



آزمون ۱۴ از ۱۴

دفترچه شماره ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

شماره داوطلبی:

نام خانوادگی:

نام:

صبح جمعه
۱۴۰۱/۰۳/۲۷

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت چهارم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

ویژه پایه دوازدهم

۱۰۱- مجموع تمام جملات منفی دنباله $a_n = 4n^2 - 36n + 65$ با جمله سی و پنجم دنباله بازگشتی $b_{n+1} = b_n + (n+1); b_1 = 1$ کدام است؟

- (۱) ۶۵۸ (۲) ۶۸۵
(۳) ۵۶۸ (۴) ۵۸۶

۱۰۲- به ازای چند عدد صحیح m ، نمودار سهمی با معادله $f(x) = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ بالای محور x ها قرار نمی گیرد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳
(۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۳- در یک باشگاه ورزشی با ۴۲ بازیکن، ۱۵ نفر عضو تیم تکواندو و ۱۲ نفر عضو تیم کشتی و ۲۲ نفر هم عضو هیچ یک از این دو تیم نیستند و در بقیه تیم های ورزشی فعالیت دارند. چند نفر فقط عضو تیم تکواندو هستند؟

- (۱) ۹ (۲) ۸
(۳) ۷ (۴) ۵

۱۰۴- حاصل نهایی عبارت $\sqrt[9]{\frac{x-3}{x} + \frac{3x-1}{x^3}}$ ، به ازای $x = \sqrt{2} - 1$ چقدر است؟

- (۱) $-\sqrt[6]{2}$ (۲) $\sqrt[6]{2}$
(۳) $-\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۰۵- شیب و عرض از مبدأ نمودار تابع خطی $f(x)$ به ترتیب برابر کمترین و بیشترین مقدار تابع $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{(2\sin\frac{x}{2}-3)}$ است.

حاصل $f(3) + g\left(\frac{-\pi}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۲
(۳) ۵۴ (۴) ۵۶

۱۰۶- در یک دنباله حسابی که ۱۰۰ جمله دارد، مجموع ۵ جمله اول ۶۲ و مجموع ۵ جمله آخر ۱۳۸ است. مجموع تمام جملات کدام است؟

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۲۵۰۰
(۳) ۴۰۰۰ (۴) ۴۵۰۰

۱۰۷- جمعیت شهری به طور ثابت هر سال یک درصد کاهش می یابد. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر، نصف جمعیت فعلی آن می شود؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 99 = 1.995$)

- (۱) ۵۵ (۲) ۵۰
(۳) ۶۵ (۴) ۶۰

۱۰۸- با فرض $\pi = 3$ حجم یک مخروط با ارتفاع ۸ برابر ۲۸۸ است. اندازه محیط قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط بر حسب رادیان، چقدر با اندازه مساحت آن اختلاف دارد؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۱۴
(۳) ۱۲۴ (۴) ۱۴۲

۱۰۹- نقطه برخورد نمودارهای دو تابع $h(x) = 4^x$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x + \frac{3}{4}$ بر نمودار تابع $f(x) = -1 + \log(4x^2 - 3a)$

واقع است. a کدام است؟

- (۱) ۳۳۳ (۲) -۳۳۳
(۳) ۹۹۹ (۴) -۹۹۹

۱۱۰- حاصل را $\sin x \cdot \cos^5 x - \cos x \cdot \sin^5 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ را A و با فرض $\tan 15^\circ = 0.28$ حاصل

را B در نظر می‌گیریم. $8A - 9B$ کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۲۵
(۳) ۱۸ (۴) ۱۷

۱۱۱- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{a(x-1)} ; x > 1 \\ 2b + \cos \pi x ; x = 1 \\ \frac{x^3 + \lfloor \frac{x-1}{2} \rfloor}{|x - \sqrt{x}|} ; x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته است. مقدار $f(3a - b)$ کدام است؟

(ضابطه سوم شامل جزء صحیح و قدر مطلق است.)

- (۱) ۹ (۲) -۹
(۳) ۶ (۴) -۶

۱۱۲- اگر $f(x) = \sqrt{1-x} - 1$ باشد، مساحت محدود به نمودار تابع $g(x) = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x) + 4$ و محور x ها چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸
(۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۱۳- اگر $y = 2f(x-1) - 3 ; [3, 5] \rightarrow [-1, 3]$ باشد، آنگاه اجتماع دامنه و برد تابع $y = -3 - 3f(1 - \frac{x}{4})$ چند عضو

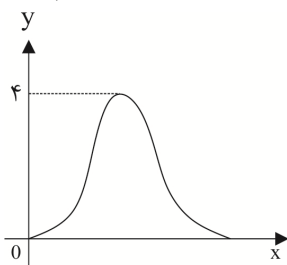
صحیح دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰
(۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۱۴- نمودار تابع $f(x) = a + b \cos(\frac{\pi}{4}x)$ را مطابق شکل زیر در بازه $(0, 4)$ در نظر بگیرید. حاصل $f(\frac{1}{3}) + f(\frac{4}{3})$

کدام است؟

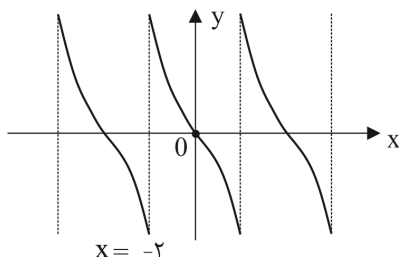
- (۱) ۳ (۲) ۴
(۳) ۵ (۴) ۶



۱۱۵- نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + 5mx^2 - x + m + 7$ محور x ها را در نقطه‌ای با طول ۱- قطع می‌کند. حاصل ضرب طول‌های دو نقطه برخورد دیگر نمودار تابع با محور x ها کدام است؟

- (۱) ۳/۵
(۲) ۳
(۳) ۴/۵
(۴) ۴

۱۱۶- بخشی از نمودار تابع $f(x) = \tan(\pi(1-ax))$ در شکل زیر نمایش داده شده است. $f(\frac{1}{3a}) \times f(\frac{-2}{3a})$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) -۳
(۴) -۱

۱۱۷- برای تابع $f(x) = \frac{x^2 - 16x}{|x - 4|} [-x]$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(4+h) - f(4)}{4h}$ چقدر است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۱۲
(۳) ۲۴
(۴) ۱۶

۱۱۸- تعداد ریشه‌های معادله $\tan 7x \cdot \tan 2x = -1$ در بازه $[-\pi, \pi]$ برابر m و تعداد ریشه‌های معادله

$\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ برابر n است. $m^2 + n^2$ چقدر است؟

- (۱) ۹۷
(۲) ۱۰۶
(۳) ۱۰۹
(۴) ۱۱۶

۱۱۹- اگر n عدد طبیعی باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2x^3 + 8x^n}{2x^n + 5x - 13}$ کدام مورد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) -۳
(۲) ۴
(۳) $-\infty$
(۴) $+\infty$

۱۲۰- مساحت بین تمام مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x - 14}{4 - |x|}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۴
(۳) ۱۶
(۴) ۱۲

۱۲۱- خط $y = 5x - 7$ در نقطه $x = 3$ بر نمودار تابع $y = f(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{g(x) - g(8)}{x^2 - x - 56} = \frac{37}{150}$ باشد،

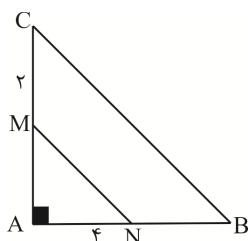
حاصل $(g \circ f)'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۹/۵
(۲) ۱۸/۵
(۳) ۱۷/۵
(۴) ۱۶/۵

۱۲۲- به‌ازای چند عدد صحیح k ، خط $y = 4x + k$ نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 1$ را الزاماً در ۳ نقطه متمایز قطع می‌کند؟

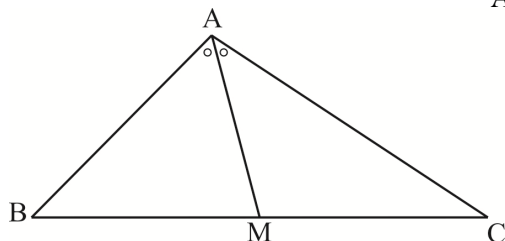
- (۱) ۲۹
(۲) ۳۰
(۳) ۳۱
(۴) ۳۲

۱۲۳- مساحت مثلث قائم‌الزاویه AMN ($\hat{A} = 90^\circ$) برابر ۶ است. محیط دوزنقه $MNBC$ کدام است؟



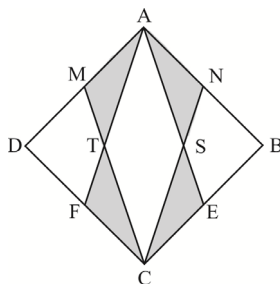
- (۱) ۱۷
(۲) ۱۸
(۳) ۱۹
(۴) ۲۰

۱۲۴- در مثلث ABC ، پاره‌خط AM نیم‌ساز زاویه $\hat{A}$ است و $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ واحد باشد، مساحت مثلث AMC چقدر است؟



- (۱) ۲۴
(۲) ۲۲
(۳) ۱۸
(۴) ۱۶

۱۲۵- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر ۹۶ واحد است و نقاط F, E, N, M وسط‌های اضلاع آن هستند.



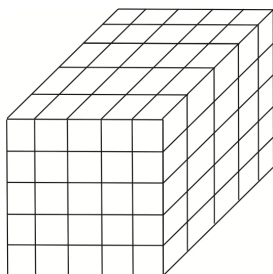
مساحت کل بخش‌های سایه‌زده شده چقدر است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۶
(۳) ۲۴
(۴) ۳۲

۱۲۶- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای $11/5$ است. مجموع تمام مقادیر متمایز ممکن برای تعداد نقاط درونی آن کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۶۶
(۲) ۵۵
(۳) ۴۵
(۴) ۴۴

۱۲۷- تمام وجوه مکعب زیر را رنگ کرده‌ایم اگر تعداد مکعب‌های کوچک که به‌ترتیب یک، دو و سه وجه رنگی دارند برابر p, n, m باشد، حاصل $m + 2n + 3p$ کدام است؟

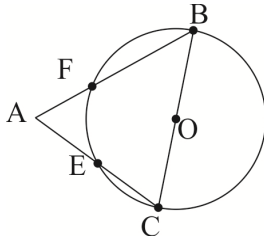


- (۱) ۱۵۶
(۲) ۱۵۰
(۳) ۱۴۶
(۴) ۱۴۰

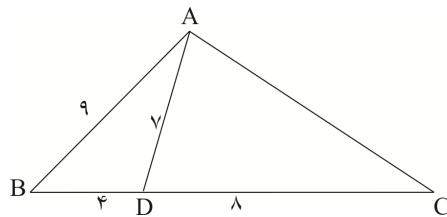
۱۲۸- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل یک نقطه کاملاً دلخواه درون مثلث از سه ضلع آن برابر $10\sqrt{3}$ است. با فرض $\pi = 3$ مجموع مساحت تمام دایره‌های محاطی داخلی و محاطی خارجی و محیطی مثلث کدام است؟

- (۱) ۳۲۰۰
(۲) ۱۵۰۰
(۳) ۱۴۰۰
(۴) ۱۳۰۰

۱۲۹- در شکل زیر، نقطه O مرکز دایره است. اگر $AF = 3$ و $AE = EC = 6$ باشد، مساحت دایره کدام است؟

(۱) 288π (۲) 216π (۳) 144π (۴) 72π

۱۳۰- مطابق اندازه‌های روی شکل در مثلث ABC ، مجموع طول ضلع AC با مجذور طول میانه متناظر با رأس A وارد بر

ضلع BC کدام است؟

(۱) ۴۸

(۲) ۵۴

(۳) ۵۸

(۴) ۶۴

۱۳۱- در مثلثی اندازه دو ضلع مجاور 20° و 30° و زاویه بین آن‌ها 120° درجه است. طول کوچکترین نیمساز مثلث کدام است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۸

(۳) ۱۴

(۴) ۱۲

۱۳۲- دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۴ مماس خارج هستند. فاصله مرکز تجانس مستقیم دو دایره از مرکز تجانس معکوس

آن‌ها کدام است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۲۳

(۳) ۲۶

(۴) ۲۵

۱۳۳- نقاط $A'(-5, 2)$ و $B'(0, 1)$ به ترتیب دوران یافته نقاط $A(1, -1)$ و $B(3, 4)$ نسبت به مرکز دوران $O(\alpha, \beta)$

هستند. $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۴

(۳) $\frac{17}{3}$ (۴) $\frac{13}{3}$

۱۳۴- اگر $A + B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ و $|AB| = 4$ باشد، آنگاه $|A^{-1} + B^{-1}|$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۸

(۴) ۷

۱۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 7|A| & |A| \\ 6 & 4|A|^2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|A^{-1}|^4$ کدام است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۸

(۳) ۶۴

(۴) ۳۲

۱۳۶- دو دایره گذرا بر نقطه $A(2, 1)$ هم‌زمان بر هر دو محور مختصات مماس هستند. اندازه مماس مشترک خارجی

آن‌ها چقدر است؟

(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۳۷- نقطه M روی بیضی با اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی ۴ واحد است. مساحت مثلث MFF' کدام است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند).

- (۱) ۲۰
(۲) ۱۸
(۳) ۱۰
(۴) ۹

۱۳۸- به ازای کدام مقدار K ، سه بردار $\vec{a}(1, 4, 1)$ و $\vec{b}(1, 9, -1)$ و $\vec{c}(k-2, 2-k, k)$ در یک صفحه‌اند؟

- (۱) ۳
(۲) -۳
(۳) ۴
(۴) -۴

۱۳۹- زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با اندازه‌های ۳ و $2\sqrt{3}$ برابر 60° است. مساحت متوازی‌الاضلاع که توسط بردارهای $2\vec{a} - \vec{b}$ و $5\vec{a} + \vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۹۶
(۲) ۹۷
(۳) ۹۸
(۴) ۹۹

۱۴۰- گزاره ترکیبی $\sim q \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)]$ ، با کدام مورد هم‌ارزش است؟

- (۱) F
(۲) T
(۳) $p \vee q$
(۴) $p \wedge q$

۱۴۱- در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. سه مهره به صورت متوالی و بدون جای‌گذاری از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط مهره اول و سوم هم‌رنگ هستند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{4}{15}$
(۴) $\frac{7}{15}$

۱۴۲- اگر $p(B|A) + P(B') = 1$ و احتمال وقوع پیشامد B سه برابر احتمال وقوع پیشامد A و نیز احتمال آن که حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد $\frac{7}{12}$ باشد، احتمال وقوع پیشامد A کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{5}{6}$

۱۴۳- در نمایش نمودار جعبه‌ای برای داده‌های ۵۹، ۵۴، ۵۷، ۳۲، ۳۷، ۳۹، ۴۶، ۵۰، ۴۲، ۳۷، ضریب تغییرات داده‌های درون جعبه کدام است؟

- (۱) ۰/۱۵۳
(۲) ۰/۱۲۳
(۳) ۰/۰۹۳
(۴) ۰/۰۷۳

۱۴۴- می‌خواهیم از بین ۲۰۰۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۲۰۰۰ به روش سیستماتیک (سامان‌مند) یک نمونه ۲۰۰ تایی انتخاب کنیم. اگر سومین فرد انتخاب شده در نمونه شماره ۲۷ باشد، شماره هفتاد و هفتمین نفر انتخاب شده در نمونه کدام است؟

- (۱) ۷۶۷
(۲) ۶۷۶
(۳) ۸۶۸
(۴) ۶۸۶

۱۴۵- چند عدد ۴ رقمی برای n وجود دارد، به طوری که دو عدد طبیعی $3n+1$ و $14n-9$ نسبت به هم اول نباشند؟

(۱) ۲۱۸ (۲) ۲۱۹

(۳) ۲۲۰ (۴) ۲۲۱

۱۴۶- به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل ۲۵ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که حداقل یک شاخه گل از نوع اول، حداقل دو شاخه گل از نوع دوم، ... و حداقل پنج شاخه گل از نوع پنجم انتخاب شود؟

(۱) ۹۲۰ (۲) ۹۹۰

(۳) ۱۰۱۰ (۴) ۱۰۰۱

۱۴۷- مجموع دو عدد ۱۳۶ و کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک آنها است. اختلاف این دو عدد نسبت به هم چقدر است؟

(۱) ۵۶ (۲) ۵۲

(۳) ۵۸ (۴) ۵۴

۱۴۸- در یک اردوی دانش آموزی، حداقل چند دانش آموز حضور داشته باشد تا دست کم ۷ نفر از آنها در یک روز هفته و یک ماه از سال متولد شده باشند؟

(۱) ۴۰۴ (۲) ۴۰۵

(۳) ۵۰۴ (۴) ۵۰۵

۱۴۹- مجموع عدد احاطه گری گراف های C_{11}, P_{11}, K_{11} ، کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۸

(۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۵۰- باقی مانده تقسیم 3^{2022} بر ۱۹ برابر r_1 و باقیمانده تقسیم 5^{1401} بر ۱۳ برابر r_2 است. حاصل $r_1 + r_2$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱

(۳) ۱۲ (۴) ۱۳



آزمون ۱۴ از ۱۴

دفترچه شماره ۳



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

شماره داوطلبی:

نام خانوادگی:

نام:

صبح جمعه
۱۴۰۱/۰۳/۲۷

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت چهارم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۷۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۲	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۵ دقیقه

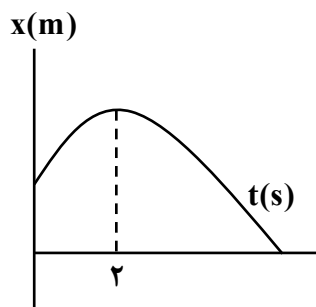
ویژه پایه دوازدهم

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱۵۱- دو متحرک A و B به ترتیب با تندی‌های ۴ متر بر ثانیه و ۶ متر بر ثانیه از فاصله‌ای معین به طرف هم شروع به حرکت می‌کنند. اگر یکی از دو متحرک ۵ ثانیه دیرتر از دیگری شروع به حرکت کرده باشد و دو متحرک دقیقاً در وسط مسیر به هم برسند، فاصله اولیه دو متحرک چند متر بوده است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

۱۵۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اندازه سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه نخست حرکت ۱ متر بر ثانیه باشد، تندی متوسط در ۱۰ ثانیه نخست حرکت چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۴/۸ (۲) ۵/۴ (۳) ۶/۴ (۴) ۶/۸

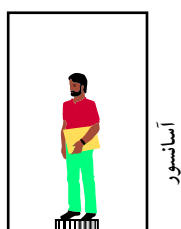
۱۵۳- اتومبیلی که با سرعت ثابت در حال حرکت است، با مشاهده مانعی ترمز می‌کند و ۴/۲ ثانیه بعد متوقف می‌شود. اگر مجموع جابه‌جایی اتومبیل در ثانیه اول و آخر این حرکت (پس از ترمز) برابر ۱۰ متر باشد، مسافت طی شده در خلال ترمز چند متر بوده است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۵

۱۵۴- دو گلوله به فاصله زمانی ۲ ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شوند. اگر تا لحظه رسیدن گلوله اول به زمین، جابه‌جایی آن ۴ برابر گلوله دوم باشد، حداکثر فاصله این دو گلوله در خلال حرکت چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

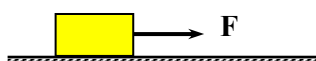
- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۱۵۵- شخصی به جرم ۸۰ کیلوگرم روی یک ترازوی نیروسنج در کف آسانسور ایستاده است. آسانسور با شتاب ثابت ۲ متر بر مربع ثانیه شروع به بالا رفتن کرده و پس از مدتی با شتابی ثابت متوقف می‌شود. اگر اختلاف حداکثر و حداقل عددی که ترازو در این مدت نشان می‌دهد، ۴۰۰ نیوتون بوده و این حرکت ۵ ثانیه طول کشیده باشد، مسافت طی شده در این مدت چند متر است؟



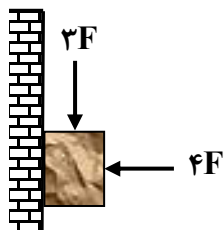
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

۱۵۶- در شکل زیر، جسم با وجود اعمال نیروی افقی F، ساکن است. اگر اندازه نیروی F را ۲ برابر کنیم، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) الزاماً افزایش می‌یابد.
(۲) الزاماً کاهش می‌یابد.
(۳) الزاماً ثابت می‌ماند.
(۴) ممکن است ثابت بماند.

۱۵۷- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چگونه باشد تا جسم به ازای مقدار مناسب F بتواند ساکن بماند؟



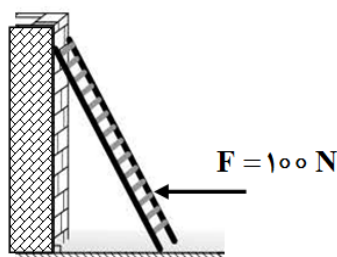
(۱) $\mu_s > 0.75$

(۲) $\mu_s \geq 0.75$

(۳) $\mu_s > 0.8$

(۴) $\mu_s \geq 0.8$

۱۵۸- در شکل زیر، سطح افقی صیقلی بوده و ضریب اصطکاک ایستایی نردبان و دیواره قائم برابر 0.6 و جرم نردبان 20 کیلوگرم است. اگر نردبان در آستانه لغزش رو به بالا باشد، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می کند چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) 140

(۲) 160

(۳) 240

(۴) 260

۱۵۹- جرم ماهواره A، ۳ برابر جرم ماهواره B و تکانه ماهواره A، ۶ برابر تکانه ماهواره B است. نیروی گرانشی وارد بر ماهواره A چند برابر نیروی گرانشی وارد بر ماهواره B است؟

(۴) 54

(۳) 48

(۲) 32

(۱) 18

۱۶۰- اگر جرم جسم متصل به فنر در نوسانگر شکل زیر را ۲ برابر کرده و آن را با همان دامنه قبلی به نوسان درآوریم، انرژی جنبشی نوسانگر هنگام عبور از نقطه تعادل چند برابر می شود؟



(۲) ۲ برابر

(۱) ۱ برابر

(۴) ۸ برابر

(۳) ۴ برابر

۱۶۱- نوسانگر هماهنگ ساده ای روی یک پاره خط راست به طول ۲۰ سانتی متر، در مدت ۴ ثانیه مسافت ۸۰ سانتی متر را طی می کند. در لحظه ای که انرژی پتانسیل این نوسانگر ۸ برابر انرژی جنبشی آن می شود، سرعت آن چند سانتی متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($\pi \approx 3$)

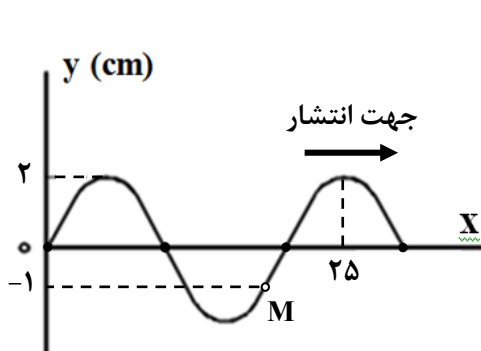
(۴) 10

(۳) 15

(۲) 20

(۱) 30

۱۶۲- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t=0$ نشان می دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده ای حرکت می کند. اگر نیروی کشش ریسمان ۱۰۰ نیوتن و چگالی خطی (جرم واحد طول) آن 250 گرم بر متر باشد، در چه لحظه ای برای اولین بار تندی نوسان نقطه M به ۱۲ متر بر ثانیه می رسد؟ ($\pi \approx 3$)



(۲) $\frac{1}{300}$

(۱) $\frac{1}{240}$

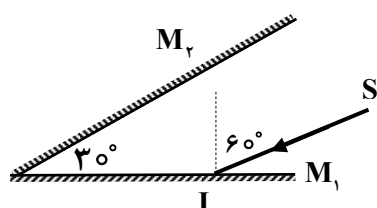
(۴) $\frac{1}{1200}$

(۳) $\frac{1}{600}$

۱۶۳- تراز شدت صوتی معین، ۱۷ دسی بل است. شدت این صوت چند برابر شدت صوت مبنا است؟ ($\text{Log } 2 \approx 0.3$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۱۶۴- در شکل زیر، پرتو بازتابش نهایی نسبت به پرتو تابش اولیه (SI) چند درجه منحرف می‌شود؟

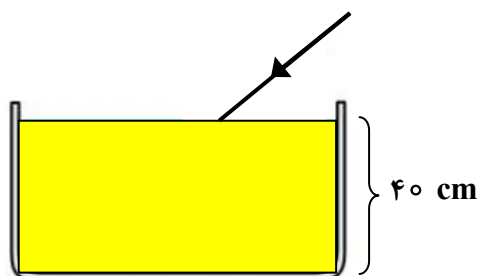


- (۱) 180° (۲) 160° (۳) 150° (۴) 140°

۱۶۵- در شکل زیر، باریکه نور سفیدی تحت زاویه 37° نسبت به سطح مایع، به آن تابیده می‌شود. اگر ضریب شکست

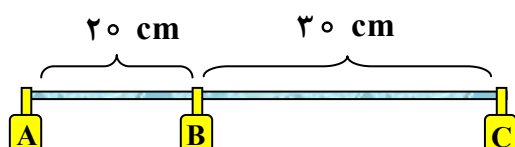
مایع برای رنگ‌های قرمز و بنفش برابر $\frac{4}{3}$ و $\frac{1}{\sqrt{2}}$ باشد، این پرتو چه طولی از کف ظرف را روشن

می‌کند؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)



- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

۱۶۶- در شکل زیر، ریسمان را کشیده و در نقاط A، B و C ثابت کرده‌ایم. اگر تندی انتشار موج در این ریسمان ۲۰ متر بر ثانیه باشد، کمترین بسامد امواج ایستاده‌ای که می‌توان در طول آن ایجاد کرد، چند هرتز است؟



- (۱) ۴۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۰۰

۱۶۷- در رشته بالمر طیف گسیلی اتم هیدروژن، ۴ خط مرئی وجود دارد. کوتاه‌ترین طول موج مرئی رشته بالمر چند

نانومتر است؟ ($R \approx 0.1 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۴۵۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۷۲۰

۱۶۸- در اتم هیدروژن، الکترون روی تراز با انرژی ۰/۸۵ eV واقع است. کم‌انرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند جذب این

الکترون شود، چند ریدبرگ است؟ ($E_R = 13.6 \text{ eV}$)

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{7}{144}$ (۳) $\frac{9}{400}$ (۴) $\frac{1}{16}$

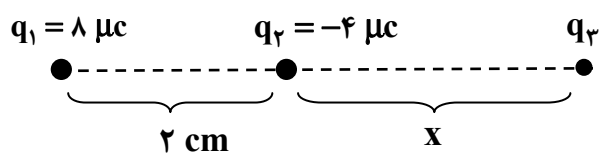
۱۶۹- از جرم اولیه مساوی دو عنصر رادیواکتیو A و B بعد از گذشت زمانی معین، جرم باقی‌مانده عنصر A برابر ۲۴ گرم

و جرم باقی‌مانده عنصر B برابر ۳ گرم است. بین تعداد نیم عمر سپری‌شده این دو عنصر تا این لحظه، کدام رابطه

برقرار است؟

- (۱) $n_A - n_B = 8$ (۲) $n_B - n_A = 8$ (۳) $n_A - n_B = 3$ (۴) $n_B - n_A = 3$

۱۷۰- در شکل زیر، نیروی خالص وارد بر بارهای q_1 و q_2 صفر است. نیروی خالص وارد بر بار q_3 چند نیوتن است؟



(۱) صفر

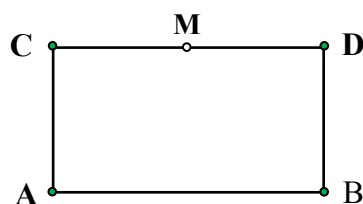
(۲) ۱۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۱۷۱- چهار بار نقطه‌ای مساوی و هم‌نام، در چهار رأس مستطیلی قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی بار q_C در نقطه M وسط ضلع بالایی مستطیل برابر E' باشد، اندازه میدان برآیند در همین نقطه چند برابر E' است؟

($DC = 8 \text{ cm}$ و $AC = 4 \text{ cm}$)



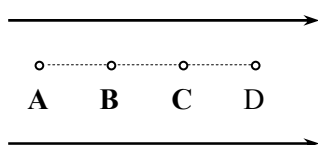
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\sqrt{0.4}$

(۳) $\sqrt{0.2}$

۱۷۲- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، یک ذره با بار $+q$ از نقطه A رها می‌شود. سرعت آن در نقطه D چند برابر سرعت آن در نقطه B است؟ (فاصله نقاط در شکل یکسان بوده و از نیروی گرانشی چشم‌پوشی می‌شود.)



(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{2}$

۱۷۳- خازن مسطحی را که دارای عایق است، به اختلاف پتانسیل معینی بسته‌اند و انرژی ذخیره‌شده در خازن برابر ۱ میکروژول است. خازن را از مولد جدا کرده و با صرف $3/5$ میکروژول انرژی، عایق آن را خارج می‌کنیم. ثابت دی‌الکتریک خازن در وضعیت اولیه برابر کدام گزینه بوده است؟ ($K \cong 1$ هوا)

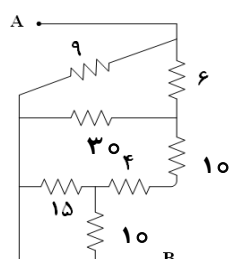
(۴) $1/5$

(۳) $2/5$

(۲) $3/5$

(۱) $4/5$

۱۷۴- در مدار زیر، مقادیر مقاومت‌ها برحسب اهم است. مدار را از دو نقطه A و B به باتری متصل می‌کنیم. جریان مقاومت ۴ اهمی، چند برابر جریان عبوری از مقاومت ۹ اهمی می‌شود؟



(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۲

(۳) ۰/۳

(۴) ۰/۴

۱۷۵- در مدار زیر، مقدار مقاومت R چند اهم باشد تا در صورت بسته شدن کلید، توان مقاومت R تغییری نکند؟

$\mathcal{E}_2 = 3 \text{ V}$

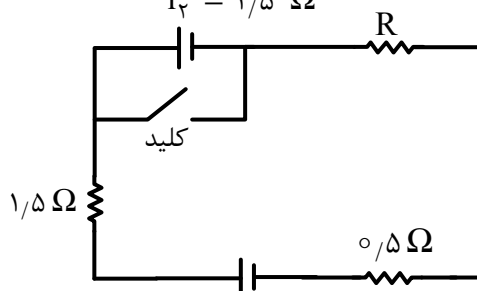
$r_2 = 1/5 \Omega$

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

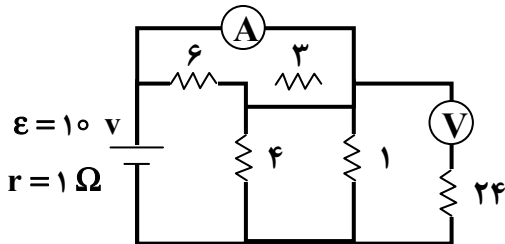
(۴) $1/5$



$\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$

$r_1 = 1 \Omega$

۱۷۶- در مدار زیر، مقادیر مقاومت‌ها برحسب اهم بوده و دستگاه‌های اندازه‌گیری ایده‌آل فرض می‌شوند. توان خروجی



باتری چند وات است؟

- (۱) ۲۲
(۲) ۲۰
(۳) ۱۸
(۴) ۱۶

۱۷۷- دو لامپ ۴۰ وات و ۶۰ وات را که برای کار با برق شهر طراحی شده‌اند، به‌طور سری به هم بسته و به برق شهر

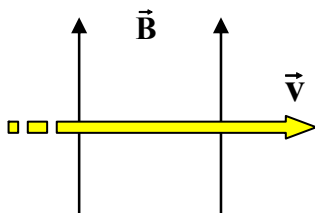
متصل می‌کنیم دربارهٔ توان لامپ‌ها در وضعیت جدید، کدام گزینه درست است؟

- (۱) توان هر دو لامپ کمتر از حالت اولیه شده و نسبت توان آن‌ها همانند قبل خواهد بود.
(۲) توان هر دو لامپ بیشتر از حالت اولیه شده و نسبت توان آن‌ها همانند قبل خواهد بود.
(۳) توان هر دو لامپ کمتر از حالت اولیه شده و نسبت توان آن‌ها معکوس حالت قبل خواهد بود.
(۴) توان هر دو لامپ بیشتر از حالت اولیه شده و نسبت توان آن‌ها معکوس حالت قبل خواهد بود.

۱۷۸- در امتداد سطحی افقی، میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت 0.2 T رو به شمال، همانند شکل زیر برقرار

کرده‌ایم. ذره‌ای باردار به جرم 40 g و بار الکتریکی $+5 \text{ mC}$ با سرعت 100 m/s در راستای افقی به طرف شرق و در فضای درون میدان مغناطیسی شلیک می‌شود. جهت و اندازهٔ شدت میدان الکتریکی که می‌تواند

اندازه و جهت سرعت حرکت این ذره را ثابت نگاه دارد، مطابق کدام گزینه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) $60 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، در جهت عمود بر صفحه به‌طرف خارج (برون‌سو)
(۲) $20 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، در جهت عمود بر صفحه به‌طرف خارج (برون‌سو)
(۳) $60 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، در جهت عمود بر صفحه به‌طرف داخل (درون‌سو)
(۴) $20 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، در جهت عمود بر صفحه به‌طرف داخل (درون‌سو)

۱۷۹- سیمی به‌طول 24 m را دور استوانه مقوایی که شعاع قاعده‌اش 1 cm است، پیچیده و سیم‌لوله‌ای به طول

20 cm سانی‌متر می‌سازیم. چه جریانی بر حسب آمپر از سیم‌لوله عبور دهیم تا شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌های

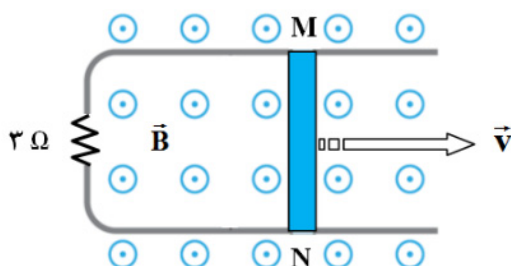
سیم‌لوله $1.8 \times 10^{-7} \text{ wb}$ شود؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ و $\pi \cong 3$)

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۱۸۰- در شکل زیر، میلهٔ رسانای MN به‌طول 20 cm سانی‌متر و با مقاومت الکتریکی $2 \text{ } \Omega$ اهم را با سرعت 10 m/s متر بر ثانیه

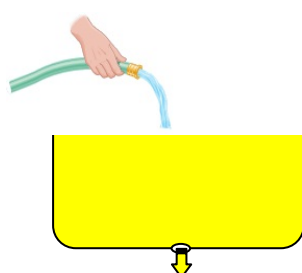
بین دو بازوی رسانای U شکل و بدون مقاومت، به‌طرف راست حرکت می‌دهیم. اگر این مجموعه درون میدانی یکنواخت و برون‌سو به شدت 5 T واقع باشد، کدام گزینه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه M و N را به‌درستی

نشان می‌دهد؟



- (۱) $V_M - V_N = 10 \text{ V}$
(۲) $V_M - V_N = 6 \text{ V}$
(۳) $V_N - V_M = 10 \text{ V}$
(۴) $V_N - V_M = 6 \text{ V}$

۱۸۱- در شکل زیر، آب با آهنگ $3 \frac{L}{min}$ وارد ظرفی به حجم $60 dm^3$ شده و از سوراخ موجود در انتهای ظرف با



آهنگ $10 \frac{cm^3}{s}$ خارج می‌شود. بعد از چند دقیقه آب از بالای ظرف سرریز می‌شود؟

(۱) ۲۵

(۲) ۲۰

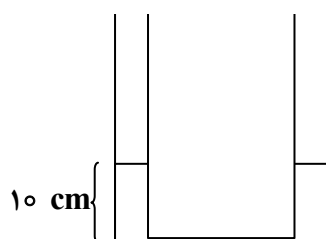
(۳) ۱۵

(۴) ۱۰

۱۸۲- در لوله U شکل متقارن زیر، روغن با چگالی $800 \frac{g}{L}$ قرار دارد. اگر از سمت راست به ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر آب

اضافه کنیم، ارتفاع سطح آزاد روغن در لوله سمت چپ نسبت به راستی اولیه چند سانتی‌متر بالاتر قرار می‌گیرد؟

(دو مایع با هم مخلوط یا در هم داخل نمی‌شوند. حجم بخش پایینی لوله ناچیز بوده و $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب)



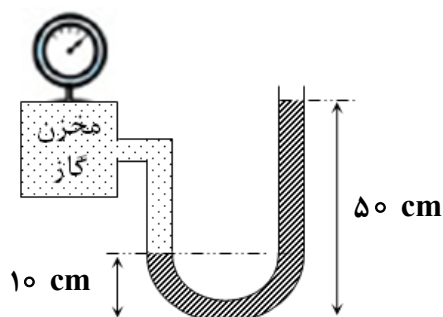
(۱) ۲۶

(۲) ۲۲

(۳) ۱۶

(۴) ۱۲

۱۸۳- در شکل زیر، چگالی مایع درون فشارسنج چند برابر چگالی جیوه باشد تا فشارسنج مقدار ۱۰ سانتی‌متر جیوه را نشان دهد؟ (فشار هوا در محل ۷۵ سانتی‌متر جیوه است.)



(۲) $\frac{2}{25}$

(۴) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{10}$

(۳) $\frac{1}{5}$

۱۸۴- دو مکعب فلزی و توخالی، یکی از آلومینیوم به جرم ۶۰۰ گرم بر روی سطح آب و دیگری از آلیاژ با چگالی ۳ برابر آلومینیوم و به جرم ۲۰۰ گرم، روی سطح مایعی با چگالی ۲ برابر آب، شناور هستند. نیروی شناوری وارد بر مکعب آلومینیومی چند برابر نیروی شناوری وارد بر مکعب دیگر است؟

($\rho = 2/7 \frac{g}{cm^3}$ آلومینیوم، $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۹

(۳) ۶

(۲) ۳

(۱) ۱

۱۸۵- جسمی به جرم ۲ کیلوگرم با تندی ۱۰ متر بر ثانیه از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و با تندی ۶ متر بر ثانیه به محل پرتاب خود باز می‌گردد. اگر نیروی مقاومت هوا در رفت و برگشت گلوله ثابت فرض

شود، ارتفاع اوج این گلوله چند متر خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۳/۸

(۳) ۳/۴

(۲) ۲/۴

(۱) ۱/۸

۱۸۶- مقدار ۵۰ گرم آب با دمای 10°C را با ۲۰ g یخ با دمای -10°C در ظرفی عایق مخلوط می‌کنیم. پس از گذشت

زمان کافی، کدام گزینه صحیح است؟ (آب $C = 42 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، یخ $C = 21 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ ذوب یخ)

(۱) دمای تعادل 0°C بوده و ۵g از یخ باقی می‌ماند. (۲) دمای تعادل 0°C بوده و ۵g از یخ ذوب می‌شود.

(۳) دمای تعادل $2/5^{\circ}\text{C}$ بوده و کل یخ ذوب می‌شود. (۴) دمای تعادل 5°C بوده و کل یخ ذوب می‌شود.

۱۸۷- گلوله‌ای از جنس آلایژی مخصوص با گرمای ویژه $250 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، با سرعت ۴۰ متر بر ثانیه به مانعی برخورد کرده و با

سرعت ۱۰ متر بر ثانیه از طرف دیگر آن خارج می‌شود. اگر ۲۰٪ گرمای حاصل تا این لحظه صرف گرم کردن خود گلوله شده باشد، دمای گلوله در این فرآیند چند درجه سلسیوس افزایش می‌یابد؟ (تغییر ارتفاع گلوله ناچیز است)



(۲) ۰/۵

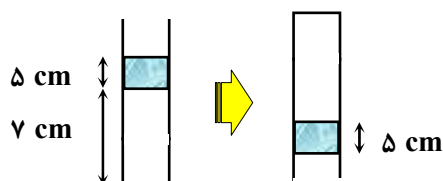
(۱) ۰/۶

(۴) ۰/۳

(۳) ۰/۴

۱۸۸- درون لوله باریکی مطابق شکل زیر، چند قطره جیوه می‌ریزیم؛ به طوری که طول ستون جیوه ۵ سانتی‌متر شود. وقتی

لوله را واژگون می‌کنیم، طول ستون هوای محبوس شده چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$)



(۱) ۰/۵

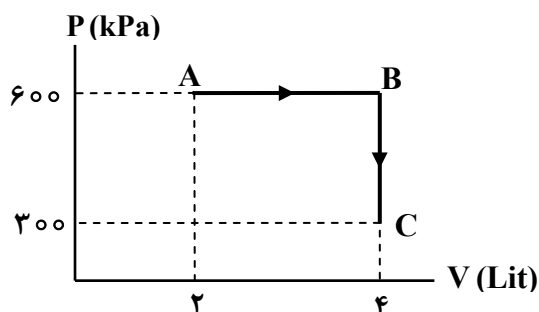
(۲) ۱/۵

(۳) ۱

(۴) ۲

۱۸۹- مقداری گاز کامل، دو فرآیند متوالی را مطابق شکل طی می‌کند. اگر در فرآیند AB مقدار 3000 J گرما به گاز

داده شود، گرمای مبادله‌شده در فرآیند BC چگونه است؟



(۱) 1800 J گرما از محیط به گاز داده می‌شود.

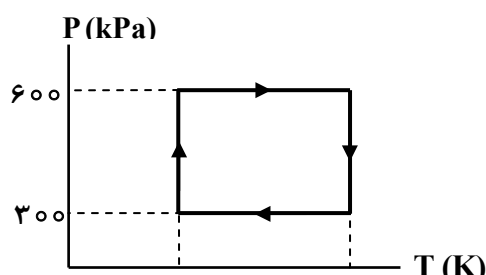
(۲) 4200 J گرما از محیط به گاز داده می‌شود.

(۳) 1800 J گرما از گاز به محیط داده می‌شود.

(۴) 4200 J گرما از گاز به محیط داده می‌شود.

۱۹۰- مقدار معینی گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر دمای گاز در خلال این چرخه، بین 91°C و

182°C تغییر کند، نسبت بیشترین به کمترین حجم گاز در طی این چرخه ($\frac{V_{\max}}{V_{\min}}$) کدام است؟



(۲) $\frac{5}{4}$

(۱) ۲

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{8}{5}$

۱۹۱- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- همواره در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند.
- سلول‌های سرطانی، قابلیت تشخیص گلوکزهای نشان‌دار را از گلوکز معمولی ندارند.
- حدود ۲۲ درصد از عنصرهای شناخته شده به‌طور مصنوعی ساخته می‌شوند.
- فراوان‌ترین ایزوتوپ هیدروژن، درصد فراوانی بالای ۹۹٪ دارد.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

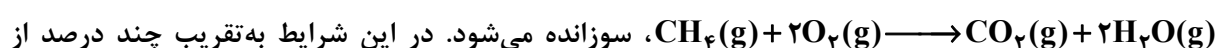
۱۹۲- اگر در اتم فرضی X پس از گرفتن ۳ الکترون تعداد الکترون‌ها نصف عدد جرمی شود، نسبت تفاوت نوترون و پروتون در X به شمار نوترون در ناپایدارترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹۳- حداکثر شمار الکترون‌هایی که در ساختار یک اتم می‌توانند مقدار $n+l=6$ داشته باشند، است.

۱ (۱۰) ۲ (۱۸) ۳ (۶) ۴ (۱۴)

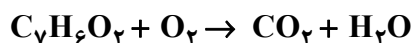
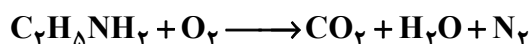
۱۹۴- $64g$ گاز متان با مقدار کافی از گاز اکسیژن در یک کوره تحت شرایط کنترل‌شده به‌طور کامل طبق واکنش



مول‌های گازی فرآورده‌های ایجاد شده را، CO_2 تشکیل می‌دهد؟ ($O=16, C=12: g.mol^{-1}$)

۱ (۱۲/۴) ۲ (۴۸/۲) ۳ (۳۳/۳) ۴ (۶۶/۶)

۱۹۵- مجموع ضریب‌های مولکول اکسیژن در سه واکنش زیر پس از موازنه، کدام است؟



۱ (۲۷) ۲ (۳۱) ۳ (۳۸) ۴ (۴۱)

۱۹۶- حجم $1/6$ گرم از گاز SO_3 در شرایط استاندارد، $\frac{2}{5}$ برابر حجم کدام گاز در این شرایط (با توجه به مول داده شده) است؟

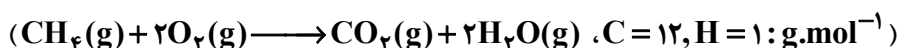
($C=12, N=14, O=16, S=32: g.mol^{-1}$)

۱ (۵/۵) مول کربن دی‌اکسید ۲ (۵/۵) مول کربن مونوکسید

۳ (۴/۵) مول نیتروژن دی‌اکسید ۴ (۲/۵) مول نیتروژن مونوکسید

۱۹۷- از سوختن کامل $50g$ مخلوط گازی حاوی متان و هلیم، $44/8L$ گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد

حاصل شده است. چند درصد از جرم نمونه اولیه را گاز هلیم تشکیل می‌دهد؟



۱ (۴۸) ۲ (۴۴) ۳ (۳۲) ۴ (۳۶)

۱۹۸- اگر غلظت یون سولفات در یک نمونه آب دریا برابر $2655ppm$ باشد، به‌طور تقریبی در چند کیلوگرم از این

نمونه آب، $531/5$ مول یون سولفات وجود دارد؟ ($S=32, O=16: g.mol^{-1}$)

۱ (۱۷/۴) ۲ (۱۹/۲) ۳ (۲۱/۲) ۴ (۲۴/۳)

۱۹۹- غلظت مولار محلول مس به دست آمده از انحلال کامل یک سکه ۵ گرمی شامل ۸۰٪ مس در نیم لیتر محلول

نیتریک اسید، کدام است؟ (از تغییر حجم صرف نظر شود. $\text{Cu} = 64 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۰/۱۲۵ (۲) ۰/۲۱۵ (۳) ۰/۳۲۵ (۴) ۰/۴۵۵

۲۰۰- در کدام گزین، مقایسه نقطه جوش ترکیبات هیدروژن دار دوره سوم به درستی انجام شده است؟

- (۱) $\text{HCl} < \text{PH}_3 < \text{H}_2\text{S}$ (۲) $\text{PH}_3 < \text{HCl} < \text{H}_2\text{S}$
(۳) $\text{H}_2\text{S} < \text{PH}_3 < \text{HCl}$ (۴) $\text{PH}_3 < \text{H}_2\text{S} < \text{HCl}$

۲۰۱- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) در واکنش هایی که در زیست کره انجام می شود، کوچک مولکول ها نقش اساسی ایفا می کنند.

(ب) برای شناسایی هر یک از محلول های حاوی یون های باریم از محلول سدیم سولفات استفاده می شود.

(پ) نیتروژن به جو بی اثر مشهور است و در صنعت برای تولید آمونیاک به کار می رود.

(ت) برای تبدیل کربن دی اکسید به مواد معدنی، می توان آن را با کلسیم کربنات واکنش داد.

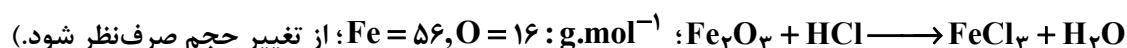
- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت

۲۰۲- چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

- تفاوت شعاع اتمی در بین عناصر دوره دوم در گروه های ۱ و ۲ بیشتر از عناصر دوره دوم در گروه های ۱۶ و ۱۷ است.
- جلای نقره ای فلز سدیم در مجاورت هوا به سرعت از بین می رود و سطح آن کدر می شود.
- آرایش الکترونی زیر لایه d در دو عنصر با اعداد اتمی ۲۴ و ۲۵ در حالت پایه، مشابه است.
- گونه به حالت محلول تشکیل شده از واکنش محلول پتاسیم هیدروکسید و آهن (III) کلرید، آهن (III) هیدروکسید است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

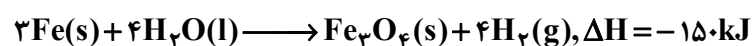
۲۰۳- از واکنش چند گرم از سنگ معدن آهن دارای Fe_2O_3 با خلوص ۱۰٪ با نیم لیتر HCl محلول ۵/۰ مولار از یون های آهن به دست می آید؟ (ناخالصی ها وارد واکنش نمی شوند؛ معادله موازنه شود:



- (۱) ۳۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲۰۴- گرمای آزاد شده طی تشکیل تقریبی چند لیتر گاز هیدروژن طبق واکنش زیر، دمای

۲۵ گرم آب را به اندازه 35°C افزایش می دهد؟ (شرایط را استاندارد در نظر بگیرید؛ $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4/2 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$)



- (۱) ۲/۲ (۲) ۲/۶ (۳) ۳/۴ (۴) ۳/۸

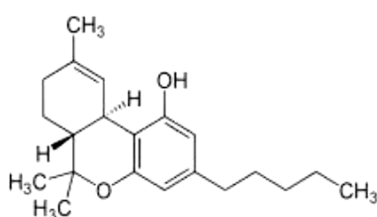
۲۰۵- در واکنش فلز آلومینیوم با HCl ، اگر در هر ثانیه ۱۱/۲ mL گاز آزاد شود، سرعت مصرف HCl چند مول بر ساعت است؟

(آزمایش در شرایط استاندارد انجام می شود؛ معادله موازنه شود: $\text{Al(s)} + \text{HCl(aq)} \longrightarrow \text{AlCl}_3\text{(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$)

- (۱) ۴/۸ (۲) ۱/۴ (۳) ۳/۶ (۴) ۶/۲

۲۰۶- نسبت شمار انواع عناصر به شمار الکترون های پیوندی در مونومر سازنده کدام پلیمر، برابر $\frac{1}{4}$ است؟

- (۱) تفلون (۲) پلی سیانو اتن (۳) پلی استیرن (۴) پلی وینیل کلرید



۲۰۷- چه تعداد از مطالب زیر درباره ترکیب زیر، درست است؟

- در ساختار آن ۳۰ اتم هیدروژن وجود دارد.
- به شش اتم کربن آن، اتم هیدروژن متصل نیست.
- همانند سردسته آلکن‌ها می‌تواند با برم مایع واکنش دهد.
- بخش ناقطبی آن بر بخش قطبی غلبه داشته و جزو ترکیبات آروماتیک است.
- در ساختار آن یک گروه عاملی کربوکسیل وجود دارد و به راحتی می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۰۸- با حل شدن چند مول از یک اسید تک ظرفیتی (HA) در ۱۰ لیتر آب مقطر، pH محلول به دست آمده به طور

تقریبی برابر ۳/۷ می‌شود؟ ($\log 2 = 0.3$; $K_a = 10^{-4}$)

(۱) ۰/۰۴ (۲) ۰/۰۰۴ (۳) ۰/۰۲ (۴) ۰/۰۰۲

۲۰۹- pH محلول حاصل از افزایش ۱۰۰ میلی‌لیتر آب خالص به ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک

اسید، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۷ (۴) ۱/۲

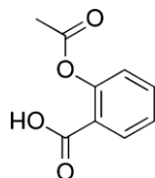
۲۱۰- ۰/۲ مول از ترکیب HNO_3 در یک لیتر آب مقطر حل شده است. اگر pH محلول برابر ۳ باشد، درصد یونش

آن کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۲۱۱- بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد اکسایش کربن در ترکیبی با ساختار زیر، کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ

بخوانید.)



(۱) ۳، -۳ (۲) ۲، -۲ (۳) ۳، -۱ (۴) ۳، -۲

۲۱۲- در یک نمونه آزمایشگاهی از سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، در هر دقیقه ۱ لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که

حجم مولی گازها ۲۵ لیتر است، مصرف می‌شود و به تعداد الکترون‌های مبادله شده از مدار آن، الکترون از حوضچه

آبکاری Cr^{3+} عبور می‌کند. در این شرایط در هر ساعت، چند گرم کروم بر روی قطعات آبکاری می‌شود؟

($Cr = 52 g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۳۹/۴ (۲) ۱۶۶/۴ (۳) ۱۸۲/۳ (۴) ۱۵۷/۲

۲۱۳- همه مطالب زیر درست‌اند؛ به جز:

(۱) در فرآیند آبکاری قاشق فلزی با نقره، قاشق فلزی نقش الکترود کاتد را دارد و کاهش نمی‌یابد.

(۲) در برقکافت سدیم کلرید مذاب، نیم واکنش انجام شده در قطب مثبت به صورت $2Cl^{-}(l) \longrightarrow Cl_2(g) + 2e^{-}$ است.

(۳) در واکنش $3O_2(g) + 4NH_3(g) \rightleftharpoons 2N_2(g) + 6H_2O(l)$ ، با کاهش حجم در دمای ثابت، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(۴) در واکنش $3Cl_2 + 6NaOH \longrightarrow 5NaCl + NaClO_3 + 3H_2O$ ، عدد اکسایش یک عنصر فلزی، هم اکسایش و هم کاهش می‌یابد.

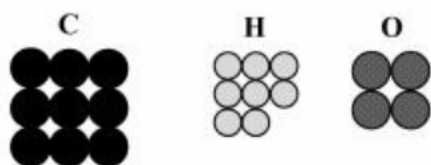
۲۱۴- در چند مورد از خواص زیر، دریای الکترونی فلزها نقش اساسی دارد؟

- * رسانایی الکتریکی * حفظ انسجام شبکه بلوری * قابلیت خمش * چگالی * فراوانی ایزوتوپها
- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۵- شمار جفت الکترونهای پیوندی در ساختار لوویس چه تعداد از مولکولهای زیر، برابر ۵ بوده و در حلال آب نیز حل می‌شوند؟

- * CH_2O * SO_3 * CH_3OH * HCN * HCOOH
- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۱۶- با توجه به شمار اتمهای تشکیل‌دهنده یک مولکول از یک ماده شیمیایی (مطابق شکل)، به ترتیب از راست به چپ، نسبت جرم اتمهای کربن به جرم اتمهای هیدروژن در آن و درصد جرمی اکسیژن در آن، کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۳۵/۵۶, ۱۳/۵
(۲) ۳۹/۶۵, ۱۳/۵
(۳) ۳۵/۵۶, ۱۱/۵
(۴) ۳۵/۶۵, ۱۱/۵

۲۱۷- چه تعداد از مقایسه‌های انجام‌شده درباره آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیبهای داده‌شده، درست است؟

- * $\text{Na}_2\text{O} > \text{MgO}$ * $\text{MgF}_2 > \text{AlF}_3$ * $\text{AlCl}_3 > \text{Al}_2\text{O}_3$ * $\text{NaF} > \text{KBr}$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۸- ۱۰ مول CO(g) با ۳۲ گرم از $\text{H}_2(\text{g})$ در یک ظرف چهار لیتری دربسته، وارد واکنش شده‌اند. اگر پس از نیم ساعت و با تولید ۱۹۲ گرم متانول واکنش به تعادل برسد، ثابت تعادل این واکنش با یکای $\text{L}^2.\text{mol}^{-2}$ کدام است؟

(معادله موازنه شود: $\text{CO(g)} + \text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{OH(g)}$; $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۳ (۲) ۲/۵ (۳) ۶ (۴) ۱/۵

۲۱۹- با توجه به واکنش تعادلی: $\text{FeO(s)} + \text{CO(g)} \rightleftharpoons \text{Fe(s)} + \text{CO}_2(\text{g})$ ، که در دمای معین در یک ظرف

دربسته یک لیتری و با یک مول از هر واکنش‌دهنده و FeO(s) آغاز شده است، اگر مقدار ۰/۰۵ مول گاز CO

در حالت تعادل وجود داشته باشد، چند گرم Fe در تعادل وجود دارد؟ ($\text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۲/۸ (۲) ۰/۹۵ (۳) ۵۳/۲ (۴) ۰/۰۵

۲۲۰- نسبت شمار جفت الکترونهای پیوندی در ماده‌ای که به‌عنوان افشانه بی‌حس‌کننده موضعی کاربرد دارد به شمار جفت الکترونهای ناپیوندی در حلال چسب، کدام است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۱/۷۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۲/۷۵



آزمون ۱۴ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت چهارم (۱۴۰۱/۰۳/۲۷)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ویژه پایه دوازدهم

۹۵. گزینه ۱ درست است.

- بر طبق مطالعه گزارش شده در پاراگراف ۳، مقدار انرژی صرف شده روی یک فعالیت که مکرراً تکرار می شود، در طول زمان کاهش پیدا می کند.

۹۶. گزینه ۲ درست است.

- پرآموزی یا بیش یادگیری به فراگیران ماهر کمک می کند تا انرژی و تلاش کمتری برای انجام یک فعالیت استفاده کنند.

۹۷. گزینه ۳ درست است.

- افزایش در جمعیت دنیا ممکن است موجب کمبود غذا و مشکلات محیط زیست برای مردم شود.

۹۸. گزینه ۱ درست است.

- برای اینکه دو تن سالمون تولید کنند، مزرعه داران ماهی (پرورش دهندگان ماهی) نیاز دارند حدود ۱۰ تن ماهی وحشی را استفاده نمایند.

۹۹. گزینه ۳ درست است.

- بر طبق متن، برخی مردم پرورش ماهی را به علت بسیاری از مشکلاتی که ماهی های پرورشی در بدن انسان سبب می شوند را انتقاد می کنند.

۱۰۰. گزینه ۴ درست است.

- بر طبق متن، کدام یک از موارد زیر درست نیست؟

- مشکلات ماهی های پرورشی را می توان با استفاده از روش های مختلف حل کرد.

ریاضیات

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

دنباله a_n یک دنباله درجه ۲ (سه می) و رو به بالاست در نتیجه تمام جملات بین صفرهای دنباله منفی هستند:

$$a_n = 0 \rightarrow 4n^2 - 36n + 65 = 0 \xrightarrow[n = \frac{36 \pm 16}{8}]{\Delta = 256} n_1 = 2/5, n_2 = 6/5$$

جملات a_3 و a_4 و a_5 و a_6 همگی منفی هستند.

$$a_3 = -7 \quad a_4 = -15 \quad a_5 = -15 \quad a_6 = -7$$

مجموع جملات منفی در دنباله a_n برابر -44 است.

در دنباله بازگشتی b_n :

$$b_1 = 1$$

$$n = 1 \rightarrow b_2 = b_1 + 2 \rightarrow b_2 = 1 + 2$$

$$n = 2 \rightarrow b_3 = b_2 + 3 \rightarrow b_3 = 1 + 2 + 3$$

$$n = 3 \rightarrow b_4 = b_3 + 4 \rightarrow b_4 = 1 + 2 + 3 + 4$$

:

$$\Rightarrow b_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow b_{35} = \frac{35 \times 36}{2} = 630$$

$$\text{مجموع خواسته شده در سؤال} = -44 + 630 = 586$$

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.

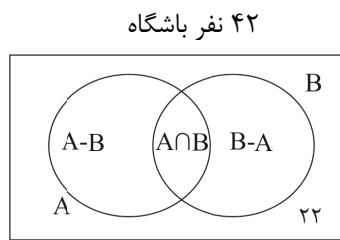
$$\left\{ \begin{array}{l} a < 0 \rightarrow 1 - m < 0 \rightarrow m > 1 \quad (1) \\ \Delta \leq 0 \rightarrow (2(m-3))^2 - 4(1-m)(-1) \leq 0 \end{array} \right.$$

↓

$$m^2 - 7m + 10 \leq 0 \rightarrow (m-2)(m-5) \leq 0 \rightarrow \boxed{2 \leq m \leq 5} \quad (2)$$

اعداد صحیح بازه جواب $m = 2, 3, 4, 5 \Rightarrow (1), (2)$

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.



A = تکاندو

B = کشتی

$$n(A \cup B) = 42 - 22 = 20$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$20 = 15 + 12 - n(A \cap B) \rightarrow \boxed{n(A \cap B) = 7}$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 7 = 8$$

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.

$$\sqrt[9]{\frac{x-3}{x} + \frac{3x-1}{x^3}} = \sqrt[9]{\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^3}} = \sqrt[9]{\frac{(x-1)^3}{x^3}}$$

$$= \sqrt[9]{\frac{x-1}{x}} = \sqrt[9]{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt[9]{1 - \frac{1}{\sqrt{2}-1}} \quad \text{گویا کردن مخرج} \quad \sqrt[3]{-\sqrt{2}} = -\sqrt[3]{2}$$

۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

$$-1 \leq \sin \frac{x}{2} \leq 1 \quad \text{می دانیم:}$$

$$\sin \frac{x}{2} = +1 \rightarrow \text{Min}(g(x)) = 2 = f \quad \text{شیب (a)}$$

$$\sin \frac{x}{2} = -1 \rightarrow \text{Max}(g(x)) = 32 = f \quad \text{(b) عرض از مبدأ از}$$

$$f(x) = ax + b \quad \text{تابع خطی} \rightarrow \boxed{f(x) = 2x + 32}$$

$$f(3) + g\left(-\frac{\pi}{3}\right) = (2(3) + 32) + \left(\frac{1}{2}\right)^{(2\sin(-\frac{\pi}{6}) - 3)} = 38 + 16 = 54$$

۱۰۶. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اختلاف d بین دو جمله متوالی از دنباله حسابی:

$$\underbrace{a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, a_1 + 4d, \dots, a_n - 4d, a_n - 3d, a_n - 2d, a_n - d, a_n}_{\text{جمله اول}} \quad \text{جمله آخر}$$

جمله اول

$$s' = 62$$

جمله آخر

$$s'' = 138$$

اگر جملات ابتدا و انتها را به طور متقارن از دو انتها جمع کنیم هر بار عبارت $a_1 + a_n$ ظاهر می شود (۵ مرتبه) بنابراین:

$$s' + s'' = 5(a_1 + a_n) \rightarrow 62 + 138 = 5(a_1 + a_n) \quad a_1 + a_n = 40 \rightarrow s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\rightarrow s_{100} = \frac{100}{2}(40) \rightarrow \boxed{s_{100} = 2000}$$

۱۰۷. گزینه ۴ درست است.

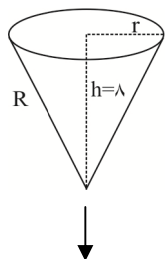
با یک درصد کاهش جمعیت در هر سال، جمعیت $0/99$ مقدار قبلی می شود:

$$P(t) = P_0 \times (0/99)^t \rightarrow \frac{1}{2} P_0 = P_0 (0/99)^t \quad \text{از طرفین در پایه } 0/99 \text{ لگاریتم می گیریم:}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{99} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{99} \rightarrow \frac{\log_{10} \frac{1}{99}}{\log_{10} \frac{1}{2}} = t \rightarrow t = \frac{-\log 2}{\log 99 - \log 100}$$

$$t = \frac{-0.3}{1.995 - 2} \rightarrow \boxed{t = 60} \text{ سال}$$

۱۰۸. گزینه ۳ درست است.



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$288 = \frac{1}{3} \times 3 \times r^2 \times 8$$

$$\boxed{r = 6} \rightarrow r^2 + h^2 = R^2 \rightarrow \boxed{R = 10}$$

$$L = 2\pi r = 36$$

قطاع حاصل از شکل گسترده $\rightarrow$ $\begin{cases} \text{محیط} = 10 + 10 + 36 = 56 \\ L = R \cdot \theta \rightarrow \text{رادیان} \end{cases}$

$$36 = 10 \times \theta \rightarrow \theta_{\text{رادیان}} = 3.6$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{2} R^2 \theta$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{2} (10)^2 \times 3.6 = 180$$

$$\text{اختلاف محیط و مساحت قطاع} = 180 - 56 = 124$$

۱۰۹. گزینه ۲ درست است.

$$h(x) = g(x) \rightarrow 4^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + \frac{3}{2} \rightarrow 2^{2x} = 2^{-2x} + \frac{3}{2}$$

$$\text{با فرض } 2^{2x} = t \rightarrow t = \frac{1}{t} + \frac{3}{2} \rightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{غ ق} & (2^{2x} > 0 \rightarrow t > 0) \end{cases}$$



$$2^{2x} = 2 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}} \rightarrow y = 4^x = 2 \rightarrow A\left(\frac{1}{2}, 2\right) \xrightarrow{\text{محل برخورد دو منحنی}} \frac{f(x)}{\text{صدق در}} \rightarrow 2 = \log_{10}^{(1-3a)} - 1$$

$$\Rightarrow 3 = \log_{10}^{(1-3a)} \rightarrow 1 - 3a = 10^3 \rightarrow -3a = 999 \rightarrow \boxed{a = -333}$$

۱۱۰. گزینه ۴ درست است.

$$A = \sin x \cdot \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = \frac{1}{2} \sin 2x (\underbrace{\cos^2 x - \sin^2 x}_{\cos 2x}) (\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_1)$$

$$A = \frac{1}{2} \sin 2x \cdot \cos 2x = \frac{1}{4} \sin 4x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{24}} \boxed{A = \frac{1}{8}}$$

$$B = \frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + 15^\circ) - \sin(\frac{3\pi}{2} - 15^\circ)}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \pi - 15^\circ) - \sin(\frac{\pi}{2} + 15^\circ)} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \quad \text{با تقسیم صورت و مخرج بر } \cos 15^\circ :$$

دور دایره صرف نظر می شود

$$B = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{-1.6}{-0.72} = \frac{16}{7.2}$$

$$8A - 9B = 8(\frac{1}{8}) - 9(\frac{16}{7.2}) = 1 - 12 = -11$$

۱۱۱. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-1)}{a(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2a}$$

$$f(1) = 2b - 1$$

(توجه: اگر $0 < x < 1$ آنگاه $\sqrt{x} > x$)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 1}{-(x - \sqrt{x})} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{-(x-\sqrt{x})} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x-1)(2)}{-x(x-1)} = -6$$

$$\frac{1}{2a} = -6 = 2b - 1 \quad \begin{cases} a = \frac{-1}{12} \\ b = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

$$4(3a - b) = 4(-\frac{1}{4} + \frac{5}{2}) = 9$$

۱۱۲. گزینه ۲ درست است.

$$f(x) = \sqrt{1-x} - 1 \xrightarrow{\text{دامنه } f} 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow D_f = (-\infty, 1]$$

$$\sqrt{1-x} \geq 0 \xrightarrow{\text{برد } f} \sqrt{1-x} - 1 \geq -1 \Rightarrow R_f = [-1, +\infty)$$

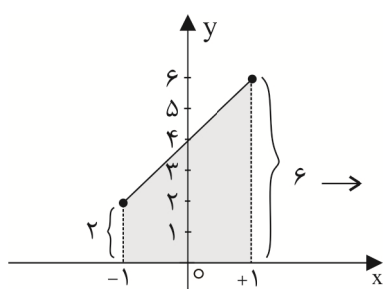
$$f^{-1} \circ f(x) = x; D_{f^{-1} \circ f} = D_f = (-\infty, 1] \quad (1)$$

$$f \circ f^{-1}(x) = x; D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow g(x) = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x) + 4 = 2x + 4$$

$$D_g = D_f \cap R_f = [-1, 1]$$

بنابراین باید نمودار خط $y = 2x + 4$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم و مساحت محدود به آن با محور x را حساب کنیم:



$$S_{\text{دورزنقه}} = \frac{(2+6) \times 2}{2} = 8$$

۱۱۳. گزینه ۳ درست است.

$$(1) \quad 3 \leq x \leq 5 \rightarrow 2 \leq x-1 \leq 4 \rightarrow 2 \leq 1-\frac{x}{2} \leq 4 \rightarrow -6 \leq x \leq -2 \quad \text{دامنه تابع جدید}$$

$$(2) \quad -1 \leq 2f-3 \leq 3 \rightarrow 1 \leq f \leq 3 \xrightarrow{x-3} -9 \leq -3f \leq -3 \Rightarrow -12 \leq -3f-3 \leq -6$$

بنابراین اجتماع (۱) و (۲) به صورت $[-12, -2]$ و دارای ۱۱ عدد صحیح است.

۱۱۴. گزینه ۴ درست است.

ماکزیمم نمودار در وسط بازه $(0, 4)$ یعنی $x=2$ واقع شده است بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max}(2, 4) \xrightarrow{\text{صدق در } f} 4 = a - b \\ \text{مبدأ } (0, 0) \xrightarrow{\text{صدق در } f} 0 = a + b \end{array} \right\} \rightarrow a = 2, b = -2 \quad \boxed{f(x) = 2 - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) &= 2 - 2 \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + (2 - 2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)) \\ &= 4 - 2 \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) - 2 \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = 4 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 6 \end{aligned}$$

۱۱۵. گزینه ۲ درست است.

$$f(-1) = 0 \rightarrow 2(-1)^2 + 5m(-1) - (-1) + m + 7 = 0 \rightarrow \boxed{m = -1}$$

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = 2x^2 - 5x^2 - x + 6$ است.

با تقسیم چند جمله‌ای ضابطه تابع بر عبارت $x+1$ خارج قسمت آن برابر $2x^2 - 7x + 6$ به دست می‌آید. طول‌های دو نقطه برخورد دیگر نمودار تابع با محور x ها، ریشه‌های معادله $2x^2 - 7x + 6 = 0$ است که حاصل ضرب آن‌ها $\frac{c}{a} = \frac{6}{2} = 3$ است.

۱۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = \tan(\pi - \pi ax) = -\tan(\pi ax)$$

این تابع نسبت به مبدأ مختصات متقارن است و با توجه به شکل دوره تناوب آن $T = 4$ است بنابراین:

$$|a| = \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad T = \frac{\pi}{|\pi a|} = 4$$

با توجه به روند نزولی اکید تابع در هر دو دوره تناوب (بین دو مجانب قائم متوالی) و ضابطه نهایی $f(x) = -\tan(\pi ax)$ مقدار a باید مثبت باشد:

$$\boxed{a = \frac{1}{4}} \rightarrow \boxed{f(x) = -\tan\left(\frac{\pi}{4}x\right)} \quad f\left(\frac{1}{3a}\right) \times f\left(\frac{-2}{3a}\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) \times f\left(\frac{-1}{3}\right) = (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = -3$$

۱۱۷. گزینه ۲ درست است.

مطابق تعریف مشتق:

$$h \rightarrow 0^- \Rightarrow x \rightarrow 4^- \quad x=4 \quad \text{ضابطه تابع در همسایگی چپ} \quad f(x) = \frac{-4x(x-4)(x+4)}{-(x-4)}$$

$$\rightarrow f(x) = 4x^2 + 16x$$

$$f'(x) = 8x + 16 \rightarrow \boxed{f'_-(4) = 48}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(4+h) - f(4)}{4h} = \frac{1}{4} \times f'_-(4) = \frac{1}{4} \times 48 = 12$$

۱۱۸. گزینه ۴ درست است.

$$\tan \gamma x = \frac{-1}{\tan 2x} \rightarrow \tan \gamma x = -\cot 2x \rightarrow \tan \gamma x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\gamma x = k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{10}}$$

$$-\pi \leq \frac{k\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{10} \leq \pi \xrightarrow{\div \pi} -1 \leq \frac{k}{\Delta} + \frac{1}{10} \leq 1 \xrightarrow{\times 10} -10 \leq 2k + 1 \leq 10 \xrightarrow{(-1)} -11 \leq 2k \leq 9$$

$$\xrightarrow{\div 2} -\frac{11}{2} \leq k \leq \frac{9}{2} \rightarrow m = 10 \text{ (تعداد ریشه‌ها) صحیح } K \text{ های صحیح}$$

$$(1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x + 1 = 0 \rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$$

$$\Delta = 2\Delta \rightarrow \sin x = \frac{3 \pm \Delta}{-4} \begin{cases} \sin x = -2 \text{ غ ق ق } (-1 \leq \sin x \leq 1) \\ \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases} \begin{cases} \boxed{x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}} \\ \boxed{x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}} \end{cases} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

$$(1) \Rightarrow -2\pi \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq 2\pi \xrightarrow{\div \pi} -2 \leq 2k + \frac{1}{6} \leq 2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} -1 \leq k \leq 0 \rightarrow k = -1, 0 \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow -2\pi \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \leq 2\pi \xrightarrow{\div \pi} -2 \leq 2k + \frac{5}{6} \leq 2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1, 0 \quad (4)$$

$$(3), (4) \Rightarrow n = 4 \text{ تعداد ریشه‌ها}$$

$$m^2 + n^2 = 100 + 16 = 116$$

۱۱۹. گزینه ۱ درست است.

$$\text{اگر } n > 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^n}{2x^n} = 4$$

$$\text{اگر } n = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 8x^3}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3}{2x^3} = 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) = -1 \\ n = 1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) = -1 \end{array} \right. \text{یا } n < 3 \text{ (اگر } n \text{ طبیعی است)}$$

۱۲۰. گزینه ۳ درست است.

چون درجه صورت و مخرج یکسان است، این تابع می‌تواند فقط مجانب‌های قائم و افقی داشته باشد:

$$\text{مجانِب‌های قائم: } x=4 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \pm\infty \quad \checkmark$$

$$x=-4 \rightarrow \lim_{x \rightarrow (-4)} f(x) = \pm\infty \quad \checkmark$$

$$\text{مجانِب‌های افقی: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-14}{4-x} = -1 \rightarrow \boxed{y=-1} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-14}{4+x} = 1 \rightarrow \boxed{y=1} \end{cases}$$

مساحت بین ۲ مجانب قائم و ۲ مجانب افقی برابر مساحت یک مستطیل به صورت $2 \times 8 = 16$ است.

۱۲۱. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} f(3) = 8 \quad (\text{نقطه تماس مشترک است}) \\ f'(3) = 5 \quad (\text{شیب خط مماس}) \end{cases}$$

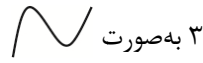
خط $y = 5x - 7$ در $x = 3$ بر نمودار $f(x)$ مماس است.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{g(x) - g(8)}{(x-8)(x+7)} = \frac{37}{150} \Rightarrow g'(8) \times \lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x+7} = \frac{37}{150}$$

$$g'(8) \times \frac{1}{15} = \frac{37}{150} \Rightarrow \boxed{g'(8) = \frac{37}{10}}$$

$$(g \circ f)'(3) = g'(f(3)) \times f'(3) = g'(8) \times 5 = \frac{37}{10} \times 5 = 18.5$$

۱۲۲. گزینه ۳ درست است.

در حالتی که نمودار تابع درجه ۳ به صورت  یا  باشد، بین نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی، هر خط افقی نمودار تابع را در ۳ نقطه متمایز قطع می‌کند بنابراین:

$$4x + k = x^3 - 3x^2 - 5x + 1$$

$$\boxed{x^3 - 3x^2 - 9x + 1 = k}$$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1 \rightarrow g(x) < k < g(x) \quad \text{تابع درجه ۳ برای بررسی حدود } k$$

$$g'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1, g(-1) = 6 \text{ max} \\ x = 3, g(3) = -26 \text{ min} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{عدد صحیح} \\ -26 < k < 6 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{عدد صحیح} \\ -25 \leq k \leq 5 \end{matrix}$$

به ازای ۳۱ عدد صحیح برای k در این بازه، سه نقطه متمایز تلاقی خط و منحنی وجود دارد.

۱۲۳. گزینه ۲ درست است.

$$S_{\Delta AMN} = 6 \rightarrow \frac{1}{2} \times AM \times AN \times \sin 90^\circ = 6$$

$$\frac{1}{2} \times AM \times 4 \times 1 = 6 \rightarrow \boxed{AM = 3}$$

$$\Delta AMN \text{ فیثاغورث: } 3^2 + 4^2 = MN^2 \rightarrow \boxed{MN = 5}$$

$$\Delta ABC \text{ تعمیم تالس در: } \frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{5}{BC} \rightarrow \boxed{BC = \frac{25}{3}}$$

$$\Delta_{ABC} \text{ تالس در } : \frac{AM}{MC} = \frac{AN}{NB} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{4}{NB} \rightarrow \boxed{NB = \frac{8}{3}}$$

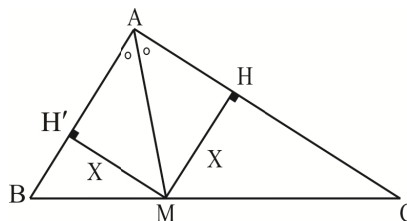
$$MNBC \text{ محیط دوزنقه } = \frac{25}{3} + \frac{8}{3} + 5 + 2 = 18$$

۱۲۴. گزینه ۱ درست است.

هر نقطه روی نیمساز AM مانند نقطه M از دو ضلع زاویه A به یک فاصله است: $MH = MH' = X$

$$S_{\Delta_{AMB}} = \frac{1}{2} \times AB \times X \quad (1)$$

$$S_{\Delta_{AMC}} = \frac{1}{2} \times AC \times X \quad (2)$$



$$(1), (2) \Rightarrow \frac{S_{\Delta_{AMB}}}{S_{\Delta_{AMC}}} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \rightarrow S_{\Delta_{AMB}} + S_{\Delta_{AMC}} = S_{\Delta_{ABC}}$$

$$\frac{2}{3} S_{\Delta_{AMC}} + S_{\Delta_{AMC}} = 40$$

$$\frac{5}{3} S_{\Delta_{AMC}} = 40 \rightarrow \boxed{S_{\Delta_{AMC}} = 24}$$

۱۲۵. گزینه ۴ درست است.

با رسم قطر AC: در مثلث ABC پاره‌خط‌های AE و CN میانه مثلثاند بنابراین: $S_{\Delta_{ANS}} = S_{\Delta_{CES}} = \frac{1}{6} S_{\Delta_{ABC}}$ به همین

ترتیب پاره‌خط‌های AF و CM هم در Δ_{ADC} میانه‌اند:

$$S_{\Delta_{AMT}} = S_{\Delta_{TFC}} = \frac{1}{6} S_{\Delta_{ADC}}$$

$$S_{\text{کل سایه زده}} = \frac{1}{6} S_{\Delta_{ABC}} + \frac{1}{6} S_{\Delta_{ABC}} + \frac{1}{6} S_{\Delta_{ADC}} + \frac{1}{6} S_{\Delta_{ADC}}$$

$$= \frac{1}{3} (S_{\Delta_{ABC}} + S_{\Delta_{ADC}}) = \frac{1}{3} S_{\Delta_{ABCD}} = \frac{1}{3} \times 96 = 32$$

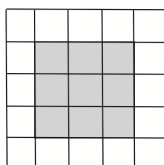
۱۲۶. گزینه ۱ درست است.

تعداد نقاط درونی i ($i \geq 0$) و تعداد نقاط مرزی b ($b \geq 3$) با استفاده از رابطه پیک $S = \frac{b}{2} + i - 1$ مساحت چند ضلعی شبکه‌ای را مشخص می‌کنند:

$$11/5 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow b = 25 - 2i \xrightarrow{b \geq 3} 25 - 2i \geq 3 \rightarrow i \leq 11 \xrightarrow{i \geq 0} 0 \leq i \leq 11 \rightarrow$$

$$\text{مجموع مقادیر } i \text{ های متمایز} = 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 10 + 11 = \frac{11(11+1)}{2} = 66$$

۱۲۷. گزینه ۲ درست است.



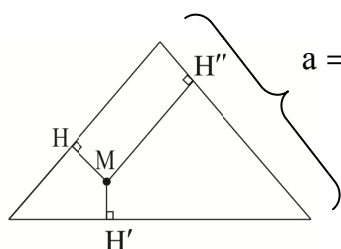
مکعب‌هایی که در وسط وجه‌های مکعب اصلی (به جزء یال‌ها) قرار دارند فقط یک وجه رنگ شده دارند. هر مکعب ۶ وجه دارد، بنابراین: $m = 6 \times 9 = 54$



مکعب‌هایی که در وسط یال‌ها قرار می‌گیرند دو وجه رنگ شده دارند: هر مکعب ۱۲ یال دارد، بنابراین $n = 12 \times 3 = 36$ مکعب‌های کوچکی که در ۸ کنج انتهایی مکعب اصلی هستند ۳ وجه رنگ شده دارند، بنابراین: $p = 8 \times 1 = 8$

$$m + 2n + 3p = 54 + 72 + 24 = 150$$

۱۲۸. گزینه ۱ درست است.



$$MH + MH' + MH'' = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \text{ارتفاع مثلث}$$

$$10\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \rightarrow \boxed{a=20} \rightarrow P = \frac{3 \times 20}{2} = 30 \text{ نصف محیط}$$

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4}(20)^2 = 100\sqrt{3}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{100\sqrt{3}}{30} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \rightarrow S_1 \text{ محاطی داخلی} = \pi r^2 = 3\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 100$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{100\sqrt{3}}{30-20} = 10\sqrt{3} \rightarrow S_2 \text{ محاطی خارجی} = \pi r_a^2 = 3(10\sqrt{3})^2 = 900$$

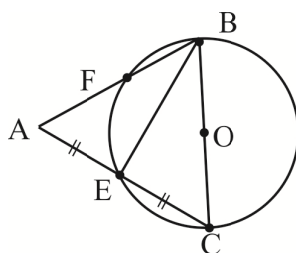
$$2R = \frac{a}{\sin 60^\circ} \Rightarrow R = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \rightarrow S_3 \text{ محیطی} = \pi R^2 = 3\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 = 400$$

هر مثلث یک دایره محاطی داخلی و ۳ دایره محاطی خارجی و یک دایره محیطی دارد بنابراین:

$$S_1 + 3S_2 + S_3 = 100 + 3(900) + 400 = 3200$$

۱۲۹. گزینه ۳ درست است.

$$AF \times AB = AE \times AC \Rightarrow 3 \times AB = 6 \times 12 \rightarrow AB = 24$$



اگر وتر BE را رسم کنیم چون $\widehat{BEC}$ محاطی و روبه‌روی قطر دایره است پس قائمه است. از طرفی $AE = EC$ (طبق فرض سؤال) بنابراین BE عمود منصف پاره‌خط AC و فاصله نقطه B از دو سر آن به یک اندازه است:

$$AB = BC = 24 \rightarrow 2R = 24 \rightarrow R = 12$$

$$s = \pi R^2 = \pi(12)^2 = 144\pi$$

۱۳۰. گزینه ۲ درست است.

ΔABC قضیه استوارت در: $AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$

$$81 \times 8 + AC^2 \times 4 = 49 \times 12 + 4 \times 8 \times 12 \rightarrow \boxed{AC = 9}$$

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

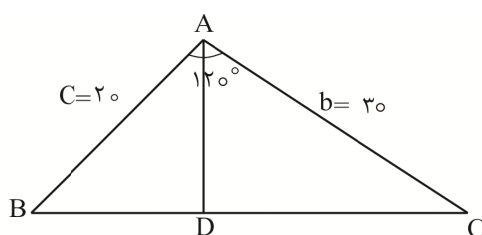
قضیه میانه‌ها

$$81 + 81 = 2AM^2 + 72 \rightarrow AM^2 = 45$$

$$AC + AM^2 = 9 + 45 = 54$$

۱۳۱. گزینه ۳ درست است.

چون زاویه $\hat{A} = 120^\circ$ منفرجه و بزرگترین زاویه مثلث است، بنابراین نیمساز آن کوچک‌ترین نیمساز مثلث است:



$$\Rightarrow AD = \frac{2b \cdot c \cdot \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b + c}$$

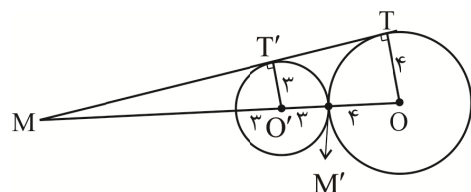
$$AD = \frac{2 \times 20 \times 30 \times \cos 60^\circ}{20 + 30}$$

$$AD = 12$$

۱۳۲. گزینه ۲ درست است.

نقطه برخورد امتداد خط‌المركزين و مماس مشترك خارجي دو دایره در این حالت مرکز تجانس مستقیم است (M) و نقطه

تماس دو دایره بر روی خط‌المركزين (M') مرکز تجانس معکوس است:



$$\frac{O'M}{OM} = \frac{O'T'}{OT} \rightarrow \frac{O'M}{3 + 4 + O'M} = \frac{3}{4} \rightarrow O'M = 21$$

$$MM' = O'M + 3 = 21 + 3 = 24$$

۱۳۳. گزینه ۱ درست است.

مطابق تمرین ۳ صفحه ۴۴ کتاب هندسه ۲، مرکز دوران، محل برخورد عمودمنصف‌های هر نقطه و دوران یافته‌اش است.

معادله خط دو عمودمنصف را نوشته و قطع می‌دهیم تا مختصات $O(\alpha, \beta)$ به‌دست آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{AA'} = \frac{2 - (-1)}{-5 - 1} = -\frac{1}{2} \rightarrow m_{\Delta} = 2 \\ AA' \text{ وسط } M = \begin{cases} \frac{-5 + 1}{2} = -2 \\ \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 2x + \frac{9}{2}} \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{BB'} = \frac{4 - 1}{3 - 0} = 1 \rightarrow m_{\Delta'} = -1 \\ BB' \text{ وسط } N = \begin{cases} \frac{3 + 0}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = -x + 4} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + \frac{9}{2} \\ y = -x + 4 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-1}{6} = \alpha \\ y = \frac{25}{6} = \beta \end{cases} \rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 4}$$

۱۳۴. گزینه ۳ درست است.

$$|A| \times \text{از چپ} \Rightarrow |A(A^{-1} + B^{-1})| = |A| \cdot K \rightarrow |I + AB^{-1}| = |A| \cdot K$$

$$\xrightarrow{|B| \times \text{از راست}} |(I + AB^{-1})B| = |A| \cdot |B| \cdot K \rightarrow |B + A| = K |AB| \rightarrow K = \frac{|A+B|}{|AB|} = \frac{28}{4} = 7$$

۱۳۵. گزینه ۲ درست است.

$$|A| = 28 |A|^3 - 6 |A| \rightarrow 28 |A|^3 - 7 |A| = 0$$

$$\rightarrow 7 |A| (4 |A|^2 - 1) = 0 \begin{cases} |A| = 0 \rightarrow \text{ماتریس وارون پذیر نیست} \\ |A|^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{می دانیم } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \rightarrow |A^{-1}|^4 = \left(\frac{1}{|A|}\right)^4 = \left(\frac{1}{|A|^2}\right)^2 = 16$$

۱۳۶. گزینه ۱ درست است.

دو دایره بر محورهای مختصات به طور همزمان مماس هستند، بنابراین $R = \alpha = \beta$ و در نتیجه:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$$

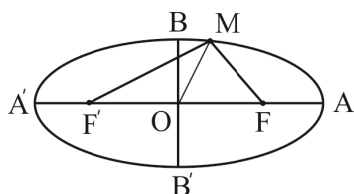
↓

$$(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2 \xrightarrow{A(2,1)} (2 - R)^2 + (1 - R)^2 = R^2$$

$$\rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \begin{cases} R' = 1 \rightarrow O' \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases} \\ R = 5 \rightarrow O \begin{cases} 5 \\ 5 \end{cases} \end{cases} \rightarrow OO' = \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32}$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{32 - (5-1)^2} = 4$$

۱۳۷. گزینه ۴ درست است.



$$A'A = 10 \rightarrow a = 5$$

$$B'B = 6 \rightarrow b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = 4 \Rightarrow OF = OF' = OM = 4$$

میانۀ وارد بر ضلع FF' نصف آن است $\leftarrow$ مثلث MFF' قائم الزاویه است.

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \rightarrow \underbrace{(MF + MF')^2}_{2a=10} - 2MF \cdot MF' = \underbrace{FF'^2}_{FF'=2c=8}$$

$$10^2 - 2MF \times MF' = 64 \rightarrow \boxed{MF \times MF' = 18}$$

$$S_{\Delta MF'F} = \frac{1}{2} \underbrace{MF \times MF'}_{\text{حاصل ضرب اضلاع قائمه}} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$$

۱۳۸. گزینه ۱ درست است.

شرط آن که سه بردار در یک صفحه باشند آن است که حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار صفر باشد.

$$V = \left| \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \right| = 0 \quad \vec{a} \times \vec{b} = (-13, 2, 5)$$

$$(k-2, 2-k, k) \cdot (-13, 2, 5) = 0$$

$$-13(k-2) + 2(2-k) + 5k = 0 \rightarrow \boxed{k=3}$$

۱۳۹. گزینه ۴ درست است.

$$S_{\square} = \left| (\Delta \vec{a} - 2\vec{b}) \times (3\vec{a} + \vec{b}) \right| = \left| \cancel{1\Delta \vec{a} \times \vec{a}} + \Delta \vec{a} \times \vec{b} - \cancel{6\vec{b} \times \vec{a}} - \cancel{2\vec{b} \times \vec{b}} \right|$$

$$S_{\square} = 11 |\vec{a} \times \vec{b}| = 11 \times |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \left| \sin 60^\circ \right| = 11 \times 3 \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 99$$

۱۴۰. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] &\Leftrightarrow \sim q \equiv [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow \sim q \\ &\equiv [(\sim p \wedge p) \vee q] \Leftrightarrow \sim q \\ &\equiv [F \vee q] \Leftrightarrow \sim q \\ &\equiv q \Leftrightarrow \sim q \equiv F \end{aligned}$$

$$\text{در هر دو حالت} \quad \begin{cases} \frac{d \Leftrightarrow n}{n \Leftrightarrow d} = n \end{cases}$$

۱۴۱. گزینه ۳ درست است.

حالات مطلوب (A): سیاه و سفید و سیاه یا سفید و سیاه و سفید

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 6 \times 5}{10 \times 9 \times 8} + \frac{4 \times 6 \times 3}{10 \times 9 \times 8} = \frac{4}{15}$$

۱۴۲. گزینه ۲ درست است.

$$P(B|A) + P(B') = 1 \rightarrow P(B|A) = 1 - P(B') \rightarrow P(B|A) = P(B) \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad \text{B, A مستقل اند.}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{7}{12} = x + 3x - x \times 3x$$

$$3x^2 - 4x + \frac{7}{12} = 0 \quad \begin{cases} x = \frac{1}{6} \rightarrow \boxed{P(A) = \frac{1}{6}} \\ X = \frac{7}{6} \quad \text{غ ق ق} \quad (0 \leq P(A) \leq 1) \end{cases}$$

۱۴۳. گزینه ۳ درست است.

داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$\{32, 37, 39, 42, 46, 50, 54, 56, 57, 59\}$

نصف اول داده‌ها

$$\downarrow \\ Q_1 = 39$$

نصف دوم داده‌ها

$$\downarrow \\ Q_3 = 56$$

داده‌های درون جعبه عبارتند از: ۴۲, ۴۶, ۵۰, ۵۴

$$\bar{x} = 48 \quad \sigma^2 = \frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4} = 20 \rightarrow \sigma = 2\sqrt{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} \approx \frac{2.24}{24} = 0.093$$

۱۴۴. گزینه ۱ درست است.

به‌خاطر نمونه ۲۰۰ تایی، ۲۰۰ طبقه داریم. تعداد اعضای هر طبقه ۱۰ است: $\frac{2000}{200} = 10$

شماره‌های انتخاب شده در نمونه، یک دنباله حسابی است.

$$(a_n = a_1 + (n-1)d)$$

قدر نسبت شماره جمله جمله اول جمله n ام

$$a_1, a_1 + d, \underbrace{a_1 + 2d}, \dots$$

$$27 = a_1 + 2(10)$$

$$\downarrow \\ \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_{77} = a_1 + 76d = 7 + 76(10) = 767$$

۱۴۵. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} d | 3n+1 \xrightarrow{\times 14} \begin{cases} d | 42n+14 \\ d | -42n+27 \end{cases} \rightarrow d | 41 \begin{cases} d=1 \\ d=41 \end{cases} \\ d | 14n-9 \xrightarrow{\times (-3)} \end{cases}$$

چون دو عدد طبیعی مورد نظر نسبت به هم اول نیستند ($d \neq 1$):

$$41 | 3n+1 \Rightarrow 3n+1 \equiv 0 \xrightarrow{41} 3n \equiv -1 \xrightarrow{41} 3n \equiv -42$$

$$\xrightarrow{41} n \equiv -14 \rightarrow n = 41k - 14 \rightarrow 1000 \leq 41k - 4 \leq 9999$$

$$\rightarrow 1004 \leq 41k \leq 10003 \rightarrow 25 \leq k \leq 244$$

$$\text{عدد } n \text{ تعداد} = 244 - 25 + 1 = 219$$

۱۴۶. گزینه ۴ درست است.

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 25$$

با شرط $X_1 \geq 1, X_2 \geq 2, X_3 \geq 3, X_4 \geq 4, X_5 \geq 5$ معادله فوق به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 25 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 10; y_i \geq 0$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{10+5-1}{5-1} = \binom{14}{4} = 1001$$

۱۴۷. گزینه ۱ درست است.

اگر ب.م.م دو عدد a, b برابر d باشد، آن‌گاه

$$(a, b) = d \Rightarrow [a, b] = a'b'd : (a', b') = 1, \frac{b}{d} = b', \frac{a}{d} = a'$$

$$\text{ب.م.م} \quad \text{ک.م.م} \quad \text{ب.م.م}$$

$$a + b = 136 \rightarrow a'd + b'd = 136 \rightarrow (a' + b')d = 136 \quad (1)$$

$\downarrow$
 17×8

$$a'b'd = 60d \rightarrow \boxed{a'b' = 60} \Rightarrow$$

(۲)

$b' \text{ یا } a'$	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$a' \text{ یا } b'$	۶۰	۳۰	۲۰	۱۵	۱۲	۱۰

$$(1), (2) \Rightarrow a' = 12, b' = 5 \begin{cases} a = 12 \times 8 = 96 \\ b = 5 \times 8 = 40 \end{cases}$$

$$d = 8 \quad a - b = 96 - 40 = 56$$

۱ و ۲

۱۴۸. گزینه ۴ درست است.

$$k + 1 = 7 \rightarrow k = 6$$

$$\text{تعداد لانه‌ها} = 7 \times 12 = 84 = n$$

$$\text{تعداد کبوترها} = nk + 1 = 84(6) + 1 = 505$$

۱۴۹. گزینه ۳ درست است.

$$\gamma(k_{11}) + \gamma(p_{11}) + \gamma(c_{11}) = 1 + \left\lceil \frac{11}{3} \right\rceil + \left\lceil \frac{11}{3} \right\rceil = 1 + 4 + 4 = 9$$

۱۵۰. گزینه ۳ درست است.

$$3^3 \equiv 27 \equiv 8 \rightarrow 2 \text{ دو طرف به توان } 19 \quad 3^6 \equiv 64 \equiv 7 \rightarrow 3 \text{ دو طرف به توان } 19 \quad 3^{18} \equiv 343 \equiv 1$$

$$\rightarrow \boxed{3^{18} \equiv 1} \rightarrow 112 \text{ دو طرف به توان } 19 \left\{ \begin{array}{l} 3^{2016} \equiv 1 \\ 3^6 \equiv 7 \end{array} \right\} \Rightarrow 3^{2022} \equiv 7 \Rightarrow \boxed{r_1 = 7}$$

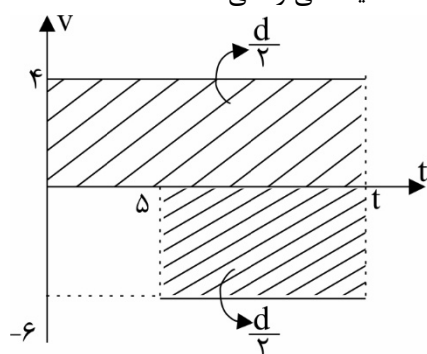
$$5^2 \equiv -1 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } 13} 5^{1400} \equiv 1 \xrightarrow{13 \times 51} 5^{1401} \equiv 5 \rightarrow \boxed{r_2 = 5}$$

$$\boxed{r_1 + r_2 = 7 + 5 = 12}$$

فیزیک

۱۵۱. گزینه ۳ درست است.

قطعاً متحرک سریع‌تر، دیرتر شروع به حرکت کرده است تا بتواند در زمانی کمتر، مسافت یکسانی را طی کند.



$$|\Delta x_1| = |\Delta x_2|$$

$$4 \times t = 6(t - 5)$$

$$4t = 6t - 30$$

$$t = 15 \text{ s}$$

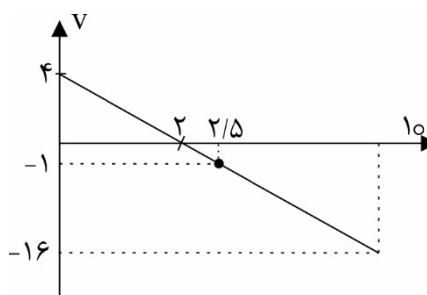
$$\frac{d}{2} = \left\{ \begin{array}{l} 4 \times 15 \\ 6 \times 10 \end{array} \right\} = 60 \Rightarrow \boxed{d = 120 \text{ m}}$$

۱۵۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به نمودار، متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ تغییر جهت داده است. اولاً توجه کنید در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط با سرعت در زمان میانی (در اینجا $t = 2/5 \text{ s}$) برابر است.

ثانیاً توجه کنید در محاسبه مسافت، مساحت تمامی نواحی بالا و پایین محور t را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم.

در نمودار به کمک تناسب، سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 10 \text{ s}$ تعیین شده‌اند.



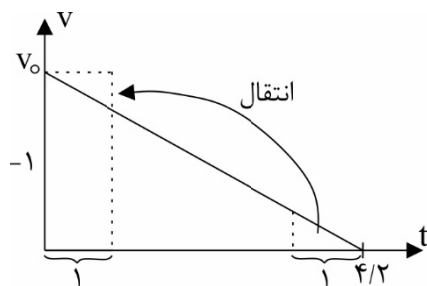
$$L = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{8 \times 16}{2} = 4 + 64 = 68$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{68}{10} = 6.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۳. گزینه ۱ درست است.

نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و از خلاقیت زیبایی بهره می‌گیریم:

با اتصال مثلث مربوط به جابه‌جایی در ثانیه آخر به دوزنقه جابه‌جایی در ثانیه اول، به یک مستطیل با طول V_0 و عرض ۱ ثانیه می‌رسیم.

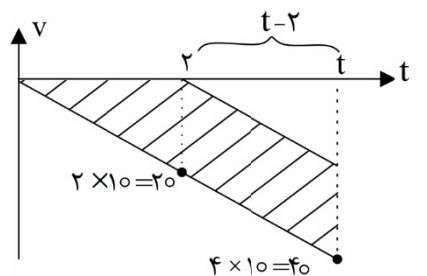


$$10 \text{ m} = V_0 \times 1 \Rightarrow V_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \frac{V_0 \times 4/2}{2} = \frac{10 \times 4/2}{2} = 21 \text{ m}$$

۱۵۴. گزینه ۴ درست است.

نسبت مساحت دو مثلث برابر ۴ بوده و لذا نسبت اضلاع برابر ۲ است.



$$t = 2(t - 2) \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

فاصله دو متحرک معادل با مساحت بین نمودار سرعت - زمان آن‌هاست. این ناحیه را به جهت سهولت در محاسبه به یک مثلث و یک متوازی‌الاضلاع تقسیم می‌کنیم:

$$d = \frac{20 \times 2}{2} + 20 \times \underbrace{(t - 2)}_{2 \text{ s}} = 60 \text{ m}$$

۱۵۵. گزینه ۳ درست است.

حرکت در ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است:

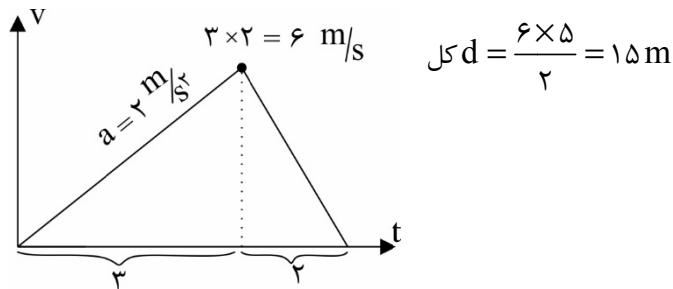
$$f_N - mg = ma_1 \Rightarrow f_N = mg + ma_1$$

$$\text{در حرکت کندشونده: } mg - f_N = ma_2 \Rightarrow f_N = mg - ma_2$$

$$\Rightarrow \Delta f_N = m(a_1 + a_2) \Rightarrow 400 = 80(2 + a_2)$$

$$\Rightarrow a_2 = 3 \frac{m}{s^2}$$

در ادامه کافی است نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنیم و توجه کنید زمان کل به نسبت عکس شتاب در دو ناحیه تقسیم می شود. زیرا هر اندازه شتاب بیشتر باشد، تغییرات سرعت معین در زمان کوتاه تری انجام می شود.

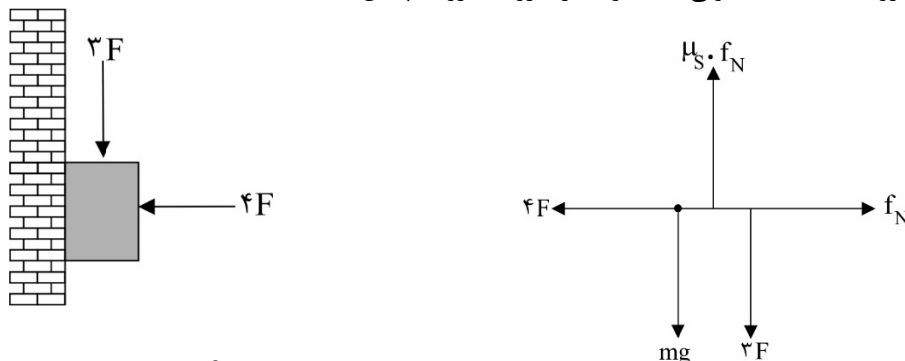


۱۵۶. گزینه ۴ درست است.

جسم در ابتدا ساکن است و این یعنی نیروی اصطکاک در ابتدا سکونی است. از آنجا که مشخص نیست با ۲ برابر شدن نیرو، جسم حرکت می کند یا خیر، نمی توان به طور قطعی درباره نیروی اصطکاک اظهار نظر نمود. اگر جسم حرکت کند، این امکان وجود دارد که نیروی اصطکاک جنبشی در حالت دوم با نیروی اصطکاک سکونی در حالت اول برابر باشد.

۱۵۷. گزینه ۱ درست است.

حالت مرزی که طی آن جسم در آستانه حرکت رو به پایین است را بررسی می کنیم (واضح است که جسم نمی تواند در آستانه حرکت رو به بالا باشد). بیشینه نیروی اصطکاک سکونی باید بتواند بر نیروهای رو به پایین غلبه کند:



$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow f_N = 4F$$

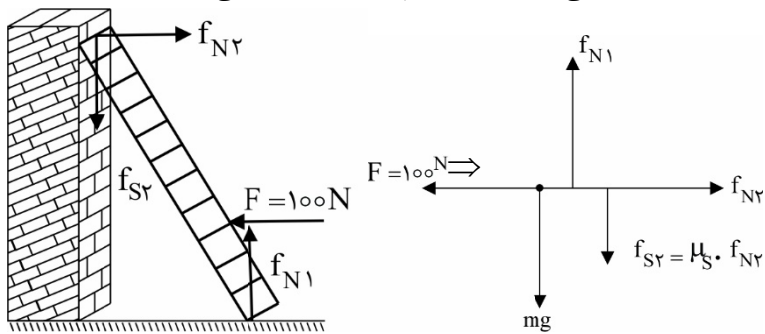
$$\text{خالص } F_y = 0 \Rightarrow \mu_s \times 4F = 3F + mg$$

برای آنکه بتوان با مقدار مناسب F جسم را ساکن نگه داشت، باید مقدار $\mu_s \times 4F$ از مقدار $3F$ بزرگ تر و نه حتی مساوی با آن باشد.

$$\mu_s \times 4F > 3F \Rightarrow \mu_s > 0.75$$

۱۵۸. گزینه ۴ درست است.

نردبان در آستانه حرکت رو به بالا بوده و لذا نیروی اصطکاک سکونی و بیشینه رو به پایین به آن وارد می شود.



$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow f_{N2} = F = 100 \text{ N}$$

$$\text{خالص } F_y = 0 \Rightarrow f_{N1} = 200 + 0.6 \times 100$$

$$\Rightarrow f_{N1} = 260 \text{ N}$$

۱۵۹. گزینه ۳ درست است.

نیروی جانب مرکز ماهواره، همان نیروی گرانشی وارد بر آن است. ضمناً می دانید مجذور تندی ماهواره با شعاع گردش آن رابطه عکس دارد.

$$P = m \cdot V \quad V^2 \times \frac{1}{r}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6 & 3 & 2 \\ \text{برابر} & \text{برابر} & \text{برابر} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} \downarrow \\ (2)^2 \\ \frac{1}{4} \\ \text{برابر} \end{array}$$

$$F = F_c = m \cdot \frac{V^2}{r}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 48 & 3 & \frac{1}{4} \\ \text{برابر} & \text{برابر} & \end{array}$$

۱۶۰. گزینه ۱ درست است.

تندی و انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه بوده و با انرژی کل برابر است. این مقدار با توجه به رابطه زیر، به جرم وابسته نیست.

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2} K \cdot A^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{ثابت} & \text{ثابت} & \text{ثابت} \end{array}$$

۱۶۱. گزینه ۴ درست است.

$$A = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ cm}$$

در هر نوسان کامل، مسافت ۴۰ cm طی شده و این یعنی طی مسافت ۸۰ cm معادل ۲ نوسان کامل است که نشان می دهد دوره تناوب نوسانگر ۲ ثانیه است. طبق فرض باید انرژی کل را به نسبت ۸ به ۱ تقسیم کنیم:

$$E \begin{cases} \lambda \Rightarrow u = \frac{\lambda}{q} E \\ 1 \Rightarrow K = \frac{1}{q} E = \frac{1}{q} K_{\max} \end{cases}$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3} V_{\max} = \frac{1}{3} A \omega = \frac{1}{3} \times A \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \times 10 \times \frac{2\pi}{2} = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۶۲. گزینه ۱ درست است.

$$\mu = 250 \frac{\text{g}}{\text{m}} = \frac{1}{4} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{(\frac{1}{4})}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda} = \frac{20}{0.2} = 100 \text{ Hz}$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 25 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} \text{ S}$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi f = 200\pi \frac{\text{Rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow V_{\max} = A \omega = \frac{2}{100} \times 200 \times 3 \approx 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

این یعنی سرعت نقطه M باید حداکثر شود.

هر نقطه از محیط تلاش می کند رفتار خود را مانند نقاط قبل از خودش نماید و لذا نقطه M باید به نقطه تعادل رسیده و

کمان $\frac{5\pi}{6}$ را در زمان $\frac{5T}{12}$ طی می کند.

$$\Delta t = \frac{\Delta T}{12} = \frac{5 \times \frac{1}{100}}{12} = \frac{1}{240} \text{ s}$$

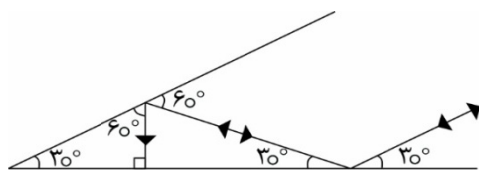
۱۶۳. گزینه ۲ درست است.

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0} = 17 \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 1.7 = 2 - 0.3$$

$$\Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \log 10^2 - \log 2 = \log \frac{100}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 50$$

۱۶۴. گزینه ۱ درست است.



پرتو به آینه (۱) به طور عمود برخورد کرده و لذا بر روی خودش باز خواهد گشت و این یعنی با 180° درجه دوران بازمی گردد.

۱۶۵. گزینه ۱ درست است.

زاویه شکست برای هر رنگ جداگانه محاسبه می‌شود. توجه کنید زاویه تابش با خط عمود سنجیده شده و ۵۳° درجه است.

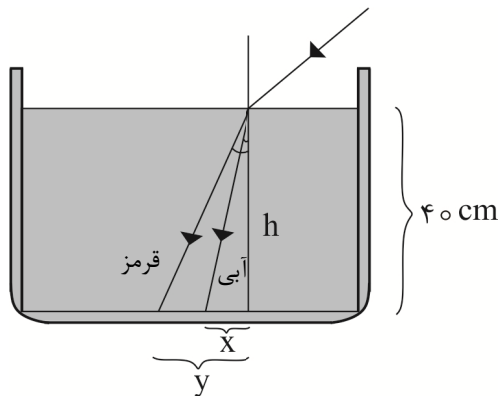
$$۱ \times \sin ۵۳ = ۰.۸\sqrt{۲} \times \sin r \Rightarrow r = ۴۵^\circ \text{ قرمز}$$

$$۱ \times \sin ۵۳ = \frac{۴}{۳} \times \sin r \Rightarrow r = ۳۷^\circ \text{ بنفش}$$

به کمک تانژانت هر زاویه، فاصله هر پرتو از راستای قائم محاسبه می‌گردد.

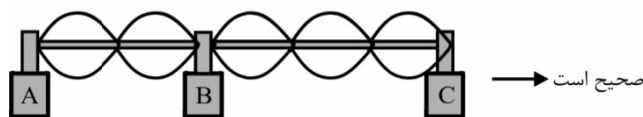
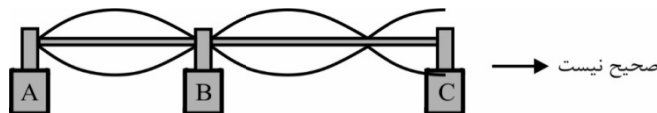
$$\left. \begin{aligned} \tan ۳۷ &= \frac{x}{۴۰} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x = ۳۰ \text{ cm} \\ \tan ۴۵ &= \frac{y}{۴۰} = ۱ \Rightarrow y = ۴۰ \text{ cm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$? = y - x \Rightarrow ? = ۱۰ \text{ cm}$$



۱۶۶. گزینه ۴ درست است.

کمترین بسامد به معنای بیشترین طول موج بوده و این یعنی کشیده‌ترین شکلی که تشکیل گره در نقاط ثابت شده را محقق کند نیاز داریم. اگر فرض کنیم بین A و B گره دیگری نداریم، باید در نقطه C شکم تشکیل شود. ولی اگر یک گره دیگر بین A و B تشکیل شود، در نقطه C هم گره خواهیم داشت.



حال توجه کنید فاصله دو گروه متوالی معادل با نصف طول موج است:

$$\frac{\lambda}{۲} = ۱۰ \text{ cm} \Rightarrow \lambda = ۲۰ \text{ cm} = \frac{۲}{۱۰} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow f_{\min} = \frac{V}{\lambda_{\max}} = \frac{۲۰}{\frac{۲}{۱۰}} = ۱۰۰ \text{ Hz}$$

۱۶۷. گزینه ۲ درست است.

در شکل‌های کتاب درسی هم وجود ۴ خط مرئی در رشته بالمر تأیید می‌شود. پس ۴ خط اول رشته بالمر ($n' = 2$)، مرئی است.

$n = 3$	4	5	6	7	$\dots$	∞
$\downarrow$			$\downarrow$	$\downarrow$		$\downarrow$
$\lambda_{\max}$			$\lambda_{\min}$	$\lambda_{\max}$		$\lambda_{\min}$
بالمر			مرئی بالمر	فرابنفش بالمر		بالمر

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

$$\Rightarrow \text{مرئی } \lambda_{\min} = \frac{36}{8} \times 100 = 450 \text{ nm}$$

۱۶۸. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تراز فعلی الکترون را شناسایی می‌کنیم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow n^2 = \frac{13/6}{0/85} = 16 \Rightarrow n = 4$$

کم‌انرژی‌ترین فوتونی که این الکترون جذب می‌کند، آن را به یک تراز بالاتر می‌برد. پس انرژی فوتون برابر با اختلاف انرژی تراز فعلی و تراز بالایی است:

$$\Delta E = E_5 - E_4 = \frac{-E_R}{5^2} - \frac{-E_R}{4^2} = \frac{9}{400} E_R$$

۱۶۹. گزینه ۴ درست است.

اگر جرم باقی‌مانده A به اندازه ۳ مرتبه دیگر نصف شود، با جرم فعلی B برابر می‌شود که این نشان می‌دهد تعداد نیمه‌عمر سپری‌شده عنصر A به همین تعداد کمتر است.

$$24g \longrightarrow 12g \longrightarrow 6g \longrightarrow 3g$$

$$\Rightarrow n_B - n_A = 3$$

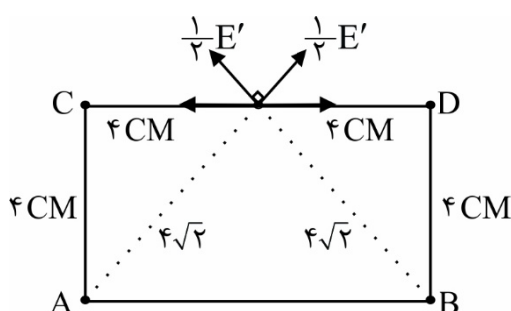
۱۷۰. گزینه ۱ درست است.

این یکی از نکات جالب الکتریسیته ساکن است که در آرایشی از ۳ بار الکتریکی، اگر نیروی خالص وارد بر دو تا از آن‌ها صفر باشد، الزاماً نیروی خالص وارد بر سومی نیز صفر می‌شود. البته یکی از شروط لازم برای تحقق این امر آن است که بارهای دو طرف همنام و بار میانی با آن‌ها ناهمنام باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{خالص } F_{q_1} = 0 \Rightarrow F_{21} = F_{31} \\ \text{خالص } F_{q_2} = 0 \Rightarrow F_{12} = F_{32} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow \text{خالص } F_{q_3} = 0$$

۱۷۱. گزینه ۲ درست است.

توجه کنید میدان با مجذور فاصله رابطه عکس دارد. میدان بارهای A و D هم را خنثی می‌کنند و میدان بارهای A و B با هم زاویه ۹۰ درجه می‌سازند که برآیند آن‌ها $\sqrt{2}$ برابر هر کدام است.



$$\text{برابر } \frac{1}{4} \leftarrow E = K \frac{q}{r^2}$$

$$\downarrow$$

$$(\sqrt{2})^2$$

$$E = \sqrt{2} \times \frac{1}{4} E'$$

$$E = \frac{\sqrt{2}}{2} E' \quad \text{برآیند}$$

۱۷۲. گزینه ۴ درست است.

$$\left. \begin{aligned} |\Delta V| &= \left| \frac{W}{q} \right| = \left| \frac{\Delta K}{q} \right| \\ |\Delta V| &= E \cdot d \end{aligned} \right\} \Rightarrow E \cdot d = \frac{\Delta K}{q}$$

$$K_1 = 0 \Rightarrow \Delta K = K_2 = \frac{1}{2} m v^2 = E \cdot d \times q$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 ۲ ۳ برابر ۲ (?)

$$\Rightarrow ? = \sqrt{3}$$

۱۷۳. گزینه ۱ درست است.

انرژی صرف شده به افزایش انرژی ذخیره شده در خازن منجر می شود:

$$u_2 = u_1 + W = 1 + 3/5 = 4/5 \mu J = \frac{9}{2} u_1$$

ثابت

$$k = x \quad \text{حالت اولیه}$$

$$u = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \leftarrow \frac{9}{2} \quad \text{برابر}$$

$$k = 1 \quad \text{حالت ثانویه}$$

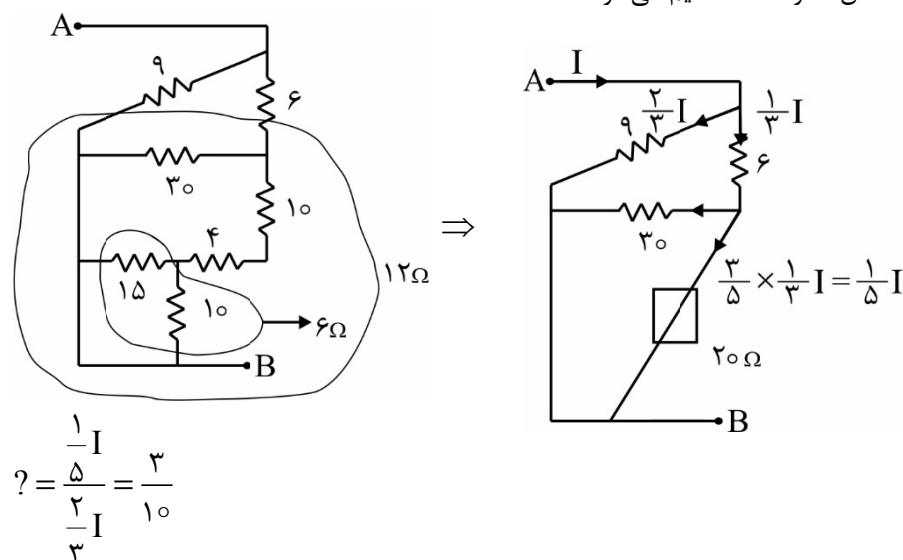
$$\frac{1}{2} \frac{9}{9} \quad \text{برابر}$$

$$C = k \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1}{x} \Rightarrow \boxed{x = 4/5}$$

ثابت ثابت
 $\uparrow$ $\downarrow$
 برابر برابر

۱۷۴. گزینه ۳ درست است.

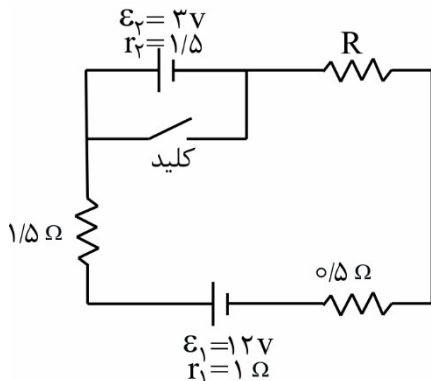
در اتصال موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود:



جریان کل I ابتدا بین مقاومت ۹Ω و شاخه ۱۸Ω سمت راست به نسبت ۲ به ۱ تقسیم شده و جریان $\frac{1}{3} I$ وارد شاخه

سمت راست می‌شود. این جریان در ادامه بین مقاومت‌های $30\ \Omega$ و شاخه $20\ \Omega$ به نسبت ۲ به ۳ تقسیم شده و
یعنی $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} I$ وارد شاخه حاوی مقاومت $4\ \Omega$ می‌شود.

۱۷۵. گزینه ۲ درست است.



لازمه تحقق فرض مسئله آن است که ولتاژ دو سر باتری (۲) از ابتدا صفر باشد که این زمانی رخ می‌دهد که تمامی نیروی محرکه آن روی مقاومت درونی خودش تلف گردد:

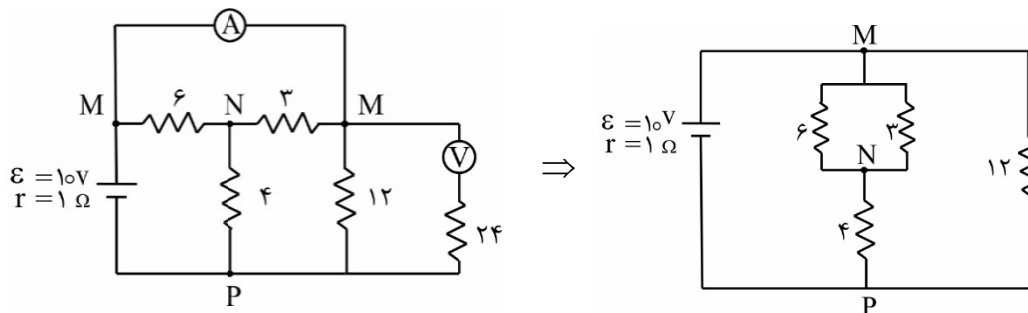
$$\varepsilon_2 - r_2 I = 0 \Rightarrow 3 - 1/5 I = 0 \Rightarrow I = 2\text{ A}$$

پس باید در مدار بدون باتری ۲ نیز جریان مدار ۲A باشد:

$$2 = \frac{\text{کل } V}{\text{کل } R} = \frac{12}{3 + R} \Rightarrow \boxed{R = 3\ \Omega}$$

۱۷۶. گزینه ۴ درست است.

جریانی وارد ولت‌سنج نشده و مقاومت سری با ولت‌سنج، همانند سیم، فاقد افت پتانسیل و تأثیر در مدار است.

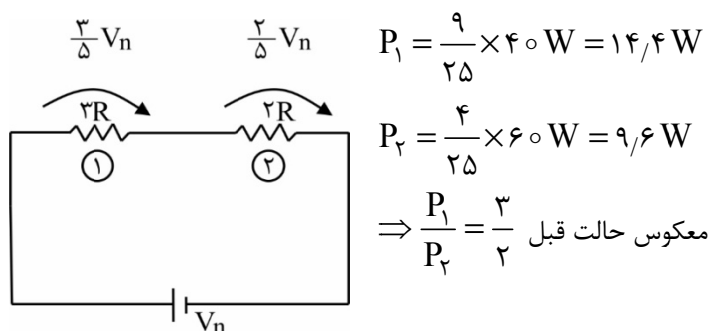


$$R_{\text{خارجی}} = [(6 \parallel 3) + 4] \parallel 12 = 4\ \Omega \Rightarrow R_{\text{کل}} = 5\ \Omega$$

$$I = \frac{\text{کل } V}{\text{کل } R} = \frac{10}{5} = 2\text{ A} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^2 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 10 \times 2 - 1 \times (2)^2 = 16\text{ W}$$

۱۷۷. گزینه ۳ درست است.

در اتصال موازی، توان با مقاومت رابطه عکس داشته و این یعنی نسبت مقاومت‌ها ۳ به ۲ است. در اتصال سری دو لامپ با هم، اولاً توان با مقاومت رابطه مستقیم دارد که معکوس حالت قبل است. از طرفی چون سهم ولتاژ هر یک تنها بخشی از ولتاژ کل اولیه است، سهم هر کدام قطعاً کمتر از سهم اولیه است که باعث می‌شود توان هر دو کمتر از توان اولیه باشد.



$$P_1 = \frac{9}{25} \times 40\text{ W} = 14.4\text{ W}$$

$$P_2 = \frac{4}{25} \times 60\text{ W} = 9.6\text{ W}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{2} \text{ معکوس حالت قبل}$$

ولتاژ برق شهری

در روابط فوق از این واقعیت بهره گرفتیم که برای هر مقاومت معین، نسبت توان، توان ۲ نسبت ولتاژ است.

$$K^2 \leftarrow P = \frac{V^2}{R} \rightarrow (K)^2$$

ثابت $R \rightarrow$ برابر

(بخش محاسباتی پاسخ این سؤال تنها برای افزایش دانش شما ارائه شده و تنها با همان متن اولیه ارائه شده، گزینه درست مشخص می‌شود و نیازی به محاسبه توان جدید دو لامپ نبود.)

۱۷۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا دو نیروی مغناطیسی و وزن به ذره وارد می‌شوند:

$$F_B = qVB \sin 90^\circ = 5 \times 10^{-3} \times 10^2 \times 0.2 = 0.1 \text{ N (برون سو)}$$

$$W = mg = 0.04 \times 10 = 0.4 \text{ N (درون سو)}$$

برای جلوگیری از انحراف ذره، کافی است نیروی میدان الکتریکی به اندازه 0.3 نیوتن و برون سو باشد. چون بار ذره مثبت است، کافی است میدان الکتریکی برون سو باشد.

$$F_E = E.q \Rightarrow E = \frac{F_E}{q} = \frac{3 \times 10^{-1}}{5 \times 10^{-3}} = 60 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۱۷۹. گزینه ۴ درست است.

تعداد دور از تقسیم طول سیم بر محیط مقطع سیملوله تعیین می‌شود.

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{24}{2 \times 3 \times 10^{-2}} = 400 \text{ دور}$$

$$\Phi = B.A.\cos 0^\circ \Rightarrow 1.8 \times 10^{-7} = B \times 3 \times (10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow B = 6 \times 10^{-4} \text{ T}$$

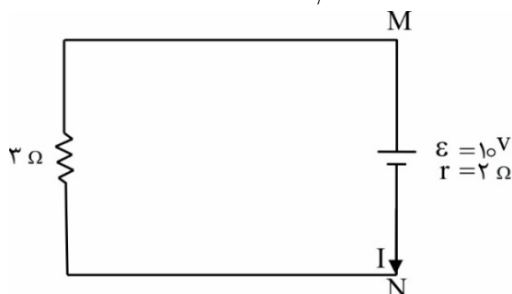
$$B = \mu_0 \left(\frac{N}{\ell} \right) I \Rightarrow I = \frac{6 \times 10^{-4} \times 0.2}{4 \times 3 \times 10^{-7} \times 400}$$

$$\Rightarrow I = 0.25 \text{ A (عملیات ساده سازی)}$$

۱۸۰. گزینه ۴ درست است.

حرکت میله در آن جریانی رو به پایین القاء می‌کند. پس می‌توانیم میله را با یک باتری با مقاومت درونی به اندازه مقاومت میله جایگزین مدار کنیم:

$$\varepsilon = V.B.L = 10 \times 5 \times 0.2 = 10 \text{ V}$$



$$I_{\text{کل}} = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}}$$

$$I_{\text{کل}} = \frac{10}{2+3} = 2 \text{ A}$$

$$V_N - V_M = \varepsilon - rI \Rightarrow V_N - V_M = 10 - 2 \times 2 = 6 \text{ V}$$

۱۸۱. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{3 \text{ L}}{\text{min}} = \frac{3000 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

از این مقدار، $10 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ آب از انتهای ظرف خارج شده و این یعنی آب با آهنگ $40 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ به ظرف اضافه می‌شود.

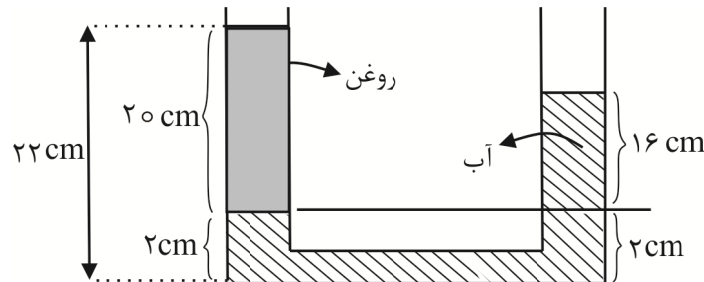
$$60 \text{ dm}^3 = 60 \text{ liter} = 60000 \text{ cm}^3 = 40 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times t \Rightarrow t = 1500 \text{ s} = 25 \text{ min}$$

۱۸۲. گزینه ۴ درست است.

چگالی آب از روغن بیشتر است و چون ارتفاع آب با مجموع ارتفاع روغن برابر است، آب در زیر قرار گرفته و روغن را به طور کامل بالا می راند. ابتدا ارتفاعی از آب که قادر است فشاری همانند روغن ایجاد کند، محاسبه می کنیم:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow 0.8 \times 20 = 1 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 16 \text{ cm}$$

پس آب قادر است با ارتفاع ۱۶ cm فشاری معادل روغن ایجاد کند و ۴ cm ارتفاع اضافی آب به ارتفاع یکسان در دو طرف توزیع می شود و کل ارتفاع روغن را به ۲۲ cm می رساند که نسبت به ارتفاع اولیه ۱۲ cm بالاتر است. این موارد در شکل زیر نشان داده شده اند:



۱۸۳. گزینه ۴ درست است.

اولاً توجه کنید فشارسنج، فشار پیمانه ای را نشان می دهد که این یعنی فشار ناشی از ۴۰ cm مایع، معادل با ۱۰ cm جیوه فشار ایجاد می کند. از اینجا واضح است که چگالی مایع $\frac{1}{4}$ برابر چگالی جیوه است.

$$\rho g h = \rho' g h' \Rightarrow \rho \times 40 = \rho' \times 10$$

مایع جیوه مایع جیوه

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{1}{4} \rho'_{\text{جیوه}}$$

۱۸۴. گزینه ۲ درست است.

فریب اطلاعات اضافی داده شده را نخورید. از آنجا که دو جسم بر روی مایع شناور هستند، قطعاً نیروی شناوری وارد بر آن ها با وزن هر کدام برابر است:

$$F_b = mg = 0.6 \times 10 = 6 \text{ N} \quad \text{آلومینیوم}$$

$$F_b = mg = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N} \quad \text{آلیاژ}$$

این یعنی نیروی شناوری وارد بر آلومینیوم، ۳ برابر دیگری است.

۱۸۵. گزینه ۳ درست است.

ابتدا با بررسی مسیر رفت و برگشت، کار نیروی مقاومت هوا را محاسبه می کنیم و سپس در مسیر رفت تا نقطه اوج، نیمی از کار نیروی مقاومت هوای به دست آمده را اعمال می کنیم:

$$W_t = \left\{ \begin{array}{l} W_{\text{هوا}} \\ K_2 - K_1 \end{array} \right\} \Rightarrow W_{\text{هوا}} = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

$$W_{\text{هوا}} = \frac{1}{2} \times 2 \times (6^2 - 10^2)$$

$$W_{\text{هوا}} = -64 \text{ J} \quad \text{در کل مسیر رفت و برگشت}$$

$$W_{\text{هوا}} = -32 \text{ J} \quad \text{فقط در مسیر رفت تا اوج}$$

$$W_t = \left\{ \begin{array}{l} W_{mg} + W_{\text{هوا}} \\ K_2 - K_1 \end{array} \right\} \Rightarrow -mg\Delta h + W_{\text{هوا}} = -\frac{1}{2} m V_1^2$$

$$-2 \times 10 \times \Delta h - 32 = -\frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2$$

$$-20 \Delta h = -68 \Rightarrow \Delta h = 3.4 \text{ m}$$

۱۸۶. گزینه ۲ درست است.

بهترین روش آن است که قدر مطلق گرمای آزاد شده توسط آب تا رسیدن به دمای صفر را با گرمای مورد نیاز یخ برای ذوب کامل مقایسه کنیم:

$$20 \times \frac{1}{2} \times 10^2 + 20 \times 80 = 50 \times 1 \times \Delta \theta$$

$$10 + 160 = 50 \Delta \theta$$

از ۵۰ واحد گرمای تولیدی آب، ۱۰ واحد آن صرف رساندن یخ به دمای صفر درجه سلسیوس شده و ۴۰ واحد باقی مانده قادر است $\frac{1}{4}$ از گرمای مورد نیاز برای ذوب یخ را فراهم نموده و لذا $\frac{1}{4}$ کل یخ یعنی ۵g آن ذوب می شود. پس در پایان با مخلوط آب و یخ با دمای تعادل صفر درجه سلسیوس مواجه خواهیم بود.

۱۸۷. گزینه ۱ درست است.

طبق فرض، تنها ۲۰٪ انرژی تلف شده موجب گرم شدن خود گلوله می شود:

$$\frac{20}{100} |W_f| = Q \Rightarrow |W_f| = 5Q$$

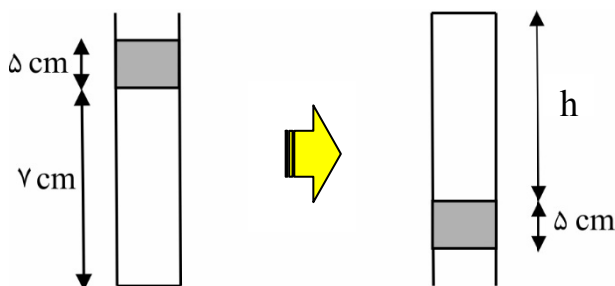
$$E_1 - |W_f| = E_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_1^2 - 5 m c \Delta \theta = \frac{1}{2} m V_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1600 - 5 \times 250 \times \Delta \theta = \frac{1}{2} \times 1000$$

$$\Rightarrow 16 - 25 \Delta \theta = 1 \Rightarrow \Delta \theta = 0.6^\circ \text{C}$$

۱۸۸. گزینه ۳ درست است.

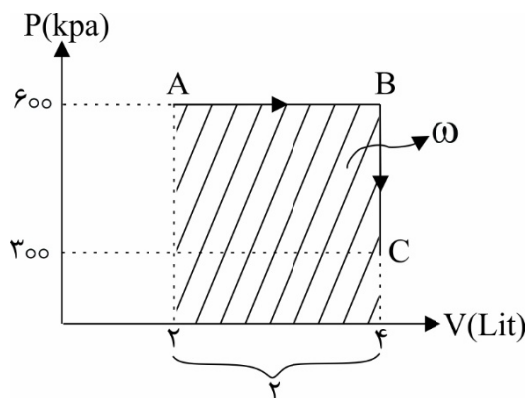


$$\begin{cases} P_1 = P_0 - 8 = 70 \text{ cmHg} \\ V_1 = A \times h \end{cases} \quad \begin{cases} P_2 = P_0 + 8 = 80 \text{ cmHg} \\ V_2 = A \times \gamma \end{cases}$$

$$\text{دما ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 80 \times \gamma = 70 \times h$$

$$\Rightarrow h_\gamma = 8 \text{ cm} \Rightarrow \Delta h = 8 - 7 = 1 \text{ cm}$$

۱۸۹. گزینه ۳ درست است.



فرآیند بالایی انبساطی بوده و لذا کار کل انجام شده روی گاز منفی سطح زیر نمودار $P-V$ است.

$$W = -600 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$W = -1200 \text{ J}$$

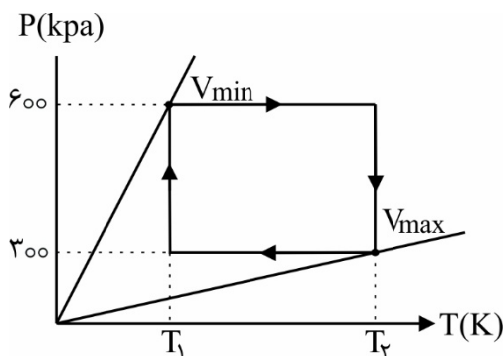
نکته زیبایی سؤال آن است که چون حاصل ضرب $P \cdot V$ در ابتدا و انتها یکسان است، دمای اولیه و نهایی یکسان بوده و $\Delta u = 0$ است.

$$\Delta u = Q + W \Rightarrow 0 = (3000 + Q_{BC}) - 1200 \Rightarrow Q_{BC} = -1800 \text{ J}$$

علامت منفی یعنی گاز به محیط گرما می‌دهد.

۱۹۰. گزینه ۴ درست است.

نمودار $P-T$ فرآیند هم‌حجم، خطی راست گذرنده از مبدأ است که شیب آن $\frac{nR}{V}$ بوده که با حجم گاز رابطه عکس دارد. اگر فرآیند را در بین نمودار $P-T$ دو فرآیند هم‌حجم محصور کنیم، محل تقاطع با نمودار با شیب کمتر، محل تحقق $V_{\max}$ بوده و محل تقاطع با نمودار با شیب بیشتر، محل تحقق $V_{\min}$ است.



$$T_1 = 273 + 91 = 3 \times 91 + 91 = 4 \times 91$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4}$$

$$T_2 = 273 + 182 = 3 \times 91 + 2 \times 91 = 5 \times 91$$

$$PV = nPT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} \rightarrow \frac{5}{4} \rightarrow \frac{10}{4} \rightarrow \frac{5}{2}$$

برابر

شیمی

۱۹۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند.

۱۹۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$\left. \begin{aligned} e &= Z + 3 \\ e &= \frac{A}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} A &= 2(Z + 3) \\ n &= A - Z \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = Z + 6 \Rightarrow n - Z = Z + 6 - Z = 6$$

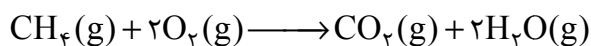
و ناپایدارترین ایزوتوپ هیدروژن نیز دارای ۶ نوترون است.

۱۹۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا زیرلایه‌های $4d$ ، $5p$ و $6s$ ، $n+l=6$ دارند.

۱۹۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



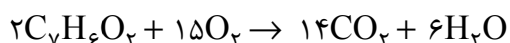
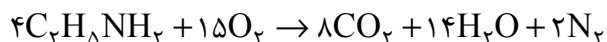
$$? \text{gCO}_2 = 64 \text{gCH}_4 \times \frac{1 \text{molCH}_4}{16 \text{gCH}_4} \times \frac{1 \text{molCO}_2}{1 \text{molCH}_4} = 4 \text{molCO}_2$$

$$? \text{molH}_2\text{O} = 4 \text{molCH}_4 \times \frac{2 \text{molH}_2\text{O}}{1 \text{molCH}_4} = 8 \text{molH}_2\text{O}$$

$$\frac{4}{12} \times 100 = \%33 \text{ / } 3 = \text{درصد مولی کربن دی اکسید}$$

۱۹۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



۱۹۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$? \text{LSO}_3 = 1/6 \text{g} \times \frac{1 \text{mol}}{80 \text{g}} \times \frac{22/4 \text{L}}{1 \text{mol}} = 0/448$$

$$0/448 \times \frac{5}{2} = 1/12$$

$$? \text{molCO}_2 = 1/12 \text{L} \times \frac{1 \text{mol}}{22/4 \text{L}} = 0/05 \text{mol}$$

۱۹۷. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

$$? \text{gCH}_4 = 44/8 \text{LCO}_2 \times \frac{1 \text{molCO}_2}{22/4 \text{LCO}_2} \times \frac{1 \text{molCH}_4}{1 \text{molCO}_2} \times \frac{16 \text{gCH}_4}{1 \text{molCH}_4} = 32 \text{gCH}_4$$

$$? \text{gHe} = 50 - 32 = 18 \text{gHe}$$

$$\frac{18}{50} \times 100 = \%36$$

۱۹۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$? \text{gSO}_4^{2-} = 0/53 \text{molSO}_4^{2-} \times \frac{96 \text{gSO}_4^{2-}}{1 \text{molSO}_4^{2-}} = 50/976 \text{g}$$

$$2655 = \frac{50/976 \text{g}}{x \text{g}} \times 10^6 \Rightarrow x = 19200 = 19/2 \text{kg}$$

۱۹۹. گزینه ۱ درست است.

$$? \text{ mol Cu}^{2+} = \Delta \text{ g Cu} \times \frac{100}{64 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol}}{64 \text{ g}} = 0.0625 \text{ mol Cu}$$

$$\text{غلظت مولار} = \frac{0.0625 \text{ mol Cu}^{2+}}{500 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 0.125$$

۲۰۰. گزینه ۲ درست است.

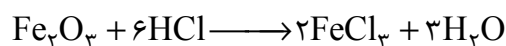
۲۰۱. گزینه ۲ درست است.

زیرا در واکنش‌هایی که در زیست‌کره انجام می‌شود، درشت‌مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند و برای تبدیل کربن‌دی‌اکسید به مواد معدنی می‌توان آن را با کلسیم اکسید یا منیزیم اکسید واکنش داد.

۲۰۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا رسوب تشکیل‌شده از واکنش محلول پتاسیم هیدروکسید و آهن (III) کلرید، آهن (III) هیدروکسید است.

۲۰۳. گزینه ۳ درست است.



$$? \text{ g Fe}_2\text{O}_3 = 0.5 \text{ L} \times \frac{0.5 \text{ mol Fe}^{3+}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2 \text{ mol Fe}^{3+}} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 2 \text{ g}$$

$$\frac{2}{x} \times 100 = 10\% \Rightarrow x = 20 \text{ g}$$

۲۰۴. گزینه ۱ درست است.

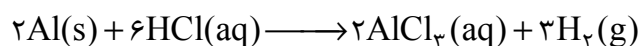
زیرا داریم:

$$Q = 25 \text{ g} \times 4 / 2 \text{ J.g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \times 35^\circ\text{C} = 3675 \text{ J} = 3 / 675 \text{ kJ}$$

$$? \text{ LH}_2 = 3 / 675 \text{ kJ} \times \frac{4 \text{ mol}}{150 \text{ kJ}} \times \frac{22 / 4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} \approx 2 / 2 \text{ L}$$

۲۰۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



$$? \text{ mol HCl} = 11 / 2 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22400 \text{ mL}} \times \frac{6 \text{ mol HCl}}{3 \text{ mol H}_2} = 0.001 \text{ mol HCl}$$

$$R = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.001 \text{ mol HCl}}{1 \text{ s}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3 / 6 \text{ mol.h}^{-1}$$

۲۰۶. گزینه ۴ درست است.

زیرا این نسبت در ساختار مونومر سازنده آن، برابر $\frac{1}{4}$ است.

۲۰۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا در ساختار آن گروه کربوکسیل وجود ندارد.

۲۰۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$pH = 3/7 \Rightarrow -\log[H^+] = 3/7 \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$$

$$10^{-4} \approx \frac{(2 \times 10^{-4})^2}{\frac{x}{10}} \Rightarrow x = 0.004 \text{ mol}$$

۲۰۹. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$[H^+] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(0.1) = 1$$

۲۱۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$[H^+] = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\% \alpha = \frac{10^{-3}}{0.2} \times 100 = \% 0.5$$

۲۱۱. گزینه ۱ درست است.

۲۱۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{1 \text{ LO}_2}{1 \text{ min}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{25 \text{ LO}_2} = 2/4 \text{ mol O}_2$$

که به ازای مصرف هر مول O_2 ، چهار الکترون از مدار عبور می‌کند و برای کاهش هر یون Cr^{3+} ، ۳ مول الکترون مصرف می‌شود؛ پس داریم:

$$2/4 \text{ mol O}_2 \times 4e^- = 9/6e^-$$

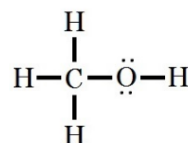
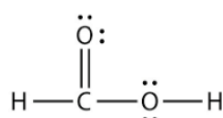
$$? \text{ gCr} = \frac{9/6 \text{ mole}^- \times 52 \text{ gCr}}{3 \text{ mole}^-} = 166/4 \text{ gCr}$$

۲۱۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا عدد اکسایش کلر در این واکنش، هم اکسایش و هم کاهش می‌یابد.

۲۱۴. گزینه ۳ درست است.

۲۱۵. گزینه ۴ درست است.



زیرا داریم:

۲۱۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$\frac{m_C}{m_H} = \frac{9 \times 12}{8 \times 1} = \frac{9 \times 3}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$$

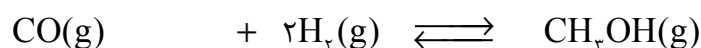
$$\text{O درصد جرمی} = \frac{4 \times 16}{9 \times 12 + 8 \times 1 + 4 \times 16} \times 100 = \frac{4(16)}{4(27 + 2 + 16)} \times 100 = \frac{16}{45} \times 100 = 35.56$$

۲۱۷. گزینه ۱ درست است.

زیرا هم کاتیون و هم آنیون NaF از KBr کوچک‌ترند.

۲۱۸. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

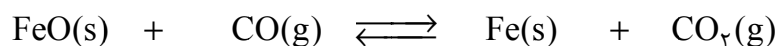


$$10 \text{ mol} \quad \frac{32 \text{ g}}{2 \text{ g.mol}^{-1}} = 16 \text{ mol} \quad 0$$

$$\begin{array}{ccc} -x & -2x & +x = \frac{192}{32} = 6 \text{ mol} \\ 10 - x = 10 - 6 = 4 & 16 - 2x = 16 - 12 = 4 & 6 \end{array}$$

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{OH}]}{[\text{CO}][\text{H}_2]^2} = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{4}{4} \left(\frac{4}{4} \right)^2} = 1.5$$

۲۱۹. گزینه ۳ درست است.



$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -x & -x & +x & +x \\ 1 - x = 0.05 & 1 - x = 0.05 & x = 0.95 & x = 0.95 \end{array}$$

$$n_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{M_{\text{Fe}}} \Rightarrow m_{\text{Fe}} = n_{\text{Fe}} \times M_{\text{Fe}} = 0.95 \times 56 = 53.2$$

۲۲۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا شمار جفت الکترون‌های پیوندی در کلرواتان برابر ۷ و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در حلال اتیل استات برابر ۴ است.