

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۲

صبح جمعه

۱۴۰۱/۴/۳



آزمون جامع سوم (۳ تیر ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

آزمون ۳ تیر ماه ۱۴۰۱ دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-یاسین سپهر-کامیار علییون-حمید علیزاده جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحسوب-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار-علی اکبر علیزاده مهرداد ملونندی-نیلوفر مهدوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیر حسین ابومحسوب سوگند روشنی	امیر حسین ابومحسوب سوگند روشنی
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی علی ارجمند	عادل حسینی	عادل حسینی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملونندی	ویراستار استاد: مهرداد ملونندی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحسوب	امیر حسین ابومحسوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنیزاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کنون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



ریاضیات

۱۰۱- در دنباله حسابی $\sqrt{2}-\sqrt{3}, \sqrt{2}+\sqrt{3}, a_n, \dots$ حاصل $\frac{1}{6}(a_8^2 - a_7^2)$ کدام است؟

- (۱) $4-\sqrt{3}$ (۲) $4+\sqrt{3}$ (۳) $2+\sqrt{3}$ (۴) $2-\sqrt{3}$

۱۰۲- اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $|2x - \frac{x+a}{3}| < x$ با مجموعه جواب‌های نامعادله $|x - \frac{5}{4}| < b$ برابر باشد،

مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۳- اگر تابع درجه دوم $y = mx^2 - 4x + 4 - m$ از هر چهار ناحیه محورهای مختصات عبور کند، طول پایین‌ترین نقطه نمودار تابع، در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(0, \frac{1}{4})$ (۲) $(0, 4)$ (۳) $(4, +\infty)$ (۴) $(\frac{1}{4}, +\infty)$

۱۰۴- قدرمطلق اختلاف جواب‌های معادله $2x\sqrt{x} = x^2 - 9$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۱۰۵- نمودار تابع $f(x) = kx + \sqrt{x^2 + 1}$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم و نمودار به دست آمده را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار نهایی بر نمودار تابع f^{-1} منطبق باشد، مقدار $f(k)$ کدام است؟ ($k > 1$)

- (۱) $4 + \sqrt{5}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}}$ (۴) $\frac{29}{4}$

۱۰۶- اگر $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$ ، مجموع اعدادی که در دامنه تابع $\frac{f}{g} + \frac{g}{f}$ قرار ندارند، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{25}{6}$ (۴) $-\frac{7}{6}$

۱۰۷- اگر $a > 0$ ؛ $f(x) = \sqrt{ax} - \sqrt{1-ax}$ و $g(x) = 2^{|x|+1}$ مفروض باشند، مجموع اعضای برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ ($| \cdot |$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۷ (۴) $\frac{15}{2}$

۱۰۸- تابع $f(x) = 2^x$ مفروض است. نمودار این تابع را یک واحد به چپ می‌بریم و سپس نسبت به محور y قرینه می‌کنیم. نمودار

تابع جدید، نمودار تابع $y = \frac{f(x)-3}{5}$ را با چه طولی قطع می‌کند؟

- (۱) $\log_2 10$ (۲) $\log_2 5$ (۳) $\log_5 2$ (۴) $\log_2 2$

۱۰۹- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_{\sqrt{5}}(x^2 - 6) = 2 + \log_{\sqrt{5}}(x - 2)^2$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{5}}(7\alpha + 4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

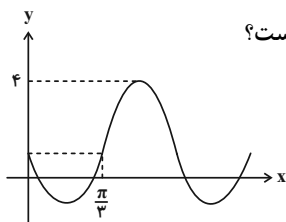
۱۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 - \sqrt{3} \cos x - \sin x}{(6x - \pi)^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{72}$ (۲) $\frac{1}{36}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۱۱۱- تابع $f(x) = \log_2 x [\log_2 x]$ روی بازه $(m, 4)$ فقط در دو نقطه ناپیوسته است. مجموعه مقادیر ممکن m کدام است؟ ($[\cdot]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۳) $(0, \frac{1}{2})$ (۴) $(\frac{1}{4}, 1)$

۱۱۲- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - 3 \cos(\frac{3\pi}{4} - bx)$ در شکل زیر رسم شده است. $f(\frac{7\pi}{18})$ کدام است؟



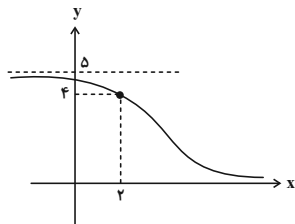
- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۳

۱۱۳- مجموع جواب‌های معادله $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{2}-1}{2 \cos x}$ در بازه $[-\pi, \pi]$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۱۴- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{x-1}{f(x)-4}\right)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $+\infty$
(۳) ۴
(۴) ۵



۱۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{(a^2+1)x^2+1}{x^2+ax+1}$ مجانب قائم ندارد. کدام یک، خط مجانب افقی نمودار این تابع می‌تواند باشد؟

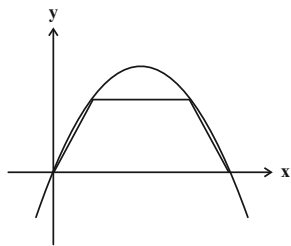
- (۱) $y=4$ (۲) $y=5$ (۳) $y=6$ (۴) $y=7$

۱۱۶- خط $y=5x-7$ در $x=2$ بر نمودار تابع g مماس است. اگر $f'(2)=1$ باشد، مقدار k در تساوی $f(1-x) = \frac{kx-3}{g(x^2+1)}$ کدام است؟

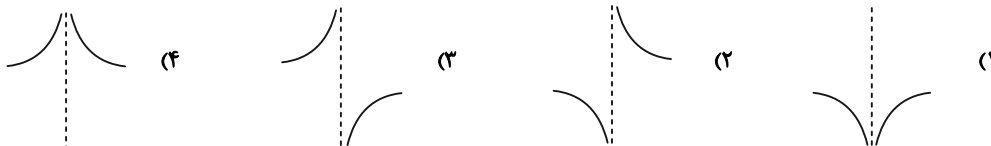
- (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۳

۱۱۷- مطابق شکل، دوزنقه متساوی الساقینی را در سهمی به معادله $f(x) = 4x - x^2$ محاط کرده‌ایم. بیشترین مقدار مساحت این دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{256}{9}$
(۲) $\frac{256}{27}$
(۳) $\frac{256}{3}$
(۴) $\frac{216}{27}$

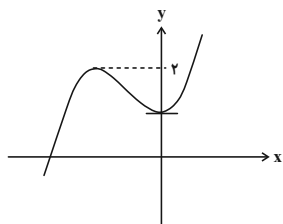


۱۱۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{2 \sin \frac{\pi x}{3} - \tan \frac{\pi}{4x}}$ در همسایگی $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟



۱۱۹- نمودار تابع $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 1$ به صورت زیر می‌باشد. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) -۴
(۳) ۳
(۴) -۳



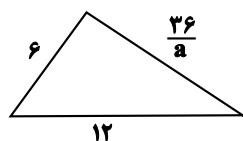
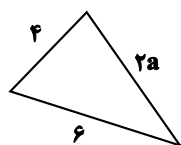
۱۲۰- تابع $f(x) = \sin 2x + \cos x$ در بازه $(-\pi, 0)$ چند نقطه عطف دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۱- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 55^\circ$ و نقطه تقاطع نیمسازهای داخلی $\hat{A}$ و $\hat{C}$ است. از خط‌هایی موازی اضلاع AB و BC رسم می‌کنیم تا آن‌ها را در نقاط K و L قطع کنند. اگر $KL \parallel AC$ ، اندازه زاویه B چند درجه است؟

- (۱) 50° (۲) 55° (۳) 65° (۴) 70°

۱۲۲- اگر در شکل زیر دو مثلث متشابه باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها کدام است؟

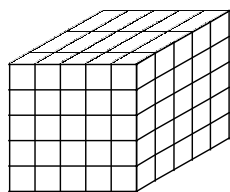


- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۲۳- در مثلث ABC ، دو میانه AM و BN بر هم عمود هستند، اگر $AM = 9$ و $S_{ABC} = 36$ باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این مثلث کدام است؟

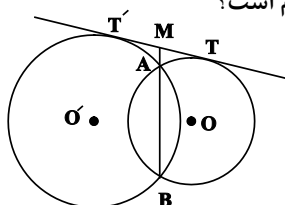
- (۱) $3/6$ (۲) $4/8$ (۳) 6 (۴) $7/2$

۱۲۴- تمام وجه‌های مکعب شکل زیر را رنگ آمیزی کرده‌ایم. نسبت تعداد مکعب‌های کوچکی که یک وجه رنگ شده دارند به تعداد مکعب‌های کوچک رنگ نشده کدام است؟



- (۱) 1 (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 2

۱۲۵- در شکل زیر فاصله مراکز دو دایره متقاطع برابر $OO' = 9$ است. وتر مشترک $AB = 5$ را امتداد می‌دهیم تا مماس مشترک خارجی TT' را در نقطه M قطع کند. اگر $AM = 2$ باشد، اختلاف اندازه شعاع‌های دو دایره کدام است؟

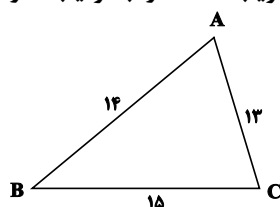


- (۱) 3 (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) 5 (۴) $4\sqrt{2}$

۱۲۶- مساحت یک مثلث ۲۴ واحد مربع و محیط آن ۲۴ واحد است. اگر اندازه شعاع‌های دو تا از دایره‌های محاطی خارجی مثلث ۴ و ۶ واحد باشد، کدام یک از اعداد زیر، طول یکی از اضلاع این مثلث نیست؟

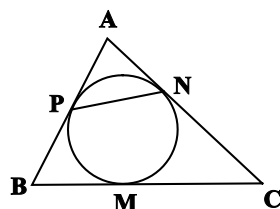
- (۱) 12 (۲) 8 (۳) 10 (۴) 6

۱۲۷- مثلث ABC مطابق شکل زیر مفروض است. اگر تصاویر نقاط B و C تحت تجانس به مرکز A و با ضریب $k = 3$ را به ترتیب D و E بنامیم، آنگاه مساحت چهارضلعی $BCED$ کدام است؟



- (۱) 756 (۲) 672 (۳) 168 (۴) 252

۱۲۸- در شکل زیر دایره محاطی داخلی مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 7$ ، $AC = 9$ و $BC = 12$ در نقاط M ، N و P بر اضلاع مثلث مماس شده است. طول پاره خط PN کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۲۹- برای ماتریس A ، رابطه $A^3 + A^2 + A + I = \overline{O}$ برقرار است. حاصل A^{25} کدام است؟

- (۱) A (۲) A^2 (۳) A^3 (۴) I

۱۳۰- اگر دستگاه $\begin{cases} 2x + ay = 1 \\ (a+1)x + 10y = -2 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد آنگاه مجموع درایه‌های وارون ماتریس ضرایب دستگاه

$$\begin{cases} ax + 3y = -8 \\ 3x + ay = -2 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{4}$

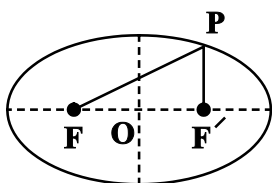
۱۳۱- دسته خطوط $(m-1)x + (m+2)y = 7-m$ قطرهای دایره‌ای هستند که محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۲- قطع می‌کند.

این دایره نسبت به دایره $8 = 2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y$ چه وضعی دارد؟

- (۱) متقاطع (۲) متقاطع (۳) مماس داخل (۴) مماس خارج

۱۳۲- در بیضی شکل زیر با قطر کوچک $2\sqrt{5}$ ، فاصله یک کانون تا دورترین رأس ۵ برابر فاصله همان کانون تا نزدیک‌ترین رأس است.

اگر نقطه P به گونه‌ای روی بیضی قرار گرفته باشد که فاصله آن تا مرکز بیضی ۲ باشد و خروج از مرکز بیضی را با e نمایش



دهیم. مقدار عبارت $\frac{PF^2 + PF'^2}{e^2 + e}$ کدام است؟

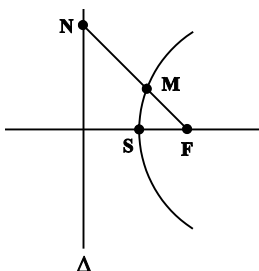
(۱) $12/7$

(۲) $14/4$

(۳) $11/3$

(۴) $13/8$

۱۳۳- معادله سهمی مقابل به صورت $4y^2 - 12y - 16x + 25 = 0$ است. اگر نقطه F کانون، خط Δ خط هادی سهمی و $MN = 2$ باشد.



آنگاه اندازه پاره‌خط MF کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{5} - 1$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3} - 1$

۱۳۴- اگر $\vec{a}$ تصویر قائم بردار $\vec{a} = (5, 2, 1)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, 1, -1)$ باشد. آنگاه مساحت مثلثی که بر بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{a}$ بنا

می‌شود چند برابر مساحت مثلثی است که بر بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) ۱

۱۳۵- اگر $-3 = -2x + y + 2z$ باشد، کمترین مقدار عبارت $x^2 + y^2 + 4z^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۳۶- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ باشد، کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟

(۱) $\forall x \in A, \forall y \in A; x + y < 20$ (۲) $\forall x \in A, \exists y \in A; x^y > y^x$

(۳) $\forall x \in A, \forall y \in A; x^2 + y^2 \geq 4$ (۴) $\forall x \in A, \exists y \in A; 2^x > y^2$

۱۳۷- مجموعه $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 < 70\}$ چند زیرمجموعه دارد به طوری که بزرگ‌ترین عضو آن بزرگ‌تر از ۴ باشد؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۱۶ (۳) ۲۲۴ (۴) ۲۴۰

۱۳۸- اگر $A = [1, 4]$ و $B = [3, 5]$ باشد، مساحت ناحیه متناظر با مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۳۹- عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۷۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال آنکه این عدد مضرب ۷ باشد ولی مضرب هیچ کدام از اعداد ۲ یا ۵ نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{35}$ (۲) $\frac{3}{70}$ (۳) $\frac{1}{35}$ (۴) $\frac{1}{70}$

۱۴۰- سه کیسه داریم که در کیسه اول ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه، در کیسه دوم ۳ مهره سیاه و در کیسه سوم ۲ مهره سفید وجود دارد. ۳ مهره از کیسه اول و ۲ مهره از کیسه دوم به تصادف خارج کرده و در کیسه سوم قرار می دهیم و سپس یک مهره از کیسه سوم به تصادف بر می داریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

- (۱) $\frac{19}{56}$ (۲) $\frac{25}{56}$ (۳) $\frac{19}{28}$ (۴) $\frac{25}{42}$

۱۴۱- سه خانواده A، B و C هر کدام دارای ۲ فرزند هستند. با کدام احتمال حداقل یکی از این خانواده ها فرزند دختر دارند؟

- (۱) $\frac{63}{64}$ (۲) $\frac{15}{16}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۴۲- ۱۰ داده آماری با انحراف معیار ۳ مفروض اند. اگر ۵ داده جدید به این داده ها اضافه کنیم به گونه ای که انحراف آن ها از میانگین داده های اولیه به ترتیب ۴، ۱، ۰، ۲- و ۳- باشد، واریانس این ۱۵ داده چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۴۳- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی a، اعداد $2a+3$ و $a+1$ نسبت به هم اول نیستند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴۴- اگر $M = (1! + 2! + 3! + \dots + 1400!)(1! + 2! + 3! + \dots + 1400!)$ باشد، رقم یکان M^3 کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۵- به ازای کدام مقادیر طبیعی n، عدد $1 - 3^{10n+6}$ بر ۷ بخش پذیر است؟

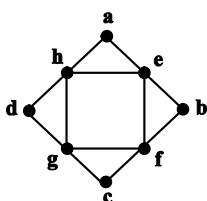
- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج

- (۳) فقط اعداد مضرب ۳ (۴) همه اعداد طبیعی

۱۴۶- گراف ۵- منتظم G از مرتبه p مفروض است. به ازای چند مقدار p، گراف G قطعاً همبند است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۷- در گراف شکل مقابل، چند مجموعه احاطه گر مینیمال شامل هردو رأس a و b وجود دارد؟



- (۱) ۲

- (۲) ۳

- (۳) ۴

- (۴) ۵

۱۴۸- از ۵ شهر مختلف هر کدام ۴ نفر در یک اردو شرکت کرده اند. به چند طریق می توان ۴ نفر از بین این افراد انتخاب کرد به گونه ای که دقیقاً متعلق به دو شهر مختلف باشند؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۵۲۰ (۳) ۶۸۰ (۴) ۷۰۰

۱۴۹- با حروف کلمه «بادبان» چند کلمه شش حرفی می توان نوشت به گونه ای که هیچ دو حرف یکسانی کنار هم نباشند؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۱۵۰- کیسه ای شامل ۱۰ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه هر کدام با شماره های ۱ تا ۱۰ است. حداقل چند مهره از این کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو مهره هم رنگ در میان آن ها وجود دارد به طوری که جمع شماره های این دو مهره برابر ۱۰ باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۳

صبح جمعه

۱۴۰۱/۴/۳



آزمون جامع سوم (۳ تیر ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۷۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.



آزمون ۳ تیر ۱۴۰۱ دفترچه سوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مسعود قره خانی مصیب قنبری-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-مصطفی واتقی-شادمان ویسی
شیمی	محمدرضا پورجاوید-حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-کارو محمدی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهنی حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش یلدا بشیری محبوبه بیک محمدی
	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

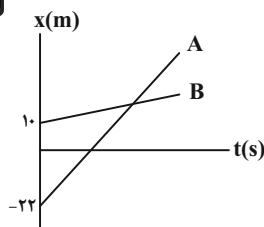


فیزیک

۱۵۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک که با تندی ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت هستند، مطابق

شکل زیر است. اگر اندازه اختلاف تندی دو متحرک 4 m/s باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه،

متحرک A، ۸ متر از متحرک B جلو می‌افتد؟



۴ (۱)

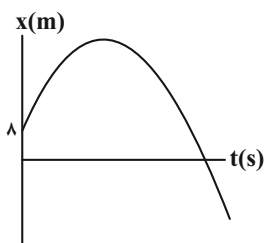
۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۱۵۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر معادله شیب خط مماس بر این

نمودار در هر لحظه در SI به صورت $v = -2t + 16$ باشد، مکان این متحرک در لحظه $t = 6 \text{ s}$ بر حسب متر کدام است؟



۴۸ (۱)

۶۰ (۲)

۶۸ (۳)

۹۰ (۴)

۱۵۳- اتوبوسی با تندی ثابت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. در لحظه‌ای که ابتدای اتوبوس به فاصله ۸۴ متری ورودی

ایستگاه می‌رسد، با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ترمز می‌گیرد. اگر اندازه اختلاف تندی ابتدا و انتهای اتوبوس هنگام عبور از ورودی

ایستگاه برابر با $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، طول اتوبوس چند متر است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۵۴- در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم 40 g را از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی گلوله، ۲ ثانیه قبل از

برخورد به زمین 32 J باشد، اندازه جابه‌جایی گلوله در سه ثانیه آخر حرکتش چند متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۱۵۰ (۴)

۱۶۵ (۳)

۱۳۵ (۲)

۱۰۵ (۱)

۱۵۵- خودرویی به جرم 1500 kg با تندی ثابت $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در جاده‌ای مستقیم در حال حرکت است که ناگهان مانعی را در ۷۵ متری خود

می‌بیند. برای آن که خودرو به مانع برخورد نکند، کمینه اندازه نیروی لازم برای توقف اتومبیل چند نیوتون است؟

۱۸۰۰۰ (۴)

۱۲۰۰۰ (۳)

۹۰۰۰ (۲)

۴۵۰۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۵۶- شخصی به جرم m درون آسانسور ساکنی به جرم 400 kg ایستاده است. وقتی آسانسور با شتاب ثابت $\frac{3}{2}\frac{m}{s^2}$ به سمت پایین

شروع به حرکت می‌کند، اندازه نیروی کشش کابل متصل به آسانسور 3290 N می‌شود. اگر آسانسور در ادامه همین حرکت با

اندازه شتاب ثابت $\frac{2}{3}\frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کاهش دهد تا بایستد، اندازه نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند چند نیوتون

خواهد بود؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)

۷۷۰ (۴)

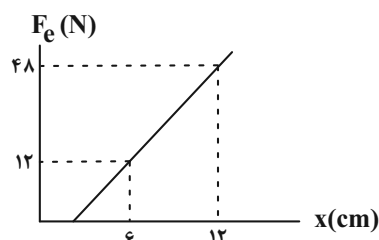
۵۶۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۷۰۰ (۱)

۱۵۷- نمودار اندازه نیروی کشسانی فنری با جرم ناچیز بر حسب طول آن مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، طول عادی

فنر بر حسب سانتی‌متر و ثابت فنر بر حسب نیوتون بر متر کدام است؟



۶۰۰ و ۴ (۱)

۸۰۰ و ۴ (۲)

۶۰۰ و ۶ (۳)

۸۰۰ و ۶ (۴)

۱۵۸- بردار سرعت جسمی به جرم 2 kg که تحت تأثیر نیروی خالص و ثابت $\vec{F} = 3\vec{i} - 4\vec{j}(\text{N})$ قرار دارد، در لحظه $t = 0$ در SI به صورت

$\vec{v} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$ است. بزرگی تکانه این جسم در لحظه $t = 2\text{ s}$ چند واحد SI است؟

۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۵۹- خودرویی به جرم 2000 kg به یک پیچ افقی به شعاع 200 متر می‌رسد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین لاستیک خودرو

و سطح جاده به ترتیب $0/8$ و $0/6$ باشد، بیشینه تندی حرکت خودرو در پیچ چند متر بر ثانیه باشد تا نلغزد؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)

۵۵ (۴)

۲۵ (۳)

$20\sqrt{3}$ (۲)

۴۰ (۱)

۱۶۰- معادله نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم 200 g در SI به صورت $F = -180x$ است. اگر بیشینه انرژی جنبشی این

نوسانگر 225 mJ باشد، معادله مکان- زمان این نوسانگر در SI کدام است؟

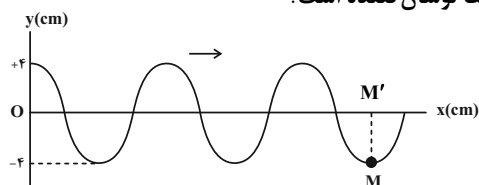
$x = 0/03 \cos 30t$ (۲)

$x = 0/05 \cos 30t$ (۱)

$x = 0/03 \cos 30\pi t$ (۴)

$x = 0/05 \cos 30\pi t$ (۳)

۱۶۱- در شکل زیر، نمودار جابه‌جایی - مکان موجی عرضی که در جهت مثبت محور x پیش می‌رود، نشان داده شده است. اگر در مدت زمانی که نوسان‌کننده برای اولین بار از بُعد بیشینه به مرکز نوسان می‌رود، موج به اندازه 10 cm پیش رود، در جابه‌جایی موج از نقطه O تا M' ، اندازه جابه‌جایی موج چند برابر مسافت پیموده شده توسط نوسان‌کننده است؟



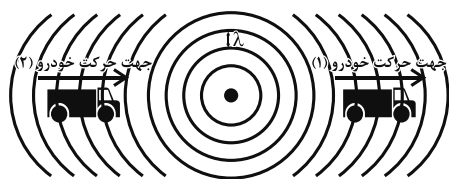
(۱) $2/5$

(۲) $1/25$

(۳) $1/2$

(۴) 5

۱۶۲- در شکل زیر خودرو (۱) از چشمه صوت ساکن دور و خودرو (۲) به آن نزدیک می‌شود، اگر طول موج و بسامد دریافتی توسط خودرو (۱) را با λ_1 و f_1 و طول موج و بسامد دریافتی توسط خودرو (۲) را با λ_2 و f_2 نشان دهیم کدام گزینه صحیح است؟



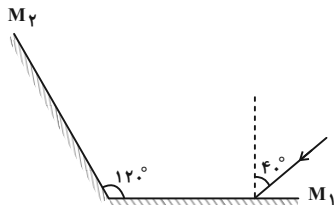
(۱) $f_2 < f_1, \lambda_1 < \lambda_2$

(۲) $f_2 < f_1, \lambda_1 = \lambda_2$

(۳) $f_2 > f_1, \lambda_1 > \lambda_2$

(۴) $f_2 > f_1, \lambda_1 = \lambda_2$

۱۶۳- در شکل زیر، زاویه بازتاب نور از آینه M_2 و زاویه انحراف پرتوی نور پس از دو بار برخورد به سطح آینه‌ها نسبت به پرتوی ورودی به ترتیب از راست به چپ چند درجه است؟



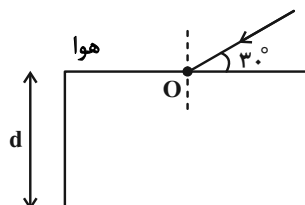
(۱) 10° و 120°

(۲) 10° و 80°

(۳) 80° و 120°

(۴) 80° و 80°

۱۶۴- تیغه متوازی‌السطوحی به ضخامت d و ضریب شکست $\sqrt{3}$ در هوا قرار دارد و پرتوی نوری مطابق شکل زیر به آن می‌تابد. اگر نور در مدت Δt از تیغه عبور کند، d چند سانتی‌متر است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



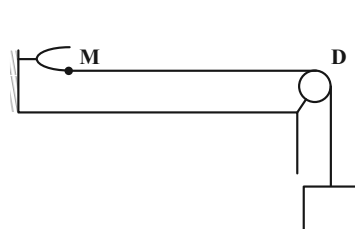
(۱) 60

(۲) 75

(۳) 45

(۴) 30

۱۶۵- مطابق شکل زیر، جرم وزنه برابر با 10 kg و در تار افقی به طول یک متر، موجی ساکن با ۴ گره ایجاد شده است. اگر بسامد



نوسان‌ها 30 Hz باشد، جرم سیم MD چند گرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 25

(۲) 50

(۳) $2/5$

(۴) 5

۱۶۶- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

(الف) تندی امواج روی سطح آب موجود در تشت موج به عمق آب بستگی دارد.

(ب) با افزایش دما، ضریب شکست هوا کاهش می‌یابد.

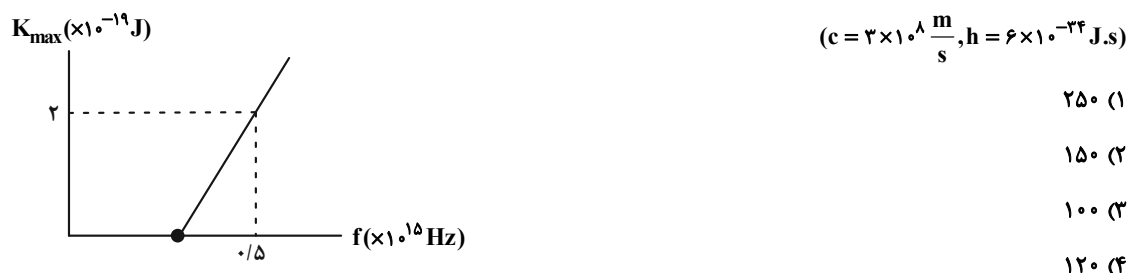
(پ) در پاشندگی نور سفید، نور قرمز کم‌ترین و نور بنفش بیش‌ترین میزان انحراف را دارند.

(ت) هر چه نسبت طول‌موج به پهنای شکاف بیشتر باشد، پراش بارزتری مشاهده می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۷- نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد پرتوی نور فرودی بر سطح فلز در یک آزمایش فوتوالکتریک مطابق شکل

زیر است. طول‌موج نور تابشی به فلز چند نانومتر باشد تا انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده برابر با $11 \times 10^{-19} \text{ J}$ شود؟



۱۶۸- در اتم هیدروژن، الکترونی از ترازی با انرژی 0.544 eV به تراز پایه گذاری انجام می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ، طول‌موج

فوتون گسیلی تقریباً چند نانومتر و شعاع مدار الکترون چند برابر می‌شود؟ ($E_R = 13.6 \text{ eV}, hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

(۱) $\frac{1}{5}, 125$ (۲) $\frac{1}{5}, 92$ (۳) $\frac{1}{25}, 125$ (۴) $\frac{1}{25}, 92$

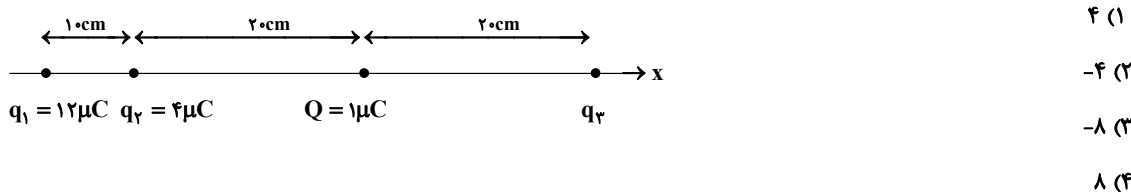
۱۶۹- جرم باقی‌مانده از 24 g ماده رادیواکتیو با نیمه‌عمر ۱۳ سال، بعد از گذشت ۳ نیمه‌عمر، معادل با چند کیلووات ساعت انرژی است؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۱) 6×10^7 (۲) $7/5 \times 10^7$ (۳) 6×10^8 (۴) $7/5 \times 10^8$

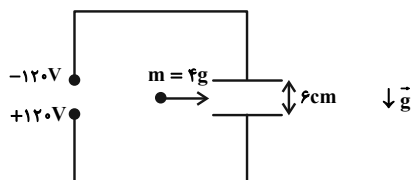
۱۷۰- در شکل زیر اگر بردار برایندهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای Q از طرف سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1, q_2 و

q_3 در SI به صورت $\vec{F}_T = 3\vec{i}$ باشد، بار q_3 چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



محل انجام محاسبات

۱۷۱- در شکل زیر اگر ذره به جرم $4g$ و بار q که در حال عبور از بین دو صفحه رسانا است، به سمت صفحه بالایی منحرف شود، بار



آن چند میکروکولن می‌باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) $0 < q < 10 \mu C$

(۲) $q > 10 \mu C$

(۳) $q < 0$

(۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

۱۷۲- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -3/2 nC$ از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $6V$ رها می‌شود. اگر

تا رسیدن این ذره به نقطه B، انرژی جنبشی آن $2/56 \times 10^{-2} \mu J$ افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟ (فقط نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شود.)

(۴) صفر

(۳) ۱۴

(۲) -۲

(۱) ۸

۱۷۳- فاصله بین صفحات خازن مسطحی $4mm$ و ثابت دی‌الکتریک آن 10 می‌باشد. اگر پس از شارژ شدن، خازن همچنان به مولد متصل

باشد و دی‌الکتریک آن را خارج نموده و فاصله بین صفحات را $2mm$ کاهش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن نسبت به حالت قبل چگونه تغییر می‌کند؟

(۲) ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.

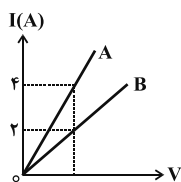
(۱) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

(۴) ۸۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

۱۷۴- دو سیم رسانای مجزای A و B دارای قطر یکسان هستند و طول سیم A دو برابر طول سیم B است. اگر نمودار جریان

عبوری از هر سیم بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن مطابق شکل زیر باشد، مقاومت ویژه سیم B چند برابر مقاومت ویژه سیم A است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

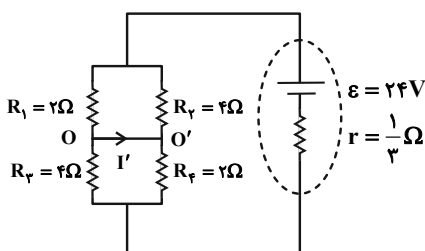


(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) ۱

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۴



۱۷۵- در مدار شکل مقابل، I' چند آمپر است؟

(۲) $\frac{16}{3}$

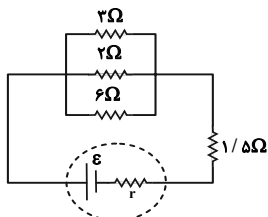
(۱) $\frac{8}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) ۲

محل انجام محاسبات

۱۷۶- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت ۲ اهمی برابر با ۱۸W باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟



۴۵ (۱)

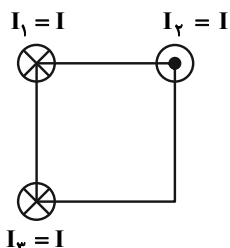
۹۰ (۲)

۱۸۰ (۳)

۱۲۶ (۴)

۱۷۷- در شکل زیر، سه سیم مستقیم و بلند حامل جریان در رأس‌های یک مربع ثابت شده‌اند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از

جریان I در مرکز مربع برابر با B باشد، میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربع چند B و به کدام سمت است؟



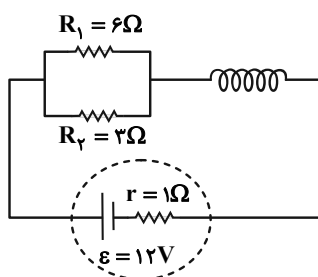
↖, √۵ (۱)

↗, ۱ (۲)

↘, √۵ (۳)

↙, ۱ (۴)

۱۷۸- در مدار شکل زیر، اگر در هر سانتی‌متر از سیم‌لوله آرمانی، با مقاومت الکتریکی ناچیز ۱۰ دور حلقه وجود داشته باشد، اندازهٔ



میدان مغناطیسی یکنواخت داخل سیم‌لوله چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

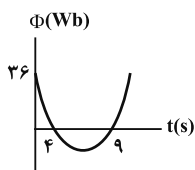
۰/۱۶π (۱)

۰/۱۶π × ۱۰^{-۴} (۲)

۱۶π (۳)

۱۶π × ۱۰^{-۴} (۴)

۱۷۹- نمودار شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه بر حسب زمان مطابق سهمی شکل زیر است، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در



ثانیة سوم چند ولت است؟

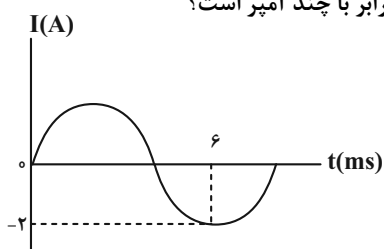
۸ (۲)

۱۰ (۱)

۳۰ (۴)

۱۴ (۳)

۱۸۰- اگر نمودار یک جریان متناوب مطابق شکل زیر باشد، مقدار جریان در لحظه $t = \frac{1}{40} s$ برابر با چند آمپر است؟



√۲ (۱)

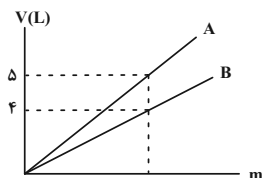
-√۲ (۲)

۲ (۳)

-۲ (۴)

محل انجام محاسبات

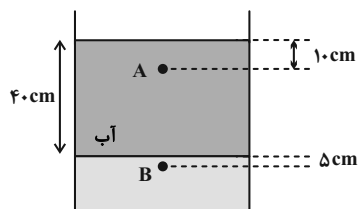
۱۸۱- نمودار حجم برحسب جرم دو مایع مجزای A و B مطابق شکل زیر است. اگر ۲kg از مایع A را با ۴kg از مایع B مخلوط کنیم،



چگالی مخلوط چند برابر چگالی مایع B خواهد شد؟ (از تغییر حجم ناشی از اختلاط صرف نظر شود).

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{24}{35}$ (۴) $\frac{12}{13}$

۱۸۲- در ظرف استوانه‌ای مقابل، آب و مایع در حال تعادل قرار دارند. اگر فشار کل در نقطه A



برابر با ۱۰۰kPa و فشار کل در نقطه B به اندازه ۵ درصد بیشتر از فشار کل در نقطه A

باشد، چگالی مایع چند برابر چگالی آب است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و دو مایع

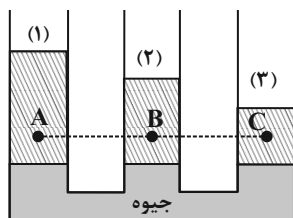
با هم مخلوط نمی‌شوند).

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۸۳- مطابق شکل زیر، در لوله‌های ظرفی که در آن مقداری جیوه داشته‌ایم، جرم یکسانی از سه مایع با چگالی‌های مختلف را

می‌ریزیم. کدام گزینه در مورد مقایسه چگالی سه مایع و فشار در نقاط هم‌تراز A، B و C درست است؟ (مایع‌ها با هم مخلوط

نمی‌شوند و سطح مقطع لوله‌های ظرف یکسان است).



$$P_A > P_B > P_C \text{ و } \rho_1 > \rho_2 > \rho_3 \quad (۱)$$

$$P_C > P_B > P_A \text{ و } \rho_1 > \rho_2 > \rho_3 \quad (۲)$$

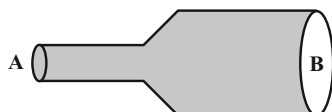
$$P_A > P_B > P_C \text{ و } \rho_3 > \rho_2 > \rho_1 \quad (۳)$$

$$P_C > P_B > P_A \text{ و } \rho_3 > \rho_2 > \rho_1 \quad (۴)$$

۱۸۴- در شکل زیر، شعاع مقطع A نصف شعاع مقطع B است. اگر در هر دقیقه ۲۰ لیتر آب با تندی ۴m/s از مقطع A وارد لوله شود،

به ترتیب از راست به چپ، در هر دقیقه چند لیتر آب و با چه تندی برحسب متر بر ثانیه از مقطع B خارج می‌شود؟ (جریان آب

پایا و به صورت لایه‌ای است).



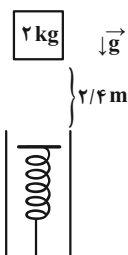
$$۱ \text{ و } ۲۰ \quad (۱) \quad ۲ \text{ و } ۲۰ \quad (۲)$$

$$۱ \text{ و } ۴۰ \quad (۳) \quad ۲ \text{ و } ۴۰ \quad (۴)$$

۱۸۵- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم ۲kg را با تندی اولیه $\frac{2}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ارتفاع $\frac{2}{4}$ متری بالای یک فنر قائم به سمت آن پرتاب می‌کنیم.

اگر بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر ۳۶J و بیشینه تراکم طول فنر ۱۰cm باشد، بزرگی نیروی مقاومت هوا

در طول مسیر چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، جرم فنر ناچیز و نیروی مقاومت هوا ثابت است).



$$۷/۲ \quad (۱)$$

$$۳/۶ \quad (۲)$$

$$۱۴/۴ \quad (۳)$$

$$۱۰/۸ \quad (۴)$$

۱۸۶- یک دماسنج سلسیوس و یک دماسنج فارنهایت را درون یک ظرف حاوی الکل قرار می‌دهیم. اگر عددی که دماسنج سلسیوس

نشان می‌دهد، ۸ واحد کم‌تر از عددی باشد که دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد، دمای الکل چند کلوین است؟

- (۱) ۳۰- (۲) ۲۲- (۳) ۲۴۳ (۴) ۲۵۱

۱۸۷- یک گلوله مسی به شعاع ۱cm و جرم ۴۰g در دمای ۱۰°C در اختیار داریم. دمای گلوله را چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر

دهیم تا چگالی آن $\frac{1}{3} \frac{g}{cm^3}$ کاهش یابد؟ $(\alpha_{\text{مس}} = 2 \times 10^{-5} / ^\circ C, \pi = 3)$

- (۱) دمای گلوله را ۱۵۰°C افزایش دهیم. (۲) دمای گلوله را ۱۵۰°C کاهش دهیم.
(۳) دمای گلوله را ۵۰°C افزایش دهیم. (۴) دمای گلوله را ۵۰°C کاهش دهیم.

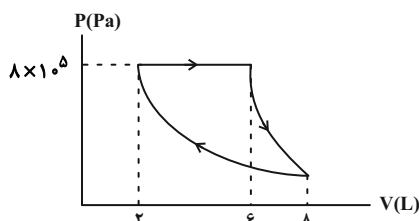
۱۸۸- چند تکه یخ به جرم $\frac{1}{6} \text{ kg}$ و دمای ۱۰°C- را داخل ۵kg آب ۲۰°C قرار دهیم تا در نهایت، آب با دمای ۵°C داشته باشیم؟

$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}, L_F = 336000 \frac{J}{kg} \text{ و اتلاف انرژی نداریم.})$

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۸۹- مطابق شکل زیر مقدار معینی گاز کامل چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو را طی می‌کند. اگر اندازه کار انجام

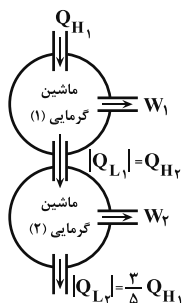
شده روی گاز طی فرایند بی‌دررو برابر با ۱۲۰۰J باشد، کدام جمله در مورد گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در فرایند



هم‌فشار صحیح است؟

- (۱) گاز ۲۰۰۰J گرما از محیط گرفته است.
(۲) گاز ۲۰۰۰J گرما به محیط داده است.
(۳) گاز ۴۴۰۰J گرما از محیط گرفته است.
(۴) گاز ۴۴۰۰J گرما به محیط داده است.

۱۹۰- در طرحواره شکل زیر، تمام انرژی گرمایی تلف شده در ماشین گرمایی آرمانی (۱) را ماشین گرمایی آرمانی (۲) دریافت می‌کند.



اگر بازده ماشین گرمایی (۲) برابر با ۲۵ درصد باشد، بازده ماشین گرمایی (۱) چند درصد است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۲۰



شیمی

۱۹۱- اگر A, B, C, D و E به ترتیب پنج عنصر متوالی جدول دوره‌ای عنصرها بوده و عنصر D یک گاز نجیب باشد، آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصر E و نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب BC به جفت الکترون‌های پیوندی در ترکیب AC به تقریب کدام است؟ (عنصر A تا E در دوره‌های دوم و سوم جدول دوره‌ای جای دارند). (نماد عناصر فرضی است).

(۱) $\ddot{E}:$ و $\frac{2}{6}E$ (۲) $\dot{E}$ و $\frac{2}{6}E$ (۳) $\ddot{E}:$ و $\frac{0}{8}E$ (۴) $\dot{E}$ و $\frac{0}{8}E$

۱۹۲- چند مورد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

- * اگر اختلاف شمار نوترون و پروتون در اتم عنصر ^{81}X برابر با ۱۱ باشد، عدد اتمی آن برابر ۲۶ خواهد بود.
 - * گونه‌ای که آرایش الکترونی آن به $3d^1$ ختم شده باشد، می‌تواند یک آنیون باشد.
 - * تمام عنصرهای دسته f دارای الکترون‌هایی با عددهای کوانتومی $n=6$ و $l=2$ هستند.
 - * عنصری که آرایش الکترونی کاتیون آن با بار الکتریکی $2+$ به $3d^6$ ختم می‌شود، دارای ۸ الکترون ظرفیتی بوده و با Kr هم دوره است.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹۳- چه تعداد از موارد زیر عبارت داده شده را به درستی تکمیل می‌کند؟

شمار الکترون‌های دارای $l=2$ در یون با شمار الکترون‌ها در آخرین زیرلایه اتم برابر است.

(الف) Mn^{2+} ، Cl^{17} (ب) Ni^{2+} ، I^{53} (پ) Ti^{2+} ، P^{15} (ت) V^{3+} ، C^{6}

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۴- با توجه به آرایش الکترونی بیرونی‌ترین زیرلایه یون‌های تک اتمی: $3p^6, A^{3+}; 2p^6, D^{2-}; 3d^6, E^{2+}$ ، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- * A نخستین عنصر جدول تناوبی است که زیرلایه با عدد کوانتومی $l=2$ آن از الکترون اشغال می‌شود.
 - * E فلزی است که بیشترین مصرف سالانه را در بین فلزات دارد.
 - * D عنصری است که در ۴ بخش کره زمین (هوا، آب، کره، زیست کره و سنگ کره) در ساختار مواد مختلف وجود دارد.
 - * A و E می‌توانند با D ترکیبی با فرمول شیمیایی A_4D_3 و E_4D_3 تشکیل بدهند.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۵- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (آ) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما و فشار هوا به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- (ب) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، با کاهش دما و در دمای $195K$ ، گاز کربن‌دی‌اکسید هوا به حالت جامد در می‌آید.
- (پ) سومین گاز از نظر درصد حجمی در هوا کره به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری و برش فلزات به کار می‌رود.
- (ت) حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد، در نتیجه هواکره برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی نسبت به منابع زمینی مناسب‌تر است.

(۱) (آ) و (ب) (۲) (آ) و (ت) (۳) (ب) و (پ) (۴) (ت) و (پ)

۱۹۶- اگر ساختار لوویس یون‌های XO_3^- و YH_4^+ ، به ترتیب مشابه ساختار لوویس ترکیب SO_3 و CH_4 باشد، کدام گزینه در مورد عناصر X و Y درست است؟ (در ساختار لوویس یون‌های داده شده همه اتم‌ها به آرایش گاز نجیب رسیده‌اند و عناصر X و Y هر دو متعلق به دوره ۲ جدول دوره‌ای هستند).

(۱) اختلاف اعداد اتمی عناصر X و Y برابر ۲ است.

(۲) اگر در ساختار $[Y = Y = Y]^q$ همه اتم‌ها هشت‌تایی باشند، $q = -1$ است.

(۳) در آرایش الکترونی عنصر X، ۴ الکترون با عدد کوانتومی اصلی $n=2$ و ۴ الکترون با عدد کوانتومی فرعی $l=1$ مشاهده می‌شود.

(۴) عنصر Y می‌تواند یک ترکیب مولکولی با فرمول شیمیایی AlY تشکیل دهد.

۱۹۷- معادله مربوط به انحلال پذیری (S) گاز نیتروژن بر حسب فشار بر حسب اتمسفر (P) در دمای اتاق از رابطه $S = 7/5 \times 10^{-3} P$ پیروی می کند، با کاهش فشار از ۵ به یک اتمسفر، به تقریب چند میلی مول گاز نیتروژن به ازای هر کیلوگرم آب از این محلول

سیرشده خارج می شود؟ ($N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۲۱/۴ (۲) ۱۰/۷ (۳) ۷/۸ (۴) ۱۵/۶

۱۹۸- چند مورد از ویژگی های زیر میان دو حلال اتانول و استون مشترک است؟

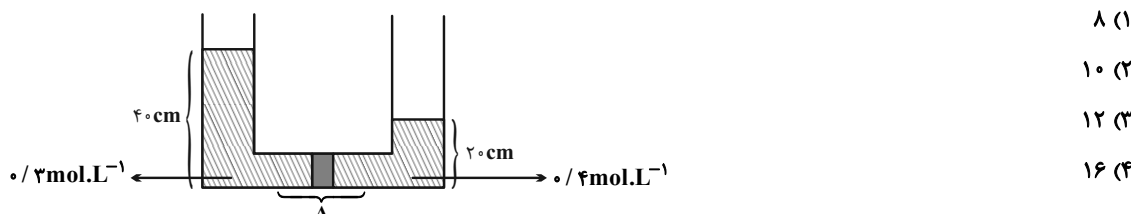
- (الف) نوع اتم های سازنده
(ب) جهت گیری در میدان الکتریکی
(پ) وجود اتم هیدروژن متصل به اکسیژن در ساختار لوویس
(ت) شمار جفت الکترون های ناپیوندی
(ث) میزان انحلال پذیری در آب

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۹۹- اگر مولاریته محلول سیرشده نمک A در دماهای 20°C و 60°C به ترتیب برابر ۴ و ۵/۵ مول بر لیتر بوده و درصد جرمی محلول سیرشده نمک B در دماهای 36°C و 86°C به ترتیب برابر ۳/۳۳٪ و ۲۰٪ باشد؛ در چه دمایی به تقریب انحلال پذیری این دو نمک با یکدیگر برابر است؟ (معادله انحلال پذیری هر دو نمک را خطی فرض کنید، از تغییر حجم محلول بر اثر انحلال صرف نظر کنید چگالی آب را 1 g.mL^{-1} و جرم مولی نمک A را ۸۰ گرم بر مول در نظر بگیرید.)

- (۱) ۳۲/۵ (۲) ۴۲/۵ (۳) ۵۲/۵ (۴) ۷۲/۵

۲۰۰- در لوله U شکل زیر، دو محلول مختلف از NaCl توسط یک غشای نیمه تراوا که فقط اجازه عبور مولکول های آب را می دهد، جدا شده اند، پس از گذر زمان، اختلاف ارتفاع سطح دو محلول در سمت راست و چپ به چند سانتی متر می رسد؟ (سطح مقطع هر دو لوله راست و چپ را یکسان در نظر بگیرید.) (فرض کنید فشار ناشی از اختلاف ارتفاع سطح دو محلول تأثیری بر جابه جایی آب و تغییر ارتفاع ها نخواهد داشت.) (از حجم قسمت متصل کننده دو لوله صرف نظر کنید. (A))

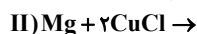
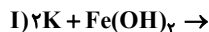


۲۰۱- در دوره سوم جدول تناوبی، بیشترین شیب تغییر شعاع اتمی، با پیمودن دوره از چپ به راست، بین دو عنصر A و D ($Z_D > Z_A$) اتفاق می افتد. چند مورد از مطالب زیر درباره این دو عنصر درست است؟

- * عنصر اصلی سازنده سلول های خورشیدی است.
- * فراوانی A در سیاره زمین از فراوانی D در این سیاره بیشتر است.
- * دو عنصر، خواص فیزیکی تقریباً مشابه ولی خواص شیمیایی متفاوت دارند.
- * به ازای تشکیل هر مول اکسید عنصر A، $3/612 \times 10^{24}$ الکترون بین دو عنصر مبادله می شود.

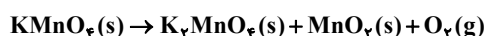
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۲- با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

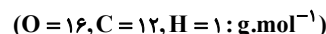


- * هر دو واکنش انجام‌پذیر هستند و در آن‌ها پایداری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.
 - * ترکیب یونی واکنش‌دهنده در واکنش (I) در آب نامحلول است و رسوب سبزرنگ تشکیل می‌دهد.
 - * اگر در واکنش (II) به جای Mg، فلز کلسیم قرار دهیم، سرعت انجام واکنش افزایش می‌یابد.
 - * آرایش الکترونی کاتیون در ترکیب یونی واکنش‌دهنده در واکنش (II) به یک زیرلایه با $n + l = 5$ ختم می‌شود.
 - * اگر در هر دو واکنش یک مول اتم فلزی مصرف شود، اختلاف تعداد اتم‌های فلزی تولید شده در دو واکنش، برابر با $9/03 \times 10^{23}$ اتم خواهد بود.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰۳- تجزیه ۷۹ گرم پتاسیم پرمنگنات با خلوص ۸۵٪ مطابق واکنش موازنه نشده زیر منجر به تولید چند لیتر گاز اکسیژن با چگالی $1/7 \text{ g.L}^{-1}$ خواهد شد؟

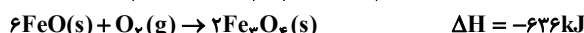
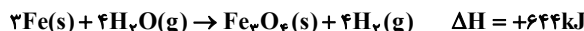
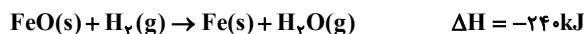


- (۱) ۴ (۲) ۵/۵ (۳) ۹/۴ (۴) ۱۶
- ۲۰۴- اگر از سوختن کامل جرم خالص یکسانی از گازهای متان و اتان، حجم یکسانی گاز کربن‌دی‌اکسید حاصل شود، نسبت بازده درصدی واکنش سوختن متان به بازده درصدی واکنش سوختن اتان و نسبت جرم بخار آب حاصل از واکنش سوختن اتان به جرم بخار آب حاصل از سوختن متان به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (شرایط انجام دو واکنش را یکسان در نظر بگیرید).



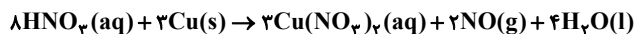
- (۱) $\frac{3}{4}, \frac{15}{16}$ (۲) $\frac{4}{3}, \frac{15}{16}$ (۳) $\frac{4}{3}, \frac{16}{15}$ (۴) $\frac{3}{4}, \frac{16}{15}$

۲۰۵- با توجه به واکنش‌های زیر، گرمای حاصل از تولید یک مول بخار آب از گازهای هیدروژن و اکسیژن چند کیلوژول است؟



- (۱) ۱۴۱ (۲) ۲۴۲ (۳) ۳۶۳ (۴) ۴۸۴
- ۲۰۶- کدامیک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

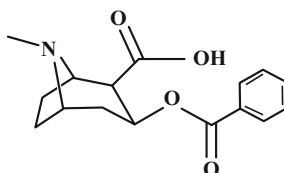
- (۱) با افزایش دما، سرعت واکنش‌های گرماگیر همچون سرعت واکنش‌های گرماده افزایش می‌یابد.
 - (۲) تغییر غلظت بر روی سرعت واکنش‌هایی موثر است که حداقل یکی از واکنش‌دهنده‌ها به صورت گاز یا محلول باشد.
 - (۳) افزودن آب به ظرف دارای هیدروژن پراکسید باعث افزایش سرعت تجزیه شدن آن خواهد شد.
 - (۴) در واکنش بین Na و Cl_2 ، استفاده از ایزوتوپ ^{37}Cl به جای ایزوتوپ ^{35}Cl تاثیری بر روی سرعت واکنش ندارد.
- ۲۰۷- اگر ۸ دقیقه پس از آغاز واکنش فلز مس با نیتریک اسید طبق معادله زیر، ۱/۱ مول فلز مس باقی‌مانده باشد و مقدار گاز تولید شده نیز ۰/۶ مول باشد، مقدار اولیه فلز مورد استفاده چند مول بوده و سرعت متوسط تشکیل آب در طی این واکنش چند مول بر ثانیه بوده است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



- (۱) $1/5 - 6/25 \times 10^{-4}$ (۲) $1/5 - 2/5 \times 10^{-3}$ (۳) $2/5 - 6/25 \times 10^{-4}$ (۴) $2/5 - 2/5 \times 10^{-3}$

۲۰۸- کدام یک از موارد زیر در مورد ترکیبی با ساختار پیوند - خط زیر درست است؟

($O = ۱۶, N = ۱۴, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$)



الف) ترکیبی آروماتیک است و دارای سه نوع گروه عاملی کربوکسیل، استری و آمیدی می‌باشد.

ب) فرمول مولکولی آن $C_{16}H_{19}NO_4$ است و در ساختار آن ۴۷ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

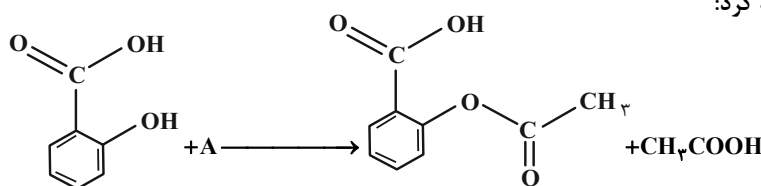
پ) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در آن با نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در هگزان، برابر است.

ت) به تقریب ۶۶/۴ درصد از جرم این ترکیب را اتم‌های کربن تشکیل می‌دهد.

ث) در هر ۱۴۴/۵ گرم از این ترکیب $2/709 \times 10^{23}$ الکترون ناپیوندی یافت می‌شود.

۱) الف)، ب) و (ث) ۲) پ)، (ث) و (ت) ۳) ب)، (پ) و (ت) ۴) ب)، (پ) و (ث)

۲۰۹- آسپرین یک داروی ضد التهاب است و از آن برای کاهش تب و تسکین دردهای خفیف استفاده می‌شود. آسپرین را می‌توان از واکنش زیر در حضور یک مول ماده A تهیه کرد:



کدام گزینه ترکیب A را به درستی نشان می‌دهد و کدام مطلب درباره فرآورده آروماتیک واکنش درست است؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$)

۱) $H_3C-C(=O)-O-C(=O)-CH_3$ ، تفاوت جرم مولی آن با واکنش دهنده آروماتیک برابر ۴۰ گرم بر مول است.

۲) $H_3C-C(=O)-O-C(=O)-CH_3$ ، دارای ۲۶ پیوند اشتراکی است.

۳) $H_3C-C(=O)-C(=O)-CH_3$ ، فرمول مولکولی آن $C_4H_8O_4$ است.

۴) $H_3C-C(=O)-C(=O)-CH_3$ ، دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی است.

۲۱۰- واکنش $A^-(aq) + H^+(aq) \rightarrow B(aq)$ و $\Delta H = +۱۴۰ kJ$ با جذب گرما انجام می‌شود. اگر به یک لیتر محلول محتوی A^- و H^+ با

آهنگ ۳۵ ژول بر ثانیه گرما بدهیم، پس از چند دقیقه pH محلول ۱ واحد افزایش می‌یابد و تا این لحظه، واکنش چند درصد پیشرفت

کرده است؟ (A^- و B) خصلت اسیدی و بازی ندارند و غلظت اولیه H^+ برابر $۱ mol.L^{-1}$ است.) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۹۰، ۹۰ (۴)

۹۰، ۶۰ (۳)

۶۰، ۹۰ (۲)

۶۰، ۶۰ (۱)

۲۱۱- دربارهٔ محلول هیدروفلوئوریک اسید (محلول I) و محلول سدیم هیدروکسید (محلول II) با حجم، دما و جرم حل‌شونده یکسان، چند مورد از موارد زیر درست است؟ (درصد یونش هیدروفلوئوریک اسید را ۵۰٪ در نظر بگیرید:

$$(Na = 23, F = 19, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$

* مجموع pH این دو محلول برابر با ۱۴ است.

* رسانایی الکتریکی این دو محلول با یکدیگر برابر است.

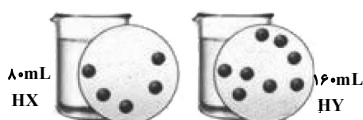
* در صورت اختلاط این دو محلول با یکدیگر، محلول حاصل pH کمتر از ۷ خواهد داشت.

* مجموع شمار گونه‌های موجود در محلول I از مجموع شمار گونه‌های موجود در محلول II کمتر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۲- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به محلول اسیدهای ضعیف HX و HY است، کدام گزینه، عبارت زیر را به نادرستی تکمیل می‌کند؟ (هر ذره مربوط به مولکول‌های اسید بوده و معادل ۰/۰۲ مول است).

«اگر ... دو اسید با هم برابر باشد، آن‌گاه ...»



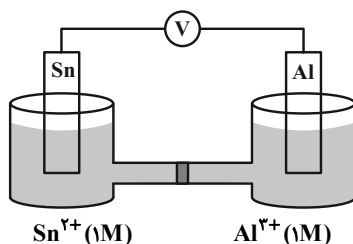
(۱) pH محلول - درجهٔ یونش اسید HY، ۱/۲۵ برابر درجهٔ یونش اسید HX است.

(۲) شمار یون‌های موجود در محلول - pH دو محلول نیز با هم برابر است.

(۳) pH محلول - در شرایط یکسان، ثابت یونش اسید HY، بزرگ‌تر از ثابت یونش اسید HX است.

(۴) ثابت یونش - با افزودن ۲ ذرهٔ حل‌شوندهٔ دیگر به محلول اسید HY، pH محلول دو اسید با هم برابر می‌شود.

۲۱۳- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه درست است؟



$$E^\circ(Sn^{2+}(aq) / Sn(s)) = -0.14V$$

$$E^\circ(Al^{3+}(aq) / Al(s)) = -1.66V$$

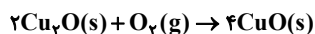
(۱) Al قطب مثبت سلول بوده و Sn قطب منفی آن را تشکیل می‌دهد.

(۲) E° سلول برابر با ۱/۸۰ ولت است.

(۳) حرکت الکترون‌ها در مدار درونی از سمت تیغه Al به سمت تیغه Sn است.

(۴) آنیون‌ها از سمت چپ دیوارهٔ متخلخل به طرف سمت راست آن حرکت می‌کنند.

۲۱۴- بر اثر اکسایش کامل کاتیون‌های Cu^+ موجود در مخلوطی از CuO و Cu_2O به جرم ۳۲ گرم، جرم نمونه به ۳۵/۲ گرم می‌رسد. درصد جرمی مس در نمونهٔ اولیه کدام و به تقریب چند درصد اتم‌های مس اکسایش یافته است؟ (نمونه ناخالصی ندارد و $Cu = 64, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۹۱، ۸۸ (۴)

۹۱، ۷۷ (۳)

۷۲، ۸۸ (۲)

۷۲، ۷۷ (۱)

۲۱۵- در کدام گزینه، تنوع عددهای اکسایش اتم‌های نیتروژن بیشتر است؟

HNO_3 ، N_2O_3 ، NH_3 (۲)

N_2H_4 ، NF_3 ، HNO_2 (۱)

N_2O_5 ، N_2O ، HNO_2 (۴)

N_2O_4 ، NO_2 ، NO (۳)

۲۱۶- چند مورد از عبارات‌های زیر نادرست هستند؟

- * کربن و سیلیسیم فقط در جامدهای کووالانسی با تشکیل پیوند کووالانسی به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب می‌رسند.
- * در ساختار گرافیت، هر اتم کربن بین سه حلقه شش ضلعی، مشترک است.
- * چگالی، میزان پایداری و نقطه جوش مواد مولکولی از جمله ویژگی‌های وابسته به نیروهای بین مولکولی آن‌ها هستند.
- * اگر آرایش الکترونی دو عنصر X و Y به ترتیب به $2p^4$ و $2p^2$ ختم شود، در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول دو اتمی حاصل از آن‌ها، اتم Y به رنگ آبی خواهد بود.

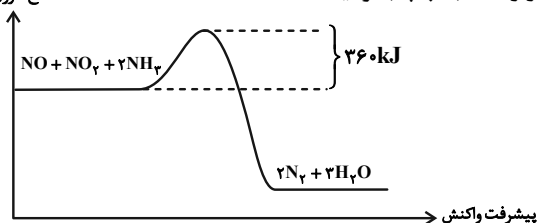
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۷- چند مورد از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

- * تنوع ترکیبات: فلزی > کووالانسی > یونی > مولکولی
- * مقایسه نقطه ذوب و جوش: $NaCl > N_2 > HF$
- * میانگین آنتالپی پیوند اتم‌ها: کربن دی‌اکسید < سیلیس < گرافیت < الماس < سیلیسیم
- * گستره طول موج پرتوی جذب شده توسط رنگدانه: $Fe_2O_3 > TiO_2$
- * نقطه ذوب: کلسیم اکسید < منیزیم فلئورید < سدیم اکسید

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۸- با توجه به مقادیر آنتالپی پیوندها و نمودار انرژی-پیشرفت زیر که مربوط به واکنشی است که درون میدل کاتالیزی خودروهای دیزلی انجام می‌شود، (برگشت) E_a این واکنش کدام است و اگر بر اثر افزودن کاتالیزگر (برگشت) E_a آن ۵٪ کاهش یابد، (رفت) E_a آن تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



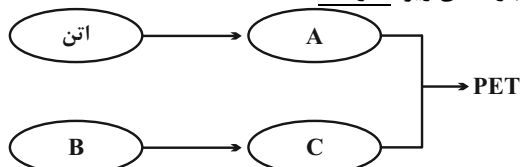
پیوند	آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)
N - O	۲۰۰ kJ
N = O	۶۱۰ kJ
N - H	۳۹۰ kJ
N $\equiv$ N	۹۴۰ kJ
O - H	۴۷۰ kJ

۱ (۱)، ۱۲۰۰ ۲ (۲)، ۱۲۰۰ ۳ (۳)، ۱۳۰۰ ۴ (۴)، ۱۳۰۰، ۲۸

۲۱۹- در یک ظرف ۲ لیتری تعادل فرضی: $A(g) + 2B(s) \rightleftharpoons 2C(g) + D(g)$ با مقادیر اولیه‌ای از واکنش دهنده‌ها آغاز می‌شود؛ اگر در لحظه تعادل، ۰/۴ مول از ماده A، ۰/۱ مول از ماده B و ۰/۲ مول از ماده C درون ظرف وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است و اگر حجم ظرف واکنش به ۱ لیتر کاهش یابد، تعادل به کدام سمت جابه‌جا خواهد شد؟

۱ (۱)، ۲۰، راست ۲ (۲)، $2/5 \times 10^{-3}$ ، راست ۳ (۳)، ۲۰، چپ ۴ (۴)، $2/5 \times 10^{-3}$ ، چپ

۲۲۰- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از عبارات‌های زیر، نادرست است؟



- * مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل ترکیب C برابر با ۳۹ است.
- * اختلاف شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ترکیب A برابر با ۴ است.
- * نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در ترکیب B با نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در نفتان برابر است.
- * در واکنش تولید ماده C برخلاف تولید ماده A، از محلول پتاسیم پرمنگنات رقیق به عنوان اکسنده استفاده می‌شود.
- * برای تجزیه PET به ترکیبات مفید، از اولین عضو خانواده الکال‌ها که آن را می‌توان از چوب تهیه کرد، استفاده می‌کنند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-یاسین سپهر-کامیار علییون-حمید علیزاده جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار-علی اکبر علیزاده-مهرداد ملوندی نیلوفر مهدوی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-مسعود قره خانی مصیب قنبری-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-مصطفی وائقی-شادمان ویسی
شیمی	محمدرضا پورجاوید-حمید ذبحی-یاسر راش-روزبه رضوانی-امیرحسین طیبی-کارو محمدی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی علی ارجمند	عادل حسینی	عادل حسینی	بهنام شاهینی حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش یلدا بشیری محبوبه بیک محمدی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئول درسی	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سمیه اسکندری	محمدرضا اصفهانی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱۰۱- گزینه «۱»

(شاهین پروازی)

قدرنسبت دنباله را حساب می‌کنیم:

$$d = a_4 - a_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad ; \quad d < 0$$

$$d^2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} - 2 = 2 \Rightarrow d = -\sqrt{2}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} (a_5^2 - a_4^2) &= (a_5 - a_4)(a_5 + a_4) = (2d)(2a_1 + 5d) \\ &= (-2\sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 5\sqrt{2}) = -6\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + 15(2) \\ &= -6(\sqrt{3} + 1) + 30 = 24 - 6\sqrt{3} \\ &\Rightarrow \frac{1}{6}(a_5^2 - a_4^2) = 4 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۲- گزینه «۳»

(مهمیر علیزاده)

$$\left| 2x - \frac{x+a}{3} \right| < x \Rightarrow \left| \frac{\Delta x - a}{3} \right| < x \Rightarrow |\Delta x - a| < 3x$$

$$\Rightarrow -3x < \Delta x - a < 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x < \Delta x - a \Rightarrow \Delta x > a \Rightarrow x > \frac{a}{\Delta} \\ \Delta x - a < 3x \Rightarrow 2x < a \Rightarrow x < \frac{a}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a>0} \frac{a}{\Delta} < x < \frac{a}{2} \quad (1)$$

$$\left| x - \frac{\Delta}{4} \right| < b \xrightarrow{b>0} -b < x - \frac{\Delta}{4} < b$$

$$\Rightarrow -b + \frac{\Delta}{4} < x < b + \frac{\Delta}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} \frac{a}{\Delta} = -b + \frac{\Delta}{4} \\ \frac{a}{2} = b + \frac{\Delta}{4} \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۱ - معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۰۳- گزینه «۱»

(کامیار علیپور)

شرط گذر از چهار ناحیه در تابع درجه دوم $\Delta > 0$ و $P < 0$ (ضرب ریشه‌ها) است. از طرفی هرگاه $P < 0$ ، الزاماً $\Delta > 0$ است، بنابراین کافی است. شرط $P < 0$ ارضا شود:

$$P = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{4-m}{m} < 0 \Rightarrow m < 0 \text{ یا } m > 4$$

حال با توجه به این که تابع دارای کمترین مقدار است، ضریب x^2 یعنی m مثبت است، پس $m > 4$ تنها بازه قابل قبول است. اکنون می‌دانیم طول کمترین مقدار یا همان رأس سهمی $\frac{2}{m} = -\frac{(-4)}{2m} = -\frac{b}{2a}$ است، بنابراین داریم:

$$m > 4 \Rightarrow 0 < \frac{1}{m} < \frac{1}{4} \Rightarrow 0 < \frac{2}{m} < \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱ - فیبر و معادله: صفحه ۱۲)

۱۰۴- گزینه «۴»

(عارل فسنینی)

با تغییر متغیر $\sqrt[3]{x} = t$ داریم:

$$x = t^3$$

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$2t^4 = t^6 - 9 \Rightarrow t^6 - 2t^4 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (t^2 - 3)(t^4 + t^2 + 3) = 0 \Rightarrow t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t = \pm\sqrt{3}$$

دقت کنید که معادله $t^4 + t^2 + 3 = 0$ در اعداد حقیقی جواب ندارد.

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x} = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x = \pm 3\sqrt{3}$$

قدرمطلق اختلاف جواب‌های معادله برابر $3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ است.

(حسابان ۱ - فیبر و معادله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)



$$f^{-1}(0) = -f(0) = -1 \Rightarrow f(-1) = 0$$

$$\Rightarrow -k + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow k = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(k) = f(\sqrt{2}) = 2 + \sqrt{3}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

(لازم ابلالی)

گزینه «۴» ۱۰۶

توجه کنید که $D_g = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$ ، $D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$. هم‌چنین برای

صفرهای f و g داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 2, \quad g(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

حال دامنه تابع $\frac{f}{g} + \frac{g}{f}$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} D_{\frac{f}{g} + \frac{g}{f}} &= D_{\frac{f}{g}} \cap D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0 \text{ یا } g(x) = 0\} \\ &= \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}, -3, 2, -\frac{1}{3}\right\} \end{aligned}$$

پس مجموع اعدادی که در دامنه تابع مورد نظر قرار ندارند، برابر است با:

$$\frac{1}{3} - 3 + 2 - \frac{1}{3} = -\frac{7}{6}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

گزینه «۳» ۱۰۷

با شرط $a > 0$ ، دامنه تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ax \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \\ 1 - ax \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{a} \end{cases} \Rightarrow D_f = \left[0, \frac{1}{a}\right]$$

تابع f اکیداً صعودی است، زیرا دو تابع $y = \sqrt{ax}$ و $y = -\sqrt{1-ax}$

هر دو اکیداً صعودی هستند، پس برد f بازه $\left[f(0), f\left(\frac{1}{a}\right)\right]$ است.

(لازم ابلالی)

گزینه «۲» ۱۰۵

راه حل اول:

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{به محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت}} y = -f(x) \xrightarrow[\text{به محور عرض‌ها}]{\text{قرینه نسبت}}$$

$$y = -f(-x) = kx - \sqrt{x^2 + 1}$$

از طرف دیگر تابع وارون تابع f به صورت زیر است.

$$y = kx + \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow (y - kx)^2 = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow y^2 + k^2 x^2 - 2kyx = x^2 + 1$$

$$(k^2 - 1)x^2 - 2kyx + y^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{ky + \sqrt{y^2 + k^2 - 1}}{k^2 - 1} \\ x = \frac{ky - \sqrt{y^2 + k^2 - 1}}{k^2 - 1} \end{cases} \text{ غرق}$$

$$\text{چون } f(0, 1) \in f \text{ و } f^{-1}(1, 0) \in f^{-1}, \quad x = \frac{ky - \sqrt{y^2 + k^2 - 1}}{k^2 - 1} \text{ قابل}$$

قبول است.

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{k}{k^2 - 1}x - \frac{1}{k^2 - 1}\sqrt{x^2 + k^2 - 1}$$

بنابراین تساوی زیر به ازای هر x باید برقرار باشد:

$$\frac{k}{k^2 - 1}x - \frac{1}{k^2 - 1}\sqrt{x^2 + k^2 - 1} = kx - \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow k^2 - 1 = 1 \Rightarrow k^2 = 2 \xrightarrow{k > 1} k = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{2}x + \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow f(k) = f(\sqrt{2}) = 2 + \sqrt{3}$$

راه حل دوم:

تساوی $f^{-1}(x) = -f(-x)$ به ازای هر x برقرار است. پس به ازای

$x = 0$ داریم:

دقت کنید که دامنه متغیر x مجموعه $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}, +\infty)$ است. با توجه به این که α باید مثبت باشد، بازه $(\sqrt{6}, +\infty)$ را در

معادله (*) اعمال می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(*)} x^2 - 6 = 5x - 10 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4) = 0$$

$$\xrightarrow{x > \sqrt{6}} x = 4 \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\Rightarrow \log_{\gamma\alpha}(\gamma\alpha + 4) = \log_{\gamma} 32 = \log_{\gamma^5} 2^5 = \frac{5}{5} \log_{\gamma} 2 = \frac{5}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(پروان‌نشین نیکنام)

۱۱۰- گزینه «۲»

راه حل اول:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2(1 - (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x))}{(6x - \pi)^2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2(1 - \cos(x - \frac{\pi}{6}))}{(6x - \pi)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{4(\sin^2(\frac{6x - \pi}{2}))}{(6x - \pi)^2} = 4 \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\frac{\sin(\frac{6x - \pi}{2})}{6x - \pi})^2$$

$$= \frac{4}{12^2} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left(\frac{\sin(6x - \pi)}{6x - \pi} \right)^2 = \frac{1}{36}$$

راه حل دوم: دو بار استفاده از قاعده هوییتال:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 - \sqrt{3} \cos x - \sin x}{(6x - \pi)^2} \stackrel{\text{HoP}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{12(6x - \pi)}$$

$$\stackrel{\text{HoP}}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \cos x + \sin x}{12} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}{12} = \frac{1}{36}$$

(حسابان ۱- فر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(لازم ابلالی)

۱۱۱- گزینه «۱»

تابع f فقط در نقاطی که مقدار $\log_{\gamma} x$ عددی صحیح شود، ممکن است ناپیوسته باشد:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(\frac{1}{a}) = 1 \end{cases} \Rightarrow R_f = [-1, 1]$$

دامنه تابع g نیز $\mathbb{R}$ است و برای محاسبه برد تابع $g \circ f$ ، برد g را با دامنه R_f حساب می‌کنیم:

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow [x] \in \{-1, 0, 1\} \Rightarrow [x] + 1 = \{0, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow 2^{[x]+1} \in \{1, 2, 4\}$$

پس برد تابع $g \circ f$ مجموعه $\{1, 2, 4\}$ است. مجموع اعضای این مجموعه برابر ۷ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۰۸- گزینه «۲»

(ممیر عزیز)

ابتدا ضابطه تابع جدید را به دست آوریم:

$$f(x) = 2^x \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = 2^{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} g(x) = 2^{-x+1}$$

$$\text{حال این نمودار را با نمودار } y = \frac{f(x) - 3}{5} = \frac{2^x - 3}{5} \text{ قطع می‌دهیم؛}$$

$$2^{-x+1} = \frac{2^x - 3}{5} \Rightarrow \frac{10}{2^x} = 2^x - 3$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 3 \times 2^x - 10 = (2^x - 5)(2^x + 2) = 0$$

$$\xrightarrow{2^x > 0} 2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2 5$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۰۹- گزینه «۳»

(پروان‌نشین نیکنام)

$$\text{از ویژگی } \log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a, a \text{ از ویژگی}$$

$$2 \log_{\Delta} (x^2 - 6) = 2 + 2 \log_{\Delta} |x - 2|$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta} (x^2 - 6) - \log_{\Delta} |x - 2| = 1 \Rightarrow \log_{\Delta} \frac{x^2 - 6}{|x - 2|} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 6 = 5|x - 2| \quad (*)$$



(کامیار علییون)

۱۱۳- گزینه «۲»

با طرفین وسطین در رابطه داریم:

$$2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x + 1 = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$$

از طرفی می‌دانیم $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$ ، بنابراین:

$$\sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \Rightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8}, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

حال با مقارنه‌ی به k با توجه به بازه فرض مسئله داریم:

k	-۱	۰
x	$-\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = -\frac{5\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = -\frac{\pi}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

۱۱۴- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{f(x)-4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{f(x)-4} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

دقت کنید که f اکیداً نزولی است و در یک همسایگی چپ $x=2$ ،

$f(x) > 4$ است.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{x-1}{f(x)-4}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

(مسئله ۲- فرهای نامتناهی - در در بی‌نهایت: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲ و ۶۲)

$$\log_2 x = k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 2^k$$

k	-۲	-۱	۰	۱	۲
x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۴ ...

توجه کنید که f در $x=1$ پیوسته است، زیرا مقدار $\log_2 x$ در $x=1$

برابر صفر می‌شود.

بنابراین دو نقطه ناپیوستگی تابع f باید $x=2$ و $x=\frac{1}{2}$ باشند. پس اگر

$$\frac{1}{4} \leq m < \frac{1}{2}, \text{ تابع } f \text{ دو نقطه ناپیوستگی در بازه } (m, 4) \text{ دارد.}$$

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(شاهین پروازی)

۱۱۲- گزینه «۱»

ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a + 3 \sin bx$$

با توجه به نمودار، نصف دوره تناوب $\frac{\pi}{3}$ و در نتیجه دوره تناوب برابر

$$T = \frac{2\pi}{3} \text{ است. داریم:}$$

$$T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3$$

در همسایگی $x=0$ تابع نزولی است، پس $b=-3$ قابل قبول است. از

طرفی مقدار ماکزیمم هم برابر ۴ است. داریم:

$$y_{\max} = a + 3 = 4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 1 - 3 \sin 3x$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{7\pi}{18}\right) = 1 - 3 \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - 3 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 1 + 3 \sin \frac{\pi}{6} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)



$$\Rightarrow -1 = \frac{3k - 5(2k + 6)}{9} = \frac{-7k - 30}{9} \Rightarrow k = -3$$

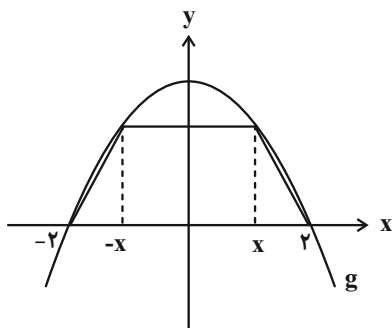
(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(شاهین پروازی)

۱۱۷- گزینه «۲»

برای سادگی در محاسبات، سهمی $f(x) = 4 - (x-2)^2$ و دوزنقه محاط

در آن را ۲ واحد به چپ می‌بریم تا شکل زیر حاصل شود.



$$g(x) = f(x+2) = 4 - x^2$$

مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S(x) = \left(\frac{2x+4}{2}\right)g(x) = -x^3 - 2x^2 + 4x + 8$$

در جواب معادله $S'(x) = 0$ ، مقدار مساحت ماکزیمم است:

$$S'(x) = -3x^2 - 4x + 4 \xrightarrow{S'(x)=0} x = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{256}{27}$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(کامیار علیون)

۱۱۵- گزینه «۱»

در دو حالت نمودار تابع f مجانب قائم ندارد؛ یکی این که مخرج تابع ریشه

نداشته باشد و دیگری این که صورت مضربی از مخرج باشد.

در حالت اول Δ ی مخرج منفی است:

$$\Delta = a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2$$

در حالت دوم هم به ازای $a = 0$ ، صورت مضربی از مخرج است که تابع

ثابت $y = 1$ را تولید می‌کند و مجانب افقی ندارد.

پس به ازای $-2 < a < 2$ نمودار f مجانب قائم ندارد. خط مجانب افقی

نمودار هم $y = a^2 + 1$ است. داریم:

$$-2 < a < 2 \Rightarrow 0 \leq a^2 < 4 \Rightarrow 1 \leq a^2 + 1 < 5$$

(مسایان ۲- فرمهای نامتناهی - مر در پی نوابیت؛ صفحه‌های ۵۵ و ۶۷)

(یاسین سپهر)

۱۱۶- گزینه «۴»

خط $y = 5x - 7$ در $x = 2$ بر نمودار g مماس است، این یعنی

$$g'(2) = 5 \text{ و } g(2) = 3. \text{ حال از رابطه داده شده مشتق می‌گیریم:}$$

$$-f'(1-x) = \frac{kg(x^2+1) - 2xg'(x^2+1)(kx-2)}{g^2(x^2+1)}$$

با جای‌گذاری $x = -1$ داریم:

$$-f'(2) = \frac{kg(2) - (2k+6)g'(2)}{g^2(2)}$$



۱۱۸- گزینه «۲»

(عارل حسینی)

در همسایگی $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ حد صورت برابر $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ و حد مخرج صفر است. این

یعنی $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ مجانب قائم نمودار f است. بنابراین باید وضعیت یکنوایی

تابع مخرج را در همسایگی $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ به دست آوریم.

$$y = \sqrt{3} \sin \frac{\pi x}{\sqrt{3}} - \tan \frac{\pi}{\lambda x}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{3}} \cos \frac{\pi x}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{\lambda x^2} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{\lambda x})$$

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{\sqrt{3}}} y' = \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{3}} \cos \frac{\pi}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{\lambda} (1 + \tan^2 \frac{\pi}{\lambda}) = \frac{\sqrt{3}\pi}{\sqrt{3}} - \pi < 0$$

پس تابع مخرج در همسایگی $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ نزولی است، یعنی در همسایگی چپ

آن مثبت و در همسایگی راست منفی است. داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{3}})^-} f(x) = \frac{-\frac{1}{\sqrt{3}}}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{3}})^+} f(x) = \frac{-\frac{1}{\sqrt{3}}}{0^-} = +\infty \end{cases}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱۱۹- گزینه «۳»

(پویانفش نیکانام)

$x = 0$ طول یکی از اکستریم‌های نسبی (مینیمم نسبی) است.

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow f'(x) = 2x(3x + a) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{طول نقطه مینیمم: } x = 0 \\ \text{طول نقطه ماکزیمم: } x = -\frac{a}{3} \end{cases}$$

نقطه $(-\frac{a}{3}, 2)$ روی نمودار f است.

$$f(-\frac{a}{3}) = 2 \Rightarrow -\frac{2a^3}{27} + \frac{a^3}{9} + 1 = 2$$

$$\Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۵)

۱۲۰- گزینه «۴»

(کامیار علییون)

ابتدا مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2 \cos 2x - \sin x \Rightarrow f''(x) = -4 \sin 2x - \cos x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -8 \sin x \cos x - \cos x \Rightarrow f''(x) = -\cos x (\lambda \sin x + 1)$$

ریشه‌های ساده f'' طول نقاط عطف هستند.

$$\Rightarrow \cos x (\lambda \sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

در بازه $(-\pi, 0)$ معادله $\cos x = 0$ جواب $x = -\frac{\pi}{2}$ و معادله

$$\sin x = -\frac{1}{\lambda}$$
 دو جواب دارد. پس تابع f در این بازه ۳ نقطه عطف دارد.

دقت کنید که تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق اول و دوم دارد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

با توجه به مقدار به دست آمده برای a ، مثلث به اضلاع $(۴, ۶, ۸)$ با مثلث به اضلاع $(۶, ۹, ۱۲)$ متشابه است و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:

$$\left(\frac{۴}{۶}\right)^2 = \left(\frac{۲}{۳}\right)^2 = \frac{۴}{۹}$$

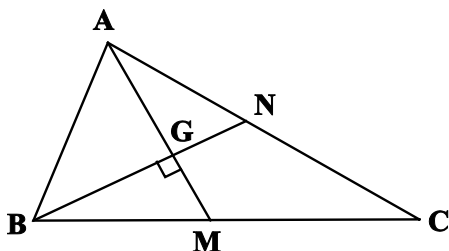
تذکر: در حالت‌های (الف)، (پ) و (ت) در صورت طرفین وسطین کردن کسرهای شامل a ، به‌ترتیب به تساوی‌های $۳۶ = ۷۲$ ، $۴۸ = ۷۲$ و $۷۲ = ۲۴$ می‌رسیم.

(هندسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۵)

(غرضانه فالباش)

۱۲۳- گزینه «۴»

می‌دانیم میانه‌های هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس $GM = \frac{1}{3} AM = ۳$ است. از طرفی از برخورد میانه‌های یک مثلث، ۶ مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:



$$S_{BMG} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \times ۳۶ = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} GM \times BG = ۶ \xrightarrow{GM=۳} BG = ۴$$

$$BM^2 : BG^2 = BM^2 + GM^2 = ۴^2 + ۳^2 = ۲۵ \Rightarrow BM = ۵$$

$$\Rightarrow BC = ۲BM = ۱۰$$

اگر AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow ۳۶ = \frac{1}{2} AH \times ۱۰ \Rightarrow AH = ۷/۲$$

(هندسه ۱ - پهنر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

(غرضانه فالباش)

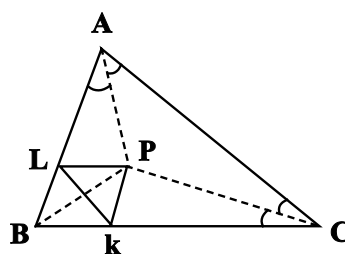
۱۲۴- گزینه «۴»

با حذف تمامی یال‌های مکعب، یک مکعب به طول ضلع ۳ و شامل $۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$ مکعب کوچک به دست می‌آید که هیچ‌کدام از وجه‌های

(مهردار ملونری)

۱۲۱- گزینه «۴»

چون P روی نیمسازهای داخلی زوایای $\hat{A}$ و $\hat{C}$ قرار دارد و نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رسانند، پس P روی نیمساز زاویه $\hat{B}$ نیز واقع است. از طرفی چهارضلعی BLPK متوازی‌الاضلاع است. چون در این چهارضلعی قطر BP نیمساز زاویه $\hat{B}$ است، پس این چهارضلعی لوزی بوده و قطرهای BP و LK برهم عمودند.



از طرفی طبق فرض $KL \parallel AC$ ، پس نیمساز زاویه $\hat{B}$ بر ضلع AC عمود است، یعنی ارتفاع وارد بر ضلع AC می‌باشد و در نتیجه مثلث ABC متساوی‌الساقین ($AB = BC$) است و داریم:

$$\hat{A} = \hat{C} = ۵۵^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۱۸۰^\circ - ۲ \times ۵۵^\circ = ۷۰^\circ$$

(ریاضی ۱ - ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

(مهردار ملونری)

۱۲۲- گزینه «۲»

می‌دانیم در دو مثلث متشابه، اضلاع متناسب‌اند. با توجه به اینکه $\frac{۴}{۶} \neq \frac{۶}{۱۲}$ ، پس یکی از حالت‌های زیر ممکن است برقرار باشد:

الف) امکان پذیر نیست $\frac{۴}{۱۲} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۲a}{۶}$

ب) $\frac{۴}{۶} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۲a}{۱۲} \Rightarrow ۲a = ۸ \Rightarrow a = ۴$

پ) امکان پذیر نیست $\frac{۴}{۳۶} = \frac{۶}{۶} = \frac{۲a}{۱۲}$

ت) امکان پذیر نیست $\frac{۴}{۳۶} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۲a}{۶}$

$$\begin{cases} r_a = \frac{S}{P-a} \Rightarrow 4 = \frac{24}{12-a} \Rightarrow a=6 \\ r_b = \frac{S}{P-b} \Rightarrow 6 = \frac{24}{12-b} \Rightarrow b=8 \\ r_c = \frac{S}{P-c} \Rightarrow 12 = \frac{24}{12-c} \Rightarrow c=10 \end{cases}$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۹)

(ممنوع است)

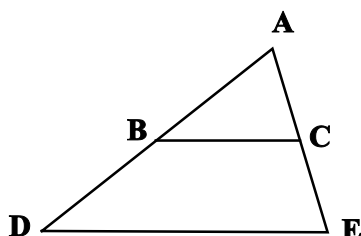
۱۲۷- گزینه «۲»

طبق قضیه هرون برای مثلث ABC داریم:

$$P = \frac{15+13+14}{2} = 21 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{21 \times 7 \times 8 \times 6} = 84$$

در تجانس با نسبت k، مساحت اشکال هندسی k^2 برابر می‌شود، بنابراین

داریم:



$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = 3^2 \Rightarrow S_{ADE} = 9 \times 84 = 756$$

$$S_{BCED} = S_{ADE} - S_{ABC} = 756 - 84 = 672$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۷۳)

(مهردار ملونری)

۱۲۸- گزینه «۳»

طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند، پس

است. $AP = AN$

$$(ABC \text{ نصف محیط مثلث } ABC) \quad P = \frac{7+9+12}{2} = 14$$

$$\Rightarrow AP = AN = P - a = 14 - 12 = 2$$

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 12^2 = 7^2 + 9^2 - 2 \times 7 \times 9 \times \cos \hat{A}$$

آن‌ها رنگ نشده است. از طرفی با حذف یال‌های مکعب در هر وجه یک مربع به طول ضلع ۳ باقی می‌ماند. بنابراین در هر وجه مکعب، $3 \times 3 = 9$ مکعب کوچک وجود دارد که تنها یک وجه آن‌ها رنگ شده است. بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\text{مکعب‌های دارای یک وجه رنگ شده}}{\text{مکعب‌های رنگ نشده}} = \frac{6 \times 9}{27} = 2$$

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

(مهردار ملونری)

۱۲۵- گزینه «۳»

نقطه M وسط مماس مشترک TT' قرار دارد، زیرا طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\begin{cases} MT^2 = MA \cdot MB = 2(2+5) = 14 \\ MT'^2 = MA \cdot MB = 2(2+5) = 14 \end{cases} \Rightarrow MT = MT' = \sqrt{14}$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی دو دایره $TT' = 2\sqrt{14}$ است و

داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{14} = \sqrt{9^2 - (R - R')^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 56 = 81 - (R - R')^2$$

$$\Rightarrow (R - R')^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\Rightarrow |R - R'| = 5$$

(هنرسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

(مهردار ملونری)

۱۲۶- گزینه «۱»

اندازه شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{24}{24} = 2$$

با فرض $r_b = 6$ و $r_a = 4$ داریم:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow r_c = 12$$

حال اندازه اضلاع مثلث را به دست می‌آوریم:

بنابراین ماتریس ضرایب دستگاه دوم به صورت $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ و

وارون آن $A^{-1} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ است و در نتیجه مجموع درایه‌های

A^{-1} برابر است با:

$$\frac{1}{16}(-5-3-3-5) = -1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

(سوکنر روشنی)

۱۳۱- گزینه «۲»

نقطه مشترک دسته خطوط داده شده مرکز دایره است:

$$\left. \begin{array}{l} m=1 \Rightarrow 3y=6 \Rightarrow y=2 \\ m=-2 \Rightarrow -3x=9 \Rightarrow x=-3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مرکز: } O(-3, 2)$$

دایره از نقطه $A(-2, 0)$ می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$|OA| = R = \sqrt{(-2+3)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2 + y^2 + 2x - 3y - 4$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{مرکز: } O' = \left(-1, \frac{3}{2}\right) \\ \text{شعاع: } R' = \frac{1}{2}\sqrt{4+9+16} = \frac{\sqrt{29}}{2} \end{array} \right.$$

$$d = |OO'| = \sqrt{(-1+3)^2 + \left(\frac{3}{2}-2\right)^2} = \sqrt{4+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2} \approx 2$$

$$\frac{\sqrt{29}}{2} - \sqrt{5} < \frac{\sqrt{17}}{2} < \frac{\sqrt{29}}{2} + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |R' - R| < d < R' + R$$

دو دایره متقاطع هستند.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۴۴)

(سوکنر روشنی)

۱۳۲- گزینه «۲»

$$(a+c) = \Delta(a-c) \Rightarrow a+c = \Delta a - \Delta c$$

$$\Rightarrow 4a = 6c \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow e = \frac{2}{3}$$

$$2b = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{7^2 + 9^2 - 12^2}{2 \times 7 \times 9} = \frac{-14}{14 \times 9} = -\frac{1}{9}$$

از طرفی طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث APN داریم:

$$\begin{aligned} PN^2 &= AP^2 + AN^2 - 2AP \times AN \times \cos \hat{A} \\ &= 7^2 + 9^2 - 2 \times 7 \times 9 \times \left(-\frac{1}{9}\right) = 49 + 81 + 14 = 144 \\ &\Rightarrow PN = \frac{12\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow PN = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

(سوکنر روشنی)

۱۲۹- گزینه «۱»

با توجه به رابطه داده شده $A \neq I$ و $A - I \neq \bar{O}$ است. حال طرفین رابطه داده شده را در $A - I$ ضرب می‌کنیم.

$$(A - I)(A^2 + A^2 + A + I) = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^4 - I = \bar{O} \Rightarrow A^4 = I$$

در نتیجه داریم:

$$A^{25} = (A^4)^6 \times A = I^6 A = A$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(سوکنر روشنی)

۱۳۰- گزینه «۳»

شرط داشتن بی‌شمار جواب آن است که:

$$\frac{2}{a+1} = \frac{\overbrace{a}^{(2)}}{10} = \frac{1}{-2}$$

$$(1): a^2 + a - 20 = 0 \Rightarrow (a+5)(a-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ a = 4 \end{cases}$$

نتایج قسمت (۱) را در تساوی (۲) قرار می‌دهیم:

$$a = -5 \Rightarrow \frac{-5}{10} = \frac{1}{-2}$$

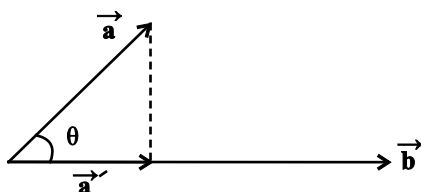
$$a = 4 \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{1}{-2} \text{ غقی}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{5} \Rightarrow MF = \sqrt{5} - 1 \\ x = -1 - \sqrt{5} \text{ غقی} \end{cases}$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

(ممر صفت‌کار)

۱۳۴ - گزینه «۱»



$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{a'}|}{\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|} = \frac{|\vec{a}| |\vec{a'}| \sin \theta}{|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta} = \frac{|\vec{a'}|}{|\vec{b}|}$$

$$\vec{a'} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \vec{b} \Rightarrow |\vec{a'}| = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \right| |\vec{b}|$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{a'}|}{|\vec{b}|} = \left| \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \right| = \left| \frac{5 + 2 - 1}{1 + 1 + 1} \right| = \frac{6}{3} = 2$$

(هندسه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(سوکنر روشنی)

۱۳۵ - گزینه «۳»

فرض کنید $\vec{a}(x, y, z)$ و $\vec{b}(-2, 1, 1)$ دو بردار باشند. طبق نامساوی کشی شوارتز داریم:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |-2x + y + z| \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \times \sqrt{4 + 1 + 1}$$

$$\Rightarrow 3 \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \times \sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \geq \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \min(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{3}{2}$$

(هندسه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(امیرفرسین ابومحبوب)

۱۳۶ - گزینه «۴»

گزینه «۱»: نامساوی $x + y < 20$ به ازای $x = y = 10$ برقرار نیست.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 5 + \frac{4}{9} a^2 \Rightarrow \frac{5}{9} a^2 = 5$$

$$\Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 2 \end{cases}$$

پس $OP = OF = OF' = 2$ و در نتیجه مثلث FPP' قائم‌الزاویه و

PO میانه وارد بر وتر است.

$$\Rightarrow PF^2 + PP'^2 = (2c)^2 = 16$$

$$e^2 + c^2 = \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{16}{\frac{10}{9}} = \frac{144}{10} = 14.4$$

(هندسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

(ممر صفت‌کار)

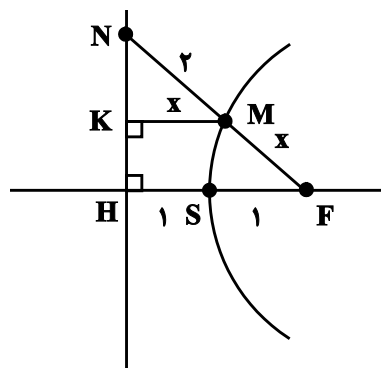
۱۳۳ - گزینه «۲»

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$4y^2 - 12y = 16x - 25 \Rightarrow 4(y^2 - 3y + \frac{9}{4}) = 16x - 25 + 9$$

$$\Rightarrow 4(y - \frac{3}{2})^2 = 16(x - 1) \Rightarrow (y - \frac{3}{2})^2 = 4(x - 1)$$

$a = 1$: فاصله کانونی



متطابق شکل اگر فاصله نقطه M از کانون و خط هادی را برابر x درنظر

بگیریم، آن گاه داریم:

$$\frac{\Delta FNH}{MK} \parallel FH \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MK}{FH} = \frac{NM}{NF}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow x(x+2) = 4$$

$$= 6 + 6 - 1 = 11$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(نیلوغر مهروری)

۱۳۹- گزینه «۱»

در فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, \dots, 700\}$ ، پیشامدهای A ، B و C را به ترتیب بخش‌پذیری بر ۷، ۲ و ۵ در نظر می‌گیریم. هدف یافتن تعداد اعضای مجموعه $A - (B \cup C)$ است.

در نتیجه داریم:

$$P[A - (B \cup C)] = P(A) - P[A \cap (B \cup C)]$$

$$= P(A) - P[(A \cap B) \cup (A \cap C)]$$

$$= P(A) - (P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C))$$

$$= \frac{700}{700} - \left(\frac{\frac{700}{14}}{700} + \frac{\frac{700}{35}}{700} - \frac{\frac{700}{70}}{700} \right)$$

$$= \frac{100}{700} - \left(\frac{50}{700} + \frac{20}{700} - \frac{10}{700} \right) = \frac{40}{700} = \frac{2}{35}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(علی‌اکبر علیزاده)

۱۴۰- گزینه «۲»

در بین ۷ مهره موجود در کیسه سوم، ۳ مهره از ابتدا به کیسه اول، ۲ مهره از ابتدا به کیسه دوم و ۲ مهره از ابتدا به کیسه سوم تعلق داشته‌اند. پس طبق نمودار درختی زیر و قانون احتمال کل، احتمال سفید بودن مهره خارج شده از این کیسه برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{کیسه اول} \rightarrow \frac{3}{7} \text{ سفید} \rightarrow \frac{3}{8} \\ \text{کیسه دوم} \rightarrow \frac{2}{7} \text{ سفید} \rightarrow 0 \\ \text{کیسه سوم} \rightarrow \frac{2}{7} \text{ سفید} \rightarrow 1 \end{array} \right.$$

$$P(\text{سفید}) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{7} \times 0 + \frac{2}{7} \times 1 = \frac{9}{56} + \frac{2}{7} = \frac{25}{56}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

گزینه «۲»: به ازای $x=1$ ، نامساوی $x^y > y^x$ به ازای هیچ مقدار y برقرار نیست.

گزینه «۳»: نامساوی $x^y + y^y \geq 4$ به ازای $x=y=1$ برقرار نیست.

گزینه «۴»: به ازای $y=1$ ، نامساوی $y^x > x^y$ به ازای تمامی مقادیر x برقرار است. پس این گزاره سوری درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(نیلوغر مهروری)

۱۳۷- گزینه «۴»

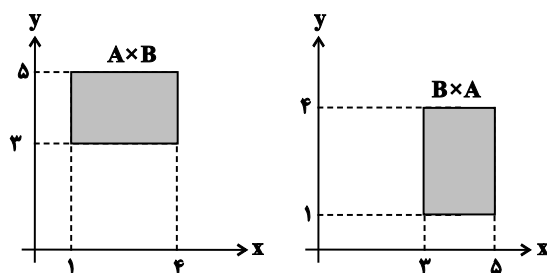
مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ دارای $2^8 = 256$ زیرمجموعه است. زیرمجموعه‌هایی که بزرگ‌ترین عضو آن‌ها از ۴ بزرگ‌تر باشد، متمم زیرمجموعه‌هایی است که هیچ عضوی بزرگ‌تر از ۴ ندارند که تعداد این دسته از زیرمجموعه‌ها برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ ، یعنی $2^4 = 16$ است. در نتیجه تعداد زیرمجموعه‌های موردنظر برابر است با:

$$256 - 16 = 240$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(غیرزانه فاکپاش)

۱۳۸- گزینه «۳»



مطابق شکل مساحت ناحیه‌های متناظر با هریک از دو مجموعه $A \times B$ و $B \times A$ برابر $2 \times 3 = 6$ است. از طرفی داریم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (A \cap B) = (A \cap B)^2$$

$$A \cap B = [1, 4] \cap [3, 5] = [3, 4]$$

مساحت ناحیه متناظر با $(A \cap B)^2$ برابر $1 \times 1 = 1$ است. پس داریم:

$$S[(A \times B) \cup (B \times A)] = S(A \times B) + S(B \times A) - S[(A \cap B)^2]$$

$$\Rightarrow 3a \equiv 24 \xrightarrow{+3} a \equiv 8 \Rightarrow a = 13k + 8 (k \in \mathbb{Z})$$

$$10 \leq a \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 13k + 8 \leq 99 \Rightarrow 2 \leq 13k \leq 91$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 7$$

یعنی به ازای ۷ مقدار a ، دو عدد $3a+2$ و $8a+1$ نسبت به هم اول نیستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۱۴۴ - گزینه «۱» (سوکنر روشنی)

می‌دانیم به ازای $n \geq 5$ ، $n! \equiv 0$ است. از طرفی داریم:

$$1! \equiv 1, 2! \equiv 2, 3! \equiv 6, 4! \equiv 24 \equiv 4$$

با جایگذاری این مقادیر، رقم یکان M (باقی‌مانده تقسیم M بر ۱۰) را محاسبه می‌کنیم:

$$M \equiv (2+4+0+\dots+0)(1+2+6+4+0+\dots+0)$$

$$\equiv 6 \times 13 \equiv 6 \times 3 \equiv 18 \equiv 8$$

$$M \equiv 8 \equiv -2 \xrightarrow{\text{بتوان}} M^3 \equiv (-2)^3 \equiv -8 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۴۵ - گزینه «۳» (امیرمسین ابومصوب)

$$3^3 = 27 \equiv -1 \xrightarrow{\text{بتوان}} 3^9 \equiv -1 \xrightarrow{\times 3} 3^{10} \equiv -3 \equiv 4$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان}} 3^{10n} \equiv 4^n \quad (1)$$

$$3^3 \equiv -1 \xrightarrow{\text{بتوان}} 3^6 \equiv 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 3^{10n} \times 3^6 \equiv 4^n \times 1 \Rightarrow 3^{10n+6} \equiv 4^n$$

از طرفی داریم:

$$4^2 = 64 = 9 \times 7 + 1 \equiv 1 \xrightarrow{\text{بتوان}} 4^{2k} \equiv 1$$

بنابراین به ازای $n = 3k (k \in \mathbb{N})$ داریم:

۱۴۱ - گزینه «۱» (امیرمسین ابومصوب)

احتمال داشتن دو فرزند پسر برای هریک از این خانواده‌ها برابر

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

پیشامد A که حداقل یکی از این خانواده‌ها فرزند دختر داشته باشند، متمم

پیشامد آن است که هر سه خانواده فقط دارای فرزند پسر باشند. با توجه به

اینکه جنسیت فرزندان سه خانواده مستقل از یکدیگر است، داریم:

$$P(A') = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

(آمار و احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱۴۲ - گزینه «۲» (امیرمسین ابومصوب)

برای ۱۰ داده اولیه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{10} = 9 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 90$$

با توجه به اینکه مجموع انحراف از میانگین برای این ۵ داده برابر صفر است،

پس میانگین داده‌ها با اضافه شدن آن‌ها تغییری نخواهد کرد و در نتیجه برای

این ۱۵ داده داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 + (4^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-3)^2) \\ &= 90 + 30 = 120 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{120}{15} = 8 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۱۴۳ - گزینه «۲» (امیرمسین ابومصوب)

فرض کنید $d = (8a+1, 3a+2)$ باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} d \mid 3a+2 &\xrightarrow{\times 8} d \mid 24a+16 \\ d \mid 8a+1 &\xrightarrow{\times 3} d \mid 24a+3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 13$$

اگر $d \neq 1$ باشد، آن‌گاه $d = 13$ است و داریم:

$$13 \mid 3a+2 \Rightarrow 3a+2 \equiv 0 \Rightarrow 3a \equiv -2 \equiv -2+2 \times 13$$

$$\binom{5}{2} \times \left[\binom{4}{2} \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \binom{4}{1} \times 2! \right] = 10(6 \times 6 + 4 \times 4 \times 2) = 680$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمرن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(امیرمسین ابرمیبوب)

۱۴۹- گزینه «۲»

با توجه به قضیه جایگشت با تکرار، تعداد کل کلمات شش حرفی که با حروف کلمه «بادبان» می‌توان نوشت، برابر است با:

$$|S| = \frac{6!}{2!2!} = 180$$

اگر مجموعه حالت‌هایی که دو حرف «الف» در کنار یکدیگر قرار دارند را با A و مجموعه حالت‌هایی که دو حرف «ب» در کنار یکدیگر هستند را با B نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$|A| = |B| = \frac{5!}{2!} = 60$$

$$|A \cap B| = 4! = 24$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 60 + 60 - 24 = 96$$

مجموعه حالت‌هایی که هیچ دو حرف یکسانی کنار هم نباشند، معادل مجموعه $\overline{A \cap B}$ است، بنابراین داریم:

$$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A \cup B| = 180 - 96 = 84$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(افشین فاضله‌فان)

۱۵۰- گزینه «۴»

در بین اعداد ۱ تا ۱۰، ۴ دسته دوتایی وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ باشد و دو عدد ۵ و ۱۰ در هیچ دسته‌ای قرار نمی‌گیرند، پس این اعداد را می‌توان به ۶ زیرمجموعه زیر افراز کرد:

$$\{1, 9\}, \{2, 8\}, \{3, 7\}, \{4, 6\}, \{5\}, \{10\}$$

اگر از هریک از این ۶ مجموعه، یک عدد انتخاب کنیم، آن‌گاه مجموع هیچ دوتایی از آن‌ها برابر ۱۰ نمی‌شود. حال چون دو رنگ سیاه و سفید داریم، با انتخاب ۱۲ مهره (۶ مهره سفید و ۶ مهره سیاه) شرط مسئله محقق نمی‌شود و چنانچه مهره سیزدهم را انتخاب کنیم، حتماً دو مهره همرنگ با مجموع ۱۰ خواهیم داشت.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

$$3^{10n+6} \equiv 4^n \equiv 1 \Rightarrow 3^{10n+6} - 1 \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(امیرمسین ابرمیبوب)

۱۴۶- گزینه «۱»

حداقل مرتبه یک گراف ۵- منتظم، برابر $p = 6$ است. از طرفی اگر $p \geq 2 \times 6$ باشد، می‌توان گراف G را به صورت دو یا چند بخش که هر کدام از بخش‌ها ۵- منتظم باشند، رسم کرد. یعنی به ازای $p \geq 12$ ، گراف G می‌تواند ناهمبند نیز باشد. با توجه به اینکه گراف فرد - منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد، پس تنها مقادیر قابل قبول برای p عبارتند از: ۶، ۸ و ۱۰

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۹)

(افشین فاضله‌فان)

۱۴۷- گزینه «۴»

دو رأس a و b، قادر به احاطه رؤس a, b, c, e, f هستند. هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال شامل دو رأس a و b، اولاً باید شامل رؤسی باشد که قادر به احاطه رأس‌های c, d, g باشند و ثانیاً با حذف هریک از رأس‌های مجموعه، رأس‌های باقی‌مانده یک مجموعه احاطه‌گر نباشند. انتخاب رأس‌های دیگر به یکی از صورت‌های زیر خواهد بود:

$$\{g\}, \{c, d\}, \{c, h\}, \{d, f\}, \{h, f\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(امیرمسین ابرمیبوب)

۱۴۸- گزینه «۳»

ابتدا از میان ۵ شهر، ۲ شهر را انتخاب می‌کنیم که این کار به $\binom{5}{2}$ طریق امکان‌پذیر است.

حال می‌توان از هریک از دو شهر انتخابی، دو نفر را برگزید و یا از یک شهر سه نفر و از شهر دیگر یک نفر انتخاب کرد که در این حالت ۲! جایگشت بین دو شهر وجود دارد.

بنابراین تعداد راه‌های انتخاب این افراد برابر است با:

فیزیک

$$v_2 = v_1 - 6 = 2 \frac{m}{s}$$

حال معادله سرعت - جابه‌جایی را برای عبور انتهای اتوبوس از ورودی ایستگاه می‌نویسیم. در این حالت طول اتوبوس هم طی شده است. داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 4 - 400 = 2 \times (-2) \times (84 + L) \\ \Rightarrow L = 15m$$

دقت کنید فقط برای طول اتوبوس هم می‌شود معادله سرعت - جابه‌جایی را نوشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2aL \Rightarrow 2^2 - 8^2 = 2 \times (-2)L \Rightarrow L = 15m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۵۴- گزینه «۲» (مسعود قره‌قانی)

ابتدا با توجه به انرژی جنبشی گلوله، تندی آن را دو ثانیه قبل از برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times v^2 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

اگر جهت مثبت را به سمت پایین و کل زمان سقوط گلوله تا رسیدن به زمین را t در نظر بگیریم، طبق صورت سؤال در لحظه $t_2 = (t-2)s$ سرعت

گلوله برابر با $v_2 = 40 \frac{m}{s}$ است. از طرفی سه ثانیه آخر حرکت بازه زمانی بین لحظه‌های $t_1 = (t-3)s$ تا $t_2 = (t-2)s$ است. سرعت گلوله را در لحظه‌های t_1 و t_2 می‌یابیم. داریم:

$$t_1 = (t-3)s \rightarrow v_1 = g(t-3) = g(t-2-1) = g(t-2) - g$$

$$\Rightarrow v_1 = 40 - 10 \Rightarrow v_1 = 30 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = (t-2)s \rightarrow v_2 = g(t) = g(t-2+2) = g(t-2) + 2g$$

$$\Rightarrow v_2 = 40 + 20 \Rightarrow v_2 = 60 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{\Delta y}{3} = \frac{30 + 60}{2} \Rightarrow \Delta y = 135m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۵۵- گزینه «۲» (مسعود قره‌قانی)

کمینه اندازه نیرو زمانی به‌دست می‌آید که اتومبیل در آستانه برخورد به مانع بایستد. برای این منظور کمینه شتاب حرکت اتومبیل برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_{min}\Delta x \xrightarrow[v_0 = 10 \frac{km}{h} = 30 \frac{m}{s}]{v=0} \\ 0 - 30^2 = 2 \times a_{min} \times 75 \Rightarrow a_{min} = -6 \frac{m}{s^2}$$

با توجه به این شتاب، اندازه نیرویی که برای توقف ماشین لازم است طبق قانون دوم نیوتون برابر است با:

$$|F_{min}| = m |a_{min}| = 1500 \times 6 = 9000N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۵۱- گزینه «۴»

(مصطفی واثقی)

نمودار مکان - زمان دو متحرک به‌صورت خط راست با شیب غیر صفر است، بنابراین دو متحرک با سرعت ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند. با توجه به معادله حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t + x_{A0} \Rightarrow x_A = v_A t - 22 \\ x_B = v_B t + x_{B0} \Rightarrow x_B = v_B t + 10 \end{cases}$$

شیب خط A از شیب خط B بیشتر است، پس تندی متحرک A از تندی متحرک B بیش‌تر است، در نتیجه $v_A - v_B = 4m/s$ است. بنابراین:

$$x_A - x_B = (v_A t - 22) - (v_B t + 10) \\ \Rightarrow x_A - x_B = (v_A - v_B)t - 32 \Rightarrow 8 = 4t - 32 \Rightarrow t = 10s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۵۲- گزینه «۳»

(مهمعلی راست‌پیمان)

شیب خط مماس بر نمودار $(x-t)$ معرف سرعت است. بنابراین با استفاده از معادله سرعت - زمان این متحرک داریم:

$$v = -2t + 16 \Rightarrow \begin{cases} t_1=0 \rightarrow v_0 = -2 \times 0 + 16 \Rightarrow v_0 = 16 \frac{m}{s} \\ t_2=6s \rightarrow v_6 = -2 \times 6 + 16 \Rightarrow v_6 = 4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال با توجه به تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{x_6 - x_0}{t_6 - t_0} = \frac{v_0 + v_6}{2} \Rightarrow \frac{x_6 - 8}{6 - 0} = \frac{4 + 16}{2} \Rightarrow x_6 = 68m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

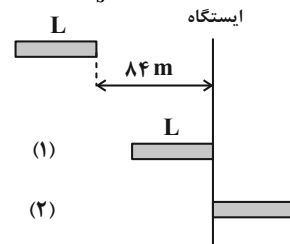
۱۵۳- گزینه «۳»

(شارمان ویسی)

اگر برای لحظه‌ای که ابتدای اتوبوس به ورودی ایستگاه می‌رسد، معادله سرعت - جابه‌جایی را بنویسیم، داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow v_1^2 - 400 = 2 \times (-2) \times 84$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 64 \Rightarrow v_1 = 8 \frac{m}{s}$$



چون سرعت اتوبوس در حال کند شدن است، بنابراین سرعت انتهای اتوبوس هنگام عبور از ورودی ایستگاه برابر است با:

۱۵۸- گزینه ۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از رابطه بین نیروی خالص وارد بر یک جسم و تکانه، $\Delta \vec{p}$ را می یابیم:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{net}} &= \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad \vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2 \rightarrow \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \\ \Rightarrow \Delta \vec{p} &= \vec{F}_1 - \vec{F}_2 \\ \Delta \vec{p} &= \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad \vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = 2(\vec{F}_1 - \vec{F}_2) \rightarrow \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{p}_2 - 12\vec{i} + 16\vec{j} \\ \Rightarrow \vec{p}_2 &= 18\vec{j} - 24\vec{j}\end{aligned}$$

در نهایت اندازه تکانه جسم در لحظه $t = 2s$ برابر است با:

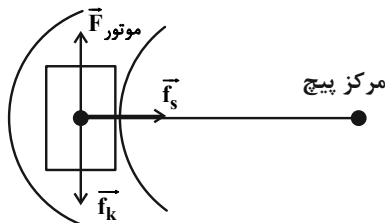
$$p_2 = \sqrt{(18)^2 + (-24)^2} \Rightarrow p_2 = 30 \text{ kg } \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

۱۵۹- گزینه ۱»

(پونا رستمی)

نیروی مرکزگرا برای حرکت دایره ای خودرو در پیچ افقی توسط اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده تامین می شود.



$$f_{s, \text{max}} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s rg}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{0.8 \times 200 \times 10} = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۸ تا ۳۹)

۱۶۰- گزینه ۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

با مقایسه معادله نیرو - مکان با نیروی وارد بر فنر داریم:

$$\left. \begin{aligned} F &= -kx \\ F &= -180x \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = 180 \frac{N}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{180}{0.2}} = 30 \frac{\text{rad}}{s}$$

می دانیم رابطه انرژی جنبشی بیشینه به صورت زیر است:

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 225 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.2 \times A^2 \times 900$$

$$\Rightarrow 225 \times 10^{-3} = 90 A^2 \Rightarrow A = 5 \times 10^{-2} m = 0.05 m$$

بنابراین معادله مکان - زمان نوسانگر به صورت زیر است:

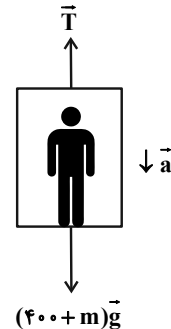
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.05 \cos(30t)$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

(مسعود قره قانی)

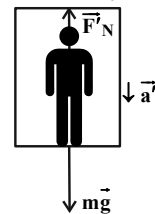
۱۵۶- گزینه ۲»

اگر زمانی که آسانسور از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می کند، برای مجموعه آسانسور و شخص قانون دوم نیوتون را به کار ببریم، داریم:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= (m + M)a \Rightarrow (400 + m)g - T = (400 + m)a \\ \Rightarrow (400 + m)(g - a) &= T \Rightarrow (400 + m)(10 - 3) = 3290 \\ \Rightarrow m &= 70 \text{ kg} \end{aligned}$$

حال اگر در زمانی که آسانسور با کاهش سرعت در حال ایستادن است، برای شخص داخل آسانسور قانون دوم نیوتون را به تنهایی بنویسیم، داریم:



$$\begin{aligned} F'_{\text{net}} &= ma' \Rightarrow mg - F'_N = ma' \\ \Rightarrow 70 \times 10 - F'_N &= 70 \times (-2) \Rightarrow F'_N = 840 \text{ N} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۰ تا ۳۹)

۱۵۷- گزینه ۱»

(مسین مفرومی)

با استفاده از رابطه اندازه نیروی کشسانی فنر $(F_e = kx)$ برای دو نقطه مشخص بر روی نمودار داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} F_1 &= k(x_1 - x_0) \Rightarrow 12 = k \left(\frac{6}{100} - x_0 \right) \quad (1) \\ F_2 &= k(x_2 - x_0) \Rightarrow 48 = k \left(\frac{12}{100} - x_0 \right) \quad (2) \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(2)-(1)} \quad 48 - 12 &= \frac{12}{100} k - \frac{6}{100} k \Rightarrow 36 = \frac{6}{100} k \\ \Rightarrow k &= 600 \frac{N}{m} \end{aligned}$$

حال در یکی از روابط (۱) یا (۲)، k را جایگذاری کرده و طول اولیه فنر را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1)} \quad 12 &= 600 \left(\frac{6}{100} - x_0 \right) \Rightarrow 12 = 36 - 600 x_0 \\ \Rightarrow 600 x_0 &= 24 \Rightarrow x_0 = \frac{24}{600} m = 4 \times 10^{-2} m = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۳ و ۳۴)

۱۶۱- گزینه «۱»

(مفرد علی راست پیمان)

نوسان کننده از بُعد بیشینه در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ به مرکز نوسان می‌رسد و طی این مدت جابه‌جایی موج برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است، پس، $\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$ از طرفی فاصله OM' برابر با $\frac{2}{5}\lambda$ است و طی این مدت نوسان کننده $\frac{2}{5}$ نوسان کامل را در مدت $\frac{2}{5}T$ انجام می‌دهد. با توجه به این که در هر دوره نوسان کننده مسافت $4A$ را می‌پیماید، بنابراین مسافت پیموده شده توسط نوسان کننده برابر با $10A$ می‌شود. در نتیجه:

$$\frac{2/5\lambda}{10A} = \frac{2/5 \times 40}{10 \times 4} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۳)

۱۶۲- گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

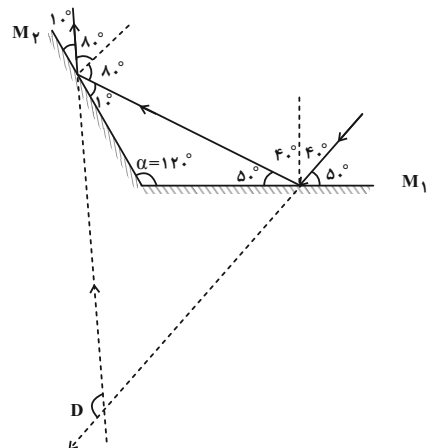
چون چشمه صوت ساکن است، تجمع جبهه‌های موج در دو سوی چشمه یکسان است یعنی $\lambda_1 = \lambda_2$. خودرو (۱) چون از چشمه دور می‌شود با جبهه‌های موج کمتری برخورد می‌کند و این منجر به کاهش بسامد صوتی می‌شود که ناظر می‌شود. خودرو (۲) چون به چشمه نزدیک می‌شود با جبهه‌های موج بیشتری مواجه می‌شود و این منجر به افزایش بسامد صوتی می‌شود که ناظر می‌شود. بنابراین: $f_2 > f_1$ است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۱۶۳- گزینه «۳»

(هسین مفرومی)

ابتدا با توجه به قانون بازتاب عمومی، زوایای تابش و بازتابش را در هر دو آینه رسم می‌کنیم. بنابراین زاویه بازتابش از سطح آینه M_2 برابر با 80° است.



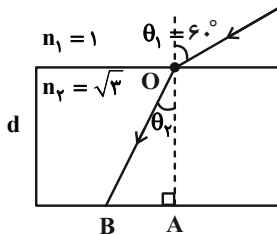
$$\hat{D} = 2(180^\circ - \alpha) = 2 \times (180^\circ - 120^\circ) = 120^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۱۶۴- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

به کمک قانون شکست اسنل، زاویه شکست را محاسبه و سپس تندی انتشار نور در تیغه را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sin \theta_r} = \sqrt{3} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

تندی انتشار نور در تیغه برابر است با:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3 \times 10^8}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{3} \times 10^8}{3} \text{ m/s}$$

میزان جابه‌جایی نور در تیغه (OB) برابر است با:

$$\overline{OB} = v_2 \Delta t = \frac{\sqrt{3} \times 10^8}{3} \times 5 \times 10^{-9} \Rightarrow \overline{OB} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \times 10^{-1} \text{ m}$$

در مثلث OAB داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{\frac{5\sqrt{3}}{6} \times 10^{-1}}$$

$$\Rightarrow d = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

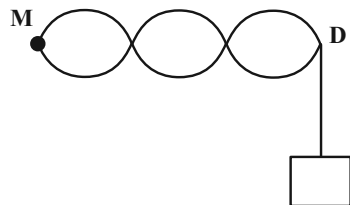
بنابراین ضخامت تیغه برابر با ۷۵cm می‌باشد.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱۶۵- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

مطابق شکل زیر، تعداد شکم‌های موج ایجاد شده، برابر با ۳ است. با استفاده از رابطه بسامد هماهنگ‌های یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت داریم:



$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 300 = \frac{3 \times v}{2 \times 1} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

بنابراین جرم تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \frac{F = mg = 1.0 \times 10 = 10 \text{ N}}{v = 200 \text{ m/s}, L = 1 \text{ m}} \Rightarrow 200 = \sqrt{\frac{10 \times 1}{m}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^4 \text{ m} = 100 \Rightarrow m = 2.5 \times 10^{-3} \text{ kg} = 2.5 \text{ g}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۶۶- گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

با توجه به متن کتاب درسی، هر چهار عبارت ذکر شده صحیح است

(فیزیک ۳ - برهم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۱۰۲)

۱۶۷- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به معادله فوتوالکتریک، ابتدا تابع کار فلز را محاسبه می کنیم، داریم:

$$hf = W_0 + K_{\max} \\ \Rightarrow 6 \times 10^{-34} \times 0.5 \times 10^{15} = W_0 + 2 \times 10^{-19} \Rightarrow W_0 = 10^{-19} \text{ J}$$

اکنون برای محاسبه طول موج جدید داریم:

$$\frac{hc}{\lambda'} = W_0 + K'_{\max} \Rightarrow \frac{6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\lambda'} = 10^{-19} + 11 \times 10^{-19} \\ \Rightarrow \lambda' = \frac{18 \times 10^{-26}}{12 \times 10^{-19}} = 1.5 \times 10^{-7} \text{ m} = 150 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۶۸- گزینه «۴»

(زهره آقمامری)

طبق رابطه گسیل فوتون از اتم داریم:

$$E_U - E_L = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad \begin{matrix} E_L = -E_R = -13/6 \text{ eV} \\ E_U = -0.544 \text{ eV} \end{matrix} \\ \Rightarrow -0.544 - (-13/6) = \frac{1200}{\lambda} \Rightarrow \lambda \approx 92 \text{ nm}$$

برای به دست آوردن شماره تراز بالایی داریم:

$$E_{n_U} = \frac{-13/6}{n_U^2} \Rightarrow -0.544 = \frac{-13/6}{n_U^2} \Rightarrow n_U = 5$$

از طرفی، شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن برابر است با:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_5} = \frac{a_0}{25a_0} = \frac{1}{25}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۱۶۹- گزینه «۲»

(مفسن قنبرلو)

ابتدا جرم ماده باقی مانده را پس از گذشت سه نیمه عمر به دست می آوریم:

$$m_{\text{باقی مانده}} = m \left(\frac{1}{2}\right)^n = 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \text{ g}$$

طبق رابطه $E = mc^2$ ، انرژی معادل ۳ گرم ماده را بر حسب ژول به دست

آورده و سپس آن را به کیلووات ساعت تبدیل می کنیم:

$$E = mc^2 = (3 \times 10^{-3}) \times (3 \times 10^8)^2 = 27 \times 10^{13} \text{ J} \\ \frac{1 \text{ kWh} = 36 \times 10^5 \text{ J}}{27 \times 10^{13} \text{ J}} \rightarrow E = \frac{27 \times 10^{13}}{36 \times 10^5} = 7.5 \times 10^7 \text{ kWh}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته ای: صفحه های ۱۴۱، ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱۷۰- گزینه «۲»

(مهمعلی راست پیمان)

ابتدا تعیین می کنیم بارهای q_1 و q_2 چند نیوتون نیرو بر بار Q وارد

می کنند.

$$F_1 = \frac{k |q_1| |Q|}{d_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 12 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 1/2 \text{ N} \\ \Rightarrow \vec{F}_1 = 1/2 \vec{i}$$

$$F_2 = \frac{k |q_2| |Q|}{d_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 0.9 \text{ N} \\ \Rightarrow \vec{F}_2 = 0.9 \vec{i}$$

از طرفی داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 3\vec{i} \Rightarrow 1/2 \vec{i} + 0.9 \vec{i} + \vec{F}_3 = 3\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_3 = 0.9 \vec{i}$$

با توجه به نتیجه به دست آمده، بار q_3 الزاماً منفی است.

$$F_3 = \frac{k |q_3| |Q|}{d_3^2} \Rightarrow 0.9 = \frac{9 \times 10^9 |q_3| \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} \\ \Rightarrow |q_3| = 4 \mu\text{C} \Rightarrow q_3 = -4 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه های ۵ تا ۱۰)

۱۷۱- گزینه «۲»

(مسعود قره‌قانی)

چون ذره به سمت صفحه دارای بار منفی منحرف شده است، بنابراین بار آن حتماً باید مثبت باشد. از طرفی اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن باید بزرگ‌تر از اندازه نیروی وزن ذره باشد، در نتیجه داریم:

$$F_E > W \Rightarrow Eq > mg \Rightarrow \frac{|\Delta V|}{d} q > mg \Rightarrow q > \frac{mgd}{|\Delta V|}$$

$$\Rightarrow q > \frac{4 \times 10^{-3} \times 10 \times 6 \times 10^{-2}}{240} = 10^{-5} C \Rightarrow q > 10 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۷۲- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی‌فرد)

چون نیروهای اتلافی نداریم، انرژی مکانیکی ذره ثابت است و داریم:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow \Delta U = -2/56 \times 10^{-8} J$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 6 = \frac{-2/56 \times 10^{-8}}{-3/2 \times 10^{-9}} \Rightarrow V_B = 14 V$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۷۳- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی‌نسب)

می‌دانیم ظرفیت خازن مسطح از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ به‌دست می‌آید. داریم:

$$\frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \times \frac{d}{d'} = \frac{1}{10} \times \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{C'}{C} = 0.2 \quad (1)$$

از طرفی چون خازن به مولد متصل است، ولتاژ دو سر آن ثابت است. برای انرژی ذخیره شده در خازن داریم

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} \xrightarrow{(1)} \frac{U'}{U} = 0.2$$

در نهایت برای محاسبه درصد تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$\text{درصد تغییرات انرژی} = \frac{\Delta U}{U} \times 100 = \left(\frac{U'}{U} - 1 \right) \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات انرژی} = (0.2 - 1) \times 100 = -80\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش انرژی خازن است.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۷۴- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی‌نسب)

با توجه به نمودار و با استفاده از قانون اهم، برای ولتاژ یکسان داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{V_A=V_B} \frac{R_B}{R_A} = 1 \times \frac{4}{2} = 2$$

اکنون طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت مقاومت دو رسانا را می‌نویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$\xrightarrow{\frac{L_A=2L_B}{A_A=A_B} \Rightarrow 2} \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{1}{2} \times 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = 4$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۱۷۵- گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی‌فرد)

ابتدا مقاومت معادل و سپس جریان کل مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{\Sigma, 2} = R_{1, 2} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} = \frac{4}{3} \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{\frac{8}{3} + \frac{1}{3}} = 8 A$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 و همچنین مقاومت‌های R_3 و R_4 با یکدیگر موازی بوده و در نتیجه جریان گذرنده از آن‌ها به نسبت عکس مقاومت‌های

آنها است، از طرفی مجموع جریان‌های عبوری از آن‌ها نیز ۸A است، پس:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{4}{2 + 4} \times 8 \Rightarrow I_1 = \frac{16}{3} A$$

$$I_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I = \frac{2}{4 + 2} \times 8 \Rightarrow I_3 = \frac{8}{3} A$$

حال اگر قاعده انشعاب را در گره O بنویسیم، داریم:

$$I_1 = I' + I_3 \Rightarrow \frac{16}{3} = I' + \frac{8}{3} \Rightarrow I' = \frac{8}{3} A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۱۷۶- گزینه «۲»

(مسعود قره‌قانی)

با توجه به این که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی، یکسان است، داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{P_2}{P_2} = \frac{R_2}{R_2} \Rightarrow \frac{P_2}{18} = \frac{2}{3} \Rightarrow P_2 = 12W \\ \frac{P_6}{P_6} = \frac{R_6}{R_6} \Rightarrow \frac{P_6}{18} = \frac{2}{6} \Rightarrow P_6 = 6W \end{cases}$$

مقاومت معادل این سه مقاومت موازی برابر است با:

$$\frac{1}{R_{2,3,6}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{2,3,6} = 1\Omega$$

جریان عبوری از مقاومت معادل این سه مقاومت و مقاومت $1/5$ اهمی برابر است. در نتیجه برای توان مصرفی در مقاومت $1/5$ اهمی می‌توان نوشت:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_{1/5}}{P_2 + P_3 + P_6} = \frac{R_{1/5}}{R_{2,3,6}} \\ \Rightarrow \frac{P_{1/5}}{18 + 12 + 6} = \frac{1/5}{1} \Rightarrow P_{1/5} = 54W$$

توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار است، بنابراین:

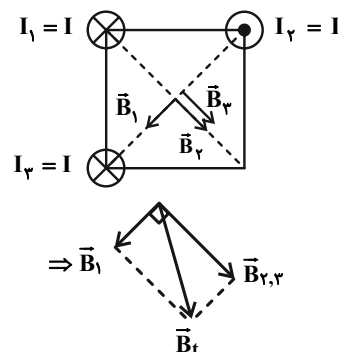
$$P_{\text{خروجی}} = P_{1/5} + P_2 + P_3 + P_6 = 54 + 18 + 12 + 6 = 90W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۱۷۷- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان هر یک سیم‌ها را در مرکز مربع تعیین می‌کنیم.



با توجه به یکسان بودن فاصله سیم‌ها از مرکز مربع، اندازه میدان مغناطیسی ناشی از آن‌ها در مرکز مربع برابر است و داریم:

$$B_t = \sqrt{B_1^2 + (B_2 + B_3)^2} = \sqrt{B^2 + (2B)^2} \Rightarrow B_t = B\sqrt{5}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۷۸- گزینه «۳»

(شارهان ویسی)

چون R_1 و R_2 موازی هستند، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega$$

حال جریان عبوری از سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = I = \frac{12}{2 + 1} = 4A$$

در نهایت از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله آرمانی داریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10}{0.01} \times 4$$

$$\Rightarrow B = 16\pi \times 10^{-4} T \xrightarrow{1T=10^4 G} B = 16\pi G$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

۱۷۹- گزینه «۲»

(مصیب قنبری)

از آن‌جا که نمودار شار عبوری بر حسب زمان به صورت یک سهمی است، با توجه به نمودار، ریشه‌های این معادله برابر با $t_1 = 4s$ و $t_2 = 9s$ است. بنابراین:

$$S = t_1 + t_2 = 4 + 9 \Rightarrow S = 13$$

$$P = t_1 t_2 = 4 \times 9 \Rightarrow P = 36$$

$$\Phi(t) = t^2 - St + P \Rightarrow \Phi(t) = t^2 - 13t + 36$$

ثانیه سوم، بازه زمانی بین $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$ است. داریم:

$$\Phi(2) = 2^2 - 13 \times 2 + 36 \Rightarrow \Phi(2) = 14Wb$$

$$\Phi(3) = 3^2 - 13 \times 3 + 36 \Rightarrow \Phi(3) = 6Wb$$

حال طبق قانون القای فاراده می‌توان نوشت:

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{\Phi(2) - \Phi(3)}{3 - 2} = -1 \times \frac{6 - 14}{1} \Rightarrow \mathcal{E} = 8V$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱۸۰- گزینه «۱»

(مسعود قره‌قانی)

طبق رابطه جریان متناوب و با استفاده از نمودار داریم:

$$\frac{3}{4}T = 6ms \Rightarrow T = 8ms$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 2 \sin \frac{2\pi}{8 \times 10^{-3}} t \Rightarrow I = 2 \sin 250\pi t$$

$$\xrightarrow{t = \frac{1}{400}s} I = 2 \sin \frac{250}{400} \pi \Rightarrow I = 2 \sin \left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow I = 2 \sin \frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}A$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

از هر سه نقطه به اندازه h بالا می‌آییم تا به نقاط A ، B و C برسیم. از فشار

نقاط A' ، B' ، C' اندازه $\rho_1 gh$ ، $\rho_2 gh$ و $\rho_3 gh$ کم می‌شود تا به

نقاط A ، B و C برسیم و چون $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$ پس:

$$\rho_3 > \rho_2 > \rho_1 \Rightarrow \rho_3 gh > \rho_2 gh > \rho_1 gh$$

پس از فشار نقطه C' مقدار بیشتری کم شده، پس P_C از همه کمتر است

و داریم:

$$P_A > P_B > P_C$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۱» - ۱۸۴

با توجه به معادله پیوستگی، مقدار آبی که در هر دقیقه از مقطع A وارد لوله

می‌شود، باید در یک دقیقه از مقطع B لوله خارج شود. بنابراین در هر دقیقه

۲۰ لیتر آب از مقطع B خارج می‌شود.

برای محاسبه تندی آب در مقطع B ، با استفاده از معادله پیوستگی می‌توان

نوشت:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B$$

$$\frac{r_B = 2r_A}{v_A = 4m/s} \rightarrow r_A^2 \times 4 = r_B^2 v_B \Rightarrow v_B = 1m/s$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۱» - ۱۸۵

اندازه کار نیروی مقاومت هوا برابر با تغییرات انرژی مکانیکی مجموعه است.

انرژی مکانیکی مجموعه را در لحظه پرتاب کردن جسم (نقطه ۱)) و لحظه‌ای

که فنر بیشترین فشردگی را دارد (نقطه ۲)) محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 2 \times 10 \times (2/4 + 0/1) = 54J$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = 36 + 0 = 36J$$

بنابراین داریم:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = 36 - 54 = -18J$$

حال برای محاسبه نیروی مقاومت هوا داریم:

$$W_f = f d \cos \theta \Rightarrow -18 = f \times 2/5 \times (-1) \Rightarrow f = 7/2N$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۳)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۴» - ۱۸۱

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\frac{m_A = m_B}{V_A = 5L, V_B = 4L} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \frac{4}{5} \Rightarrow \rho_A = 0.8 \rho_B (*)$$

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{(*)} \rho = \frac{2+4}{\frac{2}{0.8\rho_B} + \frac{4}{\rho_B}}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{6}{\frac{2+3}{2}} = \frac{6 \times 0.8 \rho_B}{5/2} \Rightarrow \rho = \frac{12}{5} \rho_B$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۳» - ۱۸۲

ابتدا با استفاده از فشار کل در نقطه A ، فشار هوا را در محل آزمایش

محاسبه می‌کنیم:

$$P_A = \rho_{\text{آب}} gh_A + P_0$$

$$\Rightarrow 100000 = 1000 \times 10 \times 0.1 + P_0 \Rightarrow P_0 = 99000 Pa$$

فشار کل در نقطه B ، ۵ درصد بیشتر از فشار کل در نقطه A است، یعنی:

$$P_B = 105000 Pa$$

$$\Rightarrow P_B = (\rho gh)_{\text{آب}} + (\rho gh)_x + P_0$$

$$\Rightarrow 105000 = 1000 \times 10 \times 0.4 + \rho \times 10 \times 0.05 + 99000$$

$$\Rightarrow 0.05 \rho = 2000 \Rightarrow \rho = 4000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\frac{\rho}{\rho_{\text{آب}}} = 4$$

بنابراین:

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

(مسعود قره‌فانی)

گزینه «۳» - ۱۸۳

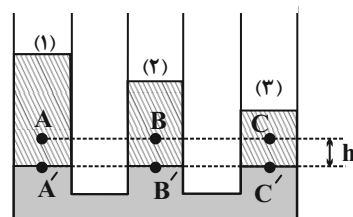
با توجه به این که جرم سه مایع یکسان است، مایعی که حجم کمتری دارد،

چگالی بیشتری دارد. پس:

$$\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$$

طبق شکل زیر در نقاط A' ، B' ، C' فشار برابر است. زیرا این سه نقطه

در یک مایع قرار داشته و هم‌ترازند.



۱۸۶- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ و با توجه به این که $F = \theta + 8$ می باشد، به صورت زیر، دما را بر حسب درجه سلسیوس پیدا می کنیم.

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=\theta+8} \theta + 8 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \theta = -30^{\circ}\text{C}$$

این دما بر حسب کلون برابر است با:

$$T = 273 + \theta \Rightarrow T = 273 + (-30) \Rightarrow T = 243\text{K}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۳ و ۸۵)

۱۸۷- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

می دانیم چگالی جسم با حجم رابطه عکس دارد، بنابراین اگر چگالی جسم کاهش یافته است، بدین معنی است که حجم جسم افزایش یافته و در نتیجه دمای جسم افزایش می یابد. پس گزینه های «۲» و «۴» غلط هستند.

تغییرات چگالی یک ماده مطابق رابطه زیر بدست می آید، داریم:

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = \frac{m}{V_1} \left[\frac{1}{(1 + 3\alpha\Delta\theta)} - 1 \right]$$

$$\approx \rho_1(1 - 3\alpha\Delta\theta - 1) \Rightarrow \Delta\rho \approx -3\alpha\rho_1\Delta\theta$$

حجم و چگالی گلوله مسی را محاسبه می کنیم، داریم:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 1^3 = 4\text{cm}^3$$

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{40}{4} = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

با جایگذاری در رابطه تغییرات چگالی داریم:

$$\Delta\rho = -3\alpha\rho_1\Delta\theta \Rightarrow -0.3 = -3 \times 2 \times 10^{-5} \times 10 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-4}} = 50^{\circ}\text{C}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

۱۸۸- گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

$$\text{یخ } 10^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_1} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_2} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_3} \text{آب } 5^{\circ}\text{C}$$

$$\text{آب } 20^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_4} \text{آب } 5^{\circ}\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta + m_{\text{یخ}} L_F$$

$$+ m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta' + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \times (0 - (-10)) + m_{\text{یخ}} \times 160^{\circ}\text{C}$$

$$+ m_{\text{یخ}} \times 2^{\circ}\text{C} \times (5 - 0) + 5 \times 2^{\circ}\text{C} \times (5 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 10m_{\text{یخ}} + 160m_{\text{یخ}} + 10m_{\text{یخ}} - 150 = 0 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{5}{6}\text{kg}$$

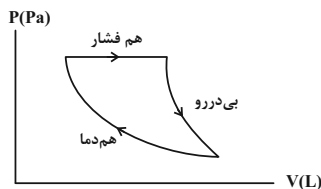
$$5 = \text{تعداد تکه یخ} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{6} = \text{تعداد} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \text{تعداد} = m_{\text{یخ}}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه های ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۸۹- گزینه «۳»

(مسعود قره قانی)

می دانیم $\Delta U = 0$ چرخه است، می توان نوشت:



$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{\text{هم فشار}} + \Delta U_{\text{بی دررو}} + \Delta U_{\text{هم دما}} = 0$$

توجه کنید که چون در فرایند هم دما، دما ثابت است، انرژی درونی تغییری

نمی کند و در فرایند بی دررو نیز $Q_{\text{بی دررو}} = 0$ است. پس:

$$W_{\text{هم فشار}} + Q_{\text{هم فشار}} + W_{\text{بی دررو}} = 0$$

در فرایند بی دررو، گاز منبسط شده است، پس: $W_{\text{بی دررو}} < 0$ می باشد.

$$W_{\text{بی دررو}} = -1200\text{J}$$

همچنین هم فشار W از مساحت زیر نمودار به دست می آید که به دلیل

انبساط گاز آن نیز منفی است:

$$W_{\text{هم فشار}} = -S = -8 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} = -3200\text{J}$$

$$-1200 + Q_{\text{هم فشار}} - 3200 = 0 \Rightarrow Q_{\text{هم فشار}} = 4400\text{J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

۱۹۰- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی و با توجه به این که

$$|Q_{L_1}| = \frac{3}{5}Q_{H_1} \text{ و } Q_{H_2} = |Q_{L_1}| \text{ است، می توان نوشت:}$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{|Q_{L_2}|}{Q_{H_2}} \quad \eta_2 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{\frac{3}{5}Q_{H_1}}{Q_{H_2}}$$

$$\frac{Q_{H_2} = |Q_{L_1}|}{4} = \frac{3}{5}Q_{H_1} \Rightarrow \frac{|Q_{L_1}|}{Q_{H_1}} = \frac{4}{5}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{|Q_{L_1}|}{Q_{H_1}} \Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{4}{5} \Rightarrow \eta_1 = \frac{1}{5} \Rightarrow \eta_1 = 20\%$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

چپ) به بخش غلیظتر (لوله سمت راست) حرکت می‌کند. (A: سطح مقطع لوله برحسب cm^2)

$$\frac{n_1}{V_1} = \frac{n_2}{V_2} \Rightarrow \frac{40 \times A}{1000} \times 0.3 = \frac{20 \times A}{(40-x) \times A} = \frac{1000}{(20+x) \times A}$$

$$\Rightarrow 60 + 3x = 80 - 2x$$

$$\Rightarrow 20 = 5x \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

در نتیجه ۴ سانتی‌متر سطح آب موجود در لوله سمت چپ پایین آمده و به همان اندازه در سمت راست بالا می‌آید، در نتیجه اختلاف ارتفاع لوله‌های راست و چپ از ۲۰ سانتی‌متر به ۱۲ سانتی‌متر کاهش می‌یابد.

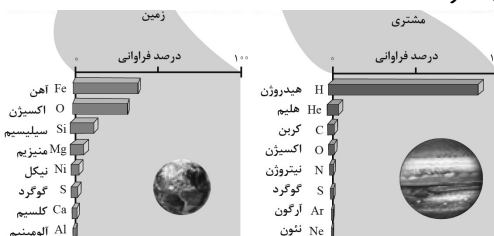
(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(کار و ممیزی)

گزینه ۳» ۲۰۱

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند. با توجه به شکل صفحه ۱۳ کتاب درسی شیمی ۲ بیشترین تفاوت شعاع اتمی در دوره سوم جدول تناوبی، بین دو عنصر آلومینیم (A) و سیلیسیم (D) می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها:
مورد اول: سیلیسیم عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است.
مورد دوم: با توجه به نمودار فراوانی زیر، فراوانی آلومینیم (A) از سیلیسیم (D) کمتر است.



مورد سوم: سیلیسیم شبه فلز بوده و خواص فیزیکی مشابه فلزات (آلومینیم) و خواص شیمیایی متفاوت با آن‌ها دارد.

مورد چهارم: اکسید آلومینیم به صورت Al_2O_3 است.

$$e = \text{شمار مولاها} \times N_A \times \text{بار کاتیون} \times \text{بار آنیون}$$

$$\Rightarrow e = 1 \times 6.02 \times 10^{23} \times 3 \times 2 = 3.612 \times 10^{24}$$

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگانه الفبای هستی؛ صفحه ۱۳)

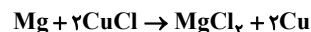
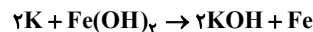
(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را برانیم صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(امیرحسین طیبی)

گزینه ۱» ۲۰۲

همه موارد صحیح هستند.

واکنش‌های کامل شده:



بررسی همه موارد:

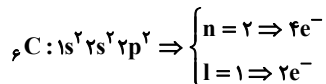
مورد اول: چون واکنش‌پذیری اتم فلز تنها از فلز موجود در ترکیب بیشتر است، در نتیجه واکنش انجام‌پذیر است و واکنش‌دهنده‌ها به فرآورده‌هایی با پایداری بیشتر تبدیل می‌شوند.

مورد دوم: $\text{Fe}(\text{OH})_3$ یک رسوب سبزرنگ می‌باشد.

گزینه ۲»

$$|\ddot{\text{N}} = \text{N} = \ddot{\text{N}}|^q \Rightarrow q = 15 - 16 = -1$$

گزینه ۳»



گزینه ۴» آلومینیم نیتريد (AIN) یک ترکیب یونی است. (نه مولکولی!) (شیمی ۱- کیهان؛ زاگانه الفبای هستی و ردیای گازها در زنگی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴، ۵۳ تا ۵۶)

(روزبه رضوانی)

گزینه ۲» ۱۹۷

اختلاف انحلال‌پذیری گاز N_2 در دو فشار ۱ و ۵ اتمسفر

$$S_2 - S_1 = 7 / 5 \times 10^{-3} (5-1) = 3 \times 10^{-2} \text{ g}$$

انحلال‌پذیری به ازای ۱۰۰ گرم آب تعریف می‌شود، پس به ازای یک کیلوگرم آب، مقدار گاز N_2 آزاد شده برابر ۰/۳ گرم است.

$$? \text{ m mol } \text{N}_2 = 0.3 \text{ g } \text{N}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{N}_2}{28 \text{ g } \text{N}_2}$$

$$\times \frac{10^3 \text{ m mol}}{1 \text{ mol}} \approx 10.7 \text{ mmol } \text{N}_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(روزبه رضوانی)

گزینه ۳» ۱۹۸

تنها مورد «پ» نادرست است. نیروهای بین مولکولی در اتانول از نوع هیدروژنی و همچنین اتانول دارای پیوند O-H است ولی در استون پیوند O-H وجود ندارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفحه ۱۰۹)

(امیرحسین طیبی)

گزینه ۳» ۱۹۹

اگر گفته شد که از تغییر حجم محلول بر اثر انحلال صرف‌نظر کنید برای تبدیل انحلال‌پذیری به مولاریته و بالعکس از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$C_M = \frac{10 \times \text{انحلال‌پذیری}}{\text{جرم‌مولی}} \Rightarrow \begin{cases} 20^\circ\text{C} \Rightarrow 4 = \frac{10 \times S}{180} \Rightarrow S = 32 \text{ g} \\ 60^\circ\text{C} \Rightarrow 5 = \frac{10 \times S}{180} \Rightarrow S = 44 \text{ g} \end{cases}$$

$$A \text{ معادله انحلال‌پذیری } S_A = 0.30 + 26$$

تبدیل انحلال‌پذیری به درصد جرمی و بالعکس:

$$a = \frac{10 \times S}{100 + S} \Rightarrow \begin{cases} 36^\circ\text{C} \Rightarrow 33 / 3 = \frac{10 \times S}{100 + S} \Rightarrow S \approx 50 \text{ g} \\ 86^\circ\text{C} \Rightarrow 20 = \frac{10 \times S}{100 + S} \Rightarrow S = 25 \text{ g} \end{cases}$$

$$B \text{ معادله انحلال‌پذیری } S_B = -0.50 + 68$$

برای برابری $S_A = S_B$ باید معادلات را برابر قرار دهیم.

$$\Rightarrow 0.30 + 26 = -0.50 + 68 \Rightarrow 0.80 = 42 \Rightarrow \theta = 52 / 50^\circ\text{C}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زنگی؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

(امیرحسین طیبی)

گزینه ۳» ۲۰۰

بر اثر اسمز، جابه‌جایی مولکول‌های آب تا جایی ادامه پیدا می‌کند که غلظت دو محلول با یکدیگر برابر شود. در نتیجه آب از سمت رقیق‌تر (لوله سمت



$$?g H_2O : mg CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{R_1}{100} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = \frac{9 \times m \times R_1}{400} g H_2O$$

$$?g H_2O : mg C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{R_2}{100} \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } C_2H_6}$$

$$\times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = \frac{9 \times m \times R_2}{500} g H_2O$$

$$\frac{9 \times m \times R_2}{500} = \frac{4}{5} \times \frac{R_2}{R_1}$$

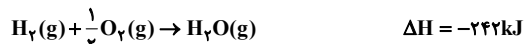
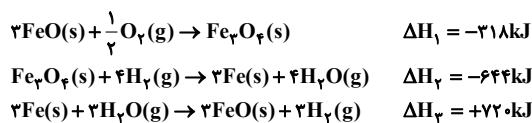
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{16}{15} \rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{15}{16} = \frac{3}{4}$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

(ممدرضا پورجاوید)

۲۰۵- گزینه «۲»

واکنش مورد نظر $H_2(g) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow H_2O(g)$ است. برای به دست آوردن آن لازم است واکنش سوم در $\frac{1}{2}$ ضرب شود. واکنش دوم معکوس شده و واکنش اول نیز معکوس شده و در ۳ ضرب شود:



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(ممدرضا پورجاوید)

۲۰۶- گزینه «۳»

تجزیه شدن آب اکسیژنه طی واکنش $2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$ صورت می‌گیرد. افزودن آب به ظرف این واکنش منجر به رقیق شدن آب اکسیژنه و در نتیجه کاهش سرعت تجزیه آن خواهد شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

(ممدرضا پورجاوید)

۲۰۷- گزینه «۴»

با استفاده از مقدار گاز NO تولید شده، می‌توان مقدار Cu مصرف شده را به دست آورد و در ادامه مقدار اولیه آن را محاسبه کرد:

$$\text{مصرفی Cu} = \frac{3 \text{ mol Cu}}{3 \text{ mol NO}} \times 0.6 \text{ mol NO} = 0.6 \text{ mol Cu}$$

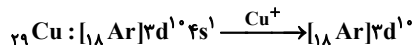
مول Cu باقی‌مانده + مول Cu مصرفی = مول Cu اولیه

$$= 0.6 + 1.4 = 2.0 \text{ mol}$$

تعیین سرعت تشکیل آب نیز با استفاده از سرعت تشکیل گاز NO به صورت زیر امکان‌پذیر است:

مورد سوم: به علت شعاع اتمی بیشتر Ca نسبت به Mg، Ca واکنش‌پذیری بیشتری داشته و سرعت واکنش افزایش خواهد یافت.

مورد چهارم: فلز Cu در ترکیب CuCl به یون Cu^{+} تبدیل شده،



$3d^1$ یک زیرلایه با $n+l=5$ است.

مورد پنجم: در واکنش اول با مصرف ۱ مول فلز پتاسیم، ۰/۵ مول فلز آهن آزاد می‌شود و در واکنش دوم با مصرف ۱ مول فلز منیزیم، ۲ مول فلز مس آزاد می‌شود.

اتم $1/5 \text{ mol} = 0.2 \text{ mol} = 2 \text{ mol}$ اختلاف مول اتم‌های فلز آزاد شده

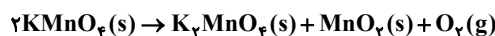
$$1/5 \text{ mol} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1 \text{ mol}} = 9/03 \times 10^{23} \text{ اتم}$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵، ۱۶ و ۱۹ تا ۲۲)

(ممدرضا پورجاوید)

۲۰۳- گزینه «۱»

واکنش موازنه شده عبارت است از:



به این ترتیب حجم گاز تولید شده برابر است با:

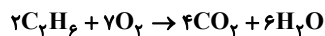
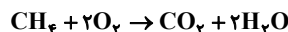
$$?LO_2 = 29g KMnO_4 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KMnO_4} \times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{1 LO_2}{1/2 g O_2} = 4 LO_2$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

(امیرحسین طیبی)

۲۰۴- گزینه «۴»

معادله موازنه شده واکنش‌ها به صورت زیر است:



جرم اولیه هر دو گاز را m گرم در نظر گرفته و حجم کربن دی‌اکسید به دست آمده را مساوی قرار می‌دهیم. (R و V_m به ترتیب بازده درصدی و حجم مولی گازها هستند.)

$$? LCO_2 : mg CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{R_1}{100} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{V_m LCO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = \frac{m \times R_1 \times V_m}{1600} LCO_2$$

$$? LCO_2 : mg C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{R_2}{100} \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_2H_6}$$

$$\times \frac{V_m LCO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = \frac{m \times R_2 \times V_m}{1500} LCO_2$$

$$\frac{m \times R_1 \times V_m}{1600} = \frac{m \times R_2 \times V_m}{1500} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{16}{15}$$

حال جرم بخار آب حاصل در هر واکنش را محاسبه کرده و نسبت مورد نظر را بدست می‌آوریم:

محلول اسید HY خواهد بود. در نتیجه pH محلول دو اسید با هم برابر نیست.

گزینه «۳»: اسید HY غلظت کمتری از اسید HX دارد. پس از آن جایی که غلظت یون هیدرونیوم در محلول دو اسید با هم برابر است، پس اسید HY قوی‌تر از اسید HX است و در شرایط یکسان ثابت یونش بزرگ‌تری دارد.

توجه: با توجه به گزینه «۱» که متوجه بیشتر بودن درجه یونش اسید HY از HX شدیم و نیز با توجه به غلظت محلول دو اسید، می‌توانستیم به بزرگ‌تر بودن ثابت یونش اسید HY رأی دهیم.

به عنوان مثال اگر $\alpha_{HY} = 0/5$ و $\alpha_{HX} = 0/4$ را در نظر بگیریم، داریم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}, \frac{\alpha_{HY}}{\alpha_{HX}} = 1/25$$

$$\frac{K_a(HY)}{K_a(HX)} = \frac{\left(\frac{1 \times 0/5}{1-0/5}\right)}{\left(\frac{1/25 \times 0/4}{1-0/4}\right)} = \frac{1}{0/8} > 1$$

$$\Rightarrow K_a(HY) > K_a(HX)$$

گزینه «۴»: اگر ثابت یونش دو محلول یکسان و pH محلول دو اسید با هم برابر باشد؛ داریم:

$$K_a(HX) = K_a(HY) \frac{K_a = \frac{[H^+][X^-][Y^-]}{M-[H^+]}}{[H^+][X^-]=[Y^-]=x}$$

$$\frac{x^2}{M_{HX}-x} = \frac{x^2}{M_{HY}-x} \Rightarrow M_{HX} = M_{HY}$$

در نتیجه اگر غلظت محلول دو اسید با هم برابر باشد؛ داریم:

$$\Rightarrow \frac{(1+x)(0/02)}{160 \times 10^{-3}} = \frac{5 \times 0/02}{80 \times 10^{-3}} = 1/25 \Rightarrow x = 2$$

در نتیجه با توجه به یکسان بودن ثابت یونش دو اسید، برای اینکه pH محلول دو اسید نیز با هم برابر شود، باید دو ذره حل شونده دیگر به محلول اسید HY بیفزاییم.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۲۱۳- گزینه «۴» (معمرد رضا پوریاویر)

در این سلول گالوانی Al به عنوان آند (قطب منفی) عمل کرده و Sn نیز کاتد (قطب مثبت) خواهد بود. به این ترتیب E° این سلول برابر است با:

$$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = -0/14 - (-1/66) = +1/52V$$

الکتردها در مدار بیرونی (و نه درونی) از سمت تیغه آند (Al) به طرف تیغه کاتد (Sn) می‌روند. جهت حرکت آنیون‌ها نیز از طرف نیم‌سلول کاتدی (محلول Sn^{2+}) به طرف نیم‌سلول آندی (محلول Al^{3+}) خواهد بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

$$II \text{ محلول : } mgNaOH \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}}$$

$$= \frac{m}{40} \text{ mol NaOH} = \frac{m}{40} \text{ mol OH}^-$$

همانطور که مشاهده می‌کنید چون جرم مولی HF نصف NaOH و درصد یونش آن نیز نصف NaOH است، مقدار H^+ موجود در محلول I با OH^- موجود در محلول II برابر است.

بررسی همه موارد:

مورد اول: فاصله pH محلول II از ۱۴ با فاصله pH محلول I از نقطه $pH = 0$ یکسان است.

$$pH_I + pH_{II} = 14$$

مورد دوم: چون غلظت یون حل شده آن‌ها برابر است در نتیجه رسانایی برابر نیز دارند.

مورد سوم: در صورت اختلاط، مقداری از اسید باقی مانده و باز کاملاً مصرف می‌شود و در نتیجه pH محلول نهایی اسیدی خواهد بود.

مورد چهارم:



$$\frac{m}{40} \text{ mol NaOH} \Rightarrow \frac{m}{20} \text{ mol}$$



$$\frac{m}{20} \text{ mol HF} \Rightarrow \frac{m}{40} \text{ mol H}^+, \frac{m}{40} \text{ mol F}^-, \frac{m}{40} \text{ mol HF}$$

$$\Rightarrow \frac{3m}{40} \text{ mol گونه}$$

تنها مورد چهارم نادرست است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۳۲)

۲۱۲- گزینه «۲» (یاسر راش)

ابتدا غلظت محلول هر کدام از اسیدها را بدست می‌آوریم:

$$M = \frac{n(\text{mol})}{V(L)}$$

$$HX : M = \frac{5(0/02)}{80 \times 10^{-3}} = 1/25 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$HY : M = \frac{1(0/02)}{160 \times 10^{-3}} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر pH دو محلول با هم برابر باشد، غلظت یون هیدرونیوم نیز در محلول دو اسید با هم برابر خواهد بود.

$$[H^+] = M \cdot \alpha \frac{[H^+]_{HX} = [H^+]_{HY}}{M_{HX} \cdot \alpha_{HX} = M_{HY} \cdot \alpha_{HY}}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_{HY}}{\alpha_{HX}} = \frac{M_{HX}}{M_{HY}} = \frac{1/25}{1} = 1/25$$

گزینه «۲»: حجم محلول اسید HX، نصف حجم محلول اسید HY است. پس اگر شمار یون‌های موجود در محلول‌ها با هم برابر باشد، غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HX، دو برابر غلظت یون هیدرونیوم موجود در

۲۱۴- گزینه «۴»

(یاسر راش)

قسمت اول: اتم‌های مس موجود در ترکیب Cu_2O بر اثر اکسایش به CuO تبدیل می‌شوند. به این ترتیب در پایان واکنش فقط اکسید CuO در نمونه حضور دارد.

با توجه به معادله موازنه شده واکنش، به ازای هر مول از اکسید Cu_2O (۱۴۴ گرم)، دو مول اکسید CuO (۱۶۰ گرم) تولید می‌شود. تفاضل جرم به وجود آمده ($160 - 144 = 16\text{g}$) برابر جرم مقدار اکسیژنی است که بر

اثر اکسایش کاتیون‌های Cu^+ به مخلوط جامد افزوده شده است.

مقدار جرم CuO تولید شده بر اثر اکسایش Cu_2O برابر است با:

$$2\text{mol Cu}_2\text{O} \sim 1\text{mol O}$$

$$\Rightarrow \frac{x\text{g Cu}_2\text{O}}{2 \times 144} = \frac{3/2\text{g O}}{1 \times 16} \Rightarrow x = 32\text{g Cu}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار CuO موجود در مخلوط اولیه} = 32 - 2 = 30$$

$$= 3/2\text{g Cu}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار Cu}_2\text{O موجود در مخلوط اولیه} = 32 - 3/2 = 61/2$$

$$= 28/1\text{g Cu}_2\text{O}$$

اکنون با توجه به مشخص شدن جرم CuO و Cu_2O در مخلوط اولیه، مقدار جرم مس را در هر کدام حساب می‌کنیم:

$$\text{Cu}_2\text{O} : 28/1\text{g Cu}_2\text{O} \times \frac{128\text{g Cu}}{144\text{g Cu}_2\text{O}} = 25/6\text{g Cu}$$

$$\text{CuO} : 3/2\text{g CuO} \times \frac{64\text{g Cu}}{80\text{g CuO}} = 2/5\text{g Cu}$$

$$\text{درصد جرمی مس در نمونه اولیه} = \frac{25/6 + 2/5}{32} \times 100 = 88\%$$

قسمت دوم: ۲۵/۶ گرم از کل اتم‌های مس موجود در نمونه اولیه ($25/6 + 2/5 = 28/1\text{g}$) اکسایش یافته‌اند.

$$\text{درصد اتم‌های مس اکسایش یافته} = \frac{25/6}{25/6 + 2/5} \times 100 = 91\%$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۱۵- گزینه «۲»

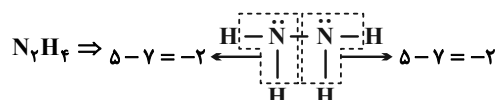
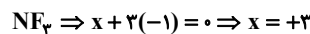
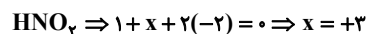
(یاسر راش)

در صورتی که در یک ترکیب بیش از یک عنصر معین وجود داشته باشد، ممکن است عدد اکسایش هریک از عناصر با هم متفاوت باشد و بهتر است برای تعیین عدد اکسایش، از ساختار لوویس استفاده کنیم.

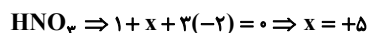
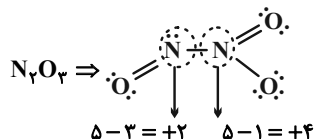
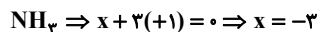
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

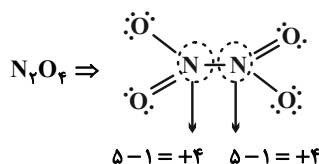
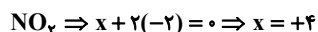
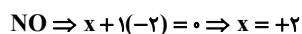
مجموعاً دو عدد اکسایش متنوع:



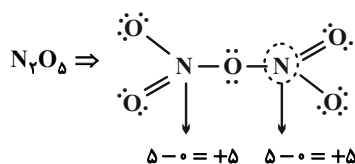
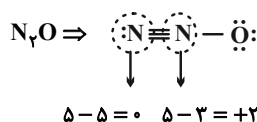
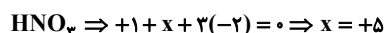
گزینه «۲»: مجموعاً چهار عدد اکسایش متنوع:



گزینه «۳»: مجموعاً دو عدد اکسایش متنوع:



گزینه «۴»: مجموعاً سه عدد اکسایش متنوع



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۱۶- گزینه «۲»

(مهمربضا پورجاوید)

عبارت‌های اول و سوم نادرست هستند.

کربن و سیلیسیم هم در ترکیب‌های کوالانسی (مانند SiO_2 ، SiC و الماس) و هم در ترکیب‌های مولکولی (نظیر CO_2 ، SiCl_4) می‌توانند به آرایش هشت‌تایی برسند.

میزان پایداری مواد مولکولی بیانگر میزان فعالیت شیمیایی آن‌ها است که عمدتاً به پیوندهای اشتراکی و جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در آن‌ها بستگی دارد.

(شیمی ۳- شیمی بلورهای از هنر، زیبایی و مانترگرایی: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۵)

۲۱۷- گزینه «۲»

(امیرمسین طبیی)

موارد اول و دوم نادرست‌اند.

بررسی همه موارد:

تنوع ترکیبات: کوالانسی > فلزی > یونی > مولکولی

مقایسه بین نقطه ذوب جوش: $\text{NaCl} > \text{HF} > \text{N}_2$

مقایسه آنتالپی پیوند:

$\text{Si-Si} > \text{Si-O} > \text{C-C} > \text{C-C} > \text{گرافیت}$

می‌دانیم که TiO_2 رنگدانه رنگ سفید است؛ در نتیجه همه طول‌های موج را بازتاب می‌کند و هیچ جذبی ندارد. Fe_2O_3 رنگدانه رنگ قرمز است. طول موج مربوط به رنگ قرمز را بازتاب کرده و باقی را جذب می‌کند و دوده رنگدانه رنگ سیاه است و در نتیجه همه پرتوها را جذب می‌کند.

نقطه ذوب ترکیبات یونی با آنتالپی فروپاشی آن‌ها رابطه مستقیم دارد.

مقایسه آنتالپی فروپاشی: $\text{CaO} > \text{MgF}_2 > \text{Na}_2\text{O}$

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و مانرگرایی: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۱ و ۷۵ تا ۸۴)

۲۱۸- گزینه «۳»

(امیرمسین طبیی)

ابتدا به کمک ΔH های پیوند داده شده، آنتالپی واکنش را پیدا می‌کنیم.

$\text{NO} + \text{NO}_2 + 2\text{NH}_3 \rightarrow 2\text{N}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$

$\Delta H = 610 + 610 + 200 + 6(390)$

$-2(940) - 6(470) = -940 \text{ kJ}$

در نتیجه (برگشت) E_a در این واکنش برابر با 1300 kJ خواهد بود.

$\Delta H = E_a - \text{برگشت} \Rightarrow -940 = 360 - E_a$

$\Rightarrow E_a - \text{برگشت} = 1300 \text{ kJ}$

میزان کاهش در (برگشت) E_a بر اثر افزودن کاتالیزگر =

$\frac{5}{100} \times 1300 = 65 \text{ kJ}$

می‌دانیم که مقدار کاهش E_a در اثر افزودن کاتالیزگر در واکنش رفت و برگشت برابر است.

درصد کاهش (رفت) E_a :

$\frac{65}{360} \times 100 \approx 18\%$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۱)

۲۱۹- گزینه «۴»

(امیرمسین طبیی)

فراموش نشود که در رابطه ثابت تعادل، فقط غلظت مواد گازی و محلول را قرار می‌دهیم.

$\text{A(g)} + 3\text{B(s)} \rightleftharpoons 2\text{C(g)} + \text{D(g)}$

مول اولیه: a b ۰ ۰

تغییرات: -x -3x +2x +x

مول نهایی: a-x b-3x 2x x

۰/۴mol ۰/۱mol ۰/۲mol ۰/۱mol

$$K = \frac{[\text{D}] \times [\text{C}]^2}{[\text{A}]} = \frac{\frac{0.1}{2} \times \left(\frac{0.2}{2}\right)^2}{\frac{0.4}{2}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$$

طبق اصل لوشاتلیه با کاهش حجم ظرف و افزایش فشار، تعادل به سمتی پیشرفت می‌کند که مول گازی کمتری تولید شود؛ در نتیجه در این واکنش، تعادل به سمت چپ پیشرفت می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۲۲۰- گزینه «۲»

(امیرمسین طبیی)

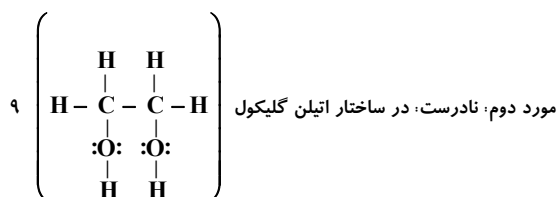
$\text{C: C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ ترفتالیک اسید

$\text{B: C}_8\text{H}_{10}$ پارازایلن

$\text{A: C}_7\text{H}_6\text{O}_2$ اتیلن گلیکول

موارد دوم و چهارم نادرست‌اند. بررسی همه موارد:

مورد اول: درست: $2\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4 + 15\text{O}_2 \rightarrow 16\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$



جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود.

در نتیجه اختلاف آن‌ها برابر با ۵ جفت الکترون می‌شود.

مورد سوم: درست، نسبت شمار اتم‌ها به عناصرها در هر دو ترکیب برابر با

$\frac{18}{2} = 9$ است.

فرمول مولکولی نفتالن C_{10}H_8 است.

مورد چهارم: نادرست، برای تولید اتیلن گلیکول از پتاسیم پرمنگنات رقیق و برای تولید ترفتالیک اسید از پتاسیم پرمنگنات غلیظ استفاده می‌کنیم.

مورد پنجم: درست، برای تجزیه و بازیافت PET از متانول (الکل چوب) استفاده می‌کنند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۹)