

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۲

پنجشنبه ۱۴۰۱/۰۳/۲۶



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	۵۰	اجباری	۱۰۱	۱۵۰	۷۵ دقیقه



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۱۰۱- اگر دنباله $a_n = 2(n-1)^2 + a(4n-1)^2 + 4n+1$ یک دنباله خطی و جمله هفتم این دنباله برابر جمله سوم دنباله $b_n = bn+7$ باشد، کدام است؟

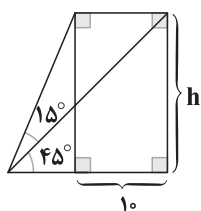
$$\frac{11}{12} \quad (4)$$

$$\frac{13}{12} \quad (3)$$

$$\frac{5}{6} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۰۲- با توجه به شکل زیر مقدار h برابر کدام گزینه است؟



$$15 + 5\sqrt{3} \quad (1)$$

$$10 + 5\sqrt{3} \quad (2)$$

$$15 + 4\sqrt{3} \quad (3)$$

$$10 + 6\sqrt{3} \quad (4)$$

۱۰۳- اگر $\alpha = \sqrt[3]{3\sqrt{2}+4}$ و $\beta = \sqrt[3]{3\sqrt{2}-4}$ باشد، مقدار $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)+\alpha^3\beta^3$ کدام است؟

$$6\sqrt{2} \quad (4)$$

$$7\sqrt{2} \quad (3)$$

$$8 + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

۱۰۴- اگر عبارت جبری $3x^2 - ax + 2b - 4$ روی مجموعه $\mathbb{R} - \{\frac{c}{3}, c-8\}$ مثبت باشد، مقدار $2a-b-c$ برابر کدام گزینه است؟

$$14 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

۱۰۵- در دنباله حسابی ...، ۷، ۳، مجموع جملات دنباله شروع از جمله هفتم و ختم به جمله چهارم کدام است؟

$$3162 \quad (4)$$

$$3150 \quad (3)$$

$$3060 \quad (2)$$

$$3218 \quad (1)$$

۱۰۶- اگر α و β ریشه‌های $x|x| = x + \frac{|x|}{x}$ باشند، $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

$$3 + 2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 + \sqrt{5} \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

۱۰۷- اگر $f(x) = 2x + [x]$ و $g^{-1}(x) = x^3 + x + 1$ باشد، حاصل $(f^{-1} + g)(1)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

۱۰۸- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x+5}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و مجموعه جواب نامعادله $1 < (f \circ g)(x) < 2$ به صورت (a, b) باشد، $b-a$ کدام است؟

$$\frac{2}{7} \quad (4)$$

$$\frac{5}{11} \quad (3)$$

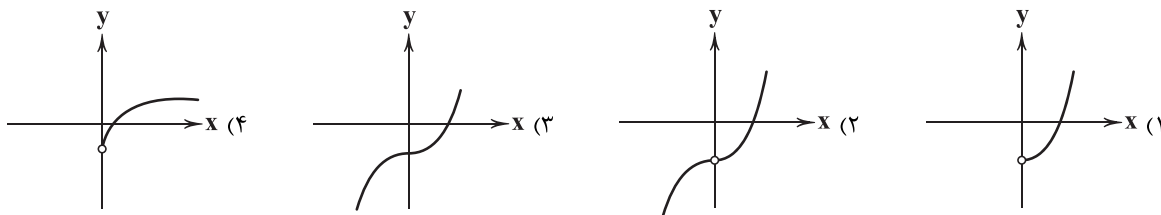
$$\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$\frac{3}{11} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۱۰۹- نمودار $f(x) = \log_2 x + \log_0 1$ به کدام صورت است؟



۱۱۰- اگر $\frac{2\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - 3\cos\alpha} = 3$ ، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{13}$ (۲) $-\frac{12}{13}$ (۳) $\frac{99}{101}$ (۴) $-\frac{99}{101}$

۱۱۱- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+a}{x+3} & x \neq -3 \\ 3^{bx+1} & x = -3 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $a+15b$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۴

۱۱۲- تابع $f(x) = x^2 + x + 1$ را دو واحد به سمت x های منفی و یک واحد به سمت y های مثبت انتقال می دهیم تا تابع $g(x)$ به دست آید.

وسیع ترین بازه ای که تابع $h(x) = (f+g)(x)$ زیر تابع $y = x^2$ قرار نمی گیرد، کدام است؟

- (۱) $x \geq 1$ (۲) $x \leq 1$ (۳) $x \in \mathbb{R}$ (۴) $x < 0$

۱۱۳- در صورتی که $\tan\alpha$ و $\tan\beta$ ریشه های معادله $x^2 + mx - 4 = 0$ و $|\tan(\alpha - \beta)| = 4$ باشد، $|m|$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۱۴- یک جواب عمومی معادله $4\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ کدام است؟

- (۱) $2k\pi$ (۲) $\frac{k\pi}{2}$ (۳) $k\pi$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{2}$

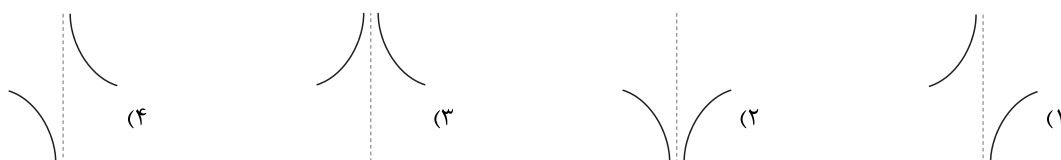
۱۱۵- مجموع مقادیر m برای آن که تابع $f(x) = \frac{x+2}{mx^2+x-4}$ فقط یک مجانب قائم داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{16}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{23}{16}$ (۴) $\frac{16}{25}$

۱۱۶- باقی مانده تقسیم $P(x) = x^{10} - 5x^9 - 2x + 1$ بر $x^2 - 2x + 1$ برابر $ax + b$ است. $b - a$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۶۶ (۴) ۶۶

۱۱۷- اگر $f(x) = \sqrt[3]{1-x^2}$ باشد، نمودار $f'(x)$ در همسایگی $x=1$ چگونه است؟



محل انجام محاسبات



۱۱۸- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = -2$ ، $g(2) = 3$ و $(fog)'(2) = 4$ ، شیب خط مماس بر تابع $y = \sqrt{g(x)+1}$ در نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱۹- تابع $y = \frac{x^3}{1-x^2}$ در چند بازه نزولی اکید است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۰- در صورتی که $x, y > 0$ و $2x + 3y = 6$ باشد، بیشترین مقدار $x^2 y^3$ چقدر است؟

- (۱) $(\frac{2}{1})^5$ (۲) $(\frac{2}{1})^4$ (۳) $(\frac{1}{2})^4$ (۴) $(\frac{1}{2})^5$

۱۲۱- اگر تقعر تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ در بازه (a, b) رو به بالا باشد، حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۵

۱۲۲- دو تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 20$ و $g(x) = \frac{20x-4}{x-4}$ در چند نقطه متقاطع‌اند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۳- گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow q]$ هم ارز کدام عبارت زیر است؟

- (۱) $\sim p \Rightarrow q$ (۲) $p \Rightarrow \sim q$ (۳) همواره نادرست (۴) همواره درست

۱۲۴- مجموعه $A = \{m \in \mathbb{R} \mid x^2 - (m+1)x + m + 4 = 0\}$ دارای ریشه حقیقی است و $B = [-3, 5]$ را در نظر بگیرید. آنگاه کدام عبارت زیر

صحیح نیست؟

- (۱) $A - B = (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ (۲) $A \cap B = \{-3\}$
(۳) $B - A = (-3, 5)$ (۴) $A \cup B = \mathbb{R}$

۱۲۵- دو عدد x و y را به‌طور تصادفی از بین اعداد طبیعی از یک تا ۳۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که $x^2 - y^2$ بر ۳ بخش‌پذیر باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{3}{29}$ (۲) $\frac{3}{55}$ (۳) $\frac{5}{29}$ (۴) $\frac{47}{87}$

۱۲۶- اگر C و D دو پیشامد باشند، به طوری‌که $C \subset D$ و $P(D) \neq 0$ ، آنگاه کدام عبارت زیر همواره درست است؟

- (۱) $P(C|D) \geq P(C)$ (۲) $P(C|D) < P(C)$
(۳) $P(C|D) = \frac{P(D)}{P(C)}$ (۴) $P(C|D) = P(C)$

محل انجام محاسبات



۱۲۷- یک کیسه شامل ۵ توپ قرمز و ۲ توپ سبز است. یک توپ به طور تصادفی از کیسه بیرون می‌آوریم. اگر توپ بیرون آمده سبز باشد، یک توپ قرمز به کیسه اضافه می‌کنیم و اگر توپ بیرون آمده قرمز باشد، یک توپ سبز به کیسه اضافه می‌کنیم و تویی که بیرون آوردیم به کیسه برگردانده نمی‌شود. حالا دومین توپ را به طور تصادفی از کیسه خارج می‌کنیم، احتمال این‌که دومین توپ قرمز باشد، چقدر است؟

$$\frac{26}{49} \quad (4) \quad \frac{21}{49} \quad (3) \quad \frac{32}{49} \quad (2) \quad \frac{27}{49} \quad (1)$$

۱۲۸- اگر $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5) = 9$ و $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)^2 = 45$ باشد، انحراف معیار ۹ داده $x_1, x_2, \dots, x_9$ کدام است؟

$$3 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 4 \quad (2) \quad 9 \quad (1)$$

۱۲۹- اگر $x \in \mathbb{R}$ و جدول توزیع فراوانی نمرات ۲۰ دانش‌آموز در یک آزمون به صورت زیر باشد:

نمرات	۲	۳	۵	۷
فراوانی	$(x+1)^2$	$2x-5$	x^2-3x	x

آنگاه میانگین نمرات، کدام است؟

$$3/2 \quad (4) \quad 2/8 \quad (3) \quad 2/5 \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

۱۳۰- اگر a ، کوچک‌ترین جواب طبیعی دورقمی معادله هم‌نهشتی $3^{11} x \equiv 1^{11} \pmod{135792468}$ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد a^n بر ۹ به ازای

مقادیر طبیعی n ، چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

$$2 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۱۳۱- در تقسیم عدد ۶۸۳ بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت برابر ۱۷ است. رقم یکان مجموع مقادیر ممکن برای مقسوم‌علیه این تقسیم، کدام است؟

$$6 \quad (4) \quad 5 \quad (3) \quad 7 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

۱۳۲- اگر دو عدد صحیح m و n نسبت به هم اول باشند، چند مقدار زوج برای بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $5m+n$ و $7m+n$ وجود دارد؟

$$6 \quad (4) \quad 5 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

۱۳۳- با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ چند گراف ساده به اندازه ۶ می‌توان ساخت، به طوری‌که $|N_G[v_6]| = 5$ باشد؟

$$235 \quad (4) \quad 225 \quad (3) \quad 215 \quad (2) \quad 200 \quad (1)$$

۱۳۴- در گراف ۳-منتظم مرتبه ۸ ناهمبند، اگر تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر را با m و تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم را با n نمایش دهیم، مقدار $m-n$ کدام است؟

$$207 \quad (4) \quad 209 \quad (3) \quad 225 \quad (2) \quad 216 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۱۳۵- به چند طریق می توان ۱۲ جایزه یکسان را بین ۶ نفر تقسیم کرد، به طوری که به نفر ششم جایزه ای نرسد و به یکی از آن ها دقیقاً ۲ جایزه برسد و به افراد باقی مانده هر کدام حداقل یک جایزه برسد؟

۴۸۰ (۴)

۹۶ (۳)

۴۲۰ (۲)

۸۴ (۱)

۱۳۶- در کیسه ای ۶ گوی قرمز، ۴ گوی آبی، ۱۲ گوی زرد و k گوی سبز موجود است. حداقل ۲۸ گوی باید خارج کنیم تا یقین داشته باشیم که در بین گوی های خارج شده، از هر چهار رنگ وجود دارد. عدد k چگونه عددی است؟

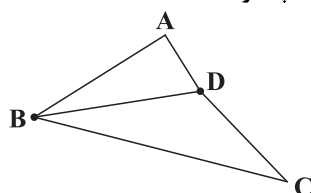
اول (۴)

مربع کامل (۳)

مضرب ۵ (۲)

زوج (۱)

۱۳۷- در شکل زیر BD نیمساز زاویه ABC است، اگر $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AD = 3$ ، $AB = 7$ ، $CD = 5$ باشد، طول BC چقدر است؟

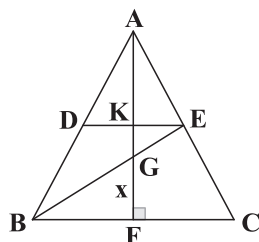


۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

 $3 + \sqrt{58}$ (۳) $4 + \sqrt{58}$ (۴)

۱۳۸- اگر G محل برخورد میانه های مثلث ABC باشد و $AE = 13$ ، $KE = 5$ ، $DE \parallel BC$ اندازه GF کدام است؟



۴ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

۱۳۹- اگر طول همه میانه های یک مثلث برابر $\sqrt{6}$ باشد و M محل برخورد عمود منصف های آن باشد، مجموع فواصل آن از ۳ ضلع کدام است؟

 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴) $\sqrt{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۱)

۱۴۰- اگر مساحت یک ۶ ضلعی منتظم محاط در دایره C برابر $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ باشد، محیط ۸ ضلعی منتظم محیط بر این دایره کدام است؟

 $16(\sqrt{2} + 1)$ (۲) $16(\sqrt{2} - 1)$ (۱) $16(2 + \sqrt{2})$ (۴) $16(2 - \sqrt{2})$ (۳)

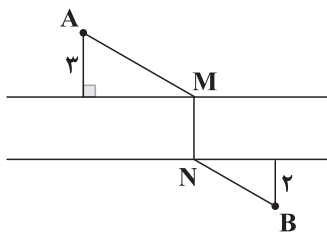
۱۴۱- در مثلثی به اضلاع ۳، ۵ و ۶ فاصله مرکز دایره محیطی از ضلع متوسط کدام است؟

 $\frac{25}{4\sqrt{14}}$ (۴) $\frac{25}{2\sqrt{14}}$ (۳) $\frac{5}{2\sqrt{14}}$ (۲) $2\sqrt{14}$ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۴۲- مطابق شکل اگر A و B در دو طرف رودخانه‌ای به عرض ۳ باشد و مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر به طول ۱۲ باشد، فاصله افقی A از B کدام است؟



کدام است؟

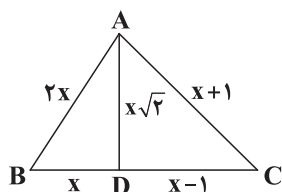
(۱) $\sqrt{15}$

(۲) $2\sqrt{15}$

(۳) $\sqrt{14}$

(۴) $2\sqrt{14}$

۱۴۳- در شکل زیر مقدار x کدام است؟



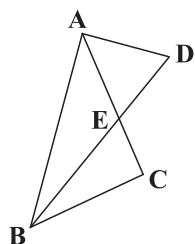
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۴۴- در شکل زیر، BD نیمساز زاویه CBA است، اگر $AB=10$, $BC=6$, $\hat{A}=\hat{C}=90^\circ$. طول AD کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۴۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ آن‌گاه A^{100} کدام است؟

(۲) $\begin{bmatrix} 200 & 100 \\ -100 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 2^{100} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 201 & 101 \\ 99 & 100 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 101 & 100 \\ -100 & -99 \end{bmatrix}$

۱۴۶- مقدار دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2\cos 11/25^\circ & 1 & 0 \\ 1 & 2\cos 11/25^\circ & 1 \\ 0 & 1 & 2\cos 11/25^\circ \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2\sin 25^\circ}$

(۱) $\frac{1}{2\sin 22/5^\circ}$

(۴) $\frac{1}{2\cos 22/5^\circ}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2\sin 11/25^\circ}$

محل انجام محاسبات



۱۴۷- از نقطه $M(4, 1)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ رسم می‌کنیم. طول پاره خط واصل دو نقطه تماس کدام است؟

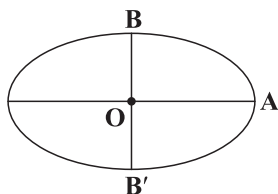
$$\frac{9}{2} \quad (4)$$

$$\frac{9}{5} \quad (3)$$

$$\frac{8}{5} \quad (2)$$

$$\frac{8}{3} \quad (1)$$

۱۴۸- در بیضی زیر، مثلث ABB' متساوی‌الاضلاع است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

۱۴۹- به مرکز هر نقطه از سهمی $y^2 + 2y - 8x + 9 = 0$ دایره‌ای رسم می‌کنیم که از کانون بگذرد. این دایره‌ها بر کدام خط مماس‌اند؟

$$x = -2 \quad (4)$$

$$x = 2 \quad (3)$$

$$x = -1 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

۱۵۰- اگر مساحت مثلث ساخته شده توسط بردارهای $\vec{u}$ و $\vec{v}$ برابر ۵ و $|\vec{u}| = 4$ و $|\vec{v}| = 3$ ، طول تصویر $\vec{v}$ بر $\vec{u}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{119}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{119}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{11}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \quad (1)$$

دفترچه شماره ۳

آزمون جامع ۲

پنجشنبه ۱۴۰۱/۰۳/۲۶



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۴۰	اجباری	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	اجباری	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه

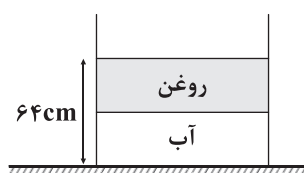


۱۵۱- گرمای ویژه یخ $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ 2100 است. گرمای ویژه یخ برحسب یکای $\frac{kcal}{\mu g \cdot K}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) 2×10^{-10} (۲) 5×10^{-10} (۳) 2×10^{-12} (۴) 5×10^{-12}

۱۵۲- در ظرفی به شکل زیر، جرم‌های برابری از آب و روغن ریخته شده است. اگر مجموع ارتفاع دو مایع در ظرف برابر با 64cm باشد، فشار ناشی از این دو مایع در کف ظرف تقریباً چند میلی‌متر جیوه است؟

$$\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0.6 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$$



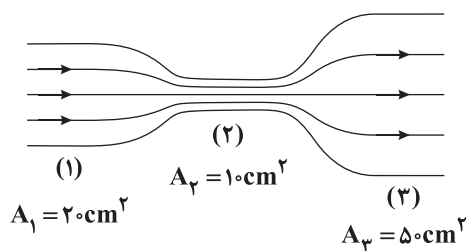
(۱) ۵

(۲) ۱۵

(۳) ۳۵

(۴) ۵۵

۱۵۳- در لوله‌ای به شکل زیر، جریان یکنواخت و لایه‌ای آب از سمت چپ به راست در جریان است. اگر در هر ساعت، 1800 لیتر آب از مقطع (۱) عبور کند، تندی خروجی آب از لوله چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۰/۵

(۲) ۰/۱

(۳) ۰/۰۵

(۴) ۰/۰۱

۱۵۴- در یک لوله U شکل که مساحت سطح مقطع لوله سمت چپ آن، ۳ برابر سطح مقطع لوله سمت راست آن است، آب با چگالی $1 \frac{g}{cm^3}$ در

حالت تعادل قرار دارد. در لوله سمت راست، چند سانتی‌متر روغن با چگالی $0.8 \frac{g}{cm^3}$ بریزیم تا آب در لوله سمت چپ، 4cm بالا برود؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۲۰ (۳) ۲ (۴) ۲۰۰

۱۵۵- توپ فوتبالی به جرم 500g از نقطه پناستی با تندی $20 \frac{m}{s}$ به صورت افقی به طرف دروازه شوت می‌شود. اگر بزرگی کار نیروی مقاومت هوا و

نیروی اصطکاک بر روی توپ برابر با 36J باشد، تندی توپ هنگام رسیدن به خط دروازه چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

- (۱) $12\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{34}$ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲



۱۵۶- دو قایق بادبانی با جرم‌های $2m$ و $3m$ که روی دریاچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند، به ترتیب نیروهای ثابت و افقی $\frac{F}{3}$ و $\frac{F}{2}$ وارد می‌شود و هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله d می‌گذرند. در انتهای مسیر، تندی قایق سبک‌تر چند برابر تندی قایق سنگین‌تر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۵۷- نمودار تغییرات طول دو میله A و B بر حسب تغییرات دمایی آن‌ها، مطابق شکل زیر است. نسبت ضریب انبساط طولی میله B به ضریب



۱۵۸- ۱۰ گرم بخار آب با دمای $100^\circ C$ را وارد ۲۰۰ گرم آب با دمای $90^\circ C$ می‌کنیم. تا لحظه رسیدن به تعادل، چند گرم بخار آب با دمای $100^\circ C$ به

آب با دمای $100^\circ C$ تبدیل می‌شود؟ ($c_{\text{آب}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ، $L_V = 2500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید).

- (۱) ۳/۲ (۲) ۶/۴ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۱۵۹- توان یک ماشین گرمایی برابر با $1/2 \text{ kW}$ است و در هر دقیقه ۱۸۰ چرخه را طی می‌کند. اگر در این ماشین در هر چرخه ۶۰۰ J گرما تلف شود، بازده آن چند درصد است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۵ (۴) ۷۵

۱۶۰- در یک فرایند ترمودینامیکی، دستگاه ۴۲۰ J گرما از محیط می‌گیرد و منبسط می‌شود. اگر بزرگی کاری که محیط روی دستگاه انجام می‌دهد، ۱۰۰ ژول بیشتر از تغییر انرژی درونی آن باشد، مقدار تغییر انرژی درونی دستگاه چند ژول است؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۲۶۰

۱۶۱- یک حلقه فلزی به مقاومت $1/2 \Omega$ ، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۱۸ گاوس قرار دارد. مساحت حلقه با چه آهنگی

بر حسب $\frac{\text{cm}^2}{\text{min}}$ تغییر کند تا جریان الکتریکی متوسط القا شده در حلقه برابر با ۱۵ میلی‌آمپر شود؟

- (۱) 6×10^4 (۲) 3×10^4 (۳) 3×10^6 (۴) 6×10^6

محل انجام محاسبات



۱۶۲- با استفاده از سیم بلندی به قطر ۳ میلی‌متر، سیم‌لوله‌ای دارای 10^6 حلقه که حلقه‌های آن در یک ردیف به صورت فشرده در کنار هم قرار گرفته‌اند، ساخته‌ایم. اگر از این سیم‌لوله جریان I را عبور دهیم، اندازه میدان مغناطیسی روی محور آن $1/6 G$ می‌شود. I چند آمپر

$$\text{است؟ } (\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$$

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۰/۴

(۱) ۰/۲

۱۶۳- در یک میدان مغناطیسی یکنواخت بر یک ذره باردار که راستای حرکتش با خطوط میدان، زاویه 45° درجه می‌سازد، از طرف میدان، نیرویی به بزرگی F_1 وارد می‌شود. اگر راستای حرکت این ذره با خطوط میدان تغییر کند و اندازه سرعت آن دو برابر شود، بزرگی نیروی وارد بر آن 40°

$$\text{درصد افزایش می‌یابد. نسبت } \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \text{ برابر کدام گزینه است؟}$$

(۴) ۱/۴

(۳) ۱

(۲) ۰/۷

(۱) ۲/۸

۱۶۴- دو بار الکتریکی نقطه‌ای همنام با بارهای q و Q در فاصله d از یک‌دیگر قرار دارند و به هم نیرویی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر 40° درصد از بار Q را

برداشته و به بار دیگر اضافه کنیم، اندازه نیروی الکتریکی بین آن دو در همان فاصله قبلی، $1/2 F$ می‌شود. نسبت $\frac{|Q|}{|q|}$ برابر کدام گزینه است؟

(۴) ۰/۵

(۳) ۰/۴

(۲) ۲/۵

(۱) ۲

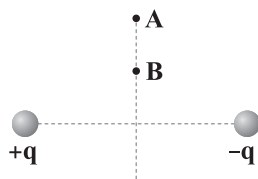
۱۶۵- یک خازن تخت بدون دی‌الکتریک به ظرفیت $7 \mu F$ ، دارای بار الکتریکی $140 \mu C$ است. اگر فاصله بین صفحات این خازن برابر با $2/5 mm$ باشد، بر یک ذره آلفا در بین دو صفحه این خازن چه نیرویی برحسب نیوتون وارد خواهد شد؟ (از وزن ذره صرف‌نظر کنید

$$\text{و } (e = 1/6 \times 10^{-19} C)$$

(۴) $1/28 \times 10^{-14}$ (۳) $2/56 \times 10^{-14}$ (۲) $1/28 \times 10^{-15}$ (۱) $2/56 \times 10^{-15}$

۱۶۶- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و ناهمنام در فاصله‌ای از یک‌دیگر قرار دارند و بزرگی برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطه A ، برابر E است. اگر روی عمود منصف خط واصل بین دو بار، کمی به طرف بارها نزدیک شویم و به نقطه B برسیم. آن‌گاه

کدام گزینه در مورد بزرگی میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه B درست است؟

(۱) کم‌تر از E می‌شود.(۲) بیشتر از E می‌شود.

(۳) تغییر نمی‌کند.

(۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

۱۶۷- جریان الکتریکی در مداری $0/6 A$ است. بار عبوری از هر مقطع این مدار در مدت زمان 30° دقیقه چند آمپر - ساعت است؟

(۴) ۳۰

(۳) ۱۵

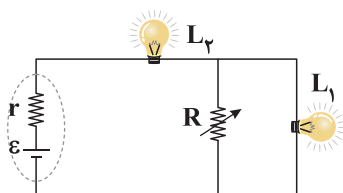
(۲) ۰/۳

(۱) ۰/۱۵

محل انجام محاسبات

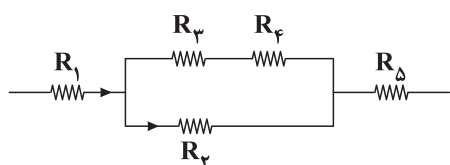


۱۶۸- در شکل زیر، اگر مقاومت R را کاهش دهیم، روشنایی لامپ‌های L_1 و L_2 نسبت به حالت قبل به ترتیب (از راست به چپ) چگونه تغییر می‌کند؟



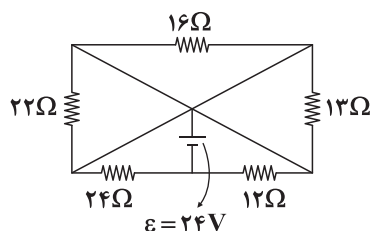
- (۱) کاهش می‌یابد - افزایش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد.
- (۳) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد.
- (۴) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد.

۱۶۹- در مدار شکل زیر، بیشترین توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها، ۵۴ وات می‌باشد. حداکثر توان مصرفی کل مدار شکل زیر، چند وات باشد تا هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟ (همه مقاومت‌ها مشابه می‌باشند.)



- (۱) ۴۸
- (۲) ۹۶
- (۳) ۱۴۴
- (۴) ۱۹۲

۱۷۰- در مداری مطابق شکل زیر، تعدادی مقاومت به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه ۲۴ ولت متصل شده‌اند. جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی چند



- آمپر است؟ ($r=0$)
- (۱) ۱
 - (۲) ۲
 - (۳) ۳
 - (۴) ۶

۱۷۱- یک باتری هنگامی که به دو مقاومت $R_1 = 9\Omega$ و $R_2 = 25\Omega$ وصل می‌شود، توان خروجی یکسانی دارد. توان خروجی این باتری به ازای

کدام مقاومت برحسب اهم، مقدار بیشتری دارد؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۳/۵
- (۳) ۱۶/۵
- (۴) ۱۷

۱۷۲- در یک جاده مستقیم و افقی، اتومبیل A با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ در حرکت است، از اتومبیل B که با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ در حرکت است،

سبقت می‌گیرد. در همان لحظه اتومبیل کندتر شروع به افزایش سرعت خود با آهنگ ثابت می‌کند تا به اتومبیل دیگر برسد. در لحظه‌ای که

این دو اتومبیل به هم می‌رسند، سرعت اتومبیل B چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۱۰
- (۴) ۴۰

۱۷۳- متحرکی روی مسیر مستقیم در لحظه $t=0$ از مکان $x=4m$ با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی این متحرک در دو

ثانیه دوم و چهارم حرکتش، قرینه هم باشند، سرعت اولیه این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۵
- (۳) -۱۰
- (۴) -۵

محل انجام محاسبات



۱۷۴- گلوله‌ای در شرایط خلا از ارتفاع h نسب به سطح زمین رها می‌شود. اگر این گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکتش، ۶۰ متر سقوط کند، سرعت

متوسط آن در یک ثانیه آخر مسیر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۳۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۷۵- معادله سرعت - زمان جسمی به صورت $v = 4(t-1)(t-2)^2(t-3)(t-4)^4$ می‌باشد. در ۵ ثانیه ابتدایی حرکت، چند بار جسم تغییر

جهت می‌دهد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۷۶- شخصی به جرم 60 kg از طنابی که می‌توان از وزن آن صرف نظر کرد، بالا می‌رود. اگر نیروی کشش طناب را با T نشان دهیم، کدام گزینه در

مورد اندازه نیروی $\vec{T}$ درست است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$T > 600 \text{ N}$ (۲)

$T = 600 \text{ N}$ (۱)

(۴) بسته به شرایط همه گزینه‌ها ممکن است، اتفاق بیفتد.

$T < 600 \text{ N}$ (۳)

۱۷۷- معادله تکانه جسمی به جرم 3 kg در SI از رابطه $p = 2t + 8$ به دست می‌آید. جابه‌جایی این جسم در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 3 \text{ s}$

چند متر است؟

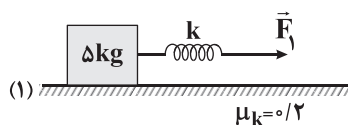
۱۱ (۴)

۸ (۳)

۳ (۲)

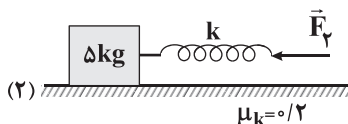
۵ (۱)

۱۷۸- در شکل شماره (۱)، بزرگی شتاب حرکت جسم برابر با $2 \frac{m}{s^2}$ و طول فنر، 43 cm و در شکل شماره (۲)، بزرگی شتاب حرکت جسم برابر



با $3 \frac{m}{s^2}$ و طول همان فنر، 28 cm است. ثابت این فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۳ (۱)



۳۰ (۲)

۰/۳ (۳)

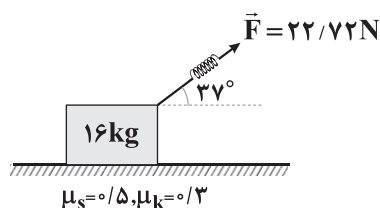
۳۰۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۷۹- توسط فنری با ثابت $125 \frac{N}{m}$ ، مطابق شکل نیرویی معادل $22/72 N$ به جسمی 16 کیلوگرمی با زاویه 37° درجه نسبت به افق وارد می شود و

جسم هم چنان ساکن می ماند. حداکثر چند سانتی متر دیگر فنر را می توان کشید به طوری که جسم هم چنان ساکن



بماند؟ $(\sin 37^\circ = 0/6, g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱) $0/4$

(۲) 40

(۳) 400

(۴) 4

۱۸۰- نوسانگری به جرم m روی پاره خطی به طول 20 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد و هر $0/4$ ثانیه یک بار، شتاب آن صفر می شود. در

لحظه ای که انرژی پتانسیل نوسانگر، 15 برابر انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

(۴) $\frac{\pi}{4}$

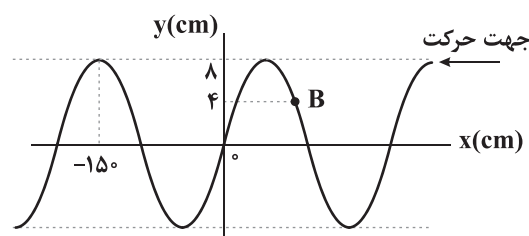
(۳) $\frac{\pi}{8}$

(۲) $\frac{\pi}{16}$

(۱) $\frac{\pi}{32}$

۱۸۱- شکل زیر، یک تصویر لحظه ای از موجی عرضی در یک ریسمان کشیده شده در لحظه $t = t_1$ را نشان می دهد. اگر موج به سمت چپ حرکت

کند و تندی انتشار موج برابر با $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، در چه لحظه ای برای دومین بار، شتاب نوسانی ذره B صفر می شود؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{11}{3}$

۱۸۲- شخصی در فاصله بین دو دیوار بلند موازی ایستاده است. شخص فریاد می زند و پژواک صدای خود را که از هر دو دیوار، باز می تابند،

می شنود. حداقل فاصله بین دو دیوار چند متر باشد تا شخص بتواند هر دو پژواک بازتابیده از دو دیوار را به طور واضح از هم و از صدای

فریاد خود تمیز دهد؟ (تندی صوت $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است).

(۴) 51

(۳) 85

(۲) 34

(۱) 17

محل انجام محاسبات



۱۸۳- یک موج الکترومغناطیسی در جهت مثبت محور x در حال انتشار است. اگر در نقطه‌ای از محیط انتشار موج در یک لحظه معین، میدان

الکتریکی در جهت منفی محور z باشد، میدان مغناطیسی در نقطه مذکور و در همان لحظه در چه جهتی است؟

- (۱) $+z$ (۲) $-y$ (۳) $+y$ (۴) $-x$

۱۸۴- اگر در یک تشت موج که توسط یک نوسان ساز تیغه‌ای در آن امواج تخت ایجاد کرده‌ایم، بُره‌ای شیشه‌ای قرار دهیم، امواج در بالای بُره

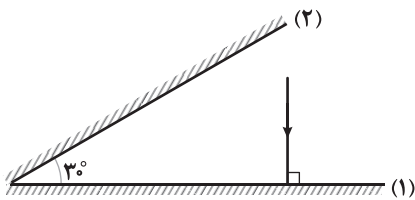
دارای تندی و طول موج شده، ولی آن‌ها ثابت می‌ماند.

- (۱) بیشتر - کم‌تر - فاصله جبهه‌های موج (۲) بیشتر - بیشتر - بسامد

- (۳) کم‌تر - کم‌تر - بسامد (۴) کم‌تر - بیشتر - فاصله جبهه‌های موج

۱۸۵- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری به صورت عمود به آینه (۱) می‌تابد. این پرتو در مجموع چند مرتبه با آینه (۱) برخورد کرده و در نهایت زاویه

آن با آینه (۲) چند درجه خواهد شد؟ (طول آینه‌ها به اندازه کافی بلند می‌باشد).



- (۱) یک - 60°

- (۲) دو - 180°

- (۳) یک - 180°

- (۴) دو - 60°

۱۸۶- یک لامپ 200 وات، نوری با طول موج 400 نانومتر از خود تابش می‌کند. این لامپ چند دقیقه باید روشن بماند تا 4×10^{22} فوتون از آن

گسیل شود؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$, $h = 6 \times 10^{-34} J.s$)

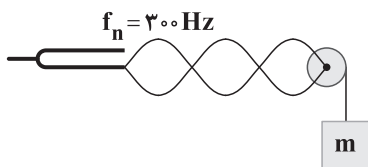
- (۱) 0.5 (۲) 1 (۳) 1.5 (۴) 2

۱۸۷- در اتم هیدروژن، انرژی الکترون در تراز $n=2$ برابر E_2 است و در تراز $n=3$ برابر E_3 می‌باشد. در این صورت E_3 و E_2 به ترتیب از

راست به چپ هر کدام چند ریدبرگ هستند؟

- (۱) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{9}$

۱۸۸- مطابق شکل زیر، در یک تار مرتعش موج ایستاده تشکیل شده است. اگر طول تار برابر با 120 سانتی‌متر و جرم تار، 4 گرم باشد، جرم وزنه



آویخته شده از انتهای تار چند گرم است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) 1200

- (۲) 19200

- (۳) 2400

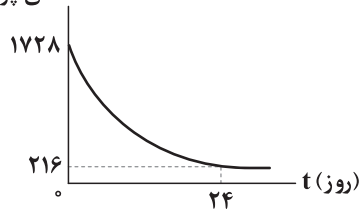
- (۴) 38400

محل انجام محاسبات



۱۸۹- نمودار تعداد هسته‌های یک ماده پرتوزا برحسب زمان به شکل زیر است، پس از گذشت ۱۶ روز چند درصد از کل هسته‌های اولیه کاسته می‌شود؟

تعداد هسته‌های پرتوزا



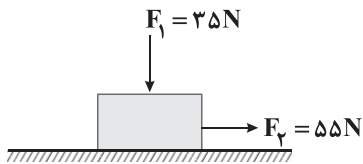
(۱) ۲۵

(۲) ۷۵

(۳) ۶/۲۵

(۴) ۹۳/۷۵

۱۹۰- در شکل زیر، اندازه نیروی وارد بر جسم از طرف سطح، ۷۵ N است و جسم با شتاب $۴ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت می‌کند. جرم جسم چند کیلوگرم می‌تواند



باشد؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۱/۲

(۲) ۲/۴

(۳) ۳/۵

(۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات



۱۹۱- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با هشتمین عنصر واسطه جدول دوره‌ای نادرست است؟

- (۱) جزو پنج عنصر نخست فراوان سازنده سیاره زمین است.
 (۲) در واکنش هیدروژن دار شدن اتن از آن به عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.
 (۳) آلیاژی از این فلز و چهارمین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای ساخته شده که به آلیاژ هوشمند معروف است.
 (۴) استخراج این فلز با روش گیاه پالایی، توجیه اقتصادی دارد.

۱۹۲- اگر ۶۰ قطره اتانول معادل ۳ میلی‌لیتر از این ترکیب باشد، هر قطره اتانول شامل چند اتم است؟

$$(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}, d_{\text{اتانول}} = 0.92 \frac{g}{mL})$$

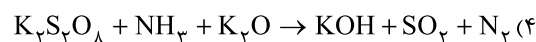
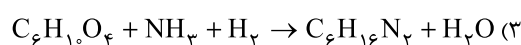
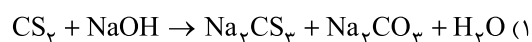
- (۱) $5/4 \times 10^{21}$ (۲) $5/4 \times 10^{20}$ (۳) $4/8 \times 10^{21}$ (۴) $4/8 \times 10^{20}$

۱۹۳- شمار عنصرهایی از جدول دوره‌ای که اتم آن‌ها ۱۰ الکترون با $l=2$ و شمار عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به $l=0$ و $n=4$ ختم می‌شود در کدام گزینه آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).

- (۱) ۱۲, ۸ (۲) ۸, ۲ (۳) ۱۲, ۱۰ (۴) ۱۰, ۲

۱۹۴- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در کدام واکنش که از نوع اکسایش - کاهش می‌باشد، عدد بزرگ‌تری است؟ (موازنه با کوچک‌ترین اعداد

صحیح ممکن انجام شود).



۱۹۵- جرم یک لیتر گاز اوزون در دمای $182^\circ C$ و فشار 2 atm ، با جرم چند لیتر گاز دی‌نیتروژن تترااکسید در شرایط STP برابر

است؟ ($O=16, N=14: g.mol^{-1}$)

- (۱) $1/13$ (۲) $0/22$ (۳) $1/72$ (۴) $0/63$

محل انجام محاسبات



۱۹۶- در چه تعداد از گونه‌های زیر فقط یک پیوند چندگانه وجود دارد؟

• کلوفرم	• کربونیل سولفید	• هیدروژن سیانید	• کربنات
۳ (۱)	۲ (۲)	۱ (۳)	۴ (۴)

۱۹۷- ۴۰ میلی لیتر محلول ۰/۸ مولار باریم کلرید را با ۱۱۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار نقره نیترات مخلوط می‌کنیم. غلظت یون کلرید در محلول

نهایی چند مول بر لیتر است؟

۰/۵۶ (۱)	۰/۴۲ (۲)	۰/۲۸ (۳)	۰/۲۱ (۴)
----------	----------	----------	----------

۱۹۸- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) با استفاده از روش‌های تقطیر و اسمز معکوس، می‌توان ترکیب‌های آلی فرار را از آب آلوده جدا کرد.
- (۲) میانگین نیروی پیوند یونی در منیزیم سولفات و پیوندهای هیدروژنی در آب، بزرگ‌تر از نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول ایجاد شده است.
- (۳) آب می‌تواند بسیاری از ترکیب‌های یونی و شمار کمی از مواد مولکولی را در خود حل کرد.
- (۴) بیماری سنگ کلیه افزون بر زمینه ژن شناختی می‌تواند به دلیل مصرف بیش از حد نمک خوراکی، مصرف پروتئین حیوانی و لبنیات و نیز اختلالات هورمونی ایجاد شود.

۱۹۹- برای تهیه ۴ کیلوگرم محلول آبی آمونیوم نیترات با غلظت ۰/۰۸ درصد جرمی، چند میلی لیتر از محلول ۰/۱ مولار آن را باید با مقدار کافی آب

خالص مخلوط کرد؟ ($N=14, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

۴۰ (۱)	۴۰۰ (۲)	۱۶۰ (۳)	۱۶۰۰ (۴)
--------	---------	---------	----------

۲۰۰- نمونه‌ای کربن مونوکسید که حجم آن در شرایط STP برابر با $672m^3$ است با مقدار کافی گاز هیدروژن واکنش داده تا ترکیب A تولید شود.

اگر تمام ترکیب A در واکنش با ترفتالیک اسید مصرف شود، چند تن ترکیب آلی به دست می‌آید؟ (بازده واکنش‌های اول و دوم به ترتیب ۶۰

و ۷۵ درصد است.) ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

۰/۹۲ (۱)	۱/۸۴ (۲)	۱/۳۱ (۳)	۲/۶۲ (۴)
----------	----------	----------	----------

۲۰۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- پنجمین عنصر گروه ۱۴ در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.
- نیمی از عنصرهای جامد دوره سوم، در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهند اما خرد نمی‌شوند.
- در دوره چهارم جدول دو عنصر اصلی و دو عنصر واسطه وجود دارد که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به زیر لایه تک‌الکترونی ختم می‌شود.
- در شرایط یکسان، پتاسیم در مقایسه با هر کدام از فلزهای سدیم و لیتیم، آسان‌تر الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

محل انجام محاسبات



۲۰۲- بر اثر سوختن کامل چه تعداد از هیدروکربن‌های زیر، شمار مول‌های کربن دی‌اکسید تولید شده، دو برابر شمار مول‌های بخار آب تولید شده است؟

- بنزن • اتین • استیرن • دکان
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۰۳- در واکنش سوختن کامل نمونه‌ای از ۳- اتیل -۲، ۲، ۳- تری متیل اوکتان، جرم فراورده‌های تولید شده، چند برابر جرم اکسیژن مصرف شده

است؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱/۶۲۲۵ (۲) ۱/۲۸۷۵ (۳) ۱/۴۸۷۵ (۴) ۱/۸۲۲۵

۲۰۴- کدام مطالب زیر درست هستند؟

(آ) مولکول‌های نفت سفید در مقایسه با مولکول‌های بنزین از فراریت کم‌تری برخوردارند.

(ب) مقدار نمک و اسید در نفت خام کم بوده و در نواحی گوناگون متغیر است.

(پ) گریس در مقایسه با وازلین، چسبنده‌تر است.

(ت) از واکنش آهن (III) اکسید با کربن و با کربن مونوکسید به ترتیب گازهای کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید به دست می‌آید.

- (۱) «آ»، «ب» (۲) «پ»، «ت» (۳) «آ»، «پ» (۴) «ب»، «ت»

۲۰۵- اگر جرم بطری مقابل ۱۲ گرم و درب آن ۴/۲ گرم باشد، در مجموع چند گرم جرم این بطری را کربن تشکیل می‌دهد؟ (فرض کنید بطری و



درب آن، هر کدام فقط از یک نوع پلیمر با پایه نفتی ساخته شده‌اند.) ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۰/۲

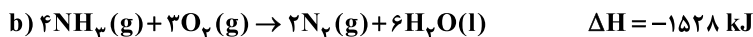
(۲) ۱۱/۱

(۳) ۱۲/۳

(۴) ۱۳/۸

۲۰۶- از واکنش گازهای آمونیاک و دی‌نیتروژن مونوکسید می‌توان گاز نیتروژن و آب تولید کرد. اگر در این واکنش در مجموع یک مول از

واکنش‌دهنده‌ها مصرف شود، مقدار گرمای مبادله‌شده چند کیلوژول است؟



- (۱) ۲۰۲ (۲) ۱۲۴ (۳) ۲۹۴ (۴) ۳۲۲

محل انجام محاسبات



۲۰۷- با توجه به داده‌های جدول زیر تفاوت آنتالپی واکنش تولید یک مول متانول از گازهای هیدروژن و کربن مونوکسید و واکنش تولید مستقیم

یک مول متانول از گاز متان چند کیلو ژول است؟

پیوند	C—H	O=O	H—H	C≡O	C—O	O—H
$\Delta H(\text{kJ.mol}^{-1})$	۴۱۵	۵۰۰	۴۳۵	۱۰۸۰	۳۸۰	۴۶۵

(۱) ۴۰

(۲) ۸۰

(۳) ۹۰

(۴) ۱۸۰

۲۰۸- اگر برای اکسایش کربن و تبدیل آن به گاز کربن مونوکسید، به مدت نیم‌ساعت، مقداری بخار آب با سرعت $2 \times 10^{-2} \text{ mol.s}^{-1}$ از روی

نمونه‌ای زغال چوب به جرم $8/0$ کیلوگرم عبور داده شود، درصد خلوص کربن در زغال به تقریب کدام است؟ (تمام کربن موجود در زغال

مصرف شده و فراورده دیگر واکنش، گاز هیدروژن است.) ($C=12 \text{ g.mol}^{-1}$)

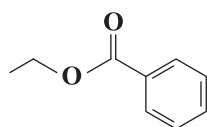
(۴) ۵۴

(۳) ۶۶

(۲) ۷۲

(۱) ۸۰

۲۰۹- ساختار مقابل مربوط به عامل بوی گل یاسمن است. نسبت درصد جرمی هیدروژن الکل سازنده این ترکیب به درصد جرمی اکسیژن اسید



سازنده آن به تقریب کدام است؟ ($C=12, H=1, O=16 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۲) ۰/۳

(۱) ۰/۶

(۴) ۰/۴۰

(۳) ۰/۵۰

۲۱۰- $0/6$ لیتر محلول $0/4$ مولار اسید HA با درجه یونش $0/2$ در دسترس است. چند میلی لیتر آب مقطر باید به این محلول اضافه شود تا pH

محلول برابر $1/4$ شود؟

(۴) ۱۲۰۰

(۳) ۸۰۰

(۲) ۱۴۰۰

(۱) ۱۰۰۰

۲۱۱- به 500 میلی لیتر محلول هیدرویدیک اسید با $\text{pH} = 2$ ، چند میلی لیتر محلول باریم هیدروکسید با $\text{pH} = 12$ اضافه کنیم تا pH محلول

حاصل برابر با $11/3$ شود؟

(۴) ۳۷۵

(۳) ۷۵۰

(۲) ۲۵۰

(۱) ۵۰۰

۲۱۲- در نوعی از سلول سوختی به جای هیدروژن از گاز متان به عنوان سوخت استفاده می‌شود. اگر نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی متان با

نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن که با غشای مبادله کننده یون هیدرونیوم کار می‌کند، یکسان باشد، مجموع ضرایب اجزای

نیم‌واکنش آندی با کوچک‌ترین ضرایب صحیح کدام است؟ (ضریب e^- را در نظر بگیرید.)

(۴) ۲۰

(۳) ۱۸

(۲) ۱۴

(۱) ۱۲

۲۱۳- عدد اکسایش یا میانگین عدد اکسایش اتم کربن در کدام یک از ترکیب‌های زیر عدد بزرگ‌تری است؟

(۴) استیلن

(۳) اتیلن گلیکول

(۲) متیل آمین

(۱) اوره

محل انجام محاسبات



۲۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- تیتانیم همانند آلومینیم با این که اکسایش می یابد، اما در برابر خوردگی مقاوم است.
- از نظر ایمنی و صرفه اقتصادی، استفاده از سلول سوختی متان در مقایسه با سلول سوختی هیدروژن، مزیت محسوب می شود.
- پتانسیل کاهش آهن در مقایسه با پتانسیل کاهش قلع، منفی تر است.
- در سلول آبکاری، جسمی که به قطب منفی باتری متصل است، به مرور زمان افزایش جرم پیدا می کند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۲۱۵- با توجه به آرایش الکترونی اتمهای A، D، X و E، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب حاصل از کدام دو عنصر، مقدار بیشتری است؟



A, X (۲)

D, X (۱)

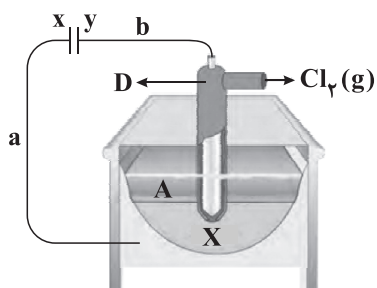
D, E (۴)

A, E (۳)

۲۱۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) رنگ محلول نمک شامل $\text{VO}_3^- (\text{aq})$ مشابه رنگ شعله فلز سدیم است.
- (۲) در ترکیب یونی منیزیم کلرید، عدد کوئوردیناسیون کاتیون، دو برابر عدد کوئوردیناسیون آنیون است.
- (۳) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور کلسیم فلوئورید بیشتر از پتاسیم اکسید است.
- (۴) با مدل دریای الکترونی هر کدام از رفتارهای فیزیکی فلزها را می توان توجیه کرد اما رفتارهای شیمیایی فلزها قابل توجیه نیست.

۲۱۷- شکل زیر مربوط به سلول الکترولیتی برقکافت منیزیم کلرید مذاب است. چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با آن درست است؟



• A الکترولیت سلول و X فراورده اصلی برقکافت است.

• D آند سلول را نشان می دهد.

• جهت حرکت الکترون ها در مدار خارجی از a به b است.

• x و y به ترتیب قطب های مثبت و منفی باتری را نشان می دهند.

۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (۱)

محل انجام محاسبات



۲۱۸- جدول زیر مربوط به فرایند هابر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن درست است؟



غلظت مواد تعادل	N_2	H_2	NH_3
اولیه	a	b	c
جدید	x	y	z

• صرف نظر از این که چه عاملی موجب بر هم زدن تعادل اولیه و برقراری تعادل جدید شده باشد، رابطه $b - y = 3(a - x)$ برقرار است.

• اگر $a < x$ ، $b < y$ و $c < z$ باشد می توان نتیجه گرفت که عامل بر هم زنده تعادل اولیه، کاهش حجم سامانه واکنش بوده است.

• اگر $xc^2y^3 > az^2b^3$ باشد می توان نتیجه گرفت که تعادل اولیه در اثر کاهش دما بر هم خورده است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۱۹- در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی همانند خودروهای دیزلی، سه واکنش شیمیایی برای حذف یا کاهش آلاینده ها انجام می شود. چه

تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با این واکنش‌ها درست است؟

• در هر کدام از این واکنش‌ها، عدد اکسایش اکسیژن تغییر می کند.

• شمار فراورده‌های به دست آمده از واکنش‌های انجام شده در هر دو مبدل، یکسان است.

• در هر کدام از مبدل‌ها، اکسید(های) نیتروژن بر اثر کاهش به گاز نیتروژن تبدیل می شوند.

• در هر کدام از واکنش‌ها که عنصر کربن حضور دارد، در نقش کاهنده ظاهر شده است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۰- در یک سامانه بسته دو لیتری، ۲ مول A و ۸ مول X در حالت تعادل $\text{A}(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{X}(\text{g})$ قرار دارند. اگر ۲ مول A به این تعادل اضافه شود،

پس از برقراری تعادل جدید، غلظت X چند مول بر لیتر است؟ (دما ثابت است). $(\sqrt{20} \approx 4/45)$

(۱) ۴/۲۵ (۲) ۴/۹ (۳) ۵/۲۵ (۴) ۵/۶



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه‌دورسورا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

دفترچه شماره ۴

آزمون جامع ۲

پنج‌شنبه ۱۴۰۱/۰۳/۲۶

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۲۰	مدت پاسخگویی: ۲۳۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی	۲۵	۱	۲۵	۱۸ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۵	۲۶	۵۰	۲۰ دقیقه
۳	دین و زندگی	۲۵	۵۱	۷۵	۱۷ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۵	۷۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه
۵	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۷۵ دقیقه
۶	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۷	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه





ریاضیات

۲ ۱۰۱

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}, S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(6 + (n-1)4)$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(4n+2) \Rightarrow S_n = 2n^2 + n$$

$$S_{f_0} - S_f = 2(4^0)^2 + 4^0 - (2(4)^2 + 4) = 3162$$

۴ ۱۰۵

$$x > 0 \Rightarrow x^2 = x+1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ ق ق} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$x < 0 \Rightarrow -x^2 = x-1 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ ق ق} \\ x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} + \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = 3 + \sqrt{5}$$

در تابع وارون جای مؤلفه اول و دوم تغییر می‌کند. بنابراین داریم:

$$f^{-1}(1) = a \Rightarrow f(a) = 1 \Rightarrow 2a + [a] = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$g(1) = b \Rightarrow g^{-1}(b) = 1 \Rightarrow b^2 + b + 1 = 1 \Rightarrow b = 0$$

$$(f^{-1} + g)(1) = f^{-1}(1) + g(1) = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$$

۲ ۱۰۶

$$a_n = 2(n-1)^2 + a(4n-1)^2 + 4n+1$$

$$a_n = 2n^2 - 4n + 2 + 16an^2 - 8an + a + 4n + 1$$

$$a_n = (2+16a)n^2 - 8an + a + 3$$

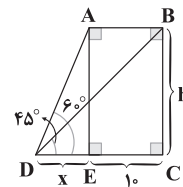
برای آن‌که دنباله خطی باشد باید ضریب n^2 را برابر صفر قرار دهیم.

$$2+16a=0 \Rightarrow a = -\frac{1}{8} \Rightarrow a_n = n + \frac{23}{8}$$

$$b_7 = a_7 \Rightarrow 3b+7 = 7 + \frac{23}{8} \Rightarrow b = \frac{23}{24}$$

$$b+a = \frac{23}{24} - \frac{1}{8} = \frac{23-3}{24} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

۱ ۱۰۲



$$\triangle ADE: \tan 60^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x$$

$$\triangle BDC: \tan 45^\circ = \frac{h}{x+1} = 1 \Rightarrow \sqrt{3}x = x+1$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x - x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}-1} \Rightarrow h = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

$$h = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3-1} = 1.5 + 0.5\sqrt{3}$$

۲ ۱۰۳

$$(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) + \alpha^2\beta^2$$

$$= (\alpha^3 - \beta^3)(\alpha^3 + \beta^3) + \alpha^2\beta^2 = \alpha^6 - \beta^6 + \alpha^2\beta^2$$

$$= 3\sqrt{2} + 4 - 3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)} = 8 + \sqrt{18-16}$$

$$= 8 + \sqrt{2}$$

۱ ۱۰۴

برای آن‌که عبارت جبری در مجموعه مورد نظر مثبت باشد باید نمودار سهمی $y = 3x^2 - ax + 2b - 4$ بر محور x ها در یک نقطه مماس باشد. بنابراین:

$$\frac{c}{3} = c - 8 \Rightarrow c = 3c - 24 \Rightarrow c = 12 \Rightarrow \text{بازه} = \mathbb{R} - \{4\}$$

$$3(x-4)^2 = 3(x^2 - 8x + 16) = 3x^2 - 24x + 48 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 24 \\ 2b - 4 = 48 \Rightarrow b = 26 \end{cases}$$

$$2a - b - c = 48 - 26 - 12 = 10$$

۱ ۱۰۸

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{\frac{2x+1}{x-1} + 1}{\frac{2x+1}{x-1} + 5} = \frac{\frac{2x+1+x-1}{x-1}}{\frac{2x+1+5x-5}{x-1}} = \frac{3x}{7x-4}$$

$$\begin{cases} \frac{3x}{7x-4} < 2 \Rightarrow \frac{3x}{7x-4} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x-14x+8}{7x-4} < 0 \\ \Rightarrow \frac{-11x+8}{7x-4} < 0 \Rightarrow x < \frac{8}{11} \text{ یا } x > \frac{4}{11} \\ \frac{3x}{7x-4} > 1 \Rightarrow \frac{3x}{7x-4} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x-7x+4}{7x-4} > 0 \Rightarrow \frac{-4x+4}{7x-4} > 0 \\ \Rightarrow \frac{4}{7} < x < 1 \end{cases}$$

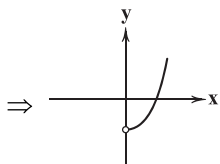
از اشتراک جواب‌های به دست آمده داریم:

$$\frac{4}{11} < x < 1 \Rightarrow b - a = 1 - \frac{4}{11} = \frac{7}{11}$$

$$x > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$$

۱ ۱۰۹

$$f(x) = 2^{\log_2 x} + \log_2 \frac{1}{x} = 2^{\log_2 x^2} + \log_2 10^{-1} = x^2 - 1$$





حالت سوم: اگر $m=0$ باشد، تابع به صورت $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$ تبدیل شده و

فقط یک مجانب قائم خواهد داشت.

مجموع مقادیر m برابر است با:

$$-\frac{1}{16} + \frac{3}{2} = \frac{-1+24}{16} = \frac{23}{16}$$

۱۱۶ ۴ رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^{10} - 5x^9 = (x-1)^2 q(x) + ax + b$$

به ازای $x=1$ داریم:

$$1 - 5 = a + b \Rightarrow a + b = -4$$

از طرفین مشتق می‌گیریم:

$$10x^9 - 45x^8 = 2(x-1)q(x) + (x-1)^2 q'(x) + a$$

مشتق به ازای $x=1$ برابر است با:

$$10 - 45 = a \Rightarrow a = -35$$

$$a + b = -4 \xrightarrow{a=-35} b = 31$$

$$b - a = 31 + 35 = 66$$

۱۱۷ ۲

$$f(x) = \sqrt[3]{1-x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(1-x^2)^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(1-x^2)^2}} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

بنابراین نمودار f' در همسایگی $x=1$ شبیه $\frac{1}{x}$ است.

۱۱۸ ۴

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = -2 \Rightarrow f'(3) = -2$$

$$(f \circ g)'(2) = g'(2)f'(g(2)) = g'(2)f'(3) = -2g'(2) = 4$$

$$\Rightarrow g'(2) = -2$$

$$y = \sqrt{g(x)+1} \Rightarrow y' = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)+1}} \Rightarrow y'(2) = \frac{g'(2)}{2\sqrt{g(2)+1}}$$

$$\Rightarrow y'(2) = \frac{-2}{2\sqrt{3+1}} = -\frac{1}{2}$$

۱۱۹ ۲

$$y' = \frac{3x^2(1-x^2) + 2x(x^2)}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2(3-3x^2+2x^2)}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2(3-x^2)}{(1-x^2)^2}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$

تابع در دو بازه $[\sqrt{3}, +\infty)$ و $(-\infty, -\sqrt{3}]$ نزولی اکید است.

۱۱۰ ۴ صورت و مخرج کسر را بر $\cos \alpha$ تقسیم می‌کنیم.

$$\Rightarrow \frac{2 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 3} = 3 \Rightarrow 2 \tan \alpha - 9 = 2 \tan \alpha + 1 \Rightarrow \tan \alpha = 10$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 100}{1 + 100} = -\frac{99}{101}$$

۱۱۱ ۳ در کسر $\frac{x^3+a}{x+3}$ باید حد صورت کسر به ازای $x=-3$ صفر شود.

$$\xrightarrow{x=-3} -27+a=0 \Rightarrow a=27$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = f(-3) \text{ شرط پیوستگی}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+27}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{x+3} = 27$$

$$f(-3) = 3^{-3b+1} = 27 \Rightarrow 3^{-3b+1} = 3^3 \Rightarrow -3b+1=3 \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

$$a+15b = 27+15(-\frac{2}{3}) = 27-10 = 17$$

۱۱۲ ۳

$$g(x) = f(x+2)+1 = (x+2)^2 + x+2+1+1 = x^2+5x+8$$

$$(f+g)(x) \geq x^2 \Rightarrow x^2+5x+8+x^2+x+1 \geq x^2$$

$$\Rightarrow x^2+6x+9 \geq 0 \Rightarrow (x+3)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

۱۱۳ ۳

$$|\tan(\alpha-\beta)| = 4 \Rightarrow \left| \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right| = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}{|1+\frac{c}{a}|} = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{m^2+16}}{3} = 4 \Rightarrow \sqrt{m^2+16} = 12$$

$$\Rightarrow m^2+16=144 \Rightarrow m^2=128 \Rightarrow |m|=8\sqrt{2}$$

۱۱۴ ۳ به کمک رابطه $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ داریم:

$$4 \sin^2 x + (1 - \sin^2 x)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 x + 1 - 2 \sin^2 x + \sin^4 x = 1$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x (2 \sin^2 x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin^2 x = 1 \end{cases}$$

۱۱۵ ۳ حالت اول: مخرج ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\Delta = (1)^2 - 4(m)(-4) = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{16}$$

حالت دوم: ریشه صورت و مخرج مشترک باشد.

$$mx^2+x-4=0 \xrightarrow{x=-2} 4m-2-4=0 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$



۱۲۳ ۴ از جدول ارزش استفاده می‌کنیم.

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow q$	عبارت
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T

پس عبارت منطقی فوق یک عبارت همواره درست است.

۱۲۴ ۱ معادله $x^2 - (m+1)x + m + 4 = 0$ دارای ریشه حقیقی

است. پس:

$$\Delta = (m+1)^2 - 4(m+4) \geq 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 + 2m - 4m - 16 \geq 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 15 \geq 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) \geq 0$$

$$\Rightarrow m \in (-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$$

$$A = (-\infty, -3] \cup [5, +\infty), B = [-3, 5)$$

بنابراین:

$$A - B = (-\infty, -3) \cup [5, +\infty)$$

$$A \cap B = \{-3\}$$

$$B - A = (-3, 5)$$

$$A \cup B = (-\infty, -3] \cup [5, +\infty) \cup [-3, 5)$$

$$= (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

پس گزینه (۱) جواب مسأله است.

۱۲۵ ۴ کل حالات انتخاب دو عدد از بین ۳۰ عدد برابر $C(30, 2)$

است. ۳۰ عدد را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$1) 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28: x = 3k + 1$$

$$2) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29: x = 3k + 2$$

$$3) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30: x = 3k$$

برای این‌که $x^2 - y^2$ بر ۳ بخش‌پذیر باشد، x و y باید هر دو از یک سطر یا از سطر یک و دو انتخاب شوند. پس تعداد حالت‌های انتخابی برابر:

$$3 \binom{10}{2} + 10 \times 10 = 235$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{235}{C(30, 2)} = \frac{235 \times 2}{30 \times 29} = \frac{47}{87}$$

۱۲۶ ۱

$$P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)}$$

$$(C \subset D \Rightarrow P(C \cap D) = P(C)) \Rightarrow P(C|D) = \frac{P(C)}{P(D)} \quad (1)$$

$$P(D) \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{P(D)} \geq 1 \Rightarrow \frac{P(C)}{P(D)} \geq P(C) \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$P(C|D) = \frac{P(C)}{P(D)} \geq P(C)$$

$$2x + 3y = 6 \Rightarrow 3y = 6 - 2x \Rightarrow y = 2 - \frac{2}{3}x$$

$$A = x^2 y^3 = x^2 \left(2 - \frac{2}{3}x\right)^3$$

$$\Rightarrow A' = 2x \left(2 - \frac{2}{3}x\right)^3 - 3 \times \frac{2}{3} \left(2 - \frac{2}{3}x\right)^2 (x^2) = 0$$

$$\Rightarrow 2x \left(2 - \frac{2}{3}x\right)^2 \left(2 - \frac{2}{3}x - x\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow A = 0 \\ x = 3 \Rightarrow A = 0 \\ x = \frac{6}{5} \Rightarrow A = (1/2)^5 \end{cases}$$

۱۲۱ ۲

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4-x^2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{2x}{\sqrt[3]{(4-x^2)^2}}}{\sqrt[3]{(4-x^2)^2}} = \frac{2x}{\sqrt[3]{(4-x^2)^4}}$$

$$f''(x) = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt[3]{(4-x^2)^4} - \frac{4 \times (-2x)}{\sqrt[3]{(4-x^2)^4}} \times x}{\sqrt[3]{(4-x^2)^8}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt[3]{4-x^2} (\sqrt[3]{(4-x^2)^3} + \frac{4}{3}x^2)}{\sqrt[3]{(4-x^2)^8}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt[3]{4-x^2} (4 + \frac{4}{3}x^2)}{\sqrt[3]{(4-x^2)^8}}$$

$$\Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow 4 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 4$$

$$\Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow \max(b-a) = 4$$

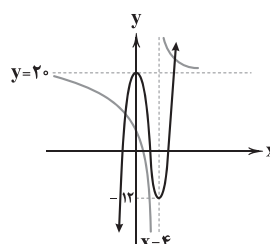
۱۲۲ ۳ برای رسم f مشتق اول را تعیین علامت می‌کنیم.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

x	$-\infty$	۰	۴	$+\infty$			
f'		+	۰	-	۰	+	
f	$-\infty$	$\nearrow$	۲۰	$\searrow$	-۱۲	$\nearrow$	$+\infty$

در مورد g هم مشتق و مجانب‌ها را حساب می‌کنیم.

$$g'(x) = \frac{-76}{(x-4)^2} < 0, \begin{cases} \text{مجانب قائم} \\ x = 4 \\ \text{مجانب افقی} \\ y = 20 \end{cases}$$



ملاحظه می‌کنید که دو تابع f و g در دو نقطه متقاطع‌اند.



پس کوچک‌ترین جواب طبیعی دورقمی معادله، $a=15$ است و اینک بایستی باقی‌مانده تقسیم 15^n بر ۹ را به دست آوریم. به کمک قاعده بخش‌پذیری بر ۹ داریم:

$$15^n \equiv (1+5)^n \equiv 6^n \Rightarrow \begin{cases} n=1: 9 \text{ باقی‌مانده بر } 9 \\ n \geq 2: 9 \text{ باقی‌مانده بر } 9 \end{cases}$$

بنابراین گزینه (۴) پاسخ است.

۱۳۱ طبق قضیه تقسیم، داریم:

$$683 = 17b + r, 0 \leq r < b$$

$$r = 683 - 17b \Rightarrow 0 \leq 683 - 17b < b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 683 - 17b \geq 0 \Rightarrow 17b \leq 683 \Rightarrow b \leq 40 \\ 683 - 17b < b \Rightarrow 18b > 683 \Rightarrow b \geq 38 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = \{38, 39, 40\}$$

$$38 + 39 + 40 = 117$$

و مجموع این سه عدد، برابر است با:

که رقم یکان آن برابر ۷ است.

۱۳۲ اولاً: با توجه به اطلاعات مسئله، داریم: $(m, n) = 1$

ثانیاً: با توجه به تعریف ب.م.م دو عدد، اگر فرض کنیم $d = (\Delta m + 3n, 7m + n)$ ، داریم:

$$\begin{cases} d | \Delta m + 3n \xrightarrow{\times 7} d | 7\Delta m + 21n \\ d | 7m + n \xrightarrow{\times \Delta} d | 7\Delta m + \Delta n \end{cases} \xrightarrow{(-)} d | 16n$$

$$\begin{cases} d | \Delta m + 3n \xrightarrow{(-)} d | \Delta m + 3n \\ d | 7m + n \xrightarrow{\times 2} d | 14m + 2n \end{cases} \xrightarrow{(-)} d | 16m$$

$$\Rightarrow d | (16n, 16m)$$

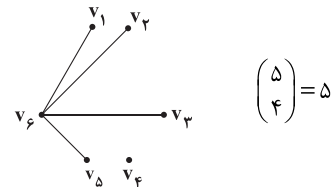
$$\Rightarrow d | 16(m, n) \xrightarrow{(m, n)=1} d | 16 \Rightarrow d = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

پس ۴ مقدار زوج برای d موجود است.

۱۳۳ از آنجایی که $|N_G[v_6]| = 5$ ، یعنی رأس v_6 با ۴ رأس

دیگر مجاور است، پس ابتدا از میان رؤوس v_1 تا v_5 تعداد ۴ رأس انتخاب

می‌کنیم تا به v_6 وصل کنیم:



حال که تکلیف رأس v_6 روشن شد، کفایت از بین کلیه یال‌های موجود بین رؤوس v_1 تا v_5 تعداد ۲ یال انتخاب کنیم:

$$= \binom{5}{2} = 10$$

تعداد کل یال‌ها با ۵ رأس

حال از این ۱۰ یال ۲ تا را انتخاب می‌کنیم تا اندازه گراف ۶ شود:

$$\binom{10}{2} = 45$$

$$5 \times 45 = 225$$

پس کل گراف‌های قابل رسم برابر است با:

۲ ۱۲۷

E_1 : پیشامد بیرون آوردن توپ قرمز و اضافه کردن توپ سبز

E_2 : پیشامد بیرون آوردن توپ سبز و اضافه کردن توپ قرمز.

E : پیشامد بیرون آوردن یک توپ قرمز برای دفعه دوم

با استفاده از قانون احتمال کل، خواهیم داشت:

$$P(E) = P(E_1) \times P(E|E_1) + P(E_2) \times P(E|E_2)$$

$$= \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{2}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{20+12}{49} = \frac{32}{49}$$

۳ ۱۲۸

$$\sum_{i=1}^9 (x_i - \Delta) = 9, \sum_{i=1}^9 (x_i - \Delta)^2 = 45$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - \Delta)^2}{9} - \left(\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - \Delta)}{9}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{45}{9} - \left(\frac{9}{9}\right)^2} = \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2$$

۳ ۱۲۹ تعداد دانش‌آموزان ۲۰ نفر است. پس:

$$\sum f_i = (x+1)^2 + (2x-5) + x^2 - 3x + x = 20$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 + 2x + 2x - 5 + x^2 - 3x + x = 20$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x+4)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } -4$$

$$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{32+3+0+21}{20} = 2/8$$

۴ ۱۳۰ ابتدا به کمک قاعده بخش‌پذیری بر ۱۱، معادله هم‌نهشتی را

حل می‌کنیم:

$$3^{11} \equiv 3^{11} \pmod{11} \Rightarrow 3^{11} \equiv 3^{11} \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 3^{2802} \equiv 3^{11} \pmod{11} \xrightarrow{\div 3^{11}} 3^{2791} \equiv 1 \pmod{11}$$

اینک برای تکمیل حل معادله هم‌نهشتی، بایستی باقی‌مانده تقسیم 3^{2791} را

بر ۱۱ به دست آوریم و داریم:

$$3^2 = 9 \equiv 9 \pmod{11} \xrightarrow{\text{توان ۵}} 3^{10} \equiv -3 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲۷۹}} 3^{2790} \equiv 1 \pmod{11} \xrightarrow{\times 3} 3^{2791} \equiv 3 \pmod{11}$$

پس معادله هم‌نهشتی به صورت زیر ادامه می‌یابد:

$$3x \equiv 1 \pmod{11} \xrightarrow{\div 3} x \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow x = 11k + 4 \xrightarrow{k=1} x = 15$$



$$AF = 24, KEG \sim BFG, GF = x$$

$$\Rightarrow KG = \frac{x}{2} \Rightarrow KF = \frac{3x}{2} \Rightarrow AK = \frac{3x}{2}$$

$$\Rightarrow AF = 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

وقتی طول همهٔ میانه‌ها با هم برابر است، پس مثلث متساوی‌الاضلاع است و مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث از سه ضلع برابر ارتفاع مثلث است که همان میانه است و برابر $\sqrt{6}$ است.

در یک ضلعی منتظم به ضلع a داریم:

$$a = 2r \tan \frac{180^\circ}{n}, \text{ شعاع دایره محاطی } r$$

$$a = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}, \text{ شعاع دایره محیطی } R$$

$$\text{مساحت } 6 \text{ ضلعی} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3}{2} \sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow 1 = 2R \sin \frac{180^\circ}{6} \Rightarrow 1 = 2R \times \frac{1}{2} \Rightarrow R = 1$$

$$\Rightarrow r = 1 \Rightarrow \text{ضلع } 8 \text{ ضلعی محیطی} = b$$

$$\Rightarrow b = 2r \tan \frac{180^\circ}{8} \Rightarrow b = 2 \tan 22.5^\circ$$

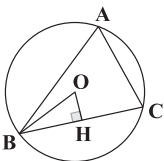
$$\tan 45^\circ = \frac{2 \tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ} = 1 \Rightarrow 1 - \tan^2 22.5^\circ = 2 \tan 22.5^\circ$$

$$\Rightarrow \tan^2 22.5^\circ + 2 \tan 22.5^\circ - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \tan 22.5^\circ = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow b = -2 + 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{محیط} = 8(-2 + 2\sqrt{2}) = 16(\sqrt{2} - 1)$$

۱۴۱ اگر $AB = 6$, $AC = 3$, $BC = 5$ ، مرکز دایره محیطی، محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع مثلث است.



با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow 25 = 36 + 9 - 2 \times (3) \times (6) \times \cos \hat{A}$$

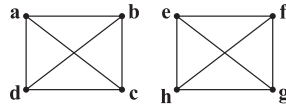
$$\Rightarrow 36 \cos \hat{A} = 20 \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{5}{9}, \hat{O} = \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{O} = \frac{5}{9} \Rightarrow OH = 5x, BO = 9x, BH = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 81x^2 - 25x^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow 56x^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow 2\sqrt{14}x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{4\sqrt{14}} \Rightarrow OH = 5x = \frac{25}{4\sqrt{14}}$$

۱۳۴ ۳ گراف ۳- منتظم مرتبه ۸ ناهمبند از دو گراف کامل مرتبه چهار (K_4) تشکیل شده است:



در هر گراف K_4 تمام زیرمجموعه‌های ناتهی از رئوس گراف، مجموعهٔ احاطه‌گر هستند، پس:

$$\text{تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر} = (2^4 - 1) \times (2^4 - 1) = 15 \times 15 = 225 = m$$

هم‌چنین در هر گراف K_4 ، هر رأس یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است، یعنی ۴، ۷- مجموعه دارد، پس:

$$\text{تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم} = 4 \times 4 = 16 = n$$

بنابراین $m - n$ برابر است با:

$$225 - 16 = 209$$

۱۳۵ ۲ فرض می‌کنیم به نفرات اول تا ششم به ترتیب x_1 تا x_6 جایزه برسد، در این صورت داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$$

حال چون به نفر ششم جایزه‌ای نرسیده است، پس معادله به صورت زیر

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

می‌شود:

از طرفی به یکی از ۵ نفر باقی‌مانده دقیقاً ۲ جایزه رسیده است، پس یکی از ۵ نفر را انتخاب کرده و ۲ جایزه به آن داده و از معادله حذف می‌کنیم. فرض کنید مثلاً نفر پنجم انتخاب شده باشد، پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10; x_i \geq 1; 1 \leq i \leq 4$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = \binom{5}{1} \times \binom{10-1}{4-1} = 5 \times \binom{9}{3} = 5 \times 84 = 420$$

۱۳۶ ۳ با توجه به اصل لانه کبوتری در بدترین حالت می‌تواند ۶ گوی قرمز، ۱۲ گوی زرد و k گوی سبز خارج شده باشد و هنوز از هر چهار رنگ نداشته باشیم. در حقیقت با خروج ۲۷ گوی کماکان در بین گوی‌های خارج‌شده، از هر ۴ رنگ موجود نیست و این یعنی:

$$6 + 12 + k = 27 \Rightarrow k = 9$$

بنابراین گزینهٔ (۳) پاسخ است.

۱۳۷ ۲ با رسم عمود DH ،

خواهیم داشت:

$$D \Rightarrow DA = DH = 3$$

$$\Rightarrow HC = 4$$

$$BH = BA = 7 \Rightarrow BC = 7 + 4 = 11$$

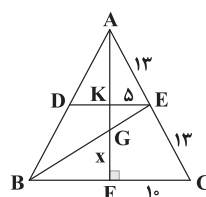
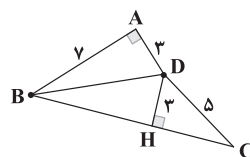
۱۳۸ ۲ با توجه به این‌که G محل

برخورد میانه‌ها است، خواهیم داشت:

$$EC = 13$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow KE = \frac{1}{2} FC$$

$$\Rightarrow FC = 10 \Rightarrow AF = \sqrt{676 - 100}$$





فیزیک

۱۵۱ | ۲

با استفاده از روش تبدیل واحد زنجیره‌ای داریم:

$$\begin{aligned}
 & 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \times \frac{1 \text{ cal}}{4.2 \text{ J}} \times \frac{1 \text{ kcal}}{10^3 \text{ cal}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ g}}{10^6 \mu\text{g}} \\
 &= \frac{2100}{4.2 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^6} \left(\frac{\text{kcal}}{\mu\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) = 500 \times 10^{-12} \left(\frac{\text{kcal}}{\mu\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \\
 &= 500 \times 10^{-10} \frac{\text{kcal}}{\mu\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 500 \times 10^{-10} \frac{\text{kcal}}{\mu\text{g} \cdot \text{K}}
 \end{aligned}$$

جرم آب و روغن برابر است، بنابراین: ۱۵۲ | ۳

$$\begin{aligned}
 m_{\text{آب}} &= m_{\text{روغن}} \\
 \frac{m}{V} &= \rho \Rightarrow \rho_{\text{آب}} A_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} A_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} \\
 \frac{A_{\text{آب}}}{A_{\text{روغن}}} &= \frac{\rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1 \times h_{\text{روغن}}}{1000 \times h_{\text{آب}}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 16 h_{\text{روغن}} \quad (*)
 \end{aligned}$$

از طرفی مجموع ارتفاع دو مایع در ظرف برابر با ۶۴ سانتی‌متر است، بنابراین:

$$\begin{aligned}
 h_{\text{آب}} + h_{\text{روغن}} &= 64 \xrightarrow{(*)} \frac{1}{16} h_{\text{روغن}} + h_{\text{روغن}} = 64 \\
 \Rightarrow h_{\text{روغن}} &= 40 \text{ cm} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 24 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

حالا باید فشار هر کدام را برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} &= \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1000 \times 24 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}} \\
 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} &= \frac{24}{13.6} \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{آب}} = \frac{24}{13.6} \text{ cmHg} \\
 \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} &= \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 900 \times 40 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}} \\
 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} &= \frac{40 \times 900}{13.6} \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{روغن}} = \frac{40 \times 900}{13.6} \text{ cmHg}
 \end{aligned}$$

بنابراین فشار ناشی از طرف مایع‌ها در کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{روغن}} + P_{\text{آب}} = 2 \times \frac{24}{13.6} = 3.5 \text{ cmHg} = 35 \text{ mmHg}$$

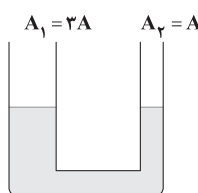
۱۵۳ | ۲

با توجه به معادله پیوستگی، برای شاره‌ای که به صورت لایه‌ای و یکنواخت در لوله‌ای جریان دارد، آهنگ شارش حجمی شاره ثابت است.

$$\begin{aligned}
 A_1 v_1 &= A_2 v_2 = 1800 \frac{\text{L}}{\text{h}} \quad (۱) \\
 \xrightarrow{\text{تبدیل واحد}} 1800 \frac{\text{L}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} &= 0.5 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 5 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \\
 A_3 v_3 &= A_4 v_4 = \text{آهنگ شارش حجمی شاره در مقطع (۳)} \\
 \Rightarrow 5 \times 10^{-4} &= 50 \times 10^{-4} \times v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{5 \times 10^{-4}}{50 \times 10^{-4}} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

۱۵۴ | ۲

ابتدا شکل مناسبی برای سؤال



رسم می‌کنیم.

میزان تغییر ارتفاع مایع در هر یک از شاخه‌ها با سطح مقطع لوله رابطه عکس دارد. به عبارتی:

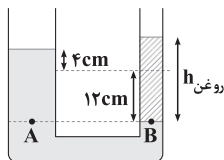
$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

در لوله سمت چپ، آب ۴cm بالا می‌رود، بنابراین آب در لوله سمت راست باید ۱۲cm پایین بیاید، زیرا:

$$\frac{4}{\Delta h_1} = \frac{A}{3A} \Rightarrow \Delta h_1 = 12 \text{ cm}$$

در نتیجه شکل جدید به صورت زیر است.

حال با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} \Rightarrow 1 \times 16 = 0.8 \times h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = 20 \text{ cm}$$

۱۵۵ | ۳ از آن جا که توپ به صورت افقی شوت شده است، بنابراین تنها

نیروی مقاومت هوا و اصطکاک بر روی توپ کار انجام می‌دهند، بنابراین با توجه

به این‌که این دو نیرو در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شوند، داریم:

$$W_t = W_f = -36 \text{ J}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (v_f^2 - (20)^2) = -36 \Rightarrow v_f^2 - 400 = -144$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 256 \Rightarrow v_f = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۶ | ۳ ابتدا کار انجام‌شده روی هر دو قایق را با توجه به

رابطه $W = Fd \cos \theta$ محاسبه می‌کنیم. (قایق سبک‌تر را با شماره (۱) و قایق سنگین‌تر را با شماره (۲) نشان می‌دهیم.)

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{F}{2} d \cos 0^\circ}{\frac{F}{3} d \cos 0^\circ} = \frac{3}{2}$$

حال نسبت برابری کار انجام‌شده روی قایق‌ها را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی به دست می‌آوریم: (سرعت نهایی قایق سبک‌تر را با v_1 و سرعت نهایی قایق سنگین‌تر را با v_2 نشان داده‌ایم.)

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{1}{2} \times 2m \times v_1^2}{\frac{1}{2} \times 3m \times v_2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2v_1^2}{3v_2^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$$



۱۶۰ ۲ با توجه به آن که دستگاه از محیط گرما گرفته، پس $Q = +420 \text{ J}$ است و چون گاز منبسط می شود، کار (W)، منفی است و همچنین با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$|W| = \Delta U + 100 \xrightarrow{W < 0} W = -\Delta U - 100$$

حال با توجه به قانون اول ترمودینامیک می توانیم مقدار تغییر انرژی درونی (ΔU) را بیابیم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = 420 - \Delta U - 100 \Rightarrow 2\Delta U = 320 \Rightarrow \Delta U = 160 \text{ J}$$

۱۶۱ ۴ اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}| = \bar{I}R = 15 \times 10^{-3} \times 1/2 = 15 \times 12 \times 10^{-4} \text{ V}$$

با استفاده از قانون فاراده و رابطه شار مغناطیسی داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = -NB \frac{\Delta A}{\Delta t} \Rightarrow 15 \times 12 \times 10^{-4} = -1 \times 18 \times 10^{-4} \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = 10 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

با استفاده از روش تبدیل واحد زنجیره ای داریم:

$$10 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \times \frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 6 \times 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{min}}$$

۱۶۲ ۲ چون حلقه ها در یک ردیف و به صورت فشرده در کنار هم قرار گرفته اند، طول سیملوله برابر تعداد حلقه ها ضرب در ضخامت سیم (قطر سیم) است.

$$\ell = N \times d = 1000 \times 3 \times 10^{-3} = 3 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{\ell} \Rightarrow 1/6 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times I \times 1000}{0.3} \Rightarrow I = 0.4 \text{ A}$$

۱۶۳ ۲ بزرگی نیروی وارد بر ذره از طرف میدان، ۴۰ درصد افزایش یافته است، بنابراین:

$$F_2 = F_1 + \frac{40}{100} F_1 = F_1 + 0.4 F_1 = 1.4 F_1$$

اندازه سرعت ذره، دو برابر شده است، بنابراین:

$$v_2 = 2v_1$$

بار الکتریکی ذره تغییری نکرده است در نتیجه:

$$q = q_1 = q_2$$

میدان مغناطیسی، ثابت است، پس:

$$B = B_1 = B_2$$

با توجه به رابطه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی در حال حرکت، داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \frac{v_2}{v_1} \times \frac{B_2}{B_1} \times \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1.4 F_1}{F_1} = \frac{|q|}{|q|} \times \frac{2v_1}{v_1} \times \frac{B}{B} \times \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$\Rightarrow 1.4 = 2 \times \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{1.4}{2} = 0.7$$

۱۵۷ ۲ با توجه به رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ در نمودار $L - \theta$ ، شیب نمودار، برابر با $L_1 \alpha$ می باشد، بنابراین برای محاسبه $\frac{\alpha_B}{\alpha_A}$ ، باید شیب نمودار B را به شیب نمودار A تقسیم کنیم.

دقت کنید: در نمودار $L - \theta$ ، عرض از مبدأ خط ها برابر با طول اولیه میله مورد نظر است.

$$\frac{B \text{ شیب}}{A \text{ شیب}} = \frac{L_B}{L_A} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A}$$

$$\Rightarrow \frac{30 - 10}{\frac{\theta}{30 - 25}} = \frac{10}{25} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{10}{25} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \Rightarrow \frac{\alpha_B}{\alpha_A} = \frac{20}{5} \times \frac{25}{10} = 10$$

۱۵۸ ۱ برای آن که آب 90°C به جوش آید، گرمای Q_1 لازم است، بنابراین:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = \frac{200}{1000} \times 4 \times 10 = 8 \text{ kJ}$$

فرض می کنیم که همه بخار آب 100°C به آب 100°C تبدیل شده است، بنابراین در این حالت بخار آب باید گرمای Q_2 را از دست بدهد، بنابراین:

$$Q_2 = -mL_V = -\frac{10}{1000} \times 2500 = -25 \text{ kJ}$$

با توجه به این که $Q_2 > Q_1$ است و اتلاف انرژی نداریم، متوجه می شویم فرضی که کرده ایم، غلط بوده است، پس لازم نیست تمام بخار آب 100°C به آب 100°C تبدیل شود. پس بخار آن قدر میعان پیدا می کند که (8 kJ) گرما از دست بدهد و به آب با دمای 100°C برسد و از طرف دیگر بقیه بخار آب 100°C نیز در ظرف باقی می ماند و نهایتاً در ظرف آب جوش 100°C و بخار 100°C داریم، بنابراین:

$$-8 = -m' L_V \Rightarrow -8 = -m' \times 2500 \Rightarrow m' = 0.0032 \text{ kg} = 3.2 \text{ g}$$

۱۵۹ ۲ ابتدا به کمک رابطه توان، مقدار کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در هر ثانیه را حساب می کنیم:

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{t=1\text{s}} 1200 = \frac{W}{1} \Rightarrow W = 1200 \text{ J}$$

از آن جا که ماشین در هر دقیقه 180 چرخه را طی می کند، پس در هر ثانیه، 3 چرخه طی می شود، یعنی 1200 ژول کار در 3 چرخه انجام شده است، پس در هر چرخه $W = 400 \text{ J}$ است.

گرمای تلف شده در هر چرخه 600 J بوده، بنابراین:

$$Q_H = |W| + |Q_L| = 400 + 600 = 1000 \text{ J}$$

بنابراین بازده این ماشین گرمایی برابر است با:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \times 100 = \frac{400}{1000} \times 100 = 40\%$$



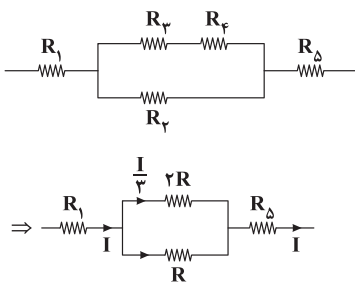
۱۶۸ ۱ هنگامی که مقاومت R را کاهش می‌دهیم، مقاومت معادل مدار (R_{eq}) کاهش یافته و شدت جریانی که از باتری گرفته می‌شود ($I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$)، افزایش می‌یابد.

جریانی که از لامپ L_p می‌گذرد، همان جریانی است که از باتری گرفته می‌شود (چون با مولد متوالی است)، بنابراین نور لامپ L_p افزایش می‌یابد.
با افزایش جریان خروجی از باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری ($V = \mathcal{E} - rI$) کاهش می‌یابد.
اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ‌های L_1 و L_p را به ترتیب با V_1 و V_p نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$V = V_1 + V_p \Rightarrow V_1 = V - R_p I$$

با افزایش I و کاهش V ، مقدار V_1 کاهش یافته و در نتیجه نور لامپ L_1 کاهش خواهد یافت.

۱۶۹ ۳ در مدار زیر، بیشترین جریان از مقاومت‌های R_1 و R_5 می‌گذرد. اگر این دو مقاومت آسیب نبینند، هیچ مقاومت دیگری آسیب نمی‌بیند.



بیشترین توان را روی دو مقاومت R_1 و R_5 در نظر می‌گیریم، داریم:

$$P_1 = P_5 = RI^2 = 54 \text{ W} \quad (*)$$

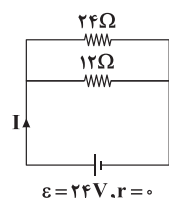
از طرفی حداکثر توان مصرفی کل در مدار داده‌شده برابر با مجموع توان مصرفی تک‌تک مقاومت‌ها است، بنابراین:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

$$\Rightarrow P = RI^2 + \frac{4}{9}RI^2 + \frac{1}{9}RI^2 + \frac{1}{9}RI^2 + RI^2$$

$$\Rightarrow P = \frac{24}{9}RI^2 \xrightarrow{(*)} P = \frac{24}{9} \times 54 = 144 \text{ W}$$

۱۷۰ ۲ با توجه به شکل داده‌شده، دو سر مقاومت‌های 13Ω ، 16Ω و 22Ω دارای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند، بنابراین این سه مقاومت اتصال کوتاه شده‌اند و از مدار حذف می‌شوند و مدار به صورت شکل زیر ساده می‌شود:



۱۶۴ ۲ با توجه به قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی که بارهای q و Q که در فاصله d از یکدیگر قرار دارند، به هم وارد می‌کنند، برابر است با:

$$F = k \frac{|q||Q|}{d^2}$$

۴۰ درصد از بار Q را برداشته و به بار q اضافه می‌کنیم، در این حالت اندازه نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، $1/2$ برابر می‌شود، بنابراین:

$$\begin{cases} |q'| = n|q| \\ |Q'| = \frac{1}{n}|Q| \end{cases} \Rightarrow F' = 1/2 F = k \frac{\frac{1}{n}|Q| \times n|q|}{d^2} \Rightarrow n = 2$$

بار q ، دو برابر شده، بنابراین به اندازه q به آن اضافه شده، در نتیجه داریم:

$$\frac{|Q|}{|q|} = 2/5 \Rightarrow \frac{|Q|}{|q|} = 2/5$$

۱۶۵ ۱ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات این خازن برابر است با:

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{140}{7} = 20 \text{ V}$$

اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات این خازن برابر است با:

$$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d} = \frac{20}{2/5 \times 10^{-3}} = 8 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

اندازه نیروی الکتریکی که از طرف میدان الکتریکی بر یک ذره باردار وارد می‌شود، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$F = E|q|$$

ذره آلفا دارای باری دو برابر بار یک پروتون است، پس اندازه نیروی وارد بر آن در بین صفحات این خازن برابر خواهد بود با:

$$F = E|q| = 8 \times 10^3 \times 2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 2/56 \times 10^{-15} \text{ N}$$

۱۶۶ ۲ نقطه B در فاصله کمتری از دو بار قرار دارد، بنابراین بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها در نقطه B بزرگ‌تر از بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها در نقطه A است. همچنین زاویه بین دو میدان کمتر می‌شود، در نتیجه بزرگی میدان در نقطه B بیشتر از A می‌باشد، یعنی افزایش می‌یابد.

۱۶۷ ۲ ابتدا بار عبوری از هر مقطع این مدار را در مدت زمان ۳۰ دقیقه محاسبه می‌کنیم، بنابراین:

$$q = It \xrightarrow{I = 0.6 \text{ A}, t = 30 \text{ min}} q = 0.6 \times 30 \times 60 = 1080 \text{ C}$$

یکای بار الکتریکی در SI، کولن است و می‌دانیم آمپر - ساعت (Ah)، یک یکای غیر SI برای بار الکتریکی است. هر آمپر - ساعت برابر با ۳۶۰۰ کولن است، پس بار موردنظر برحسب آمپر - ساعت برابر خواهد بود با:

$$q = 1080 \text{ C} \times \frac{1 \text{ Ah}}{3600 \text{ C}} = 0.3 \text{ Ah}$$



۱۷۴ ۳ سرعت در لحظه رسیدن به زمین را v در نظر می‌گیریم، بنابراین در سه ثانیه آخر حرکتش، سرعت از $30 - v$ به v می‌رسد، زیرا شتاب حرکت در حرکت سقوط آزاد، برابر با $10 \frac{m}{s^2}$ می‌باشد. به عبارتی در هر ثانیه $10 \frac{m}{s}$ به اندازه سرعت اضافه می‌شود. با جایگذاری سرعت‌های به دست آمده در معادله مستقل از شتاب، v را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 60 = \frac{v - 30 + v}{2} \times 3$$

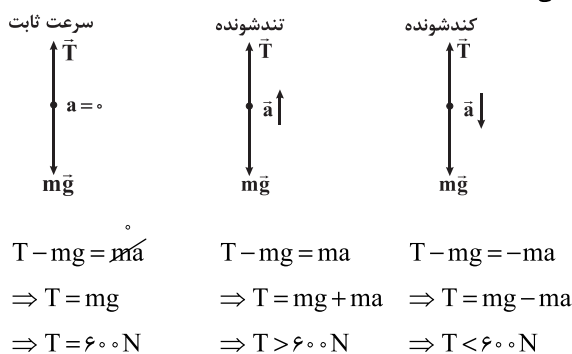
$$\Rightarrow 2v - 30 = 40 \Rightarrow 2v = 70 \Rightarrow v = 35 \frac{m}{s}$$

سرعت گلوله در لحظه رسیدن به زمین برابر با $35 \frac{m}{s}$ است، بنابراین سرعت گلوله در ثانیه آخر از $25 \frac{m}{s}$ به $35 \frac{m}{s}$ می‌رسد و سرعت متوسط گلوله در این بازه زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{25 + 35}{2} = 30 \frac{m}{s}$$

۱۷۵ ۳ شرط تغییر جهت حرکت یک جسم، صفر شدن سرعت آن و تغییر علامت آن است. به عبارتی، جهت حرکت در ریشه‌های غیرمضاعف معادله سرعت برحسب زمان تغییر می‌کند، پس در لحظات $t = 1s$ و $t = 3s$ ، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۱۷۶ ۴ بسته به نحوه بالا رفتن شخص از طناب هر سه گزینه ممکن است درست باشند. اگر شخص با سرعت ثابت از طناب بالا برود، $T = 600 N$ خواهد شد. اگر حرکت شخص به سمت بالا تندشونده باشد، نیروی کشش طناب، بیشتر از وزن شخص خواهد شد و اگر حرکت شخص به بالا کندشونده باشد، نیروی کشش طناب کمتر از وزن شخص خواهد شد. در شکل زیر هر سه حالت را مشاهده می‌کنید:



۱۷۷ ۴ ابتدا به کمک رابطه $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ نیروی خالص وارد بر این جسم را در این بازه زمانی پیدا می‌کنیم:

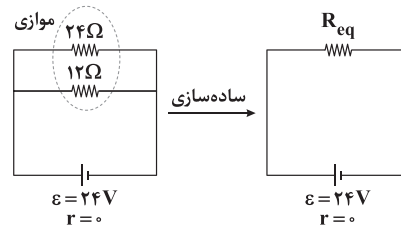
$$t = 0 \Rightarrow p_1 = 1 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$t = 3s \Rightarrow p_2 = 14 \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{14 - 1}{3} = 4 N$$

بنابراین:

با توجه به شکل مدار ساده‌شده، دو مقاومت 12Ω و 24Ω اهمی موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq} = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = \frac{288}{36} = 8 \Omega$$

جریان اصلی مدار (جریان خروجی از باتری) برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24V}{8\Omega + 0} = 3 A$$

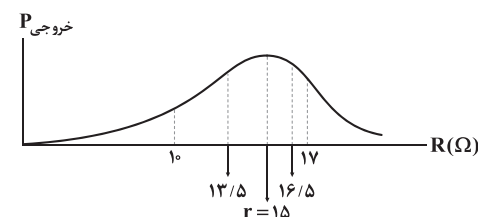
چون مقاومت‌های 12Ω و 24Ω اهمی موازی هستند، می‌دانیم جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها توزیع می‌شود، پس:

$$I_{12\Omega} = 2I_{24\Omega} = 2A$$

۱۷۱ ۳ هنگامی که توان خروجی برای دو مقاومت R_1 و R_2 برابر است، مقاومت درونی باتری، واسطه هندسی دو مقاومت است، بنابراین:

$$r = \sqrt{R_1 \times R_2} = \sqrt{9 \times 25} = 15 \Omega$$

نمودار توان خروجی باتری برحسب مقاومت به شکل زیر است و برای مقاومت $R = 16/5 \Omega$ ، توان خروجی باتری مقدار بیشتری دارد.



۱۷۲ ۲ شروع حرکت با شتاب ثابت اتومبیل B از لحظه سبقت گرفتن اتومبیل A می‌باشد، بنابراین در دومین سبقت، جابه‌جایی دو اتومبیل با هم برابر است. در این مدت، اتومبیل A با سرعت ثابت و اتومبیل B با شتاب ثابت حرکت می‌کند، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_1 \times t = \frac{v_1' + v_2'}{2} \times t$$

مدت‌زمان حرکت برای هر دو اتومبیل، یکسان است، پس از هر دو طرف معادله ساده می‌شود، بنابراین:

$$v_1 = \frac{v_1' + v_2'}{2} \Rightarrow 20 = \frac{10 + v_2'}{2} \Rightarrow v_2' = 30 \frac{m}{s}$$

۱۷۳ ۳ در حرکت با شتاب ثابت، هرگاه اندازه جابه‌جایی متحرک در دو بازه زمانی با هم یکسان باشد، نقطه تقارن (لحظه صفر شدن سرعت) برابر با میانگین لحظه اول بازه زمانی اول و لحظه آخر بازه زمانی دوم قرار دارد، بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 2s \text{ تا } t = 4s \text{ : دو ثانیه دوم} \\ t = 6s \text{ تا } t = 8s \text{ : دو ثانیه چهارم} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{میانگین}} t_{\text{تقارن}} = \frac{2+8}{2} = 5s$$

پس در لحظه $t = 5s$ سرعت متحرک، صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2 \times 5 + v_0 \Rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s}$$



با توجه به رابطه بزرگی نیروی فنر داریم:

$$F_e = k|x| = k(l_1 - l_0)$$

$$\left\{ \begin{aligned} F_{e_1} &= k(l_1 - l_0) \Rightarrow 20 = k(43 - l_0) \\ F_{e_2} &= k(l_0 - l_2) \Rightarrow 25 = k(l_0 - 28) \end{aligned} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{جمع روابط}} 20 + 25 = k(43 - 28) \Rightarrow k = 3 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

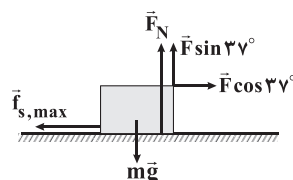
۱۷۹ ۲ در سؤال عنوان شده، حداکثر چند سانتی متر دیگر فنر را

می توان کشید تا جسم ساکن بماند؟ «یعنی تا جایی مجاز به اضافه کردن نیرو هستیم که جسم در آستانه حرکت قرار بگیرد ولی شروع به حرکت نکند.»

فرض می کنیم با نیروی اعمالی $\vec{F}$ به فنر، جسم در آستانه حرکت قرار می گیرد. پس خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N + F \sin 37^\circ = mg$$

$$\Rightarrow F_N = 16 \times 10 - 0.6F = 160 - 0.6F \quad (*)$$



دو نیروی $\vec{f}_{s,\text{max}}$ و $\vec{F} \cos 37^\circ$ باید در راستای x یکدیگر را خنثی کنند تا جسم حرکت نکند. در نتیجه:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F \cos 37^\circ - f_{s,\text{max}} = 0$$

$$\Rightarrow f_{s,\text{max}} = F \cos 37^\circ \Rightarrow F_N \mu_s = F \cos 37^\circ$$

$$\xrightarrow{(*)} (160 - 0.6F) \times 0.5 = 0.8F \Rightarrow 80 - 0.3F = 0.8F$$

$$\Rightarrow 80 = 0.8F + 0.3F = 1.1F \Rightarrow F = \frac{80}{1.1} = 72.72 \text{ N}$$

محاسبه تغییرات طول فنر (Δx):

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{72.72 - 22.72}{\Delta x} = 125$$

$$\Rightarrow \frac{50}{\Delta x} = 125 \Rightarrow \Delta x = \frac{50}{125} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

۱۸۰ ۲ طول پاره خط نوسان، دو برابر دامنه نوسان است؛ پس داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{طول پاره خط} &= 20 \text{ cm} \\ \text{طول پاره خط} &= 2A \end{aligned} \right. \Rightarrow 20 \text{ cm} = 2A \Rightarrow A = 10 \text{ cm}$$

شتاب نوسانگر در فواصل زمانی $\frac{T}{4}$ دوباره صفر می شود، پس می توان نوشت:

$$\frac{T}{4} = 0.4 \Rightarrow T = 1.6 \text{ s}$$

با داشتن دوره تناوب (T)، مقدار ω را محاسبه می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=1.6\text{s}} \omega = \frac{2\pi}{1.6} = \frac{5\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

نیروی خالص وارد بر جسم در این بازه زمانی ۲ نیوتون بوده است. حالا می توانیم به کمک قانون دوم نیوتون شتاب جسم را پیدا کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

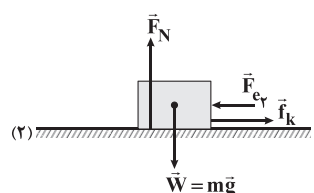
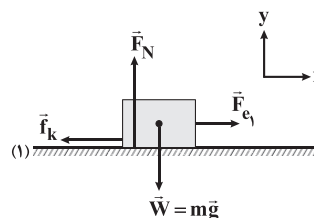
حالا به کمک معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه جایی جسم را پیدا می کنیم. البته باید ابتدا سرعت اولیه جسم را داشته باشیم که به کمک رابطه $p = mv$ در لحظه $t = 0$ داریم:

$$p = mv \xrightarrow{t=0 \Rightarrow p_1 = \lambda \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}} \lambda = 3v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{\lambda}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = \frac{\lambda}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}, t = 3\text{s}} \Delta x = \frac{1}{2} \times \frac{\lambda}{3} \times 3^2 + \frac{\lambda}{3} \times 3 = \lambda = 11 \text{ m}$$

۱۷۸ ۴ در هر دو شکل، نیروی عمودی تکیه گاه برابر است با:



$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح در هر دو شکل، برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 50 \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$$

توجه کنید که هم نیروی تکیه گاه و هم ضریب اصطکاک جنبشی در شکل های

(۱) و (۲) یکسان اند، بنابراین در نتیجه یکسان بودن شرایط، مقدار نیروی

اصطکاک جنبشی نیز در هر دو شکل، یکسان خواهد بود.

اندازه نیروی فنر در شکل (۱) برابر است با:

$$F_{\text{net}} = ma_1$$

$$\Rightarrow F_{e_1} - f_k = ma_1 \Rightarrow F_{e_1} - f_k = 5 \times 2 \Rightarrow F_{e_1} - 10 = 10$$

$$\Rightarrow F_{e_1} = 20 \text{ N}$$

در شکل (۲)، چون شتاب حرکت در خلاف جهت محور x است، پس علامت

آن منفی می باشد و برای این حالت خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma_2 \Rightarrow -F_{e_2} + f_k = ma_2 \Rightarrow -F_{e_2} + 10 = 5 \times (-3)$$

$$\Rightarrow F_{e_2} = 25 \text{ N}$$



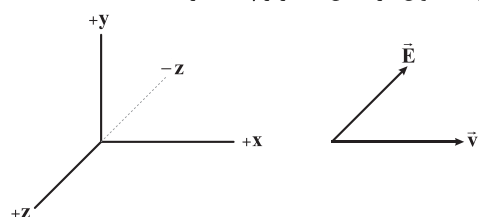
سرعت صوت و تغییرات زمانی را داریم، پس می‌توانیم فاصله L_p و L_1 را محاسبه کنیم.

$$v = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta t = 0.1s}{v = 340 \frac{m}{s}} \rightarrow 340 = \frac{2L_1}{0.1} \Rightarrow L_1 = 17m \\ \frac{v = 340 \frac{m}{s}}{\Delta t = 0.2s} \rightarrow 340 = \frac{2L_p}{0.2} \Rightarrow L_p = 34m \end{cases}$$

حداقل فاصله بین دو دیوار برابر است با:

$$L = L_1 + L_p = 17 + 34 = 51m$$

شرایط سؤال در شکل‌های زیر پیاده‌سازی شده‌اند:



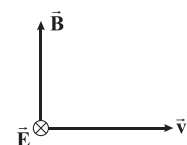
یادآوری نحوه استفاده از قانون دست راست:

(۱) چهار انگشت دست راست ← در جهت $\vec{E}$

(۲) کف دست (یا جهت بسته شدن چهار انگشت به سوی $\vec{B}$) ← در جهت $\vec{B}$

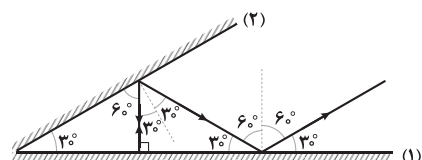
(۳) انگشت شست ← در جهت $\vec{v}$

طبق قاعده دست راست، اگر جهت بردار سرعت در جهت $(+x)$ ، جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ در جهت $(-z)$ باشند، جهت $\vec{B}$ باید در جهت $(+y)$ باشد.



(۱۸۴) با ورود موج به بخش کم عمق‌تر، تندی موج سطحی و در نتیجه طول موج آن‌ها که برابر با فاصله بین جبهه‌های موج است، کاهش می‌یابند ولی بسامد و دوره امواج هم‌چنان ثابت می‌مانند.

(۱۸۵) با استفاده از قانون بازتاب عمومی و برابر بودن زاویه تابش و زاویه بازتابش، ادامه مسیر حرکت پرتوی نور را رسم می‌کنیم. به شکل زیر توجه کنید:



مطابق شکل بالا، این پرتوی نور در مجموع دو مرتبه با آینه (۱) برخورد می‌کند (رد گزینه‌های (۱) و (۳)) و در نهایت با آینه (۲) موازی می‌شود (رد گزینه (۴)).

(۱۸۶) با توجه به انرژی هر فوتون، مدت زمان لازم را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{E}{t} \quad E = nhf \rightarrow P = \frac{nhf}{t} \quad f = \frac{c}{\lambda} \rightarrow P = \frac{nhc}{\lambda t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{nhc}{\lambda P} \quad \begin{matrix} n = 4 \times 10^{22} \\ c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \\ \lambda = 400 \text{ nm} \\ P = 200 \text{ W} \end{matrix} \rightarrow t = \frac{4 \times 10^{22} \times 3 \times 10^8 \times 400 \times 10^{-9}}{200} = 90 \text{ s} \Rightarrow t = 1.5 \text{ min}$$

با توجه به این‌که اتلاف انرژی نداریم، مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است، پس داریم:

$$U + K = E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow U + K = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

$$\frac{U = \frac{1}{2}K}{v_{\max} = A\omega} \rightarrow \frac{1}{2}K + K = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}K = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}mv_{\max}^2\right) = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow v = \frac{1}{2}A\omega$$

$$\frac{A = 0.1m}{\omega = \frac{5\pi \text{ rad}}{s}} \rightarrow v = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \frac{5\pi}{1} \Rightarrow v = \frac{\pi}{16} \frac{m}{s}$$

(۱۸۱) با توجه به شکل سؤال داریم $\frac{3\lambda}{4} = 150 \text{ cm}$ ، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{3\lambda}{4} = 150 \text{ cm} = 1.5 \text{ m} \Rightarrow 3\lambda = 6 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

با داشتن مقدار $\lambda = 2 \text{ m}$ می‌توان T را محاسبه کرد:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v}$$

$$\frac{v = 50 \frac{\text{cm}}{s} = \frac{1}{2} \frac{m}{s}}{\lambda = 2 \text{ m}} \rightarrow T = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \text{ s} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

با توجه به جهت انتشار موج (سمت چپ)، ذره B به طرف پایین در حال حرکت است.

می‌دانیم در لحظه‌هایی که ذره نوسان‌کننده از مرکز تعادل خود عبور می‌کند، شتابش صفر است.

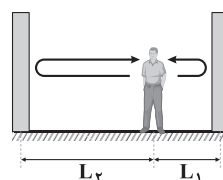
محاسبه لحظه‌ای که برای بار دوم شتاب نوسانی ذره B صفر می‌شود:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} = \frac{7T}{12}$$

$$\xrightarrow{T = 4 \text{ s}} \Delta t = \frac{7 \times 4}{12} = \frac{7}{3} \text{ s} \Rightarrow t = \frac{7}{3} \text{ s}$$

(۱۸۲) حداقل تأخیر زمانی بین صوت مستقیم اولیه و پژواک

باید $\frac{1}{8} \text{ s}$ باشد تا گوش انسان، پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمیز دهد. چون حداقل فاصله بین دو دیوار خواسته شده است، برای این‌که شخص بتواند هر دو صدا را تشخیص دهد، باید پژواک بازتابیده از دیوار نزدیک‌تر، $\frac{1}{8} \text{ s}$ ثانیه بعد و پژواک بازتابیده از دیوار دورتر، $\frac{1}{2} \text{ s}$ ثانیه بعد (یعنی $\frac{1}{8} \text{ s}$ ثانیه دیرتر از پژواک اول) به شخص برسد. برای درک بهتر این شرایط به شکل زیر دقت کنید.





شیمی

۱۹۱ ۴ هشتمین عنصر واسطه جدول دوره‌ای ${}_{28}\text{Ni}$ است، روش گیاه پلاایی برای استخراج فلز نیکل مقرون به صرفه نیست.

۱۹۲ ۱ فرمول شیمیایی اتانول به صورت $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ است.

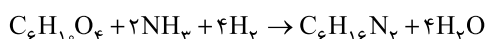
$$? \text{ atom} = 1 \text{ drop} \times \frac{3 \text{ mL}}{60 \text{ drop}} \times \frac{0.92 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol}}{46 \text{ g}} \\ \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \times \frac{9 \text{ atom}}{1 \text{ molecule}} = 5.4 \times 10^{21} \text{ atom}$$

۱۹۳ ۳ 10° عنصر در جدول دوره‌ای وجود دارد که اتم آن‌ها دارای

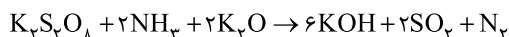
10° الکترون با $l=2$ (زیرلایه d) است. این 10° عنصر از ${}_{29}\text{Cu}$ تا ${}_{38}\text{Sr}$ را شامل می‌شود.

12° عنصر در جدول دوره‌ای وجود دارد که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به $4s$ ختم می‌شود. این 10° عنصر از ${}_{19}\text{K}$ تا ${}_{30}\text{Zn}$ را شامل می‌شود.

۱۹۴ ۴ واکنش‌های گزینه‌های (۳) و (۴) از نوع اکسایش-کاهش هستند.



مجموع ضرایب: $1+2+4+1+4=12$



مجموع ضرایب: $1+2+2+6+2+1=14$

۱۹۵ ۴ ابتدا حجم مولی گازها در دمای 18°C و فشار 2 atm را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22.4}{273} = \frac{2 \times V_2}{(182+273)} \Rightarrow V_2 = \frac{5}{3} \times 11.2 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$$

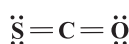
$$? \text{ g O}_3 = 1 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{\frac{5}{3} \times 11.2 \text{ L}} \times \frac{48 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = \frac{18}{7} \text{ g O}_3$$

$$\frac{18}{7} \text{ g N}_2\text{O}_4 = x \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{22.4 \text{ L}} \times \frac{92 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \Rightarrow x \approx 0.63 \text{ L}$$

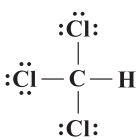
۱۹۶ ۲ در هیدروژن سیانید (HCN) و کربنات (CO_3^{2-}) فقط یک پیوند چندگانه وجود دارد:



در کربونیل سولفید تمامی پیوندها چندگانه است:



در کلروفرم تمامی پیوندها یگانه است:



در اتم هیدروژن، انرژی الکترون در تراز n به صورت زیر است:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \begin{cases} n=2 \rightarrow E_2 = -\frac{1}{4} E_R = -\frac{1}{4} \text{ ریذبرگ} \\ n=3 \rightarrow E_3 = -\frac{1}{9} E_R = -\frac{1}{9} \text{ ریذبرگ} \end{cases}$$

۱۸۸ ۲ با توجه به شکل سؤال، ۳ شکم در تار ایجاد شده است،

پس هماهنگ سوم است. به کمک رابطه $f_n = \frac{nv}{\lambda}$ ، سرعت انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{\lambda} \Rightarrow 300 = \frac{3 \times v}{2 \times 1/2} \Rightarrow v = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال از طریق رابطه $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ ، اندازه نیروی وارد بر تار (F) را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 240 = \sqrt{\frac{F \times 1/2}{4 \times 10^{-3}}} \Rightarrow 240 \times 240 = \frac{F \times 1/2}{4 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{4 \times 240 \times 240}{1/2} = 192 \text{ N}$$

بنابراین: $F = mg \Rightarrow 192 = m \times 10 \Rightarrow m = 19.2 \text{ kg} \Rightarrow m = 19200 \text{ g}$

۱۸۹ ۲ ابتدا نیمه‌عمر را محاسبه می‌کنیم.

$$1728 \xrightarrow{T} 864 \xrightarrow{T} 432 \xrightarrow{T} 216$$

$$3T = 24 \Rightarrow T = 8 \text{ روز}$$

حال در مدت ۱۶ روز خواهیم داشت:

$$1728 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 864 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 432$$

بنابراین $1728 - 432 = 1296$ تا از هسته‌ها واپاشیده است، پس:

$$\frac{1296}{1728} \times 100 = 75\%$$

۱۹۰ ۴ ابتدا دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و اصطکاک را با استفاده از

قوانین نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 + mg = 35 + 10 \text{ m}$$

$$F_{\text{net}_x} = ma \Rightarrow F_2 - f_k = ma \Rightarrow 55 - f_k = 4m \Rightarrow f_k = 55 - 4m$$

نیروی سطح ($\vec{R}$) برابرند دو نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک است، بنابراین:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow 75 = \sqrt{(35 + 10m)^2 + (55 - 4m)^2}$$

با چک کردن گزینه‌ها عدد $m = 2/5 \text{ kg}$ در معادله صدق می‌کند.



$$\frac{672 \times 10^3 \text{ L} \times \frac{60}{100} \times \frac{75}{100}}{2 \times 22/4} = \frac{x \text{ g}}{1 \times 194}$$

$$\Rightarrow x = 1/3095 \times 10^6 \text{ g} \equiv 1/3095 \text{ ton } C_1H_1O_4$$

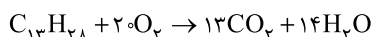
۲۰۱ به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

در شرایط یکسان، پتاسیم در مقایسه با فلزهای سدیم و لیتیم، آسان تر الکترون از دست می دهد.

۲۰۲ بر اثر سوختن یک مول از هیدروکربن هایی که فرمول مولکولی

آنها به صورت C_nH_n است، n مول CO_2 و $\frac{n}{2}$ مول H_2O تولید می شود. فرمول مولکولی بنزن، اتین، استین و دکان به ترتیب به صورت C_6H_6 ، C_2H_2 ، C_8H_8 و $C_{10}H_{22}$ است. بنابراین به جز دکان، سایر هیدروکربنها ویژگی مورد نظر سؤال را دارند.

۲۰۳ فرمول مولکولی آلکان مورد نظر به صورت $C_{13}H_{28}$ است.



$$\frac{\text{مجموع جرم فراورده ها}}{\text{جرم اکسیژن مصرفی}} = \frac{13(44) + 14(18)}{20(32)} = \frac{572 + 252}{640} = 1/2875$$

۲۰۴ بررسی عبارتهاک نادرست:

پ) وازلین ($C_{25}H_{52}$) در مقایسه با گریس ($C_{18}H_{38}$) چسبنده تر است. ت) از واکنش Fe_2O_3 با C و نیز با گاز CO، گاز CO_2 به دست می آید.

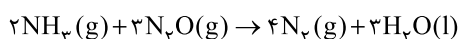
۲۰۵ بطریقی از پلی اتیلن ترفتالات $(C_{10}H_8O_4)_n$ و درب آن از پلی اتیلن $(C_2H_4)_n$ ساخته شده است:

$$\%C_{PET} = \frac{10(12)}{10(12) + 8(1) + 4(16)} \times 100 = \%62/5$$

$$\%C_{PE} = \frac{2(12)}{2(12) + 4(1)} \times 100 = \%60$$

$$C \text{ جرم مجموع} = (\%62/5 \times 12) + (\%60 \times 4/2) = 7/5 + 3/6 = 11/16$$

۲۰۶ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، کافیت تغییرات زیر را بر روی واکنش های داده شده اعمال کنیم.

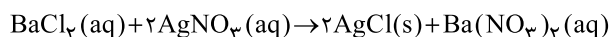
ضرایب واکنش b را در $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم.

ضرایب واکنش a را در ۳ ضرب کنیم.

واکنش c را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{3}{4}$ ضرب کنیم و هر سه واکنش را با هم جمع کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = \frac{1}{3}\Delta H_b + 3\Delta H_a - \frac{3}{4}\Delta H_c = \frac{1}{3}(-1528) + 3(-368) - \frac{3}{4}(-572) = -1010 \text{ kJ}$$

۱۹۷ ۳ معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



شماری از یون های Cl^- با یون های Ag^+ واکنش داده و رسوب $AgCl$ تولید می شود.

در محلول $0/8$ مولار $BaCl_2$ ، غلظت یون Cl^- برابر $1/6 = 0/8 \times 2$ مولار است. به همین ترتیب در محلول $AgNO_3$ ، غلظت یون Ag^+ برابر با غلظت نقره نیترات است:

$$Cl^- \text{ مول های } 40 \text{ mL} \times 1/6 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 64 \times 10^{-3} \text{ mol } Cl^-$$

$$Ag^+ \text{ مول های } 110 \text{ mL} \times 0/2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 22 \times 10^{-3} \text{ mol } Ag^+$$

واضح است که به اندازه شمار مول های Ag^+ که کمتر است رسوب نقره کلرید تولید می شود.

$$Cl^- \text{ شمار مول های باقی مانده } (64 \times 10^{-3}) - (22 \times 10^{-3}) = 42 \times 10^{-3} \text{ mol } Cl^-$$

$$[Cl^-]_{\text{نهایی}} = \frac{42 \times 10^{-3} \text{ mol}}{(40 + 110) \times 10^{-3} \text{ L}} = 0/28 \text{ mol.L}^{-1}$$

۱۹۸ ۴ بررسی سایر گزینه ها:

۱) با استفاده از تقطیر نمی توان ترکیب های آلی فرار را از آب آلوده جدا کرد. ۲) با توجه به این که منیزیم سولفات محلول در آب است، باید گفت میانگین نیروی پیوند یونی در منیزیم سولفات و پیوندهای هیدروژنی در آب، کوچک تر از نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول ایجاد شده است. ۳) آب می تواند بسیاری از ترکیب های یونی و مواد مولکولی را در خود حل کند.

۱۹۹ ۲ نخست جرم NH_4NO_3 موجود در محلول $0/8$ درصد جرمی از این نمک را به دست می آوریم:

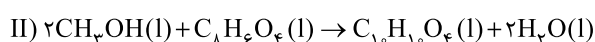
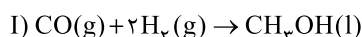
$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 0/8 = \frac{x \text{ g}}{4000 \text{ g}} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 3/2 \text{ g}$$

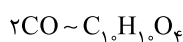
$$\frac{3/2 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{80 \text{ g}}}{\text{مول حل شونده}} = \frac{\text{مول محلول (L)}}{\text{غلظت مولی}} \Rightarrow 0/1 = \frac{y \text{ L}}{3/2 \text{ g}}$$

$$\Rightarrow y = 0/4 \text{ L} \equiv 400 \text{ mL}$$

۲۰۰ ۳ معادله واکنش های انجام شده به صورت زیر است:



اگر ضرایب واکنش (I) را در عدد ۲ ضرب کنیم، ضریب ماده مشترک دو واکنش (CH_3OH) یکسان می شود. در این صورت می توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:





$$\text{pH} = 1/4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/4} = 10^{-0.25}$$

$$= 4 \times 10^{-2} \text{ M}$$

$$K_a = \frac{[H^+].[A^-]}{[HA]_{\text{رقیق}} - [H^+]} \Rightarrow \frac{(4 \times 10^{-2})(4 \times 10^{-2})}{[HA]_{\text{رقیق}} - (4 \times 10^{-2})}$$

$$\Rightarrow [HA]_{\text{رقیق}} = 0.12 \text{ M}$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$M_{\text{رقیق}} \cdot V_{\text{رقیق}} = M_{\text{غلظ}} \cdot V_{\text{غلظ}} \Rightarrow 0.4 \times 600 = 0.12 \times V_{\text{رقیق}}$$

$$V_{\text{رقیق}} = 2000 \text{ mL} \Rightarrow V_{H_2O} = 2000 - 600 = 1400 \text{ mL}$$

$$\text{pH} \text{ محلول نهایی نشان می‌دهد که با یک محلول بازی سر و}$$

کار داریم. یعنی باز اضافه شده $(Ba(OH)_2)$ به طور کامل HI را مصرف می‌کند. فرض کنیم حجم باریم هیدروکسید اضافه شده V لیتر باشد.

$$HI \text{ در } H^+ \text{ مول: } 0.5 \text{ L} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol } H^+$$

$$Ba(OH)_2 \text{ در } OH^- \text{ مول: } V \text{ L} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 2V \times 10^{-3} \text{ mol } OH^-$$

$$= V \times 10^{-2} \text{ mol } OH^-$$

$$OH^- \text{ موجود در محلول نهایی: } (V + 0.5) \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$= (V + 0.5) \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$= (V + 0.5) \times 2 \times 10^{-3} = (2V + 1) \times 10^{-3}$$

مول OH^- موجود در محلول نهایی برابر با تفاوت مول H^+ موجود در HI و

مول OH^- موجود در $Ba(OH)_2$:

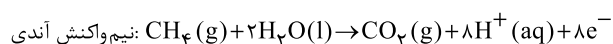
$$(2V + 1) \times 10^{-3} = (V \times 10^{-2}) - (5 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow 10^{-3} (2V + 1) = (10V - 5) \times 10^{-3}$$

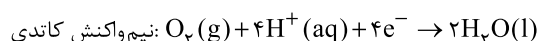
$$\Rightarrow 2V + 1 = 10V - 5 \Rightarrow 6 = 8V \Rightarrow V = \frac{6}{8} \text{ L} \equiv 0.75 \text{ mL}$$

$$\text{نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی سلول سوختی متان به صورت}$$

زیر است:



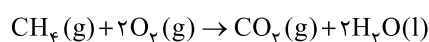
مجموع ضرایب: $1 + 2 + 1 + 8 + 8 = 20$



اگر ضرایب نیم‌واکنش کاتدی را در عدد ۲ ضرب کنیم، ضریب e^- در

نیم‌واکنش‌ها یکسان می‌شود. با جمع کردن نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی،

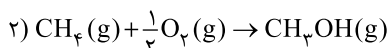
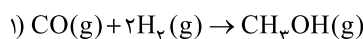
واکنش کلی سلول به صورت زیر خواهد بود:



در صورتی که در مجموع یک مول از واکنش دهنده‌ها مصرف شود، گرمای مبادله شده برابر است با:

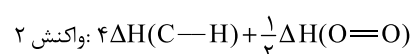
$$1 \text{ mol واکنش دهنده‌ها} \times \frac{1010 \text{ kJ}}{(2+2) \text{ mol واکنش دهنده‌ها}} = 202 \text{ kJ}$$

۱ ۲۰۷ مطابق داده‌های سؤال تفاوت آنتالپی دو واکنش زیر مورد نظر است:



کافیست تفاوت مجموع آنتالپی‌های پیوند واکنش دهنده‌های دو واکنش را حساب کنیم:

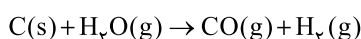
$$1) \Delta H(C \equiv O) + 2\Delta H(H-H) = 1080 + 2(435) = 1950 \text{ kJ}$$



$$= 4(415) + \frac{1}{2}(500) = 1910 \text{ kJ}$$

تفاوت دو عدد به دست آمده برابر با ۴۰ kJ است.

$$4) 208 \text{ معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:}$$



$$? \text{ mol } H_2O \text{ (مصرف شده)} = \frac{1}{2} h \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol}}{1 \text{ s}}$$

$$= 36 \text{ mol } H_2O$$

$$\frac{800 \text{ g } C \times \frac{P}{100}}{1 \times 12} = \frac{36 \text{ mol } H_2O}{1} \Rightarrow \%P = 54$$

$$3) 209 \text{ ساختار داده شده مربوط به استر اتیل بنزوات است که از}$$

اتانول (الکل) و بنزوئیک اسید (اسید آلی) ساخته شده است.

$$(C_7H_5OH) \text{ در اتانول } H \text{ درصد جرمی} = \frac{6(1)}{2(12) + 6(1) + 16} \times 100$$

$$= \frac{6}{23} \times 100$$

$$(C_7H_6O_2) \text{ در بنزوئیک اسید } O \text{ درصد جرمی} = \frac{2(16)}{7(12) + 6(1) + 2(16)}$$

$$\times 100 = \frac{16}{61} \times 100$$

نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{3}{23} = \frac{3}{23} \times \frac{61}{16} = 0.50$$

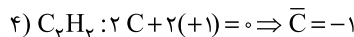
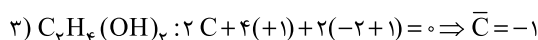
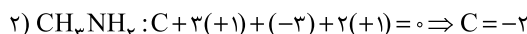
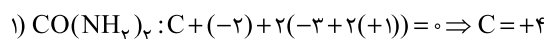
$$2) 210$$

$$[H^+] = [A^-] = \alpha[HA] = 0.2 \times 0.4 = 8 \times 10^{-2} \text{ M}$$

$$K_a = \frac{[H^+].[A^-]}{[HA]} = \frac{(8 \times 10^{-2})(8 \times 10^{-2})}{0.4 - (8 \times 10^{-2})} = 0.02$$



۲۱۳ بررسی گزینه‌ها: ۱



۲۱۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

در ارتباط با درستی عبارت‌های سوم و چهارم می‌توان گفت:

- در حلی پس از ایجاد خراش، قلع محافظت شده و آهن خورده می‌شود. این مطلب نشان می‌دهد که پتانسیل کاهش آهن در مقایسه با قلع، منفی‌تر است.
- در سلول آبکاری، جسمی که به قطب منفی باتری متصل است، در نقش کاتد ظاهر شده و همان جسمی است که آبکاری بر روی آن انجام شده و جرم آن افزایش می‌یابد.

۲۱۵ ۳ عنصرهای A، D، X و E به ترتیب همان F ، O ، Li و Si هستند.

ترکیب حاصل از E و A (یا همان SiO_2) برخلاف ۳ ترکیب دیگر که یونی هستند، جامد کووالانسی بوده و آنتالپی شبکه بلور آن بیشتر است.

۲۱۶ ۴ مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی

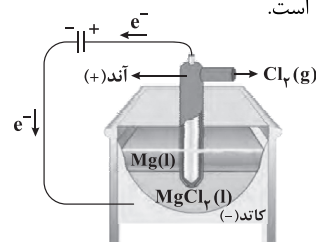
فلزها ارائه شده است.

۲۱۷ ۲ فقط مورد دوم درست است.

• A فراورده اصلی برقکافت (Mg(l)) و X همان الکترولیت سلول $(\text{MgCl}_2(\text{l}))$ است.

• جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی از b به a است.

• X قطب منفی و Y قطب مثبت باتری است.



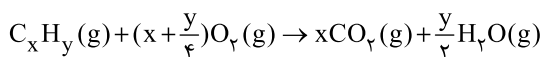
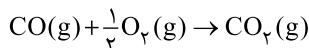
۲۱۸ ۱ بررسی عبارت‌ها:

- برای رد این عبارت می‌توان گفت در صورتی که تعادل اولیه در اثر تغییر حجم سامانه به هم خورده باشد رابطه $b - y = 3(a - x)$ برقرار نیست.
- در صورتی که تعادل اولیه در اثر افزودن مقداری $\text{NH}_3(\text{g})$ به سامانه واکنش، به هم خورده باشد باز هم رابطه‌های $a < x$ ، $b < y$ و $c < z$ برقرار خواهد بود.
- فرایند هابر، گرماده است و در تعادل‌های گرماده با کاهش دما، مقدار K افزایش می‌یابد یعنی می‌توان نوشت:

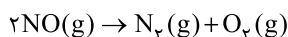
$$\frac{z^2}{xy^3} > \frac{c^2}{ab^3} \Rightarrow az^2b^3 > xc^2y^3$$

۲۱۹ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

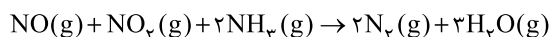
- واکنش‌های مربوط به حذف یا کاهش آلانیدهای CO و C_xH_y در هر دو مبدل یکسان است.



- واکنش مربوط به حذف NO در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی به صورت زیر است:



- واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها نادرست:

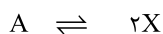
- در واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، عدد اکسایش اکسیژن ثابت و برابر ۲- است.

- شمار فراورده‌های به دست آمده از واکنش‌های انجام شده در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی برابر ۴ (H_2O ، CO_2 ، N_2 ، O_2) و در مبدل دیگر برابر ۳ (H_2O ، CO_2 ، N_2) است.

۲۲۰ ۲ ابتدا مقدار K را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{[\text{X}]^2}{[\text{A}]} = \frac{(\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{4})^1} = 16$$

- با توجه به این‌که دما ثابت است، مقدار K تغییر نمی‌کند. با افزودن مقداری A، واکنش در جهت رفت، یعنی در جهت مصرف A پیش‌روی می‌کند تا به تعادل جدید برسد.



۲: تعادل اولیه (مول) ۸

۲+۲-x: تعادل جدید (مول) ۸+۲x

$$K = \frac{(\frac{8+2x}{2})^2}{(\frac{4-x}{2})^1} = 16 \Rightarrow \frac{(8+2x)^2}{4-x} \times \frac{2}{4} = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(8+2x)^2}{(4-x)} = 32 \Rightarrow 64 + 4x^2 + 32x = 128 - 32x$$

$$\Rightarrow x^2 + 16x - 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{-16 \pm \sqrt{320}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-16 \pm 4\sqrt{20}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.9 \text{ ق ق} \\ x_2 = -16.9 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$[\text{X}]_{\text{تعادل جدید}} = \frac{8+2(0.9)}{2} = 4.9$$