



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۲

۱۴۰۲/۰۳/۳۰

آزمون
هجدهم
آنلاین

دفترچه شماره ۱

خیلی‌سبز
آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی‌سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

داوطلب گرامی، در این آزمون، حذفیات کنکور ۱۴۰۲ (حذفیات کرونا) در تمام دروس مربوطه، اعمال شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

۱- دنباله حسابی $2, a, b, \dots$ و دنباله هندسی $2, a-2, b-2, \dots$ را در نظر بگیرید. مجموع شانزده جمله اول دنباله حسابی با جمله چندم دنباله هندسی برابر است؟ ($a \neq 2$)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲- نمودار سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ نسبت به خط $x = -2$ متقارن است. به ازای کدام مقدار b ، رأس سهمی بر روی نیمساز ناحیه دوم قرار دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳- A و B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U هستند؛ مجموعه $C' - (B - A) - ((A \cup C) - B)$ برابر با کدام است؟

- (۱) $A - (B \cup C)$ (۲) $(A \cap B) - C$ (۳) $(A \cap C) - B'$ (۴) $A - (B \cap C)$

۴- کدام گزاره زیر هم‌ارز منطقی گزاره $((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge p)) \vee ((\sim q \wedge \sim p) \vee (r \vee \sim p))$ است؟

- (۱) p (۲) q (۳) $p \vee q$ (۴) $r \vee q$

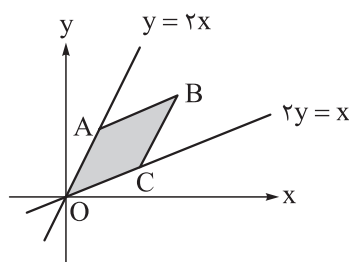
۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ و $\alpha - 1$ و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + b + 2 = 0$ باشند، b کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۴

۶- برای هر x به جز a ، نمودار تابع $y = \frac{x-1}{x^2-2x+5}$ ، زیر خط $y = b$ است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $3/75$ (۳) $3/25$ (۴) $2/75$

۷- در شکل زیر چهارضلعی $OABC$ لوزی است. اگر طول نقطه A برابر ۴ باشد، مساحت لوزی کدام است؟



- (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

۸- فرض کنید $f(x) = 7 + \sqrt{x+5} - a$ و $g(x) = x + \sqrt{2x-1}$ باشد. اگر طول نقطه برخورد نمودار $y = f^{-1} \circ g(x)$ با خط $y = x - 4$ برابر a باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

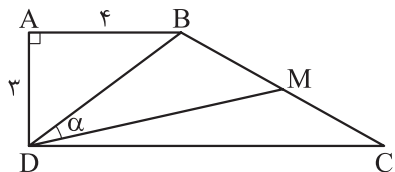
۹- رأس سهمی $f(x) = 4x - x^2$ و یکی از نقاط برخورد آن با محور x ها روی نمودار تابع $g(x) = a + 2^{bx+2}$ قرار دارد. مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۲

۱۰- معادله $\frac{\sqrt{x}}{-2+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{x}{\sqrt{x}}$ چند جواب دارد؟

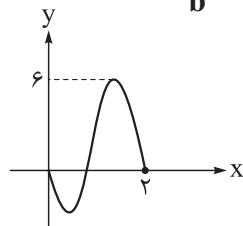
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۱- در دوزنقه قائم الزویه مطابق شکل، M وسط BC است. اگر $BC = 5$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ چه قدر است؟



- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{8}{17}$ (۳) $\frac{8}{19}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۱۲- قسمتی از نمودار تابع $y = 2 + a \cos(bx - \theta)$ مطابق شکل است. اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ باشد، مقدار $a + \frac{\theta}{b}$ کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) $-\frac{11}{3}$ (۳) -۲ (۴) $-\frac{13}{3}$

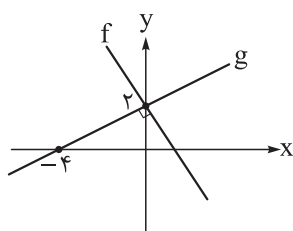
۱۳- معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x = 1 + \sin x$ مفروض است. اگر حداقل اختلاف و حداکثر اختلاف بین دو ریشه متمایز آن در بازه $[0, 2\pi]$ به ترتیب m و n باشد، مقدار $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۴- تابع $f(x) = x^2 - 6x + 2$ و تابع اکیداً صعودی g با برد $\mathbb{R}$ مفروض اند. اگر معادله $g(f(g(x))) = 0$ فقط یک جواب داشته باشد، مقدار $g^{-1}(0)$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) -۷ (۳) -۱۱ (۴) -۱۰

محل انجام محاسبات



۱۵- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f \circ g(x)}{(2f + g^{-1})(x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $-\frac{1}{4}$
(۴) -۱

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} [2+x] + b[x-2] & x \leq 0 \\ \frac{a \sin 2x}{x^2 - x} & x > 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. حاصل $[a+b]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۷- مجموع طول‌های نقاط بحرانی تابع $y = \frac{x|x-1|}{x+2}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴) -۶

۱۸- نیم‌خط مماس راست بر نمودار $f(x) = |2x-4| \sqrt[3]{x+a}$ در نقطه گوشه آن، خط مماس قائم نمودار را در نقطه‌ای به عرض ۲- قطع می‌کند. کم‌ترین مقدار a کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۹- مجموع ریشه‌های معادله $(m^2 + 2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ از قرینه حاصل ضرب ریشه‌های آن، k واحد کم‌تر است. حداکثر k کدام است؟

- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) $1/5$ (۴) ۲

۲۰- با ارقام ۱, ۳, ۵, ۷, ۸, ۹, چند عدد ۶ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت، به طوری که ۵ و ۸ کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۸۰

۲۱- در پرتاب دو تاس، عدد روشده تاس اول را m و تاس دوم را n می‌نامیم. با کدام احتمال معادله $x^2 - mx + n^2 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{9}$

محل انجام محاسبات

۲۲- اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P(A) = P(A - B) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $P(A' | B')$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{7}{9}$

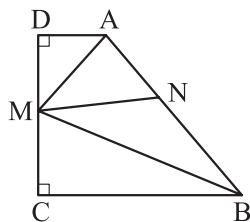
۲۳- ۴ عدد فرد متوالی داریم. از دوتای کوچک تر از هر کدام یک واحد کم می کنیم و به دوتای بزرگ تر به هر کدام یک واحد اضافه می کنیم. نسبت ضرب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) نمی توان تعیین کرد.

۲۴- یک سبد پر از پرتقال، یک سبد پر از سیب و یک سبد شامل ۳ سیب و ۲ پرتقال داریم. یکی از سبدها را به تصادف انتخاب می کنیم و یک میوه به تصادف از آن خارج می کنیم و می بینیم که پرتقال است. با کدام احتمال بقیه میوه های آن سبد نیز پرتقال است؟

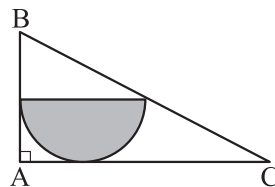
- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{5}{7}$

۲۵- مطابق شکل $AD = 2$ و $CB = CD = 8$ اضلاع زاویه های قائمه دوزنقه و M نقطه ای متغیر واقع بر CD است. اگر نیمساز $\widehat{AMB}$ ساق دیگر را در N قطع کند، در حالتی که $MA + MB$ کم ترین مقدار ممکن را دارد، طول AN کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{2}{25}$
(۴) ۳

۲۶- مطابق شکل، طول اضلاع قائمه مثلث ABC برابر با ۱ و ۳ و قطر نیم دایره با ضلع به طول ۳ موازی است. مساحت نیم دایره چند برابر π است؟



- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{125}$
(۳) $\frac{1}{245}$ (۴) $\frac{1}{32}$

۲۷- اگر ۲ ضلع از تعداد ضلع های یک چندضلعی محدب کم کنیم، از تعداد قطرهای آن ۲۱ قطر کاسته می شود. مجموع زاویه های داخلی این چندضلعی کدام است؟

- (۱) 162° (۲) 180° (۳) 198° (۴) 216°

محل انجام محاسبات

۲۸- صفحه P، خط d واقع بر این صفحه و خط d' متقاطع با این صفحه مفروض اند. خطوط d و d' کدام وضعیت را نمی‌توانند داشته باشند؟

- (۱) متقاطع (۲) متناظر (۳) موازی (۴) عمود

۲۹- دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین که یکی از زاویه‌های آن 120° است، بر دایره‌ای محیط شده است. اگر بیشترین فاصله نقاط واقع بر دوزنقه، از مرکز دایره ۳ باشد، محیط دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $8\sqrt{3}$

۳۰- در مثلث ABC، امتداد نیمساز زاویه داخلی A و نیمساز زاویه خارجی B در نقطه J متقاطع اند و ارتفاع‌ها در نقطه H درون مثلث هم‌رس‌اند. اگر عمود منصف‌های اضلاع چهارضلعی BHJC هم‌رس باشند، زاویه داخلی A چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۳۱- دو دایره با شعاع برابر که هر یک از مرکز دیگری می‌گذرد، در دو نقطه $(6, 0)$ و $(0, 6)$ متقاطع‌اند. اختلاف بین طول‌های مرکزهای دو دایره کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۳۲- اندازه تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, m, 0)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (m, 2, 1)$ برابر با ۲ است. حداقل طول بردار $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۱

۳۳- از کانون سهمی به معادله $x^2 - 4x + y = m$ خطی موازی با خط هادی آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در A و B قطع کند. اگر C نقطه تقاطع خط هادی با نیمساز ربع اول و سوم باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ 0 & 2 & x \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه به ازای کدام مقدار x، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس ABC برابر با صفر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) -۳ (۴) -۱

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ماتریسی باشد که $a_{ij} = \begin{cases} i-j & ; i \neq j \\ i-1 & ; i = j \end{cases}$ ، آنگاه حاصل $\left| \frac{|A|}{3} \right|$ کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

۳۶- معادله سیاله $11x + 17y = 1000$ چند دسته جواب صحیح و نامنفی دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۷- باقی مانده عدد $15^{48} - 12^{67}$ بر ۲۸ چند است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۹ (۴) ۲۳

۳۸- در گراف ۴- منتظم G از مرتبه ۶، مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۹- هر زیرمجموعه حداقل ۱۲ عضوی از اعداد دورقمی نابیشتر از m ، حداقل ۲ عضو با مجموع ۴۰ دارد. m حداکثر

چه قدر است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۲۸ (۴) ۲۷

۴۰- اگر $\Delta = \delta + 2 = 5$ و مقدار $p(G)$ برابر ۱۳ باشد، گراف G حداقل چند یال دارد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۲
۱۴۰۲/۰۳/۳۰

آزمون
هجدهم
آنلاین
دفترچه شماره ۲

خیلی‌سبز
آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی‌سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

داوطلب گرامی، در این آزمون، حذفیات کنکور ۱۴۰۲ (حذفیات کرونا) در تمام دروس مربوطه، اعمال شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

۴۱- در کدام مورد، همه کمیت‌ها، اصلی‌اند و یکای آن‌ها در SI به درستی بیان شده است؟

- (۱) بار الکتریکی (کولن)، جرم (کیلوگرم)، شدت روشنایی (کندلا)
- (۲) دما (درجه سلسیوس)، طول (متر)، مقدار ماده (مول)
- (۳) زمان (ثانیه)، جریان الکتریکی (آمپر)، مقدار ماده (کیلوگرم)
- (۴) جریان الکتریکی (آمپر)، مقدار ماده (مول)، دما (کلون)

۴۲- کدام یک از مقاومت‌های زیر در دزدگیرها استفاده می‌شود؟

- (۱) ترمیستور
- (۲) مقاومت نوری
- (۳) پتانسیومتر
- (۴) دیود نورگسیل

۴۳- در کدام موارد زیر، از امواج مکانیکی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

(الف) اندازه‌گیری تندی شارش خون

(ب) دستگاه سونار

(پ) اجاق خورشیدی

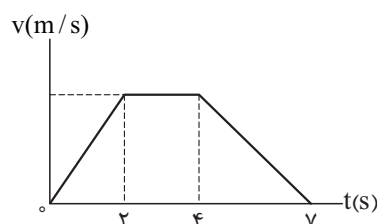
(ت) رادار دوپلری

- (۱) الف و ب
- (۲) الف و پ
- (۳) پ و ب
- (۴) ب و ت

۴۴- متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 3\text{ s}$ ، $t_2 = 6\text{ s}$ و $t_3 = 9\text{ s}$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 10\text{ m}$ ، $x_2 = -12/5\text{ m}$ و $x_3 = 10\text{ m}$ عبور می‌کند. اندازه سرعت متوسط این متحرک در پنج ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $7/5$
- (۲) $12/5$
- (۳) 15
- (۴) 25

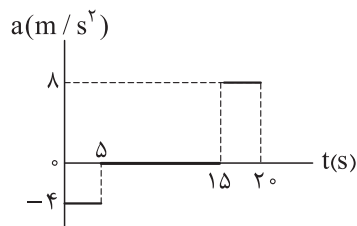
۴۵- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_2 = 6\text{ s}$ برابر 4 m/s^2 باشد، تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه اول، چند برابر تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_3 = 3\text{ s}$ تا $t_4 = 5\text{ s}$ است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{5}{12}$
- (۳) $\frac{6}{11}$
- (۴) $\frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات

۴۶- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان، از مبدأ مکان و از حالت سکون شروع به حرکت کرده باشد، کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در ۲۰ ثانیه اول درست است؟



(الف) اندازه جابه جایی متحرک 300 m است.

(ب) اندازه شتاب متوسط متحرک 1 m/s^2 است.

(پ) جهت بردار سرعت متحرک یک بار عوض می شود.

(ت) جهت بردار مکان متحرک یک بار عوض می شود.

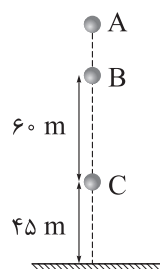
(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۴۷- در شکل زیر، گلوله ای در شرایط خلأ از نقطه A رها می شود و 2 s طول می کشد تا فاصله دو نقطه B و C را طی کند. تندی گلوله، ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)



(۱) ۳۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۴۵

۴۸- نردبانی به جرم 20 kg ، به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد. اگر اندازه بیشترین نیرویی که این نردبان می تواند به سطح افقی وارد کند، برابر 250 N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پایه نردبان کدام است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

(۴) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{4}{5}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{3}{4}$

۴۹- ماهواره ای در ارتفاع 800 کیلومتری از سطح زمین به دور آن می چرخد. اگر این ماهواره به فاصله 8000 کیلومتری از مرکز زمین منتقل شود، اندازه نیروی گرانشی ای که از طرف زمین به آن وارد می شود، چند درصد کاهش می یابد؟ ($R_e = 6400\text{ km}$)

(۴) ۹۰

(۳) ۳۶

(۲) ۱۹

(۱) ۱۰

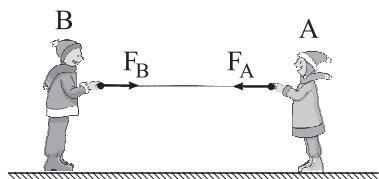
۵۰- دو شخص هم جرم A و B دو سر طناب افقی با جرم ناچیز را گرفته و می کشند. در لحظه ای که هر دو شخص ساکن هستند، کدام مورد زیر درست است؟ (طناب افقی است.)

(۱) نیروهای F_A و F_B کنش و واکنش اند.

(۲) نیروهای F_A و F_B هم اندازه اند.

(۳) واکنش نیروی F_A به شخص A وارد می شود.

(۴) بزرگی نیروی کشش طناب برابر با $F_A + F_B$ است.



محل انجام محاسبات

۵۱- متحرکی روی محیط یک دایره به شعاع 4 m با تندی ثابت در حال حرکت است. اگر اندازه شتاب مرکزگرای متحرک 10 m/s^2 باشد، در هر ثانیه، اندازه شتاب متوسط آن چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $4\sqrt{5}$

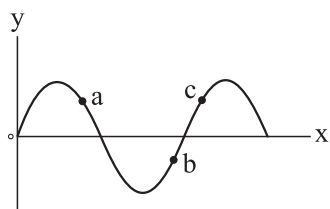
۵۲- جسمی به جرم 100 g روی پاره‌خطی به طول 4 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینه تکانه نوسانگر SI ، $2 \times 10^{-3} \pi$ باشد، بسامد نوسانگر چند هرتز است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۵۳- مسافت طی شده توسط یک نوسانگر روی سطح افقی بدون اصطکاکی، در هر دوره تناوب آن، برابر 20 cm است. اگر تندی نوسانگر در نقطه تعادل $\frac{\pi}{4}\text{ m/s}$ باشد، در لحظه‌ای که فاصله نوسانگر از نقطه تعادل 2 cm است، بزرگی شتاب آن در SI کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi^2}{2}$ (۲) π^2 (۳) $\frac{\pi^2}{4}$ (۴) $2\pi^2$

۵۴- نقش یک موج عرضی در یک لحظه، مطابق شکل زیر است. اگر در این لحظه، حرکت ذره a تندشونده باشد، کدام یک از موارد زیر درباره ذره‌های b و c در این لحظه درست هستند؟



(الف) بردار شتاب ذره c در جهت محور y است.

(ب) انرژی جنبشی ذره b در حال افزایش است.

(پ) بزرگی تکانه ذره c در حال کاهش است.

(ت) بردار سرعت ذره b در خلاف جهت محور y است.

- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت

۵۵- شدت صوتی $4\sqrt{2} \times 10^{-7}\text{ W/m}^2$ است. تراز شدت این صوت چنددسی‌بل است؟ ($\log 2 = 0.3$ و $I_0 = 10^{-6}\text{ W/m}^2$)

- (۱) $14/5$ (۲) $17/5$

- (۳) $54/5$ (۴) $57/5$

۵۶- بسامد هماهنگ چهارم تار به طول 50 cm برابر 200 Hz و نیروی کشش آن 60 N است. اگر چگالی تار 8 g/cm^3 باشد، قطر مقطع آن چند میلی‌متر است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۵۷- اختلاف بسامد دومین و سومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشته معین $67/5 \text{ THz}$ است. این رشته کدام

است؟ $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ و $R = \frac{1}{100} (\text{nm})^{-1}$

- (۱) بالمر ($n' = 2$) (۲) پاشن ($n' = 3$) (۳) براکت ($n' = 4$) (۴) لیمان ($n' = 1$)

۵۸- در اتم هیدروژن وقتی الکترون از k امین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته جهش می‌کند، فوتونی با بسامد

714 THz گسیل می‌شود. k کدام است؟ $E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

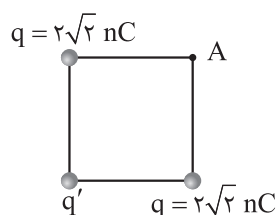
۵۹- در فرایند واپاشی مقابل، حاصل $N - N'$ کدام است؟

${}^A_Z X_N \rightarrow \alpha + {}^3\beta^- + {}^{A'}_{Z'} Y_{N'}$

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۰- بارهای الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس مربعی به ضلع 30 cm قرار دارند. اگر بار q' را از شکل حذف کنیم،

بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A ، دو برابر می‌شود. بار q' برابر چند نانوکولن می‌تواند باشد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



- (۱) ۸
(۲) -۱۲
(۳) ۱۶
(۴) -۲۴

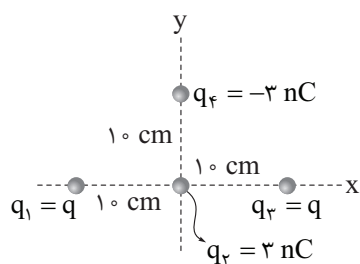
۶۱- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، ذره‌ای به جرم 1 g و بار الکتریکی 250 nC معلق و به حال سکون قرار

دارد. میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟ $(g = 10 \text{ N/kg})$

- (۱) 4×10^3 ، بالا (۲) 4×10^3 ، پایین (۳) 2×10^3 ، بالا (۴) 2×10^3 ، پایین

۶۲- چهار ذره باردار، مطابق شکل قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_f برابر $\vec{F}_T = (-2/7 \mu\text{N})\vec{j}$ باشد،

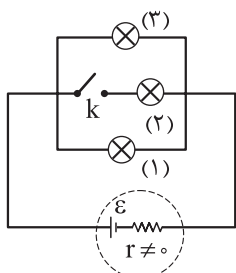
q چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) $-2\sqrt{2}$
(۳) $4\sqrt{2}$
(۴) $-4\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۶۳- در مدار زیر، همه لامپ‌ها مشابه‌اند. با بستن کلید، کدام موارد زیر درست است؟ (دمای لامپ‌ها ثابت است.)



(۴) ب و ت

(الف) اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.

(ب) اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۳) کاهش می‌یابد.

(پ) جریان عبوری از باتری کاهش می‌یابد.

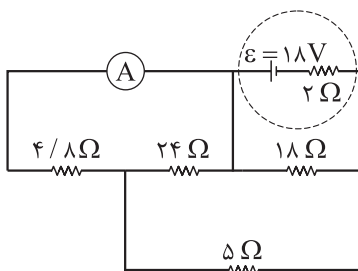
(ت) جریان عبوری از لامپ‌های (۱) و (۳) کاهش می‌یابد.

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۶۴- در مدار زیر، آمپرسنج آرمانی، جریان چند آمپر را نشان می‌دهد؟



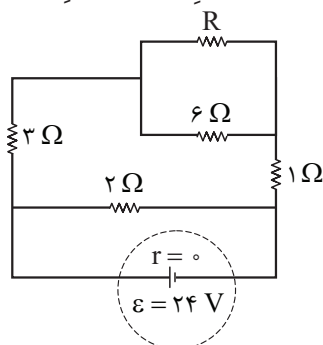
(۱) ۱/۲۵

(۲) ۱/۵

(۳) ۱/۷۵

(۴) ۲/۲۵

۶۵- در مدار زیر، اگر توان مصرفی مقاومت ۱۳ اهمی، $\frac{9}{8}$ برابر توان مصرفی مقاومت ۱۶ اهمی باشد، توان مصرفی کل مدار چند وات است؟



(۱) ۲۸۸

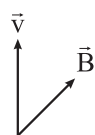
(۲) ۳۶۰

(۳) ۳۲۰

(۴) ۳۸۴

۶۶- پوزیترونی با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در حرکت است و $\vec{v}$ و $\vec{B}$ در همین صفحه قرار دارند. در لحظه

نشان داده شده، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر پوزیترون کدام است؟



(۲) $\odot$

(۱) $\otimes$

(۴) $\leftarrow$

(۳) $\rightarrow$

۶۷- سیم‌لوله‌ای آرمانی به طول ۱۲ cm دارای ۳۰۰ حلقه سیم نزدیک به هم است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای

درون سیم‌لوله و دور از لبه‌های آن ۱۲ G باشد، جریان عبوری از سیم‌لوله چند میلی‌آمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

(۴) ۴۰۰

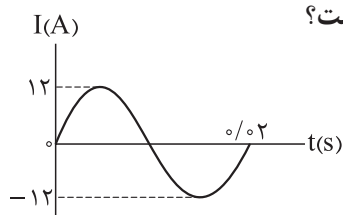
(۳) ۴۰

(۲) ۲۰۰

(۱) ۲۰

محل انجام محاسبات

۶۸- نمودار جریان - زمان یک جریان متناوب که از یک رسانا به مقاومت R عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = \frac{1}{200}$ s اختلاف پتانسیل دو سر این رسانا برابر 30 V باشد، R چند اهم است؟



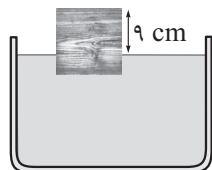
$$0/4 (2)$$

$$1/5 (1)$$

$$2/5 (4)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

۶۹- مطابق شکل، جسمی مکعبی به طول ضلع 15 cm روی سطح شاره‌ای شناور و در حال تعادل است. اگر فشار پیمانه‌ای در زیر جسم $2/7\text{ kPa}$ باشد، چگالی مایع چند کیلوگرم بر لیتر است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)



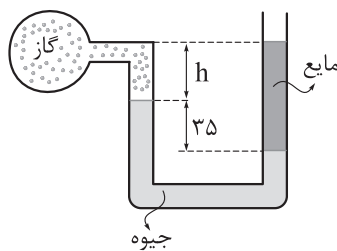
$$4/5 (2)$$

$$3 (1)$$

$$4500 (4)$$

$$3000 (3)$$

۷۰- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز 20 cmHg است. h چند سانتی‌متر است؟



$$(g = 10\text{ m/s}^2 \text{ و } \rho_{\text{مایع}} = 3/4\text{ g/cm}^3 \text{ و } \rho_{\text{گاز}} = 13/6\text{ g/cm}^3)$$

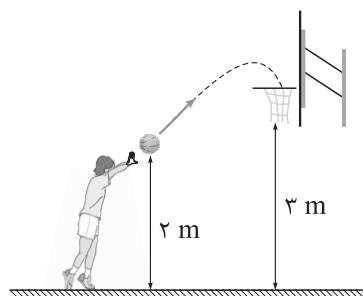
$$15 (1)$$

$$20 (2)$$

$$25 (3)$$

$$30 (4)$$

۷۱- شکل زیر ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبال، با تندی اولیه 8 m/s به طرف سبد نشان می‌دهد. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد 2 m/s باشد، چند درصد از انرژی جنبشی اولیه توپ در اثر مقاومت هوا تلف شده



$$\text{است؟ } (g = 10\text{ m/s}^2)$$

$$6/25 (1)$$

$$12/5 (2)$$

$$37/5 (3)$$

$$62/5 (4)$$

۷۲- طول یک پل معلق فولادی در دمای 48°F برابر 1200 m است. اگر دمای پل به 96°F برسد، طول آن 96 cm تغییر می‌کند. ضریب انبساط طولی فولاد در SI کدام است؟

$$2 \times 10^{-6} (4)$$

$$2 \times 10^{-5} (3)$$

$$10^{-6} (2)$$

$$10^{-5} (1)$$

محل انجام محاسبات

۷۳- چند کیلوژول گرما لازم است تا در فشار یک اتمسفر، نیمی از یک قطعه یخ ۲ کیلوگرمی با دمای 10°C - ذوب شود؟ ($c_{\text{آب}} = \frac{1}{4} c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و $L_F = 336 \text{ kJ / kg}$)

- (۱) ۳۵۷ (۲) ۳۷۸ (۳) ۳۹۹ (۴) ۴۲۰

۷۴- مقدار معینی گاز آرمانی در فشار P_1 و دمای T_1 دارای حجم V_1 است. از سه مسیر جداگانه هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو، حجم گاز را ۲۰ درصد کاهش می‌دهیم. کدام موارد درست است؟

الف) گرمای مبادله‌شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار بیشتر از سایر فرایندها است.

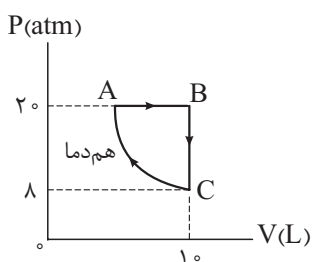
ب) گرمای مبادله‌شده توسط گاز در فرایند هم‌دما صفر است.

پ) انرژی درونی گاز فقط در فرایند بی‌دررو افزایش می‌یابد.

ت) انرژی درونی گاز در فرایند هم‌فشار کاهش می‌یابد.

- (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۷۵- مقداری گاز آرمانی، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. در فرایند ABC، گاز چند کیلوژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟



(۱) ۱۲، دریافت کرده است.

(۲) ۱۲، از دست داده است.

(۳) ۶، دریافت کرده است.

(۴) ۶، از دست داده است.

محل انجام محاسبات

۷۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- عنصر اصلی X با آرایش الکترون - نقطه‌ای $\ddot{X}$ ، به گروه ۱۳ جدول دوره‌ای تعلق دارد.
- هر دوره جدول تناوبی با یک فلز قلیایی شروع شده و به یک گاز نجیب ختم می‌شود.
- در بیرونی‌ترین زیرلایه اشغال شده اتم سی و چهارمین عنصر جدول دوره‌ای، ۶ الکترون وجود دارد.
- در گروه‌های جدول دوره‌ای، واکنش پذیری عنصری که در دوره پایین‌تری قرار دارد، بیشتر است.

- | | |
|-------|-----------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۳ (۳) | ۴ (۴) صفر |

۷۷- کدام مطلب درست است؟

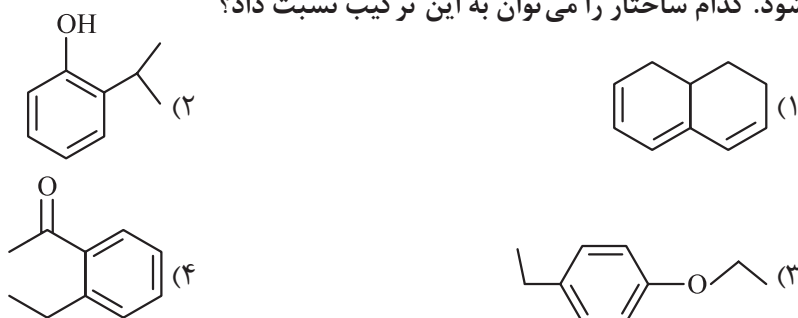
- (۱) اثر فشار بر انحلال پذیری گاز نیتروژن، کم‌تر از گازهای اکسیژن و نیتروژن مونوکسید است.
- (۲) دستگاه اندازه‌گیری قند خون (گلوکومتر)، میلی گرم گلوکز را در یک لیتر از خون نشان می‌دهد.
- (۳) در شرایط یکسان، گاز اتان آسان‌تر از گاز پروپان به مایع تبدیل می‌شود.
- (۴) مولکول‌های استون و اتیلن گلیکول هر دو قطبی‌اند و نوع جاذبه بین مولکولی آن‌ها مشابه است.

۷۸- کدام مطلب درست است؟

- (۱) اگر انرژی گرمایی دو نمونه آب یکسان باشد، میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن‌ها به یقین برابر است.
- (۲) علامت ΔH فرایند انحلال آمونیوم نترات در آب، همانند واکنش فتوسنتز در گیاهان سبز، مثبت است.
- (۳) واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند، با مبادله گرما میان سامانه و محیط همراه نیستند.
- (۴) گرافیت، پایدارتر از الماس بوده و گرمای سوختن مولی آن بیشتر است.

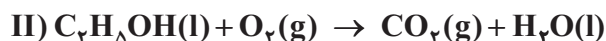
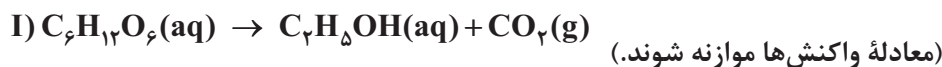
۷۹- از سوختن کامل ۲ مول از یک ترکیب آلی در ۲۵ مول گاز اکسیژن، ۲۰ مول کربن دی‌اکسید و ۱۲ مول آب تولید

می‌شود. کدام ساختار را می‌توان به این ترکیب نسبت داد؟



محل انجام محاسبات

۸۰- مقداری از اتانول حاصل از تخمیر بی‌هوازی ۹۰ گرم گلوکز (معادله I) با مقدار کافی گاز اکسیژن، مطابق معادله II می‌سوزد. اگر در اثر سوختن اتانول، ۱۱/۲ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید شده باشد، چند درصد اتانول حاصل از واکنش I در واکنش II مصرف شده است و نسبت جرم آب تولید شده در واکنش II به جرم کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش I، به تقریب کدام است؟ (بازده واکنش‌ها را ۱۰۰ درصد فرض کنید؛ $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



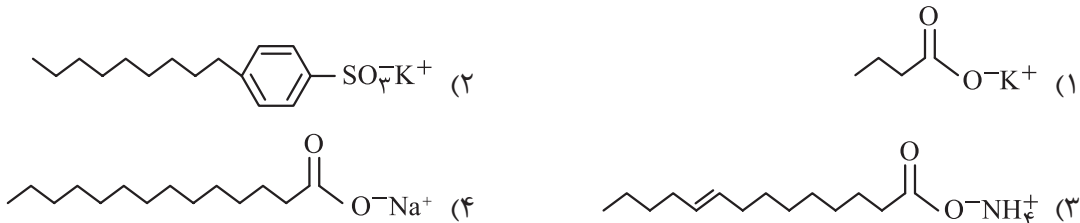
۰/۲-۲۵ (۴)

۰/۲-۴۰ (۳)

۰/۳-۲۵ (۲)

۰/۳-۴۰ (۱)

۸۱- کدام ساختار را می‌توان به یک پاک‌کننده صابونی مایع نسبت داد؟



۸۲- اگر نافلز A در بالاترین عدد اکسایش خود یون AO_3^- و عنصر X در پایین‌ترین عدد اکسایش خود ترکیب XH_4

را تشکیل دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شماره گروه عنصر X از عنصر A کوچک‌تر است.
- اگر عنصر A در دوره سوم قرار داشته باشد، در آرایش الکترونی آن، ۹ الکترون با $l = 1$ وجود دارد.
- عنصر X در دوره خود، اکسندترین عنصر است.
- اگر عنصر X در دوره سوم قرار داشته باشد، نافلزی شکننده است که تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۳- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟ ($N = 14, O = 16, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

• در ۲۸/۸ گرم گاز اوزون، ۰/۲ مول اتم اکسیژن وجود دارد.

• فرایند هابر در دماهای بالا، با سرعت چشم‌گیری انجام شده و با پیشرفت زیادی به تعادل می‌رسد.

• شمار اتم‌ها در ۵/۶ لیتر گاز نیتروژن با چگالی $1.25 g.L^{-1}$ ، با شمار اتم‌ها در یک قطعه آهن به جرم ۲/۸ گرم برابر است.

• در شرایط بهینه تولید آمونیاک به روش هابر، ۷۲ درصد مولی مخلوط تعادلی را واکنش‌دهنده‌ها تشکیل می‌دهند.

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست - نادرست - درست

(۳) نادرست - درست - نادرست - درست

محل انجام محاسبات

۸۴- اگر 320°C گرم محلول سیرشده از یک نمک با دمای 70°C را گرما دهیم تا آب خود را از دست دهد، 120°C گرم نمک خشک به دست می‌آید. اگر ضریب θ در معادله انحلال پذیری این نمک برابر با $15/^\circ$ باشد، چند گرم نمک را به 150°C گرم آب در دمای 10°C اضافه کنیم تا محلول سیرشده‌ای از این نمک به دست آید؟ (انحلال پذیری نمک مورد نظر را در آب، خطی در نظر بگیرید.)

۷۶ / ۵ (۴)

۷۴ (۳)

۵۳ / ۵ (۲)

۵۱ (۱)

۸۵- اگر عنصر X دارای ۴ الکترون ظرفیتی و عدد اتمی آن کم‌تر از ۳۶ باشد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- اگر هالوژن هم‌دوره X در شرایط معمولی به حالت گاز باشد، X به یقین شبه‌فلز است.
- اگر شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر M از X کم‌تر باشد، عنصر M به یقین فلز است.
- اگر نقطه ذوب عنصر X از سایر عنصرهای هم‌دوره با آن بیشتر باشد، این عنصر به یقین فلز نیست.
- اگر عنصر D سومین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای باشد، شعاع اتمی آن به یقین از شعاع اتمی X بزرگ‌تر است.

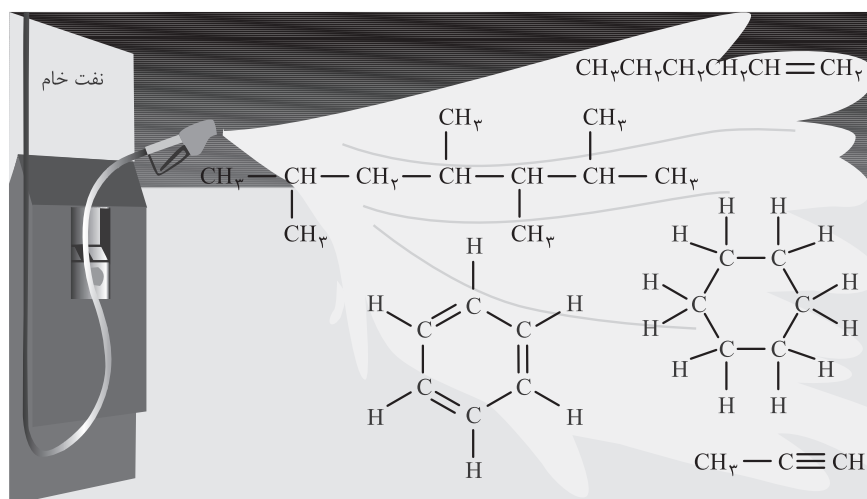
۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۸۶- با توجه به شکل زیر که برخی از هیدروکربن‌های سازنده نفت خام را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) نام آلکان موجود در شکل به هپتان ختم می‌شود و مجموع اعداد در آن برابر ۱۵ است.

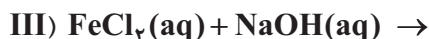
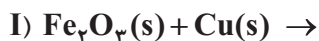
(۲) فرمول فراورده حاصل از بسپارش آلکن را می‌توان به صورت $\text{CH}_2\text{CH}(\text{C}_6\text{H}_5)_n$ نشان داد.

(۳) در میان آن‌ها، سه ترکیب سیرنشده و دو ترکیب آروماتیک وجود دارد.

(۴) آلکین موجود در شکل، دومین عضو خانواده آلکین‌ها به شمار می‌آید و نام آن پروپین است.

محل انجام محاسبات

۸۷- با توجه به معادله‌های زیر، کدام مطلب درست است؟



- (۱) واکنش (I) همان واکنشی است که در شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از آن استفاده می‌شود.
 (۲) یکی از فراورده‌های واکنش (III)، رسوبی به رنگ قرمز آجری است.
 (۳) اگر به جای آلومینیم در واکنش (II)، فلز سدیم قرار گیرد، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش کاهش می‌یابد.
 (۴) استفاده از پودر آهن (III) اکسید به جای تکه‌هایی از این ماده، سرعت واکنش (I) را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

۸۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اگر در یک محیط، نور مرئی وجود نداشته باشد، انسان نمی‌تواند محیط پیرامون خود را ببیند.
- ماده‌ای که به رنگ سرخ دیده می‌شود، به یقین همه طول موج‌های کوتاه‌تر از 620 nm را از خود عبور می‌دهد.
- منابعی همچون گیاهان، جانوران و برخی کانی‌ها، می‌توانند سرمنشأ تهیه رنگدانه‌های آلی در گذشته باشند.
- همه مواد مولکولی در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹- در واکنش هیدروژن‌دار شدن $4^\circ/\text{mol}$ از یک آلکن، $92/7$ گرم آلکن تشکیل شده است. مولکول آلکن، چند اتم هیدروژن دارد و تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی استیرن برابر چند گرم است؟ ($H=1, C=12: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $24 - 64$ (۲) $28 - 92$ (۳) $28 - 64$ (۴) $24 - 92$

نشانه شیمیایی فلز	پتانسیل کاهش استاندارد (E°) فلز (V)	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^\circ\text{C}$)
Cd	x	۲۳
Au	+۱/۵۰	θ_1
Ba	-۲/۹۰	θ_2
Cu	+۰/۳۴	۲۰
Sn	-۰/۱۴	θ_3

۹۰- جدول مقابل داده‌هایی را از قراردادن برخی تیغه‌های فلزی درون محلول مس (II) سولفات در دمای 20°C نشان می‌دهد؛ با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) دمای مخلوط تیغه طلا با محلول مس (II) سولفات، بدون تغییر باقی می‌ماند.

(۲) اگر θ_3 کم‌تر از 23°C باشد، x کوچک‌تر از $14/0$ ولت است.

(۳) با قراردادن یک تیغه مسی درون محلول $\text{CdSO}_4(\text{aq})$ با دمای 20°C ، دمای مخلوط به بیش از 23°C می‌رسد.

(۴) emf سلول گالوانی قلع - مس برابر با $48/0$ ولت است.

محل انجام محاسبات

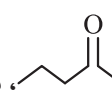
۹۱- اگر به ازای شکسته شدن $10^{22} \times 3/01$ پیوند دوگانه در واکنش زیر، 7500 ژول گرما جذب شود، آنتالپی پیوند $O=O$ چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوند $H-H$ و میانگین آنتالپی پیوندهای $C=O$ و $C-H$ به ترتیب برابر 435 ، 790 و 414 کیلوژول بر مول در نظر گرفته شود).

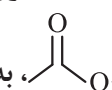
۴۴۹ (۱)	۴۹۴ (۲)
۵۲۴ (۳)	۵۴۲ (۴)

۹۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• برای استری با فرمول بسته $C_3H_6O_2$ ، می توان دو نام متفاوت بیان کرد.

• نام استر $CH_3-O-C(=O)-C_2H_5$ ، می تواند بوتیل متانوات باشد.

• ساختار ، مربوط به استری است که از واکنش یک اسید سه کربنه و اتانول به دست می آید.

• نام اسید و الکل سازنده ، به ترتیب استیک اسید و ۱- پروپانول است.

• فرمول اتیل هپتانوات را می توان به صورت $C_7H_{15}COOC_2H_5$ نشان داد.

۵ (۱)	۲ (۲)
۳ (۳)	۴ (۴)

۹۳- از واکنش $4/0$ مول فلز آلومینیم با آهن (III) اکسید، مقداری ترکیب یونی تولید شده است که جرم آن $1/44$ گرم از فلز اولیه بیشتر است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($Fe = 56$, $Al = 27$, $O = 16$: $g.mol^{-1}$)

۶۰ (۱)	۸۰ (۲)
۷۰ (۳)	۴۰ (۴)

۹۴- چند مورد از مطالب زیر درباره تفلون و کولار، درست است؟

• هر دو جزء پلیمرهای ساختگی اند و ماندگاری زیادی در طبیعت دارند.

• شمار عنصرهای سازنده کولار، دو برابر تفلون است.

• در فرایند تشکیل آن ها از مونومرهای سازنده، آب نیز به عنوان فراورده جانبی تولید می شود.

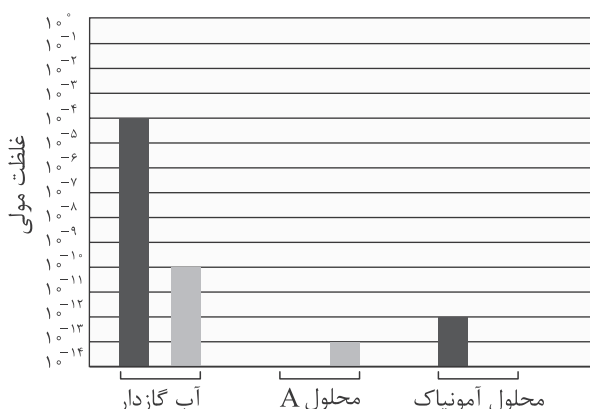
• بین مولکول های هیچ یک از این ترکیب ها، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

۱ (۱)	۲ (۲)
۳ (۳)	۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۹۵- با توجه به نمودار داده شده که غلظت مولی یون های هیدرونیوم و هیدروکسید را در چند محلول آبی در دمای اتاق نشان می دهد، pH محلول A کدام است و در 10^{-2} مولی محلول آمونیاک با درصد یونش ۵٪، چند گرم آمونیاک حل شده است؟

$$(N = 14, H = 1 : g.mol^{-1})$$



$$(1) \quad 10^{-2} - 3/4$$

$$(2) \quad 10^{-2} - 3/4$$

$$(3) \quad 10^{-2} - 3/4$$

$$(4) \quad 10^{-2} - 3/4$$

۹۶- کدام موارد از مطالب زیر درست اند؟

(الف) در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آب قند بیشتر از محلول آب نمک است.

(ب) اضافه کردن منیزیم کلرید به شوینده ها، سبب افزایش قدرت پاک کنندگی آن ها می شود.

(پ) کاغذ pH در محلول آبی اکسید عنصرهای لیتیم و باریم، به رنگ آبی درمی آید.

(ت) یکی از فراورده های واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گاز هیدروژن است.

(۲) الف - پ

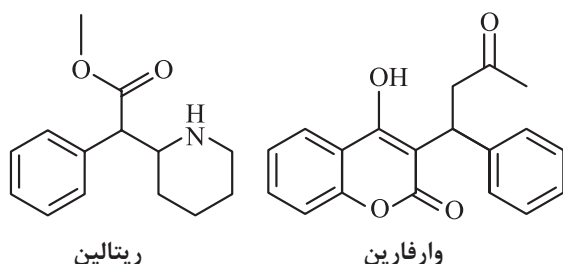
(۱) پ - ت

(۴) الف - ت

(۳) ب - پ

۹۷- با توجه به شکل های روبه رو که ساختار دو دارو را

نشان می دهند، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



• نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی در ساختار

وارفارین به ریتالین، برابر ۱/۶ است.

• هر دو ترکیب، دارای گروه عاملی استری هستند، ولی تنها در ساختار یکی از آن ها، گروه عاملی آمیدی وجود دارد.

• مجموع شمار اتم ها در مولکول ریتالین، دو برابر مجموع شمار اتم ها در مولکول نفتالن است.

• نسبت شمار گروه های CH در ساختار ریتالین به وارفارین، برابر ۶/۰ است.

• ساده ترین عضو خانواده الکل های یک عاملی را می توان از آبکافت ریتالین به دست آورد.

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

محل انجام محاسبات

۹۸- یک قطعه فلز مس به درون ۵۰۰ میلی لیتر محلول نیتریک اسید که مجموع غلظت یون‌ها در آن ۸/۰ مولار است، وارد شده تا واکنش زیر به طور کامل انجام شود. pH محلول اولیه اسید و غلظت مولار $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ پس از انجام واکنش، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید).



(۱) ۰/۱۵ - ۰/۴ (۲) ۰/۱۵ - ۰/۴

(۳) ۰/۱۵ - ۰/۳ (۴) ۰/۱۵ - ۰/۴

۹۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

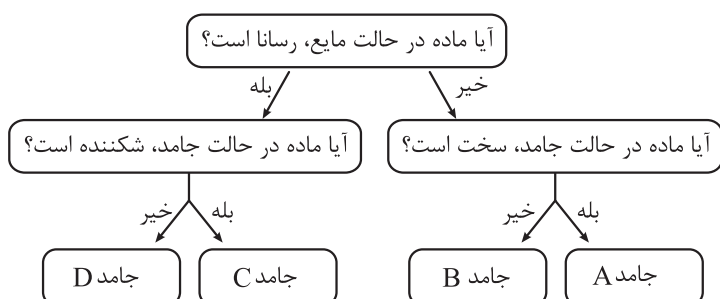
- در واکنش‌های اکسایش - کاهش، کاهنده گونه‌ای است که عدد اکسایش گونه(های) دیگر را کاهش می‌دهد.
- در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول آندی حرکت می‌کنند.
- ولتاژ سلول گالوانی استاندارد $\text{Zn} - \text{SHE}$ ، با پتانسیل کاهشی استاندارد الکتروود روی برابر است.
- در سلول‌های الکترولیتی، در قطب منفی، اکسایش انجام شده و از جرم تیغه فلزی کاسته می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰- با توجه به نمودار مقابل، کدام موارد از

مطالب داده شده درست‌اند؟



الف) یخ خشک و یخ معمولی به ترتیب در

دسته جامدهای A و B قرار می‌گیرند.

ب) جامد C، دارای یک شبکه بلوری منظم

از ذرات باردار است.

پ) مدل دریای الکترونی ویژه جامد D است که در آن، کاتیون‌ها در دریایی از الکترون، غوطه‌ور هستند.

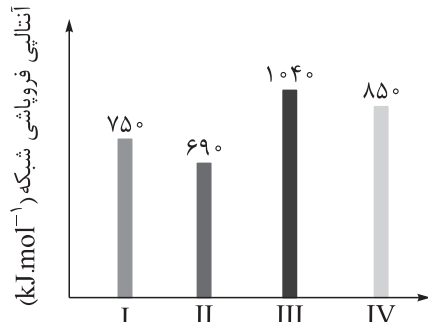
ت) کوارتز، مثالی از جامدهای دسته A است که آنتالپی پیوندهای موجود در آن بیشتر از $\text{Si} - \text{Si}$ است.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ - ت

(۳) ب - پ (۴) ب - پ - ت

محل انجام محاسبات

۱۰۱- نمودار زیر مربوط به مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های پتاسیم یدید، لیتیم فلوئورید، لیتیم کلرید و سدیم برمید است. نمودار متعلق به است و برای تولید ۴ / ۰ مول یون گازی از فروپاشی شبکه بلور آن به کیلوژول گرما نیاز است.



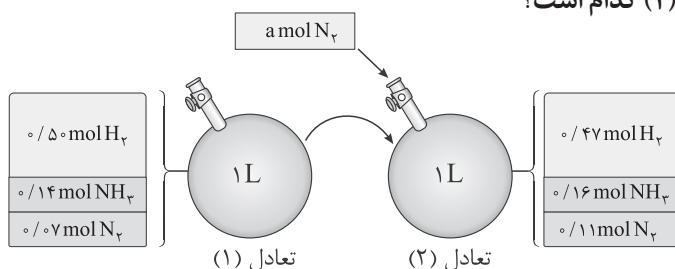
(۱) I - سدیم برمید - ۳۰۰

(۲) III - پتاسیم یدید - ۲۰۸

(۳) II - لیتیم فلوئورید - ۱۳۰

(۴) IV - لیتیم کلرید - ۱۷۰

۱۰۲- در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در دمای $200^\circ C$ برقرار است. شکل زیر، افزودن مقداری نیتروژن را به این سامانه در دمای ثابت نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مقدار نیتروژن افزوده شده به سامانه در شرایط STP، چند لیتر حجم دارد و مقدار ثابت تعادل (۲) کدام است؟



(۱) ۱/۱۲ - ۲/۰۵

(۲) ۰/۸۹۶ - ۲/۰۵

(۳) ۱/۱۲ - ۲/۲۴

(۴) ۰/۸۹۶ - ۲/۲۴

۱۰۳- در واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، چه گازی تولید می‌شود و رابطه سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید این گاز چگونه است؟

(۲) اکسیژن - $\bar{R}(O_2) = \bar{R}(\text{واکنش})$

(۱) هیدروژن - $\bar{R}(H_2) = \bar{R}(\text{واکنش})$

(۴) اکسیژن - $\bar{R}(O_2) = 2\bar{R}(\text{واکنش})$

(۳) هیدروژن - $\bar{R}(H_2) = \frac{\bar{R}(\text{واکنش})}{2}$

۱۰۴- در غنی‌سازی اورانیم، فراوانی ایزوتوپ ^{235}U را نسبت به ^{238}U افزایش می‌دهند. اگر جرم اتمی میانگین مخلوط غنی‌سازی شده اورانیم (شامل این دو ایزوتوپ) برابر $237/4 \text{ amu}$ باشد، درصد فراوانی اورانیم - ۲۳۵ چند واحد افزایش یافته است و جرم اتمی میانگین اورانیم نسبت به حالت طبیعی، چند واحد تغییر کرده است؟ (فراوانی اورانیم - ۲۳۵ در مخلوط طبیعی را برابر ۰/۷ درصد در نظر بگیرید.)

(۱) ۱۹/۳ - ۰/۵۷۹

(۲) ۱۹/۳ - ۰/۵۹۷

(۳) ۲۴/۳ - ۰/۵۷۹

(۴) ۲۴/۳ - ۰/۵۹۷

۱۰۵- چند گرم اتانول با ۴ / ۶ گرم ترفتالیک اسید به طور کامل واکنش می‌دهد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۴) ۱۴ / ۸

(۳) ۳۸ / ۶

(۲) ۱۸ / ۴

(۱) ۳۶ / ۸

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۲

۱۴۰۲/۰۳/۳۰

دفترچه
پاسخ
آزمون هجدهم
آنلاین

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۱ - ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری - علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - کیوان صارمی - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد رضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد - فرزاد نامی
شیمی	فرشید ابراهیمی - محمد علی توسلی فر - پیمان خواجهوی مجد - یاسر راش - سروش عبادی - علیرضا عبداللهی - یاسر عبداللهی - مرضیه قاسمی - محمد علی مومن زاده

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مصطفی دیداری	علی شهرابی - حمید گلزاری	عادل حسینی - عاطفه خان محمدی - شقایق راهبریان - محمد حسین رحیمی - علیرضا کاظمی بقا
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سروش موئینی	عاطفه خان محمدی - محمد حسین رحیمی - کیوان صارمی - محمد جواد نوری - مریم نظری - علیرضا کاظمی بقا
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محسن میراسلامی	حسین اسدزاده - زهرا جالینوسی - محمد حسین رحیمی - ندا صالح پور - محمد جواد نوری - علیرضا کاظمی بقا
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری - علیرضا عبداللهی	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - محمد رضا فضلی - مریم گلی حسنلو - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	سروش عبادی - محدثه ملک پور	حسین ایروانی	مهسا خاکی - یاسر راش - احسان رحیمی

مدیر آزمون: مهدی هاشمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com



تست و پاسخ ۱

دنباله حسابی $2, a, b, \dots$ و دنباله هندسی $2, a-2, b-2, \dots$ را در نظر بگیرید. مجموع شانزده جمله اول دنباله حسابی با جمله چندم دنباله

هندسی برابر است؟ ($a \neq 2$)

به ازای کدام n ، $t_n = S_{16}$

۹ (۲)

۸ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

t_n

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از فصل اول ریاضی دهم معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید. مباحث الگو و دنباله (دنباله حسابی و هندسی) و ترکیب آن‌ها با مجموع جملات دنباله حسابی و هندسی از مهم‌ترین موضوعات این بخش است.

درس نامه

دنباله هندسی	دنباله حسابی	
$t_n = ar^{n-1}$	$t_n = a + (n-1)d$	جمله عمومی
$\frac{t_n}{t_{n-1}} = r$	$t_n - t_{n-1} = d$	ارتباط دو جمله متوالی
$\frac{t_n}{t_m} = r^{n-m}$	$t_n - t_m = (n-m)d$	ارتباط هر دو جمله
$b^2 = ac$	$b = \frac{a+c}{2}$	سه جمله متوالی a, b, c
$r^{n+1} = \frac{c}{a}$	$d = \frac{c-a}{n+1}$	درج n واسطه c $a \square \square \dots \square c$
$\frac{a}{r}, a, ar$	$x-d, x, x+d$	شکل سه جمله متوالی
$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$	$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	مجموع n جمله اول

پاسخ تشریحی گام اول: $2, a, b$ سه جمله متوالی دنباله حسابی هستند، پس $\frac{2+b}{2} = a$ ؛ در نتیجه $b = 2a - 2$.

گام دوم: $2, a-2, b-2$ سه جمله متوالی دنباله هندسی هستند؛ پس $2(b-2) = (a-2)^2$.

گام سوم: در معادله دوم به جای b قرار می‌دهیم $2a - 2$: $(a-2)^2 = 2(2a-2-2) \Rightarrow (a-2)^2 = 4a-8 \Rightarrow a^2-4a+4 = 4a-8 \Rightarrow a^2-8a+12=0 \Rightarrow (a-6)(a-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \Rightarrow b=10 \\ a=2 \times \end{cases}$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 12 = 0 \Rightarrow (a-6)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \Rightarrow b=10 \\ a=2 \times \end{cases}$$

گام چهارم: با جای گذاری a و b دنباله حسابی و هندسی به صورت زیر می‌شوند:

$$2, 6, 10, \dots \Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2}(2(2) + (16-1)(4)) = 8(64) = 2^3 \times 2^6 = 2^9$$

$$2, 4, 8, \dots \Rightarrow t_n = 2^n$$

$$2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$$

گام پنجم:





تست و پاسخ ۲

نمودار سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ نسبت به خط $x = -2$ متقارن است. به ازای کدام مقدار b ، رأس سهمی بر روی نیمساز ناحیه دوم قرار دارد؟

$y = -x$ که $x < 0$

۴ (۲)

۱۰ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره طراحان کنکور به موضوعات روابط بین ریشه‌های درجه دوم و نمودار سهمی علاقه زیادی دارند و معمولاً دو سؤال از آن در کنکور می‌دهند. به علاوه آن‌که ردپای این دو موضوع در سایر قسمت‌های ریاضی هم دیده می‌شود. با توجه به حجم این مطالب حتماً روی آن سرمایه‌گذاری کنید.

خودت حل کنی بهتره رأس سهمی در تابع $y = -x$ صدق می‌کند.

درس نامه •• معادله سهمی به صورت‌های گوناگون

معادله سهمی		نمودار تابع	
		$a > 0$	$a < 0$
شکل استاندارد	عرض از مبدأ $f(x) = ax^2 + bx + c$		
شکل مربع کامل	$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$		
شکل تجزیه شده	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ صفرهای تابع (ریشه‌ها)		

نکات

- سهمی به هر صورتی که باشد، $f(0)$ همان عرض از مبدأ سهمی است.
- اگر رأس سهمی داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت مربع کامل بگیریم و با جای‌گذاری یک نقطه غیر از ریشه‌ها، a را به دست آوریم.
- اگر برخورد(های) سهمی با محور x داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت تجزیه شده بگیریم.
- اگر سه نقطه عادی از سهمی داده شده باشد، بهتر است از صورت استاندارد سهمی استفاده کرده و نقاط را جایگزین کنیم تا a و b را به دست آوریم.
- اگر $a > 0$ ، عرض رأس سهمی یا y_s همان کم‌ترین مقدار تابع و اگر $a < 0$ ، عرض رأس سهمی یا y_s بیشترین مقدار تابع است.
- معادله محور تقارن $x = -\frac{b}{2a}$ (طول رأس سهمی) است.



پاسخ تشریحی

گام اول: $x = -2$ همان رأس سهمی است، پس $-\frac{a}{4} = -2$ ؛ در نتیجه $a = 8$.
گام دوم: معادله نیمساز ناحیه دوم $y = -x$ است که چون رأس سهمی روی این خط قرار دارد، مختصات رأس به صورت $(-2, 2)$ می شود.
گام سوم: $(-2, 2)$ روی سهمی است؛ پس مختصات آن در ضابطه سهمی صدق می کند:
 $2 = 2(-2)^2 + 8(-2) + b \Rightarrow b = 10$

تست و پاسخ ۳

A و B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U هستند؛ مجموعه $C' - (B - A) - ((A \cup C) - B)$ برابر با کدام است؟

$$(A \cap B) - C \quad (2)$$

$$A - (B \cup C) \quad (1)$$

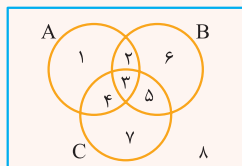
$$A - (B \cap C) \quad (4)$$

$$(A \cap C) - B' \quad (3)$$

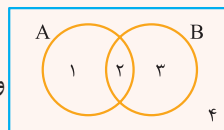
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال پرتکرار در کنکور. برای ساده کردن عبارات مجموعه ای، اولین و سریع ترین راه کار روش شماره گذاری ناحیه (نمودار ون) است.

درس نامه ۱. روش شماره گذاری برای به دست آوردن عبارت های مجموعه ای



و اگر سه مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت



اگر دو مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت

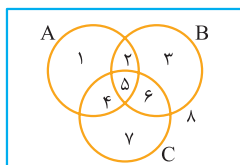
رسم کرده و نواحی را شماره گذاری می کنیم. حاصل عبارت داده شده را به دست آورده و بررسی می کنیم که با کدام گزینه برابر است.

درس نامه ۲. جبر مجموعه ها و گزاره ها در يك نگاه

گزاره	مجموعه	اسم قانون
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$	قوانین شرکت پذیری
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{(A \cup B) \cap C}$ $\overline{A \cap (B \cup C)} = \overline{(A \cap B) \cup C}$ فاکتور	قوانین بخشی (عکس آن) فاکتورگیری
—	$A \cup B = B$ $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$ $A - B = \emptyset$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.)	قوانین زیر مجموعه
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$	قوانین دمورگان
—	$A - B = A \cap B'$	قانون تبدیل تفاضل به اشتراک
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	$\overline{A \cup (A \cap B)} = A$ (چون $A \cap B \subseteq A$) $\overline{A \cap (A \cup B)} = A$ (چون $A \subseteq A \cup B$)	قوانین جذب
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	—	ترکیب شرطی
$p \vee \sim p \equiv T$ $p \vee T \equiv T$ $p \vee F \equiv p$ $p \wedge \sim p \equiv F$ $p \wedge T \equiv p$ $p \wedge F \equiv F$	$A \cup A' = U$ $A \cup U = U$ $A \cup \emptyset = A$ $A \cap A' = \emptyset$ $A \cap U = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	مقدماتی



U



پاسخ تشریحی گام اول: یک شکل به صورت مقابل رسم می‌کنیم و ناحیه‌ها را شماره گذاری می‌کنیم:

$$(A \cup C) - B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 5, 6\} = \{1, 4, 7\}$$

گام دوم: مجموعه داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow ((A \cup C) - B)' = \{2, 3, 5, 6, 8\}, B - A = \{3, 6\}$$

$$\Rightarrow ((A \cup C) - B)' - (B - A) = \{2, 3, 5, 6, 8\} - \{3, 6\} = \{2, 5, 8\}$$

گام سوم: از قانون تفاضل به اشتراک داریم:

$$(((A \cup C) - B)' - (B - A)) - C' = (((A \cup C) - B)' - (B - A)) \cap C = \{2, 5, 8\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{5\}$$

گام چهارم: به گزینه‌ها دقت می‌کنیم:

در (۳) $(A \cap C) - B' = A \cap C \cap B$ می‌شود که همان ناحیه ۵ است، پس همین گزینه درست است.

تست و پاسخ ۴

کدام گزاره زیر هم‌ارز منطقی گزاره $((q \wedge \sim(r \vee \sim p)) \vee ((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge p)))$ است؟

هم‌ارزش در تمام ردیف‌های جدول

$r \vee q$ (۴)

$p \vee q$ (۳)

q (۲)

p (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤال پرتکرار در چند سال اخیر! بررسی برخی از ردیف‌های جدول ارزش و رد گزینه معمولاً بهتر از جبر گزاره‌ها جواب می‌دهد، اما در این سؤال ردیفی از جدول که بتوانیم رد گزینه خوبی کنیم در مرحله اول ممکن است دشوار باشد، اما با جبر گزاره‌ها، گزاره داده شده به راحتی ساده می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: از قانون دمورگان و فاکتورگیری از $p \wedge$ داریم:

$$\begin{aligned} & \overbrace{(q \wedge \sim(r \vee \sim p))}^{\text{دمورگان}} \vee ((\sim q \wedge p) \vee (r \wedge p)) \equiv (q \wedge (\sim(r \wedge p))) \vee ((\sim q \vee r) \wedge p) \\ & \equiv ((q \wedge \sim r) \wedge p) \vee (\sim(q \wedge \sim r) \wedge p) \equiv \underbrace{((q \wedge \sim r) \vee \sim(q \wedge \sim r))}_{x} \wedge p \end{aligned}$$

گام دوم: دوباره از $p \wedge$ فاکتور می‌گیریم:

گام سوم: ترکیب فصلی ($\vee$) دو گزاره نقیض، همواره درست است (T) پس گزاره داده شده هم‌ارز $T \wedge p$ می‌شود که هم‌ارز p است.

تست و پاسخ ۵

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ و $\alpha - 1$ و β ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + b + 2 = 0$ باشند، b کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه روابط ریشه‌های (α, β) معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ($\Delta > 0$)

جمع ریشه‌ها $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

ضرب ریشه‌ها $P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$

قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$



پاسخ تشریحی

گام اول: $\alpha, \beta - 1$ ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ هستند؛ پس مجموع و حاصل ضرب آن‌ها برابر است با:

$$(I) \begin{cases} \alpha + \beta - 1 = -a \Rightarrow \alpha + \beta = 1 - a \\ \alpha(\beta - 1) = b \end{cases}$$

گام دوم: شبیه گام اول داریم:

$$(II) \begin{cases} \alpha - 1 + \beta = 5 \Rightarrow \alpha + \beta = 6 \\ (\alpha - 1)\beta = b + 2 \end{cases}$$

گام سوم: $1 - a = 6$ ؛ پس $a = -5$.

گام چهارم: از دو معادله داریم:

$$\alpha(\beta - 1) = b = (\alpha - 1)\beta - 2$$

$$\Rightarrow \alpha\beta - \alpha = \alpha\beta - \beta - 2 \Rightarrow \alpha - \beta = 2 \xrightarrow{\alpha + \beta = 6} \begin{cases} \alpha - \beta = 2 \\ \alpha + \beta = 6 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 4, \beta = 2$$

$$4(2 - 1) = b \Rightarrow b = 4$$

گام پنجم: با جای‌گذاری در معادله دوم (I) داریم:

تست و پاسخ ۶

برای هر x به جز a ، نمودار تابع $y = \frac{x-1}{x^2-2x+5}$ ، زیر خط $y = b$ است. حاصل $a - b$ کدام است؟

$$\frac{x-1}{x^2-2x+5} < b$$

۲/۷۵ (۴)

۳/۲۵ (۳)

۳/۷۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره تجربه این چند ساله نشان داده است که سؤال مربوط به حل نامعادله دشوارتر شده است و با چند عددگذاری ساده قابل حل نیست. این سؤال نمونه بسیار خوبی از این موضوع است. به دقت آن را تحلیل کنید.

خودت حل کنی بهتره نامعادله به دست آمده ریشه مضاعف دارد.

پاسخ تشریحی

گام اول: نمودار تابع $y = \frac{x-1}{x^2-2x+5}$ به ازای همه اعداد x به جز a پایین‌تر از خط $y = b$ است؛ پس به ازای $x \neq a$

$$\frac{x-1}{x^2-2x+5} < b$$

گام دوم: $x^2 - 2x + 5$ همواره مثبت است، چون دلتای آن منفی و > 0 ضرب x^2 ؛ پس با ضرب دو طرف در آن جهت تغییری نمی‌کند:

$$(x-1) < bx^2 - 2bx + 5b \Rightarrow bx^2 - (2b+1)x + 5b+1 > 0$$

گام سوم: به ازای همه اعداد $\mathbb{R} - \{a\}$ نامعادله داده شده درست است؛ پس عبارت درجه دوم باید به صورت مربع کامل (دارای ریشه مضاعف) $(x-a)^2 > 0$ بوده تا همه اعداد به جز $x = a$ در آن صدق کنند:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (2b+1)^2 - 4b(5b+1) = 0 \Rightarrow 4b^2 + 4b + 1 - 20b^2 - 4b = 0 \Rightarrow 16b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4}$$

گام چهارم: $b = \frac{1}{4}$ (ضرب x^2) قابل قبول است، چون نامعادله همواره باید بزرگ‌تر از صفر باشد.

$$b = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{3}{2}x\right) + \frac{9}{4} > 0 \xrightarrow{\times 4} x^2 - 6x + 9 > 0 \Rightarrow (x-3)^2 > 0 \Rightarrow a = 3$$

$$a - b = 3 - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

گام پنجم:

تست و پاسخ ۷

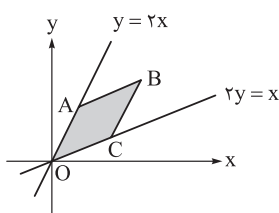
در شکل زیر چهارضلعی OABC لوزی است. اگر طول نقطه A برابر ۴ باشد، مساحت لوزی کدام است؟

۳۶ (۲)

۴۸ (۱)

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)



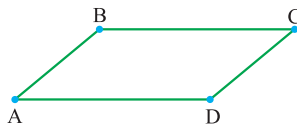
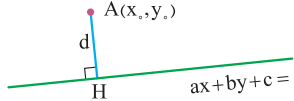
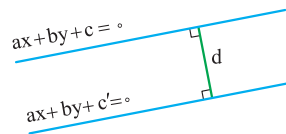
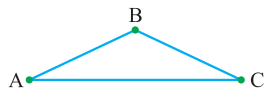
پاسخ: گزینه ۱

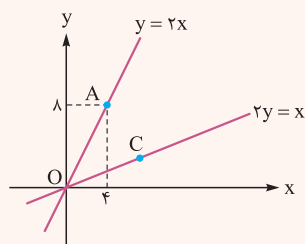


مشاوره از موضوع هندسه تحلیلی معمولاً یک سؤال مستقیم در کنکور می‌آید (به صورت غیرمستقیم هم از مفاهیم آن استفاده می‌شود)؛ پس فرمول‌های آن را یک بار مرور کنید.

خودت حل کنی بهتره مختصات رأس‌های A, C را به دست آورده و به مساحت مثلث OAC توجه کنید.

درس نامه فرمول‌های هندسه تحلیلی

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	فاصله دو نقطه $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$
وسط $M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$	وسط پاره خط
 $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$	ارتباط مختصات رأس‌های متوازی الاضلاع
 $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله نقطه از خط
 $d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله دو خط موازی
 $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{vmatrix} x_B & x_C \\ y_B & y_C \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_A & x_C \\ y_A & y_C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_A & x_B \\ y_A & y_B \end{vmatrix} \right)$	مساحت مثلث از روی مختصات سه نقطه



یادآوری ۱: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ (دترمینان ۲ در ۲)

یادآوری ۲: اگر در فرمول محاسبه مساحت، حاصل منفی درآمد آن را مثبت می‌کنیم.

$$x_A = 4 \xrightarrow{y=2x} y_A = 8 \Rightarrow A(4, 8)$$

پاسخ تشریحی گام اول:

گام دوم: چهارضلعی لوزی است، پس $OA = OC$ و دو نقطه A و C نسبت به خط $y = x$ قرینه‌اند؛ پس $C(8, 4)$.

گام سوم: طبق درس‌نامه مساحت لوزی دو برابر مساحت مثلث OAC است؛ پس از فرمول داریم:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 8 & 8 \\ 8 & 4 & 4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} \right) = \frac{1}{2} ((16 - 64) - (0 - 0) + (0 - 0)) = -24 \xrightarrow{\text{مثبت می‌کنیم}} S = 24$$





تست و پاسخ ۸

فرض کنید $f(x) = 7 + \sqrt{x+5} - a$ و $g(x) = x + \sqrt{2x-1}$ باشد. اگر طول نقطه برخورد نمودار $y = f^{-1} \circ g(x)$ با خط $y = x - 4$ برابر a باشد، مقدار a کدام است؟

$$f^{-1}(g(a)) = a - 4$$

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال‌های تابع وارون و تابع مرکب در این سال‌ها، بایکدیگر ترکیب شده‌اند. نکته مهم اینجاست که اگر $f(b) = a \Leftrightarrow f^{-1}(a) = b$

درس نامه اگر نقطه‌ای روی تابع وارون پذیر f باشد، با جابه‌جایی طول و عرض آن، نقطه به دست آمده روی تابع وارون است.

$$\underbrace{(a, b) \in f}_{f(a)=b} \Leftrightarrow \underbrace{(b, a) \in f^{-1}}_{f^{-1}(b)=a}$$

به زبان ریاضی:

پاسخ تشریحی گام اول: اگر a طول نقطه برخورد باشد، a جواب معادله $(f^{-1} \circ g)(a) = a - 4$ است.

$$f^{-1}(g(a)) = a - 4 \Rightarrow f(a - 4) = g(a)$$

گام دوم:

$$7 + \sqrt{a - 4 + 5} - a = a + \sqrt{2a - 1} \Rightarrow 8 = a + \sqrt{2a - 1}$$

گام سوم:

$$\sqrt{2a - 1} = 8 - a \xrightarrow[\begin{smallmatrix} 8-a \geq 0 \\ 2a-1 \geq 0 \end{smallmatrix}]{\begin{smallmatrix} 2a-1 \geq 0 \\ 8-a \geq 0 \end{smallmatrix}} 2a - 1 = 64 - 16a + a^2 \Rightarrow a^2 - 18a + 65 = 0 \Rightarrow (a - 5)(a - 13) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \checkmark \\ a = 13 \times \end{cases}$$

حواستون باشه به ازای $a = 13$ حاصل رادیکال منفی می‌شود که قبول نیست.

تست و پاسخ ۹

رأس سهمی $f(x) = 4x - x^2$ و یکی از نقاط برخورد آن با محور x ها روی نمودار تابع $g(x) = a + 2^{bx+2}$ قرار دارد. مقدار ab کدام است؟

$$x = 4 \text{ یا } x = 0$$

۲ (۲)

۴ (۱)

-۲ (۴)

-۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: رأس سهمی $f(x) = 4x - x^2 = -x^2 + 4x$ را به دست می‌آوریم:

$$x_s = -\frac{4}{2(-1)} = 2 \Rightarrow f(2) = 8 - 4 = 4 \Rightarrow (2, 4)$$

$$4x - x^2 = 0 \Rightarrow x(4 - x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 4$$

گام دوم: صفرهای f (برخورد با محور x ها) را به دست می‌آوریم:گام سوم: تابع نمایی داده شده از نقاط $(2, 4)$ و $(0, 0)$ عبور می‌کند یا $(2, 4)$ و $(4, 0)$ ؛ پس دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} (2, 4) \text{ صدق} \Rightarrow 4 = a + 2^{2b+2} \xrightarrow{a=-4} 8 = 2^{2b+2} \Rightarrow 2b+2 = 3 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \\ (0, 0) \text{ صدق} \Rightarrow 0 = a + 2^2 \Rightarrow a = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2, 4) \text{ صدق} \Rightarrow 4 = a + 2^{2b+2} \\ (4, 0) \text{ صدق} \Rightarrow 0 = a + 2^{4b+2} \end{cases}$$

گام چهارم: دقت کنید که دستگاه دوم جواب ندارد، چون اگر $2^{2b} = t$ فرض کرده و $a = -2^{4b+2}$ را در معادله اول جایگزین کنیم داریم:

$$4 = -2^{4b+2} + 2^{2b+2} = 2^{2b} \times 4 - 2^{4b} \times 4 = 4t - 4t^2 \Rightarrow 4t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$ab = (-4)\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

گام پنجم:



تست و پاسخ ۱۰

معادله $\frac{\sqrt{x}}{-2+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{x}{\sqrt{x}}$ چند جواب دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: $x > 0$ است. با مخرج مشترک گرفتن در سمت چپ معادله داریم:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) + \sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+2\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}}{x-4} = \frac{2x}{x-4}$$

$$\frac{2x}{x-4} = \frac{x}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x>0} \frac{2}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow 2\sqrt{x} = x-4$$

گام دوم:

گام سوم: $2\sqrt{x} > 0$ پس $x-4 > 0$ ؛ در نتیجه $x > 4$ باید باشد.

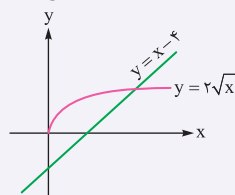
گام چهارم: به توان دو می‌رسانیم:

$$4x = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 12x + 16 = 0$$

$$\Delta = 144 - 64 = 80 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{12 + \sqrt{80}}{2} > 4 \checkmark \\ x = \frac{12 - \sqrt{80}}{2} < 4 \end{cases}$$

خواستون باشه

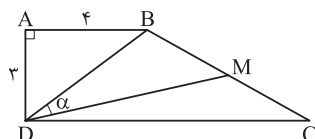
چون تعداد ریشه‌ها را می‌خواهیم معادله $2\sqrt{x} = x-4$ را به صورت هندسی نیز می‌توانستیم حل کنیم:



یک جواب $\rightarrow$ یک برخورد

تست و پاسخ ۱۱

در دوزنقه قائم‌الزاویه مطابق شکل، M وسط BC است. اگر $BC = 5$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ چه قدر است؟



(۲) $\frac{8}{17}$

(۱) $\frac{5}{12}$

(۴) $\frac{7}{16}$

(۳) $\frac{8}{19}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه تعریف می‌شوند در غیر این صورت سعی کنید زاویه خواسته شده را به صورت جمع یا تفاضل دوز زاویه بنویسید به طوری که در مثلث قائم‌الزاویه قرار گیرند.

خودت حل کنی بهتره $\alpha = \widehat{BDC} - \widehat{MDC}$ بنویسید؛ عمود BH را رسم کنید و از فرمول $\tan(x-y)$ استفاده کنید.

درس نامه • فرمول‌های بسط نسبت‌های مثلثاتی و نتایج

۱) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

۲) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

۳) $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$, $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

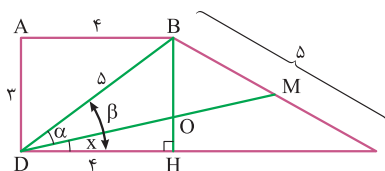
۴) $\tan(\alpha + \alpha) = \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$, $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha}$, $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha}$

نتایج:

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به قضیۀ فیثاغورس طول پاره‌خط‌ها را به صورت مقابل به دست می‌آوریم:

(BH = ३)



گام دوم: $\alpha = \beta - x$ می‌نویسیم؛ پس باید $\tan(\beta - x)$ را به دست آوریم:

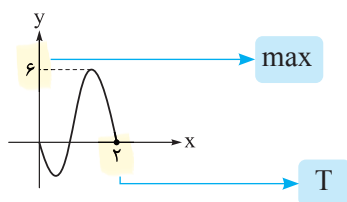
گام سوم: DM و BH میانه هستند. در هر مثلث میانه‌ها به نسبت ۱ به ۲ یکدیگر را قطع می‌کنند؛ پس چون $BH = 3$ است: $OH = 1$.

گام چہارم:

$$\tan(\beta - x) = \frac{\tan \beta - \tan x}{1 + (\tan \beta)(\tan x)} = \frac{\frac{BH}{DH} - \frac{OH}{DH}}{1 + \frac{BH}{DH} \times \frac{OH}{DH}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{16}} = \frac{1}{19}$$

۱۲ تست و پاسخ

قسمتی از نمودار تابع $y = 2 + a \cos(bx - \theta)$ مطابق شکل است. اگر $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ باشد، مقدار $a + \frac{\theta}{b}$ کدام است؟



$$\frac{-11}{3} (2)$$

۲۱

$$\frac{-13}{3} (1)$$

-۲ (۳

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از بحث مثلثات معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید که یکی از آن‌ها نمودارهای مثلثاتی است. نکات نمودار زیاد نبوده و حتماً

ارزش سر ماه‌گذاری دارد.

درس نامه • ۱. بررسی مقدار $\min, \max$ و دوره تناوب تابع‌های

$$\begin{cases} y = a \sin(bx + c) + d \\ y = a \cos(bx + c) + d \end{cases}$$

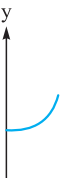
عدد ثابت قدر مطلق ضریب

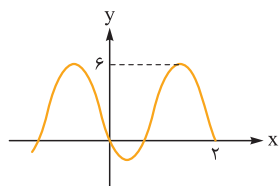
$$T = \frac{2\pi}{|b|} \quad (3)$$

$$\min = -|a| + d \quad (2)$$

$$\max = |a| + d \quad (1)$$

۲. بررسی شروع نمودارهای کسینوسی از محور yها

ضابطه	شرط	نمودار با شروع از محور yها	شروع نمودار از محور yها	توضیح
$y = a \cos(bx) + c$	$a > 0$		نزولی	علامت b مهم نیست.
	$a < 0$		صعودی	



پاسخ تشریحی گام اول: نمودار تابع به صورت روبه‌رو است. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ پس می‌توان گفت نمودار اصلی $y = \cos x$ قرینه (نسبت به محور Xها) شده و به راست انتقال پیدا کرده است؛ پس $a < 0$.

$$\max = 2 + |a| = 6 \xrightarrow{a < 0} 2 - a = 6 \Rightarrow a = -4$$

گام دوم:

گام سوم: تابع از مبدأ عبور می‌کند؛ پس نقطه $(0, 0)$ در آن صدق می‌کند:

$$0 = 2 - 4 \cos(-\theta) \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 < \theta < \frac{\pi}{2}} \theta = \frac{\pi}{3}$$

گام چهارم:

$$T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \xrightarrow{b > 0} b = \pi$$

حواستون باشه اگر $b < 0$ باشد، $\cos(-\pi x - \frac{\pi}{3})$ با $\cos(\pi x + \frac{\pi}{3})$ برابر می‌شود که در نتیجه تابع باید به چپ انتقال پیدا کند، نه راست.

گام پنجم:

$$a + \frac{\theta}{b} = -4 + \frac{\frac{\pi}{3}}{\pi} = -4 + \frac{1}{3} = -\frac{11}{3}$$

تست و پاسخ ۱۳

معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x = 1 + \sin x$ مفروض است. اگر حداقل اختلاف و حداکثر اختلاف بین دو ریشه متمایز آن در بازه $[0, 2\pi]$ به ترتیب

m و n باشد، مقدار $\frac{m}{n}$ کدام است؟

بزرگ‌ترین ریشه منهای کوچک‌ترین ریشه

$$\frac{1}{6} (4)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$\frac{1}{3} (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال معادله مثلثاتی در این سال‌ها فراز و فرود زیادی داشته است (هم خیلی دشوار و هم نسبتاً ساده). این سؤال با این‌که ممکن است ظاهر دشواری داشته باشد، اما معادله به سادگی حل می‌شود. پیشنهاد می‌کنم با ذهنیت منفی سراغ سؤال معادله مثلثاتی نروید!

$$2 \cos^2 x - 1 = \cos 2x \quad \text{خودت حل کنی بهتره}$$

درس نامه •• حل معادله مثلثاتی

برای حل معادلات مثلثاتی با استفاده از روابط مثلثاتی، به یکی از حالت‌های زیر رسیده و از فرمول دسته‌جواب‌ها استفاده می‌کنیم:

$$1) \sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

$$2) \cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$3) \begin{cases} \tan x = \tan \alpha \\ \cot x = \cot \alpha \end{cases} \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

نکته ممکن است به جای x و α دو عبارت $\square$ و $\bigcirc$ قرار گیرد. در این‌گونه حالت‌ها نیز از فرمول دسته‌جواب استفاده کرده و x را به دست می‌آوریم. مثلاً:

$$\sin \square x = \sin \bigcirc x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \square x = 2k\pi + \bigcirc x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \square x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \square x = (2k+1)\pi - (\bigcirc x + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \square x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(4k+1)\pi}{12} \end{cases}$$



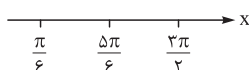
نکته برای حل معادله $\cos \square = \sin \bigcirc$ ابتدا سینوس را به صورت $\sin \bigcirc = \cos(\frac{\pi}{2} - \bigcirc)$ می نویسیم تا نسبت ها هم نام شوند، سپس از دسته جواب های معادله کسینوسی استفاده می کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: $2 \cos^2 x = 1 + \sin x \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = \sin x \Rightarrow \cos 2x = \sin x$

گام دوم: باید دو طرف معادله را از یک نسبت کنیم؛ پس $\sin x$ را به صورت $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$ می نویسیم:

$$\cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi - (\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

حواستون باشه اعداد صحیحی به k می دهیم تا جواب ها در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آیند.



گام سوم:

$$\text{حداکثر اختلاف} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3} = n$$

$$\text{حداقل اختلاف} = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} - \frac{5\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = m$$

$$\text{پس } \frac{m}{n} = \frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۱۴

تابع $f(x) = x^2 - 6x + 2$ و تابع اکیداً صعودی g با برد $\mathbb{R}$ مفروض اند. اگر معادله $g(f(g(x))) = 0$ فقط یک جواب داشته باشد، مقدار $g^{-1}(0)$ کدام است؟

۱) -9

۲) -7

۳) -11

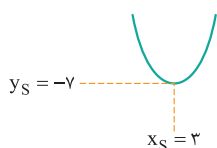
۴) -10

پاسخ: گزینه ۲

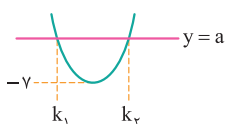
پاسخ تشریحی گام اول: فرض می کنیم $g^{-1}(0) = a$ ؛ پس: $g(a) = 0$.

گام دوم: معادله $g(f(g(x))) = 0$ فقط یک جواب دارد؛ پس معادله $f(g(x)) = a$ باید یک جواب داشته باشد.

گام سوم: نمودار سهمی f به صورت مقابل است:



اگر $a > -7$ باشد، معادله $f(g(x)) = a$ دو جواب دارد؛ یک بار وقتی که $g(x) = k_1$ و بار دیگر $g(x) = k_2$ ، اما چون معادله $f(g(x)) = a$ فقط یک جواب دارد، $a = -7$ باید باشد.



تست و پاسخ ۱۵

نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f \circ g(x)}{(2f + g^{-1})(x)}$ کدام است؟

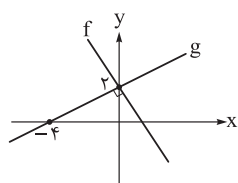
۱) $\frac{1}{2}$

۲) 2

۳) $-\frac{1}{4}$

۴) -1

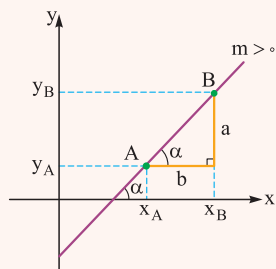
پاسخ: گزینه ۱



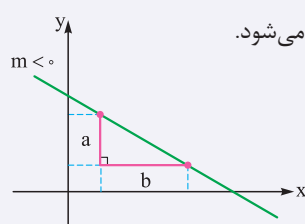


مشاوره یکی از مفاهیم پایه‌ای که باید روی آن مسلط باشید، نوشتن سریع معادله خط در تمام حالت‌های ممکن است.

درس نامه



$$\text{شیب خط } AB = m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a}{b} = \tan \alpha$$



نکته اگر شیب خط منفی باشد و مثلی به صورت مقابل در هر کجای خط درست کنیم، $m = -\frac{a}{b}$ می‌شود.

$$\text{شیب منفی: } m = -\frac{a}{b}$$

درس نامه

برای به دست آوردن معادله خط نیاز به شیب خط (m) و یک نقطه (x_0, y_0) روی آن داریم، در این صورت معادله خط برابر است با:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

نکته برای نوشتن معادله خطی که از دو نقطه داده شده عبور می‌کند، اول شیب را به دست می‌آوریم و بعد با انتخاب یکی از نقطه‌ها معادله خط را می‌نویسیم.

$$g \text{ شیب} = \frac{1}{4} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{4}x + 2$$

پاسخ تشریحی گام اول: معادله دو خط را می‌نویسیم:

$$f \text{ شیب} = -\frac{1}{g \text{ شیب}} = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + 2$$

گام دوم: وارون g را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{1}{4}x + 2 \Rightarrow 4y - 2 = x \Rightarrow g^{-1}(x) = 4x - 2$$

گام سوم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(g(x))}{(2f + g^{-1})(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2(\frac{1}{4}x + 2) + 2}{2(-2x + 2) + 4x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x - 2}{-2x + 2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۱۶

$$f(x) = \begin{cases} [2+x] + b[x-2] & x \leq 0 \\ a \sin 2x & x > 0 \end{cases} \text{ تابع } x=0 \text{ پیوسته است. حاصل } [a+b] \text{ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)}$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سوال پرتکرار کنکور که قطعاً از آن سوال می‌آید. از هیچ دانش آموزی پذیرفته نیست که از این سوال عبور کند.





خودت حل کنی بهتره حد چپ و راست و مقدار تابع در $x = 0$ مساوی است.

درس نامه •• هم‌ارزی

(۱) اگر $u \rightarrow 0$ داریم:

$$\sin u \sim u \sim \tan u$$

$$1 - \cos^n u \sim \frac{n}{2} u^2$$

$$(1 + u)^n \sim 1 + nu$$

$$\sqrt[n]{1+u} \sim 1 + \frac{u}{n}$$

(۲) اگر $x \rightarrow 0$ داریم: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x \sim a_1 x$ (هم‌ارز کوچک‌ترین توان)

(۳) اگر $x \rightarrow \pm\infty$ و $\sqrt[n]{ax^3 + bx^2 + \dots} \sim \sqrt[n]{a} (x + \frac{b}{3a})$ و $\sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a} |x + \frac{b}{2a}|$

پاسخ تشریحی گام اول: شرط پیوستگی در $x = 0$ این است که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$$

گام دوم: حدود چپ و راست را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([2+x] + b[x-2]) = [2^-] + b([0^- - 2]) = 1 - 3b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a \sin 2x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a(2x)}{-x} = -2a$$

$$f(0) = [2+0] + b[0-2] = 2 - 2b$$

گام سوم:

$$1 - 3b = -2a = 2 - 2b \Rightarrow \begin{cases} 1 - 3b = 2 - 2b \Rightarrow -1 = b \\ -2a = 2 - 2(-1) = 4 \Rightarrow a = -2 \end{cases}$$

$$[a+b] = -3$$

گام چهارم:

تست و پاسخ ۱۷

مجموع طول‌های نقاط بحرانی تابع $y = \frac{x|x-1|}{x+2}$ کدام است؟

نقاطی از دامنه که $f'(x) = 0$ یا $f'(x)$ وجود ندارد.

-۶ (۴)

-۵ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در تمام سؤال‌های بخش کاربرد مشتق (تعیین یکنوایی، اکسترمم نسبی، مطلق، نمودار و بهینه‌سازی) بخشی از راه حل، حل معادله $f'(x) = 0$ است.

درس نامه •• بررسی نقاط بحرانی تابع‌های قدرمطلق

(۱) در تابع $y = |f(x)|$ ، جواب‌های معادله $f(x) = 0$ و $f'(x) = 0$ همگی بحرانی هستند.

(۲) در تابع $y = g(x)|f(x)|$ اگر $x = \alpha$ ریشه f باشد، آن‌گاه $x = \alpha$ نقطه بحرانی تابع است. (f و g معمولاً دو چندجمله‌ای هستند).
نقاط بحرانی دیگر را می‌توانیم با شرط گذاشتن، برداشتن قدرمطلق و مشتق‌گیری به دست آوریم.

پاسخ تشریحی گام اول: $x = 1$ ریشه ساده داخل قدرمطلق بوده و پشت آن $(\frac{x}{x+2})$ به ازای $x = 1$ برابر صفر نمی‌شود؛ پس $x = 1$ یک

نقطه گوشه برای تابع بوده و بحرانی است.





گام دوم: برای به دست آوردن سایر نقاط داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x(x-1)}{x+2} & x \geq 1 \\ -\frac{x(x-1)}{x+2} & x < 1 \end{cases}$$

(دقت کنید که چه از ضابطه بالا و چه از ضابطه پایین، مشتق بگیریم، ریشه‌های مشتق تفاوتی نمی‌کنند.)

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x+2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{(2x-1)(x+2) - (x^2 - x)}{(x+2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 - x^2 + x = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 2 = 0$$

حواستون باشه اگر از $f(x) = -\frac{x(x-1)}{x+2}$ نیز مشتق بگیریم به همین معادله می‌رسیم.

گام سوم: یکی از ریشه‌های $x^2 + 4x - 2 = 0$ بزرگ‌تر از یک و دیگری کم‌تر از یک است، پس یکی نقطه بحرانی تابع بالایی و دیگری نقطه بحرانی تابع پایینی است؛ پس مجموع طول‌های این دو نقطه بحرانی برابر $S = -4$ می‌شود.
گام چهارم: مجموعه طول سه نقطه بحرانی $-3 + 1 = -4$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۸

نیم خط مماس راست بر نمودار $f(x) = |2x-4|\sqrt{x+a}$ در نقطه گوشه آن، خط مماس قائم نمودار را در نقطه‌ای به عرض -2 قطع می‌کند. کم‌ترین مقدار a کدام است؟

۳- (۴)

۳ (۳)

۶- (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره نقاط مشتق‌ناپذیر را به صورت دسته‌بندی در ذهن داشته باشید. (درس‌نامه را مطالعه کنید.)

خودت حل کنی بهتره $x=2$ نقطه گوشه و $x=-a$ خط مماس قائم منحنی است.

درس‌نامه •• دسته‌بندی نقاط مشتق‌ناپذیر

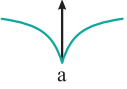
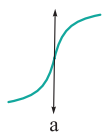
توضیح	مثال نموداری	در چه تابع‌هایی معمولاً اتفاق می‌افتد
نقاط ناپیوسته حد چپ و راست و مقدار تابع در $x=a$ مساوی نیستند (یا این که یکی وجود ندارد).		(۱) در نقاط مرزی تابع‌های چندضابطه‌ای که شرط پیوستگی برقرار نیست. (۲) نقاطی که درون براکت صحیح می‌شود (به شرطی که min نسبی درون براکت نباشد).
نقاط گوشه تابع در آن نقطه پیوسته است ولی مشتق چپ و راست دو عدد مختلف می‌شوند (یا این که یکی عدد و دیگری ∞ می‌شود).		(۱) ریشه‌های ساده داخل قدرمطلق به شرطی که پشت آن عامل صفرکننده نباشد. (۲) در نقاط مرزی تابع‌های چندضابطه‌ای که تابع در آن پیوسته بوده ولی مشتق چپ و راست دو عدد مختلف می‌شود.

$$m_r = f'_-(a), m_l = f'_+(a)$$

(شیب نیم‌مماس‌ها)





توضیح	مثال نموداری	در چه تابع‌هایی معمولاً اتفاق می‌افتد
نقاط دارای مماس قائم	 $\begin{cases} f'_+(a) = +\infty \\ f'_-(a) = -\infty \end{cases}$  $f'_+(a) = f'_-(a) = +\infty$	در ریشه‌های ساده یا مضاعف زیر رادیکال با فرجه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: نقطه گوشه تابع ریشه ساده داخل قدرمطلق، یعنی $x = 2$ است.

گام دوم: چون نیم‌خط مماس راست را می‌خواهیم داریم:

$$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = (2x - 4)\sqrt[3]{x + a}$$

گام سوم:

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x-2)\sqrt[3]{x+a}}{x-2} = 2\sqrt[3]{2+a}$$

گام چهارم: معادله نیم‌مماس راست به صورت $y = 2\sqrt[3]{2+a}(x-2)$ می‌شود.

گام پنجم: خط مماس قائم، ریشه زیر رادیکال، یعنی $x = -a$ است.

گام ششم: دو خط به دست آمده در گام چهارم و پنجم یکدیگر را در نقطه‌ای به عرض $y = -2$ قطع می‌کنند.

پس نقطه $(-a, -2)$ روی نیم‌مماس راست است، یعنی:

$$-2 = 2\sqrt[3]{2+a} \underbrace{(-a-2)}_{-(a+2)} \Rightarrow 1 = \sqrt[3]{2+a}(a+2) = (a+2)^{\frac{4}{3}}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} (a+2)^4 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a+2=1 \Rightarrow a=-1 & \times \\ a+2=-1 \Rightarrow a=-3 & \checkmark \end{cases}$$

تست و پاسخ ۱۹

مجموع ریشه‌های معادله $(m^2 + 2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ از قرینه حاصل ضرب ریشه‌های آن، k واحد کم‌تر است. حداکثر k کدام است؟

$$P = \frac{c}{a}$$

$$S = -\frac{b}{a}$$

$$1(2)$$

$$2(4)$$

$$0/5(1)$$

$$1/5(3)$$

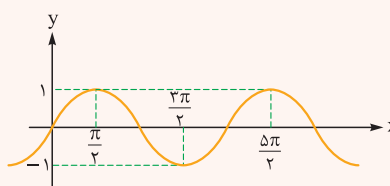
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره به روش به دست آوردن اکستریم نسبی و مطلق توجه کرده و آن‌ها را با یکدیگر اشتباه نگیرید. قسمت مشترک هر دو، حل معادله $f'(x) = 0$ است.

خودت حل کنی بهتره $S = -P - k$ پس $k = -P - S$. مقدار اکستریم مطلق k را تعیین کنید.



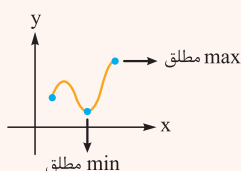
درس نامه •• ماکزیمم یا مینیمم مطلق (اکسترمم مطلق) تابع f



به نقطه یا نقاطی که بالاتر (پایین تر) از بقیه نقاط تابع در بازه $[a, b]$ (یا دامنه f) قرار دارند، ماکزیمم مطلق (مینیمم مطلق) تابع f در بازه مورد نظر می‌گوییم؛ مثلاً در تابع $y = \sin x$ با نمودار روبه‌رو، نقاط $(\frac{\pi}{2}, 1)$ و $(\frac{5\pi}{2}, 1)$ ماکزیمم مطلق و نقطه $(\frac{3\pi}{2}, -1)$ مینیمم مطلق تابع هستند. (البته دقت دارید که نقطه اکسترمم مطلق منحصر به فرد نیست).

نکات

- ۱ اگر نقطه‌ای ماکزیمم یا مینیمم مطلق باشد به آن اکسترمم مطلق می‌گوییم.
- ۲ به عرض نقطه اکسترمم مطلق، مقدار اکسترمم مطلق می‌گوییم، مثلاً در تابع $y = \sin x$ ، مقدار ماکزیمم مطلق برابر ۱ و مقدار مینیمم مطلق برابر -۱ است. (اگر تابع ماکزیمم مطلق داشته باشد مقدار آن منحصر به فرد است یا مقدار مینیمم مطلق در صورت وجود منحصر به فرد است).
- ۳ نقاط ابتدا یا انتهای دامنه می‌توانند اکسترمم مطلق باشند یا نباشند.
- ۴ اگر f در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد، حتماً ماکزیمم و مینیمم مطلق دارد. برای به دست آوردن این نقاط:
 - ۱) نقاط بحرانی f در بازه را به دست می‌آوریم (نقاطی که $f'(x) = 0$ یا $f'(x)$ وجود ندارد). دقت کنید که نقاط ابتدا و انتهای بازه $[a, b]$ نیز بحرانی هستند، چون مشتق در این نقاط وجود ندارد.
 - ۲) تمام نقاط بحرانی را در تابع قرار داده و y نقاط را به دست می‌آوریم:



- ۳) نقطه‌ای که بزرگ‌ترین y را دارد، ماکزیمم مطلق و نقطه‌ای که کوچک‌ترین y را دارد، مینیمم مطلق است.
- ۵) اگر نمودار تابع f معروف باشد، به جای استفاده از مشتق می‌توانیم نمودار را رسم کنیم و اکسترمم‌های مطلق آن را به دست آوریم. (به خصوص در تابع‌های براکتی این روش بسیار مناسب‌تر از مشتق است).

پاسخ تشریحی گام اول:

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{2m}{m^2 + 2}$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{m^2 + 2}$$

گام دوم:

$$S = -P - k \Rightarrow -\frac{2m}{m^2 + 2} = \frac{1}{m^2 + 2} - k \Rightarrow k = \frac{1 + 2m}{m^2 + 2}$$

گام سوم: باید بیشترین مقدار k (اکسترمم مطلق) را به ازای مقادیر مختلف m به دست آوریم؛ به زبان آشناتر باید اکسترمم مطلق تابع

$$f(x) = \frac{1 + 2x}{x^2 + 2} \text{ را در کل دامنه } \mathbb{R} \text{ پیدا کنیم:}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2 + 2) - 2x(1 + 2x)}{(x^2 + 2)^2} = 0 \Rightarrow -2x^2 - 2x + 4 = 0 \xrightarrow{\div (-2)} x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{3}{3} = 1 \\ x = -2 \Rightarrow f(-2) = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0 \text{ ؛ پس بیشترین مقدار تابع همان ۱ است.}$$

٢٠ تست و پاسخ

با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۶ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت، به طوری که ۵ و ۸ کنار هم باشند؟

$$f \wedge \circ (f$$

३६० (३)

۲۴۰ (۲

120 (1)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• انواع جایگشت

انواع جایگشت	روش	مثال
کنار هم	(۱) اشیایی که قرار است کنار هم باشند را در یک دسته قرار داده و یک شیء فرض می‌کنیم. (۲) تعداد جایگشت اشیاء را در نظر می‌گیریم. (۳) جایگشت اشیاء دسته را در نظر گرفته و همه را در هم ضرب می‌کنیم.	تعداد جایگشت‌های حروف a, a, a, b, c, d, e, f که حروف a کنار هم و b, c نیز کنار هم باشند: $a a a, b c, d, e, f \xrightarrow{\text{۵ شیء}} ۵! \Rightarrow ۵! \times ۲!$ ↓ ↓ جابه‌جایی جابه‌جایی مهم است. مهم نیست.
یک‌درمیان	گروه n تایی و n+۱ تایی: $n!(n+1)!$ باید با گروه بیشتر شروع کنیم (اشیاء متمایز). (اگر اشیاء هر دسته یکسان باشند، جایگشت آنها مهم نیست).	جایگشت یک‌درمیان ارقام ۱, ۲, ۳ و حروف a, b $\frac{۳}{۳} \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۲}{۲} \times \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} = ۳! \times ۲! = ۶ \times ۲ = ۱۲$
	دو گروه n تایی $۲ \times n! \times n! =$ با هر کدام از دو گروه می‌توانیم شروع کنیم (اشیاء متمایز).	جایگشت یک‌درمیان ارقام ۱, ۲, ۳ و حروف a, b, c $۲ \times ۳! \times ۳! = ۲ \times ۶ \times ۶ = ۷۲$
r شیء از n شیء	n شیء داریم ولی جایگشت r تا از آنها را می‌خواهیم: $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$	شرکتی برای ۳ شغل کارمندی، منشی و خدمات قصد استخدام از بین ۵ نفر را دارد (هر شغل یک نفر) روش اول (۱): $P(۵, ۳) = \frac{۵!}{(۵-۳)!} = \frac{۵!}{۲!} = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$ روش دوم (۲): $\frac{۵}{\text{کارمندی}} \times \frac{۴}{\text{منشی}} \times \frac{۳}{\text{خدمات}} = ۶۰$
فاصله‌دار	n شیء مختلف داریم. می‌خواهیم k شیء مختلف بین یا کنار آنها قرار دهیم به طوری که هیچ کدام از k تا کنار هم نباشند. (۱) n شیء را به n! حالت قرار می‌دهیم (در □ ها) □ □ □ ... □ □ (۲) تعداد n+۱ تا جا (□) داریم که می‌توانیم k شیء را در آنها به روش $P(n+۱, k)$ قرار دهیم.	۵ مادر و ۳ بچه به چند طریق می‌توانند در یک ردیف بایستند به طوری که هیچ دو بچه‌ای کنار هم نباشند: □ □ □ □ □ □ □ □ □ $۵! \times P(۶, ۳)$ ↓ ↓ جایگشت ۳ بچه در ۶ جا بین مادرها یا کنار مادرها
باتکرار	جایگشت n شیء (n!) را بر جایگشت اشیاء تکراری تقسیم می‌کنیم.	جایگشت اشیاء a, a, b, b, b $\frac{۵!}{۲! \times ۳!}$ ↓ ↓ سه تا b دو تا a



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: ۸ و ۵ را یک بسته فرض می‌کنیم و این بسته با ۴ رقم دیگر ۵ شیء می‌شوند که ۵! جایگشت را دارند.
گام دوم: خود ۸ و ۵ نیز بین خودشان ۲! جایگشت دارند، پس جواب برابر است با: $5! \times 2 = 240$

تست و پاسخ ۲۱

در پرتاب دو تاس، عدد روشده تاس اول را m و تاس دوم را n می‌نامیم. با کدام احتمال معادله $x^2 - mx + n = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

$\Delta = 0$ $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{36}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از احتمال هم‌شانسی معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید. حواستان باشد سؤال این قسمت چیزی جز روش‌های شمارش (فصل ۶ ریاضی دهم) نیست.

درس نامه ●● احتمال پیشامد A در فضای هم‌شانسی

اگر احتمال رخ دادن هر کدام از عضوهای فضای نمونه یکسان باشد، فضای نمونه را هم‌شانسی می‌گوییم.

نکته خط اول مسئله معمولاً کل حالت‌ها یا همان مخرج کسر را بیان می‌کند. از جمله بعد از «احتمال آن که ...» یا «مطلوب است ...» نیز حالت‌های مطلوب یا صورت کسر را به دست می‌آوریم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد مطلوب}}{\text{کل حالت‌ها}}$$

با توجه به فضای نمونه، احتمال هم‌شانسی سه تیپ ممکن است داشته باشد:

(۱) فضای نمونه به صورت مستقیم به دست آید؛ مثلاً پرتاب n سکه (تولد n فرزند) 2^n حالت دارد یا پرتاب دو تاس ۳۶ حالت دارد که مطلوب‌ها را از بین آن‌ها جدا می‌کنیم.

(۲) فضای نمونه از جنس جایگشت باشد (انواع جایگشت کنار هم و یک‌درمیان و r شیء و ...).

(۳) فضای نمونه از جنس انتخاب باشد که باید از فرمول $\binom{n}{r}$ تعداد کل و حالت‌های مطلوب را شمارش کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: شرط این که معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، این است که $\Delta = 0$ پس:
 $(-m)^2 - 4n^2 = 0 \Rightarrow m^2 = 4n^2 \xrightarrow{m, n > 0} m = 2n$

گام دوم: فضای نمونه پرتاب دو تاس $n(S) = 6 \times 6 = 36$ حالت دارد.

گام سوم: حالت‌های مطلوب را شمارش می‌کنیم (دقت کنید که $\{1, 2, \dots, 6\}$ ، $(m, n \in \{1, 2, \dots, 6\})$:

$$n = 1 \Rightarrow m = 2$$

$$n = 2 \Rightarrow m = 4$$

$$n = 3 \Rightarrow m = 6$$

پس سه حالت مطلوب $(2, 1), (4, 2), (6, 3)$ داریم و $n(A) = 3$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

گام چهارم:

تست و پاسخ ۲۲

اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P(A) = P(A - B) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $P(A' | B')$ کدام است؟

احتمال شرطی $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B), P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')}$$

خودت حل کنی بهتره



درس نامه •• قوانین احتمال

- (۱) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ احتمال رخ دادن A یا B
- (۲) $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ احتمال رخداد A و عدم رخداد B
- (۳) $P(A') = 1 - P(A)$ احتمال آن که A رخ ندهد
- (۴) $P(A - B) \cup P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ احتمال آن که فقط یکی از A یا B رخ بدهد
- (۵) $P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$ احتمال آن که نه A رخ بدهد و نه B
- (۶) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ احتمال A به شرط رخداد B

پاسخ تشریحی گام اول: از رابطه داده شده داریم: $P(A) = P(A - B) \Rightarrow P(A) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0$

گام دوم: از فرمول احتمال شرطی داریم:

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 0}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{9}$$

تست و پاسخ ۲۳

۴ عدد فرد متوالی داریم. از دوتای کوچک تر از هر کدام یک واحد کم می کنیم و به دوتای بزرگ تر به هر کدام یک واحد اضافه می کنیم. نسبت ضریب

تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

$$2k - 4, 2k - 2, 2k + 2, 2k + 4$$

$$2k - 3, 2k - 1, 2k + 1, 2k + 3$$

(۴) نمی توان تعیین کرد.

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (۳)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در درس گسسته ممکن است یک سؤال که صورتی معماگونه دارد ببینید! اگر صورت سؤال برایتان عجیب بود پیشنهاد می کنم در بار دوم به آن سؤال بپردازید.

درس نامه •• شاخص های پراکندگی

توضیح فارسی	فرمول	شاخص
هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می رسانیم؛ سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین است.	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$	واریانس
جذر واریانس است.	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$	انحراف معیار
$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	ضریب تغییرات
—	۲	واریانس ۵ عدد متوالی
اگر اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند، این فرمول راحت تر از تعریف واریانس است.	$\sigma^2 = \left(\frac{n^2 - 1}{12}\right) d^2$	واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d



پاسخ تشریحی

گام اول: عددهای دسته اول را $2k-3, 2k-1, 2k+1, 2k+3$ می‌نامیم.

$$\bar{x} = \frac{2k-3+2k-1+2k+1+2k+3}{4} = 2k$$

گام دوم: میانگین را به دست می‌آوریم:

گام سوم: واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{9+1+1+9}{4} = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

گام چهارم: عددهای دسته سوم به صورت $2k+4, 2k+2, 2k-2, 2k-4$ اند. مشابه گروه اول داریم:

$$\bar{x} = 2k \quad \sigma^2 = \frac{16+4+4+16}{4} = 10 \Rightarrow \sigma = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \frac{CV \text{ دسته اول}}{CV \text{ دسته دوم}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2k}}{\frac{\sqrt{10}}{2k}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گام پنجم:

حواستون باشه

گروه اول تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ می‌دهند، پس واریانس آن‌ها را می‌توانیم از نکته درس‌نامه نیز به دست آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{n^2-1}{12} d^2 = \frac{4^2-1}{12} (2)^2 = \frac{15}{3} = 5$$

تست و پاسخ ۲۴

یک سبد پر از پرتقال، یک سبد پر از سیب و یک سبد شامل ۳ سیب و ۲ پرتقال داریم. یکی از سبدها را به تصادف انتخاب می‌کنیم و یک میوه به تصادف از آن خارج می‌کنیم و می‌بینیم که پرتقال است. با کدام احتمال بقیه میوه‌های آن سبد نیز پرتقال است؟

$$\frac{5}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره هر چه قدر می‌توانید روی ادبیات سؤال‌های احتمال کار کنید. با تسلط روی ادبیات آن‌ها، راه حل سؤال سریع‌تر به ذهن می‌آید.

خودت حل کنی بهتره می‌بینیم پرتقال است، یعنی باید از قانون بیز استفاده کنید.

درس‌نامه •• قانون احتمال کل

برخی از مواقع برای به دست آوردن یک احتمال مجبوریم چند حالت در نظر بگیریم (نمودار شاخه‌ای)، در هر شاخه احتمال‌ها را ضرب کرده و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

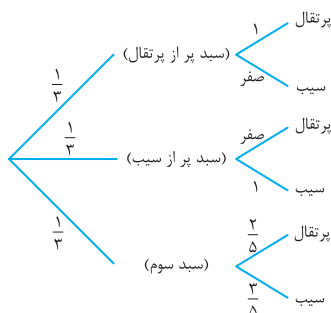
قانون بیز

اگر در یک مسئله شاخه‌ای، احتمال شرطی را بخواهیم (یعنی احتمال کل رخ داده و یکی از شاخه‌ها را بخواهیم)، از قانون بیز استفاده می‌کنیم. در این قانون سهم احتمال یک شاخه (ضرب احتمال در شاخه مطلوب) را بر مجموع شاخه‌ها (احتمال کل) تقسیم می‌کنیم.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا از قانون احتمال کل (شاخه‌ای) احتمال مشاهده پرتقال را به دست می‌آوریم:

هر جعبه با احتمال $\frac{1}{3}$ انتخاب می‌شود و احتمال سیب یا پرتقال بودن میوه خارج شده در هر جعبه را نیز به دست می‌آوریم:



$$P(\text{پرتقال}) = \left(\frac{1}{3} \times 1\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{2}{5}\right) = \frac{7}{15}$$



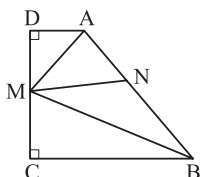
گام دوم: طبق قانون بیز داریم:

سهم شاخه خواسته شده

$$P(\text{مشاهده پرتقال} | \text{پرتقال}) = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0} = \frac{1}{3}$$

تست و پاسخ ۲۵

مطابق شکل $AD = 2$ و $CB = CD = 8$ اضلاع زاویه‌های قائمه دوزنقه و M نقطه‌ای متغیر واقع بر CD است. اگر نیمساز $\angle AMB$ ساق دیگر را در N قطع کند، در حالتی که $MA + MB$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارد، طول AN کدام است؟



۳ (۴)

۲/۲۵ (۳)

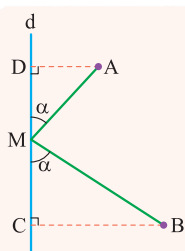
۲/۵ (۲)

۲ (۱)

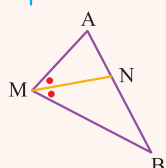
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سوالی در مورد کوتاه‌ترین مسیر، مشابه سر اسری خارج از کشور ۹۸، البته کمی سخت‌تر، چون با قضیه نیمساز داخلی هم ترکیب شده، هر دو موضوع از موضوعات مهم کتاب هندسه ۲ هستند.

خودت حل کنی بهتره $MA + MB$ زمانی مینیمم است که MA و MB با CD زاویه‌های برابر بسازند.

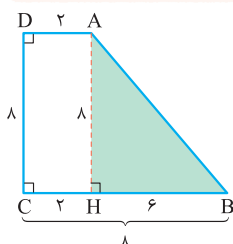


درس نامه (۱) فرض کنید دو نقطه A و B در یک طرف خط d واقع‌اند. اگر M نقطه‌ای واقع بر d باشد که $MA + MB$ کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، آن‌گاه MA و MB با d زاویه‌های برابر می‌سازند؛ بنابراین دو مثلث MAD و MBC متشابه‌اند.

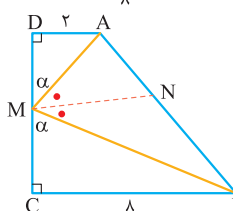


(۲) در شکل روبه‌رو نیمساز داخلی زاویه M از مثلث MAB ، ضلع AB را در N قطع کرده است، داریم:

$$\frac{AN}{BN} = \frac{MA}{MB}$$



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول ساق AB): اگر در دوزنقه $ABCD$ ، مطابق شکل، ارتفاع AH را رسم کنیم، با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABH ، به دست می‌آید $AB = 10$.



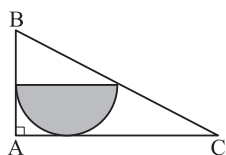
گام دوم (تحلیل سؤال): اگر M نقطه‌ای واقع بر CD باشد که $MA + MB$ کم‌ترین مقدار خود را داشته باشد، آن‌گاه MA و MB با CD زاویه‌های برابر می‌سازند.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): دو مثلث قائم‌الزاویه MAD و MBC با هم متشابه‌اند، پس $\frac{MA}{MB} = \frac{AD}{BC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ، از طرفی در مثلث MAB ، MN نیمساز داخلی زاویه M است؛ پس $\frac{AN}{BN} = \frac{MA}{MB}$ ، بنابراین:

$$\frac{AN}{BN} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AN}{BN + AN} = \frac{1}{4+1} \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{AN}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow AN = 2$$

تست و پاسخ ۲۶

مطابق شکل، طول اضلاع قائمه مثلث ABC برابر با ۱ و ۳ و قطر نیم دایره با ضلع به طول ۳ موازی است. مساحت نیم دایره چند برابر π است؟

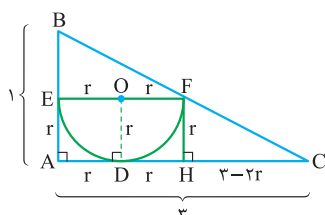


- (۱) ۰/۱۸
(۲) ۰/۱۲۵
(۳) ۰/۲۴۵
(۴) ۰/۳۲

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره از یک سر قطر نیم دایره بر ضلع به طول ۳ عمود کنید.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه شعاع نیم دایره): از نقطه F به ضلع AC عمود می کنیم. اگر شعاع نیم دایره را r در نظر بگیریم، داریم:



$$FH \parallel BA \xrightarrow[\Delta ABC]{\text{تعمیم تالس}} \frac{FH}{BA} = \frac{CH}{CA}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{1} = \frac{3-2r}{3} \Rightarrow 3r = 3-2r \Rightarrow 5r = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{5} = 0/6$$

گام دوم (محاسبه مساحت نیم دایره): مساحت دایره ای به شعاع r برابر است با πr^2 ، پس:

$$\text{مساحت نیم دایره} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi (0/6)^2 = \frac{1}{2} \pi \times 0/36 = 0/18\pi$$

تست و پاسخ ۲۷

اگر ۲ ضلع از تعداد ضلع های یک چندضلعی محدب کم کنیم، از تعداد قطرهای آن ۲۱ قطر کاسته می شود. مجموع زاویه های داخلی این چندضلعی کدام است؟

- (۱) 1620° (۲) 1800° (۳) 1980° (۴) 2160°

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه در n ضلعی محدب:

(۱) تعداد قطرهای برابر است با $\frac{n(n-3)}{2}$.

(۲) مجموع زاویه های داخلی برابر است با $(n-2) \times 180^\circ$.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه تعداد اضلاع n ضلعی): سؤال می گوید اگر دو تا از تعداد اضلاع کم شود، ۲۱ تا از تعداد قطرهای کم می شود؛ یعنی:

$$\frac{n(n-3)}{2} - 21 = \frac{(n-2)((n-2)-3)}{2} \Rightarrow \frac{n(n-3)-42}{2} = \frac{(n-2)(n-5)}{2}$$

$$\Rightarrow n^2 - 3n - 42 = n^2 - 7n + 10 \Rightarrow 4n = 52 \Rightarrow n = 13$$

گام دوم (محاسبه مجموع زاویه های داخلی n ضلعی): پس مجموع زاویه های داخلی ۱۳ ضلعی محدب را می خواهیم که می شود:

$$(13-2) \times 180^\circ = 11 \times 180^\circ = 1980^\circ$$

تست و پاسخ ۲۸

صفحه P، خط d واقع بر این صفحه و خط d' متقاطع با این صفحه مفروض اند. خطوط d و d' کدام وضعیت را نمی توانند داشته باشند؟

- (۱) متقاطع (۲) متناظر (۳) موازی (۴) عمود

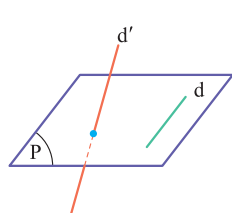
پاسخ: گزینه ۳



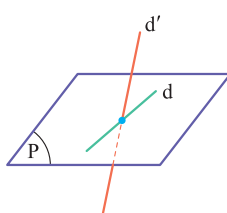
مشاوره در سؤال‌های خط و صفحه در فضا، از رسم شکل غافل نشوید!

درس نامه ●● اگر خطی با یکی از خط‌های یک صفحه موازی باشد، با آن صفحه موازی است.

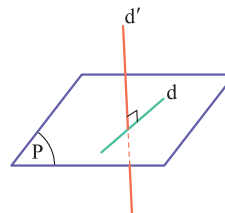
پاسخ تشریحی ببینید، با رسم شکل، به راحتی می‌توانید بفهمید d و d' می‌توانند متقاطع، متناظر یا عمود باشند:



متناظر



متقاطع



عمود

اگر d' با d موازی باشد، در این صورت یا d' با صفحه P هم موازی است یا بر صفحه P واقع شده است. در هر حالت فرض متقاطع بودن حالت d' و صفحه P نقض می‌شود.

تست و پاسخ ۲۹

دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین که یکی از زاویه‌های آن ۱۲° است، بر دایره‌ای محیط شده است. اگر بیشترین فاصله نقاط واقع بر دوزنقه، از مرکز دایره ۳ باشد، محیط دوزنقه کدام است؟

$$۸\sqrt{۳} \quad (۴)$$

$$۴\sqrt{۳} \quad (۳)$$

$$۱۲ \quad (۲)$$

$$۱۴ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

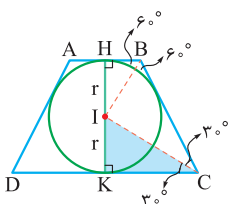
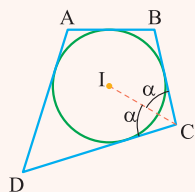
مشاوره دوزنقه محیطی، خیلی مورد علاقه طراحان کنکور سر اسری است و در کنکورهای مختلف، بارها از آن سؤال داشته‌ایم.

خودت حل کنی بهتره اگر از مرکز دایره به رأس‌های دوزنقه وصل کنید، زاویه‌های آن نصف می‌شود.

درس نامه ●●

(۱) اگر یک چندضلعی محیطی باشد، یعنی نیمسازهای زاویه‌های داخلی آن هم‌رساند و در نتیجه دایره‌ای وجود دارد که تمام ضلع‌های چندضلعی بر آن مماس هستند. مرکز این دایره نقطه هم‌رسی نیمسازهای چندضلعی است.

(۲) اگر یک چهارضلعی محیطی باشد، مجموع ضلع‌های مقابل در آن با هم برابرند؛ مثلاً در شکل رسم شده داریم: $AB + CD = AD + BC$.



پاسخ تشریحی

گام اول (رسم شکل مناسب و محاسبه شعاع دایره محاطی):

زاویه منفرجه دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، ۱۲° است؛ پس زاویه حاده آن ۶° است. از طرفی اگر از مرکز دایره محاطی به رأس‌های دوزنقه وصل کنیم، زاویه‌های داخلی نصف می‌شوند.

همان‌طور که می‌بینید، بیشترین فاصله مرکز دایره محاطی از نقاط واقع بر محیط دوزنقه، همان طول پاره خط IC است که بنا به فرض سؤال برابر با ۳ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه ICK، داریم:

$$\sin 3^\circ = \frac{IK}{IC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r}{3} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$



گام دوم (محاسبه طول قاعده‌های دوزنقه): حالا در مثلث قائم‌الزاویه IBH، داریم:

$$\tan 60^\circ = \frac{IH}{BH} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\frac{3}{2}}{BH} \Rightarrow BH = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 2BH = \sqrt{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ICK نیز داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{CK}{IC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CK}{3} \Rightarrow CK = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CD = 2CK = 3\sqrt{3}$$

پس طول قاعده کوچک $\sqrt{3}$ و طول قاعده بزرگ $3\sqrt{3}$ است.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): به خاطر محاطی بودن دوزنقه داریم $AD + BC = AB + CD$ ، پس:

$$\text{محیط دوزنقه} = 2(AB + CD) = 2(\sqrt{3} + 3\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۳۰

در مثلث ABC، امتداد نیمساز زاویه داخلی A و نیمساز زاویه خارجی B در نقطه J، متقاطع‌اند و ارتفاع‌ها در نقطه H درون مثلث هم‌رس‌اند. اگر عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی BH CJ هم‌رس باشند، زاویه داخلی A چند درجه است؟

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

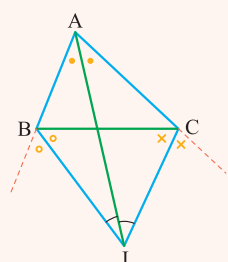
۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در این سؤال چند موضوع مهم از هندسه ۱ و هندسه ۲ ترکیب شده‌اند. شبیه این سؤال را در کنکور دی ۱۴۰۱ هم داشته‌ایم؛ بنابراین این سؤال مهمی است. درس‌نامه و پاسخ آن را به دقت بخوانید.

خود حل کنی بهتره نقطه J، نقطه برخورد نیمسازهای خارجی دو زاویه B و C است.



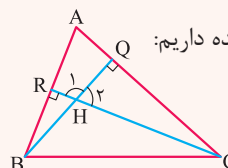
درس‌نامه ۱۰۰٪ (۱) در هر مثلث هر دو نیمساز خارجی با نیمساز داخلی زاویه سوم هم‌رس‌اند؛ ضمن آن که زاویه بین هر دو نیمساز خارجی برابر است با 90° منهای نصف زاویه سوم؛ مثلاً در شکل رسم‌شده داریم:

$$\angle BJC = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

(۲) اگر زاویه‌های یک مثلث حاده باشند، نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های آن داخل مثلث قرار می‌گیرد و برعکس.

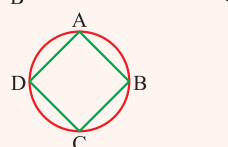
(۳) در هر مثلث، زاویه بین ارتفاع‌های وارد بر هر دو ضلع برابر است با زاویه بین آن دو ضلع؛ مثلاً در شکل رسم‌شده داریم:

$$\hat{H}_1 = 180^\circ - \hat{A} \quad \text{و} \quad \hat{H}_2 = \hat{A}$$



(۴) شرط لازم و کافی برای محاطی بودن یک چندضلعی آن است که عمودمنصف‌های اضلاع آن هم‌رس باشند.

(۵) در چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل‌اند؛ مثلاً در شکل رسم‌شده داریم: $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$

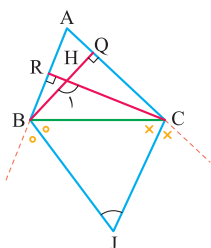


پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب): مثلث مورد نظر را ABC می‌نامیم که بنا به فرض، زاویه‌های آن حاده‌اند (چون ارتفاع‌ها

درون مثلث هم‌رس‌اند). H نقطه برخورد دو ارتفاع BQ و CR است؛ ضمن آن که J، نقطه برخورد نیمسازهای خارجی زاویه‌های B و C است.

گام دوم (تحلیل سؤال): سؤال می‌گوید عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی BH CJ هم‌رس‌اند؛ پس این

چهارضلعی محاطی است.





گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): می دانیم $\hat{A} = 18^\circ - \hat{H}_1$ و $\hat{B}\hat{J}\hat{C} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$ و به خاطر محاطی بودن چهارضلعی BHCJ، داریم:

$$\hat{H}_1 + \hat{B}\hat{J}\hat{C} = 180^\circ \Rightarrow (18^\circ - \hat{A}) + (90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}) = 180^\circ \Rightarrow \frac{3\hat{A}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

تست و پاسخ ۳۱

دو دایره با شعاع برابر که هر یک از مرکز دیگری می گذرد، در دو نقطه $(6, 0)$ و $(0, 6)$ متقاطع اند. اختلاف بین طول های مرکزهای دو دایره کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

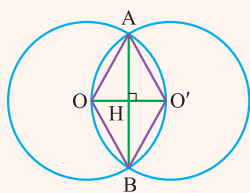
$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

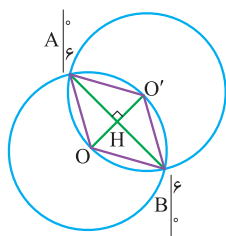
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سؤال با ایده گرفتن از یکی از سؤال های کنکور سراسری دی ماه ۱۴۰۱ طرح شده است. با این که این سؤال، سؤال ساده ای نیست، اما از سؤال کنکور ساده تر است!

خودت حل کنی بهتره شکل مناسب رسم کنید و از مرکزهای دو دایره به نقاط تقاطع وصل کنید.



درس نامه مطابق شکل، دو دایره با شعاع r که هر یک از مرکز دیگری می گذرد، در A و B متقاطع اند. پس AOO' و BOO' مثلث های متساوی الاضلاع به طول r هستند، پس AH و BH ارتفاع های این مثلث هستند و طول هر کدام $\frac{\sqrt{3}}{2}r$ است؛ پس $AB = \sqrt{3}r$.



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): با توجه به شکل، معادله AB به صورت

$$x + y = 6 \text{ است، از طرفی } H = \frac{1}{2}(A + B) = (3, 3) \text{ پس } OO' \text{ که بر } AB \text{ عمود است دارای شیب}$$

$$1 \text{ است } (m_{OO'} = \frac{-1}{m_{AB}}) \text{ و از آن جا که از نقطه } H(3, 3) \text{ می گذرد، معادله آن به صورت } y = x \text{ است؛}$$

یعنی در واقع OO' روی نیمساز ربع اول و سوم واقع است.

گام دوم (محاسبه شعاع دایره): همان طور که در درس نامه گفتیم $AB = \sqrt{3}r$ ، از طرفی داریم:

$$|AB| = \sqrt{(6-0)^2 + (0-6)^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3}r = 6\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

پس:

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به شکل، اختلاف طول مرکزهای دو دایره برابر با طول LL' است

که طول LL' هم با طول OK برابر است. در مثلث KOO' داریم:

$$\cos 45^\circ = \frac{OK}{OO'} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{OK}{2\sqrt{6}} \Rightarrow OK = \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۳۲

اندازه تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, m, 0)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (m, 2, 1)$ برابر با ۲ است. حداقل طول بردار $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

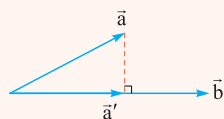
$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در فصل بردارها، یکی از مهم ترین مباحث، تصویر یک بردار بر بردار دیگر است. روابط آن را به خوبی یاد بگیرید، این سؤال شبیه یکی از سؤال های کنکور سراسری دی ماه ۱۴۰۱ است.

خود حل کنی بهتره با استفاده از فرمول تصویر یک بردار بر امتداد بردار دیگر، m را به دست آورید.



$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

درس نامه •• طول تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ برابر است با:

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه m): بنا به فرض، طول تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, m, 0)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (m, 2, 1)$ برابر با ۲ است، پس:

$$\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} = 2 \Rightarrow \frac{|(1, m, 0) \cdot (m, 2, 1)|}{\sqrt{m^2 + 2^2 + 1^2}} = 2 \Rightarrow \frac{|m + 2m + 0|}{\sqrt{m^2 + 5}} = 2 \Rightarrow \frac{|3m|}{\sqrt{m^2 + 5}} = 2 \Rightarrow |3m| = 2\sqrt{m^2 + 5}$$

اگر طرفین تساوی اخیر را به توان دو برسانیم، داریم: $9m^2 = 4(m^2 + 5) \Rightarrow 9m^2 = 4m^2 + 20 \Rightarrow 5m^2 = 20 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): اگر $m = 2$ ، داریم: $\vec{a} = (1, 2, 0) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (3, 4, 1) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{26}$

و اگر $m = -2$ ، داریم: $\vec{a} = (1, -2, 0) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (-1, 0, 1) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

پس کمترین طول بردار $\vec{a} + \vec{b}$ برابر با $\sqrt{2}$ است.

تست و پاسخ ۳۳

از کانون سهمی به معادله $x^2 - 4x + y = m$ خطی موازی با خط هادی آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در A و B قطع کند. اگر C نقطه تقاطع خط هادی با نیمساز ربع اول و سوم باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

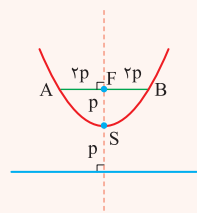
مشاوره سؤالی در مورد خاصیت وتر کانونی در سهمی که هر چند به طور مستقیم در کتاب درسی به آن اشاره نشده، اما موضوع مهمی است که در درس نامه به آن پرداخته‌ایم. این سؤال، مشابه یکی از سؤال‌های کنکور سراسری دی ماه ۱۴۰۱ است.

خود حل کنی بهتره AB وتر کانونی سهمی است.

درس نامه •• (۱) اگر معادله یک سهمی به شکل $Ax^2 + Bx + Cy + D = 0$ یا $Ay^2 + By + Cx + D = 0$ باشد، پارامتر این سهمی

(فاصله کانون از خط هادی یا فاصله کانون از رأس) برابر است با $p = \left| \frac{C}{4A} \right|$.

(۲) در هر سهمی طول وتر کانونی که از کانون گذشته و با خط هادی موازی است (یا به بیان دیگر بر محور تقارن عمود است) که به آن وتر کانونی می‌گوییم، برابر با $4p$ است؛ یعنی در شکل رسم شده داریم: $AB = 4p$.



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه پارامتر سهمی): بنا به آنچه در درس نامه گفتیم، پارامتر سهمی به معادله $x^2 - 4x + y - m = 0$ برابر

$$p = \left| \frac{1}{4 \times 1} \right| = \frac{1}{4}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): همان طور که در شکل می‌بینید، اگر C نقطه دلخواه، واقع بر خط هادی سهمی و AB وتر کانونی آن باشد، داریم:

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} (4p)(2p) = 4p^2$$

$$S(\triangle ABC) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

در این سؤال داریم $p = \frac{1}{4}$ ، پس:



تست و پاسخ ۳۴

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ 0 & 2 & x \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن گاه به ازای کدام مقدار x ، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس

ABC برابر با صفر است؟

۴) -۱

۳) -۳

۲) ۵

۱) ۲

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این مدل سؤال‌ها را در کنکور بارها دیده‌ایم. راه حل سختی هم ندارد، فقط حواستان باشد که لازم نیست کل درایه‌های ماتریس ABC را حساب کنید.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه ماتریس ABC): با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$ABC = (AB)C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ 0 & 2 & x \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ 0 & 2 & x \\ x & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

حالا باید حواستان باشد که لازم نیست کل ضرب دو ماتریس اخیر را انجام دهید، چون فقط با درایه‌های قطر اصلی ماتریس حاصل ضرب کار داریم:

$$= \begin{bmatrix} 4x & \dots & \dots \\ \dots & 2 & \dots \\ \dots & \dots & 1-3x \end{bmatrix}$$

$$4x + 2 + 1 - 3x = 0$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا سؤال می‌گوید:

پس:

تست و پاسخ ۳۵

اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ماتریسی باشد که $a_{ij} = \begin{cases} i-j & ; i \neq j \\ i-1 & ; i = j \end{cases}$ ، آن گاه حاصل $\left| \frac{A}{3} \right| A$ کدام است؟

۲) ۳۶

۱) ۴۸

۴) ۱۲

۳) ۲۴

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مشابه این سؤال را هم در کنکور، زیاد داشته‌ایم. سؤال‌های سختی هم نیستند، فقط باید بتوانید دترمینان را حساب کرده و رابطه خارج کردن عدد ثابت از داخل دترمینان را بدانید.

درس‌نامه ۱) در محاسبه دترمینان‌های 3×3 برای صرفه‌جویی در وقت، بهتر است بسط دترمینان را نسبت به سطر یا ستونی که بیشترین صفر را دارد انجام دهید.

۲) اگر A یک ماتریس $n \times n$ و k عددی ثابت باشد، داریم $|kA| = k^n |A|$ ؛ مثلاً اگر A ماتریسی 2×2 باشد، داریم $|2A| = 2^2 |A|$ ، ولی اگر A ماتریسی 3×3 باشد، داریم $|2A| = 2^3 |A|$.

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال):

$$\left| \frac{A}{3} \right| A = \left(\frac{|A|}{3} \right) |A| = \frac{|A|^2}{3}$$

$\left| \frac{A}{3} \right|$ یک عدد ثابت است، پس اگر A ماتریسی 3×3 باشد، داریم:

پس باید مقدار $|A|$ را حساب کنیم.



گام دوم (تشکیل ماتریس A): با توجه به رابطه $a_{ij} = \begin{cases} i-j, & i \neq j \\ i-1, & i = j \end{cases}$ ، درایه‌های قطر اصلی ماتریس A برابرند با شماره سطر آن‌ها منهای یک و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابرند با شماره سطر منهای شماره ستون، پس:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} i=1 \\ i=2 \\ i=3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} j=1 & j=2 & j=3 \end{matrix}$$

گام سوم (محاسبه $|A|$ و خواسته سؤال):

$$|A| = 0 - (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 4 + 2 = 6$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{داریم: با بسط نسبت به سطر اول، داریم:}$$

$$\frac{|A|^4}{3^3} = \frac{6^4}{3^3} = \frac{2^4 \times 3^4}{3^3} = 2^4 \times 3 = 48$$

پس خواسته سؤال برابر است با:

تست و پاسخ ۳۶

معادله سیاله $11x + 17y = 1000$ چند دسته جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال پرتکرار کنکور که حتماً باید آن را حل کنید.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا دو طرف معادله را به پیمانه ضرب کوچک‌تر می‌بریم؛ چون $11x \equiv 0$ داریم:

$$11x + 17y = 1000 \Rightarrow 17y \equiv 1000 \xrightarrow{1000 \equiv -1} 6y \equiv -1 \equiv -12 \xrightarrow{(\cdot 6, 11)=1} y \equiv -2 \Rightarrow y = 11k - 2$$

گام دوم: با جای گذاری y در معادله داریم:

$$11x + 17(11k - 2) = 1000 \Rightarrow x = \frac{1000 + 34 - 17(11k)}{11} = 94 - 17k$$

گام سوم: جواب معادله برابر است با:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 94 - 17k \geq 0 \\ y = 11k - 2 \geq 0 \end{cases}$$

گام چهارم: فقط به ازای $k = 1, 2, 3, 4, 5$ هر دوی x و y صحیح و نامنفی هستند، پس معادله، پنج جواب دارد.

تست و پاسخ ۳۷

باقی‌مانده عدد $15^{48} - 12^{67}$ بر ۲۸ چند است؟

۱۵ (۲)

۱۱ (۱)

۲۳ (۴)

۱۹ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از هر قسمت نظریه اعداد در کنکور سؤال نیاید، از بحث به دست آوردن باقی‌مانده سؤال خواهد آمد.

خود حل کنی بهتره $28 = 4 \times 7$ بنویسید و از قضیه ک.م.م پیمانه‌ها استفاده کنید.

درس نامه •• تغییر پیمانه در همنهشتی

(۱) اگر دو عدد به پیمانه m هم‌نهشت باشند، به پیمانهٔ مقسوم‌علیه‌های m نیز هم‌نهشت هستند. مثلاً اگر $a \equiv b$ ، آن‌گاه $a \equiv b$ ، $a \equiv b$ و $a \equiv b$ نیز برقرار است.

۲) اگر دو عدد به پیمانه m و n همنهشت باشند، به پیمانه k م.م. n و m نیز همنهشت هستند. مثلاً اگر $a \equiv b \pmod{11}$ و $a \equiv b \pmod{7}$ ، آن گاه $a \equiv b \pmod{77}$.

۳) اگر پیمانه عددی بزرگ و غیراول باشد، می‌توانیم آن را به ضرب دو عدد (که نسبت به هم اول‌اند) بشکنیم. باقی‌مانده را به هر دو عدد به دست آوریم، سمت راست هر دو همنهشتی را یکسان کرده و از ویژگی ۲ استفاده کنیم. (مثل این سؤال)

به زبان دیگر:

$$a \equiv_n b, a \equiv_m b \Rightarrow a \equiv_{[n,m]} b$$

پاسخ تشریحی گام اول: $4 \times 7 = 28$ ؛ پس ابتدا باقی مانده عدد داده شده را بر ۴ و ۷ به دست می آوریم:

$$12^{\mathcal{F}V} - 15^{\mathcal{F}A} \equiv 0 - (-1)^{\mathcal{F}A} \equiv -1 \equiv 3$$

$$1^{\text{ع}} - 1^{\text{ف}} \equiv (-2)^{\text{ع}} - 1^{\text{ف}} \equiv -\binom{2}{1} \times 2 - 1 \equiv -3 \equiv 4$$

همیشه ۱

گام دوم:

دقت دارد که $۲^۷ = ۸ \equiv ۱$

گام سوم: اگر عدد داده شده را A بگیریم، داریم: $A \equiv 3 \pmod{4}$ و $A \equiv 4 \pmod{7}$. باید دو طرف همزهستی را یکسان کنیم. با نیم‌نگاهی به گزینه‌ها داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \equiv 3 + 2(\text{۴}) = 11 \\ A \equiv 4 + 7 = 11 \end{array} \right. \Rightarrow A \equiv 11 \Rightarrow \text{باقی مانده } A \text{ بر } 11 \text{ برابر است.}$$

حواستون باشه بعد از این که فهمیدیم باقی مانده A بر 4 برابر 3 و باقی مانده A بر 7 برابر 4 می شود، گزینه ای درست است که این دو شرط را داشته باشد. فقط باقی مانده عدد 11 بر 4 و 7 به ترتیب برابر 3 و 4 است.

تست و پاسخ

عدد احاطه‌گری گراف

در گراف ۴- منتظم G از مرتبه ۶ مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

۴ (۴

3 (3)

2 (2)

1 (1)

پاسخ: گزینه ۲

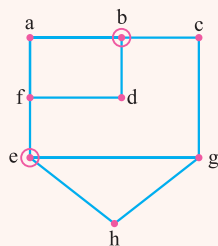
مشاوره احاطه‌گری جزء مباحث سادهٔ کنکور است که یک سؤال از آن می‌آید. اگر فرصت کمی برای دوره دارید این موضوع را در اولویت قرار دهید.

درس نامه •• مجموعه احاطه گر مینیمم

مجموعهٔ احاطه‌گری که کم‌ترین تعداد رأس را در بین همهٔ مجموعه‌های احاطه‌گر دارد، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم می‌گوییم؛ مثلاً در گراف مقابل رأسی وجود ندارد که به همهٔ رأس‌های دیگر متصل باشد؛ پس مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم حداقل دو عضو دارد، اما مجموعهٔ $\{e, b\}$ کل رأس‌ها را احاطه می‌کند؛ پس این مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

عدد احاطه‌گری گراف

تعداد عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمم را عدد احاطه‌گری گراف گفته و با نماد $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم، مثلاً در گراف بالا $\gamma(G) = 2$ است.





نکات ۱ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم گراف را یک γ - مجموعه می‌گوییم، مثلاً در گراف بالا $\{e, b\}$ یک γ - مجموعه است.

۲ اگر گراف رأس درجهٔ $p-1$ (رأس فول یا رأسی که به همهٔ رأس‌های دیگر متصل است) داشته باشد: $\gamma(G) = 1$.

۳ قضیهٔ مهم: کران پایین عدد احاطه‌گری: اگر گراف دارای n رأس باشد:

$$\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \leq \gamma(G)$$

(نماد $\lceil x \rceil$ یا سقف x به این معنی است که اگر x غیر صحیح باشد آن را به بالا گرد می‌کنیم؛ مثلاً $\lceil 2/3 \rceil = 1$ یا $\lceil 1/5 \rceil = 1$ اما $\lceil 2 \rceil = 2$.)

پاسخ تشریحی گام اول: طبق قضیهٔ کران پایین داریم:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6}{4+1} \right\rceil = 2$$

گام دوم: هر رأس به غیر از خودش ۴ رأس را احاطه می‌کند؛ پس با برداشتن یک رأس، ۵ رأس احاطه می‌شود. اگر تنها رأس باقی‌مانده را نیز برداریم، گراف قطعاً با دو رأس احاطه می‌شود، پس $\gamma = 2$.

تست و پاسخ ۳۹

هر زیرمجموعهٔ حداقل ۱۲ عضوی از اعداد دورقمی نابیشتر از m ، حداقل ۲ عضو با مجموع ۴۰ دارد. m حداکثر چه قدر است؟

$\{10, 11, 12, \dots, m\}$

۲۷ (۴)

۲۸ (۳)

۳۰ (۲)

۲۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره درس دوم فصل سوم گسسته شامل موضوعات اصل شمول - شمارش تابع‌ها و اصل لانه کیبوتری است. تجربهٔ این چندساله نشان داده که طراحان به اصل لانه کیبوتری بیشتر از دو موضوع دیگر علاقه‌مند هستند.

خودت حل کنی بهتره از بزرگ‌ترین گزینه شروع کرده و اعداد را طوری دسته‌بندی کنید که مجموع آن‌ها ۴۰ باشد.

درس نامه ● روش جفت‌سازی در حل مسئله‌های اصل لانه کیبوتری

در برخی از مسئله‌های اصل لانه کیبوتری باید ثابت کنیم که اگر حداقل فلان تعداد انتخاب کنیم، دو عدد با ویژگی مورد نظر (مثلاً جمع خاص) در بین اعداد وجود دارد. روش این جوری است که اعداد را دوتادوتا که همان ویژگی را دارند دسته‌بندی می‌کنیم؛ البته ممکن است برخی اعداد جفتی نداشته باشند و تک‌عضوی باقی بمانند.

اگر یکی بیشتر از تعداد مجموعه‌ها (لانه‌ها) برداریم، مطمئن هستیم که دو عدد با همان ویژگی در بین اعداد انتخابی وجود دارد. (مجموعه‌های تک‌عضوی هم لانه به حساب می‌آیند.)

پاسخ تشریحی گام اول: از بزرگ‌ترین گزینه شروع می‌کنیم. اگر $m = 30$ بگیریم، مجموعهٔ داده‌شده $\{10, 11, 12, \dots, 30\}$ می‌شود.

گام دوم: اعداد را دوتادوتا طوری دسته‌بندی می‌کنیم که مجموع آن‌ها ۴۰ شود:

$\{10, 30\}, \{11, 29\}, \dots, \{19, 21\}, \{20\}$
تا ۱۱

گام سوم: ۱۱ لانه داریم، پس اگر ۱۲ عدد (زیرمجموعهٔ ۱۲ عضوی) انتخاب کنیم، طبق اصل لانه کیبوتری از یکی از این مجموعه‌ها هر دو عدد انتخاب می‌شوند که جمع همین دو عدد ۴۰ می‌شود؛ پس اگر $m = 30$ باشد، عبارت گفته‌شده قطعاً درست است.

حواستون باشه اگر $m = 29$ (یا سایر گزینه‌ها) باشد، باز هم با انتخاب ۱۲ عدد مجموع دو عدد ۴۰ می‌شود، ولی سؤال بزرگ‌ترین m را خواسته است.



تست و پاسخ ۴۰

اگر $\Delta = \delta + 2 = 5$ و مقدار $p(G)$ برابر ۱۳ باشد، گراف G حداقل چند یال دارد؟

$\delta = 3$ و $\Delta = 5$

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره فصل گراف پر از نمادهای مختلف است که بدون دانستن آنها، سؤال قابل حل نخواهد بود. پیشنهاد می‌کنم یک بار تمام نمادها را بنویسید و آنها را به خاطر بسپارید.

خودت حل کنی بهتره درجه‌ها را در کم‌ترین حالت ممکن بنویسید. حواستان باشد تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد.

درس نامه به دست آوردن حداقل و حداکثر تعداد یال‌ها از روی درجه‌ها

می‌دانیم گرافی رأس‌هایی از درجهٔ مینیمم (δ) و ماکزیمم (Δ) دارد.

(۱) برای این که بیشترین تعداد یال‌ها را به دست آوریم، یک رأس از درجهٔ δ و بقیه را از درجهٔ Δ قرار می‌دهیم.

(۲) برای این که کم‌ترین تعداد یال‌ها را به دست آوریم، یک رأس از درجهٔ Δ و بقیه را از درجهٔ δ قرار می‌دهیم.

تذکر مهم: در هر دو حالت دقت کنید که تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد (مثلاً در حالت اول اگر این اتفاق نیفتاد، یکی از درجه‌های Δ را به $\Delta - 1$ تغییر دهید) و سپس از قضیهٔ $\sum \deg(v_i) = 2q$ استفاده کنید.

پاسخ تشریحی

گام اول: از رابطهٔ $\Delta = \delta + 2 = 5$ نتیجه می‌شود $\delta = 3$ و $\Delta = 5$.

گام دوم: کم‌ترین تعداد یال‌ها را می‌خواهیم، پس درجه‌ها را تا حد امکان کوچک در نظر می‌گیریم.

$$\underbrace{5, 3, 3, \dots, 3}_{12 \text{ تا}}$$

گام سوم: تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد، پس نمی‌توانیم ۱۳ رأس فرد داشته باشیم؛ بنابراین یکی از رأس‌ها را درجهٔ ۴ در نظر می‌گیریم:

$$\underbrace{5, 4, 3, 3, \dots, 3}_{11 \text{ تا}}$$

گام چهارم:

$$2q = \text{مجموع درجات} \Rightarrow 2q = 5 + 4 + (11 \times 3) = 42 \Rightarrow q_{\min} = 21$$





تست و پاسخ ۴۱

در کدام مورد، همهٔ کمیت‌ها، اصلی‌اند و یکای آن‌ها در SI به درستی بیان شده است؟

- (۱) بار الکتریکی (کولن)، جرم (کیلوگرم)، شدت روشنایی (کندلا)
- (۲) دما (درجهٔ سلسیوس)، طول (متر)، مقدار ماده (مول)
- (۳) زمان (ثانیه)، جریان الکتریکی (آمپر)، مقدار ماده (کیلوگرم)
- (۴) جریان الکتریکی (آمپر)، مقدار ماده (مول)، دما (کلوین)

پاسخ: گزینه ۴

نکته دما با یکای کلوین (K) و مقدار ماده با یکای مول (mol) در SI، کمیت‌های اصلی هستند.

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ① نادرست. زیرا بار الکتریکی با یکای کولن در SI یک کمیت فرعی است.
- ② نادرست. زیرا یکای کمیت دما در SI، کلوین است.
- ③ نادرست. زیرا یکای مقدار ماده در SI، مول است.
- ④ درست

تست و پاسخ ۴۲

کدام یک از مقاومت‌های زیر در دزدگیرها استفاده می‌شود؟

- (۱) ترمیستور
- (۲) مقاومت نوری
- (۳) پتانسیومتر
- (۴) دیود نورگسیل

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی از مقاومت‌های نوری (LDR) در دزدگیرها استفاده می‌شود.

تست و پاسخ ۴۳

در کدام موارد زیر، از امواج مکانیکی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

- | | |
|---------------------------------|------------------|
| (الف) اندازه‌گیری تندی شارش خون | (ب) دستگاه سونار |
| (پ) اجاق خورشیدی | (ت) رادار دوپلری |
| (۱) الف و ب | (۲) الف و پ |
| | (۳) پ و ب |
| | (۴) ب و ت |

پاسخ: گزینه ۱

نکته در اندازه‌گیری تندی شارش خون، دستگاه سونار و رادار دوپلری از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود، با این تفاوت که در اندازه‌گیری تندی شارش خون و سونار از امواج مکانیکی، ولی در رادار دوپلری از امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود.

پاسخ تشریحی برای اندازه‌گیری تندی شارش خون (الف) و در دستگاه سونار برای ردیابی اجسام زیر آب (ب) از مکان‌یابی پژواکی امواج مکانیکی استفاده می‌شود.

بررسی موارد «پ» و «ت»:

در اجاق خورشیدی از بازتاب امواج الکترومغناطیسی برای گرم کردن اجسام استفاده می‌شود و ربطی به مکان‌یابی پژواکی ندارد.

در رادار دوپلری از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.





تست و پاسخ ۴۴

متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 3 \text{ s}$ ، $t_2 = 6 \text{ s}$ و $t_3 = 9 \text{ s}$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 10 \text{ m}$ ، $x_2 = -12/5 \text{ m}$ و $x_3 = 10 \text{ m}$ عبور می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در پنج ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

یعنی از لحظهٔ $t = 5 \text{ s}$ تا
لحظهٔ $t = 10 \text{ s}$

$$\begin{matrix} 12/5 & (2) \\ 25 & (4) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 7/5 & (1) \\ 15 & (3) \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در حل بسیاری از تست‌های حرکت‌شناسی، رسم نمودار سرعت-زمان، کمک بزرگی به ما می‌کند.

خودت حل کنی بهتره نمودار سرعت-زمان را برای این متحرک رسم کنید، سپس با تعیین سرعت اولیه و شتاب، سرعت لحظه‌ای در لحظه‌های $t = 5 \text{ s}$ و $t = 10 \text{ s}$ را به دست آورید و در پایان سرعت متوسط بین این دو لحظه را محاسبه کنید.

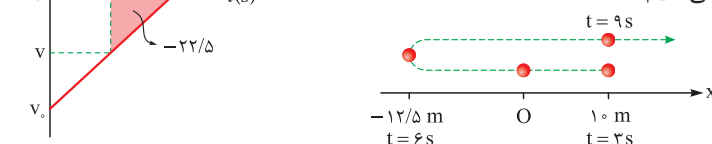
درس‌نامه... ۱) در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت-زمان به صورت یک خط شیب‌دار است که شیب آن شتاب حرکت را نشان می‌دهد و سطح محصور بین این نمودار و محور زمان، بیانگر جابه‌جایی متحرک است.

۲) معادلات حرکت با شتاب ثابت که در این جا به کار می‌روند:

$$\begin{array}{l} \text{تغییر سرعت (m/s)} \uparrow \\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \leftarrow \text{شتاب (m/s}^2\text{)} \\ \downarrow \text{بازهٔ زمانی (s)} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{زمان (s)} \uparrow \\ v = at + v_0 \leftarrow \text{سرعت اولیه (m/s)} \\ \downarrow \text{شتاب (m/s}^2\text{)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{سرعت در لحظه } t_2 \quad \text{سرعت در لحظه } t_1 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \leftarrow \text{سرعت متوسط (m/s)} \end{array}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به مسیر حرکت متحرک روی محور x ، سرعت آن در لحظهٔ $t = \frac{3+9}{2} = 6 \text{ s}$ باید صفر باشد. بر این اساس، نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم.



گام دوم: با استفاده از جابه‌جایی متحرک بین $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$ که برابر مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ است، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 3 \text{ s}$ به دست می‌آید:

$$-22/5 = \frac{v \times 3}{2} \Rightarrow v = -15 \text{ m/s}$$

گام سوم: با نوشتن نسبت تشابه بین مثلث‌ها، سرعت اولیه محاسبه می‌شود.

$$\frac{6}{3} = \frac{v_0}{-15} \Rightarrow v_0 = -30 \text{ m/s}$$

گام چهارم: شیب خط نمودار سرعت-زمان را که همان شتاب حرکت است، به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-30)}{6 - 0} = 5 \text{ m/s}^2$$

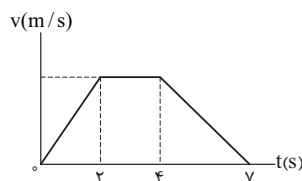
گام پنجم: با استفاده از معادلهٔ سرعت، سرعت لحظه‌ای متحرک را در لحظه‌های $t_1 = 5 \text{ s}$ و $t_2 = 10 \text{ s}$ به دست می‌آوریم و از روی آن، سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 5 \times 5 + (-30) = -5 \text{ m/s} \\ v_2 = 5 \times 10 + (-30) = 20 \text{ m/s} \end{array} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{-5 + 20}{2} = 7.5 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۵

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1$ s تا $t_2 = 6$ s برابر 0.4 m/s^2 باشد، تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه اول، چند برابر تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_3 = 3$ s تا $t_4 = 5$ s است؟



$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{6}{11} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره اهمیت نمودار سرعت-زمان و ویژگی های آن در حرکت شناسی، قابل توجه است.

درس نامه

(۱) تندی متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می آید و همواره مثبت است.

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

$\uparrow$ مسافت (m)
 $\leftarrow$ تندی متوسط (m/s)
 $\downarrow$ بازه زمانی (s)

(۲) وقتی علامت سرعت تغییر نمی کند، مسافت با جابه جایی برابر بوده و از سطح زیر نمودار $v-t$ به دست می آید.

پاسخ تشریحی

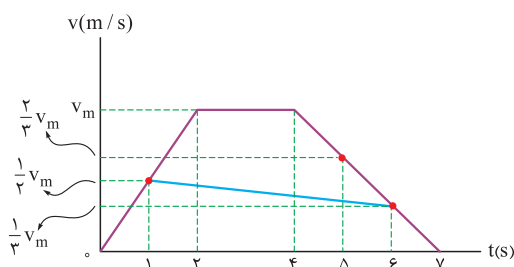
گام اول: سرعت متحرک را در لحظه های مطرح شده، روی

نمودار سرعت-زمان مشخص می کنیم و بیشترین سرعت متحرک را v_m می نامیم.

با نوشتن نسبت تشابه، به راحتی معلوم می شود که در لحظه $t = 1$ s سرعت

متحرک $\frac{1}{3} v_m$ ، در لحظه $t = 6$ s سرعت متحرک $\frac{1}{3} v_m$ و در لحظه $t = 5$ s

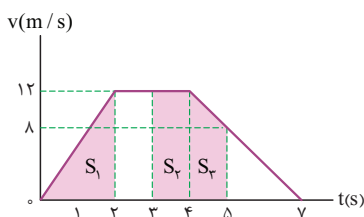
سرعت متحرک $\frac{2}{3} v_m$ است.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{3} v_m - \frac{2}{3} v_m}{6 - 1} = \frac{-\frac{1}{3} v_m}{5} = -\frac{1}{15} v_m$$

رابطه شتاب متوسط بین $t = 1$ s تا $t = 6$ s را می نویسیم:

$$|a_{av}| = 0.4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow -0.4 = -\frac{1}{15} v_m \Rightarrow v_m = 12 \text{ m/s}$$



گام دوم: مساحت سطح زیر نمودار را در بازه های زمانی 0 s تا 2 s و 3 s تا 5 s به دست می آوریم؛

سپس نسبت تندی های متوسط را محاسبه می کنیم:

$$S_1 = \frac{12 \times 2}{2} = 12 \text{ m}$$

$$S_2 = 12 \times 1 = 12 \text{ m}$$

$$S_3 = \frac{(12 + 0) \times 3}{2} = 18 \text{ m}$$

$$\frac{S_{av}(2 \text{ s تا } 0 \text{ s})}{S_{av}(5 \text{ s تا } 3 \text{ s})} = \frac{S_1}{S_2 + S_3} = \frac{12}{12 + 18} = \frac{2}{5}$$

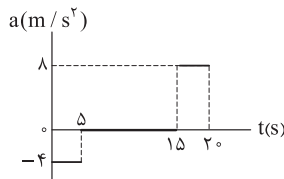
تکنیک بدون نیاز به بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی $t = 3$ s تا $t = 5$ s و بدون محاسبه اندازه v_m ، می توان نسبت تندی های خواسته شده

را برحسب v_m نوشت و پس از ساده سازی، جواب را به دست آورد.



تست و پاسخ ۴۶

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان، از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد، کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در ۲۰ ثانیه اول درست است؟



سرعت آن یک بار صفر می شود.

(الف) اندازه جابه جایی متحرک ۳۰۰ m است.

(ب) اندازه شتاب متوسط متحرک ۱ m/s² است.

(پ) جهت بردار سرعت متحرک یک بار عوض می شود.

یک بار از مبدأ مکان می گذرد.

(ت) جهت بردار مکان متحرک یک بار عوض می شود.

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

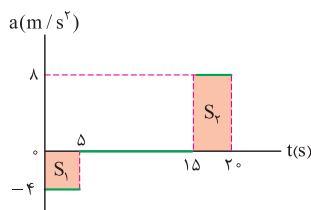
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید و براساس آن هر یک از موارد (الف) تا (ت) را بررسی کنید.

درس نامه (۱) مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان در هر بازه زمانی، تغییر سرعت متحرک در آن بازه زمانی را نشان می دهد.

(۲) در حرکت روی محور x ، در لحظه ای که جهت بردار سرعت عوض می شود، سرعت متحرک صفر می شود.

(۳) در حرکت روی محور x ، هرگاه متحرک از مبدأ مکان بگذرد، جهت بردار مکان آن عوض می شود.



پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از سطح زیر نمودار شتاب - زمان، تغییرات سرعت

متحرک در بازه های زمانی دلخواه را به دست آورده و نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم:

$$S_1 = 5 \times (-4) = -20 \text{ m/s}$$

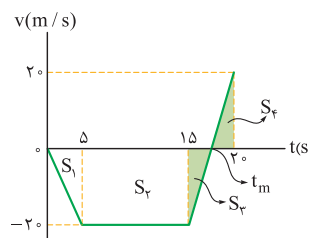
$$S_2 = 5 \times 8 = 40 \text{ m/s}$$

$$t = 0 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 0$$

$$t = 5 \text{ s} \Rightarrow v = 0 + (-20) = -20 \text{ m/s}$$

$$t = 15 \text{ s} \Rightarrow v = -20 + 0 = -20 \text{ m/s}$$

$$t = 20 \text{ s} \Rightarrow v = -20 + 40 = 20 \text{ m/s}$$



با توجه به تقارن مثلث های هاشورخورده S_1 و S_2 در طرفین t_m ، می توان نوشت:

$$t_m = \frac{15 + 20}{2} = 17.5 \text{ s}$$

گام دوم: عبارت های داده شده را بررسی می کنیم:

(الف) نادرست است. مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ ، جابه جایی متحرک را نشان می دهد:

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{-20 \times 5}{2} + 10 \times (-20) = -50 - 200 = -250 \text{ m}$$

(ب) درست است.

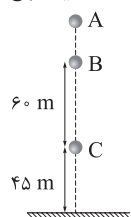
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{20 - 0} = 1 \text{ m/s}^2$$

(پ) درست است. در لحظه $t_m = 17.5 \text{ s}$ سرعت متحرک صفر شده و جهت آن از سوی منفی به مثبت تغییر می کند.

(ت) نادرست است. متحرک در این بازه زمانی پس از شروع حرکت، هیچ گاه جابه جایی صفر پیدا نکرده و به مبدأ مکان بازنگشته است.

تست و پاسخ ۴۷

در شکل زیر، گلوله‌ای در شرایط خلأ از نقطه A رها می‌شود و ۲ s طول می‌کشد تا فاصله دو نقطه B و C را طی کند. تندی گلوله، ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

۴۵ (۴)

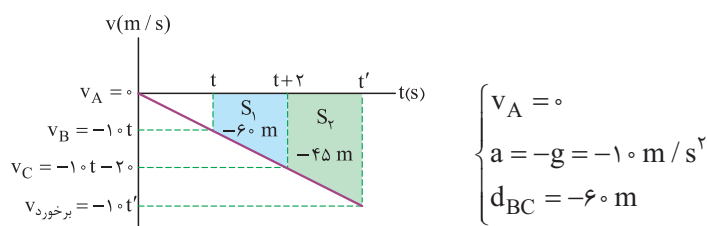
۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با توجه به اطلاعات سؤال، نمودار $v-t$ متحرک را رسم کرده و به کمک مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور t و ویژگی‌های حرکت شتابدار سقوط آزاد، تندی متحرک در ۳ ثانیه قبل از برخورد را به دست آورید.

درس نامه با توجه به این که سقوط آزاد یک حرکت شتاب ثابت با شتاب $-g$ است، به ازای هر ثانیه، سرعت متحرک، به اندازه 10 m/s در جهت منفی افزایش می‌یابد (یعنی t ثانیه پس از رهاشدن سرعت متحرک برابر با $v = -10t$ است).

پاسخ تشریحی **روش اول:** با توجه به اطلاعات مسئله نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:



$$\Delta x_1 = S_1 \Rightarrow -60 = \frac{(-10t + (-10t - 20)) \times 2}{2} \Rightarrow t = 2 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} v_B = -20 \text{ m/s} \\ v_C = -40 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_2 = S_2$$

$$\Rightarrow -45 = \frac{(-40 + (-10t'))(t' - 2)}{2}$$

$$\Rightarrow -90 = -10t'^2 + 160 \Rightarrow 10t'^2 = 250 \Rightarrow t' = 5 \text{ s} \Rightarrow v_{\text{برخورد}} = -10(5) = -50 \text{ m/s}$$

در نهایت درمی‌یابیم ۳ ثانیه قبل از رسیدن گلوله به زمین همان لحظه $t = 5 - 3 = 2 \text{ s}$ است (تندی گلوله در نقطه B).

$$\Rightarrow v_B = -20 \text{ m/s} \Rightarrow |v_B| = 20 \text{ m/s}$$

روش دوم: با توجه به این که سقوط آزاد یک حرکت شتاب ثابت است؛ داریم:

$$\Delta y_{BC} = \left(\frac{v_B + v_C}{2} \right) \Delta t \Rightarrow -60 = \left(\frac{v_B + v_C}{2} \right) 2 \Rightarrow v_B + v_C = -60 \quad (I)$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=2 \text{ s}, g=10 \text{ m/s}^2]{v_C = -gt + v_B} v_C = v_B - 20 \xrightarrow{(I)} v_B + v_B - 20 = -60 \Rightarrow 2v_B = -40 \Rightarrow v_B = -20 \text{ m/s}$$

حال با داشتن v_B و جابه‌جایی متحرک از نقطه B تا لحظه برخورد، تندی متحرک در لحظه برخورد را به دست می‌آوریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}g(\Delta t)^2 + v_0(\Delta t) \xrightarrow[g=10 \text{ m/s}^2, \Delta y=-105 \text{ m}]{v_0=v_B=-20 \text{ m/s}} -105 = -5(\Delta t)^2 - 20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 3 \text{ s}$$

تکنیک در سقوط آزاد اجسام، بدون سرعت اولیه، مسافت‌های طی شده در ثانیه‌های متوالی به ترتیب 5 m ، 15 m ، 25 m ، 35 m ، 45 m ... است؛

پس ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، گلوله در نقطه B و $t = 2 \text{ s}$ است. $|v_B| = 20 \text{ m/s}$ و $v_B = -20 \text{ m/s}$ $\xrightarrow[t=2 \text{ s}]{v = -gt}$

بنابراین اختلاف زمانی نقطه B تا لحظه برخورد $(\Delta t = 3 \text{ s})$ است، پس ۳ ثانیه قبل از برخورد همان نقطه B است؛ یعنی تندی متحرک در ۳ ثانیه قبل از برخورد به زمین همان تندی متحرک در لحظه B، $|v_B| = 20 \text{ m/s}$ است.



تست و پاسخ ۴۸

نردبانی به جرم 20 kg ، به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه دارد. اگر اندازهٔ بیشترین نیرویی که این نردبان می‌تواند به سطح افقی وارد کند، برابر 250 N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پایهٔ نردبان کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

به اندازهٔ نیروی سطح (R)

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

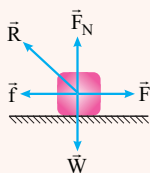
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در حل سؤال‌های دینامیک، نیروی سطح را با نیروی عمودی سطح اشتباه نگیرید.

خودت حل کنی بهتره نیروهای وارد بر نردبان را روی شکل نشان دهید و با استفاده از تعادل نردبان، $f_{s,max}$ و μ_s را به دست آورید.

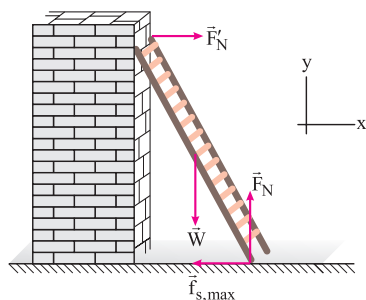
درس نامه ۱) نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت، بیشینهٔ نیروی اصطکاک است که در حال سکون بر جسم اثر می‌کند.

نیروی عمودی سطح (N)
 $f_{s,max} = \mu_s F_N$
 ← نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت (N)
 ضریب اصطکاک ایستایی



۲) از طرف سطح تماس، در حالت کلی دو نیروی $\vec{F}_N$ (نیروی عمودی سطح) و $\vec{f}$ (نیروی اصطکاک) بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و براینند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم.

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$



پاسخ تشریحی گام اول: نیروهای وارد بر نردبان را روی شکل نشان می‌دهیم. با توجه به ساکن بودن نردبان، در هر دو راستای افقی و قائم نیروی خالص وارد بر آن، صفر است.

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

گام دوم: نیروی $\vec{R}$ از طرف سطح افقی بر پایهٔ نردبان وارد می‌شود. بیشترین مقدار این نیرو، زمانی است که نردبان در آستانهٔ حرکت باشد:

$$R_{max} = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow 250 = \sqrt{200^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow (5 \times 50)^2 = (4 \times 50)^2 + f_{s,max}^2$$

$$f_{s,max} = 3 \times 50 = 150 \text{ N}$$

با توجه به رابطهٔ $(\Delta k)^2 = (4k)^2 + (3k)^2$ ، می‌توان نوشت:

گام سوم: رابطهٔ نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را می‌نویسیم و ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{f_{s,max}=150 \text{ N}, F_N=200 \text{ N}} \mu_s = \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$$

تست و پاسخ ۴۹

ماهواره‌ای در ارتفاع 800 کیلومتری از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر این ماهواره به فاصلهٔ 8000 کیلومتری از مرکز زمین منتقل شود،

$$r = R_e + h$$

اندازهٔ نیروی گرانشی‌ای که از طرف زمین به آن وارد می‌شود، چند درصد کاهش می‌یابد؟ ($R_e = 6400 \text{ km}$)

$$19 \quad (۲)$$

$$10 \quad (۱)$$

$$90 \quad (۴)$$

$$36 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در حل تست‌های مربوط به ماهواره، توجه داشته باشید که فاصله ماهواره تا سطح زمین با فاصله آن تا مرکز زمین را اشتباه نگیرید.

خودت حل کنی بهتره رابطه شتاب گرانشی با فاصله ماهواره از مرکز زمین در دو حالت را نسبت به هم بنویسید و از آنجا تغییر نیروی گرانشی را به دست آورید.

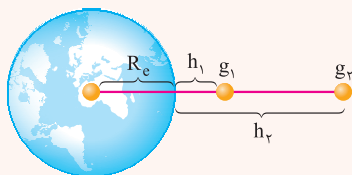
درس نامه اگر به مقدار قابل ملاحظه‌ای از سطح کره زمین فاصله بگیریم، مقدار g به طور محسوسی کاهش می‌یابد. به طوری که شتاب گرانش در اطراف کره زمین، با مربع فاصله از مرکز زمین، نسبت وارون دارد.

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

g_1 = شتاب گرانش در فاصله r_1 از مرکز زمین

g_2 = شتاب گرانش در فاصله r_2 از مرکز زمین

فاصله از سطح زمین
↑
 $r = R_e + h$ ← فاصله از مرکز زمین
↓
شعاع زمین



$$r_1 = R_e + h_1, \quad r_2 = R_e + h_2$$

پاسخ تشریحی گام اول: نسبت شتاب گرانشی در دو حالت را می‌نویسیم:

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_1 = R_e + h_1, R_e = 6400 \text{ km}, h_1 = 800 \text{ km}} \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{6400 + 800}{8000}\right)^2 = \left(\frac{7200}{8000}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{9}{10}\right)^2 = 0.81$$

گام دوم: تغییر نیروی گرانشی را بر حسب درصد محاسبه می‌کنیم:

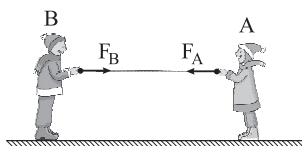
$$\frac{mg_2 - mg_1}{mg_1} \times 100 = \frac{g_2 - g_1}{g_1} \times 100 = \frac{0.81g_1 - g_1}{g_1} \times 100 = -19\%$$

علامت منفی، نشان‌دهنده کاهش نیروی گرانشی است.

توجه اندازه جرم جسم در این جا بی‌تأثیر است.

تست و پاسخ (۵۰)

دو شخص هم جرم A و B دو سر طناب افقی با جرم ناچیز را گرفته و می‌کشند. در لحظه‌ای که هر دو شخص ساکن هستند، کدام مورد زیر درست است؟ (طناب افقی است.)



(۱) نیروهای F_A و F_B کنش و واکنش‌اند.

(۲) نیروهای F_A و F_B هم‌اندازه‌اند.

(۳) واکنش نیروی F_A به شخص A وارد می‌شود.

(۴) بزرگی نیروی کشش طناب، برابر با $F_A + F_B$ است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی F_A نیرویی است که طناب به شخص A وارد می‌کند و F_B نیرویی است که طناب به شخص B وارد می‌کند. پس این

دو نیرو کنش و واکنش نیستند (رد ۱)، واکنش نیروی F_A به طناب وارد می‌شود (رد ۳). همچنین چون طناب در حال تعادل است، پس

$F_A = F_B$ است (درستی ۲) و بزرگی نیروی کشش طناب برابر با F_A (یا F_B) است (رد ۴)؛ به عبارت دیگر طناب به عنوان رابط بین دو

شخص عمل می‌کند و هر دو شخص را با بزرگی نیروی یکسان می‌کشد.



تست و پاسخ ۵۱

متحرکی روی محیط یک دایره به شعاع 4 m با تندی ثابت در حال حرکت است. اگر اندازه شتاب مرکزگرای متحرک 10 m/s^2 باشد، در هر ثانیه، اندازه شتاب متوسط آن چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)

$$4\sqrt{5} \quad (4)$$

$$2\sqrt{10} \quad (3)$$

$$2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\sqrt{10} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا تندی متحرک و دوره تناوب حرکت دایره‌ای یکنواخت را به دست آورید، سپس از روی نسبت مدت زمان به دوره تناوب، تغییر سرعت متحرک و در نهایت شتاب متوسط را به دست آورید.

درس نامه در حرکت دایره‌ای یکنواخت، در مدت زمان $\frac{T}{4}$ ، اندازه تغییر سرعت متحرک برابر با $\Delta v = \sqrt{2}v$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به رابطه $a_c = \frac{v^2}{r}$ و $T = \frac{2\pi r}{v}$ تندی متحرک و دوره تناوب را به دست می آوریم:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \frac{a_c = 10\text{ m/s}^2}{r = 4\text{ m}} \rightarrow 10 = \frac{v^2}{4} \Rightarrow v^2 = 40 \Rightarrow v = 2\sqrt{10}\text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \frac{r = 4\text{ m}, \pi = \sqrt{10}}{v = 2\sqrt{10}\text{ m/s}} \rightarrow T = \frac{2\sqrt{10} \times 4}{2\sqrt{10}} = 4\text{ s}$$

گام دوم: با توجه به این که در مدت زمان $\frac{T}{4}$ ، یک چهارم محیط دایره پیموده می شود؛ داریم:

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \Rightarrow \Delta v = \sqrt{2} \times 2\sqrt{10} = 4\sqrt{5}\text{ m/s}$$

گام سوم: حال با داشتن Δv و Δt ، شتاب متوسط را به دست می آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \frac{\Delta v = 4\sqrt{5}\text{ m/s}}{\Delta t = 1\text{ s}} \rightarrow a_{av} = \frac{4\sqrt{5}}{1} = 4\sqrt{5}\text{ m/s}^2$$

تست و پاسخ ۵۲

جسمی به جرم 100 g روی پاره خطی به طول 4 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر بیشینه تکانه نوسانگر در SI ، $2 \times 10^{-3}\pi$ باشد، بسامد نوسانگر چند هرتز است؟

$$A = 2\text{ cm}$$

$$1 \quad (2)$$

$$0.25 \quad (4)$$

$$2 \quad (1)$$

$$0.5 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست به صورت ترکیبی، بین دو مبحث دینامیک و نوسان است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از رابطه تکانه، بیشینه سرعت نوسانگر را به دست آورید، سپس بسامد زاویه‌ای و از روی آن بسامد را حساب کنید.



درس نامه ۱ حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانه جسم می نامیم.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

جرم (kg) ↑
تکانه (kg.m/s) ←
سرعت (m/s) ↓

۲ اندازه بیشینه سرعت نوسانگر از رابطه زیر به دست می آید:

$$v_{\max} = A\omega$$

بسامد زاویه ای (rad/s) ↑
بیشینه سرعت (m/s) ←
دامنه (m) ↓

۳ رابطه بسامد زاویه ای و بسامد نوسانگر به صورت مقابل است:

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \text{بسامد (Hz)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه اندازه تکانه و اندازه سرعت را می نویسیم. توجه داشته باشید که وقتی اندازه تکانه، بیشینه باشد، اندازه سرعت

$$m = 100 \text{ g} = 10^{-1} \text{ kg}$$

نیز بیشینه است:

$$p_{\max} = mv_{\max} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \pi = 10^{-1} \times v_{\max} \Rightarrow v_{\max} = 2 \times 10^{-2} \pi \text{ (m/s)}$$

گام دوم: رابطه بیشینه سرعت نوسانگر را می نویسیم و از آنجا بسامد زاویه ای و بسامد نوسانگر را به دست می آوریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega=2\pi f} v_{\max} = A(2\pi f) \xrightarrow{\frac{v_{\max}=2 \times 10^{-2} \pi \text{ (m/s)}}{A=2 \text{ cm}=2 \times 10^{-2} \text{ m}}} 2 \times 10^{-2} \pi = 2 \times 10^{-2} (2\pi f) \Rightarrow f = 0.5 \text{ Hz}$$

تست و پاسخ ۵۳

مسافت طی شده توسط یک نوسانگر روی سطح افقی بدون اصطکاک، در هر دوره تناوب آن، برابر 20 cm است. اگر تندی نوسانگر در نقطه تعادل $\frac{\pi}{4} \text{ m/s}$ باشد، در لحظه ای که فاصله نوسانگر از نقطه تعادل 2 cm است، بزرگی شتاب آن در SI کدام است؟

$v_{\max}$

$$2\pi^2 (4)$$

$$\frac{\pi^2}{4} (3)$$

$$\pi^2 (2)$$

$$\frac{\pi^2}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره گرچه در مبحث نوسان، تعداد روابط، نسبتاً زیاد است، اما برای داشتن سرعت عمل کافی در حل تست ها، سعی کنید تا حد امکان آن ها را به خاطر بسپارید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا دامنه و بسامد زاویه ای نوسان را حساب کنید، سپس رابطه شتاب برحسب مکان نوسانگر را بنویسید تا بزرگی شتاب را به دست آورید.

درس نامه ۱ در هر دوره تناوب، مسافت طی شده، ۴ برابر دامنه نوسان است.

$$a = -\omega^2 x$$

بسامد زاویه ای (rad/s) ↑
شتاب (m/s²) ←
مکان نوسانگر (m) ↓

۲ رابطه شتاب نوسانگر برحسب مکان آن به صورت مقابل است:

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به قسمت (۱) درس نامه، دامنه نوسان را به دست می آوریم:

$$\ell = 4A \Rightarrow 20 = 4A \Rightarrow A = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

گام دوم: تندی نوسانگر هنگام عبور از نقطه تعادل، تندی بیشینه است و به صورت زیر به دست می آید:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{4} = 5 \times 10^{-2} \omega \Rightarrow \omega = \frac{10^{-1} \pi}{2} = 5\pi \text{ rad/s}$$

گام سوم: رابطه اندازه شتاب نوسانگر برحسب مکان آن را می نویسیم:

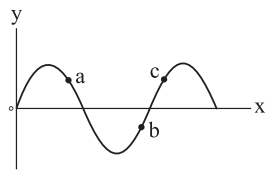
$$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = \omega^2 x \xrightarrow{\frac{\omega=5\pi \text{ rad/s}}{x=2 \times 10^{-2} \text{ m}}} |a| = (5\pi)^2 \times 2 \times 10^{-2} = 25\pi^2 \times 2 \times 10^{-2} = \frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2$$





تست و پاسخ ۵۴

نقش یک موج عرضی در یک لحظه، مطابق شکل زیر است. اگر در این لحظه، حرکت ذره **a** تندشونده باشد، کدامیک از موارد زیر دربارهٔ



ذره **a** رو به پایین حرکت می‌کند.

ذره‌های **b** و **c** در این لحظه درست هستند؟

(الف) بردار شتاب ذره **c** در جهت محور **y** است.

(ب) انرژی جنبشی ذره **b** در حال افزایش است.

(پ) بزرگی تکانهٔ ذره **c** در حال کاهش است.

(ت) بردار سرعت ذره **b** در خلاف جهت محور **y** است.

(۴) الف و ت

(۳) پ و ت

(۲) ب و پ

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا جهت انتشار موج و جهت حرکت ذره‌های **b** و **c** را مشخص کنید، سپس درستی عبارتها را بررسی کنید.

درس نامه

(۱) در یک حرکت هماهنگ ساده، جهت شتاب همیشه به طرف مرکز نوسان است. همچنین وقتی نوسانگر به طرف مرکز نوسان می‌رود حرکت آن تندشونده است و اگر از مرکز نوسان دور شود حرکت کندشونده دارد.

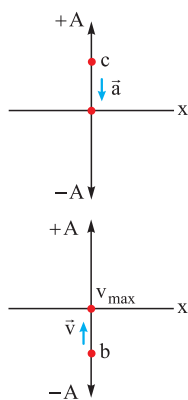
(۲) هرگاه جهت انتشار موج عرضی به سمت چپ باشد، یعنی آشفتگی‌ها از راست به چپ منتقل می‌شوند و هر ذره از محیط می‌خواهد حرکت ذره سمت راست خود را تکرار کند. (به طور متناظر این نکته را در مورد انتشار موج عرضی به سمت راست نیز می‌توان به کار برد.)

پاسخ تشریحی گام اول: در لحظهٔ نشان داده‌شده، ذره **a** حرکت تندشونده دارد، پس رو به پایین یعنی مرکز نوسان خود حرکت می‌کند؛

در نتیجه جهت انتشار موج عرضی به طرف چپ است.

اکنون عبارتها را بررسی می‌کنیم:

(الف) نادرست. با توجه به نکتهٔ ۱ درس‌نامه، باید بردار شتاب ذره **c** رو به پایین یعنی در خلاف جهت محور **y** باشد.



(ب) درست. با توجه به درس‌نامه، ذره **b** رو به مرکز نوسان خود حرکت می‌کند؛ پس تندی و انرژی جنبشی آن در حال افزایش است.

$$\uparrow K = \frac{1}{2} m \uparrow v^2$$

(پ) درست. ذره **c** رو به بالا یعنی به سمت نقطهٔ بازگشت خود حرکت می‌کند؛ پس تندی و تکانهٔ آن رو به کاهش است.

(ت) نادرست. ذره **b** رو به بالا در حال حرکت است؛ یعنی در جهت محور **y**؛ پس سرعت آن نیز در جهت محور **y** است.

تست و پاسخ ۵۵

شدت صوتی $4\sqrt{2} \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ است. تراز شدت این صوت چند دسی‌بل است؟ $(\log 2 = 0.3)$ و $10^{-6} \mu\text{W/m}^2 = I_0$

(۴) ۵۷ / ۵

(۳) ۵۴ / ۵

(۲) ۱۷ / ۵

(۱) ۱۴ / ۵

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره فقط کافی است رابطهٔ تراز شدت صوت را بنویسید و با کمی تسلط به محاسبات لگاریتمی، به جواب برسید.



درس نامه •• رابطه تراز شدت صوت به صورت زیر است:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

β = تراز شدت صوت (dB)

I = شدت صوت مورد نظر (W/m^2) I_0 = شدت مرجع یا آستانه شنوایی (W/m^2) 10^{-12} W/m^2 $10^{-6} \mu W/m^2$

پاسخ تشریحی با معلوم بودن I و I_0 در رابطه تراز شدت صوت، عددگذاری می کنیم:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{4\sqrt{2} \times 10^{-7}}{10^{-12}}\right) = 10 \log(4\sqrt{2} \times 10^5)$$

$$\Rightarrow \beta = 10 (\log 4 + \log \sqrt{2} + \log 10^5) = 10 (\log 2^2 + \log 2^{\frac{1}{2}} + 5)$$

$$\Rightarrow \beta = 10 (2 \times 0.3 + \frac{1}{2} \times 0.3 + 5) = 10 (0.6 + 0.15 + 5) = 57.5 \text{ dB}$$

تست و پاسخ ۵۶

بسامد هماهنگ چهارم تار به طول ۵۰ cm برابر ۲۰۰ Hz و نیروی کشش آن ۶۰ N است. اگر چگالی تار ۸ g/cm³ باشد، قطر مقطع آن چند میلی متر است؟ ($\pi = 3$)

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه بسامد هماهنگ n ام، تندی انتشار موج را به دست آورید، سپس قطر مقطع تار را از روی تندی انتشار به دست آورید.

درس نامه •• برای محاسبه تندی انتشار موج عرضی در یک تار با قطر مقطع D تحت کشش نیروی F ، از رابطه $v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$ استفاده می کنیم که در آن ρ چگالی تار است.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به رابطه بسامد هماهنگ n ام با تندی انتشار موج و طول تار، تندی انتشار موج را به دست می آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \frac{f_n = 200 \text{ Hz}}{L = 50 \text{ cm}, n = 4} \rightarrow 200 = \frac{4 \times v}{2 \times 50 / 100} \Rightarrow 200 = 4v \Rightarrow v = 50 \text{ m/s}$$

گام دوم: به کمک رابطه تندی انتشار موج عرضی در تار تحت کشش، قطر مقطع تار را به دست می آوریم:

$$v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} \quad \frac{v = 50 \text{ m/s}, F = 60 \text{ N}}{\rho = 8 \text{ g/cm}^3 = 8000 \text{ kg/m}^3} \rightarrow 50 = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{60}{8000 \times 3}} \Rightarrow 50 = \frac{1}{2D} \Rightarrow D = 2 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow D = 2 \text{ mm}$$

تست و پاسخ ۵۷

اختلاف بسامد دومین و سومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشته معین ۶۷/۵ THz است. این رشته کدام است؟

$$(R = \frac{1}{100} (\text{nm})^{-1}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

(۴) لیمان ($n' = 1$)

(۳) براکت ($n' = 4$)

(۲) پاشن ($n' = 3$)

(۱) بالمر ($n' = 2$)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در سؤالاتی که در خط طیف اتم هیدروژن مقادیر n و n' هم زمان مجهول است، ممکن است محاسبات پیچیده باشد و سؤال زمان زیادی را از ما بطلبد. توصیه می شود این نوع سؤال ها را در اولویت های بعدی برای حل قرار دهید. این سؤال الهام گرفته شده از کنکور فیزیک رشته تجربی در دی ماه ۱۴۰۱ است.





درس نامه ●● اگر الکترون اتم هیدروژن از مدار n به مدار n' برود، فوتونی تابش می کند که طول موج آن به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > n'$$

به R ثابت ریدبرگ گفته می شود که برابر با $\frac{E_R}{hc}$ است و تقریباً برابر $(nm)^{-1} \times 10^1$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول: طول موج حاصل از انتقال الکترون از دومین و سومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشته مشخص (n') را به کمک معادله ریدبرگ می نویسیم:

$$\frac{1}{\lambda_r} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_r} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right)$$

گام دوم: طبق رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ ، بسامدهای مورد نظر را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} f_r &= \frac{c}{\lambda_r} = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} \right) \\ f_r &= \frac{c}{\lambda_r} = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_r - f_r = cR \left(\frac{1}{(n'+2)^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right)$$

گام سوم: در این جا اختلاف بسامد دومین و سومین خط طیف اتم هیدروژن، $67/5 \text{ THz}$ است؛ بنابراین داریم:

$$67/5 \times 10^{12} = 3 \times 10^8 \times \frac{1}{100 \times 10^{-9}} \left(\frac{1}{(n'+2)^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \Rightarrow \frac{67/5}{3 \times 10^3} = \left(\frac{1}{(n'+2)^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{400} = \frac{1}{(n'+2)^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \Rightarrow \frac{9}{400} = \frac{(2n'+5)}{((n'+2)(n'+3))^2}$$

با چک کردن گزینه ها، $n' = 2$ پاسخ معادله بالا است که مربوط به رشته بالمر است.

تست و پاسخ ۵۸

در اتم هیدروژن وقتی الکترون از k امین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته جهش می کند، فوتونی با بسامد 714 THz گسیل می شود. k کدام است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** $n = 2$ مربوط به اولین حالت برانگیخته و $n = k + 1$ مربوط به k امین حالت برانگیخته است. انرژی الکترون در این مدارها برابر است با:

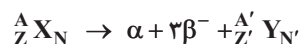
$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_r = -\frac{13/6}{4} \quad \text{و} \quad E_{(k+1)} = -\frac{13/6}{(k+1)^2}$$

گام دوم: در اثر جهش الکترون از مدار بالاتر به مدار پایین تر، فوتونی گسیل می شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی بین این دو مدار مانا است.

$$E_{(k+1)} - E_r = hf \Rightarrow \left(-\frac{13/6}{(k+1)^2} \right) - \left(-\frac{13/6}{4} \right) = 4 \times 10^{-15} \times 714 \times 10^{12} \Rightarrow 13/6 \left(\frac{-1}{(k+1)^2} + \frac{1}{4} \right) = 4 \times 714 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{(k+1)^2} + \frac{1}{4} = \frac{21}{100} \Rightarrow \frac{-1}{(k+1)^2} = \frac{-1}{25} \Rightarrow k+1=5 \Rightarrow k=4$$

تست و پاسخ ۵۹



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

در فرایند واپاشی مقابل، حاصل $N - N'$ کدام است؟

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به تساوی عدد جرمی و عدد اتمی در دو طرف واکنش می‌توانیم بنویسیم (توجه کنید که α با بار مثبت همان هسته هلیوم یعنی ${}^4_2\text{He}$ و β^- همان الکترون یعنی ${}^0_{-1}e^-$ است):

$${}^A_Z X_N \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_{-1}e^- + {}^{A'}_{Z'} Y_{N'}$$

$$A = 4 + 3 + A' \Rightarrow A - A' = 4$$

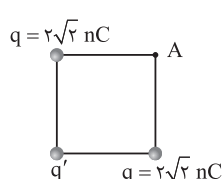
$$Z = 2 + 3(-1) + Z' \Rightarrow Z' - Z = 1$$

گام دوم: تعداد نوترون‌های هسته یک اتم با استفاده از اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی آن به دست می‌آید؛ پس داریم:

$$\begin{cases} N = A - Z \\ N' = A' - Z' \end{cases} \Rightarrow N - N' = (A - Z) - (A' - Z') \Rightarrow N - N' = A - A' + Z' - Z \xrightarrow{\frac{A-A'=4}{Z'-Z=1}} N - N' = 4 + 1 = 5$$

تست و پاسخ ۶۰

بارهای الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس مربعی به ضلع 30 cm قرار دارند. اگر بار q' را از شکل حذف کنیم، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A ، دو برابر می‌شود. بار q' برابر چند نانوکولن می‌تواند باشد؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)



$$-12 \text{ (2)}$$

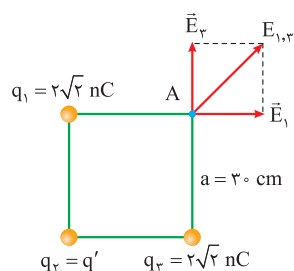
$$8 \text{ (1)}$$

$$-24 \text{ (4)}$$

$$16 \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: میدان الکتریکی برآیند، ناشی از بارهای q_1 و q_3 در نقطه A را به دست می‌آوریم. در شکل مقابل جهت این میدان مشخص شده است.



$$E_1 = E_3 = \frac{k|q|}{a^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2\sqrt{2} \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = 200\sqrt{2} \text{ N/C}$$

$$E_{1,3} = E_1\sqrt{2} = 200\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 400 \text{ N/C}$$

گام دوم: میدان الکتریکی ناشی از بار $q_2 = q'$ را در نقطه A به دست می‌آوریم:

$$E_2 = \frac{k|q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{9 \times 10^9 \times |q'| \times 10^{-9}}{(0.3\sqrt{2})^2} = 50|q'| \text{ N/C}$$

توجه کنید که بار q' را برحسب نانوکولن در رابطه قرار دادیم.

گام سوم: بزرگی میدان الکتریکی با حذف بار q' در نقطه A دو برابر می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\vec{E}_{1,3}}{\vec{E}_{1,3} + \vec{E}_2} = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\vec{E}_{1,3}}{\vec{E}_{1,3} + \vec{E}_2} = +2 \Rightarrow \vec{E}_2 = -\frac{\vec{E}_{1,3}}{2} \Rightarrow 50q' = -200 \Rightarrow q' = -4 \text{ nC} \\ \frac{\vec{E}_{1,3}}{\vec{E}_{1,3} + \vec{E}_2} = -2 \Rightarrow \vec{E}_2 = -\frac{3}{2}\vec{E}_{1,3} \Rightarrow 50q' = -600 \Rightarrow q' = -12 \text{ nC} \end{cases}$$

بنابراین بار q' می‌تواند -4 nC یا -12 nC باشد.

تست و پاسخ ۶۱

در یک میدان الکتریکی یکنواخت، ذره‌ای به جرم 1 g و بار الکتریکی -250 nC معلق و به حال سکون قرار دارد. میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$2) 4 \times 10^3, \text{ پایین}$$

$$1) 4 \times 10^3, \text{ بالا}$$

$$4) 2/5 \times 10^3, \text{ پایین}$$

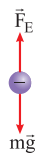
$$3) 2/5 \times 10^3, \text{ بالا}$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول:

برای این که ذره به صورت معلق و به حال سکون باقی بماند، باید نیروی ناشی از میدان الکتریکی و نیروی وزن برابر باشند. در شکل مقابل جهت این نیروها مشخص شده است.

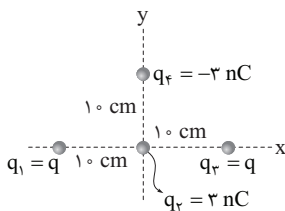


$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E \times 250 \times 10^{-9} = 0.1 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow E = 4 \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام دوم: جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار با بار منفی، ناشی از میدان الکتریکی، خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی باید رو به پایین باشد.

تست و پاسخ ۶۲

چهار ذره باردار، مطابق شکل قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_f برابر $\vec{F}_T = (-2/7 \mu\text{N})\vec{j}$ باشد، q چند نانوکولن است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$-2\sqrt{2} (2)$$

$$2\sqrt{2} (1)$$

$$-4\sqrt{2} (4)$$

$$4\sqrt{2} (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی ناشی از بار q_2 بر بار q_f را به دست می آوریم:

$$F_{2f} = \frac{k|q_2||q_f|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^{-9}}{(0.1)^2} = \frac{81 \times 10^{-9}}{10^{-2}} = 81 \times 10^{-7} \text{ N} = 8.1 \mu\text{N}$$

جهت نیروی وارد بر بار q_f رو به پایین است؛ بنابراین $\vec{F}_{2f} = (-8.1 \mu\text{N})\vec{j}$ است.

گام دوم: بار q_1 و q_3 هم اندازه و در یک فاصله یکسان از بار q_f قرار دارند؛ بنابراین اندازه نیروهای آنها به بار q_f برابر است و داریم:

$$F_{1f} = F_{3f} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-9} \times |q| \times 10^{-9}}{(0.1\sqrt{2})^2} = \frac{27|q| \times 10^{-9}}{2 \times 10^{-2}} = 1.35|q| \mu\text{N}$$

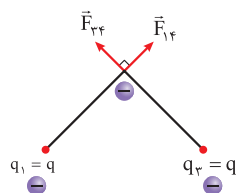
حواستون باشه بار q را بر حسب نانوکولن در محاسبات قرار دادیم و در نهایت هم نیروها را بر حسب میکرونیوتون به دست آوردیم.

گام سوم: جهت نیروهای وارد بر بار q_f ناشی از بارهای q_1 و q_3 را مشخص می کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{2f} + (\vec{F}_{1f} + \vec{F}_{3f}) \Rightarrow -2/7 \vec{j} = -8.1 \vec{j} + (\vec{F}_{1f} + \vec{F}_{3f}) \Rightarrow \vec{F}_{1f} + \vec{F}_{3f} = 5.9 \vec{j} (\mu\text{N})$$

بنابراین باید برآیند نیروهای ناشی از بارهای q_1 و q_3 به بار q_f رو به بالا باشد.

گام چهارم: در شکل روبه رو جهت نیروهای وارد بر بار q_f ناشی از بارهای q_1 و q_3 مشخص شده است که برآیند این دو نیرو باید $5.9 \mu\text{N}$ و رو به بالا باشد. نیروی بین q_3 و q_f یا q_1 و q_f دافعه است؛ پس بار q باید منفی باشد.

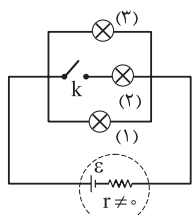


$$|\vec{F}_{2f} + \vec{F}_{1f}| = \sqrt{2}F_{2f} = \sqrt{2}(1.35|q|) \mu\text{N} \Rightarrow \sqrt{2} \times 1.35|q| = 5.9$$

$$\Rightarrow |q| = 2\sqrt{2} \text{ nC} \Rightarrow q = -2\sqrt{2} \text{ nC}$$

تست و پاسخ ۶۳

در مدار زیر، همه لامپ ها مشابه اند. با بستن کلید، کدام موارد زیر درست است؟ (دمای لامپ ها ثابت است.)



الف) اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می یابد.

ب) اختلاف پتانسیل دو سر لامپ های (۱) و (۳) کاهش می یابد.

پ) جریان عبوری از باتری کاهش می یابد.

ت) جریان عبوری از لامپ های (۱) و (۳) کاهش می یابد.

۴) ب و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: با بستن کلید k ، یک مقاومت به صورت موازی به مدار اضافه می‌شود؛ بنابراین مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

گام دوم: طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ ، با کاهش مقاومت معادل، جریان خروجی از باتری افزایش می‌یابد. (نادرستی مورد پ)

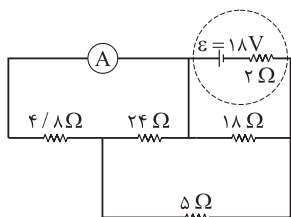
گام سوم: طبق رابطه $V_{باتری} = \mathcal{E} - Ir$ ، با افزایش جریان خروجی باتری، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد. (نادرستی مورد الف)

گام چهارم: اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۳) برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های (۱) و (۳) کاهش می‌یابد.

با توجه به ثابت بودن مقاومت‌های (۱) و (۳)، جریان عبوری از آن‌ها نیز کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۶۴

در مدار زیر، آمپرسنج آرمانی، جریان چند آمپر را نشان می‌دهد؟



(۱) ۱/۲۵

(۲) ۱/۵

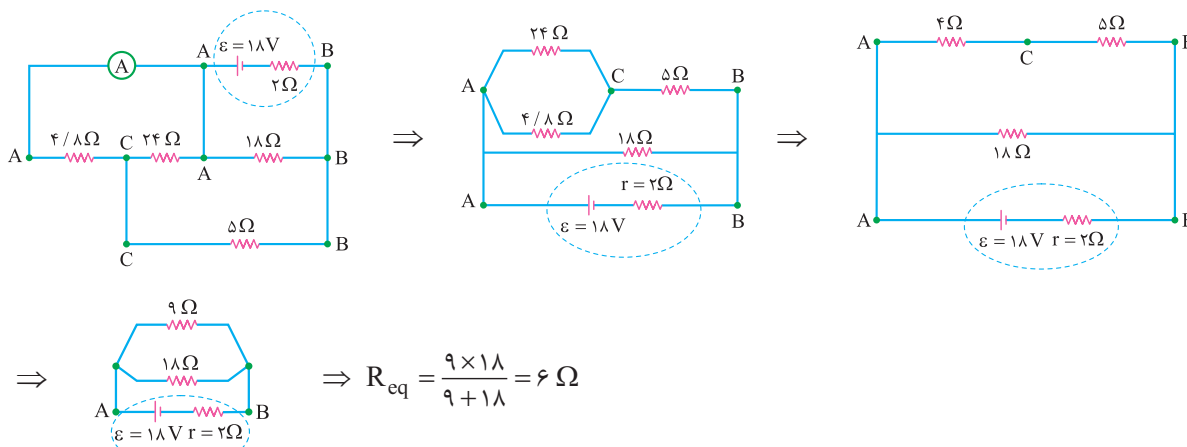
(۳) ۱/۷۵

(۴) ۲/۲۵

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره یکی از پارامترهای مهم در جلسه کنکور، مدیریت زمان است؛ به همین دلیل توصیه می‌شود سوالات تحلیل مدار را که وقت‌گیر هستند، در اولویت‌های بعدی حل سؤال قرار دهید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم و مدار را به صورت ساده‌تر درمی‌آوریم:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{6 + 2} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \text{ A}$$

گام دوم: جریان خروجی از باتری را به دست می‌آوریم:

گام سوم: جریان I را بین شاخه‌های بالا و پایین تقسیم می‌کنیم:

$$I = \frac{9}{4} \text{ A} \Rightarrow 3x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4} \text{ A}$$

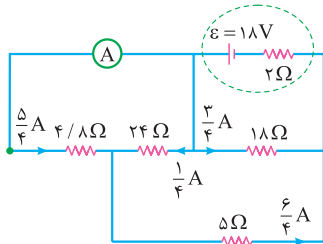
بنابراین جریان عبوری از مقاومت 18Ω ، برابر $\frac{3}{4} \text{ A}$ و جریان عبوری از شاخه بالایی که 9Ω است، برابر $\frac{6}{4} \text{ A}$ است.

گام چهارم: جریان عبوری از شاخه بالایی را بین مقاومت‌ها تقسیم می‌کنیم:

$$y + 5y = \frac{6}{4} \Rightarrow 6y = \frac{6}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \text{ A}$$



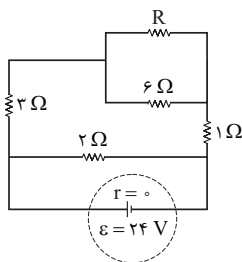
گام پنجم: جریان‌های به دست آمده را در مدار رسم می‌کنیم، با توجه به این که جریانی که از آمپرسنج می‌گذرد، همان جریانی است که از مقاومت $4/8$ اهمی عبور می‌کند، داریم:



$$I_A = \frac{5}{4} A = 1/25 A$$

تست و پاسخ ۶۵

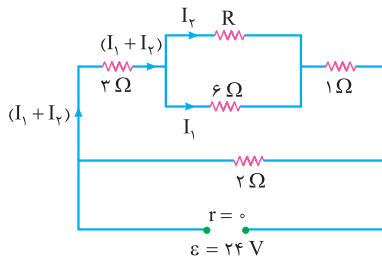
در مدار زیر، اگر توان مصرفی مقاومت 3 اهمی، $\frac{9}{8}$ برابر توان مصرفی مقاومت 6 اهمی باشد، توان مصرفی کل مدار چند وات است؟



- (۱) ۲۸۸
- (۲) ۳۶۰
- (۳) ۳۲۰
- (۴) ۳۸۴

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: شکل زیر، شکل ساده شده مدار است و جریان عبوری از مقاومت 3Ω و جریان عبوری از مقاومت‌های 6 اهمی و R را نمایش می‌دهد.



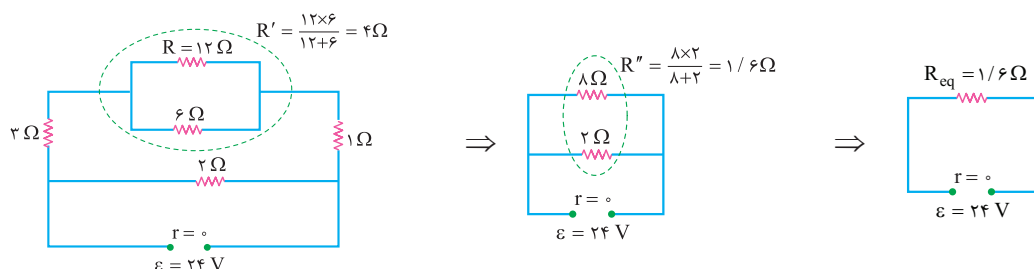
توان مصرفی مقاومت 3 اهمی، $\frac{9}{8}$ برابر توان مصرفی مقاومت 6 اهمی است؛ بنابراین طبق رابطه $P = RI^2$ و شکل گام اول، داریم:

$$P_{3\Omega} = \frac{9}{8} P_{6\Omega} \Rightarrow 3(I_1 + I_2)^2 = \frac{9}{8} \times 6I_1^2 \Rightarrow (I_1 + I_2)^2 = \frac{9}{4} I_1^2 \Rightarrow I_1 + I_2 = \frac{3}{2} I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_1$$

گام دوم: مقاومت‌های R و 6 اهمی موازی‌اند.

$$6I_1 = RI_2 \Rightarrow 6 \times 2I_1 = RI_1 \Rightarrow R = 12\Omega$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت است و طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، برای محاسبه توان کل باید مقاومت مدار را حساب کنیم:

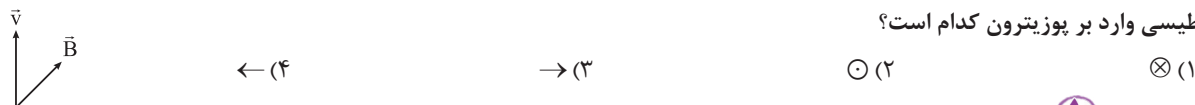


$$P = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{(24)^2}{1/6} = 360 \text{ W}$$

گام چهارم: توان مصرفی کل مدار را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۶۶

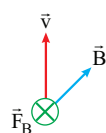
پوزیترونی با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در حرکت است و $\vec{v}$ و $\vec{B}$ در همین صفحه قرار دارند. در لحظه نشان داده شده، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر پوزیترون کدام است؟



پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

پوزیترون ذره‌ای است با جرم الکترون و بار پروتون؛ بنابراین بار الکتریکی آن مثبت است. به کمک قاعده دست راست جهت نیروی مغناطیسی به صورت درون‌سو است.



تست و پاسخ ۶۷

سیم‌لوله‌ای آرمانی به طول ۱۲ cm دارای ۳۰۰ حلقه سیم نزدیک به هم است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیم‌لوله و دور از لبه‌های آن ۱۲ G باشد، جریان عبوری از سیم‌لوله چند میلی‌آمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۴۰ (۴) ۴۰۰

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

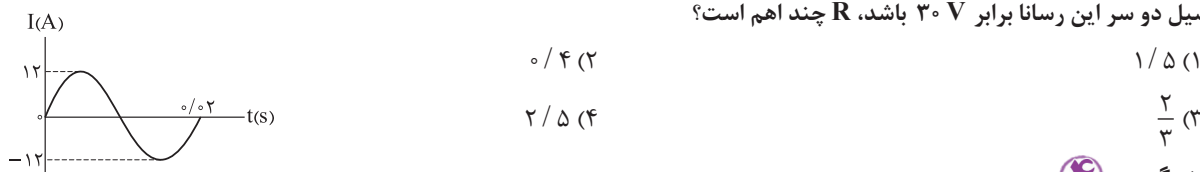
به کمک رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ ، جریان عبوری از سیم‌لوله را به دست می‌آوریم. توجه کنید که در این رابطه ℓ طول سیم‌لوله است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow 12 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 300 \times I}{12 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = \frac{12 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}} = 0.4 \text{ A} \Rightarrow I = 400 \text{ mA}$$

حواستون باشه یکای میدان مغناطیسی برحسب G (گوس) داده شده و باید آن را برحسب T (تسلا) بنویسیم و $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ است.

تست و پاسخ ۶۸

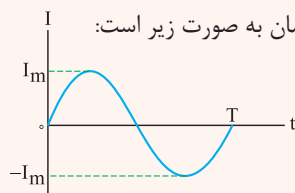
نمودار جریان - زمان یک جریان متناوب که از یک رسانا به مقاومت R عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = \frac{1}{400} \text{ s}$ اختلاف پتانسیل دو سر این رسانا برابر ۳۰ V باشد، R چند اهم است؟



پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا مقدار جریان در لحظه $t = \frac{1}{400} \text{ s}$ را با استفاده از رابطه $I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$ محاسبه کنید، سپس اندازه مقاومت R را به کمک رابطه $R = \frac{V}{I}$ به دست آورید.

زمان (s) $\uparrow$ $I = I_m \sin(\frac{2\pi}{T} t)$ $\uparrow$ بیشینه جریان متناوب (A)
دوره تناوب (s) $\downarrow$ $\downarrow$ جریان متناوب (A)



درس نامه ۱۰۰ معادله و نمودار جریان متناوب برحسب زمان به صورت زیر است:

۲) تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا، به جریان الکتریکی گذرنده از آن را مقاومت الکتریکی می‌گوییم و رابطه آن به صورت زیر است:

$$R = \frac{V}{I} \rightarrow \text{اختلاف پتانسیل (V)} \rightarrow \text{جریان الکتریکی (A)} \rightarrow \text{مقاومت الکتریکی (}\Omega\text{)}$$



پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به متن درسنامه، ابتدا معادله جریان متناوب گذرنده از رسانا را بر حسب زمان به دست می آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{\frac{I_m=12A}{T=0.02s}} I = 12 \sin\left(\frac{2\pi}{0.02} t\right) = 12 \sin 100\pi t$$

گام دوم: حالا می توانیم مقدار جریان در لحظه $t = \frac{1}{300} s$ را محاسبه کنیم:

$$I = 12 \sin\left(100\pi \times \frac{1}{300}\right) \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{3}=1} I = 12 A$$

تذکر توجه به نمودار نیز معلوم است که در لحظه $t = \frac{1}{300} s$ یعنی $t = \frac{T}{4}$ ، اندازه جریان برابر است با:

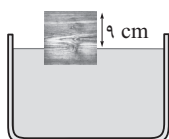
$$I = I_m = 12 A$$

گام سوم: در آخر مقدار مقاومت R را به دست می آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow{\frac{V=30V}{I=12A}} R = \frac{30}{12} = 2.5 \Omega$$

تست و پاسخ ۶۹

مطابق شکل، جسمی مکعبی به طول ضلع 15 cm روی سطح شاره ای شناور و در حال تعادل است. اگر فشار پیمانه ای در زیر جسم $2/7 \text{ kPa}$ باشد، چگالی مایع چند کیلوگرم بر لیتر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



$$P - P_0$$

$$4/5 (2)$$

$$4500 (4)$$

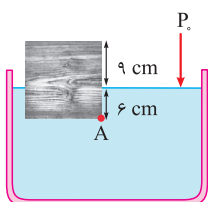
$$3 (1)$$

$$3000 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

با توجه به شکل زیر، 6 cm ($15 - 9$) از ارتفاع مکعب، داخل شاره قرار دارد؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

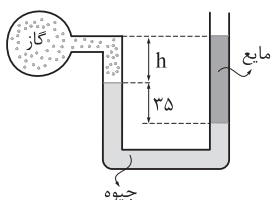


$$P_A = \rho gh + P_0 \Rightarrow \underbrace{P_A - P_0}_{\text{فشار پیمانه ای}} = \rho gh \Rightarrow 2/7 \times 10^3 = \rho \times 10 \times \frac{6}{100} \Rightarrow \rho = \frac{27 \times 10^3}{6} = 4500 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = 4500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 4/5 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

تست و پاسخ ۷۰

در شکل زیر، فشار پیمانه ای گاز 20 cmHg است. h چند سانتی متر است؟ ($\rho_{\text{مایع}} = 3/4 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ و $g = 10 \text{ m/s}^2$)



$$P_{\text{گاز}} - P_0$$

$$15 (1)$$

$$20 (2)$$

$$25 (3)$$

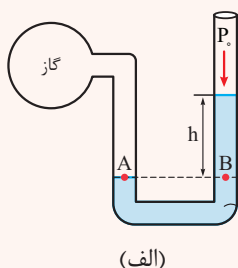
$$30 (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه فشار پیمانه ای در گازها

اختلاف فشار مطلق و فشار هوا ($P - P_0$) را فشار پیمانه ای می گویند. فشار پیمانه ای می تواند مثبت، صفر یا منفی باشد.

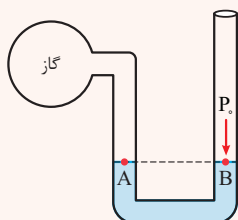
(ا) اگر فشار مطلق بیشتر از فشار هوا باشد، فشار پیمانه ای مثبت است. (شکل الف)



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه ای}} = \rho gh$$

(الف)

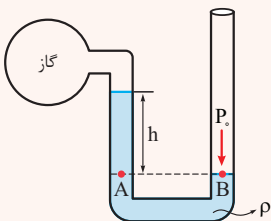
۲) اگر فشار مطلق با فشار هوا برابر باشد، فشار پیمانه‌ای صفر است. (شکل ب)



(ب)

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = 0$$

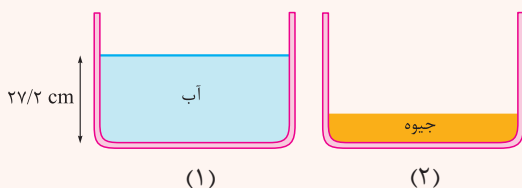
۳) اگر فشار مطلق از فشار هوای محیط کم‌تر باشد، فشار پیمانه‌ای منفی است. (شکل پ)



(پ)

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = -\rho gh$$

۴) یکی از یکاهای متداول فشار، سانتی‌متر جیوه است. سانتی‌متر جیوه یعنی فشاری که ارتفاع h سانتی‌متر از مایع جیوه وارد می‌کند. برای فهم بهتر، مثال زیر را بخوانید.



(۱)

(۲)

مثال: دو ظرف مشابه (۱) و (۲) را در نظر بگیرید. در ظرف (۱) تا ارتفاع ۲۷/۲ cm آب ریخته‌ایم و فشار P_1 را بر کف ظرف وارد می‌کند. می‌خواهیم بدانیم تا ارتفاع چند سانتی‌متر از جیوه در ظرف (۲) بریزیم که همان فشار P_1 را بر کف ظرف وارد کند.

$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

چون فشار حاصل از آب در ظرف (۱) با فشار حاصل از جیوه در ظرف (۲) برابر است؛ پس $P_1 = P_2$ است و می‌توانیم بنویسیم:

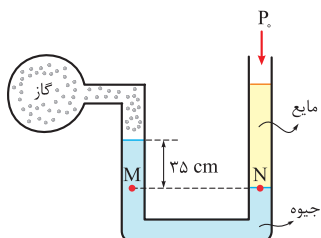
$$P_1 = P_2 \xrightarrow{P = \rho gh} \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, h_{\text{آب}} = 27/2 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3} \rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

یعنی اگر تا ارتفاع ۲ cm جیوه در ظرف (۲) بریزیم، فشاری که این جیوه در کف ظرف (۲) وارد می‌کند، برابر با فشاری است که ارتفاع ۲۷/۲ cm آب در کف ظرف (۱) وارد می‌کند، برابر با ۲ سانتی‌متر جیوه است.

پاسخ تشریحی گام اول: فشار پیمانه‌ای بر حسب سانتی‌متر جیوه و یکی از مایع‌ها نیز جیوه است، پس فشار مایع دیگر را هم بر حسب

سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم؛ بنابراین با توجه به شکل الف و با استفاده از تساوی فشار در نقاط هم‌تراز M و N می‌توانیم بنویسیم:



(الف)

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + 35 = P_{\text{مایع}} + P_0$$

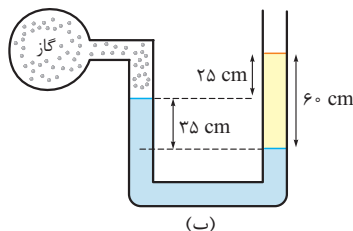
$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 + 35 = P_{\text{مایع}} \xrightarrow{P_{\text{گاز}} - P_0 = -20 \text{ cmHg}} P_{\text{مایع}} = 15 \text{ cmHg}$$



گام دوم: حالا باید ببینیم که چه ارتفاعی از مایع، فشاری برابر با ۱۵ سانتی متر جیوه ایجاد می کند. (۱۵ سانتی متر جیوه یعنی فشاری که ارتفاع ۱۵ سانتی متر از مایع جیوه وارد می کند).

$$P_{\text{مایع}} = P'_{\text{مایع}} \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} \xrightarrow[\rho_{\text{مایع}} = 3/4 \text{ g/cm}^3]{\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3, h_{\text{جیوه}} = 15 \text{ cm}} 13/6 \times 15 = 3/4 h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 60 \text{ cm}$$

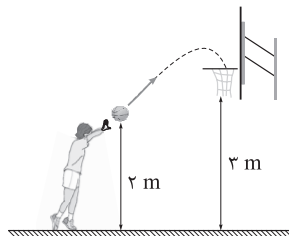
گام سوم: بنابراین با توجه به شکل ب، h برابر با ۲۵ cm (۶۰ - ۳۵) است.



(ب)

تست و پاسخ ۷۱

شکل زیر ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبال، با تندی اولیه 8 m/s به طرف سبد نشان می دهد. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد 2 m/s باشد، چند درصد از انرژی جنبشی اولیه توپ در اثر مقاومت هوا تلف شده است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



۶ / ۲۵ (۱)

۱۲ / ۵ (۲)

۳۷ / ۵ (۳)

۶۲ / ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی با جرم m که با تندی v در حال حرکت است، از رابطه زیر به دست می آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \begin{array}{l} \uparrow \text{جرم جسم (kg)} \\ \downarrow \text{تندی جسم (m/s)} \end{array}$$

انرژی جنبشی (J)

۲ انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی به جرم m در ارتفاع h نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن نسبت به سطح زمین از رابطه زیر به دست می آید:

$$U = mgh \quad \begin{array}{l} \uparrow \text{جرم (kg)} \\ \downarrow \text{ارتفاع (m)} \end{array}$$

انرژی پتانسیل گرانشی (J)

شتاب گرانش (m/s^2)

۳ به مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل یک جسم، انرژی مکانیکی آن می گوئیم.

$$E = K + U \quad \begin{array}{l} \uparrow \text{انرژی جنبشی (J)} \\ \downarrow \text{انرژی پتانسیل (J)} \end{array}$$

انرژی مکانیکی (J)

پاسخ تشریحی انرژی مکانیکی توپ را هنگام پرتاب (۱) و هنگام رسیدن به دهانه سبد (۲) به دست می آوریم:

$$E_1 = K_1 + U_1 \xrightarrow[v_1 = 8 \text{ m/s}, h_1 = 2 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2]{K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2, U_1 = mgh_1} E_1 = \frac{1}{2}m(8)^2 + m(10)(2) = 32m + 20m$$

$$E_2 = K_2 + U_2 \xrightarrow[v_2 = 2 \text{ m/s}, h_2 = 3 \text{ m}]{K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2, U_2 = mgh_2} E_2 = \frac{1}{2}m(2)^2 + m(10)(3) = 2m + 30m$$



انرژی پتانسیل گرانشی توپ از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به دهانه سبد به اندازه 10 m ($30\text{ m} - 20\text{ m} = 10\text{ m}$) افزایش یافته است. در واقع، به اندازه 10 m از انرژی جنبشی اولیه توپ به انرژی پتانسیل گرانشی آن تبدیل شده است. هم‌چنین با توجه به این‌که انرژی جنبشی توپ در لحظه رسیدن به دهانه سبد برابر با 2 m است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که به اندازه 20 m ($32\text{ m} - 10\text{ m} - 2\text{ m} = 20\text{ m}$) از انرژی جنبشی اولیه آن توسط مقاومت هوا به گرما تبدیل شده است (تلف شده است)؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{درصد انرژی جنبشی تلف‌شده در اثر مقاومت هوا} = \frac{K'}{K_1} \times 100 = \frac{20\text{ m}}{32\text{ m}} \times 100 = 62.5\%$$

۷۲

تست و پاسخ

طول یک پل معلق فولادی در دمای -48°F برابر 1200 m است. اگر دمای پل به 96°F برسد، طول آن 96 cm تغییر می‌کند. ضریب انبساط طولی فولاد در SI کدام است؟

2×10^{-6} (۴)

2×10^{-5} (۳)

10^{-6} (۲)

10^{-5} (۱)



پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره ابتدا تغییرات دمای فولاد را برحسب کلون محاسبه کنید، سپس ضریب انبساط طولی آن را با استفاده از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ به دست آورید.

درس نامه

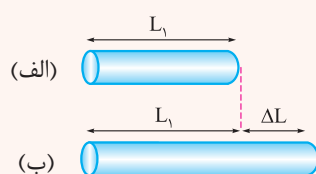
(۱) رابطه بین تغییرات دما برحسب فارنهایت و کلون به صورت زیر است:

تغییرات دما برحسب کلون (K)

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T$$

تغییرات دما برحسب درجه فارنهایت ($^\circ\text{F}$)

(۲) میله‌ای به طول L را در نظر بگیرید (شکل الف). اگر دمای میله را افزایش دهیم، طول میله نیز افزایش پیدا می‌کند (شکل ب). این افزایش طول (ΔL) به تغییرات دما، طول اولیه و جنس آن بستگی دارد و رابطه آن به صورت زیر است:



ضریب انبساط طولی ($\frac{1}{K}$)

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \rightarrow \text{تغییرات دما (K)} \rightarrow \text{تغییرات طول (m)}$$

طول اولیه (m)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تغییرات دمای فولاد را برحسب کلون محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T \rightarrow \frac{\Delta F = F_f - F_i}{F_i = -48^\circ\text{F}, F_f = 96^\circ\text{F}} \rightarrow 96 - (-48) = \frac{9}{5} \Delta T \Rightarrow 144 = \frac{9}{5} \Delta T \Rightarrow \Delta T = 80\text{ K}$$

گام دوم: حالا ضریب انبساط طولی فولاد را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \rightarrow \frac{L_1 = 1200\text{ m}}{\Delta L = 96\text{ m}, \Delta T = 80\text{ K}} \rightarrow 96 \times 10^{-2} = \alpha \times 1200 \times 80 \Rightarrow \alpha = 10^{-5} \frac{1}{K}$$

۷۳

تست و پاسخ

چند کیلوژول گرما لازم است تا در فشار یک اتمسفر، نیمی از یک قطعه یخ 2 kg کیلوگرمی با دمای -10°C ذوب شود؟

$$(L_F = 336\text{ kJ/kg} \text{ و } c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$$

420 (۴)

399 (۳)

378 (۲)

357 (۱)



پاسخ: گزینه ۲



درس نامه... (۱) گرما: مقدار انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما بین دو جسم، از جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود و رابطه آن (بدون تغییر حالت) به صورت زیر است:

$$Q = mc\Delta T \quad \Delta\theta = \Delta T$$

تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$) جرم (kg) تغییرات دما برحسب کلوین (K) گرمای ویژه ($\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)
 ← گرما (J) ← گرما (J)

(۲) گرمای نهان ذوب: مقدار انرژی‌ای است که باید به یک کیلوگرم از جسم جامد در نقطه ذوب آن بدهیم تا در همان دما تبدیل به مایع شود.

$$Q = mL_F$$

جرم (kg) گرمای نهان ذوب (J/kg)
 ← گرما (J)

پاسخ تشریحی برای این که نیمی از جرم ۲ kg (یعنی ۱ kg) یخ 10°C ذوب شود، ابتدا باید تمام یخ به دمای 0°C برسد، سپس ۱ kg از آن ذوب شود؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$1\text{ kg آب } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} 2\text{ kg یخ } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} 2\text{ kg یخ } -10^{\circ}\text{C}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + m'L_F \quad \begin{matrix} m=2\text{ kg}, c_{\text{یخ}}=2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, m'=1\text{ kg} \\ \Delta\theta=0^{\circ}\text{C}-(-10^{\circ}\text{C})=10^{\circ}\text{C}, L_F=336 \times 10^3 \text{ J/kg} \end{matrix} \rightarrow Q = 2 \times 2100 \times 10 + 1 \times 336 \times 10^3$$

$$\Rightarrow Q = 42 \times 10^3 + 336 \times 10^3 = 378 \times 10^3 \text{ J} \Rightarrow Q = 378 \text{ kJ}$$

تست و پاسخ ۷۴

مقدار معینی گاز آرمانی در فشار P_1 و دمای T_1 دارای حجم V_1 است. از سه مسیر جداگانه هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو، حجم گاز را ۲۰ درصد کاهش می‌دهیم. کدام موارد درست است؟

(الف) گرمای مبادله‌شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار بیشتر از سایر فرایندها است.

(ب) گرمای مبادله‌شده توسط گاز در فرایند هم‌دما صفر است.

(پ) انرژی درونی گاز فقط در فرایند بی‌دررو افزایش می‌یابد.

(ت) انرژی درونی گاز در فرایند هم‌فشار کاهش می‌یابد.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه...

(۱) با کاهش حجم، دما در فرایند هم‌فشار کاهش، در فرایند هم‌دما ثابت و در فرایند بی‌دررو افزایش می‌یابد.

(۲) با کاهش حجم، فرایندهای هم‌فشار و هم‌دما، گرماده هستند، ولی گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌دما بیشتر است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارات:

(الف) نادرست است. گرمای مبادله‌شده در فرایند بی‌دررو صفر است. برای مقایسه گرمای مبادله‌شده در فرایندهای هم‌فشار و هم‌دما، باید به این نکته توجه داشته باشید که اگر حجم گاز افزایش یابد، گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌فشار، بزرگ‌تر از گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌دما است و در صورتی که حجم گاز کاهش یابد، گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌فشار از گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌دما کوچک‌تر است.

(ب) نادرست است. در فرایند هم‌دما با کاهش حجم به محیط گرما داده می‌شود.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q = -W \xrightarrow{\Delta V < 0 \Rightarrow W > 0} Q < 0$$

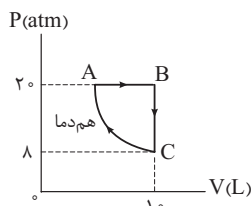


(پ) درست است. در فرایند هم‌دما انرژی درونی تغییر نمی‌کند. از طرفی در فرایند هم‌فشار با کاهش حجم، دما کاهش یافته و انرژی درونی کاهش می‌یابد؛ بنابراین تنها در فرایند بی‌دررو با کاهش حجم ($W > 0$)، انرژی درونی افزایش می‌یابد.

(ت) درست است. در فرایند هم‌فشار با کاهش حجم، طبق معادلهٔ حالت، دما کاهش می‌یابد؛ در نتیجه انرژی درونی کاهش می‌یابد. بنابراین عبارات (پ) و (ت) درست است.

تست و پاسخ ۷۵

مقداری گاز آرمانی، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. در فرایند ABC، گاز چند کیلوژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟



(۱) ۱۲، دریافت کرده است.

(۲) ۱۲، از دست داده است.

(۳) ۶، دریافت کرده است.

(۴) ۶، از دست داده است.

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا تغییر انرژی درونی در کل چرخه را برابر با صفر قرار داده، سپس به کمک ویژگی هر فرایند، گرمای مجموع دو فرایند AB و BC را به دست آورید.

درس نامه

- (۱) در یک فرایند هم‌دما برای مقدار معینی گاز آرمانی، فشار و حجم رابطهٔ عکس دارند.
- (۲) تغییر انرژی درونی، در یک چرخهٔ کامل صفر است.
- (۳) کار انجام‌شده در فرایند هم‌حجم برابر با صفر است.
- (۴) کار انجام‌شده در فرایند هم‌فشار از رابطهٔ $W = -P\Delta V$ به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی با توجه به چرخهٔ ABC می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{ABC} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \xrightarrow{\Delta U_{ABC}=0, \Delta U_{CA}=0} 0 = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC}$$

$$\xrightarrow{\Delta U_{BC}=Q_{BC}, \Delta U_{AB}=W_{AB}+Q_{AB}} W_{AB} + Q_{AB} + Q_{BC} = 0 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{\text{ثابت: } T \text{ و } n} P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow 20 \times V_A = 8 \times 10 \Rightarrow V_A = 4 \text{ L}$$

از طرفی در فرایند هم‌دمای CA داریم:

$$W_{AB} = -P\Delta V \Rightarrow W_{AB} = -20 \times 10^5 \times (10 - 4) \times 10^{-3} = -12000 \text{ J} = -12 \text{ kJ}$$

حال می‌توان W_{AB} را به دست آورد:

در نهایت با توجه به رابطهٔ (I)، داریم:

$$W_{AB} + Q_{AB} + Q_{BC} = 0 \xrightarrow{W_{AB}=-12 \text{ kJ}, Q_{AB}+Q_{BC}=Q_{ABC}} -12 + Q_{ABC} = 0 \Rightarrow Q_{ABC} = 12 \text{ kJ}$$

بنابراین در مسیر ABC، گاز ۱۲ kJ گرما دریافت کرده است.





تست و پاسخ ۷۶

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- عنصر اصلی X با آرایش الکترون - نقطه‌ای X، به گروه ۱۳ جدول دوره‌ای تعلق دارد.
- هر دوره جدول تناوبی با یک فلز قلیایی شروع شده و به یک گاز نجیب ختم می‌شود.
- در بیرونی‌ترین زیرلایه اشغال شده اتم سی و چهارمین عنصر جدول دوره‌ای، ۶ الکترون وجود دارد.
- در گروه‌های جدول دوره‌ای، واکنش پذیری عنصری که در دوره پایین‌تری قرار دارد، بیشتر است.

گروه ۱۵

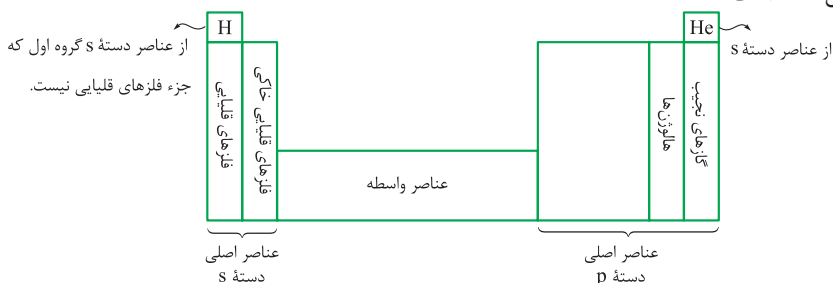
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده شده نادرست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- عنصر مورد نظر با ۵ الکترون ظرفیتی، متعلق به گروه ۱۵ است. آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر گروه ۱۳ جدول دوره‌ای به صورت $X \cdot$ است.
 - دوره‌های دوم تا هفتم جدول دوره‌ای، با یک فلز قلیایی در گروه اول شروع شده و به یک گاز نجیب در گروه ۱۸ ختم می‌شوند؛ اما در دوره اول، فلز قلیایی وجود ندارد و این دوره، با عنصر هیدروژن در گروه اول شروع شده و به گاز نجیب هلیم در گروه ۱۸ ختم می‌شود.
- در شکل زیر، نمای کلی جدول دوره‌ای مشخص شده است:

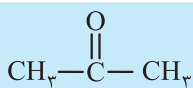


- در بیرونی‌ترین زیرلایه اشغال شده اتم عنصری با عدد اتمی ۳۴، ۴ الکترون وجود دارد:
- در جدول تناوبی، از بالا به پایین، خصلت فلزی و واکنش پذیری فلزها افزایش و خصلت نافلزی و واکنش پذیری نافلزها کاهش می‌یابد؛ بنابراین فقط در مورد دو فلز هم‌گروه، فلزی که در دوره پایین‌تر جدول تناوبی قرار دارد، واکنش پذیری بالاتری خواهد داشت.

تست و پاسخ ۷۷

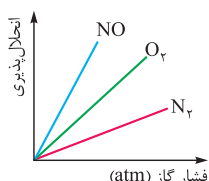
کدام مطلب درست است؟

- (۱) اثر فشار بر انحلال پذیری گاز نیتروژن، کم‌تر از گازهای اکسیژن و نیتروژن مونوکسید است.
- (۲) دستگاه اندازه‌گیری قند خون (گلوکومتر)، میلی گرم گلوکز را در یک لیتر از خون نشان می‌دهد.
- (۳) در شرایط یکسان، گاز اتان آسان‌تر از گاز پروپان به مایع تبدیل می‌شود.
- (۴) مولکول‌های استون و اتیلن گلیکول هر دو قطبی‌اند و نوع جاذبه بین مولکولی آن‌ها مشابه است.



پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی نمودار انحلال پذیری گازها بر حسب فشار، خطی و با شیب مثبت است و از طرفی انحلال پذیری گازها در فشار صفر اتمسفر برابر صفر است؛ از این رو می‌توان گفت که در دمای ثابت، با n برابر شدن فشار گاز، انحلال پذیری گاز نیز n برابر می‌شود.



نمودار انحلال انحلال پذیری گازها بر حسب فشار، خطی و با شیب مثبت است و از طرفی انحلال پذیری گازها در فشار صفر اتمسفر برابر صفر است؛ از این رو می‌توان گفت که در دمای ثابت، با n برابر شدن فشار گاز، انحلال پذیری گاز نیز n برابر می‌شود.

نمودار انحلال انحلال پذیری سه گاز NO ، O_2 و N_2 بر حسب فشار (atm) در دمای ثابت به صورت مقابل است:

مقایسه انحلال پذیری در فشار معین:

NO	$>$	O_2	$>$	N_2
مولکول قطبی		جرم مولی بیشتر		جرم مولی کمتر

توجه کنید که هر چه شیب نمودار انحلال پذیری گازی بیشتر باشد، تأثیر فشار بر انحلال پذیری آن گاز بیشتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) دستگاه اندازه‌گیری قند خون (گلوکومتر)، میلی گرم (mg) گلوکز را در هر دسی لیتر (dL) از خون نشان می‌دهد.
- ۳) گازهای پروپان (C_3H_8) و اتان (C_2H_6)، هر دو دارای مولکول‌های ناقطبی هستند، اما گاز پروپان (C_3H_8) به دلیل داشتن مولکول‌هایی با جرم مولی بیشتر نسبت به مولکول‌های اتان (C_2H_6)، دارای نقطه جوش بیشتری نسبت به این گاز بوده و در شرایط یکسان، راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود.



هر دو ماده، دارای مولکول‌های قطبی هستند، اما دقت کنید که در ساختار استون، H متصل به FON وجود ندارد و نیروی بین مولکولی آن، فقط از نوع وان دروالسی است، اما در ساختار اتیلن گلیکول، به دلیل حضور پیوندهای O—H، نیروی جاذبه بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی نیز وجود دارد.

تست و پاسخ ۷۸

کدام مطلب درست است؟

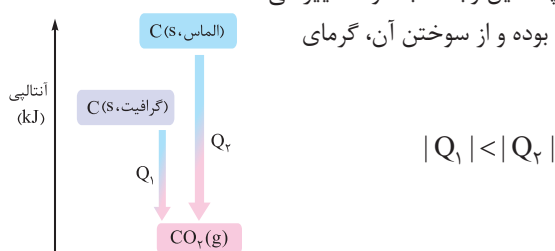
- ۱) اگر انرژی گرمایی دو نمونه آب یکسان باشد، میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن‌ها به یقین برابر است.
- ۲) علامت ΔH فرایند انحلال آمونیوم نیترات در آب، همانند واکنش فتوسنتز در گیاهان سبز، مثبت است.
- ۳) واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند، با مبادله گرما میان سامانه و محیط همراه نیستند.
- ۴) گرافیت، پایدارتر از الماس بوده و گرمای سوختن مولی آن بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: هر دو فرایند انحلال آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) و فتوسنتز ($6CO_2(g) + 6H_2O(l) \rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g)$)، گرماگیر هستند و علامت ΔH آن‌ها مثبت است.

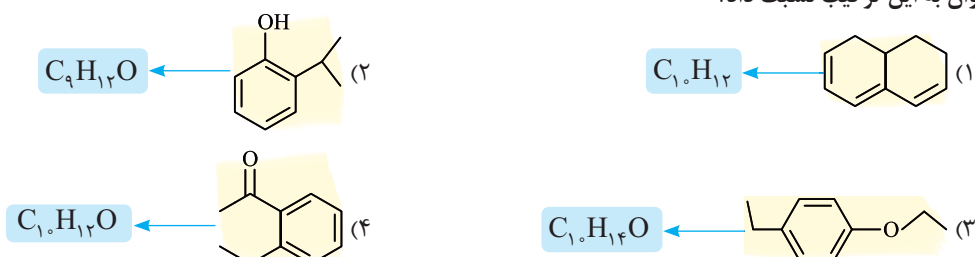
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) انرژی گرمایی (مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده)، علاوه بر دما (میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده)، به مقدار ماده نیز بستگی دارد؛ بنابراین ممکن است دمای دو نمونه یکسان نباشد؛ اما به دلیل تفاوت در مقدار آن‌ها، انرژی گرمایی آن‌ها برابر باشد.
- ۳) هر چند در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فرآورده وجود ندارد، اما واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند نیز با مبادله گرما همراه هستند. در این گونه واکنش‌ها، انرژی پتانسیل وابسته به مواد تغییر می‌کند.
- ۴) سطح انرژی گرافیت، پایین‌تر از سطح انرژی الماس است. از این رو پایدارتر بوده و از سوختن آن، گرمای کم‌تری آزاد می‌شود.



تست و پاسخ ۷۹

از سوختن کامل ۲ مول از یک ترکیب آلی در ۲۵ مول گاز اکسیژن، ۲۰ مول کربن دی‌اکسید و ۱۲ مول آب تولید می‌شود. کدام ساختار را می‌توان به این ترکیب نسبت داد؟



پاسخ: گزینه ۲



خودت حل کنی بهتره فرمول ترکیب را به صورت $C_xH_yO_z$ در نظر بگیر و با اعداد داده شده که در واقع ضریب استوکیومتری مواد در معادله واکنش هستند، معادله واکنش را بنویس و با استفاده از موازنه، x ، y و z را حساب کن! بعد ببین فرمول کدام ترکیب با فرمول به دست آمده، مطابقت دارد!

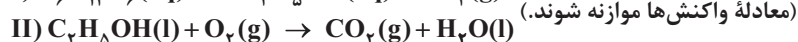
پاسخ تشریحی می دانیم که ضرایب مواد در یک معادله موازنه شده، متناسب با نسبت تغییر مول مواد در واکنش است؛ بنابراین ضرایب ترکیب آلی، گاز اکسیژن، کربن دی اکسید و آب را در معادله موازنه شده به ترتیب می توانیم ۲، ۲۵، ۲۰ و ۱۲ در نظر بگیریم. از آن جا که نمی دانیم ترکیب مورد نظر، هیدروکربن است و یا یک ترکیب آلی اکسیژن دار، فرمول آن را به صورت $C_xH_yO_z$ در نظر گرفته و با کمک موازنه معادله واکنش، x ، y و z را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} C \text{ موازنه: } 2x = 20 \Rightarrow x = 10 \\ H \text{ موازنه: } 2y = 12 \times 2 \Rightarrow y = 12 \\ O \text{ موازنه: } 2z + (25 \times 2) = (20 \times 2) + 12 \Rightarrow z = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{فرمول ترکیب: } C_{10}H_{12}O$$

در ساختار ترکیب مورد نظر، یک اتم اکسیژن وجود دارد؛ پس ۱) پرا! ترکیب ۲) هم ۹ اتم کربن دارد و پرا! هر دو ترکیب ۳) و ۴) ۱۰ اتم کربن و ۱ اتم اکسیژن دارند و باید شمار اتم های هیدروژن آن ها را حساب کنیم. یک آلکان ۱۰ کربنی، $2(10) + 2 = 22$ اتم هیدروژن دارد؛ پس تفاوت شمار اتم های هیدروژن ترکیب مورد نظر و آلکان هم کربن با آن، برابر $22 - 12 = 10$ است. از طرفی می دانیم هر پیوند دوگانه و هر حلقه، ۲ اتم هیدروژن از هیدروژن های یک ترکیب کم می کند؛ بنابراین باید به دنبال ترکیبی باشیم که مجموع شمار حلقه ها و پیوندهای دوگانه آن برابر ۵ باشد. در بین ۳) و ۴) فقط ترکیب ۴) این ویژگی را دارد.

تست و پاسخ ۸۰

مقداری از اتانول حاصل از تخمیر بی هوازی ۹۰ گرم گلوکز (معادله I) با مقدار کافی گاز اکسیژن، مطابق معادله II) می سوزد. اگر در اثر سوختن اتانول، ۱۱/۲ لیتر گاز کربن دی اکسید در شرایط STP تولید شده باشد، چند درصد اتانول حاصل از واکنش I) در واکنش II) مصرف شده است و نسبت جرم آب تولید شده در واکنش II) به جرم کربن دی اکسید تولید شده در واکنش I)، به تقریب کدام است؟ (بازده واکنش ها را ۱۰۰ درصد فرض کنید: $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۴) ۲۵ - ۲ / ۰

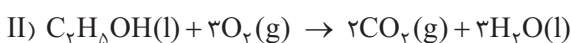
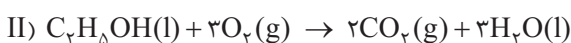
۳) ۴۰ - ۲ / ۰

۲) ۲۵ - ۳ / ۰

۱) ۴۰ - ۳ / ۰

پاسخ: گزینه ۲)

پاسخ تشریحی گام اول: معادله واکنش های انجام شده را موازنه می کنیم:



گام دوم: مقدار اتانول حاصل از تخمیر بی هوازی ۹۰ گرم گلوکز در واکنش I) و مقدار اتانول مصرف شده برای تولید ۱۱/۲ لیتر گاز CO_2 در واکنش II) در شرایط استاندارد (STP) را به دست می آوریم:

$$90 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{2 \text{ mol } C_2H_5OH}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 1 \text{ mol } C_2H_5OH$$

$$11/2 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{2 \text{ mol } CO_2} = 0/25 \text{ mol } C_2H_5OH$$

گام سوم: از یک مول اتانول تولید شده در واکنش I)، ۲۵ / ۰ مول در واکنش II) مصرف شده است؛ بنابراین داریم:

$$\text{درصد اتانول مصرف شده} = \frac{\text{شمار مول های اتانول مصرف شده در واکنش II)}}{\text{شمار کل مول های اتانول تولید شده در واکنش I)}} \times 100 = \frac{0/25}{1} \times 100 = 25\%$$

گام چهارم: جرم آب (H_2O) تولید شده در واکنش II) و جرم گاز کربن دی اکسید (CO_2) تولید شده در واکنش I) را حساب می کنیم:

$$11/2 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{3 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } CO_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 13/5 \text{ g } H_2O$$

$$90 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 44 \text{ g } CO_2$$

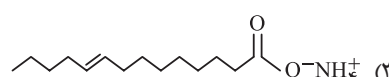
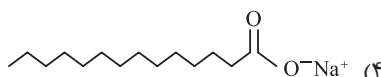
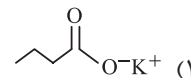
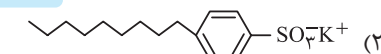
بنابراین نسبت خواسته شده به تقریب برابر با ۳ / ۰ است.

تست و پاسخ ۸۱

کدام ساختار را می‌توان به یک پاک‌کننده صابونی مایع نسبت داد؟

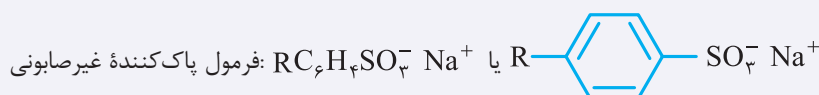
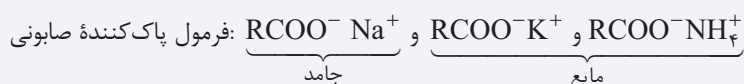
دارای K^+ یا NH_4^+

دارای گروه COO^-



پاسخ: گزینه ۳

نکته ساختار کلی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی به صورت زیر است:



توجه برای این که این ترکیب‌ها خاصیت پاک‌کنندگی داشته باشند، گروه R در آن‌ها باید به اندازه کافی اتم کربن داشته باشد.

پاسخ تشریحی ساختارهای داده شده در (۲) و (۴) به ترتیب نشان‌دهنده پاک‌کننده غیرصابونی و صابون جامد هستند. بین (۱) و (۳)، ترکیب داده شده در (۳) را می‌توان صابون مایع در نظر گرفت، ولی ترکیب (۱) به دلیل زنجیره کربنی کوتاه، پاک‌کننده به شمار نمی‌آید.

تست و پاسخ ۸۲

اگر نافلز A در بالاترین عدد اکسایش خود یون AO_4^{3-} و عنصر X در پایین‌ترین عدد اکسایش خود ترکیب XH_4 را تشکیل دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شماره گروه عنصر X از عنصر A کوچک‌تر است.
 - اگر عنصر A در دوره سوم قرار داشته باشد، در آرایش الکترونی آن، ۹ الکترون با ۱ وجود دارد.
 - عنصر X در دوره خود، اکسندترین عنصر است.
 - اگر عنصر X در دوره سوم قرار داشته باشد، نافلزی شکننده است که تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون دارد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

پاسخ تشریحی ابتدا باید عدد اکسایش نافلز A و عنصر X را در گونه‌های داده شده، تعیین کنیم:

$$AO_4^{3-}: A + 4(-2) = -3 \Rightarrow A = +5 \quad XH_4: X + 4(+1) = 0 \Rightarrow X = -4$$

با توجه به اعداد اکسایش به دست آمده، نافلز A و عنصر X به ترتیب در گروه‌های ۱۵ و ۱۴ جدول تناوبی قرار دارند.

نکته دامنه تغییرات عدد اکسایش عنصرها در برخی گروه‌های جدول به صورت زیر است:

شماره گروه	۱ (به جز هیدروژن)	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶ (به جز اکسیژن)	۱۷ (به جز فلوئور)
پایین‌ترین عدد اکسایش	۰	۰	۰	-۴	-۳	-۲	-۱
بالاترین عدد اکسایش	+۱	+۲	+۳	+۴	+۵	+۶	+۷

توجه عدد اکسایش هیدروژن می‌تواند صفر، -۱ و +۱ باشد. دامنه تغییرات عدد اکسایش اکسیژن از -۲ تا +۲ است و عدد اکسایش فلوئور تنها می‌تواند اعداد صفر (در F_2) و -۱ (در بقیه گونه‌ها) باشد.



بررسی عبارت‌ها:

- شماره گروه عنصر X، یعنی ۱۴ از شماره گروه نافلز A، یعنی ۱۵ کوچک‌تر است.
 - اگر نافلز A در دوره سوم جدول تناوبی قرار داشته باشد، همان عنصر ^{15}P خواهد بود که در آرایش الکترونی آن، $6 + 3 = 9$ الکترون در زیرلایه‌های p ($l=1$) اتم آن وجود دارد:
- $$^{15}\text{P} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$$
- اکسندترین عنصر در هر دوره جدول تناوبی، عنصر گروه ۱۷ می‌باشد.
 - اگر عنصر X در دوره سوم جدول تناوبی قرار داشته باشد، همان عنصر ^{14}Si خواهد بود که شبه‌فلزی شکننده است و در واکنش با دیگر اتم‌ها فقط می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد.

تست و پاسخ ۸۳

درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟ ($N = 14$, $O = 16$, $Fe = 56$: g.mol^{-1})

• در $28/8$ گرم گاز اوزون، $2/0$ مول اتم اکسیژن وجود دارد.

O_3

• فرایند هابر در دماهای بالا، با سرعت چشم‌گیری انجام شده و با پیشرفت زیادی به تعادل می‌رسد.

• شمار اتم‌ها در $5/6$ لیتر گاز نیتروژن با چگالی $1/25 \text{ g.L}^{-1}$ ، با شمار اتم‌ها در یک قطعه آهن به جرم $2/8$ گرم برابر است.

N_2

• در شرایط بهینه تولید آمونیاک به روش هابر، ۷۲ درصد مولی مخلوط تعادلی را واکنش‌دهنده‌ها تشکیل می‌دهند.

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - نادرست - درست

(۴) نادرست - نادرست - نادرست - درست

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های اول، دوم و سوم نادرست و عبارت چهارم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

$$28/8 \text{ g O}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_3}{48 \text{ g O}_3} \times \frac{3 \text{ mol atom O}}{1 \text{ mol O}_3} = 1/8 \text{ mol atom O}$$

عبارت اول:

عبارت دوم: فرایند هابر ($\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{NH}_3 + Q$) گرماده بوده و با افزایش دما، در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین میزان پیشرفت آن کم است.

عبارت سوم: شمار مول اتم‌ها در $5/6$ لیتر گاز نیتروژن برابر است با:

$$5/6 \text{ L N}_2 \times \frac{1/25 \text{ g N}_2}{1 \text{ L N}_2} \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{2 \text{ mol atom N}}{1 \text{ mol N}_2} = 0/5 \text{ mol atom N}$$

اما شمار مول اتم‌ها در $2/8$ گرم فلز آهن (Fe) برابر است با:

$$2/8 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol atom Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 0/5 \text{ mol atom Fe}$$

عبارت چهارم: در شرایط بهینه تولید آمونیاک به روش هابر، ۲۸ درصد مولی مخلوط را آمونیاک و در نتیجه $100 - 28 = 72$ درصد مولی مخلوط را واکنش‌دهنده‌ها تشکیل می‌دهند.

تکنیک در این تست، تنها با بررسی عبارت‌های دوم و چهارم، می‌توان به جواب رسید و اصلاً نیازی به بررسی عبارت‌های اول و سوم که محاسباتی هستند، نیست.

تست و پاسخ ۸۴

اگر 320 گرم محلول سیرشده از یک نمک با دمای 70°C را گرما دهیم تا آب خود را از دست دهد، 120 گرم نمک خشک به دست می‌آید. اگر ضریب θ در معادله انحلال‌پذیری این نمک برابر با $15/0$ باشد، چند گرم نمک را به 150 گرم آب در دمای 10°C اضافه کنیم تا محلول سیرشده‌ای از این نمک به دست آید؟ (انحلال‌پذیری نمک مورد نظر را در آب، خطی در نظر بگیرید.)

۷۶/۵ (۴)

۷۴ (۳)

۵۳/۵ (۲)

۵۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی گام اول: با گرم کردن به 320°C گرم محلول سیر شده نمک در دمای 70°C ، آب (حلال) تبخیر شده و 120°C گرم نمک خشک باقی می ماند؛ در نتیجه جرم آب موجود در محلول، 200°C گرم بوده و انحلال پذیری این نمک در دمای 70°C برابر خواهد بود با:

$$\text{نمک } 60\text{ g} = 100\text{ g H}_2\text{O} \times \frac{120\text{ g نمک}}{200\text{ g H}_2\text{O}}$$

گام دوم: با توجه به انحلال پذیری نمک در دمای 70°C و ضریب θ در معادله انحلال پذیری آن، معادله انحلال پذیری نمک را به دست می آوریم:

$$S = a\theta + b \Rightarrow S = 0/15\theta + b \xrightarrow{\theta=70^\circ\text{C}} 60 = 0/15(70) + b \Rightarrow b = 49/5$$

گام سوم: انحلال پذیری نمک در دمای 10°C را بر حسب گرم در 100 g آب، حساب می کنیم:

$$S = 0/15\theta + 49/5 \Rightarrow S = 0/15(10) + 49/5 = 51$$

گام چهارم: مقداری از نمک را که می توان به 150°C گرم آب در دمای 10°C اضافه کرد و محلول سیر شده ای از این نمک به دست آورد را محاسبه می کنیم:

$$\text{نمک } 76/5\text{ g} = 100\text{ g H}_2\text{O} \times \frac{51\text{ g نمک}}{100\text{ g H}_2\text{O}}$$

تست و پاسخ ۸۵

عنصرهای گروه ۱۴ و ۱۴

اگر عنصر X دارای ۴ الکترون ظرفیتی و عدد اتمی آن کمتر از ۳۶ باشد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- اگر هالوژن هم دوره X در شرایط معمولی به حالت گاز باشد، X به یقین شبه فلز است.
- اگر شمار الکترون های ظرفیتی عنصر M از X کمتر باشد، عنصر M به یقین فلز است.
- اگر نقطه ذوب عنصر X از سایر عنصرهای هم دوره با آن بیشتر باشد، این عنصر به یقین فلز نیست.

گروه دوم

• اگر عنصر D سومین فلز قلیایی خاکی جدول دوره ای باشد، شعاع اتمی آن به یقین از شعاع اتمی X بزرگ تر است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت های سوم و چهارم درست اند.

پاسخ تشریحی عنصرهای گروه ۴ و ۱۴ جدول دوره ای، ۴ الکترون ظرفیتی دارند. در ۴ دوره اول (عنصرهایی با عدد اتمی ۱ تا ۳۶)، این عنصرها عبارت اند از تیتانیوم (22Ti) از گروه ۴ و عنصرهای C، Si و Ge از گروه ۱۴.

بررسی عبارت ها:

- هالوژن های دوره های دوم و سوم (فلوئور و کلر) به حالت گازند. C در دوره دوم قرار دارد و نافلز است، نه شبه فلز!
- شمار الکترون های ظرفیتی عنصر M کمتر از ۴ است، اما همه عنصرهایی که ۱ تا ۳ الکترون ظرفیتی دارند، فلز نیستند؛ به عنوان نمونه، هیدروژن و هلیم به ترتیب ۱ و ۲ الکترون ظرفیتی دارند، اما نافلز هستند.
- در دوره های دوم تا چهارم، عنصری نقطه ذوب بالاتری دارد که جامد کووالانسی باشد. عنصرهای C، Si و Ge جزء جامدهای کووالانسی اند و هیچ کدام فلز نیستند.

• سومین فلز قلیایی خاکی جدول (عنصرهای گروه ۲)، کلسیم (20Ca)

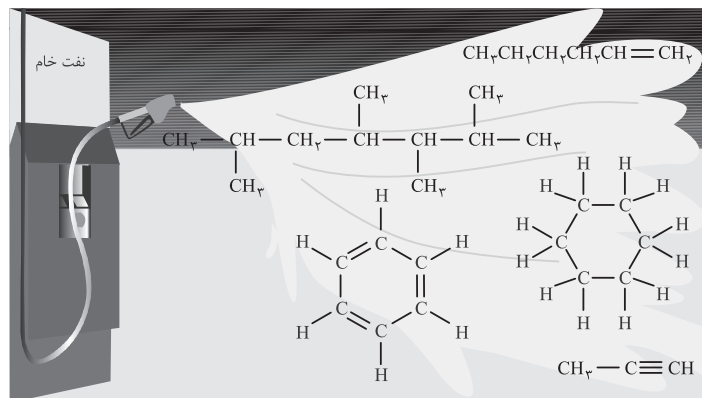
است. با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در جدول دوره ای، شعاع اتمی این عنصر از هر ۴ عنصر مورد نظر، بزرگ تر است.

گروه ۱۴		گروه ۲	
C	۶	۲۰	۲
Si	۱۴	۲۲	۴
Ge	۳۲		

افزایش شعاع اتمی

تست و پاسخ

با توجه به شکل زیر که برخی از هیدروکربن‌های سازنده نفت خام را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



۱) نام آلکان موجود در شکل به هپتان ختم می‌شود و مجموع اعداد در آن برابر ۱۵ است.

(۲) فرمول فراورده حاصل از بسپارش آلکن را می‌توان به صورت —CH—CH— نشان داد.



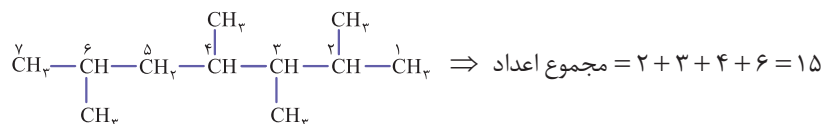
۳) در میان آن‌ها، سه ترکیب سیرنشده و دو ترکیب آروماتیک وجود دارد.

(۴) آلکین موجود در شکل، دومین عضو خانواده آلکین‌ها به شمار می‌آید و نام آن پروپین است.

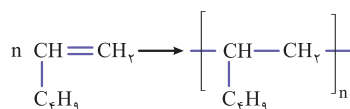
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی در میان ترکیب‌های نشان داده شده، فقط یک ترکیب آروماتیک (بنزن) وجود دارد. *هواستون* باشد که هر ترکیب حلقوی، آروماتیک به حساب نمی‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۲، ۳، ۴، ۶۔ تترامتیل ھیٿان

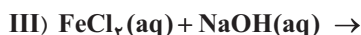
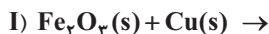


از آلکن $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}=\text{CH}_2$ می‌توان مطابق معادله زیر و در شرایط مناسب، پلیمر C_5H_9 تولید کرد:

🌱 آلکین موجود در شکل، پروپین ($\text{CH}_3\text{—C}\equiv\text{CH}$) بوده و دومین عضو خانواده آلکین‌ها به شمار می‌آید؛ زیرا اولین عضو این خانواده، اتین ($\text{HC}\equiv\text{CH}$)، با دو اتم کربن است.

۸۷ تست و پاسخ

با توجه به معادله‌های زیر، کدام مطلب درست است؟



(۱) واکنش (I) همان واکنشی است که در شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از آن استفاده می‌شود.

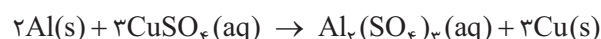
(۲) یکم، از فراورده‌های واکنش (III)، رسوبی به رنگ قرمز آجری است.

(۳) اگر به جای آلومینیم در واکنش (II)، فلز سدیم قرار گیرد، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش کاهش می‌یابد.

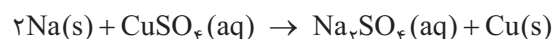
۴) استفاده از پودر آهن (III) اکسید به جای تکه‌هایی از این ماده، سرعت واکنش (I) را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

پاسخ: گزینه

پاسخ تشریحی معادله کامل و موازنه شده واکنش (II) به صورت زیر است:



در معادله فوق، اگر به جای فلز آلومینیم (Al)، فلز سدیم (Na) قرار گیرد، معادله واکنش به صورت زیر درمی آید:

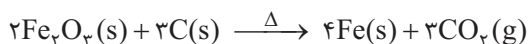


مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در معادله موازنه‌شده واکنش در حالت اول، برابر ۹ و در حالت دوم، برابر ۵ است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در فولاد مبارکه مانند همه شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود:



۲ معادله کامل و موازنه شده واکنش (III) به صورت روبه‌رو است:

$$\text{FeCl}_3(\text{aq}) + 2\text{NaOH}(\text{aq}) \rightarrow \underbrace{\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})}_{\text{رسوب سبزرنگ}} + 2\text{NaCl}(\text{aq})$$

۴ واکنش (I) در شرایط طبیعی انجام‌ناپذیر است و به طور خودبه‌خودی انجام نمی‌شود؛ زیرا واکنش‌پذیری فلز مس (Cu)، کم‌تر از فلز آهن (Fe) بوده و در نتیجه نمی‌تواند جایگزین آهن در ترکیب یونی Fe_2O_3 شود. توجه کنید که در واکنش‌هایی که در شرایط طبیعی انجام‌پذیرند، استفاده از پودر یک ترکیب به جای تکه‌هایی از آن، به علت افزایش سطح تماس، باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود.

تست و پاسخ ۸۸

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اگر در یک محیط، نور مرئی وجود نداشته باشد، انسان نمی‌تواند محیط پیرامون خود را ببیند.
- ماده‌ای که به رنگ سرخ دیده می‌شود، به یقین همه طول موج‌های کوتاه‌تر از 620 nm را از خود عبور می‌دهد.
- منابعی همچون گیاهان، جانوران و برخی کانی‌ها، می‌توانند سرمنشأ تهیه رنگدانه‌های آلی در گذشته باشند.
- همه مواد مولکولی در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت اول درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر در محیطی نور مرئی (نور با طول موج 400 تا 700 نانومتر) نباشد، انسان نمی‌تواند پیرامون خود را ببیند.

عبارت دوم: ماده‌ای که به رنگ سرخ دیده می‌شود؛ یعنی این ماده نور رنگ سرخ را بازتاب کرده یا عبور داده و همه طول موج‌های مرئی به جز رنگ سرخ را جذب کرده است. از آنجایی که طول موج رنگ سرخ در بازه 620 تا 700 نانومتر است، بنابراین این ماده همه طول موج‌های مرئی با طول موج زیر 620 نانومتر را جذب می‌کند.

عبارت سوم: در گذشته انسان، رنگدانه‌های معدنی و آلی را از منابع طبیعی مانند گیاهان، جانوران و برخی کانی‌ها تهیه می‌کرد. توجه کنید که کانی‌ها، سرمنشأ تهیه رنگدانه‌های معدنی هستند.

عبارت چهارم: در دما و فشار اتاق، مواد مولکولی می‌توانند گاز (مانند Cl_2)، مایع (مانند Br_2) یا جامد (مانند I_2) باشند.

تست و پاسخ ۸۹

در واکنش هیدروژن‌دارشدن 0.4 مول از یک آلکن، $7/92$ گرم آلکان تشکیل شده است. مولکول آلکن، چند اتم هیدروژن دارد و تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی استیرن برابر چند گرم است؟ ($H = 1, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: فرمول کلی آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} است؛ بنابراین معادله واکنش هیدروژن‌دارشدن آلکن‌ها را می‌توان به صورت

$$\text{C}_n\text{H}_{2n} + \text{H}_2 \xrightarrow{\text{Ni(s)}} \text{C}_n\text{H}_{2n+2}$$

مقابل نمایش داد:

گام دوم: با توجه به معادله واکنش، مقدار n را به دست می‌آوریم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{0.4}{(14n+2) \times 1} = \frac{198}{7/92} \Rightarrow 14n+2=198 \Rightarrow 14n=196 \Rightarrow n=14$$



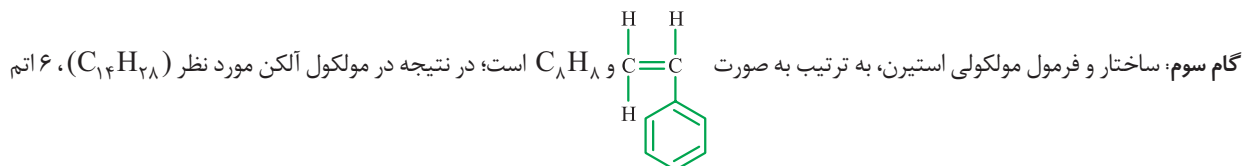


روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{1}{\%4} \text{ mol C}_n\text{H}_{7n} \times \frac{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{7n+2}}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{7n}} \times \frac{(14n+2) \text{ g C}_n\text{H}_{7n+2}}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{7n+2}} = \frac{198}{\%4} \text{ g C}_n\text{H}_{7n+2}$$

$$\Rightarrow 14n+2=198 \Rightarrow 14n=196 \Rightarrow n=14$$

در نتیجه فرمول مولکولی آلکن مورد نظر به صورت $\text{C}_{14}\text{H}_{20}$ بوده و در مولکول آن، ۲۸ اتم هیدروژن وجود دارد.



کربن و ۲۰ اتم هیدروژن، بیشتر از مولکول استیرن وجود دارد و تفاوت جرم مولی این دو ماده برابر با $92 = (20 \times 1) + (6 \times 12)$ گرم است.

تست و پاسخ ۹۰

نشانۀ شیمیایی فلز	پتانسیل کاهشی استاندارد (E°) فلز (V)	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^\circ\text{C}$)
Cd	x	۲۳
Au	+۱/۵۰	θ_1
Ba	-۲/۹۰	θ_2
Cu	+۰/۳۴	۲۰
Sn	-۰/۱۴	θ_3

جدول مقابل داده‌هایی را از قراردادن برخی تیغه‌های فلزی درون محلول مس (II) سولفات در دمای 20°C نشان می‌دهد؛ با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

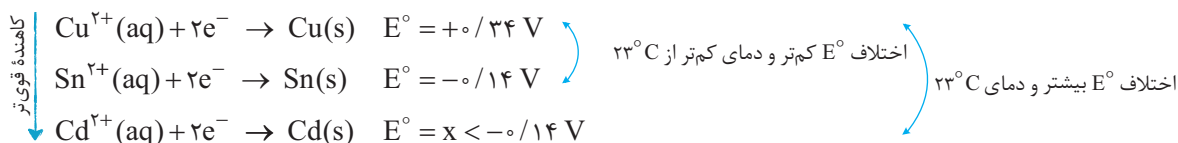
- ۱) دمای مخلوط تیغه طلا با محلول مس (II) سولفات، بدون تغییر باقی می‌ماند.
- ۲) اگر θ_3 کم‌تر از 23°C باشد، x کوچک‌تر از $-0/14$ - ولت است.
- ۳) با قراردادن یک تیغه مسی درون محلول $\text{CdSO}_4(\text{aq})$ با دمای 20°C ، دمای مخلوط به بیش از 23°C می‌رسد.
- ۴) emf سلول گالوانی قلع - مس برابر با $0/48$ ولت است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: با توجه به جدول داده‌شده، دمای مخلوط واکنش قراردادن تیغه کادمیم درون محلول مس (II) سولفات افزایش می‌یابد؛ بنابراین فلز کادمیم (Cd) با کاتیون مس (Cu^{2+}) واکنش می‌دهد؛ در نتیجه می‌توان گفت که عکس این واکنش یعنی قراردادن تیغه مس درون محلول کادمیم سولفات، انجام‌پذیر نیست و دمای مخلوط واکنش در 20°C ثابت می‌ماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) پتانسیل کاهشی استاندارد (E°) مربوط به فلز مس، کوچک‌تر از پتانسیل کاهشی استاندارد (E°) مربوط به فلز طلا است؛ بنابراین با قراردادن تیغه طلایی درون محلول مس (II) سولفات، واکنشی رخ نمی‌دهد و دمای مخلوط واکنش بدون تغییر باقی می‌ماند.
- ۲) اگر θ_3 کم‌تر از 23°C باشد، قدرت کاهندگی فلز قلع، کم‌تر از قدرت کاهندگی فلز کادمیم است؛ بنابراین پتانسیل کاهشی استاندارد (E°) مربوط به فلز کادمیم، کوچک‌تر از پتانسیل کاهشی استاندارد (E°) مربوط به فلز قلع می‌باشد.



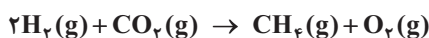
۴) در سلول گالوانی قلع - مس، قلع آند و مس کاتد است؛ بنابراین داریم:

$$\text{emf} = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = 0/34 - (-0/14) = 0/48 \text{ V}$$



تست و پاسخ ۹۱

اگر به ازای شکسته شدن $3/01 \times 10^{22}$ پیوند دوگانه در واکنش زیر، 7500 ژول گرما جذب شود، آنتالپی پیوند $O=O$ چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوند $H-H$ و میانگین آنتالپی پیوندهای $C-H$ و $C=O$ به ترتیب برابر 435 ، 790 و 414 کیلوژول بر مول در نظر گرفته شود).



۴۹۴ (۲)

۴۴۹ (۱)

۵۴۲ (۴)

۵۲۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مسائل مربوط به محاسبه ΔH واکنش‌های شیمیایی با استفاده از آنتالپی‌های پیوند مواد، تقریباً پای ثابت سوالات کنکور در هر سال در درس شیمی هستند. حتماً حواستون باشه که برای جواب دادن به مسائل این قسمت، هم باید رابطه‌ها رو بلد باشین و از اون مهم‌تر باید سرعت محاسبات ریاضیتون رو تقویت کنین!

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا گرمای مبادله شده به ازای شکسته شدن دو مول پیوند دوگانه ($C=O$) را حساب می‌کنیم:

$$2 \text{ mol } C=O \text{ پیوند} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ } C=O \text{ پیوند}}{1 \text{ mol } C=O \text{ پیوند}} \times \frac{7500 \text{ J}}{3/01 \times 10^{22} \text{ } C=O \text{ پیوند}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ J}} = 300 \text{ kJ}$$

گام دوم: با کمک رابطه محاسبه ΔH واکنش با استفاده از آنتالپی‌های پیوند، مقدار آنتالپی پیوند $O=O$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

دقت کنید که چون در طی انجام واکنش، انرژی جذب شده است، در نتیجه واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) است و باید مقدار ΔH را در معادله

$$\Rightarrow +300 = [2\Delta H(H-H) + 2\Delta H(C=O)] - [4\Delta H(C-H) + \Delta H(O=O)]$$

مثبت قرار دهیم:

$$= [2(435) + 2(790)] - [4(414) + \Delta H(O=O)] \Rightarrow \Delta H(O=O) = 494 \text{ kJ}$$

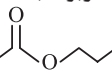
تست و پاسخ ۹۲

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• برای استری با فرمول بسته $C_7H_{14}O_2$ ، می‌توان دو نام متفاوت بیان کرد.

• نام استر $CH_3-O-C(=O)-C_6H_5$ ، می‌تواند بوتیل متانوات باشد.

• ساختار ، مربوط به استری است که از واکنش یک اسید سه کربنه و اتانول به دست می‌آید.

• نام اسید و الکل سازنده ، به ترتیب استیک اسید و ۱-پروپانول است.

• فرمول اتیل هپتانوات را می‌توان به صورت $C_7H_{15}COOC_2H_5$ نشان داد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

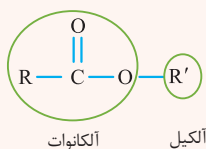
۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

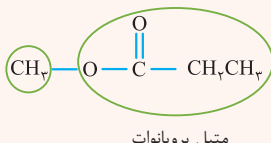
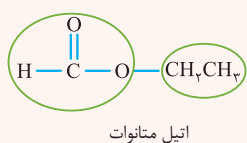
عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

درس‌نامه •• استرهای یک‌عاملی

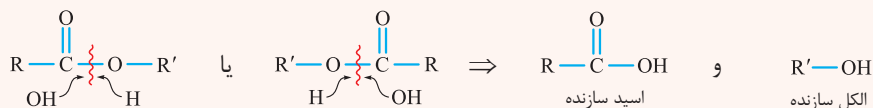
فرمول عمومی استرهای یک‌عاملی به صورت $R-C(=O)-O-R'$ است که در آن R می‌تواند هیدروژن یا گروه‌های کربنی باشد، ولی R' ، حتماً گروه کربنی است. برای نام‌گذاری استرها، ابتدا باید نام زنجیر هیدروکربنی متصل به اتم اکسیژن ($-R'$) را برحسب تعداد کربن موجود در آن بر وزن «آلکیل» نوشته و سپس نام تعداد کربن باقی‌مانده در زنجیر اصلی ($R-C(=O)-O-$) را بر وزن «آلکانوات» بنویسیم:



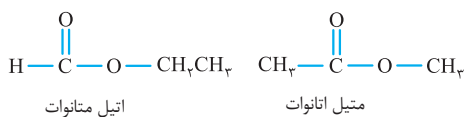
مثال:



برای تشخیص الکل و اسید سازنده یک استر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



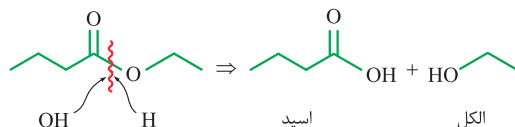
بررسی عبارت‌ها:



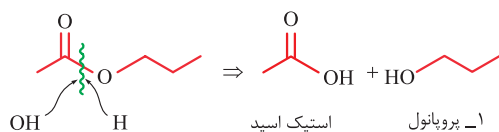
• دو ساختار مقابل را می‌توان برای استر ۳ کربنه در نظر گرفت:

• نام استر $\text{CH}_3-\text{O}-\text{C}(=\text{O})-\text{C}_2\text{H}_5$ ، متیل پنتانوات است.

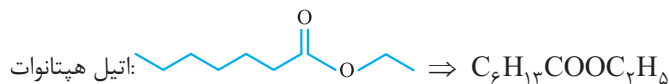
• اسید سازنده استر داده شده، ۴ کربنی و الکل سازنده آن، ۲ کربنی است:



• اسید سازنده استر داده شده، ۲ کربنی و الکل سازنده آن، ۳ کربنی است:



• اتیل هپتانوات، یک استر ۹ کربنی (۲ + ۷ = ۹) است؛ در حالی که فرمول داده شده، مربوط به یک استر ۱۰ کربنی می‌باشد:



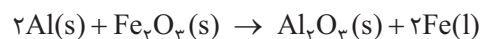
تست و پاسخ ۹۳

از واکنش ۴/۰ مول فلز آلومینیم با آهن (III) اکسید، مقداری ترکیب یونی تولید شده است که جرم آن ۴۴/۱ گرم از فلز اولیه بیشتر است.

بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($\text{Fe} = 56$, $\text{Al} = 27$, $\text{O} = 16$; $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- | | |
|--------|--------|
| ۸۰ (۲) | ۶۰ (۱) |
| ۴۰ (۴) | ۷۰ (۳) |

پاسخ: گزینه ۱



معادله واکنش انجام شده را می‌نویسیم:

$$\text{جرم آلومینیم اولیه، برابر با } 4/0 \text{ mol Al} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 108 \text{ g}$$

جرم Al_2O_3 تولید شده $108 + 1/44 = 109/44 \text{ g Al}_2\text{O}_3$

$$109/44 \text{ g Al}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Al}_2\text{O}_3}{102 \text{ g Al}_2\text{O}_3} = 1/12 \text{ mol Al}_2\text{O}_3$$

با توجه به معادله واکنش، با مصرف ۴/۰ مول فلز Al، انتظار داریم که ۲/۰ مول ترکیب یونی Al_2O_3 به دست آید؛ بنابراین بازده درصدی واکنش برابر خواهد بود با:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{1/12}{2/0} \times 100 = 60\%$$



پاسخ تشریحی

آب گازدار، خاصیت اسیدی دارد و در آن، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از یون هیدروکسید است؛ پس در نمودار داده شده ستون پررنگ تر نشان دهنده غلظت H^+ و ستون کم رنگ تر نشان دهنده غلظت OH^- است. در محلول A، غلظت یون هیدروکسید، 10^{-13}

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-13}} = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

مولار است؛ بنابراین:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-1} = 1$$

در محلول آمونیاک، غلظت یون هیدرونیوم، 10^{-12} مولار و در نتیجه غلظت یون هیدروکسید، 10^{-2} مولار است؛ بنابراین داریم:

$$[OH^-] = M\alpha \Rightarrow 10^{-2} = M \times \frac{5}{100} \Rightarrow M = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

از طرفی یک سی سی معادل یک میلی لیتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$10 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.2 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ L}} \times \frac{17 \text{ g NH}_3}{1 \text{ mol NH}_3} = 3.4 \times 10^{-2} \text{ g NH}_3$$

تست و پاسخ ۹۶

کدام موارد از مطالب زیر، درست اند؟

(الف) در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آب قند بیشتر از محلول آب نمک است.

(ب) اضافه کردن منیزیم کلرید به شوینده ها، سبب افزایش قدرت پاک کنندگی آن ها می شود.

(پ) کاغذ pH در محلول آبی اکسید عنصرهای لیتیم و باریم، به رنگ آبی درمی آید.

(ت) یکی از فراورده های واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گاز هیدروژن است.

(۱) پ - ت (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۱

عبارت های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) نمک (NaCl) به هنگام انحلال در آب به صورت یونی حل شده و به طور کامل به یون های سازنده خود تبدیل می شود، ولی قند ($C_{12}H_{22}O_{11}$) به هنگام انحلال در آب به صورت مولکولی حل شده و هیچ یونی تولید نمی کند؛ بنابراین در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آب نمک، بیشتر از محلول آب قند است.

(ب) از آن جا که یون های فلز منیزیم با شوینده های صابونی تشکیل رسوب می دهند، اضافه کردن منیزیم کلرید به این شوینده ها باعث کاهش قدرت پاک کنندگی آن ها می شود. توجه کنید که یون های Mg^{2+} و Ca^{2+} با شوینده های غیرصابونی تشکیل رسوب نداده و در نتیجه بر قدرت پاک کنندگی آن ها تأثیری ندارند.

(پ) اکسید فلزهایی مانند لیتیم و باریم، در آب خاصیت بازی داشته و کاغذ pH را به رنگ آبی درمی آورند.

(ت) واکنش انجام شده به صورت مقابل است: $\text{فراورده های دیگر} + \text{گاز هیدروژن} \rightarrow \text{آب} + \text{مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید}$

تست و پاسخ ۹۷

با توجه به شکل های روبه رو که ساختار دو دارو را نشان می دهند، چند مورد از

مطالب زیر نا درست است؟

• نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی در ساختار وارفارین به ریتالین، برابر ۱/۶ است.

• هر دو ترکیب، دارای گروه عاملی استری هستند، ولی تنها در ساختار یکی از

آن ها، گروه عاملی آمیدی وجود دارد.

• مجموع شمار اتم ها در مولکول ریتالین، دو برابر مجموع شمار اتم ها در مولکول نفتالین است.

• نسبت شمار گروه های CH در ساختار ریتالین به وارفارین، برابر ۵/۶ است.

• ساده ترین عضو خانواده الکل های یک عاملی را می توان از آبکافت ریتالین به دست آورد.



(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره الان دیگه پای ثابت هر کنکوری توی درس شیمی شده این که یه دونه یاد و نتا ساختار بزرگ آلی می دن و در باره چیزهای مختلفی از ش سوال می پرسن! خیلی از بچه ها از خیر این سوال تو کنکور می گذرن، اما سوال شیمی کنکور دی رشته تجربی سال ۱۴۰۱ رو همین ساختارهای گنده به خودشون اختصاص دادن! پس ممکنه طرح زوم بیشتری رو این مبحث بکنه! شما هم بهتر به این سبک سوالات خوب مسلط بشین!

عبارت های دوم و چهارم نادرست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت ها:

عبارت اول: در ساختار ترکیب های آلی به ازای هر اتم اکسیژن، ۲ جفت الکترون ناپیوندی و به ازای هر اتم نیتروژن، یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد؛ بنابراین در ساختار وارفارین، ۸ و در ساختار ریتالین، ۵ جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و نسبت مورد نظر برابر $\frac{1}{6} = \frac{1}{5}$ است.

عبارت دوم: در ساختار هر دو ترکیب، گروه عاملی استری (—C—O—) وجود دارد، اما گروه عاملی آمیدی (—C—N—) در هیچ کدام وجود ندارد. در ساختار وارفارین، علاوه بر گروه عاملی استری، گروه های عاملی کتونی (—C=O—) و هیدروکسیل (—OH) و در ساختار ریتالین، علاوه بر گروه عاملی استری، گروه عاملی آمینی نیز وجود دارد.

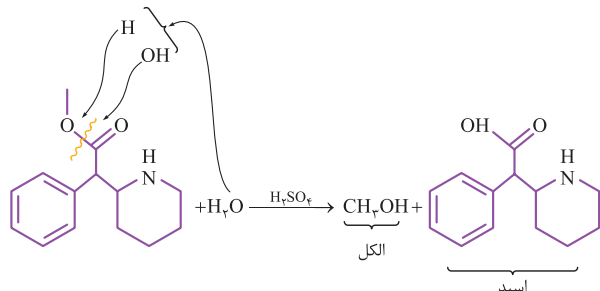
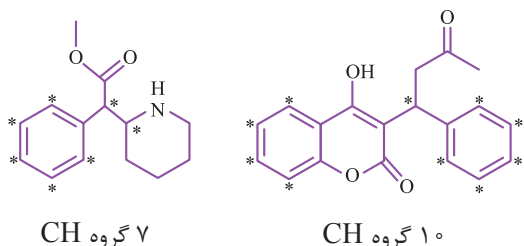
عبارت سوم: شمار هیدروژن های موجود در ریتالین را می توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$(1 \times \text{تعداد اتم های نیتروژن}) + (\text{تعداد حلقه ها} \times 2) - (\text{تعداد پیوندهای سه گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دو گانه} \times 2) - (2n + 2) = \text{تعداد اتم های هیدروژن}$$

$$= ((2 \times 14) + 2) - (2 \times 4) - (4 \times 0) - (2 \times 2) + (1 \times 1) = 19$$

پس شمار اتم های هیدروژن در مولکول ریتالین، برابر ۱۹ و فرمول مولکولی آن به صورت $\text{C}_{14}\text{H}_{19}\text{NO}_2$ بوده و مجموع شمار اتم ها در این مولکول برابر $36 = 14 + 19 + 1 + 2$ است. از طرفی، فرمول مولکولی نفتالین به صورت C_{10}H_8 بوده و مجموع شمار اتم ها در مولکول آن، برابر $18 = 10 + 8$ است؛ پس نسبت خواسته شده برابر $\frac{36}{18} = 2$ خواهد بود.

عبارت چهارم: گروه های CH را در ساختار مولکول های ریتالین و وارفارین با (*) مشخص می کنیم:

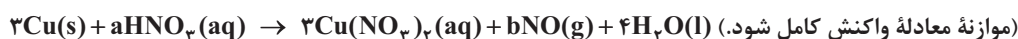


عبارت پنجم: در ساختار مولکول ریتالین، گروه عاملی استری وجود دارد که در حضور آب می تواند آبکافت شود. معادله واکنش آبکافت ریتالین در شرایط مناسب به صورت مقابل است:

الکل به دست آمده در این واکنش، CH_3OH (متانول) بوده که ساده ترین عضو خانواده الکل های تک عاملی است.

تست و پاسخ ۹۸

یک قطعه فلز مس به درون ۵۰۰ میلی لیتر محلول نیتریک اسید که مجموع غلظت یون ها در آن ۰/۸ مولار است، وارد شده تا واکنش زیر به طور کامل انجام شود. pH محلول اولیه اسید و غلظت مولار $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$ پس از انجام واکنش، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید.)



۰/۳ - ۰/۴ (۴)

۰/۳ - ۰/۱ (۳)

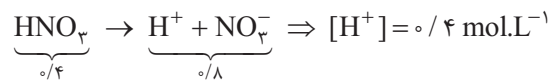
۰/۱۵ - ۰/۴ (۲)

۰/۱۵ - ۰/۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی HNO_3 یک اسید قوی است و در اثر یونش هر مول از آن، دو مول یون تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که در محلول آن، مجموع غلظت مولی یون‌ها دو برابر غلظت محلول است.



$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(4 \times 10^{-1}) = 1 - 2 \log 2 = 1 - (2 \times 0.3) = 0.4$$

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا باید موازنه معادله واکنش را کامل کنیم:

در سمت راست معادله، ۸ اتم هیدروژن وجود دارد؛ بنابراین a باید برابر ۸ باشد؛ به این ترتیب در سمت چپ معادله، ۸ اتم نیتروژن وجود دارد

و b باید برابر ۲ باشد تا در سمت راست نیز، ۸ اتم نیتروژن داشته باشیم:

غلظت مولار Cu^{2+} با غلظت مولار $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ برابر است و داریم:

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0.4 \times 500}{8 \times 1} = \frac{x \times 500}{3 \times 1} \Rightarrow x = [\text{Cu}(\text{NO}_3)_2] = [\text{Cu}^{2+}] = \frac{3 \times 0.4}{8} = 0.15 \text{ mol.L}^{-1}$$

تست و پاسخ ۹۹

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در واکنش‌های اکسایش - کاهش، کاهنده گونه‌ای است که عدد اکسایش گونه(های) دیگر را کاهش می‌دهد.
- در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول آندی حرکت می‌کنند.
- ولتاژ سلول گالوانی استاندارد $\text{Zn} - \text{SHE}$ ، با پتانسیل کاهشی استاندارد الکترود روی برابر است.
- در سلول‌های الکترولیتی، در قطب منفی، اکسایش انجام شده و از جرم تیغه فلزی کاسته می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت اول درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل از سمت نیم‌سلول آندی به سمت نیم‌سلول کاتدی مهاجرت می‌کنند.
عبارت سوم: نیم‌سلول SHE همان نیم‌سلول هیدروژن است و در سری الکتروشیمیایی، فلز روی پایین گاز هیدروژن قرار دارد؛ بنابراین در سلول گالوانی $\text{Zn} - \text{SHE}$ ، روی نقش آند و هیدروژن نقش کاتد را دارد؛ پس می‌توان گفت که ولتاژ این سلول با قرینه پتانسیل کاهشی استاندارد الکترود روی برابر است:

$$E^\circ \text{ سلول} = E^\circ (\text{کاتد}) - E^\circ (\text{آند}) = E^\circ (\text{H}^+ / \text{H}_2) - E^\circ (\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = 0 - E^\circ (\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -E^\circ (\text{Zn}^{2+} / \text{Zn})$$

توجه در سلول‌های گالوانی که در آن‌ها نیم‌سلول SHE نقش آند دارد، ولتاژ سلول با پتانسیل کاهشی الکترود کاتد برابر است.

عبارت چهارم: در سلول‌های الکترولیتی، قطب مثبت (آند)، محل انجام نیم‌واکنش اکسایش است. در ضمن در اغلب این سلول‌ها، الکترودها وارد واکنش اکسایش - کاهش نمی‌شوند و جرم آن‌ها ثابت باقی می‌ماند.

تست و پاسخ ۱۰۰

با توجه به نمودار مقابل، کدام موارد از مطالب داده شده درست‌اند؟

الف) یخ خشک و یخ معمولی به ترتیب در دسته جامدهای B و A قرار می‌گیرند.

ب) جامد C، دارای یک شبکه بلوری منظم از ذرات باردار است.

پ) مدل دریای الکترونی ویژه جامد D است که در آن، کاتیون‌ها در دریایی از الکترون، غوطه‌ور هستند.

ت) کوارتز، مثالی از جامدهای دسته A است که آنتالپی پیوندهای موجود در آن بیشتر از Si-Si است.



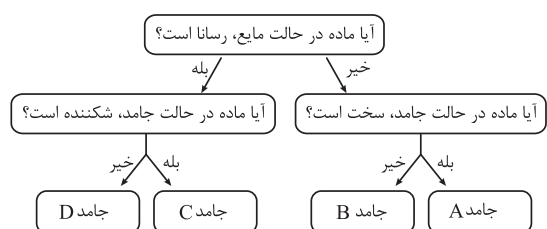
۴) ب - پ - ت

۳) ب - پ

۲) الف - پ - ت

۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۴





عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

جامدهای A, B, C و D به ترتیب جامدهای کووالانسی، مولکولی، یونی و فلزی هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

(الف) یخ خشک همان کربن دی‌اکسید در حالت جامد و یخ معمولی همان آب در حالت جامد است و هر دو جامد مولکولی (جامد B) محسوب می‌شوند.

(ب) شبکه بلوری جامدهای یونی (جامد C)، آرایش منظمی از یون‌ها در سه بعد است.

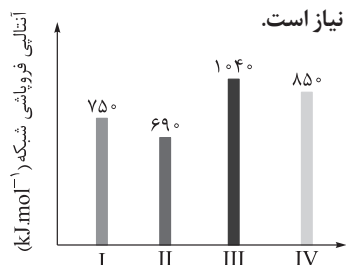
(پ) براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها، دریایی از سست‌ترین الکترون‌ها آزادانه در میان کاتیون‌ها جابه‌جا می‌شوند.

(ت) کوارتز از جمله نمونه‌های خالص سیلیس (SiO_2) است که جزو جامدهای کووالانسی (جامد A) می‌باشد. در ساختار این ترکیب، فقط پیوندهای اشتراکی $\text{Si}-\text{O}$ وجود دارد که میانگین آنتالپی آن نسبت به میانگین آنتالپی پیوند $\text{Si}-\text{Si}$ ، بیشتر است.

مقایسه میانگین آنتالپی پیوند: $\text{Si}-\text{O} > \text{Si}-\text{Si}$
 $368 \text{ kJ.mol}^{-1} \quad 226 \text{ kJ.mol}^{-1}$

تست و پاسخ (۱۰۱)

نمودار زیر مربوط به مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های پتاسیم یدید، لیتیم فلوئورید، لیتیم کلرید و سدیم برمید است. نمودار متعلق به است و برای تولید ۴ / ۰ مول یون گازی از فروپاشی شبکه بلور آن به کیلوژول گرما نیاز است.



(۱) I - سدیم برمید - ۳۰۰

(۲) III - پتاسیم یدید - ۲۰۸

(۳) II - لیتیم فلوئورید - ۱۳۰

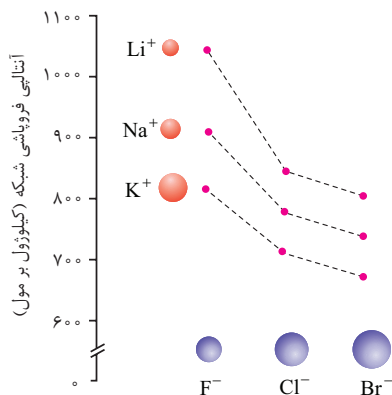
(۴) IV - لیتیم کلرید - ۱۷۰

پاسخ: گزینه ۴

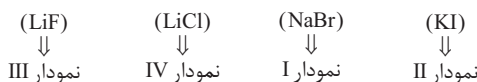
پاسخ تشریحی آنتالپی فروپاشی شبکه بلور با شعاع یونی کاتیون و آنیون ترکیب یونی،

رابطه وارونه دارد؛ از آن جایی که کاتیون پتاسیم در بین کاتیون‌های لیتیم، سدیم و پتاسیم و آنیون یدید، در بین آنیون‌های فلوئورید، کلرید، برمید و یدید، بیشترین شعاع یونی را دارد، بنابراین پتاسیم یدید، کم‌ترین آنتالپی فروپاشی شبکه بلور را در بین ترکیبات یونی داده‌شده خواهد داشت.

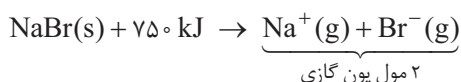
با توجه به نمودار مقابل، مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های داده‌شده به صورت زیر است:



پتاسیم یدید > سدیم برمید > لیتیم کلرید > لیتیم فلوئورید: مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی



با توجه به توضیحات داده‌شده، (۲) و (۳) رد می‌شوند و پاسخ درست یکی از (۱) و (۴) است؛ بنابراین ابتدا برای بررسی (۱)، مقدار گرمای مورد نیاز برای تولید ۴ / ۰ مول یون‌های گازی از فروپاشی شبکه بلور ترکیب NaBr را به دست می‌آوریم:



$$\text{یون‌های گازی حاصل از فروپاشی } 2 \text{ mol} \times \frac{750 \text{ kJ}}{2 \text{ mol}} = 150 \text{ kJ} \times$$



پس می‌توان نتیجه گرفت که **۱** غلط است. در نهایت برای بررسی **۴** مقدار گرمای مورد نیاز برای تولید 0.4 mol یون‌های گازی از فروپاشی شبکه بلور ترکیب LiCl را محاسبه می‌کنیم:

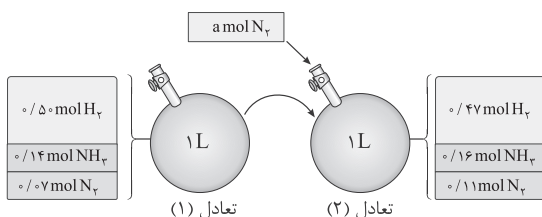
$$\text{LiCl(s)} + 85.0 \text{ kJ} \rightarrow \text{Li}^+(\text{g}) + \text{Cl}^-(\text{g})$$

۲ مول یون گازی

$$0.4 \text{ mol} \times \frac{85.0 \text{ kJ}}{2 \text{ mol}} = 17.0 \text{ kJ} \quad \checkmark$$

تست و پاسخ ۱۰۲

در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ در دمای 200°C برقرار است. شکل زیر، افزودن مقداری نیتروژن را به این سامانه در دمای ثابت نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مقدار نیتروژن افزوده شده به سامانه در شرایط STP، چند لیتر حجم دارد و مقدار ثابت تعادل (۲) کدام است؟



- (۱) $2/0.5 - 1/12$
 (۲) $2/0.5 - 0/896$
 (۳) $2/24 - 1/12$
 (۴) $2/24 - 0/896$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تعداد مول N_2 اضافه شده (a)

را به دست می‌آوریم:

	$\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{NH}_3$	
تعداد مول اولیه	$0.7 + a$	0.5
تعداد مول نهایی	$0.7 + a - x$	$0.5 - 3x$

با توجه به اطلاعات مسئله، $0.5 - 3x = 0.47$ و در نتیجه $x = 0.01 \text{ mol}$ است، بنابراین:

$$\text{N}_2 \text{ مول نهایی} = \text{N}_2 \text{ مول اولیه} + \text{N}_2 \text{ مول اضافه شده} - \text{N}_2 \text{ مول مصرف شده} \Rightarrow 0.11 = 0.7 + a - 0.01 \Rightarrow a = 0.05 \text{ mol}$$

گام دوم: حجم N_2 اضافه شده را در شرایط STP محاسبه می‌کنیم:

$$0.05 \text{ mol N}_2 \times \frac{22.4 \text{ L N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 1.12 \text{ L N}_2$$

گام سوم: در دمای ثابت، مقدار ثابت تعادل واکنش ثابت است؛ بنابراین برای محاسبه ثابت تعادل، می‌توانیم به جای استفاده از غلظت‌های تعادل ۱، از غلظت‌های تعادل ۲ که ساده‌تر هستند، استفاده کنیم؛ با توجه به حجم یک لیتری محفظه واکنش داریم:

$$K = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{N}_2][\text{H}_2]^3} = \frac{(0.14)^2}{0.7 \times (0.5)^3} = \frac{0.14 \times 0.14}{0.7 \times (1/2)^3} = 2 \times 0.14 \times 8 = 2/24$$

تست و پاسخ ۱۰۳

در واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، چه گازی تولید می‌شود و رابطه سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید این گاز چگونه است؟

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(\text{H}_2\text{O}_2) - \text{اکسیژن} \quad (۱)$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(\text{H}_2\text{O}_2)}{2} - \text{هیدروژن} \quad (۳)$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = 2\bar{R}(\text{O}_2) - \text{اکسیژن} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) به صورت مقابل است:



بنابراین گاز حاصل از تجزیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، گاز اکسیژن (O_2) است، نه گاز هیدروژن (H_2)!

سرعت واکنش برابر است با سرعت متوسط تولید یا مصرف هر ماده موجود در واکنش تقسیم بر ضریب استوکیومتری آن؛ بنابراین رابطه میان سرعت تولید گاز اکسیژن (O_2) و سرعت واکنش، به صورت زیر است:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(\text{O}_2)}{1} = \bar{R}(\text{O}_2)$$

نکته اگر ضریب استوکیومتری یک ماده در معادله موازنه شده واکنش برابر ۱ باشد، سرعت متوسط واکنش با سرعت آن ماده برابر خواهد بود.

تست و پاسخ ۱۰۴

در غنی سازی اورانیم، فراوانی ایزوتوپ ^{235}U را نسبت به ^{238}U افزایش می دهند. اگر جرم اتمی میانگین مخلوط غنی سازی شده اورانیم (شامل این دو ایزوتوپ) برابر $237/4 \text{ amu}$ باشد، درصد فراوانی اورانیم $235 - 238$ چند واحد افزایش یافته است و جرم اتمی میانگین اورانیم نسبت به حالت طبیعی، چند واحد تغییر کرده است؟ (فراوانی اورانیم $235 - 238$ در مخلوط طبیعی را برابر $7/0$ درصد در نظر بگیرید.)

(۱) $579/0 - 19/3$ (۲) $597/0 - 19/3$ (۳) $579/0 - 24/3$ (۴) $597/0 - 24/3$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر، می توان از رابطه مقابل استفاده کرد:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1)$$

در مخلوط غنی سازی شده، جرم اتمی میانگین عنصر اورانیم، $237/4$ است؛ در نتیجه فراوانی دو ایزوتوپ (^{235}U و ^{238}U) سازنده این مخلوط برابر خواهد بود با:

$$237/4 = 235 + \frac{F_2}{100} (238 - 235) \Rightarrow \frac{F_2}{100} = 0/8 \Rightarrow F_2 = 8/0, F_1 = 2/0$$

فراوانی اورانیم $235 - 238$ (^{235}U) در مخلوط طبیعی، برابر $7/0$ است؛ در نتیجه درصد فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط غنی سازی شده، $20/0 - 7/0 = 19/3$ واحد افزایش یافته است.

در ارتباط با قسمت دوم سؤال، جرم اتمی میانگین عنصر اورانیم را در مخلوط طبیعی این عنصر (حالت اول) که درصد فراوانی ایزوتوپ های ^{235}U و ^{238}U در آن به ترتیب برابر $7/0$ و $99/3$ است، به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$\bar{M} = 235 + \frac{99/3}{100} \times (238 - 235) = 237/979 \text{ amu}$$

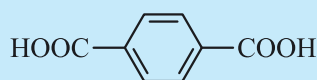
بنابراین تفاوت جرم اتمی میانگین عنصر اورانیم در مخلوط طبیعی (حالت اول) و حالت دوم برابر خواهد بود با:

$$237/979 - 237/4 = 0/579 \text{ amu}$$

تست و پاسخ ۱۰۵



چند گرم اتانول با $66/4$ گرم ترفتالیک اسید به طور کامل واکنش می دهد؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

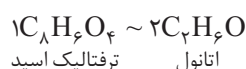


(۲) $18/4$
(۴) $14/8$

(۱) $36/8$
(۳) $38/6$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) یک الکل یک عاملی و ترفتالیک اسید ($\text{HO}-\text{C}(=\text{O})-\text{C}_6\text{H}_4-\text{C}(=\text{O})-\text{OH}$) یک اسید دوعاملی است؛ پس



۱ مول ترفتالیک اسید با ۲ مول اتانول به طور کامل واکنش می دهد.

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{66/4}{1 \times 166} = \frac{x}{2 \times 46} \Rightarrow x = 0/8 \times 46 = 36/8 \text{ g C}_2\text{H}_6\text{O}$$

توجه معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

