/Cu)=+0/34V\ ,\ E^\circ(Pt^{2+}/Pt)=+1/20V)$



۱) با گذشت زمان، شدت رنگ آبی الکترولیت نیم‌سلول مس در این سلول برخلاف سلول گالوانی «روی ـ مس»، افزایش می‌یابد.

۲) اگر به جای الکترود نقره در این سلول، از الکترود پلاتین استفاده کنیم، روشنایی لامپ افزایش می‌یابد، اما جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی تغییری نمی‌کند.

۳) عدد اکسایش اتم مرکزی در آنیون گذرنده از دیوارهٔ مختلخل این سلول، برابر با ۶+ و emf سلول، برابر با ۰/۴۴ ولت است.

۴) در این سلول گالوانی با گذشت زمان، نیم‌سلول مس دارای کاتیون‌های $Ag^+(aq)$ و $Cu^{2+}(aq)$ می‌شود.

۸۹- اگر در سلول گالوانی روی ـ مس، اختلاف جرم دو تیغهٔ آند و کاتد پس از گذشت مدت‌زمان معینی به ۶۷/۸ گرم برسد و در این مدت، $7/224\times10^{23}$ الکترون در سلول مبادله شود، چند درصد از فلز تولیدشده در کاتد این سلول، بر روی خود تیغه رسوب کرده است؟ (جرم تیغه‌ها در ابتدا برابر بودند.) $(Cu=64\ ,\ Zn=65:g.mol^{-1})$

۱) ۷۵ ۲) ۵۰ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- کدام گزینه، جاهای خالی عبارت زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«در سلول سوختی هیدروژن، انجام نیم‌واکنش ..... در قطب ....، منجر به تولید ماده‌ای می‌شود که .....»

۱) آندی ـ منفی ـ غلظت آن در محلول نیم‌سلول SHE برابر با یک مولار است

۲) کاهش ـ مثبت ـ در نیم‌واکنش کاتدی نیم‌سلول سوختی متان ـ اکسیژن نیز تولید می‌شود

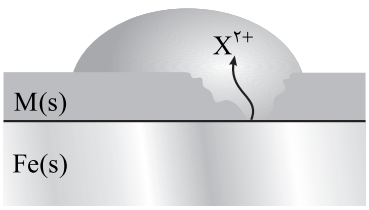
۳) اکسایش ـ منفی ـ از طریق غشای مبادله‌کنندهٔ یون هیدرونیوم به سمت الکترودی که الکترون‌ها از طریق سیم از آن خارج می‌شوند، حرکت می‌کند

۴) کاتدی ـ مثبت ـ به حالت بخار بوده و E° نیم‌واکنش تولید آن، برابر با emf سلول می‌باشد

۹۱- در واکنش سوختن کامل بنزن، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن هر مولکول برابر با ..... بوده و به ازای مصرف ۵/۲ گرم ترکیب آلی در این واکنش، ..... لیتر فراوردهٔ گازی در شرایط STP تولید خواهد شد. $(H=1, C=12 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۰ ـ ۱۳/۴۴ ۲) ۳۶ ـ ۱۳/۴۴ ۳) ۳۶ ـ ۸/۹۶ ۴) ۳۰ ـ ۸/۹۶

۹۲- با توجه به شکل زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) اگر یون X^{2+} دارای ۱۰ الکترون در زیرلایهٔ $l=2$ باشد، مقایسهٔ $Al^{3+} < Fe^{2+} < X^{2+} < Cu^{2+}$ دربارهٔ قدرت اکسندگی این یون‌ها برقرار است.

ب) در نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در محیط خنثی، اکسیژن نقش اکسنده داشته و یون هیدروکسید تولید می‌شود.

پ) اگر فلز M دارای ۲۰ الکترون در زیرلایهٔ $l=1$ باشد، این قطعه برای ساختن قوطی‌های روغن نباتی کاربرد دارد.

ت) در این فرایند، یک سلول گالوانی ایجاد می‌شود که در آن فلز کاهنده‌تر در مقابل خوردگی محافظت می‌شود.

۱) الف ـ ب ۲) پ ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) الف ـ پ

۹۳- کدام مطلب نادرست است؟

۱) انرژی لازم برای شکستن پیوندهای اشتراکی در $CO_2(s)$ نسبت به $SiO_2(s)$ بیشتر است.

۲) تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی از کربن و سیلیسیم شناخته نشده است.

۳) در ساختار سیلیس، پیوندهای اشتراکی $Si-O-Si$ از پیوندهای $Si-Si$ قوی‌تر است.

۴) در ساختار سیلیس، حلقه‌های هشت‌گوشه‌ای وجود دارد که چهار اتم سیلیسیم در تشکیل آن مشارکت کرده‌اند.

۹۴- کدام‌یک از مقایسه‌های داده‌شده میان الماس و گرافیت با جرم‌های برابر، به درستی انجام نشده است؟

۱) شمار پیوندها: گرافیت > الماس ۲) شمار اتم‌ها: گرافیت = الماس

۳) حجم نمونه: الماس > گرافیت ۴) گرمای حاصل از سوختن: گرافیت > الماس

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ گرافن درست است؟

الف) گرافیت برخلاف گرافن یک گونهٔ شیمیایی دوبعدی است.

ب) با افزایش طول گرافن، رسانایی الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

پ) چگالی الماس همانند گرافن، از گرافیت بیشتر است.

ت) در ساختار گرافن هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به سه اتم کربن متصل است.

۱) الف ـ ت ۲) الف ـ پ ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

۹۶- کدام مورد، جملهٔ زیر را از نظر علمی به درستی کامل نمی‌کند؟

«**مولکول** ..... ، ..... **مولکول اتین** ..... .»

۱) کربونیل سولفید ـ برخلاف ـ در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند

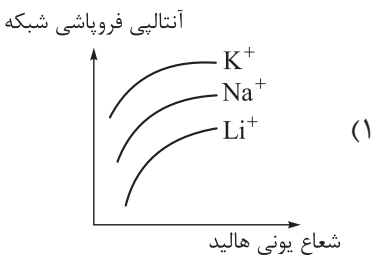
۲) سیلیس ـ برخلاف ـ دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است

۳) گوگرد تری‌اکسید ـ همانند ـ دارای گشتاور دوقطبی برابر با صفر است

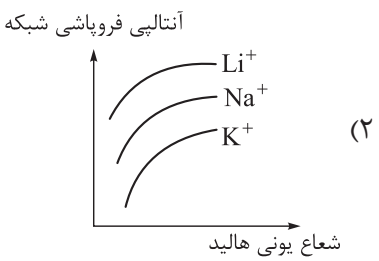
۴) دی‌متیل اتر ـ همانند ـ در دما و فشار اتاق به حالت گازی‌شکل است

۹۷- کدام‌یک از نمودارهای داده‌شده تأثیر اندازهٔ شعاع کاتیون‌های فلزات قلیایی و آنیون‌های هالید را بر آنتالپی فروپاشی شبکه به درستی نشان می‌دهد؟

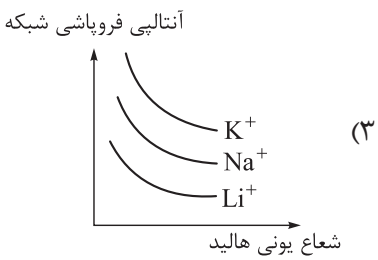
۱)



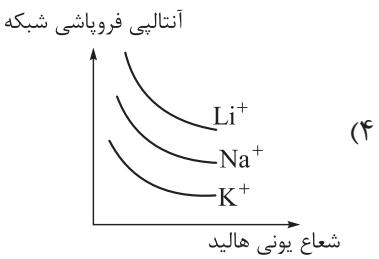
۲)



۳)



۴)



۹۸- کدام مطلب درست است؟

۱) واژهٔ شبکهٔ بلوری برای توصیف آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌ها در حالت جامد به کار می‌رود.

۲) فرمول مولکولی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازندهٔ آن را نشان می‌دهد.

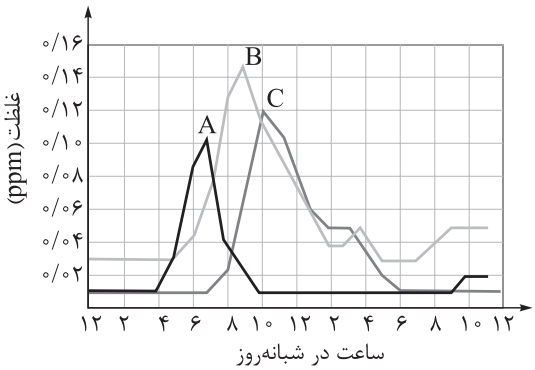
۳) در یک شبکهٔ یونی نیروهای جاذبه و دافعه، میان همهٔ یون‌ها وجود ندارد و به شمار معینی از آن‌ها محدود می‌شود.

۴) به شمار یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکهٔ بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹- با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی از آلاینده‌ها را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد، کدام گزینه درستی یا نادرستی عبارت‌های مطرح‌شده را نشان می‌دهد؟



- **کم‌ترین غلظت آلاینده، مربوط به گاز نیتروژن مونوکسید است.**
- **وجود آلایندهٔ B، باعث آلودگی هوا و قهوه‌ای‌رنگ‌شدن آن می‌شود.**
- **با افزایش غلظت C، رنگ هوای آلوده کم‌رنگ‌تر می‌شود.**
- **مجموعهٔ واکنش‌های تولید یا مصرف آلاینده‌های A و B را می‌توان به صورت واکنش‌های زیر نشان داد:**

$$2B(g) + O_2(g) \rightarrow 2A(g)$$

$$A(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نورخورشید}} B(g) + O_2(g)$$

۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۲) درست ـ درست ـ درست ـ نادرست
۳) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۴) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست

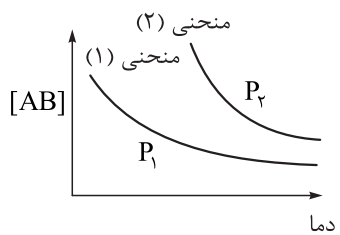
۱۰۰- یک دانش‌آموز در حال مطالعهٔ واکنش بین گازهای هیدروژن و اکسیژن است. او متوجه می‌شود که این واکنش در حضور کاتالیزگرهای مختلف با سرعت‌های متفاوتی انجام می‌شود. کدام گزینه می‌تواند دلیل اصلی این تفاوت در سرعت واکنش باشد؟

۱) انرژی فعال‌سازی متفاوت برای هر کاتالیزگر
۲) مقدار متفاوت کاتالیزگر مورد استفاده
۳) دمای متفاوت واکنش
۴) فشار متفاوت گازها

۱۰۱- واکنش تعادلی: $X(g) + Y(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$ در یک ظرف دربستهٔ یک‌لیتری برقرار است. اگر غلظت تعادلی X، Y و Z به ترتیب برابر ۱، ۴ و ۴ مول بر لیتر باشد و در دمای ثابت ۳ مول گاز Y به ظرف واکنش اضافه شود، درصد مولی Z در مخلوط تعادلی جدید کدام است؟

۱) ۲۵
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

۱۰۲- نمودار زیر تغییر غلظت فراورده را برای واکنش تعادلی: «$A(g) + B(g) \rightleftharpoons AB(g)$»، در دو شرایط متفاوت نشان می‌دهد (P_1 و P_2 نماد فشار سامانه است). کدام مطلب نادرست است؟



۱) با افزایش دما، پیشرفت واکنش بیشتر می‌شود.
۲) در منحنی (۱) حجم سامانه بیشتر است.
۳) در دمای ثابت، غلظت مادهٔ AB در منحنی (۲) بیشتر است.
۴) واکنش تعادلی مورد نظر، گرماده و P_2 بیشتر از P_1 است.

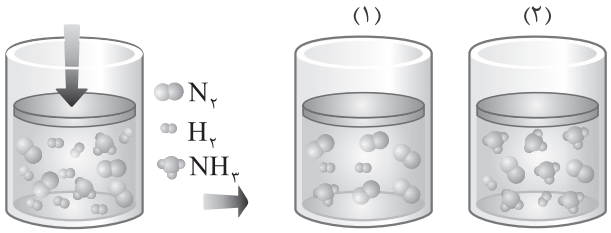
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳- فریتس هابر می‌دانست که با افزایش دما و تأمین انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش تعادلی زیر افزایش خواهد یافت. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر درست است؟

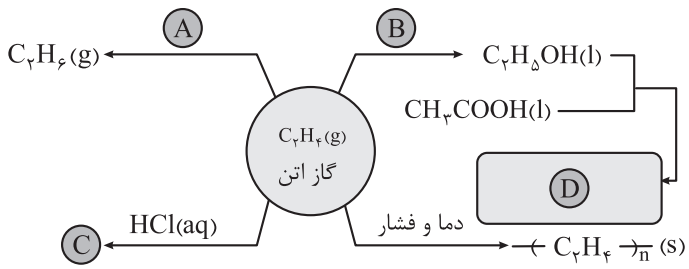
$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g) + Q$$

- **بر اثر افزایش دمای این سامانه به $500^\circ C$، درصد مولی فراوردهٔ این واکنش در مخلوط تعادلی بیشتر از ۲۸ می‌شود.**
- **بر اثر افزایش دمای این سامانه، مجموع شمار مول‌های مواد شرکت‌کننده در تعادل افزایش می‌یابد.**
- **راهکار هابر برای دستیابی به هدف این واکنش، انجام واکنش در دماهای پایین‌تر با حضور کاتالیزگر بود.**
- **بر اثر افزایش فشار بر این سامانهٔ تعادلی مطابق شکل زیر، تعادل جدید به صورت شکل (۱) خواهد شد.**



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۴- با توجه به طرح زیر که تولید مواد گوناگون از گاز اتن را نشان می‌دهد، کدام گزینه، جای خالی مربوطه را به نادرستی تکمیل می‌کند؟



۱) A: $Ni(s)$ کاتالیزگر / $H_2(g)$

۲) B: $H_2O(l)$ / کاتالیزگر ($H_2SO_4(aq)$)

۳) C: ضدعفونی‌کننده

۴) D: حلال چسب

۱۰۵- کدام مطلب از نظر درستی یا نادرستی با سایر مطالب متفاوت است؟

۱) هرگاه یک نمونه مادهٔ قهوه‌ای‌رنگ در برابر پرتوهای الکترومغناطیسی قرار گیرد، گسترهٔ معینی از آن‌ها را جذب می‌کند و پرتوهای باقی‌مانده را بازتاب یا عبور می‌دهد.

۲) فسفر سفید به دلیل واکنش‌پذیری بیشتر از گاز هیدروژن، برخلاف آن در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

۳) شیمی سبز به دنبال طراحی واکنش‌هایی با بیشترین بازده و کم‌ترین آسیب به محیط زیست است و به بهبود کیفیت زندگی انسان کمک می‌کند.

۴) از گاز اتان به عنوان یک مادهٔ اولیهٔ مهم در صنایع شیمیایی برای تولید مادهٔ صنعتی و مهم $CH_3OH(l)$ استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | مرحله نوزدهم

سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳ | تاریخ برگزاری: ۲۶/اردیبهشت/۱۴۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ کیوان صارمی ـ حمید گلزاری صبا مهدوی ـ حسین هاشمی طاهری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ حمید گلزاری ـ سروش موئینی
فیزیک	علیرضا آذری ـ امین امینی ـ یاشار انگوتی ـ محمد توکلی ـ علیرضا جباری ـ مسعود خندانی ـ مجید ساکی رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی ـ علیرضا عبداللهی ـ حسین عبدوی‌نژاد ـ احسان محمدی ـ محمدرضا یاری محمدمهدی یوسفی
شیمی	یاسر راش ـ عباس سرمایه ـ حسین شرانلو ـ سروش عبادی ـ محمد قهرمانی‌نژاد

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده	سهیل تقی‌زاده زهرا جالینوسی منصور زرکش اصفهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی محمد خندان	منصور زرکش اصفهانی ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی مریم نظری	فرزانه خاکپاش منصور زرکش اصفهانی علیرضا کاظمی‌بقا
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	امین امینی	امین امینی	مریم گلی حسن‌لو مسعود خندانی احسان محمدی امیر محمودی انزابی محمدمهدی یوسفی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	یاسر راش	رامین آزادی یاسر راش	احسان رحیمی آرمین عظیمی متین قنبری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

آزمون جامع دوازدهم
(با تأکید بر متن، تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی)

Azmoon.kheilisabz.com

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان زهرا صفری ـ فاطمه علی اکبری ـ محیا غنی‌فرد زهرا فرهادی‌مهر ـ مریم مسلمی‌زاده نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ مهدیه گل‌پور دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)=x^{۳}-mx^{۲}+۱۲$ بر چندجمله‌ای $x-۱$ برابر ۱۰ است. مقدار m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۲ ـ تمرین ۶

درس Box باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر عبارت $x-a$ برابر $p(a)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی طبق درس‌باکس، باقی‌ماندهٔ تقسیم مورد نظر برابر $f(۱)$ است و داریم:

$$f(۱)=۱-m+۱۲=۱۰ \Rightarrow m=۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ نمودار تابع $f(x)=\sqrt{۱۲-۲x}+۱$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم تا به نمودار تابع g برسیم. خط $y=۳$ نمودار تابع g را در کدام طول قطع می‌کند؟

۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۴ ۴) -۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۱ ـ تمرین ۱

درس Box

تبدیل نمودار

- **تابع $f(x)$ را داریم $(k>۰)$:**

عملیات	به جای x قرار دهیم $x-k$.	به جای x قرار دهیم $x+k$.	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y=f(x-k)$	$y=f(x+k)$	$y=f(x)+k$	$y=f(x)-k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

- **انعکاس نسبت به محور xها و yها:**

عملیات	۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور yها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور xها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

- **رسم تابع $f(-x+k)$ یا $y=f(k-x)$ با شرط $(k>۰)$:**

۱) نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم (به زبان دیگر $f(x+k)$ را رسم می‌کنیم).

۲) نمودار به‌دست‌آمده را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$، تابع $f(-x+k)$ یا $f(k-x)$ به دست می‌آید).

- **رسم تابع $y=f(-x-k)$ $(k>۰)$:**

۱) نمودار f را k واحد به راست می‌بریم (در واقع تابع $y=f(x-k)$ را رسم می‌کنیم).

۲) نمودار f را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم تا تابع $f(-x-k)$ به دست آید).

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با انجام تبدیلات گفته‌شده، ضابطهٔ تابع g را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\sqrt{۱۲-۲x}+۱ \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y=\sqrt{۱۲+۲x}+۱ \xrightarrow{\text{۲ واحد به چپ}} g(x)=\sqrt{۱۲+۲(x+۲)}+۱$$

$$\Rightarrow g(x)=\sqrt{۲x+۱۶}+۱$$

گام دوم: نمودار این تابع را با خط $y=۳$ قطع می‌دهیم، پس معادلهٔ $g(x)=۳$ را باید حل کنیم:

$$\sqrt{۲x+۱۶}+۱=۳ \Rightarrow \sqrt{۲x+۱۶}=۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲x+۱۶=۴ \Rightarrow x=-۶$$

یه‌جور دیگه

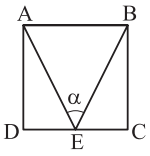
ابتدا نمودار تابع f را با خط $y=۳$ قطع می‌دهیم:

$$\sqrt{۱۲-۲x}+۱=۳ \Rightarrow \sqrt{۱۲-۲x}=۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱۲-۲x=۴ \Rightarrow x=۴$$

یعنی خط $y=۳$، نمودار تابع f را در نقطه‌ای به طول ۴ قطع می‌کند. حال اگر این نقطه را نسبت به محور y قرینه کنیم و ۲ واحد به چپ انتقال دهیم، به نقطه‌ای با طول -۶ می‌رسیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ در مربع شکل مقابل، نقطهٔ **E** وسط ضلع **CD** است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: مسابقات دوازدهم ـ فصل ۲ ـ مثال صفحهٔ ۴۳

Hint از تانژانت $\frac{\alpha}{۲}$ استفاده کن.

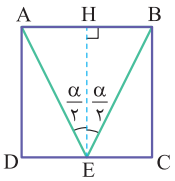
درس Box

تانژانت مجموع و تفاضل کمان: $\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{۱\mp\tan\alpha\tan\beta}$

تانژانت ۲ برابر کمان: $\tan ۲\theta=\frac{۲\tan\theta}{۱-\tan^{۲}\theta}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از خاصیت تقارن در مثلث متساوی‌الساقین AEB استفاده می‌کنیم و داریم:



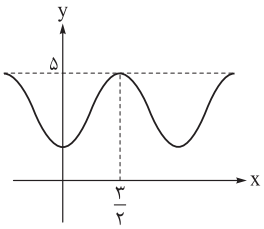
$$\tan\frac{\alpha}{۲}=\frac{HB}{EH}=\frac{۱}{۲}$$

گام دوم: و حالا طبق فرمول تانژانت دو برابر کمان داریم:

$$\tan\alpha=\frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱-\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}}=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۴}}=\frac{۴}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ بخشی از نمودار تابع $f(x)=a-۲\cos\frac{\pi}{b}x$ در شکل زیر رسم شده است. دورهٔ تناوب تابع $g(x)=۳\sin\frac{\pi}{ab}x+۲b$ کدام است؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: همسایان دوازدهم ـ فصل ۲ ـ مثال صفحهٔ ۲۸

درس Box

در توابع مثلثاتی به فرم $y=a\sin bx+c$ یا $y=a\cos bx+c$، سه فرمول بسیار مهم و اساسی را به شرح زیر داریم:

$$T=\frac{۲\pi}{|b|}$$

$$y_{min}=c-|a|$$

$$y_{Max}=c+|a|$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بیشترین مقدار تابع f برابر ۵ است:

$$f_{max}=a+|-۲|=a+۲=۵ \Rightarrow a=۳$$

نصف دورهٔ تناوب آن هم برابر $\frac{۳}{۲}$ شده است:

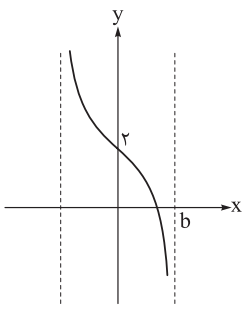
$$T_f=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{|b|}}=۲|b|=۳ \Rightarrow |b|=\frac{۳}{۲}$$

گام دوم: حالا می‌رویم سراغ دورهٔ تناوب تابع g:

$$T_g=\frac{۲\pi}{\frac{\pi}{|ab|}}=۲|ab|=۲\times۳\times\frac{۳}{۲}=۹$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a-۳\tan(\frac{\pi}{۴}+\frac{ax}{۲})$ به صورت زیر است. مقدار b کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۵}$

۲) $\frac{۲\pi}{۵}$

۳) $\frac{\pi}{۱۰}$

۴) $\frac{۳\pi}{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۲ ـ فعالیت صفحهٔ ۳۲

Hint از $f(۰)=۲$ استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** عرض از مبدأ تابع برابر ۲ شده است:

$$f(۰)=a-۳\underbrace{\tan\frac{\pi}{۴}}_{۱}=a-۳=۲ \Rightarrow a=۵$$

گام دوم: پس ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=۵-۳\tan(\frac{\pi}{۴}+\frac{۵x}{۲})$ تکمیل می‌شود. مجانب‌های قائم نمودار این تابع، جایی است که ورودی تانژانت مضرب فرد $\frac{\pi}{۲}$ شود؛ یعنی:

$$\frac{\pi}{۴}+\frac{۵x}{۲}=(۲k+۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x=\frac{۴k+۱}{۱۰}\pi \;;\; k\in\mathbb{Z}$$

به ازای $k=۰$، اولین مجانب قائم یعنی خط $x=b$ به دست می‌آید:

$$b=\frac{\pi}{۱۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ معادلهٔ $\cos^۲ x + \sin x \cos ۴x = ۱$ در بازهٔ $(۰, \frac{\pi}{۲})$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: مسابقات دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تمرین ۱ ـ صفحهٔ ۴۴ ـ قسمت «ج»

Hint $\cos^۲ x$ رو به سمت دیگهٔ تساوی ببر.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin x \cos ۴x = ۱ - \cos^۲ x$$

پس داریم:

$$\sin x \cos ۴x = \sin^۲ x$$

از آن‌جا که در بازهٔ $(۰, \frac{\pi}{۲})$، $\sin x$ نمی‌تواند صفر باشد، با تقسیم طرفین معادلهٔ بالا به $\sin x$ به معادلهٔ زیر می‌رسیم:

$$\cos ۴x = \sin x$$

گام دوم: حالا نسبت $\sin$ را برحسب $\cos$ می‌نویسیم:

$$\cos ۴x = \cos(\frac{\pi}{۲} - x)$$

و معادله را به طریق زیر حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۴x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} - x \Rightarrow ۵x = (۴k+۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{۴k+۱}{۱۰}\pi \\ \text{یا} \\ ۴x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} + x \Rightarrow ۳x = (۴k-۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{۴k-۱}{۶}\pi \end{cases} \quad ; \ k \in \mathbb{Z}$$

فقط $x = \frac{\pi}{۱۰}$ (که به ازای $k = ۰$ در دسته‌جواب اول به دست آمده است) در بازهٔ $(۰, \frac{\pi}{۲})$ قرار دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{ax^۲+bx}-۳x)=۲$ باشد، مقدار **b** کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۶۹ ـ تمرین ۳

درس Box

هم‌ارزی‌های زیر را در حد توابع در بی‌نهایت داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\sqrt[n]{ax^n+bx^{n-۱}+\dots}=\begin{cases}\sqrt[n]{a}(x+\frac{b}{na}) & ;\ n\text{ فرد}\\ \sqrt[n]{a}\,|x+\frac{b}{na}| & ;\ n\text{ زوج}\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق درس‌باکس داریم:

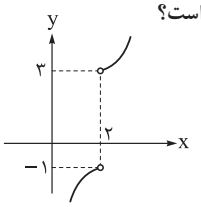
$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{ax^۲+bx}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{a}\,|x+\frac{b}{۲a}|=\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{a}x+\frac{b}{۲\sqrt{a}})$$

گام دوم: حالا تساوی مفروض سؤال را می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{ax^۲+bx}-۳x)=\lim_{x\to+\infty}((\sqrt{a}-۳)x+\frac{b}{۲\sqrt{a}})=۲\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{a}-۳=۰\Rightarrow\sqrt{a}=۳\\ \frac{b}{۲\sqrt{a}}=۲\xrightarrow{\sqrt{a}=۳}b=۱۲\end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ بخشی از نمودار تابع **f** در شکل زیر رسم شده است. اگر $\lim\limits_{x\to ۳^-}\dfrac{b+۲af(۴-x)}{a+f(x)}=-\infty$ باشد، حدود **b** کدام است؟



۱) $b<۶$

۲) $b>-۶$

۳) $b<-۲$

۴) $b>۲$

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۳ ـ کار در کلاس صفحهٔ ۵۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: حد تابع $-\infty$ شده است، پس در ابتدا باید حد مخرج را برابر صفر قرار دهیم:

$$\lim_{x\to ۲^-}(a+f(x))=a+\lim_{x\to ۲^-}f(x)=a-۱=۰\Rightarrow a=۱$$

پس داریم:

$$\lim_{x\to ۲^-}\frac{b+۲f(۴-x)}{۱+f(x)}=-\infty \qquad (*)$$

گام دوم: در یک همسایگی چپ $x=۲$، مقادیر تابع از -۱ کم‌تر است، پس مخرج در عبارت $(*)$ منفی است، پس برای این‌که تساوی $(*)$ درست باشد، لازم است که حد صورت مثبت باشد:

$$\lim_{x\to ۲^-}(b+۲f(۴-x))=b+۲\lim_{x\to ۲^-}f(۴-x)=b+۲\lim_{x\to ۲^+}f(x)=b+۶>۰\Rightarrow b>-۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=\sqrt{x+1}$ در بازهٔ $[0, k]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x=3$ برابر است. مقدار k کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحهٔ ۱۱۰ ـ تمرین ۷

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا آهنگ متوسط تغییر تابع را در بازهٔ $[0, k]$ حساب می‌کنیم:

$$\text{آهنگ متوسط}: \bar{f}_{[0,k]}=\frac{f(k)-f(0)}{k-0}=\frac{\sqrt{k+1}-1}{k}$$

گام دوم: آهنگ لحظه‌ای تغییر، همان مشتق تابع است:

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \Rightarrow f'(3)=\frac{1}{4}$$

گام سوم: دو مقدار به‌دست‌آمده را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sqrt{k+1}-1}{k}=\frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{k+1}=\frac{k}{4}+1$$

نیازی به حل‌کردن معادله نیست و با توجه به گزینه‌ها، $k=8$ جواب معادلهٔ بالا است.

اما اگر حل کنیم، داریم:

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} k+1=\frac{k^2}{16}+\frac{k}{2}+1 \Rightarrow \frac{k^2}{16}-\frac{k}{2}=\frac{1}{16}k(k-8)=0 \xrightarrow{k>0} k=8$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ اگر تابع f در $x=۲$ پیوسته و $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)-۴}{x^۲-۴}=\frac{۳}{۲}$ باشد، مشتق تابع $g(x)=\frac{۱}{x}f(\sqrt{x})$ در $x=۴$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحهٔ ۱۰۱ ـ تمرین ۱۴

درس Box

تعریف مشتق

تعریف مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$ به یکی از صورت‌های زیر است:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$f'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

قواعد مشتق‌گیری

اگر u و v دو تابع باشند، برخی از قواعد مشتق‌گیری به صورت زیر خواهد بود:

$$y=au \Rightarrow y'=au'$$

$$y=\sqrt{u} \Rightarrow y'=\frac{u'}{۲\sqrt{u}}$$

$$y=\frac{u}{v} \Rightarrow y'=\frac{u'v-v'u}{v^۲}$$

$$y=u^n \Rightarrow y'=nu'u^{n-۱}$$

$$y=u.v \Rightarrow y'=u'v+v'u$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حد داده‌شده، حد مخرج صفر شده است اما حاصل حد عددی حقیقی به دست آمده است، پس حد صورت هم باید برابر صفر شود، پس داریم:

$$\lim_{x\to ۲}(f(x)-۴)=۰ \Rightarrow \lim_{x\to ۲}f(x)=۴$$

و از آن‌جا که تابع f در $x=۲$ پیوسته است، نتیجه می‌گیریم $f(۲)=۴$.

گام دوم: این یعنی حد داده‌شده را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم و با استفاده از آن و تعریف مشتق، $f'(۲)$ را حساب کنیم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x^۲-۴}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{(x+۲)(x-۲)}=\underbrace{\lim_{x\to ۲}\frac{۱}{x+۲}}_{\text{برابر }\frac{۱}{۴}\text{ است.}}\times\underbrace{\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}}_{\text{تعریف مشتق در }x=۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴}f'(۲)=\frac{۳}{۲} \Rightarrow f'(۲)=۶$$

گام سوم: حال سراغ مشتق تابع g می‌رویم:

$$g'(x)=-\frac{۱}{x^۲}f(\sqrt{x})+\frac{۱}{x}\times\left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}f'(\sqrt{x})\right) \Rightarrow g'(x)=-\frac{۱}{x^۲}f(\sqrt{x})+\frac{۱}{۲x\sqrt{x}}f'(\sqrt{x})$$

با جای‌گذاری $x=۴$ داریم:

$$g'(۴)=-\frac{۱}{۱۶}f(۲)+\frac{۱}{۱۶}f'(۲) \xrightarrow[f'(۲)=۶]{f(۲)=۴} g'(۴)=-\frac{۴}{۱۶}+\frac{۶}{۱۶}=\frac{۲}{۱۶}=\frac{۱}{۸}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ اگر $\frac{f'(x)}{f(x)} = ۳x$ باشد، حاصل $\frac{f''(۳)}{f(۳)}$ کدام است؟

۱) ۴۸ ۲) ۱۲ ۳) ۳۰ ۴) ۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: مشتق‌پذیری و مشتق ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۱ ـ تمرین ۱۶

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تساوی فرض سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f'(x) = ۳xf(x)$$

حال از طرفین این تساوی مشتق می‌گیریم:

$$f''(x) = ۳f(x) + ۳xf'(x)$$

گام دوم: مجدداً از تساوی فرض سؤال استفاده می‌کنیم و به جای $f'(x)$، عبارت $۳xf(x)$ را قرار می‌دهیم:

$$f''(x) = ۳f(x) + ۳x(۳xf(x)) = (۳ + ۹x^۲)f(x) \Rightarrow \frac{f''(x)}{f(x)} = ۳ + ۹x^۲$$

با جای‌گذاری $x = ۳$ داریم:

$$\frac{f''(۳)}{f(۳)} = ۳ + ۸۱ = ۸۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\frac{a\sqrt{x}}{x-3}$ در $x=4$، نیمساز ناحیهٔ اول را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کند. مقدار a کدام است؟

$y=x\ ;\ x>0$

۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{1}{29}$ ۳) $\frac{4}{29}$ ۴) $\frac{1}{9}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: مسابان دوازدهم ـ فصل ۴ ـ کار در کلاس صفحهٔ ۹۵ ـ قسمت «ب»

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: لازم است که معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع را در $x=4$ به دست آوریم. مقدار $f(4)$، برابر $2a$ است. کافی است شیب خط مماس را که همان $f'(4)$ است، حساب کنیم:

$$f'(x)=a\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x-3)-\sqrt{x}}{(x-3)^2}\Rightarrow f'(4)=a\times\frac{\frac{1}{4}-2}{1^2}=-\frac{7}{4}a$$

گام دوم: خط مماس با شیب $-\frac{7}{4}a$ از نقطهٔ $(4,2a)$ می‌گذرد، پس معادلهٔ آن را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$y-2a=-\frac{7}{4}a(x-4)\Rightarrow y-2a=-\frac{7}{4}ax+7a\Rightarrow y=-\frac{7}{4}ax+9a$$

گام سوم: این خط، نیمساز ناحیهٔ اول یعنی خط $y=x$ را در نقطهٔ $(1,1)$ قطع می‌کند، پس نقطهٔ $(1,1)$ روی خط مماس هم قرار دارد:

$$1=-\frac{7}{4}a+9a=\frac{29}{4}a\Rightarrow a=\frac{4}{29}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ مینیمم مطلق تابع $f(x)=(x-۴)\sqrt[۳]{x}$ برابر $f(\alpha)$ است. حاصل $\alpha f(\alpha)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -۶ ۳) -۴ ۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۵ ـ صفحهٔ ۱۲۵ ـ تمرین ۶ ـ قسمت «ج»

درس Box

تعریف: نقطه‌ای به طول $x=c$ از دامنهٔ تابع f را یک نقطهٔ بحرانی برای این تابع می‌نامیم، هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد و یا $f'(c)$ موجود نباشد.

برای پاسخ به سؤال، چند تعریف زیر را باید بدانیم:

تعریف (۱): می‌گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول c ماکزیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c مانند $I\subseteq D_f$ باشد که برای هر $x\in I$ داشته باشیم $f(c)\geq f(x)$. در این حالت، $f(c)$ را مقدار ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

تعریف (۲): می‌گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول c مینیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c مانند $I\subseteq D_f$ باشد که برای هر $x\in I$ داشته باشیم $f(c)\leq f(x)$. در این حالت، $f(c)$ را مقدار مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

تعریف (۳): با فرض $c\in D_f$، نقطهٔ $(c,f(c))$، یک نقطهٔ ماکزیمم مطلق برای تابع f نام دارد، هرگاه به ازای هر x از D_f داشته باشیم $f(c)\geq f(x)$. در این حالت، $f(c)$ را مقدار ماکزیمم مطلق f روی D_f می‌گوییم.

تعریف (۴): با فرض $c\in D_f$، نقطهٔ $(c,f(c))$، یک نقطهٔ مینیمم مطلق برای تابع f نام دارد، هرگاه به ازای هر x از D_f داشته باشیم $f(c)\leq f(x)$. در این حالت، $f(c)$ را مقدار مینیمم مطلق f روی D_f می‌گوییم.

قضیه: فرض کنیم تابع f در بازهٔ بستهٔ $[a,b]$ پیوسته باشد؛ در این صورت f در این بازه هم ماکزیمم مطلق دارد و هم مینیمم مطلق.

روش یافتن اکسترمم‌های مطلق تابع پیوستهٔ f در بازهٔ بستهٔ $[a,b]$:

۱) مشتق تابع را به دست می‌آوریم و به کمک آن، نقاط بحرانی f را می‌یابیم.

۲) مقدار تابع را در نقاط بحرانی و نیز نقاط ابتدا و انتهای بازه به دست می‌آوریم؛ بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقادیر، به ترتیب ماکزیمم و مینیمم مطلق f بر $[a,b]$ هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دامنهٔ تابع، $\mathbb{R}$ است و داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty} x\sqrt[۳]{x}=+\infty$$

این یعنی کم‌ترین مقدار تابع قطعاً در نقاط بحرانی آن رخ می‌دهد.

گام دوم: پس مشتق می‌گیریم و صفرهای تابع مشتق را به دست می‌آوریم:

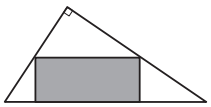
$$f'(x)=\sqrt[۳]{x}+\frac{x-۴}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}=\frac{۴(x-۱)}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}\xrightarrow{f'(x)=۰}x=۱$$

پس تابع در $\alpha=۱$ به مینیمم مطلق خودش می‌رسد:

$$\alpha f(\alpha)=f(۱)=-۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل زیر، نسبت طول‌های اضلاع قائمه برابر ۲ است. اگر مساحت مستطیل سایه‌خورده بیشترین مقدار ممکن باشد، نسبت طول به عرض آن کدام است؟



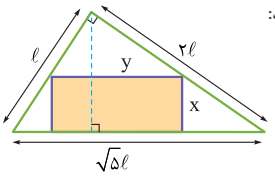
۱) ۲/۵ ۲) ۲/۲۵ ۳) ۱/۷۵ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: مسابقه دوازدهم ـ فصل ۵ ـ مثال صفحهٔ ۱۱۸

Hint استفاده از تشابه مثلث‌های قائم‌الزاویه و قضیهٔ تالس یادت نره.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** اضلاع قائمهٔ مثلث را ℓ و 2ℓ در نظر می‌گیریم، در نتیجه طول وتر $\sqrt{5}\ell$ خواهد شد:



با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر $\frac{2\ell}{\sqrt{5}}$ به دست می‌آید.

گام دوم: طول و عرض مستطیل را x و y در نظر می‌گیریم. واضحاً مساحت مستطیل برابر $S = xy$ است، اما باید رابطه‌ای بین x و y پیدا کنیم. برای این کار از تعمیم قضیهٔ تالس استفاده می‌کنیم:

$$\frac{y}{\sqrt{5}\ell} = \frac{\frac{2\ell}{\sqrt{5}} - x}{\frac{2\ell}{\sqrt{5}}} \Rightarrow \frac{y}{\sqrt{5}\ell} = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2\ell}x \xrightarrow{\times\sqrt{5}\ell} y = \ell\sqrt{5} - \frac{5}{2}x \quad (*)$$

گام سوم: مساحت مستطیل را برحسب x می‌نویسیم:

$$S = xy \Rightarrow S = x(\ell\sqrt{5} - \frac{5}{2}x)$$

تابع درجه‌دوم، در میانگین صفرهایش به مقدار بهینهٔ خود می‌رسد:

$$x_0 = \frac{0 + \frac{2\ell}{\sqrt{5}}}{2} = \frac{\ell}{\sqrt{5}}$$

با جای‌گذاری در رابطهٔ (*)، مقدار y_0 برابر $\frac{\sqrt{5}}{2}\ell$ به دست می‌آید. در نتیجه نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\ell}{\frac{\ell}{\sqrt{5}}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ خط $y = ۲x + m$ نمودار تابع $f(x) = x^۳ - ۳x^۲ - ۷x$ را در ۳ نقطه قطع می‌کند. حدود m کدام است؟

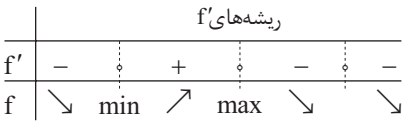
۱) $(-۵,۲۷)$
۲) $(-۹,۱۸)$
۳) $(-۲۷,۵)$
۴) $(-۱۸,۹)$

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: حسابان دوازدهم ـ فصل ۵ ـ صفحهٔ ۱۲۵ ـ تمرین ۶ ـ قسمت «الف»

درس Box

طریقهٔ پیداکردن اکسترمم‌های نسبی:

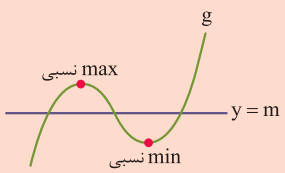
	روش	توضیح
۱	رسم نمودار	اگر رسم نمودار تابع را بلد باشیم، رسمش می‌کنیم و از روی شکل، نقاط اکسترمم نسبی را پیدا می‌کنیم.
۲	مشتق	گام اول: f' را حساب می‌کنیم.
		گام دوم: f' را تعیین علامت می‌کنیم: 
		گام سوم: هرجا f' از $+$ به $-$ رفته بود، max نسبی و هر جا از $-$ به $+$ رفته بود، min نسبی داریم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ حاصل از تلاقی خط و نمودار تابع f را می‌نویسیم:

$$x^۳ - ۳x^۲ - ۷x = ۲x + m \Rightarrow x^۳ - ۳x^۲ - ۹x = m$$

گام دوم: $x^۳ - ۳x^۲ - ۹x$ را ضابطهٔ تابع g در نظر می‌گیریم. حال برای این‌که معادلهٔ اصلی صورت سؤال ۳ جواب داشته باشد، لازم است خط افقی $y = m$ نمودار تابع g را در ۳ نقطه قطع کند و ترجمه آن، این می‌شود که خط $y = m$ محدود به مقادیر اکسترمم نسبی تابع g باشد.



گام سوم: پس می‌رویم مقادیر اکسترمم نسبی تابع g را پیدا کنیم:

$$g(x) = x^۳ - ۳x^۲ - ۹x \Rightarrow g'(x) = ۳x^۲ - ۶x - ۹ \xrightarrow{g'(x)=۰} x^۲ - ۲x - ۳ = (x-۳)(x+۱) = ۰ \Rightarrow x = -۱, ۳$$

گام چهارم: جدول تغییرات رفتار تابع g را می‌نویسیم:

x		-۱		۳	
g'	$+$	۰	$-$	۰	$+$
g	↗	نسبی max	↘	نسبی min	↗

$$g(-۱) = ۵ \ , \ g(۳) = -۲۷$$

پس حدود m باید بازهٔ $(-۲۷,۵)$ باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ اگر نقطهٔ $A(۲,-۷)$ یک اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x)=x^۴+ax^۲+b$ باشد، نقاط عطف نمودار این تابع روی کدام خط قرار دارند؟

۱) $y=\frac{۱}{۹}$ ۲) $y=۳$

۳) $y=۴$ ۴) $y=\frac{۱}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: مسایان دوازدهم ـ فصل ۵ ـ صفحهٔ ۱۴۴ ـ تمرین ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طول و عرض نقطه را در ضابطهٔ تابع جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(۲)=-۷ \Rightarrow ۱۶+۴a+b=-۷ \Rightarrow ۴a+b=-۲۳ \qquad (*)$$

گام دوم: نقطهٔ A اکسترمم نسبی است، پس در آن مشتق تابع برابر صفر است:

$$f'(x)=۴x^۳+۲ax \xrightarrow{f'(۲)=۰} ۳۲+۴a=۰ \Rightarrow a=-۸ \xrightarrow{(*)} b=۹$$

گام سوم: پس ضابطهٔ تابع به صورت $f(x)=x^۴-۸x^۲+۹$ تکمیل می‌شود. طول نقاط عطف این تابع، صفرهای سادهٔ تابع f'' هستند:

$$f'(x)=۴x^۳-۱۶x$$

$$\Rightarrow f''(x)=۱۲x^۲-۱۶ \xrightarrow{f''(x)=۰} x^۲=\frac{۴}{۳} \Rightarrow x=\pm\frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

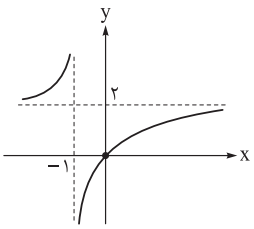
عرض این نقاط را به شکل زیر حساب می‌کنیم:

$$f(\pm\frac{۲}{\sqrt{۳}})=(\frac{۴}{۳})^۲-۸(\frac{۴}{۳})+۹=\frac{۱}{۹}$$

یعنی نقاط عطف روی خط $y=\frac{۱}{۹}$ قرار دارند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ نمودار تابع هموگرافیک f به صورت زیر است. اگر تابع $g(x) = xf(x)$ روی بازهٔ $(\alpha,-1)$ اکیداً نزولی باشد، کم‌ترین مقدار α کدام است؟



۱) -۲

۲) -۳

۳) $-\frac{۳}{۲}$

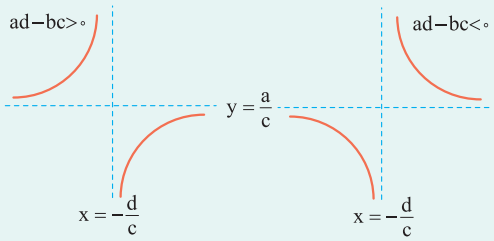
۴) $-\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: همسایان دوازدهم ـ فصل ۵ ـ مثال صفحهٔ ۱۴۱

درس Box

تابع هموگرافیک: تابع $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ را با شروط $c\neq ۰$ و $ad-bc\neq ۰$ هموگرافیک می‌نامیم. خط $y=\frac{a}{c}$، مجانب افقی و خط $x=-\frac{d}{c}$، مجانب قائم نمودار این تابع است:



این تابع، یک مرکز تقارن به مختصات $W(-\frac{d}{c},\frac{a}{c})$ و دو محور تقارن به معادلات $y=x+\frac{a+d}{c}$ و $y=-x+\frac{a-d}{c}$ دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ضابطهٔ تابع f را به صورت $f(x)=\frac{ax}{bx+c}$ در نظر می‌گیریم، زیرا $f(۰)=۰$ است. $y=۲$ خط مجانب افقی و $x=-۱$ خط مجانب قائم است، پس داریم:

$$\begin{cases}-b+c=۰ \Rightarrow c=b\\ \frac{a}{b}=۲\end{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{۲x}{x+۱}$$

گام دوم: حالا ضابطهٔ تابع g را به دست می‌آوریم:

$$g(x)=\frac{۲x^۲}{x+۱} \Rightarrow g'(x)=\frac{۴x(x+۱)-۲x^۲}{(x+۱)^۲}=\frac{۲x^۲+۴x}{(x+۱)^۲}$$

$$\Rightarrow g'(x)=\frac{۲x(x+۲)}{(x+۱)^۲} \xrightarrow{g'(x)=۰} x=۰,-۲$$

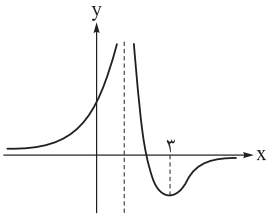
گام سوم: تابع g' را تعیین علامت می‌کنیم:

		−۲		−۱		۰	
g'	+	۰	−	‖	−	۰	+
	↗		↘	‖	↘		↗

واضح است که تابع g روی بازهٔ $(-۱,-۲)$ اکیداً نزولی است، پس کم‌ترین مقدار α برابر -۲ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ نمودار تابع $f(x)=\frac{ax+۴}{x^۲+bx+۱}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار a کدام است؟



۱) -۴

۲) -۳

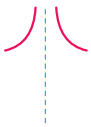
۳) -۶

۴) -۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: مسایان دوازدهم ـ فصل ۵ ـ صفحهٔ ۱۳۸

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گام اول: علامت تابع در همسایگی مجانب قائم خود تغییری نمی‌کند و به صورت مقابل است:



که به معنای آن است که مخرج، صفر مرتبهٔ زوج دارد. چون عبارت مخرج درجه‌دوم است، Δ ی آن باید صفر باشد:

$$\Delta=b^۲-۴=۰ \Rightarrow b=\pm ۲$$

اما ریشه باید مثبت باشد، پس $b=-۲$ را قبول می‌کنیم.

گام دوم: ضابطهٔ تابع به صورت مقابل تکمیل می‌شود:

$$f(x)=\frac{ax+۴}{(x-۱)^۲}$$

با توجه به نمودار، $x=۳$ طول اکسترمم نسبی است، پس مشتق تابع در آن برابر صفر است:

$$f'(x)=\frac{a(x-۱)^۲-۲(x-۱)(ax+۴)}{(x-۱)^۴}=-\frac{ax+a+۸}{(x-۱)^۳} \xrightarrow{f'(۳)=۰} ۳a+a+۸=۰ \Rightarrow a=-۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix} m & ۲-m \\ ۰ & n \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، آن‌گاه دترمینان ماتریس $A^{-۱}$ کدام است؟

۱) $-۰/۲۵$ ۲) $۰/۲۵$

۳) $۰/۵$ ۴) $-۰/۵$

مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از امتحان نهایی دی ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل اول ـ صفحهٔ ۲۱ ـ تمرین ۶

Hint دقت کنید که نیازی به محاسبهٔ ماتریس $A^{-۱}$ نیست و از روی $|A|$ می‌توان به طور مستقیم $|A^{-۱}|$ را به دست آورد.

درس Box

۱) **ماتریس اسکالر**: ماتریس مربعی A اسکالر نامیده می‌شود، هرگاه درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی برابر صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگر باشند.

۲) اگر A یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه دترمینان وارون ماتریس A، برابر عکس دترمینان ماتریس A است، یعنی داریم:

$$|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ماتریس A، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} ۲-m=۰ \Rightarrow m=۲ \\ n=m=۲ \end{cases}$$

گام دوم: ماتریس A را بازنویسی کرده و دترمینان آن را محاسبه می‌کنیم:

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow |A|=۲\times۲-۰\times۰=۴$$

گام سوم: دترمینان وارون ماتریس A، عکس دترمینان ماتریس A است، پس داریم:

$$|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ سه نقطهٔ A ، B و C در صفحه مفروض‌اند. تعداد نقاطی که از A و B به یک فاصله و از C به فاصلهٔ ۲ باشند، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

مشاوره این سؤال براساس تمرین ۳ صفحهٔ ۳۹ کتاب درسی و مشابه سؤالی از امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل دوم ـ صفحهٔ ۳۹ ـ تمرین ۳

Hint حالت‌های مختلف برخورد خط و دایره را در نظر بگیرید.

درس Box

مکان هندسی‌های مهم در صفحه:

۱) مکان هندسی نقاطی که از دو نقطهٔ ثابت A و B در صفحه به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است.

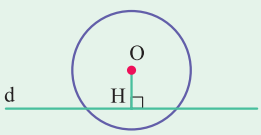
۲) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، نیمساز آن زاویه است.

۳) مکان هندسی نقاطی که از نقطهٔ ثابت O به فاصلهٔ ثابت k قرار دارند، دایره‌ای به مرکز O و به شعاع k است.

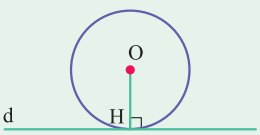
۴) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ثابت k قرار دارند، دو خط موازی d، به فاصلهٔ k از آن و در دو طرف آن است.

نکته یک خط و یک دایره نسبت به هم، یکی از سه حالت زیر را دارند:

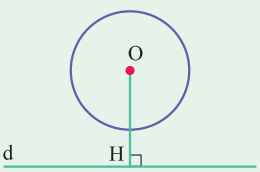
۱) خط و دایره در دو نقطه متقاطع‌اند. در این حالت فاصلهٔ مرکز دایره تا خط d، کوچک‌تر از شعاع دایره است، یعنی $OH < R$.



۲) خط و دایره در یک نقطه بر هم مماس‌اند. در این حالت فاصلهٔ مرکز دایره تا خط d، برابر شعاع دایره است، یعنی $OH = R$.

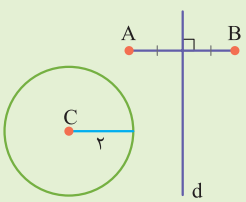


۳) خط و دایره نقطهٔ مشترکی ندارند. در این حالت فاصلهٔ مرکز دایره تا خط d، بزرگ‌تر از شعاع دایره است، یعنی $OH > R$.

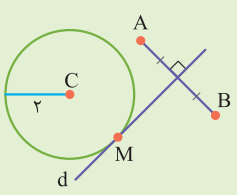


پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطهٔ A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است؛ هم‌چنین مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطهٔ C به فاصلهٔ ۲ واحد باشند، دایره‌ای به مرکز C و به شعاع ۲ واحد است. تعداد جواب‌های مسئله تابع تعداد نقاط برخورد این دایره و عمودمنصف پاره‌خط AB است.

گام دوم: اگر عمودمنصف پاره‌خط AB و دایره، هیچ نقطهٔ اشتراکی نداشته باشند، مسئله فاقد جواب است.

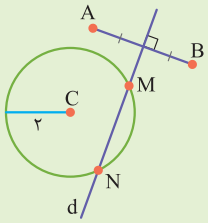


گام سوم: اگر عمودمنصف پاره‌خط AB بر این دایره در نقطه‌ای مانند M مماس باشد، مسئله تنها یک جواب دارد.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام چهارم: اگر عمودمنصف پاره‌خط AB و دایره در دو نقطه مانند M و N متقاطع باشند، مسئله دارای ۲ جواب است.



گام پنجم: با توجه به گام‌های دوم تا چهارم، مسئله هیچ‌گاه ۳ جواب ندارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ مختصات کانون‌های یک بیضی $(-۴,۳)$ و $(۲,-۵)$ و خروج از مرکز آن $\frac{۱}{۲}$ است. طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$

۲) $۱۰\sqrt{۳}$

۳) $۵\sqrt{۳}$

۴) $۱۰\sqrt{۲}$

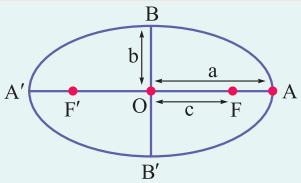
مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۵ کنکور ریاضی داخل نوبت اول (اردیبهشت) ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل دوم ـ فعالیت ۳ ـ صفحهٔ ۴۹

Hint به کمک فاصلهٔ کانونی و خروج از مرکز بیضی، مقدار a را محاسبه کنید.

درس Box



- **بیضی**: بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فاصله‌های آن‌ها از دو نقطهٔ ثابت در صفحه، همواره مقدار ثابتی باشد. این دو نقطهٔ ثابت، کانون‌های بیضی نامیده می‌شوند و آن‌ها را معمولاً با F و F' نمایش می‌دهند.
- پاره‌خط FF' به طول $۲c$، فاصلهٔ کانونی بیضی نامیده می‌شود.
- قطری از بیضی که از کانون‌ها عبور می‌کند، قطر بزرگ بیضی است و اندازهٔ آن برابر $AA'=۲a$ است که همان مقدار ثابت بیضی است. قطری از بیضی که در مرکز بیضی بر قطر بزرگ عمود است، قطر کوچک بیضی نام دارد و اندازهٔ آن برابر $BB'=۲b$ است.
- در هر بیضی، رابطهٔ $a^۲=b^۲+c^۲$ برقرار است.
- **خروج از مرکز بیضی**: برای هر بیضی مقدار $e=\frac{c}{a}$ را که عددی بین صفر و یک است، خروج از مرکز بیضی می‌نامیم. خروج از مرکز شاخص کشیدگی بیضی است. هر چه خروج از مرکز بیضی کوچک‌تر باشد (به صفر نزدیک‌تر باشد)، بیضی به دایره شبیه‌تر است و هر چه خروج از مرکز بیضی بزرگ‌تر باشد (به یک نزدیک‌تر باشد)، بیضی کشیده‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق فرض $F(۳,-۴)$ و $F'(-۵,۲)$، کانون‌های بیضی هستند، پس فاصلهٔ کانونی بیضی برابر است با:

$$۲c=FF'=\sqrt{(-۵-۳)^۲+(۲+۴)^۲}=\sqrt{۶۴+۳۶}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰ \Rightarrow c=۵$$

گام دوم: با توجه به مقدار خروج از مرکز بیضی، مقدار a (نصف طول قطر بزرگ) را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{c}{a}=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{c=۵} \frac{۵}{a}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow a=۱۰$$

گام سوم: در هر بیضی رابطهٔ $a^۲=b^۲+c^۲$ برقرار است، بنابراین داریم:

$$a^۲=b^۲+c^۲ \Rightarrow ۱۰^۲=b^۲+۵^۲ \Rightarrow b^۲=۱۰۰-۲۵=۷۵$$

$$\Rightarrow b=۵\sqrt{۳}$$

بنابراین طول قطر کوچک بیضی برابر است با:

$$۲b=۲\times۵\sqrt{۳}=۱۰\sqrt{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ اگر $A=\begin{bmatrix}m & n & p\end{bmatrix}$ و $BA=\begin{bmatrix}۱ & x & y\\ a & -۲ & z\\ b & c & ۳\end{bmatrix}$ باشند، آن‌گاه AB کدام است؟

۱) $m-۲n+۳p$

۲) -۶

۳) $۳m-۲n+p$

۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل اول ـ کار در کلاس ۱ ـ پ ـ صفحهٔ ۱۸

Hint ابتدا مرتبهٔ ماتریس B را تعیین کنید.

درس Box **ضرب دو ماتریس:** دو ماتریس $A_{m\times n}$ و $B_{p\times q}$ را در نظر بگیرید. ضرب AB در صورتی قابل انجام است که تعداد ستون‌های ماتریس A با تعداد سطرهای ماتریس B برابر باشد، یعنی $n=p$. در صورتی که این ضرب امکان‌پذیر باشد، حاصل آن ماتریسی مانند $C_{m\times q}$ است، یعنی تعداد سطرهای آن برابر تعداد سطرهای ماتریس A و تعداد ستون‌های آن برابر تعداد ستون‌های ماتریس B خواهد بود.

نکته اگر ماتریس A از مرتبهٔ ۱×۱ باشد، آن‌گاه $A=\begin{bmatrix}a\end{bmatrix}$ را می‌توان به صورت $A=a$ نوشت.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به مرتبهٔ ماتریس‌های $A_{۱\times ۳}$ و $(BA)_{۳\times ۳}$، ماتریس B از مرتبهٔ ۳×۱ است.

گام دوم: فرض کنید ماتریس B به صورت $B=\begin{bmatrix}b_{۱۱}\\ b_{۲۱}\\ b_{۳۱}\end{bmatrix}$ باشد. در این صورت داریم:

$$BA=\begin{bmatrix}b_{۱۱}\\ b_{۲۱}\\ b_{۳۱}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}m & n & p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & x & y\\ a & -۲ & z\\ b & c & ۳\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}b_{۱۱}m=۱\\ b_{۲۱}n=-۲\\ b_{۳۱}p=۳\end{cases}$$

گام سوم: حال ماتریس AB را به دست می‌آوریم:

$$AB=\begin{bmatrix}m & n & p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{۱۱}\\ b_{۲۱}\\ b_{۳۱}\end{bmatrix}=b_{۱۱}m+b_{۲۱}n+b_{۳۱}p=۱-۲+۳=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ اگر وارون ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+by=1-m \\ cx+dy=m \end{cases}$ به صورت $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ و جواب این دستگاه به صورت $\begin{bmatrix} n+1 \\ m-3 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار n کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل اول ـ تمرین ۱۱ ـ صفحهٔ ۳۱

Hint از روش حل دستگاه به کمک ماتریس وارون استفاده کنید.

درس Box دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ را در نظر بگیرید. این دستگاه را می‌توان به صورت معادلهٔ ماتریسی $AX=B$ نوشت که در آن $A=\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب، $X=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات و $B=\begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم دستگاه نامیده می‌شود. برای حل این دستگاه کافی است طرفین معادلهٔ $AX=B$ را از سمت چپ در ماتریس A^{-1} ضرب کنیم. در این صورت داریم:

$$A^{-1}(AX)=A^{-1}B \Rightarrow (\underbrace{A^{-1}A}_{I})X=A^{-1}B \Rightarrow X=A^{-1}B$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به فرض سؤال، $A^{-1}=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس ضرایب دستگاه، $B=\begin{bmatrix} 1-m \\ m \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X=\begin{bmatrix} n+1 \\ m-3 \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات است.

گام دوم: مطابق درس‌باکس داریم:

$$X=A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} n+1 \\ m-3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1-m \\ m \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2(1-m)+5m \\ 3(1-m)+m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} n+1 \\ m-3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3m+2 \\ 3-2m \end{bmatrix}$$

گام سوم: از برابری دو ماتریس نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} m-3=3-2m \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2 \\ n+1=3m+2 \xrightarrow{m=2} n+1=8 \Rightarrow n=7 \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ اگر $A=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & |A| & -1\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix}$ باشد، حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A^2+2|A|A+I$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳/۱۲۵

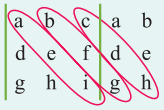
۳) ۴ ۴) ۴/۱۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

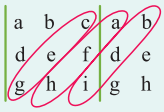
زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل اول ـ تمرین ۳ ـ صفحهٔ ۳۰

Hint ابتدا با استفاده از دستور ساروس یا روش بسط، دترمینان ماتریس A را محاسبه کنید.

درس Box **دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های 3×3:** در این روش که فقط برای ماتریس‌های 3×3 قابل استفاده است، دو ستون اول و دوم ماتریس را در کنارش می‌نویسیم، سپس درایه‌های قطر اصلی و دو قطر موازی آن (مطابق شکل) را مشخص می‌کنیم و درایه‌های روی هر قطر را در هم ضرب کرده و سپس اعداد حاصل را با هم جمع می‌کنیم. سپس همین کار را برای قطر فرعی و دو قطر موازی آن انجام می‌دهیم و در نهایت اعداد حاصل را از هم کم می‌کنیم تا دترمینان به دست آید.



$\Rightarrow (aei+bfg+cdh) \quad (۱)$



$\Rightarrow (ceg+afh+bdi) \quad (۲)$

$|A|=(۱)-(۲)=(aei+bfg+cdh)-(ceg+afh+bdi)$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک دستور ساروس، دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{vmatrix}\frac{1}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & |A| & -1\\ 1 & -2 & -1\end{vmatrix}\begin{matrix}\frac{1}{2} & -1\\ \frac{1}{2} & |A|\\ 1 & -2\end{matrix} \Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}\frac{1}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & |A| & -1\\ 1 & -2 & -1\end{vmatrix} \Rightarrow |A|=(-\frac{1}{2}|A|+1+1)-(-|A|+1+\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow |A|=\frac{1}{2}|A|+\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}|A|=\frac{1}{2} \Rightarrow |A|=1$$

گام دوم: مقدار $|A|$ را در ماتریس A جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & 1 & -1\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix}$$

هم‌چنین مقدار $|A|$ را در عبارت خواسته‌شده در صورت سؤال قرار می‌دهیم:

$$A^2+2|A|A+I=A^2+2A+I=(A+I)^2$$

گام سوم: ماتریس $A+I$ را ساخته و آن را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$A+I=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & 1 & -1\\ 1 & -2 & -1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & 2 & -1\\ 1 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$(A+I)^2=\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & 2 & -1\\ 1 & -2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & -1 & -1\\ \frac{1}{2} & 2 & -1\\ 1 & -2 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{4} & & \\ & \frac{11}{2} & \\ & & 1\end{bmatrix}$$

گام چهارم: حاصل‌ضرب درایه‌های قطر اصلی ماتریس $(A+I)^2$ برابر است با:

$$\frac{3}{4}\times\frac{11}{2}\times 1=\frac{33}{8}=4/125$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵ به ازای هر عدد حقیقی m، $(m-۲)x+my=m+۴$ معادلهٔ قطری از دایرهٔ C است. اگر نقطهٔ $A(۱,۲)$ بر این دایره واقع باشد، مساحت این دایره کدام است؟

۱) ۱۳π ۲) ۲۰π ۳) ۸π ۴) ۱۰π

مشاوره این سؤال مشابه سؤالی از کنکور ریاضی داخل ۱۴۰۱ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل دوم ـ تمرین ۱ ـ الف ـ صفحهٔ ۴۶

Hint معادلهٔ دو قطر دایره را پیدا کنید و با استفاده از تلاقی آن‌ها، مرکز دایره را به دست آورید.

درس Box فرض کنید $O(\alpha,\beta)$ مرکز یک دایره باشد. در این صورت تمام قطرهای این دایره از نقطهٔ O عبور می‌کنند و معادلهٔ کلی آن‌ها به صورت زیر است.

$$y-\beta=m(x-\alpha) \Rightarrow y-\beta=mx-m\alpha \Rightarrow mx-y-m\alpha+\beta=۰$$

معادلهٔ هر کدام از قطرهای دایره با جای‌گذاری یک عدد حقیقی به جای m (شیب خط) در معادلهٔ فوق حاصل می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به ازای $m=۲$ و $m=۰$، معادلهٔ دو قطر از دایره را می‌نویسیم و از تقاطع آن‌ها مرکز دایره را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{matrix} m=۰ \Rightarrow -۲x=۴ \Rightarrow x=-۲ \\ m=۲ \Rightarrow ۲y=۶ \Rightarrow y=۳ \end{matrix} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O(-۲,۳)$$

گام دوم: شعاع دایره برابر طول پاره‌خط OA است، پس داریم:

$$R=OA=\sqrt{(۱+۲)^۲+(۲-۳)^۲}=\sqrt{۱۰}$$

بنابراین مساحت دایره برابر است با:

$$S=\pi R^۲=۱۰\pi$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ اگر خطی به معادلهٔ $x-1=0$، خط هادی سهمی $y^2-kx+8=0$ باشد، آن‌گاه مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{1}{8}$ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

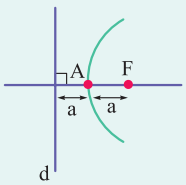
زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل دوم ـ تمرین ۸ ـ صفحهٔ ۵۸

Hint معادلهٔ سهمی را به حالت استاندارد تبدیل کنید و معادلهٔ خط هادی را به دست آورید.

درس Box

معادلهٔ سهمی‌های افقی به یکی از دو صورت زیر نوشته می‌شود:

اگر سهمی رو به راست باز شود:



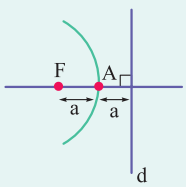
معادلهٔ سهمی: $(y-k)^2=4a(x-h)$

رأس سهمی: $A(h,k)$

کانون: $F(h+a,k)$

خط هادی: $x=h-a$

اگر سهمی رو به چپ باز شود:



معادلهٔ سهمی: $(y-k)^2=-4a(x-h)$

رأس سهمی: $A(h,k)$

کانون: $F(h-a,k)$

خط هادی: $x=h+a$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا معادلهٔ سهمی را به حالت استاندارد تبدیل می‌کنیم و مختصات رأس و مقدار فاصلهٔ کانونی سهمی را پیدا می‌کنیم.

$$y^2-kx+8=0 \Rightarrow y^2=kx-8 \Rightarrow y^2=k(x-\frac{8}{k})$$

با توجه به گزینه‌ها، دنبال یک مقدار k مثبت هستیم، پس با فرض $k>0$، سهمی رو به راست باز می‌شود و داریم:

رأس سهمی: $A(\frac{8}{k},0)$

فاصلهٔ کانونی: $4a=k \Rightarrow a=\frac{k}{4}$

گام دوم: با توجه به درس‌باکس، معادلهٔ خط هادی برای یک سهمی که رو به راست باز می‌شود، به صورت زیر است:

$$x=h-a \Rightarrow x=\frac{8}{k}-\frac{k}{4}$$

گام سوم: طبق فرض، خط $x=1$ خط هادی سهمی است، پس داریم:

$$\frac{8}{k}-\frac{k}{4}=1 \xrightarrow{\times 4k} 32-k^2=4k \Rightarrow k^2+4k-32=0 \Rightarrow (k+8)(k-4)=0 \xrightarrow{k>0} k=4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ بردار $\vec{a}$، مبدأ مختصات را به نقطه‌ای روی صفحهٔ $x=2$ وصل می‌کند و با بردار $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ موازی است. اگر $|\vec{a}|=m$، آن‌گاه اندازهٔ بردار $\vec{c}=(2,m,3-m)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{33}$

۲) ۵

۳) ۷

۴) $3\sqrt{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل سوم ـ تمرین‌های ۵ و ۶ ـ صفحهٔ ۷۶

Hint با توجه به مؤلفهٔ اول بردار $\vec{a}$ و شرط موازی‌بودن بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$، مؤلفه‌های دیگر بردار $\vec{a}$ را به دست آورید.

درس Box

۱) **دو بردار موازی:** دو بردار $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ و $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ در فضای $\mathbb{R}^3$ موازی یکدیگرند، اگر و تنها اگر داشته باشیم:

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$$

۲) **اندازهٔ بردار:** اندازهٔ بردار $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$ از رابطهٔ $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: انتهای بردار $\vec{a}$ روی صفحهٔ $x=2$ است، پس مؤلفه‌های بردار به صورت $\vec{a}=(2,a_2,a_3)$ است. از طرفی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ موازی یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\vec{a}\parallel\vec{b}\Rightarrow\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}\Rightarrow\frac{2}{1}=\frac{a_2}{-2}=\frac{a_3}{2}\Rightarrow\begin{cases}a_2=-4\\a_3=4\end{cases}\Rightarrow\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}$$

گام دوم: طبق فرض، اندازهٔ بردار $\vec{a}$ برابر m است، پس داریم:

$$m=|\vec{a}|=\sqrt{2^2+(-4)^2+4^2}=6\Rightarrow m=6$$

گام سوم: مقدار m را در بردار $\vec{c}$ جای‌گذاری کرده و اندازهٔ بردار $\vec{c}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{c}=(2,6,-3)\Rightarrow|\vec{c}|=\sqrt{2^2+6^2+(-3)^2}=\sqrt{49}=7$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ به ترتیب با اندازه‌های ۳، ۴ و ۵ مفروض‌اند، به طوری که هر کدام از این سه بردار بر مجموع دو بردار دیگر عمود است. اندازهٔ بردار $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل سوم ـ تمرین ۲ ـ صفحهٔ ۸۴

Hint شرط عمودبودن بردارها را به طور جداگانه نوشته و روابط به‌دست‌آمده را با هم جمع کنید.

درس Box

۱) دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند، اگر و تنها اگر $\vec{a}.\vec{b}=۰$ باشد.

۲) اتحادهای زیر برای ضرب داخلی بردارها برقرار هستند:

الف) $|\vec{a}\pm\vec{b}|^۲=|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲\pm۲\vec{a}.\vec{b}$

ب) $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^۲=|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+|\vec{c}|^۲+۲(\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a})$

پ) $(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^۲-|\vec{b}|^۲$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شرط عمودبودن را برای هر دو بردار به طور جداگانه می‌نویسیم:

$$\vec{a}\perp\vec{b}+\vec{c}\Rightarrow\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})=۰\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}=۰$$

$$\vec{b}\perp\vec{a}+\vec{c}\Rightarrow\vec{b}.(\vec{a}+\vec{c})=۰\Rightarrow\vec{b}.\vec{a}+\vec{b}.\vec{c}=۰$$

$$\vec{c}\perp\vec{a}+\vec{b}\Rightarrow\vec{c}.(\vec{a}+\vec{b})=۰\Rightarrow\vec{c}.\vec{a}+\vec{c}.\vec{b}=۰$$

در صورتی که روابط فوق را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$۲(\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a})=۰$$

گام دوم: برای محاسبهٔ اندازهٔ بردار $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ از اتحاد معرفی‌شده در درس‌باکس استفاده می‌کنیم:

$$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^۲=|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+|\vec{c}|^۲+۲\underbrace{(\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a})}_{۰}=۳^۲+۴^۲+۵^۲=۵۰$$

$$\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=۵\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹ اگر $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یکهٔ محورهای مختصات باشند، حاصل عبارت $(\vec{k}\times(\vec{k}\times\vec{i}))\cdot\vec{k}+(\vec{i}\times(\vec{i}\times\vec{j}))\cdot\vec{k}$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 1 ۳) 2 ۴) -2

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مثال صفحهٔ ۸۱

Hint حاصل‌ضرب داخلی دو بردار یکهٔ همنام برابر ۱ و برای دو بردار یکهٔ غیرهمنام برابر صفر است.

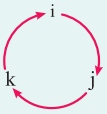
درس Box

۱) برای هر بردار دلخواه $\vec{a}$ داریم: $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

با توجه به رابطهٔ فوق برای بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ داریم:

$$\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}=\vec{k}\cdot\vec{k}=1$$

۲) با توجه به نمودار مقابل برای بردارهای $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ داریم:



$$\begin{cases}\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}\ ,\ \vec{j}\times\vec{k}=\vec{i}\ ,\ \vec{k}\times\vec{i}=\vec{j} & \text{(در جهت چرخش)}\\ \vec{j}\times\vec{i}=-\vec{k}\ ,\ \vec{k}\times\vec{j}=-\vec{i}\ ,\ \vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j} & \text{(خلاف جهت چرخش)}\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا حاصل عبارت $\vec{i}\cdot(\vec{k}\times(\vec{k}\times\vec{i}))$ را محاسبه می‌کنیم. طبق درس‌باکس داریم:

$$\vec{i}\cdot(\vec{k}\times(\underbrace{\vec{k}\times\vec{i}}_{\vec{j}}))=\vec{i}\cdot(\underbrace{\vec{k}\times\vec{j}}_{-\vec{i}})=-(\vec{i}\cdot\vec{i})=-|\vec{i}|^2=-1$$

گام دوم: در این مرحله حاصل عبارت $\vec{k}\cdot(\vec{i}\times(\vec{i}\times\vec{j}))$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{k}\cdot(\vec{i}\times(\underbrace{\vec{i}\times\vec{j}}_{\vec{k}}))=\vec{k}\cdot(\underbrace{\vec{i}\times\vec{k}}_{-\vec{j}})=-(\vec{k}\cdot\vec{j})=0$$

دو بردار $\vec{k}$ و $\vec{j}$ بر هم عمودند، پس ضرب داخلی آن‌ها برابر صفر است.

گام سوم: با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده در گام‌های اول و دوم، حاصل عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$-1+0=-1$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ اگر حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}=(۲,۱,۱)$، $\vec{b}=(۳,۰,۲)$ و $\vec{c}=(۱,k,۲)$ بنا می‌شود برابر با ۶ باشد، مجموعهٔ مقادیر k کدام است؟

۱) $\{۲\}$ ۲) $\{-۱۰\}$ ۳) $\{۲,-۱۰\}$ ۴) $\varnothing$

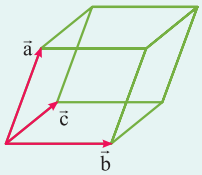
مشاوره این سؤال مشابه سؤالات متعددی از امتحانات نهایی هندسهٔ (۳) طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: هندسه دوازدهم ـ فصل سوم ـ مثال صفحهٔ ۸۳

درس Box

حجم متوازی‌السطوحی که بر روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بنا می‌شود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|$$

در رابطهٔ فوق ترتیب نوشتن بردارها اهمیتی ندارد و حاصل تغییر نمی‌کند.

هم‌چنین اگر $\vec{a}=(a_۱,a_۲,a_۳)$، $\vec{b}=(b_۱,b_۲,b_۳)$ و $\vec{c}=(c_۱,c_۲,c_۳)$ باشند، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر قدرمطلق دترمینان زیر است:

$$\begin{vmatrix} a_۱ & a_۲ & a_۳ \\ b_۱ & b_۲ & b_۳ \\ c_۱ & c_۲ & c_۳ \end{vmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به درس‌باکس، دترمینان ماتریسی که سطرهای آن از سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تشکیل شده است را محاسبه می‌کنیم. طبق دستور ساروس داریم:

$$\begin{vmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & k & ۲ \end{vmatrix} \begin{matrix} ۲ & ۱ \\ ۳ & ۰ \\ ۱ & k \end{matrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & k & ۲ \end{vmatrix} = (۰+۲+۳k)-(۰+۴k+۶)=-k-۴$$

گام دوم: حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر قدرمطلق این دترمینان است، پس داریم:

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = |-k-۴|=۶ \Rightarrow |k+۴|=۶ \Rightarrow \begin{cases} k+۴=۶ \Rightarrow k=۲ \\ k+۴=-۶ \Rightarrow k=-۱۰ \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ کدام گزینهٔ زیر مثال نقض دارد؟

۱) هر مربع یک مستطیل است.

۲) هر عدد اول و بزرگ‌تر از ۳ را می‌توان به صورت $۶k+۱$ یا $۶k-۱$ که در آن $k \in \mathbb{N}$ باشد نوشت.

۳) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع، متشابه هستند.

۴) مکعب هر عدد طبیعی، بزرگ‌تر از مربع آن است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۸ ـ تمرین درس ۱

درس Box

یادآوری:

۱) مستطیل چهارضلعی‌ای است که همهٔ زاویه‌های آن قائمه باشد.

۲) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

۳) اگر a عدد حقیقی و $a>۱$، در این صورت:

$$a < a^۲ < a^۳ < \dots$$

نکته

استدلال به کمک «مثال نقض» برای ردکردن یک حکم کلی به کار می‌رود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق یادآوری، گزینه‌های (۱) و (۳) صحیح هستند.

گام دوم: می‌دانیم هر عدد اول و بزرگ‌تر از ۳ حتماً فرد است؛ پس می‌توان آن را به یکی از صورت‌های $۶k+۱$ و $۶k+۵$ که در آن $k \in \mathbb{N}$ نوشت (دقت کنین اعداد به صورت $۶k+۳$ بر ۳ بخش‌پذیر هستند). از طرفی $۶k+۵$ را می‌توان به فرم $۶k+۵-۶=۶k-۱$ نوشت. پس گزینهٔ (۲) نیز صحیح است.

گام سوم: طبق یادآوری شمارهٔ ۳، مکعب هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک از مربع آن بزرگ‌تر است؛ پس عدد یک مثال نقض برای این گزینه است، زیرا:

$$۱^۲ \not< ۱^۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ چند عدد سه‌رقمی، مضرب ۴ و مربع کامل وجود دارد؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۶ ـ تمرین درس ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عدد مورد نظر را a در نظر می‌گیریم؛ پس a به صورت $a = ۴k^۲$ می‌باشد.

$$۱۰۰ \le ۴k^۲ < ۱۰۰۰ \Rightarrow ۲۵ \le k^۲ < ۲۵۰$$

$$\Rightarrow ۵ \le k < ۵\sqrt{۱۰} \Rightarrow ۵ \le k \le ۱۵$$

$$\Rightarrow k = ۵, ۶, ۷, ۸, \ldots, ۱۵$$

پس ۱۱ عدد ۳رقمی، مضرب ۴ و مربع کامل وجود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = ۲^m \times ۳^n \times ۷^k$ از تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $\frac{x}{۴۲}$، ۱۴ واحد بیشتر است. حداقل مقدار x کدام است؟

۱) ۵۸۸ ۲) ۲۹۴ ۳) ۲۵۲ ۴) ۱۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۶ ـ تمرین درس ۲

نکته تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $n = p_۱^{\alpha_۱} p_۲^{\alpha_۲} \dots p_k^{\alpha_k}$ برابر است با:

$$(\alpha_۱ + ۱)(\alpha_۲ + ۱)\dots(\alpha_k + ۱)$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $x = ۲^m \times ۳^n \times ۷^k$، برابر است با:

$$A = (m+۱)(n+۱)(k+۱)$$

گام دوم:

$$\frac{x}{۴۲} = \frac{۲^m \times ۳^n \times ۷^k}{۲ \times ۳ \times ۷} = ۲^{m-۱} \times ۳^{n-۱} \times ۷^{k-۱}$$

گام سوم: تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد صحیح $\frac{x}{۴۲}$، برابر است با:

$$B = ((m-۱)+۱)((n-۱)+۱)((k-۱)+۱) = m \times n \times k$$

گام چهارم: طبق گفتهٔ سؤال $A = B + ۱۴$، بنابراین داریم:

$$(m+۱)(n+۱)(k+۱) = mnk + ۱۴$$

$$\Rightarrow mnk + mk + nk + mn + m + n + k + ۱ = mnk + ۱۴ \Rightarrow mk + nk + mn + m + n + k = ۱۳$$

گام پنجم: اگر دوتا از متغیرها ۲ و یکی ۱ باشد، مجموع برابر ۱۳ می‌شود، بنابراین سه حالت داریم:

$$m = n = ۲ , k = ۱$$

$$m = k = ۲ , n = ۱$$

$$n = k = ۲ , m = ۱$$

حداقل مقدار x در حالت $k = ۱$ و $m = n = ۲$ به دست می‌آید که برابر است با:

$$x = ۲^۲ \times ۳^۲ \times ۷ = ۲۵۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ جواب‌های عمومی معادلهٔ هم‌نهشتی $۵۳x \overset{۶}{\equiv} ۱۲۱$ کدام است؟ $(k \in \pi)$

۱) $۶k-۲$
۲) $۶k-۱$
۳) $۶k+۱$
۴) $۶k+۲$

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تمرین درس ۳ ـ صفحهٔ ۲۹

درس Box

یک رابطهٔ هم‌نهشتی همراه با مجهول x به فرم $ax \overset{m}{\equiv} b$ را یک معادلهٔ هم‌نهشتی می‌نامیم.

معادلهٔ هم‌نهشتی دارای جواب است، اگر و فقط اگر $(a,m) \mid b$.

نکته

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a \pm mt \overset{m}{\equiv} b \pm mt\,,\ t \in \mathbb{Z}$$

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a = mq + b\,,\ q \in \mathbb{Z}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

$$\underbrace{۵۳}_{۶\times۹-۱}x \overset{۶}{\equiv} \underbrace{۱۲۱}_{۶\times۲۰+۱} \Rightarrow -x \overset{۶}{\equiv} ۱ \Rightarrow x \overset{۶}{\equiv} -۱$$

گام دوم:

$$x \overset{۶}{\equiv} -۱ \Rightarrow x = ۶k-۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ در گرافی از مرتبهٔ ۹ و اندازهٔ ۳۰، حداقل مقدار برای $\Delta + \delta$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تمرین درس ۱ ـ صفحهٔ ۴۱

درس Box

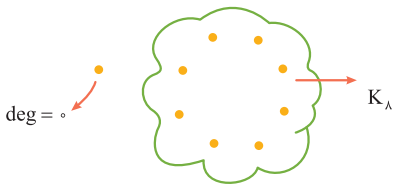
درجهٔ یک رأس: درجهٔ رأس v در گراف G برابر است با تعداد یال‌هایی از گراف G که به رأس v متصل‌اند و آن را با $\deg_G(v)$ یا $\deg(v)$ یا $d(v)$ نمایش می‌دهیم.

بزرگ‌ترین درجهٔ یک گراف: بزرگ‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف G را با $\Delta(G)$ نمایش می‌دهیم و آن را ماکزیمم درجهٔ گراف می‌نامیم.

کوچک‌ترین درجهٔ یک گراف: کوچک‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف G را با $\delta(G)$ نمایش می‌دهیم و آن را مینیمم درجهٔ گراف می‌نامیم.

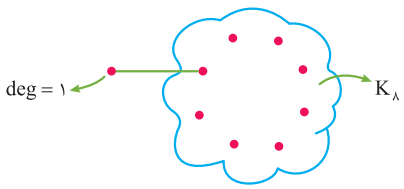
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: گرافی از مرتبهٔ ۹ و اندازهٔ ۳۰، رأسی از درجهٔ صفر و یک ندارد، زیرا اگر $\delta = 0$، گراف حداکثر دارای ۲۸ یال است که به شکل یک رأس تنها و بقیهٔ رأس‌ها به صورت گراف کامل K_8 هستند.



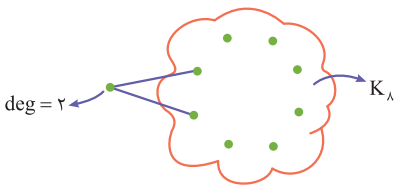
$$q = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

گام دوم: اگر $\delta = 1$ باشد، گراف حداکثر دارای ۲۹ یال است.



$$q = 28 + 1 = 29$$

گام سوم: پس در گراف از مرتبهٔ ۹ و اندازهٔ ۳۰، کوچک‌ترین درجه حداقل برابر ۲ است:



$$q = 28 + 2 = 30$$

یک رأس درجهٔ ۲ و ۶ رأس درجهٔ ۷ و دو رأس درجهٔ ۸ داریم، بنابراین:

$$\Delta + \delta = 8 + 2 = 10$$

به‌جور دیگه

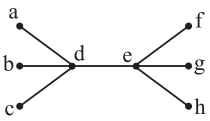
درجهٔ رأس‌های گراف K_9 به صورت ۸، ۸، ۸، ۸، ۸، ۸، ۸، ۸، ۸ است.

گراف K_9 دارای $\frac{9 \times 8}{2} = 36$ یال است، پس این گراف ۶ یال کم‌تر از K_9 دارد. اگر همهٔ این ۶ یال را از یک رأس حذف کنیم، آن‌گاه کم‌ترین مقدار $\Delta + \delta$ به دست می‌آید:

$$\min(\Delta + \delta) = 8 + 2 = 10 \quad \text{و} \quad \underbrace{8, 8, 7, 7, 7, 7, 7, 7}_{\Delta}, \underbrace{2}_{\delta}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ در گراف زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال داریم؟



۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۲ ـ تمرین درس ۲ ـ صفحهٔ ۵۲

درس Box

- زیرمجموعهٔ D از مجموعهٔ رئوس گراف G را مجموعهٔ احاطه‌گر می‌نامیم، هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.
- یک مجموعهٔ احاطه‌گر را که با حذف رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای آن‌که رئوس f، g و h احاطه شوند یا باید رأس e انتخاب شود و یا هر سه رأس f و g و h.

گام دوم: برای احاطهٔ رئوس a، b و c یا باید رأس d انتخاب شود و یا هر سه رأس a و b و c.

گام سوم: پس $۲ \times ۲ = ۴$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال به صورت زیر داریم:

$$D_۱ = \{d, e\} \quad , \quad D_۲ = \{d, f, g, h\}$$

$$D_۳ = \{a, b, c, e\} \quad , \quad D_۴ = \{a, b, c, f, g, h\}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+\sqrt{x_2}+x_3=3$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۳ ـ تمرین درس ۱ ـ صفحهٔ ۷۲

Hint روی متغیر x_2 حالت‌بندی کن.

درس Box تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+\ldots+x_k=n$، برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** متغیر x_2 رادیکالی است و چون جواب‌های صحیح و نامنفی را می‌خواهیم، پس x_2 می‌تواند مقادیر مجذور کامل بگیرد؛ پس روی x_2 حالت‌بندی می‌کنیم.

گام دوم:

$$x_2=0 \Rightarrow x_1+0+x_3=3 \Rightarrow x_1+x_3=3 \xrightarrow[n=3]{k=2} \binom{3+2-1}{2-1}=\binom{4}{1}=4$$

$$x_2=1 \Rightarrow x_1+1+x_3=3 \Rightarrow x_1+x_3=2 \xrightarrow[k=2]{n=2} \binom{2+2-1}{2-1}=\binom{3}{1}=3$$

$$x_2=4 \Rightarrow x_1+2+x_3=3 \Rightarrow x_1+x_3=1 \xrightarrow[k=2]{n=1} \binom{1+2-1}{2-1}=\binom{2}{1}=2$$

$$x_2=9 \Rightarrow x_1+3+x_3=3 \Rightarrow x_1+x_3=0 \xrightarrow[k=2]{n=0} \binom{0+2-1}{2-1}=\binom{1}{1}=1$$

گام سوم: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+\sqrt{x_2}+x_3=3$ برابر است با:

$$4+3+2+1=10$$

تیزپاری کافی است از تغییر متغیر $\sqrt{x_2}=y_2$ استفاده کنیم (به جای x_2 باید اعداد مجذور کامل را قرار داد که در این صورت y_2 عددی صحیح و نامنفی می‌شود).

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+y_2+x_3=3$ برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}=\binom{3+3-1}{3-1}=\binom{5}{2}=10$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین مقابل کدام است؟

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

۱) ۸ ۲) ۶

۳) ۴ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۳ ـ تمرین درس ۱ ـ صفحهٔ ۷۲

Hint اعداد روی قطر اصلی باید متفاوت باشند.

درس Box فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند. از کنار هم قراردادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل می‌شود که هر خانهٔ آن حاوی یک عدد دورقمی است. اگر هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند، می‌گوییم دو مربع لاتین A و B «متعامدند».

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: چون اعداد روی قطر اصلی مربع لاتین سؤال یکسان است، پس باید دنبال ماتریس‌های 3×3 باشیم که اعداد روی قطر اصلی آن‌ها متفاوت باشد، در غیر این صورت با مربع لاتین داده‌شده، متعامد نمی‌شوند.

گام دوم: قطر اصلی ماتریس 3×3 دارای ۳ درایه است، پس به $3!=6$ حالت می‌توانیم اعداد ۱، ۲ و ۳ را روی قطر اصلی قرار دهیم، پس مربع لاتین سؤال با ۶ مربع لاتین متعامد است.

گام سوم: مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

عبارت‌اند از:

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۳	۲	۱
۲	۱	۳
۱	۳	۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ به چند طریق می‌توان ۷ توپ یکسان را در سه جعبهٔ متمایز قرار داد، به طوری که در هر جعبه حداقل یک توپ و حداکثر ۳ توپ قرار بگیرد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۳ ـ تمرین درس ۱ ـ صفحهٔ ۷۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا در هر یک از جعبه‌ها یک توپ قرار می‌دهیم؛ پس $۷-۳=۴$ توپ باقی می‌ماند و حداکثر ۲ توپ دیگر در هر جعبه می‌توانیم قرار دهیم.

$$x_۱+x_۲+x_۳=۷ \xrightarrow{۱\le x_i\le ۳} y_۱+y_۲+y_۳=۴ \;;\; ۰\le y_i\le ۲$$

گام دوم: حال برای محاسبهٔ راحت‌تر، تعداد حالت‌های نامطلوب را پیدا می‌کنیم و از تعداد کل حالت‌ها کم می‌کنیم:

$$y_۱+y_۲+y_۳=۴ \;;\; ۰\le y_i\le ۲ \Rightarrow \text{تعداد کل حالت‌ها} = \binom{۴+۳-۱}{۳-۱}=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

گام سوم: در حالت‌های نامطلوب $y_i\ge ۳$، دو متغیر y_i هم‌زمان نمی‌توانند بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشند، بنابراین برای هر یک از آن‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$y_۱=۳ \Rightarrow y_۲+y_۳=۱ \Rightarrow \binom{۲}{۱}=۲$$

برای $y_۲=۳$ و $y_۳=۳$ هم به همین صورت است، پس تعداد حالات برابر $۳\times ۲=۶$.

$$y_۱=۴ \Rightarrow y_۲+y_۳=۰ \Rightarrow \binom{۱}{۱}=۱$$

به همین ترتیب برای $y_۲=۴$ و $y_۳=۴$ هم به همین صورت است، پس تعداد حالات برابر $۳\times ۱=۳$.

گام چهارم: بنابراین تعداد حالت‌های نامطلوب برابر $۳+۶=۹$ است، پس:

$$\text{تعداد حالت‌های مطلوب} = ۱۵-۹=۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ مجموعهٔ X زیرمجموعهٔ $A = \{۱,۲,۳,۴,...,۵۰\}$ مفروض است. X حداقل چند عضو باید داشته باشد تا مطمئن باشیم دو عضو از آن مانند a و b وجود دارد که به ازای آن‌ها معادلهٔ $ax + by = ۱$ در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب ندارد؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: ریاضیات گسسته دوازدهم ـ فصل ۱ ـ تمرین درس ۳ ـ صفحهٔ ۲۹

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ سیالهٔ $ax + by = ۱$ به ازای مقادیری از a و b که $(a, b) \neq ۱$ جواب ندارد. به بیان دیگر این معادله فقط زمانی جواب دارد که a و b نسبت به هم اول باشند.

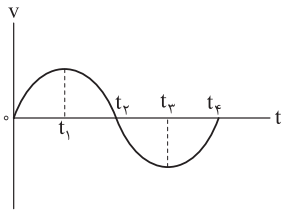
گام دوم: حالا اگر مجموعهٔ زیر را برای X در نظر بگیریم ـ که شامل اعداد غیر مرکب مجموعهٔ A است ـ مطمئن هستیم قطعاً معادله جواب دارد، زیرا همهٔ اعضای آن نسبت به هم اول هستند:

$$Y = \{۱,۲,۳,۵,۷,۱۱,۱۳,۱۷,۱۹,۲۳,۲۹,۳۱,۳۷,۴۱,۴۳,۴۷\},\ n(Y) = ۱۶$$

پس برای این‌که مطمئن باشیم حداقل دو عضو مانند a و b پیدا می‌شوند که نسبت به هم اول نباشند، لازم است حداقل یک عضو به اعضای مجموعهٔ Y اضافه کنیم، یعنی X حداقل ۱۷ عضو داشته باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) اندازهٔ شتاب متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 در حال کاهش است.

ب) بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 در خلاف جهت محور x است.

پ) بردار شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 در خلاف جهت محور x است.

ت) شتاب متحرک در لحظهٔ t_2 برابر صفر است.

۱) الف و پ

۲) الف و ت

۳) ب و پ

۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمجموعه: فیزیک دوازدهم ـ فصل اول ـ صفحهٔ ۲۷ ـ تمرین ۱۳

درس Box

۱) در نمودار سرعت ـ زمان:

الف) مساحت سطح محصور بین نمودار و محور زمان در یک بازهٔ زمانی معین، بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

مثلاً در شکل زیر، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t' برابر S است: $\Delta x = S$

اگر نمودار بالای محور زمان باشد، مساحت را با علامت مثبت و اگر نمودار زیر محور زمان باشد، مساحت را با علامت منفی در نظر می‌گیریم.

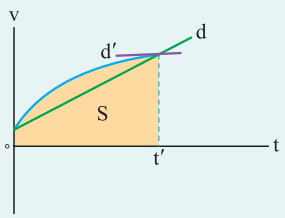
ب) شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که نمودار را در آن دو لحظه قطع می‌کند.

مثلاً در شکل زیر، شتاب متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا t' برابر شیب خط d است:

$a_{av(0,t')} =$ شیب خط d

پ) شتاب متحرک در هر لحظه، برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است.

مثلاً در شکل زیر، شتاب متحرک در لحظهٔ t' برابر شیب خط d' است:



$a_{t'} =$ شیب خط d'

۲) رابطهٔ سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{\overset{\text{جابه‌جایی}}{\overset{\uparrow}{\Delta x}}}{\Delta t}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ هر یک از عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) مطابق شکل بالا، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، چند خط مماس بر نمودار (v ـ t) را رسم می‌کنیم. همان‌طور که مشخص است، اندازهٔ شیب این خطوط مماس در حال کاهش و در نتیجه اندازهٔ شتاب متحرک در حال کاهش است. ✓

ب) برای بررسی جهت بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 باید به سراغ سطح زیر نمودار (v ـ t) برویم. در شکل زیر، مساحت سطح زیر نمودار در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 را با S_1 و در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 را با S_2 نشان داده‌ایم. داریم:

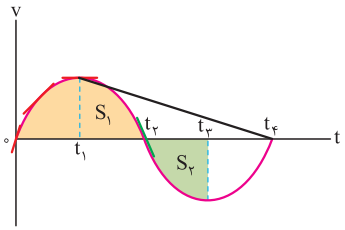
$$v_{av(0,t_3)} = \frac{\Delta x_{(0,t_3)}}{\Delta t} = \frac{S_1 + (-S_2)}{\Delta t} \xrightarrow{S_1 > S_2} v_{av(0,t_3)} > 0$$

بنابراین بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 در جهت محور x است. ✗

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

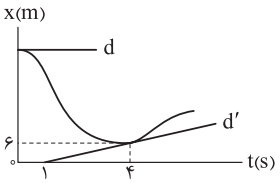
پ) مطابق شکل زیر، خطی که نمودار (v ـ t) را در لحظات t_1 و t_4 قطع می‌کند، رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که شیب این خط منفی است، بردار شتاب متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی نیز در خلاف جهت محور x است. ×

ت) در شکل زیر، مماس بر نمودار (v ـ t) را در لحظهٔ t_2 رسم کرده‌ایم. شیب این مماس منفی است؛ بنابراین شتاب متحرک در این لحظه دارای مقداری غیرصفر و در خلاف جهت محور x است (*اگه مماس بر نمودار افقی باشه، شتاب متحرک صفر می‌شه*). ×



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (خط d در لحظهٔ $t_0 = 0\ s$ و خط d' در لحظهٔ $t = 4\ s$ بر نمودار مماس‌اند و خط d موازی محور t است.)



۱) $0/5\vec{i}$

۲) $-0/5\vec{i}$

۳) $0/75\vec{i}$

۴) $-0/75\vec{i}$

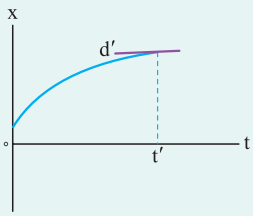
پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل اول ـ صفحهٔ ۱۰ ـ تمرین ۱ ـ ۳

Hint به کمک شیب خط مماس، سرعت متحرک در دو لحظهٔ صفر و ۴ s را به دست آورید؛ سپس به کمک رابطهٔ شتاب متوسط به راحتی به جواب برسید.

درس Box

۱) در نمودار مکان ـ زمان، سرعت متحرک در هر لحظه، برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. مثلاً در شکل زیر، سرعت متحرک در لحظهٔ t' برابر شیب خط d' است:



شیب خط d' $\quad v_{t'} = d'$

۲) **رابطهٔ شتاب متوسط:**

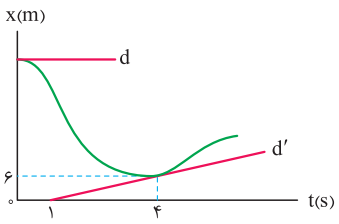
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به سرعت جسم در لحظه‌های صفر و ۴ s نیاز داریم. با توجه به شکل زیر، از شیب مماس بر نمودار $(x - t)$ در این لحظات کمک می‌گیریم:

شیب خط d $\Rightarrow$ $v_0 = 0$

شیب خط d' $\Rightarrow$ $v_{4s} = \frac{6}{4-1} = 2\ m/s \xrightarrow{v_{4s}>0} \vec{v}_{4s} = (2\ m/s)\vec{i}$

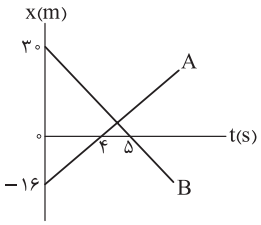


گام دوم: شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}_{av(0,4s)} = \frac{\Delta\vec{v}_{(0,4s)}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{4s} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{2\vec{i} - 0}{4 - 0} = (0/5\ m/s^2)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک **A** و **B** که در راستای محور **x** حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. مکان همرسی دو متحرک برحسب متر کدام است؟



۱) ۲/۴

۲) ۲/۶

۳) ۳/۴

۴) ۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

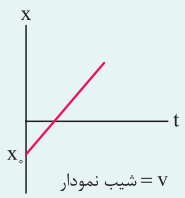
زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل اول ـ صفحهٔ ۱۴ ـ تمرین ۱ ـ ۷

Hint به کمک شیب نمودار، سرعت هر یک از متحرک‌ها را به دست آورید؛ سپس معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را تعیین کنید. در ادامه با برابر قراردادن معادله‌ها، زمان همرسی دو متحرک را حساب کنید. در پایان با قراردادن زمان همرسی در یکی از معادله‌های مکان ـ زمان، مکان همرسی دو متحرک به دست می‌آید.

درس Box

در حرکت با سرعت ثابت:

الف) نمودار مکان ـ زمان به صورت یک خط راست است. شیب این نمودار برابر با سرعت متحرک و عرض از مبدأ آن برابر با مکان اولیهٔ متحرک است.



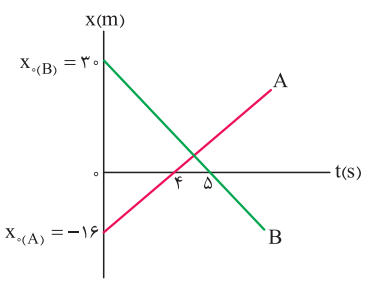
ب) معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک به صورت روبه‌رو است: $x = vt + x_0$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** نمودار (x ـ t) هر دو متحرک به شکل خط راست است؛ بنابراین سرعت هر دو متحرک ثابت است و به کمک نمودار، معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_A = A \text{ شیب نمودار } = \frac{0-(-16)}{4} = 4\ m/s \quad , \quad v_B = B \text{ شیب نمودار } = \frac{0-30}{5} = -6\ m/s$$

$$x_A = v_A t + x_{0(A)} = 4t - 16$$

$$x_B = v_B t + x_{0(B)} = -6t + 30$$



گام دوم: وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، مکان‌هایشان یکسان می‌شود؛ بنابراین لحظهٔ همرسی دو متحرک برابر است با:

$$x_A = x_B \Rightarrow 4t - 16 = -6t + 30 \Rightarrow 10t = 46 \Rightarrow t = 4/6\ s$$

با جای‌گذاری t به‌دست‌آمده در یکی از معادله‌های مکان ـ زمان متحرک‌های A یا B ، مکان همرسی دو متحرک به دست می‌آید:

$$x_B = x_A = 4 \times (4/6) - 16 = 2/4\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در مکان‌های $x_1 = ۱۰\ m$ و $x_2 = ۱۹\ m$ به ترتیب برابر $۴\ m/s$ و $۵\ m/s$ باشد، سرعت متحرک در مکان $x_3 = ۳۰\ m$ برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $\sqrt{۳۰}$ ۴) $۲\sqrt{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل اول ـ صفحهٔ ۲۸ ـ تمرین ۲۰

Hint معادلهٔ مستقل از زمان را به صورت نسبتی برای جابه‌جایی بین x_1 و x_2 و جابه‌جایی بین x_2 و x_3 بنویسید.

درس Box

معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

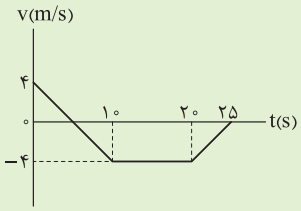
پاسخ خیلی تشریحی ✔ شتاب متحرک ثابت است؛ بنابراین به کمک معادلهٔ مستقل از زمان برای جابه‌جایی بین x_1 و x_2 و همچنین جابه‌جایی بین x_2 و x_3، داریم:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{x_2 - x_1} = 2a \xrightarrow{a:\text{ثابت}} \frac{v_2^2 - v_1^2}{x_2 - x_1} = \frac{v_3^2 - v_2^2}{x_3 - x_2} \Rightarrow \frac{۵^2 - ۴^2}{۱۹ - ۱۰} = \frac{v_3^2 - ۵^2}{۳۰ - ۱۹} \Rightarrow ۱ = \frac{v_3^2 - ۲۵}{۱۱} \Rightarrow v_3^2 = ۳۶$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} v_3 = ۶\ m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در این ۲۵ s چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲

۲) ۲/۴

۳) ۲/۶

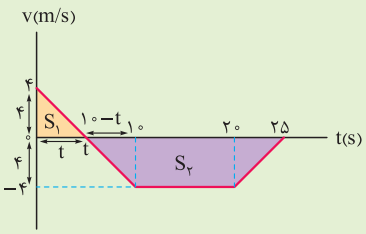
۴) ۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۱ ـ رشتهٔ ریاضی ـ سؤال ۲

Hint ابتدا به کمک قضیهٔ تالس، لحظه‌ای که نمودار، محور زمان را قطع می‌کند (t)، به دست آورید؛ سپس مجموع مساحت سطح زیر نمودار در بازه‌های زمانی صفر تا t و t تا ۲۵ s که برابر با مسافت طی‌شده توسط متحرک است را در رابطهٔ تندی متوسط قرار دهید تا خواستهٔ سؤال محاسبه شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** به کمک قضیهٔ تالس، لحظهٔ t در نمودار زیر را حساب می‌کنیم:



$$\frac{۴}{۴}=\frac{t}{۱۰-t} \Rightarrow t=۱۰-t \Rightarrow ۲t=۱۰ \Rightarrow t=۵\ s$$

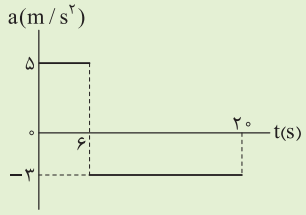
گام دوم: به کمک مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان، تندی متوسط متحرک در مدت ۲۵ s را به دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{S_۱+S_۲}{\Delta t}=\frac{(\frac{۴\times۵}{۲})+[\frac{(۲۵-۵)+(۲۰-۱۰)}{۲}\times۴]}{۲۵-۰}=\frac{۱۰+۶۰}{۲۵}=\frac{۷۰}{۲۵}=۲/۸\ m/s$$

گول نخوری ✘ اگر مساحت $S_۲$ را با علامت منفی در رابطه قرار دهید، بزرگی سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه، یعنی ۲ m/s به دست می‌آید که خواستهٔ سؤال نیست و در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در مبدأ زمان از مبدأ مکان از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، به شکل زیر است. بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۲۰\ s$ برحسب متر کدام است؟



۱) $۲۶۴\vec{i}$

۲) $۲۱۶\vec{i}$

۳) $-۲۶۴\vec{i}$

۴) $-۲۱۶\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۲ ـ رشتهٔ ریاضی ـ شمارهٔ ۲

Hint ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان را برای بازهٔ زمانی صفر تا $۶\ s$ بنویسید و مکان متحرک را در لحظهٔ $۶\ s$ به دست آورید؛ سپس معادلهٔ سرعت ـ زمان را برای بازهٔ زمانی صفر تا $۶\ s$ بنویسید تا سرعت متحرک در لحظهٔ $۶\ s$ حساب شود. در پایان همه‌چیز برای محاسبهٔ مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۲۰\ s$ مهیا است. کافی است معادلهٔ مکان ـ زمان را برای بازهٔ زمانی $۶\ s$ تا $۲۰\ s$ بنویسید.

درس Box

۱) **معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:** $v = at + v_۰$

۲) **معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:** $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک نمودار و با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان متحرک را در لحظهٔ $۶\ s$ به دست می‌آوریم:

$$x_{۶\,s} = \frac{۱}{۲}a_۱\Delta t_۱^۲ + v_۰\Delta t_۱ + x_۰ = \frac{۱}{۲}\times ۵\times ۶^۲ + ۰ + ۰ = ۹۰\ m$$

گام دوم: با توجه به نمودار و به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت متحرک را در لحظهٔ $۶\ s$ حساب می‌کنیم:

$$v_{۶\,s} = a_۱\Delta t_۱ + v_۰ = ۵\times ۶ + ۰ = ۳۰\ m/s$$

گام سوم: با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان متحرک را در لحظهٔ $۲۰\ s$ به دست می‌آوریم:

$$x_{۲۰\,s} = \frac{۱}{۲}a_۲\Delta t_۲^۲ + v_{۶\,s}\,\Delta t_۲^۲ + x_{۶\,s} = \frac{۱}{۲}\times(-۳)\times(۲۰-۶)^۲ + ۳۰\times(۲۰-۶) + ۹۰ = -۲۹۴ + ۴۲۰ + ۹۰ = ۲۱۶\ m$$

$$\Rightarrow \vec{x}_{۲۰\,s} = (۲۱۶\ m)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ گلوله‌ای از بام ساختمانی در شرایط خلأ رها می‌شود. اگر گلوله در ثانیهٔ آخر حرکت خود $35\ m$ را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۴۵ ۲) ۸۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۲ ـ رشتهٔ ریاضی ـ شمارهٔ ۴

Hint ابتدا معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان را برای ۱ ثانیهٔ آخر بنویسید و سرعت متحرک را $1\ s$ قبل از برخورد به زمین بیابید، سپس معادلهٔ مستقل از زمان را از لحظهٔ رهاشدن تا قبل از ۱ ثانیهٔ آخر بنویسید تا ارتفاع سقوط در این مدت به دست آید. در پایان ارتفاع سقوط به راحتی قابل محاسبه است.

درس Box

۱) **معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت سقوط آزاد:** $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$

۲) **معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت سقوط آزاد:** $v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$

پاسخ خیلی تشریحی

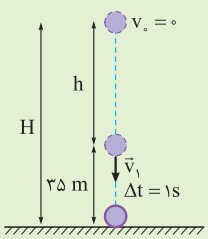
گام اول: معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان را برای ۱ ثانیهٔ آخر می‌نویسیم تا سرعت گلوله، $1\ s$ قبل از برخورد به سطح زمین به دست آید:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}g\Delta t^2 + v_1\Delta t \Rightarrow -35 = -\frac{1}{2}\times 10\times 1^2 + v_1\times 1 \Rightarrow v_1 = -30\ m/s$$

گام دوم: حالا به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، h که در شکل زیر نشان داده‌ایم را حساب می‌کنیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = -2g\Delta y' \Rightarrow (-30)^2 - 0^2 = -2\times 10\times(-h) \Rightarrow 900 = 20h \Rightarrow h = 45\ m$$

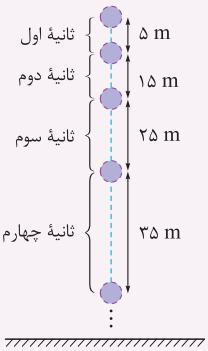
گام سوم: ارتفاع ساختمان برابر است با:



$$H = h + 35 = 45 + 35 = 80\ m$$

تیزبازی

در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، جابه‌جایی جسم در ثانیه‌های متوالی مطابق شکل زیر است. جابه‌جایی جسم در ثانیهٔ آخر حرکتش برابر $35\ m$ بوده است؛ بنابراین با توجه به شکل زیر، مدت‌زمان سقوط برابر $4\ s$ و ارتفاع سقوط برابر است با:



$$H = 5 + 15 + 25 + 35 = 80\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ دو گوی هم‌حجم **A** و **B** را از بالای برجی هم‌زمان رها می‌کنیم. اگر جرم گوی **A**، ۳ برابر جرم گوی **B** باشد و نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی، ثابت و یکسان باشد، به ترتیب از راست به چپ، کدام گوی زودتر و کدام گوی با تندی بیشتری به زمین می‌رسد؟

۱) A ،A
۲) B ،B
۳) B ،A
۴) A ،B

پاسخ: گزینهٔ ۱

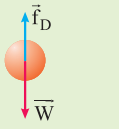
زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل دوم ـ صفحهٔ ۳۷ ـ مثال ۲ ـ ۵

Hint ابتدا قانون دوم نیوتون را بنویسید تا رابطه‌ای به دست آید که بتوانید شتاب دو جسم را مقایسه کنید. با دانستن این‌که شتاب کدام جسم بزرگ‌تر است و به کمک معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان، زمان سقوط اجسام و به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، تندی رسیدن آن‌ها به سطح زمین قابل مقایسه است.

درس Box
۱) **قانون دوم نیوتون:** $F_{net} = ma$
۲) درس‌باکس تست ۴۴ و درس‌باکس شمارهٔ ۲، تست ۴۶ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل زیر، به هر گوی نیروی رو به پایین وزن و نیروی رو به بالای مقاومت هوا وارد می‌شود. به کمک قانون دوم نیوتون، رابطهٔ شتاب را برای گوی‌ها به دست می‌آوریم:



$$W - f_D = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

براساس رابطهٔ به‌دست‌آمده و با توجه به این‌که g و f_D برای دو گوی یکسان است، هر چه جرم گوی بیشتر باشد، شتاب سقوط آن نیز بیشتر است:

$$m_A > m_B \Rightarrow a_A > a_B$$

گام دوم: برای مقایسهٔ زمان سقوط دو گوی از معادلهٔ مکان ـ زمان کمک می‌گیریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 0} \Delta y = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[a_A > a_B]{\text{یکسان: } \Delta y} t_A < t_B$$

زمان سقوط گوی A کم‌تر از گوی B است؛ بنابراین گوی A در مقایسه با گوی B، زودتر به زمین می‌رسد.

گام سوم: برای مقایسهٔ تندی برخورد به زمین از معادلهٔ مستقل از زمان کمک می‌گیریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v_0 = 0} v^2 = 2a\Delta y \xrightarrow[a_A > a_B]{\text{یکسان: } \Delta y} v_A > v_B$$

پس گوی A در مقایسه با گوی B با تندی بیشتری به زمین می‌رسد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ وزنه‌ای به جرم $1\ kg$ را به فنری به طول $30\ cm$ که ثابت آن $2\ N/cm$ است، می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. اگر آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، با شتاب ثابت $1\ m/s^2$ متوقف شود، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) $29/5$ ۲) $30/5$

۳) $34/5$ ۴) $25/5$

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل دوم ـ صفحهٔ ۵۸ ـ تمرین ۱۱ / امتحان نهایی ـ دی ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ تجربی ـ سؤال ۵

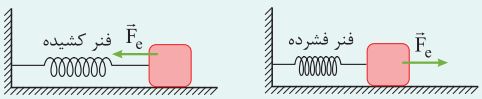
Hint قانون دوم نیوتون را برای جسم بنویسید تا طول فنر به دست آید.

درس Box ۱) **قانون هوک:** اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_e = kx = k(L - L_\circ)$$

(k: ثابت فنر، L: طول فنر، $L_\circ$: طول عادی فنر)

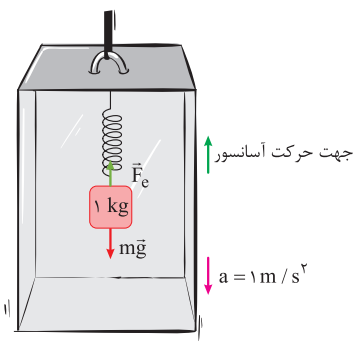
۲) فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های زیر را ببینید؛ در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



۳) درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۴۸ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در شکل زیر، نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده‌ایم. چون آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند و در حال توقف است، جهت شتاب رو به پایین است. قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow mg - k(L - L_\circ) = ma \Rightarrow 1\times10 - 2\times(L - 30) = 1\times1$$
$$\Rightarrow 10 - 2L + 60 = 1 \Rightarrow 2L = 69 \Rightarrow L = 34/5\ cm$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

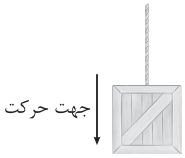
۵۰ در شکل زیر، جعبه‌ای به جرم ۴۰ kg، با شتاب ثابت ۲ m/s^2 به صورت تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت جعبه ۱۰۰ N باشد، اندازهٔ نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۲۲۰

۲) ۲۸۰

۳) ۳۲۰

۴) ۳۸۰



پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۲ ـ رشتهٔ ریاضی ـ شمارهٔ ۸

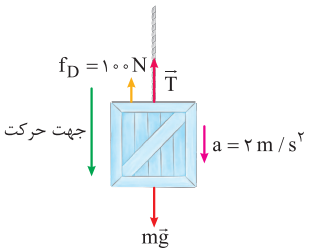
Hint با نوشتن قانون دوم نیوتون به راحتی به جواب می‌رسید.

درس Box درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۴۸ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی در شکل زیر، نیروهای وارد بر جعبه را رسم کرده‌ایم. توجه داشته باشید که چون جهت حرکت جعبه رو به پایین است، نیروی مقاومت هوای وارد بر آن رو به بالا است. حالا قانون دوم نیوتون را برای جعبه می‌نویسیم:

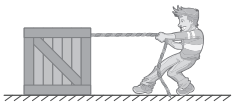
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D - T = ma \Rightarrow ۴۰\times۱۰ - ۱۰۰ - T = ۴۰\times۲ \Rightarrow ۳۰۰ - T = ۸۰$$

$$\Rightarrow T = ۲۲۰\ N$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ در شکل زیر، اگر شخص جعبهٔ ۸۰ کیلوگرمی را با نیروی افقی $F = ۵۰۰\ N$ از حال سکون به حرکت در آورد و ضریب اصطکاک جنبشی بین جعبه و سطح ۰/۵ باشد، اندازهٔ تکانهٔ جسم ۲ s پس از شروع حرکت به چند کیلوگرم متر بر ثانیه می‌رسد؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$



۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ تجربی ـ سؤال ۶

Hint ابتدا قانون دوم نیوتون را بنویسید تا شتاب جسم به دست آید؛ سپس به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت جسم در لحظهٔ ۲ s را حساب کنید. در پایان به کمک رابطهٔ تکانه، تکانهٔ جسم را در لحظهٔ ۲ s به دست آورید.

درس Box

۱) درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۶ و شمارهٔ ۱ تست ۸ را بخوانید.

۲) اگر جسمی روی سطح در حال حرکت (لغزش) باشد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، از نوع جنبشی است. اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

اندازهٔ نیروی عمودی سطح

$$f_k = \mu_k F_N$$

ضریب اصطکاک جنبشی

۳) **تکانه:**

سرعت جسم

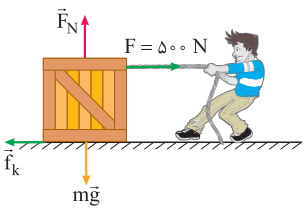
$$\vec{p} = m\vec{v}$$

جرم جسم

۴) **قانون دوم نیوتون برحسب تکانه:**

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به شکل زیر، قانون دوم نیوتون را در راستاهای قائم و افقی می‌نویسیم تا شتاب جسم به دست آید:



راستای قائم: $F_{net\ (قائم)} = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۸۰ \times ۱۰ = ۸۰۰\ N$

راستای افقی: $F_{net\ (افقی)} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$

$$\Rightarrow ۵۰۰ - (۰/۵ \times ۸۰۰) = ۸۰a \Rightarrow a = \frac{۱۰۰}{۸۰} = \frac{۵}{۴}\ m/s^۲$$

گام دوم: به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت جسم ۲ s پس از شروع به حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{v_۰ = ۰} v = \frac{۵}{۴} \times ۲ = ۲/۵\ m/s$$

گام سوم: اندازهٔ تکانهٔ جسم در این لحظه برابر است با:

$$p = mv = ۸۰ \times ۲/۵ = ۲۰۰\ \frac{kg.m}{s}$$

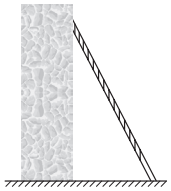
یه جور دیگه به کمک قانون دوم نیوتون برحسب تکانه داریم:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F - f_k = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F - \mu_k F_N = \frac{p_۲ - p_۱}{\Delta t} \Rightarrow ۵۰۰ - ۰/۵ \times ۸۰۰ = \frac{p_۲ - ۰}{۲}$$

$$\Rightarrow p_۲ = ۲ \times ۱۰۰ = ۲۰۰\ \frac{kg.m}{s}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ در شکل زیر، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان ۰/۷۵ است. در آستانهٔ سُرخوردن نردبان، اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، چند برابر اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند است؟



۱) $\frac{۵}{۴}$
۲) $\frac{۵}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل دوم ـ صفحهٔ ۴۵ ـ مثال ۲ ـ ۱۰

Hint قانون دوم نیوتون را در راستاهای افقی و قائم بنویسید تا نیروهایی که سطح افقی و دیوار قائم به نردبان وارد می‌کنند، به دست آید سپس نسبت خواسته‌شده را به دست آورید.

درس Box

۱) درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۴۸ را بخوانید.

۲) وقتی جسم در آستانهٔ حرکت روی سطح قرار دارد، نیروی اصطکاک وارد بر آن، از نوع ایستایی بیشینه است که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

اندازهٔ نیروی عمودی سطح ↑
$f_{s,max} = \mu_s F_N$
↓ ضریب اصطکاک ایستایی

۳) جسم و سطح به هم دو نیرو وارد می‌کنند؛ نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و اصطکاک $(\vec{f})$. این دو نیرو بر یکدیگر عمودند. اندازهٔ نیرویی که سطح و جسم به هم وارد می‌کنند، برایند این دو نیرو است، پس:

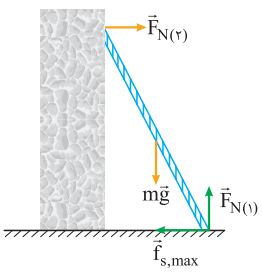
$$R = \sqrt{F_N^۲ + f^۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در شکل زیر، نیروهای وارد بر نردبان را در حالتی که در آستانهٔ سُرخوردن قرار دارد، رسم کرده‌ایم. قانون دوم نیوتون را در راستاهای افقی و قائم می‌نویسیم:

$$F_{net\,(قائم)} = ۰ \Rightarrow F_{N(۱)} = mg$$

$$F_{net\,(افقی)} = ۰ \Rightarrow F_{N(۲)} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N(۲)} = \mu_s F_{N(۱)} = \mu_s mg = ۰/۷۵\ mg$$



گام دوم: اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{N(۱)}$ و $\vec{f}_{s,max}$ است، پس:

$$R_۱ = \sqrt{F_{N(۱)}^۲ + f_{s,max}^۲} = \sqrt{(mg)^۲ + (۰/۷۵\ mg)^۲} = mg\sqrt{۱^۲ + ۰/۷۵^۲} = ۱/۲۵\ mg$$

↓ ۴×۰/۲۵ ↓ ۳×۰/۲۵ ↓ ۵×۰/۲۵

گام سوم: نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{F_{N(۲)}}{R_۱} = \frac{۰/۷۵\ mg}{۱/۲۵\ mg} = \frac{۳}{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ اگر جرم ماهواره‌ای $۴۵۰\ kg$ باشد، وزن آن در ارتفاع ۹۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین چند نیوتون است؟ (شعاع زمین $۶۴۰۰\ km$ و شتاب گرانش در سطح زمین $۱۰\ N/kg$ است.)

۱) ۷۲ ۲) ۲۰۰

۳) ۷۲۰ ۴) ۲۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل دوم ـ صفحهٔ ۶۰ ـ تمرین ۲۲

Hint به کمک شکل نسبتی رابطهٔ شتاب گرانش، شتاب گرانش در ارتفاع داده‌شده را به دست آورید؛ سپس با یک ضرب ساده، وزن جسم در ارتفاع مورد نظر حساب می‌شود.

درس Box

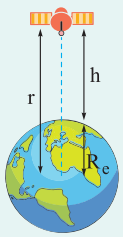
۱) **شتاب گرانشی در فاصلهٔ r از مرکز زمین:**

$$g' = \frac{GM_e}{r^2}$$

اگر فاصله تا سطح زمین h و شعاع زمین R_e باشد، داریم:

$$r = R_e + h$$

شکل نسبتی رابطه:



شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

شتاب گرانشی در سطح زمین

۲) **نیروی وزن:**

شتاب گرانش

$$W = mg$$

جرم جسم

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شتاب گرانش را در ارتفاع ۹۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین حساب می‌کنیم:

$$g \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + 9600}\right)^2 = \left(\frac{2 \times 3200}{2 \times 3200 + 3 \times 3200}\right)^2 = \left(\frac{2 \times \cancel{3200}}{5 \times \cancel{3200}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{10} = \frac{4}{25} \Rightarrow g' = 1/6\ m/s^2$$

گام دوم: وزن ماهواره در این ارتفاع برابر است با:

$$W' = mg' = 450 \times 1/6 = 720\ N$$

گول نخوری در رابطهٔ شتاب گرانش، باید فاصلهٔ جسم از مرکز زمین جای‌گذاری شود. اگر به جای $9600 + 6400$، ۹۶۰۰ را قرار دهید، به گزینهٔ نادرست (۴) می‌رسید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ خودرویی به جرم ۱۲۰۰ kg در یک میدان مسطح افقی به شعاع ۸۰ m با تندی ۲۰ m / s در حال دورزدن است. اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر خودرو چند نیوتون است؟

۱) ۳×۱۰^{۲}

۲) ۳×۱۰^{۳}

۳) ۶×۱۰^{۲}

۴) ۶×۱۰^{۳}

پاسخ: گزینهٔ ۴

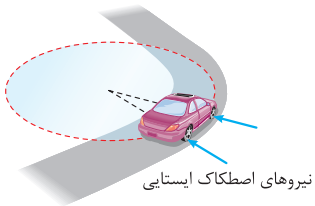
زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ دی ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ ریاضی ـ سؤال ۸

درس Box

اگر متحرکی به جرم m، با تندی ثابت v روی محیط دایره‌ای به شعاع r بچرخد، اندازهٔ نیروی مرکزگرای وارد بر جسم از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_{net} = m\frac{v^{۲}}{r}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق شکل زیر، وقتی خودرو در یک پیچ مسطح افقی در حال دورزدن است، نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر خودرو، نقش نیروی مرکزگرا را دارد؛ بنابراین:



$$f_s = F_{net} = \frac{mv^{۲}}{r} = \frac{۱۲۰۰\times(۲۰)^{۲}}{۸۰} = ۶\times۱۰^{۳}\,N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری در SI به صورت $x = ۰/۰۵\cos(۱۰\pi t)$ است. شتاب نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰}\,s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

۱) $۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۲) $-۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۳) $۲۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۴) $-۲۵\sqrt{۲}\,\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۸۵ ـ تمرین ۵

Hint

ابتدا به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر، بسامد زاویه‌ای و مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰}\,s$ تعیین کنید؛ سپس به کمک رابطهٔ شتاب و مکان نوسانگر، به جواب سؤال برسید.

درس Box

در حرکت همانگ ساده:

معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$x = A\cos\omega t$$

(دامنهٔ نوسان: A، بسامد زاویه‌ای: ω)

رابطهٔ شتاب و مکان:

$$a = -\omega^۲ x$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از روی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر، بسامد زاویه‌ای نوسانگر را تعیین می‌کنیم:

$$\omega = ۱۰\pi\ rad/s$$

گام دوم: مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰}\,s$ حساب می‌کنیم:

$$x = ۰/۰۵\cos(۱۰\pi t) \xrightarrow{t=\frac{۱}{۴۰}s} x = ۰/۰۵\cos(۱۰\pi\times\frac{۱}{۴۰}) = ۰/۰۵\cos\frac{\pi}{۴} = ۰/۰۵\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}\,m$$

گام سوم: شتاب نوسانگر در این لحظه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a = -\omega^۲ x = -(۱۰\pi)^۲\times ۰/۰۵\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = -۱۰۰\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰۰}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = -۲۵\sqrt{۲}\ m/s^۲ \Rightarrow \vec{a} = (-۲۵\sqrt{۲}\ m/s^۲)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دورهٔ تناوب $2\,s$ نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم $2\,kg$ افزایش یابد، دورهٔ تناوب آن $3\,s$ می‌شود. m چند کیلوگرم است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۶ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۸۵ ـ تمرین ۲

Hint رابطهٔ دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر را به صورت نسبتی بنویسید تا جرم جسم به دست آید.

درس Box

دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

m: جرم نوسانگر

k: ثابت فنر

پاسخ خیلی تشریحی ✔ رابطهٔ دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{m+2}{m}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{9}{4} = \frac{m+2}{m}$$

$$\Rightarrow 9m = 4m + 8 \Rightarrow 5m = 8 \Rightarrow m = 1/6\ kg$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ دامنهٔ نوسان یک نوسانگر جرم ـ فنر در حرکت هماهنگ ساده $0/1\ m$ و ثابت فنر آن $100\ N/m$ است. انرژی مکانیکی این نوسانگر هنگام نوسان روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، چند ژول است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۸۵ ـ تمرین ۶

درس Box

انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر:

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

(A: دامنهٔ نوسان، k: ثابت فنر)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با یک جای‌گذاری ساده در رابطهٔ انرژی مکانیکی به جواب می‌رسید:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (0/1)^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times \frac{1}{100} = 0/5\ J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ طول آونگ‌های سادهٔ **A**، **B**، **C** و **D** که از ریسمانی افقی آویزان هستند، در جدول زیر نوشته شده است. اگر در ریسمان نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گسترهٔ $3\ rad/s$ تا $6\ rad/s$ ایجاد شود؛ کدام آونگ‌ها به تشدید درمی‌آیند؟ $(g = 10\ m/s^2)$

آونگ	A	B	C	D
طول (cm)	۲۰	۵۰	۸۰	۱۱۰

۱) A، B و C
۲) B، C و D
۳) B و C
۴) A، B، C و D

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۶۹ ـ تمرین ۳ ـ ۳

Hint رابطهٔ بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به ازای کم‌ترین بسامد زاویه‌ای و بیشترین بسامد زاویه‌ای بنویسید تا محدودهٔ طول آونگ‌هایی که دچار تشدید می‌شوند، تعیین شود. بر این اساس جواب سؤال را مشخص کنید.

درس Box

۱) **بسامد زاویه‌ای آونگ ساده:**

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$ (g: شتاب گرانش، L: طول آونگ ساده)

۲) **پدیدهٔ تشدید (رزونانس):** این پدیده زمانی رخ می‌دهد که بسامد نوسان واداشته برابر با بسامد طبیعی نوسانگر باشد.

پاسخ خیلی تشریحی آونگی به تشدید در می‌آید که بسامد زاویه‌ای آن در گسترهٔ $3\ rad/s$ تا $6\ rad/s$ باشد. به کمک رابطهٔ بسامد زاویه‌ای آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{L_{max}}} \Rightarrow 3 = \sqrt{\frac{10}{L_{max}}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 9 = \frac{10}{L_{max}} \Rightarrow L_{max} = \frac{10}{9}\ m \simeq 111/1\ cm \\ \omega_{max} = \sqrt{\frac{g}{L_{min}}} \Rightarrow 6 = \sqrt{\frac{10}{L_{min}}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 36 = \frac{10}{L_{min}} \Rightarrow L_{min} = \frac{10}{36}\ m \simeq 27/7\ cm \end{cases}$$

بنابراین آونگ‌هایی که طولشان بین $27/7\ cm$ و $111/1\ cm$ باشد، به تشدید درمی‌آیند. با توجه به جدول داده‌شده، آونگ‌های B، C و D به تشدید درمی‌آیند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ فنری به جرم $0/6\ kg$ و طول $4\ m$ را با نیروی $2/4\ N$ می‌کشیم. اگر موج عرضی با بسامد $2\ Hz$ در طول فنر منتشر شود، طول موج آن چند متر است؟

۱) $0/25$ ۲) $0/5$ ۳) 2 ۴) 4

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۷۳ ـ مثال ۳ ـ ۶

Hint ابتدا تندی انتشار موج عرضی را حساب کنید؛ سپس با داشتن تندی و بسامد، طول موج به راحتی به دست می‌آید.

درس Box

۱) **تندی انتشار موج عرضی در ریسمان (فنر و ...) تحت کشش:**

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

(F: نیروی کشش ریسمان، L: طول ریسمان، m: جرم ریسمان)

۲) **رابطهٔ بین تندی انتشار موج، طول موج و بسامد موج:**

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تندی انتشار موج عرضی در فنر را حساب می‌کنیم:

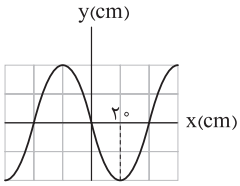
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{2/4 \times 4}{0/6}} = \sqrt{4 \times 4} = 4\ m/s$$

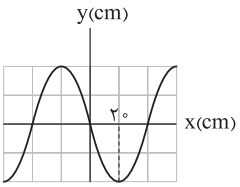
گام دوم: طول موجِ موج عرضی منتشرشده در فنر برابر است با:

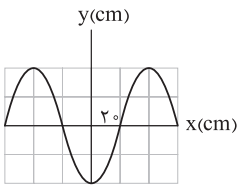
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4}{2} = 2\ m$$

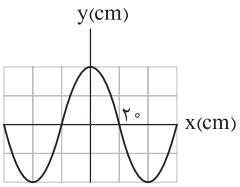
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

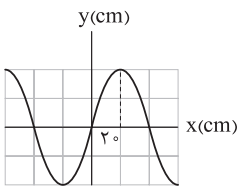
۶۰ نقش یک موج عرضی که در ریسمان کشیده‌شده‌ای با سرعت $4\ m/s$ در جهت محور x منتشر شده، در مبدأ زمان به شکل زیر است. نقش موج در لحظهٔ $t = 0/05\ s$ به صورت کدام شکل است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۸۶ ـ تمرین ۱۳ / امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۲ ـ رشتهٔ ریاضی ـ شمارهٔ ۱۰

Hint

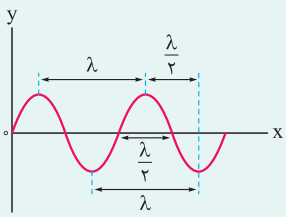
ابتدا به کمک نقش موج، طول موج را به دست آورید؛ سپس با داشتن تندی موج و طول موج، دورهٔ تناوب را حساب کنید. در ادامه بازهٔ زمانی داده‌شده را برحسب T بنویسید و به کمک آن میزان پیشروی موج در این مدت و شکل موج در لحظهٔ داده‌شده را تعیین کنید.

درس Box

۱) بین تندی انتشار موج، دورهٔ موج و طول موج آن، رابطهٔ مقابل برقرار است:

$$\lambda = vT$$

۲) شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط یا طول موج به خاطر بسپارید:



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مقدار نشان داده شده روی محور x برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است؛ بنابراین:

$$\frac{\lambda}{4} = 20 \Rightarrow \lambda = 80\ cm = 0/8\ m$$

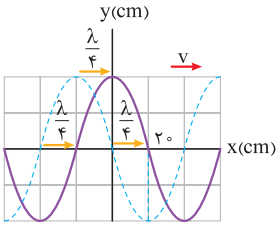
گام دوم: دورهٔ تناوب موج برابر است با:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0/8}{4} = 0/2\ s$$

بازهٔ زمانی $\Delta t = 0/05\ s$ را برحسب دورهٔ تناوب حساب می‌کنیم:

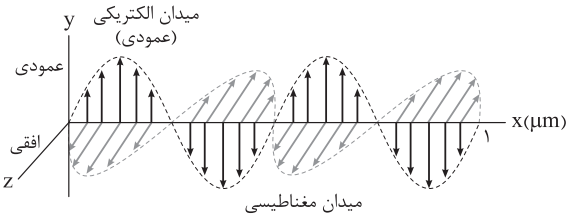
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0/05\ s}{0/2\ s} = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{T}{4}$$

گام سوم: در مدت $\frac{T}{4}$، موج به مقدار $\frac{\lambda}{4} = 20\ cm$ در جهت محور x پیشروی می‌کند؛ بنابراین نقش موج در لحظهٔ $0/05\ s$ به شکل مقابل است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ نقش موج الکترومغناطیسی منتشرشده در خلأ در لحظه‌ای به شکل زیر است. به ترتیب، این موج در کدام جهت منتشر می‌شود و در کدام ناحیه از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟



۱) در جهت محور X، نور مرئی

۲) در جهت محور X، فروسرخ

۳) در خلاف جهت محور X، نور مرئی

۴) در خلاف جهت محور X، فروسرخ

پاسخ: گزینهٔ ۱

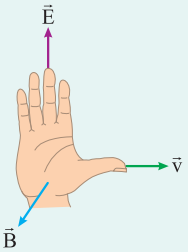
زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۷۴ ـ شکل ۳-۲۰ / صفحهٔ ۷۵ ـ پرسش ۳-۵

Hint جهت انتشار موج را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین کنید. از روی نقش موج، طول موج و براساس آن ناحیهٔ طیفی موج را مشخص کنید.

درس Box ۱) درس‌باکس شمارهٔ ۲ تست ۶۰ را بخوانید.

۲) **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی:**

طبق این قاعده، چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی $(\vec{E})$ طوری قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود. در این حالت انگشت شست، جهت انتشار موج الکترومغناطیسی $(\vec{v})$ را نشان می‌دهد.

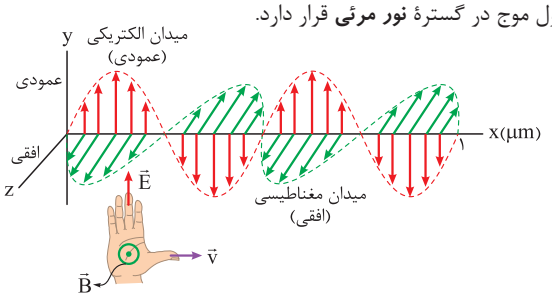


پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. به این صورت که مطابق شکل زیر، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی در یک نقطه قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی در آن نقطه از کف دستمان خارج شود. در این حالت شست دست، جهت انتشار موج را نشان می‌دهد که برای این موج **در جهت محور** x است.

گام دوم: مقدار نشان داده شده روی محور x برابر 2λ است؛ بنابراین:

$$2\lambda = 1\,\mu m \Rightarrow \lambda = 0/5\,\mu m \xrightarrow{1\mu m = 10^3 nm} \lambda = 500\,nm$$

با توجه به گسترهٔ طول موج امواج الکترومغناطیسی، این طول موج در گسترهٔ **نور مرئی** قرار دارد.



گول نخوری اگر به اشتباه از دست چپتان برای تعیین جهت انتشار موج استفاده کنید، راهتان به گزینهٔ (۳) ختم می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ یک موج صوتی با توان $1/6\times10^{-4}\ W$ از صفحه‌ای با مساحت $4\ m^2$ در راستای عمود بر صفحه می‌گذرد. تراز شدت صوت عبوری از این صفحه چند دسی‌بل است؟ ($I_0=10^{-12}\ W/m^2$ و $\log2=0/3$)

۱) ۵۴ ۲) ۵۶ ۳) ۷۴ ۴) ۷۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل سوم ـ صفحهٔ ۸۱ ـ مثال ۳ ـ ۹

Hint ابتدا شدت صوت و سپس تراز شدت صوت را محاسبه کنید.

درس Box

۱) شدت یک موج صوتی در یک سطح که عمود بر راستای انتشار صوت قرار دارد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

توان صوتی ↑

$$I=\frac{P}{A}$$

↓ مساحت سطح

۲) **تراز شدت صوت:**

برحسب دسی بل (dB) ↑

$$\beta=10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)\quad (I_0=10^{-12}\ W/m^2:\text{شدت صوت مرجع})$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: شدت صوت عبوری از صفحه را حساب می‌کنیم:

$$I=\frac{P}{A}=\frac{1/6\times10^{-4}}{4}=0/4\times10^{-4}\ W/m^2$$

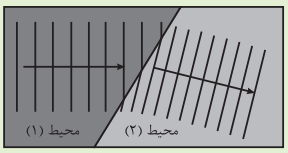
گام دوم: تراز شدت صوت عبوری از صفحه برابر است با:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}=10\log\frac{0/4\times10^{-4}}{10^{-12}}=10\log4\times10^{7}=10(\log4+\log10^{7})=10(\log2^{2}+\log10^{7})$$

$$=10(2\log2+7\log10)=10(2\times0/3+7\times1)\Rightarrow\beta=76\ dB$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ شکل زیر طرحی از شکست امواج سطحی در مرز آب عمیق و آب کم‌عمق در تشت موج را نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ، تندی انتشار امواج سطحی و عمق آب در کدام محیط بیشتر است؟



۱) محیط (۱)، محیط (۱)

۲) محیط (۱)، محیط (۲)

۳) محیط (۲)، محیط (۱)

۴) محیط (۲)، محیط (۲)

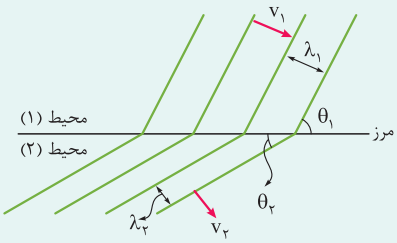
پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل چهارم ـ صفحهٔ ۹۵ ـ شکل ۴ ـ ۳۰ / امتحان نهایی ـ فرداد ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ تجربی ـ سؤال ۸

درس Box

قانون شکست عمومی:

وقتی جبهه‌های موج، به شکل زیر از محیط (۱)، وارد محیط (۲) می‌شوند، داریم:



$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}$$

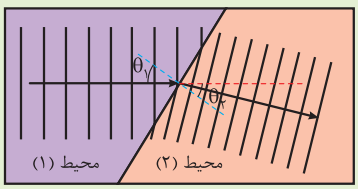
در رابطهٔ بالا، θ در هر محیط، زاویهٔ بین جبهه‌های موج با مرز یا زاویهٔ بین پرتوهای موج و خط عمود بر مرز است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، پرتوی موج پس از ورود به محیط (۲) به خط‌چین عمود بر مرز دو محیط نزدیک‌تر شده است؛ بنابراین براساس قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}\xrightarrow{\theta_۲<\theta_۱}\frac{v_۲}{v_۱}<۱\Rightarrow v_۲<v_۱$$

گام دوم: تندی انتشار امواج سطحی در آب‌های عمیق، بیشتر از آب‌های کم‌عمق است؛ بنابراین عمق آب در محیط (۱) بیشتر است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ دانش‌آموزی بین دو صخرهٔ قائم ایستاده و فاصلهٔ او از صخرهٔ نزدیک‌تر $240\ m$ است. دانش‌آموز فریاد می‌زند و اولین پژواک صدای خود را پس از $1/5\ s$ و صدای پژواک دوم را $1\ s$ بعد از پژواک اول می‌شنود. به ترتیب از راست به چپ، تندی صوت در هوا چند متر بر ثانیه و فاصلهٔ دو صخره چند متر است؟

۱) ۳۲۰، ۴۰۰
۲) ۳۲۰، ۶۴۰
۳) ۳۴۰، ۴۰۰
۴) ۳۴۰، ۶۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل چهارم ـ صفحهٔ ۱۱۱ ـ تمرین ۱

Hint

ابتدا با داشتن فاصلهٔ شخص تا صخرهٔ نزدیک‌تر و مدت‌زمان حرکت صوت در این فاصله و به کمک معادلهٔ جابه‌جایی در حرکت با سرعت ثابت، تندی صوت را به دست آورید؛ سپس با داشتن تندی صوت و مدت‌زمان حرکت صوت از شخص تا صخرهٔ دورتر، فاصلهٔ شخص تا صخرهٔ دورتر به دست می‌آید. در پایان فاصلهٔ دو صخره از یکدیگر، به راحتی قابل محاسبه است.

پاسخ خیلی تشریحی

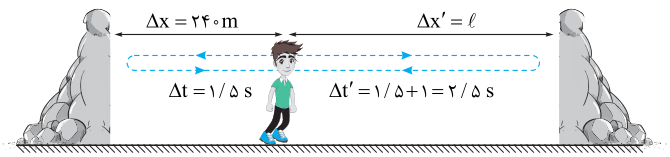
گام اول: اولین پژواک صدا ناشی از برخورد صوت به صخرهٔ نزدیک‌تر است. در این فرایند، صوت مسافت بین شخص و صخره را می‌رود و برمی‌گردد؛ بنابراین با توجه به شکل زیر، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v_{صوت}\Delta t \Rightarrow 2\times 240 = v_{صوت}\times 1/5 \Rightarrow v_{صوت} = 320\ \frac{m}{s}$$ (حذف گزینه‌های (۳) و (۴))

گام دوم: دومین پژواک صدا، ناشی از برخورد صوت به صخرهٔ دورتر است؛ بنابراین:

$$\Delta x' = v_{صوت}\Delta t' \Rightarrow 2\ell = 320\times 2/5 \Rightarrow l = 400\ m$$

پس فاصلهٔ بین دو صخره برابر با $240 + 400 = 640\ m$ است.

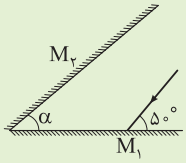


تیزبازی

چون طبق گفتهٔ سؤال فاصلهٔ شخص از صخرهٔ نزدیک‌تر برابر $240\ m$ است، فاصلهٔ بین دو صخره حتماً بیشتر از $2\times 240 = 480\ m$ باید باشد. (حذف گزینهٔ (۱))

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ در شکل زیر، زاویهٔ بین دو آینه چند درجه باشد تا اولین پرتوی بازتابیده از آینهٔ M_2 بر پرتوی تابش به این آینه منطبق گردد؟



۱) ۲۰

۲) ۳۰

۳) ۴۰

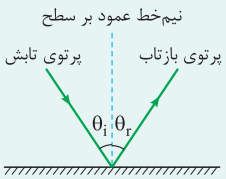
۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ ریاضی ـ شمارهٔ ۱۱

درس Box

۱) **قانون بازتاب عمومی:** در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است.



$$\theta_i = \theta_r$$

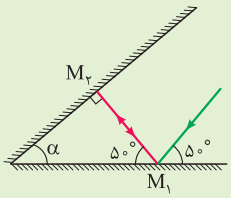
۲) قضیهٔ هندسی زیر در حل تست‌های بازتاب به شما کمک می‌کند:

مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای این‌که پرتوی بازتابیده از آینهٔ M_2 بر پرتوی تابش به این آینه منطبق باشد، باید پرتوی تابش عمود بر آینهٔ M_2 به آن بتابد. شکل زیر را ببینید. با توجه به این‌که مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است، زاویهٔ بین دو آینه (α) را به دست می‌آوریم:

$$\alpha + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

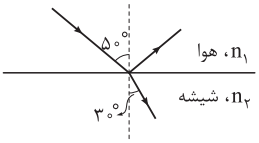
۶۶ در شکل زیر، نور فرودی از هوا وارد شیشه می‌شود. بخشی از موج در سطح جدایی دو محیط بازمی‌تابد و بخشی دیگر شکست می‌یابد و وارد شیشه می‌شود. به ترتیب، زاویهٔ بین پرتو شکست و پرتو بازتابش چند درجه و ضریب شکست شیشه کدام است؟ ($n_۱ = ۱$ و $\sin ۵۰^\circ = ۰/۷۵$)

۱) $\frac{۴}{۳}$، ۸۰

۲) $\frac{۳}{۲}$، ۸۰

۳) $\frac{۴}{۳}$، ۱۰۰

۴) $\frac{۳}{۲}$، ۱۰۰



پاسخ: گزینهٔ ۴

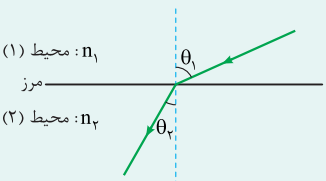
زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ تجربی ـ شمارهٔ ۱۴

Hint به کمک قانون بازتاب عمومی و کمی هندسه، زاویهٔ بین پرتوهای شکست و بازتابش به دست می‌آید. قانون شکست اسنل هم به شما کمک می‌کند تا ضریب شکست شیشه را به دست آورید.

درس Box ۱) درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۶۵ را بخوانید.

۲) قانون شکست اسنل: اگر پرتو نوری از محیطی به ضریب شکست $n_۱$ وارد محیطی به ضریب شکست $n_۲$ شود، داریم:

$$n_۱ \sin \theta_۱ = n_۲ \sin \theta_۲$$



پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** طبق قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ بازتابش برابر با زاویهٔ تابش است، پس:

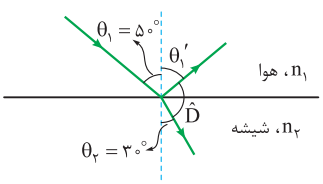
$$\theta'_۱ = \theta_۱ \Rightarrow \theta'_۱ = ۵۰^\circ$$

حالا زاویهٔ بین پرتوی شکست و پرتوی بازتابش را حساب می‌کنیم:

$$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - \theta'_۱ - \theta_۲ = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۰۰^\circ$$

گام دوم: به کمک قانون شکست اسنل، ضریب شکست شیشه را به دست می‌آوریم:

$$n_۱ \sin \theta_۱ = n_۲ \sin \theta_۲ \Rightarrow ۱ \times \sin ۵۰^\circ = n_۲ \times \sin ۳۰^\circ \Rightarrow ۱ \times ۰/۷۵ = n_۲ \times ۰/۵ \Rightarrow n_۲ = \frac{۰/۷۵}{۰/۵} = \frac{۳}{۲}$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ در آزمایش یانگ با هر یک از تغییرات (الف) و (ب)، به ترتیب از راست به چپ، پهنای هر یک از نوارهای تاریک و روشن چگونه تغییر می‌کند؟

الف) استفاده از نور تکفام قرمز به جای نور تکفام آبی

ب) انجام آزمایش در آب به جای انجام آزمایش در هوا

۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل چهارم ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ تمرین ۲۱

نکته در آزمایش یانگ، پهنای هر نوار تاریک یا روشن متناسب با طول موج نور به‌کاررفته در آزمایش است.

پاسخ خیلی تشریحی در آزمایش (الف)، طول موج نور تکفام قرمز بیشتر از طول موج نور تکفام آبی است؛ بنابراین در این‌آزمایش، پهنای نوارها **افزایش می‌یابد**.

در آزمایش (ب)، با انجام آزمایش یانگ در آب به جای هوا، تندی و در نتیجه طول موج نور به‌کاررفته در آزمایش کاهش می‌یابد؛ بنابراین پهنای نوارها در این آزمایش **کاهش می‌یابد**.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ در یک تار دو سر بسته، بسامد دو هماهنگ متوالی ۳۰۰ Hz و ۳۶۰ Hz است. اگر تندی انتشار موج عرضی در تار ۱۸۰ m / s باشد، طول تار چند متر است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ دی ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ ریاضی ـ سؤال ۱۵

درس Box

۱) در تار مرتعش دو سر بسته، اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی برابر با بسامد هماهنگ اول (f_1) است: $f_{n+1} - f_n = f_1$

۲) **بسامد تشدیدی هماهنگ n اُم در تار مرتعش دو سر بسته:**

$$f_n = \frac{n v}{2L}$$

(v: تندی انتشار موج ↑، L: طول تار ↓)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر با بسامد اصلی تار است؛ بنابراین:

$$f_1 = 360 - 300 = 60\ \text{Hz}$$

گام دوم: طول تار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 60 = \frac{180}{2L} \Rightarrow 2L = 3 \Rightarrow L = 1/5\ \text{m}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ توان یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ W، بازدهٔ آن ۵ درصد و ۱ درصد از نور تابشی آن دارای طول موج ۶۰۰ nm است. در هر دقیقه چه تعداد فوتون با این طول موج از لامپ گسیل می‌شود؟ ($h = 6\times10^{-34}\ J.s$ و $c = 3\times10^{8}\ m/s$)

۱) 10^{19}

۲) 10^{21}

۳) 2×10^{19}

۴) 2×10^{21}

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل پنجم ـ صفحهٔ ۱۳۴ ـ تمرین ۳

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ بازده، توان خروجی (تابشی) لامپ را حساب کنید؛ سپس توان تابشی مربوط به فوتون‌هایی با طول موج ۶۰۰ nm و به کمک آن تعداد فوتون‌های با این طول موج را به دست آورید.

درس Box

۱) **رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:**

$\lambda = \frac{c}{f}$ (تندی نور در خلأ: $c = 3\times10^{8}\ m/s$)

۲) **توان تابشی منبع نور (لامپ، لیزر و ...):**

$$P_{\text{تابشی}} = \frac{E}{t} = \frac{nE_{\text{فوتون}}}{t} = \frac{n\,h\,f}{t}$$

(n: تعداد فوتون‌های تابشی، f: بسامد فوتون، t: زمان)

۳) **بازده:** نسبت انرژی یا توان خروجی (تابشی) به انرژی یا توان ورودی (مصرفی) است و از روابط زیر به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times100 = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}}\times100 \quad \text{(برحسب درصد)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک رابطهٔ بازده، توان تابشی (خروجی) لامپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{تابشی}}}{P}\times100 \Rightarrow 5 = \frac{P_{\text{تابشی}}}{100}\times100 \Rightarrow P_{\text{تابشی}} = 5\,W$$

گام دوم: بخشی از توان تابشی که مربوط به طول موج ۶۰۰ nm است را به دست می‌آوریم:

$$P'_{\text{تابشی}} = 0/01\times P_{\text{تابشی}} = 0/01\times5 = 0/05\,W$$

گام سوم: تعداد فوتون‌های با طول موج ۶۰۰ nm برابر است با:

$$P'_{\text{تابشی}} = \frac{E}{\Delta t} = \frac{nhf}{\Delta t} = \frac{nh\frac{c}{\lambda}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1\,min = 60\,s]{\lambda = 600\,nm = 600\times10^{-9}\,m} 0/05 = \frac{n\times6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{600\times10^{-9}}}{60}$$

$$\Rightarrow 0/05 = n\times5\times10^{-21} \Rightarrow n = \frac{5\times10^{-2}}{5\times10^{-21}} = 10^{19}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن، با افزایش شمارهٔ مدار **(n)**، اختلاف شعاع دو مدار متوالی و اختلاف انرژی آن‌ها به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

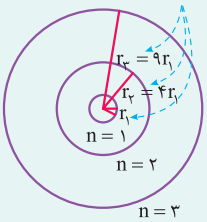
۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۱ ـ رشتهٔ ریاضی ـ سؤال ۲

درس Box

۱) شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:



$r_n = a_0 n^2$

شعاع مدار nام ↑ — شمارهٔ مدار ↗ — شعاع اولین مدار (شعاع بور) ↓

۲) ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدل اتمی بور:

$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ (یک ریدبرگ: $E_R = ۱۳/۶\ eV$)

انرژی الکترون در مدار nام ↑ — شمارهٔ مدار ↓

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن، شعاع مدارها از رابطهٔ $r_n = n^2 a_0$ به دست می‌آید. اختلاف شعاع دو مدار متوالی را می‌نویسیم:

$$r_{n+1} - r_n = (n+1)^2 a_0 - n^2 a_0 = (n^2 + 2n + 1)a_0 - n^2 a_0 \Rightarrow r_{n+1} - r_n = a_0(2n+1)$$

واضح است که در رابطهٔ بالا، با افزایش n، اختلاف شعاع دو مدار متوالی افزایش می‌یابد.

گام دوم: در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن، ترازهای انرژی الکترون از رابطهٔ $E_n = \frac{-۱۳/۶}{n^2}$ به دست می‌آید. اختلاف انرژی دو مدار متوالی را می‌نویسیم:

$$E_{n+1} - E_n = ۱۳/۶ \times \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\right)$$

صورت کسر نسبت به n از مرتبهٔ یک و مخرج کسر نسبت به n از مرتبهٔ چهار است؛ بنابراین با توجه به این‌که $n > ۱$ است، تابع بالا نزولی است. یعنی با افزایش n، اختلاف انرژی دو مدار متوالی کاهش می‌یابد.

یه جور دیگه

می‌توانید شعاع‌های سه مدار ابتدایی و سه تراز انرژی ابتدایی اتم هیدروژن را بنویسید و راحت‌تر به جواب برسید:

$r_1 = a_0 , r_2 = 4a_0 , r_3 = 9a_0$

$$\begin{cases} r_2 - r_1 = 4a_0 - a_0 = 3a_0 \\ r_3 - r_2 = 9a_0 - 4a_0 = 5a_0 \end{cases} \Rightarrow r_3 - r_2 > r_2 - r_1$$

$$E_1 = -۱۳/۶\ eV \ , \ E_2 = -\frac{۱۳/۶}{4} = -۳/۴\ eV \ , \ E_3 = -\frac{۱۳/۶}{9} = -۱/۵۱\ eV$$

$$\begin{cases} E_2 - E_1 = -۳/۴ - (-۱۳/۶) = ۱۰/۲\ eV \\ E_3 - E_2 = -۱/۵۱ - (-۳/۴) = ۱/۸۹\ eV \end{cases} \Rightarrow E_3 - E_2 < E_2 - E_1$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ در هیدروژن اتمی، گسترهٔ طول موج‌های رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$ چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱\,(nm)^{-۱})$

۱) ۳۲۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۴۲۰ ۴) ۷۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل پنجم ـ صفحهٔ ۱۳۵ ـ تمرین ۱۱

Hint به کمک معادلهٔ ریدبرگ، کم‌ترین و بیشترین طول موج رشتهٔ بالمر را حساب کنید. اختلاف این دو، خواستهٔ سؤال است.

درس Box **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) \quad (n > n' \quad \text{و ثابت ریدبرگ: } R \simeq ۰/۰۱\,(nm)^{-۱})$$

(n': شمارهٔ رشته)

در این رابطه طول موج (λ)، برحسب نانومتر است.

شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شماره رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** کوتاه‌ترین طول موج رشتهٔ بالمر هیدروژن اتمی به ازای گذار الکترون از بالاترین تراز انرژی یعنی $n = \infty$ به تراز $n' = ۲$ به دست می‌آید، پس:

$$\frac{۱}{\lambda_{min}} = R\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \underbrace{\frac{۱}{\infty}}_{\text{صفر}}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{min}} = \frac{۱}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۴} \Rightarrow \lambda_{min} = ۴۰۰\ nm$$

گام دوم: بلندترین طول موج رشتهٔ بالمر هیدروژن اتمی هم مربوط به گذار الکترون از تراز $n = ۳$ به تراز $n' = ۲$ است:

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۳^{۲}}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{max}} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۹-۴}{۳۶}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{۳۶۰۰}{۵} = ۷۲۰\ nm$$

گام سوم: گسترهٔ طول موج‌های رشتهٔ بالمر هیدروژن اتمی برابر است با:

$$\Delta\lambda = \lambda_{max} - \lambda_{min} = ۷۲۰ - ۴۰۰ = ۳۲۰\ nm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ در گذار الکترون از تراز چهارم به تراز دوم در اتم هیدورژن، بسامد فوتون گسیل‌شده چند هرتز است؟
$(E_R = ۱۳/۶\ eV \text{ و } h \simeq ۴\times۱۰^{-۱۵} eV.s)$

۱) $۶/۳۷۵\times۱۰^{۱۴}$
۲) $۶/۳۷۵\times۱۰^{۱۵}$
۳) $۸/۵\times۱۰^{۱۴}$
۴) $۸/۵\times۱۰^{۱۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ امتحان نهایی ـ خرداد ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ ریاضی ـ سؤال ۱۹

Hint به کمک رابطهٔ ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن، اختلاف انرژی دو تراز که برابر انرژی فوتون گسیل‌شده است را حساب کنید؛ سپس بسامد این فوتون را به دست آورید.

درس Box ۱) درس‌باکس شمارهٔ ۲ تست ۷۰ را بخوانید.

۲) انرژی هر فوتون: $E = hf$ (h: ثابت پلانک $\simeq ۶/۶\times۱۰^{-۳۴} J.s \simeq ۴\times۱۰^{-۱۵} eV.s$)
(f: بسامد فوتون)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** انرژی فوتون گسیل‌شده برابر با اختلاف انرژی دو تراز است. داریم:

$$E_۴ = \frac{-E_R}{۴^۲} = \frac{-۱۳/۶}{۱۶} = -۰/۸۵\ eV$$

$$E_۲ = -\frac{E_R}{۲^۲} = \frac{-۱۳/۶}{۴} = -۳/۴\ eV$$

$$E = E_۴ - E_۲ = -۰/۸۵ - (-۳/۴) = ۲/۵۵\ eV$$

گام دوم: بسامد فوتون گسیل‌شده به صورت زیر حساب می‌شود:

$$E = hf \Rightarrow ۲/۵۵ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times f \Rightarrow f = \frac{۲/۵۵}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۶/۳۷۵\times۱۰^{۱۴}\ Hz$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ پرتوی فرابنفشی با طول موج ۲۵۰ nm بر سطح تیغه‌ای از جنس آهن با تابع کار ۴/۵ eV تابیده می‌شود. بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جداشده از سطح آهن چند الکترون‌ولت است؟ **(hc = ۱۲۴۰ eV.nm)**

۱) ۰/۲۲ ۲) ۰/۴۶

۳) ۴/۷۲ ۴) ۴/۹۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل پنجم ـ صفحهٔ ۱۳۴ ـ تمرین ۸ / امتحان نهایی ـ دی ۱۴۰۳ ـ رشتهٔ ریاضی ـ سؤال ۱۷

درس Box

در اثر فوتوالکتریک، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K_{max} = hf - W_{\circ} = \frac{hc}{\lambda} - W_{\circ}$$

(K_{max}: انرژی فوتون فرودی، $W_{\circ}$: تابع کار فلز، λ: طول موج فوتون فرودی)

($c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s$: تندی نور در خلأ و $h = ۶/۶\times۱۰^{-۱۵}\ J.s \approx ۴\times۱۰^{-۱۵}\ eV.s$: ثابت پلانک)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ به کمک معادلهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max} = hf - W_{\circ} = \frac{hc}{\lambda} - W_{\circ} = \frac{۱۲۴۰}{۲۵۰} - ۴/۵ \Rightarrow K_{max} = ۰/۴۶\ eV$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ نپتونیم $^{237}_{93}Np$ ناپایدار است و واپاشی آن از طریق گسیل ذرات α، β^-، α و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، تعداد نوترون‌های هستهٔ نهایی کدام است؟

۱) ۸۶ ۲) ۸۷ ۳) ۱۳۷ ۴) ۱۳۹

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل ششم ـ صفحهٔ ۱۵۵ ـ تمرین ۸

Hint

پایستگی عدد جرمی و عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند بنویسید تا عدد جرمی و عدد اتمی هستهٔ نهایی به دست آید؛ سپس به کمک این دو، تعداد نوترون‌ها را حساب کنید.

درس Box

۱) **عدد جرمی**: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی) $A = Z + N$

۲) در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها): مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها): مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول:

نکته

ذرهٔ α، هستهٔ اتم هلیم $(^4_2\alpha)$ و ذرهٔ β^-، الکترون $(^0_{-1}\beta^-)$ است.

فرایند این واپاشی به صورت مقابل است: $^{237}_{93}Np \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + 3^4_2\alpha + {}^0_{-1}\beta^-$

پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها) و پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها) را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد اتمی: $93 = Z + (3\times 2) + (-1) \Rightarrow Z = 93 - 5 = 88$

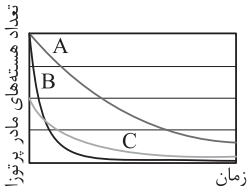
پایستگی عدد جرمی: $237 = A + (3\times 4) + 0 \Rightarrow A = 237 - 12 = 225$

گام دوم: تعداد نوترون‌ها برابر با اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی است:

$N = A - Z = 225 - 88 = 137$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ شکل زیر نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونهٔ **A**، **B** و **C** را برحسب زمان نشان می‌دهد. کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ نیمه عمر این سه نمونه درست است؟



۱) $T_A > T_C > T_B$

۲) $T_B > T_C > T_A$

۳) $T_A > T_B > T_C$

۴) $T_C > T_B > T_A$

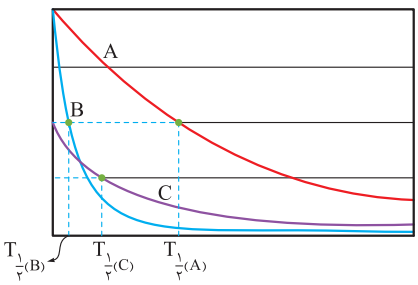
پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: فیزیک دوازدهم ـ فصل ششم ـ صفحهٔ ۱۵۵ ـ تمرین ۹

پاسخ خیلی تشریحی

نکته مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسند، نیمه‌عمر نامیده می‌شود.

براساس تعریف نیمه‌عمر، نیمه‌عمرهای سه نمونهٔ A، B و C را در نمودار زیر مشخص کرده‌ایم. با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$T_{\frac{1}{2}(A)} > T_{\frac{1}{2}(C)} > T_{\frac{1}{2}(B)}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ کدام مطلب نادرست است؟

۱) هوای دودآلود و سرامیک جزء مخلوط‌های ناهمگن و پایدار محسوب می‌شوند.

۲) مخلوط آب و چربی یک کلوئید محسوب می‌شود.

۳) استرهای بلندزنجیر برخلاف اسیدهای چرب، فاقد پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های خود می‌باشند.

۴) سرکهٔ سفید با این‌که اسید ضعیفی محسوب می‌شود، اما پاک‌کنندهٔ خورنده محسوب می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۲

درس Box

- **مخلوط‌های ناهمگن و همگن:** مخلوط ناهمگن (کلوئید و سوسپانسیون) مخلوطی است که اجزای تشکیل‌دهندهٔ آن به طور یکنواخت در هم پخش نشده‌اند و در نقاط مختلف آن، خواص متفاوتی مشاهده می‌شود. برعکس، مخلوط همگن، ترکیبی یکنواخت دارد.
- **پایداری مخلوط‌ها:** پایداری مخلوط به این معنی است که اجزای آن به مرور زمان از هم جدا نشوند. (محلول و کلوئید)
- **کلوئیدها:** کلوئیدها دسته‌ای از مخلوط‌ها هستند که ذرات معلق در آن‌ها، اندازه‌ای بین ذرات محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها دارند. کلوئیدها ظاهری کدر دارند و نور را پخش می‌کنند.
- **خورندگی:** خورندگی به معنای توانایی یک ماده در تخریب مواد دیگر از طریق واکنش شیمیایی است. اسیدهای قوی، بازهای قوی و سفیدکننده‌ها و هم‌چنین برخی اسیدها یا بازهای ضعیف، خاصیت خورندگی دارند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): هوای دودآلود حاوی ذرات معلق جامد (دوده) و گازهای مختلف است که به طور یکنواخت پخش نشده‌اند، پس ناهمگن است. سرامیک نیز به دلیل وجود ناخالصی‌ها، ناهمگن محسوب می‌شود. هر دو با گذشت زمان ته‌نشین نمی‌شوند (پایدارند).

گزینهٔ (۲): مخلوط آب و چربی در حضور صابون یک کلوئید پایدار تشکیل می‌دهد. بدون صابون، چربی در آب حل نمی‌شود و کلوئید ایجاد نمی‌کند، بلکه ذرات چربی به هم می‌چسبند (سوسپانسیون ناپایدار) و از آب جدا می‌شوند.

گزینهٔ (۳): اسیدهای چرب به دلیل داشتن گروه کربوکسیل ($-COOH$) می‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. استرها دارای گروه عاملی ($-COOR$) هستند که در آن R یک زنجیرهٔ کربنی است. به دلیل نبود هیدروژن متصل به اکسیژن، استرها نمی‌توانند با یکدیگر پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

گزینهٔ (۴): سرکهٔ سفید حاوی استیک اسید (CH_3COOH) است که یک اسید ضعیف بوده و اسیدها، (حتی اسیدهای ضعیف) می‌توانند خاصیت خورندگی داشته باشند و به برخی مواد آسیب برسانند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ کدام مطلب در مورد مخلوط‌ها نادرست است؟

۱) با عبور محلول سرم فیزیولوژی از کاغذ صافی، یون‌های سدیم و کلر از آن جدا می‌شوند.

۲) سس مایونز یک کلوئید است و با تاباندن پرتوی نور به آن، مسیر نور در مخلوط قابل مشاهده است.

۳) شیر همانند رنگ پوششی و برخلاف شربت معده، کلوئید است.

۴) آلیاژ طلا و مس، یک محلول جامد است و اتم‌های طلا و مس به طور یکنواخت در ساختار آن پراکنده شده‌اند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۶ و ۷

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی تک‌تک گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): سرم فیزیولوژی یک محلول از NaCl در آب است، یون‌های Na^+ و Cl^- به صورت حل‌شده در آب وجود دارند و با عبوردادن از کاغذ صافی جدا نمی‌شوند.

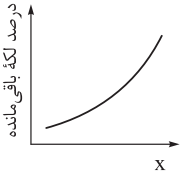
گزینهٔ (۲): سس مایونز یک کلوئید است و با تاباندن نور به آن، مسیر نور به دلیل پخش‌شدن نور قابل مشاهده است.

گزینهٔ (۳): شیر و رنگ پوششی از انواع کلوئیدها هستند و شربت معده یک سوسپانسیون است.

گزینهٔ (۴): آلیاژ طلا و مس، یک محلول جامد است. در محلول‌های جامد، اتم‌های دو یا چند فلز به طور یکنواخت در هم پراکنده شده‌اند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ برای تعیین عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی یک صابون، در چند آزمایش موارد زیر را تغییر داده‌ایم. چه تعداد از موارد زیر می‌توانند به جای x در نمودار زیر قرار گیرند؟



- دما
- درصد پلی‌استر در پارچه
- مقدار صابون
- درصد آنزیم در صابون
- ppm یون کلسیم در آب

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۸ و ۹

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد دوم و پنجم می‌توانند به جای x در نمودار قرار بگیرند.

بررسی موارد:

- **دما:** افزایش دما باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌شود.
- **درصد پلی‌استر در پارچه:** پارچه‌های پلی‌استری به دلیل ساختار ناقطبی خود، تمایل کم‌تری به جذب آب و صابون دارند. در نتیجه، لکه‌ها به سختی از روی پارچه‌های پلی‌استری پاک می‌شوند؛ بنابراین، افزایش درصد پلی‌استر در پارچه باعث کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌شود.
- **مقدار صابون:** با افزایش مقدار صابون، درصد لکهٔ باقی‌مانده کاهش می‌یابد.
- **درصد آنزیم در صابون:** آنزیم‌ها کاتالیزگر هستند در نتیجه مقدار بیشتر آنها در صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
- **ppm یون کلسیم در آب:** یون‌های کلسیم (Ca^{2+}) موجود در آب سخت، با صابون واکنش داده و نمک‌های نامحلول تشکیل می‌دهند. این رسوب، باعث کاهش غلظت صابون و کاهش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود؛ بنابراین افزایش ppm یون کلسیم در آب باعث کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌شود.

بنابراین، دو مورد (درصد پلی‌استر در پارچه و ppm یون کلسیم در آب) می‌توانند به جای x در نمودار قرار گیرند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ کدام مطلب در مورد صابون‌ها و شوینده‌ها نادرست است؟

۱) صابون مراغه به دلیل نداشتن افزودنی‌های شیمیایی، pH بالایی دارد و برای پوست‌های حساس مناسب نیست.

۲) افزودن ترکیبات کلردار به صابون، باعث افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی آن می‌شود، اما ممکن است باعث تحریک پوست و آسیب به محیط زیست شود.

۳) نمک‌های فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت واکنش داده و مانع از تشکیل رسوب و کاهش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها می‌شوند.

۴) صابون‌های گوگرددار به دلیل داشتن pH بازی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون‌های معمولی دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ صابون‌های گوگرددار به دلیل داشتن pH اسیدی، برای پوست‌های چرب و آکنه‌دار مناسب هستند. گوگرد خاصیت ضدباکتری و ضدقارچ دارد و به کنترل چربی پوست و کاهش آکنه کمک می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): درست است؛ صابون مراغه به دلیل نداشتن افزودنی‌های شیمیایی، pH بالایی دارد و ممکن است برای پوست‌های حساس نامناسب باشد.

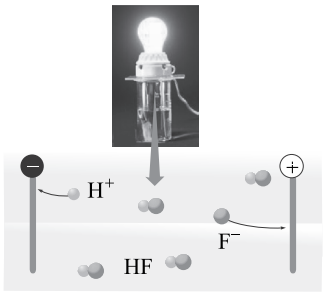
گزینهٔ (۲): درست است؛ ترکیبات کلردار خاصیت ضدعفونی‌کنندگی دارند، اما ممکن است باعث تحریک پوست و آسیب به محیط زیست شوند.

گزینهٔ (۳): درست است؛ نمک‌های فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت، واکنش داده و مانع از تشکیل رسوب و کاهش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها می‌شوند.

نکته pH صابون‌های طبیعی معمولاً بین ۹ تا ۱۰ است، در حالی که pH پوست حدود ۵/۵ است. استفاده از صابون‌های با pH بالا می‌تواند باعث خشکی و تحریک پوست شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ شکل زیر رسانایی الکتریکی محلول هیدروفلوئوریک اسید در آب را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟



- اگر به جای محلول **HF** در شکل، محلول **CH_3COOH** با غلظت مشابه قرار گیرد، شدت روشنایی لامپ کم‌تر خواهد شد.
- در دمای اتاق، محلول ۰/۱ مولار **HCl** رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به محلول ۰/۱ مولار **HF** دارد.
- محلول اشباع **AgCl** در دمای اتاق، رسانایی الکتریکی بسیار کم‌تری نسبت به محلول ۰/۱ مولار **HF** دارد.
- اگر به محلول **HF** در شکل، مقدار کمی **NaOH** جامد اضافه کنیم، شدت روشنایی لامپ افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸

پاسخ خیلی تشریحی همهٔ عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست؛ CH_3COOH اسید ضعیف‌تری نسبت به HF است؛ بنابراین در غلظت یکسان، محلول CH_3COOH یون‌های کم‌تری نسبت به محلول HF خواهد داشت و رسانایی الکتریکی آن کم‌تر خواهد بود. در نتیجه، شدت روشنایی لامپ در صورت استفاده از CH_3COOH به جای HF، کم‌تر خواهد بود.

عبارت دوم: درست؛ HCl یک اسید قوی است و به طور کامل در آب یونش می‌یابد، در حالی که HF یک اسید ضعیف است و به طور جزئی یونش می‌یابد؛ بنابراین در غلظت یکسان، محلول HCl یون‌های بیشتری نسبت به محلول HF تولید کرده و رسانایی الکتریکی بیشتری خواهد داشت.

عبارت سوم: درست؛ AgCl نمکی نامحلول است؛ بنابراین در محلول اشباع، غلظت یون‌های آن بسیار کم بوده و رسانایی الکتریکی محلول نیز بسیار کم خواهد بود. در نتیجه، رسانایی الکتریکی محلول اشباع AgCl در دمای اتاق، بسیار کم‌تر از محلول ۰/۱ مولار HF خواهد بود.

عبارت چهارم: درست؛ با اضافه‌کردن NaOH به محلول HF واکنش خنثی‌شدن رخ می‌دهد:

$$HF(aq) + NaOH(aq) \rightarrow NaF(aq) + H_2O(l)$$

در اثر این واکنش، NaF به یون‌های F^- و Na^+ تبدیل می‌شود. این یون‌ها باعث افزایش رسانایی الکتریکی محلول و در نتیجه افزایش شدت روشنایی لامپ می‌شوند.

توضیح بیشتر: در محلول اولیه، HF به شکل جزئی یونیده شده $(HF \rightleftharpoons H^+ + F^-)$. وقتی مقداری باز قوی NaOH به آن اضافه می‌کنیم، با خنثی‌کردن H^+ و به عبارتی با کاهش غلظت H^+، تعادل بالا مطابق اصل لوشاتلیه به سمت فراورده‌ها پیش‌روی خواهد کرد؛ بنابراین غلظت F^- در محلول افزایش یافته و به مساوات آن یون Na^+ نیز وجود دارد که کاملاً به شکل تفکیک‌شده در محلول حاضرند؛ از این رو با افزایش غلظت یون‌ها، رسانایی نیز افزایش خواهد یافت.

نکته رسانایی الکتریکی محلول‌ها به غلظت یون‌های موجود در آن‌ها بستگی دارد، هر چه غلظت یون‌ها بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی محلول بیشتر خواهد بود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ کدام مطلب درست است؟

مشاوره این تست مفهومیه! از اون تیپ سؤال‌هاییه که تو کنکور زیاد می‌بینید. اگه مفاهیم اسید و باز رو خوب بلد باشید، سریع حل می‌شه.

۱) طبق مدل آرنیوس، گاز هیدروژن کلرید (HCl) پیش از انحلال در آب، اسید آرنیوس محسوب نمی‌شود.

۲) با حل‌شدن N_2O_5 در آب، گونه‌هایی تولید می‌شوند که مدل فضا پُرکُن آن‌ها متفاوت است.

۳) محلول HBr در آب همواره رسانایی الکتریکی زیادی دارد.

۴) هر چه ثابت یونش یک باز بزرگ‌تر باشد، سرعت یونیده‌شدن آن بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۲۳

درس Box

- **نظریهٔ آرنیوس:** طبق نظریهٔ آرنیوس، اسید ماده‌ای است که در آب، یون هیدروژن (H^+) تولید کند و باز ماده‌ای است که در آب، یون هیدروکسید (OH^-) تولید کند.
- **اسید و باز قوی و ضعیف:** اسیدها و بازهای قوی در آب تقریباً به طور کامل یونیده می‌شوند، در حالی که اسیدها و بازهای ضعیف فقط به مقدار کمی یونیده می‌شوند.
- **رسانایی الکتریکی:** رسانایی الکتریکی محلول‌ها به وجود یون‌های آزاد در آن بستگی دارد. هر چه غلظت یون‌ها بیشتر باشد، رسانایی بیشتر است.
- **ثابت یونش:** ثابت یونش (K_a برای اسید و K_b برای باز) معیاری برای مقایسهٔ قدرت اسید یا باز است. هر چه ثابت یونش بزرگ‌تر باشد، اسید یا باز قوی‌تر است و تمایل بیشتری به یونش دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): طبق نظریهٔ آرنیوس، اگر ماده‌ای پس از انحلال در آب یون هیدروژن تولید کند، می‌توان آن را اسید نامید. اگر گاز HCl در آب حل شود، در نهایت یون هیدروژن تولید می‌کند، پس ماهیت آن اسید آرنیوس است.

گزینهٔ (۲): وقتی N_2O_5 (دی‌نیتروژن پنتااکسید) در آب حل می‌شود، با آب واکنش می‌دهد و نیتریک‌اسید ($HNO_3(aq)$) تولید می‌کند که به صورت زیر است:

$$N_2O_5(s) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq)$$

که در محلول به صورت زیر تفکیک می‌شود:

$$HNO_3(aq) \rightarrow H^+(aq) + NO_3^-(aq)$$

نیتریک‌اسید به یون‌های $H^+(aq)$ و $NO_3^-(aq)$ در آب یونش می‌یابد. بدیهی است که مدل فضا پرکن این یون‌ها متفاوت است.

گزینهٔ (۳): HBr (هیدروبرمیک اسید) یک اسید قوی است و در آب به طور کامل به یون‌های $H^+(aq)$ و $Br^-(aq)$ یونیده می‌شود. محلول آبی آن می‌تواند رسانای خوبی برای جریان برق باشد، اما «همواره» رسانایی الکتریکی زیادی ندارد، چراکه در غلظت‌های بسیار پایین، رسانایی کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): ثابت یونش بزرگ‌تر برای یک باز، نشان‌دهندهٔ تمایل بیشتر آن به یونش و تولید یون هیدروکسید (OH^-) در آب است؛ اما افزایش یونش، لزوماً به معنی افزایش سرعت یونش نیست! سرعت یک واکنش هیچ ارتباطی به مقدار ثابت تعادل آن ندارد! بلکه به شرایط انجام واکنش بستگی دارد. (مثل دما، غلظت و ...)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ درصد یونش (α) چهار اسید ضعیف **HA**، **HB**، **HC** و **HD** در غلظت ۰/۱ مولار در جدول زیر آمده است:

اسید	α(٪)
HA	۱/۰
HB	۲/۰
HC	۰/۵
HD	۱/۵

۱۰۰ میلی‌لیتر از محلول هر یک از این اسیدها را با ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید **(NaOH)** با غلظت مناسب مخلوط می‌کنیم. **pH** محلول نهایی در هر چهار حالت برابر ۵ می‌شود. با توجه به این اطلاعات، غلظت اولیهٔ **NaOH** در آزمایش مربوط به کدام اسید بیشتر بوده است؟

۱) HA ۲) HB ۳) HC ۴) HD

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۳۵ ـ تمرین دوره‌ای ۹

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با مخلوط‌کردن محلول یک اسید ضعیف با محلول NaOH، واکنش خنثی‌شدن رخ می‌دهد و نمک اسید تولید می‌شود.

هر چه K_a یک اسید ضعیف بزرگ‌تر باشد، قدرت اسیدی آن بیشتر است و در غلظت برابر، درجهٔ یونش آن بیشتر خواهد بود. در این تست، غلظت اولیهٔ همهٔ اسیدها برابر است (۰/۱ مولار)؛ بنابراین با توجه به مقادیر α در جدول، می‌توان قدرت اسیدی آن‌ها را با هم مقایسه کرد. هر چه α بزرگ‌تر باشد، اسید قوی‌تر است؛ بنابراین ترتیب قدرت اسیدی این چهار اسید به صورت زیر است:

$$HC < HA < HD < HB$$

هر چه اسید قوی‌تر باشد، برای خنثی‌شدن آن و رسیدن به $pH = 5$ به NaOH با غلظت بیشتری نیاز است؛ بنابراین غلظت اولیهٔ NaOH در آزمایش مربوط به اسید HB از بقیه بیشتر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ کدام مطلب درست است؟

۱) در دمای اتاق کربنیک اسید از نیتروواسید و هیدروفلوئوریک اسید ضعیف‌تر است.

۲) α برای محلول ۰/۱ مولار HCN بزرگ‌تر از محلول ۰/۰۱ مولار آن است.

۳) قبل از نظریهٔ آرنیوس، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های اسیدها و بازها آشنا نبودند.

۴) در مقایسهٔ دو اسید، اسیدی که قدرت اسیدی بیشتری دارد، رسانایی الکتریکی بیشتری نیز دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۱۴، ۲۳ و ۲۴

درس Box

- **قدرت اسید:** قدرت اسید به توانایی آن در از دست‌دادن پروتون (H^+) در محلول آبی اشاره دارد. اسیدهای قوی به طور کامل یونیده می‌شوند، در حالی که اسیدهای ضعیف فقط به مقدار کمی یونیده می‌شوند.
- **ثابت یونش اسیدی (K_a):** ثابت یونش اسیدی معیاری کمی برای قدرت اسید است. هر چه K_a بزرگ‌تر باشد، اسید قوی‌تر است.
- **رسانایی الکتریکی:** رسانایی الکتریکی محلول با غلظت یون‌های موجود در آن رابطهٔ مستقیم دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): کربنیک اسید (H_2CO_3) یک اسید ضعیف دو پروتون‌دار است. نیتروواسید (HNO_2) هم یک اسید ضعیف است. هیدروفلوئوریک اسید (HF) نیز اسید ضعیف است؛ اما کربنیک اسید از هر دوی این اسیدها ضعیف‌تر است (K_a کوچک‌تری دارد).

گزینهٔ (۲): درجهٔ یونش (α) برای یک اسید ضعیف مانند HCN، با کاهش غلظت، افزایش می‌یابد، یعنی محلول ۰/۰۱ مولار HCN، درجهٔ یونش بیشتری نسبت به محلول ۰/۱ مولار آن دارد.

نکته درجه یونش (α) برای یک اسید ضعیف، با کاهش غلظت افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۳): قبل از آرنیوس هم، دانشمندان با خواص اسیدها و بازها آشنا بودند. برای مثال، می‌دانستند که اسیدها مزهٔ ترش دارند و با برخی فلزات واکنش می‌دهند و رنگ شناساگرها را تغییر می‌دهند. نظریهٔ آرنیوس، اسید و باز را بر یک مبنای علمی توضیح داد.

گزینهٔ (۴): در حالت کلی، در صورت یکسان‌بودن غلظت و دمای محلول دو اسید، اسید قوی‌تر، رسانایی الکتریکی بیشتری دارد، چون یون‌های بیشتری تولید می‌کند، اما اگر غلظت یک اسید قوی خیلی کم باشد، ممکن است رسانایی کم‌تری نسبت به یک اسید ضعیف با غلظت بالاتر داشته باشد.

گول نخوری ✘ ممکنه فکر کنی چون اسید قوی‌تر، یون‌های بیشتری تولید می‌کنه، پس «همیشه» رسانایی بیشتری داره، اما حواست باشه که غلظت هم مهمه! محلول یک اسید قوی خیلی رقیق، ممکنه از محلول یک اسید ضعیف با غلظت بالا، یون‌های کم‌تری داشته باشه و رساناییش هم کم‌تر باشه!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ در محلولی از یک اسید ضعیف با غلظت ۱۰^{-n} مولار و $pH = ۴$، درصد یونش اسید برابر یک درصد است. در ۸۰۰ میلی‌لیتر از این محلول، چند گرم اسید وجود دارد؟ (جرم مولی اسید برابر $۴۶\ g.mol^{-۱}$ است.)

۱) ۰/۷۳۶ ۲) ۰/۵۰۲

۳) ۰/۱۸۴ ۴) ۰/۳۶۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵

درس Box

pH: منفی لگاریتم (بر مبنای ۱۰) غلظت یون‌های هیدرونیوم (H^+) در محلول است:

$$pH = -\log[H^+]$$

حاصل‌ضرب یونی آب: در دمای اتاق، حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید در آب، همواره مقداری ثابت و برابر $۱۰^{-۱۴}$ است:

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: محاسبهٔ غلظت یون هیدرونیوم: چون pH اسید برابر ۴ است، داریم:

$$[H^+] = ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

گام دوم: محاسبهٔ غلظت اولیهٔ اسید (۱۰^{-n}):

گفته شده درصد یونش اسید برابر ۱ است، یعنی:

$$۱ = \left(\frac{[H^+]}{۱۰^{-n}}\right) \times ۱۰۰ \xrightarrow{[H^+]=۱۰^{-۴}} ۱۰^{-n} = ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۲} = ۱۰^{-۲} \Rightarrow n = ۲$$

غلظت اولیهٔ اسید: $۱۰^{-۲}$ مولار

گام سوم: محاسبهٔ تعداد مول اسید:

$$\text{تعداد مول} = \text{غلظت (مولار)} \times \text{حجم (لیتر)} \Rightarrow ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱} \times ۰/۸\ L = ۸ \times ۱۰^{-۳}\ mol$$

گام چهارم: محاسبهٔ جرم اسید:

$$۸ \times ۱۰^{-۳}\ mol \times ۴۶\ g.mol^{-۱} = ۰/۳۶۸\ g$$

بنابراین، ۰/۳۶۸ گرم از اسید در آب حل شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ محلولی که شامل ۱۶ میلی‌گرم سدیم هیدروکسید است را در اختیار داریم. اگر **pH**سنج، **pH** این محلول را ۱۲/۳ نشان دهد، حجم محلول چند میلی‌لیتر است؟ $(Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۴۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۳۰ ـ خود را بیازمایید ۲

درس Box

رابطهٔ pH و pOH: در محلول‌های آبی و در دمای اتاق، مجموع pH و pOH همواره برابر ۱۴ است:

$$pH + pOH = ۱۴$$

pH: منفی لگاریتم (بر مبنای ۱۰) غلظت یون هیدرونیوم (H^+) است:

$$pH = -\log[H^+]$$

pOH: منفی لگاریتم (بر مبنای ۱۰) غلظت یون هیدروکسید (OH^-) است:

$$pOH = -\log[OH^-]$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گام اول: محاسبهٔ تعداد مول NaOH:

$$۱۶\times۱۰^{-۳}\ g\ NaOH \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۴۰\ g\ NaOH} = ۴\times۱۰^{-۴}\ mol\ NaOH$$

گام دوم: محاسبهٔ pOH:

$$pH + pOH = ۱۴ \Rightarrow pOH = ۱۴ - ۱۲/۳ = ۱/۷$$

گام سوم: محاسبهٔ غلظت یون هیدروکسید:

چون NaOH یک باز قوی است و کاملاً تفکیک می‌شود، غلظت یون هیدروکسید برابر با غلظت اولیهٔ NaOH است.

$$\left[OH^-\right] = ۱۰^{-pOH} = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{-۲}\times۱۰^{۰/۳} \Rightarrow \left[OH^-\right] = ۲\times۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

گام چهارم: محاسبهٔ حجم محلول:

$$M = \frac{n(mol)}{V(L)} \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲} = \frac{۴\times۱۰^{-۴}}{V(L)} \Rightarrow V = \frac{۴\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۲\times۱۰^{-۲}\ L \equiv ۲۰\ mL$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ محلولی دارای یون‌های فلوئورید و کلرید است. اگر گاز اوزون (O_3) را از این محلول عبور دهیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

$Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$ $\quad E^\circ = 1/36\ V$

$O_3 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow O_2 + H_2O$ $\quad E^\circ = 2/07\ V$

$F_2 + 2e^- \rightarrow 2F^-$ $\quad E^\circ = 2/87\ V$

۱) فقط گاز کلر خارج می‌شود.

۲) فقط گاز فلوئور خارج می‌شود.

۳) ابتدا گاز کلر، سپس گاز فلوئور خارج می‌شود.

۴) هم‌زمان هر دو گاز فلوئور و کلر خارج می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۴ ـ تمرین دوره‌ای ۷

درس Box

پتانسیل کاهشی استاندارد، معیاری برای سنجش قدرت اکسیدکنندگی یک ماده است، به طوری که هر چه این پتانسیل بالاتر باشد، مادهٔ مورد نظر اکسیدکنندهٔ قوی‌تری محسوب می‌شود.

در یک محلول حاوی یون‌های کلرید و فلوئورید، زمانی که گاز اوزون عبور داده می‌شود، رقابتی بین این یون‌ها برای اکسیدشدن توسط اوزون شکل می‌گیرد. با توجه به این‌که پتانسیل کاهشی اوزون از کلر بیشتر است، اوزون می‌تواند یون‌های کلرید را اکسید کند، اما از آن‌جا که پتانسیل کاهشی اوزون از فلوئور کم‌تر است، گاز اوزون قادر به اکسیدکردن یون‌های فلوئورید نخواهد بود. به این ترتیب، اوزون به عنوان یک اکسیدکنندهٔ انتخابی عمل کرده و فقط یون‌های کلرید را اکسید می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به پتانسیل کاهشی استاندارد گازهای اوزون، کلر و فلوئور، انجام‌پذیر بودن یا نبودن واکنش‌های زیر را بررسی می‌کنیم:

بررسی واکنش گاز اوزون با یون کلرید:

پتانسیل کاهشی استاندارد گاز اوزون (O_3 / H_2O) بیشتر از پتانسیل کاهشی استاندارد گاز کلر (Cl_2 / Cl^-) است؛ بنابراین گاز اوزون می‌تواند یون کلرید را اکسید کند و به گاز اکسیژن تبدیل شود. این واکنش به صورت زیر انجام می‌شود:

$$O_3(g) + 2Cl^-(aq) + 2H^+(aq) \rightarrow O_2(g) + Cl_2(g) + H_2O(l)$$

در این واکنش، یون کلرید (Cl^-) به گاز کلر (Cl_2) اکسید می‌شود و گاز اوزون (O_3) به گاز اکسیژن (O_2) کاهش می‌یابد.

بررسی واکنش گاز اوزون با یون فلوئورید:

پتانسیل کاهشی استاندارد گاز اوزون (O_3 / H_2O) کم‌تر از پتانسیل کاهشی استاندارد گاز فلوئور (F_2 / F^-) است؛ بنابراین، گاز اوزون نمی‌تواند یون فلوئورید (F^-) را اکسید کند. به عبارت دیگر، واکنش زیر انجام نمی‌شود:

$O_3(g) + 2F^-(aq) + 2H^+(aq) \rightarrow$ انجام نمی‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ با توجه به مقادیر پتانسیل‌های کاهشی ارائه‌شده در جدول زیر، چه تعداد از واکنش‌های زیر قابل انجام است؟

$Fe^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Fe(s)\ ,\ E^\circ=-0/44\ V$	$I_2(s)+2e^- \rightarrow 2I^-(aq)\ ,\ E^\circ=+0/54\ V$
$Sn^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Sn(s)\ ,\ E^\circ=-0/14\ V$	$Sn^{4+}(aq)+2e^- \rightarrow Sn^{2+}(aq)\ ,\ E^\circ=+0/15\ V$
$Fe^{3+}(aq)+e^- \rightarrow Fe^{2+}(aq)\ ,\ E^\circ=+0/77\ V$	$Cu^{2+}(aq)+2e^- \rightarrow Ca(s)\ ,\ E^\circ=+0/34\ V$

- $Fe^{3+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow$
- $Cu^{2+}(aq)+I^-(aq) \rightarrow$
- $Fe^{2+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow$
- $Fe^{3+}(aq)+Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq)$
- $Fe^{3+}(aq)+I^-(aq) \rightarrow$
- $Sn^{4+}(aq)+Fe^{2+}(aq) \rightarrow$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۴ ـ تمرین دوره‌ای ۷

Hint واکنشی انجام‌پذیر است که در آن، گونه‌ای که در واکنش، اکسایش یافته است، E° کم‌تری نسبت به گونهٔ کاهش‌یافته داشته باشد (یا گونه‌ای که در واکنش، کاهش یافته است، E° بزرگ‌تری نسبت به گونهٔ اکسایش‌یافته داشته باشد).

در واقع واکنش «اکسایش ـ کاهش» مورد نظر را مانند یک سلول گالوانی در نظر گرفته و اگر emf آن مطابق با رابطهٔ زیر مثبت باشد، واکنش خودبه‌خودی و اگر منفی باشد، واکنش غیرخودبه‌خودی است.

$$emf = E^\circ(\text{سلول}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کم‌تر})$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ دونه‌به‌دونه واکنش‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$2Fe^{3+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow 2Fe^{2+}(aq)+Sn^{4+}(aq)$$

$2Fe^{3+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow 2Fe^{2+}(aq)+Sn^{4+}(aq)$ $\quad E^\circ=0/77-0/15>0 \Rightarrow$ انجام‌پذیر است.

به همین ترتیب بقیهٔ موارد را نیز تحلیل می‌کنیم و نتایج آن به صورت زیر است:

$Cu^{2+}(aq)+2I^-(aq) \rightarrow Cu(s)+I_2(s)$ $\quad E^\circ=0/34-0/54<0 \Rightarrow$ انجام‌ناپذیر است.

$Fe^{2+}(aq)+Sn^{2+}(aq) \rightarrow Fe(s)+Sn^{4+}(aq)$ $\quad E^\circ=-0/44-0/15<0 \Rightarrow$ انجام‌ناپذیر است.

$$2Fe^{3+}(aq)+Fe(s) \rightarrow 3Fe^{2+}(aq)$$

نیم‌واکنش کاهش یون آهن (III) به یون آهن (II) به صورت $Fe^{3+}(aq)+e^- \rightarrow Fe^{2+}(aq)$ و نیم‌واکنش اکسایش فلز آهن به یون آهن (II) به صورت: $Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq)+2e^-$ است. با توجه به پتانسیل‌های کاهشی استاندارد و با محاسبهٔ پتانسیل سلول، متوجه می‌شویم که این واکنش انجام‌پذیر است:

$E^\circ=0/77-(-0/44)>0 \Rightarrow$ انجام‌پذیر است.

یون آهن (III) (Fe^{3+}) به یون آهن (II) (Fe^{2+}) کاهش می‌یابد و فلز آهن (Fe) به یون آهن (II) (Fe^{2+}) اکسید می‌شود. واکنش کلی به صورت $Fe(s)+2Fe^{3+}(aq) \rightarrow 3Fe^{2+}(aq)$ است که نشان می‌دهد فلز آهن می‌تواند یون آهن (III) را به یون آهن (II) تبدیل کند.

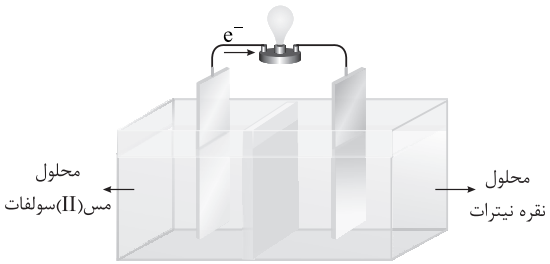
$2Fe^{3+}(aq)+2I^-(aq) \rightarrow 2Fe^{2+}(aq)+I_2(s) \Rightarrow E^\circ=0/77-0/54>0 \Rightarrow$ انجام‌پذیر است.

$Sn^{4+}(aq)+2Fe^{2+}(aq) \rightarrow Sn^{2+}(aq)+2Fe^{3+}(aq) \Rightarrow E^\circ=0/15-(0/77)<0 \Rightarrow$ انجام‌ناپذیر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ با توجه به شکل زیر که ساختار یک سلول گالوانی را نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟

$(E^\circ(Ag^+ / Ag) = +0/78V\ ,\ E^\circ(Cu^{2+} / Cu) = +0/34V\ ,\ E^\circ(Pt^{2+} / Pt) = +1/20V)$



۱) با گذشت زمان، شدت رنگ آبی الکترولیت نیم‌سلول مس در این سلول برخلاف سلول گالوانی «روی ـ مس»، افزایش می‌یابد.

۲) اگر به جای الکترود نقره در این سلول، از الکترود پلاتین استفاده کنیم، روشنایی لامپ افزایش می‌یابد، اما جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی تغییری نمی‌کند.

۳) عدد اکسایش اتم مرکزی در آنیون گذرنده از دیوارهٔ مختلخل این سلول، برابر با ۶+ و emf سلول، برابر با ۰/۴۴ ولت است.

۴) در این سلول گالوانی با گذشت زمان، نیم‌سلول مس دارای کاتیون‌های $Ag^+(aq)$ و $Cu^{2+}(aq)$ می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۶ ـ خود را بیازمایید

درس Box

در نیم‌سلول‌های سلول گالوانی مس ـ نقره، الکترود مس در محلول مس (II) سولفات و الکترود نقره در محلول نقره نیترات وجود دارد.

در این سلول، فلز مس به دلیل پتانسیل کاهشی پایین‌تر، نقش آند را ایفا کرده و اکسید می‌شود:

$$Cu(s) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2e^-$$

الکترون‌های آزادشده از طریق سیم به الکترود نقره منتقل می‌شوند، جایی که یون‌های نقره به دلیل پتانسیل کاهشی بالاتر، نقش کاتد را ایفا کرده و کاهش می‌یابند:

$$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$$

در سلول‌های گالوانی، برای تکمیل مدار الکتریکی و حفظ تعادل بار، از دیوارهٔ متخلخل استفاده می‌شود. دیوارهٔ متخلخل، یک مانع فیزیکی است که دو محلول نیم‌سلول را از هم جدا می‌کند، اما به یون‌ها اجازه می‌دهد از طریق منافذ ریز آن حرکت کنند. در نیم‌سلول مس، با اکسیدشدن اتم‌های فلزی مس، غلظت یون‌های Cu^{2+} افزایش می‌یابد. برای خنثی‌کردن بار مثبت اضافی، یون‌های منفی (مانند NO_3^-) از طریق دیوارهٔ متخلخل به این نیم‌سلول مهاجرت می‌کنند. در نیم‌سلول نقره، با کاهش یون‌های Ag^+، غلظت آن‌ها کاهش می‌یابد. برای جبران کمبود بار مثبت، یون‌های مثبت (مانند کاتیون‌های مس در نیم‌سلول دیگر) از طریق دیوارهٔ متخلخل به این نیم‌سلول مهاجرت می‌کنند. این حرکت یون‌ها از طریق دیوارهٔ متخلخل، جریان الکتریکی را کامل می‌کند و از تجمع بار در نیم‌سلول‌ها جلوگیری می‌کند، در نتیجه واکنش به طور پیوسته انجام می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در سلول گالوانی مس ـ نقره، الکترود مس نقش آند را ایفا می‌کند، زیرا پتانسیل کاهشی آن نسبت به نقره کم‌تر است (اما در سلول گالوانی روی ـ مس، الکترود مس نقش کاتد را دارد). در نیم‌سلول مس، فلز مس اکسید شده و به یون‌های مس (Cu^{2+}) تبدیل می‌شود که وارد محلول مس (II) سولفات می‌شوند. این فرایند باعث افزایش غلظت یون‌های مس در محلول می‌شود و در نتیجه، شدت رنگ آبی محلول مس (II) سولفات به مرور زمان افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۲): در سلول گالوانی مس ـ نقره، نقره نقش کاتد را ایفا می‌کند، اما اگر به جای نقره از الکترود پلاتین استفاده شود، پلاتین به عنوان کاتد ایفای نقش می‌کند، اما به دلیل عدم وجود یون‌های پلاتین در نیم‌سلول، یون‌های نقرهٔ موجود در محلول نیم‌سلول کاتدی، بر روی تیغهٔ پلاتین کاهش پیدا می‌کنند. در واقع پلاتین فقط به عنوان یک سطح رسانا برای انجام واکنش کاهش یون‌های نقره عمل می‌کند؛ بنابراین اختلاف پتانسیل سلول تغییری نمی‌کند.

گزینهٔ (۳): عدد اکسایش نیتروژن در یون نیترات (آنیون گذرنده از دیوارهٔ متخلخل) برابر ۵+ بوده و emf سلول را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = 0/78 - 0/34 = 0/44\ V$$

گزینهٔ (۴): با گذشت زمان، در نیم‌سلول نقره از غلظت یون‌های نقره که از قبل در محلول وجود دارند، کاسته می‌شود و بر غلظت یون‌های مس که به مرور به نیم‌سلول نقره وارد می‌شوند، افزوده می‌شود، اما در نیم‌سلول مس، نباید کاتیون Ag^+ وجود داشته باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ اگر در سلول گالوانی روی ـ مس، اختلاف جرم دو تیغهٔ آند و کاتد پس از گذشت مدت‌زمان معینی به ۶۷/۸ گرم برسد و در این مدت، $۷/۲۲۴\times۱۰^{۲۳}$ الکترون در سلول مبادله شود، چند درصد از فلز تولیدشده در کاتد این سلول، بر روی خود تیغه رسوب کرده است؟ (جرم تیغه‌ها در ابتدا برابر بودند.) $(Cu = ۶۴ , Zn = ۶۵ : g.mol^{-۱})$

۱) ۷۵ ۲) ۵۰ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

مشاوره سلول گالوانی روی ـ مس معروف‌ترین سلول گالوانیه که در متن کتاب هم بررسی شده، پس نکات مربوط بهش رو خوب یاد بگیرین.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۵ ـ با هم بیاندیشیم

پاسخ خیلی تشریحی معادلهٔ واکنش کلی سلول گالوانی روی ـ مس به صورت زیر است:

$$Zn(s)+Cu^{۲+}(aq)\rightarrow Zn^{۲+}(aq)+Cu(s)$$

در این سلول گالوانی، به ازای مصرف هر مول فلز روی یا به ازای تولید هر مول فلز مس، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود. واکنش اکسایش روی در آند $(Zn\rightarrow Zn^{۲+}+۲e^-)$ باعث کاهش جرم تیغهٔ روی به میزان ۶۵ گرم می‌شود. هم‌زمان، واکنش کاهش یون‌های مس در کاتد $(Cu^{۲+}+۲e^-\rightarrow Cu)$ باعث افزایش جرم تیغهٔ مس به میزان ۶۴ گرم می‌شود.

گام اول: ابتدا با استفاده از شمار الکترون‌های مبادله‌شده، مقدار مول فلز روی را که در آند اکسید می‌شود، حساب می‌کنیم:

$$?\,mol\,Zn=\underbrace{۷/۲۲۴\times۱۰^{۲۳}e^-\times\frac{۱\,mole^-}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}e^-}}_{۱/۲\,mole^-}\times\frac{۱\,mol\,Zn}{۲\,mol\,e^-}\times\frac{۶۵\,g\,Zn}{۱\,mol\,Zn}=۳۹\,g\,Zn$$

گام دوم: اگر همهٔ اتم‌های مس تولیدشده در کاتد بر روی تیغهٔ کاتدی (مس) رسوب کرده باشند، بر اثر مبادلهٔ ۱/۲ مول الکترون، ۰/۶ مول مس معادل $۰/۶\times۶۴$ یا ۳۸/۴ گرم به جرم تیغهٔ مسی افزوده می‌شود.

گام سوم: اگر جرم تیغه‌ها را قبل از شروع واکنش برابر m گرم و درصد اتم‌های مس که بر روی تیغه رسوب کرده و نشسته‌اند را برابر R در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\text{اختلاف جرم تیغه‌ها} = \text{جرم تیغهٔ مس} - \text{جرم تیغهٔ روی} = (m+۳۸/۴\times\frac{R}{۱۰۰})-(m-۳۹)=۶۷/۸ \Rightarrow R=٪۷۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ کدام گزینه، جاهای خالی عبارت زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«در سلول سوختی هیدروژن، انجام نیم‌واکنش ..... در قطب ..... منجر به تولید ماده‌ای می‌شود که ..... .»

۱) آندی ـ منفی ـ غلظت آن در محلول نیم‌سلول SHE برابر با یک مولار است

۲) کاهش ـ مثبت ـ در نیم‌واکنش کاتدی نیم‌سلول سوختی متان ـ اکسیژن نیز تولید می‌شود

۳) اکسایش ـ منفی ـ از طریق غشای مبادله‌کنندهٔ یون هیدرونیوم به سمت الکترودی که الکترون‌ها از طریق سیم از آن خارج می‌شوند، حرکت می‌کند

۴) کاتدی ـ مثبت ـ به حالت بخار بوده و E° نیم‌واکنش تولید آن، برابر با emf سلول می‌باشد

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳

درس Box

سلول سوختی هیدروژن، یک دستگاه الکتروشیمیایی است که انرژی شیمیایی هیدروژن را مستقیماً به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند. این فرایند از طریق واکنش‌های اکسایش ـ کاهش انجام می‌شود و فراوردهٔ آن آب است.

نیم‌واکنش آندی (اکسایش):

$$H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$$

در این نیم‌واکنش که در قطب منفی سلول انجام می‌شود، گاز هیدروژن (H_2) در آند اکسید شده و به یون‌های هیدرونیوم (H^+) و الکترون‌ها تبدیل می‌شود.

نیم‌واکنش کاتدی (کاهش):

$$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$$

در این نیم‌واکنش که در قطب مثبت سلول انجام می‌شود، گاز اکسیژن (O_2) در کاتد کاهش یافته و با یون‌های هیدرونیوم و الکترون‌ها واکنش داده و آب (H_2O) تولید می‌کند.

واکنش کلی:

$$2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بر اثر انجام نیم‌واکنش آندی در قطب منفی سلول، یون هیدرونیوم تولید می‌شود که غلظت آن در نیم‌سلول SHE برابر با یک مولار است.

گزینهٔ (۲): سلول سوختی متان ـ اکسیژن، نوعی سلول سوختی است که از واکنش متان (CH_4) با اکسیژن (O_2) برای تولید انرژی الکتریکی استفاده می‌کند. این فرآیند شامل واکنش‌های اکسایش ـ کاهش است که در آند و کاتد سلول رخ می‌دهند.

نیم‌واکنش آندی (اکسایش):

$$CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$$

در این نیم‌واکنش، متان در آند اکسید شده و به کربن دی‌اکسید، یون‌های هیدرونیوم و الکترون‌ها تبدیل می‌شود.

نیم واکنش کاتدی (کاهش):

$$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$$

در این نیم‌واکنش، اکسیژن در کاتد کاهش یافته و با یون‌های هیدرونیوم و الکترون‌ها واکنش داده و آب تولید می‌کند.

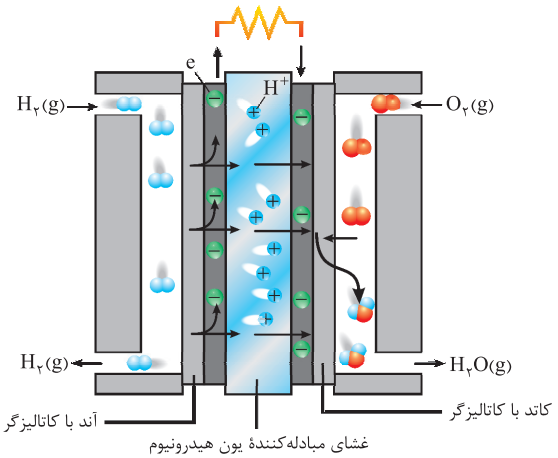
واکنش کلی:

$$CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$$

بر اثر انجام نیم‌واکنش کاتدی در قطب مثبت سلول، آب تولید می‌شود که در نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی متان ـ اکسیژن نیز تولید می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ (۳): در سلول سوختی هیدروژن، گاز هیدروژن در آند اکسید شده و به یون‌های هیدرونیوم و الکترون‌ها تبدیل می‌شود. یون‌های هیدرونیوم از طریق غشای مبادله‌کنندهٔ یون هیدرونیوم به سمت کاتد حرکت می‌کنند و الکترون‌ها از طریق مدار خارجی به کاتد جریان می‌یابند. در کاتد، اکسیژن‌ها با یون‌های هیدرونیوم و الکترون‌ها واکنش داده و آب تولید می‌کنند، بنابراین، مسیر حرکت یون‌های هیدرونیوم و الکترون‌ها هر دو به سمت کاتد است، اما یون‌های هیدرونیوم از طریق غشای مبادله‌کنندهٔ یون هیدرونیوم و الکترون‌ها از طریق مدار خارجی جریان پیدا می‌کنند. شکل زیر را ببینید:



گزینهٔ (۴): در سلول سوختی هیدروژن، آب تولیدشده در کاتد به صورت بخار آب است. این بخار آب به دلیل گرمای ناشی از واکنش و شرایط محیطی به وجود می‌آید. از آن‌جایی‌که پتانسیل کاهشی نیم‌واکنش آندی (اکسایش هیدروژن) در شرایط استاندارد برابر با صفر ولت است، نیروی الکتروموتوری (emf) سلول سوختی هیدروژن با پتانسیل کاهشی نیم‌واکنش کاتدی (واکنش یون‌های هیدرونیوم و اکسیژن و تولید آب) برابر است. به عبارت دیگر emf سلول سوختی هیدروژن، پتانسیل لازم برای انجام واکنش کاتدی و تولید بخار آب را فراهم می‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ در واکنش سوختن کامل بنزن، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن هر مولکول برابر با ..... بوده و به ازای مصرف ۵/۲ گرم ترکیب آلی در این واکنش، ..... لیتر فراوردهٔ گازی در شرایط **STP** تولید خواهد شد. $(H = ۱ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) ۳۰ـ ۱۳/۴۴

۲) ۳۶ـ ۱۳/۴۴

۳) ۳۶ـ ۸/۹۶

۴) ۳۰ـ ۸/۹۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳ ـ با هم بیاندیشیم

پاسخ‌خیلی‌تشریحی معادلهٔ واکنش سوختن کامل بنزن به صورت زیر است:

$$C_۶H_۶ + \frac{۱۵}{۲}O_۲ \rightarrow ۶CO_۲ + ۳H_۲O$$

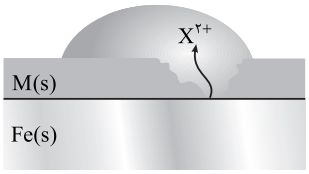
گام اول: در بنزن، عدد اکسایش هر اتم کربن برابر ۱− است؛ بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در بنزن برابر ۶− است، پس از سوختن کامل، هر اتم کربن در کربن دی‌اکسید $(CO_۲)$ دارای عدد اکسایش ۴+ است؛ بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۶ مول $CO_۲$ برابر با ۲۴+ خواهد بود. در نتیجه مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن از ۶− به ۲۴+ تغییر می‌کند که نشان‌دهندهٔ افزایش ۳۰ واحدی در مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن است.

گام دوم: در شرایط STP آب به حالت مایع است؛ بنابراین تنها فراوردهٔ گازی در شرایط STP، کربن دی‌اکسید است. مطابق با معادلهٔ واکنش سوختن کامل بنزن، بر اثر سوختن هر مول بنزن، ۶ مول $CO_۲$ تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱\ mol\ C_۶H_۶ \sim ۶\ mol\ CO_۲ \Rightarrow \frac{۵/۲\ g\ C_۶H_۶}{۱\times ۷۸} = \frac{x\ L\ CO_۲}{۶\times ۲۲/۴} \Rightarrow x = ۸/۹۶\ L\ CO_۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ با توجه به شکل زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) اگر یون X^{2+} دارای ۱۰ الکترون در زیرلایهٔ $l = 2$ باشد، مقایسهٔ $Al^{3+} < Fe^{2+} < X^{2+} < Cu^{2+}$ دربارهٔ قدرت اکسندگی این یون‌ها برقرار است.

ب) در نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در محیط خنثی، اکسیژن نقش اکسنده داشته و یون هیدروکسید تولید می‌شود.

پ) اگر فلز M دارای ۲۰ الکترون در زیرلایهٔ $l = 1$ باشد، این قطعه برای ساختن قوطی‌های روغن نباتی کاربرد دارد.

ت) در این فرایند، یک سلول گالوانی ایجاد می‌شود که در آن فلز کاهنده‌تر در مقابل خوردگی محافظت می‌شود.

۱) الف ـ ب
۲) پ ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) الف ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹ ـ «پیوند با صنعت» و «خود را بیازمایید»

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) بررسی آرایش الکترونی X^{2+} نشان می‌دهد که می‌تواند مربوط به عنصر روی باشد:

$$_{30}Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 \xrightarrow{-2e^-} {}_{30}Zn^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} \Rightarrow l = 2 \text{ الکترون با } 10$$

پس تأیید می‌شود که عنصر X، در واقع همان عنصر روی است. یون Fe^{2+} در مقایسه با یون Zn^{2+}، قدرت اکسندگی بیشتری دارد و مقایسهٔ درست قدرت اکسندگی یون‌ها به صورت زیر صحیح است:

قدرت اکسندگی: $Al^{3+} < Zn^{2+}$ یا $X^{2+} < Fe^{2+} < Cu^{2+}$

ب) معادلهٔ نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در محیط خنثی به صورت زیر است:

$$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$$

با توجه به این‌که در این نیم‌واکنش، عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن از صفر در مولکول O_2 به منفی یک در یون هیدروکسید رسیده و کاهش یافته است، می‌توان نتیجه گرفت که اکسیژن در این‌جا نقش اکسنده را دارد.

پ) فلز قلع (Sn) با عدد اتمی ۵۰ و آرایش الکترونی زیر، در زیرلایه‌های p خود $(l = 1)$، مجموعاً دارای ۲۰ الکترون است.

$$_{50}Sn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^2$$

دارای ۲۰ الکترون با $l = 1$ در زیرلایه‌های p

اگر از فلز قلع به عنوان روکش برای محافظت از آهن استفاده شود، حلبی حاصل می‌شود که یکی از کاربردهای آن استفاده در تهیهٔ قوطی‌های روغن نباتی است.

ت) طی فرایند محافظت کاتدی فلز کاهنده‌تر اکسید شده و از فلز دیگر در مقابل اکسایش محافظت می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ کدام مطلب نادرست است؟

۱) انرژی لازم برای شکستن پیوندهای اشتراکی در $CO_2(s)$ نسبت به $SiO_2(s)$ بیشتر است.

۲) تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی از کربن و سیلیسیم شناخته نشده است.

۳) در ساختار سیلیس، پیوندهای اشتراکی Si — O — Si از پیوندهای Si — Si قوی‌تر است.

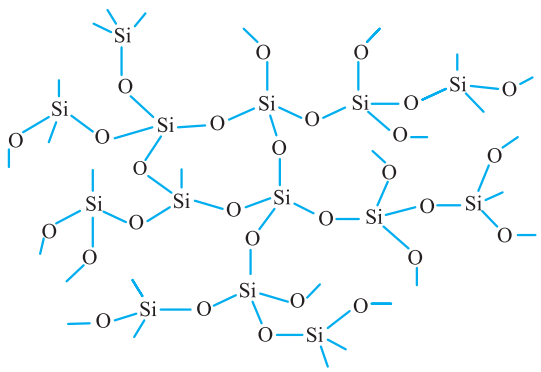
۴) در ساختار سیلیس، حلقه‌های هشت‌گوشه‌ای وجود دارد که چهار اتم سیلیسیم در تشکیل آن مشارکت کرده‌اند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۷۲ ـ «با هم بیاندیشیم» صفحهٔ ۷۰ و «خود را بیازمایید ۲»

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

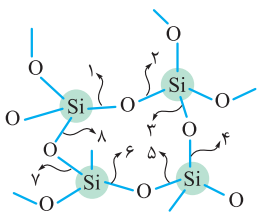
گزینهٔ (۱): پیوندهای اشتراکی در CO_2، از نوع پیوندهای دوگانهٔ C = O و پیوندهای اشتراکی در SiO_2 از نوع پیوندهای یگانهٔ Si — O است. انرژی لازم برای شکستن پیوندهای دوگانهٔ کربن با اکسیژن بیشتر از انرژی لازم برای شکستن پیوندهای یگانهٔ سیلیسیم با اکسیژن است.

ساختار	نوع ماده	ماده
$\ddot{O}=C=\ddot{O}$	مولکولی	CO_2 (کربن دی‌اکسید)
	کووالانسی	SiO_2 (سیلیس)

گزینهٔ (۲): تا به امروز، هیچ یون تک‌اتمی پایداری از عناصر کربن و سیلیسیم شناسایی و گزارش نشده است.

گزینهٔ (۳): در ساختار سیلیس، اتم‌های سیلیسیم از طریق پیوندهای کووالانسی به اتم‌های اکسیژن متصل می‌شوند و یک شبکهٔ سه‌بعدی گسترده را تشکیل می‌دهند. در این ساختار، هیچ پیوند اشتراکی Si — Si وجود ندارد.

گزینهٔ (۴): یکی از این حلقه‌های هشت‌گوشه در ساختار زیر مشخص شده است و همان‌طور که مشاهده می‌شود، چهار رأس از رئوس این حلقه را اتم‌های سیلیسیم تشکیل داده‌اند.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ کدام‌یک از مقایسه‌های داده‌شده میان الماس و گرافیت با جرم‌های برابر، به درستی انجام نشده است؟

۱) شمار پیوندها: گرافیت > الماس

۲) شمار اتم‌ها: گرافیت = الماس

۳) حجم نمونه: الماس > گرافیت

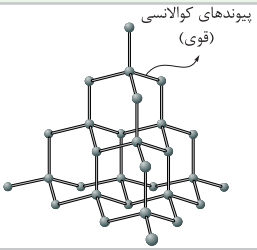
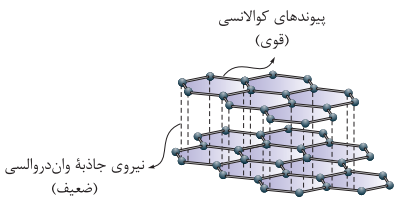
۴) گرمای حاصل از سوختن: گرافیت > الماس

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲ ـ خود را بیازمایید ۱

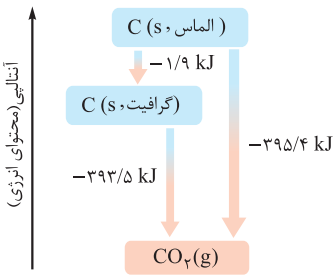
درس Box

مقایسهٔ الماس و گرافیت در یک نگاه در جدول زیر آمده است:

ماده	الماس (C)		گرافیت (C)
ساختار			
ظاهر	شفاف		کدر و تیره
چینش اتم‌ها	سه‌بعدی		دوبعدی
تعداد پیوند هر اتم C	۴تا	=	۴تا
پیوندها — طول	الماس	<	گرافیت
پیوندها — آنتالپی	الماس	>	گرافیت
چگالی و سختی	الماس ($3/51\ g.cm^{-3}$)	<	گرافیت ($2/27\ g.cm^{-3}$)
رسانایی — الکتریکی	ندارد		خوب
رسانایی — گرمایی	خیلی زیاد		ندارد
کاربرد	استفاده در ساخت مته و ابزار برش شیشه		مغز مداد / الکترود

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

در نمونه‌های هم‌جرم الماس و گرافیت، شمار مول‌ها و کل اتم‌های کربن و پیوندهای بین آن‌ها برابر است، زیرا جرم مولی هر دو ماده یکسان است؛ اما تفاوت در ساختار بلوری این دو آلوتروپ کربن، منجر به تفاوت در چگالی آن‌ها می‌شود. الماس دارای ساختاری سه‌بعدی و بسیار متراکم است، در حالی که گرافیت ساختاری لایه‌ای دارد و بین این لایه‌ها فضاهای خالی وجود دارد. این فضاهای خالی، چگالی گرافیت را نسبت به الماس کاهش می‌دهند؛ هم‌چنین آنتالپی سوختن الماس بیشتر از گرافیت است. در نمودار زیر اختلاف آنتالپی سوختن الماس و گرافیت مشهود است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ گرافن درست است؟

الف) گرافیت برخلاف گرافن یک گونهٔ شیمیایی دوبعدی است.

ب) با افزایش طول گرافن، رسانایی الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

پ) چگالی الماس همانند گرافن، از گرافیت بیش‌تر است.

ت) در ساختار گرافن هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به سه اتم کربن متصل است.

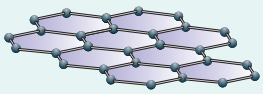
۱) الف ـ ت ۲) الف ـ پ ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳

درس Box

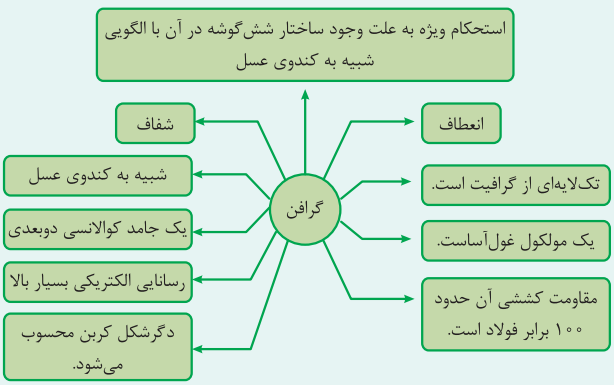
گرافن: گرافن، تک‌لایه‌ای از گرافیت است که در آن، اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند (شکل مقابل):



مدل گلوله و میله برای نمایش گرافن:

چنین ساختاری با الگویی مانند کندوی زنبور عسل، استحکام ویژه‌ای دارد به طوری که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. از آن‌جا که ضخامت گرافن به اندازهٔ یک اتم کربن است، می‌توان آن را یک گونهٔ شیمیایی دوبعدی دانست و انتظار می‌رود شفاف و انعطاف‌پذیر باشد. یافته‌های تجربی نیز این ویژگی‌های گرافن را تأیید می‌کنند. یک روش ساده برای تهیهٔ گرافن، استفاده از گرافیت و نوار چسب نازک برای جداکردن لایه‌هایی از آن است.

گرافن در یک نگاه:



پاسخ خیلی تشریحی

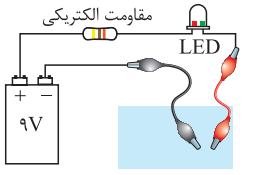
عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

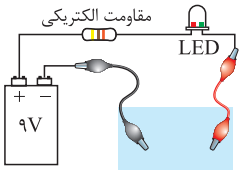
الف) گرافیت به دلیل ساختار لایه‌ای خود، گونه‌ای شیمیایی سه‌بعدی محسوب می‌شود. هر لایهٔ گرافیت که به آن گرافن نیز گفته می‌شود، از اتم‌های کربن تشکیل شده که در یک شبکهٔ دوبعدی لانه‌زنبوری به هم متصل شده‌اند. اما این لایه‌ها روی هم قرار گرفته و توسط نیروهای ضعیف وان‌درووالسی به هم متصل می‌شوند. این چینش لایه‌ها در فضا، به گرافیت خاصیت سه‌بعدی می‌دهد. در مقابل، گرافن فقط یک لایهٔ منفرد از اتم‌های کربن است و بنابراین، گونه‌ای شیمیایی دوبعدی است.

گرافیت، جامد کووالانسی با **چینش دوبعدی** اتم‌ها و الماس، جامد کووالانسی با **چینش سه‌بعدی** اتم‌ها است. اما شبکهٔ گرافیت در یک ساختار سه‌بعدی گسترش یافته است! و در واقع گرافیت ساختاری سه‌بعدی دارد، اما از لایه‌هایی تشکیل شده است که ذاتاً دوبعدی هستند.

ب) با توجه به شکل زیر، با افزایش فاصلهٔ بین دو سر سیم‌های فلزی و طول گرافن، مسیری که الکترون‌ها برای عبور باید طی کنند، طولانی‌تر می‌شود. این افزایش طول، احتمال برخورد الکترون‌ها با اتم‌های گرافن و در نتیجه، مقاومت الکتریکی را افزایش می‌دهد. از آن‌جایی که رسانایی الکتریکی، توانایی یک ماده در هدایت جریان الکتریکی است، با افزایش مقاومت، رسانایی کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، هر چه عبور الکترون‌ها سخت‌تر شود (مقاومت بیشتر)، توانایی ماده در هدایت جریان الکتریکی (رسانایی) کم‌تر می‌شود.



رسانایی الکتریکی بیشتر



رسانایی الکتریکی کم‌تر

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پ) چگالی الماس بیشتر از گرافیت است، زیرا ساختار الماس یک شبکهٔ سه‌بعدی متراکم از اتم‌های کربن است که با پیوندهای کووالانسی قوی به هم متصل شده‌اند. در حالی که گرافیت ساختاری لایه‌ای دارد. هر لایهٔ گرافیت (گرافن) یک شبکهٔ دوبعدی از اتم‌های کربن است، اما بین لایه‌ها فضاهای خالی وجود دارد، این فضاهای خالی بین لایه‌ها باعث کاهش چگالی گرافیت نسبت به الماس می‌شود؛ هم‌چنین چگالی گرافن نیز از چگالی گرافیت بیشتر است، زیرا گرافن یک لایهٔ منفرد از اتم‌های کربن است و فضاهای خالی بین لایه‌های گرافیت را ندارد. به عبارت دیگر، در الماس و گرافن، اتم‌های کربن به صورت فشرده‌تری کنار هم قرار گرفته‌اند، در حالی که در گرافیت، فضاهای خالی بین لایه‌ها وجود دارد که باعث کاهش فشردگی اتم‌ها و در نتیجه کاهش چگالی می‌شود.

ت) در ساختار گرافیت، هر اتم کربن با سه اتم کربن دیگر پیوند کووالانسی برقرار می‌کند و یک شبکهٔ شش‌ضلعی مسطح را تشکیل می‌دهد. این شبکه‌های مسطح، لایه‌های گرافیت را می‌سازند که روی هم قرار گرفته و توسط نیروهای ضعیف وان‌درووالسی به هم متصل می‌شوند. هر اتم کربن در گرافیت دارای چهار الکترون ظرفیت است، دوتا از این الکترون‌ها در پیوندهای کووالانسی یگانه با دو اتم کربن دیگر و دو الکترون دیگر در یک پیوند کووالانسی دوگانهٔ $C=C$ شرکت می‌کنند. یکی از این الکترون‌ها در پیوند دوگانه، آزادی عمل بیشتری داشته و به صورت آزاد در سراسر لایهٔ گرافیت حرکت می‌کند. این الکترون‌های آزاد، رسانایی الکتریکی گرافیت را توجیه می‌کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ کدام مورد، جمله زیر را از نظر علمی به درستی کامل نمی‌کند؟

«مولکول ....، .... مولکول اتین .... .»

۱) کربونیل سولفید ـ برخلاف ـ در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند

۲) سیلیس ـ برخلاف ـ دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است

۳) گوگرد تری‌اکسید ـ همانند ـ دارای گشتاور دوقطبی برابر با صفر است

۴) دی‌متیل اتر ـ همانند ـ در دما و فشار اتاق به حالت گازی‌شکل است

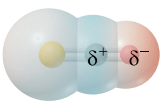
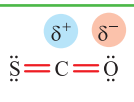
پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۰ ـ تمرین دوره‌ای ۶

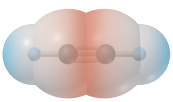
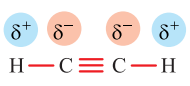
پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مولکول کربونیل سولفید (SCO) برخلاف مولکول اتین (C_2H_2)، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. دلیل این تفاوت، قطبیت مولکول کربونیل سولفید است. اتم اکسیژن در مولکول SCO با ساختار خطی زیر تمایل بیشتری نسبت به اتم‌های کربن و گوگرد برای جذب الکترون دارد؛ بنابراین الکترون‌ها را به سمت خود جذب می‌کند و بارهای جزئی منفی و مثبت در مولکول ایجاد می‌شود. این توزیع نامتقارن بار، گشتاور دوقطبی ایجاد می‌کند و مولکول را قطبی می‌کند.

	مولکول قطبی	 (کربونیل سولفید)	CSO

از سوی دیگر مولکول اتین با ساختار زیر یک مولکول ناقطبی و متقارن است و اتم‌های کربن و هیدروژن تمایل تقریباً یکسانی برای جذب الکترون دارند؛ بنابراین گشتاور دوقطبی خالصی وجود ندارد.

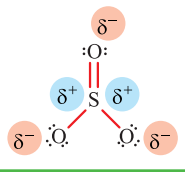
	مولکول ناقطبی		C_2H_2(اتین)

مولکول‌های قطبی مانند کربونیل سولفید در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند، به طوری که انتهای مثبت مولکول به سمت قطب منفی میدان و انتهای منفی مولکول به سمت قطب مثبت میدان جهت‌گیری می‌کند. مولکول‌های ناقطبی مانند اتین تحت تأثیر میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

گزینهٔ (۲): به جای عبارت «مولکول سیلیس»، باید از عبارت «ساختار سیلیس» یا «شبکهٔ سیلیس» استفاده کرد، زیرا سیلیس (SiO_2) یک مولکول مجزا نیست، بلکه یک شبکهٔ کووالانسی گسترده است. در این شبکه، هر اتم اکسیژن با دو اتم سیلیسیم پیوند کووالانسی برقرار می‌کند و دو جفت‌الکترون ناپیوندی دارد.

مولکول اتین (C_2H_2) یک مولکول مجزا است که در آن، هر اتم کربن با یک اتم کربن دیگر و یک اتم هیدروژن پیوند کووالانسی برقرار می‌کند و هیچ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود ندارد؛ بنابراین تفاوت در وجود جفت‌الکترون ناپیوندی، یکی از تفاوت‌های اساسی بین ساختار سیلیس و مولکول اتین است.

گزینهٔ (۳): گشتاور دوقطبی مولکول SO_3 همانند مولکول اتین (C_2H_2) برابر با صفر است. این امر به دلیل ساختار متقارن هر دو مولکول است. مولکول SO_3 دارای ساختار مثلث مسطح است (شکل زیر) که در آن سه اتم اکسیژن به صورت متقارن به اتم گوگرد مرکزی متصل شده‌اند؛ در نتیجه گشتاور دوقطبی کل مولکول صفر می‌شود. به طور مشابه، مولکول اتین (C_2H_2) دارای ساختار خطی متقارن است که در آن دو اتم هیدروژن به صورت متقارن به دو اتم کربن متصل شده‌اند و بنابراین گشتاور دوقطبی کل مولکول آن نیز برابر صفر می‌شود.

	مولکول ناقطبی		SO_3

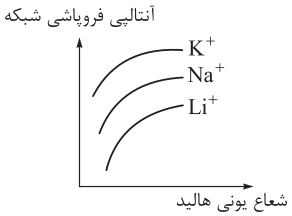
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

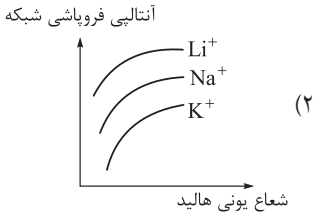
گزینهٔ (۴): دی‌متیل اتر (CH_3OCH_3) و اتین (C_2H_2) هر دو در دما و فشار اتاق به حالت گازی‌شکل هستند. این ویژگی مشترک به دلیل نیروهای بین مولکولی ضعیف در هر دو ماده است. هر دو مولکول، مولکول‌های کوچکی هستند که نیروهای وان‌درووالسی ضعیفی بین آن‌ها وجود دارد. این نیروهای ضعیف، نقطهٔ جوش پایینی را برای هر دو ماده به همراه دارد، به طوری که در دمای اتاق، انرژی جنبشی مولکول‌ها برای غلبه بر این نیروها و تبدیل‌شدن به گاز کافی است؛ بنابراین دی‌متیل اتر و اتین به دلیل داشتن نیروی بین مولکولی ضعیف، در شرایط محیطی به صورت گاز وجود دارند.

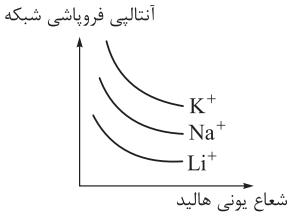
توجه: در تمرین‌های دوره‌ای پایانی فصل سوم شیمی دوازدهم، صراحتاً به گازبودن دی‌متیل اتر (در دمای اتاق) اشاره شده است.

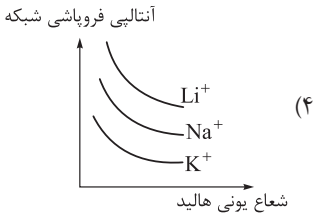
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ کدام‌یک از نمودارهای داده‌شده تأثیر اندازهٔ شعاع کاتیون‌های فلزات قلیایی و آنیون‌های هالید را بر آنتالپی فروپاشی شبکه به درستی نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


۳)


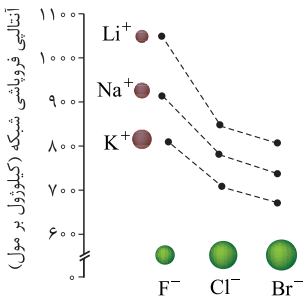
۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۲ ـ فود را بیازمایید ۳

پاسخ خیلی تشریحی

آنتالپی فروپاشی شبکه، انرژی لازم برای شکستن یک مول از یک ترکیب یونی به یون‌های گازی سازندهٔ آن است. هر چه این مقدار بیشتر باشد، پیوند یونی قوی‌تر و پایداری ترکیب یونی بیشتر است. عوامل مختلفی بر آنتالپی فروپاشی تأثیر می‌گذارد که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، شعاع یونی است.



در مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکه، ترکیبات یونی حاصل از واکنش فلزهای قلیایی با هالوژن‌ها، بار یون‌ها نقش چندان مهمی ندارد، زیرا تمامی یون‌های فلزهای قلیایی و هالوژن‌ها (هالیدها) به ترتیب دارای بار «$+1$» و «-1» هستند. در عوض شعاع یونی، عامل تعیین‌کننده‌تری است. همان‌طور که در نمودار بالا مشاهده می‌شود، آنتالپی فروپاشی شبکه در ترکیبات یونی حاصل از فلزهای قلیایی و هالوژن‌ها، با افزایش شعاع یونی کاتیون (فلز قلیایی) یا آنیون (هالوژن) کاهش می‌یابد (رد گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳)). به عنوان مثال LiF با کوچک‌ترین یون‌ها (F^-, Li^+)، بالاترین آنتالپی فروپاشی شبکه را در بین این دست از ترکیبات یونی دارد، در حالی که KI با بزرگ‌ترین یون‌ها (I^-, K^+) پایین‌ترین آنتالپی فروپاشی شبکه را دارد. این موضوع نشان می‌دهد که نیروی جاذبهٔ بین یون‌ها با افزایش فاصلهٔ بین آن‌ها (شعاع یونی) ضعیف‌تر می‌شود و در نتیجه، انرژی کم‌تری برای شکستن شبکهٔ یونی لازم است. در واقع آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیبات یونی فلزهای قلیایی با هالوژن‌ها، تحت تأثیر مستقیم شعاع یونی کاتیون (فلز قلیایی) و آنیون (هالوژن) قرار دارد. با افزایش شعاع یون‌های هالید از فلوئورید به برمید، آنتالپی فروپاشی شبکه کاهش می‌یابد؛ زیرا با افزایش فاصلهٔ بین یون‌ها، نیروی جاذبهٔ الکترواستاتیک کاهش می‌یابد، به طور مشابه، با افزایش شعاع یون‌های فلز قلیایی از یون لیتیم به یون پتاسیم، آنتالپی فروپاشی شبکه کاهش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ کدام مطلب درست است؟

۱) واژهٔ شبکهٔ بلوری برای توصیف آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌ها در حالت جامد به کار می‌رود.

۲) فرمول مولکولی هر ترکیب یونی، ساده‌ترین نسبت کاتیون‌ها و آنیون‌های سازندهٔ آن را نشان می‌دهد.

۳) در یک شبکهٔ یونی نیروهای جاذبه و دافعه، میان همهٔ یون‌ها وجود ندارد و به شمار معینی از آن‌ها محدود می‌شود.

۴) به شمار یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکهٔ بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰

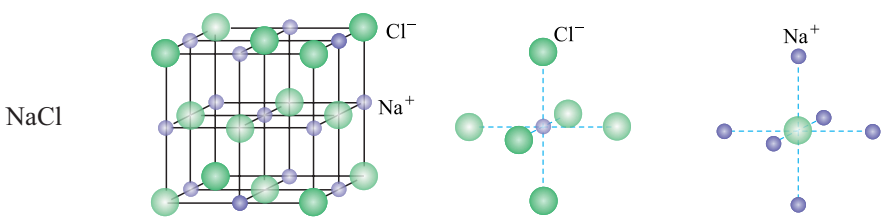
پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): شبکهٔ بلوری، مفهومی اساسی در علم مواد است که به منظور توصیف آرایش سه‌بعدی و منظم ذرات سازندهٔ یک مادهٔ جامد به کار می‌رود. این ذرات می‌توانند اتم‌ها، مولکول‌ها یا یون‌ها باشند که با نیروهای بین مولکولی یا پیوندهای شیمیایی به یکدیگر متصل می‌شوند. در واقع شبکهٔ بلوری، الگویی تکرارشونده و منظم از ذرات است که در سراسر مادهٔ جامد امتداد می‌یابد و ساختار کلی آن را شکل می‌دهد.

گزینهٔ (۲): به دلیل تفاوت اساسی در ساختار و نحوهٔ تشکیل پیوند، برای ترکیبات یونی از واژهٔ «فرمول مولکولی» و اصطلاحات مشابه استفاده نمی‌شود. فرمول مولکولی، تعداد دقیق اتم‌های هر عنصر در یک مولکول را نشان می‌دهد و برای موادی به کار می‌رود که به صورت مولکول‌های مجزا وجود دارند. در حالی که ترکیبات یونی، ساختاری شبکه‌ای و سه‌بعدی دارند که در آن، یون‌های مثبت و منفی به صورت متناوب و با نسبت مشخصی در کنار هم قرار گرفته‌اند؛ بنابراین به جای فرمول مولکولی، از «فرمول واحد» استفاده می‌شود که ساده‌ترین نسبت یون‌های مثبت و منفی در ساختار یونی را نشان می‌دهد. به عنوان مثال، فرمول واحد سدیم کلرید ($NaCl$)، نسبت یک‌به‌یک یون‌های سدیم و کلر را در ترکیب سدیم کلرید نشان می‌دهد.

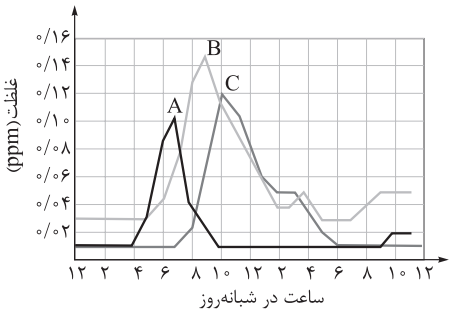
گزینهٔ (۳): در یک شبکهٔ یونی، نیروهای جاذبه و دافعه بین تمامی یون‌ها وجود دارد و به جفت خاصی از یون‌ها محدود نمی‌شود. این نیروها ناشی از برهم‌کنش‌های الکترواستاتیک بین یون‌های مثبت و منفی هستند. هر یون، یون‌های با بار مخالف را جذب و یون‌های با بار مشابه را دفع می‌کند. این برهم‌کنش‌ها در سراسر شبکهٔ یونی گسترده‌اند و به همین دلیل، ساختار شبکهٔ یونی بسیار منظم و پایدار است. به عبارت دیگر، هر یون در شبکهٔ یونی تحت تأثیر میدان الکتریکی ایجادشده توسط تمامی یون‌های دیگر قرار دارد و این میدان، نحوهٔ آرایش یون‌ها در شبکه را تعیین می‌کند.

گزینهٔ (۴): به شمار **نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام** موجود پیرامون هر یون در شبکهٔ بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند. در واقع، این عدد نشان می‌دهد که هر یون در شبکه، چند همسایهٔ نزدیک با بار مخالف دارد. عدد کوئوردیناسیون، اطلاعات مهمی دربارهٔ نحوهٔ آرایش یون‌ها در شبکه و پایداری ساختار بلوری ارائه می‌دهد. به عنوان مثال، در نمک طعام ($NaCl$)، هر یون سدیم توسط شش یون کلرید و هر یون کلرید نیز توسط شش یون سدیم احاطه شده است؛ بنابراین عدد کوئوردیناسیون برای هر دو یون در این شبکه، برابر با ۶ است. این عدد، نشان می‌دهد که یون‌ها در این شبکه، به صورت متراکم و منظم کنار هم قرار گرفته‌اند.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی از آلاینده‌ها را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد، کدام گزینه درستی یا نادرستی عبارت‌های مطرح‌شده را نشان می‌دهد؟



- کم‌ترین غلظت آلاینده، مربوط به گاز نیتروژن مونوکسید است.
- وجود آلایندهٔ **B**، باعث آلودگی هوا و قهوه‌ای‌رنگ‌شدن آن می‌شود.
- با افزایش غلظت **C**، رنگ هوای آلوده کم‌رنگ‌تر می‌شود.
- مجموعهٔ واکنش‌های تولید یا مصرف آلاینده‌های **A** و **B** را می‌توان به صورت واکنش‌های زیر نشان داد:

$$2B(g) + O_2(g) \rightarrow 2A(g)$$

$$A(g) + O_3(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} B(g) + O_2(g)$$

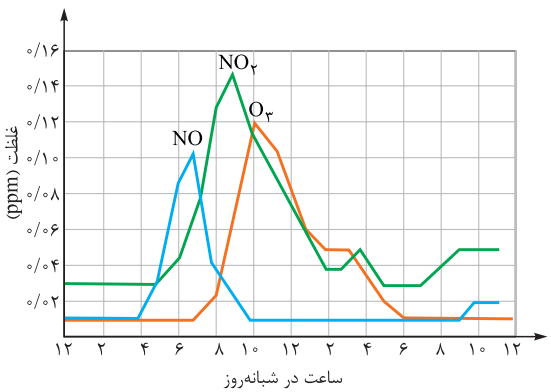
۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۲) درست ـ درست ـ درست ـ نادرست
۳) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۴) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحهٔ ۹۴ ـ خود را بیازمایید

پاسخ خیلی تشریحی فقط عبارت چهارم نادرست است.

با توجه به نمودار زیر، مشخص می‌شود که آلاینده‌های A، B و C به ترتیب NO، NO_2 و O_3 هستند:



بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: درست؛ با توجه به نمودار، در میان این سه آلاینده، کم‌ترین میزان غلظت آلاینده‌ها در طی شبانه‌روز برای گاز NO است.

عبارت دوم: درست؛ گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) به رنگ قهوه‌ای است و باعث می‌شود هوای آلودهٔ کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده شود.

عبارت سوم: درست؛ نمودار نشان می‌دهد که با افزایش مقدار اوزون، مقدار NO_2 کاهش یافته است. در واقع بر اثر واکنش NO_2 با اکسیژن هوا در میانه‌های روز و تابش مستقیم نور خورشید (واکنش تولید اوزون تروپوسفری)، NO_2 مصرف شده و مقدار آن کم می‌شود:

$$NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + O_3(g)$$

عبارت چهارم: نادرست

ابتدا گاز NO بر اثر واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن هواکره درون موتور خودرو با دمای بیشتر از ۱۰۰۰ درجهٔ سلسیوس تولید می‌شود.

$$N_2(g) + O_2(g) \rightarrow \underset{A}{2NO(g)}$$

در ادامه بر اثر واکنش گاز NO با اکسیژن هوا، گاز NO_2 تولید می‌شود:

$$\underset{A}{2NO(g)} + O_2(g) \rightarrow \underset{B}{2NO_2(g)}$$

در نهایت در حضور نور خورشید، واکنش تولید اوزون تروپوسفری صورت می‌گیرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ یک دانش‌آموز در حال مطالعهٔ واکنش بین گازهای هیدروژن و اکسیژن است. او متوجه می‌شود که این واکنش در حضور کاتالیزگرهای مختلف با سرعت‌های متفاوتی انجام می‌شود. کدام گزینه می‌تواند دلیل اصلی این تفاوت در سرعت واکنش باشد؟

۱) انرژی فعال‌سازی متفاوت برای هر کاتالیزگر
۲) مقدار متفاوت کاتالیزگر مورد استفاده
۳) دمای متفاوت واکنش
۴) فشار متفاوت گازها

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحهٔ ۹۹ ـ با هم بیاندیشیم

درس Box

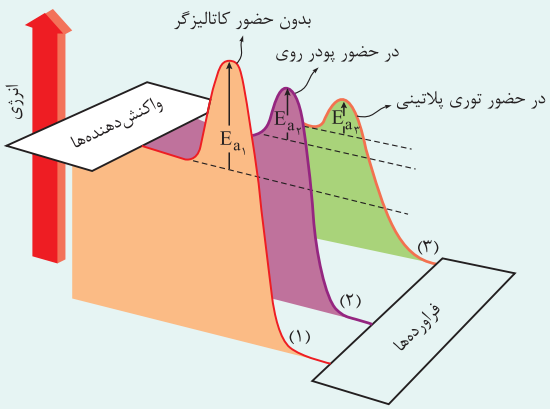
جدول زیر برخی داده‌ها برای واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را در شرایط گوناگون نشان می‌دهد:

شرایط آزمایش	دما ($^\circ C$)	سرعت واکنش	آنتالپی واکنش (kJ)
بدون حضور کاتالیزگر	۲۵	ناچیز	−۵۷۲
ایجاد جرقه در مخلوط	۲۵	انفجاری	−۵۷۲
در حضور پودر روی	۲۵	سریع	−۵۷۲
در حضور توری پلاتینی	۲۵	انفجاری	−۵۷۲

واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن، یک واکنش بسیار سریع و گرماده است که می‌تواند به انفجار منجر شود. این واکنش گرماده است که می‌تواند منجر به انفجار شود. این واکنش در حضور کاتالیزگرهایی مانند توری پلاتینی یا پودر روی، هم‌چنین با اعمال جرقه، با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

در حضور کاتالیزگر توری پلاتینی:

توری پلاتینی به عنوان یک کاتالیزگر عمل می‌کند و باعث کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش می‌شود. به عبارت دیگر، حضور توری پلاتینی باعث می‌شود که واکنش راحت‌تر و با سرعت بیشتری انجام شود. در این حالت، مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن با سرعت بیشتری واکنش می‌دهند و مقدار زیادی گرما آزاد می‌شود که می‌تواند منجر به انفجار شود.



در حضور پودر روی:

پودر روی نیز مانند توری پلاتینی به عنوان یک کاتالیزگر عمل می‌کند و باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود. با این حال، سرعت واکنش در حضور پودر روی معمولاً کم‌تر از توری پلاتینی است.

با اعمال جرقه:

اعمال جرقه به مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن می‌تواند به عنوان یک منبع انرژی برای شروع واکنش عمل کند. جرقه باعث می‌شود که برخی از مولکول‌های هیدروژن و اکسیژن به اندازهٔ کافی انرژی بگیرند تا واکنش را آغاز کنند، پس از شروع واکنش، گرمای آزادشده از واکنش باعث می‌شود که مولکول‌های بیشتری واکنش دهند و واکنش به سرعت پیش برود و در نهایت منجر به انفجار شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

هر کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی متفاوتی را برای واکنش فراهم می‌کند. کاتالیزگری که انرژی فعال‌سازی کم‌تری را فراهم کند باعث می‌شود که واکنش سریع‌تر انجام شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): مقدار کاتالیزگر نیز می‌تواند تأثیر داشته باشد، اما دلیل اصلی تفاوت در سرعت واکنش، انرژی فعال‌سازی متفاوت است.

گزینه‌های (۳) و (۴): دما نیز می‌تواند تأثیر داشته باشد، اما در این‌جا می‌توان فرض کرد که در شرایط انجام آزمایش‌ها توسط دانش‌آموز، دما و فشار محیط ثابت است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ واکنش تعادلی: $X(g)+Y(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$ در یک ظرف دربستهٔ یک لیتری برقرار است. اگر غلظت تعادلی X، Y و Z به ترتیب برابر ۴، ۱ و ۴ مول بر لیتر باشد و در دمای ثابت ۳ مول گاز Y به ظرف واکنش اضافه شود، درصد مولی Z در مخلوط تعادلی جدید کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ ـ با هم بیاندیشیم

Hint ابتدا ثابت تعادل واکنش را قبل از برهم‌زدن تعادل به دست آورده و سپس جهتی که تعادل، بر اثر اعمال تغییر به سمت آن پیشروی می‌کند را تشخیص دهید. در ادامه با تشکیل جدول تغییرات، مقادیر تعادلی مواد در تعادل جدید را برحسب x به دست آورده و با استفاده از مقدار ثابت تعادل که تا پیش از این به دست آوردید، غلظت مادهٔ Z را در تعادل جدید حساب کنید. (زیرا دما بدون تغییر بوده و مقدار K تغییر نمی‌کند و با مقدار آن در تعادل اولیه برابر است.)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مقدار K را قبل از برهم‌خوردن تعادل حساب می‌کنیم:

$$X(g)+Y(g) \rightleftharpoons 2Z(g)\ ;\ K=\frac{[Z]^2}{[X][Y]}=\frac{(4)^2}{(4)(1)}=4$$

گام دوم: بر اثر اضافه کردن بر مقدار Y، تعادل در جهت مصرف آن، یعنی جهت رفت پیشروی می‌کند. جدول تغییرات را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

	$X(g)+Y(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$		
غلظت اولیه	۴	۱	۴
لحظهٔ اعمال تغییر	۰	+۳	۰
تغییرات غلظت	$-x$	$-x$	$+2x$
غلظت تعادلی	$4-x$	$4-x$	$4+2x$

گام سوم: مقادیر تعادلی را در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌دهیم:

$$K=\frac{[Z]^2}{[X][Y]}=\frac{(4+2x)^2}{\underbrace{(4-x)(4-x)}_{(4-x)^2}}=4 \xrightarrow{(\sqrt{})} \frac{4+2x}{4-x}=2 \Rightarrow 4+2x=8-2x \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=1$$

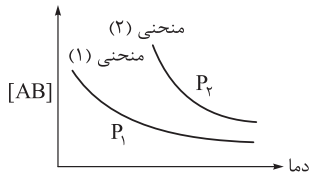
گام چهارم: درصد مولی Z در تعادل ثانویه را حساب می‌کنیم (چون $V=1\ L$ است، مقادیر مولی و غلظت مواد با هم برابر است):

$$n_Z=4+2x=4+2(1)=6\ mol\ ,\ n_X=n_Y=4-x=4-1=3\ mol$$

$$\text{درصد مولی } Z \text{ در مخلوط تعادلی جدید} = \frac{n_Z}{n_X+n_Y+n_Z}\times 100=\frac{6}{2(3)+6}\times 100=\%50$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ نمودار زیر تغییر غلظت فراورده را برای واکنش تعادلی: « $A(g)+B(g) \rightleftharpoons AB(g)$ »، در دو شرایط متفاوت نشان می‌دهد (P_1 و P_2 نماد فشار سامانه است). کدام مطلب نادرست است؟



۱) با افزایش دما، پیشرفت واکنش بیشتر می‌شود.

۲) در منحنی (۱) حجم سامانه بیشتر است.

۳) در دمای ثابت، غلظت مادهٔ AB در منحنی (۲) بیشتر است.

۴) واکنش تعادلی مورد نظر، گرماده و P_2 بیشتر از P_1 است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحهٔ ۱۱۰ ـ خود را بیازمایید ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

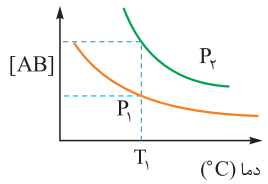
تحلیل نمودار:

واکنش، گرماده است یا گرماگیر؟

با توجه به نمودار، بر اثر افزایش دما، غلظت AB (مادهٔ فراورده) در هر دو حالت کاهش یافته است، به این معنی که بر اثر افزایش دما تعادل به سمت چپ (واکنش دهنده‌ها) پیشرفت کرده است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که واکنش گرماده است، زیرا مطابق با اصل لوشاتلیه، تعادل در جهت عکس تغییر تحمیل‌شده بر تعادل، پیشرفت می‌کند تا اثر آن را تا جای ممکن کاهش دهد.

مقایسهٔ فشارهای P_1 و P_2:

با افزایش فشار، غلظت همهٔ گونه‌های گازی افزایش می‌یابد. از آن‌جایی که در یک دمای معین (مثلاً T_1 در نمودار زیر)، $[AB]$ در فشار P_2 بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت که فشار P_2 از P_1 بزرگ‌تر است.



بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): افزایش دما در یک واکنش تعادلی گرماده باعث کاهش مقدار فراورده‌ها و افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها می‌شود. از طرفی دما تنها عاملی است که بر مقدار ثابت تعادل واکنش‌های تعادلی اثر می‌گذارد؛ در نتیجه با کاهش مقدار فراورده‌ها (صورت کسر ثابت تعادل زیر) و افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها (مخرج کسر ثابت تعادل زیر)، مقدار K کوچک‌تر شده و پیشرفت واکنش کم‌تر می‌شود:

$$K = \frac{[AB]}{[A][B]}$$

گزینهٔ (۲): از آن‌جایی که فشار سامانهٔ (۲) بیشتر است و در دمای ثابت، حجم با فشار سامانه رابطهٔ وارونه دارد، نتیجه می‌شود که حجم سامانهٔ (۱) بیشتر از حجم سامانهٔ (۲) است.

گزینهٔ (۳): در دمای ثابت و معین، منحنی (۲) همواره بالاتر از منحنی (۱) قرار دارد، در نتیجه در دمای ثابت، غلظت مادهٔ AB در منحنی (۲) همواره بیشتر از غلظت آن در منحنی (۱) است.

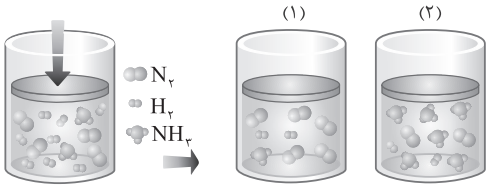
گزینهٔ (۴): با افزایش دما، غلظت فراوردهٔ واکنش کم‌تر شده است، در نتیجه تعادل در جهت برگشت پیشرفت کرده و گرماده است. از طرفی با افزایش فشار، تعادل به سمت شمار مول‌های گازی کم‌تر یا تولید فراوردهٔ بیشتر (در جهت رفت)، پیشرفت می‌کند. در نتیجه P_2 بیشتر از P_1 است. ضمناً افزایش فشار، غلظت همهٔ اجزای شرکت‌کننده در واکنش را افزایش می‌دهد، به طوری که هر چه فشار بیشتر شود، غلظت مواد نیز به میزان بیشتری افزایش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ فریتس هابر می‌دانست که با افزایش دما و تأمین انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش تعادلی زیر افزایش خواهد یافت. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر درست است؟

$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g) + Q$$

- بر اثر افزایش دمای این سامانه به $500^\circ C$، درصد مولی فراوردهٔ این واکنش در مخلوط تعادلی بیشتر از ۲۸ می‌شود.
- بر اثر افزایش دمای این سامانه، مجموع شمار مول‌های مواد شرکت‌کننده در تعادل افزایش می‌یابد.
- راهکار هابر برای دستیابی به هدف این واکنش، انجام واکنش در دماهای پایین‌تر با حضور کاتالیزگر بود.
- بر اثر افزایش فشار بر این سامانهٔ تعادلی مطابق شکل زیر، تعادل جدید به صورت شکل (۱) خواهد شد.



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

مشاوره فرایند تعادلی تولید آمونیاک (فرایند هابر)، یکی از مهم‌ترین مباحث این بخش از فصل چهارم است که معمولاً کاندید خوبی برای طراحی سؤال توی کنکور به حساب میاد. نکات مربوط به این فرایند رو به خوبی دریابید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹

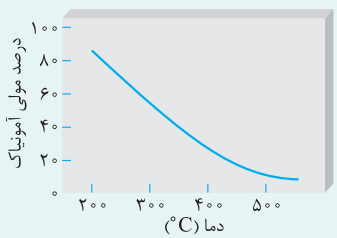
درس Box

بررسی فرایند هابر:

واکنش تولید آمونیاک، یک واکنش تعادلی گرماده است؛ از این‌رو افزایش دما، از یک طرف باعث پیشرفت تعادل به سمت برگشت و کاهش مقدار آمونیاک می‌شود ($K \downarrow$) و از سوی دیگر با افزایش دما و تأمین انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش افزایش می‌یابد. هابر با تکیه بر این موضوع، واکنش را در دماهای بالاتر بررسی کرد.

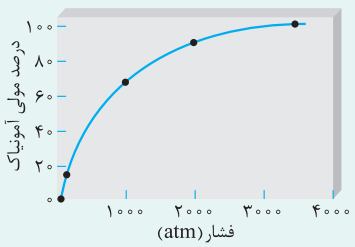
در دماهای بالا، واکنش با سرعت چشمگیری انجام می‌شد، اما با پیشرفت کمی به تعادل می‌رسید و هابر هر چه دما را بالاتر می‌برد، درصد مولی آمونیاک به دلیل گرماده‌بودن واکنش و در نتیجه کاهش ثابت تعادل و پیشرفت واکنش، کاهش می‌یافت.

نمودار تغییرات درصد مولی آمونیاک با دما در فشار ثابت به صورت مقابل است:



هابر متوجه شد که افزایش دما نمی‌تواند برای تولید بیشتر آمونیاک، ثمر بخش باشد. ← راهکار هابر چی بود؟ انجام واکنش در دماهای پایین‌تر در حضور کاتالیزگر (ورقهٔ آهنی) ← اما باز هم درصد مولی آمونیاک در مخلوط، مطلوب نبود. ← راهکار جدید؟ هابر برای رفع این مشکل، از افزایش فشار بر سامانهٔ واکنش بهره برد.

نمودار تغییرات درصد مولی آمونیاک با فشار در دمای ثابت، به صورت مقابل است:



به این ترتیب هابر توانست شرایط بهینه برای تولید آمونیاک را بیابد.

شرایط بهینه: دما: $450^\circ C$ / فشار: $200\ atm$ / کاتالیزگر: ورقهٔ آهنی

توجه: در شرایط بهینه، فقط ۲۸ درصد مولی مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: درصد مولی آمونیاک در شرایط بهینه برابر ۲۸ درصد است و وقتی دما به ۵۰۰ درجهٔ سلسیوس و بیشتر از آن برسد. درصد مولی آمونیاک در مخلوط تعادلی به کم‌تر از ۲۸ درصد می‌رسد.

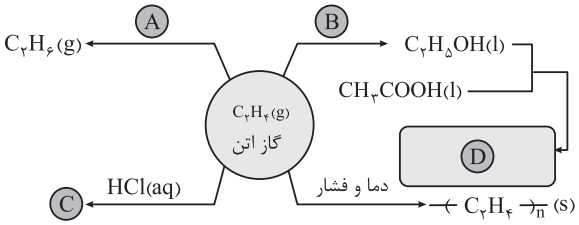
عبارت دوم: بر اثر افزایش دمای سامانه، تعادل مطابق با اصل لوشاتلیه در جهت مصرف گرما یعنی در جهت برگشت پیشرفت می‌کند تا اثر تغییر تحمیل‌شده بر تعادل تا حد امکان تعدیل شود. با پیشرفت واکنش در جهت برگشت، به ازای مصرف هر دو مول آمونیاک، چهار مول واکنش‌دهندهٔ گازی تولید شده و در مجموع شمار مول‌های مواد گازی شرکت‌کننده در تعادل افزایش می‌یابد.

عبارت سوم: از آن جایی‌که این تعادل گرماده است، افزایش دما اگرچه سرعت واکنش را زیاد می‌کند، اما پیشرفت تعادل به سمت تولید فراورده یعنی آمونیاک را کاهش می‌دهد؛ بنابراین نمی‌توان برای تولید آمونیاک با سرعت بالا روی افزایش دما حساب باز کرد! بنابراین با کاهش دما سرعت واکنش کم شده و افزودن کاتالیزگر می‌تواند سرعت واکنش را زیاد کرده و تا حدی از تأثیر منفی دمای پایین این سامانه می‌کاهد و سرعت پیشروی تعادل را افزایش می‌دهد.

عبارت چهارم: با افزایش فشار (کاهش حجم)، تعادل در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر (واکنش رفت و تولید بیشتر آمونیاک) پیش رفته و شمار مول‌های آمونیاک افزایش (یا مول‌های نیتروژن و هیدروژن کاهش) می‌یابد؛ بنابراین شکل شماتیک مخلوط تعادلی بر اثر افزایش فشار، مشابه سامانهٔ (۲) خواهد شد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ با توجه به طرح زیر که تولید مواد گوناگون از گاز اتن را نشان می‌دهد، کدام گزینه، جای خالی مربوطه را به نادرستی تکمیل می‌کند؟



۱) A: $H_2(g)$ / کاتالیزگر $(Ni(s))$

۲) B: $H_2O(l)$ / کاتالیزگر $(H_2SO_4(aq))$

۳) C: ضد عفونی کننده

۴) D: حلال چسب

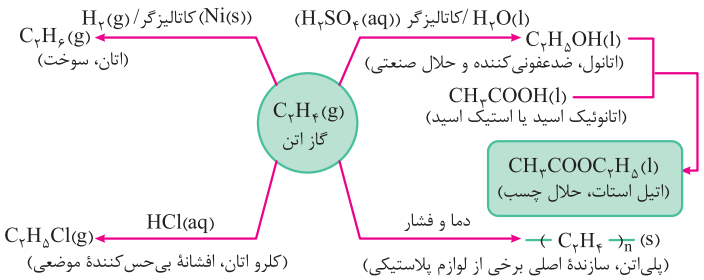
مشاوره کاربردها و واکنش‌هایی که از اتن سرچشمه می‌گیرن و هم‌چنین محصولات و خواصشون که از این واکنش‌ها به وجود میاد، اهمیت بسیار زیادی در سؤالات کنکور دارن! این موارد رو دریابید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحهٔ ۱۱۴ ـ خود را بیازمایید

پاسخ خیلی تشریحی می‌توان از گاز اتن مواد آلی گوناگون پرمصرف و اغلب ارزشمند تهیه کرد. این گاز یکی از مهم‌ترین خوراک‌ها در صنایع پتروشیمی است.

طرح کامل‌شدهٔ صورت سؤال به صورت زیر است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ کدام مطلب از نظر درستی یا نادرستی با سایر مطالب متفاوت است؟

۱) هرگاه یک نمونه مادهٔ قهوه‌ای‌رنگ در برابر پرتوهای الکترومغناطیسی قرار گیرد، گسترهٔ معینی از آن‌ها را جذب می‌کند و پرتوهای باقی‌مانده را بازتاب یا عبور می‌دهد.

۲) فسفر سفید به دلیل واکنش‌پذیری بیشتر از گاز هیدروژن، بر خلاف آن در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

۳) شیمی سبز به دنبال طراحی واکنش‌هایی با بیشترین بازده و کم‌ترین آسیب به محیط زیست است و به بهبود کیفیت زندگی انسان کمک می‌کند.

۴) از گاز اتان به عنوان یک مادهٔ اولیهٔ مهم در صنایع شیمیایی برای تولید مادهٔ صنعتی و مهم $CH_3OH(l)$ استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: شیمی دوازدهم ـ فصل ۴ ـ صفحه‌های ۹۵ و ۹۸ و ۱۲۱

درس Box

- پرتوهای الکترومغناطیسی نوعی انرژی هستند که به شکل امواج حرکت می‌کنند. این امواج می‌توانند طول موج‌های مختلفی داشته باشند که از طول موج‌های بسیار کوتاه (مانند پرتوهای گاما) تا طول موج‌های بسیار بلند (مانند امواج رادیویی) را شامل می‌شوند. نور مرئی که چشم انسان می‌تواند ببیند، بخش کوچکی از طیف الکترومغناطیسی است.

وقتی پرتوهای الکترومغناطیسی به یک ماده برخورد می‌کنند، سه اتفاق ممکن است رخ دهد:

- **جذب**: ماده می‌تواند برخی از طول موج‌های پرتوهای الکترومغناطیسی را جذب کند. این بدان معناست که انرژی این طول موج‌ها توسط ماده گرفته (دریافت) می‌شوند.
- **بازتاب**: ماده می‌تواند برخی از طول موج‌های پرتوهای الکترومغناطیسی را بازتاب کند. این بدان معناست که این طول موج‌ها از سطح ماده برمی‌گردند.
- **عبور**: ماده می‌تواند برخی از طول موج‌های پرتوهای الکترومغناطیس را از خود عبور دهد. این بدان معناست که این طول موج‌ها از ماده عبور می‌کنند و به طرف دیگر می‌روند.

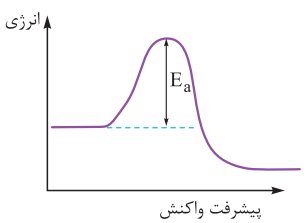
پاسخ خیلی تشریحی

برخلاف سایر گزینه‌ها، گزینهٔ (۴) نادرست است.

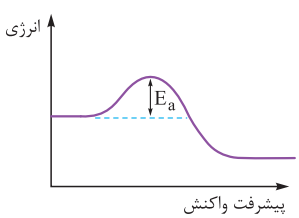
بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): وقتی یک نمونه از مادهٔ قهوه‌ای‌رنگ در معرض پرتوهای الکترومغناطیسی قرار می‌گیرد، این ماده گسترهٔ معینی از این پرتوها را جذب می‌کند و بقیهٔ پرتوها را بازتاب یا عبور می‌دهد. گستره‌ای که بازتاب می‌شود، به طور خاص شامل طول موج‌هایی است که باعث می‌شوند ماده به رنگ قهوه‌ای دیده شود.

گزینهٔ (۲): زیرا انرژی فعال‌سازی آن کم است و دمای اتاق انرژی فعال‌سازی این واکنش را تأمین می‌کند. در واقع فسفر سفید (P_4) بسیار واکنش‌پذیر است و به همین دلیل در دمای اتاق و در معرض هوا به راحتی می‌سوزد (نمودار ۲)، در حالی که گاز هیدروژن (H_2) برای سوختن نیاز به انرژی فعال‌سازی بالاتری داشته و در دمای اتاق به طور خودبه‌خودی نمی‌سوزد (نمودار ۱).



(۱)



(۲)

گزینهٔ (۳): شیمی سبز، رویکردی نوین در علم شیمی است که هدف آن طراحی محصول‌ها و فرایندهایی است که با محیط زیست سازگار بوده و خطرهای ناشی از ماده‌های شیمیایی را به کم‌ترین میزان برساند. به عبارت ساده‌تر، شیمی سبز به دنبال یافتن راه‌هایی برای انجام واکنش‌های شیمیایی است که کم‌ترین آسیب را به محیط زیست وارد کند. در نتیجه، شیمی سبز یک رویکرد مهم و ضروری برای توسعهٔ پایدار است که می‌تواند به حفظ محیط زیست و بهبود کیفیت زندگی انسان‌ها کمک کند.

گزینهٔ (۴): گاز متان (CH_4) به عنوان یک مادهٔ اولیهٔ مهم در صنایع شیمیایی برای تولید متانول (CH_3OH) استفاده می‌شود. متانول یک ترکیب شیمیایی بسیار پرکاربرد است که در صنایع مختلف به عنوان حلال، سوخت و مادهٔ اولیه برای تولید سایر مواد شیمیایی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir