



دوشنبه

۱۴۰۲/۰۳/۲۹



گروه آموزشی ماز

آزمون جامع شبیه ساز کنکور (۲) - علوم ریاضی و فنی

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



۱- اگر $x > 0$ و $x - \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $\frac{x^8 - 1}{x^7 + x}$ کدام است؟

- (۱) $2/2$ (۲) $2/75$ (۳) 3 (۴) $3/3$

۲- دنباله حسابی $a_n = \log_k^{f(n)}$ با قدرنسبت ۲ مفروض است. اگر $f(7)$ ، 27 برابر $f(4)$ باشد، k کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

۳- معادله $|x^2 - 2x + 3| + |x^2 + 8x| = x$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 4

۴- سهمی $y = f(x)$ با رأس $S(\alpha, \beta)$ ، محور عرض‌ها را در $(0, -1)$ قطع می‌کند. اگر این سهمی را نسبت به محور y بازتاب داده،

۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم، سپس ۳ واحد در جهت منفی محور y انتقال داده و عرض نقاط را نصف کنیم رأس سهمی تغییر نمی‌کند. $f(3)$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 3 (۳) 5 (۴) 7

۵- توابع $f(x) = 2^{ax+b} + 1$ و $g(x) = a(x-1)^2 + 2$ به ازای تمامی مقادیر حقیقی a از نقطه ثابت A عبور می‌کنند. اگر $f(a) = 5$

باشد، مجموع مقادیر $g(a)$ کدام است؟

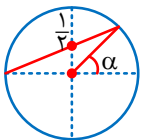
- (۱) صفر (۲) 2 (۳) 5 (۴) 8

۶- اگر $f(x) = -2x + 3$ و $(fog)^{-1}(x) = \frac{x-7}{x-1}$ باشد، $g(2)$ کدام است؟

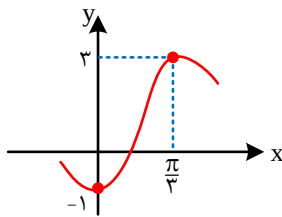
- (۱) 4 (۲) -5 (۳) -4 (۴) 5

۷- با توجه به دایره مثلثاتی مقابل، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



محل انجام محاسبات



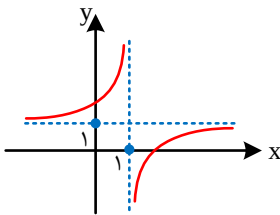
۸- نمودار تابع $f(x) = a \sin b(x + \frac{\pi}{4}) + c$ رسم شده است. $f(\frac{\pi}{9}) + f(\frac{\pi}{6})$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{2}$

۹- معادله $\cos(\cos x) \cos(\sin x) + \sin(\sin x) \sin(\cos x) = 1$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ دارای چند جواب است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{f^{-1}(x)} \right] - \lim_{x \rightarrow +\infty} [f^{-1}(x)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3-1} + \sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1} - \sqrt[3]{x^3-1}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ (۲) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (۳) $-\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (۴) $-\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

۱۲- تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x[x]}$ ، در فاصله $(-3, 0)$ پیوسته است. محل برخورد مجانب‌های تابع $g(x) = \frac{ax^2 - 3}{x^2 + bx - 3}$ کدام است؟

- (۱) (۱, ۲) (۲) (۱, ۳) (۳) (-۳, ۱) (۴) (-۳, ۳)

محل انجام محاسبات

۱۳- خط $y = (1-a^2)x + b$ بر تابع $f(x) = x^2 + x - 2$ مماس است. $a - b$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

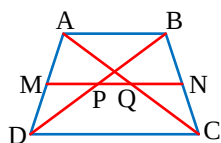
۱۴- اگر $f(x) = 2\sin|x|$ و $g(x) = 2\cos x - 1$ باشد، حاصل $(f \circ g)'_+(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $-2\sqrt{3}$

۱۵- تابع $y = 3\sqrt{x-2} + |x|$ به ترتیب دارای چند نقطه بحرانی و چند اکسترمم نسبی است؟
 (۱) ۲ و ۱ (۲) ۴ و ۱ (۳) ۲ و ۲ (۴) ۴ و ۲

۱۶- کمترین شیب خطوط مماس بر تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۷- در شکل زیر، پاره خط MN توسط قطرهای دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر $AB = 5$ و $CD = 8$ باشد، طول MN کدام است؟



(۱) ۶

(۲) $\frac{19}{3}$

(۳) $\frac{20}{3}$

(۴) ۷

۱۸- در یک چندضلعی شبکه‌ای عدد مساحت ۴ برابر تعداد نقاط مرزی است. حداقل تعداد نقاط درونی این چندضلعی کدام است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۱۵

(۲) ۱۲

(۱) ۸

۱۹- دو خط متناظر d و d' با صفحه P متقاطع هستند. چند خط موازی با صفحه P در فضا وجود دارد به طوری که هر دو خط d و d' را قطع کند؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۰- اگر شعاع دایره محاطی خارجی نظیر قاعده یک مثلث متساوی الساقین، ۶ برابر شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث باشد، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر هر ساق این مثلث چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی آن است؟

(۴) $\frac{3}{6}$

(۳) ۳

(۲) $\frac{2}{4}$

(۱) ۲

۲۱- نقاط $A(2, \sqrt{2})$ و $B(-2, 1)$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه A را با برداری موازی محور x ها به نقطه A' انتقال داده‌ایم. اگر A' دوران یافته نقطه B به مرکز مبدأ مختصات و زاویه θ باشد، طول بردار انتقال کدام می‌تواند باشد؟

(۴) ۳

(۳) $2 + \sqrt{3}$

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) ۲

۲۲- در مثلث متساوی الساقینی که طول قاعده و ساق آن به ترتیب ۳ و ۶ واحد است، طول هر میانه وارد بر ساق چند برابر طول نیمساز داخلی هر زاویه مجاور به قاعده است؟

(۴) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(۲) $\frac{3\sqrt{15}}{10}$

(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

محل انجام محاسبات

۲۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ و $AX = A^{-1}$ و X ماتریسی قطری باشد، مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -2 (۴) 8

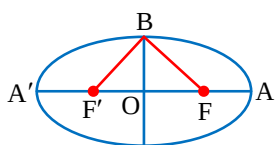
۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 3-7|A| & -2|A| \end{bmatrix}$ باشد، حداکثر مقدار مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) -4 (۴) 4

۲۵- کوچک‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره $x^2 + y^2 - 2x = 0$ و $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$ مماس است، نسبت به دایره $x^2 + y^2 + 6y = 0$ چه وضعی دارد؟

- (۱) متخارج (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) مماس داخل

۲۶- در شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، $\sin(\angle FBF')$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۲۷- به ازای چند مقدار برای n ، زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر 135° است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۲۸- اگر $\vec{a} = (1, 2, -m)$ ، $\vec{b} = (2m, -1, 1)$ و اندازه دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ برابر هم باشند، حجم متوازی السطوح ساخته شده روی سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) 108 (۲) 144 (۳) 162 (۴) 180

۲۹- گزاره $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q) \Rightarrow p$ هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) T (۲) F (۳) p (۴) $\sim p$

محل انجام محاسبات

۳۰- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند و حاصل عبارت $(A' - B) \cup [(A \cap B)' - A']$ برابر تهی باشد، کدام رابطه زیر همواره صحیح است؟

- (۱) $B \subseteq A$ (۲) $A \subseteq B$ (۳) $A \cap B = \emptyset$ (۴) $B - A = B$

۳۱- دو ظرف داریم که ظرف اول شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و ظرف دوم شامل ۲ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است. از هر ظرف، ۲ مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف خالی دیگری قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، در ظرف جدید، تعداد مهره‌های آبی بیشتر از تعداد مهره‌های قرمز است؟

- (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{10}{63}$ (۳) $\frac{5}{49}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۳۲- برای دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $P(A \cup B) = 0/6$ و $P(A - B) = 0/2$ باشد، مقدار $P(B - A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۳- واریانس داده‌های ۱, ۱, ۱, ۲, ۳, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵، چند برابر واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{28}{11}$ (۴) $\frac{14}{11}$

۳۴- اگر بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه با استفاده از یک نمونه ۴۰۰ عضوی از یک جامعه به صورت $[11/4, 12/8]$ به دست آمده باشد، انحراف معیار این جامعه کدام است؟

- (۱) $3/5$ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۵- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر اعداد ۵۴ و ۵۶ به ترتیب برابر ۱۷ و ۲۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۷۲ کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۴۷ (۳) ۵۳ (۴) ۷۱

۳۶- اگر عدد طبیعی شش رقمی $\overline{a1bab3}$ مضرب ۹۹ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- اندازه گراف k - منتظم G برابر ۳۰ است. اگر این گراف ناهمبند و مرتبه آن حداقل مقدار ممکن باشد، چند دور به طول ۴ دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۳۸- در گراف G از مرتبه ۵، برای هر دو رأس دلخواه a و b ، رابطه $N_G(a) = N_G(b)$ برقرار است. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۳۹- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \sqrt{x_4} + x_5^2 = 12$ ، چند دسته جواب طبیعی دارد؟

۲۱۰ (۴)

۱۶۵ (۳)

۱۵۵ (۲)

۱۲۰ (۱)

۴۰- چند مربع لاتین به صورت $B =$ وجود دارد که با مربع لاتین $A =$ متعامد باشد؟

		۳
۲		

		۱

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

محل انجام محاسبات



دوشنبه

۱۴۰۲/۰۳/۲۹



گروه آموزشی ماز

آزمون جامع شبیه ساز کنکور (۲) - علوم ریاضی و فنی

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سوال
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



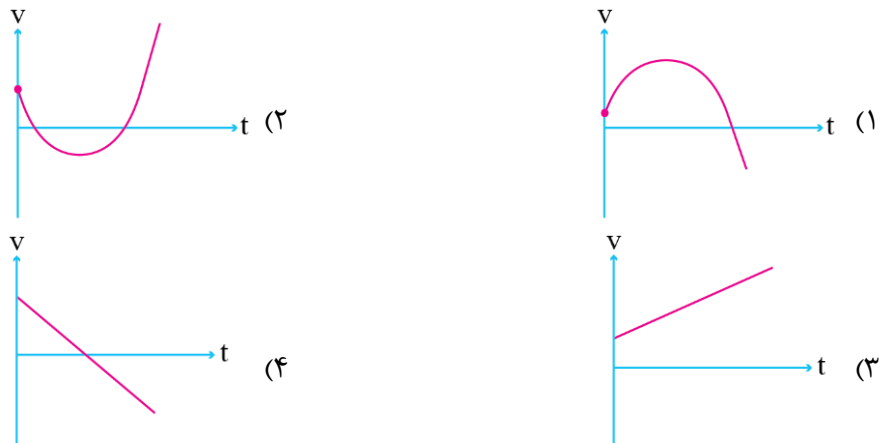
۴۱- در مدل سازی کدام یک از موارد زیر، می توان از نیروی مقاومت شاره صرف نظر کرد؟

- الف- سقوط یک آجر از بالای یک ساختمان
ب- رها شدن یک پر از یک ارتفاع معین
پ- لحظه باز شدن چتر در حرکت یک چتر باز
ت- لحظه رسیدن به ارتفاع اوج، در پرتاب عمودی یک گلوله رو به بالا
- (۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) الف و پ (۴) ب و ت

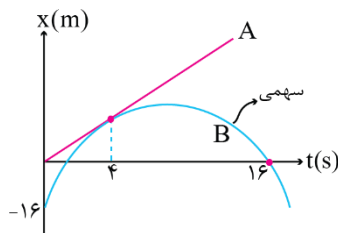
۴۲- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 - 8t + 8$ است. چه تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟

- الف) در بازه $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ ، تندی متوسط متحرک برابر $5 \frac{m}{s}$ است.
ب) در 2 ثانیه سوم، سرعت متوسط برابر $12 \frac{m}{s}$ است.
ج) در لحظه $t = 4s$ ، هر سه بردار مکان، سرعت و شتاب هم جهت هستند.
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۴۳- متحرکی روی محور x حرکت می کند. اگر بردار تکانه اولیه آن در جهت محور x و نیروی خالص وارد بر آن همواره در خلاف جهت محور x باشد، کدام نمودار سرعت-زمان، می تواند مربوط به این حرکت باشد؟



۴۴- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند مطابق شکل است. در لحظه $t = 4s$ سرعت دو متحرک و مکان آن ها برابر است. در مدت زمانی که متحرک B در قسمت های مثبت محور x حرکت می کند، بزرگی جابه جایی متحرک A چند متر است؟



- (۱) ۹۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۵۰
(۴) ۱۳۵

۴۵- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. در یک لحظه سرعت متحرک $20 \frac{m}{s}$ است. پس از این لحظه متحرک با طی کردن مسافت ۱۶ متر برای یک لحظه متوقف می شود. پس از این توقف، جابه جایی متحرک چند متر باشد تا تندی آن به ۳۰ متر بر ثانیه برسد؟

- (۱) ۲۴+ (۲) ۲۴- (۳) ۳۶+ (۴) ۳۶-

محل انجام محاسبات

۴۶- گلوله‌ای با تندی $10 \frac{m}{s}$ در جهت عمود با یک دیوار برخورد می‌کند و با تندی $8 \frac{m}{s}$ برمی‌گردد. اگر مدت زمان برخورد گلوله

با دیوار $0.2s$ باشد، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله در این مدت چند برابر اندازه وزن گلوله است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱۵ (۴)

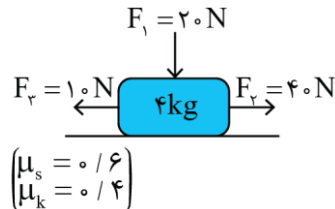
۱۲ (۳)

۶ (۲)

۹ (۱)

۴۷- جسمی به جرم $4kg$ روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. اگر نیروهای $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مطابق شکل زیر به جسم وارد

شوند، بردار نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند، در SI به کدام صورت است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) $-24\vec{i} + 60\vec{j}$

(۲) $24\vec{i} - 60\vec{j}$

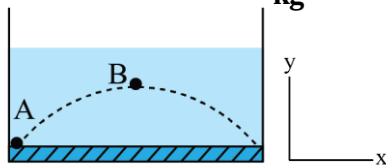
(۳) $-30\vec{i} + 60\vec{j}$

(۴) $30\vec{i} - 60\vec{j}$

۴۸- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $200g$ را درون یک استخر آب، در مسیر نشان داده شده از نقطه A پرتاب می‌کنیم. اگر

بردار شتاب گلوله در نقطه B (نقطه اوج) به صورت $\vec{a} = -12\vec{i} - a'\vec{j}$ در SI بوده و بزرگی نیروی خالص وارد بر گلوله در این

نقطه معادل $2/6N$ باشد، بزرگی نیروی شناوری وارد بر گلوله در این نقطه چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۱ (۱)

۲ (۲)

۲/۴ (۳)

۱/۲ (۴)

۴۹- مراکز دو سیاره A و B که جرم آن‌ها به ترتیب M_A و $M_B = 16M_A$ است در فاصله $20000km$ از یکدیگر قرار داشته و یک

ماهواره در نقطه‌ای روی خط وصل دو مرکز سیاره‌ها قرار دارد به گونه‌ای که نیروی گرانش خالص وارد بر آن از طرف دو سیاره

صفر است. اگر شعاع دو سیاره A و B به ترتیب $2500km$ و $5000km$ باشد، فاصله ماهواره تا سطح سیاره B چند کیلومتر است؟

۱۶۰۰۰ (۴)

۱۵۰۰ (۳)

۴۰۰۰ (۲)

۱۱۰۰۰ (۱)

۵۰- نوسانگری به جرم $200g$ روی سطح افقی بدون اصطکاک‌ای از مکان $x = +A$ شروع به نوسان می‌کند. لحظه‌ای که انرژی

جنبشی نوسانگر صفر است بزرگی شتاب نوسانگر $\frac{\pi^2}{900} \frac{m}{s^2}$ و لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر تغییر جهت می‌دهد، تکانه

نوسانگر $\frac{\pi}{\sqrt{50}} \frac{kg \cdot m}{s}$ است. چند مورد از موارد زیر در مورد این نوسانگر نادرست است؟

الف) در بازه $t = 2s$ تا $t = 2/5s$ شتاب و سرعت هر دو خلاف جهت محور x است.

ب) در لحظه $t = 7/2s$ حرکت نوسانگر تندشونده است.

ج) در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر $\frac{\sqrt{2}\pi}{300} \frac{m}{s}$ است، انرژی پتانسیل نصف انرژی مکانیکی است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

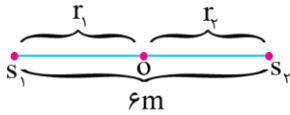
صفر (۱)

محل انجام محاسبات

۵۱- اگر یک ساعت آونگ دار را از محلی با شتاب گرانش $\frac{7}{2} \frac{m}{s^2}$ به محلی با شتاب گرانش $\frac{9}{8} \frac{m}{s^2}$ ببریم، در مدت ۱۴ ساعت دقیقه می افتد.

- (۱) ۱۴۰، جلو (۲) ۱۴۰، عقب (۳) ۱۲۰، جلو (۴) ۱۲۰، عقب

۵۲- در شکل زیر اختلاف تراز شدت صوت دو چشمه در نقطه O برابر $1/8B$ است $(\beta_p - \beta_1 = 1/8B)$. بسامد صوت چشمه S_1 ، ۲۵ درصد بیشتر از بسامد صوت چشمه S_p و دامنه صوت چشمه S_1 ، ۸۰ درصد کمتر از دامنه صوت چشمه S_p است. r_p چند متر است؟ $(\log 2 = 0.3)$



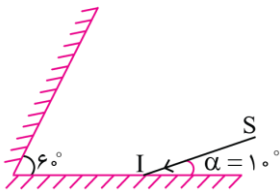
(۱) ۱/۲

(۲) ۴/۸

(۳) ۲

(۴) ۴

۵۳- در شکل مقابل آخرین پرتو بازتابش از سطح دو آینه چه زاویه ای با امتداد پرتو SI می سازد؟



(۱) ۴۰

(۲) ۶۰

(۳) ۱۴۰

(۴) ۱۲۰

۵۴- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- (الف) پدیده فوتوالکتریک و گسسته بودن طیف اتمی عناصر از دیدگاه فیزیک کلاسیک قابل توجیه نمی باشند.
(ب) در پدیده فوتوالکتریک در بسامدهای ثابت که بزرگ تر از بسامد آستانه است، کاهش شدت نور فرودی سبب کاهش تعداد فوتوالکترن ها خواهد شد.
(ج) طبق مدل رادرفورد وقتی الکترون به دور هسته در حال گردش باشد به تدریج به هسته نزدیک شده و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده از آن افزایش می یابد.
(د) مدل بور نمی تواند متفاوت بودن شدت خط های طیف گسیلی را توضیح دهد.

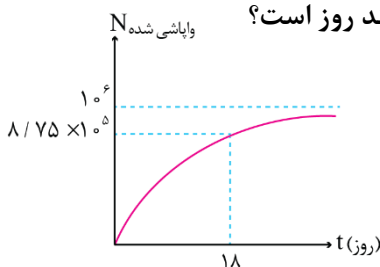
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۵- اختلاف بیشترین و کمترین بسامد طیف گسیلی هیدروژن (گستره بسامد) در کدام رشته 13.6 THz است؟

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, E_R = 13.6 \text{ eV})$$

- (۱) بالمر $(n' = 2)$ (۲) پاشن $(n' = 3)$ (۳) براکت $(n' = 4)$ (۴) پفوند $(n' = 5)$

۵۶- نمودار تعداد هسته های واپاشی شده یک ماده پرتوزا مطابق شکل است. نیمه عمر این ماده چند روز است؟



(۱) ۶

(۲) ۱۲

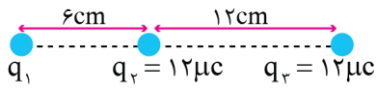
(۳) ۱۸

(۴) ۳

محل انجام محاسبات

۵۷- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار روی محوری قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 ، 30 N باشد، بزرگی

نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



(۱) ۶۳ یا ۱۱۷

(۲) ۶۳ یا ۹۰

(۳) فقط ۱۱۷

(۴) فقط ۹۰

۵۸- ذره‌ای با بار الکتریکی -100 nC و با جرم 125 میلی گرم در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی، با تندی $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می شود. اگر اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی مبدأ و مقصد حرکت $25/0$ ولت باشد، تندی ذره در مقصد چند متر بر ثانیه است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)

(۴) $20\sqrt{5}$

(۳) $20\sqrt{3}$

(۲) $20\sqrt{2}$

(۱) ۲۰

۵۹- فاصله بین دو صفحه فلزی مربعی به ضلع 20 cm را با دی الکتریکی به ضخامت 5 mm و با ثابت ۳ پر می کنیم تا یک خازن تخت ساخته شود. این خازن را با یک باتری 50 ولتی شارژ می کنیم و سپس آن را از باتری جدا می کنیم. اگر دی الکتریک را از

بین صفحات خارج کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن چند نانوذول و چگونه تغییر می کند؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

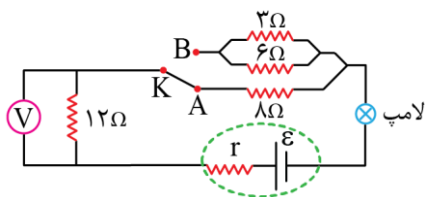
(۴) 5400 ، کاهش

(۳) 2700 ، کاهش

(۲) 5400 ، افزایش

(۱) 2700 ، افزایش

۶۰- در مدار زیر، با تغییر وضعیت کلید K از A به B، کدام یک از اتفاقات زیر نمی افتد؟



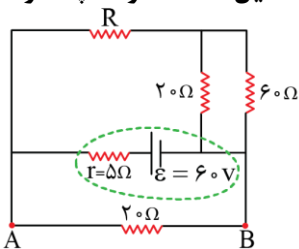
(۱) نور لامپ افزایش می یابد.

(۲) عدد ولت سنج کاهش می یابد.

(۳) اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می یابد.

(۴) افت پتانسیل درون باتری افزایش می یابد.

۶۱- توان مصرفی مقاومت R در مدار زیر، $\frac{4}{3}$ برابر توان مصرفی مقاومت 60 اهمی است. اختلاف پتانسیل نقاط A و B چند ولت است؟



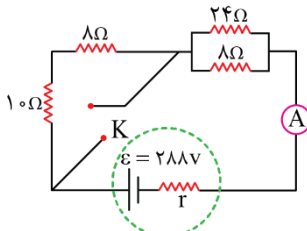
(۱) ۲۰

(۲) ۳۰

(۳) ۲۵

(۴) ۴۰

۶۲- در مدار زیر، توان خروجی باتری قبل و بعد از بسته شدن کلید K مشابه است. اختلاف جریان آمپرسنج آرمانی قبل و بعد از بسته شدن کلید چند آمپر است؟



(۱) ۴

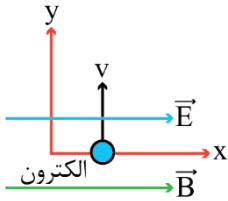
(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۶۳- میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $E = 20000 \frac{N}{C}$ و $B = 0.15 T$ هر دو در جهت محور x هستند. اگر الکترونی درون این میدان‌ها در جهت محور y با تندی $10^5 \frac{m}{s}$ پرتاب شود، بزرگی شتاب الکترون چند واحد SI می‌شود؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)
 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$ و نیروی وزن ناچیز است.



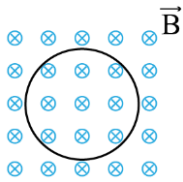
(۱) 4×10^{15}

(۲) 8×10^{14}

(۳) $5/6 \times 10^{15}$

(۴) $3/2 \times 10^{15}$

۶۴- مطابق شکل، حلقه‌ای با مساحت $250 cm^2$ درون میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی قرار دارد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی در مدت $5 ms$ بدون تغییر جهت از $100 G$ به $200 G$ برسد، نیروی محرکه القایی در حلقه چند ولت است و جهت جریان القایی در آن چگونه است؟



(۱) 0.05 ساعتگرد

(۲) 0.05 پادساعتگرد

(۳) 0.1 ساعتگرد

(۴) 0.1 پادساعتگرد

۶۵- جریان متناوبی با بیشینه $2/5$ آمپر و دوره 25 میلی ثانیه از یک مقاومت 4 کیلو اهمی می‌گذرد. معادله ولتاژ دو سر این مقاومت بر حسب زمان در SI کدام است؟

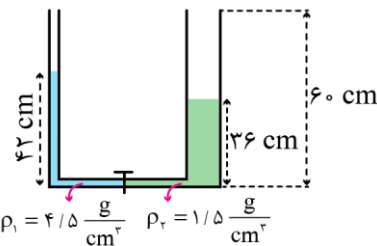
(۲) $V = 2/5 \sin(80\pi t)$

(۱) $V = 1000 \sin(80\pi t)$

(۴) $V = 2/5 \sin(100\pi t)$

(۳) $V = 1000 \sin(100\pi t)$

۶۶- در شکل مقابل، قطر شاخه سمت راست لوله دو برابر قطر شاخه سمت چپ بوده و شیر رابط بسته است. اگر شیر رابط را باز کنیم، فاصله سطح آزاد مایع p_2 از بالای لوله چند سانتی متر خواهد شد؟



(۱) 9

(۲) 14

(۳) 18

(۴) صفر

۶۷- اگر تندی حرکت اتومبیلی که روی خط راست حرکت می‌کند، $14/4 \frac{km}{h}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 21 درصد افزایش می‌یابد. تندی نهایی اتومبیل چند متر بر ثانیه است؟

(۴) $158/4$

(۳) $64/4$

(۲) 54

(۱) 44

۶۸- جسمی را با تندی $8 \frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و جسم حداکثر تا ارتفاع $270 cm$ از سطح زمین بالا می‌رود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود، جسم با تندی چند متر بر ثانیه به زمین بازمی‌گردد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) $4/4$

(۳) $1/1$

(۲) $\sqrt{11}$

(۱) $\sqrt{44}$

محل انجام محاسبات

۶۹- در بین تغییر حالت‌های جدول (۱)، تعداد تغییر حالت‌های گرمازا برابر α است و در بین موارد جدول (۲)، تعداد عواملی که باعث افزایش آهنگ تبخیر سطحی می‌شوند برابر β است. حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

جدول (۱)

دوب	تبخیر	چگالش
-----	-------	-------

جدول (۲)

افزایش دمای مایع	افزایش مساحت سطح مایع	افزایش فشار هوای محیط
------------------	-----------------------	-----------------------

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۷۰- میله‌ای با ظرفیت گرمایی $500 \frac{J}{K}$ توسط یک گرمکن با توان $250 W$ به مدت ۲ دقیقه گرم می‌شود. طول میله چند درصد

افزایش می‌یابد؟ (ضریب انبساط طولی میله برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ است.)

(۱) ۰/۱۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۰/۲۵

۷۱- تعداد دورهای سیملوله A، k برابر تعداد دورهای سیملوله B است و طول این دو سیملوله برابر است. اگر شعاع مقطع سیملوله A، k برابر شعاع مقطع سیملوله B باشد و جریان الکتریکی برابری از آن‌ها بگذرد، کدام عبارت صحیح است؟

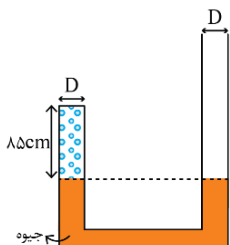
(الف) میدان مغناطیسی درون سیملوله A، k برابر میدان مغناطیسی درون سیملوله B است.

(ب) ضریب خودالقآوری سیملوله A، k^4 برابر ضریب خودالقآوری سیملوله B است.

(ج) انرژی ذخیره شده در سیملوله A، k^3 برابر انرژی ذخیره شده در سیملوله B است.

(۱) (الف) و (ب) (۲) (الف) و (ج) (۳) فقط (ب) (۴) فقط (ج)

۷۲- مطابق شکل، مقداری جیوه درون ظرف در حال تعادل قرار دارد و دمای گاز محبوس در لوله $27^\circ C$ است. اگر دمای گاز را به $87^\circ C$ برسانیم، اختلاف سطح آزاد جیوه در دو سمت چند سانتی‌متر می‌شود؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ و D قطر لوله‌ها است.)



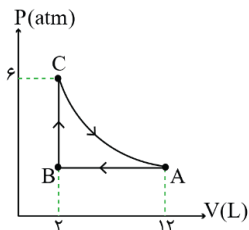
(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

۷۳- مقداری گاز کامل تک‌اتمی، چرخه ABCA را طی می‌کند. اگر فرایند CA هم‌دما باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند AB، چند ژول است؟



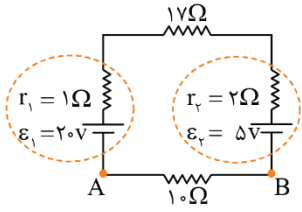
(۱) ۱۰۰۰

(۲) -۱۰۰۰

(۳) ۲۰۰۰

(۴) -۲۰۰۰

محل انجام محاسبات



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۷۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد مدار شکل مقابل صحیح است؟

الف) باتری (۱)، در هر ثانیه $9/75 \text{ J}$ انرژی مصرف می کند.

ب) باتری (۲)، در هر ثانیه $3/5 \text{ J}$ انرژی مصرف می کند.

ج) پتانسیل الکتریکی نقطه A، 5 V بیش تر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.

۷۵- گلوله ای در شرایط خلأ از ارتفاع 200 متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود. سرعت متوسط گلوله در 2 ثانیه سوم،

چند برابر سرعت متوسط آن در 3 ثانیه دوم حرکت است؟ ($g = 9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

$\frac{10}{9}$ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۶- برای تشکیل ۱۱/۷ گرم از فلئوئورید یک فلز قلیایی خاکی، ۳/۷۵ لیتر گاز فلئوئور در دما و فشار معین با چگالی $1/52 \text{ g.L}^{-1}$ مصرف شده است. جرم مولی اتم فلئوئور، چند برابر جرم مولی فلز موجود در این ترکیب خواهد بود؟ ($F = 19 : \text{g.mol}^{-1}$)
 (۱) ۰/۴۷۵ (۲) ۰/۹۵ (۳) ۰/۳۲۵ (۴) ۰/۶۵

۷۷- دربارهٔ اتم $^{51}_{31}\text{M}$ ، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟
 (آ) مجموع شمار الکترون‌های با $l = 1$ در آن ۴ برابر شمار الکترون‌های با $l = 2$ است.
 (ب) این عنصر به همراه دوازده عنصر هم‌دوره خود، دارای چهار زیرلایه دو الکترونی است.
 (پ) اختلاف شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در این عنصر، برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی در آن است.
 (ت) تفاوت شمار الکترون‌های زیرلایه d آن با شمار الکترون‌های زیرلایه d اتم X برابر اختلاف عدد اتمی این دو عنصر است.
 (۱) آ، پ (۲) پ، ت (۳) آ، ب، پ (۴) ب، پ، ت

۷۸- آرایش الکترونی اتم عنصر A به زیرلایه $4p^4$ و آرایش الکترونی یون X^{3+} نیز به زیرلایه $3p^6$ ختم می‌شود. کدام موارد از مطالب زیر، دربارهٔ این دو عنصر درست است؟
 (آ) عنصر X ، فلزی اصلی از تناوب ۴ و گروه ۱۳ جدول تناوبی است.
 (ب) حالت فیزیکی عنصرهای X و A مشابه به سایر عناصر هم‌گروه آن‌ها است.
 (پ) عدد اتمی یکی از عنصرهای هم‌گروه با عنصر A با شماره گروه آن برابر است.
 (ت) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب حاصل از واکنش میان X و A ، عکس این نسبت در روی نیتريد است.
 (۱) آ، پ (۲) آ، ب (۳) پ، ت (۴) ب، ت

۷۹- فرمول شیمیایی کروم (II) سولفید مشابه فرمول شیمیایی کدام ترکیب زیر است و نسبت جرم کروم به گوگرد در ساختار این ترکیب شیمیایی، کدام است؟ ($Cr = 52, S = 32 : \text{g.mol}^{-1}$)
 (۱) FeS ، ۱/۶۲۵ (۲) FeS ، ۳/۲۵ (۳) Cu_2S ، ۱/۶۲۵ (۴) Cu_2S ، ۳/۲۵

۸۰- در مورد عنصرهای فلزی از تناوب چهارم که تعداد الکترون‌های با $l = 1$ در اتم آن‌ها مساوی شماره گروه آن‌ها است، چند مورد از مطالب زیر می‌تواند درست باشد؟
 • این عنصر فلزی در حالت جامد خاصیت چکش‌خواری داشته و در انواعی از باتری‌های دگمه‌ای یافت می‌شود.
 • همهٔ زیرلایه‌های الکترونی آن پر بوده و در واکنش‌ها تنها می‌تواند دو الکترون از دست بدهد.
 • دارای یک زیرلایهٔ تک الکترونی بوده و کاتیون حاصل از آن به آرایش گاز نجیب می‌رسد.
 • در ساخت آهن گالوانیزه به کار رفته و پس از ایجاد خراش، دچار اکسایش می‌شود.
 • از عناصر دسته p جدول دوره‌ای بوده و دارای سه الکترون ظرفیتی است.
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۱- در ۱۱۰ گرم محلول ۳/۵ درصد جرمی کربن تتراکلرید در هگزان، چند مولکول کربن تتراکلرید وجود داشته و تفاوت غلظت ppm کربن تتراکلرید و هگزان برابر چند واحد است؟ ($Cl = 35/5, C = 12 : \text{g.mol}^{-1}$)
 (۱) $1/505 \times 10^{22}$ ، ۹۳۰۰۰ (۲) $1/505 \times 10^{22}$ ، ۹۳۰۰۰ (۳) $3/01 \times 10^{22}$ ، ۹۳۰۰۰ (۴) $3/01 \times 10^{22}$ ، ۹۳۰۰۰

محل انجام محاسبات

۸۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ ($H = 1$; $g.mol^{-1}$ و $C = 12$, $N = 14$, $O = 16$, $Sc = 45$)

(آ) در ۷۰۰ گرم محلول ppm ۱۲۱ اسکاندیم نیترات، $10^{-3} \times 1/1$ مول آنیون وجود دارد.

(ب) نسبت تعداد اتم به عنصر در واحد فرمولی آلومینیم فسفات دو برابر این نسبت در نقره هیدروکسید است.

(پ) در محلول ۴۶ درصد جرمی از اتانول در آب، تعداد مولکولهای آب سه برابر تعداد مولکولهای اتانول است.

(ت) محلول حاصل از واکنش محلول سدیم سولفات و باریم کلرید، همانند هیدروفلوئوریک اسید، یک الکترولیت ضعیف است.

(۱) آ، ب (۲) ب، پ (۳) ب، ت (۴) آ، ب، پ

۸۳- معادله انحلال پذیری پتاسیم نیترات و پتاسیم کلرید در آب بر حسب تغییر دمای محلول به صورت زیر است. اگر در دمای θ_1

انحلال پذیری پتاسیم کلرید در آب به اندازه ۳ گرم بیشتر از پتاسیم نیترات باشد، درصد جرمی محلول آبی سیر شده پتاسیم

نیترات در دمای θ_1 ۳ درجه سانتی گراد به تقریب کدام است؟

$$S_{KNO_3} = 0.015\theta^2 + 0.06\theta + 12$$

(۴) ۴۴/۹

$$S_{KCl} = 0.02\theta + 27$$

(۳) ۳۷/۵

(۲) ۳۰/۳

(۱) ۵۰/۵

۸۴- کدام مورد از مطالب زیر، درست است؟

(آ) قدرت اکسندگی و میزان پایداری یون Ag^+ در مقایسه با یون K^+ بیشتر است.

(ب) گوگرد، جامد زرد رنگ و نارسانای جریان برق و گرما است که شکننده بوده و سطحی کدر دارد.

(پ) به طور کلی، در یک دوره شعاع اتمی با فعالیت شیمیایی اتم و تعداد الکترونهای ظرفیتی رابطه عکس دارد.

(ت) در گروههایی از جدول تناوبی که در عناصر آنها همه زیرلایههای اشغال شده پر است، عنصر با نماد تک حرفی وجود ندارد.

(۱) آ، ب (۲) ب، پ (۳) آ، ت (۴) ب، ت

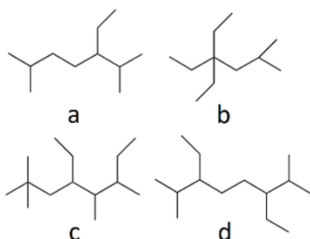
۸۵- کدام مطلب داده شده درباره آلکانهایی با ساختار مقابل، نادرست است؟

(۱) گرانیوی هر چهار ترکیب، از نفت کوره کمتر است.

(۲) آلکانهای c و d همپار بوده و تعداد شاخههای فرعی اتیل برابری دارند.

(۳) مجموع اعداد موجود در نام ترکیب d ، $1/8$ برابر مجموع اعداد در نام ترکیب b است.

(۴) آلکانهای a و d در دمای اتاق مایع بوده و در نام آنها عبارت (دی متیل) وجود دارد.



۸۶- چند مورد از مطالب زیر، درباره انحلال پذیری مواد در آب درست است؟

• در فشار صفر اتمسفر، انحلال پذیری گازهایی که با آب واکنش نمی دهند به نوع گاز بستگی ندارد.

• انحلال پذیری برخی نمکها، همانند انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریا، با افزایش دما کاهش می یابد.

• میانگین نیروی جاذبه میان آب خالص و اوکتان خالص بیشتر از نیروی جاذبه میان مخلوط مولکولهای آب و اوکتان است.

• با انحلال نمک خوراکی در آب، ماهیت حل شونده تغییر کرده و اتم H مولکول آب به سمت یون بزرگتر جهت گیری می کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

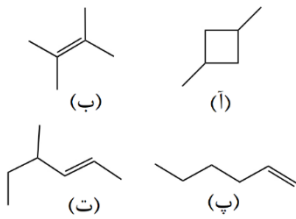
۸۷- یک قطعه از فلز طلا با دمای $20^\circ C$ را باید در تماس با یک قطعه $150^\circ C$ گرمی از فلز نقره با دمای $175^\circ C$ قرار داد تا دمای پایانی

سامانه به $79^\circ C$ برسد. جرم قطعه فلز طلا برابر با چند گرم بوده و برای افزایش دمای دو قطعه فلز از $79^\circ C$ به $100^\circ C$ ، چند ژول

گرما لازم است؟ (از تبادل گرما با محیط چشم پوشی شود. $c_{Ag} = 0.236 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ و $c_{Au} = 0.128 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$)

(۱) ۱۳۰۲، ۴۵۰ (۲) ۱۳۰۲، ۳۰۰ (۳) ۱۹۵۳، ۴۵۰ (۴) ۱۹۵۳، ۳۰۰

محل انجام محاسبات



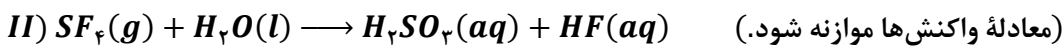
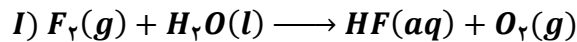
۸۸- فرمول مولکولی کدام ترکیب با فرمول مولکولی سه ترکیب دیگر متفاوت است و در ساختار مولکول کدام ترکیب، نسبت تعداد گروه‌های CH_2 به تعداد گروه‌های CH ، ۴ برابر مقدار این نسبت در ساختار ترکیب (آ) است؟

- (۱) ت، پ
(۲) ت، ب
(۳) آ، پ
(۴) آ، ب

۸۹- مقدار ΔH واکنش $CO(NH_2)_2(g) + H_2O(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2NH_3(g)$ برابر با چند کیلوژول است و با گرمای آزاد شده به ازای مصرف ۷۸ گرم اوره در این واکنش شیمیایی، چند گرم آمونیوم نیترات را می‌توان در آب حل کرد؟ (آنتالپی پیوندهای $C=O$, $N-H$, $O-H$, $C-N$ به ترتیب برابر با ۳۰۵، ۴۶۳، ۳۹۱، ۸۰۰ کیلوژول بر مول بوده و آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات، برابر با ۲۶ کیلوژول بر مول است. $O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) -۴۶، ۲۵۶ (۲) -۴۶، ۱۸۴ (۳) -۶۴، ۲۵۶ (۴) -۶۴، ۱۸۴

۹۰- با توجه به دو واکنش مقابل:



اگر سرعت متوسط تشکیل HF در واکنش (II)، نصف سرعت تشکیل آن در واکنش (I) باشد و در واکنش (I)، پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه، واکنش به پایان رسیده و ۰/۵ لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با $pH = 1/5$ بدست بیاید، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (واکنش‌ها با سرعت ثابت در حال انجام هستند. $Ka_{HF} = 6 \times 10^{-4}$, $S = 32, F = 19 : g.mol^{-1}$)

- مقدار آغازی گاز فلوئور در واکنش (I)، برابر ۱۴/۲۵ گرم بوده است.
- با گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش (II)، ۲/۷ گرم SF_6 مصرف می‌شود.
- سرعت مصرف گاز فلوئور در واکنش اول و سرعت مصرف گاز SF_6 در واکنش دوم با هم برابر است.
- سرعت متوسط تشکیل گاز ناقطبی اکسیژن در واکنش شیمیایی (I)، برابر با 3×10^{-2} مول بر دقیقه است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۱- ترکیبی با فرمول مولکولی C_7H_{16} دارای چند همپار است و تعداد همپارهایی که نام آن‌ها به پنتان ختم می‌شود چند برابر تعداد همپارهایی است که نام آن‌ها به هگزان ختم می‌شود؟

- (۱) ۷، ۲/۵ (۲) ۷، ۲ (۳) ۹، ۲ (۴) ۹، ۲/۵

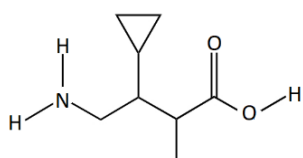
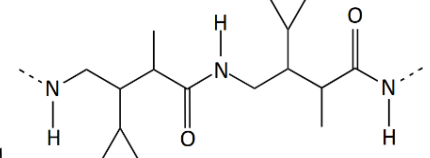
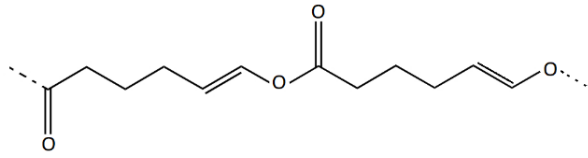
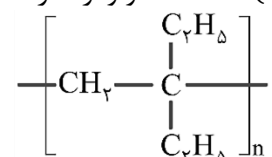
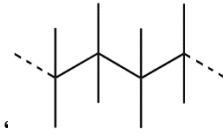
۹۲- استفاده از ورقه آهنی در تولید آمونیاک، چند مورد از موارد زیر را افزایش می‌دهد؟

- شیب نمودار «مول-زمان» فراورده
- مدت زمان لازم برای تولید آمونیاک
- بازده واکنش
- پایداری فراورده

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۹۳- کدام مطلب، نادرست است؟

- (۱) ترکیبی با ساختار
- 
- ، مونومر سازنده
- 
- است.
- (۲) ترکیب $HOOC(CH_2)_3(CH)_2OH$ ، مونومر سازنده
- 
- است.
- (۳) پلیمری با ساختار مولکولی
- 
- ، با استفاده از مونومر C_6H_{12} تشکیل شده است.
- (۴) پلیمری با ساختار
- 
- ، با استفاده از مونومر C_6H_8 تشکیل شده است.

۹۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مخلوط آب، روغن و صابون، برخلاف یک نمونه از شربت معده، همگن و پایدار است.
 - شیر، ژله، سس مایونز و رنگ‌های پوششی، برخلاف محلول شکر در آب، توانایی پخش نور را دارند.
 - فراورده‌های واکنش مخلوطی از سدیم هیدروکسید و آلومینیم با آب، از واکنش‌دهنده‌های آن پایدارتر هستند.
 - همه اتم‌های موجود در بخش آنیونی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، جزو عناصر دسته p جدول تناوبی هستند.
 - اگر مقداری از پودر صابون را در آب ریخته و مخلوط را به هم بزنیم، غلظت یون هیدرونیوم در محلول افزایش می‌یابد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۵- درباره ترکیبی با ساختار مقابل، کدام مطلب نادرست است؟



$$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

- (۱) نوعی ترکیب آروماتیک است و گروه عاملی کتونی و آمیدی دارد.
- (۲) درصد جرمی کربن در این ترکیب ۱۲ برابر درصد جرمی هیدروژن است.
- (۳) تعداد پیوندهای $C-C$ در آن برابر تعداد پیوندهای $C-H$ در نفتالن است.
- (۴) تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی و جفت الکترون‌های ناپیوندی آن برابر ۲۸ است.

۹۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در سلول الکترولیتی، همانند سلول گالوانی، یک واکنش اکسایش-کاهش انجام شده و کاتد مقصد نهایی الکترون‌ها است.
 - رنگ کاغذ pH در اطراف کاتد سلول برقکافت آب، همانند ناحیه کاتدی در فرایند خوردگی آهن، آبی می‌شود.
 - واکنش مربوط به فرایند آبکاری، برخلاف واکنش مربوط به فرایند هال، در خلاف جهت طبیعی پیش می‌رود.
 - در سلول گالوانی، جهت حرکت آنیون‌ها در الکترولیت، برخلاف جهت حرکت الکترون‌ها در مدار است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۹۷-

کدام موارد از مطالب زیر، دربارهٔ سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، درست است؟

(آ) معادله نیم‌واکنش کاتدی آن عکس معادله واکنش آندی در فرایند برقکافت آب است.

(ب) کاتالیزگرهای موجود در کاتد و آند، به نیم‌واکنش‌ها سرعت داده و منجر به تولید انرژی الکتریکی بیشتری می‌شود.

(پ) این واکنش از نوع اکسایش-کاهش است اما شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها، در واکنش کلی این سلول تغییر نمی‌کند.

(ت) شامل آند، کاتد و غشای مبادله‌کنندهٔ یون هیدرونیوم بوده و بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند.

(۱) آ، ت (۲) ب، پ، ت (۳) ب، پ (۴) آ، پ، ت

۹۸-

مقادیری از نیترو اسید و استیک اسید در دو ظرف جداگانه، با غلظت مولی آغازی برابر، به ترتیب دارای ثابت یونش $4/5 \times 10^{-4}$ و $1/8 \times 10^{-5}$ موجود هستند. نسبت $[H_3O^+]$ در محلول نیترو اسید به $[H_3O^+]$ در محلول استیک اسید کدام است و اگر pH محلول استیک اسید برابر $2/5$ باشد، pH محلول نیترو اسید، به تقریب چند برابر pH محلول 5×10^{-3} مولار باریم هیدروکسید در دمای اتاق است؟

(۱) ۵، ۰/۱۵ (۲) ۲۵، ۰/۱۵ (۳) ۵، ۰/۱۴ (۴) ۲۵، ۰/۱۴

۹۹-

بر پایهٔ واکنش $HBr(aq) + KOH(aq) \rightarrow H_2O(l) + KBr(aq)$ اگر $25 mL$ محلول هیدروبرمیک اسید با $pH = 1$ به $175 mL$ محلول KOH اضافه شود، pH محلول نهایی برابر با $13/4$ می‌شود. مقدار تقریبی یون K^+ در محلول پتاسیم هیدروکسید آغازی برابر با چند گرم بوده و درصد جرمی یون Br^- در محلول پایانی چقدر است؟ (چگالی محلول‌ها را برابر با 1 گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید. $K = 39$ و $Br = 80$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۰/۸، ۲/۰۵ (۲) ۰/۱، ۲/۰۵ (۳) ۰/۸، ۴/۱ (۴) ۰/۱، ۴/۱

۱۰۰-

کدام موارد از مطالب زیر، دربارهٔ مولکول استون، درست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

(آ) جرم مولی آن برابر جرم مولی چهارمین عضو خانواده آلکان‌ها است.

(ب) نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به کربن در آن برابر این نسبت در سیکلوهگزان است.

(پ) همانند C_3H_7OH ، به هر نسبتی در آب حل شده و با آب توانایی برقراری پیوند هیدروژنی دارد.

(ت) گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر بوده و برخلاف یک نمونه هگزان، توانایی انحلال مواد ناقطبی را ندارد.

(۱) آ، ب (۲) پ، ت (۳) آ، ب، پ (۴) ب، پ، ت

۱۰۱-

در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش استخراج مس در معدن مس سرچشمه، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد کدام است و در مجموع، چند مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود؟

(۱) ۶، ۵ (۲) ۴، ۵ (۳) ۶، ۶ (۴) ۴، ۶

۱۰۲-

در چه تعداد از موارد زیر، دو ترکیب داده شده از نظر ویژگی مشخص شده مشابه هم هستند؟

• مولکول خطی: اتین و کربونیل سولفید

• نوع اتم مرکزی: هیدروژن سیانید و دی متیل اتر

• نوع بار جزئی اتم مرکزی: نیتروژن تری‌فلوئورید و کلروفرم

• بازتاب رنگ آبی: محلول نمک وانادیم(V) و محلول آهن(III) کلرید

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۰۳- واکنش تعادلی $CH_4(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO(g) + 2H_2(g)$, $\Delta H > 0$ در یک ظرف یک لیتری، با مخلوطی به جرم $200/8$ گرم از H_2O و CH_4 که نسبت تعداد مول CH_4 به H_2O در آن برابر $0/13$ است، آغاز می‌شود. اگر پس از گذشت ۲۰ دقیقه تعادل برقرار شود و نسبت تعداد مول H_2O به CH_4 به ۳۰ برسد، ثابت تعادل واکنش کدام است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g. mol^{-1}$)

۱۵ (۴)

۹۰ (۳)

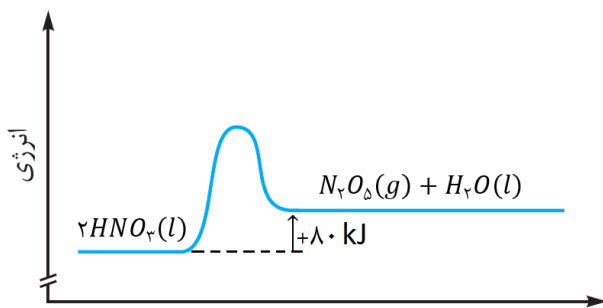
۱۰ (۲)

۳۰ (۱)

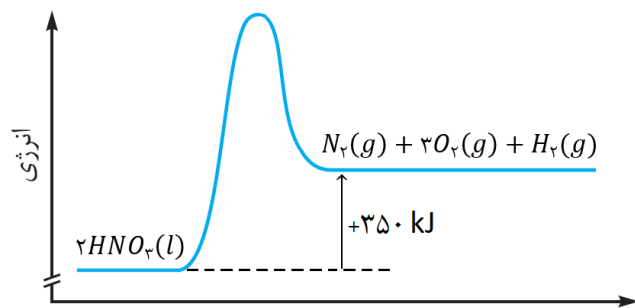
۱۰۴- کدام مطلب درباره تعادل شیمیایی $2SO_2(g) + Q \rightleftharpoons 2SO_3(g) + O_2(g)$ درست است؟

- (۱) افزایش دما، ثابت تعادل و غلظت تعادلی همه گونه‌ها را افزایش می‌دهد.
- (۲) خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف واکنش، سرعت واکنش رفت را افزایش می‌دهد.
- (۳) کاهش حجم ظرف سبب جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت و کاهش غلظت تعادلی فراورده‌ها می‌شود.
- (۴) با افزودن گاز SO_3 ، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و در تعادل جدید، غلظت همه گونه‌ها بیشتر از تعادل اولیه می‌شود.

۱۰۵- با توجه به نمودارهای «انرژی-پیشرفت» واکنش‌های زیر و اینکه ΔH واکنش تشکیل یک مول آب -285 کیلوژول است، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



(I) پیشرفت واکنش



(II) پیشرفت واکنش

- آنتالپی واکنش $2N_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 2N_2O_5(g)$ برابر $+30 kJ$ است.
- مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌های هر دو واکنش، بیشتر از واکنش دهنده است.
- انرژی فعال‌سازی واکنش (II) برخلاف پایداری فراورده‌های آن بیشتر از واکنش (I) است.
- انرژی لازم برای تشکیل یک مول گاز نیتروژن در واکنش (II)، برای تشکیل یک مول N_2O_5 در واکنش (I) نیز کافی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



دوشنبه

۱۴۰۲/۰۳/۲۹



گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۲) - علوم ریاضی و فنی

درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	محمد خانگلدی - سوگند روشنی - امیرحسین ابومحبوب	جواد نظری - سجاد داوطلب
فیزیک	سجاد صادقی زاده - میثم دشتیان - مهدی پارسا - عباس غریبی ارسلان رحمانی	سعید نصیری - محمد باغبان علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد - سعیده محبی	فرهنگ امیری - امیرمهدی غلامی سجاد سیفاللهی
مدیر آزمون: رسول خنجری		

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- اگر $x > 0$ و $x - \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $\frac{x^8 - 1}{x^7 + x}$ کدام است؟

۳/۳ (۴)

۳ (۳)

۲/۷۵ (۲)

۲/۲ (۱)

(ریاضی ۱ - صفحات ۶۳ تا ۶۸ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$x - \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

می دانیم:

صورت و مخرج عبارت خواسته شده را بر x^4 تقسیم می کنیم:

$$\frac{x^8 - 1}{x^7 + x} = \frac{\frac{x^8 - 1}{x^4}}{\frac{x^7 + x}{x^4}} = \frac{x^2 - \frac{1}{x^4}}{x^3 + \frac{1}{x^3}} = \frac{(x^2 - \frac{1}{x^4})(x^2 + \frac{1}{x^2})}{(x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1)} = \frac{(x^2 - \frac{1}{x^4})(x^2 + \frac{1}{x^2})}{(x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1)} = \frac{3 \times 11}{(11 - 1)} = 3/3$$

گروه آموزشی ماز

۲- دنباله حسابی $a_n = \log_k^{f(n)}$ با قدرنسبت ۲ مفروض است. اگر $f(7)$ ، $f(4)$ برابر $f(4)$ باشد، k کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

(ریاضی ۱ - صفحات ۲۱ تا ۲۷ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۱

نکته مهم:

اگر a_n یک دنباله هندسی با قدرنسبت q باشد، $\log a_n$ یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\log q$ است.

پاسخ تشریحی:

قدرنسبت دنباله حسابی $a_n = \log_k^{f(n)}$ برابر ۲ است:

$$a_n - a_{n-1} = 2 \Rightarrow \log_k^{f(n)} - \log_k^{f(n-1)} = 2 \Rightarrow \log_k^{\frac{f(n)}{f(n-1)}} = 2 \Rightarrow \frac{f(n)}{f(n-1)} = k^2$$

بنابراین $f(n)$ یک دنباله هندسی با قدرنسبت k^2 است.

می دانیم $f(7)$ ، $f(4)$ برابر $f(4)$ است:

$$\frac{f(7)}{f(4)} = 27 \Rightarrow \frac{t_1 q^6}{t_1 q^3} = 27 \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow k^2 = 3 \Rightarrow k = \sqrt{3}$$

* k مبنای لگاریتم بوده پس عددی مثبت است.

گروه آموزشی ماز

۳- معادله $|x^2 - 2x + 3| + |x^2 + 8x| = x$ چند جواب دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(حسابان ۱ - صفحات ۱۷ تا ۲۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

سمت چپ معادله نامنفی است. بنابراین سمت راست نیز نامنفی است، یعنی $x \geq 0$ می باشد. در نتیجه $x^2 + 8x \geq 0$ است. عبارت $x^2 - 2x + 3$ نیز همواره مثبت می باشد. ($\Delta < 0$) خواهیم داشت:

$$\underbrace{x^2 - 2x + 3}_{\geq 0} + \underbrace{x^2 + 8x}_{\geq 0} = x \Rightarrow 2x^2 + 6x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } x = -1 \\ \text{غ ق ق } x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

با توجه به شرط $x \geq 0$ ، هیچ یک از جوابها قابل قبول نمی باشد.

گروه آموزشی ماز

۴- سهمی $y=f(x)$ با رأس $S(\alpha, \beta)$ ، محور عرض‌ها را در $(0, -1)$ قطع می‌کند. اگر این سهمی را نسبت به محور y بازتاب داده، ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم، سپس ۳ واحد در جهت منفی محور y انتقال داده و عرض نقاط را نصف کنیم رأس سهمی تغییر نمی‌کند. $f(3)$ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (ریاضی ۱ - صفحات ۷۸ تا ۸۲ / حسابان ۲ - صفحات ۲ تا ۱۲ - متوسط)

نکته مهم:

ضابطه سهمی با رأس $S(\alpha, \beta)$ به صورت زیر است:

$$y = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

پاسخ تشریحی:

ضابطه سهمی به صورت $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ می‌باشد.

رأس سهمی را مطابق مساله انتقال می‌دهیم:

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right| \xrightarrow{\text{تقارن نسبت به محور } y \text{ ها}} \left| \begin{array}{l} -\alpha \\ \beta \end{array} \right| \xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}} \left| \begin{array}{l} -\alpha + 2 \\ \beta \end{array} \right| \xrightarrow{\text{۳ واحد به سمت پایین}} \left| \begin{array}{l} -\alpha + 2 \\ \beta - 3 \end{array} \right| \\ \xrightarrow{\text{نصف شدن عرض نقاط}} \left| \begin{array}{l} -\alpha + 2 \\ \frac{\beta - 3}{2} \end{array} \right| \end{array}$$

خواهیم داشت:

$$(\alpha, \beta) = (-\alpha + 2, \frac{\beta - 3}{2}) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\alpha + 2 \rightarrow \alpha = 1 \\ \beta = \frac{\beta - 3}{2} \rightarrow \beta = -3 \end{cases}$$

$$f(x) = a(x - 1)^2 - 3 \xrightarrow{(-1, -1)} -1 = a - 3 \Rightarrow a = 2 \\ \Rightarrow f(x) = 2(x - 1)^2 - 3 \Rightarrow f(3) = 5$$

گروه آموزشی ماز

۵- توابع $f(x) = 2^{ax+b} + 1$ و $g(x) = a(x-1)^2 + 2$ به ازای تمامی مقادیر حقیقی a از نقطه ثابت A عبور می‌کنند. اگر $f(a) = 5$ باشد، مجموع مقادیر $g(a)$ کدام است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (حسابان ۱ - صفحات ۷۲ تا ۷۹ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

تابع $y = g(x)$ به ازای تمامی مقادیر a از رأس سهمی یعنی $(1, 2)$ عبور می‌کند.

بنابراین تابع f نیز باید همواره از نقطه $A(1, 2)$ عبور کند.

$$f(1) = 2 \Rightarrow 2^{a+b} + 1 = 2 \Rightarrow 2^{a+b} = 1 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

خواهیم داشت:

$$f(x) = 2^{ax-a} + 1 \xrightarrow{f(a)=5} 5 = 2^{a^2-a} + 1 \Rightarrow 2^{a^2-a} = 4 \Rightarrow a^2 - a = 2 \\ \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \rightarrow g(x) = -(x-1)^2 + 2 \rightarrow g(-1) = -2 \\ a = 2 \rightarrow g(x) = 2(x-1)^2 + 2 \rightarrow g(2) = 4 \end{cases}$$

بنابراین: $4 - 2 = 2$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $f(x) = -2x + 3$ و $(fog)^{-1}(x) = \frac{x-7}{x-1}$ باشد، $g(2)$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) -۴

(۲) -۵

(۱) ۴

(حسابان ۱ - صفحات ۵۴ تا ۷۰ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکته مهم:

در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ با شرط $a = -d$ خواهیم داشت: $f^{-1}(x) = f(x)$

پاسخ تشریحی:

روش اول:

اگر $g(2) = k$ باشد، آن گاه $g^{-1}(k) = 2$ است.

$$(fog)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x) = \frac{x-7}{x-1} \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(x)) = 2 \Rightarrow \frac{x-7}{x-1} = 2 \Rightarrow x = -5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-5) = k \Rightarrow f(k) = -5 \Rightarrow -2k + 3 = -5 \Rightarrow k = 4$$

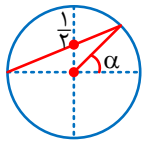
روش دوم:

وارون تابع $y = \frac{x-7}{x-1}$ با خود تابع برابر است.

$$(fog)^{-1}(x) = fog(x) = \frac{x-7}{x-1} \Rightarrow f(g(2)) = -5 \Rightarrow -2g(2) + 3 = -5 \Rightarrow g(2) = 4$$

گروه آموزشی ماز

۷- با توجه به دایره مثلثاتی مقابل، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟



(۲) $\frac{4}{5}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(حسابان ۱ - صفحات ۱۱۰ تا ۱۱۲ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکات طلایی:

$$۱) \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin 2x$$

$$۲) \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos 2x$$

پاسخ تشریحی:

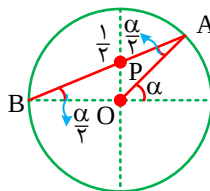
مثلث $\triangle AOB$ متساوی الساقین است. بنابراین $\hat{A} = \hat{B}$.

$$\hat{A} + \hat{B} = \alpha \Rightarrow 2\hat{A} = \alpha \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$

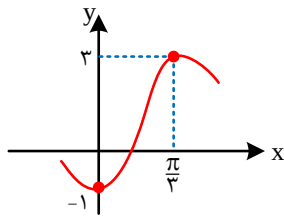
$$\sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$

می دانیم



در مثلث $\triangle OBP$ داریم:

گروه آموزشی ماز



۸- نمودار تابع $f(x) = a \sin b(x + \frac{\pi}{3}) + c$ رسم شده است. $f(\frac{\pi}{9}) + f(\frac{\pi}{6})$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) $\sqrt{2}$

(حسابان ۲ - صفحات ۲۴ تا ۳۲ - متوسط)

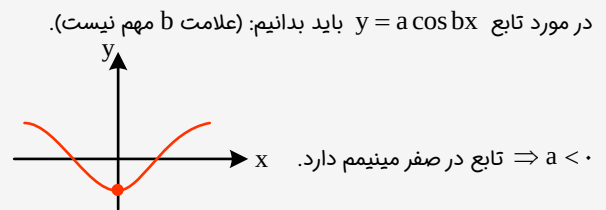
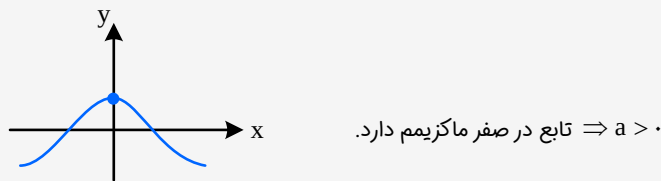
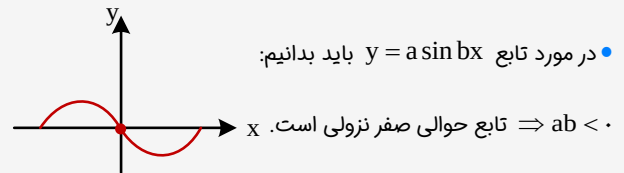
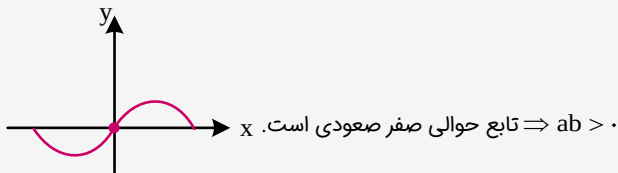
پاسخ: گزینه ۲

نکات مهم:

نمودارهای مثلثاتی: چند نکته راجع به نمودارهای $y = a \sin(bx + c) + d$ و $y = a \cos(bx + c) + d$

$$1) T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$2) \begin{cases} y_{\max} = d + |a| \\ y_{\min} = d - |a| \end{cases} \xrightarrow[\text{دو مجهول}]{\text{دو معادله}} 3) \begin{cases} d = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \\ |a| = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} \end{cases}$$



پاسخ تشریحی:

فاصله طولی ماکزیمم و مینیمم متوالی در نمودار مثلثاتی نصف دوره تناوب است. بنابراین: $T = \frac{2\pi}{3}$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3$$

فرض می کنیم $b = 3$ باشد، (اگر $b = -3$ باشد، نتیجه یکسان است)

$$f(x) = a \sin(3x + \frac{\pi}{3}) + c = -a \cos 3x + c$$

$$\begin{cases} \max = |a| + c = 3 \\ \min = -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2 \end{cases}$$

تابع در $x = 0$ دارای مینیمم است، بنابراین ضریب $\cos 3x$ یعنی $-a$ منفی و در نتیجه a مثبت است. خواهیم داشت:

$$f(x) = -2 \cos 3x + 1 \Rightarrow f(\frac{\pi}{9}) + f(\frac{\pi}{6}) = 0 + 1 = 1$$

گروه آموزشی ماز

۹- معادله $\cos(\cos x) \cos(\sin x) + \sin(\sin x) \sin(\cos x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارای چند جواب است؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(حسابان ۲ - صفحات ۳۵ تا ۴۴ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲

حل معادلات مثلثاتی در حالت های خاص

۱) $\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$

$\begin{cases} \sin x = 0 & x = k\pi \\ \sin x = 1 & x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 & x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

۲) $\cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$

$\begin{cases} \cos x = 0 & x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = 1 & x = 2k\pi \\ \cos x = -1 & x = (2k+1)\pi \end{cases}$

پاسخ تشریحی:

معادله را ساده می کنیم:

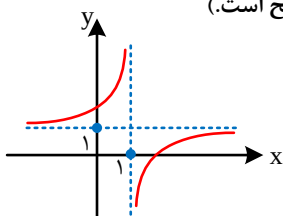
$\cos(\cos x) \cos(\sin x) + \sin(\sin x) \sin(\cos x) = 1 \Rightarrow \cos(\cos x - \sin x) = 1 \Rightarrow \cos x - \sin x = 2k\pi$

معادله فوق، فقط به ازای $k = 0$ دارای جواب است. بنابراین:

$\cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x \rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad 0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{4} \end{cases}$

گروه آموزشی ماز

۱۰- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{f^{-1}(x)} \right] - \lim_{x \rightarrow +\infty} [f^{-1}(x)]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) -۱
 (۴) -۲

(حسابان ۲ - صفحات ۴۶ تا ۷۰ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 1^+$

$x \rightarrow 1^+ \Rightarrow f^{-1}(x) \rightarrow -\infty$ (۱)

$x \rightarrow 1^- \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$

$x \rightarrow +\infty \Rightarrow f^{-1}(x) \rightarrow 1^-$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{f^{-1}(x)} \right] - \lim_{x \rightarrow +\infty} [f^{-1}(x)] = \left[\frac{1}{-\infty} \right] - [1^-] = [0^-] - [1^-] = -1 - 0 = -1$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3-1} + \sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1} - \sqrt[3]{x^3-1}}$ کدام است؟

(۴) $-\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

(۳) $-\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

(۲) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

(۱) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

(حسابان ۱ - صفحات ۱۴۱ تا ۱۴۴ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3-1} + \sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1} - \sqrt[3]{x^3-1}} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^3-1)^{\frac{1}{2}} + (x^2-1)^{\frac{1}{3}}}{(x^2-1)^{\frac{1}{2}} - (x^3-1)^{\frac{1}{3}}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)^{\frac{1}{2}}(x^2+x+1)^{\frac{1}{2}} + (x-1)^{\frac{1}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}}}{(x-1)^{\frac{1}{2}}(x+1)^{\frac{1}{2}} - (x-1)^{\frac{1}{3}}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{(x-1)^{\frac{1}{2}}} \left[(x-1)^{\frac{1}{6}}(x^2+x+1)^{\frac{1}{2}} + (x+1)^{\frac{1}{3}} \right]}{\cancel{(x-1)^{\frac{1}{3}}} \left[(x-1)^{\frac{1}{6}}(x+1)^{\frac{1}{2}} - (x^2+x+1)^{\frac{1}{3}} \right]} = \frac{+ \cdot \frac{1}{2}}{- \cdot \frac{1}{3}} = -\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- تابع $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x[x]}$ در فاصله $(-3, 0)$ پیوسته است. محل برخورد مجانب‌های تابع $g(x) = \frac{ax^2-3}{x^2+bx-3}$ کدام است؟

(۴) $(-3, 3)$

(۳) $(-3, 1)$

(۲) $(1, 3)$

(۱) $(1, 2)$

(حسابان ۱ - صفحات ۱۴۵ تا ۱۵۰ / حسابان ۲ - صفحات ۵۵ تا ۵۷ و ۶۷ و ۶۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$y = [x]$ در نقاط صحیح ناپیوسته است. برای اینکه تابع $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x[x]}$ در بازه $(-3, 0)$ پیوسته باشد، باید x^2+ax+b در $x = -1$ و $x = -2$ صفر شود.

$$x^2+ax+b = (x+1)(x+2) = x^2+3x+2 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$$

خواهیم داشت:

$$g(x) = \frac{3x^2-3}{x^2+2x-3} = \frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+3)} = \frac{3(x+1)}{x+3} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجاانب قائم} & x = -3 \\ \text{مجاانب افقی} & y = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{محل برخورد } (-3, 3)$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- خط $y = (1-a^2)x + b$ بر تابع $f(x) = x^3 + x - 2$ مماس است. $a - b$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(حسابان ۲ - صفحات ۷۲ تا ۸۴ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

نکته مهم:

اگر دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ بر هم مماس باشند، آنگاه:

$$\begin{cases} f(a) = g(a) \\ f'(a) = g'(a) \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

مشتق تابع $f(x) = x^3 + x - 2$ با شیب خط $y = (1-a^2)x + b$ برابر است.

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + 1 \geq 1 \\ 1 - a^2 \leq 1 \end{cases} \Rightarrow 1 - a^2 = 1 \Rightarrow a = 0$$

$$3x^2 + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = -2$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 + b = b \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a - b = 2$$

بنابراین:

مقدار منحنی و خط در $x = 0$ برابر است. در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $f(x) = 2\sin|x|$ و $g(x) = 2\cos x - 1$ باشد، حاصل $(fog)'_+(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟

(۴) $-2\sqrt{3}$

(۳) $-\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

(حسابان ۲ - صفحات ۸۶ و ۸۷ و ۹۶ و ۹۷ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکته مهم:

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

پاسخ تشریحی:

$$(fog)'_+(\frac{\pi}{3}) = g'_+(\frac{\pi}{3})f'(g(\frac{\pi}{3})^+)$$

می دانیم:

$g(\frac{\pi}{3})^+ = 0^-$ است. ضابطه f در همسایگی عدد منفی به صورت زیر است:

$$f(x) = 2\sin|x| \xrightarrow{x < 0} f(x) = 2\sin(-x) = -2\sin x$$

$$f'(x) = -2\cos x \Rightarrow f'(g(\frac{\pi}{3})^+) = -2\cos 0 = -2$$

$$g(x) = 2\cos x - 1 \Rightarrow g'(x) = -2\sin x \Rightarrow g'(\frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$$

$$(fog)'_+(\frac{\pi}{3}) = (-\sqrt{3})(-2) = 2\sqrt{3}$$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع $y = \sqrt[3]{x-2} + |x|$ به ترتیب دارای چند نقطه بحرانی و چند اکسترمم نسبی است؟

(۴) ۲ و ۴

(۳) ۲ و ۲

(۲) ۴ و ۱

(۱) ۲ و ۱

(حسابان ۲ - صفحات ۱۱۲ تا ۱۳۶ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۱

تعریف نقطه بحرانی:

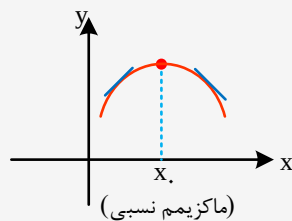
نقطه x_0 عضو دامنه f را نقطه بحرانی تابع f گوئیم، هرگاه یکی از دو شرط زیر را داشته باشد:

$$\text{بحرانی} \begin{cases} f'(x_0) = 0 \text{ یا} \\ f'(x_0) \text{ موجود نباشد} \end{cases}$$

آزمون مشتق اول: (برای تعیین نقاط اکسترمم نسبی با کمک مشتق)

فرض کنید نقطه x_0 نقطه‌ای بحرانی برای تابع f است که f در آن پیوسته است و همچنین f در یک همسایگی محذوف x_0 مشتق‌پذیر است. در این صورت:

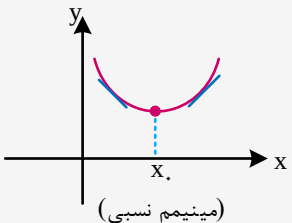
(الف) اگر قبل x_0 مشتق مثبت و بعد x_0 مشتق منفی باشد، نقطه x_0 ماکزیمم نسبی است.



x	x_0
y'	+
y	-

max نسبی

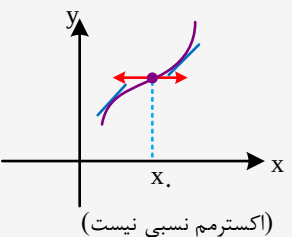
(ب) اگر قبل x_0 مشتق منفی و بعد x_0 مشتق مثبت باشد، نقطه x_0 مینیمم نسبی است.



x	x_0
y'	-
y	+

min نسبی

(ج) اگر قبل و بعد x_0 مشتق تغییر علامت ندهد، نقطه x_0 اکسترمم نسبی نیست.



x	x_0
y'	+
y	+

ext

پاسخ تشریحی:

تابع مشتق را تعیین علامت می‌کنیم:

$$y = \begin{cases} \sqrt[3]{x-2} + x & x \geq 0 \\ \sqrt[3]{x-2} - x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} + 1 & x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} - 1 & x < 0 \end{cases}$$

x	۰	۲
y'	-	+
y	-	+

min

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{(x-2)^2} = 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ غ ق ۱} \\ x=3 \text{ غ ق ۱} \end{cases}$$

با توجه به شرط $x < 0$ ، هر دو ریشه فوق غیر قابل قبول هستند.

تابع دارای ۲ نقطه بحرانی $x=0$ و $x=2$ و یک اکسترمم نسبی $x=0$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۶- کمترین شیب خطوط مماس بر تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{1}{8}$

(حسابان ۲ - صفحات ۱۱۷ تا ۱۱۹ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲



نکات مهم:



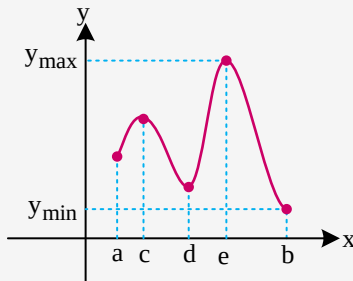
یافتن اکسترممهای مطلق تابعی که روی بازه بسته $[a, b]$ پیوسته است:

(الف) نقاط بحرانی f را می‌یابیم.

(ب) مقدار f را برای تمام نقاط بحرانی می‌یابیم.

بیشترین مقدار قسمت ب $y_{\max}$

کمترین مقدار قسمت ب $y_{\min}$



پاسخ تشریحی:



شیب خطوط مماس از ضابطه f' محاسبه می‌شود. بنابراین باید کمترین مقدار f' را محاسبه کنیم:

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

f'' را محاسبه کرده، نقاط بحرانی f' را به دست می‌آوریم:

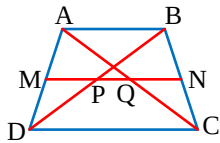
$$f''(x) = \frac{-2x(x^2+1)^2 - 4x(x^2+1)(1-x^2)}{(x^2+1)^4} = 0 \Rightarrow -2x(x^2+1)(x^2+1+2-2x^2) = 0$$

$$\Rightarrow -2x(x^2+1)(3-x^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow f'(0)=1 \\ x=\sqrt{3} \rightarrow f'(\sqrt{3})=-\frac{1}{8} \\ x=-\sqrt{3} \rightarrow f'(-\sqrt{3})=-\frac{1}{8} \end{cases}$$

کمترین شیب خطوط مماس بر تابع $-\frac{1}{8}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۷- در شکل زیر، پاره خط MN توسط قطرهای دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. اگر $AB=5$ و $CD=8$ باشد، طول MN کدام است؟



(۱) ۶

(۲) $\frac{19}{3}$

(۳) $\frac{20}{3}$

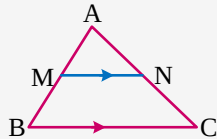
(۴) ۷

(هندسه ۱ - صفحات ۳۴ تا ۳۶ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

نکته مهم:

اگر $MN \parallel BC$ باشد، آن گاه طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $MP = PQ = QN = x$ باشد، در این صورت داریم:

$$\triangle ADB: MP \parallel AB \Rightarrow \frac{DM}{AD} = \frac{MP}{AB} = \frac{x}{5} \quad (1)$$

$$\triangle ADC: MQ \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{MQ}{DC} = \frac{2x}{8} = \frac{x}{4} \quad (2)$$

طرفین دو رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می کنیم:

$$\frac{DM}{AD} + \frac{AM}{AD} = \frac{x}{5} + \frac{x}{4} \Rightarrow 1 = \frac{9x}{20} \Rightarrow x = \frac{20}{9} \Rightarrow MN = 3 \times \frac{20}{9} = \frac{20}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- در یک چندضلعی شبکه‌ای عدد مساحت ۴ برابر تعداد نقاط مرزی است. حداقل تعداد نقاط درونی این چندضلعی کدام است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۱۵

(۲) ۱۲

(۱) ۸

(هندسه ۱ - صفحات ۶۹ تا ۷۱ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

نکته مهم:

اگر b و i به ترتیب تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای باشند، آن گاه مساحت این چندضلعی طبق فرمول پیک برابر است با:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

پاسخ تشریحی:

طبق فرض سوال، $S = 4b$ است، بنابراین داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 4b = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{7b}{2} = i - 1 \Rightarrow 7b = 2(i - 1)$$

با توجه به رابطه به دست آمده، b باید عددی زوج باشد و چون $b \geq 3$ ، پس حداقل مقدار ممکن برای b برابر ۴ است و در نتیجه داریم:

$$7 \times 4 = 2(i - 1) \Rightarrow i - 1 = 14 \Rightarrow i = 15$$

یعنی حداقل تعداد نقاط درونی برای این چندضلعی برابر ۱۵ است.

گروه آموزشی ماز

۱۹- دو خط متنافر d و d' با صفحه P متقاطع هستند. چند خط موازی با صفحه P در فضا وجود دارد به طوری که هر دو خط d و d' را قطع کند؟

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(هندسه ۱ - صفحات ۷۸ تا ۸۳ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

نکات مهم:

- (۱) اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع خواهد کرد.
- (۲) اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع در یک صفحه با صفحه دیگر موازی است.

پاسخ تشریحی:

فرض کنید Q صفحه‌ای موازی با P باشد، چون خطوط d و d' ، صفحه P را قطع می‌کنند، پس با صفحه Q نیز متقاطع‌اند. اگر خط گذرنده از نقاط تقاطع خطوط d و d' با صفحه Q را خط Δ بنامیم، آن‌گاه Δ موازی صفحه P است. (چون درون صفحه Q که موازی با صفحه P است قرار دارد) و هر دو خط d و d' را قطع می‌کند. به طور مشابه درون هر صفحه دیگر، موازی با P می‌توان چنین خطی پیدا کرد، پس بی شمار خط موازی با صفحه P وجود دارد که هر دو خط متنافر d و d' را قطع می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر شعاع دایره محاطی خارجی نظیر قاعده یک مثلث متساوی الساقین، ۶ برابر شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث باشد، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر هر ساق این مثلث چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی آن است؟

(۴) ۳/۶

(۳) ۳

(۲) ۲/۴

(۱) ۲

(هندسه ۲ - صفحه ۳۰ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکته مهم:

اگر شعاع دایره محاطی داخلی و r_a ، r_b و r_c شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی یک مثلث باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

پاسخ تشریحی:

طبق فرض سوال، $r_a = 6r$ است. در مثلث متساوی الساقین با فرض $b = c$ ، شعاع دایره‌های محاطی نظیر دو ساق برابر است، یعنی $r_b = r_c$ و در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{6r} + \frac{2}{r_b} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{1}{r} - \frac{1}{6r} = \frac{5}{6r} \Rightarrow \Delta r_b = 12r \Rightarrow \frac{r_b}{r} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- نقاط $A(2, \sqrt{2})$ و $B(-2, 1)$ در صفحه مفروض‌اند. نقطه A را با برداری موازی محور x ها به نقطه A' انتقال داده‌ایم. اگر A' دوران یافته نقطه B به مرکز مبدأ مختصات و زاویه θ باشد، طول بردار انتقال کدام می‌تواند باشد؟

(۴) ۳

(۳) $2 + \sqrt{3}$

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) ۲

(هندسه ۲ - صفحات ۴۰ تا ۴۳ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳

نکته مهم:

اگر A' دوران یافته نقطه A به مرکز O و با زاویه θ باشد، آن‌گاه:

$$OA = OA' \quad (۱) \quad \angle AOA' = \theta \quad (۲)$$

پاسخ تشریحی:

فرض کنید طول بردار انتقال برابر $|a|$ باشد، چون بردار انتقال موازی محور x ها است، می‌توان آن را به صورت $\vec{v} = (a, 0)$ نوشت و در این صورت، مختصات نقطه A' برابر $(2+a, \sqrt{2})$ خواهد بود. چون A' دوران یافته B به مرکز مبدأ مختصات است، پس داریم:

$$OA' = OB \Rightarrow \sqrt{(2+a)^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (2+a)^2 + 2 = 5 \Rightarrow (2+a)^2 = 3$$

$$\Rightarrow |2+a| = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} 2+a = \sqrt{3} \rightarrow a = -2 + \sqrt{3} \rightarrow |a| = 2 - \sqrt{3} \\ 2+a = -\sqrt{3} \rightarrow a = -2 - \sqrt{3} \rightarrow |a| = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

بنابراین، طول بردار انتقال یکی از دو مقدار $2 - \sqrt{3}$ یا $2 + \sqrt{3}$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۲- در مثلث متساوی الساقینی که طول قاعده و ساق آن به ترتیب ۳ و ۶ واحد است، طول هر میانه وارد بر ساق چند برابر طول نیمساز داخلی هر زاویه مجاور به قاعده است؟

$$\frac{\sqrt{15}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad (۱)$$

(هندسه ۲ - صفحات ۶۹ تا ۷۱ - دشوار)

نکات طلایی:

(۱) اگر AD نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC باشد، آن گاه داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

(۲) اگر AM میانه نظیر ضلع BC در مثلث ABC باشد، آن گاه داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

پاسخ تشریحی:

مطابق شکل، فرض کنید BM میانه نظیر ضلع AC و BD نیمساز داخلی زاویه B باشد. طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

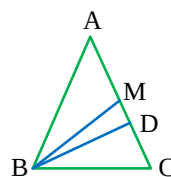
$$AB^2 + BC^2 = 2BM^2 + \frac{AC^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 3^2 = 2BM^2 + \frac{6^2}{2} \Rightarrow BM^2 = \frac{27}{2} \Rightarrow BM = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

طبق قضیه نیمسازها و رابطه طول نیمساز داخلی در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{AD+DC} = \frac{AB}{AB+BC} \Rightarrow \frac{AD}{6} = \frac{6}{9} \Rightarrow AD = 4, DC = 2$$

$$BD^2 = AB \times BC - AD \times DC = 6 \times 3 - 4 \times 2 = 10 \Rightarrow BD = \sqrt{10}$$

$$\frac{BM}{BD} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{20}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{15}}{10}$$



گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ و $AX = A^{-1}$ و X ماتریسی قطری باشد، مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

$$8 \quad (۴)$$

$$-2 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{-1}{8} \quad (۱)$$

(هندسه ۳ - صفحات ۲۲ و ۲۳ - متوسط)

نکته مهم:

اگر A یک ماتریس مربعی وارون پذیر و $AX = B$ باشد، آن گاه $X = A^{-1}B$ است.

پاسخ تشریحی:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2a} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AX = A^{-1} \Rightarrow X = (A^{-1})^T = \frac{1}{2a} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \frac{1}{2a} \begin{bmatrix} a^2 & a+2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

چون ماتریس X قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن همگی برابر صفر هستند، یعنی داریم:

$$a+2=0 \Rightarrow a=-2$$

$$X = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = \frac{1}{16}(4+4) = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 3-7|A| & -2|A| \end{bmatrix}$ باشد، حداکثر مقدار مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

(هندسه ۳ - صفحات ۲۷ تا ۲۹ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکته مهم:

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $|A| = ad - bc$ است.

پاسخ تشریحی:

$$A = \begin{bmatrix} 3|A| & 2 \\ 3-7|A| & -2|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6|A|^2 - 2(3-7|A|) \Rightarrow 6|A|^2 - 13|A| + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (3|A| - 2)(2|A| - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = \frac{2}{3} \\ |A| = \frac{3}{2} \end{cases}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$3|A| + 2 + 3 - 7|A| - 2|A| = 5 - 6|A|$$

$$|A| = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 5 - 6\left(\frac{2}{3}\right) = 1$$

$$|A| = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 5 - 6\left(\frac{3}{2}\right) = -4$$

بنابراین، حداکثر مقدار ممکن برای مجموع درایه‌های ماتریس A ، برابر ۱ است.

گروه آموزشی ماز

۲۵- کوچک‌ترین دایره‌ای که هر دو دایره $x^2 + y^2 - 2x = 0$ و $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$ مماس است، نسبت به دایره $x^2 + y^2 + 6y = 0$ چه وضعی دارد؟

(۴) مماس داخل

(۳) متقاطع

(۲) مماس خارج

(۱) متخارج

(هندسه ۳ - صفحات ۴۰ تا ۴۵ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۱

نکات مهم:

اگر طول خط‌المرکزین دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ برابر d باشد، آنگاه داریم:

(۱) اگر $d > R + R'$ ، دو دایره متخارج‌اند.

(۲) اگر $d = R + R'$ ، دو دایره مماس خارج‌اند.

(۳) اگر $|R - R'| < d < R + R'$ ، دو دایره متقاطع‌اند.

(۴) اگر $d = |R - R'|$ ، دو دایره مماس داخل‌اند.

(۵) اگر $d < |R - R'|$ ، دو دایره متداخل‌اند.

پاسخ تشریحی:

ابتدا مرکز و شعاع دو دایره را تعیین می‌کنیم.

$$C: x^2 + y^2 - 2x = 0 \Rightarrow O(1, 0), R = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2} = 1$$

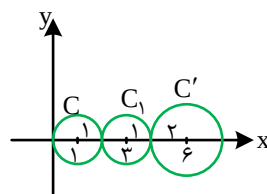
$$C': x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \Rightarrow O'(6, 0), R' = \frac{1}{2}\sqrt{(-12)^2 - 4(32)} = 2$$

مطابق شکل، کوچکترین دایره مماس بر هر دو دایره C و C' ، دایره‌ای مانند C_1 است که مرکز آن $O_1(3,0)$ و شعاع آن $R_1=1$ می‌باشد. از طرفی، داریم:

$$C_2: x^2 + y^2 + 6y = 0 \Rightarrow O_2(0, -3), R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2} = 3$$

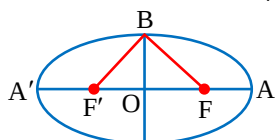
$$O_1O_2 = \sqrt{(0-3)^2 + (-3-0)^2} = 3\sqrt{2}$$

$3\sqrt{2} > 1+3 \Rightarrow O_1O_2 > R_1 + R_2 \Rightarrow$ دو دایره متخارج‌اند.



گروه آموزشی ماز

۲۶- در شکل زیر، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، $\sin(\angle FBF')$ کدام است؟



(۲) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(هندسه ۳ - صفحات ۴۷ تا ۵۰ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

نکات طلایی:

اگر طول قطر بزرگ بیضی برابر $2a$ ، طول قطر کوچک بیضی برابر $2b$ و فاصله کانونی بیضی برابر $2c$ باشد، آن‌گاه:

(۱) رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ همواره برقرار است.

(۲) خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{c}{a}$ است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه $OB = b$ ، $OF = c$ ، $a^2 = b^2 + c^2$ ، پس $BF = a$ است. از طرفی، هر کدام از دو قطر بزرگ و کوچک بیضی محور تقارن آن هستند.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 1 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

با فرض $\angle OBF = \theta$ ، داریم:

$$\triangle OBF: \sin \theta = \frac{OF}{BF} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle OBF: \cos \theta = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin(\angle FBF') = \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- به ازای چند مقدار برای n ، زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر 135° است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(هندسه ۳ - صفحات ۷۷ و ۷۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکته مهم:

اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر θ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

پاسخ تشریحی:

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-n}{\sqrt{5+n^2} \times \sqrt{2}} \Rightarrow -2\sqrt{5+n^2} = 2(2-n)$$

$$\Rightarrow \sqrt{5+n^2} = n-2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 5+n^2 = n^2 - 4n + 4 \Rightarrow 4n = -1 \Rightarrow n = -\frac{1}{4}$$

مقدار به دست آمده برای n قابل قبول نیست، چون در این صورت سمت راست معادله $\sqrt{5+n^2} = n-2$ منفی خواهد بود، پس هیچ مقداری برای n وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر $\vec{a} = (1, 2, -m)$ ، $\vec{b} = (2m, -1, 1)$ و اندازه دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ برابر هم باشند، حجم متوازی السطوح ساخته شده روی سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ کدام است؟

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۶۲

(۲) ۱۴۴

(۱) ۱۰۸

(هندسه ۳ - صفحات ۸۱ تا ۸۴ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳

نکات مهم:

(۱) حجم متوازی السطوح ساخته شده روی سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با:

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$

(۲) برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم:

$$\begin{cases} |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \\ \vec{a} + \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b} \Leftrightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطره‌های متوازی الاضلاعی هستند که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود. چون $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ، پس این متوازی الاضلاع دارای قطره‌های برابر بوده و در نتیجه یک مستطیل است. بنابراین داریم:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 2m - 2 - m = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (1, 2, -2) \\ \vec{b} = (4, -1, 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (0, -9, -9)$$

حجم متوازی السطوح ساخته شده روی سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ برابر است با:

$$V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 162$$

تذکره: $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$

گروه آموزشی ماز

۲۹- گزاره $[p \Leftrightarrow q] \wedge (p \vee q) \Rightarrow p$ هم ارز منطقی با کدام یک از گزاره های زیر است؟

(۱) T (۲) F (۳) p (۴) $\sim p$

(آمار و احتمال - صفحات ۶ تا ۱۳ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکات طلایی:

(۱) طبق تعریف ترکیب دو شرطی دو گزاره p و q داریم:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

(۲) اگر p گزاره ای درست باشد، آن گاه گزاره $q \Rightarrow p$ همواره درست است.

پاسخ تشریحی:

روش اول:

طبق قوانین گزاره ها داریم:

$$\begin{aligned} [(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow p &\equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow p \\ &\equiv [(q \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow p \\ &\equiv [(q \vee \sim p) \wedge (p \vee (\underbrace{\sim q \wedge q}_{F}))] \Rightarrow p \\ &\equiv [(q \vee \sim p) \wedge p] \Rightarrow p \equiv [(q \wedge p) \vee (\underbrace{\sim p \wedge p}_{F})] \Rightarrow p \\ &\equiv (q \wedge p) \Rightarrow p \equiv p \vee \sim (q \wedge p) \equiv p \vee (\sim p \vee \sim q) \equiv (\underbrace{p \vee \sim p}_{T}) \vee \sim q \equiv T \end{aligned}$$

روش دوم:

اگر گزاره p درست باشد، آن گاه ترکیب شرطی صورت سوال همواره درست است. اگر گزاره p نادرست باشد، آن گاه گزاره $p \Leftrightarrow q$ تنها در صورتی درست است که q نیز نادرست باشد که در این صورت، ترکیب فصلی $p \vee q$ و در نتیجه $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)$ نیز نادرست است و ترکیب شرطی صورت سوال به انتفای مقدم درست است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند و حاصل عبارت $(A' - B) \cup [(A \cap B)' - A']$ برابر تهی باشد، کدام رابطه زیر همواره صحیح است؟

(۱) $B \subseteq A$ (۲) $A \subseteq B$ (۳) $A \cap B = \emptyset$ (۴) $B - A = B$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۹ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکته مهم:

طبق قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$\begin{aligned} \text{قانون دمورگان: } &\begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases} \\ \text{قانون توزیع پذیری: } &\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases} \end{aligned}$$

پاسخ تشریحی:

طبق قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$\begin{aligned} (A' - B) \cup [(A \cap B)' - A'] &= (A' \cap B') \cup [(A' \cup B') \cap A] = (A' \cap B') \cup (\underbrace{A' \cap A}_{\emptyset} \cup (B' \cap A)) \\ &= (B' \cap A') \cup (B' \cap A) = B' \cap (\underbrace{A' \cup A}_U) = B' \end{aligned}$$

بنابراین $B' = \emptyset$ و در نتیجه $B = U$ است و چون مجموعه B برابر مجموعه مرجع است، پس لزوماً $A \subseteq B$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۱- دو ظرف داریم که ظرف اول شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و ظرف دوم شامل ۲ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است. از هر ظرف، ۲ مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف خالی دیگری قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، در ظرف جدید، تعداد مهره‌های آبی بیشتر از تعداد مهره‌های قرمز است؟

(۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{10}{63}$ (۳) $\frac{5}{49}$ (۴) $\frac{1}{9}$

پاسخ: گزینه ۳ (آمار و احتمال - صفحات ۵۸ تا ۶۰ - متوسط)

نکته مهم:

اگر فضای نمونه S به پیشامدهای $B_1, B_2, \dots, B_n$ افراز شده باشد، احتمال وقوع پیشامد A در این فضای نمونه طبق قانون احتمال کل برابر است با:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$

پاسخ تشریحی:

حالت‌های ممکن برای اینکه تعداد مهره‌های آبی بیشتر از تعداد مهره‌های قرمز باشد، عبارت‌اند از:

- (۱) از هر ظرف، ۲ مهره آبی انتخاب شود.
 - (۲) از ظرف اول، ۲ مهره آبی و از ظرف دوم، ۱ مهره آبی انتخاب شود.
 - (۳) از ظرف اول، ۱ مهره آبی و از ظرف دوم، ۲ مهره آبی انتخاب شود.
- بنابراین احتمال پیشامد مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} \binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{\binom{3}{1} \binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} + \frac{\binom{3}{2} \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{3}{21} \times \frac{1}{21} + \frac{3}{21} \times \frac{5}{21} + \frac{12}{21} \times \frac{1}{21}$$

$$= \frac{45}{21 \times 21} = \frac{5}{7 \times 7} = \frac{5}{49}$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- برای دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $P(A \cup B) = 0.6$ و $P(A - B) = 0.2$ باشد، مقدار $P(B - A)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$

پاسخ: گزینه ۲ (آمار و احتمال - صفحات ۶۷ تا ۷۱ - متوسط)

نکات مهم:

- (۱) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن‌گاه $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
- (۲) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن‌گاه پیشامدهای A' و B' و نیز پیشامدهای A' و B مستقل از یکدیگرند.

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ است، پس داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A - B) + P(B) \Rightarrow 0.6 = 0.2 + P(B) \Rightarrow P(B) = 0.4 \Rightarrow P(B') = 0.6$$

$$P(A - B) = P(A \cap B') = 0.2 \Rightarrow P(A)P(B') = 0.2 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A') = \frac{2}{3}$$

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A') = \frac{4}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- واریانس داده‌های ۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵, ۵, ۵ واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ است؟

$$\frac{14}{11} \quad (4)$$

$$\frac{28}{11} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ (آمار و احتمال - صفحات ۹۳ تا ۹۸ - متوسط)

نکته مهم:

اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ باشد، آن‌گاه واریانس این داده‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا میانگین و واریانس داده‌های دسته اول را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x}_1 = \frac{3 \times 1 + 2 \times 2 + 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5}{3 + 2 + 1 + 2 + 3} = 3$$

$$\sigma_1^2 = \frac{3(-2)^2 + 2(-1)^2 + 0^2 + 2(0)^2 + 3(2)^2}{11} = \frac{28}{11}$$

برای داده‌های دسته دوم داریم:

$$\bar{x}_2 = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = 3$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5} = 2$$

بنابراین، نسبت واریانس داده‌های دو گروه برابر است با:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{\frac{28}{11}}{2} = \frac{14}{11}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه با استفاده از یک نمونه ۴۰۰ عضوی از یک جامعه به صورت $[11/4, 12/8]$ به دست آمده باشد، انحراف معیار این جامعه کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3/5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ (آمار و احتمال - صفحات ۱۲۱ و ۱۲۲ - متوسط)

نکته مهم:

در جامعه‌ای با میانگین μ و انحراف معیار σ ، اگر نمونه‌ای به اندازه n و با میانگین $\bar{x}$ در اختیار داشته باشیم، آن‌گاه با احتمال بیش از ۹۵ درصد می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

پاسخ تشریحی:

اختلاف بین حداکثر و حداقل بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه برابر است با:

$$(\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) - (\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

بنابراین، با توجه به فرض سوال، داریم:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 12/8 - 11/4 = 1/4 \xrightarrow{n=400} \frac{4\sigma}{20} = 1/4 \Rightarrow \frac{\sigma}{5} = 1/4 \Rightarrow \sigma = 5$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر باقی مانده تقسیم عدد صحیح a بر اعداد ۵۴ و ۵۶ به ترتیب برابر ۱۷ و ۲۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a بر ۷۲ کدام است؟

۷۱ (۴)

۵۳ (۳)

۴۷ (۲)

۳۵ (۱)

(ریاضیات گسسته - صفحات ۱۸ تا ۲۵ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۴

نکته مهم:

اگر a و b دو عدد صحیح و m و n دو عدد طبیعی مخالف یک باشند، آن گاه داریم:

$$1) a \equiv b \xrightarrow{n|m} a \equiv b$$

$$2) \left. \begin{array}{l} a \equiv b \\ a \equiv b \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$$

پاسخ تشریحی:

می دانیم اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $a \equiv b \pmod{n}$ ، آن گاه $a \equiv b$ پس داریم:

$$a \equiv 17 \pmod{54} \xrightarrow{9|54} a \equiv 17 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv 8 \pmod{9} \quad (1)$$

$$a \equiv 23 \pmod{56} \xrightarrow{8|56} a \equiv 23 \pmod{8} \Rightarrow a \equiv 7 \pmod{8} \quad (2)$$

از طرفی، اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $a \equiv b \pmod{n}$ ، آن گاه $a \equiv b \pmod{[m,n]}$ پس با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 8 \pmod{9} \\ a \equiv 7 \pmod{8} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv -1 \pmod{[9,8]} \Rightarrow a \equiv -1 \pmod{72} \Rightarrow a \equiv 71 \pmod{72}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- اگر عدد طبیعی شش رقمی $\overline{a1bab3}$ مضرب ۹۹ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(ریاضیات گسسته - صفحات ۲۲ تا ۲۴ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

نکات طلایی:

(۱) باقی مانده تقسیم یک عدد بر ۹، برابر باقی مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹ است.
(۲) برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم یک عدد بر ۱۱، ارقام آن عدد را از سمت راست یک در میان مثبت و منفی نوشته و با هم جمع می کنیم و سپس باقی مانده تقسیم عدد حاصل بر ۱۱ را پیدا می کنیم.

پاسخ تشریحی:

چون عدد مورد نظر مضرب ۹۹ است، پس بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر است.

$$\overline{a1bab3} \equiv 3 - b + a - b + 1 - a \equiv 4 - 2b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv 4 \Rightarrow b \equiv 2 \Rightarrow b = 2 \quad (1)$$

$$\overline{a1bab3} \equiv a12a23 \equiv 2a + 8 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv -8 \Rightarrow a \equiv -4 \equiv 5 \Rightarrow a = 5 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a - b = 5 - 2 = 3$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اندازه گراف k -منتظم G برابر ۳۰ است. اگر این گراف ناهمبند و مرتبه آن حداقل مقدار ممکن باشد، چند دور به طول ۴ دارد؟
(۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

پاسخ: گزینه ۴ (ریاضیات گسسته - صفحات ۳۹ تا ۴۱ - دشوار)

نکات طلایی:

(۱) در گراف k -منتظم G از مرتبه p و اندازه q داریم: $2q = pk$

(۲) تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابر است با: $\binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2}$

پاسخ تشریحی:

در گراف k -منتظم G داریم:

$$2q = pk \xrightarrow{q=30} pk = 60$$

با توجه به اینکه $p > k$ ، حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} p=60 \\ k=1 \end{cases}, \begin{cases} p=30 \\ k=2 \end{cases}, \begin{cases} p=20 \\ k=3 \end{cases}, \begin{cases} p=15 \\ k=4 \end{cases}, \begin{cases} p=12 \\ k=5 \end{cases}, \begin{cases} p=10 \\ k=6 \end{cases}$$

گراف ۶-منتظم از مرتبه ۱۰ قطعاً همبند است ولی گراف ۵-منتظم از مرتبه ۱۲ می‌تواند ناهمبند باشد. این گراف به صورت دو گراف K_6 (۵-منتظم از مرتبه ۶) قابل رسم است.

در هر گراف K_6 ، تعداد دورهای به طول ۴ برابر است با:

$$\binom{6}{4} \times \frac{3!}{2} = 15 \times 3 = 45$$

بنابراین تعداد دورهای به طول ۴ در این گراف برابر $2 \times 45 = 90$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۸- در گراف G از مرتبه ۵، برای هر دو رأس دلخواه a و b ، رابطه $N_G(a) = N_G(b)$ برقرار است. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱ (ریاضیات گسسته - صفحات ۴۳ تا ۴۵ - متوسط)

نکته مهم:

$N_G(a)$ مجموعه همسایگی باز رأس a نامیده می‌شود و شامل رأس‌هایی از گراف G است که با رأس a مجاور هستند.

پاسخ تشریحی:

$N_G(a)$ فاقد رأس a است، بنابراین اگر یال ab در گراف G موجود باشد، آن‌گاه $a \in N_G(b)$ ولی $a \notin N_G(a)$ پس $N_G(a) \neq N_G(b)$. با توجه به اینکه برای هر دو رأس دلخواه a و b در گراف G ، رابطه $N_G(a) = N_G(b)$ برقرار است، پس این گراف هیچ یالی ندارد و مجموعه همسایگی باز تمام رأس‌های آن تهی است.

بنابراین در گراف G ، هر رأس تنها قادر به احاطه همان رأس است و در نتیجه عدد احاطه‌گری گراف برابر ۵ بوده و گراف تنها دارای یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم شامل تمام رأس‌های گراف است.

گروه آموزشی ماز

۳۹- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \sqrt{x_4} + x_5^2 = 12$ ، چند دسته جواب طبیعی دارد؟

(۴) ۲۱۰

(۳) ۱۶۵

(۲) ۱۵۵

(۱) ۱۲۰

(ریاضیات گسسته - صفحات ۵۸ تا ۶۱ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲

نکته مهم:

تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با $\binom{n-1}{k-1}$

پاسخ تشریحی:

برای پیدا کردن تعداد جواب‌های طبیعی این معادله کافی است به x_5 ، مقادیر طبیعی مناسب اختصاص داده و تعداد جواب‌ها را در هر مرحله محاسبه کنیم. دقت کنید که $\sqrt{x_4}$ را می‌توان با متغیری مانند y_4 جایگزین کرد و در صورتی که y_4 عددی طبیعی باشد، آن‌گاه x_4 نیز قطعاً عددی طبیعی است.

$$x_5 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + y_4 = 11 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{11-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

$$x_5 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + y_4 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

$$x_5 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + y_4 = 3 \Rightarrow \text{معادله جواب طبیعی ندارد}$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی معادله برابر است با: $120 + 35 = 155$

گروه آموزشی ماز

۴۰- چند مربع لاتین به صورت $B =$ وجود دارد که با مربع لاتین $A =$ متعامد باشد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(ریاضیات گسسته - صفحات ۶۲ تا ۶۹ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

نکته مهم:

هر مربع لاتین 3×3 که درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن یکسان هستند، فقط با مربع‌های لاتین 3×3 ای که درایه‌های واقع بر قطر فرعی آن یکسان هستند، متعامد است و برعکس.

پاسخ تشریحی:

ابتدا مربع لاتین A را کامل می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

در مربع لاتین A ، درایه‌های واقع بر قطر اصلی یکسان هستند، پس این مربع لاتین، تنها با مربع‌های لاتینی از مرتبه ۳ متعامد است که درایه‌های واقع بر قطر فرعی آن‌ها یکسان باشد. واضح است که درایه‌های قطر فرعی مربع لاتین B نمی‌توانند برابر ۱ باشند، پس تنها دو حالت زیر برای B امکان‌پذیر است:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- در مدل سازی کدام یک از موارد زیر، می توان از نیروی مقاومت شاره صرف نظر کرد؟

الف- سقوط یک آجر از بالای یک ساختمان

ب- رها شدن یک پر از یک ارتفاع معین

پ- لحظه باز شدن چتر در حرکت یک چتر باز

ت- لحظه رسیدن به ارتفاع اوج، در پرتاب عمودی یک گلوله رو به بالا

(۱) الف و ت

(۲) ب و پ

(۳) الف و پ

(۴) ب و ت

(۱۰۰۱-ساده-مفهومی)

پاسخ: گزینه ۱

مدل سازی

(۱) برای آن که بتوانیم پدیده های فیزیکی را تحلیل کنیم، نیاز است تا آن ها را به گونه ای ساده سازی کنیم تا امکان تحلیل و بررسی آن ها فراهم شود. به این فرایند ساده سازی پدیده ها، مدل سازی می گوئیم.

(۲) در فرایند مدل سازی، عوامل مهم و تأثیرگذار باید حتماً در نظر گرفته شوند ولی می توانیم عوامل جزئی را نادیده بگیریم.

(۳) در این قسمت چند پدیده مختلف که در آن ها مقاومت شاره وجود دارد را بررسی می کنیم تا ببینیم آیا در مدل سازی این پدیده ها می توان از مقاومت شاره صرف نظر کرد یا خیر.

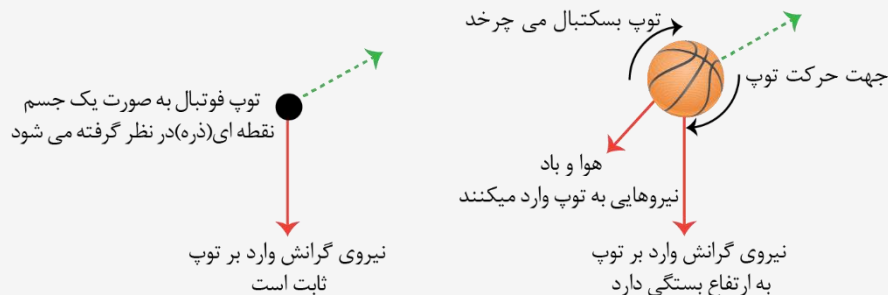
الف) سقوط برگ درخت یا یک پر در هوا:

با توجه به کم بودن وزن برگ درخت و پر و بزرگ بودن سطح آن ها در مقایسه با ابعادشان، نیروی مقاومت هوا از مرتبه نیروی وزن است و تأثیر زیادی بر حرکت می گذارد، بنابراین نمی توان از مقاومت هوا چشم پوشی کرد.



ب) حرکت یک توپ در هوا:

نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ خیلی کوچکتر از وزن آن است، بنابراین می توان آن را نادیده گرفت.



ج) حرکت یک شناگر زیر آب:

با توجه به این که چگالی آب زیاد است، آب نیروی مقاومت زیادی در برابر حرکت شناگر ایجاد می کند و باید حتماً این نیرو در مدل سازی در نظر گرفته شود. به عبارتی می توان گفت که معمولاً در شاره های با چگالی بالا، مقاومت شاره قابل چشم پوشی نیست.



د) حرکت چتر باز در هوا:

با توجه به بزرگ بودن مساحت چتر، نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت چتر باز قابل توجه است و باید در مدل سازی حرکت در نظر گرفته شود.

پاسخ تشریحی:

به طور کلی، زمانی که نیروی مقاومت شاره در مقایسه با سایر نیروهای وارد بر جسم مقدار نسبتاً کوچکی باشد می توان در مدل سازی آن حرکت، از آن نیرو صرف نظر کرد. اکنون به بررسی هر مورد به طور جداگانه می پردازیم:

الف- در سقوط یک آجر، نیروی وزن آجر به مراتب بزرگتر از نیروی مقاومت هوای وارد بر آن است و صرف نظر از نیروی مقاومت هوا، یک اثر جزئی به حساب می آید و در این مدل سازی مجاز است.

ب- در سقوط یک پر از بالای یک ساختمان، نیروهای مقاومت هوا و وزن پر در یک مرتبه و یک محدوده هستند و نمی‌توان در این شرایط، از نیروی مقاومت هوای وارد بر پر صرف‌نظر کرد.

پ- هنگامی که یک چترباز، چتر خود را باز می‌کند، نیروی مقاومت هوایی بزرگ‌تر از وزن چترباز به آن اعمال می‌شود و در این شرایط، صرف‌نظر از نیروی مقاومت هوا مجاز نیست.

ت- هنگامی که یک گلوله به نقطه اوج می‌رسد، تندی آن در یک لحظه صفر می‌شود و از آنجا که نیروی مقاومت شاره با تندی رابطه مستقیم دارد در این لحظه، نیروی مقاومت شاره وارد بر گلوله، در مقایسه با نیروی وزن آن مقدار ناچیزی است و صرف‌نظر از آن در این شرایط مجاز می‌باشد. بنابراین در بین این عبارات، در گزاره‌های (الف) و (ت) صرف‌نظر از نیروی مقاومت هوا مجاز است.

گروه آموزشی ماز

۴۲- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 - 8t + 8$ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) در بازه $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ ، تندی متوسط متحرک برابر $5 \frac{m}{s}$ است.

(ب) در 2 ثانیه سوم، سرعت متوسط برابر $12 \frac{m}{s}$ است.

(ج) در لحظه $t = 4s$ ، هر سه بردار مکان، سرعت و شتاب هم‌جهت هستند.

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

پاسخ: گزینه ۱ (۱۲۰۱-متوسط-مفهومی و محاسباتی)

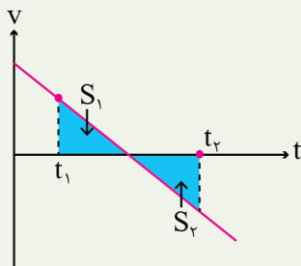
نکته:

هنگامی که معادله مکان - زمان حرکت به صورت درجه ۲ است، حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود و به راحتی می‌توانیم معادله سرعت - زمان حرکت را بنویسیم.

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow$ و a از معادله مکان - زمان به دست می‌آیند.

با جای‌گذاری a و t ، معادله سرعت - زمان به دست می‌آید. $v = at + v_0 \rightarrow$

با داشتن معادله سرعت - زمان و رسم آن، به راحتی می‌توان مسافت، جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط را با کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان به دست آورد.



$$\Delta x = |S_1| + |S_2|$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{t_2 - t_1}$$

$$\ell = |S_1| + |S_2|$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{t_2 - t_1}$$

پاسخ تشریحی:

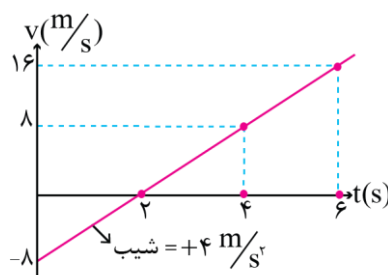
از روندی که در نکته ارائه شده دیدیم استفاده می‌کنیم. با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، داریم:

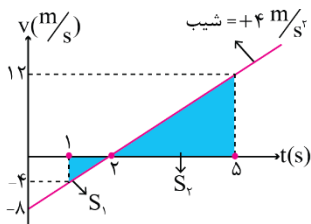
$$\begin{cases} x = 2t^2 - 8t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین معادله سرعت - زمان متحرک برابر است با:

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 4t - 8$$

پس نمودار سرعت - زمان به شکل زیر است.



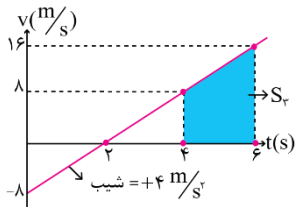


الف) حال که نمودار سرعت - زمان را داریم به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم.

$$\text{مسافت: } \ell = |S_1| + |S_2| = \frac{1 \times 4}{2} + \frac{3 \times 12}{2} = 20 \text{ m}$$

$$\text{تندی متوسط: } s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20}{5-1} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب)



$$\text{جابه‌جایی: } \Delta x = |S_3| = \frac{8+16}{2} \times 2 = 24 \text{ m}$$

$$\text{سرعت متوسط: } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{6-4} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

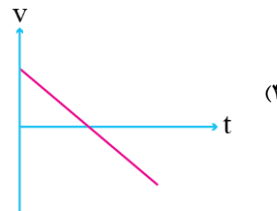
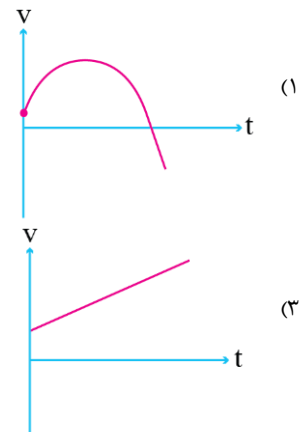
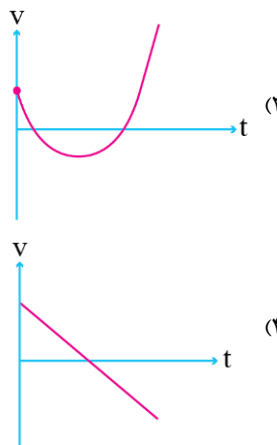
ج) حرکت با شتاب ثابت $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ انجام می‌شود، پس بردار شتاب همواره در جهت محور x است. از طرفی طبق نمودار سرعت - زمان رسم شده، سرعت هم در لحظه $t = 4 \text{ s}$ مثبت است، یعنی در جهت محور x می‌باشد. حال علامت مکان را در لحظه $t = 4 \text{ s}$ بدست می‌آوریم.

$$x = 2t^2 - 8t + 8 \xrightarrow{t=4\text{s}} x = 2 \times 4^2 - 8 \times 4 + 8 = 8 \text{ m}$$

مکان هم مثبت است و در جهت محور x می‌باشد. بنابراین در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، هر سه بردار شتاب، سرعت و مکان در جهت محور x هستند و هم‌جهت می‌باشند.

گروه آموزشی ماز

۴۳- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند. اگر بردار تکانه اولیه آن در جهت محور x و نیروی خالص وارد بر آن همواره در خلاف جهت محور x باشد، کدام نمودار سرعت-زمان، می‌تواند مربوط به این حرکت باشد؟

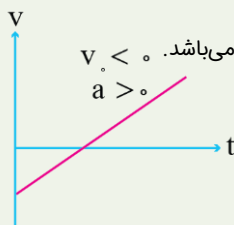
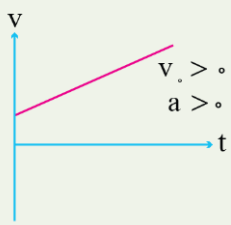


(۱۲۰۱-ساده-نموداری)

پاسخ: گزینه ۴

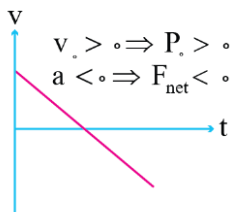
نکته:

- (۱) بردارهای تکانه و سرعت همواره هم‌جهت هستند، بنابراین در جهت محور x بودن بردار تکانه اولیه به معنی در جهت محور x بودن بردار سرعت اولیه است.
- (۲) طبق قانون دوم نیوتون، بردارهای نیروی خالص وارد بر جسم و شتاب آن همواره هم‌جهت هستند. بنابراین اگر بردار نیروی خالص در خلاف جهت محور x باشد، بردار شتاب متحرک هم در خلاف جهت محور x است.
- (۳) در نمودار سرعت - زمان، عرض از مبدأ نشان‌دهنده سرعت اولیه است و شیب نمودار برابر شتاب می‌باشد.



پاسخ تشریحی:

مطابق نکات فوق، به دنبال نموداری هستیم که سرعت اولیه آن مثبت باشد و شتاب آن همواره منفی باشد. یعنی نموداری جواب این سؤال است که عرض از مبدأ آن مثبت و شیب آن همواره منفی باشد که این مورد فقط در نمودار گزینه (۴) رعایت شده است.



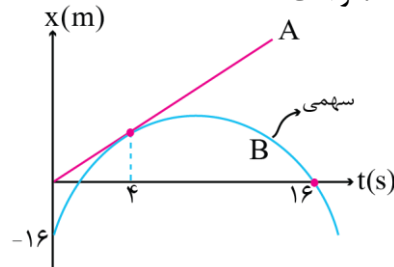
$$v_0 > 0 \Rightarrow P_0 > 0$$

$$a < 0 \Rightarrow F_{net} < 0$$

در مورد گزینه‌های (۱) و (۲) دقت کنید که علامت شیب آن‌ها در لحظاتی مثبت و در لحظاتی منفی است، یعنی شتاب حرکت آن‌ها تغییر علامت می‌دهد و در نتیجه این دو نمودار نمی‌توانند پاسخ سؤال باشند.

گروه آموزشی ماز

۴۴- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند مطابق شکل است. در لحظه $t = ۴s$ سرعت دو متحرک و مکان آن‌ها برابر است. در مدت زمانی که متحرک B در قسمت‌های مثبت محور x حرکت می‌کند، بزرگی جابه‌جایی متحرک A چند متر است؟



- (۱) ۹۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۵۰
(۴) ۱۳۵

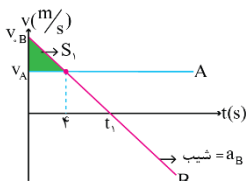
پاسخ: گزینه ۴ (۱۲۰-سخت-نموداری)

نکته:

اگر نمودار مکان - زمان دو متحرک در یک لحظه بر هم مماس شود، آن دو متحرک در آن لحظه، مکان و سرعت برابر دارند.

پاسخ تشریحی:

نمودار مکان - زمان A به صورت خطی با شیب مثبت است، پس این متحرک با سرعت مثبت و ثابت حرکت می‌کند. نمودار مکان - زمان متحرک B به صورت یک سهمی است که تقعر آن به سمت پایین است، بنابراین حرکت متحرک B با شتاب ثابت و منفی انجام می‌شود. دقت کنید با توجه به شیب نمودار B، می‌توان فهمید که سرعت اولیه متحرک B مثبت است. با توجه به توضیحات فوق، نمودار سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم.



در لحظه $t = ۴s$ ، سرعت دو متحرک برابر است، بنابراین در نمودار سرعت - زمان فوق، محل تقاطع دو نمودار در لحظه $t = ۴s$ است. در لحظه $t = ۰$ ، متحرک B، ۱۶ متر عقب‌تر از A است و در لحظه $t = ۴s$ ، دو متحرک به هم رسیده‌اند، بنابراین جابه‌جایی متحرک B در ۴ ثانیه اول، ۱۶ متر بیشتر از جابه‌جایی متحرک A در این مدت زمان است، یعنی مساحت مثلث S_1 برابر ۱۶ واحد است.

$$S = \frac{(v_B - v_A) \times 4}{2} \rightarrow 16 = \frac{(v_B - v_A) \times 4}{2}$$

$$\rightarrow v_B - v_A = 8 \rightarrow v_B = v_A + 8 \frac{m}{s}$$

شتاب متحرک B برابر شیب نمودار آن است، یعنی:

$$a_B = \frac{v_A - v_B}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \frac{m}{s^2}$$

در لحظه $t = 16s$ ، مکان متحرک B برابر صفر است:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{B_0} t + x_{B_0}$$

$$\frac{a_B = -2 \frac{m}{s^2}}{x_{B_0} = -16m} \rightarrow x_B = -t^2 + v_{B_0} t + x_{B_0}$$

$$\frac{t=16s}{x_B=0} \rightarrow 0 = -16^2 + v_{B_0} \times 16 - 16 \rightarrow v_{B_0} = 17 \frac{m}{s}$$

$$v_A = v_{B_0} - 8 = 17 - 8 = 9 \frac{m}{s}$$

لحظاتی که متحرک B از مبدأ مکان می‌گذرد برابر است با:

$$x_B = -t^2 + 17t - 16 \rightarrow \begin{cases} t = 1s \\ t = 16s \end{cases}$$

بنابراین متحرک B به مدت ۱۵s در بازه $1s < t < 16s$ ، در قسمت‌های مثبت محور x حرکت می‌کند. در این مدت جابه‌جایی متحرک A برابر می‌شود با:

$$\Delta x_A = v_A \Delta t = 9 \times 15 = 135m$$

اگر این تست رو تهنستی تهی زمان مناسب حل کنی، قبل از بررسی بقیه سؤالا، برو برای خودت اسپند دود کن!

گروه آموزشی ماز

۴۵- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. در یک لحظه سرعت متحرک $20 \frac{m}{s}$ است. پس از این لحظه متحرک با طی کردن مسافت ۱۶ متر برای یک لحظه متوقف می‌شود. پس از این توقف، جابه‌جایی متحرک چند متر باشد تا تندی آن به ۳۰ متر بر ثانیه برسد؟

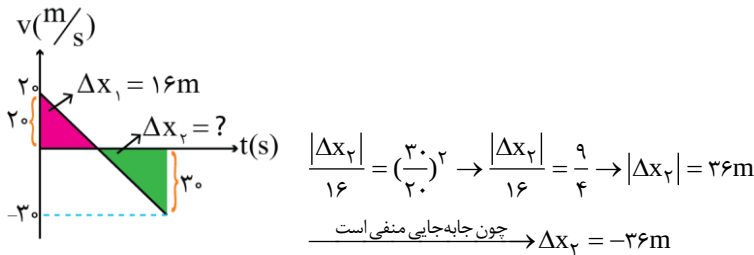
(۱) ۲۴ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۶

(۱۲۰۱-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم.
دو مثلث هاشور خورده متشابه هستند:



گروه آموزشی ماز

۴۶- گلوله‌ای با تندی $10 \frac{m}{s}$ در جهت عمود با یک دیوار برخورد می‌کند و با تندی $8 \frac{m}{s}$ برمی‌گردد. اگر مدت زمان برخورد گلوله با دیوار $0.2s$ باشد، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله در این مدت چند برابر اندازه وزن گلوله است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

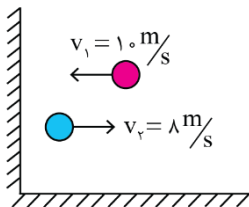
(۱۲۰۱-ساده-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

نیروی خالص متوسط وارد بر یک جسم از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ بدست می‌آید، به عبارت دیگر آهنگ تغییرات تکانه برابر نیروی خالص متوسط وارد بر جسم است.

پاسخ تشریحی:



گام اول: تغییرات تکانه جسم برابر است با:

$$|\Delta p| = m|\Delta v| = m \times (8 - (-10)) = 18m$$

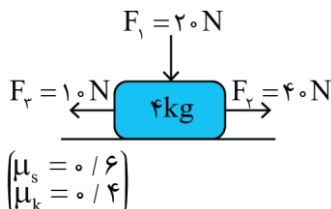
دقت کنید که جهت سرعت تغییر کرده است و در محاسبه تغییرات تکانه باید به این موضوع توجه کرد.

گام دوم: محاسبه نیروی خالص متوسط

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{18m}{0.2} = 90m \rightarrow \frac{F_{av}}{mg} = \frac{90m}{10m} = 9$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- جسمی به جرم $4kg$ روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. اگر نیروهای $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مطابق شکل زیر به جسم وارد شوند، بردار نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند، در SI به کدام صورت است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) $-24\vec{i} + 60\vec{j}$

(۲) $24\vec{i} - 60\vec{j}$

(۳) $-30\vec{i} + 60\vec{j}$

(۴) $30\vec{i} - 60\vec{j}$

(۱۲۰۱-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۴

نیروی سطح

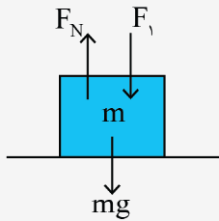
نیروی سطح برابر با برآیند نیروی اصطکاک و عکس‌العمل عمودی سطح است.

$$\vec{R} = \vec{F}_{اصطکاک} + \vec{F}_N$$

$$R = \sqrt{F_{اصطکاک}^2 + F_N^2}$$

برای بدست آوردن نیروی عمودی سطح به نکات زیر توجه کنید.

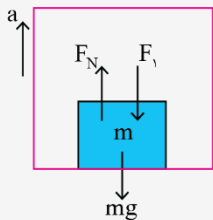
(۱) اگر جسم در راستای عمود بر سطح جابه‌جا نمی‌شد و یا با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شد، نیروی عمودی سطح با نوشتن شرط تعادل در این راستا به دست می‌آید.



$$F_{\text{net}_y} = 0 \quad \text{شرط تعادل}$$

$$\rightarrow F_N = mg + F_1$$

(۲) اگر جسم در راستای عمود بر سطح با شتاب ثابت حرکت می‌کرد، مثل حرکت آسانسور، نیروی عمودی سطح با نوشتن قانون دوم نیوتون در این راستا به دست می‌آید.



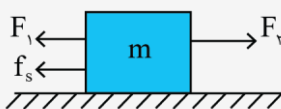
$$F_{\text{net}_y} = ma_y \quad \text{قانون دوم نیوتون}$$

$$\rightarrow F_N - F_1 - mg = ma$$

$$\rightarrow F_N = m(g + a) + F_1$$

برای محاسبه نیروی اصطکاک به نکات زیر توجه کنید.

(۱) اگر نیروی خالصی که می‌خواهد جسم را روی سطح حرکت دهد، کمتر یا مساوی $f_{s \max}$ باشد، جسم حرکت نمی‌کند. در این شرایط، نیروی اصطکاک f_s با نوشتن شرط تعادل در راستای موازی با تکیه‌گاه به دست می‌آید.



نیروی خالصی که می‌خواهد جسم را حرکت دهد: $F_1 - f_s \leq f_{s \max}$

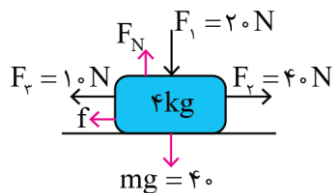
$$\text{شرط تعادل افقی: } F_1 - f_s = 0$$

$$\rightarrow f_s = F_1 - F_1$$

اگر جسم در آستانه حرکت باشد، نیروی اصطکاک ایستایی برابر $f_{s \max}$ خواهد بود.

(۲) اگر نیروی خالصی که می‌خواهد جسم را روی سطح حرکت بدهد، بزرگتر از $f_{s \max}$ باشد، جسم روی سطح حرکت می‌کند و اصطکاک از نوع جنبشی است. در این شرایط، نیروی اصطکاک از رابطه $f_k = \mu_k F_N$ بدست می‌آید.

پاسخ تشریحی:



در گام اول باید نوع و بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم را بدست آوریم.

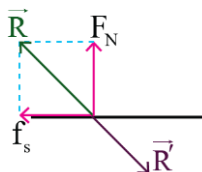
$$F_{\text{net}(y)} = 0 \rightarrow F_N = F_1 + mg = 60 \text{ N}$$

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 60 = 36 \text{ N}$$

$$F_{\text{محرک}} = F_1 - F_2 = 40 - 10 = 30 \text{ N}$$

$$F_{\text{محرک}} < f_{s \max} \rightarrow \text{جسم حرکت نخواهد کرد} \rightarrow f = f_s = F_{\text{محرک}} = 30 \text{ N}$$

توجه داشته باشید که نیروی جسم بر سطح افقی خواسته شده پس با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:

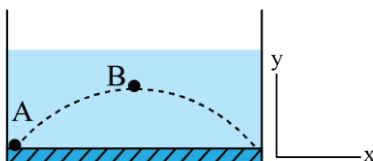


$$\vec{R}' = +(30 \text{ N})\vec{i} - (60 \text{ N})\vec{j}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم را درون یک استخر آب، در مسیر نشان داده شده از نقطه A پرتاب می‌کنیم. اگر بردار شتاب گلوله در نقطه B (نقطه اوج) به صورت $\vec{a} = -12\vec{i} - a'\vec{j}$ در SI بوده و بزرگی نیروی خالص وارد بر گلوله در این نقطه معادل $2/6 \text{ N}$ باشد، بزرگی نیروی شناوری وارد

بر گلوله در این نقطه چند نیوتن است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



۱ (۱)

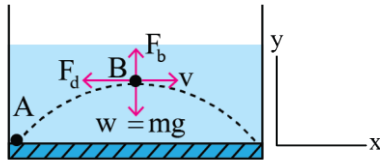
۲ (۲)

۲/۴ (۳)

۱/۲ (۴)

(۱۲۰۱-سخت-مفهومی و محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱



در شکل، نیروهای وارد بر گلوله در نقطه B رسم شده است. توجه داشته باشید که جهت نیروی شناوری همواره رو به بالا و جهت نیروی مقاومت شاره در خلاف جهت حرکت جسم است. همچنین با توجه به بردار شتاب داده شده می‌توان فهمید که $mg > F_b$ بوده است پس اگر برآیند دو نیروی mg و F_b را F' بنامیم، داریم:

$$\vec{F}_{net} = -f_d \vec{i} + F' \vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = \frac{m}{2}(-v^2 \vec{i} + a^2 \vec{j}) = -\frac{v^2}{2} \vec{i} + \frac{ma^2}{2} \vec{j} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} f_d = \frac{v^2}{2} \\ F' = |mg - F_b| \end{cases}$$

از طرف دیگر چون اندازه نیروی خالص برابر $\frac{2}{6}$ نیوتن می‌باشد داریم:

$$F_{net} = \sqrt{f_d^2 + F'^2} \rightarrow \frac{2}{6} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{2}\right)^2 + F'^2} \rightarrow F' = 1 \text{ N}$$

$$\rightarrow mg - F_b = 1 \xrightarrow{m = \frac{2}{6} \text{ kg}} 2 - F_b = 1 \rightarrow F_b = 1 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- مراکز دو سیاره A و B که جرم آن‌ها به ترتیب M_A و $M_B = 16M_A$ است در فاصله 20000 km از یکدیگر قرار داشته و یک ماهواره در نقطه‌ای روی خط واصل دو مرکز سیاره‌ها قرار دارد به گونه‌ای که نیروی گرانش خالص وارد بر آن از طرف دو سیاره صفر است. اگر شعاع دو سیاره A و B به ترتیب 2500 km و 5000 km باشد، فاصله ماهواره تا سطح سیاره B چند کیلومتر است؟

۱۶۰۰۰ (۴)

۱۵۰۰ (۳)

۴۰۰۰ (۲)

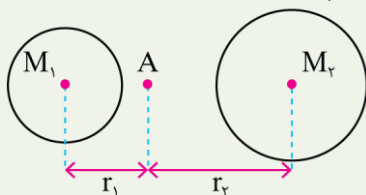
۱۱۰۰۰ (۱)

(۱۲۰۱-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

اگر جرمی در فاصله بین دو سیاره در تعادل قرار داشته باشد، به این معنی است که شتاب گرانش دو سیاره در آن نقطه هم‌اندازه است.



$$\begin{aligned} g_1 &= g_2 \rightarrow G \frac{M_1}{r_1^2} = G \frac{M_2}{r_2^2} \\ \rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 &= \frac{M_2}{M_1} \end{aligned}$$

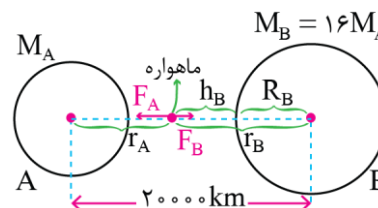
از آنجا که نیروی گرانشی خالص وارد بر ماهواره صفر است می‌توان نوشت:

$$F_B = F_A$$

$$\rightarrow \frac{GM_B m_{\text{ماهواره}}}{r_B^2} = \frac{GM_A m_{\text{ماهواره}}}{r_A^2}$$

$$\rightarrow \frac{16M_A}{r_B^2} = \frac{M_A}{r_A^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{4}{r_B} = \frac{1}{r_A} \rightarrow r_B = 4r_A$$

$$\text{طبق شکل: } r_A + r_B = 20000 \xrightarrow{r_B = 4r_A} 5r_A = 20000 \rightarrow \begin{cases} r_A = 4000 \text{ km} \\ r_B = 16000 \text{ km} \end{cases}$$



خواسته سؤال مقدار h_B در شکل است که می‌توان نوشت:

$$h_B = r_B - R_B = 16000 - 5000 = 11000 \text{ km}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- نوسانگری به جرم ۲۰۰ گرم روی سطح افقی بدون اصطکاک‌ای از مکان $x = +A$ شروع به نوسان می‌کند. لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر صفر است بزرگی شتاب نوسانگر $\frac{m}{s^2} \left(\frac{\pi^2}{900} \right)$ و لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر تغییر جهت می‌دهد، تکانه نوسانگر $\frac{kg \cdot m}{s} \left(\frac{\pi}{750} \right)$ است. چند مورد از موارد زیر در مورد این نوسانگر نادرست است؟

(الف) در بازه $t = 2s$ تا $t = 2/5s$ شتاب و سرعت هر دو خلاف جهت محور x است.

(ب) در لحظه $t = 7/2s$ حرکت نوسانگر تندشونده است.

(ج) در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر $\frac{m}{s} \left(\frac{\sqrt{2}\pi}{300} \right)$ است، انرژی پتانسیل نصف انرژی مکانیکی است.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(۱۲۰۳-سخت-مفهومی و محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

تغییرات و علامت کمیت‌ها در حرکت نوسانی ساده

هرگاه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شود اندازه v ، p و K افزایش و اندازه x ، a ، F و U کاهش می‌یابد و برعکس. بردار شتاب (a) و نیرو (F) هم‌جهت و همواره خلاف جهت بردار مکان (x) می‌باشند. بردار سرعت (v) همیشه در جهت حرکت می‌باشد و علامت آن هیچ ارتباطی با علامت مکان (x) ، نیرو (F) و شتاب (a) ندارد.

$U_m = E$	$U = 0$	$U_m = E$
$F_m = +mA\omega^2$	$F = 0$	$F_m = -mA\omega^2$
$a_m = +A\omega^2$	$a = 0$	$a_m = -A\omega^2$
$X_m = -A$	$X = 0$	$X_m = +A$
$V = 0$	$V_m = \pm A\omega$	$V = 0$
$p = 0$	$p_m = mV_m$	$p = 0$
$K = 0$	$K_m = E$	$K = 0$

U در حال کاهش | U در حال افزایش

$|a|$ در حال کاهش | $|a|$ در حال افزایش

$|F|$ در حال کاهش | $|F|$ در حال افزایش

$|x|$ در حال کاهش | $|x|$ در حال افزایش

حرکت کند شونده | حرکت تند شونده

$|v|$ در حال کاهش | $|v|$ در حال افزایش

$|p|$ در حال کاهش | $|p|$ در حال افزایش

k در حال کاهش | k در حال افزایش

$F > 0$ | $F < 0$
 $a > 0$ | $a < 0$
 $v < 0$ | $v > 0$
 $x < 0$ | $x > 0$

$-A$ | $+A$
 $v > 0$ | $v < 0$
 $a > 0$ | $a < 0$
 $p > 0$ | $p < 0$
 $F > 0$ | $F < 0$

حرکت کند شونده | حرکت تند شونده

$|v|$ در حال کاهش | $|v|$ در حال افزایش

$|p|$ در حال کاهش | $|p|$ در حال افزایش

k در حال کاهش | k در حال افزایش

$|a|$ در حال کاهش | $|a|$ در حال افزایش

$|F|$ در حال کاهش | $|F|$ در حال افزایش

$|x|$ در حال کاهش | $|x|$ در حال افزایش

U در حال کاهش | U در حال افزایش

در نقطه بازگشت انرژی صفر و شتاب حداکثر است پس:

$$a_{\max} = A\omega^2 = \frac{\pi^2}{900} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

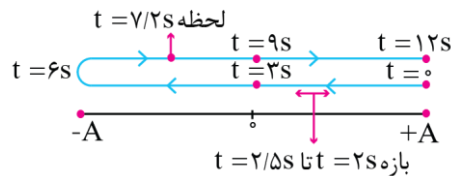
در نقطه تعادل نیرو تغییر جهت می‌دهد و تکانه و تندی حداکثر است پس:

$$p_{\max} = mv_{\max} = mA\omega = \frac{\pi}{750} \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$\frac{a_{\max}}{p_{\max}} = \frac{A\omega^2}{mA\omega} \rightarrow \frac{a_{\max}}{p_{\max}} = \frac{\omega}{m} \rightarrow \frac{900}{\pi} = \frac{\omega}{\frac{\pi}{750}}$$

$$\rightarrow \omega = \frac{900 \times \frac{\pi}{750}}{\pi} = \frac{\pi}{6} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\rightarrow T = 12 \rightarrow \frac{T}{4} = 3$$



حال می‌توان با رسم نمودار یا پاره خط مسیر گزینه‌ها را بررسی کرد.

الف) در بازه $t = 2$ تا $t = 2.5$ متحرک به سمت چپ در حرکت است پس علامت سرعت منفی است. از طرفی نیرو خلاف جهت مکان است پس نیرو هم منفی است (درستی مورد الف)

ب) در لحظه $t = 7.5$ چون نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ است پس حرکت آن تندشونده است (درستی مورد ب)

ج) در لحظه‌ای که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر برابر است تندی نوسانگر $\frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max}$ می‌باشد.

$$U = K = \frac{E}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A \\ v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max} \\ t = (2n-1) \frac{T}{4} \end{cases}$$

$$p_{\max} = mv_{\max} \rightarrow \frac{\pi}{750} = 0.2 \times v_{\max} \rightarrow v_{\max} = \frac{\pi}{150} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\pi}{150} = \frac{\sqrt{2}\pi}{300} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{درستی مورد ج})$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- اگر یک ساعت آونگ‌دار را از محلی با شتاب گرانش $\frac{7}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به محلی با شتاب گرانش $\frac{9}{8} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ببریم، در مدت ۱۴ ساعت دقیقه می‌افتد.

(۴) ۱۲۰، عقب

(۳) ۱۲۰، جلو

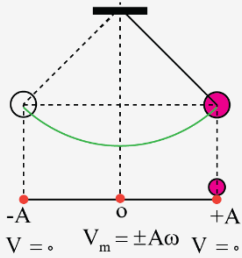
(۲) ۱۴۰، عقب

(۱) ۱۴۰، جلو

(۱۲۰۳-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

آونگ ساده



دوره تناوب آونگ ساده فقط به شتاب گرانشی و طول آونگ بستگی دارد و از رابطه زیر به دست می آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L(\text{طول آونگ})}{g(\text{شتاب گرانشی})}} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

دوره تناوب آونگ ساده به جرم و دامنه آن بستگی ندارد.

عوامل مؤثر بر دوره تناوب آونگ ساده

(۱) تغییر دما: افزایش دما → افزایش L → افزایش T

(۲) قرار دادن آونگ در آسانسور

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \pm |a|}} \quad \begin{cases} (+) \text{ جهت شتاب به سمت بالا} \\ (-) \text{ جهت شتاب به سمت پایین} \end{cases}$$

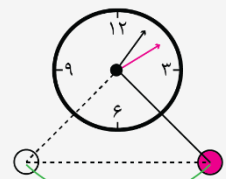
(۳) تغییر ارتفاع از سطح زمین (یا تغییر سیاره)

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_r}} = \left(\frac{r_r}{r_1}\right) = \left(\frac{R_e + h_r}{R_e + h_1}\right)$$

ساعت آونگدار (پاندولی)

(۱) کاهش دوره تناوب: ساعت جلو می افتد.

(۲) افزایش دوره تناوب: ساعت عقب می افتد.



$$\Delta t = t \left(\frac{T_1}{T_r} - 1 \right) \rightarrow \begin{cases} (-) \text{ ساعت عقب می افتد} \\ (+) \text{ ساعت جلو می افتد} \end{cases}$$

T_r : دوره تناوب در حالت دوم

T_1 : دوره تناوب در حالت اول

t: زمان سپری شده

پاسخ تشریحی:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \frac{T_1}{T_r} = \sqrt{\frac{g_r}{g_1}} = \sqrt{\frac{9/8}{7/2}} = \frac{7}{6}$$

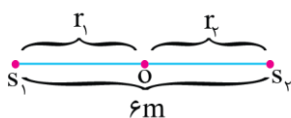
$$\Delta t = t \left(\frac{T_1}{T_r} - 1 \right) \rightarrow \Delta t = (14 \times 60 \text{ min}) \left(\frac{7}{6} - 1 \right)$$

$$\rightarrow \Delta t = 14 \times 60 \times \frac{1}{6} = +140 \text{ min}$$

پس ساعت ۱۴۰ دقیقه جلو می افتد.

گروه آموزشی ماز

۵۲- در شکل زیر اختلاف تراز شدت صوت دو چشمه در نقطه O برابر $1/8B$ است. $(\beta_r - \beta_1 = 1/8B)$. بسامد صوت چشمه S_1 ، ۲۵ درصد بیشتر از بسامد صوت چشمه S_r و دامنه صوت چشمه S_1 ، ۸۰ درصد کمتر از دامنه صوت چشمه S_r است. r_r چند متر است؟ $(\log 2 = 0.3)$



(۱) ۱/۲

(۲) ۴/۸

(۳) ۲

(۴) ۴

(۱۲۰۳-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۳

شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می رسد یا از آن عبور می کند.

$$I = \frac{E_1}{A_1 t} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = \pi r^2 \\ A = \pi R^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{E}{At} \\ A = \pi R^2 \end{array} \right.$$

$$I = \frac{E_1}{A_1 t} = \frac{E}{At} \leftarrow \text{شدت صوت برای سطح A}$$

$A_1 t \leftarrow$ شدت صوت سطح A

$At \leftarrow$ شدت صوت برای جبهه ای که سطح A روی آن قرار دارد.

✓ شدت صوت برای تمامی گیرنده هایی که روی یک جبهه موج قرار دارند با هم برابر و برابر با شدت صوت کل همان جبهه می باشد.

عوامل مؤثر بر شدت صوت:



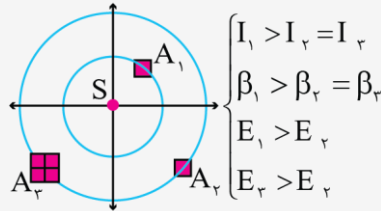
(۱) منبع:

✓ شدت صوت با مربع دامنه رابطه مستقیم دارد.

✓ شدت صوت با مربع بسامد رابطه مستقیم دارد.

(۲) فاصله تا منبع: شدت صوت با مربع فاصله رابطه عکس دارد.

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{r^2}$$



تراز شدت صوت:



$$\beta = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

شدت صوت مرجع (I_0): حد پایین گستره شنیداری انسان

مقایسه تراز شدت دو صوت:



$$\beta_2 - \beta_1 = (10 \text{ dB}) \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

به صوت حاصل از چشمه‌هایی مثل دیپازون (که به دلیل میرایی کم به حرکت هماهنگ ساده نزدیک است). تَن موسیقی یا به اختصار تَن گویند.

از نظر ادراک شنوایی ما هر تَن موسیقی دارای دو ویژگی مهم است:

(۱) ارتفاع: ارتفاع بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند.

ارتفاع یک تَن همان زیر و بمی آن است.

هر چه بسامدی که گوش درک می‌کند بیشتر باشد آن صدا زیرتر است و می‌گوییم ارتفاع بیشتری دارد. هر چه این بسامد کمتر باشد آن صوت بم‌تر است و می‌گوییم

ارتفاع کمتری دارد.

گوش انسان تَن‌هایی با بسامد بین ۲۰ تا ۲۰۰۰۰ هرتز را می‌تواند بشنود اما دستگاه شنوایی انسان نسبت به بسامدهای مختلف این گستره حساسیت‌های متفاوتی

دارد.

مثلاً حساسیت گوش انسان به بسامدهای در گستره ۲۰۰۰ تا ۵۰۰۰ هرتز بیشتر از سایر بسامدها است.

(۲) بلندی: بلندی شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

بلندی متفاوت با شدت است، شدت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت در حالی که بلندی چیزی است که ما حس می‌کنیم.

پاسخ تشریحی:

$$f_1 = f_2 + \frac{25}{100} f_2 = \frac{125}{100} f_2 \rightarrow f_1 = \frac{5}{4} f_2$$

$$A_1 = A_2 - \frac{80}{100} A_2 = \frac{20}{100} A_2 \rightarrow A_1 = \frac{1}{5} A_2$$

ابتدا عدد ۱/۸ را ضربی از لگاریتم‌های داده شده در صورت سؤال می‌کنیم

$$1/8 = 6 \times 0.3 = 6 \log 2 = \log 2^6 = \log 64$$

$$\beta_2 - \beta_1 = \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow 1/8 = \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \log 64 = \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 64 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

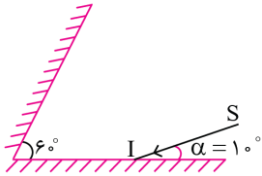
$$\rightarrow 64 = \left(\frac{f_2}{\frac{5}{4} f_2}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{\frac{1}{5} A_2}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$64 = 16 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 2 \rightarrow r_1 = 2 r_2$$

$$r_1 + r_2 = 6 \text{ m} \rightarrow 2 r_2 + r_2 = 6 \text{ m} \rightarrow r_2 = 2 \text{ m}, r_1 = 4 \text{ m}$$

۵۳- در شکل مقابل آخرین پرتو بازتابش از سطح دو آینه چه زاویه‌ای با امتداد پرتو SI می‌سازد؟

- (۱) ۴۰
(۲) ۶۰
(۳) ۱۴۰
(۴) ۱۲۰

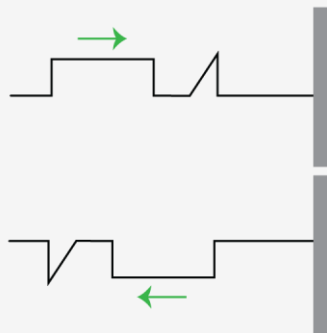
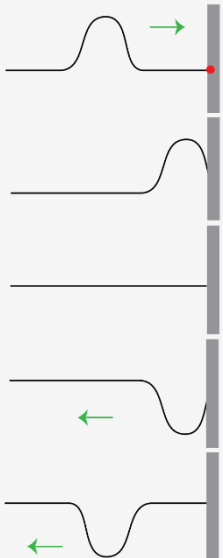


(۱۲۰۳-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۳

بازتاب موج

الف) بازتاب در یک بعد: بازتاب موج ایجاد شده در فنر یا ریسمان اگر تپی را در یک فنر یا ریسمان کشیده بلند که یک سر آن بر تکیه‌گاهی ثابت شده است روانه کنیم وقتی تپ به تکیه‌گاه (مرز) می‌رسد نیرویی به آن وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتن تکیه‌گاه نیز نیروی با اندازه برابر و در جهت مخالف به فنر وارد می‌آورد این نیرو در محل تکیه‌گاه تپی در فنر ایجاد می‌کند که روی فنر در جهت مخالف تپ تابیده حرکت می‌کند.
(۱) در انتهای ثابت طبق قانون سوم نیوتن تپ به صورت وارونه بازتاب می‌شود.
(۲) چون حرکت موج با تندی ثابت انجام می‌شود قسمتی از تپ که زودتر ساخته می‌شود همواره جلوتر است.
(هم در رفت و هم در برگشت)



مثال) بازتاب هر یک از تپ‌های زیر را رسم کنید.
(پاسخ)

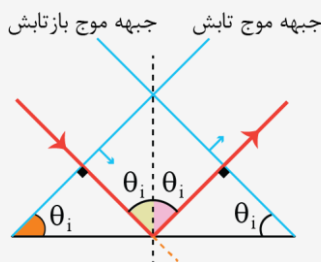
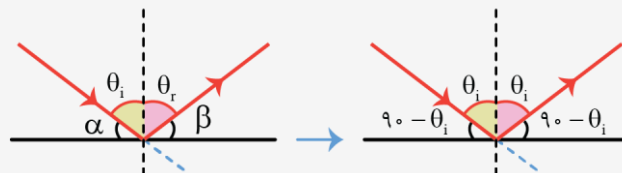
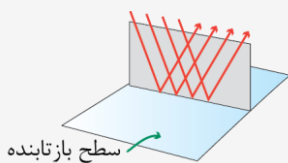
قانون بازتاب عمومی

(۱) برای هر وضعیت مانع و برای هر نوع موجی همواره زاویه بازتابش برابر با زاویه تابش است.

$$\theta_i = \theta_r$$

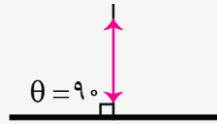
قانون بازتاب عمومی برای هر نوع مانع (هموار، ناهموار، تخت و ...) و برای هر نوع موجی (مکانیکی، الکترومغناطیسی، طولی، عرضی و ...) و برای هر رنگی (قرمز، نارنجی و ...) صادق است، و طول موج و بسامد موج پس از بازتابش تغییر نمی‌کند.

(۲) پرتو تابش، پرتو بازتابش و خط عمود بر سطح بازتابنده، در هر تابشی در یک صفحه واقع‌اند.

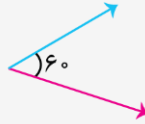


θ_i = زاویه تابش = زاویه جبهه‌های موج تابیده با سطح مانع تخت
 θ_r = زاویه بازتابش = زاویه جبهه‌های موج بازتابیده با سطح مانع تخت
 $180 - 2\theta_i$ یا $2\theta_i$ = زاویه بین جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده
 $180 - 2\theta_i$ یا $2\theta_i$ = زاویه بین راستای پرتو تابش با پرتو بازتابش
 $180 - 2\theta_i$ = زاویه انحراف

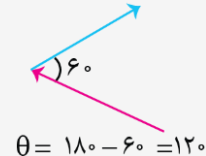
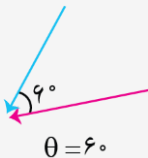
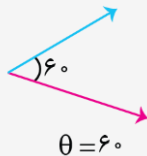
اگر پرتو تابش بر سطح مانع عمود شود، پرتو بازتابش در امتداد همان پرتو تابش بازمی‌گردد.



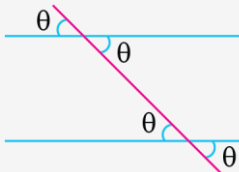
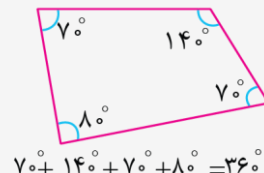
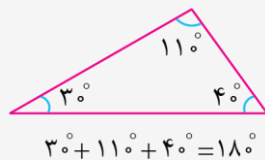
برای بدست آوردن زاویه بین دو بردار دو قرارداد وجود دارد:
(۱) زاویه بین دو بردار باید بین صفر و ۱۸۰ درجه باشد.



(۲) زاویه بین دو بردار همواره باید زاویه بین دو ابتدا یا انتها باشد.



مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه و چهارضلعی ۳۶۰ درجه است.



اگر یک خط مورب دو خط موازی را قطع کند، زوایای متقابل به رأس دوه‌دو با هم برابر خواهند شد.

برای محاسبه زاویه انحراف پرتو اولیه و پرتو نهایی را ادامه می‌دهیم تا یکدیگر را قطع کنند زاویه ساخته شده همان زاویه انحراف است.

مبدأ سنجش زاویه در مبحث بازتاب و شکست چیست؟

(۱) برای جبهه موج، زاویه جبهه موج با مرز یا مانع مهم است.

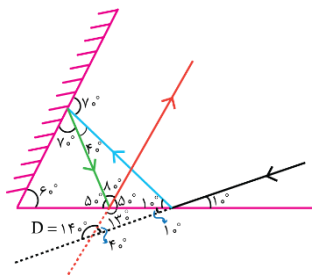
θ_i = زاویه جبهه فرودی موج با مرز

(۲) برای پرتو، زاویه پرتو با خط عمود مهم است.

θ_i = زاویه پرتو تابش با خط عمود

اگر جبهه موج با یک خط زاویه β بسازد، پرتو با همان خط زاویه $90 - \beta$ می‌سازد.

پاسخ تشریحی:



با توجه به اینکه در هر بازتاب زاویه تابش و بازتابش برابر است مسیر پرتو را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل زاویه بین پرتو اولیه و پرتو نهایی ۱۴۰ درجه است.

فقط باید به این گزینه توجه کنید که زاویه بین دو بردار باید یا بین دو ابتدا یا بین دو انتها باشد به همین دلیل زاویه ۴۰ قابل قبول نمی‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۴- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

(الف) پدیده فوتوالکتریک و گسسته بودن طیف اتمی عناصر از دیدگاه فیزیک کلاسیک قابل توجیه نمی‌باشند.

(ب) در پدیده فوتوالکتریک، در بسامدهای ثابت که بزرگ‌تر از بسامد آستانه است، کاهش شدت نور فرودی سبب کاهش تعداد فوتوالکترن‌ها خواهد شد.

(ج) طبق مدل رادرفورد وقتی الکترون به دور هسته در حال گردش باشد به تدریج به هسته نزدیک شده و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده از آن افزایش می‌یابد.

(د) مدل بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

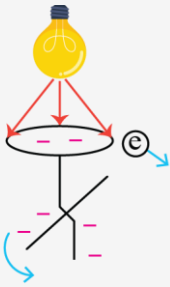
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

فوتوالکتریک



وقتی نوری با بسامد مناسب مانند نور فرابنفش به سطح فلزی بتابد الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند این پدیده فیزیکی را اثر فوتوالکتریک و الکترون‌های جدا شده از سطح فلز را فوتوالکترکون می‌نامند.

الکترون‌ها انرژی نور فرودی را جذب می‌کنند و از سطح فلز خارج می‌شوند. نور با بسامد مناسب



وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد الکترون به طور آبی از آن گسیل می‌شود. بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج شده تبدیل می‌شود.

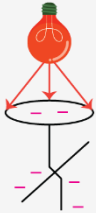
انرژی جنبشی فوتوالکترکون‌ها + کار لازم جهت جدا کردن الکترون = انرژی فوتون
بسامد آستانه: حداقل بسامد لازم جهت جدا شدن الکترون از سطح فلز را بسامد آستانه گویند. بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد.

$$\left\{ \begin{array}{l} f < f_0 \\ \lambda > \lambda_0 \end{array} \right\} \quad (1) \quad \text{فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.}$$

اگر بسامد نور تابیده شده بر سطح فلز از بسامدی موسوم به بسامد آستانه کمتر باشد فوتون‌ها حداقل انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از فلز را ندارند و پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

تأثیر افزایش شدت نور فرودی در حالتی که فوتوالکتریک رخ ندهد:

باز هم فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد در این حالت فقط تعداد فوتون‌هایی که با سطح فلز برهم‌کنش می‌کنند افزایش می‌یابد و همین موضوع باعث افزایش انرژی درونی و افزایش دمای فلز می‌شود.



در شکل مقابل لامپی که رنگ آن قرمز است را روشن می‌کنیم، تغییری در ورقه‌های برق‌نما به وجود نمی‌آید در این حالت:

(۱) اگر برای برق‌نما از فلزی با بسامد آستانه کمتر استفاده کنیم پس از روشن شدن لامپ احتمال رخ دادن فوتوالکتریک و نزدیک شدن ورقه‌ها به هم وجود دارد.

(۲) اگر طول موج نور فرودی را کاهش دهیم تا جایی که کوچک‌تر یا مساوی طول موج آستانه شود فوتوالکتریک رخ داده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

(۳) اگر بسامد نور فرودی را افزایش دهیم تا جایی که بزرگ‌تر یا مساوی بسامد آستانه شود فوتوالکتریک رخ داده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

(۴) اگر شدت نور فرودی را افزایش دهیم، چون هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد و فاصله ورقه‌های برق‌نما از هم تغییر نمی‌کند.

(۵) اگر با تغییر منبع، رنگ نور لامپ بنفش شود احتمال وقوع فوتوالکتریک وجود دارد.

(۶) افزایش مدت زمان تابش نور در رخ دادن پدیده فوتوالکتریک بی‌تأثیر است.

$$\left\{ \begin{array}{l} f \geq f_0 \\ \lambda \leq \lambda_0 \end{array} \right\} \quad (2) \quad \text{فوتوالکتریک رخ می‌دهد.}$$

اگر بسامد نور تابیده شده بر سطح فلز بزرگ‌تر مساوی بسامد آستانه باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

برای نوری که فوتون‌های آن دارای حداقل انرژی لازم برای وقوع پدیده فوتوالکتریک هستند:

(۱) افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد) فقط سبب افزایش تعداد فوتون‌ها و در نتیجه افزایش تعداد فوتوالکترکون‌ها می‌شود. در حالی که انرژی جنبشی فوتوالکترکون‌ها بدون تغییر می‌ماند.

(۲) افزایش بسامد (کاهش طول موج): انرژی جنبشی فوتوالکترکون‌ها افزایش می‌یابد ولی تعداد فوتوالکترکون‌ها ثابت می‌ماند.

(۳) استفاده از فلزی با بسامد آستانه کمتر: باعث افزایش انرژی جنبشی فوتوالکترکون‌ها می‌شود ولی تعداد فوتوالکترکون‌ها ثابت می‌ماند.

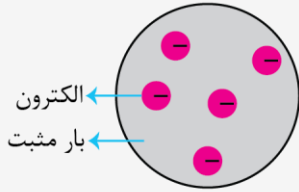
اثر فوتوالکتریک و طیف خطی گسیلی جذبی از گازهای اتمی با فیزیک کلاسیک قابل توجیه نیستند.

دیدگاه کلاسیکی اثر فوتوالکتریک:

(۱) نور موج الکترومغناطیسی است بنابراین هنگام برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی با سطح فلز میدان الکتریکی این موج نیروی $F = -eE$ به الکترون‌های فلز وارد می‌کند و آن‌ها را به نوسان وادار می‌کند. وقتی دامنه نوسان برخی از الکترون‌ها به قدر کافی بزرگ شود انرژی جنبشی لازم را برای جدا شدن از سطح فلز پیدا می‌کنند. بنابراین اثر فوتوالکتریک باید با هر بسامدی رخ دهد، در حالی که این نتیجه با تجربه سازگار نیست.

(۲) یکی دیگر از پیامدهای نظریه الکترومغناطیس ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنه میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است $(I \propto E^2)$. به این ترتیب انتظار می‌رود به ازای یک بسامد معین اگر شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم باید الکترون‌ها با انرژی جنبشی بیشتری از فلز خارج شوند، نتیجه‌ای که تجربه آن را تأیید نمی‌کند.

مدل اتمی تامسون



جوزف تامسون موفق به کشف الکترون و اندازه گیری نسبت بار به جرم $\frac{e}{m}$ آن شد.

مدل تامسون: اتم همچون کره ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، مانند کشمش های کیک در جاهای مختلف آن پراکنده شده اند. در مدل اتمی تامسون، وقتی الکترون ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می کنند این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می شود.

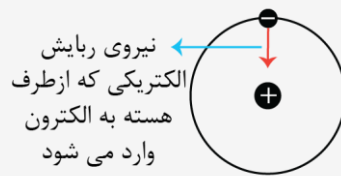
یکی از ناکامی های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش گسیل شده از اتم که این مدل پیش بینی می کرد با نتایج تجربی سازگار نبود.

مدل هسته ای اتم یا مدل رادرفورد (مدل اتم هسته ای):



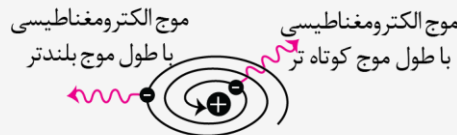
اتم دارای یک هسته بسیار چگال و کوچک و با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله های به نسبت دور احاطه شده است. در حالت طبیعی اتم از نظر الکتریکی خنثی است زیرا بار مثبت هسته درست مساوی مجموع بار منفی الکترون هایی است که هسته را در بر گرفته اند. ناتوانی مدل اتم هسته ای رادرفورد در تبیین پایداری:

(۱) اگر الکترون نسبت به هسته ساکن فرض شود بر اثر نیروی ربایش الکتریکی روی هسته سقوط می کند.



نیروی ربایش
الکتریکی که از طرف
هسته به الکترون
وارد می شود

(۲) اگر الکترون به دور هسته بچرخد طیف پیوسته گسیل می کند و سرانجام روی هسته فرو می افتد.



موج الکترومغناطیسی
با طول موج بلندتر
موج الکترومغناطیسی
با طول موج کوتاه تر

الگوی اتمی رادرفورد:

(۱) پایداری اتم را توجیه نمی کند.

(۲) گسسته بودن طیف اتمی را توجیه نمی کند.

(۳) ساختار هسته را توجیه نمی کند.

موفقیت ها و نارسایی های مدل بور



موفقیت های مدل بور:

(۱) این مدل در تبیین پایداری اتم، طیف گسلی و جذبی گاز هیدروژن اتمی و محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن با موفقیت همراه است. (توجیه پایداری اتم - ارائه تصویری از حرکت الکترون به دور هسته - توجیه خطی بودن طیف اتمی - توجیه منحصر به فرد بودن طیف اتمی - توجیه جذب و گسیل تابش توسط اتم)

(۲) مدل بور را می توان برای اتم های هیدروژن گونه به کار برد. (قابل کاربرد در هر اتم و یون تک الکترونی با هر تعداد پروتون در هسته) اتم هیدروژن گونه به اتم هایی گفته می شود که تنها یک الکترون دارند.

مثل لیتیم دو بار یونیده شده

(۳) مدل بور می تواند انرژی یونش و همچنین طول موج های طیف خطی اتم های هیدروژن گونه را پیش بینی کند که با تجربه سازگاری خوبی دارد. (محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن)

نارسایی های مدل بور:

(۱) این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می گردد به کار نمی رود زیرا در مدل بور نیروی الکتریکی که یک الکترون برای الکترون دیگر وارد می کند به حساب نیامده است.

(۲) همچنین مدل بور نمی تواند متفاوت بودن شدت خط های طیف گسلی را توضیح دهد.

برای مثال مدل بور نمی تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسلی گاز هیدروژن اتمی با یکدیگر متفاوت است. (این الگو هیچ اطلاعی درباره تعداد فوتون هایی که با یک بسامد معین گسیل می شوند را نمی دهد).

پاسخ تشریحی:

طبق توضیحات درسنامه ها همه موارد صحیح است.

مشاوره: با توجه به اینکه در کنکورهای اخیر توجه بیشتری به کتاب درسی شده است توصیه می کنم حتماً به دقت متن کتاب را مطالعه کنید و تمامی تمرینات و مثال های کتاب درسی را حل کنید.

گروه آموزشی ماز

۵۵- اختلاف بیشترین و کمترین بسامد طیف گسلی هیدروژن (گستره بسامد) در کدام رشته 136 THz است؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}, E_R = 13.6 \text{ eV})$

(۴) پفوند $(n' = 5)$

(۳) پراکت $(n' = 4)$

(۲) پاشن $(n' = 3)$

(۱) بالمر $(n' = 2)$

(۱۲۰۴-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۳

الگوی اتمی بور

مدل بور:

(۱) مسئله ناپایداری اتم را در مدل رادرفورد حل کرد.

(۲) معادله ریدبرگ برای طیف خطی اتم هیدروژن را نیز نتیجه داد.

بور پیشنهاد داد در مقیاس اتمی قوانین مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس باید توسط قوانین دیگری جایگزین یا تکمیل شود.

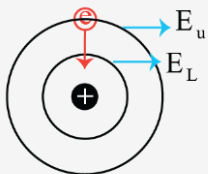
اصول و مفروضات مدل بور:

(۱) مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند، یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته معینی مجاز هستند.

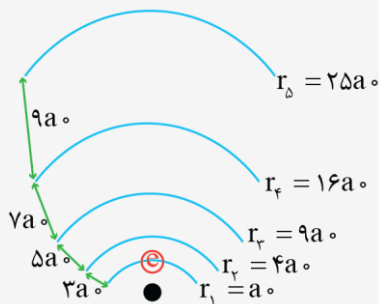
$$r_n = a \cdot n^2 \quad E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

(۲) وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود، از این رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

(۳) الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر به یک حالت مانا با انرژی کمتر یک فوتون تابش می‌شود در این صورت انرژی فوتون تابش شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و مدار نهایی است.



$$hf = E_U - E_L$$



با دور شدن از هسته:

(۱) شعاع مدارهای مانا زیاد می‌شود.

(۲) مدارهای مانا از هم دور می‌شوند.

(۳) انرژی مدارها افزایش می‌یابد.

(۴) ترازهای انرژی به هم نزدیک می‌شوند.

با اینکه فاصله مدارهای نزدیک هسته خیلی کم است

ولی برای جهش الکترون انرژی زیادی لازم است چون در

این مدارها نیروی جاذبه الکتریکی قوی است.

پایین‌ترین تراز انرژی، حالت پایه نامیده می‌شود و ترازهای بالاتر از آن را حالت‌های برانگیخته می‌نامند.

در اتم هیدروژن و در دمای اتاق الکترون اغلب در حالت پایه قرار دارد.

کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه انرژی یونش الکترون نامیده می‌شود.

مقدار پیش‌بینی شده توسط مدل بور برای انرژی یونش اتم هیدروژن توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.

$$13.6 \text{ eV} = \text{انرژی یونش الکترون}$$

یکی از موفقیت‌های مدل بور نتیجه‌گیری معادله ریدبرگ برای طیف خطی گاز هیدروژن اتمی است.

اگر الکترون از مدار بالاتر به مدار پایین‌تر برود چون انرژی آن کم می‌شود پس یک فوتون تابش می‌کند انرژی فوتون گسیل شده دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو مدار است.

اگر بخواهیم الکترون را به مدار بالاتر ببریم، چون انرژی الکترون زیاد می‌شود پس یک فوتون جذب می‌کند انرژی فوتون جذب شده دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو مدار است.

در هر دو حالت طول‌موج یا انرژی فوتون گسیل شده یا جذب شده به دو روش زیر قابل محاسبه است:

(۱) اگر در مسئله انرژی ریدبرگ را به ما بدهند:

$$hf = E_U - E_L \quad E_U = \frac{-E_R}{n^2}$$

$$E_L = \frac{-E_R}{n^2}$$

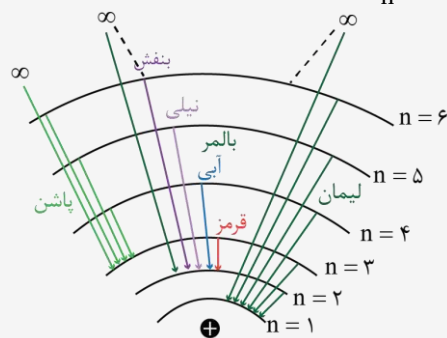
(۲) اگر در مسئله ثابت ریدبرگ را به ما بدهند:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad R = \frac{E_R}{hc}$$

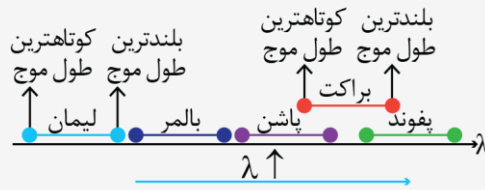
در هر جهش الکترون فقط و فقط یک فوتون جذب یا گسیل می‌کند.

تا زمانی که الکترون در قید هسته است انرژی آن منفی است و هر چه بیشتر در قید هسته باشد انرژی آن منفی‌تر کمتر است انرژی الکترونی که از قید هسته آزاد می‌شود (مدار بی‌نهایت) صفر است و اگر این

الکترون حرکت هم داشته باشد انرژی آن مثبت خواهد شد.



اختلاف کوتاهترین و بلندترین طول موج در هر رشته را گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند.



در طرح‌واره بالا، با حرکت به سمت راست، طول موج افزایش می‌یابد و بسامد و انرژی فوتون‌ها کاهش می‌یابد.

نام طیف	مسیر	کوتاه‌ترین طول موج (بیشترین انرژی و بسامد)	بلندترین طول موج (بیشترین انرژی و بسامد)	ناحیه طیف
لیمان	از $n > 1$ تا $n' = 1$	از $n = \infty$ به $n' = 1$	از $n = 2$ به $n' = 1$	فرابنفش
بالمر	از $n > 2$ تا $n' = 2$	از $n = \infty$ به $n' = 2$	از $n = 3$ به $n' = 2$	فرابنفش و مرئی چهار خط اول مرئی (قرمز، آبی، نیلی، بنفش)
پاشن	از $n > 3$ تا $n' = 3$	از $n = \infty$ به $n' = 3$	از $n = 4$ به $n' = 3$	فروسرخ
براکت	از $n > 4$ تا $n' = 4$	از $n = \infty$ به $n' = 4$	از $n = 5$ به $n' = 4$	فروسرخ
پفوند	از $n > 5$ تا $n' = 5$	از $n = \infty$ به $n' = 5$	از $n = 6$ به $n' = 5$	فروسرخ

پاسخ تشریحی:

بیشترین بسامد یک رشته از ∞ به n' است:

$$hf = E_{\infty} - E_{n'} \rightarrow hf = \left(\frac{-E_R}{\infty} \right) - \left(\frac{-E_R}{n'^2} \right)$$

صفر

$$\rightarrow f = \frac{E_R}{h} \left(\frac{1}{n'^2} \right)$$

کمترین بسامد یک رشته در گذار الکترون از تراز $n' + 1$ به n' است:

$$hf' = \left(\frac{-E_R}{(n'+1)^2} \right) - \left(\frac{-E_R}{n'^2} \right) \rightarrow f' = \frac{E_R}{h} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

حال برای بدست آوردن گستره بسامد، مقادیر f و f' را از هم کم می‌کنیم که عبارت $\frac{1}{n'^2}$ حذف می‌شود:

$$f - f' = \frac{E_R}{h} \left(\frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

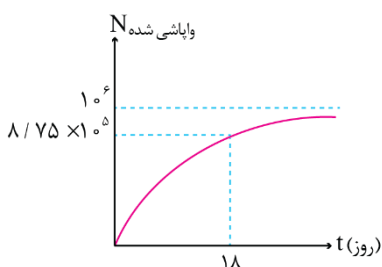
$$\rightarrow 136 \times 10^{12} = \frac{13.6}{4 \times 10^{-15} (n'+1)^2} \rightarrow 4 \times 10^{-2} (n'+1)^2 = 1$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} 2 \times 10^{-1} (n'+1) = 1 \rightarrow n'+1 = \frac{1}{2 \times 10^{-1}}$$

$$\rightarrow n'+1 = 5 \rightarrow n' = 4$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- نمودار تعداد هسته‌های واپاشی شده یک ماده پرتوزا مطابق شکل است. نیمه عمر این ماده چند روز است؟



۶ (۱)

۱۲ (۲)

۱۸ (۳)

۳ (۴)

نیمه عمر

نیمه عمر مدت زمانی است که طول می کشد تا تعداد هسته های مادر موجود در یک نمونه به نصف برسند.

$$N_0 \xrightarrow{T} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{8}$$

$$N_0 : \text{تعداد هسته های اولیه}$$

$$\frac{N_0}{8} : \text{تعداد هسته های باقی مانده}$$

روابط:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \rightarrow N = \frac{N_0}{2^n}$$

$$N' = N_0 - N$$

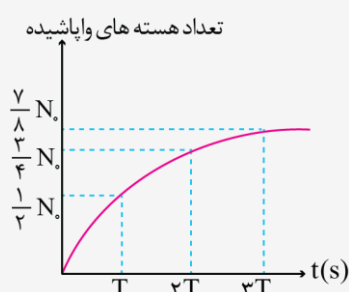
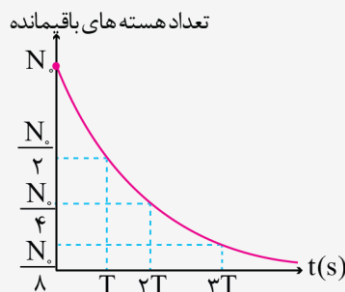
N : تعداد هسته های باقی مانده

n : تعداد نیمه عمر

N_0 : تعداد هسته های اولیه

N' : تعداد هسته های واپاشیده شده

نمودارها:



برای راحتی کار در محاسبات درصد های زیر را حفظ کنید:

زمان سپری شده	درصد باقی مانده	درصد واپاشیده
یک نیمه عمر $t = T$	$\frac{1}{2} = 50\%$	$\frac{1}{2} = 50\%$
دو نیمه عمر $t = 2T$	$\frac{1}{4} = 25\%$	$\frac{3}{4} = 75\%$
سه نیمه عمر $t = 3T$	$\frac{1}{8} = 12.5\%$	$\frac{7}{8} = 87.5\%$
چهار نیمه عمر $t = 4T$	$\frac{1}{16} = 6.25\%$	$\frac{15}{16} = 93.75\%$
پنج نیمه عمر $t = 5T$	$\frac{1}{32} = 3.125\%$	$\frac{31}{32} = 96.875\%$

پاسخ تشریحی:

مطابق نمودار داده شده، پس از ۱۸ روز، تعداد هسته های واپاشی شده برابر $1.5 \times 10^5 \times 87.5\%$ است. با توجه به این که تعداد کل هسته ها برابر 10^6 است، تعداد هسته های باقی مانده برابر می شود با:

$$N_{\text{باقی مانده}} = N_0 - N_{\text{واپاشی شده}} = 10^6 - 1.5 \times 10^5 \times 87.5\% = 1.5 \times 10^5$$

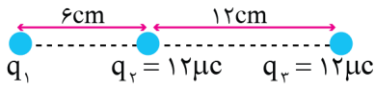
بنابراین برای محاسبه نیمه عمر می توان نوشت:

$$N_{\text{باقی مانده}} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 1.5 \times 10^5 = \frac{10^6}{2^{\frac{18}{T}}}$$

$$\Rightarrow \frac{18}{2T} = 8 \Rightarrow \frac{18}{T} = 8 \Rightarrow T = 6 \text{ روز}$$

۵۷- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار روی محوری قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 ، 30 N باشد، بزرگی نیروی الکتریکی خالص

وارد بر بار q_2 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



- (۱) ۶۳ یا ۱۱۷
(۲) ۶۳ یا ۹۰
(۳) فقط ۱۱۷
(۴) فقط ۹۰

(۱۱۰۱-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که بار q_1 می تواند منفی یا مثبت باشد. در هر دو حالت نیروهایی که q_2 و q_3 به q_1 وارد می کنند، هم جهت هستند، بنابراین مجموع این دو نیرو باید برابر 30 N شود.

$$F_{r1} + F_{r3} = 30\text{ N} \rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{r_{12}^2} + k \frac{|q_3||q_1|}{r_{13}^2} = 30$$

$$\rightarrow 90 \times \frac{12 \times |q_1|}{6^2} + 90 \times \frac{12 \times |q_1|}{18^2} = 30$$

$$\rightarrow 30|q_1| + \frac{30|q_1|}{9} = 30$$

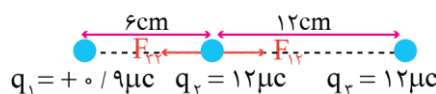
$$\rightarrow \frac{10}{9}|q_1| = 1 \rightarrow |q_1| = 0.9 \mu\text{C}$$

بنابراین بار q_1 می تواند برابر $+0.9 \mu\text{C}$ یا $-0.9 \mu\text{C}$ باشد. در هر دو حالت برایند نیروهای وارد بر q_2 را محاسبه می کنیم.
(۱) اگر q_1 مثبت باشد:

$$F_{r2} = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90 \times \frac{0.9 \times 12}{6^2} = 27\text{ N}$$

$$F_{r3} = 90 \frac{|q_3||q_2|}{r_{23}^2} = 90 \times \frac{12 \times 12}{12^2} = 90\text{ N}$$

$$\rightarrow F_{\text{کل}} = F_{r3} - F_{r2} = 90 - 27 = 63\text{ N}$$



(۲) اگر q_1 منفی باشد:

در این حالت جهت نیروی F_{r2} برعکس می شود و دو نیرو جمع می شوند.

$$F'_{\text{کل}} = F_{r3} + F_{r2} = 90 + 27 = 117\text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- ذره ای با بار الکتریکی -1.00 nC و با جرم 125 میلی گرم در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی، با تندی $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می شود. اگر اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی مبدأ و مقصد حرکت 0.25 مگا ولت باشد، تندی ذره در مقصد چند متر بر ثانیه است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)

(۴) $20\sqrt{5}$

(۳) $20\sqrt{3}$

(۲) $20\sqrt{2}$

(۱) ۲۰

(۱۱۰۱-متوسط-مفهومی و محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۴

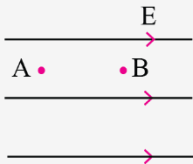
پتانسیل و انرژی پتانسیل الکتریکی

(۱) هنگامی که بار q از اختلاف پتانسیل ΔV عبور کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر می کند. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یعنی ΔU به صورت زیر بدست می آید.

$$\Delta U = q\Delta V$$

(۲) مطابق رابطه بالا، بار مثبت با حرکت به سمت پتانسیل های بیشتر، انرژی پتانسیل الکتریکی آن زیاد می شود و انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی با حرکت به سمت پتانسیل های کمتر، بیشتر می شود.

(۳) اگر یک بار الکتریکی در جهت خودبه خودی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن حتماً کم می شود. جهت حرکت خودبه خودی بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است، در حالی که جهت خودبه خودی حرکت بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.



(۴) با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

$$V_B < V_A$$

همچنین با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی ثابت می‌ماند.

(۵) تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر قرینه کار نیروی الکتریکی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W = Fd \cos \alpha \\ \Delta U = -W_E \end{cases} \rightarrow \Delta U = -Fd \cos \alpha$$

$$F = E|q| \rightarrow \Delta U = -E|q|d \cos \alpha \rightarrow |\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$$

از رابطه فوق برای محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل در یک میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. دقت کنید در حالتی که عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم ($\cos \alpha = 0$)، پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل ثابت می‌مانند.

(۶) در مسائلی که اتلاف انرژی و نیرویی جز نیروی الکتریکی وجود ندارد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی قرینه هم هستند، بنابراین برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

$$\Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

بنابراین با توجه به این که $|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$ است، برای محاسبه ΔK داریم:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha|$$

هرگاه بار در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > 0$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < 0$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

پاسخ تشریحی:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده است و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$|\Delta U| = |q\Delta V| = 1.00 \times 10^{-9} \times 0.25 \times 10^6 = 2.5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$\Delta U < 0 \rightarrow \Delta U = -2.5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

گام دوم: چون انرژی مکانیکی پایسته است، اگر انرژی پتانسیل $2.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ کم شود، انرژی جنبشی $2.5 \times 10^{-2} \text{ J}$ افزایش می‌یابد و می‌توان نوشت:

$$\Delta K = +2.5 \times 10^{-2} \text{ J} \rightarrow \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = 2.5 \times 10^{-2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 1.25 \times 10^{-6} \times (v_f^2 - 4.0^2) = 2.5 \times 10^{-2}$$

$$\rightarrow v_f^2 - 4.0^2 = 400 \rightarrow v_f^2 = 2000 \rightarrow v_f = 20 \sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نکته:

با حرکت الکترون در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی، تندی حرکت آن افزایش می‌یابد. بنابراین جواب این مسأله باید حتماً از $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بزرگ‌تر باشد که در بین

گزینه‌ها فقط گزینه (۴) بزرگ‌تر از $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. پس نیازی به حل این سؤال نداشتیم.

گروه آموزشی ماز

۵۹- فاصله بین دو صفحه فلزی مربعی به ضلع 20 cm را با دی‌الکتریکی به ضخامت 5 mm و با ثابت 3 پر می‌کنیم تا یک خازن تخت ساخته شود. این خازن را با یک باتری 50 ولتی شارژ می‌کنیم و سپس آن را از باتری جدا می‌کنیم. اگر دی‌الکتریک را از بین صفحات خارج کنیم، انرژی ذخیره شده در

خازن چند نانوذول و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$)

(۴) 5400 ، کاهش

(۳) 2700 ، کاهش

(۲) 5400 ، افزایش

(۱) 2700 ، افزایش

پاسخ: گزینه ۲ (۱۱۰۱-سخت-محاسباتی)

نکته:

در این قسمت روابط و فرمول‌های مربوط به خازن را بدون توضیح مرور می‌کنیم.

$$q = CV$$

(۱) رابطه اصلی:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

(۲) رابطه ظرفیت خازن:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \quad (۳) \text{ رابطه میدان الکتریکی:}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV \quad (۴) \text{ رابطه انرژی خازن:}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول: ظرفیت خازن را محاسبه می کنیم.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 3 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{0.2 \times 0.2}{0.5 \times 10^{-3}} = 2.16 \times 10^{-9} \text{ F} = 2.16 \text{ nF}$$

گام دوم: اگر خازن را با ولتاژ ۵۰ ولت شارژ کنیم، انرژی ذخیره شده در آن برابر می شود با:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 2.16 \times 50^2 = 2700 \text{ nJ}$$

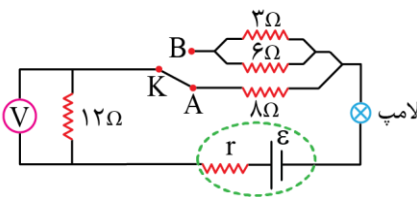
گام سوم: با جدا کردن خازن از باتری و خارج کردن دی الکتریک از آن، بار خازن ثابت می ماند و ظرفیت آن $\frac{1}{3}$ برابر می شود، بنابراین طبق رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ ، انرژی خازن ۳ برابر می شود.

$$U' = 3U = 3 \times 2700 = 8100 \text{ nJ}$$

$$\rightarrow U' - U = 8100 - 2700 = 5400 \text{ nJ}$$

انرژی خازن ۵۴۰۰ nJ افزایش یافته است.

گروه آموزشی ماز



۶۰- در مدار زیر، با تغییر وضعیت کلید K از A به B، کدام یک از اتفاقات زیر نمی افتد؟

- (۱) نور لامپ افزایش می یابد.
- (۲) عدد ولت سنج کاهش می یابد.
- (۳) اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می یابد.
- (۴) افت پتانسیل درون باتری افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۲ (۱۱۰۱-متوسط-مفهومی)

پاسخ تشریحی:

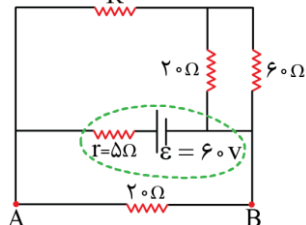
مقاومت شاخه پایین 8Ω و مقاومت شاخه بالا برابر $\frac{3 \times 6}{3+6} = 2\Omega$ است، پس با تغییر وضعیت کلید از A به B، مقاومت کمتری در مدار قرار می گیرد و مقاومت معادل مدار کم می شود.

با کاهش مقاومت معادل، جریان مدار افزایش می یابد و نور لامپ بیشتر می شود.

ولت سنج ولتاژ دو سر مقاومت 12Ω را نشان می دهد که طبق رابطه $V = RI$ ، با افزایش جریان مدار، ولتاژ ولت سنج هم افزایش می یابد. از طرفی افت پتانسیل باتری برابر Ir است که با افزایش جریان مدار، افت پتانسیل هم زیاد می شود و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می یابد.

گروه آموزشی ماز

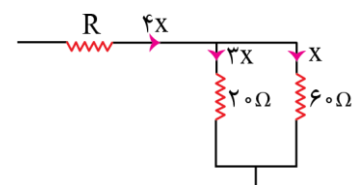
۶۱- توان مصرفی مقاومت R در مدار زیر، $\frac{4}{3}$ برابر توان مصرفی مقاومت ۶۰ اهمی است. اختلاف پتانسیل نقاط A و B چند ولت است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۲۵
- (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۴ (۱۱۰۱-سخت-محاسباتی)

پاسخ تشریحی:



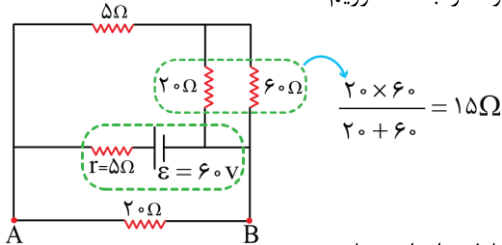
اگر جریان مقاومت 60Ω برابر X باشد، جریان مقاومت 20Ω برابر $3X$ است، زیرا در مقاومت های موازی، جریان با مقدار مقاومت رابطه عکس دارد. در این صورت جریان مقاومت R برابر $X + 3X = 4X$ است.

برای مقایسه توان مقاومت R و مقاومت 60Ω می توان نوشت:

$$P = RI^2 \rightarrow \frac{P_R}{P_{60\Omega}} = \frac{R}{60} \times \left(\frac{I_x}{x}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{4}{3} = \frac{R}{60} \times 16 \rightarrow R = 5\Omega$$

حال که مقاومت R را می دانیم، باید جریان مدار را محاسبه کنیم تا بتوانیم اختلاف پتانسیل نقاط A و B را بدست آوریم.



مقاومت شاخه بالا برابر $20\Omega = 5 + 15$ است و مقاومت شاخه پایین هم 20Ω است، پس مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{20}{2} = 10\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{60}{5 + 10} = 4A$$

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = 60 - 5 \times 4 = 40V$$

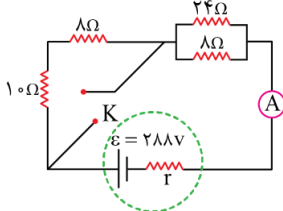
دقت کنید اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B در واقع همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار زیر، توان خروجی باتری قبل و بعد از بستن کلید K مشابه است. اختلاف جریان آمپرسنج آرمانی قبل و بعد از بستن کلید چند آمپر

است؟

- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۲ (۴)



(۱۱۰-متوسط-مفهومی و محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

اگر به ازای دو مقاومت معادل R_1 و R_2 ، توان خروجی از باتری یکسان باشد، آن گاه مقاومت درونی باتری برابر $r = \sqrt{R_1 R_2}$ است.

پاسخ تشریحی:

قبل از بستن کلید، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_1 = 10 + 8 + \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 18 + 6 = 24\Omega$$

پس از بستن کلید، مقاومت های 10Ω و 8Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می شوند و مقاومت معادل برابر می شود با:

$$R_2 = \frac{24 \times 8}{24 + 8} = 6\Omega$$

توان باتری در دو حالت مشابه است، پس داریم:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{24 \times 6} = \sqrt{144} = 12\Omega$$

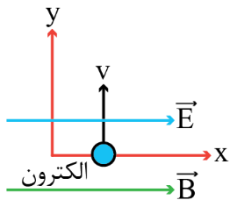
حال که مقاومت درونی باتری را داریم، می توانیم جریان مدار را قبل و بعد از بستن کلید محاسبه کنیم.

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_1} = \frac{288}{12 + 24} = 8A$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R_2} = \frac{288}{12 + 6} = 16A$$

بنابراین جریان آمپرسنج ۸A افزایش یافته است.

۶۳- میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $E = 20000 \frac{N}{C}$ و $B = 0.15 T$ هر دو در جهت محور x هستند. اگر الکترونی درون این میدان‌ها در جهت محور y با تندی $10^5 \frac{m}{s}$ پرتاب شود، بزرگی شتاب الکترون چند واحد SI می‌شود؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$ ، $m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$ و نیروی وزن ناچیز است).



- (۱) 4×10^{15}
- (۲) 8×10^{14}
- (۳) $5/6 \times 10^{15}$
- (۴) $3/2 \times 10^{15}$

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۳-سخت-مفهومی و محاسباتی)

نکته:

- (۱) نیروی الکتریکی وارد بر الکترون در خلاف جهت میدان الکتریکی است و اندازه آن از رابطه $F_E = |q||E|$ به دست می‌آید.
- (۲) نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون بر میدان مغناطیسی و بردار سرعت آن عمود است و از رابطه $F_B = |q|vB \sin \alpha$ به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی:

بار الکترون منفی است و نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی، یعنی در خلاف جهت محور x به آن وارد می‌شود.

$$F_E = |q||E| = 1.6 \times 10^{-19} \times 20000 = 3.2 \times 10^{-15} N$$

نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون طبق قاعده دست راست به سمت بیرون صفحه (برون‌سو) است و برابر است با:

$$F_B = |q|vB \sin \alpha = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 0.15 = 2.4 \times 10^{-15} N$$

نیروهای الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمودند و نیروی برآیند از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید.

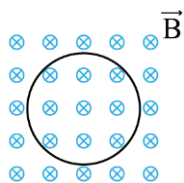
$$F_{net} = \sqrt{F_E^2 + F_B^2} = 10^{-15} \times \sqrt{(3/2)^2 + (2/4)^2} = 4 \times 10^{-15} N$$

در محاسبه بالا به اعداد فیثاغورسی $3/2 = 4 \times 0.75$ و $2/4 = 3 \times 0.75$ توجه کنید.

$$a = \frac{F_{net}}{m} \rightarrow a = \frac{4 \times 10^{-15}}{9.1 \times 10^{-31}} = 4 \times 10^{15} \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- مطابق شکل، حلقه‌ای با مساحت $250 cm^2$ درون میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی قرار دارد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی در مدت $5 ms$ بدون تغییر جهت از $100 G$ به $200 G$ برسد، نیروی محرکه القایی در حلقه چند ولت است و جهت جریان القایی در آن چگونه است؟



- (۱) 0.05 ، ساعتگرد
- (۲) 0.05 ، پادساعتگرد
- (۳) 0.1 ، ساعتگرد
- (۴) 0.1 ، پادساعتگرد

پاسخ: گزینه ۲ (۱۱۰۳-متوسط-مفهومی و محاسباتی)

نکته:

با تغییر شار مغناطیسی، نیروی محرکه القایی ایجاد می‌شود.

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \xrightarrow{\phi = BA \cos \theta} \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta B}{\Delta t} A \cos \theta & \text{(فقط میدان تغییر کند.)} \\ B \frac{\Delta A}{\Delta t} \cos \theta & \text{(فقط مساحت تغییر کند.)} \\ BA \Delta \cos \theta & \text{(فقط زاویه تغییر کند.)} \end{cases}$$

برای محاسبه نیروی محرکه القایی می توان نوشت:

$$\bar{\varepsilon} = \left| N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = \left| N A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\rightarrow \bar{\varepsilon} = 1 \times 250 \times 10^{-4} \times \frac{(200 - 100) \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 0.5 \text{ V}$$

با توجه به اینکه $\theta = 0$ است، حاصل $\cos \theta = 1$ شده و داریم:

با افزایش میدان مغناطیسی، حلقه میدانی در خلاف جهت میدان اصلی ایجاد می کند تا با افزایش شار مخالفت کند. برای آن که میدان حلقه برون سو باشد، جهت جریان القایی در آن باید پادساعتگرد باشد.

گروه آموزشی ماز

۶۵- جریان متناوبی با بیشینه $2/5$ آمپر و دوره 25 میلی ثانیه از یک مقاومت 4 کیلو اهمی می گذرد. معادله ولتاژ دو سر این مقاومت بر حسب زمان در SI کدام است؟

$$V = 2/5 \sin(80\pi t) \quad (2)$$

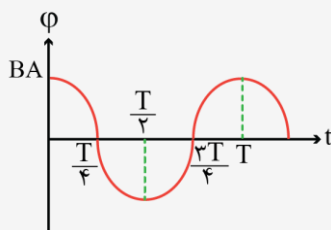
$$V = 10000 \sin(80\pi t) \quad (1)$$

$$V = 2/5 \sin(100\pi t) \quad (4)$$

$$V = 10000 \sin(100\pi t) \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۳- ساده محاسباتی)

جریان متناوب



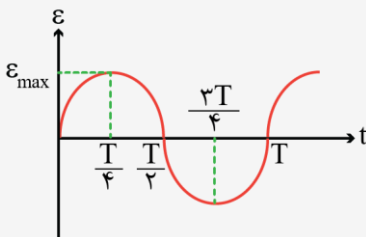
(۱) اگر یک پیچه را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت با آهنگ ثابت بچرخانیم، جریان متناوب سینوسی ایجاد می شود.
(۲) شار مغناطیسی گذرنده از حلقه برابر است با:

$$\phi = BA \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

در رابطه فوق T ، دوره چرخش پیچه است، یعنی مدت زمانی که طول می کشد تا پیچه یک دور کامل بچرخد.
در رابطه با نمودار بالا دقت کنید که بیشینه شار برابر BA است و نمودار شار - زمان به شکل تابع کسینوس است.

همچنین توجه کنید که در مضارب فرد $\frac{T}{4}$ ، شار صفر است و در مضارب زوج $\frac{T}{4}$ ، اندازه شار بیشینه است.

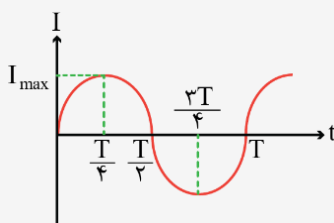
(۳) نیروی محرکه القایی در حلقه برابر است با:



$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

نمودار نیروی محرکه به شکل تابع سینوس است. در مضارب زوج $\frac{T}{4}$ ، نیروی محرکه صفر است و در مضارب فرد $\frac{T}{4}$ ، اندازه نیروی محرکه بیشینه است.

(۴) جریان القایی در حلقه برابر است با:



$$I = I_{\max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\text{مقاومت حلقه}}$$

دقت کنید که نمودار جریان القایی سینوسی است. در مضارب زوج $\frac{T}{4}$ ، جریان صفر و در مضارب فرد $\frac{T}{4}$ ، اندازه جریان القایی بیشینه است.

توجه کنید که طبق قانون اهم، با تقسیم نیروی محرکه بر مقاومت پیچه، جریان بدست می آید، بنابراین نمودار جریان و نیروی محرکه کاملاً به هم شبیه هستند.
(۵) در لحظاتی که اندازه شار بیشینه است، نیروی محرکه و جریان القایی صفر هستند و در لحظاتی که شار صفر است، اندازه نیروی محرکه و جریان القایی بیشینه است.

گام اول: معادله جریان برابر است با:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \rightarrow I = 2/5 \sin\left(\frac{2\pi}{25 \times 10^{-3}} t\right)$$

$$\rightarrow I = 2/5 \sin(80\pi t)$$

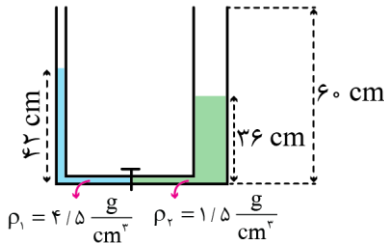
گام دوم: طبق قانون اهم، با ضرب جریان در مقاومت، ولتاژ بدست می آید.

$$V = RI = 4 \times 10^{-3} \times 2 / \sin(80^\circ \pi)$$

$$\rightarrow V = 10^{-4} \sin(80^\circ \pi)$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- در شکل مقابل، قطر شاخه سمت راست لوله دو برابر قطر شاخه سمت چپ بوده و شیر رابط بسته است. اگر شیر رابط را باز کنیم، فاصله سطح آزاد مایع ρ_r از بالای لوله چند سانتی متر خواهد شد؟



- (۱) ۹
(۲) ۱۴
(۳) ۱۸
(۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳ (۱۰۰۱-متوسط-محاسباتی)

لوله U شکل

(۱) در یک لوله U شکل که دو یا چند مایع در حال تعادل هستند، با نوشتن شرط تعادل فشار داریم:

$$\text{شرط تعادل: } P_A = P_B$$

$$\rightarrow P_1 + \rho_1 g h_1 = P_2 + \rho_2 g h_2$$

$$\rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

(۲) در لوله U شکل مقابل، روابط مقایسه‌ای زیر بین فشار نقاط مشخص شده برقرار است که خوب است آن‌ها را بدانید.

$$P_A = P_B$$

$$P_C < P_D$$

$$P_E < P_F$$

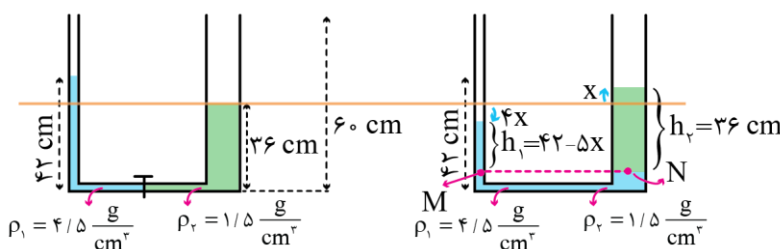
(۳) اگر مایع‌ها درون یک لوله U شکل جابه‌جا شوند، حجم مایع جابه‌جا شده در دو سمت برابر است.

$$A_1 h_1 = A_2 h_2 \rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

پاسخ تشریحی:

اولاً طبق رابطه $A = \frac{\pi}{4} d^2$ می‌توان نوشت:

$$\frac{A_{\text{راست}}}{A_{\text{چپ}}} = \left(\frac{d_{\text{راست}}}{d_{\text{چپ}}} \right)^2 = (2)^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} A_{\text{چپ}} = A \\ A_{\text{راست}} = 4A \end{cases}$$



بنابراین مایع ρ_1 به نسبت معکوس سطح مقطع‌ها در دو شاخه جابه‌جا خواهد شد. با توجه به اطلاعات روی شکل می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \rightarrow P_1 + \rho_1 g h_1 = P_2 + \rho_2 g h_2 \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\rightarrow 4/5 (42 - 5x) = 1/5 \times 36 \rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

بنابراین فاصله سطح آزاد مایع ρ_2 از بالای لوله برابر است با:

$$60 - (36 + 6) = 18 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- اگر تندی حرکت اتومبیلی که روی خط راست حرکت می‌کند، $14/4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۲۱ درصد افزایش می‌یابد. تندی نهایی اتومبیل چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۱۵۸/۴

(۳) ۶۴/۴

(۲) ۵۴

(۱) ۴۴

گام اول: فرض کنیم تندی نهایی اتومبیل برابر v_2 باشد، بنابراین تندی اولیه آن برابر $\frac{km}{h} = v_1 = v_2 - 14/4$ است. برای مقایسه انرژی جنبشی در دو حالت می توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m \text{ ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{121}{100} = \left(\frac{v_2}{v_2 - 14/4}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{11}{10} = \frac{v_2}{v_2 - 14/4}$$

$$\rightarrow 11v_2 - 158/4 = 10v_2 \rightarrow v_2 = 158/4 \frac{km}{h}$$

گام دوم: حال کافی است تندی را برحسب $\frac{m}{s}$ بیابیم.

$$v_2 = 158/4 \frac{km}{h} = \frac{158/4 \text{ m}}{3/6 \text{ s}} = 44 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- جسمی را با تندی $8 \frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می کنیم و جسم حداکثر تا ارتفاع 270 cm از سطح زمین بالا می رود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود، جسم با تندی چند متر بر ثانیه به زمین بازمی گردد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۴/۴ (۴)

۱/۱ (۳)

$\sqrt{11}$ (۲)

$\sqrt{44}$ (۱)

انرژی درونی و مکانیکی

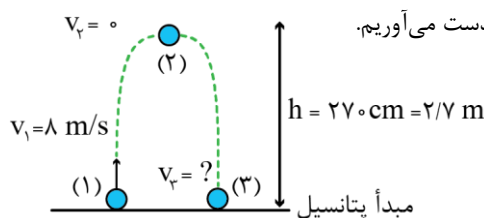
همان طور که می دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسأله وجود نداشتند، انرژی مکانیکی پایسته می ماند. در این درسنامه می خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

(۱) کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می شود. به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

با توجه به این که علامت کار منفی است، E_2 کوچکتر از E_1 می باشد.

(۲) انرژی مکانیکی که جسم از دست می دهد صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می شود. به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر $E_1 - E_2$ خواهد بود.



انرژی مکانیکی جسم را در نقاط (۱)، (۲) و (۳) به دست می آوریم.

$$E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 32m$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + 0 = 27m$$

$$E_3 = U_3 + K_3 = 0 + \frac{1}{2}mv_3^2$$

در طول مسیر رفت، به دلیل کار نیروی مقاومت هوا، انرژی جسم از $32m$ به $27m$ رسیده است، یعنی $5m$ کاهش یافته است. چون نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شده است، در طول مسیر برگشت هم $5m$ انرژی دیگر تلف می شود و انرژی مکانیکی جسم از $E_2 = 27m$ به $E_3 = 22m$ می رسد. بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{cases} E_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_3^2 = 22m \rightarrow v_3 = \sqrt{44} \frac{m}{s} \\ E_3 = 22m \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- در بین تغییر حالت‌های جدول (۱)، تعداد تغییر حالت‌های گرمازا برابر α است و در بین موارد جدول (۲)، تعداد عواملی که باعث افزایش آهنگ تبخیر سطحی می‌شوند برابر β است. حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

جدول (۱)

دوب	تبخیر	چگالش
-----	-------	-------

جدول (۲)

افزایش دمای مایع	افزایش مساحت سطح مایع	افزایش فشار هوای محیط
------------------	-----------------------	-----------------------

(۴) ۲-

(۳) ۱-

(۲) ۱

(۱) صفر

(۱۰۰۴-ساده-مفهومی)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

در بین تغییر حالت‌های داده شده، چگالش فرایندی گرمازا است و تبخیر و دوب گرماگیر هستند. ($\alpha = 1$)
افزایش دمای مایع و افزایش مساحت سطح آن باعث افزایش آهنگ تبخیر سطحی می‌شوند، در حالی که افزایش فشار هوای محیط، آهنگ تبخیر سطحی را کاهش می‌دهد. ($\beta = 2$)

$$\alpha - \beta = 1 - 2 = -1$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- میله‌ای با ظرفیت گرمایی $500 \frac{J}{K}$ توسط یک گرمکن با توان $250 W$ به مدت ۲ دقیقه گرم می‌شود. طول میله چند درصد افزایش می‌یابد؟ (ضریب انبساط طولی میله برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-5} \times 2/5$ است.)

(۴) ۰/۲۵

(۳) ۲/۵

(۲) ۱/۵

(۱) ۰/۱۵

(۱۰۰۴-متوسط-محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

گام اول: محاسبه افزایش دمای میله

$$\begin{cases} Q = Pt \\ Q = C\Delta\theta \end{cases} \rightarrow Pt = C\Delta\theta \rightarrow 250 \times 120 = 500 \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 60^\circ C$$

گام دوم: محاسبه درصد افزایش طول میله

$$\alpha \Delta\theta \times 100 = 2/5 \times 10^{-5} \times 60 \times 100 = 0/15\%$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- تعداد دورهای سیملوله A ، k برابر تعداد دورهای سیملوله B است و طول این دو سیملوله برابر است. اگر شعاع مقطع سیملوله A ، k برابر شعاع مقطع سیملوله B باشد و جریان الکتریکی برابری از آن‌ها بگذرد، کدام عبارت صحیح است؟
(الف) میدان مغناطیسی درون سیملوله A ، k برابر میدان مغناطیسی درون سیملوله B است.

(ب) ضریب خودالقایی سیملوله A ، k^4 برابر ضریب خودالقایی سیملوله B است.

(ج) انرژی ذخیره شده در سیملوله A ، k^3 برابر انرژی ذخیره شده در سیملوله B است.

(۴) فقط (ج)

(۳) فقط (ب)

(۲) (الف) و (ج)

(۱) (الف) و (ب)

(۱۱۰۳-متوسط-مفهومی و محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

۱- ضریب القایی سیملوله از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

ضریب خودالقایی: L

تعداد دورهای سیملوله: N

طول سیملوله: ℓ

مساحت مقطع حلقه‌ها: A

۲- برای مقایسه ضریب خودالقاری دو سیملوله از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B} \right) \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A} \right)$$

پاسخ تشریحی:

هریک از کمیت‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

مقایسه میدان مغناطیسی:

$$B = \mu \cdot \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right) \times \left(\frac{I_A}{I_B} \right) \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = k \times 1 \times 1 = k$$

مقایسه ضریب خودالقاری: چون شعاع مقطع سیملوله A، k برابر شعاع مقطع سیملوله B است، پس نسبت مساحت حلقه‌های A به B برابر با k^2 خواهد بود، پس می‌توان نوشت:

$$L = \mu \cdot \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B} \right) \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = k^2 \times k^2 \times 1 = k^4$$

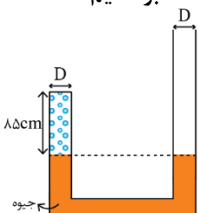
مقایسه انرژی ذخیره شده:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B} \right)^2 = k^4 \times 1 = k^4$$

بنابراین عبارت‌های (الف) و (ب) صحیح هستند.

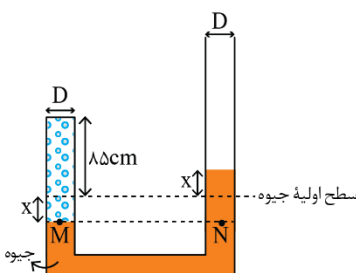
گروه آموزشی ماز

۷۲- مطابق شکل، مقداری جیوه درون ظرف در حال تعادل قرار دارد و دمای گاز محبوس در لوله 27°C است. اگر دمای گاز را به 87°C برسانیم، اختلاف سطح آزاد جیوه در دو سمت چند سانتی‌متر می‌شود؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$ و قطر لوله‌ها است.)



- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲ (۱۰۴-سخت-محاسباتی)



فرض کنیم با بالا رفتن دمای گاز، سطح مایع در شاخه چپ به اندازه x پایین بیاید، در نتیجه به دلیل برابری قطر لوله‌های دو طرف، در شاخه راست نیز جیوه به اندازه x بالا می‌رود.

فشار در نقاط هم‌تراز M و N برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P_0 + 2x \text{ cmHg} = 75 + 2x \text{ cmHg}$$

دقت کنید که فشار اولیه گاز برابر فشار هوای محیط بوده است.

($P_0 = 75 \text{ cmHg}$) و با نوشتن قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P'_{\text{گاز}} V'_{\text{گاز}}}{T'_{\text{گاز}}} = \frac{P_{\text{گاز}} V_{\text{گاز}}}{T_{\text{گاز}}}$$

$$\Rightarrow \frac{(75 + 2x) \times (A \times (\Delta + x))}{27 + 273} = \frac{75 \times (A \times \Delta)}{27 + 273}$$

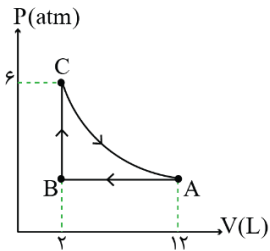
$$\Rightarrow \frac{(75 + 2x)(\Delta + x)}{360} = \frac{75 \times \Delta}{300}$$

$$\Rightarrow (75 + 2x)(\Delta + x) = 90 \times \Delta$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 245x - 15 \times \Delta = 0$$

با توجه به گزینه‌ها می‌توان دید که $x = 5 \text{ cm}$ در این رابطه صدق می‌کند، بنابراین اختلاف سطح جیوه در دو سمت برابر $2x = 10 \text{ cm}$ می‌شود.

۷۳- مقداری گاز کامل تک‌اتمی، چرخه ABCA را طی می‌کند. اگر فرایند CA هم‌دما باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند AB، چند ژول است؟



- (۱) ۱۰۰۰
(۲) -۱۰۰۰
(۳) ۲۰۰۰
(۴) -۲۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۴-متوسط-نموداری)

پاسخ تشریحی:

فرایند CA هم‌دماست، بنابراین می‌توان نوشت:

$$T_A = T_C \Rightarrow P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow P_A \times 12 = 6 \times 2 \Rightarrow P_A = 1 \text{ atm}$$

کار انجام شده در فرایند هم‌فشار AB برابر است با:

$$W_{AB} = -P \Delta V = -1 \times 10^5 \times (2 - 12) \times 10^{-3} = 1000 \text{ J}$$

دقت کنید که در فرایند AB، گاز متراکم شده است و کار انجام شده روی آن مثبت است.

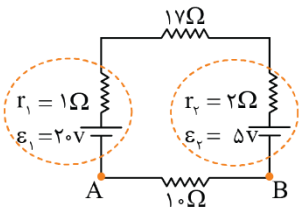
گروه آموزشی ماز

۷۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد مدار شکل مقابل صحیح است؟

(الف) باتری (۱)، در هر ثانیه ۹/۷۵ J انرژی مصرف می‌کند.

(ب) باتری (۲)، در هر ثانیه ۳/۵ J انرژی مصرف می‌کند.

(ج) پتانسیل الکتریکی نقطه A، ۵V بیش‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.



(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۱-متوسط-مفهومی و محاسباتی)

نکته:

۱- اگر جریان از سر مثبت یک باتری خارج شود، باتری به مدار انرژی تحویل می‌دهد. توان خروجی باتری برابر می‌شود با:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^2$$

۲- اگر جریان به سر مثبت باتری وارد شود، باتری در نقش مصرف کننده در مدار قرار دارد و توان مصرفی آن برابر است با:

$$P_{\text{مصرفی}} = \varepsilon I + r I^2$$

پاسخ تشریحی:

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{\text{eq}}} = \frac{20 - 5}{1 + 2 + 27} = 0.5 \text{ A}$$

باتری (۱) در نقش مولد است و به مدار انرژی می‌دهد، بنابراین عبارت (الف) نادرست است.

باتری (۲) در نقش مصرف کننده است و توان مصرفی آن برابر است با:

$$P = \varepsilon_2 I + r_2 I^2 = 5 \times 0.5 + 2 \times (0.5)^2 = 3 \text{ W}$$

باتری (۲) در هر ثانیه ۳ J انرژی مصرف می‌کند و عبارت (ب) هم نادرست است.

با توجه به جهت جریان مدار، پتانسیل نقطه A کم‌تر از پتانسیل نقطه B است و عبارت (ج) هم نادرست است.

گروه آموزشی ماز

۷۵- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۰۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه سوم، چند برابر سرعت متوسط آن در ۳ ثانیه دوم حرکت است؟ ($g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۵/۴

(۳) ۴/۵

(۲) ۱/۹

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۱-ساده-مفهومی)

نکته:

حرکت سقوط آزاد با شتاب ثابت انجام می‌شود، پس سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر سرعت در لحظه وسط آن بازه است.

$$\text{سرعت در لحظه } \frac{t_1 + t_2}{2} = \text{سرعت متوسط در بازه } t_1 \text{ تا } t_2$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکته فوق، سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم ($4s < t < 6s$) برابر سرعت در لحظه $t = 5s$ است و می‌توان نوشت:

$$v_{av} = v_{\Delta} \xrightarrow{v=gt} v_{av} = 5g$$

در ۳ ثانیه دوم ($3s < t < 6s$)، سرعت متوسط برابر سرعت در لحظه $t_1 = \frac{3+6}{2} = 4.5s$ است و می‌توان نوشت:

$$v'_{av} = v_{4.5} \xrightarrow{v=gt} v'_{av} = 4.5g$$

بنابراین خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{5g}{4.5g} = \frac{10}{9}$$

گروه آموزشی ماز

۷۶- برای تشکیل ۱۱/۷ گرم از فلئورید یک فلز قلیایی خاکی، ۳/۷۵ لیتر گاز فلئور در دما و فشار معین با چگالی $1/52 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ مصرف شده است. جرم مولی اتم فلئور، چند برابر جرم مولی فلز موجود در این ترکیب خواهد بود؟ ($F = 19 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۰/۶۵ (۴)

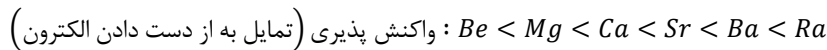
۰/۳۲۵ (۳)

۰/۹۵ (۲)

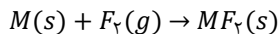
۰/۴۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مساله - ۱۰۰۱)

در گروه دوم جدول دوره‌ای، عناصر برلییم (Be)، منیزیم (Mg)، کلسیم (Ca)، استرانسیم (Sr)، بارییم (Ba) و رادیم (Ra) وجود دارند. این عناصر، اصطلاحاً به فلزهای قلیایی خاکی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در گروه فلزهای قلیایی خاکی، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش پذیری این عناصر فلزی به صورت زیر است:



معادله واکنش فلزهای قلیایی خاکی با گاز فلئور به صورت زیر است:



تعداد مول گاز فلئور مصرف شده برای تولید ۱۱/۷ گرم فلئورید این فلز قلیایی خاکی را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } F_2 = \frac{3/75 \text{ L } F_2}{1 \text{ L } F_2} \times \frac{1/52 \text{ g } F_2}{1 \text{ g } F_2} \times \frac{1 \text{ mol } F_2}{38 \text{ g } F_2} = 0/15 \text{ mol}$$

مطابق معادله موازنه شده، با مصرف ۰/۱۵ مول گاز فلئور، مقدار ۰/۱۵ مول فلئورید فلز تولید می‌شود. جرم ۰/۱۵ مول فلئورید این فلز قلیایی خاکی برابر ۱۱/۷ گرم است. بر این اساس، جرم مولی فلئورید این فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = \frac{11/7 \text{ g}}{0/15 \text{ mol}} = 78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

جرم مولی فلئورید این فلز برابر با ۷۸ گرم است. توجه داریم که در واحد فرمولی این ترکیب یونی، دو یون فلئورید و یک کاتیون فلزی وجود دارد. بر این اساس، جرم مولی فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$M + 2F = M + 38 = 78 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \implies M = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

بنابراین جرم مولی فلز برابر با ۴۰ گرم است. در پایان نسبت جرم مولی فلئور به جرم مولی فلز را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F}{M} = \frac{19}{40} = 0/475$$

گروه آموزشی ماز

۷۷- درباره اتم $^{51}_{21}M$ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) مجموع شمار الکترون‌های با $l = 1$ در آن ۴ برابر شمار الکترون‌های با $l = 2$ است.

(ب) این عنصر به همراه دوازده عنصر هم‌دوره خود، دارای چهار زیرلایه دو الکترونی است.

(پ) اختلاف شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در این عنصر، برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی در آن است.

(ت) تفاوت شمار الکترون‌های زیرلایه d آن با شمار الکترون‌های زیرلایه d اتم $^{24}_{12}X$ برابر اختلاف عدد اتمی این دو عنصر است.

(۱) آ، پ، ت

(۲) پ، ت

(۳) آ، ب، پ

(۴) ب، پ، ت

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

اتم $^{51}_{21}M$ معادل با وانادیم است. آرایش الکترونی وانادیم به صورت $V: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$ است. بر این اساس، می‌توان گفت موارد (آ) و (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

(آ) زیرلایه‌های p و d در آرایش الکترونی عناصر به ترتیب $l = 1$ و $l = 2$ دارند. وانادیم ۱۲ الکترون در زیرلایه‌های p خود و ۳ الکترون در زیرلایه d خود دارد. بر این اساس، نسبت تعداد الکترون با $l = 1$ به $l = 2$ در اتم وانادیم برابر ۴ است.

(ب) وانادیم در آرایش الکترونی خود ۴ زیرلایه دو الکترونی دارد. در دوره چهارم جدول تناوبی، به جز وانادیم، ۱۲ عنصر کلسیم، اسکندیم، منگنز، آهن، کبالت، نیکل، روی، گالیم، آرسنیک، سلنیم، برم و کریپتون ۴ زیرلایه دو الکترونی دارند. توجه داریم که در عناصر تیتانیوم و ژرمانیم، ۵ زیرلایه ۲ الکترونی یافت می‌شود. آرایش الکترونی عنصرهای دوره چهارم به صورت زیر است:

$K: [18Ar]4s^1$	$Ca: [18Ar]4s^2$	$Sc: [18Ar]3d^1 4s^2$	$Ti: [18Ar]3d^2 4s^2$
$V: [18Ar]3d^3 4s^2$	$Cr: [18Ar]3d^5 4s^1$	$Mn: [18Ar]3d^5 4s^2$	$Fe: [18Ar]3d^6 4s^2$
$Co: [18Ar]3d^7 4s^2$	$Ni: [18Ar]3d^8 4s^2$	$Cu: [18Ar]3d^{10} 4s^1$	$Zn: [18Ar]3d^{10} 4s^2$
$Ga: [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^1$	$Ge: [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^2$	$As: [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^3$	$Se: [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^4$
$Br: [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^5$	$Kr: [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^6$		

پ) تعداد نوترون و پروتون در ساختار هر اتم $^{41}_{17}V$ به ترتیب برابر با ۲۸ و ۲۳ است. بر این اساس، می توان گفت اختلاف تعداد نوترون و پروتون در اتم وانادیم برابر ۵ است. آرایش الکترونی فشرده وانادیم به صورت $V: [Ar]3d^3 4s^2$ بوده و همانطور که مشخص است، این عنصر در لایه ظرفیت خود ۵ الکترون دارد. (ت) اتم وانادیم ۳ الکترون در زیرلایه d خود دارد. آرایش الکترونی $^{63}_{29}Cu$ نیز به صورت $Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$ بوده و بر این اساس، می توان گفت هر اتم مس ۱۰ الکترون در زیرلایه d خود دارد. تفاوت تعداد الکترون زیرلایه d این دو عنصر، برابر با ۷ عدد بوده و تفاوت عدد اتمی این دو عنصر نیز برابر با ۶ است.

گروه آموزشی ماز

۷۸- آرایش الکترونی اتم عنصر A به زیرلایه $4p^4$ و آرایش الکترونی یون X^{2+} نیز به زیرلایه $3p^6$ ختم می شود. کدام موارد از مطالب زیر، درباره این دو عنصر درست است؟

آ) عنصر X ، فلزی اصلی از تناوب ۴ و گروه ۱۳ جدول تناوبی است.

ب) حالت فیزیکی عنصرهای X و A مشابه به سایر عناصر هم گروه آنها است.

پ) عدد اتمی یکی از عنصرهای هم گروه با عنصر A با شماره گروه آنها برابر است.

ت) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب حاصل از واکنش میان X و A ، عکس این نسبت در روی نیتريد است.

۱) آ، پ ۲) آ، ب ۳) پ، ت ۴) ب، ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

عنصر A ، معادل با سلنیم با آرایش الکترونی $Se: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$ و عدد اتمی ۳۴ بوده و عنصر X نیز معادل با عنصر اسکندیم با آرایش الکترونی $Sc: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$ و عدد اتمی ۲۱ است. بر این اساس، موارد (پ) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

آ) اسکندیم فلزی واسطه در دوره چهارم و گروه سوم جدول تناوبی است. توجه داریم که اسکندیم، نخستین فلز واسطه موجود در جدول دوره ای است. این ماده در برخی وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه ها وجود دارد.

ب) سلنیم در گروه ۱۶ و اسکندیم در گروه ۳ جدول دوره ای قرار دارد. در گروه ۱۶ جدول دوره ای، عنصر اکسیژن به حالت گاز و بقیه عنصرها به حالت جامد هستند. در گروه سوم جدول دوره ای نیز همه عنصرها به حالت جامد هستند.

پ) عنصر گوگرد (ک)، هم گروه سلنیم است. عدد اتمی گوگرد با شماره گروه آنها برابر است.

ت) سلنیم متعلق به گروه شماره ۱۶ بوده و در واکنش با فلزها یونی با بار ۲- را تشکیل می دهد. ترکیب یونی حاصل از واکنش اسکندیم و سلنیم، معادل با Sc_2Se_3 است. نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب حاصل از واکنش سلنیم با اسکندیم برابر $\frac{2}{3}$ بوده و این مقدار، عکس مقدار نسبت مورد نظر در روی نیتريد (Zn_3N_2) است.

گروه آموزشی ماز

۷۹- فرمول شیمیایی کروم (II) سولفید مشابه فرمول شیمیایی کدام ترکیب زیر است و نسبت جرم کروم به گوگرد در ساختار این ترکیب شیمیایی، کدام است؟ ($Cr = 52, S = 32 : g. mol^{-1}$)

۳/۲۵، Cu_2S (۴)

۱/۶۲۵، Cu_2S (۳)

۳/۲۵، FeS (۲)

۱/۶۲۵، FeS (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مساله - ۱۰۰)

فرمول شیمیایی کروم (II) سولفید به صورت CrS بوده و شمار آنیون ها و کاتیون ها در واحد فرمولی این ماده مشابه به واحد فرمولی FeS یا همان آهن (II) سولفید است. نسبت جرم کروم به گوگرد در ساختار یک نمونه از کروم (II) سولفید را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$\frac{Cr}{S} = \frac{52}{32} = 1/625$$

همانطور که مشخص است، جرم کروم موجود در این ماده ۱/۶۲۵ برابر جرم گوگرد موجود در آن است. این سوال، شبیه سازی شده از یک سوال مطرح شده در کنکور سراسری سال ۱۴۰۰ است و همانطور که می بینید، امکان مطرح شدن سوالات خیلی آسان که حتی بدون نیاز به نوشتن هم می توان جواب آنها را پیدا کرد در کنکور وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- در مورد عنصرهای فلزی از تناوب چهارم که تعداد الکترون‌های با $l = 1$ در اتم آن‌ها مساوی شماره گروه آن‌ها است، چند مورد از مطالب زیر می‌تواند درست باشد؟

- این عنصر فلزی در حالت جامد خاصیت چکش‌خواری داشته و در انواعی از باتری‌های دگمه‌ای یافت می‌شود.
- همهٔ زیرلایه‌های الکترونی آن پر بوده و در واکنش‌ها تنها می‌تواند دو الکترون از دست بدهد.
- دارای یک زیرلایهٔ تک الکترونی بوده و کاتیون حاصل از آن به آرایش گاز نجیب می‌رسد.
- در ساخت آهن گالوانیزه به کار رفته و پس از ایجاد خراش، دچار اکسایش می‌شود.
- از عناصر دسته p جدول دوره‌ای بوده و دارای سه الکترون ظرفیتی است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

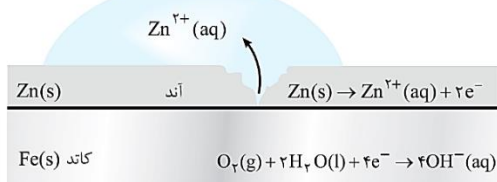
روی (فلزی با آرایش الکترونی $(Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2)$ و گالیم (فلزی با آرایش الکترونی $(Ga: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^1)$) دو عنصر فلزی از تناوب چهارم جدول دوره‌ای هستند که تعداد الکترون‌ها با $l = 1$ آن‌ها با شماره گروه آن‌ها برابر است. موارد اول، دوم، چهارم و پنجم می‌تواند درباره یکی از این عنصرها درست باشد.

بررسی موارد:

- فلز روی، همانند سایر عناصر فلزی موجود در جدول دوره‌ای، خاصیت چکش‌خواری داشته و در اثر ضربه خرد نمی‌شود. این عنصر فلزی در ساختار برخی از باتری‌ها از جمله باتری‌های دگمه‌ای روی-نقره وجود دارد.

با رشد و پیشرفت چشمگیر صنایع، نیاز و تقاضا برای ساخت باتری‌ها با ویژگی‌های گوناگون و کاربرد معین افزایش یافته است. شیمی‌دان‌ها در پی پاسخ به این نیازها، توانستند به فناوری ساخت باتری‌های جدید دست یابند. در این فناوری، نقش فلز لیتیم پررنگ است؛ زیرا لیتیم در میان فلزها دارای کمترین چگالی و منفی‌ترین مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد است. این ویژگی‌های لیتیم سبب شد راه برای ساخت باتری‌های سبک‌تر (بخاطر چگالی کم لیتیم)، کوچک‌تر و با توانایی ذخیره بیشتر انرژی (بخاطر پتانسیل کاهشی استاندارد منفی لیتیم) هموار شود. باتری دگمه‌ای از جمله باتری‌های لیتیمی است که در شکل‌ها و اندازه‌های گوناگون به کار می‌رود. این باتری‌ها قابلیت شارژ شدن را ندارند. دسته‌ای دیگر از باتری‌های لیتیمی، آنهایی هستند که در تلفن و رایانه همراه به کار می‌روند و می‌توان آن‌ها را بارها شارژ کرد. نوع دیگری از باتری‌های دگمه‌ای، باتری‌های روی-نقره است. در این نوع از باتری‌ها از فلز روی و نقره اکسید به ترتیب به عنوان آند و کاتد استفاده می‌شود.

- همهٔ زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده در فلز روی کاملاً پر از الکترون هستند. توجه داریم که فلز روی در واکنش‌های شیمیایی با عناصر نافلزی تنها توانایی از دست دادن دو الکترون را دارد.
- گالیم یک زیرلایه تک الکترونی دارد اما آرایش یون پایدار آن به صورت $Ga^{3+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$ است. توجه داریم که این آرایش الکترونی شبیه آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نیست.
- یکی از راه‌های محافظت از آهن در مقابل خوردگی، اتصال این فلز به فلزی است که پتانسیل کاهشی استاندارد منفی تری نسبت به آهن داشته باشد. برای مثال، به ورقه‌های آهنی که سطح آن‌ها با لایه نازکی از فلز روی پوشیده شده باشد، آهن گالوانیزه یا آهن سفید گفته می‌شود. تصویر زیر، یک قطعه از آهن گالوانیزه که سطح آن خراش برداشته را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، در ساختار این ماده عناصر آهن و روی وجود دارند. هنگامی که خراشی در سطح آهن گالوانیزه پدید می‌آید، هر دو فلز (روی و آهن) در مجاورت با اکسیژن و رطوبت قرار می‌گیرند و برای از دست دادن الکترون (اکسایش یافتن) رقابت می‌کنند. از آن‌جا که E° فلز روی از E° آهن کم‌تر است، فلز روی (عنصر فلزی با عدد اتمی بیشتر) در این رقابت پیروز شده و در نقش آند اکسید می‌شود و از آهن به عنوان یک محافظ کاتدی در مقابل خورده شدن محافظت می‌کند.

- گالیم از عناصر دسته p بوده و هر اتم آن در ساختار خود ۳ الکترون ظرفیتی دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۱- در ۱۱۰ گرم محلول ۳/۵ درصد جرمی کربن تتراکلرید در هگزان، چند مولکول کربن تتراکلرید وجود داشته و تفاوت غلظت ppm کربن تتراکلرید و هگزان برابر چند واحد است؟ ($Cl = 35.5, C = 12; g.mol^{-1}$)

$$93000, 1/505 \times 10^{22} \quad (2)$$

$$930000, 1/505 \times 10^{22} \quad (1)$$

$$93000, 3/01 \times 10^{22} \quad (4)$$

$$930000, 3/01 \times 10^{22} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مساله - ۱۰۰۳)

کربن تتراکلرید، یک ترکیب مولکولی ناقطبی با فرمول شیمیایی CCl_4 است. تعداد مولکول کربن تتراکلرید موجود در ۱۱۰ گرم محلول $3/5$ درصد جرمی از آن را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } CCl_4 = 110 \text{ g محلول} \times \frac{3/5 \text{ g } CCl_4}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } CCl_4}{154 \text{ g } CCl_4} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule } CCl_4}{1 \text{ mol } CCl_4} = 1/505 \times 10^{23} \text{ molecule}$$

درصد جرمی هگزان در این محلول برابر $96/5 = 100 - 3/5$ درصد است. برای محاسبه غلظت هگزان بر حسب ppm ، کافی است درصد جرمی هگزان را در 10^4 ضرب کنیم. بر این اساس، داریم:

$$ppm = 10^4 \times \text{درصد جرمی} = 96/5 \times 10^4 = 965000$$

در قدم بعد، غلظت CCl_4 را بر حسب ppm محاسبه کرده و مقادیر بدست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$ppm = 10^4 \times \text{درصد جرمی} = 3/5 \times 10^4 = 35000$$

$$\text{تفاوت غلظت} = 965000 - 35000 = 930000$$

توجه داریم که برای بیان ساده‌تر غلظت محلول‌های بسیار رقیق مانند غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آب معدنی، آب آشامیدنی، آب دریا، بدن جانداران، بافت‌های گیاهی و مقدار آلاینده‌های هوا از کمیتی به نام قسمت در میلیون (ppm) استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ ($H = 1$ ، $C = 12$ ، $N = 14$ ، $O = 16$ ، $Sc = 45$)

(آ) در ۷۰۰ گرم محلول 121 ppm اسکاندیم نیترات، $10^{-3} \times 1/1$ مول آنیون وجود دارد.

(ب) نسبت تعداد اتم به عنصر در واحد فرمولی آلومینیم فسفات دو برابر این نسبت در نقره هیدروکسید است.

(پ) در محلول ۴۶ درصد جرمی از اتانول در آب، تعداد مولکول‌های آب سه برابر تعداد مولکول‌های اتانول است.

(ت) محلول حاصل از واکنش محلول سدیم سولفات و باریم کلرید، همانند هیدروفلوئوریک اسید، یک الکترولیت ضعیف است.

(۴) آ، ب، پ

(۳) ب، ت

(۲) ب، پ

(۱) آ، پ

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۰۰۳)

موارد (آ) و (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد:

(آ) فرمول شیمیایی اسکاندیم نیترات به صورت $Sc(NO_3)_3$ است. در ساختار هر مول از این ترکیب، ۳ مول یون نیترات وجود دارد. بر این اساس، تعداد مول یون نیترات در ۷۰۰ گرم محلول 121 ppm اسکاندیم نیترات را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } NO_3^- = 700 \text{ g محلول} \times \frac{121 \text{ g } Sc(NO_3)_3}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } Sc(NO_3)_3}{231 \text{ g } Sc(NO_3)_3} \times \frac{3 \text{ mol } NO_3^-}{1 \text{ mol } Sc(NO_3)_3} = 1/1 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

همانطور که مشخص است، در محلول مورد نظر $10^{-3} \times 1/1$ مول یون نیترات وجود دارد.

(ب) فرمول شیمیایی آلومینیم فسفات و نقره هیدروکسید به ترتیب به صورت $AlPO_4$ و $AgOH$ است. نسبت تعداد اتم به عنصر در واحد فرمولی $AlPO_4$ و $AgOH$ به ترتیب برابر با ۲ و ۱ است.

(پ) در ۱۰۰ گرم محلول ۴۶٪ جرمی اتانول در آب، ۴۶ گرم اتانول و ۵۴ گرم آب وجود دارد. تعداد مول اتانول و آب در ۱۰۰ گرم از این محلول را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } C_2H_5O = 46 \text{ g } C_2H_5O \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5O}{46 \text{ g } C_2H_5O} = 1 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } H_2O = 54 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} = 3 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات بالا، در هر مقدار از این محلول، نسبت تعداد مول آب به اتانول برابر ۳ است.

(ت) فراورده واکنش میان محلول سدیم سولفات و باریم کلرید، سدیم کلرید و باریم سولفات است. سدیم کلرید در آب محلول و باریم سولفات در آب نامحلول است. در واقع، باریم سولفات به مقدار بسیار اندک (کمتر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب) در آب حل می‌شود و کل نمک حل شده نیز در آب تفکیک یونی می‌یابد. این در حالی است که سدیم کلرید تولید شده به طور کامل در محلول حل شده و یک الکترولیت قوی را ایجاد می‌کند. توجه داریم که ذرات هیدروژن فلئورید در محلول هیدروفلوئوریک اسید به مقدار اندکی یونش می‌یابند و بر این اساس، محلول مورد نظر الکترولیت ضعیف محسوب می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۳- معادله انحلال پذیری پتاسیم نیترات و پتاسیم کلرید در آب بر حسب تغییر دمای محلول به صورت زیر است. اگر در دمای θ_1 انحلال پذیری پتاسیم کلرید در آب به اندازه ۳ گرم بیشتر از پتاسیم نیترات باشد، درصد جرمی محلول آبی سیر شده پتاسیم نیترات در دمای $3\theta_1$ درجه سانتی گراد به تقریب کدام است؟

$$S_{KNO_3} = 0.15\theta_1^2 + 0.6\theta_1 + 12 \quad S_{KCl} = 0.3\theta_1 + 27$$

۴۴/۹ (۴)

۳۷/۵ (۳)

۳۰/۳ (۲)

۵۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۰۰۳)

بیشترین مقدار از یک ماده حل شونده که در ۱۰۰ گرم حلال و در دمای معین حل می شود، معادل با مقدار انحلال پذیری آن ماده است. طبیعی است که در چنین حالتی، یک محلول سیر شده ایجاد می شود که توانایی حل کردن مقدار بیشتری از حل شونده را ندارد. به عنوان مثالی دیگر، اگر انحلال پذیری منیزیم سولفات در دمای مشخص برابر با ۳۶ گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد، می توان گفت در این شرایط حداکثر ۳۶ گرم نمک (معادل با ۰/۳ مول نمک) در ۱۰۰ گرم آب حل شده و یک محلول سیر شده به جرم ۱۳۶ گرم را ایجاد می کند. برای محاسبه مقدار انحلال پذیری یک ماده حل شونده در یک محلول آبی سیر شده، از رابطه زیر استفاده می شود:

$$\text{انحلال پذیری} = \frac{\text{جرم نمک حل شده در محلول}}{\text{جرم آب (حلال) موجود در محلول}} \times 100 \quad \text{یا} \quad \text{انحلال پذیری} = \frac{\text{جرم نمک حل شده در محلول}}{\text{جرم آب (حلال) موجود در محلول}} \times 100$$

عدد بدست آمده از روابط بالا، به ما نشان می دهد که در هر ۱۰۰ گرم از حلال، چند گرم حل شونده حل شده است. روند تغییر مقدار انحلال پذیری یک نمک بر حسب تغییر دما را می توان با استفاده از نمودارهای انحلال پذیری نشان داد. علاوه بر نمودار انحلال پذیری، از معادله انحلال پذیری نیز می توان برای نشان دادن روند تغییر مقدار انحلال پذیری یک نمک بر حسب تغییر دما استفاده کرد. در این معادله، مولفه دما را قرار داده و مقدار انحلال پذیری نمک مورد نظر را در آن دما بدست می آوریم. توجه داریم که معادله انحلال پذیری برخی از نمک ها به صورت خطی بوده و برخی از آن ها نیز به صورت غیر خطی است. طبق فرض سوال، در دمای θ_1 انحلال پذیری پتاسیم کلرید ۳ گرم بیشتر از پتاسیم نیترات است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} S_{KCl} &= 0.3\theta_1 + 27 \\ S_{KNO_3} &= 0.15\theta_1^2 + 0.6\theta_1 + 12 \\ S_{KCl} - S_{KNO_3} &= (0.3\theta_1 + 27) - (0.15\theta_1^2 + 0.6\theta_1 + 12) = 3 \implies -0.15\theta_1^2 - 0.3\theta_1 + 12 = 0 \\ \implies \theta_1 &= 20^\circ\text{C} \quad \text{و} \quad -40^\circ\text{C} \end{aligned}$$

با حل معادله درجه دو بالا، دو دمای 20°C و -40°C بدست می آید که در آن ها انحلال پذیری پتاسیم کلرید در آب به اندازه ۳ گرم بیشتر از مقدار انحلال پذیری پتاسیم نیترات در آب است. توجه داریم که دمای -40°C مقدار منفی داشته و چون در آن دما محلول منجمد می شود، پس این عدد برای ما غیر قابل قبول است. بنابراین دمای محلول مورد نظر در شرایط داده شده برابر با 20°C است. در قدم بعد مقدار انحلال پذیری پتاسیم نیترات در دمای $3\theta_1 = 60^\circ\text{C}$ را محاسبه می کنیم:

$$S_{KNO_3} = 0.15\theta_1^2 + 0.6\theta_1 + 12 = 0.15 \times 60^2 + 0.6 \times 60 + 12 = 102 \text{ g}$$

در ۱۰۰ گرم آب ۱۰۲ گرم پتاسیم نیترات حل می شود. بر این اساس، درصد جرمی این محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{102}{202} \times 100 \approx 50.5 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام مورد از مطالب زیر، درست است؟

(آ) قدرت اکسندگی و میزان پایداری یون Ag^+ در مقایسه با یون K^+ بیشتر است.

(ب) گوگرد، جامد زرد رنگ و نارسانای جریان برق و گرما است که شکننده بوده و سطحی کدر دارد.

(پ) به طور کلی، در یک دوره شعاع اتمی با فعالیت شیمیایی اتم و تعداد الکترون های ظرفیتی رابطه عکس دارد.

(ت) در گروه هایی از جدول تناوبی که در عناصر آن ها همه زیر لایه های اشغال شده پر است، عنصر با نماد تک حرفی وجود ندارد.

(۴) ب، ت

(۳) آ، ت

(۲) ب، پ

(۱) آ، ب

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

موارد (ب) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

(آ) از آنجا که فلز نقره در مقایسه با فلز پتاسیم واکنش پذیری کمتری دارد، پس می توان گفت قدرت اکسندگی یون نقره از یون پتاسیم بیشتر است. این در حالی است که پایداری یون پتاسیم از یون نقره بیشتر است.

به طور کلی، در هر واکنش شیمیایی که به صورت طبیعی و خودبه خودی انجام می شود، واکنش پذیری فراورده ها از واکنش پذیری واکنش دهنده ها کمتر است. بر اساس این قاعده، با استفاده از عناصر فلزی واکنش پذیرتر می توانیم سایر عناصر فلزی را از ترکیبات حاوی آن ها خارج کنیم. به عنوان مثال، چون واکنش پذیری فلز سدیم در مقایسه با واکنش پذیری فلز آهن بیشتر است، با استفاده از فلز سدیم می توانیم فلز آهن را بر اساس واکنش خودبه خودی زیر از آهن (III) اکسید خارج کنیم. معادله این واکنش به صورت زیر است:



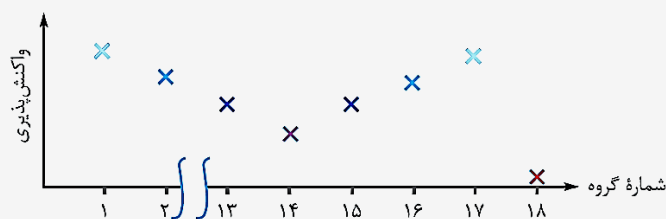
ب) ویژگی های عناصر موجود در جدول تناوبی مطابق با نمودار زیر، در دو گروه خواص فیزیکی و خواص شیمیایی قرار می گیرد:

خواص عناصر جدول دوره ای	فیزیکی	جلا	سطح عناصر مختلف در حالت جامد درخشان (صیقلی) یا کدر است.
		چکش خواری	عناصر مختلف در حالت جامد یا چکش خوار هستند یا بر اثر ضربه ی چکش خرد می شوند.
		رسانایی الکتریکی و گرمایی	عناصر مختلف یا رسانای جریان برق و گرما هستند یا جریان برق و گرما را عبور نمی دهند.
		سختی و استحکام	میزان سختی عناصر مختلف در حالت جامد متفاوت از یکدیگر است.
	شیمیایی	مبادله ی الکترون	عناصر مختلف در واکنش های شیمیایی یا الکترون از دست می دهند یا الکترون بدست می آورند یا الکترون به اشتراک می گذارند.
		واکنش پذیری	واکنش پذیری عناصر مختلف، متفاوت از یکدیگر است.

گوگرد نافلزی زرد رنگ از گروه ۱۶ و دوره سوم است. گوگرد همانند اغلب نافلزها، نارسانای گرما و دارای سطحی کدر است. گوگرد در اثر ضربه خرد می شود و همانند همه نافلزها به جز کربن (گرافیت)، نارسانای جریان الکتریسیته است.

پ) بر اساس مدل کوانتومی، اتم را مانند کره ای در نظر می گیریم که الکترون ها پیرامون هسته و در لایه های الکترونی در حال حرکت هستند. طبق این مدل، هسته در فضای کوچکی در مرکز اتم قرار گرفته است. بنابراین می توان برای هر اتم شعاعی در نظر گرفت و آن را اندازه گیری کرد. در یک تناوب از جدول دوره ای، با حرکت از سمت چپ به راست، شمار پروتون ها و بار الکتریکی هسته اتم ها افزایش پیدا می کند؛ در حالی که شمار لایه های الکترونی موجود در اطراف هسته ثابت باقی می ماند. در چنین شرایطی، الکترون های سطحی (ظرفیتی) موجود در اتم مورد نظر با قدرت بیشتری توسط هسته جذب شده و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز کاهش پیدا می کند. توجه داریم که در یک دوره از جدول تناوبی، شعاع اتمی فلزها با فعالیت شیمیایی آن ها رابطه مستقیم و با تعداد الکترون های ظرفیتی فلزها رابطه عکس دارد. این در حالی است که در یک دوره، شعاع اتمی نافلزها با فعالیت شیمیایی آن ها و تعداد الکترون ظرفیتی آن ها رابطه عکس دارد.

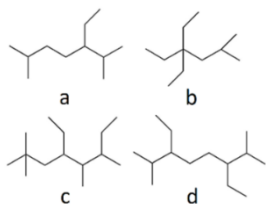
اگر فقط عناصر اصلی (عناصر دسته های s و p) را در نظر بگیریم، در هر تناوب با حرکت از سمت چپ به راست، ابتدا از خاصیت فلزی عناصر کاسته شده و واکنش پذیری آن ها کاسته می شود. این روند تا قسمت میانی هر تناوب ادامه پیدا می کند اما پس از آن، خاصیت نافلزی عناصر به مرور افزایش پیدا کرده و واکنش پذیری آن ها مجدداً افزایش پیدا می کند تا به گروه ۱۷ از آن تناوب برسیم. توجه داریم که در آخرین خانه هر تناوب (گروه ۱۸) نیز یک گاز نجیب با واکنش پذیری اندک وجود دارد. تصویر زیر، مقایسه واکنش پذیری عناصر اصلی که در گروه های مختلف جدول دوره ای قرار می گیرند را نشان می دهد:



ت) نماد همه عنصرهای موجود در گروه ۲، ۱۲ و ۱۸ جدول دوره ای، دو حرفی است. از طرفی، همه ی زیرلایه های الکترونی اشغال شده در عنصرهای گروه ۲، ۱۲ و ۱۸ جدول دوره ای کاملاً پر هستند.

گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام مطلب داده شده درباره ی آلکان هایی با ساختار مقابل، نادرست است؟



- ۱) گرانیوی هر چهار ترکیب، از نفت کوره کمتر است.
- ۲) آلکان های c و d همپار بوده و تعداد شاخه های فرعی اتیل برابری دارند.
- ۳) مجموع اعداد موجود در نام ترکیب d، ۱/۸ برابر مجموع اعداد در نام ترکیب b است.
- ۴) آلکان های a و d در دمای اتاق مایع بوده و در نام آن ها عبارت (دی متیل) وجود دارد.

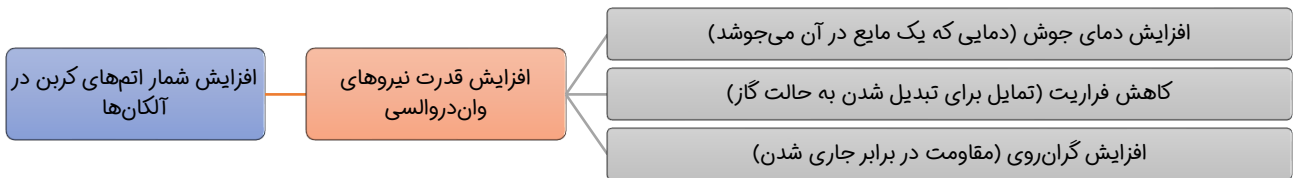
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله ۱۱۰۱)

فرمول مولکولی ترکیب های a، b، c و d، به ترتیب معادل $C_{11}H_{24}$ ، $C_{11}H_{24}$ ، $C_{14}H_{26}$ و $C_{14}H_{26}$ است. آلکان های c و d تعداد برابری اتم کربن دارند، بنابراین نسبت به هم ایزومر هستند. توجه داریم که نام آلکان c بر اساس قواعد آیوپاک به صورت ۴-اتیل ۵،۲،۲-تترامتیل اوکتان بوده و نام آلکان d نیز به صورت ۳-۶،۳-دی اتیل ۷،۲-دی متیل اوکتان است. آلکان c برخلاف آلکان d، در ساختار خود یک شاخه فرعی اتیل دارد.

بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند. آلکان‌ها جزو هیدروکربن‌های سیرشده بوده و تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند. در آلکان‌ها همه پیوندهای موجود در بین اتم‌ها یگانه هستند. عنصر اصلی سازنده نفت خام کربن است. این عنصر دارای ۶ پروتون در هسته خود بوده و دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است. این اتم رفتارهای منحصر به فردی دارد که آن را از اتم دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای متمایز می‌سازد؛ به طوری که ترکیب‌های شناخته شده از اتم کربن، از مجموع ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عناصر جدول دوره‌ای بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نفت سفید مخلوطی از آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است. گرانشی نفت سفید از نفت کوره کمتر است. بنابراین گرانشی آلکان‌های نشان داده شده که در ساختار مولکولی خود ۱۱ و ۱۴ اتم کربن دارند، از گرانشی نفت کوره کمتر است. نمودار زیر برخی از خواص آلکان‌ها را بر حسب افزایش تعداد اتم‌های کربن در آن‌ها نشان می‌دهد:



۳) نام آلکان d و b به ترتیب به صورت ۶،۳-دی‌اتیل-۷،۲-دی‌متیل اوکتان و ۴،۴-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان است. با توجه به نام‌گذاری این دو ترکیب، مجموع شماره اتم‌های کربن‌ها شاخه‌دار در آلکان‌های d و b به ترتیب ۱۸ و ۱۰ بوده و نسبت مجموع شماره کربن‌های شاخه‌دار در آلکان d به b برابر با $1/8$ است. ۴) در نام هر دو ترکیب a و d ، واژه دی‌متیل وجود دارد. در واقع در ساختار این دو ترکیب، دو شاخه فرعی متیل وجود دارد. توجه داریم که هر دو ترکیب a و d مایع هستند و می‌توانند در اندود کردن سطح فلزها و جلوگیری از خوردگی آن‌ها به کار روند.

بخاطر نامحلول بودن آلکان‌ها در آب، از این مواد می‌توان برای حفاظت از فلزها استفاده کرد. در این شرایط، با قرار دادن فلزها در آلکان‌های مایع و یا اندود کردن سطح فلزها و وسایل فلزی با این مواد، از رسیدن آب به سطح فلز ممانعت به عمل آمده و از خوردگی فلز جلوگیری می‌شود. به عنوان مثال، با قرار دادن فلزهای قلیایی در زیر نفت (مخلوطی از هیدروکربن‌ها) از واکنش سریع این فلزها با اکسیژن و رطوبت هوا جلوگیری می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۸۶- چند مورد از مطالب زیر، درباره انحلال پذیری مواد در آب درست است؟

- در فشار صفر اتمسفر، انحلال پذیری گازهایی که با آب واکنش نمی‌دهند به نوع گاز بستگی ندارد.
- انحلال پذیری برخی نمک‌ها، همانند انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریا، با افزایش دما کاهش می‌یابد.
- میانگین نیروی جاذبه میان آب خالص و اوکتان خالص بیشتر از نیروی جاذبه میان مخلوط مولکول‌های آب و اوکتان است.
- با انحلال نمک خوراکی در آب، ماهیت حل‌شونده تغییر کرده و اتم H مولکول آب به سمت یون بزرگ‌تر جهت‌گیری می‌کند.

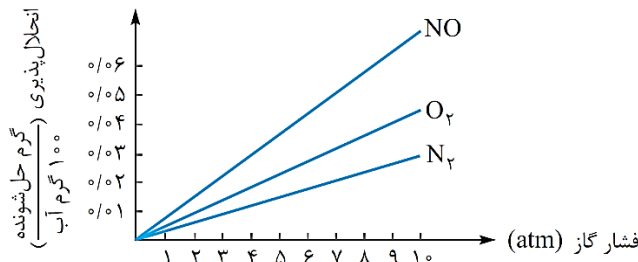
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

بررسی موارد:

• در فشار صفر اتمسفر، انحلال پذیری همه گازهایی که با آب واکنش نمی‌دهند برابر با صفر است و به نوع گاز بستگی ندارد. در واقع، طبق قانون هنری انحلال پذیری گازهای مختلف در آب، با فشار این گازها رابطه مستقیم دارد. بر این اساس، می‌توان گفت اگر گاز X با آب واکنش ندهد، با n برابر شدن فشار این گاز، انحلال پذیری آن نیز در آب نیز n برابر می‌شود. طبق این قانون، اگر در شرایط یکسان انحلال پذیری یک گاز از گاز دیگر در آب بیشتر باشد، تاثیر تغییر فشار بر انحلال پذیری این گاز نیز بیشتر می‌شود. نمودار زیر، بیانی از قانون هنری را در رابطه با چند گاز مختلف نشان می‌دهد:

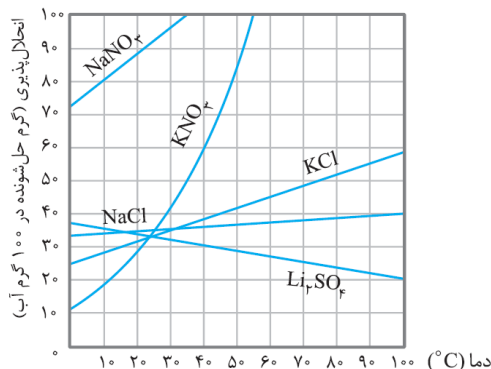


عوامل موثر بر انحلال پذیری گازها در آب، به شرح زیر هستند:

۱) نوع گاز: نوع ماده گازی حل‌شونده در آب، بر مقدار انحلال پذیری آن گاز در آب موثر است. گازهایی که مولکول‌های ناقطبی دارند، انحلال پذیری کمی در آب دارند. هرچقدر که یک مولکول ناقطبی بزرگ‌تر و سنگین‌تر باشد، جاذبه قوی‌تری با ذرات حلال ایجاد می‌کند و در آب انحلال پذیرتر است. با افزایش گشتاور دوقطبی مولکول‌ها نیز انحلال پذیری آن‌ها در آب بیشتر می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت گازهایی با مولکول‌های قطبی به طور معمول بهتر در آب حل می‌شوند. علاوه بر این، اگر یک ماده گازی با آب واکنش بدهد، مقدار انحلال پذیری آن در آب زیاد خواهد بود.

- (۲) دما: با افزایش دما، انحلال پذیری گازها در آب کمتر خواهد شد.
 (۳) فشار: با افزایش فشار، انحلال پذیری گازها در آب بیشتر خواهد شد.
 (۴) مقدار دیگر حل شونده ها: با افزودن حل شونده های دیگر به آب، انحلال پذیری گازها در آب کمتر از انحلال پذیری آن ها در آب خالص است.

• نمودار انحلال پذیری برخی از نمک ها در آب به صورت زیر است:



با توجه به نمودار بالا، می توان گفت مقدار انحلال پذیری برخی نمک ها مانند لیتیم سولفات در آب، با دما رابطه عکس دارد. انحلال پذیری گازها در آب نیز با افزایش دما، کاهش می یابد.

• اوکتان یک هیدروکربن ناقطبی بوده و بر این اساس، در آب حل نمی شود. بنابراین میانگین نیروی جاذبه میان اوکتان خالص و آب خالص بیشتر از نیروی جاذبه بین مخلوطی از ذرات اوکتان و آب است.

• با انحلال سدیم کلرید (نمک خوراکی) در آب، همه نمک حل شده به یون های سازنده خود تفکیک می شود. یون های حاصل از این فرایند، در محلول پخش شده و بین ذرات آب قرار می گیرند. بین یون های آزاد شده در محلول مورد نظر، یون کلرید شعاع بزرگ تری نسبت به یون سدیم دارد و چون بار الکتریکی این یون منفی است، اتم هیدروژن مولکول آب (سر مثبت مولکول آب) به سمت این یون جهت گیری می کند.

گروه آموزشی ماز

۸۷- یک قطعه از فلز طلا با دمای 20°C را باید در تماس با یک قطعه 150 گرمی از فلز نقره با دمای 175°C قرار داد تا دمای پایانی سامانه به 79°C برسد. جرم قطعه فلز طلا برابر با چند گرم بوده و برای افزایش دمای دو قطعه فلز از 79°C به 100°C ، چند ژول گرما لازم است؟ (از تبادل گرما با محیط چشم پوشی شود. $c_{Au} = 0.128 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ و $c_{Ag} = 0.236 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$)

۱۹۵۳، ۳۰۰ (۴)

۱۹۵۳، ۴۵۰ (۳)

۱۳۰۲، ۳۰۰ (۲)

۱۳۰۲، ۴۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

طی این فرایند، فلز نقره انرژی از دست داده و فلز طلا انرژی می گیرد. چون انرژی خارج شده از فلز نقره برابر با انرژی جذب شده از فلز طلا است، پس می توان گفت مجموع تغییرات انرژی گرمایی طلا و نقره برابر با صفر است. بر این اساس، جرم طلا را محاسبه می کنیم:

$$m_1 c_1 (\theta_1 - \theta) + m_2 c_2 (\theta_2 - \theta) = 0 \implies m_1 \times 0.128 \times (20 - 79) + 150 \times 0.236 \times (175 - 79) = 0 \implies m_1 = 450 \text{ g}$$

بنابراین جرم قطعه طلا 450 گرم بوده است. سپس انرژی مورد نیاز برای تغییر دمای این دو قطعه فلزی از 79°C به 100°C را محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \implies Q_{\text{طلا}} = 450 \times 0.128 \times (100 - 79) = 1296 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \implies Q_{\text{نقره}} = 150 \times 0.236 \times (100 - 79) = 743 \text{ J}$$

با توجه به محاسبات بالا، مجموعاً 1953 ژول گرما برای تغییر دمای این دو قطعه فلزی نیاز است.

ظرفیت گرمایی (C) یک جسم، به مقدار جرم (m) آن جسم وابسته است. دانشمندان برای از بین بردن این وابستگی، مفهوم ظرفیت گرمایی ویژه یا همان گرمای ویژه را معرفی کردند. ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده، معادل با مقدار گرمایی لازم برای افزایش دمای یک گرم از آن ماده به اندازه یک درجه سانتی گراد است. مقدار گرمای ویژه مواد مختلف را با نماد c نشان می دهند. از رابطه زیر، برای بررسی میزان تغییر دمای یک جسم ($\Delta\theta$) با ظرفیت گرمایی ویژه c و جرم m گرم بر حسب میزان گرمای مبادله شده توسط آن جسم (Q) استفاده می شود:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \implies \Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c}$$

توجه داریم که گرمای ویژه (c) یک جسم را می توان معادل با ظرفیت گرمایی (C) یک گرم از آن ماده در نظر گرفت.

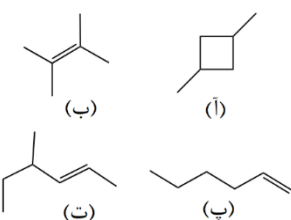
گروه آموزشی ماز

۸۸- فرمول مولکولی کدام ترکیب با فرمول مولکولی سه ترکیب دیگر متفاوت است و در ساختار مولکول کدام ترکیب، نسبت تعداد گروه های CH_2 به تعداد گروه های CH ، ۴ برابر مقدار این نسبت در ساختار ترکیب (آ) است؟

(۱) ت، پ

(۲) ت، ب

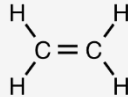
(۳) آ، پ



پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

فرمول مولکولی ترکیب‌های (آ)، (ب) و (پ)، به صورت C_6H_{12} بوده و فرمول مولکولی ترکیب (ت) نیز به صورت C_7H_{14} است. در ساختار ترکیب (آ)، دو گروه CH_2 و دو گروه CH وجود دارد و نسبت تعداد گروه CH_2 به CH در این ترکیب برابر با ۱ است. در ساختار ترکیب (ب)، گروه‌های CH_2 و CH وجود ندارد. در ساختار ترکیب (پ)، تعداد چهار گروه CH_2 و یک گروه CH وجود دارد و ساختار ترکیب (ت) نیز یک گروه CH_2 و سه گروه CH وجود دارد. بنابراین نسبت تعداد گروه CH_2 به CH در ساختار پ، چهار برابر ساختار (آ) است.

به گروهی از هیدروکربن‌های غیرحلقوی که در ساختار آن‌ها یک پیوند دوگانه‌ی کربن-کربن ($C=C$) وجود دارد، آلکن گفته می‌شود. ساده‌ترین عضو خانواده‌ی آلکن‌ها، اتن با فرمول شیمیایی C_2H_4 است. تصویر زیر، نمایی از ساختار مولکول‌های اتن را نشان می‌دهد:



در گذشته گاز اتن را با نام (اتیلن) نیز می‌خواندند. این ماده در بیشتر گیاهان وجود دارد. موز و گوجه فرنگی رسیده گاز اتن آزاد از خود می‌کنند. اتن آزاد شده از یک موز یا گوجه فرنگی رسیده به نوبه خود موجب رسیدن سریع‌تر میوه‌های نارس می‌شود. به همین دلیل در کشاورزی، از گاز اتن به عنوان یک ماده عمل آورنده استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۹- مقدار ΔH واکنش $CO(NH_2)_2(g) + H_2O(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2NH_3(g)$ برابر با چند کیلوژول است و با گرمای آزاد شده به ازای مصرف ۷۸ گرم اوره در این واکنش شیمیایی، چند گرم آمونیوم نیترات را می‌توان در آب حل کرد؟ (آنتالپی پیوندهای $C=O$, $N-H$, $O-H$, $C-N$ به ترتیب برابر با ۳۰۵، ۴۶۳، ۳۹۱، ۸۰۰ کیلوژول بر مول بوده و آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات، برابر با ۲۶ کیلوژول بر مول است.)

$$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$184, -64 (4)$$

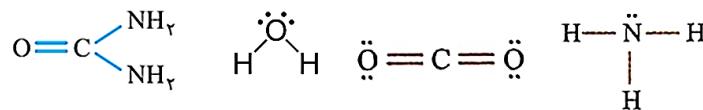
$$256, -64 (3)$$

$$184, -46 (2)$$

$$256, -46 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

ساختار لوویس مواد شرکت کننده در واکنش $CO(NH_2)_2(g) + H_2O(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2NH_3(g)$ به صورت زیر است:



هرچقدر که اتم‌ها دخیل در تشکیل یک پیوند اشتراکی با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کنند، انرژی مورد نیاز برای جدا کردن آن دو اتم (آنتالپی پیوند) نیز بیشتر خواهد بود. عوامل زیر، بر مقدار آنتالپی پیوندهای اشتراکی موثر هستند:

✓ مرتبه‌ی پیوند: هرچه مرتبه‌ی پیوند اشتراکی بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، به شرط ثابت بودن نوع اتم‌های دخیل در یک پیوند، آنتالپی پیوند سه‌گانه بیشتر از پیوند دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه نیز بیشتر از پیوند یگانه خواهد شد. به عنوان مثال، آنتالپی پیوند $N \equiv N$ بیشتر از پیوند $N=N$ و آنتالپی پیوند $N=N$ نیز بیشتر از پیوند $N-N$ است.

✓ شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند: هرچقدر که شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوندهای کووالانسی کوچکتر باشد، آن اتم‌ها با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کرده و آنتالپی آن پیوند بیشتر می‌شود. به عنوان مثال، چون ترتیب شعاع اتمی کربن، برم و ید به صورت $I > Br > Cl$ است، آنتالپی پیوند میان این اتم‌ها با اتم هیدروژن به صورت $HCl > HBr > HI$ می‌شود.

با استفاده از آنتالپی پیوند، آنتالپی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\left[\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها} \right] = \text{آنتالپی واکنش}$$

$$= [2 \times 800 + 6 \times 391] - [2 \times 305 + 4 \times 463 + 2 \times 800] = -46 \text{ kJ}$$

آنتالپی واکنش مورد نظر برابر با ۴۶- کیلوژول است. گرمای آزاد شده طی مصرف ۷۸ گرم اوره در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

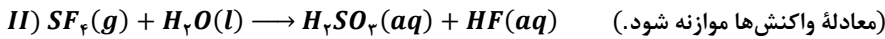
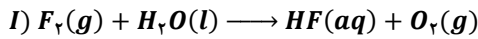
$$? \text{ kJ} = 78 \text{ g } CO(NH_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO(NH_2)_2}{60 \text{ g } CO(NH_2)_2} \times \frac{46 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CO(NH_2)_2} = 59.8 \text{ kJ}$$

با مصرف ۷۸ گرم اوره، ۵۹/۸ کیلوژول انرژی در واکنش اکسایش آزاد می‌شود. در قدم بعد، مقداری از آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) که با مصرف ۵۹/۸ کیلوژول انرژی در آب حل می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } NH_4NO_3 = 59.8 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } NH_4NO_3}{26 \text{ kJ}} \times \frac{80 \text{ g } NH_4NO_3}{1 \text{ mol } NH_4NO_3} = 184 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۹۰- با توجه به دو واکنش مقابل:



اگر سرعت متوسط تشکیل HF در واکنش (II)، نصف سرعت تشکیل آن در واکنش (I) باشد و در واکنش (I)، پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه، واکنش به پایان رسیده و ۰/۵ لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با $pH = 1/5$ بدست بیاید، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (واکنش ها با سرعت ثابت در

حال انجام هستند. $Ka_{HF} = 6 \times 10^{-4}$, $F = 19$, $S = 32$, $g.mol^{-1}$)

• مقدار آغازی گاز فلوئور در واکنش (I)، برابر ۱۴/۲۵ گرم بوده است.

• با گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش (II)، ۲/۷ گرم SF_6 مصرف می شود.

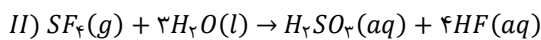
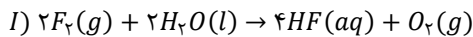
• سرعت مصرف گاز فلوئور در واکنش اول و سرعت مصرف گاز SF_6 در واکنش دوم با هم برابر است.

• سرعت متوسط تشکیل گاز ناکربنیک اکسیژن در واکنش شیمیایی (I)، برابر با 3×10^{-2} مول بر دقیقه است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۱۰۲)

ابتدا معادله واکنش ها را نوشته و موازنه می کنیم. بر این اساس، داریم:



تعداد مول HF که در واکنش (I) پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/5} = 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HF]} = \frac{(3 \times 10^{-2})^2}{[HF]} = 6 \times 10^{-4} \Rightarrow [HF] = 1/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$HF \text{ مول} = HF \text{ غلظت} \times \text{حجم محلول} = 1/5 \times 0/5 = 0/75 \text{ mol}$$

پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه، ۰/۷۵ مول HF در واکنش (I) تولید شده است. بر این اساس، موارد اول و دوم درست است.

بررسی موارد:

• مقدار فلوئور مورد نیاز برای تولید ۰/۷۵ مول HF را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol } F_2 = 0/75 \text{ mol } HF \times \frac{2 \text{ mol } F_2}{4 \text{ mol } HF} \times \frac{38 \text{ g } F_2}{1 \text{ mol } F_2} = 14/25$$

بنابراین مقدار گاز فلوئور در ابتدای واکنش برابر با ۱۴/۲۵ گرم بوده است.

• با توجه به اطلاعات داده شده، سرعت واکنش (I) را محاسبه می کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta n(HF)}{4 \times \Delta t} = \frac{0/75}{4 \times 150} = 1/25 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$$

سرعت واکنش (II) نصف واکنش (I) و برابر با $1/25 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1}$ است. از آنجا که ضریب گوگرد تترافلوئورید (SF_6) در واکنش دوم برابر ۱ است، پس

سرعت مصرف این ماده در واکنش مورد نظر با سرعت واکنش برابر است. بر این اساس، مقدار گاز گوگرد تترافلوئورید مصرف شده پس از ۴۰ ثانیه در واکنش

(II) را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g } SF_6 = 40 \text{ s} \times \frac{6/25 \times 10^{-3} \text{ mol } SF_6}{1 \text{ s}} \times \frac{108 \text{ g } SF_6}{1 \text{ mol } SF_6} = 2/7 \text{ g}$$

• سرعت مصرف فلوئور ۲ برابر سرعت واکنش (I) و سرعت مصرف گوگرد تترافلوئورید برابر با سرعت واکنش (II) است. بنابراین سرعت مصرف فلوئور چهار برابر سرعت مصرف گوگرد تترافلوئورید است.

• سرعت تولید اکسیژن در واکنش (I) برابر سرعت واکنش است. سرعت متوسط تولید اکسیژن در واکنش (I) را بر حسب مول بر دقیقه محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol.min}^{-1} = 1/25 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 7/5 \times 10^{-2} \text{ mol.min}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۹۱- ترکیبی با فرمول مولکولی C_7H_{16} ، دارای چند همپار است و تعداد همپارهایی که نام آن ها به پنتان ختم می شود چند برابر تعداد همپارهایی است که نام آن ها به هگزان ختم می شود؟

۲/۵، ۹ (۴)

۲، ۹ (۳)

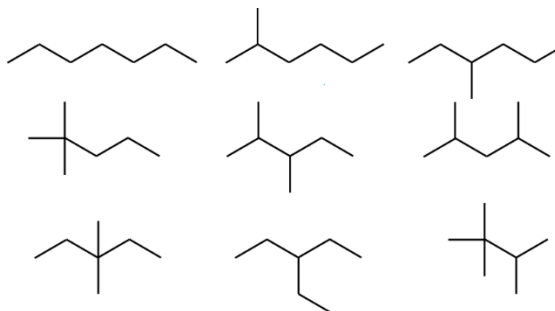
۲، ۷ (۲)

۲/۵، ۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

شیمی دان ها به موادی که فرمول مولکولی یکسانی دارند اما ساختار آن ها نسبت به یکدیگر متفاوت است، ایزومر یا همپار می گویند. ترکیب C_7H_{16} ، معادل با یک نوع آلکان بوده و تعداد نه همپار دارد.

ساختار این مواد به صورت زیر است:



همپارهای قابل رسم برای فرمول مولکولی C_7H_{16} ، معادل با هپتان، ۲-متیل هگزان، ۳-متیل هگزان، ۲،۲-دی-متیل پنتان، ۳،۳-دی-متیل پنتان، ۲،۴-دی-متیل پنتان، ۳-اتیل پنتان، ۲،۲،۳-تری-متیل بوتان هستند. نام ۵ همپار به پنتان و نام ۲ همپار به هگزان ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- استفاده از ورقه آهنی در تولید آمونیاک، چند مورد از موارد زیر را افزایش می‌دهد؟

- شیب نمودار «مول-زمان» فرآورده
- بازده واکنش
- مدت زمان لازم برای تولید آمونیاک
- پایداری فرآورده

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

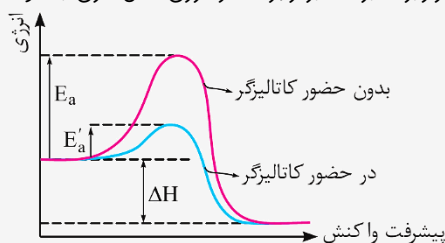
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

مهم‌ترین کاتالیزگرهای استفاده شده در واکنش‌های مختلف، به شرح زیر هستند:

واکنش شیمیایی	کاتالیزگر
واکنش سوختن قند	خاک باغچه
واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن (فرایند هابر)	ورقه‌ای آهنی
واکنش تولید پلی‌اتن	مواد حاوی تیتانیم و آلومینیم
واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید	یون یدید در محلول پتاسیم یدید
واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن	فلزهای روی و پلاتین
کاتالیزگر واکنش میان الکل‌ها و اسیدها برای تولید استرها	سولفوریک اسید
واکنش حذف آلاینده‌های تولید شده در خودروها	رودیم، پالادیم، پلاتین

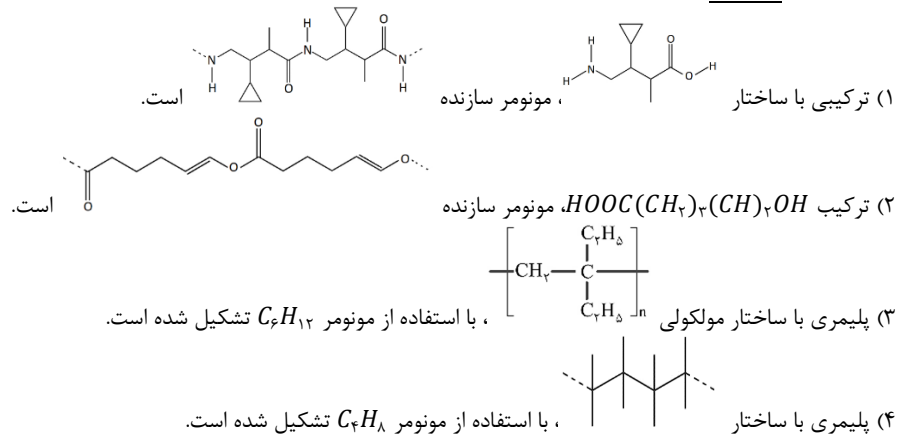
ورقه آهنی در تولید آمونیاک، نقش کاتالیزگر را دارد. کاتالیزگر سرعت واکنش و شیب نمودار مول-زمان را افزایش می‌دهد. در واقع، کاتالیزگرها در واکنش‌های شیمیایی شرکت کرده و با کاهش مقدار انرژی فعال‌سازی، سرعت این واکنش‌ها را افزایش می‌دهند. همچنین کاتالیزگر مقدار انرژی فعال‌سازی و مدت زمان لازم برای انجام واکنش را کاهش می‌دهد. توجه داریم که کاتالیزگر تأثیری بر بازده واکنش، ثابت تعادل واکنش، پایداری فرآورده‌ها و آنتالپی واکنش ندارد.

کاتالیزگرهای استفاده شده در واکنش‌های شیمیایی مختلف، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش انجام شده را کاهش داده و موجب افزایش سرعت انجام شدن آن می‌شوند، اما تأثیری در مقدار ΔH آن واکنش و یا مقدار کل انرژی مبادله شده در واکنش ندارند. توجه داریم که مقدار کل انرژی مبادله شده در یک واکنش، فقط به مقدار واکنش‌دهنده‌های مصرف شده و مقدار ΔH واکنش بستگی دارد. در واقع می‌توان گفت کاتالیزگرها هیچ تأثیری بر روی مقدار نهایی فرآورده‌های واکنش، مقدار کل انرژی مبادله شده در واکنش، مقدار ΔH واکنش و سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها ندارند و فقط با کاهش مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، سرعت انجام شدن آن‌ها را افزایش می‌دهند. برای مثال، نمودار زیر تأثیر کاتالیزگر بر مقدار انرژی فعال‌سازی یک واکنش را نشان می‌دهد:



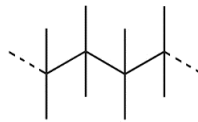
گروه آموزشی ماز

۹۳- کدام مطلب، نادرست است؟

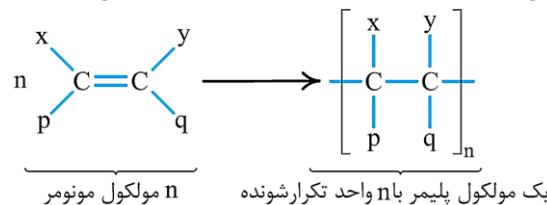


پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پلیمر داده شده در گزینه چهارم، نوعی پلیمر افزایشی است. ساختار پلیمر مورد نظر به صورت زیر است:



این پلیمر با استفاده از مونومری با فرمول شیمیایی C_6H_{12} ساخته شده است. تصویر زیر، نمای کلی از واکنش تولید پلیمرهای افزایشی را نشان می‌دهد:



توجه داریم که در سایر گزینه‌های داده شده، ساختار پلیمر و مونومر به درستی نشان داده شده است.

گروه آموزشی ماز

۹۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مخلوط آب، روغن و صابون، برخلاف یک نمونه از شربت معده، همگن و پایدار است.
- شیر، ژله، سس مایونز و رنگ‌های پوششی، برخلاف محلول شکر در آب، توانایی پخش نور را دارند.
- فراورده‌های واکنش مخلوطی از سدیم هیدروکسید و آلومینیم با آب، از واکنش‌دهنده‌های آن پایدارتر هستند.
- همه اتم‌های موجود در بخش آنیونی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، جزو عناصر دسته p جدول تناوبی هستند.
- اگر مقداری از پودر صابون را در آب ریخته و مخلوط را به هم بزنیم، غلظت یون هیدرونیوم در محلول افزایش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

موارد دوم و سوم درست است.

بررسی موارد:

- مخلوط آب، روغن و صابون، نوعی کلوئید بوده و شربت معده نوعی سوسپانسیون است. کلوئیدها همانند سوسپانسیون‌ها ناهمگن هستند. توجه داریم که کلوئیدها برخلاف سوسپانسیون‌ها پایدار بوده و به مرور زمان ته‌نشین نمی‌شوند.

کلوئیدها مخلوط‌هایی از دو یا چند ماده به حساب می‌آیند که در برخی از ویژگی‌های خود، به محلول‌ها شباهت دارند و در برخی از ویژگی‌های خود، با محلول‌ها تفاوت داشته و به مخلوط‌های ناهمگن شبیه هستند. ذره‌های سازنده کلوئیدها عموماً به صورت مولکول‌های بزرگ و یا توده‌های مولکولی هستند که اندازه آن‌ها بزرگ‌تر از اندازه حل‌شونده‌های موجود در محلول‌های همگن است. چون ذرات موجود در کلوئیدها بزرگ‌تر از اندازه ذرات موجود در محلول‌ها است، اگر پرتوی نوری از درون کلوئیدها بگذرد، توسط ذره‌های سازنده کلوئید پخش شده و به چشم بازتابیده می‌شود و به همین خاطر است که مسیر عبور نور در کلوئیدها قابل مشاهده است. سطح ذرات موجود در ساختار کلوئیدها باردار بوده و به همین خاطر، این مواد با ماندن در یک موقعیت ثابت ته‌نشین نمی‌شوند.

- شیر، ژله، سس مایونز و رنگ پوششی، از جمله کلوئیدها به شمار رفته و محلول شکر در آب نیز نوعی مخلوط همگن است. توجه داریم که کلوئیدها برخلاف محلول‌ها توانایی پخش نور دارند.
- واکنش مخلوطی از سدیم هیدروکسید (سود) و آلومینیم با آب، نوعی فرایند گرماده است. در واکنش‌های گرماده، مقداری انرژی آزاد شده و فراورده‌های تولید شده پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.

واکنش انجام شده بین پاک کننده‌های ساخته شده از مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم با آب به صورت زیر است:

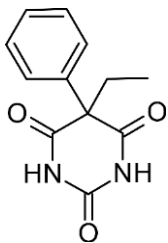
دیگر فراورده‌ها + گرما + گاز هیدروژن → آب + مخلوط سدیم هیدروکسید و آلومینیم

این پاک کننده‌ها به شکل پودر عرضه می‌شوند. همانطور که مشخص است، واکنش میان این پاک کننده‌ها و آب گرماده بوده و با آزاد شدن گرما همراه است. گرمای حاصل از این واکنش موجب سست شدن آلودگی‌ها شده و قدرت نفوذ پاک کننده به درون آلودگی‌ها را افزایش می‌دهد و در نتیجه آن، قدرت پاک کنندگی این نوع پاک کننده را افزایش می‌یابد.

- در بخش آنیونی پاک کننده‌های صابونی، اتم‌های اکسیژن، کربن و هیدروژن وجود داشته و در بخش آنیونی پاک کننده‌های غیرصابونی عناصر گوگرد، اکسیژن، کربن و هیدروژن وجود دارد. عناصر گوگرد، اکسیژن و کربن، در دسته p قرار داشته و هیدروژن در دسته s قرار دارد.
- چون صابون خاصیت بازی دارد، پس می‌توان گفت اگر مقداری از پودر صابون را در آب ریخته و مخلوط را به هم بزنیم، یک محلول با $pH > 7$ ایجاد می‌شود. چون طی این فرایند یک محلول بازی ایجاد شده است، پس می‌توان گفت با ریختن صابون در آب، غلظت یون هیدروکسید در محلول افزایش می‌یابد و به دنبال آن، غلظت یون هیدروژن در محلول کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۹۵- درباره ترکیبی با ساختار مقابل، کدام مطلب نادرست است؟



($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) نوعی ترکیب آروماتیک است و گروه عاملی کتونی و آمیدی دارد.

(۲) درصد جرمی کربن در این ترکیب ۱۲ برابر درصد جرمی هیدروژن است.

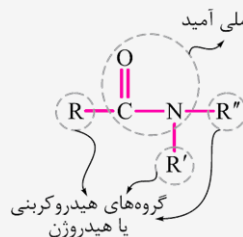
(۳) تعداد پیوندهای $C-C$ در آن برابر تعداد پیوندهای $C-H$ در نفتالن است.

(۴) تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی و جفت الکترون‌های ناپیوندی آن برابر ۲۸ است.

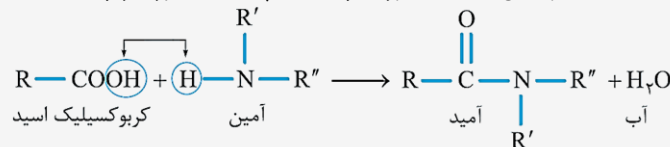
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_{12}H_{12}N_2O_3$ است. این ترکیب در ساختار خود دارای یک حلقه بنزنی و سه گروه عاملی آمیدی است. توجه داریم که این ترکیب آلی، فاقد گروه کتونی است.

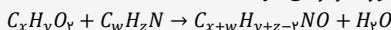
به گروهی از ترکیب‌های آلی که از اتصال اتم‌های H, C, O و N به یکدیگر ساخته شده و ساختار آن‌ها به صورت زیر است، امید گفته می‌شود.



آمیدها را می‌توان از واکنش بین کربوکسیلیک اسیدها و آمین‌ها بدست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، طی این واکنش یک کربوکسیلیک اسید با یک آمین واکنش داده و یک ترکیب آمیدی به همراه آب تولید می‌شود. اگر فرمول شیمیایی اسید و آمین سازنده‌ی یک آمید به ترتیب به صورت $C_xH_yO_z$ و C_wH_zN باشد، معادله‌ی تولید آمید مورد نظر به صورت زیر می‌شود:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) این ترکیب در ساختار خود ۱۲ اتم کربن و ۱۲ اتم هیدروژن دارد. جرم مولی کربن ۱۲ برابر جرم مولی هیدروژن است، بنابراین درصد جرمی کربن در این ماده ۱۲ برابر درصد جرمی هیدروژن است.

(۳) این ترکیب آلی در ساختار مولکولی خود دارای هشت پیوند $C-C$ است. توجه داریم که در ساختار نفتالن ($C_{10}H_8$) نیز ۸ اتم هیدروژن وجود دارد که همه آن‌ها به اتم کربن متصل شده‌اند. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار نفتالن هشت پیوند $C-H$ وجود دارد.

(۴) ترکیب $C_{12}H_{12}N_2O_3$ ، یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی هر اتم نیتروژن و دو جفت الکترون ناپیوندی بر روی هر اتم اکسیژن دارد. بنابراین این ترکیب مجموعاً ۸ جفت الکترون ناپیوندی دارد. تعداد جفت الکترون‌های پیوندی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &= \frac{(\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times 3) + (\text{تعداد اتم‌های اکسیژن} \times 2) + (\text{تعداد اتم‌های کربن} \times 4)}{2} \\ &= \frac{12 + 2 \times 3 + 2 \times 2 + 12 \times 4}{2} = 36 \end{aligned}$$

این ترکیب ۳۶ پیوند اشتراکی دارد. تفاوت تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی و پیوندی این ترکیب برابر با ۲۸ است.

۹۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در سلول الکترولیتی، همانند سلول گالوانی، یک واکنش اکسایش-کاهش انجام شده و کاتد مقصد نهایی الکترون‌ها است.
- رنگ کاغذ pH در اطراف کاتد سلول برقکافت آب، همانند ناحیه کاتدی در فرایند خوردگی آهن، آبی می‌شود.
- واکنش مربوط به فرایند آبکاری، برخلاف واکنش مربوط به فرایند هال، در خلاف جهت طبیعی پیش می‌رود.
- در سلول گالوانی، جهت حرکت آنیون‌ها در الکترولیت، برخلاف جهت حرکت الکترون‌ها در مدار است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

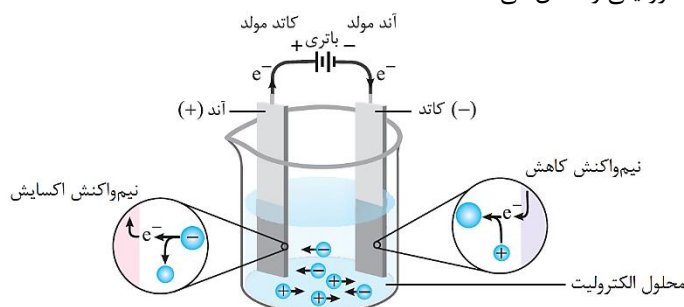
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

موارد اول، دوم و چهارم درست است.

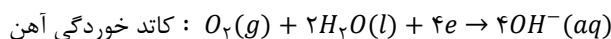
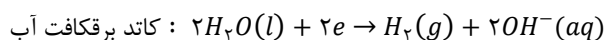
بررسی موارد:

- تصویر زیر، نمای کلی از یک سلول الکترولیتی را نشان می‌دهد:

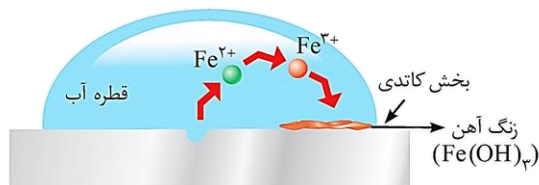


با توجه به تصویر بالا، در سلول الکترولیتی، همانند سلول گالوانی، الکترون‌ها از آند به سمت کاتد می‌روند. بر این اساس، می‌توان گفت در هر دو نوع سلول، مقصد الکترون کاتد است.

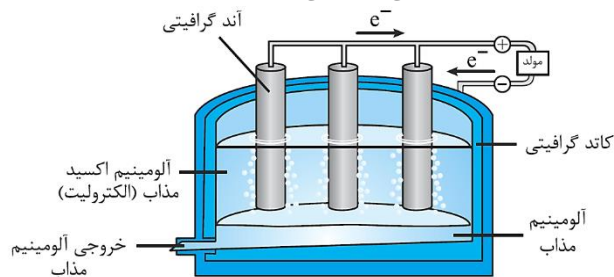
- در کاتد سلول مربوط به برقکافت آب، همانند ناحیه کاتدی در فرایند خوردگی آهن، یون هیدروکسید تولید می‌شود. چون این محیط‌ها خاصیت بازی دارند، رنگ کاغذ pH در این محیط‌ها آبی می‌شود. نیم‌واکنش انجام شده در کاتد سلول برقکافت آب و سلول تشکیل شده هنگام خوردگی آهن به صورت زیر است:



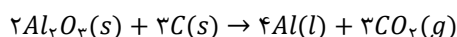
شکل زیر فرایند کلی خوردگی آهن را نشان می‌دهد:



- واکنش مربوط به آبکاری همانند فرایند هال در خلاف جهت طبیعی پیش می‌رود. شکل زیر فرایند هال را نشان می‌دهد:



معادله واکنش انجام شده طی این فرایند به صورت زیر است:



- در دیواره متخلخل موجود در سلول‌های گالوانی، آنیون‌ها از سمت کاتد به سمت آند حرکت می‌کنند. در این سلول‌ها، الکترون‌ها از آند خارج شده و به سمت کاتد حرکت می‌کنند. بنابراین می‌توان گفت جهت حرکت آنیون و الکترون در سلول‌های گالوانی، خلاف یکدیگر است.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام موارد از مطالب زیر، درباره سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، درست است؟

(آ) معادله نیم واکنش کاتدی آن عکس معادله واکنش آندی در فرایند برقکافت آب است.

(ب) کاتالیزگرهای موجود در کاتد و آند، به نیم واکنش ها سرعت داده و منجر به تولید انرژی الکتریکی بیشتری می شود.

(پ) این واکنش از نوع اکسایش-کاهش است اما شمار الکترون های ظرفیت اتم ها، در واکنش کلی این سلول تغییر نمی کند.

(ت) شامل آند، کاتد و غشای مبادله کننده یون هیدرونیوم بوده و بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند.

(۴) آ، پ، ت

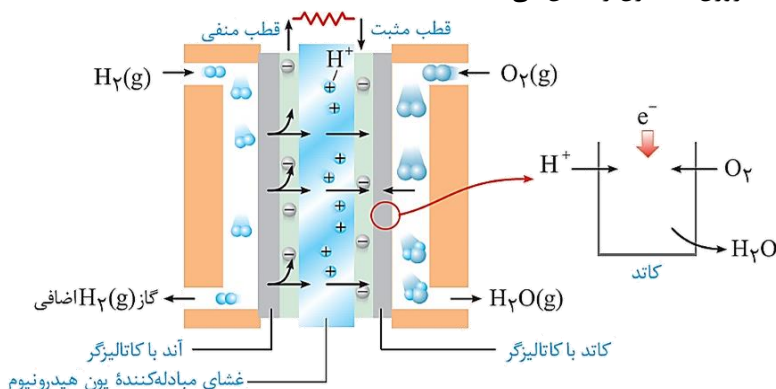
(۳) ب، پ

(۲) ب، پ، ت

(۱) آ، ت

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

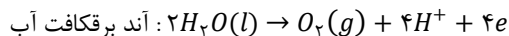
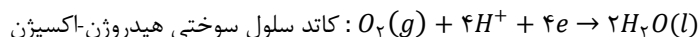
شکل زیر ساختار سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن را نشان می دهد:



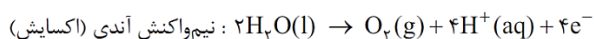
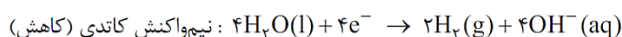
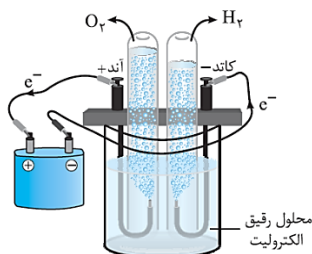
در رابطه با سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، موارد (آ)، (پ) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

(آ) نیم واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن و نیم واکنش آندی برقکافت آب به صورت زیر است.



شکل زیر فرایند برقکافت آب را نشان می دهد:



(ب) کاتالیزگرهای موجود در آند و کاتد سلول سوختی، سرعت نیم واکنش ها را افزایش می دهند اما توجه داریم که کاتالیزگر نمی تواند بازده سلول را تغییر دهد.

بر این اساس، با استفاده از کاتالیزگر میزان انرژی الکتریکی تولیدی تغییری نمی کند.

(پ) واکنش انجام شده در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن از نوع اکسایش-کاهش است. تعداد الکترون های ظرفیتی هیدروژن و اکسیژن پیش از انجام واکنش

در مولکول های H_2 و O_2 به ترتیب ۲ و ۸ است. پس از انجام واکنش نیز تعداد الکترون های ظرفیتی هیدروژن و اکسیژن در مولکول آب ۲ و ۸ است. در واقع

طی این فرایند، تعداد الکترون های ظرفیتی اتم ها دچار تغییر نشده و تنها عدد اکسایش اتم ها تغییر می کند.

(ت) سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، شامل آند، کاتد و غشای مبادله کننده یون هیدرونیوم می شود. توجه داریم که در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن،

بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می شود.

گروه آموزشی ماز

۹۸- مقداری از نیترو اسید و استیک اسید در دو ظرف جداگانه، با غلظت مولی آغازی برابر، به ترتیب دارای ثابت یونش 4×10^{-4} و 1×10^{-5} موجود

هستند. نسبت $[H_3O^+]$ در محلول نیترو اسید به $[H_3O^+]$ در محلول استیک اسید کدام است و اگر pH محلول استیک اسید برابر ۲/۵ باشد، pH

محلول نیترو اسید، به تقریب چند برابر pH محلول 5×10^{-3} مولار باریم هیدروکسید در دمای اتاق است؟

(۴) ۲۵، ۱/۴

(۳) ۵، ۱/۴

(۲) ۲۵، ۱/۵

(۱) ۵، ۱/۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

در اسیدهای ضعیف از جمله نیترو اسید و استیک اسید ($C_2H_3O_2$)، رابطه $K_a = M\alpha^2$ بین مقدار ثابت یونش و درجه یونش برقرار است. با توجه به یکسان بودن غلظت اولیه اسیدها در دو محلول داده شده، داریم:

$$\frac{K_a(HNO_2)}{K_a(C_2H_3O_2)} = \frac{M \times \alpha_{HNO_2}^2}{M \times \alpha_{C_2H_3O_2}^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{K_a(HNO_2)}{K_a(C_2H_3O_2)}} = \frac{\alpha_{HNO_2}}{\alpha_{C_2H_3O_2}} \Rightarrow \frac{\alpha_{HNO_2}}{\alpha_{C_2H_3O_2}} = \sqrt{\frac{4/5 \times 10^{-4}}{1/8 \times 10^{-5}}} = 5$$

با توجه به محاسبات بالا، درجه یونش نیترو اسید ۵ برابر اسید دیگر است. طبق رابطه $[H^+] = M\alpha$ و ۵ برابر بودن درجه یونش نیترو اسید و یکسان بودن غلظت اولیه اسیدها، می توان گفت غلظت یون هیدرونیوم در محلول نیترو اسید ۵ برابر غلظت این یون در محلول استیک اسید است.

مقدار pH محلول ها از رابطه $pH = -\log[H^+]$ محاسبه می شود. بنابراین داریم:

$$pH_{C_2H_3O_2} = -\log[H^+]_{\text{محلول استیک اسید}} = 2/5 \Rightarrow pH_{HNO_2} = -\log[H^+]_{\text{محلول استیک اسید}} = 1/8$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار pH محلول نیترو اسید برابر ۱/۸ است. در قدم بعد، مقدار pH محلول 5×10^{-3} مولار باریم هیدروکسید با فرمول شیمیایی $Ba(OH)_2$ را محاسبه می کنیم. توجه داریم که این باز، دو ظرفیتی است؛ پس داریم:

$$[OH^-] = 2 \times 5 \times 10^{-3} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] \times 10^{-2} = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log[10^{-12}] = 12$$

در قدم آخر، نسبت pH محلول نیترواسید به محلول باریم هیدروکسید را محاسبه می کنیم:

$$\frac{1/8}{12} = 0/15$$

گروه آموزشی ماز

۹۹- بر پایه واکنش $HBr(aq) + KOH(aq) \rightarrow H_2O(l) + KBr(aq)$ ، اگر ۲۵ mL محلول هیدروبرمیک اسید با $pH = 1$ به ۱۷۵ mL محلول KOH اضافه شود، pH محلول نهایی برابر با ۱۳/۴ می شود. مقدار تقریبی یون K^+ در محلول پتاسیم هیدروکسید آغازی برابر با چند گرم بوده و درصد جرمی یون Br^- در محلول پایانی چقدر است؟ (چگالی محلول ها را برابر با ۱ گرم بر میلی لیتر در نظر بگیرید. $K = 39 \text{ g.mol}^{-1}$ و $Br = 80$)

۰/۱ ، ۴/۱ (۴

۰/۸ ، ۴/۱ (۳

۰/۱ ، ۲/۰۵ (۲

۰/۸ ، ۲/۰۵ (۱

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

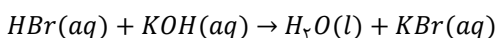
با افزودن ۲۵ میلی لیتر هیدروبرمیک اسید به ۱۷۵ میلی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید، حجم محلول نهایی برابر با ۲۰۰ میلی لیتر می شود. با استفاده از pH محلول ها، غلظت یون های موجود در آن ها را محاسبه می کنیم:

$$pH_{HBr} = -\log[H^+] = 1 \Rightarrow [H^+] = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_{\text{محلول نهایی}} = -\log[H^+] = 13/4 \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [H^+] \times [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow$$

$$[OH^-] \times 4 \times 10^{-14} = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 0/25 \text{ mol.L}^{-1}$$

واکنش خنثی شدن هیدروبرمیک اسید با پتاسیم هیدروکسید به صورت زیر است:



در ۲۵ میلی لیتر محلول هیدروبرمیک اسید، مقدار $2/5 \times 10^{-3}$ مول یون هیدرونیوم وجود دارد. در ۲۰۰ میلی لیتر از محلول نهایی نیز مقدار $0/05$ مول یون هیدروکسید وجود دارد. بنابراین در ۱۷۵ میلی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید اولیه، مقدار $5/25 \times 10^{-2}$ مول یون هیدروکسید وجود داشته است که $0/25 \times 10^{-2}$ مول از آن با هیدروبرمیک اسید خنثی شده است. همانطور که گفتیم، در ۱۷۵ میلی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید اولیه، مقدار $5/25 \times 10^{-2}$ مول پتاسیم هیدروکسید وجود داشته است. بر این اساس، جرم تقریبی یون پتاسیم را محاسبه می کنیم:

$$? g K^+ = 5/25 \times 10^{-2} \text{ mol } K^+ \times \frac{39 \text{ g } K^+}{1 \text{ mol } K^+} = 2/05 g$$

در محلول پایانی با حجم ۲۰۰ میلی لیتر، $2/5 \times 10^{-3}$ مول یون برمید وجود دارد. چگالی محلول نیز برابر با ۱ گرم بر میلی لیتر بوده و بر این اساس، جرم محلول برابر با ۲۰۰ گرم می شود. بر این اساس، درصد جرمی یون برمید را محاسبه می کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم مولی حل شونده} \times \text{مول حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{2/5 \times 10^{-3} \times 80}{200} \times 100 = 0/1 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- کدام موارد از مطالب زیر، دربارهٔ مولکول استون، درست است؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g. mol^{-1}$)

(آ) جرم مولی آن برابر جرم مولی چهارمین عضو خانواده آلکانها است.

(ب) نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به کربن در آن برابر این نسبت در سیکلوهگزان است.

(پ) همانند C_3H_7OH ، به هر نسبتی در آب حل شده و با آب توانایی برقراری پیوند هیدروژنی دارد.

(ت) گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر بوده و برخلاف یک نمونه هگزان، توانایی انحلال مواد ناقطبی را ندارد.

(۴) ب، پ، ت

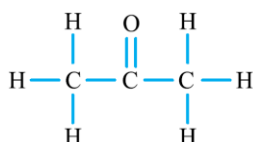
(۳) آ، ب، پ

(۲) پ، ت

(۱) آ، ب

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

ساختار مولکولی استون به صورت زیر است:



در رابطه با استون، موارد (آ)، (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد:

(آ) جرم مولی استون (C_3H_6O) برابر با ۵۸ گرم بر مول است. چهارمین عضو خانواده آلکانها نیز معادل با بوتان با فرمول شیمیایی C_4H_{10} است. جرم مولی بوتان نیز برابر با ۵۸ گرم بر مول است.

(ب) نسبت تعداد هیدروژن به کربن در استون برابر با ۲ است. این مقدار، برابر با مقدار این نسبت در سیکلوهگزان (C_6H_{12}) است.

(پ) استون همانند پروپانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود. توجه داریم که استون می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.

با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در مولکول الکلها، میزان قطبیت این مواد کاهش می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیره کربنی در الکلها میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب (حلال قطبی) کاهش پیدا کرده و میزان انحلال‌پذیری آنها در چربی (حلال ناقطبی) افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیره کربنی در الکلها، خاصیت آب‌گریزی یا همان چربی‌دوستی الکلها بیشتر می‌شود. در متانول، اتانول و ۱-پروپانول (سه عضو اول خانواده الکل‌های تک‌عاملی)، بخش قطبی به شدت بر بخش ناقطبی غلبه دارد و به همین خاطر، این الکلها به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آنها تهیه کرد. انحلال‌پذیری ۱-بوتانول و ۱-پنتانول بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این مواد محلول در آب هستند. از طرفی، انحلال‌پذیری ۱-هگزانول، ۱-هپتانول و ۱-اوکتانول، بین ۱ تا ۱۰٪ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این الکلها کم‌محلول در آب محسوب می‌شوند.

(ت) چون در ساختار استون یک گروه عاملی اکسیژن‌دار وجود دارد، پس می‌توان گفت گشتاور دوقطبی استون بزرگتر از صفر است. توجه داریم که استون توانایی انحلال مواد قطبی (مثل آب) و ناقطبی (مثل چربی‌ها) را دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- در معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش استخراج مس در معدن مس سرچشمه، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد کدام است و در مجموع، چند مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود؟

(۴) ۴، ۶

(۳) ۶، ۶

(۲) ۴، ۵

(۱) ۶، ۵

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۲)

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش انجام شده در معدن مس سرچشمه به صورت مقابل است:

مجموع ضرایب استوکیومتری در واکنش موازنه شدهٔ بالا برابر با ۵ است. در این واکنش، عدد اکسایش اتم مس و اتم اکسیژن کاهش یافته و عدد اکسایش اتم گوگرد نیز افزایش یافته است. بنابراین در واکنش مورد نظر ۲ گونه اکسند و ۱ گونه کاهنده داریم. طی این فرایند، عدد اکسایش کاهنده از ۲- در Cu_2S به ۴+ در SO_2 افزایش یافته است، پس می‌توان گفت بین گونه‌های اکسند و گونه کاهنده ۶ مول الکترون مبادله شده است.

آنچه که موجب پیوند شیمی و الکتریسته می‌شود، الکترون است. در واقع، واکنش‌های الکتروشیمیایی نوعی از واکنش‌ها هستند که در آنها الکترون از یک گونه شیمیایی به گونه دیگر منتقل می‌شود. در این واکنش‌ها، اکسایش به معنای از دست دادن الکترون توسط یک گونه شیمیایی و کاهش به معنای گرفتن الکترون توسط یک گونه شیمیایی است. شیمی‌دان‌ها هر یک از فرایندهای گرفتن و از دست دادن الکترون را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند. به نیم‌واکنشی که از دست دادن الکترون را نشان می‌دهد، نیم‌واکنش اکسایش و به نیم‌واکنشی که گرفتن الکترون را نشان می‌دهد، نیم‌واکنش کاهش گفته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- در چه تعداد از موارد زیر، دو ترکیب داده شده از نظر ویژگی مشخص شده مشابه هم هستند؟

• مولکول خطی: اتین و کربونیل سولفید

• نوع اتم مرکزی: هیدروژن سیانید و دی متیل اتر

• نوع بار جزئی اتم مرکزی: نیتروژن تری‌فلوئورید و کلروفرم

• بازتاب رنگ آبی: محلول نمک وانادیم(V) و محلول آهن(III) کلرید

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

موارد اول، سوم و چهارم درست است.

بررسی موارد:

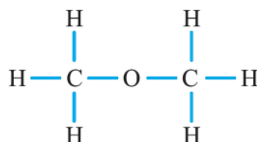
- هر دو مولکول اتین و کربونیل سولفید، ساختار خطی دارند. شکل زیر ساختار این دو ماده را نشان می‌دهد:



- اتم مرکزی هیدروژن سیانید کربن و اتم مرکزی دی متیل اتر، اکسیژن است. شکل زیر ساختار مولکول هیدروژن سیانید را نشان می‌دهد:



ساختار مولکول دی‌متیل اتر نیز به صورت زیر است:



- بار جزئی اتم مرکزی هر دو ماده نیتروژن تری‌فلئورید و کلروفرم مثبت است. شکل زیر نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی کلروفرم را نشان می‌دهد:



- محلول نمک وانادیم(V) زرد رنگ بوده و محلول آهن(III) کلرید نیز زرد رنگ است. هر دو محلول، رنگ آبی را جذب کرده و رنگ زرد را بازتاب می‌کنند.

جدول زیر رنگ محلول‌های مختلف وانادیم را نشان می‌دهد:

محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلول
بنفش	سبز	آبی	زرد	رنگ محلول
$[\text{V}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$	$[\text{V}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتی است.	آرایش الکترونی وانادیم

سازنده اصلی یک ماده رنگی که به آن رنگ می‌بخشد، رنگدانه نام دارد. در واقع، رنگدانه‌های موجود در یک ماده با جذب یا بازتاب برخی از پرتوهای مرئی، سبب ایجاد رنگ‌های مختلف می‌شوند. به عنوان مثال، رنگ سبز درختان و رنگ سرخ گل رز به خاطر وجود رنگدانه‌ها است. تیتانیم(IV) اکسید، آهن(III) اکسید و دوده، از جمله رنگدانه‌های معدنی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه را ایجاد می‌کنند. انسان‌های گذشته این مواد را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران و برخی از کانی‌ها تهیه می‌کردند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- واکنش تعادلی $\text{CH}_4(g) + \text{H}_2\text{O}(g) \rightleftharpoons \text{CO}(g) + 3\text{H}_2(g)$, $\Delta H > 0$ ، در یک ظرف یک لیتری، با مخلوطی به جرم ۲۰۰/۸ گرم از CH_4 و H_2O که نسبت تعداد مول CH_4 به H_2O در آن برابر ۰/۱۳ است، آغاز می‌شود. اگر پس از گذشت ۲۰ دقیقه تعادل برقرار شود و نسبت تعداد مول H_2O به CH_4 به ۳۰ برسد، ثابت تعادل واکنش کدام است؟

($\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱ : \text{g. mol}^{-۱}$)

۱۵ (۴)

۹۰ (۳)

۱۰ (۲)

۳۰ (۱)

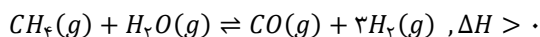
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)

تعداد مول متان موجود در مخلوط اولیه، ۰/۱۳ برابر تعداد مول بخار آب است. تعداد مول بخار آب را x و تعداد مول متان را $0.13x$ در نظر می‌گیریم. با توجه به فرض سوال، جرم مخلوط اولیه برابر با ۲۰۰/۸ گرم است. با استفاده از جرم مخلوط، تعداد مول اولیه متان و بخار آب را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم آب} = 18x \quad \text{جرم متان} = 16 \times 0.13x = 2.08x$$

$$\text{جرم مخلوط} = \text{جرم آب} + \text{جرم متان} = 18x + 2.08x = 20.08x = 200.8 \Rightarrow x = 10$$

بنابراین در مخلوط اولیه ۱۰ مول بخار آب و ۱/۳ مول متان وجود داشته است. پس از گذشت ۲۰ دقیقه تعادل برقرار می‌شود و تعداد مول مواد تغییر می‌کند. بر این اساس، داریم:



ابتدای واکنش: ۱/۳ ۱۰

پس از تعادل: ۱/۳ - y ۱۰ - y y 3y

پس از برقراری تعادل تعداد مول بخار آب ۳۰ برابر تعداد مول متان شده است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{10-y}{1/3-y} = 30 \Rightarrow y = 1$$

بنابراین با گذشت ۲۰ دقیقه از ابتدای واکنش، ۱ مول بخار آب و ۱ مول متان مصرف شده و ۹ مول بخار آب و ۰/۳ مول متان باقی می ماند. طی این فرایند، ۱ مول کربن مونوکسید و ۳ مول هیدروژن تولید می شود. حجم ظرف ۱ لیتر است پس غلظت تعادلی بخار آب، متان، کربن مونوکسید و هیدروژن به ترتیب برابر با ۹، ۰/۳، ۱ و ۳ مول بر لیتر است. ثابت تعادل واکنش را حساب می کنیم:

$$K = \frac{[H_2]^3 [CO]}{[CH_4] [H_2O]} = \frac{3^3 \times 1}{0.3 \times 9} = 10 \text{ mol.L}^{-1}$$

اگر در واکنش های برگشت پذیر، واکنش های رفت و برگشت به صورت همزمان و با سرعت های برابر انجام شوند، مقدار فراورده ها و واکنش دهنده ها ثابت باقی می ماند و در سامانه مورد نظر تعادل برقرار می شود. در لحظه برقراری تعادل، سرعت تولید هر ماده با سرعت مصرف آن برابر است و به همین خاطر، مقدار هر ماده در سامانه ثابت می ماند و چنین به نظر می رسد که واکنش مورد نظر متوقف شده است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- کدام مطلب درباره تعادل شیمیایی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + Q$ ، درست است؟

- (۱) افزایش دما، ثابت تعادل و غلظت تعادلی همه گونه ها را افزایش می دهد.
- (۲) خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف واکنش، سرعت واکنش رفت را افزایش می دهد.
- (۳) کاهش حجم ظرف سبب جابه جایی تعادل در جهت برگشت و کاهش غلظت تعادلی فراورده ها می شود.
- (۴) با افزودن گاز SO_3 ، تعادل در جهت رفت جابه جا می شود و در تعادل جدید، غلظت همه گونه ها بیشتر از تعادل اولیه می شود.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

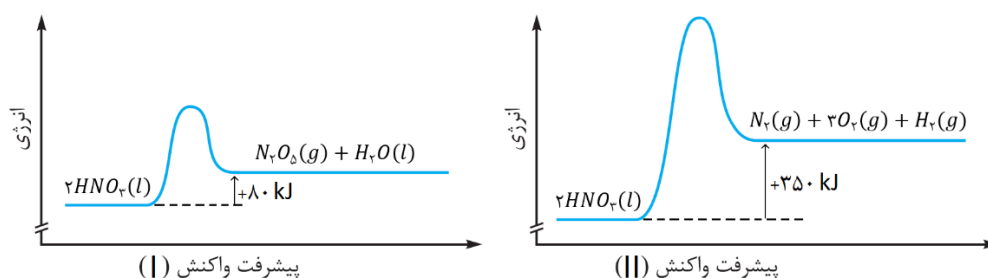
با افزودن مقدار گاز گوگرد تری اکسید، تعادل $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + q$ به سمت رفت جابه جا می شود. با جابه جایی تعادل به سمت رفت، در تعادل جدید غلظت گونه های گوگرد دی اکسید و اکسیژن نیز افزایش می یابد. بر این اساس، می توان گفت در تعادل جدید برقرار شده غلظت همه گونه ها در مقایسه با تعادل اولیه بیشتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) تعادل مورد نظر، یک واکنش گرماگیر است، بنابراین با افزایش دما، ثابت تعادل افزایش می یابد و تعادل در جهت رفت (در جهت مصرف انرژی گرمایی) جابه جا می شود و غلظت گوگرد دی اکسید و اکسیژن، افزایش و غلظت گوگرد تری اکسید کاهش می یابد. توجه داریم که دما تنها عاملی است که ثابت تعادل واکنش ها را تغییر می دهد.
- (۲) به طور کلی کاهش مقدار یک ماده در سامانه تعادلی، هیچ گاه با افزایش سرعت واکنش رفت یا برگشت همراه نیست. با کاهش مقدار اکسیژن، سرعت واکنش برگشت کاهش یافته و در تعادل جدید سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت، کمتر از تعادل اولیه است.
- (۳) کاهش حجم ظرف واکنش، به معنای افزایش فشار است. با کاهش حجم ظرف، تعادل در جهت تعداد مول گازی کمتر (در جهت برگشت) جابه جا می شود. توجه داریم که همیشه با کاهش حجم ظرف، غلظت همه گونه های گازی برخلاف تعداد مول گازی، افزایش می یابد. با کاهش حجم، تعداد مول گازی هر ماده بسته به جهت جابه جایی تعادل، ممکن است افزایش یا کاهش یابد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- با توجه به نمودارهای «انرژی-پیشرفت» واکنش های زیر و اینکه ΔH واکنش تشکیل یک مول آب ۲۸۵- کیلوژول است، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



- آنتالپی واکنش $2N_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 2N_2O_5(g)$ برابر 30 kJ است.
- مجموع آنتالپی پیوند فراورده های هر دو واکنش، بیشتر از واکنش دهنده است.
- انرژی فعال سازی واکنش (II) برخلاف پایداری فراورده های آن بیشتر از واکنش (I) است.
- انرژی لازم برای تشکیل یک مول گاز نیتروژن در واکنش (II)، برای تشکیل یک مول N_2O_5 در واکنش (I) نیز کافی است.

۴ (۴)

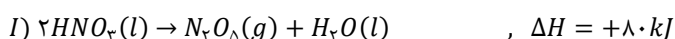
۳ (۳)

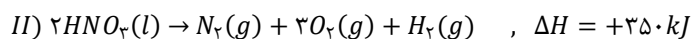
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی و مساله - ۱۲۰۴)

معادله واکنش های انجام شده به صورت زیر است:

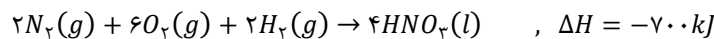
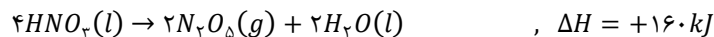




با توجه به معادله این واکنش‌ها، موارد اول، سوم و چهارم درست است.

بررسی موارد:

• برای بدست آوردن آنتالپی واکنش $2N_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 2N_2O_5(g)$ با استفاده از قانون هس، کافی است واکنش اول دو برابر، واکنش دوم دو برابر و معکوس و واکنش تولید آب نیز معکوس و دو برابر شود. در نهایت، باید معادله این واکنش‌ها با هم جمع شود. بر این اساس، داریم:



با جمع کردن آنتالپی واکنش‌های بالا، آنتالپی واکنش $2N_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 2N_2O_5(g)$ برابر ۳۰ کیلوژول بدست می‌آید.

• هر دو واکنش گرماگیر هستند. طبق رابطه زیر، در هر دو واکنش آنتالپی پیوند واکنش دهنده بیشتر از فراورده‌ها است.

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها}] = \text{آنتالپی واکنش}$$

• با توجه به نمودارهای داده شده، انرژی فعال‌سازی واکنش (II) بیشتر از واکنش (I) است. سطح انرژی فراورده‌های واکنش (II) بیشتر از واکنش (I) است پس پایداری فراورده‌های واکنش (II) کمتر از واکنش (I) است.

برای مقایسه سرعت انجام شدن واکنش‌های شیمیایی مختلف، می‌توانیم مقدار انرژی فعال‌سازی این واکنش‌ها را با یکدیگر مقایسه کنیم. در این حالت، هر واکنشی که انرژی فعال‌سازی کمتری داشته باشد، در شرایط آسان‌تر و با سرعت متوسط بیشتری انجام می‌شود. به عنوان مثال، فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و دمای اتاق می‌سوزد؛ چرا که انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن این ماده، کوچک‌تر از انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز هیدروژن است.

• آنتالپی واکنش (I) کمتر از آنتالپی واکنش (II) است پس انرژی لازم برای تولید ۱ مول گاز نیتروژن، برای تولید ۱ مول گاز دی‌نیتروژن پنتاکسید نیز کافی است.

گروه آموزشی ماز