

دفترچه شماره ۱

آزمون جامع ۲

پنجشنبه ۱۴۰۲/۰۴/۰۱



آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰	مدت پاسخگویی: ۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	اجباری	۱	۴۰	۴۰ دقیقه



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۱- بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ به تعداد ۳ واسطه هندسی درج کرده‌ایم به طوری که دنباله صعودی باشد. اگر واسطه اول و سوم این دنباله، جملات اول

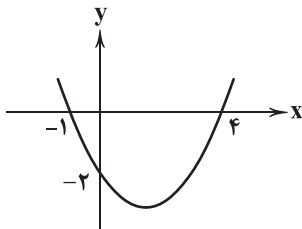
و دوم یک دنباله حسابی باشند، مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله حسابی چقدر است؟

- (۱) ۲۶۰۷ (۲) ۲۶۲۷ (۳) ۲۷۰۶ (۴) ۲۷۲۷

۲- اگر $x = \frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}+\sqrt{3}} - \sqrt{7}$ حاصل $\sqrt{\frac{x}{2-\sqrt{3}}}$ کدام است؟

- (۱) $4+2\sqrt{3}$ (۲) $2+\sqrt{3}$ (۳) $2-\sqrt{3}$ (۴) $4-2\sqrt{3}$

۳- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ یک سهمی به شکل زیر باشد، در دامنه تعریف تابع $g(x) = \sqrt{3x^2 - f(2x-1)}$ چند عدد صحیح قرار ندارند؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) بی شمار

۴- اگر f تابعی ثابت و g تابعی همانی با دامنه $\mathbb{R}$ باشند و داشته باشیم $\frac{f(2x-1)-2f(2x)}{f(x)-3} = 5$ ، از رابطه

$$g(x^2-1) - g(x+1) = 4f(x^2-x-2)$$

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) -۱۲ (۴) ۱۲

۵- α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ می‌باشند و معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3}$ و $\sqrt{2\alpha^2(6\beta-2)}$ باشد، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 36x + 20 = 0$ (۲) $x^2 + 36x + 20 = 0$
(۳) $x^2 - 20x + 36 = 0$ (۴) $x^2 + 20x + 36 = 0$

۶- اگر تابع $f(x) = \frac{ax+3}{x-2}$ بر وارون خود و تابع $g(x) = bx-3$ نیز بر وارون خود منطبق باشند، مقدار $(\frac{2g}{f+1}) \circ g(-6)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{6}{5}$ (۳) $-\frac{5}{8}$ (۴) $-\frac{7}{10}$

۷- معادله $\left[\frac{x-1}{2}\right] = \frac{2x+1}{3}$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات



۸- اگر $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \cos \frac{x}{4} + \log_{\frac{1}{2}} \cos \frac{x}{2} + \log_{\frac{1}{2}} \cos x + \log_{\frac{1}{2}} \cos 2x + \log_{\frac{1}{2}} \sin \frac{x}{4}$ ، مقدار $f(\frac{\pi}{16})$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{11}{2}$

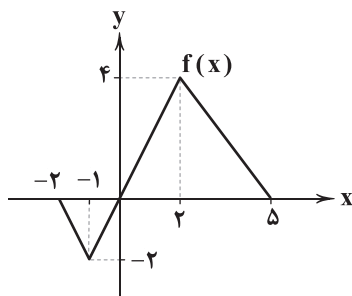
۹- اگر $f(x) = \frac{\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt{1+3x}}{\sqrt{1-\cos 2x}}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^3 - x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ (۲) $-\frac{5\sqrt{2}}{6}$ (۳) $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ (۴) $-\frac{5\sqrt{2}}{12}$

۱۰- اگر $g(x) = [\frac{x+1}{3}] + [\frac{x-2}{3}]$ ، تابع $f(x) = (9x^2 + 3x - 2)g(x)$ در بازه $(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

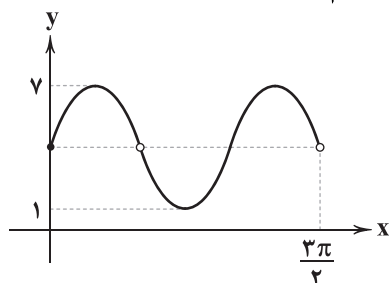
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بیشمار

۱۱- اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر باشد، تابع $g(x) = -2f(2x-1) + 1$ در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟



- (۱) $[\frac{3}{2}, 0]$
(۲) $[0, 2]$
(۳) $[-1, 2]$
(۴) $[1, 2]$

۱۲- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{a \tan^2(bx) + c \tan(bx) + a}{1 + \tan^2(bx)}$ به صورت زیر باشد، مقدار $\frac{bc}{a}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $-\frac{5}{2}$
(۴) $\frac{5}{2}$

۱۳- جواب کلی معادله $\sin(x + \frac{2\pi}{5}) + \cos(x - \frac{\pi}{10}) = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$ کدام است؟

- (۱) $x = k\pi + \frac{5\pi}{19}$
(۲) $x = k\pi + \frac{7\pi}{20}$
(۳) $x = k\pi + \frac{7\pi}{30}$
(۴) $x = k\pi + \frac{7\pi}{40}$

محل انجام محاسبات



۱۴- اگر خطوط $x=2$ و $y=-2$ تنها مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 - bx}{x^2 + cx - 2}$ باشند، مقدار $f^{-1}(-4)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

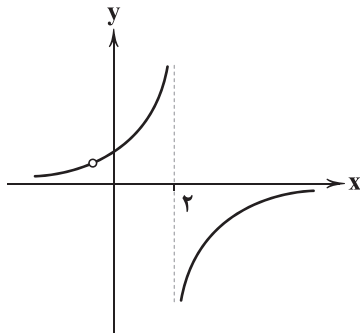
۱۵- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x^3 + [-2x]} & x < 2 \\ \frac{|x - 2|}{x^2 - [x]} & x \geq 2 \end{cases}$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2-3h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ناموجود

۱۶- اگر نقطه $(2, 1)$ اکسترمم تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ باشد، شیب خط مماس در نقطه عطف تابع کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۷- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x-2}{x^2+ax+b}$ به شکل زیر باشد، فاصله نقطه عطف تابع $g(x) = x^3 + 3ax^2 - bx + 1$ از مبدأ مختصات کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) ۲

۱۸- برآورد فاصله‌ای با اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای، بازه $(19/8, 19)$ است. اگر اختلاف انحراف معیار و اندازه نمونه برابر ۹۸ باشد،

اندازه نمونه مضرب کدام عدد است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۱۹- اگر داده آماری را $\frac{3}{4}$ برابر کرده و سپس به هر کدام ۴ واحد اضافه کنیم، ضریب تغییرات نصف خواهد شد. میانگین اولیه چقدر است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) ۳

۲۰- در مجموعه متناهی A، اگر ۳ عضو به اعضای A اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۴۸ واحد اضافه می‌شود. مجموعه A چند افراز

۴ عضوی دارد؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۵ (۳) ۶۵ (۴) ۷۵

محل انجام محاسبات



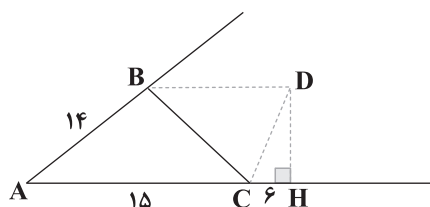
۲۱- گزاره $\sim p \Leftrightarrow (p \wedge q)$ با چند تا از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- الف) $\sim p \Rightarrow \sim q$ ب) $\sim p \Rightarrow q$ ج) $q \Rightarrow p$ د) $\sim q \Rightarrow p$
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۲- در پرتاب یک تاس احتمال ظاهر شدن هر وجه متناسب با مربع عدد روی آن وجه است. اگر این تاس را ۵ بار پرتاب کنیم، تقریباً با چه احتمالی هر ۵ بار آن عدد ۳ ظاهر می‌شود؟

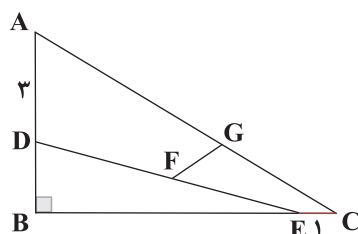
- ۱ (۱) $(\frac{1}{6})^5$ ۲ (۲) $(\frac{1}{8})^5$ ۳ (۳) $(\frac{1}{9})^5$ ۴ (۴) $(\frac{1}{10})^5$

۲۳- در شکل زیر نیمسازهای زوایای خارجی B و C یک‌دیگر را در نقطه D قطع کرده‌اند. اگر $AB=14$ ، $AC=15$ ، $CH=6$ باشد، اندازه مساحت مثلث ABC کدام است؟



- ۱ (۱) ۸۱
۲ (۲) ۸۴
۳ (۳) ۹۰
۴ (۴) ۹۶

۲۴- در شکل زیر $\frac{AG}{GC} = \frac{DF}{FE} = 2$ است. اندازه FG کدام است؟



- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
۲ (۲) $\frac{\sqrt{11}}{3}$
۳ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
۴ (۴) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

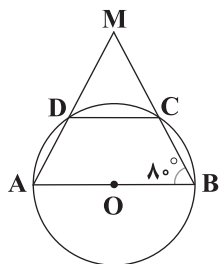
۲۵- در دوزنقه ABCD، اگر $AB=1$ ، $CD=7$ باشد و نقاط M و N روی ساق‌های AD و BC به گونه‌ای هستند که $MN \parallel AB$ و مساحت دوزنقه‌های ABNM و NMDC با هم برابر باشند، طول MN کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۴/۵ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۳/۵

محل انجام محاسبات



۲۶- در دایره شکل زیر O مرکز دایره است و $AB = 2DC$ است. اندازه کمان DCB کدام است؟



(۱) ۱۱۵

(۲) ۸۰

(۳) ۱۲۵

(۴) ۱۳۰

۲۷- نقطه M درون یک مثلث متساوی الاضلاع است. اگر مجموع فواصل نقطه M از ۳ ضلع مثلث برابر $6\sqrt{3}$ باشد، در این مثلث فاصله مرکز

دایره محیطی تا هر یک از مراکز دایره‌های محاطی خارجی کدام است؟

(۴) $9\sqrt{3}$ (۳) $8\sqrt{3}$ (۲) $7\sqrt{3}$ (۱) $6\sqrt{3}$

۲۸- دو خط $d_1 \parallel d_2$ به فاصله ۱۲ واحد از هم مفروض هستند و نقاط A و B بین این دو خط به گونه‌ای قرار دارند که فاصله آن‌ها از d_1 به ترتیب

۸ و ۴ است، اگر تصویر A و B روی خط d_1 را P و Q بنامیم و $PQ = 9$ باشد، کم‌ترین محیط پنج ضلعی $ACBED$ که C روی خط d_2 و

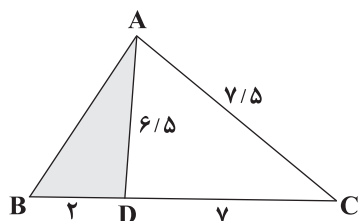
نقاط D و E روی خط d_1 به گونه‌ای باشند که $DE = 4$ باشد، کدام است؟

(۴) ۳۲

(۳) ۳۰

(۲) ۲۸

(۱) ۲۴



۲۹- در شکل زیر مساحت مثلث ABD کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۳۰- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $AB = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس BA کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -5 & -4 \end{bmatrix}$

۳۱- اگر A و B دو ماتریس وارون پذیر از مرتبه ۲، $AB = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} + B^{-1} = I$ باشد، حاصل $|(A+B)^3|$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۸

(۲) ۱

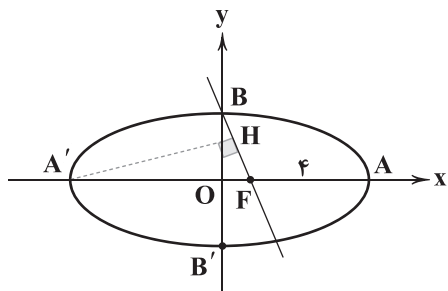
(۱) ۸

محل انجام محاسبات



۳۲- مبدأ مختصات مرکز یک بیضی است که طول قطر کوچک آن $4\sqrt{10}$ می باشد. اگر فاصله کانون از رأس ناکانونی ۴ باشد و از نقطه A' بر خط

عبوری از B و F عمود $A'H$ را رسم کنیم، طول BH کدام است؟



(۱) $\frac{17}{7}$

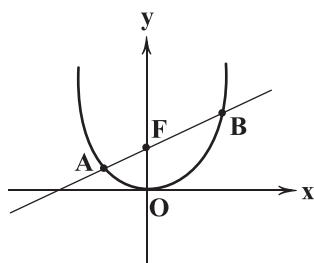
(۲) $\frac{18}{7}$

(۳) $\frac{19}{7}$

(۴) $\frac{20}{7}$

۳۳- رأس یک سهمی قائم منطبق بر مبدأ مختصات است و یک خط که از کانون سهمی عبور می کند، سهمی را در ۲ نقطه A ، $B(6, 9)$ قطع

می کند. اگر فاصله نقطه B از خط هادی برابر ۱۰ باشد، مجموع طول و عرض نقطه A کدام است؟ ($a < 2$)



(۱) $-\frac{3}{4}$

(۲) $-\frac{5}{9}$

(۳) $-\frac{4}{5}$

(۴) $-\frac{5}{4}$

۳۴- اگر نقاط $A(3, -1, 0)$ ، $B(2, 1, 5)$ دو رأس یک متوازی الاضلاع و نقطه $O(1, 0, 2)$ محل تلاقی قطرهای آن باشد، مساحت

متوازی الاضلاع کدام است؟

(۴) $2\sqrt{74}$

(۳) $2\sqrt{71}$

(۲) $\sqrt{74}$

(۱) $\sqrt{71}$

۳۵- باقی مانده تقسیم عدد شش رقمی $342ab7$ بر ۹۹، عضو کلاس [۳۷] می باشد. $a+b$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

۳۶- کوچک ترین مقدار طبیعی دو رقمی n که به ازای آن معادله سیاله خطی $(4a+3)x + (3a-2)y = 5n+2$ برای هر مقدار صحیح a جواب

صحیح داشته باشد، کدام است؟

(۴) ۲۳

(۳) ۲۰

(۲) ۱۹

(۱) ۱۸

۳۷- گراف G ، یک گراف ۳ منتظم از مرتبه ۶ است. اگر گراف $\bar{G}$ ناهمبند باشد، گراف G چند مجموعه احاطه گر مینیمال دارد؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

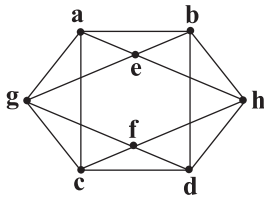
(۲) ۱۰

(۱) ۹

محل انجام محاسبات



۳۸- با توجه به گراف مقابل چندتا از جملات زیر صحیح است؟



الف) عدد احاطه‌گری گراف برابر ۴ است.

ب) مجموعه $\{a, b, c, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.پ) مجموعه $\{g, h, e, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است ولی مینیمم نیست.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳۹- مدیر یک مدرسه می‌خواهد ۵ سکه بهار آزادی را به عنوان پاداش بین سه دانش‌آموز ممتاز A، B و C تقسیم کند. احتمال این‌که به

دانش‌آموز A حداقل ۲ سکه پاداش دهد، کدام است؟

 $\frac{1}{21}$ (۴) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{8}{21}$ (۲) $\frac{7}{21}$ (۱)

۴۰- در چند گراف ساده با رئوس a, b, c, d و e، هیچ‌یک از رأس‌های a, b و c تنها نیستند؟

۸۶۴ (۴)

۸۵۴ (۳)

۸۴۴ (۲)

۸۴۸ (۱)

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۲

پنجشنبه ۱۴۰۲/۰۴/۰۱



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۳۵	اجباری	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	اجباری	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۴۱- متحرکی $\frac{1}{4}$ ابتدایی مسیر حرکتش را با سرعت ۲۷ و $\frac{3}{4}$ باقی مانده را با سرعت ۷ می پیماید. سرعت متوسط این متحرک در کل مسیر

حرکتش چند برابر ۷ است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{8}{7}$ (۴) $\frac{11}{9}$

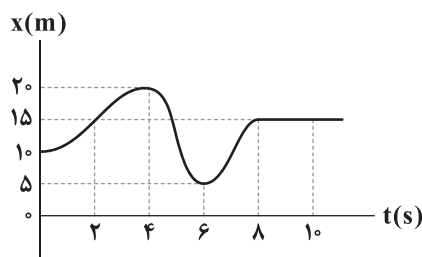
۴۲- سرعت متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند، پس از طی مسافت ۱۲ متر از $1 \frac{m}{s}$ به $7 \frac{m}{s}$ می رسد. متحرک با همین شتاب

چند متر دیگر طی کند تا سرعت آن به $9 \frac{m}{s}$ برسد؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۹

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t=0$ تا $t=10s$ کدام گزینه در ارتباط با

این متحرک صحیح است؟

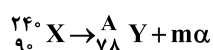


(۱) سرعت متوسط متحرک برابر با $3/5 \frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن صفر است.

(۲) تندی متوسط متحرک برابر با $0/5 \frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن $3/5 \frac{m}{s^2}$ است.

(۳) سرعت متوسط متحرک برابر با $3/5 \frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن $0/5 \frac{m}{s^2}$ است.

(۴) تندی متوسط متحرک برابر با $3/5 \frac{m}{s}$ و شتاب متوسط آن صفر است.



۴۴- در واکنش هسته‌ای مقابل، تعداد نوترون‌های هسته Y کدام است؟

- (۱) ۱۳۸ (۲) ۱۴۰ (۳) ۲۱۶ (۴) ۲۱۸

۴۵- اگر در نیروگاهی هسته‌ای با بازده ۴۰ درصد، انرژی حاصل از تبدیل ۶ گرم ماده به انرژی، به عنوان انرژی ورودی نیروگاه در نظر گرفته شود، با

انرژی الکتریکی تولیدی توسط این نیروگاه چند لامپ ۲۰۰ W را می توان به مدت ۳۰ دقیقه روشن کرد؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

- (۱) 3×10^8 (۲) 6×10^8 (۳) 6×10^5 (۴) 3×10^5

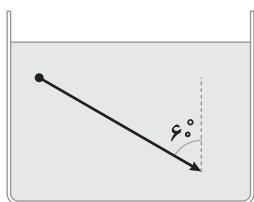
۴۶- در اتم هیدروژن، اتمی در تراز $n=5$ قرار دارد. پر انرژی ترین فوتونی که می تواند گسیل کند، چند ریدبرگ است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{7}{14}$ (۳) $\frac{24}{25}$ (۴) $\frac{15}{16}$

محل انجام محاسبات



۴۷- جسمی درون مایعی با چگالی $5 \frac{g}{cm^3}$ با تندی $6 \frac{m}{s}$ در مسیری به شکل زیر پایین می‌رود. آهنگ افزایش فشار وارد بر آن چند



پاسکال بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

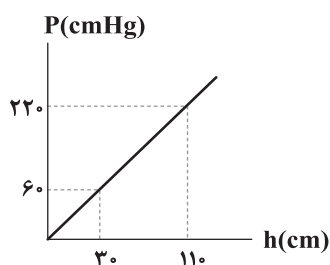
۱۵ (۲)

۱۵۰ (۱)

۱۵۰۰ (۴)

۱۵۰۰۰۰ (۳)

۴۸- با توجه به نمودار زیر، که مربوط به فشار کل بر حسب ارتفاع از سطح مایع می‌باشد، چگالی مایع چند برابر چگالی جیوه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

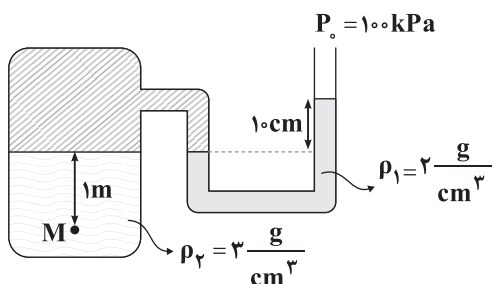
 $\frac{1}{2}$ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

 $\frac{1}{4}$ (۴)

۴۹- در شکل زیر، فشار در نقطه M چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۱۳۲۰۰۰ (۱)

۱۲۳۰۰۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۳۲ (۴)

۵۰- در یک ظرف، مقداری آب صفر درجه سلسیوس قرار دارد. اگر در اثر تبخیر سطحی، آب داخل ظرف منجمد شود و به یخ صفر درجه

سلسیوس تبدیل شود، چند درصد جرم آب در اثر تبخیر سطحی از ظرف خارج شده است؟ (اتلاف انرژی نداریم، $L_F = 80 \frac{cal}{g}$)

و ($L_V = 560 \frac{cal}{g}$)

۷۸/۵ (۴)

۷۵ (۳)

۱۲/۵ (۲)

۲۵ (۱)

۵۱- درون یک بادکنک کروی شکل، مقدار 30° گرم گاز نیتروژن وجود دارد. اگر m گرم نیتروژن به نیتروژن موجود در بادکنک اضافه کنیم، در فشار

ثابت، شعاع بادکنک ۲۰ درصد و دمای مطلق آن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد. m چند گرم است؟ (گاز نیتروژن را گاز کامل در نظر بگیرید.)

۶ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

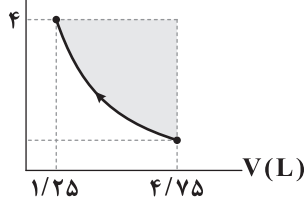
۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۵۲- مطابق نمودار زیر، حجم گاز آرمانی را طی یک فرایند هم‌دما تغییر داده‌ایم. اگر اندازهٔ مساحت قسمت هاشور خورده در شکل، 600 واحد SI

$P(\times 10^5 \text{ Pa})$



باشد، در این صورت گاز ژول گرما

(۱) 800 - از دست داده است

(۲) 800 - دریافت کرده است

(۳) 1000 - از دست داده است

(۴) 1000 - دریافت کرده است

۵۳- اگر بار ذخیره‌شده در خازن تختی را 80 میکروکولن افزایش دهیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این خازن 6 برابر می‌شود. بار ثانویهٔ

این خازن چند میکروکولن است؟

(۴) 96

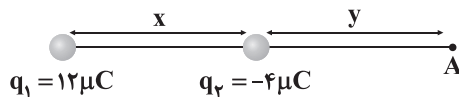
(۳) 64

(۲) 32

(۱) 16

۵۴- در شکل زیر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطهٔ A، برابر $\vec{E}$ است. اگر بار الکتریکی q_1 خنثی شود، میدان الکتریکی

برایند در نقطهٔ A برابر $4\vec{E}$ می‌شود. x چند برابر y است؟



(۴) $\frac{5-2\sqrt{15}}{7}$

(۳) $\frac{5+2\sqrt{15}}{7}$

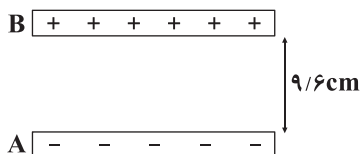
(۲) $\frac{5-2\sqrt{15}}{5}$

(۱) $\frac{-5+2\sqrt{15}}{5}$

۵۵- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -6/4 \times 10^{-19} \text{ C}$ و به جرم 4×10^{-20} کیلوگرم با شتاب ثابت از حال سکون و از مجاورت صفحهٔ A

حرکت کرده و در مدت زمان Δt به صفحهٔ B می‌رسد. اگر از نیروی گرانشی در مقابل نیروی الکتریکی وارد شده از طرف میدان الکتریکی به

ذرهٔ باردار، چشم‌پوشی کنیم و بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ A و B، 250 نیوتون بر کولن باشد، Δt چند میلی‌ثانیه است؟



(۱) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{5} \times 10^{-2}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $4/8 \times 10^{-5}$

۵۶- گلوله‌ای از بالای ساختمانی به ارتفاع h رها می‌شود و پس از طی مسافت 20 متر، انرژی جنبشی آن 2 برابر انرژی پتانسیل آن در همان نقطه

می‌شود. ارتفاع h چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) 60

(۳) 50

(۲) 40

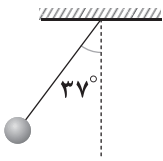
(۱) 30

محل انجام محاسبات



۵۷- مطابق شکل زیر، آونگی به طول L به اندازه 37° از وضعیت قائم خارج شده است. اگر آونگ از لحظه رها شدن تا لحظه بیشینه شدن تندی

آن، ۳۰ درصد انرژی اولیه خود را در اثر مقاومت هوا از دست بدهد، بیشینه تندی آن چند متر بر ثانیه است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۲) $\sqrt{\frac{7}{40}} L$

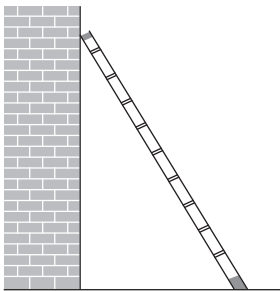
(۱) $\sqrt{\frac{28}{10}} L$

(۴) $\sqrt{\frac{10}{28}} L$

(۳) $\sqrt{\frac{40}{7}} L$

۵۸- در شکل زیر، اگر نردبان در آستانه سر خوردن قرار داشته باشد، نسبت اندازه نیرویی که از طرف دیوار قائم بدون اصطکاک به نردبان وارد

می‌شود، به اندازه نیرویی که سطح افقی دارای اصطکاک ($\mu_s = 1$) به نردبان وارد می‌کند، در کدام گزینه به درستی آمده است؟



(۱) ۱

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۵۹- دو گلوله به جرم‌های $m_1 = 2 \text{ kg}$ و $m_2 = 4 \text{ kg}$ را از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین و از یک نقطه، هم‌زمان رها می‌کنیم. اگر نیروی مقاومت

هوا ثابت و یکسانی به اندازه 10 N به گلوله‌ها وارد شود، بیشترین فاصله دو گلوله از هم چند متر خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) ۱۰

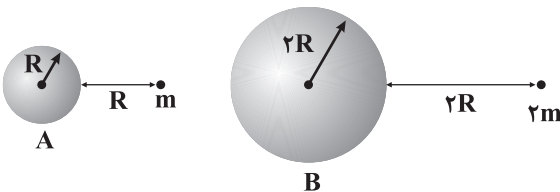
(۳) $7/5$

(۲) ۵

(۱) $2/5$

۶۰- اگر چگالی سیاره B ، $1/5$ برابر چگالی سیاره A باشد، در شکل زیر، اندازه نیروی گرانشی وارد بر جرم 2 m از طرف سیاره B ،

چند برابر اندازه نیروی گرانشی وارد بر جرم m از طرف سیاره A است؟



(۱) ۱

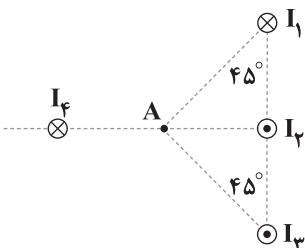
(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۱۸

۶۱- در شکل زیر، چهار سیم بلند و موازی نشان داده شده است که بر صفحه کاغذ عمودند و از آن‌ها جریان‌های برابر I می‌گذرد. اگر در نقطه A

یک عقربه مغناطیسی قرار دهیم، عقربه‌ها کدام جهت را نشان می‌دهد؟



(۲) ↙

(۱) ↗

(۴) ↖

(۳) ↘

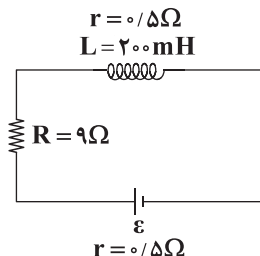


۶۲- معادله جریان متناوب گذرنده از مقاومت $R = \sqrt{2} \Omega$ در SI به صورت $I = 0.8 \sin(\Delta \pi t)$ است. در لحظه $t = \frac{1}{4} s$ به ترتیب (از راست به

چپ) توان مصرفی و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این مقاومت چند واحد SI است؟

- (۱) $0.16 - 0.32\sqrt{2}$ (۲) $0.16 - 0.32$ (۳) $0.8 - 0.32\sqrt{2}$ (۴) $0.8 - 0.16$

۶۳- در مدار زیر، انرژی ذخیره شده در القاگر برابر با $400 mJ$ است. نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۵

۶۴- طول یک عقربه ساعت شمار، $\frac{3}{5}$ طول عقربه دقیقه شمار و طول عقربه دقیقه شمار، $\frac{4}{5}$ طول عقربه ثانیه شمار است. تندی نوک عقربه

ساعت شمار چند برابر تندی نوک عقربه ثانیه شمار است؟

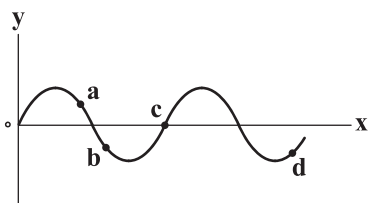
- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{96}$ (۴) $\frac{1}{1500}$

۶۵- شنونده‌ای در فاصله r_1 از یک چشمه صوت قرار دارد. اگر شنونده به چشمه صوت نزدیک شود، شدت صوت و تراز شدت صوتی که می‌شنود به ترتیب

نسبت به حالت قبل ۴ و $\frac{1}{2}$ برابر می‌شود. شدت صوت اولیه‌ای که شنونده می‌شنود چند برابر شدت صوت مبنا بوده است؟ ($\log 2 = 0.3$)

- (۱) ۳ (۲) 10^3 (۳) ۶ (۴) 10^6

۶۶- شکل زیر، یک موج سینوسی را در یک لحظه نشان می‌دهد که در جهت محور x در حال انتشار است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



(الف) نوع حرکت ذره a کندشونده است.

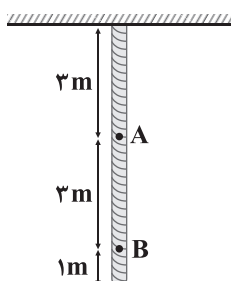
(ب) ذره c بیشترین انرژی جنبشی را دارد.

(ج) شتاب ذره b خلاف جهت محور y ها است.

(د) انرژی جنبشی ذره d در حال کاهش است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۷- در شکل زیر، ریسمانی همگن از سقف آویزان است. اگر در این ریسمان، امواج عرضی ایجاد کنیم، تندی انتشار این امواج در نقطه A چند



برابر تندی انتشار این امواج در نقطه B است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) ۴

محل انجام محاسبات



۶۸- بسامد دو هماهنگ متوالی تار مرتعشی 625 Hz و 550 Hz است. اگر در طول تار ۳ گره ایجاد شود، بسامد ارتعاش تار چند هرتز است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۲۵ (۴) ۳۰۰

۶۹- طول موج نوری در آب با ضریب شکست $\frac{4}{3}$ برابر 900 nm است. بسامد این نور در شیشه با ضریب شکست $\frac{3}{2}$ چند تراهرتز است؟

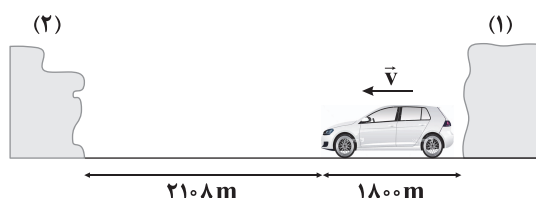
$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

- (۱) ۲۵۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۷۵۰ (۴) ۱۰۰۰

۷۰- مطابق شکل زیر، اتومبیلی با تندی ثابت $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ روی جاده صاف و افقی، از مانع (۱) دور و به مانع (۲) نزدیک می‌شود. اگر اتومبیل

هنگامی که به فاصله ۲۱۰۰ متری از مانع (۲) می‌رسد، بوق بزند، اختلاف زمان رسیدن دو پژواک صدای بوق از دو مانع چند ثانیه خواهد بود؟

(تندی صوت در هوا برابر با $320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و از هر مانع تنها یک بار پژواک صورت گرفته است.)



$$0/1 (1)$$

$$0/4 (2)$$

$$12/4 (3)$$

$$12 (4)$$

۷۱- اگر بیشینه تندی یک نوسانگر برابر با $\sqrt{0/4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و طول پاره خط نوسان برابر با 2 cm باشد، بیشینه شتاب نوسانگر چند واحد است؟

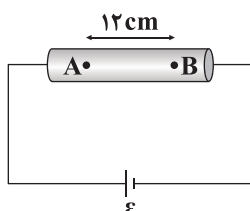
- (۱) ۰/۰۴ (۲) ۰/۴ (۳) ۴ (۴) ۴۰

۷۲- در آزمایش یانگ، بسامد نور آزمایش را ۴۰ درصد کاهش داده و آزمایش را به جای هوا در آب با ضریب شکست $\frac{4}{3}$ انجام می‌دهیم، ضخامت

نوارها چند درصد افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۷۳- مطابق شکل زیر، استوانه‌ای فلزی توپری را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۳۶ ولت متصل کرده‌ایم. اگر $V_B - V_A = 6\text{ V}$ و فاصله A تا B



برابر ۱۲ سانتی‌متر باشد، طول استوانه چند متر است؟

$$0/96 (1)$$

$$0/18 (2)$$

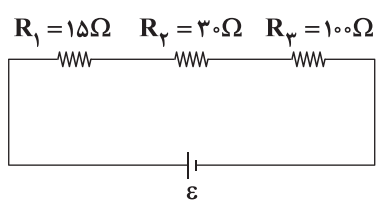
$$0/72 (3)$$

$$0/36 (4)$$

محل انجام محاسبات



۷۴- در مدار شکل زیر، اگر حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی قابل تحمل هر مقاومت 80 V باشد، حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی کل مدار



باید چند ولت باشد تا هیچ کدام از مقاومت ها آسیب نبینند؟

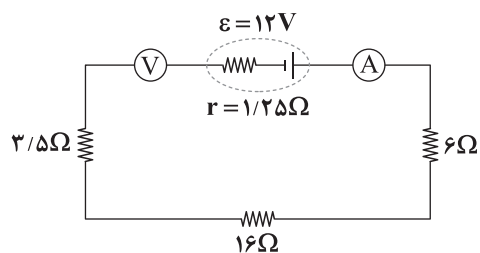
(۱) ۵۸

(۲) ۲۴۰

(۳) ۸۰

(۴) ۱۱۶

۷۵- در مدار شکل زیر، آمپرسنج ایده‌ال و ولت‌سنج ایده‌ال به ترتیب از راست به چپ چه عددی را در واحد SI نشان می‌دهند؟



(۱) صفر - ۱۲

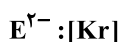
(۲) ۱۲ - صفر

(۳) $12 - \frac{48}{107}$

(۴) $\frac{504}{107} - \frac{48}{107}$



۷۶- با توجه به آرایش الکترونی گونه‌های داده‌شده، چه تعداد از عبارتهای پیشنهادشده درست‌اند؟



• A و D در یک گروه از جدول دوره‌ای جای دارند.

• تفاوت عدد اتمی X و E برابر با عدد اتمی نخستین عنصر گروه هشتم جدول دوره‌ای است.

• واکنش‌پذیری X بیشتر از E است.

• در ترکیب یونی حاصل از A و X، شمار آنیون‌ها بیشتر از شمار کاتیون‌ها است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۷۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در دوره دوم جدول تناوبی، نماد شیمیایی بیشتر عنصرها تک‌حرفی است.

• طول موج نور نارنجی بیشتر از نور زرد است.

• لایه الکترونی چهارم متشکل از چهار زیرلایه بوده که مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آن‌ها از ۴ تا ۷ است.

• شیمی‌دان‌ها با تعریف مول موفق شدند جرم اتمی عنصرها و ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۷۸- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصرهای با عدد اتمی ۲۰ و ۵۰ درست است؟ (A، X، ۵۰)

• برای عنصر X مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی تمام الکترون‌های ظرفیت با هم برابر نیست.

• واکنش‌پذیری A بیشتر از X است.

• هر دو عنصر تمایل به تشکیل کاتیون دارند، اما کاتیون X قاعده هشت‌تایی را رعایت نمی‌کند.

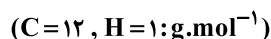
• هر دو عنصر جزو عنصرهای اصلی جدول بوده و در دو دوره متوالی جای دارند.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

محل انجام محاسبات



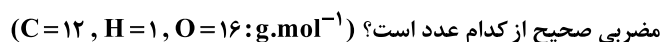
۷۹- شمار اتم‌ها در 0.13 گرم از مونومر سازنده پلی‌استیرن، چند برابر شمار یون‌های سازنده 0.08 مول از فراورده نامحلول واکنش زیر است؟



... $\rightarrow$ محلول کلسیم نیترات + محلول سدیم فسفات

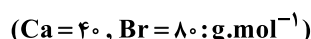
(۱) 0.25 (۲) 0.05 (۳) 0.5 (۴) 0.25

۸۰- یک هیدروکربن به جرم $25/3$ گرم بر اثر سوختن کامل، $84/7$ گرم کربن دی‌اکسید و $19/8$ گرم آب تولید می‌کند. جرم مولی این ترکیب آلی،



(۱) ۴۶ (۲) ۶۹ (۳) ۶۰ (۴) ۸۴

۸۱- چند گرم آب خالص را باید به 90 گرم محلول 5 درصد جرمی کلسیم برمید اضافه کنیم تا غلظت یون برمید به 2000 ppm برسد؟



(۱) ۱۷۱۰ (۲) ۸۱۰ (۳) ۱۵۱۰ (۴) ۷۱۰

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- برای ساخت محلول فرا سیرشده لیتیم سولفات از محلول سیرنشده آن، باید دما را به آهستگی افزایش داد.
- پدیده‌های اسمز و اسمز معکوس به طور خودبه‌خودی انجام شده و شرایط انجام آن‌ها متفاوت است.
- بیش از نیمی از آبی که بخش عمده جرم بدن را تشکیل می‌دهد درون یاخته‌ها جریان دارد.
- ممکن است نقطه جوش ترکیب ناقطبی A بیشتر از ترکیب قطبی B باشد.

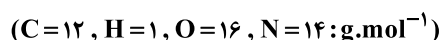
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در مواد مولکولی با مولکول‌های قطبی برخلاف ناقطبی با افزایش جرم مولی، دمای جوش افزایش می‌یابد.
- گازها دارای مولکول‌های مجزا و فاقد برهم‌کنش هستند.
- برای تولید ترکیب یونی سدیم کربنات در صنعت، از نمک خوراکی استفاده می‌شود.
- استون در آب همانند اتانول در آب به طور نامحدود حل می‌شود و هرگز نمی‌توان از این دو ترکیب محلول آبی سیرشده تولید کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- در محلولی از اوره در آب، درصد مولی اوره برابر 50% است. درصد جرمی اوره در این مخلوط به تقریب کدام است؟



(۱) ۴۴ (۲) ۵۵ (۳) ۶۶ (۴) ۷۷

محل انجام محاسبات

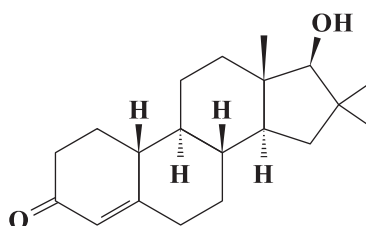


۸۵- محلولی از سرب (II) نیترات در دمای 25°C و به جرم 40g در دسترس است. اگر این محلول شامل $3/75$ گرم یون نیترات باشد، در همین دما، به تقریب چند گرم دیگر از نمک سرب (II) نیترات را می‌توان در این محلول حل کرد؟ (انحلال پذیری سرب (II) نیترات در

دمای 25°C برابر 60g در 100g آب است.) ($\text{Pb}=208, \text{N}=14, \text{O}=16:\text{g.mol}^{-1}$)

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۲ (۴)

۸۶- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با ساختار زیر درست است؟



- در ساختار آن گروه عاملی اکسیژن دار موجود در ویتامین K دیده می‌شود.
- شماره اتم‌های کربن آن برابر با شماره اتم‌های هیدروژن ۳- اتیل - ۳- متیل هگزان است.
- شماره اتم‌های هیدروژن آن برابر با شماره اتم‌های هیدروژن ۳ و ۴- دی‌اتیل - ۵- متیل نونان است.
- شماره جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر با شماره جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول بنزوئیک اسید است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۷- مخلوطی از فلزهای آلومینیم و منیزیم به جرم $19/8\text{g}$ با مقدار اضافی هیدروکلریک اسید واکنش داده و در نتیجه $2/1\text{g}$ گاز تولید می‌شود.

درصد خلوص منیزیم در مخلوط اولیه کدام است؟ ($\text{Al}=27, \text{Mg}=24, \text{H}=1:\text{g.mol}^{-1}$)

- ۱۸/۱۸ (۱) ۲۲/۲۲ (۲) ۲۷/۲۷ (۳) ۳۶/۳۶ (۴)

۸۸- اگر $5/3$ گرم پارازایلین با مقدار کافی محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات واکنش دهد و سپس فراورده آلی این واکنش با مقدار کافی الکل چوب

وارد واکنش دیگر شود، چند گرم استر تولید می‌شود؟ (بازده هر کدام از واکنش‌ها ۶۰٪ است.) ($\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16:\text{g.mol}^{-1}$)

- ۲/۸۸ (۱) ۴/۸ (۲) ۵/۸۲ (۳) ۳/۴۹ (۴)

۸۹- بر اثر اضافه کردن آب در حضور سولفوریک اسید به ۱- بوتن می‌توان ۱- بوتانول تولید کرد. به ازای مصرف $6/72$ گرم از ۱- بوتن در این

واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ ($\text{C}=12, \text{H}=1:\text{g.mol}^{-1}$)

- a) $4\text{C(s)} + 4\text{H}_2\text{(g)} \rightarrow \text{C}_4\text{H}_8\text{(g)}$ $\Delta H = -8\text{kJ}$
- b) $4\text{C(s)} + 5\text{H}_2\text{(g)} + \frac{1}{2}\text{O}_2\text{(g)} \rightarrow \text{C}_4\text{H}_{10}\text{O(l)}$ $\Delta H = -340\text{kJ}$
- c) $2\text{H}_2\text{(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightarrow 2\text{H}_2\text{O(l)}$ $\Delta H = -572\text{kJ}$

- ۵/۵۲ (۴) ۷/۷۲ (۳) ۸/۸۲ (۲) ۹/۹۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۹۰- داده‌های جدول زیر مربوط به دو ماده از اجزای واکنش اکسایش آمونیاک در حضور اکسیژن است که طی آن، بخار آب و گاز نیتروژن مونوکسید تولید می‌شود. اگر سرعت متوسط واکنش در ۱۰ ثانیه دوم واکنش $3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ و در ثانیه ۲۰ام واکنش مجموع شمار مول‌های

فراورده‌ها، $5/4$ مول بیشتر از شمار مول‌های آمونیاک باشد، حاصل عبارت $\frac{a+d}{b+c}$ به تقریب کدام است؟

t(s) مول	۰	۱۰	۲۰	۳۰
ماده (۱)	۱۰	a	b	۴/۴
ماده (۲)	۰	c	d	۸/۴

(۱) ۱/۵۴

(۲) ۱/۴۶

(۳) ۱/۲۹

(۴) ۰/۹۱

۹۱- با توجه به داده‌های جدول زیر اگر یک مول متانول گازی شکل به طور مستقیم از متان تولید شود چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟

پیوند	C—H	C—O	O=O	O—H
$\Delta H(\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$	۴۱۵	۳۶۰	۴۹۵	۴۶۵

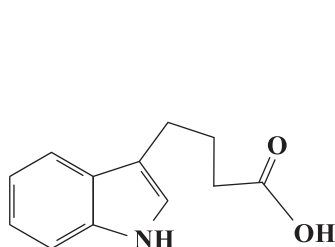
(۱) ۱۶۲/۵

(۲) ۱۲۶/۵

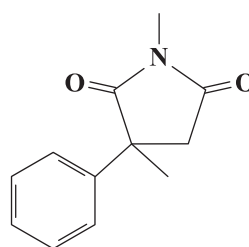
(۳) ۴۱۰

(۴) ۳۷۴

۹۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ساختارهای (I) و (II) درست است؟



(II)



(I)

• فرمول مولکولی دو ساختار یکسان است.

• شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار (I) برابر با ۳۴ جفت الکترون است.

• شمار اتم‌های کربن ساختار (II) برابر با شمار اتم‌های کربن مولکول مالتوز است.

• ترکیب (II) را می‌توان برای تولید پلی‌آمیدها استفاده کرد.

• در ساختار (I) برخلاف ساختار (II) گروه عاملی آمیدی وجود دارد.

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

محل انجام محاسبات



۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

- شرط لازم برای شرکت در واکنش‌های پلیمری شدن وجود حداقل یک پیوند $C=C$ در زنجیر کربنی است.
- از واکنش ۳ مول الکل تک‌عاملی یا یک مول کربوکسیلیک اسید سه‌عاملی، ۳ مول استر تک‌عاملی تولید می‌شود.
- جرم مولی پروپیل پروپانات، دو برابر جرم مولی پروپانون (استون) است.
- آهنگ واکنش تجزیه پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به ساختار مونومرهای سازنده بستگی دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۴- از پلیمر A برای ساخت ظروف نجسب آشپزخانه و از پلیمر B برای ساخت کیسه خون استفاده می‌شود. چه تعداد از عبارت‌های زیر در

ارتباط با آن‌ها درست است؟ ($C=12, H=1, F=19, Cl=35.5: g.mol^{-1}$)

- در هر دو پلیمر اتم‌های هالوژن حضور دارند.
- شمار اتم‌های کربن مونومر سازنده دو پلیمر با هم برابر است.
- جرم مولی مونومر سازنده پلیمر A بیشتر از مونومر سازنده پلیمر B است.
- درصد جرمی کربن در پلیمر A، ۵۶٪ برابر درصد جرمی کربن در پلیمر B است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۵- pH محلولی از باریم هیدروکسید برابر ۱۰/۱ است. غلظت یون هیدروکسید در این محلول چند برابر غلظت یون هیدرونیوم بوده و برای

این‌که pH این محلول به ۹/۵ برسد، حجم محلول را تا چند مرتبه با اضافه کردن آب خالص، باید افزایش داد؟

۱ (۱) $4, 6 \times 10^5$ ۲ (۲) $4, 1/56 \times 10^6$ ۳ (۳) $6, 6/25 \times 10^5$ ۴ (۴) $6, 1/56 \times 10^6$

۹۶- غلظت یون هیدرونیوم در محلولی از فورمیک اسید برابر 8×10^{-4} مول بر لیتر است. برای خنثی کردن کامل ۱/۲ لیتر از این محلول به چند

میلی‌گرم سود نیاز است؟ ($K_a = 2 \times 10^{-4}$) ($NaOH = 40: g.mol^{-1}$)

۱۹/۲ (۱) ۱۵/۳۶ (۲) ۱۹۲ (۳) ۱۵۳/۶ (۴)

۹۷- ۸۵/۲ گرم از یک صابون جامد را درون ۱۲ کیلوگرم محلول کلسیم کلرید می‌اندازیم. اگر جرم نمک خوراکی پس از جداسازی و خشک‌کردن

برابر با ۳۵/۱ گرم باشد، غلظت کلسیم کلرید در محلول اولیه چند ppm بوده است؟

($C=12, H=1, O=16, Ca=40, Na=23, Cl=35.5: g.mol^{-1}$)

۲۷۷۵ (۱) ۵۵۵۵ (۲) ۲۷۷/۵ (۳) ۵۵۵/۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۹۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با تهیه صنعتی فلز سدیم درست است؟

- این فرایند در یک سلول الکترولیتی انجام شده و سدیم کلرید مذاب، برقکافت می‌شود.
- در این فرایند به‌ازای مصرف یک مول واکنش‌دهنده، ۱/۵ مول فراورده تولید می‌شود.
- یونی که شعاع کوچک‌تری دارد در آند، اکسایش می‌یابد.
- اطراف الکترودی که به قطب منفی باتری وصل است، حباب یک گاز دو اتمی مشاهده می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۹- در یک سلول گالوانی استاندارد متشکل از فلزهای M و Ag واکنش کلی $M^{3+}(aq) + Ag(s) \rightarrow M(s) + Ag^+(aq)$ انجام می‌شود.

هنگامی که غلظت کاتیون در نیم‌سلول آندی ۲۰٪ بیشتر از غلظت اولیه آن است، ۶/۵۶۶ گرم بر جرم کاند افزوده شده است. در این صورت

جرم مولی M چند گرم است؟ (حجم الکترولیت‌ها در هر نیم‌سلول ۵dL بوده است و $Ag = 108 \text{ g.mol}^{-1}$)

۸۸ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۳۲ (۳) ۱۹۷ (۴)

۱۰۰- در هر کدام از ترکیب‌های زیر، دو نوع اتم کربن با عدد اکسایش مختلف وجود دارد. تفاوت عدد اکسایش اتم‌های کربن در کدام ترکیب،

مقدار بیشتری است؟

۱) وینیل کلرید ۲) اتانول ۳) نفتالن ۴) استیک اسید

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در صورتی که مقدار کافی فلز روی به محلولی از نمک وانادیم (V) اضافه شود، فلز وانادیم و یون روی تولید می‌شود.
- در اکسیدی از تیتانیم که یک رنگدانه معدنی سفید است، عدد کوئوردیناسیون کاتیون، کوچک‌تر از آنیون است.
- کلروفرم یک مولکول قطبی بوده و اتم مرکزی آن فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.
- در ساختار سیلیس تنها یک نوع پیوند کووالانسی وجود دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- خاصیت رسانایی الکتریکی و چکش‌خواری فلز مس را می‌توان با مدل دریای الکترونی فلزها توجیه کرد.
- برای فروپاشی شبکه بلور MgF_2 در مقایسه با Na_2O به انرژی بیشتری نیاز است.
- امکان ندارد بر اثر تشکیل یک مول ترکیب یونی دوتایی، ۵ مول الکترون بین فلز و نافلز سازنده مبادله شود.
- دوده همه طول موج‌ها را جذب می‌کند و به همین دلیل به رنگ سیاه دیده می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- با کاهش حجم ظرف سامانه تعادلی $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$ ، سرعت واکنش رفت همانند سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد.
- با افزایش حجم ظرف سامانه تعادلی $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، مخلوط گازی ابتدا کم‌رنگ و سپس پررنگ می‌شود.
- اگر به مخلوط تعادلی فرایند هابر در حجم ثابت، مقداری گاز نئون اضافه شود، فشار کلی سامانه افزایش می‌یابد اما تغییری در سامانه تعادلی رخ نمی‌دهد.

- در دمای اتاق واکنش میان گازهای N_2 و H_2 فقط در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش می‌رود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- تبدیل PET به مونومرهای سازنده آن جزو روش‌های دشوار بازیافت این پلیمر است.
- از اتیل استات، استون و هگزان به ترتیب به عنوان حلال چسب، لاک و رنگ‌های پوششی استفاده می‌شود.
- نفت خام، هوا، فلز آهن و پنبه جزو مواد خام طبقه‌بندی می‌شوند که با استفاده از آن‌ها می‌توان مواد شیمیایی جدید تولید کرد.
- در واکنش‌های سه‌گانه مربوط به حذف آلاینده‌ها از خودروهای بنزینی توسط مبدل‌های کاتالیستی، در هر سه واکنش، O_2 یکی از اجزای واکنش است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵- تعادل گازی $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g); K=196$ با ۴ مول از هر یک از واکنش‌دهنده‌ها در یک ظرف سر بسته ۸ لیتری آغاز شده

است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟

۵۶ (۱) ۶۴ (۲) ۸۷/۵ (۳) ۷۸/۵ (۴)

آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - محمدرضا سیاح علی ایمانی - مجید فرهمندپور	محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته ندا فرهختی - مینا نظری
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده - حسین شهبازی مسعود قره‌خانی - شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی - رضیه قربانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گل‌فر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی - ملیکا کاشانی





ریاضیات

۱ ۳

بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ به تعداد ۳ واسطه هندسی درج می‌کنیم. پس برای یافتن قدرنسبت داریم:

$$q^{3+1} = \frac{162}{2} \Rightarrow q^4 = 81 \Rightarrow \begin{cases} q=3 \\ q=-3 \end{cases}$$

اگر $q=-3$ باشد، جملات دنباله مثبت و منفی و نوسانی است و دنباله صعودی نیست پس $q=3$ قابل قبول است و دنباله به صورت زیر است.

$$2, 6, 18, 54, 162$$

عدد ۶ واسطه اول و عدد ۵۴ واسطه سوم است و اگر این دو عدد دنباله حسابی بسازند، داریم:

$$d = 54 - 6 = 48$$

مجموع n جمله اول دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

بنابراین مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله حسابی برابر است با:

$$S_{11} = \frac{11}{2}[2(6) + 10(48)] = 2706$$

۲ ۲

ابتدا مقدار x را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{4\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})-\sqrt{7}} \times \frac{(2+\sqrt{3})+\sqrt{7}}{(2+\sqrt{3})+\sqrt{7}} - \sqrt{7} \\ = \frac{4\sqrt{3}(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})}{4+3+4\sqrt{3}-7} - \sqrt{7} = 2 + \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 2 + \sqrt{3}$$

از طرفی می‌دانیم $2 + \sqrt{3} = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ بنابراین داریم:

$$\sqrt{\frac{x}{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}$$

۳ ۲

سهمی $f(x)$ در نقاط $x=-1$ و $x=4$ محور طول‌ها را قطع می‌کند. بنابراین ضابطه آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = a(x+1)(x-4)$$

تابع از نقطه $(0, -2)$ می‌گذرد و داریم:

$$f(0) = -2 \Rightarrow -4a = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-4)$$

$$\Rightarrow f(2x-1) = \frac{1}{2}(2x)(2x-5) = 2x^2 - 5x$$

حال ضابطه تابع $g(x)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x) = \sqrt{2x^2 - (2x^2 - 5x)} = \sqrt{x^2 + 5x}$$

برای تعیین دامنه تابع $g(x)$ داریم: $x^2 + 5x \geq 0 \Rightarrow x \leq -5$ یا $x \geq 0$. بنابراین اعداد صحیح $x=-4, x=-3, x=-2, x=-1$ و در دامنه تعریف $g(x)$ قرار ندارند.

۴ ۳

اگر f تابع ثابت باشد، این مقدار ثابت را k فرض می‌کنیم و داریم:

$$f(3x-1) = f(2x) = f(x) = k$$

بنابراین می‌توان نوشت: $\frac{k-2k}{k-3} = 5 \Rightarrow 5k - 15 = -k \Rightarrow k = \frac{5}{6}$ از طرفی g تابعی همانی است و داریم:

$$\begin{cases} g(x^2-1) = x^2-1 \\ g(x+1) = x+1 \end{cases}$$

پس معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$x^2-1-(x+1) = 4\left(\frac{5}{6}\right) \Rightarrow x^2-x-2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2-x-12=0 \Rightarrow x_1x_2 = \frac{c}{a} = -12$$

۵ ۳

α و β ریشه‌های معادله $x^2-3x+1=0$ هستند بنابراین داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 3, P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$$

از طرفی α و β ریشه‌ها هستند، پس:

$$\alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$$

$$\beta^2 - 3\beta + 1 = 0$$

از آنجایی که $\alpha\beta=1$ بنابراین داریم $\beta = \frac{1}{\alpha}$ یعنی $\beta^3 = \frac{1}{\alpha^3}$ بنابراین:

$$\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} = \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = 27 - 9 = 18$$

$$\beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow 3\beta - 1 = \beta^2$$

از طرفی داریم:

و می‌توان نوشت:

$$\sqrt{2\alpha^2(6\beta-2)} = \sqrt{4\alpha^2(3\beta-1)} = \sqrt{4\alpha^2\beta^2} = \sqrt{4(1)^2} = 2$$

بنابراین می‌خواهیم معادله‌ای را بنویسیم که ریشه‌هایش ۱۸ و ۲ باشند و داریم:

$$S_{\text{جدید}} = 18 + 2 = 20$$

$$P_{\text{جدید}} = 18 \times 2 = 36$$

معادله جدید به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ خواهد بود و داریم:

$$x^2 - 20x + 36 = 0$$

۶ ۲

نکته ۱: تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ وقتی بر وارون خود منطبق است

که $a=-d$ بنابراین اگر $f(x) = \frac{ax+3}{x-2}$ بر وارون خود منطبق باشد داریم:

$$a=2$$

نکته ۲: خط $y = mx + h$ با شرط $h \neq 0$ وقتی بر وارون خود منطبق است

که $m=-1$ باشد، بنابراین اگر تابع $g(x) = bx-3$ بر وارون خود منطبق باشد، داریم:

بنابراین توابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت زیر هستند:

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$g(x) = -x-3$$

بنابراین داریم:

$$g(-6) = -(-6)-3 = 3$$

$$\left(\left(\frac{2g}{f+1}\right) \circ g\right)(-6) = \left(\frac{2g}{f+1}\right)(3) = \frac{2g(3)}{f(3)+1} = \frac{-12}{9+1} = -\frac{6}{5}$$

عبارت $\frac{2x+1}{3}$ باید عددی صحیح باشد پس آن را k فرض می‌کنیم ($k \in \mathbb{Z}$) و داریم:

$$\frac{2x+1}{3} = k \Rightarrow 2x = 3k-1 \Rightarrow x = \frac{3k-1}{2}$$

بنابراین معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\left[\frac{3k-1}{2}\right] = k \Rightarrow \left[\frac{3k-3}{4}\right] = k$$

$$\Rightarrow k \leq \frac{3k-3}{4} < k+1 \Rightarrow 0 \leq \frac{3k-3}{4} - k < 1$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{-k-3}{4} < 1 \Rightarrow 0 \leq -k-3 < 4$$

$$\Rightarrow 3 \leq -k < 7 \Rightarrow -7 < k \leq -3$$



k باید عددی صحیح باشد پس داریم:

$$k = -6 \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = -6 \Rightarrow x = -\frac{19}{2}$$

$$k = -5 \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = -5 \Rightarrow x = -8$$

$$k = -4 \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = -4 \Rightarrow x = -\frac{13}{2}$$

$$k = -3 \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = -3 \Rightarrow x = -5$$

بنابراین معادله دارای ۴ جواب است.

۸ | ۲ از قانون $\log_c a + \log_c b = \log_c(ab)$ داریم:

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} \cos \frac{x}{2} \cos x \cos 2x \right)$$

از اتحاد $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ داریم:

$$\begin{aligned} \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} \cos \frac{x}{2} \cos x \cos 2x &= \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cos x \cos 2x \\ &= \frac{1}{4} \sin x \cos x \cos 2x = \frac{1}{8} \sin 2x \cos 2x = \frac{1}{16} \sin 4x \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{16} \sin 4x \right) \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{16}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{16} \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{32} \right) = \log_{\frac{1}{2}} (2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-5}) = \log_{\frac{1}{2}} 2^{-\frac{9}{2}} = \frac{-\frac{9}{2}}{-1} \log_2 2 = \frac{9}{2}$$

۹ | ۳ وقتی $x \rightarrow 0^+$ عبارت $x^3 - x$ از مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود. یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^3 - x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt{1+3x}}{\sqrt{1-\cos 2x}}$$

از هم‌ارزی $1 - \cos u \sim \frac{u^2}{2}$ داریم:

$$\sqrt{1-\cos 2x} \sim \sqrt{2x^2} \sim \sqrt{2}|x| \sim -\sqrt{2}x$$

حال برای $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - \sqrt{1+3x}}{-\sqrt{2}x}$ دو روش زیر را داریم:

روش اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1 + 1 - \sqrt{1+3x}}{-\sqrt{2}x} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{-\sqrt{2}x} + \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{1+3x}}{-\sqrt{2}x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt[3]{1+2x} - 1)(\sqrt[3]{(1+2x)^2} + \sqrt[3]{1+2x} + 1)}{(-\sqrt{2}x) \times 3} \\ &\quad + \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \sqrt{1+3x})(1 + \sqrt{1+3x})}{(-\sqrt{2}x) \times 2} \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{-3\sqrt{2}x} + \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-3x}{-2\sqrt{2}x} = \frac{-\sqrt{2}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{5\sqrt{2}}{12}$$

روش دوم: از هم‌ارزی $\sqrt[n]{1 \pm u} \sim 1 \pm \frac{u}{n}$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \frac{2}{3}x - (1 + \frac{3}{2}x)}{-\sqrt{2}x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\frac{5}{6}x}{-\sqrt{2}x} = \frac{5\sqrt{2}}{12}$$

۱۰ | ۱ ابتدا تابع $g(x)$ را به صورت زیر ساده‌تر می‌کنیم.

$$g(x) = [2x + \frac{1}{3}] + [2x - \frac{2}{3}] = [2x + \frac{1}{3}] + [2x + \frac{1}{3} - 1]$$

$$= [2x + \frac{1}{3}] + [2x + \frac{1}{3}] - 1 = 2[2x + \frac{1}{3}] - 1$$

بنابراین تابع $g(x)$ در نقاطی ناپیوسته است که عبارت داخل براکتیعنی $2x + \frac{1}{3}$ عدد صحیح شود. برای یافتن این نقاط داریم:

$$-\frac{4}{3} < x < \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{4}{3} < 2x < \frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} < 2x + \frac{1}{3} < \frac{5}{3}$$

در این بازه مقادیر صحیح برای عبارت $2x + \frac{1}{3}$ به صورت زیر است:

$$2x + \frac{1}{3} = -2 \Rightarrow x = -\frac{7}{6}$$

$$2x + \frac{1}{3} = -1 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$2x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$$

$$2x + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

از بین این ۴ عدد، اعداد $x = -\frac{2}{3}$ و $x = \frac{1}{3}$ عبارت $9x^2 + 2x - 2$ را برابر صفرمی‌کنند، بنابراین در این ۲ عدد تابع $f(x)$ پیوسته است. پس تابع $f(x)$ فقطدر نقاط $x = -\frac{1}{6}$ و $x = -\frac{7}{6}$ ناپیوسته است.۱۱ | ۱ در تابع $g(x) = -2f(2x-1) + 1$ به دلیل ضرب (-2) وضعیت یکنوایی تابع $g(x)$ برعکس وضعیت تابع $f(x)$ است. یعنی در بازه‌ای کهتابع $f(x)$ اکیداً صعودی است در بازه نظیر آن در $g(x)$ تابع اکیداً نزولی است.تابع $f(x)$ در بازه $[-1, 2]$ اکیداً صعودی است. این بازه در تابع $g(x)$

$$[-\frac{1}{2} + 1, \frac{2}{2} + 1] = [0, \frac{3}{2}]$$

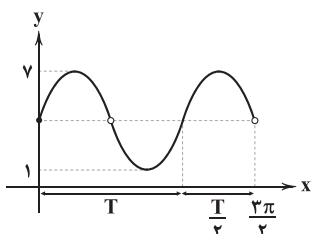
تبدیل به بازه مقابل خواهد شد.

بنابراین تابع $g(x)$ در بازه $[0, \frac{3}{2}]$ اکیداً نزولی است.۱۲ | ۲ ابتدا ضابطه تابع را با استفاده از اتحاد $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

ساده می‌کنیم.

$$f(x) = \frac{c \tan(bx)}{1 + \tan^2(bx)} + \frac{a(\tan^2(bx) + 1)}{1 + \tan^2(bx)} = \frac{c}{2} \sin(2bx) + a$$

از روی نمودار داریم:



$$\begin{aligned} T + \frac{T}{2} &= \frac{3T}{2} = \frac{3\pi}{2} \\ \Rightarrow T &= \pi \end{aligned}$$

با استفاده از ضابطه تابع می‌توان نوشت:

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$\begin{cases} \min f(x) = 1 \Rightarrow -|\frac{c}{2}| + a = 1 \\ \max f(x) = 7 \Rightarrow |\frac{c}{2}| + a = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ |\frac{c}{2}| = 3 \Rightarrow |c| = 6 \Rightarrow c = \pm 6 \end{cases}$$



۱۵

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - f(2)}{h} = -3f'_+(2)$$

برای یافتن مشتق راست در $x=2$ ابتدا پیوستگی راست را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2 - [x]} = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases}$$

بنابراین $f(x)$ در $x=2$ پیوستگی راست دارد.

حال مشتق راست را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow f(x) = \frac{x-2}{x^2-2} \Rightarrow f'_+(x) &= \frac{x^2-2-2x(x-2)}{(x^2-2)^2} \\ &= \frac{-x^2+4x-2}{(x^2-2)^2} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{-4+8-2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

تذکره: برای یافتن مشتق تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2-2}$ می‌توانیم فقط از عامل صفر

کننده یعنی $x-2$ مشتق بگیریم. یعنی:

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{x-2}{x^2-2} \Rightarrow f'_+(2) &= \frac{1}{x^2-2} \Big|_{x=2} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow -3f'_+(2) &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

۱۶ اگر نقطه (m, n) اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ باشد داریم:

$$\begin{cases} f(m) = n \\ f'(m) = 0 \end{cases}$$

بنابراین برای تابع $f(x)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + ax + b \Rightarrow f'(x) &= 3x^2 + a \\ \begin{cases} f(1) = 2 \Rightarrow 1 + a + b = 2 \Rightarrow a + b = 1 \quad (1) \\ f'(1) = 0 \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

ضابطه تابع $f(x)$ مشخص است و نقطه عطف آن را به دست می‌آوریم:

$$f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

برای یافتن شیب مماس در نقطه عطف، طول نقطه عطف را در مشتق اول قرار

$$f'(x) = 3x^2 + a = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(0) = -3$$

می‌دهیم:

$$\begin{aligned} 2^2 + c(2) - 2 = 0 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow \text{مخرج} &= x^2 - x - 2 \\ \Rightarrow \text{مخرج} &= (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

پس $x = -1$ باید ریشه صورت کسر هم باشد و داریم:

$$a(-1)^2 - b(-1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \quad (1)$$

از طرفی $y = -2$ مجانب افقی تابع $f(x)$ است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{x^2} = a = -2 \xrightarrow{(1)} b = 2$$

پس تابع $f(x)$ به شکل زیر خواهد بود:

$$f(x) = \frac{-2x^2 - 2x}{(x-2)(x+1)} = \frac{-2x}{x-2}$$

برای یافتن $f^{-1}(-4)$ داریم:

$$\frac{-2x}{x-2} = -4 \Rightarrow 2x = 4x - 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow f^{-1}(-4) = 4$$

تابع سینوس در $x=0$ شروع صعودی دارد، پس داریم:

$$\frac{c}{2}(2b) > 0 \Rightarrow bc > 0 \Rightarrow \begin{cases} b=1 \Rightarrow c=6 \\ b=-1 \Rightarrow c=-6 \end{cases} \Rightarrow bc = 6$$

بنابراین مقدار $\frac{bc}{a}$ برابر است با:

$$\frac{bc}{a} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

توجه کنید که تابع به صورت $f(x) = 3\sin 2x + 4$ تبدیل و در نقاط $k\pi + \frac{\pi}{2}$

تعریف نمی‌شود و دوره تناوب را بدون در نظر گرفتن حفره محاسبه می‌کنیم.

۱۳ اگر زاویه $\alpha = x + \frac{2\pi}{5}$ و $\beta = x - \frac{\pi}{5}$ باشد، داریم:

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + \beta \Rightarrow \sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos \beta$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{2\pi}{5}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right)$$

از طرفی $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ خواهیم داشت:

$$\sin\left(x + \frac{2\pi}{5}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{5}\right) = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow 2\sin\left(x + \frac{2\pi}{5}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{2\pi}{5} = 2k\pi + x + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ x + \frac{2\pi}{5} = 2k\pi + \pi - \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{5} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{7\pi}{20}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{40}$$

۱۴ اگر خط $x=2$ تنها مجانب قائم تابع $f(x)$ باشد، یکی از دو حالت زیر را داریم:

حالت (۱): مخرج که ریشه مضاعف $x=2$ داشته باشد یعنی:

$$\text{مخرج} = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

مخرج کسر در این حالت نمی‌تواند قرار بگیرد پس حالت ۱ برقرار نیست.

حالت (۲): مخرج کسر دارای دو ریشه باشد که یکی از آن‌ها با صورت کسر ساده شود. در این حالت داریم:

$$2^2 + c(2) - 2 = 0 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow \text{مخرج} = x^2 - x - 2$$

$$\Rightarrow \text{مخرج} = (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

پس $x = -1$ باید ریشه صورت کسر هم باشد و داریم:

$$a(-1)^2 - b(-1) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \quad (1)$$

از طرفی $y = -2$ مجانب افقی تابع $f(x)$ است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{x^2} = a = -2 \xrightarrow{(1)} b = 2$$

پس تابع $f(x)$ به شکل زیر خواهد بود:

$$f(x) = \frac{-2x^2 - 2x}{(x-2)(x+1)} = \frac{-2x}{x-2}$$

برای یافتن $f^{-1}(-4)$ داریم:

$$\frac{-2x}{x-2} = -4 \Rightarrow 2x = 4x - 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow f^{-1}(-4) = 4$$

یعنی نقطه $(1, 1)$ نقطه عطف تابع $g(x)$ است و فاصله این نقطه از مبدأ

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

مختصات برابر است با:





$$D \Rightarrow AQ = AH \Rightarrow AB + BQ = AC + CH \\ \Rightarrow 14 + BQ = 15 + 6 \Rightarrow BQ = 7$$

$$\begin{cases} B \text{ روی نیمساز خارجی } D \Rightarrow BQ = BM = 7 \\ C \text{ روی نیمساز خارجی } D \Rightarrow CH = CM = 6 \end{cases}$$

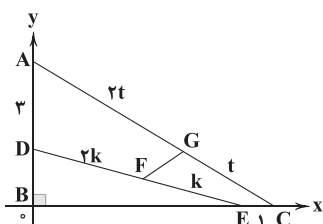
$$\Rightarrow BM + MC = 7 + 6 \Rightarrow BC = 13$$

به کمک قضیه هرون مساحت مثلث را محاسبه می‌کنیم.

$$2P = 14 + 15 + 13 = 42 \Rightarrow P = 21$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$$

مثلت ABC را روی محور مختصات به گونه‌ای که نقطه B روی مبدأ باشد در نظر می‌گیریم در این صورت $C(x+1, 0)$, $E(x, 0)$, $A(0, y+3)$, $D(0, y)$ است.



$$\overline{DF} = 2\overline{FE} \Rightarrow F - D = 2E - 2F \Rightarrow 3F = 2E + D$$

$$\Rightarrow 3F = (2x, y) \Rightarrow F = (\frac{2}{3}x, \frac{1}{3}y)$$

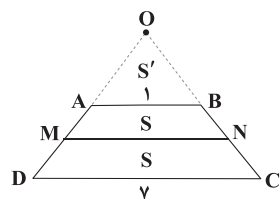
$$\overline{AG} = 2\overline{GC} \Rightarrow G - A = 2C - 2G \Rightarrow 3G = 2C + A$$

$$\Rightarrow 3G = (2x+2, y+3) \Rightarrow G = (\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}, \frac{1}{3}y + 1)$$

$$FG = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2} = \sqrt{(\frac{2}{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{\frac{13}{9}}$$

$$\Rightarrow FG = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

روش اول: اگر $MN = x$ باشد:



$$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle OAB \sim \triangle ODC \Rightarrow \frac{S_{OAB}}{S_{ODC}} = (\frac{AB}{DC})^2$$

$$\Rightarrow \frac{S'}{S' + 2S} = \frac{1}{49} \Rightarrow 49S' = S' + 2S \Rightarrow 48S' = 2S \Rightarrow S = 24S'$$

$$AB \parallel MN \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle OMN \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{OMN}} = (\frac{AB}{MN})^2$$

$$\Rightarrow \frac{S'}{S + S'} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{S'}{24S + S'} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

روش دوم:

اگر پاره خط MN موازی قاعده‌های دوزنقه ABCD باشد و دوزنقه را به دو

دوزنقه هم‌مساحت تقسیم کند $MN = \sqrt{\frac{AB^2 + CD^2}{2}}$ است.

$$MN = \sqrt{\frac{(1)^2 + (7)^2}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$$(\bar{x} - \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}}) = (19, 19/8)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{x} - \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}} = 19 \\ \bar{x} + \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}} = 19/8 \end{cases} \Rightarrow 2\bar{x} = 38/8 \Rightarrow \bar{x} = 19/4$$

$$\Rightarrow 19/4 + \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}} = 19/8 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{1} = 1 \Rightarrow \sqrt{n} = \Delta\sigma \Rightarrow n = 25\sigma^2$$

$$n - \sigma = 98 \Rightarrow 25\sigma^2 - \sigma - 98 = 0$$

$$\Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow n = 100$$

$$y = \frac{3}{2}x + 4 \Rightarrow \bar{y} = \frac{3}{2}\bar{x} + 4$$

$$\sigma_y = \frac{3}{2}\sigma_x \Rightarrow CV_{جدید} = \frac{1}{2}CV_{قدیم}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}\sigma_x}{\frac{3}{2}\bar{x} + 4} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{3}{\frac{3}{2}\bar{x} + 4} = \frac{1}{\bar{x}} \Rightarrow 3\bar{x} = \frac{3}{2}\bar{x} + 4 \Rightarrow \frac{3}{2}\bar{x} = 4 \Rightarrow \bar{x} = \frac{8}{3}$$

$$r^{n+3} - r^n = 448 \Rightarrow r^n(\lambda - 1) = 448$$

$$\Rightarrow r^n = 64 \Rightarrow n = 6$$

تعداد افزایندهای 4 عضوی آن برابر است با:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 20 + 45 = 65$$

۲ ۲۱

$$(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \equiv [(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim p] \wedge [\sim p \Rightarrow (\sim p \wedge q)]$$

$$\equiv T \wedge [\sim p \Rightarrow (\sim p \wedge q)]$$

$$\equiv \sim p \Rightarrow \sim p \wedge q$$

$$\equiv p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$

گزاره $p \vee q$ با دو گزاره $q \Rightarrow p$, $\sim q \Rightarrow \sim p$ هم‌ارز است.

۴ ۲۲

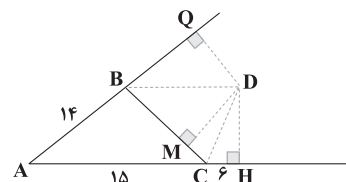
x	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P(x)	x	4x	9x	16x	25x	36x

$$P(3) = \frac{9x}{x + 4x + 9x + 16x + 25x + 36x} = \frac{9}{91} \sim \frac{1}{10} \Rightarrow P = (\frac{1}{10})^5$$

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از ۲ ضلع آن زاویه به

یک فاصله است و نیمساز داخلی هر زاویه با دو نیمساز خارجی مثلث هم‌رسمند.

از نقطه D به امتداد AB و ضلع BC عمودی رسم می‌کنیم.



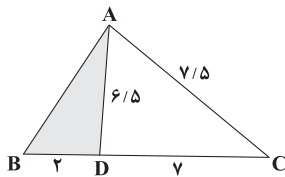


نقطه B را با برداری موازی d_1 به طول ۴ انتقال می‌دهیم تا به نقطه B'' برسیم و بازتاب نقطه A نسبت به خط d_1 را A' می‌نامیم و A' را به B'' وصل می‌کنیم تا d_1 را در D قطع کند و روی خط d_1 $DE=4$ را جدا می‌کنیم، مسیر ADEBC جواب مسئله است.

$$\begin{aligned} \Delta A'FB'': A'B'' &= A'F + B''F = (9-4)^2 + (4+4)^2 \\ &= 25 + 144 = 169 \Rightarrow A'B'' = 13 \Rightarrow AD + EB = 13 \\ \text{محیط } \Delta \text{ ضلعی} &= \underbrace{AC}_{15} + \underbrace{CB}_{13} + \underbrace{BE}_{4} + \underbrace{AD}_{4} + \underbrace{DE}_{4} = 39 \end{aligned}$$

مساحت مثلث ADC را به کمک قضیه هرون محاسبه می‌کنیم.

$$2P = 6/5 + 7 + 7/5 = 21 \Rightarrow P = \frac{21}{2} = 10.5$$



$$\begin{aligned} S_{ADC} &= \sqrt{P(P-AC)(P-AD)(P-DC)} \\ &= \sqrt{10.5 \times 3 \times 3/5 \times 4} = 21 \end{aligned}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{21} = \frac{2}{7} \Rightarrow S_{ABD} = 6$$

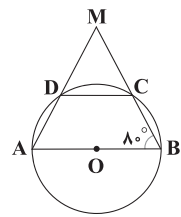
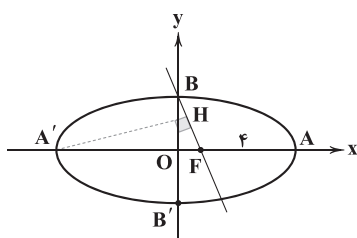
$$\begin{aligned} BA &= (B^T \cdot B^{-1}) \cdot (A^{-1} A^T) = B^T (B^{-1} A^{-1}) A^T \\ &= B^T \cdot (AB)^{-1} \cdot A^T \end{aligned}$$

معکوس ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} |AB| &= -4 + 6 = 2 \Rightarrow (AB)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \\ BA &= B^T \cdot (AB)^{-1} \cdot A^T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 14 & 12 \\ -10 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -5 & -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند، جمع قطر اصلی ماتریس‌های AB و BA با هم برابرند و تنها گزینۀ (۱) چنین شرایطی را دارد.

$$\begin{aligned} A^{-1} + B^{-1} &= I \Rightarrow A(A^{-1} + B^{-1}) = AI \Rightarrow I + AB^{-1} = A \\ \Rightarrow (I + AB^{-1})B &= AB \Rightarrow B + A(B^{-1}B) = AB \\ \Rightarrow B + A &= AB \Rightarrow |B + A| = |AB| = 8 - 6 = 2 \\ \Rightarrow |(B + A)^T| &= 2^T = 8 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} AB = 2CD \\ AB = 2R \end{cases} \Rightarrow CD = R \Rightarrow \widehat{CD} = 60^\circ$$

$$\widehat{B} = \widehat{ADC} \Rightarrow 80^\circ = \frac{\widehat{AD} + \widehat{DC}}{2} \Rightarrow 160^\circ = \widehat{AD} + 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AD} = 100^\circ$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 100^\circ + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 20^\circ$$

$$\widehat{DCB} = \widehat{DC} + \widehat{BC} = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$$

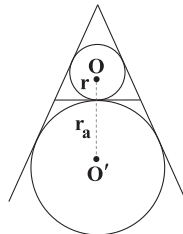
۳ ۲۷

نکته ۱: فاصله هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a از ۳ ضلع مثلث $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است.

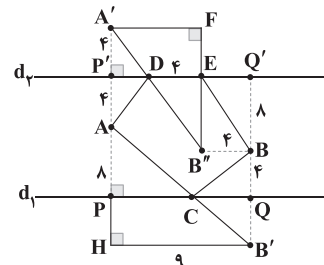
نکته ۲: در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a، دو دایره محاطی داخلی و محیطی هم‌مرکز هستند و دایره محاطی داخلی با تمام دایره‌های محاطی خارجی، مماس برون هستند و شعاع دایره محاطی داخلی $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ و شعاع دایره محاطی خارجی $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است.

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 6\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$$

$$OO' = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{\sqrt{3}}{2}a = 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$



۴ ۲۸



ابتدا بازتاب نقطه B نسبت به d_1 (یعنی B') به دست می‌آوریم و B' را به A وصل می‌کنیم تا d_1 را در C قطع کند، $B'H$ را موازی PQ رسم می‌کنیم. با توجه به طولی بودن بازتاب داریم:

$$AB' = AC + B'C$$

$$\Delta AHB': AB'^T = AH^T + HB'^T = (4+4)^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$$

$$AB' = 15 \Rightarrow AC + CB = 15$$



۳۵ نکته: برای محاسبه باقی‌مانده تقسیم بر ۹۹ کافی است از سمت راست دو رقم، دو رقم جدا کرده و با هم جمع کنیم و حاصل را بر ۹۹ تقسیم کنیم.

$$\overline{342ab7}^{99} \equiv \overline{b7+2a+34}^{99} \equiv 37$$

$$\Rightarrow 10b+7+20+a+34 \equiv 37 \Rightarrow 10b+a+61 \equiv 37$$

$$\Rightarrow 10b+a \equiv -24 \Rightarrow 10b+a \equiv -24+99 \Rightarrow 10b+a \equiv 75$$

$$\Rightarrow \overline{ba} = 75 \Rightarrow \begin{cases} b=7 \\ a=5 \end{cases} \Rightarrow a+b=12$$

۳۶ شرط این که معادله $ax+by=c$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $(a, b) | c$ بنابراین:

$$(4a+3, 3a-2) | 5n+2 \Rightarrow d | 4a+3$$

$$(4a+3, 3a-2) = d \Rightarrow d | 3(4a+3) - 4(3a-2) \Rightarrow d | 17 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 17$$

از طرفی می‌دانیم که ۱ هر عددی را عاد می‌کند. بنابراین:

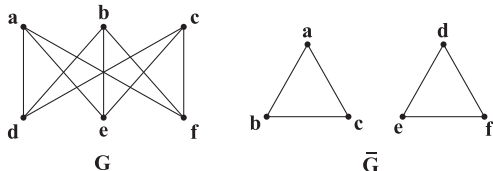
$$17 | 5n+2 \Rightarrow 5n \equiv -2 \Rightarrow 5n \equiv -2+17 \Rightarrow 5n \equiv 15$$

$$\xrightarrow{+5} \xrightarrow{(\Delta, 17)=1} n \equiv 3 \Rightarrow n = 17k+3$$

$$\xrightarrow{k=1} n = 20 = \text{کمترین مقدار دو رقمی}$$

۳۷ تنها گراف ۳ منتظم مرتبه ۶، که گراف مکمل آن ناهمبند است

به صورت زیر است.



تنها مجموعه‌های ۲ عضوی از رئوس گراف G که یک عضو آن a یا b یا c و عضو دیگر آن d یا e یا f باشند احاطه‌گر مینیمال ۲ عضوی است ($3 \times 3 = 9$) و دو مجموعه $\{a, b, c\}$ ، $\{d, e, f\}$ ، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی هستند بنابراین ۱۱ مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد.

۳۸ بررسی جملات:

(الف) عدد احاطه‌گری گراف برابر ۲ است، زیرا مجموعه $\{e, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است که ۲ عضو دارد. (نادرست)

(ب) مجموعه $\{a, b, c, d\}$ ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم نیست. زیرا مجموعه احاطه‌گر مینیمم دو عضوی وجود دارد. (نادرست)

(پ) نادرست است.

بنابراین هر سه جمله نادرست است.

۳۹ تعداد کل راه‌های پاداش‌دهی از حل معادله $x_1 \geq 0$

$$\text{و } x_1 + x_2 + x_3 = 5 \text{ به دست می‌آید پس } n(S) = \binom{3+5-1}{3-1} = 21$$

اگر پیشامد این باشد که دانش‌آموز A حداقل ۲ سکه دریافت کند، آن‌گاه تعداد راه‌های ممکن از حل معادله $x_1 \geq 2$ و $x_1 + x_2 + x_3 = 5$ حاصل می‌شود. بنابراین:

$$\xrightarrow{\text{توزیع بین ۳ نفر}} n(A) = \binom{3+3-1}{3-1} = 10$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{21}$$

$$BB' = 4\sqrt{10} \Rightarrow 2b = 4\sqrt{10} \Rightarrow b = 2\sqrt{10}$$

$$AF = 4 \Rightarrow a - c = 4 \Rightarrow a = c + 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow (c+4)^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 16 + 8c + c^2 = c^2 + b^2$$

$$\Rightarrow 8c = 24 \Rightarrow c = 3, a = 7$$

در این صورت $A'(-7, 0)$ ، $F(3, 0)$ ، $B(0, 2\sqrt{10})$ است.

$$m_{BF} = \frac{2\sqrt{10}-0}{0-3} = -\frac{2}{3}\sqrt{10}$$

$$BF \text{ معادله خط: } y - 2\sqrt{10} = -\frac{2}{3}\sqrt{10}(x - 0)$$

$$\Rightarrow 3y + 2\sqrt{10}x - 6\sqrt{10} = 0$$

$$A'H = \frac{|14\sqrt{10} + 6\sqrt{10}|}{\sqrt{9+40}} = \frac{20\sqrt{10}}{7}$$

$$A'FH: A'F^2 = A'H^2 + FH^2 \Rightarrow 100 = \frac{4000}{49} + FH^2$$

$$\Rightarrow FH^2 = \frac{900}{49} \Rightarrow FH = \frac{30}{7}$$

$$BF = a = 7$$

$$BH = BF - FH = 7 - \frac{30}{7} = \frac{19}{7}$$

۳۳ مختصات کانون سهمی به صورت $F(0, a)$ است و فاصله هر

نقطه روی سهمی از کانون برابر فاصله آن نقطه تا خط هادی است.

$$BF = 10 \Rightarrow \sqrt{(6-0)^2 + (9-a)^2} = 10$$

$$\Rightarrow (9-a)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=17 \end{cases}$$

بنابراین $F(0, 1)$ است.

$$m_{BF} = \frac{9-1}{6-0} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} y-1 = \frac{4}{3}(x-0) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x+1 \\ x^2 = 4y \end{cases} \Rightarrow x^2 = \frac{16}{3}x+4$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 16x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(3x+2) = 0$$

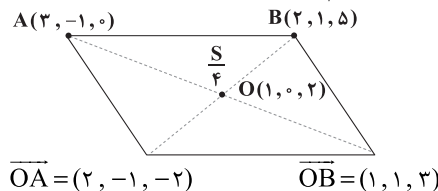
$$\Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{4}{3}(-\frac{2}{3})+1 = \frac{1}{9}$$

$$A(-\frac{2}{3}, \frac{1}{9}) \Rightarrow x_A + y_A = -\frac{2}{3} + \frac{1}{9} = -\frac{5}{9}$$

پس:

۳۴ قطرهای متوازی‌الاضلاع آن را به چهار مثلث هم‌مساحت

تقسیم می‌کند که مساحت هر مثلث $\frac{1}{4}$ مساحت متوازی‌الاضلاع است.



$$\overrightarrow{OA} = (2, -1, -2) \quad \overrightarrow{OB} = (1, 1, 3)$$

$$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = i(-3+2) - j(6+2) + k(2+1)$$

$$= -i - 8j + 3k$$

$$\frac{S}{4} = \frac{1}{4} |\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| \Rightarrow S = 2 |\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}|$$

$$= 2\sqrt{(-1)^2 + (-8)^2 + (3)^2} = 2\sqrt{74}$$



شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان نشان دهنده سرعت متحرک است. چون شیب مماس در لحظات $t=0$ و $t=10$ s، افقی است، پس $v=0$ است، پس شتاب متوسط هم $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$ است.

۴۴ می‌دانیم که ذره آلفا همان هسته هلیوم دو بار مثبت

(${}^4_2\text{He}^{++}$) است، بنابراین با موازنه اعداد جرمی و اتمی در دو طرف واکنش داریم:

$$90 = 78 + 2m \Rightarrow 2m = 90 - 78 = 12 \Rightarrow m = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow m = 6$$

$$240 = A + 4m \xrightarrow{m=6} A = 240 - 24 \Rightarrow A = 216$$

$$N = A - Z \xrightarrow{A=216, Z=78} N = 216 - 78 = 138 \quad \text{بنابراین:}$$

۴۵ ابتدا انرژی حاصل از تبدیل ۶ گرم ماده به انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$E_{\text{ورودی}} = mc^2 = 6 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{ورودی}} = 6 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{16} = 5/4 \times 10^{14} \text{ J}$$

با توجه به تعریف بازده (Ra) می‌توان نوشت:

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} = \frac{nPt}{E_{\text{ورودی}}} \quad Ra = 40\%, P = 200 \text{ W}$$

$$\frac{40}{100} = \frac{n \times 200 \times 30 \times 60}{5/4 \times 10^{14}} \Rightarrow n = 6 \times 10^8$$

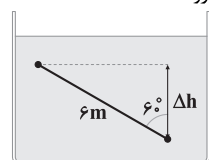
۴۶ پراثری‌ترین فوتونی که می‌تواند گسیل کند، حالتی است که

الکترون به لایه $n'=1$ برود، بنابراین:

$$\Delta E = -E_R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) = -E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = -\frac{3}{4} E_R$$

۴۷ برای محاسبه آهنگ تغییر فشار، میزان تغییر فشار را در یک

مدت معین به دست می‌آوریم. برای راحتی کار، مدت زمان را یک ثانیه در نظر می‌گیریم. بنابراین جسم در این مدت، 6 m پایین می‌رود.



از طرفی برای محاسبه تغییرات فشار، باید Δh را داشته باشیم، بنابراین به کمک روابط مثلثاتی، Δh را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta h = L \cos \alpha = 6 \times \cos 60^\circ = 3 \text{ m}$$

در ادامه تغییرات فشار را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = 1000 \times 10 \times 3 = 15000 \text{ Pa}$$

بنابراین آهنگ تغییرات فشار برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{15000}{1} = 15000 \frac{\text{Pa}}{\text{s}}$$

۴۸ ابتدا اختلاف فشار بین دو نقطه را بر حسب سانتی‌متر جیوه

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 220 - 60 = 160 \text{ cmHg} \quad \text{محاسبه می‌کنیم:}$$

در ادامه این فشار را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = \rho_{\text{جیوه}} \times 10 \times \frac{160}{100} = 16 \rho_{\text{جیوه}} \quad (*)$$

در آخر به کمک رابطه اختلاف فشار، نسبت چگالی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho_{\text{مایع}} g \Delta h_{\text{مایع}}$$

$$\xrightarrow{(*)} 16 \rho_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} \times 10 \times \left(\frac{110 - 30}{100} \right) \Rightarrow 16 \rho_{\text{جیوه}} = 8 \rho_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{16}{8} = 2$$

$$|S| = \binom{5}{2} = 2^1 = 2^1$$

تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس a تنها باشد $|A| =$

$$= \binom{4}{2} = 2^6 = |B| = |C|$$

تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس‌های a, b تنها باشند $|A \cap B| =$

$$= \binom{3}{2} = 2^3 = |A \cap C| = |B \cap C|$$

تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس‌های a, b و c تنها باشند $|A \cap B \cap C| =$

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| - |A \cap B \cap C|$$

$$= 2^1 - 3 \times 2^6 + 3 \times 2^3 - 2 = 854$$

فیزیک

۴۱ اگر طول کل مسیر را x در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{x}{2v} \Rightarrow t_1 = \frac{x}{2v} \\ t_2 = \frac{x}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{2x}{v} = \frac{6x}{2v} \end{cases}$$

بنابراین کل مدت زمان حرکت برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow \frac{x}{2v} + \frac{6x}{2v} = \frac{7x}{2v}$$

سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکتش برابر است با:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x}{\frac{7x}{2v}} \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{2}{7} v$$

۴۲ با توجه به معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1$$

$$\Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times a \times 12 \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{24} = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

دوباره همین رابطه را برای سرعت v تا $\frac{9}{5} \frac{m}{s}$ می‌نویسیم، بنابراین:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 9^2 - v_1^2 = 2 \times \frac{2}{3} \times \Delta x_2 \Rightarrow 81 - 49 = 4\Delta x_2$$

$$\Rightarrow 32 = 4\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{32}{4} = 8 \text{ m}$$

۴۳ سرعت متوسط متحرک را به کمک رابطه $v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{x_1 = 10 \text{ m}, x_2 = 15 \text{ m}}{t_1 = 0, t_2 = 10 \text{ s}} \rightarrow v_{\text{av}} = \frac{15 - 10}{10 - 0} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

متحرک از مکان $x = 10 \text{ m}$ شروع به حرکت کرده و تا مکان $x = 20 \text{ m}$ بالا رفته، یعنی 10 m را طی کرده، سپس از مکان $x = 20 \text{ m}$ تا مکان $x = 5 \text{ m}$ پایین آمده و 15 m طی کرده و از مکان $x = 5 \text{ m}$ به مکان $x = 15 \text{ m}$ رفته، یعنی 10 m بالا رفته. پس کل مسافت طی شده برابر است با:

$$l = 10 + 15 + 10 = 35 \text{ m}$$

و تندی متوسط برابر است با:

$$s_{\text{av}} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{35}{10} = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۴ ۱ اگر بار الکتریکی q_1 خنثی شود، فقط بار الکتریکی q_2 باقی می ماند و در نتیجه میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در نقطه A برابر $-4\vec{E}$ می باشد و میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطه A برابر است با:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 + (-4\vec{E}) = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = 5\vec{E}$$

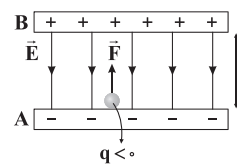
به کمک رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ و نوشتن یک تناسب ساده، نسبت $\frac{x}{y}$ را به دست می آوریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{4E}{5E} = \frac{4}{12} \times \left(\frac{x+y}{y}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{x+y}{y}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{5} = \left(\frac{x+y}{y}\right)^2 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می گیریم.}}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} = \frac{x+y}{y} \Rightarrow \sqrt{12}y = \sqrt{5}x + \sqrt{5}y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-5 + 2\sqrt{15}}{5}$$

۵۵ ۳ اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره برابر است با:



$$F = |q|E = 6/4 \times 10^{-19} \times 250$$

$$\Rightarrow F = 1/6 \times 10^{-16} \text{ N}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 1/6 \times 10^{-16} = 4 \times 10^{-20} \times a \Rightarrow a = \frac{1/6 \times 10^{-16}}{4 \times 10^{-20}}$$

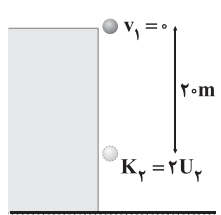
$$\Rightarrow a = 4000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

چون نیروی خالص، ثابت است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است، در نتیجه داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = 9/6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 4000 \times t^2 + 0$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{9/6 \times 10^{-2}}{2000} = 48 \times 10^{-6} \Rightarrow t = 4\sqrt{3} \times 10^{-3} \text{ s} = 4\sqrt{3} \text{ ms}$$

۵۶ ۱ با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

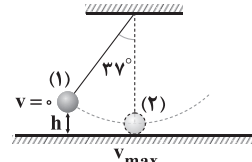
$$\Rightarrow U_1 = U_2 + 2U_2 = 3U_2$$

$$\Rightarrow mgh = 3mg(h-20)$$

$$\Rightarrow h = 3h - 60 \Rightarrow 2h = 60$$

$$\Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

۵۷ ۱ با توجه به قضیه کار و انرژی درونی داریم:



$$W_{fD} = -0/3 E_1 \Rightarrow E_2 - E_1 = -0/3 E_1$$

$$\Rightarrow E_2 = 0/7 E_1 \Rightarrow \cancel{U_2} + K_2 = 0/7 (U_1 + \cancel{K_1})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = 0/7 mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times v_2^2 = 0/7 \times 10 \times (L - 0/8L)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = 1/4L \Rightarrow v_2^2 = \frac{2L}{10} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2L}{10}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۹ ۴ نقاط A و B هم فشار و نقاط B و C نیز هم فشار یکدیگرند، بنابراین می توان این سه نقطه را هم فشار در نظر گرفت، در نتیجه داریم:

$$P_A = P_B = P_C$$

بنابراین:

$$P_C = P_A = \rho_1 gh_1 + P_0 = 2000 \times 10 \times \frac{1}{100} + 10^5 = 102000 \text{ Pa}$$

به کمک فشار در نقطه C، فشار نقطه M را محاسبه می کنیم:

$$P_M = \rho_2 gh_2 + P_C = 3000 \times 10 \times 1 + 102000 = 132000 \text{ Pa} = 132 \text{ kPa}$$

۵۰ ۲ مقدار گرمای مورد نیاز برای تبخیر سطحی آب برابر با گرمایی است که آب باید از دست بدهد تا منجمد شود.

m: جرم اولیه آب

m': جرم آب تبخیر شده

$$Q_V = Q_F \Rightarrow m' L_V = (m - m') L_F$$

$$\Rightarrow m' \times 560 = (m - m') \times 80 \Rightarrow m - m' = 7m' \Rightarrow m = 8m'$$

$$\Rightarrow m' = \frac{1}{8}m$$

بنابراین درصد جرم آبی که در اثر تبخیر سطحی از ظرف خارج شده است،

$$\frac{1}{8} \times 100 = 12.5\%$$

برابر است با:

۵۱ ۴ با توجه به قانون گاز کامل داریم:

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{\text{ثابت P}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{1/44}{1/44} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = 1/2$$

$$\Rightarrow (1/2)^3 = \frac{n_2}{n_1} \times 1/44$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = 1/2 \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} \frac{m_2}{m_1} = 1/2 \Rightarrow \frac{m_2}{30} = 1/2 \Rightarrow m_2 = 36 \text{ g}$$

$$\Delta m = 36 - 30 = 6 \text{ g}$$

بنابراین:

۵۲ ۱ در نمودار P-V، مساحت محصور بین نمودار و محور افقی برابر

کار انجام شده توسط گاز است، بنابراین مساحت مستطیل را محاسبه و قسمت

هاشورخورد را کم می کنیم: $|W| = (4 \times 10^5 \times 3/5 \times 10^{-3}) - 600 = 800 \text{ J}$

همان طور که می دانیم در فرایند هم دما، $\Delta U = 0$ است، بنابراین $Q = -W$

می باشد. از طرفی به علت تراکمی بودن فرایند، $W > 0$ و در نتیجه $Q < 0$

است، پس گاز ۸۰۰ J گرما از دست داده است.

۵۳ ۴ طبق رابطه ظرفیت خازن $(C = \frac{Q}{V})$ ، بدیهی است که بار

ذخیره شده در خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن رابطه مستقیمی با هم دارند.

وقتی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی، ۶ برابر شده است، بنابر نکته

گفته شده، بار خازن نیز باید ۶ برابر شده باشد، بنابراین:

$$Q_2 = 6Q_1 \Rightarrow \Delta Q = Q_2 - Q_1 = 6Q_1 - Q_1 = 5Q_1$$

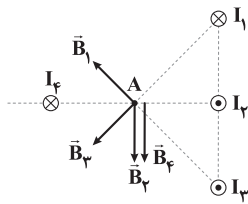
می دانیم تغییرات بار ۸۰ میکروکولن بوده است، بنابراین:

$$\Delta Q = 5Q_1 \xrightarrow{\Delta Q = 80 \mu\text{C}} 5Q_1 = 80 \Rightarrow Q_1 = 16 \mu\text{C}$$

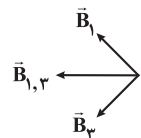
$$\xrightarrow{Q_2 = 6Q_1} Q_2 = 6 \times 16 = 96 \mu\text{C}$$



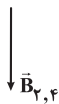
۶۱ ۲ با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها را رسم می‌کنیم:



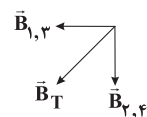
بردارهای $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ بر هم عمودند، پس برابند آن‌ها به شکل زیر است:



بردارهای $\vec{B}_3$ و $\vec{B}_4$ هم‌راستا و هم‌جهت هستند، پس برابند آن‌ها به شکل زیر است:



در نهایت برابند و جهت میدان مغناطیسی به شکل زیر است:



پس عقربه مغناطیسی در نقطه A هم جهت با بردار $\vec{B}_T$ قرار می‌گیرد.

۶۲ ۳ جریان عبوری از مقاومت در لحظه $t = \frac{1}{\sqrt{2}}s$ برابر است با:

$$I = 0.8 \sin\left(\Delta\pi \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0.8 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.4\sqrt{2} A$$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت در این لحظه برابر است با:

$$P = RI^2 = \sqrt{2} \times (0.4\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \times \frac{16}{100} \times 2 = 0.32\sqrt{2} W$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این مقاومت در این لحظه برابر است با:

$$V = IR = 0.4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 0.8 V$$

۶۳ ۱ با توجه به رابطه انرژی ذخیره‌شده در القاگر داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 400 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-3} \times I^2 \Rightarrow I = 2 A$$

با توجه به رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ داریم:

$$2 = \frac{\mathcal{E}}{9 + 0.5 + 0.5} \Rightarrow \mathcal{E} = 20 V$$

۶۴ ۴ ابتدا رابطه بین طول عقربه ثانیه‌شمار و ساعت‌شمار را به دست می‌آوریم:

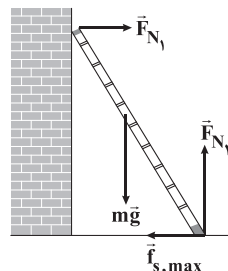
$$\begin{cases} L_{\text{ساعت}} = \frac{3}{5}L_{\text{دقیقه}} \\ L_{\text{دقیقه}} = \frac{4}{5}L_{\text{ثانیه}} \end{cases} \Rightarrow L_{\text{ساعت}} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}L_{\text{ثانیه}} = \frac{12}{25}L_{\text{ثانیه}}$$

سپس با استفاده از رابطه $v = L \times \frac{2\pi}{T}$ ، نسبت تند‌ی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{v_{\text{ساعت}}}{v_{\text{ثانیه}}} = \frac{L_{\text{ساعت}}}{L_{\text{ثانیه}}} \times \frac{T_{\text{ثانیه}}}{T_{\text{ساعت}}} = \frac{12}{25} \times \frac{60}{3600 \times 12} = \frac{1}{1500}$$

۵۸ ۳ اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند را F_{N_1} بنامیم، می‌توان نوشت:

$$F_{N_1} = f_{s, \max} = \mu_s F_{N_2} = \mu_s mg$$



اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند را R بنامیم، خواهیم داشت:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + (\mu_s F_{N_2})^2} \xrightarrow{F_{N_2} = mg} R = mg\sqrt{1 + \mu_s^2}$$

در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{N_1}}{R} = \frac{\mu_s mg}{mg\sqrt{1 + \mu_s^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۵۹ ۲ قانون دوم نیوتون را برای هر دو گلوله به صورت جداگانه می‌نویسیم:

$$m_1 g - f_D = m_1 a_1 \xrightarrow{m_1 = 2 \text{ kg}} 2 \times 10 - 10 = 2 a_1$$

$$\Rightarrow 10 = 2 a_1 \Rightarrow a_1 = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$m_2 g - f_D = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 = 4 \text{ kg}} 4 \times 10 - 10 = 4 a_2$$

$$\Rightarrow 30 = 4 a_2 \Rightarrow a_2 = 7.5 \frac{m}{s^2}$$

بیشترین فاصله بین دو گلوله زمانی رخ می‌دهد که گلوله دوم به زمین برسد، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$h = \frac{1}{2} a_2 t^2 \xrightarrow{h = 1.5 \text{ m}} 1.5 = \frac{1}{2} \times 7.5 \times t^2 \Rightarrow 30 = 7.5 t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{30}{7.5} = 4 \Rightarrow t = \sqrt{4} = 2 s$$

در این لحظه داریم:

$$|\Delta y_1| = \frac{1}{2} a_1 t^2 \Rightarrow |\Delta y_1| = \frac{1}{2} \times 5 \times 2^2 \Rightarrow |\Delta y_1| = 10 \text{ m}$$

بنابراین در این لحظه فاصله بین دو گلوله برابر است با:

$$d = h - |\Delta y_1| = 1.5 - 10 = 8.5 \text{ m}$$

۶۰ ۳ ابتدا نسبت جرم سیاره‌ها را به دست می‌آوریم:

$$M = \rho V = \rho \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{M_B}{M_A} = (1/5) \times \left(\frac{2R}{R} \right)^3 = 1/2$$

حال نسبت اندازه نیروهای گرانشی را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{GmM}{r^2} \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{M_B}{M_A} \times \left(\frac{r_A}{r_B} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = 2 \times 1/2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 2 \times 1/2 \times \frac{1}{4} = 1/4 \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = 1/4$$



۶۹ ۱ ابتدا تندی نور در آب را به دست می آوریم:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow n_{\text{آب}} = \frac{c}{v_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{3 \times 10^8}{v_{\text{آب}}}$$

$$\Rightarrow v_{\text{آب}} = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

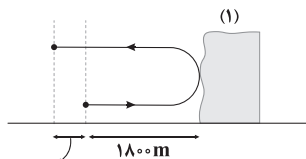
حال بسامد نور را در آب محاسبه می کنیم.

$$\lambda_{\text{آب}} = \frac{v_{\text{آب}}}{f_{\text{آب}}} \Rightarrow f_{\text{آب}} = \frac{\frac{9}{4} \times 10^8}{\frac{1}{9 \times 10^{-7}}} = \frac{1}{4} \times 10^{15} = 25 \times 10^{13} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f_{\text{آب}} = 250 \text{ THz}$$

با توجه به این که بسامد نور از ویژگی های چشمه نور است، بنابراین بسامد این نور در آب و شیشه یکسان است.

۷۰ ۲ در مدتی که اتومبیل بوق را به صدا در می آورد تا زمانی که صدای پژواک از صخره (۱) را بشنود، صوت مسیری مطابق شکل زیر را طی می کند. اگر این زمان Δt_1 باشد، داریم:

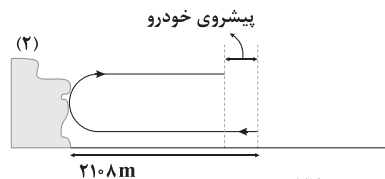


پیشروی خودرو

پیشروی خودرو + مسافت موج صوتی

$$\Rightarrow l = 3600 + \frac{v_2}{3/6} \Delta t_1 = 3600 + 20 t_1$$

صدای پژواک از صخره (۲) از لحظه بوق زدن تا لحظه رسیدن به اتومبیل مسیر زیر را طی می کند.



پیشروی خودرو

$$2108 \text{ m} = 2 \times 2108 - \frac{v_2}{3/6} \Delta t_1 = 4216 - 20 t_1$$

از طرفی با توجه به رابطه مسافت ($l = v \Delta t$) داریم:

$$\begin{cases} 3600 + 20 t_1 = 320 t_1 \Rightarrow 300 t_1 = 3600 \Rightarrow t_1 = 12 \text{ s} \\ 4216 - 20 t_2 = 320 t_2 \Rightarrow 340 t_2 = 4216 \Rightarrow t_2 = 12/4 \text{ s} \end{cases}$$

بنابراین:

۷۱ ۴ با توجه به رابطه شتاب بیشینه نوسانگر داریم:

$$a_{\text{max}} = A \omega^2 \xrightarrow{v_{\text{max}} = A \omega} a_{\text{max}} = \frac{v_{\text{max}}^2}{A}$$

$$\xrightarrow{v_{\text{max}} = \sqrt{0/4} \frac{\text{m}}{\text{s}}} a_{\text{max}} = \frac{0/4}{1 \times 10^{-2}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۷۲ ۳ از طرفی می دانیم ضخامت نوارها (W) متناسب با طول موج نور خروجی است:

$$\frac{W_{\text{آب}}}{W_{\text{هوا}}} = \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = \frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}} \times \frac{f_{\text{هوا}}}{f_{\text{آب}}}$$

$$\xrightarrow{\frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{آب}}}} \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{آب}}} \times \frac{f_{\text{هوا}}}{f_{\text{آب}}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{4}$$

بنابراین ضخامت نوارها ۲۵ درصد افزایش می یابد.

۶۵ ۲ شدت صوت ۴ برابر شده است، بنابراین:

$$\frac{I_2}{I_1} = 4 = 2^2$$

تراز شدت صوت ۱/۲ برابر شده است، بنابراین:

$$\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1 \xrightarrow{\beta_2 = 1/2 \beta_1} \Delta \beta = 1/2 \beta_1 - \beta_1 = -1/2 \beta_1$$

با توجه به رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\Delta \beta = \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\Delta \beta = -1/2 \beta_1, \frac{I_2}{I_1} = 2^2} -1/2 \beta_1 = \log 2^2$$

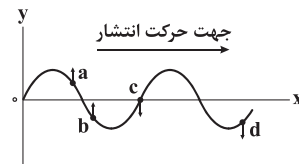
$$\Rightarrow -1/2 \beta_1 = 2 \log 2 \xrightarrow{\log 2 = 0/3} -1/2 \beta_1 = 2 \times 0/3 \Rightarrow \beta_1 = \frac{0/6}{0/2} = 3 \text{ B}$$

به کمک رابطه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_1 = \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{\beta_1 = 3 \text{ B}} 3 = \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^3 = 1000$$

۶۶ ۳ ابتدا با توجه به جهت انتشار موج و با توجه به قبل هر نقطه،

جهت نوسان هر نقطه را تعیین می کنیم.



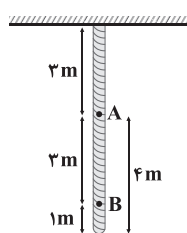
بررسی عبارت ها:

الف) حرکت ذره a کندشونده است، زیرا در حال دور شدن از وضع تعادل (محور x) است. (✓)

ب) ذره c در نقطه تعادل قرار دارد و دارای بیشترین انرژی جنبشی است. (✓)

ج) ذره b در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل است، پس شتاب آن در جهت حرکت آن، یعنی به سمت بالا است و در نتیجه در جهت محور y ها است. (✗)

د) ذره d در حال دور شدن از نقطه تعادل است، پس انرژی جنبشی آن در حال کاهش است. (✓)



۶۷ ۲ مطابق شکل زیر، در نقطه B،

جرمی به اندازه ۱m از طناب آویزان نگه داشته شده

است، ولی در نقطه A جرمی به اندازه ۴m از

طناب آویزان نگه داشته شده است، بنابراین اندازه

نیروی کشش در نقطه A، برابر اندازه نیروی

کشش در نقطه B است ($F_A = 4F_B$).

چون جرم واحد طول (چگالی خطی جرم) در کل طناب، ثابت است. طبق

رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، رابطه بین تندی در دو نقطه را به دست می آوریم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \xrightarrow{F_A = 4F_B} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{4F_B}{F_B}} = \sqrt{4} = 2$$

۶۸ ۲ با توجه به این که $f_1 = f_{n+1} - f_n$ است، ابتدا بسامد هماهنگ

اول را محاسبه می کنیم:

$$f_1 = 625 - 550 = 75 \text{ Hz}$$

از طرفی بسامد هماهنگ n ام برابر با $f_n = n f_1$ است و هنگامی که ۳ گره در

تار ایجاد می شود، هماهنگ دوم در تار ایجاد می شود، بنابراین:

$$f_3 = 2 f_1 = 2 \times 75 = 150 \text{ Hz}$$



۷۷ ۲

به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.
شیمی‌دان‌ها با تعریف **amu** موفق شدند جرم اتمی دیگر عناصر و ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.

۷۸ ۴

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.
عنصرهای A و X به ترتیب فلزهای ${}_{20}\text{Ca}$ و ${}_{50}\text{Sn}$ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• برای ${}_{50}\text{Sn}$ مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیت دو عدد ۵ و ۶ است:

$${}_{50}\text{Sn}: [\text{Kr}]4d^1 5s^2 5p^2 \begin{cases} \Delta s: n+l=5+0=5 \\ \Delta p: n+l=5+1=6 \end{cases}$$

- فلز قلیایی خاکی Ca واکنش‌پذیرتر از فلز Sn است.
- تمامی فلزها تمایل به تشکیل کاتیون دارند، کاتیون فلز کلسیم برخلاف قلع، قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کند.
- فلزهای Ca و Sn به ترتیب در دوره‌های چهارم و پنجم جدول جای دارند.
- منظور از مونومر سازنده پلی‌استیرن همان استیرن است.

۷۹ ۲

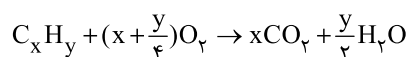
(C_8H_8) است.

• فراورده نامحلول واکنش مورد نظر کلسیم فسفات $(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2)$ است.

$$\text{?atom} = \frac{1}{100} \text{g C}_8\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_8}{104 \text{ g C}_8\text{H}_8} \times \frac{16 \text{ N}_A \text{ atom}}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_8} = 0.02 \text{ N}_A \text{ atom}$$

$$\text{?ion} = \frac{0.08 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2} \times \frac{\Delta \text{N}_A \text{ ion}}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2} = 0.4 \text{ N}_A \text{ ion}$$

$$\frac{0.02 \text{ N}_A}{0.4 \text{ N}_A} = 0.05$$



۸۰ ۱

$$\text{?gC} = 84/7 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{12 \text{ gC}}{1 \text{ mol C}} = 23/1 \text{ gC}$$

$$\text{?gH} = 25/3 - 23/1 = 2/2 \text{ gH}$$

$$\text{?molC} = 23/1 \text{ gC} \times \frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ gC}} = 1/925 \text{ molC}$$

$$\text{?molH} = 2/2 \text{ gH} \times \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ gH}} = 2/2 \text{ molH}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2/2}{1/925} = \frac{8 \times 0.275}{7 \times 0.275} = \frac{8}{7}$$

فرمول مولکولی هیدروکربن مضر از C_7H_8 خواهد بود و جرم مولی آن نیز مضر از $92 = (7 \times 12) + (8 \times 1)$ گرم بر مول است.

۸۱ ۱

ابتدا جرم یون برمید در محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\text{?g Br}^- = 90 \text{ g CaBr}_2(\text{aq}) \times \frac{\Delta \text{g CaBr}_2}{100 \text{ g CaBr}_2(\text{aq})} \times \frac{1 \text{ mol CaBr}_2}{200 \text{ g CaBr}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Br}^-}{1 \text{ mol CaBr}_2} \times \frac{80 \text{ g Br}^-}{1 \text{ mol Br}^-} = 3/6 \text{ g Br}^-$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 2000 = \frac{3/6 \text{ g Br}^-}{x \text{ g محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 1800 \text{ g محلول}$$

$$\text{جرم آب اضافه‌شده} = 1800 - 90 = 1710 \text{ g H}_2\text{O}$$

۷۳ ۳

ابتدا با استفاده از رابطه محاسبه مقاومت بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی و جریان الکتریکی، مقاومت الکتریکی حد فاصل A تا B را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{BA} = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{6}{1} \quad (1)$$

می‌دانیم همان جریانی که از حدفاصل A تا B عبور می‌کند، از کل استوانه نیز می‌گذرد، بنابراین:

$$R_{\text{کل}} = \frac{V_{\text{کل}}}{I} = \frac{36}{1} \quad (2)$$

چون سطح مقطع استوانه ثابت است، پس مقاومت الکتریکی هر قسمت از استوانه با طول آن متناسب است، بنابراین به کمک روابط (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{R_{BA}}{R_{\text{کل}}} = \frac{L_{BA}}{L_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{6}{36} = \frac{12}{L_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{12}{L_{\text{کل}}} \Rightarrow L_{\text{کل}} = 12 \times 6 \Rightarrow L_{\text{کل}} = 72 \text{ cm} = 0.72 \text{ m}$$

۷۴ ۴

می‌دانیم در مقاومت‌های متوالی، بیشترین اختلاف پتانسیل الکتریکی مربوط به بیشترین مقاومت است.

با اعمال اختلاف پتانسیل الکتریکی 80 V روی مقاومت $R_3 = 100 \Omega$ ، جریان گذرنده از مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$V = RI \xrightarrow{R_3=100\Omega} 80 = 100 \cdot I \Rightarrow I = \frac{80}{100} = 0.8 \text{ A}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت‌های R_1 و R_2 را نیز به ازای جریان $I = 0.8 \text{ A}$ محاسبه می‌کنیم:

$$V = RI \Rightarrow \begin{cases} V_1 = R_1 I = 15 \times 0.8 = 12 \text{ V} \\ V_2 = R_2 I = 30 \times 0.8 = 24 \text{ V} \end{cases}$$

حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی کل مدار برابر حاصل جمع حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی تمام مقاومت‌ها است، بنابراین:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 12 + 24 + 80 = 116 \text{ V}$$

۷۵ ۱

چون ولت‌سنج ایده‌آل که به صورت متوالی در مدار قرار گرفته است، دارای مقاومت بی‌نهایت است، پس هیچ جریانی در مدار برقرار نخواهد شد و بنابراین آمپرسنج ایده‌آل عدد صفر را نشان خواهد داد. (ردگزین‌های (۳) و (۴))
بدین ترتیب، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نیز برابر با نیروی محرکه الکتریکی باتری خواهد شد و طبق داده‌های سؤال، $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ است، پس ولت‌سنج ایده‌آل عدد 12 V را نشان می‌دهد.

شیمی

۷۶ ۱

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصرهای A، X، D و E به ترتیب ${}_{13}\text{Al}$ ، ${}_{8}\text{O}$ ، ${}_{31}\text{Ga}$ و ${}_{34}\text{Se}$ هستند.

بررسی عبارت‌ها:

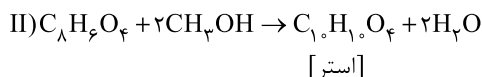
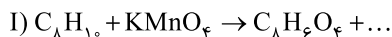
- Al و Ga در گروه سیزدهم جدول دوره‌ای جای دارند.
- تفاوت عدد اتمی O و Se برابر با ۲۶ بوده که برابر با عدد اتمی نخستین عنصر گروه هشتم جدول دوره‌ای است.
- O و Se دو نافلز و هم‌گروه بوده و در نافلزهای هم‌گروه با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.
- در ترکیب یونی Al_2O_3 ، نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها برابر $\frac{3}{2}$ است.



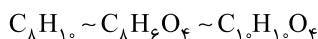
$$\frac{a=12x}{9} \rightarrow \frac{19/8-12x}{9} = 2/1-x$$

$$\Rightarrow x = 0.2 \text{ g H}_p \Rightarrow a = 12(0.2) = 2.4 \text{ g Mg}$$

$$\% \text{Mg} = \frac{2.4 \text{ g}}{19/8 \text{ g}} \times 100 = 100\%$$

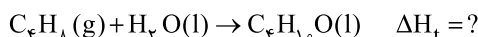


مطابق معادله‌های بالا می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{5/2 \text{ g} \times \frac{60}{100} \times \frac{60}{100}}{1 \times 106} = \frac{x \text{ g}}{1 \times 194} \Rightarrow x = 3.492 \text{ g}$$

معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کرد:

✓ واکنش a را وارونه کرد.

✓ واکنش c را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرد.

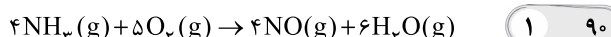
✓ واکنش b را به همان صورت نوشت.

سپس این سه واکنش را با هم جمع کرد.

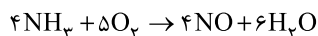
$$\Delta H_t = -\Delta H_a - \frac{1}{2}\Delta H_c + \Delta H_b = -(-8) - \frac{1}{2}(-572)$$

$$+(-340) = -46 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 6/72 \text{ g } C_8H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{10}}{56 \text{ g } C_8H_{10}} \times \frac{46 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_8H_{10}} = 5.52 \text{ kJ}$$



واضح است که ماده (۱) واکنش‌دهنده و ماده (۲) فراورده است. از آن‌جا که تغییرات مول ماده (۱) در ۳۰ ثانیه برابر با ۵/۶ و برای ماده (۲) برابر با ۸/۴ است می‌توان نتیجه گرفت که ضریب فراورده (۲)، ۱/۵ برابر ضرایب واکنش‌دهنده (۱) است. یعنی ماده‌های (۱) و (۲) به ترتیب NH_3 و H_2O هستند.



$$10-4x \quad A-5x \quad 4x \quad 6x$$

$$\Rightarrow 120 = (4x+6x) - 5/4 = 10-4x$$

$$\Rightarrow x = 1/1 \text{ mol} \Rightarrow b = 10-4(1/1) = 5/6, d = 6(1/1) = 6/6$$

$$\bar{R}_{NH_3} = 4\bar{R} \Rightarrow 4(3) = \frac{a-b}{10} \Rightarrow a-b=2$$

$$\Rightarrow a = 5/6 + 2 = 7/6$$

$$\bar{R}_{H_2O} = 6\bar{R} \text{ واکنش}$$

$$\Rightarrow 6(3) = \frac{d-c}{10} \Rightarrow d-c=3 \Rightarrow c = 6/6 - 3 = 3/6$$

$$\frac{a+d}{b+c} = \frac{7/6+6/6}{5/6+3/6} = 1/54$$

۳ ۸۲ به جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

اسمز معکوس یک پدیده غیرخودبه‌خودی است و به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

۲ ۸۳ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• در مواد مولکولی با مولکول‌های قطبی همانند مولکول‌های ناقطبی با افزایش جرم مولی، دمای جوش افزایش می‌یابد.

• گازها دارای مولکول‌های مجزا با کم‌ترین برهم‌کنش‌ها هستند.

۴ ۸۴ فرض می‌کنیم مخلوط مورد نظر در مجموع شامل ۱۰۰ مول

اوره و آب است. مطابق داده‌های سؤال، شمار مول‌های اوره در این مخلوط برابر ۵۰ است. واضح است که شمار مول‌های آب نیز برابر با ۵۰ خواهد بود.

$$? \text{ g } CO(NH_2)_2 = 50 \text{ mol} \times \frac{60 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 3000 \text{ g } CO(NH_2)_2$$

$$? \text{ g } H_2O = 50 \text{ mol} \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 900 \text{ g } H_2O$$

$$\text{درصد جرمی اوره} = \frac{3000 \text{ g}}{(3000+900) \text{ g}} \times 100 \approx 77\%$$

۱ ۸۵ ابتدا از روی جرم یون NO_3^- ، جرم نمک موجود در محلول را

به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g } Pb(NO_3)_2 = 3/75 \text{ g } NO_3^- \times \frac{1 \text{ mol } NO_3^-}{62 \text{ g } NO_3^-} \times \frac{1 \text{ mol } Pb(NO_3)_2}{2 \text{ mol } NO_3^-}$$

$$\times \frac{332 \text{ g } Pb(NO_3)_2}{1 \text{ mol } Pb(NO_3)_2} \approx 10 \text{ g } Pb(NO_3)_2$$

$$\text{جرم آب موجود در محلول} = 40 - 10 = 30 \text{ g } H_2O$$

اکنون حساب می‌کنیم این مقدار آب $25^\circ C$ توانایی حل کردن چند گرم نمک را دارد:

$$? \text{ g } Pb(NO_3)_2 = 30 \text{ g } H_2O \times \frac{60 \text{ g } Pb(NO_3)_2}{100 \text{ g } H_2O} = 18 \text{ g } Pb(NO_3)_2$$

$$18 - 10 = 8 \text{ g } Pb(NO_3)_2 \text{ جرم نمکی که می‌توان اضافه کرد}$$

۴ ۸۶ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• در ترکیب مورد نظر همانند ویتامین K گروه عاملی کربونیل ($C=O$) دیده می‌شود.

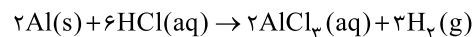
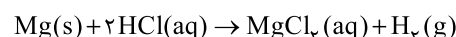
• فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_9H_{10}O$ است:

✓ فرمول مولکولی ۳-اتیل - ۳-متیل هگزان به صورت $C_9H_{10}O$ است و

فرمول مولکولی ۴، ۵-دی اتیل - ۵-متیل نونان به صورت $C_{14}H_{28}O$ است.

• در این ترکیب همانند بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$)، چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۱ ۸۷



اگر جرم منیزیم را برحسب گرم با a نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{1 \times 24} = \frac{x}{1 \times 2} \Rightarrow a = 12x$$

$$\frac{(19/8-a)}{2 \times 27} = \frac{(2/1-x)}{3 \times 2} \Rightarrow \frac{19/8-a}{9} = 2/1-x$$



$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{\frac{1}{8} \times 10^{-3}} = 8 \times 10^{-11}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{\frac{1}{8} \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-11}} = \frac{1}{64} \times 10^8 = 1/5625 \times 10^6$$

برای این که pH محلول مورد نظر از ۱۰/۱ به ۹/۵ برسد باید ۰/۶ واحد کاهش

یابد. به این ترتیب حجم محلول باید ۱۰/۶ مرتبه افزایش یابد.

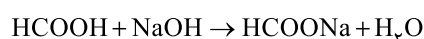
$$10^{-6} = (10^{-3})^2 = 2^2 = 4$$

۹۶ ۳

$$K_a = \frac{\alpha^2 \cdot M}{1-\alpha} \Rightarrow K_a = \frac{\alpha(\alpha \cdot M)}{1-\alpha} \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = \frac{\alpha(8 \times 10^{-4})}{1-\alpha}$$

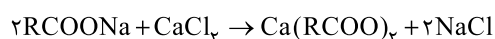
$$\Rightarrow 4\alpha = 1-\alpha \Rightarrow 1=5\alpha \Rightarrow \alpha=0/2$$

$$[H^+] = \alpha M \Rightarrow 8 \times 10^{-4} = 0/2 M \Rightarrow M = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\frac{0/004 \times 1/2}{1} = \frac{x}{1 \times 40} \Rightarrow x = 0/192 \text{ g} \equiv 192 \text{ mg}$$

۹۷ ۱



$$\frac{\text{جرم سدیم کلرید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم کلسیم کلرید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{x \text{ g CaCl}_2}{1 \times 111} = \frac{35/1 \text{ g NaCl}}{2 \times 58/5} \Rightarrow x = 33/3 \text{ g CaCl}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم کلسیم کلرید}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{33/3 \text{ g}}{12000} \times 10^6 = 2775$$

۹۸ ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

تولید صنعتی فلز سدیم، برقکافت سدیم کلرید مذاب است:



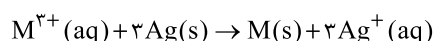
بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• یون Na^+ شعاع کوچک‌تری دارد و در کاتد، کاهش یافته و تبدیل به فلز Na می‌شود.

• اطراف الکترود آند که به قطب مثبت باتری وصل است، حباب‌های گاز Cl_2 مشاهده می‌شود.

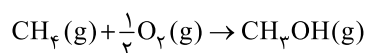
۹۹ ۴

معادله موازنه‌شده واکنش کلی سلول Ag-M به صورت زیر است:



$$\frac{6/566 \text{ g M}}{1 \times x} = \frac{(\frac{2}{100} \times 1 \text{ mol.L}^{-1}) \text{Ag}^+ \times 0/5 \text{ L}}{3} \Rightarrow x = 197 \text{ g.mol}^{-1}$$

در سلول گالوانی استاندارد، غلظت اولیه هر کدام از الکترولیت‌ها 1 mol.L^{-1} است. از طرفی در سلول مورد نظر، فلزهای Ag و M به ترتیب نقش آند و کاتد را دارند.



۹۱ ۱

$$\Delta H = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای تشکیل شده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده} \right]$$

$$\Delta H = [4\Delta H(\text{C-H}) + \frac{1}{2}\Delta H(\text{O=O})] - [3\Delta H(\text{C-H}) + \Delta H(\text{C-O}) + \Delta H(\text{O-H})]$$

$$+ \Delta H(\text{C-O}) + \Delta H(\text{O-H})] = [4(415) + \frac{1}{2}(495)] - [(3(415) + (360) + (465)] = -162/5 \text{ kJ}$$

۹۲ ۴ تمامی عبارت‌های پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• فرمول مولکولی هر کدام از دو ترکیب به صورت $\text{C}_{12}\text{H}_{13}\text{NO}_2$ است.

• در هر کدام از ساختارها، ۳۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد:

$$\frac{12(4) + 13(1) + 1(3) + 2(2)}{2} = 34$$

• شمار اتم‌های کربن هر کدام از ساختارها همانند مولکول مالتوز ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) برابر با ۱۲ اتم کربن است.

• ترکیب (II) دارای گروه‌های عاملی آمینی و اسیدی بوده و برای تولید پلی‌آمیدها مناسب است.

• در ساختار (I) برخلاف ساختار (II)، گروه عاملی آمیدی (—C—N—) وجود دارد.



۹۳ ۲ عبارت‌های اول و دوم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• برای شرکت کردن در واکنش‌های تولید پلی‌استر و پلی‌آمید، وجود پیوند C=C ضروری نیست.

• از واکنش ۳ مول الکل تک‌عاملی با یک مول کربوکسیلیک اسید سه‌عاملی، یک مول استر سه‌عاملی تولید می‌شود.

۹۴ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

پلیمرهای A و B به ترتیب تفلون $(\text{C}_2\text{F}_4)_n$ و پلی‌وینیل کلرید $(\text{C}_2\text{H}_3\text{Cl})_n$ هستند.

$$\%C_A = \frac{2(12)}{2(12) + 4(19)} \times 100 = \%24$$

$$\%C_B = \frac{2(12)}{2(12) + 3 + 35/5} \times 100 = \%38/4$$

$$\frac{\%C_A}{\%C_B} = 0/625$$

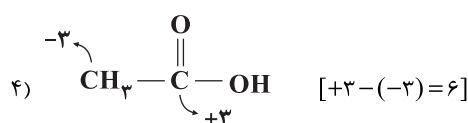
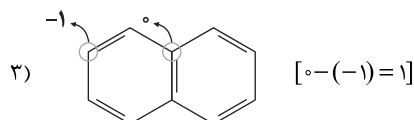
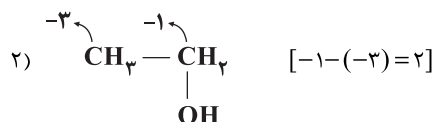
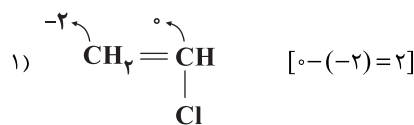
۹۵ ۲

$$\text{pH} = 10/1 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-(10/1-14)} = 10^{-3/9} = 10^{-3-0/9}$$

$$= 10^{-0/3} \times \frac{1}{10^{0/9}} = 10^{-3} \times \frac{1}{(10^{0/3})^3} = \frac{1}{8} \times 10^{-3}$$



۴ بررسی گزینه‌ها: ۱۰۰



۲ ۱۰۱ عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فلز روی نمی‌تواند وانادیم (V) را به فلز وانادیم کاهش دهد.
- در TiO_2 که یک رنگدانه معدنی سفید، عدد کوئوردیناسیون کاتیون، دو برابر عدد کوئوردیناسیون آنیون است.

۳ ۱۰۲ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

دوده همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

۳ ۱۰۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

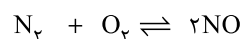
در دمای اتاق واکنش میان گازهای N_2 و H_2 حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش نمی‌رود.

۳ ۱۰۴ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. فلز آهن جزو

مواد خام طبقه‌بندی نمی‌شود.

۳ ۱۰۵ حجم ظرف در مقدار K بی‌تأثیر است. بنابراین محاسبه‌ها را بر

مبنای مول انجام می‌دهیم:



مول اولیه	۴	۴	۰
مول تعادلی	$4-x$	$4-x$	$2x$

$$K = \frac{[\text{NO}]^2}{[\text{N}_2][\text{O}_2]} \Rightarrow 196 = \frac{(2x)^2}{(4-x)(4-x)} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 14 = \frac{2x}{4-x}$$

$$\Rightarrow 56 - 14x = 2x \Rightarrow 56 = 16x \Rightarrow x = 3.5$$

در صورتی که تمام ۴ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها مصرف شود، بازده فرایند ۱۰۰٪ خواهد بود. با توجه به مصرف ۳/۵ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها بازده درصدی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{3.5}{4} \times 100 = 87.5\%$$