



727

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۰۱



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی – مرحله ۲۴

آزمون اختصاصی – دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



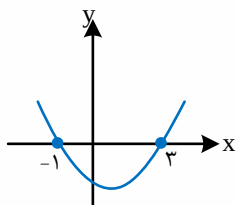
SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

۱- در دنباله حسابی $... 2a, b, 4 + 2a, 12 - 2a$ ، واسطه هندسی بین جملات دوم و هجدهم برابر ۲۴ است. مجموع ۲۰ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۶۰ (۲) ۶۸۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۸۴۰

۲- نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر دامنه تابع $y = \log(2x^2 - f(x))$ ، بازه $(\alpha, +\infty)$ باشد، مقدار α کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 + 3x - 2 = 0$ و $\frac{\beta^2}{\alpha}$ و $\frac{\alpha^2}{\beta}$ ریشه‌های معادله $8x^2 + bx - 8 = 0$ باشند، مقدار b کدام است؟

- (۱) -۶۳ (۲) -۶۵ (۳) -۳۱ (۴) -۳۳

۴- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-3}{x+2} < 5$ را می‌توان به صورت $|6x+a| < b$ بیان نمود. حاصل $\left[\frac{a+b}{5}\right]$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

۵- قاعده مثلث متساوی الساقینی به رأس $A(3, 5)$ و مساحت ۸ بر خط $3x + 4y = 9$ قرار دارد. طول ساق این مثلث چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $3\sqrt{2}$

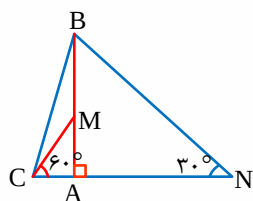
۶- فرض کنید $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد وارون خط $y = x + 6$ با نمودار $g(x) = f \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۲ (۳) -۶ (۴) ۶

۷- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله $\log_7^{(1+4^x)} = x + \log_7^6$ باشند، حاصل $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۲

محل انجام محاسبات



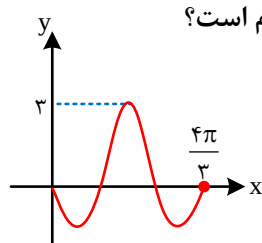
۸- در شکل مقابل، $BC = 1$ و $BM = \frac{1}{3}$ است. طول پاره خط CN کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}\sqrt{15}$

(۱) $\frac{1}{2}\sqrt{39}$

(۴) $\frac{1}{2}\sqrt{13}$

(۳) $\frac{1}{2}\sqrt{45}$



۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 1 + a \cos(bx + \frac{\pi}{3})$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) -۴

(۴) ۴

۱۰- معادله $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۱- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در امتداد محور xها، ۳ واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور yها قرینه می کنیم و

نمودار نهایی را $g(x)$ می نامیم. اگر نقاط برخورد مجانب های تابع $y = \frac{1}{g(x+a)}$ نسبت به خط $x = 4$ تقارن داشته باشند، a

کدام است؟

(۱) -۴

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) -۲

۱۲- تابع $f(x) = 2x\sqrt{x} - \sqrt{x^3 + 1}$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{1}{\sqrt{x}} f'(x))$ چقدر است؟

(۱) ۱/۵

(۲) ۳

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) صفر

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 3x + a| & x > 1 \\ \sin(2x - 2) & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته است. حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) -۲/۵

(۲) -۳/۷۵

(۳) -۲/۷۵

(۴) -۳/۵

محل انجام محاسبات



۱۴- اگر $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ و $(g \circ f)'(2) = -2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g^3(x) - 8}{x^2 - 2x}$ برابر کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۲۴ (۳) -۳۶ (۴) -۱۸

۱۵- تابع $y = \frac{x|x-2|}{x-1}$ ، چند نقطهٔ اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- بیشترین شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3ax + x$ در نقطهٔ عطف آن، چقدر است؟

- (۱) $1/75$ (۲) $1/25$ (۳) $0/75$ (۴) $0/25$

محل انجام محاسبات

۱۷- در مثلث $\triangle ABC$ ، $\hat{B} < \hat{A} + \hat{C}$ است، اگر $m_b = 3x - 1$ و $AC = 4x^2 + 2x - 1$ باشد، x چند مقدار صحیح می تواند اختیار کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۱۸- مربع $ABCD$ به ضلع ۳ مفروض است. از رأس A خطی را به گونه ای رسم می کنیم که ضلع مقابل خود که CD است را در نقطه P و امتداد BC را در Q قطع کند. $\frac{1}{AP^2} + \frac{1}{AQ^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۱۹- مساحت یک چندضلعی شبکه ای $\frac{6}{5}$ است، ضریب تغییرات مقادیر ممکن برای تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{21}}{8}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۰- در مثلثی به اضلاع $AC = 20$ ، $BC = 11$ و $AB = 13$ ، نیمساز زاویه $\hat{A}$ ، عمود منصف ضلع BC را در نقطه P قطع می کند. شعاع دایره ای که از B ، C و P می گذرد، کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۳۳ (۳) $\frac{65}{6}$ (۴) $\frac{11}{3}$

۲۱- شعاع های دایره های محاطی خارجی مثلث $\triangle ABC$ برابر با ۹، ۱۲ و ۴ است. بلندترین ارتفاع مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{72}{11}$ (۲) $\frac{72}{13}$ (۳) $\frac{72}{7}$ (۴) $\frac{72}{12}$

۲۲- نقاط $A(2, 5)$ و $B(10, 3)$ در صفحه محورهای مختصات مفروض اند. دو نقطه M و N به ترتیب همواره روی دو محور y ها و x ها می لغزند. کمترین محیط چهارضلعی $AMNB$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{13}$ (۲) $2(2\sqrt{13} + \sqrt{17})$ (۳) $4\sqrt{11} + 7$ (۴) $\sqrt{15} + \sqrt{17}$

محل انجام محاسبات



۲۳- در دستگاه $\begin{cases} ax+by=+1 \\ cx+dy=-3 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب برابر $\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$ و جواب‌های معادله، x' و y' هستند. اگر برای ماتریس

A رابطه $2A^2 + 5A + I = \bar{O}$ برقرار باشد، وارون ماتریس $y'A - x'I$ کدام است؟

(۱) $2A - I$ (۲) $A + 2I$ (۳) $A - 2I$ (۴) $2A + I$

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، $|A^{20} + 20I|$ کدام است؟

(۱) $4(2^{18} + 5)^2$ (۲) $16(2^{18} + 5)^2$ (۳) $2^{20} + 20$ (۴) $2^{40} + 40$

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 1 + \tan^2 \theta & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|A^2| |A^{20}|$ + $|A^{402}| + |A^{1401}|$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۹ (۳) -۹ (۴) صفر

۲۶- اگر خطوط عمود بر دایره C در معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ صدق کنند و این دایره بر خط $3x + 4y = 4$ مماس باشد، تعداد مماس مشترک(های) دایره C و دایره C' : $\begin{cases} x = \sin \theta + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta - \cos \theta \end{cases}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۷- اگر کانون سهمی $y^2 + my = 8x - 9$ در ناحیه اول مختصات روی خط $2x - y = 5$ قرار داشته باشد و پرتو $y = \frac{3}{4}$ را به سهمی بتابانیم، معادله پرتو بازتابش کدام است؟

(۱) $21x + \frac{16}{3}y = 37$ (۲) $16x - 21y = 30$ (۳) $16x + 21y = 30$ (۴) $\frac{16}{3}x + 21y = 37$

محل انجام محاسبات

۲۸- بیضی S با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را در مستطیلی به گونه‌ای محاط می‌کنیم که طول مستطیل برابر با قطر بزرگ و عرض مستطیل برابر با قطر کوچک بیضی باشد. در صورتی که از رأس مستطیل به دو کانون آن وصل کنیم، زاویه بین دو خط واصل کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 75°

۲۹- اگر $3x + 2y - z = 12$ باشد و $x^2 + 4y^2 + z^2$ حداقل مقدار خود را داشته باشد، حاصل $22x + 11y$ کدام است؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۱ (۴) ۹۲

۳۰- اگر $\vec{a} = i + 2j$ و $\vec{b} = j - 2k$ و $\vec{c} = k - 2i$ باشند، مساحت چهارضلعی‌ای که $\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ و $\vec{b} \times \vec{c}$ قطره‌های آن هستند، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{14}$ (۲) $2\sqrt{14}$ (۳) $4\sqrt{14}$ (۴) $2\sqrt{7}$

۳۱- هفت نفر برای وزن‌کشی مسابقات کشتی در سالنی حضور دارند. اگر هیچ دو نفری هم‌وزن نباشند، یک نفر را وزن می‌کنیم. اگر دو نفر دیگر را وزن کنیم و ببینیم هر دو از نفر اول سبک‌تر هستند یا چه احتمالی، نفر اول انتخابی ما، سنگین‌وزن‌ترین کشتی‌گیر است؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۳۲- عارف و مریم هر کدام به احتمال $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ در آزمون‌های ماز شرکت می‌کنند و اگر عارف در این آزمون‌ها شرکت کند، مریم به احتمال $\frac{1}{6}$ شرکت می‌کند. عارف در آزمون شرکت نکرده است، با چه احتمالی مریم نیز شرکت نکرده است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۳۳- در ظرف A، ۴ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و در ظرف B، ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۴ مهره از ظرف A خارج کرده و در ظرف B قرار داده‌ایم. سپس مهره‌ای از B، انتخاب کرده‌ایم. اگر قرمز باشد با کدام احتمال از مهره‌های ظرف B بوده است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{13}$ (۴) $\frac{4}{13}$

۳۴- انحراف معیار ۲۰ داده آماری برابر با $2\sqrt{2}$ است. چه تعداد داده مساوی با میانگین به آن‌ها اضافه کنیم تا واریانس داده‌ها برابر ۵ شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۳۵- تعداد m عدد سه رقمی وجود دارد که ۷۵ برابر آن‌ها مربع کامل است و تعداد n عدد سه رقمی وجود دارد که مربع کامل و مضرب ۷۵ هستند. $2m + n$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۶ (۳) ۲۸ (۴) ۳۰

محل انجام محاسبات



۳۶- عدد $\overline{4a2b8}$ بر ۳۶ بخش پذیر است. باقی مانده $b^{a+b} + (a+b)^b$ بر عدد ۷ کدام است؟ $(\Delta > a, b)$
(۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۱ یا ۴ (۴) ۳ یا ۴

۳۷- اگر معادله $(a^2 + 4)x + 8y = 7$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد و m و n به ترتیب کوچک ترین و بزرگ ترین اعداد دو رقمی باشند که x اختیار می کند، رقم یکان $m^n + n^m$ کدام است؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ یا ۴

۳۸- در گرافی از مرتبه ۷، حاصل ضرب درجات ۳۲ و $\Delta + \delta = 3$ است. این گراف، چند زیرگراف دارد به طوری که دارای مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم ۶ عضوی یکتا باشند؟
(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۹- داوری ۴ فیلم متمایز را ۶ داور به چند حالت می توانند بر عهده بگیرند به طوری که هر داور حداکثر یک فیلم را داوری کند و فیلم ۱ را داور ۳ و فیلم ۳ را داور ۱ داوری نکنند؟
(۱) ۱۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۵۲ (۴) ۲۸۱

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد در انتخاب های ما وجود دارند که یکی بر دیگری بخش پذیر است؟
(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



727

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۰۱



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی – مرحله ۲۴

آزمون اختصاصی – دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سوال
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

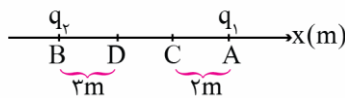
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

۴۱- در شکل مقابل، دو ذره باردار $q_1 = 2 \mu C$ و $q_2 = 8 \mu C$ در نقاط A و B ثابت شده‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو بار در نقطه C صفر باشد، بردار میدان الکتریکی خالص ناشی از آن‌ها در نقطه D (در SI)، کدام است؟ $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$ (است.)



(۱) $-6000 \vec{i}$

(۲) $6000 \vec{i}$

(۳) $10000 \vec{i}$

(۴) $-10000 \vec{i}$

۴۲- خازنی که بین صفحات آن هوا است، پس از شارژ از مولد جدا کرده‌ایم. اگر فاصله صفحات آن را ۲ برابر کرده و بین صفحات آن را با دی‌الکتریک به ضریب ۴ پر می‌کنیم، انرژی خازن و اختلاف پتانسیل بین صفحات آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

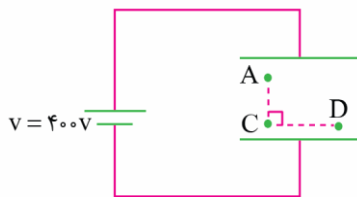
(۴) $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}$

(۳) ۸، ۸

(۲) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

(۱) ۲، ۲

۴۳- در شکل مقابل، دو صفحه رسانا که در فاصله 20 cm از یکدیگر قرار دارند به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل‌اند. اگر ذره‌ای با بار $q = -3 \times 10^{-8} \mu C$ ، در مسیر نشان داده شده، از نقطه A به D منتقل شود، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میکروژول خواهد بود؟ $(CD = \frac{2}{3} AC = 6 \text{ cm})$ (است)



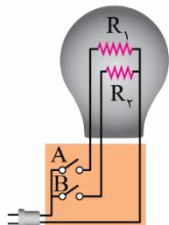
(۱) $-3/4$

(۲) $3/4$

(۳) $-5/4$

(۴) $5/4$

۴۴- در لامپ ۳ راهه مقابل، $R_1 = 3R_2$ است. اگر لامپ را به ولتاژ 220 V وصل کنیم و بیشترین توان مصرفی این لامپ $\frac{440}{3}$ وات باشد، R_2 چند اهم است؟



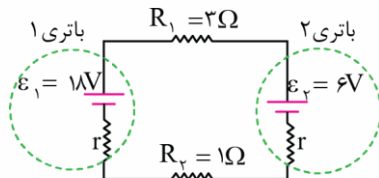
(۱) ۸۸۰

(۲) ۲۲۰

(۳) ۴۴۰

(۴) ۱۱۰

۴۵- در مدار مقابل، اگر در مدت ۴ ثانیه، انرژی مصرف شده در مقاومت R_1 ، ۴۸ ژول باشد، توان خروجی باتری ۱ چند برابر توان ورودی باتری ۲ خواهد بود؟



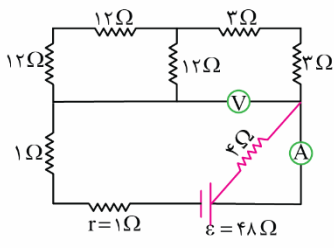
(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) ۴

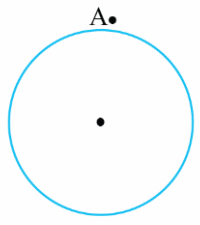
(۴) ۳

محل انجام محاسبات



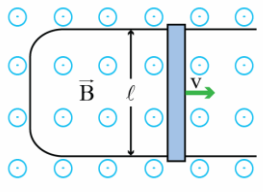
- ۴۶- در مدار مقابل، ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل هستند. ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟
- (۱) ۲۱
 - (۲) ۳۶
 - (۳) ۴۲
 - (۴) ۱۸

- ۴۷- در شکل مقابل، اگر جهت میدان مغناطیسی ناشی از حلقه حامل جریان در نقطه A برون‌سو باشد، به ترتیب از راست به چپ، جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه و جهت جریان در حلقه، کدام است؟



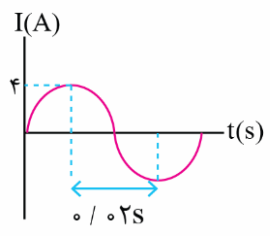
- (۱) درون‌سو - ساعتگرد
- (۲) برون‌سو - ساعتگرد
- (۳) درون‌سو - پادساعتگرد
- (۴) برون‌سو - پادساعتگرد

- ۴۸- در شکل مقابل، در مسیر رسانایی، میله‌ای فلزی به طول ۲۰cm با تندی $20 \frac{m}{s}$ به سمت راست در حرکت است. اگر اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت ۳۰۰ گاوس باشد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط (برحسب ولت) و جهت جریان القایی کدام است؟



- (۱) ۰/۲۴، ساعتگرد
- (۲) ۰/۲۴، پادساعتگرد
- (۳) ۰/۱۲، ساعتگرد
- (۴) ۰/۱۲، پادساعتگرد

- ۴۹- نمودار جریان متناوب گذرنده از یک مقاومت برحسب زمان، به صورت مقابل است. جریان عبوری از این مقاومت در لحظه $t = \frac{1}{300} s$ چند آمپر است؟



- (۱) ۲
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $2\sqrt{2}$
- (۴) ۰/۶

- ۵۰- از یک شیلنگ آب با آهنگ $18 \frac{Lit}{min}$ خارج می‌شود. مخزنی خالی به حجم $1200 cm^3$ توسط این شیلنگ در چند ثانیه پر می‌شود؟

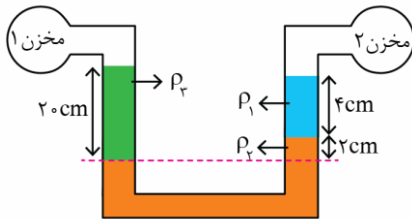
- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) ۶
- (۴) ۸

- ۵۱- نقطه A در فاصله ۱/۵ متری از سطح آزاد مایعی به چگالی ρ قرار دارد و فشار در آن ۱۰۵cmHg است. در چه عمقی از سطح آزاد مایع، فشار ۱/۵ برابر فشار در نقطه A است؟ (فشار هوای محیط ۷۵cmHg است.)

- (۱) ۵/۱۲۵
- (۲) ۲/۱۲۵
- (۳) ۳/۱۲۵
- (۴) ۴/۱۲۵

محل انجام محاسبات

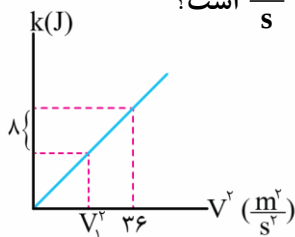
- ۵۲- در شکل مقابل، ۳ مایع مخلوط‌نشدنی در حال تعادل قرار دارند. اگر فشار پیمانه‌ای مخزن ۱ را با P_{g1} و فشار پیمانه‌ای مخزن ۲ را با P_{g2} نمایش دهیم، حاصل $P_{g2} - P_{g1}$ (برحسب پاسکال) کدام است؟



($\rho_1 = 2/4 \frac{g}{cm^3}$, $\rho_2 = 0/8 \frac{g}{cm^3}$, $\rho_3 = 1/2 \frac{g}{cm^3}$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$ است)

- (۱) $+1280$
(۲) -1280
(۳) 2140
(۴) -2140

- ۵۳- نمودار انرژی جنبشی برحسب مربع تندی جسمی به جرم 4 kg به صورت مقابل است. v_1 چند $\frac{m}{s}$ است؟



- (۱) $3\sqrt{2}$
(۲) $4\sqrt{2}$
(۳) $5\sqrt{2}$
(۴) $6\sqrt{2}$

- ۵۴- گلوله‌ای به جرم 100 g از ارتفاعی نسبت به سطح زمین با تندی $2 \frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود. اگر تا رسیدن گلوله به زمین نیروی مقاومت هوا به اندازه 2 J روی گلوله کار انجام دهد، گلوله با انرژی جنبشی $8/2 \text{ J}$ به زمین برخورد می‌کند. ارتفاع پرتاب گلوله نسبت به سطح زمین چند متر بوده است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $2/5$ (۲) 10 (۳) 5 (۴) 8

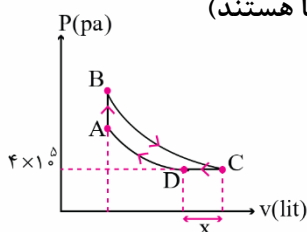
- ۵۵- دمای جسمی از 20°C به 60°C افزایش می‌یابد، به ترتیب از راست به چپ تغییر دما و دمای ثانویه جسم برحسب فارنهایت کدام است؟

- (۱) $140, 72$ (۲) $132, 68$ (۳) $132, 72$ (۴) $140, 68$

- ۵۶- در دمای ثابت، حباب هوایی از عمق آب دریاچه‌ای به سطح آن آمده و شعاع حباب ۲ برابر می‌شود. اگر فشار هوا در سطح آب 10^5 Pa و چگالی آب $1 \frac{g}{cm^3}$ باشد، عمق اولیه حباب چند متر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) 40 (۲) 60 (۳) 50 (۴) 70

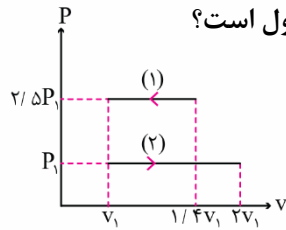
- ۵۷- در چرخه مقابل که مربوط به مقدار معینی گاز کامل است، در فرایند AB ، گاز 100 ژول گرما از محیط می‌گیرد و در فرایند CD ، 180 ژول گرما به محیط می‌دهد. مقدار x در این نمودار کدام است؟ (فرایندهای DA و BC هم‌دما هستند)



- (۱) 2×10^{-4}
(۲) 4×10^{-4}
(۳) $0/2$
(۴) $0/4$

محل انجام محاسبات

۵۸- نمودار فشار بر حسب حجم مقابل مربوط به مقدار معینی گاز کامل بوده که دو فرایند مستقل از یکدیگر را طی کرده است. اگر کار انجام شده روی گاز در فرایند (۱)، ۱۰۰ ژول باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند (۲)، چند ژول است؟



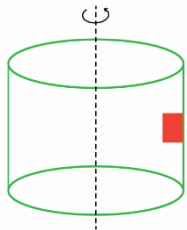
(۱) -۱۰۰

(۲) -۲۰۰

(۳) -۲۵۰

(۴) -۱۵۰

۵۹- مطابق شکل، جسمی به دیواره گردونه قائمی تکیه دارد. اگر شعاع گردونه ۴۵ cm و ضریب اصطکاک ایستایی سطح آن ۰/۵ باشد، بیشترین دوره حرکت گردونه چند ثانیه باشد تا جسم سقوط نکند؟ $(\pi = 3, g = 10 \frac{m}{s^2})$



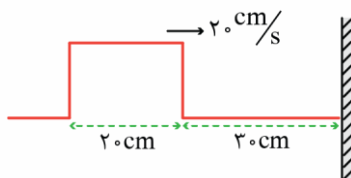
(۱) ۰/۹

(۲) ۹

(۳) ۱/۲

(۴) ۱۲

۶۰- شکل زیر، مربوط به یک تپ مستطیلی است که در مبدأ زمان با تندی $20 \frac{cm}{s}$ به انتهای بسته یک طناب نزدیک می شود. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، هیچ آشتگی ای روی طناب مشاهده نمی شود و طناب کاملاً صاف و افقی می شود؟



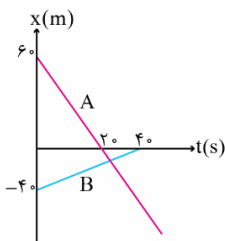
(۱) ۱/۵

(۲) ۲

(۳) ۲/۵

(۴) ۳

۶۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B، به صورت شکل مقابل است. متحرک B پس از ۴۰ ثانیه توقف می کند. چند ثانیه پس از این که دو متحرک به هم می رسند، فاصله دو متحرک از هم ۹۰ متر می شود؟



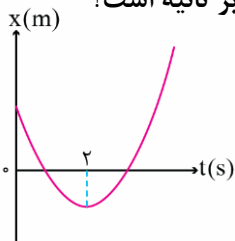
(۱) $\frac{45}{2}$

(۲) $\frac{95}{2}$

(۳) ۲۵

(۴) ۵۰

۶۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر خط مستقیم حرکت می کند، به صورت سهمی مقابل است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در ۸ ثانیه اول، ۱۵ متر باشد، سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱/۲۵

(۲) ۰/۷۵

(۳) ۰/۷۵

(۴) ۱/۲۵

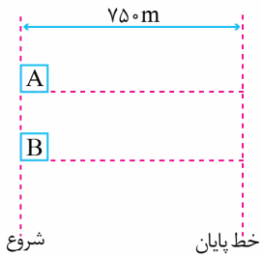
محل انجام محاسبات



۶۳- متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ بر روی یک مسیر مستقیم در حرکت است. این متحرک در قسمتی از حرکت خود، در مدت $30s$ به اندازه $600m$ در جهت محور x جابه‌جا می‌شود. اگر سرعت متحرک در ابتدا و انتهای این بازه زمانی به ترتیب v_1 و v_2 باشد، $\frac{v_1}{v_2}$ کدام است؟

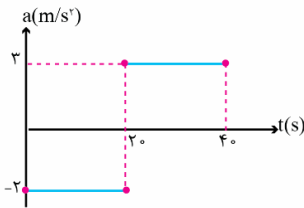
- (۱) ۵ (۲) $0/2$ (۳) $-0/2$ (۴) -۵

۶۴- در شکل زیر، در مبدأ زمان، متحرک A با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ و با سرعت اولیه $20 \frac{m}{s}$ از خط شروع، عبور می‌کند و ۵ ثانیه بعد از آن، متحرک B از حال سکون و با شتاب ثابت $8 \frac{m}{s^2}$ از این خط، شروع به حرکت می‌کند. تا رسیدن به خط پایان، حداکثر فاصله دو متحرک از هم چند متر می‌شود؟



- (۱) ۳۵۰
(۲) ۱۵۰
(۳) ۶۰۰
(۴) ۴۰۰

۶۵- اگر نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه $t=0$ با سرعت اولیه $v_0 = 20 \frac{m}{s}$ برای اولین بار از مکان $x = 4m$ عبور می‌کند، مطابق شکل زیر باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از $x = 4m$ عبور می‌کند؟



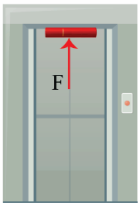
(۲) ۲۰

(۴) $\frac{100}{3}$

(۱) $\frac{80}{3}$

(۳) ۴۰

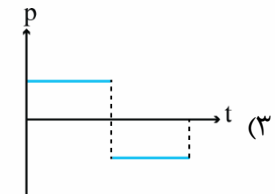
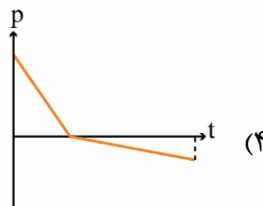
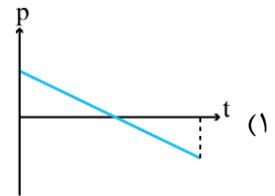
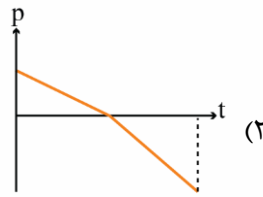
۶۶- مطابق شکل زیر، کتابی با استفاده از نیروی F به سقف آسانسور فشار داده شده است. آسانسور با شتاب ثابت a از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و در ادامه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و سرانجام با شتاب $0/8a$ متوقف می‌شود. اگر نیرویی که از طرف سقف آسانسور در ابتدای حرکت و میانه مسیر بر کتاب وارد می‌شود به ترتیب ۵ و ۱۰ نیوتون باشد، مقدار این نیرو به هنگام توقف آسانسور چند نیوتون است؟



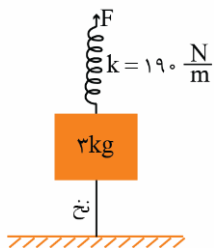
- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۶۷- گلوله‌ای در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر مقاومت هوا ثابت باشد و جهت مثبت را به سمت بالا در نظر بگیریم، کدام نمودار، تغییر تکانه جسم را از لحظه پرتاب حجم تا لحظه بازگشت آن به نقطه پرتاب درست نشان می‌دهد؟ (اندازه نیروی مقاومت هوا کمتر از نیروی وزن گلوله است).



۶۸- در شکل مقابل، حداکثر نیروی کششی که نخ می‌تواند تحمل کند، ۸N است. حداکثر تغییر طول فنر چند سانتی‌متر می‌تواند باشد، بدون این که نخ پاره شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



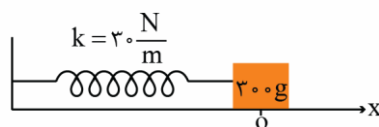
(۱) ۱۶

(۲) ۴

(۳) ۱۱

(۴) ۲۰

۶۹- مطابق شکل، سامانه وزنه - فنری روی سطح افقی بدون اصطکاکی در مبدأ مکان در حال تعادل قرار دارد. جسم را ۲۰cm به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم به شکلی که جسم حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. هنگامی که بردار مکان جسم در SI به صورت $\vec{x} = -0.16\vec{i}$ است، بردار نیروی خالص وارد شده به جسم در SI کدام است؟



(۱) $+4/8\vec{i}$

(۲) $+0.48\vec{i}$

(۳) $-4/8\vec{i}$

(۴) $-0.48\vec{i}$

۷۰- آهنگ متوسطی که از انرژی موج صوتی به‌طور عمود به دیواری با ابعاد $3m \times 4m$ می‌رسد، چند وات باشد تا شدت صوت $45 \frac{W}{m^2}$ شود؟

(۴) ۱۳۵

(۳) ۱۸۰

(۲) ۵۴۰

(۱) $3/75$

۷۱- آونگ ساده‌ای به طول L بر روی سطح زمین با دوره تناوب T در حال نوسان است. اگر طول آونگ را ۷۵ درصد کاهش دهیم و به ارتفاع h از سطح زمین منتقل کنیم، دوره تناوب آن ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. ارتفاع h چند برابر شعاع زمین است؟

(۴) ۴

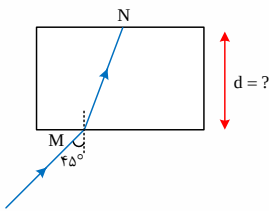
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۷۲- مطابق شکل یک پرتو از هوا به یک تیغه متوازی السطوح با ضریب شکست $\sqrt{3}$ تابیده و مسیر MN را در مدت ۲ نانوثانیه طی می کند. ضخامت تیغه (d) تقریباً چند سانتی متر است؟ $(\sqrt{3} = 1/7, \sqrt{2} = 1/4, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$



- (۱) ۳۵/۷
(۲) ۴۲
(۳) ۷۱/۴
(۴) ۲۱

۷۳- اگر $\Delta E(n' \rightarrow n) = E_{n'} - E_n$ باشد که مربوط به اختلاف انرژی الکترون میان دو تراز n' و n است، چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

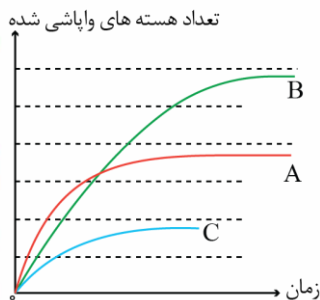
الف) حاصل $\Delta E(7 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$ ، مربوط به انرژی فوتونی است که دارای کمترین بسامد در ناحیه فرابنفش اتم هیدروژن است.

ب) حاصل $\Delta E(6 \rightarrow 2) - \Delta E(6 \rightarrow 3)$ ، مربوط به انرژی فوتونی است که دارای بلندترین طول موج در ناحیه مرئی اتم هیدروژن است.

پ) رابطه $\Delta E(6 \rightarrow 2) - \Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(5 \rightarrow 4) - \Delta E(2 \rightarrow 1)$ برقرار است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

۷۴- مطابق شکل زیر که مربوط به نمودار تغییرات تعداد هسته های واپاشی شده بر حسب زمان برای سه عنصر پرتوزای A، B و C است، کدام گزینه مقایسه درستی از نیمه عمرهای این سه عنصر است؟



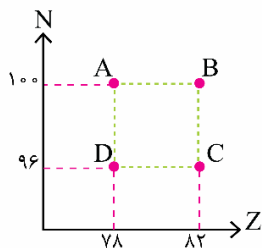
$$\left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_A = \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_C > \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_B \quad (2)$$

$$\left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_A > \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_C > \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_B \quad (4)$$

$$\left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_A = \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_C < \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_B \quad (1)$$

$$\left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_A < \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_C < \left(\frac{T_{1/2}}{2}\right)_B \quad (3)$$

۷۵- شکل مقابل نمودار N-Z را برای ۴ عنصر نمایش می دهد. هسته با گسیل به هسته تبدیل می شود.



- (۱) A - ذره بتا مثبت - C
(۲) C - ذره بتا منفی - D
(۳) B - ذره آلفا - D
(۴) C - ذره آلفا - D

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام یک از ویژگی‌های زیر، درباره گروهی از عنصرهای موجود در جدول تناوبی که در واکنش‌های شیمیایی فقط می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند، درست است؟

- (۱) اولین عنصر این دسته در دوره سوم جدول تناوبی قرار داشته و یکی از فراوان‌ترین عناصر موجود در پوسته کره زمین است.
- (۲) پیشرفت صنعت الکترونیک، مدیون موادی است که از نظر رسانایی مشابه اغلب عناصر موجود در این دسته هستند.
- (۳) همه این عناصر، در خواص فیزیکی مانند انعطاف‌پذیری و تغییر شکل در اثر ضربه همانند فلزها هستند.
- (۴) عناصر این دسته، همانند نافلزهای جدول تناوبی می‌توانند آنیون‌های تک‌اتمی پایدار ایجاد کنند.

۷۷- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اورانیم، نخستین عنصری است که در واکنش گاه هسته‌ای توسط بشر تولید شد.
 - در هنگام تزریق گلوکز پرتوزا به بدن، ذرات این ماده در توده سرطانی تجمع پیدا می‌کند.
 - یکی از رادیوایزوتوپ‌هایی که در ایران تولید می‌شود، عنصری از دسته p جدول تناوبی است.
 - پنجمین عنصر موجود در تناوب ششم، متعلق به دسته d بوده و در حالت جامد سطح درخشان دارد.
 - به دلیل حضور مقدار فراوان رادیوایزوتوپ‌ها در سیگار، اغلب افرادی که دچار سرطان ریه می‌شوند، سیگاری هستند.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- درباره اتم‌های ${}_{44}^{96}A$ ، ${}_{44}^{94}B$ و ${}_{44}^{95}C$ ، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شماره گروه و دوره برای عنصر B یکسان است.
 - هر سه اتم در لایه‌ای با حداکثر ظرفیت ۳۲ الکترون، ۲ الکترون دارند.
 - در یون C^{-} ، همه زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده، پر از الکترون هستند.
 - در اتم B ، ۱۲ الکترون و در اتم C ، ۱۷ الکترون با عدد کوانتومی $l = 1$ وجود دارد.
 - اتم‌های A و B باهم ایزوتوپ بوده و در واکنش‌های شیمیایی به کاتیون تبدیل می‌شوند.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بین مولکول‌های آب در حالت بخار، پیوند هیدروژنی یافت نمی‌شود.
 - در شرایط استاندارد، جرم یکسانی از آب نسبت به یخ، حجم کم‌تری اشغال می‌کند.
 - در یک نمونه از آب، هر مولکول از طریق پیوند هیدروژنی با چهار مولکول دیگر در ارتباط است.
 - در ساختار یخ، مولکول‌ها به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که اتم‌های هیدروژن در وسط اضلاع شش‌ضلعی جای دارند.
 - در یک نمونه از یخ، به دلیل قوی‌تر بودن پیوند هیدروژنی، فاصله مولکول‌ها در مقایسه با یک نمونه آب کمتر است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۰- با حل کردن ۲۵ گرم از نوعی نمک در ۱۲۵ گرم آب با دمای 40°C ، می توان محلول سیر شده ای از آن بدست آورد. اگر در ۶۵ گرم از محلول سیر شده این نمک در دمای 20°C ، مقدار ۱۵ گرم نمک داشته باشیم، در کدام یک از دماهای زیر با حل کردن ۱۲ گرم نمک در ۸۰ گرم آب، محلول سیر شده تشکیل می شود؟ (تغییر مقدار انحلال پذیری نمک براساس تغییر دما، خطی است.)

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۲/۵ (۳) ۶۰ (۴) ۴۷/۵

۸۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

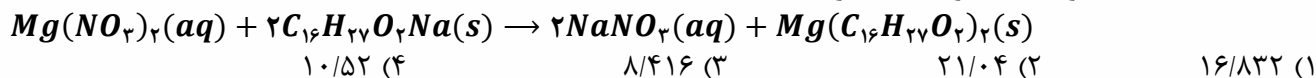
- در مولکول SCO ، اتمی با بیشترین خاصیت نافلزی، اتم مرکزی به شمار می رود.
 - اکسید قطبی حاصل از گوگرد، مستقیماً در واکنش با آب سولفوریک اسید را تولید می کند.
 - انرژی پرتو هم رنگ با شعله فلز سدیم، از انرژی پرتو هم رنگ با شعله حاصل از سوختن گوگرد بیشتر است.
 - در هنگام سوختن ناقص کربن، اکسیدی از آن تولید می شود که در ساختار آن اتم کربن الکترون ناپیوندی دارد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۲- در گروه هالوژن ها، با حرکت از سمت پایین به بالا در جدول تناوبی، چند مورد از ویژگی های زیر کاهش پیدا می کند؟

- تمایل به تشکیل یون هالید
 - تعداد ذره ریزاتمی با نماد $^{A}_{Z}X$
 - شعاع اتمی ذرات هالوژن
 - مقدار $n + l$ بیرونی ترین زیر لایه
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- اگر ۰/۰۸ مول نیتریک اسید با مقدار کافی فلز منیزیم واکنش دهد، از واکنش نمک حاصل از این فرایند با مقدار کافی صابون با فرمول شیمیایی $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{O}_2\text{Na}$ در یک واکنش با بازده ۸۰٪، چند گرم رسوب تشکیل می شود؟

($g \cdot \text{mol}^{-1}$: $H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Mg = 24$)



۸۴- گونه AB_n^+ که در آن مقدار n (بار الکتریکی) برابر با صفر، ۱- و ۲- می تواند باشد، ساختاری مسطح دارد. در رابطه با این گونه، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

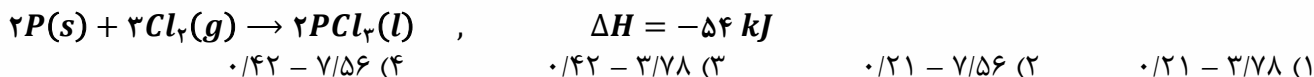
- قطعا در میدان الکتریکی جهت گیری پیدا نمی کند.
 - هر دو عنصر A و B می توانند متعلق به یک گروه باشند.
 - عنصر B ، قطعا نسبت به A از گاز نجیب هم دوره خود فاصله کمتری دارد.
 - در ساختار لوویس آن، اتم مرکزی لزوما دارای الکترون ناپیوندی روی خود است.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۵- دانش آموزی در نام گذاری یک آلکان، آن را به اشتباه به صورت ۴،۳-دی اتیل-۵-متیل هگزان گزارش کرده است. نام درست آلکان مورد نظر کدام است؟

- (۱) ۴،۳-دی اتیل-۲-متیل هگزان (۲) ۳،۲-دی اتیل-۲-متیل هگزان
(۳) ۳-اتیل-۲-متیل هپتان (۴) ۴،۳،۲-تری متیل هپتان

محل انجام محاسبات

۸۶- برای افزایش دمای ۱۵ مول آهن ($c_{\text{آهن}} = 0.45 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$) از 280 K به 300 K ، چند کیلوژول انرژی لازم است و این مقدار انرژی، با مصرف چند مول گاز کلر در واکنش زیر بدست می آید؟ ($\text{Fe} = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

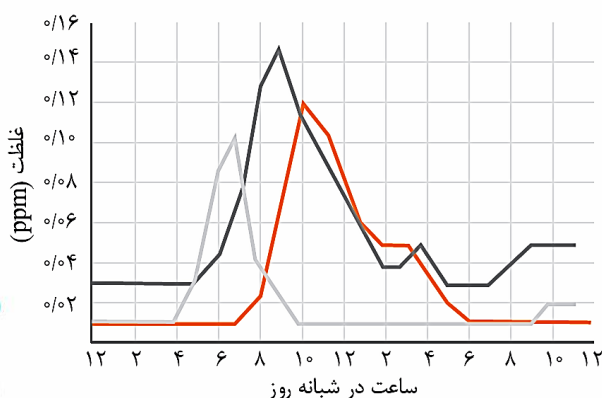


۸۷- کدام یک از عبارات زیر در مورد ترکیب های آلی و گروه های عاملی موجود در آن ها نادرست است؟

- (۱) از واکنش ساده ترین آمین با متانئیک اسید، ساده ترین ترکیب آمیدی تولید می شود.
- (۲) کربوکسیلیک اسیدها نسبت به استرهای هم کربن با خود، نقطه جوش بالاتری خواهند داشت.
- (۳) به شرط سیر شده و غیرحلقوی بودن یک آلدهید n کربنه، این ماده نسبت به یک کتون n کربنه همپار می شود.
- (۴) ترکیب آلی موجود در دارچین، همانند موجود در زردچوبه، قابلیت ایجاد پیوند هیدروژنی میان مولکول های خود را ندارد.

۸۸- با توجه به نمودار مقابل که غلظت ۳ نمونه از آلاینده های موجود در

هوای یک شهر بزرگ را نشان می دهد، هنگامی که غلظت دو اکسید نیتروژن برای دومین بار برابر می شود، غلظت اوزون برابر چند ppm بوده و سرعت متوسط تولید اکسید قهوه ای رنگ نیتروژن از ساعت ۱۲ شب تا این لحظه چند $\text{ppm} \cdot \text{h}^{-1}$ است؟



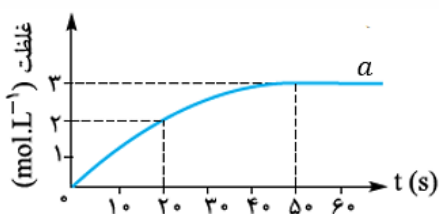
$$\frac{6}{1300} - 0.006$$
 (۱)

$$\frac{6}{1300} - 0.016$$
 (۲)

$$\frac{1}{140} - 0.006$$
 (۳)

$$\frac{1}{140} - 0.016$$
 (۴)

۸۹- با توجه به نمودار که مربوط به یکی از مواد شرکت کننده در واکنش ۶ مول کلسیم کربنات با ۱۲ مول هیدروکلریک اسید در یک ظرف سر باز است، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



● واکنش در محلول آبی به حجم ۲ لیتر در حال انجام است.

● سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا ثانیه ۵۰، برابر $0.06 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ است.

● سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه اول، ۲ برابر سرعت واکنش در بین ثانیه ۲۰ تا ۵۰ آن است.

● در لحظه ای که غلظت HCl برابر با $3/4$ مولار است، جرم مخلوط واکنش به اندازه $114/4$ گرم کاهش پیدا کرده است.

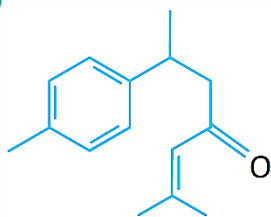
(۴) (۴)

(۳) (۳)

(۲) (۲)

(۱) (۱)

محل انجام محاسبات



۹۰- درباره مولکولی با ساختار مقابل، چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

- میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن نسبت به اولین آلکن منفی‌تر است.
- شکستن ۱ مول پیوند $C = C$ در آن، نسبت به باقی پیوندها انرژی بیشتری نیاز دارد.
- قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را داشته و به خوبی در آن حل می‌شود.
- نسبت کربن‌هایی که به دو اتم هیدروژن متصل شده اند به تعداد جفت الکترون ناپیوندی برابر ۵/۰ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۱- در مورد استری که در ساخت شوینده با بوی آناناس کاربرد دارد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- این ماده نسبت به هگزانویک اسید همپار (ایزومر) است.
- بین ذرات سازنده این استر، دو نوع نیروی بین مولکولی وجود دارد.
- از واکنش ۱- بوتانول با پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید به دست می‌آید.
- آنتالپی واکنش تولید آن توسط یک اسید دوظرفیتی قوی کاهش پیدا می‌کند.
- شمار پیوندهای کربن-کربن موجود در ساختار آن با شمار این پیوندها در ۲-متیل پنتان برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مقایسه خاصیت اسیدی محلول‌ها، بر اساس ثابت یونش اسید موجود در آن‌ها صورت می‌گیرد.
- حضور مونومر سازنده نوعی از پلیمرهای سبز در آب، می‌تواند رنگ کاغذ pH را به قرمز تغییر دهد.
- منیزیم هیدروکسید، محلول در آب بوده و در هنگام انحلال در آب، رنگ کاغذ pH را به آبی تغییر می‌دهد.
- همه ترکیب‌های مولکولی، به صورت مولکولی در آب حل شده و محلول حاصل از آن‌ها رسانایی الکتریکی نخواهد داشت.

۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۳- در دمای یکسان، pH محلولی از آمونیاک با pH محلولی که هر لیتر از آن حاوی 10^{-4} مول لیتیم اکسید است، برابر خواهد بود. اگر ثابت یونش آمونیاک در شرایط مورد نظر برابر $10^{-5} \times 2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ باشد، آن گاه با ۵ لیتر از محلول آمونیاک، pH چند لیتر محلول اسیدی حاوی نوعی اسید قوی تک ظرفیتی را می‌توان از ۵ به ۷ رساند؟

۱ (۱) ۷۰۰ ۲ (۲) ۸۵۰ ۳ (۳) ۱۱۰۰ ۴ (۴) ۱۰۰۰

۹۴- کدام مطلب زیر، درست است؟ ($H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- نیروی بین ذرات سازنده در نمک پتاسیم اسیدهای چرب، نسبت به نمک سدیم اسیدهای چرب قوی‌تر است.
- پیوندهای $C = C$ موجود در یک مول پاک‌کننده غیرصابونی، حداقل با ۶ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.
- نیروی جاذبه بین الیاف پارچه پلی‌استری و آلاینده‌ها، از نیروی جاذبه بین الیاف پارچه نخی و آلاینده‌ها ضعیف‌تر است.
- صابون مراغه به دلیل داشتن انواعی از مواد گوگردار، در از بین بردن جوش‌های صورت و قارچ‌های پوستی کاربرد دارد.

محل انجام محاسبات

۹۵- محلولی از سولفوریک اسید با غلظت ۰/۲ مول بر لیتر در اختیار داریم. اگر pH محلول سولفوریک اسید به اندازه ۱۱/۵ واحد کمتر از pH محلولی از آمونیاک بوده و ثابت یونش آمونیاک در محلول این ماده برابر با $10^{-4/9} \text{ mol.L}^{-1} \times 1/6$ باشد، برای خنثی کردن ۵ لیتر محلول یک مولار هیدروکلریک اسید، به چند لیتر از محلول آمونیاک در آب نیاز داریم؟

- (۱) ۳/۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۱/۲ (۴) ۱/۶

۹۶- اگر بتوان محلول آبی حاوی یون D^+ را در ظرفی از جنس فلز A نگهداری کرد و همچنین در سلول گالوانی حاصل از عناصر M و D ، فلز D در نقش کاتد باشد، کدام یک از مقایسه‌های زیر در مورد پتانسیل کاهش استاندارد این عناصر درست است؟

(۱) $A > D$ و $M > D$ (۲) $D > A$ و $D > M$

(۳) $A > D > M$ (۴) $A > M > D$

۹۷- در ترکیب داده شده در کدام گزینه، میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن متفاوت از سایر گزینه‌ها است؟

- (۱) بنزوئیک اسید (۲) اتیل اتانوات (۳) اتیلن گلیکول (۴) استیرن

۹۸- آنتالپی فروپاشی، معادل با گرمای مصرف شده در ثابت برای فروپاشی یک مول از ترکیب‌های یونی بوده و بین نمک‌های حاصل از عناصر فلزی موجود در یک دوره از جدول تناوبی، با میزان واکنش‌پذیری عنصر فلزی، رابطه دارد.

- (۱) دما - مستقیم (۲) دما - عکس (۳) فشار - مستقیم (۴) فشار - عکس

۹۹- در تولید انرژی الکتریکی با استفاده از نور خورشید، شارهای که به صورت مستقیم انرژی پرتوهای خورشیدی را جذب می‌کند، در ساختار خود شبکه بلوری و دمای جوش یک نمونه از این ماده در مقایسه با هیدروژن سولفید، است.

- (۱) داشته - کم‌تر (۲) داشته - بیشتر (۳) نداشته - بیشتر (۴) نداشته - کم‌تر

۱۰۰- چه تعداد از موارد زیر باعث افزایش درصد مولی آمونیاک در مخلوط واکنش فرایند هابر می‌شود؟

- استفاده از کاتالیزگر آهن در مخلوط واکنش
 - افزایش فشار مخلوط واکنش
 - کاهش دمای مخلوط واکنش
 - خارج کردن گاز هیدروژن از مخلوط واکنش
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۱- تعادل $X_2(g) + 2D_2(g) \rightleftharpoons 2A(g)$ با حضور ۴ مول گاز X_2 و ۸ مول گاز D_2 در یک ظرف ۲ لیتری با حجم ثابت و فشار ۶ اتمسفر آغاز می‌شود. اگر در حالت تعادل، درصد مولی گاز A در مخلوط واکنش برابر با ۲۰٪ باشد، فشار ظرف در حالت تعادل چند اتمسفر بوده و مقدار ثابت تعادل کدام است؟

(۱) $\frac{125}{12} - 4$ (۲) $\frac{125}{12} - 5$ (۳) $\frac{16}{375} - 4$ (۴) $\frac{16}{375} - 5$

۱۰۲- در یک نمونه لیتیم که از اتم‌های طبیعی این عنصر ساخته شده است، به ازای هر اتم از ایزوتوپ سبک‌تر، ۴ اتم از ایزوتوپ سنگین‌تر وجود دارد. یک نمونه از این فلز به جرم ۱/۷ گرم، در شرایط استاندارد با چند لیتر گاز فلوئور به طور کامل واکنش داده و با استفاده از نمک تولید شده، چند میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار می‌توان تهیه کرد؟

(۱) $800 - 2/8$ (۲) $800 - 5/6$ (۳) $625 - 2/8$ (۴) $625 - 5/6$

محل انجام محاسبات



۱۰۳- اگر فرمول شیمیایی اسکاندیم پرسولفید به صورت $Sc_2(S_2O_7)_3$ باشد، در فرمول شیمیایی آهن (II) پرسولفید نسبت شمار عنصرها به شمار اتمها چقدر بوده و در ترکیب منیزیم پرسولفید، نسبت میان شمار آنیونها به شمار کاتیونها کدام است؟

- (۱) $1 - 0/3$ (۲) $2 - 0/4$ (۳) $3 - 0/3$ (۴) $4 - 0/4$

۱۰۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- در سلول آهن-مس، آنیون‌های موجود در الکترولیت از خلال دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول آهن مهاجرت می‌کنند.
- باتری از فراورده‌های صنعتی است که در شرایط معین، بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند.
- پس از قرار دادن تیغه فلزی از جنس قلع در محلول آلومینیم نیترات، دمای محلول افزایش پیدا می‌کند.
- در واکنش میان فلز روی با گاز اکسیژن، شعاع ذرات سازنده گونه اکسند، کاهش پیدا می‌کند.
- در سمت آند سلول برقکافت سدیم برمید مذاب، یک فراورده قرمز رنگ تولید می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۵- در یک کارگاه، از مخلوط منیزیم اکسید و کلسیم اکسید برای تبدیل گاز کربن دی اکسید حاصل از سوختن کامل ۸۰ کیلوگرم گاز متان با خلوص ۲۵٪ به مواد معدنی استفاده می‌شود. اگر طی این فرایند ۱۱۷ کیلوگرم ماده معدنی بدست آمده باشد، در مخلوط اولیه از اکسیدهای فلزی، شمار یون‌های فلز با واکنش‌پذیری بیشتر، چند برابر شمار یون‌های فلز دیگر بوده است؟

($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Mg = 24$ و $Ca = 40$ $g.mol^{-1}$)

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۲

محل انجام محاسبات



7224

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۰۱



گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۲۴

دِرس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	اکبر کلاه ملکی - امیدرضا پورحسینی	جواد نظری - سجاد احمدی
فیزیک	عباس غریبی - ارسلان رحمانی - سعید نصیری - سجاد سیفاللهی	سعید نصیری - محمد باغبان امیررضا خوینی‌ها - علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد - فرهنگ امیری	سعیده محبی - امیرمهدی غلامی سجاد سیفاللهی
مدیر آزمون: رسول خنجری		



سری کتاب‌های جمع‌بندی در ۲۴ ساعت گروه آموزشی ماز

جهت تهیه این کتاب‌ها به سایت Bookital.ir یا اپلیکیشن بوکیتال مراجعه کنید.



Bookital.ir



دانلود نسخه ویندوز



دانلود نسخه ios



دانلود نسخه اندروید

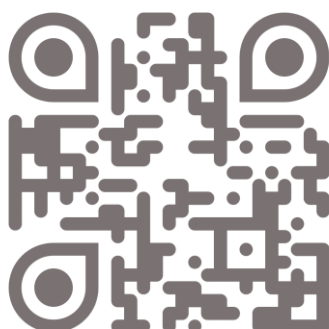


SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی، کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد رو اسکن کنی تا صفحه نظرسنجی برات باز بشه! (:



<https://b2n.ir/u23502>

گروه آموزشی مازی

- ۱- در دنباله حسابی $... 4 + 2a, b, 12 - 2a$ ، واسطه هندسی بین جملات دوم و هجدهم برابر ۲۴ است. مجموع ۲۰ جمله اول این دنباله کدام است؟
 (۱) ۵۶۰ (۲) ۶۸۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۸۴۰

(ریاضی ۱ - صفحات ۲۱ تا ۲۷ / حسابان ۱ - صفحات ۲ تا ۶ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

در دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d, \quad S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

پاسخ تشریحی:

قدرنسبت دنباله حسابی را d فرض کنید.

$$2d = (4 + 2a) - (12 - 2a) = 4a - 8 \Rightarrow d = 2a - 4$$

$$a_2 = a_1 + d = 12 - 2a + 2a - 4 = 8$$

$$a_{18} = a_1 + 17d = 12 - 2a + 17(2a - 4) = 32a - 56$$

$$24^2 = a_2 a_{18} = 8 \times (32a - 56) = 8^2 \times (4a - 7)$$

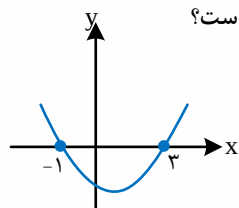
$$9 = 4a - 7 \Rightarrow a = 4$$

جملات دنباله حسابی: ۴، ۸، ۱۲، ...

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2 \times 4 + 19 \times 4) = 840$$

گروه آموزشی ماز

- ۲- نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر دامنه تابع $y = \log(2x^2 - f(x))$ ، بازه $(\alpha, +\infty)$ باشد، مقدار α کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $-\frac{3}{2}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $-\frac{2}{3}$

(حسابان ۱ - صفحات ۱۰ تا ۱۳ و ۸۰ تا ۸۵ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

زمانی $\log_b^a$ تعریف شده است که $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$ باشد.

پاسخ تشریحی:

$$f(x) = a(x+1)(x-3) = ax^2 - 2ax - 3a$$

$$2x^2 - f(x) > 0 \Rightarrow 2x^2 - ax^2 + 2ax + 3a > 0$$

به شرطی جواب نامعادله به صورت $x > \alpha$ است که درجه اول باشد، پس $a = 2$ است:

$$4x + 6 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = -\frac{3}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 + 3x - 2 = 0$ و $\frac{\alpha^2}{\beta}$ و $\frac{\beta^2}{\alpha}$ ریشه‌های معادله $\lambda x^2 + bx - 8 = 0$ باشند، مقدار b کدام است؟

(۴) -۳۳

(۳) -۳۱

(۲) -۶۵

(۱) -۶۳

(حسابان ۱ - صفحات ۸ و ۹ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

$$ax^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{a} \\ \alpha\beta = -\frac{2}{a} \end{cases}$$

$$\lambda x^2 + bx - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{\beta^2}{\alpha} = -1 \Rightarrow \alpha\beta = -1 \\ \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = -\frac{b}{\lambda} \Rightarrow \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = -\frac{b}{\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{a} = -1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = -\frac{b}{\lambda} \Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = -\frac{b}{\lambda} \Rightarrow \frac{-\frac{27}{8} - 3(-1)(-\frac{3}{2})}{-1} = -\frac{b}{\lambda} \Rightarrow \frac{b}{\lambda} = -63 \Rightarrow b = -63$$

گروه آموزشی ماز

۴- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-3}{x+2} < 5$ را می‌توان به صورت $|6x+a| < b$ بیان نمود. حاصل $\left[\frac{a+b}{5}\right]$ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۸

(۲) ۹

(۱) ۱۰

(ریاضی ۱ - صفحات ۸۸ تا ۹۳ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

$$3 < \frac{2x-3}{x+2} < 5 \Rightarrow 1 < \frac{2x-3}{x+2} - 2 < 3 \Rightarrow 1 < \frac{-7}{x+2} < 3$$

با توجه به نامساوی بدست آمده، $x+2$ منفی است.

$$x+2 > -7 > 2(x+2) \Rightarrow -9 < x < -\frac{13}{3}$$

$$-54 < 6x < -26 \xrightarrow{+40} -14 < 6x+40 < 14$$

$$\Rightarrow |6x+40| < 14 \Rightarrow \left[\frac{a+b}{5}\right] = \left[\frac{54}{5}\right] = 10$$

گروه آموزشی ماز

۵- قاعده مثلث متساوی الساقینی به رأس $A(3,5)$ و مساحت ۸ بر خط $3x+4y=9$ قرار دارد. طول ساق این مثلث چقدر است؟

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) $2\sqrt{5}$

(حسابان ۱ - صفحات ۳۳ و ۳۴ - متوسط)

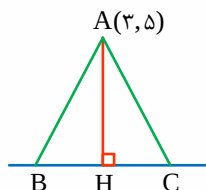
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

$$AH = \frac{|9+20-9|}{\sqrt{9+16}} = 4$$

$$S = 8 = \frac{1}{2} \times 4 \times BC \Rightarrow BC = 4$$

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



گروه آموزشی ماز

۶- فرض کنید $f(x) = \frac{3x-1}{x+3}$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد وارون خط $y = x+6$ با نمودار $g(x) = f(f(x))$ کدام است؟

۶ (۴)

-۶ (۳)

۱۲ (۲)

صفر (۱)

(حسابان ۱ - صفحات ۵۴ تا ۶۱ و ۶۱ تا ۶۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

وارون خط $y = x+6$ ، خط $y = x-6$ است. خط $y = x-6$ را با نمودار $f(f(x))$ برخورد می دهیم.

$$f(f(x)) = x-6$$

$$\frac{3(\frac{3x-1}{x+3})-1}{\frac{3x-1}{x+3}+3} = \frac{8x-6}{6x+8} = \frac{4x-3}{3x+4} = x-6 \Rightarrow 3x^2 - 18x - 21 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6$$

گروه آموزشی ماز

۷- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه های معادله $\log_7^{(1+4^x)} = x + \log_7^x$ باشند، حاصل $\tan(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱)

(حسابان ۱ - صفحات ۸۶ تا ۸۸ / حسابان ۲ - صفحات ۴۲ و ۴۳ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

نکته:

نکته:

$$1) \log_b^a = c \Rightarrow a = b^c$$

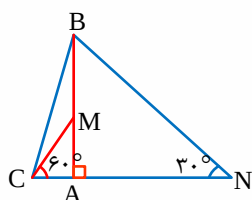
$$2) a^{\log_a b} = b$$

$$1 + 4^x = 7^{x + \log_7^x} = 7^x \times 7^{\log_7^x} = 6 \times 7^x$$

$$7^x = a \Rightarrow a^{\frac{1}{x}} - 6a + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7^x = 2 \rightarrow x = 1 \\ 7^x = 4 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2+1}{1-2} = -3$$

گروه آموزشی ماز



۸- در شکل مقابل، $BC=1$ و $BM = \frac{1}{4}$ است. طول پاره خط CN کدام است؟

$$\frac{1}{2}\sqrt{15} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{39} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{13} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{45} \quad (3)$$

(ریاضی ۱ - صفحات ۲۹ تا ۳۵ / حسابان ۱ - صفحات ۱۱۰ تا ۱۱۲ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲

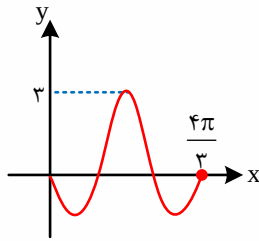
پاسخ تشریحی:

فرض کنید $\angle BCA = \theta$ باشد، پس $AB = \sin \theta$ و $AC = \cos \theta$ است.

$$BM = \frac{1}{4} = AB - AM = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta = \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$$

از طرفی:

$$CN = AC + AN = \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta = 2(\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta) = 2 \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) = 2\sqrt{1 - \sin^2(\theta - \frac{\pi}{3})} = 2\sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$



۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 1 + a \cos(bx + \frac{\pi}{3})$ به صورت مقابل است. حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) -۴
(۴) ۴

(حسابان ۲ - صفحات ۲۴ تا ۲۹ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$f(0) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$y' = -ab \sin(bx + \frac{\pi}{3})$$

$$y'(0) = -\frac{\sqrt{3}ab}{3} \xrightarrow{y'(0) < 0} ab > 0$$

چون $a < 0$ است، پس $b < 0$ است.

$$f(\frac{4\pi}{3}) = 0 \Rightarrow 1 - 3 \cos(\frac{4\pi}{3}b + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$\cos(\frac{4\pi}{3}b + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos(-\frac{4\pi}{3}b - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$$

در نقطه $x = \frac{4\pi}{3}$ برای چهارمین بار محور x ها قطع می شود.

$$-\frac{4\pi}{3}b - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a+b = -4$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- معادله $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(حسابان ۲ - صفحات ۳۵ تا ۴۰ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

زمانی معادله $\sin x \pm \cos x = \pm 1$ جواب دارد که $\sin x = 0$ یا $\cos x = 0$ باشد.

پاسخ تشریحی:

با فرض $\cos x \neq 0, -1$ ، طرفین وسطین می کنیم:

$$\sin x \cos x = 1 + \sin x + \cos x + \sin x \cos x \Rightarrow \sin x + \cos x = -1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز



۱۱- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در امتداد محور x ها، ۳ واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها قرینه می کنیم و نمودار نهایی را $g(x)$ می نامیم. اگر نقاط برخورد مجانب های تابع $y = \frac{1}{g(x+a)}$ نسبت به خط $x = 4$ تقارن داشته باشند، a کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۲

(حسابان ۲ - صفحات ۲ تا ۱۲ و ۵۵ تا ۵۷ و ۶۷ و ۶۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$۱) y = (x+3)^2 - 2(x+3) = x^2 + 4x + 3$$

$$۲) y = x^2 - 4x + 3 = g(x)$$

ریشه های $g(x+a) = 0$ مجانب های قائم اند.

$$g(x+a) = (x+a)^2 - 4(x+a) + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 2(a-2)x + a^2 - 4a + 3 = 0$$

$$\text{محور تقارن } x = \frac{-2(a-2)}{2 \times 1} = -a + 2 \Rightarrow -a + 2 = 4 \Rightarrow a = -2$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- تابع $f(x) = 2x\sqrt{x} - \sqrt{x^3 + 1}$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} f'(x) \right)$ چقدر است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۳ (۳) ۱/۳ (۴) صفر

(حسابان ۲ - صفحات ۵۹ تا ۶۲ و ۹۲ تا ۹۵ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n}{a'x^m}$$

قضیه پرتوان:

پاسخ تشریحی:

$$f'(x) = 3\sqrt{x} - \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}} = \frac{6\sqrt{x^4+x} - 3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} f'(x) \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6\sqrt{x^4+x} - 3x^2}{2\sqrt{x}(\sqrt{x^3+1})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 - 3x^2}{2x^2} = 1/2$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 3x + a| & x > 1 \\ \sin(2x - 2) & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته است. حاصل $a + b$ کدام است؟

(۴) $-3/5$

(۳) $-2/75$

(۲) $-3/75$

(۱) $-2/5$

(حسابان ۱ - صفحات ۱۴۱ تا ۱۵۱ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

در ضابطه اول، حد مخرج در نقطه $x = 1$ برابر صفر است. زمانی کل کسر دارای حد است که حد صورت کسر هم صفر شود.

$$x^2 + 3x + a = 1 + 3 + a = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 + 3x - 4|}{\sin(2x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+4)}{2x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+4}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = -2b + 3 \Rightarrow -2b + 3 = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a + b = -3/75$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ و $(g \circ f)'(2) = -2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g^3(x) - 8}{x^2 - 2x}$ برابر کدام است؟

(۴) -18

(۳) -36

(۲) -24

(۱) -12

(حسابان ۲ - صفحات ۷۸ و ۷۹ و ۹۶ و ۹۷ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

$$(g \circ f)'(a) = f'(a) \cdot g'(f(a))$$

نکته:

پاسخ تشریحی:

$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{3}$$

$$(g \circ f)'(2) = f'(2) \times g'(f(2)) \Rightarrow -2 = \frac{1}{3} \times g'(2) \Rightarrow g'(2) = -6$$

طبق فرض سوال، $g(2) = 2$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(g(x) - 2)(g^3(x) + 2g(x) + 4)}{(x - 2)x}$$

$$= g'(2) \times \frac{4 + 4 + 4}{2} = 6g'(2) = 6 \times (-6) = -36$$

گروه آموزشی ماز



۱۵- تابع $y = \frac{x|x-2|}{x-1}$ ، چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(حسابان ۲ - صفحات ۱۱۲ و ۱۲۲ تا ۱۲۴ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

ریشه قدرمطلق یعنی $x = 2$ یک نقطه اکسترمم نسبی است. حال بدون تاثیر در تعداد اکسترممها، می توانیم قدرمطلق را حذف کنیم.

$$y = \frac{x(x-2)}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-2)(x-1) - x^2 + 2x}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2} \xrightarrow{y'=0} \text{ جواب ندارد.}$$

پس در کل یک نقطه اکسترمم نسبی دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۶- بیشترین شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3ax + x$ در نقطه عطف آن، چقدر است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱/۷۵ (۱)

(حسابان ۲ - صفحات ۷۷ تا ۸۰ و ۱۳۱ تا ۱۳۴ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

شیب خط مماس در نقطه α برابر $f'(\alpha)$ است.

$$f'(x) = 3x^2 - 6ax + 3a + 1$$

$$f''(x) = 6x - 6a$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = a \text{ نقطه عطف}$$

$$m = f'(a) = 3a^2 - 6a^2 + 3a + 1 = -3a^2 + 3a + 1$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9+12}{4(-3)} = 1/75$$

حداکثر مقدار عبارت درجه ۲ بالا برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۷- در مثلث ABC ، $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$ است، اگر $m_B = 3x - 1$ و $AC = 4x^2 + 2x - 1$ باشد، x چند مقدار صحیح می‌تواند اختیار کند؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

(هندسه ۱ - صفحات ۲۴ و ۲۵ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

ابتدا به طرفین رابطه $\hat{B} < \hat{A} + \hat{C}$ ، زاویه B را اضافه می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$2\hat{B} < \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow 2\hat{B} < 180^\circ \Rightarrow \hat{B} < 90^\circ$$

از طرفی، می‌دانیم چون زاویه $\hat{B}$ حاده است، $m_B > \frac{b}{2}$ می‌باشد بنابراین می‌توان نوشت:

$$3x - 1 > \frac{4x^2 + 2x - 1}{2} \Rightarrow 4x^2 + 2x - 1 < 6x - 2 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 < 0 \Rightarrow (2x - 1)^2 < 0$$

نامعادله به دست آمده غیرقابل قبول است و در نتیجه هیچ جواب صحیحی برای x یافت نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۸- مربع $ABCD$ به ضلع ۳ مفروض است. از رأس A خطی را به گونه‌ای رسم می‌کنیم که ضلع مقابل خود که CD است را در نقطه P و امتداد BC را در

Q قطع کند. $\frac{1}{AP^2} + \frac{1}{AQ^2}$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

(هندسه ۱ - صفحات ۳۸ تا ۴۱ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

با توجه به اطلاعات سوال شکل را رسم کرده و خواهیم داشت:

(۱): دو مثلث ADP و QCP متشابه‌اند. زیرا:

در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

چون $AD = 3$ است، می‌توانیم بنویسیم:

(۲): دو مثلث ABQ و PCQ متشابه‌اند. زیرا:

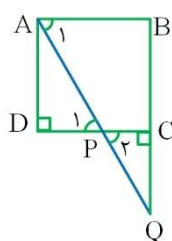
در نتیجه می‌توانیم بنویسیم: $\frac{PQ}{AQ} = \frac{PC}{AB}$ و در نتیجه چون $AB = 3$ است، $(II) \frac{3}{AQ} = \frac{PC}{PQ}$

توان دوی دو رابطه (I) و (II) را با هم جمع می‌کنیم:

$$\left(\frac{3}{AP}\right)^2 + \left(\frac{3}{AQ}\right)^2 = \left(\frac{CQ}{PQ}\right)^2 + \left(\frac{PC}{PQ}\right)^2$$

$$\frac{9}{AP^2} + \frac{9}{AQ^2} = \frac{CQ^2 + PC^2}{PQ^2} = \frac{PQ^2}{PQ^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{AP^2} + \frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{9}$$

گروه آموزشی ماز



$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{P} = \hat{P} \text{ متقابل به رأس} \end{cases}$$

$$\frac{AD}{CQ} = \frac{AP}{PQ}$$

$$\frac{3}{AP} = \frac{CQ}{PQ} \quad (I)$$

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{Q} = \hat{Q} \text{ مشترک} \end{cases}$$

۱۹- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۶/۵ است، ضریب تغییرات مقادیر ممکن برای تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{\sqrt{21}}{8}$ (۱)

(هندسه ۱ - صفحات ۶۹ تا ۷۱ / آمار و احتمال - صفحات ۹۶ و ۹۷ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی:

می‌دانیم مساحت یک چندضلعی با نقاط مرزی b و نقاط درونی i از رابطه $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به دست می‌آید. با توجه به مساحت داده شده خواهیم داشت:

$$\frac{b}{2} + i - 1 = 6/5 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 7/5 \Rightarrow b + 2i = 14$$

در نتیجه مقادیر قابل قبول برای b برابر است با:

i	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
b	۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۲

توجه: $b \geq 3$

چون اعداد به دست آمده برای b تشکیل دنباله حسابی می‌دهند:

۱) میانگین $\bar{x} = \frac{\text{اولی} + \text{آخری}}{2} = \frac{3 + 14}{2} = 9$

۲) واریانس $\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 = \frac{49 - 1}{12} \times 4 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4}{9}$

بنابراین ضریب تغییرات برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۰- در مثلثی به اضلاع $AC=20$ ، $BC=11$ و $AB=13$ ، نیمساز زاویه $\hat{A}$ ، عمودمنصف ضلع BC را در نقطه P قطع می‌کند. شعاع دایره‌ای که از C ، B و P می‌گذرد، کدام است؟

$\frac{11}{3}$ (۴)

$\frac{65}{6}$ (۳)

۳۳ (۲)

۲۲ (۱)

(هندسه ۲ - صفحات ۲۴ و ۲۵ و ۲۹ و ۷۳ و ۷۴ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

در هر مثلث دلخواه، نیمساز هر زاویه داخلی و عمودمنصف ضلع مقابل به آن زاویه روی دایره محیطی مثلث یکدیگر را قطع می‌کنند. در نتیجه شعاع دایره محیطی مثلث از ما خواسته شده است که از رابطه $R = \frac{abc}{4S}$ به دست می‌آید. مساحت را از قضیه هرون به دست می‌آوریم:

$2P = 11 + 13 + 20 \Rightarrow 2P = 44 \Rightarrow P = 22$

$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{22 \times 11 \times 9 \times 2} = 66$

$R = \frac{11 \times 13 \times 20}{4 \times 66} = \frac{65}{6}$

توجه: دایره گذرا از سه نقطه (A, B, C) و (B, C, P) یکتا و یکسان است.

گروه آموزشی ماز



۲۱- شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی مثلث $\hat{ABC}$ برابر با ۹، ۱۲ و ۴ است. بلندترین ارتفاع مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{72}{12}$

(۳) $\frac{72}{9}$

(۲) $\frac{72}{13}$

(۱) $\frac{72}{11}$

(هندسه ۲ - صفحات ۲۴ تا ۲۶ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

شعاع دایره محاطی داخلی مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{4}{9} \Rightarrow r = \frac{9}{4}$$

می‌دانیم مساحت مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{r_a r_b r_c} = \sqrt{\frac{9}{4} \times 9 \times 4 \times 12} = 18\sqrt{3} \xrightarrow{r = \frac{S}{P}} \frac{9}{4} = \frac{18\sqrt{3}}{P} \Rightarrow P = 18\sqrt{3}$$

بلندترین ارتفاع مثلث به کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود. در نتیجه:

$$4 = \frac{S}{P - a} = \frac{18\sqrt{3}}{18\sqrt{3} - a} \rightarrow a = \frac{18\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{ah_a}{2} \rightarrow 18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times \frac{18\sqrt{3}}{2} \times h_a \rightarrow h_a = \frac{72}{7}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- نقاط $A(2, 5)$ و $B(10, 3)$ در صفحه محورهای مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N به ترتیب همواره روی دو محور y و x ها می‌لغزند. کمترین

محیط چهارضلعی $AMNB$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{5} + \sqrt{17}$

(۳) $4\sqrt{11} + 7$

(۲) $2(2\sqrt{13} + \sqrt{17})$

(۱) $4\sqrt{13}$

(هندسه ۲ - صفحات ۵۴ و ۵۵ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

نقطه A را نسبت به محور y ها و نقطه B را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و نقاط $A'(-2, 5)$ و $B'(10, -3)$ به دست می‌آیند. کمترین طول خط شکسته $AMNB$ همان فاصله $|A'B'|$ است که برابر است با:

$$|A'B'| = \sqrt{(-2-10)^2 + (5-(-3))^2} = \sqrt{144 + 64} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$

طول AB هم برابر $|AB| = \sqrt{(10-2)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ است.

در نتیجه محیط چهارضلعی $AMNB$ برابر است با: $4\sqrt{13} + 2\sqrt{17}$

گروه آموزشی ماز

۲۳- در دستگاه $\begin{cases} ax+by=+1 \\ cx+dy=-3 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب برابر $\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$ و جواب‌های معادله، x' و y' هستند. اگر برای ماتریس A رابطه

$2A^2 + 5A + I = O$ برقرار باشد، وارون ماتریس $y'A - x'I$ کدام است؟

(۴) $2A + I$

(۳) $A - 2I$

(۲) $A + 2I$

(۱) $2A - I$

(هندسه ۳ - صفحات ۲۲ تا ۲۶ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

با توجه به وارون ماتریس ضرایب، x' و y' را به دست می‌آوریم:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x' = -1, y' = 2$$

وارون $2A + I$ مطلوب سوال است که آن را به صورت $A + kI$ در نظر می‌گیریم و با توجه به اینکه حاصل ضرب هر ماتریس در وارون خود برابر I است می‌توانیم بنویسیم:

$$(2A + I)(A + kI) = I$$

$$2A^2 + 2kA + A + kI = I \Rightarrow 2A^2 + (2k+1)A + (k-1)I = O$$

$$2A^2 + 5A + I = O: \text{فرض صورت سوال}$$

$$\begin{cases} 2k+1=5 \rightarrow k=2 \\ k-1=1 \rightarrow k=2 \end{cases}$$

بنابراین، وارون ماتریس داده شده، $A + 2I$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، $|A^{20} + 20I|$ کدام است؟

(۴) $2^{40} + 40$

(۳) $2^{20} + 20$

(۲) $16(2^{18} + 5)^2$

(۱) $4(2^{18} + 5)^2$

(هندسه ۳ - صفحات ۱۹ و ۲۷ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

ابتدا توان‌های بالاتر ماتریس A را به دست آورده تا به توان A^{20} برسیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ n \times 2^{n-1} & 2^n \end{bmatrix}$$

بنابراین A^{20} را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$A^{20} = \begin{bmatrix} 2^{20} & 0 \\ 20 \times 2^{19} & 2^{20} \end{bmatrix}$$

$$A^{20} + 20I = \begin{bmatrix} 2^{20} + 20 & 0 \\ 20 \times 2^{19} & 2^{20} + 20 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{20} + 20I| = (2^{20} + 20)^2 = 16(2^{18} + 5)^2$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 1 + \tan^2 \theta & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|A^{1402} + A^{1401}| + |3A^{20}A^3|$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۹ (۳) -۹ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳ (هندسه ۳ - صفحات ۲۰ و ۲۷ و ۳۱ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

توان های بالاتر ماتریس A را به دست می آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 1 + \tan^2 \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 1 + \tan^2 \theta & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین چون $A^2 = I$ شده است، می توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} A^{2n} = I \\ A^{2n+1} = A \end{cases}$$

مطلوب: $|3A^{20}A^3| = |3I| = 9|A| = 9(-1) = -9$

$$|A^{1401} + A^{1402}| = |A + I| = \begin{vmatrix} 1 & \cos^2 \theta \\ 1 + \tan^2 \theta & 1 \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow -9 + 0 = -9$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر خطوط عمود بر دایره C در معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ صدق کنند و این دایره بر خط $-3x + 4y = 4$ مماس باشد، تعداد مماس

مشترک(های) دایره C و دایره $C': \begin{cases} x = \sin \theta + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta - \cos \theta \end{cases}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (هندسه ۳ - صفحات ۴۰ تا ۴۴ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

می دانیم خطوط عمود بر دایره C، قطرهای دایره هستند و چون نقطه مشترک آنها مرکز دایره است، ابتدا مرکز را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} m = 2 \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y = 2 \\ m = -1 \rightarrow -3x = 6 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$O(-2, 2)$

از طرفی، فاصله مرکز تا خط مماس بر دایره، شعاع دایره است.

$$R = \frac{|-3(-2) + 4(2) - 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$$

سپس معادله دایره C' را به حالت استاندارد می نویسیم:

$$\begin{cases} x^2 = \sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta + 4 \sin \theta \cos \theta \\ y^2 = 4 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 4 \sin \theta \cos \theta \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 5(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 5 \Rightarrow O(0, 0), R' = \sqrt{5}$$

با توجه به اینکه طول خط الممرکزین $|OO'| = d = \sqrt{(-2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2}$ است:

$$R - R' < 2\sqrt{2} < R + R'$$

دو دایره متقاطع اند و فقط ۲ مماس مشترک خارجی دارند.

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر کانون سهمی $y^2 + my = 8x - 9$ در ناحیه اول مختصاتی روی خط $2x - y = 5$ قرار داشته باشد و پرتو $y = \frac{3}{2}$ را به سهمی بتابانیم، معادله پرتو

بازتابش کدام است؟

$$\frac{16}{3}x + 21y = 37 \quad (4)$$

$$16x + 21y = 30 \quad (3)$$

$$16x - 21y = 30 \quad (2)$$

$$21x + \frac{16}{3}y = 37 \quad (1)$$

(هندسه ۳ - صفحات ۵۰ تا ۵۶ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$1) S: \begin{cases} 2y + m = 0 \rightarrow y = \frac{-m}{2} \xrightarrow{\text{ناحیه اول}} \frac{-m}{2} > 0 \rightarrow m < 0 \quad (*) \\ \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} = 8x - 9 \rightarrow \frac{-m^2}{4} + 9 = 8x \rightarrow x = \frac{36 - m^2}{32} \end{cases}$$

پس از پیدا کردن مختصات کانون سهمی، m را به دست می‌آوریم:

$$2) 4P = 8 \Rightarrow P = 2$$

$$F\left(\frac{36 - m^2}{32} + 2, \frac{-m}{2}\right) \xrightarrow{\text{روی خط } 2x - y = 5} \frac{36 - m^2}{16} + 4 - \frac{-m}{2} = 5 \Rightarrow \frac{36 - m^2 + 8m}{16} = 1 \Rightarrow 36 - m^2 + 8m = 16 \Rightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -2 \end{cases}$$

چون F در ناحیه اول مختصاتی است $(*)$ ، $m = -2$ قابل قبول است.

$$\text{معادله سهمی: } y^2 - 2y = 8x - 9, F(2, 1)$$

پرتو بازتابش حتماً از کانون عبور می‌کند. بنابراین تقاطع $y = \frac{3}{2}$ و سهمی را به دست آورده و با کانون سهمی معادله خط را می‌نویسیم.

$$y = \frac{3}{2} \in \text{سهمی: } \frac{9}{4} - 3 = 8x - 9 \Rightarrow 8x = \frac{9}{4} + 6 = \frac{33}{4} \Rightarrow x = \frac{33}{32} \quad A\left(\frac{33}{32}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{معادله خط: } m = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{33}{32} - 2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{-63}{32}} = -\frac{16}{63}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 1 = \frac{-16}{63}(x - 2) \xrightarrow{\times 63} 63y - 63 = -16x + 32 \Rightarrow 63y + 16x = 95 \Rightarrow \frac{16}{3}x + 21y = 37$$

گروه آموزشی ماز



۲۸- بیضی S با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را در مستطیلی به گونه‌ای محاط می‌کنیم که طول مستطیل برابر با قطر بزرگ و عرض مستطیل برابر با قطر کوچک

بیضی باشد. در صورتی که از رأس مستطیل به دو کانون آن وصل کنیم، زاویه بین دو خط واصل کدام است؟

۷۵° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

(هندسه ۳ - صفحات ۴۷ تا ۴۹ - دشوار)

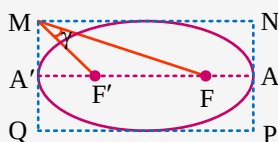
پاسخ: گزینه ۲



نکات طلایی:

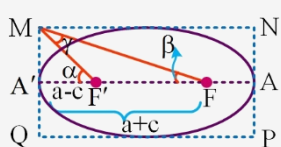


- اگر بیضی E مطابق شکل، درون مستطیل MNPQ قرار گرفته باشد و از رأس M به کانون‌های بیضی یعنی نقاط F و F' وصل کنیم، می‌توان نشان داد:



$$\tan \gamma = \frac{c}{b}$$

اثبات - با توجه به این که در مثلث MFF'، زاویه α زاویه خارجی محسوب می‌شود، بنابراین با جمع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است با:



$$\angle A'F'F: \tan \alpha = \frac{b}{a-c}$$

$$\angle A'F'F: \tan \beta = \frac{b}{a+c}$$

$$\Rightarrow \tan \gamma = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{b}{a-c} - \frac{b}{a+c}}{1 + \frac{b}{a-c} \times \frac{b}{a+c}}$$

با ساده کردن عبارت فوق، خواهیم داشت:

$$\tan \gamma = \frac{\frac{b(a+c) - b(a-c)}{a^2 - c^2}}{1 + \frac{b^2}{a^2 - c^2}} = \frac{\frac{2bc}{a^2 - c^2}}{1 + \frac{b^2}{a^2 - c^2}} = \frac{2bc}{a^2 - c^2 + b^2} = \frac{c}{b}$$

- می‌توان زاویه γ (زاویه رویت پاره خط FF' از رأس‌های مستطیل محیط بر بیضی) را برحسب خروج از مرکز نیز محاسبه کرد:

$$\tan \gamma = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{1-e^2} \\ \frac{a^2}{b^2} = 1 + \frac{c^2}{b^2} \Rightarrow \frac{1}{1-e^2} = 1 + \frac{c^2}{b^2} \Rightarrow \frac{c}{b} = \sqrt{\frac{1}{1-e^2} - 1} = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}} \end{cases} \Rightarrow \tan \gamma = \frac{c}{b} = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}}$$

پاسخ تشریحی:

$$\tan \gamma = \frac{e}{\sqrt{1-e^2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{1-\frac{1}{2}}} = 1 \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر $3x + 2y - z = 12$ باشد و $x^2 + 4y^2 + z^2$ حداقل مقدار خود را داشته باشد، حاصل $22x + 11y$ کدام است؟
 (۱) ۶۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۱ (۴) ۹۲

پاسخ: گزینه ۲ (هندسه ۳ - صفحه ۷۹ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

اگر دو بردار $\vec{a}(x, y, z)$ و $\vec{b}(3, 1, -1)$ را در رابطه کوشی- شوارتز صدق دهید، زمانی $x^2 + 4y^2 + z^2$ حداقل مقدار خود را دارد که $\vec{a}$ و $\vec{b}$ موازی باشند. در نتیجه:

$$\frac{x}{3} = \frac{2y}{1} = \frac{z}{-1} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = \frac{t}{2} \\ z = -t \end{cases} \Rightarrow 3(3t) + 2\left(\frac{t}{2}\right) - (-t) = 12 \Rightarrow 9t + t + t = 12 \Rightarrow t = \frac{12}{11}$$

$$22(3t) + 11\left(\frac{t}{2}\right) = 22 \times 3 \times \frac{12}{11} + 11 \times \frac{1}{2} \times \frac{12}{11} = 72 + 6 = 78$$

مطلوب سوال

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $\vec{a} = i + 2j$ و $\vec{b} = j - 2k$ و $\vec{c} = k - 2i$ باشند، مساحت چهارضلعی ای که $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ و $\vec{b} \times \vec{i}$ قطره‌های آن هستند، کدام است؟
 (۱) $\sqrt{14}$ (۲) $2\sqrt{14}$ (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{7}$

پاسخ: گزینه ۱ (هندسه ۳ - صفحات ۸۱ و ۸۲ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

ابتدا قطره‌های چهارضلعی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} d_1 &: a(1, 2, 0) \\ &\times b(0, 1, -2) \\ \hline a \times b &= (-4, 2, 1) \\ &\times c(-2, 0, 1) \\ \hline d_1 &: (a \times b) \times c = (2, 2, 4) \\ d_2 &: b = (0, 1, -2) \\ &\times i = (1, 0, 0) \\ \hline d_2 &: (0, -2, -1) \end{aligned}$$

می‌دانیم مساحت چهارضلعی ای که قطره‌های آن d_1 و d_2 هستند، $\frac{1}{2}|d_1 \times d_2|$ است، بنابراین:

$$S = \frac{1}{2} |(2, 2, 4) \times (0, -2, -1)| = \frac{1}{2} |(6, +2, -4)| = |(3, 1, -2)| = \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- هفت نفر برای وزن‌کشی مسابقات کشتی در سالنی حضور دارند. اگر هیچ دو نفری هم‌وزن نباشند، یک نفر را وزن می‌کنیم. اگر دو نفر دیگر را وزن کنیم و ببینیم هر دو از نفر اول سبک‌تر هستند یا چه احتمالی، نفر اول انتخابی ما، سنگین‌وزن‌ترین کشتی‌گیر است؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

پاسخ: گزینه ۳ (آمار و احتمال - صفحات ۴۰ تا ۴۶ - دشوار)

پاسخ تشریحی:

اگر هفت جایگاه برای وزن‌های مختلف در نظر بگیریم، ۳ جایگاه را انتخاب کرده و با توجه به توضیحات سوال، ۳ نفر به دو حالت در آن‌ها قرار می‌گیرند. تعداد حالت‌های مطلوب سوال هم به صورتی است که نفر اول را در جایگاه اول قرار می‌دهیم:

$$P(A) = \frac{\binom{1}{1} \times 6!}{\binom{7}{3} \times 2 \times 4!} = \frac{6 \times 5}{35 \times 2} = \frac{3}{7}$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- عارف و مریم هر کدام به احتمال $0/4$ و $0/3$ در آزمون‌های ماز شرکت می‌کنند و اگر عارف در این آزمون‌ها شرکت کند، مریم به احتمال $0/6$ شرکت می‌کند. عارف در آزمون شرکت نکرده است، با چه احتمالی مریم نیز شرکت نکرده است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/5$ (۳) $0/7$ (۴) $0/9$

پاسخ: گزینه ۴ (آمار و احتمال - صفحات ۵۲ تا ۵۵ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

اگر احتمال شرکت کردن عارف را $P(A)$ و احتمال شرکت کردن مریم را $P(M)$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$P(A) = 0/4, P(M) = 0/3, P(M|A) = 0/6 \Rightarrow \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = 0/6 \Rightarrow P(M \cap A) = 0/24$$

$$P(M'|A') = \frac{P(M' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(M \cup A)}{1 - P(A)} = \frac{1 - [P(M) + P(A) - P(M \cap A)]}{1 - P(A)} = \frac{1 - [0/3 + 0/4 - 0/24]}{1 - 0/4} = \frac{0/54}{0/6} = \frac{54}{60} = \frac{9}{10} = 0/9$$

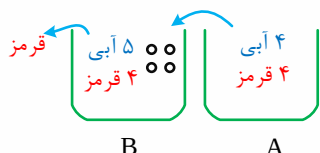
گروه آموزشی ماز

۳۳- در ظرف A، ۴ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و در ظرف B، ۵ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۴ مهره از ظرف A خارج کرده و در ظرف B قرار داده‌ایم. سپس مهره‌ای از B، انتخاب کرده‌ایم. اگر قرمز باشد با کدام احتمال از مهره‌های ظرف B بوده است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{13}$ (۴) $\frac{4}{13}$

پاسخ: گزینه ۲ (آمار و احتمال - صفحات ۵۸ تا ۶۲ - متوسط)

پاسخ تشریحی:



$$P(B|\text{قرمز}) = \frac{\frac{9}{13} \times \frac{4}{9}}{\frac{9}{13} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{13} \times \frac{4}{8}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز



۳۴- انحراف معیار ۲۰ داده آماری برابر با $2\sqrt{2}$ است. چه تعداد داده مساوی با میانگین به آن‌ها اضافه کنیم تا واریانس داده‌ها برابر ۵ شود؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

(آمار و احتمال - صفحات ۹۳ و ۹۴ - ساده)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

چون انحراف معیار داده‌های اولیه برابر با $2\sqrt{2}$ است، واریانس ۸ است. بنابراین:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 8 \xrightarrow{n=20} \sum (x_i - \bar{x})^2 = 160$$

اگر n داده مساوی با میانگین به داده‌ها اضافه کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + n(\bar{x} - \bar{x})^2}{n+20} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{160}{n+20} = 5 \Rightarrow 5n+100=160 \Rightarrow 5n=60 \Rightarrow n=12$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- تعداد m عدد سه رقمی وجود دارد که ۷۵ برابر آن‌ها مربع کامل است و تعداد n عدد سه رقمی وجود دارد که مربع کامل و مضرب ۷۵ هستند. $2m+n$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۶ (۲)

۱۷ (۱)

(ریاضیات گسسته - صفحات ۱۴ و ۱۵ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

برای قسمت اول سوال، اگر اعداد سه رقمی مطلوب را A در نظر بگیریم:

$$75 \times A = k^2$$

$$5^2 \times 3 \times A = k^2 \Rightarrow A = 3t^2 \Rightarrow 100 \leq 3t^2 \leq 999 \Rightarrow 34 \leq t^2 \leq 333$$

$$t = 6, 7, \dots, 18$$

$$\text{تعداد: } m = 13 \Rightarrow 18 - 6 + 1 = 13$$

و در قسمت دوم سوال، عدد سه رقمی مطلوب، مربع کامل و مضرب ۷۵ است.

$$A = k^2$$

$$A = 75t \Rightarrow 75t = k^2 \Rightarrow t = 3q^2$$

$$A = 75 \times 3 \times q^2 = 225q^2 \Rightarrow 100 \leq 225q^2 \leq 999 \Rightarrow 1 \leq q^2 \leq 4$$

$$q = 1, 2$$

$$\text{تعداد: } n = 2$$

$$2m+n = 26+2 = 28$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز



۳۶- عدد $4a^2b^8$ بر ۳۶ بخش پذیر است. باقی مانده $b^{a+b} + (a+b)^b$ بر عدد ۷ کدام است؟ $(\Delta > a, b)$

۴ یا ۳ (۴)

۴ یا ۱ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۳ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

عددی بر ۳۶ بخش پذیر است که بر ۴ و ۹ بخش پذیر باشد. بنابراین:

$$\overline{b} \equiv 0 \Rightarrow 10 \cdot b + 8 \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv 0 \xrightarrow[\div 2]{(2,4)=2} b \equiv 0$$

$$b = 0, 2, 4 \quad (1)$$

$$4 + a + 2 + b + 8 \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv -5 \equiv 4$$

$$\begin{array}{r|rrr} a & 4 & 2 & 0 \\ b & 0 & 2 & 4 \end{array} \quad (2)$$

که حالت های مطلوب برابر است با: $\begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases}$ و $\begin{cases} a=4 \\ b=0 \end{cases}$ و $\begin{cases} a=0 \\ b=4 \end{cases}$ در نتیجه:

$$\begin{cases} b^{a+b} + (a+b)^b = 2^4 + 4^2 \equiv 4 \\ b^{a+b} + (a+b)^b = 4^4 + 4^0 \equiv 1 \\ b^{a+b} + (a+b)^b = 0^4 + 4^4 \equiv 1 \end{cases}$$

پس حاصل می تواند ۱ یا ۴ باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر معادله $(a^2 + 4)x + 8y = 7$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد و m و n به ترتیب کوچک ترین و بزرگ ترین اعداد دو رقمی باشند که x

اختیار می کند، رقم یکان $m^n + n^m$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(ریاضیات گسسته - صفحه ۲۶ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی:

می دانیم در صورتی $ax + by = c$ در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد که $(a, b) | c$ باشد، در نتیجه:

$$(a^2 + 4, 8) | 7$$

چون ۷ عدد فرد است، ب.م.م دو عدد باید فرد باشد، در نتیجه $a^2 + 4$ و در نتیجه a^2 فرد است. مربع عدد فرد به صورت $8k + 1$ است و در صورتی که معادله داده شده را به همنهشتی تبدیل کنیم:

$$(a^2 + 4)x \equiv 7 \Rightarrow (8k + 1 + 4)x \equiv 7 \Rightarrow 5x \equiv 7 + 8 = 15 \xrightarrow{\div 5} x \equiv 3 \Rightarrow x = 8k + 3$$

بنابراین، $m = 8 \times 1 + 3 = 11$ و $n = 8 \times 12 + 3 = 99$ است و رقم یکان عبارت داده شده به صورت زیر است:

$$m^n + n^m \equiv 11^{99} + 99^{11} \equiv 1 + 9 \equiv 0$$

گروه آموزشی ماز



۳۸- در گرافی از مرتبه ۷، حاصل ضرب درجات ۳۲ و $\Delta + \delta = 3$ است. این گراف، چند زیرگراف دارد به طوری که دارای مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم ۶ عضوی یکتا باشند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

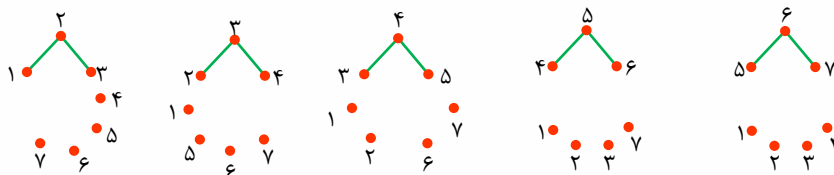
پاسخ: گزینه ۴ (ریاضیات گسسته - صفحات ۴۴ تا ۴۷ - دشوار)

پاسخ تشریحی:

با توجه به حاصل ضرب درجات و $\Delta + \delta = 3$ ، گراف P_7 مطلوب سوال است:



و زیرگراف‌های، دارای مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم ۶ عضوی یکتا به صورت زیر می‌باشند.



گروه آموزشی ماز

۳۹- داوری ۴ فیلم متمایز را ۶ داور به چند حالت می‌توانند بر عهده بگیرند به طوری که هر داور حداکثر یک فیلم را داوری کند و فیلم ۱ را داور ۳ و فیلم ۳ را داور ۱ داوری نکنند؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۵۲ (۴) ۲۸۱

پاسخ: گزینه ۳ (ریاضیات گسسته - صفحه ۷۹ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی مطلوب است، به طوری که:

$$f(3) \neq 1, f(1) \neq 3$$

بنابراین کافی است از توابع یک‌به‌یک $f(1) = 3 \cup f(3) = 1$ را کم کنیم:

$$\text{کل توابع یک‌به‌یک} - \left[\frac{4 \times 3}{f(3)=1} + \frac{4 \times 3}{f(1)=3} - \frac{4 \times 3}{f(3)=1, f(1)=3} \right] = 36 - 10 = 26$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد در انتخاب‌های ما وجود دارند که یکی بر دیگری بخش پذیر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳ (ریاضیات گسسته - صفحات ۸۰ تا ۸۳ - متوسط)

پاسخ تشریحی:

اگر لانه‌ها را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\{1, 2, 4, 8\} \quad \{3, 6, 12\} \quad \{5, 10\} \quad \{7, 14\} \quad \{9\} \quad \{11\} \quad \{13\} \quad \{15\}$$

در نتیجه، طبق اصل لانه کبوتری، اگر ۹ کبوتر داشته باشیم، حتماً لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن باشند.

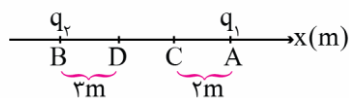
بنابراین، اگر ۹ عدد انتخاب کنیم، می‌توانیم اطمینان داشته باشیم که دو عدد در انتخاب‌های ما وجود دارند که یکی بر دیگری بخش پذیر است.

توجه: عدد ۱ را می‌توان در هر یک از دسته‌ها قرار داد.

گروه آموزشی ماز

۴۱- در شکل مقابل، دو ذره باردار $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = 8\mu C$ در نقاط A و B ثابت شده‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو بار در نقطه C صفر

باشد، بردار میدان الکتریکی خالص ناشی از آن‌ها در نقطه D (در SI)، کدام است؟ (که $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ است)



(۱) $-6000\vec{i}$

(۲) $6000\vec{i}$

(۳) $10000\vec{i}$

(۴) $-10000\vec{i}$

(۱۱۰۱ - متوسط - محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

گام (۱) شرط صفر شدن میدان الکتریکی خالص در نقطه C را می‌نویسیم و عددگذاری می‌کنیم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{r_1 = AC = 2m}{r_2 = BC} \rightarrow \frac{2}{BC^2} = \frac{8}{BC^2} \rightarrow BC^2 = 16 \rightarrow BC = 4m$$

گام (۲)

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} \rightarrow 4 = 2 + \overline{DC} \rightarrow \overline{DC} = 2m$$

پس فاصله نقطه A تا نقطه D برابر می‌شود با:

$$\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{DC} = 2 + 2 = 4m$$

گام (۳) حال باید اندازه و جهت میدان ناشی از هر ذره در نقطه D را حساب کنیم. دقت کنید که فاصله نقطه D از هر دو ذره، ۴m است.

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{4^2} = 2000 \frac{N}{C} \rightarrow \vec{E}_1 = -2000\vec{i}$$

$$\rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = +6000\vec{i}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{4^2} = 8000 \frac{N}{C} \rightarrow \vec{E}_2 = +8000\vec{i}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- خازنی که بین صفحات آن هوا است، پس از شارژ از مولد جدا کرده‌ایم. اگر فاصله صفحات آن را ۲ برابر کرده و بین صفحات آن را با دی الکتریکی به ضریب ۴ پر می‌کنیم، انرژی خازن و اختلاف پتانسیل بین صفحات آن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

(۴) $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}$

(۳) $8, 8$

(۲) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

(۱) $2, 2$

(۱۱۰۱ - متوسط - محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۲

فازن

(۱) ظرفیت خازن برابر است با:

$$C = \frac{q}{V}$$

در این رابطه q، اندازه بار هر کدام از صفحات خازن و V اختلاف پتانسیل دو صفحه است.

نکته: با تغییر q یا V، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

(۲) اگر فاصله دو صفحه d، مساحت مشترک صفحات A و بین صفحات دی الکتریکی با ثابت K باشد، ظرفیت خازن برابر می‌شود با:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

(۳) میدان الکتریکی بین صفحات خازن یکنواخت است پس اندازه آن برابر می‌شود با:

$$E = \frac{V}{d}$$

(۴) انرژی خازن از روابط روبه‌رو قابل محاسبه است:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV$$

(۵) اگر خازن به مولد متصل باشد، ولتاژ آن ثابت است و اگر از مولد جدا باشد، بار آن ثابت خواهد بود.

(۶) برای مقایسه انرژی خازن، در حالتی که بار خازن ثابت است از رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ و در حالتی که ولتاژ آن ثابت است از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ استفاده کنید.

گام (۱) با دو برابر شدن فاصله صفحات (d) و قرار گرفتن دی الکتریک به ضریب ۴ بین صفحات خازن، ظرفیت آن بصورت زیر تغییر می کند:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\epsilon_0 \text{ ثابت}, A} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 4 \times \frac{1}{2} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 2$$

گام (۲) وقتی خازن از مولد جدا شود، بار آن ثابت خواهد بود، پس می توان نوشت:

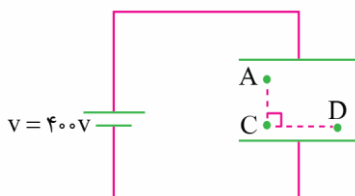
$$C = \frac{q}{V} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{V_1}{V_2} \rightarrow 2 = 1 \times \frac{V_1}{V_2} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

گام (۳) با توجه به رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ می توان انرژی ها را نیز مقایسه کرد:

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \times \frac{C_1}{C_2} = 1 \times \frac{1}{2} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل مقابل، دو صفحه رسانا که در فاصله ۲۰ cm از یکدیگر قرار دارند به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل اند. اگر ذره ای با بار $q = -3 \times 10^{-8} \mu C$ در مسیر نشان داده شده، از نقطه A به D منتقل شود، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میکروژول خواهد بود؟ ($CD = \frac{2}{3} AC = 6 \text{ cm}$ است)



- (۱) ۳/۴
- (۲) ۴/۴
- (۳) ۵/۴
- (۴) ۵/۴

پاسخ: گزینه ۴ (۱۱۰۱ - متوسط - مفهومی و محساباتی)

تغییر انرژی پتانسیل و پتانسیل الکتریکی

(۱) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره ای که در میدان الکتریکی یکنواخت حرکت می کند برابر است با:

$$\Delta U = -|q|Ed \cos \theta$$

در این رابطه، $|q|$ ، اندازه بار، E، اندازه میدان الکتریکی، d، اندازه جابه جایی ذره و θ زاویه نیروی الکتریکی و جابه جایی است.

(۲) تغییر پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت برابر است با:

$$\Delta V = -Ed \cos \alpha$$

نکته:

در این رابطه منظور از α ، زاویه بردار جابه جایی و بردار میدان الکتریکی است.

(۳) اگر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می یابد و برعکس.

اگر بار منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می یابد و برعکس.

(۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی برابر است با:

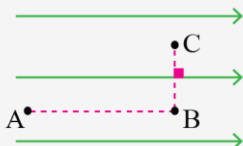
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow V_2 - V_1 = \frac{U_2 - U_1}{q}$$

نکته:

در روابط بالا، q با علامت در رابطه قرار می گیرد.

(۵) فارغ از نوع باری که در حال جابه جایی است، با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می یابد و برعکس.

(۶) با حرکت در راستای عمود بر میدان الکتریکی، هم انرژی پتانسیل الکتریکی و هم پتانسیل الکتریکی نقاط میدان، ثابت خواهد بود، یعنی در شکل مقابل می توان نوشت:



$$A \rightarrow B: V_B < V_A \rightarrow V_B - V_A < 0 \rightarrow \Delta V_E < 0$$

$$B \rightarrow C: V_B = V_C \rightarrow V_C - V_B = 0 \rightarrow \Delta V_E = 0 \rightarrow \Delta U_E = 0$$

(۷) کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی بار q، قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن بار است، یعنی:

$$\Delta U_E = -W_E$$

نکته:

با توجه به رابطه اخیر، در رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ ، به جای ΔU_E می‌توان از $(-W_E)$ استفاده کرد.

سراسری ریاضی ۹۴

درون یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی $q = +2 \mu C$ از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروی الکتریکی در این انتقال، برابر $5 \times 10^{-5} J$ باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چند ژول است و $V_B - V_A$ برابر با چند ولت است؟

(۱) -5×10^{-5} و -25 (۲) -5×10^{-5} و $+25$

(۳) -5×10^{-5} و $+25$ (۴) $+5 \times 10^{-5}$ و $+25$

پاسخ: گزینه ۱

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q برابر است با:

$$\Delta U = -W_{\text{میدان}} = -5 \times 10^{-5} J$$

با توجه به رابطه زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{q=+2 \times 10^{-6} C} \Delta V = \frac{-5 \times 10^{-5}}{+2 \times 10^{-6}} = -25 V \rightarrow V_B - V_A = -25 V$$

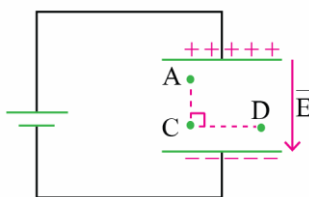
تذکر: اگر در مثال بالا، $V_A = 4 V$ داده می‌شد، می‌توانستیم پتانسیل نقطه B را به صورت زیر حساب کنیم:

$$V_B - V_A = -25 \rightarrow V_B - 4 = -25 \rightarrow V_B = -21 V$$

پاسخ تشریحی:

گام (۱) اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه برابر می‌شود با:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{400}{0.02} = 20000 \frac{N}{C}$$



گام (۲) با توجه به شکل مقابل، صفحه بالایی دارای بار مثبت و صفحه پایینی دارای بار منفی است (به علامت پایانه‌های مولد توجه کنید)، پس میدان الکتریکی از بالا به پایین است، در نتیجه، اولاً، $\Delta U_{CD} = 0$ (چون مسیر CD بر خطوط میدان الکتریکی عمود است)، دوماً، در حرکت از A تا C، زاویه نیروی الکتریکی و جابه‌جایی $\theta = 180^\circ$ است،

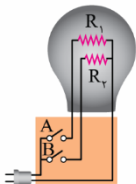
پس با توجه به اینکه $d_{AC} = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \text{ cm}$ است، می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{ACD} = \Delta U_{AC} = -|q|Ed_{AC} \cdot \cos 180^\circ = -(3 \times 10^{-8}) \times 20000 \times 0.09 \times (-1) = +5.4 \times 10^{-6} J = 5.4 \mu J$$

تذکر: از اینکه بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است پس $\Delta U > 0$ بوده و از همان ابتدا دو گزینه قابل حذف کردن بود.

گروه آموزشی ماز

۴۴- در لامپ ۳ راهه مقابل، $R_1 = 2R_2$ است. اگر لامپ را به ولتاژ $220 V$ وصل کنیم و بیشترین توان مصرفی این لامپ $\frac{440}{3}$ وات باشد، R_2 چند اهم است؟



(۱) 880

(۲) 220

(۳) 440

(۴) 110

پاسخ: گزینه ۳ (۱۱۰۲ - متوسط - مسأله)

توان و انرژی مصرفی در مقاومت‌ها

(۱) توان مصرفی در مقاومت‌ها از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$P = \frac{V^2}{R} = RI^2 = VI$$

(۲) چون $\left(\text{انرژی} = \frac{\text{توان}}{\text{زمان}} \right)$ است، انرژی مصرفی در مقاومت‌ها، در مدت زمان t ، برابر است با:

$$U = \frac{V^2}{R} t = RI^2 t = VIt$$

۳) برای مقایسه توان مصرفی در مقاومت‌ها، در حالت موازی از رابطه $\frac{V^2}{R}$ و در حالت متوالی یا مختلط از رابطه RI^2 استفاده شود.

پاسخ: تشریحی

گام ۱) با توجه به اینکه ولتاژ اعمالی برابر با ۲۲۰ ولت و ثابت است، بیشترین توان مصرفی لامپ در حالتی رخ می‌دهد که مقاومت لامپ، کمترین مقدار باشد و کمترین مقدار مقاومت لامپ در حالتی رخ می‌دهد که هر دو مقاومت، به صورت موازی، در مدار قرار گیرند، در این حالت مقاومت معادل برابر می‌شود با:

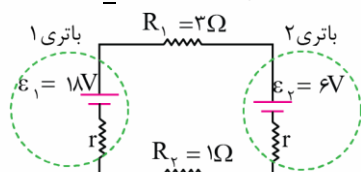
$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \xrightarrow{R_1 = 3R_2} R_{eq} = \frac{3R_2 \times R_2}{3R_2 + R_2} = \frac{3R_2^2}{4R_2} = \frac{3}{4}R_2 \rightarrow R_{min} = \frac{3}{4}R_2$$

گام ۲) توان مصرفی بیشینه برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V=\text{ثابت}} P_{max} = \frac{V^2}{R_{min}} \rightarrow \frac{440}{3} = \frac{220^2}{\frac{3}{4}R_2} \rightarrow \frac{440 \cdot R_2}{4} = 220 \times 220 \rightarrow R_2 = 440 \Omega$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- در مدار مقابل، اگر در مدت ۴ ثانیه، انرژی مصرف شده در مقاومت R_1 ، ۴۸ ژول باشد، توان خروجی باتری ۱ چند برابر توان ورودی باتری ۲ خواهد بود؟



- ۲ (۱)
۱ (۲)
۴ (۳)
۳ (۴)

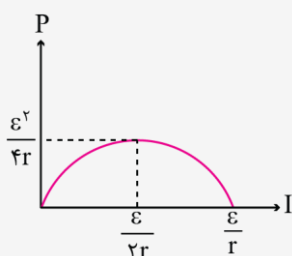
پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۲ - متوسط - محاسباتی)

توان در مولدها

مولد محرکه: اگر جریان مدار از پایانه مثبت مولد خارج شود، مولد را محرکه گویند.
مولد ضدمحرکه: اگر جریان مدار از پایانه منفی مولد خارج شود، مولد را ضدمحرکه گویند.
اختلاف پتانسیل و انواع توان در دو مولد بصورت زیر است:

انواع ولتاژ و توان	اختلاف پتانسیل مولد	افت پتانسیل	توان تولیدی	توان تلف شده	توان مفید (خروجی)	توان ورودی
مولد محرکه	$V = \varepsilon - rI$	rI	εI	rI^2	$P = \varepsilon I - rI^2$	ندارد
مولد ضدمحرکه	$V = \varepsilon + rI$	rI	εI	rI^2	ندارد	$P = \varepsilon I + rI^2$

نمودار توان مفید مولد بر حسب جریان



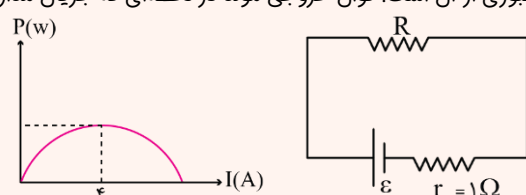
در مولد محرکه، چون توان مفید (خروجی) مولد برابر با $P = \varepsilon I - rI^2$ است، نمودار $(P - I)$ بصورت سهمی مقابل است: نکات مهم نمودار:

۱) به ازای $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ ، توان مفید (خروجی) مولد، بیشینه و برابر با $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

۲) به ازای $I_{max} = \frac{\varepsilon}{r}$ و $I = 0$ ، توان مفید مولد صفر است.

مثال:

شکل سمت چپ، نمودار توان خروجی مولد استفاده شده در مدار سمت راست، بر حسب جریان عبوری از آن است. توان خروجی مولد در لحظه‌ای که جریان مدار ۲A است، چند وات است؟



- ۱)
۲)
۳)
۴)
پاسخ: گزینه ۱

با توجه به مدار رسم شده، $r = 1\Omega$ است و با توجه به نمودار داده شده، $\frac{\varepsilon}{r} = 4$ است پس:

$$\frac{\varepsilon}{r} = 4 \rightarrow \varepsilon = 4V$$

حال می توان معادله توان مفید بر حسب جریان را تشکیل داد و توان به ازای $I = 2A$ را حساب کرد:

$$P = \varepsilon I - rI^2 = 8I - I^2 \rightarrow P_{(I=2A)} = 8 \times 2 - 1 \times 2^2 = 16 - 4 = 12W$$

پاسخ تشریحی:

گام (۱) با توجه به انرژی مصرفی در مقاومت R_1 ، جریان مدار به دست می آید:

$$U_1 = R_1 I^2 t_1 \rightarrow 48 = 3 \times I^2 \times 4 \rightarrow I = 2A$$

گام (۲) حال می توان از رابطه جریان در مدار تک حلقه، اندازه مقاومت های درونی را حساب کرد:

$$\frac{\varepsilon_1 > \varepsilon_2}{r_1 = r_2 = r} \rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{(R_1 + R_2) + (r + r)} \rightarrow 2 = \frac{18 - 6}{(3 + 1) + 2r} \rightarrow r = 1\Omega$$

گام (۳) چون $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است پس مولد ۱ محرکه بوده و دارای توان خروجی است و مولد ۲، ضد محرکه (مصرف کننده) بوده و دارای توان ورودی است؛ هر یک را حساب می کنیم:

$$P_1 = \varepsilon_1 I - rI^2 = 18 \times 2 - (1)(2)^2 = 36 - 4 = 32W$$

$$P_2 = \varepsilon_2 I + rI^2 = 6 \times 2 + (1)(2)^2 = 12 + 4 = 16W$$

گام (۴) محاسبه نسبت خواسته شده:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{32}{16} = 2$$

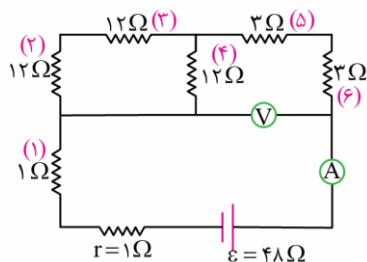
گروه آموزشی ماز

۴۶- در مدار مقابل، ولت سنسج و آمپرسنج ایده آل هستند. ولت سنسج چند ولت را نشان می دهد؟

- (۱) ۲۱
- (۲) ۳۶
- (۳) ۴۲
- (۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۳ (۱۱۰۲ - متوسط - محاسباتی)

پاسخ تشریحی:



گام (۱) مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می شود. $(R_3$ و R_2) و $(R_4$ و R_5) متوالی اند. معادل R_2 و R_3 (یعنی R_{23}) با R_4 موازی اند و معادل آن ها (یعنی R_{234}) با معادل R_5 و R_6 (یعنی R_{56}) و R_1 متوالی اند. پس مقاومت معادل مدار $R_{eq} = 15\Omega$ است.

گام (۲) حال می توان جریان کل مدار را به دست آورد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{48}{15 + 1} = 3A$$

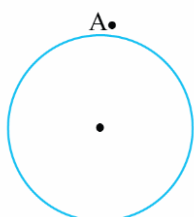
گام (۳) اگر دقت کنید متوجه می شوید که ولت سنسج، مجموع ولتاژ R_2 تا R_6 را نشان می دهد، پس مقدار آن برابر است با:

$$V = R_{23456} \times I_{کل} = 14 \times 3 = 42V$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در شکل مقابل، اگر جهت میدان مغناطیسی ناشی از حلقه حامل جریان در نقطه A برون سو باشد، به ترتیب از راست به چپ، جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه و جهت جریان در حلقه، کدام است؟

- (۱) درون سو - ساعتگرد
- (۲) برون سو - ساعتگرد
- (۳) درون سو - پادساعتگرد
- (۴) برون سو - پادساعتگرد



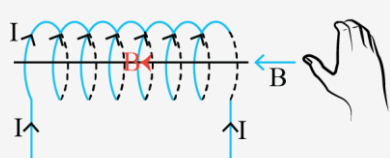
پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۳ - ساده - مفهومی)



جهت میدان مغناطیسی در پیچه (حلقه) و سیملوله

جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه (یا پیچه) با قاعده دست راست به دست می آید، به این صورت که اگر مانند شکل مقابل، چهار انگشت خمیده دست راست را روی جریان حلقه (یا پیچه) قرار دهیم، انگشت شست به سادگی، جهت میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه نشان می دهد.

نکته: جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه یا پیچه حامل جریان، قرینه جهت میدان مغناطیسی در بیرون حلقه یا پیچه است.
نکته: میدان مغناطیسی سیملوله نیز دقیقاً با روش بالا تعیین می شود. فقط دقت کنید که در مورد سیملوله، انگشت شست، جهت میدان مغناطیسی را در راستای محور سیملوله مشخص می کند.

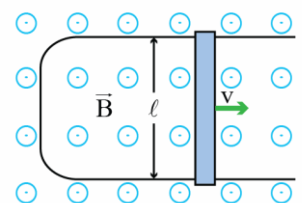


پاسخ تشریحی:

گام (۱) چون میدان مغناطیسی بیرون از حلقه، برون سو است، پس میدان مغناطیسی در مرکز حلقه درون سو است.
گام (۲) با توجه به قاعده دست راست برای حلقه، جهت جریان باید ساعتگرد باشد تا جهت میدان در مرکز درون سو شود.

گروه آموزشی ماز

۴۸- در شکل مقابل، در مسیر رسانایی، میله ای فلزی به طول ۲۰ cm با تندی $20 \frac{m}{s}$ به سمت راست در حرکت است. اگر اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت ۳۰۰ گاوس باشد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط (بر حسب ولت) و جهت جریان القایی کدام است؟

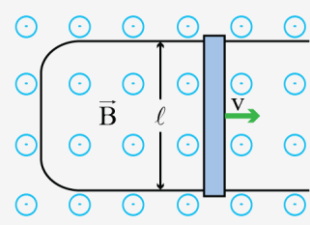


- (۱) ۰/۲۴ ساعتگرد
- (۲) ۰/۲۴ پادساعتگرد
- (۳) ۰/۱۲ ساعتگرد
- (۴) ۰/۱۲ پادساعتگرد

پاسخ: گزینه ۳ (۱۱۰۳ - ساده - مفهومی و محاسباتی)

نیرو محرکه القایی در میدان مغناطیسی

(۱) مسیر رسانای L شکلی (مانند شکل مقابل) در نظر بگیرید. اگر میدان مغناطیسی یکنواختی در محل برقرار باشد و میله ای رسانا، با تندی ثابت روی این مسیر ریلی شکل حرکت کند، در مسیر بسته، نیروی محرکه ای القا می شود. دکه از رابطه مقابل می توان مقدار آن را حساب کرد:
 $\bar{\epsilon} = -Bv\ell$
در این رابطه، $\bar{\epsilon}$ ، نیروی محرکه القایی، B، اندازه میدان مغناطیسی، v، تندی حرکت میله و ℓ طول میله است.



نکات طلایی

نکته: در مسیر بسته، جریان القایی نیز خواهیم داشت که برابر است با:

$$\bar{I} = \frac{\bar{\epsilon}}{R} \rightarrow \bar{I} = -\frac{Bv\ell}{R}$$

نکته: اگر فقط اندازه $\bar{\epsilon}$ و $\bar{I}$ مدنظر باشد، می توانیم علامت منفی را از روابط گفته شده حذف کنیم.
نکته: جهت جریان القایی در این حالت همچنان با قانون لنز به دست می آید.
نکته: اگر مسیر رسانای L شکل وجود نداشته باشد و میله به تنهایی در میدان مغناطیسی یکنواخت حرکت کند، باز هم نیروی محرکه القایی در دو سر میله به وجود خواهد آمد و مقدار آن از همان رابطه $\bar{\epsilon} = -Bv\ell$ قابل محاسبه است.

پاسخ تشریحی:

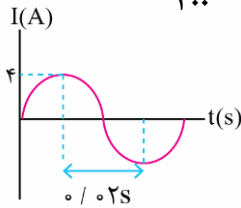
گام (۱) با توجه به رابطه گفته شده در درسنامه، نیروی محرکه القایی متوسط برابر می شود با:

$$|\bar{\epsilon}| = Bv\ell = (300 \times 10^{-4}) \times 20 \times 0.2 = 0.12V$$

گام (۲) چون میله به سمت راست حرکت می کند، با توجه به شکل، شار عبوری افزایش می یابد، در نتیجه میدان القایی در خلاف جهت میدان اصلی، یعنی درون سو خواهد بود، پس با توجه به قاعده دست راست و جهت میدان القایی، جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۹- نمودار جریان متناوب گذرنده از یک مقاومت برحسب زمان، به صورت مقابل است. جریان عبوری از این مقاومت در لحظه $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ چند آمپر است؟



- (۱) ۲
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) 0.6

پاسخ: گزینه ۱ (۱۱۰۳- متوسط - محاسباتی)

جریان متناوب

با چرخش حلقه (با سرعت ثابت) جریان متناوب قابل تولید است. در حالتی که سرعت چرخش حلقه ثابت باشد، کمیت‌های زیر قابل تعریف است: دوره (T): مدت زمانی که طول می‌کشد تا حلقه یک دور کامل بچرخد. یکای دوره (T)، ثانیه (s) است.

بسامد (f): تعداد چرخش‌های حلقه در مدت یک ثانیه را بسامد گویند و با نماد f نمایش می‌دهند. یکای بسامد، $\frac{1}{\text{ثانیه}}$ است که به آن هرتز (Hz) گویند.

ارتباط بسامد و دوره: دوره و بسامد چرخش حلقه، عکس یکدیگر هستند، یعنی:

$$T = \frac{1}{f}$$

تعداد چرخش‌های کامل حلقه در مدت t را با n نمایش می‌دهند و از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$n = \frac{t}{T} = t \cdot f$$

رابطه شار مغناطیسی عبوری در جریان متناوب:

$$\phi = \phi_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

در رابطه بالا، ϕ_m ، شار بیشینه (یعنی AB) است.

رابطه نیروی محرکه القایی در جریان متناوب:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

در رابطه بالا، ε_m ، نیروی محرکه القایی بیشینه است.

رابطه جریان القایی در جریان متناوب:

$$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} \rightarrow I = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \rightarrow I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

در رابطه بالا، I_m ، جریان القایی بیشینه است که برابر با $\frac{\varepsilon_m}{R}$ نیز هست.

نکته ریاضی:

در محاسبات مربوط به جریان متناوب بهتر است اتحاد مثلثاتی زیر را بخاطر داشته باشید:

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad , \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

مثال

حاصل $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ را به دست آورید.

پاسخ:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گام (۱) با توجه به نمودار داده شده، مدت زمان نصف دوره برابر با 0.1 s است، پس:

$$\frac{T}{2} = 0.1 \rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

گام (۲) معادله جریان برحسب زمان را تشکیل می‌دهیم و لحظه $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ را در آن جاگذاری می‌کنیم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{0.2} t\right) = 4 \sin(5\pi t)$$

$$\rightarrow I\left(\frac{1}{3} \text{ s}\right) = 4 \sin\left(5\pi \times \frac{1}{3}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ A}$$

- ۵۰- از یک شیلنگ آب با آهنگ $18 \frac{\text{Lit}}{\text{min}}$ خارج می شود. مخزنی خالی به حجم 1200 cm^3 توسط این شیلنگ در چند ثانیه پر می شود؟
- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۲ - ساده - مفهومی و محاسباتی)

آهنگ تغییر

تغییر هر کمیت نسبت به زمان را آهنگ آن تغییر می نامیم. به عنوان مثال، اگر ارتفاع گیاهی در هر روز 2 cm افزایش یابد، آهنگ تغییر ارتفاع گیاه $2 \frac{\text{cm}}{\text{day}}$ است. کتاب درسی:

گیاهی در مدت 14 روز $3/7$ متر رشد می کند. آهنگ رشد این گیاه چند میکرومتر بر ثانیه است؟

پاسخ: از روش زنجیره ای برای تبدیل یکا استفاده می کنیم، دقت کنید که یک روز، 86400 ثانیه است، پس:

$$\frac{3/7 \text{ m}}{14 \text{ day}} \times \frac{1 \text{ day}}{86400 \text{ s}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} = 3/06 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

پاسخ تشریحی:

گام (۱) ابتدا آهنگ خروج آب از شیلنگ را برحسب $\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ به دست می آوریم:

$$18 \frac{\text{Lit}}{\text{min}} \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ Lit}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 300 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

گام (۲) مخزن در ابتدا خالی است و توسط شیلنگ در هر ثانیه 300 cm^3 آب وارد آن می شود، پس با یک تناسب ساده می توان پاسخ را به دست آورد:

زمان حجم

$$1 \text{ s} \quad 300 \text{ cm}^3 \rightarrow t = \frac{1200}{300} = 4 \text{ s}$$

$$t \quad 1200 \text{ cm}^3$$

گروه آموزشی ماز

- ۵۱- نقطه A در فاصله $1/5$ متری از سطح آزاد مایعی به چگالی ρ قرار دارد و فشار در آن 105 cmHg است. در چه عمقی از سطح آزاد مایع، فشار $1/5$ برابر فشار در نقطه A است؟ (فشار هوای محیط 75 cmHg است.)

(۱) $5/125$ (۲) $2/125$ (۳) $3/125$ (۴) $4/125$

پاسخ: گزینه ۴ (۱۰۰۲ - متوسط - محاسباتی)

فشار برحسب سانتی متر جیوه (cmHg)

فشار برحسب سانتی متر جیوه (cmHg) در واقع همان ارتفاع جیوه است، به عنوان مثال، فشار 20 cmHg برابر با 20 cmHg است!!

تبدیل فشار یک مایع به cmHg:

برای محاسبه فشار مایعی به ارتفاع h_1 و چگالی ρ_1 برحسب cmHg کافی است از تساوی مقابل استفاده کنیم:

$$\rho_1 h_1 = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}$$

در رابطه بالا، با محاسبه h_{Hg} ، فشار برحسب cmHg به دست می آید.

نکات طلایی

نکته: در رابطه $\rho_1 h_1 = \rho_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}$ ، لازم نیست حتماً یکاها در SI باشد ولی یکای کمیت های مشابه در دو طرف حتماً باید یکسان باشد.

نکته: فشار کل در نقطه ای از یک مایع، از رابطه $(P_{\text{کل}} = P_{\text{ای}} + P_{\text{ای}})$ به دست می آید. در این رابطه، تمام فشارها باید یکای مشابه داشته باشند.

مثال

فشار در عمق $7/5$ سانتی متری آب چند cmHg است؟ ($P_{\text{ای}} = 75 \text{ cmHg}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

پاسخ:

گام (۱) برای محاسبه فشار کل ابتدا باید فشار آب را به cmHg تبدیل کنیم:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 1 \times 7/5 = 13/5 \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{آب}} = 5 \text{ cmHg}$$

گام (۲) حال می توان نوشت:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{آب}} + P_{\text{ای}} = 5 \text{ cmHg} + 75 \text{ cmHg} = 80 \text{ cmHg}$$

نکته: منظور از فشار بدون پسوند، فشار کل است.

گام (۱) فشار در نقطه A برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{و}} + P_{\text{مایع}} \rightarrow 10 \text{ cmHg} = 75 \text{ cmHg} + P_{\text{مایع}} \rightarrow P_{\text{مایع}} = 30 \text{ cmHg}$$

پس فشار ۱/۵ متر از این مایع برابر با ۳۰ cmHg است.

گام (۲) در نقطه دوم، فشار ۱/۵ برابر فشار (کل) در نقطه A است، یعنی فشار کل در نقطه دوم برابر با $1/5 \times 10 = 157/5 \text{ cmHg}$ است، از این مقدار ۷۵ cmHg مربوط به فشار هوا است، پس فشار مایع در نقطه دوم $157/5 - 75 = 82/5 \text{ cmHg}$ است.

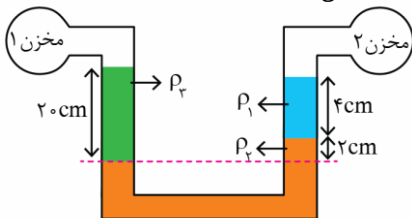
گام (۳) حال باید دید فشار چه ارتفاعی از مایع ۸۲/۵ cmHg می شود، با توجه به گام ۱، با تناسب می توان این ارتفاع را به دست آورد:

$$\begin{array}{ccc} \text{فشار مایع} & \text{ارتفاع مایع} & \\ 30 \text{ cmHg} & 1/5 \text{ m} & \\ \rightarrow h' = \frac{82/5 \times 1/5}{30} = 4/125 \text{ m} & & \\ h' & 82/5 \text{ cmHg} & \end{array}$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- در شکل مقابل، ۳ مایع مخلوط نشدنی در حال تعادل قرار دارند. اگر فشار پیمانه ای مخزن ۱ را با P_{g1} و فشار پیمانه ای مخزن ۲ را با P_{g2} نمایش دهیم،

$$\text{حاصل } P_{g2} - P_{g1} \text{ (بر حسب پاسکال) کدام است؟ } (P_1 = 2/4 \frac{g}{\text{cm}^3}, P_2 = 0/8 \frac{g}{\text{cm}^3}, P_3 = 1/2 \frac{g}{\text{cm}^3}) \text{ و } g = 10 \frac{N}{kg} \text{ است}$$



- (۱) +۱۲۸۰
- (۲) -۱۲۸۰
- (۳) ۲۱۴۰
- (۴) -۲۱۴۰

پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۲ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

فشار پیمانه ای در گازها

(۱) اختلاف فشار گاز با فشار هوا را فشار پیمانه ای گویند یعنی:

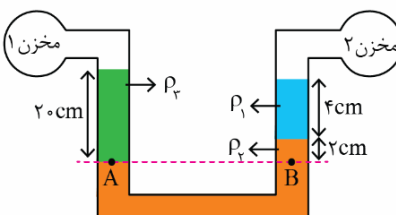
$$P_{\text{پیمانه ای}} = P_{\text{گاز}} - P_{\text{و}}$$

(۲) فشارسنج هایی که فشار هوای درون لاستیک را اندازه می گیرند، در واقع فشار پیمانه ای را اندازه می گیرند.

(۳) اگر $P_{\text{گاز}} > P_{\text{و}}$ → $P_{\text{پیمانه ای}} > 0$

اگر $P_{\text{گاز}} < P_{\text{و}}$ → $P_{\text{پیمانه ای}} < 0$

اگر $P_{\text{گاز}} = P_{\text{و}}$ → $P_{\text{پیمانه ای}} = 0$



گام (۱) در شکل مقابل، فشار دو نقطه A و B برابر است، اگر فشار گاز درون هر مخزن را با P_G نمایش دهیم، می توان نوشت:

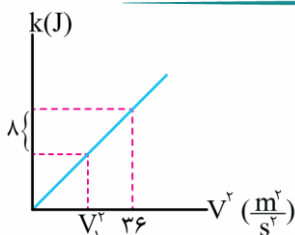
$$P_A = P_B \rightarrow \rho_3 g h_3 + P_{G1} = \rho_2 g h_2 + \rho_1 g h_1 + P_{G2}$$

$$\rightarrow 1200 \times 10 \times 2/4 + P_{G1} = 800 \times 10 \times 0/2 + 2400 \times 10 \times 0/4 + P_{G2} \rightarrow P_{G2} - P_{G1} = +1280 \text{ Pa}$$

گام (۲) با توجه به رابطه فشار پیمانه ای ($P_G - P_{\text{و}} = P_{\text{پیمانه ای}}$)، در رابطه بالا، می توان نوشت:

$$(P_{G2} - P_{\text{و}}) - (P_{G1} - P_{\text{و}}) = +1280 \text{ Pa} \rightarrow P_{G2} - P_{G1} = +1280 \text{ Pa}$$

گروه آموزشی ماز



۵۳- نمودار انرژی جنبشی بر حسب مربع تندی جسمی به جرم ۴ kg به صورت مقابل است. v_1 چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$
- (۲) $4\sqrt{2}$
- (۳) $5\sqrt{2}$
- (۴) $6\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۲ (۱۰۰۵ - ساده - نموداری و محاسباتی)

انرژی جنبشی و تغییر انرژی جنبشی



✓ انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می آید.

✓ تغییر انرژی جنبشی از رابطه $K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$ به دست می آید.

✓ برای آنکه انرژی جنبشی یا تغییر انرژی جنبشی بر حسب ژول (J) باشد، باید جرم بر حسب کیلوگرم (kg) و تندى ها بر حسب متر بر ثانيه $(\frac{m}{s})$ باشد.

پاسخ تشریحی:

طبق نمودار وقتی توان دوم تندى از X به ۳۶ می رسد، انرژی جنبشی جسم ۸J افزایش می یابد، یعنی:

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times 4 \times (36 - v_1^2) \rightarrow v_1^2 = 32 \rightarrow v_1 = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- گلوله ای به جرم ۱۰۰ گرم از ارتفاعی نسبت به سطح زمین با تندى $2 \frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می شود. اگر تا رسیدن گلوله به زمین نیروی مقاومت هوا به اندازه ۲J روی گلوله کار انجام دهد، گلوله با انرژی جنبشی ۸/۲J به زمین برخورد می کند. ارتفاع پرتاب گلوله نسبت به سطح

زمین چند متر بوده است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۸ (۴)

۵ (۳)

۱۰ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (۱۰۰۵ - متوسط - مفهومی)

انرژی درونی و مکانیکی



(۱) اگر در مسیر حرکت جسم نیروهای تلف کننده انرژی (مثل مقاومت هوا یا اصطکاک جنبشی) وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی جسم پایسته خواهد بود، در این حالت داریم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

(۲) اگر در مسیر حرکت جسم نیروهای تلف کننده انرژی وجود داشته باشد، انرژی مکانیکی جسم کاهش می یابد، در این حالت داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f \rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f$$

نکته: کار نیروهای تلف کننده (مثل مقاومت هوا) منفی است.



پاسخ تشریحی:

گام (۱) تغییر انرژی مکانیکی گلوله بین نقطه پرتاب و سطح زمین برابر است با:

$$E_2 - E_1 = W_f \rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f \rightarrow (K_2 + 0) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1) = W_f$$

$$\frac{|W_f| = 2J \rightarrow W_f = -2J}{K_1 = 8/2J, v_1 = 2 \frac{m}{s}} \rightarrow (8/2) - (\frac{1}{2} \times 0.1 \times (2)^2 + 0.1 \times 10 \times h_1) = -2 \rightarrow h_1 = 1.0m$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- دمای جسمی از $20^\circ C$ به $60^\circ C$ افزایش می یابد، به ترتیب از راست به چپ تغییر دما و دمای ثانویه جسم بر حسب فارنهایت کدام است؟

۱۴۰، ۶۸ (۴)

۱۳۲، ۷۲ (۳)

۱۳۲، ۶۸ (۲)

۱۴۰، ۷۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۵ - متوسط - محاسباتی)

ارتباط دما بر حسب سلسیوس بایکای فارنهایت و کلونین



اگر دما بر حسب سلسیوس، فارنهایت و کلونین را به ترتیب با نماد θ ، T و F نشان دهیم، می توان گفت:

(۱) رابطه دما بر حسب سلسیوس و کلونین:

$$T = \theta + 273, \Delta T = \Delta \theta$$

(۲) رابطه دما بر حسب سلسیوس و فارنهایت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32, \Delta F = \frac{9}{5}\Delta \theta$$

گام (۱) تغییر دمای جسم برحسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 60 - 20 = 40^\circ\text{C}$$

پس تغییر دما برحسب درجه فارنهایت برابر می شود با:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta = \frac{9}{5} \times 40 = 72^\circ\text{F}$$

گام (۲) دمای ثانویه جسم 60°C است که برحسب درجه فارنهایت برابر می شود با:

$$F_2 = \frac{9}{5}\theta_2 + 32 = \frac{9}{5} \times 60 + 32 = 108 + 32 = 140^\circ\text{F}$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- در دمای ثابت، حباب هوایی از عمق آب دریاچه ای به سطح آن آمده و شعاع حباب ۲ برابر می شود. اگر فشار هوا در سطح آب 10^5Pa و چگالی آب

$$1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ باشد، عمق اولیه حباب چند متر است؟ } (g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۷۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (۱۰۰۵ - متوسط - مسأله)

قانون گازهای کامل (آرمانی)

(۱) اگر جرم یا تعداد مول مقدار مشخصی گاز کامل ثابت باشد و حالت گاز از (P_1, V_1, T_1) به (P_2, V_2, T_2) برسد، حاصل $\frac{PV}{T}$ در هر حالت ثابت خواهد بود، یعنی:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

(۲) در رابطه بالا، اگر کمیتی ثابت باشد، از طرفین رابطه حذف می شود، مثلاً در فرایند همدم، T از دو طرف حذف می شود.
(۳) یکای کمیت مشابه در دو طرف باید یکسان باشد، البته غیر از دمای مطلق که حتماً باید برحسب کلوین باشد، یکای P و V می تواند در SI نباشد.

مثال:

اگر فشار گاز کاملی را ۲۵ درصد افزایش داده و حجم آن را ۳۶ درصد کاهش دهیم، دمای مطلق آن چند درصد تغییر می کند؟

۲۵ (۴)

-۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

-۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام (۱)

$$P_2 = P_1 + \frac{25}{100}P_1 = \frac{5}{4}P_1, \quad V_2 = V_1 - \frac{36}{100}V_1 = \frac{64}{100}V_1$$

گام (۲)

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(\frac{5}{4}P_1)(\frac{64}{100}V_1)}{T_2} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4} \times \frac{64}{100} = \frac{4}{5}$$

گام (۳)

$$\text{درصد تغییر دما} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{5}T_1 - T_1}{T_1} \times 100 = -\frac{1}{5} \times 100 = -20\%$$

گام (۱) مشخصات حباب هوا در عمق و سطح آب را به ترتیب با اندیس ۱ و ۲ نمایش می دهیم. چون حباب، کروی است پس حجم آن از رابطه $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ به دست می آید، در نتیجه نسبت حجم حباب در دو حالت برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = 2^3 = 8 \rightarrow V_2 = 8V_1$$

گام (۲) فشار هوای درون حباب در عمق h برابر با فشار کل در این عمق است یعنی:

$$P_1 = \rho_1 g h_1 + P_0 = 1000 \times 10 \times h_1 + P_0 \rightarrow P_1 = 10^4 (10 + h) \text{Pa}$$

گام ۳) فشار هوای درون حباب وقتی حباب به سطح دریاچه می‌رسد برابر با فشار هوا است، یعنی:

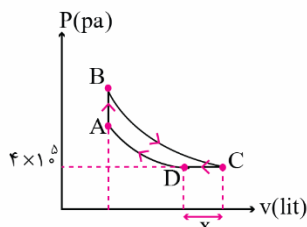
$$P_2 = P_1 = 1.0 \text{ Pa}$$

گام ۴) چون دما ثابت است، برای هوای درون حباب می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=T_2} 1.0 \times (1.0+h) \times V_1 = 1.0 \times V_2 \xrightarrow{V_2=8V_1} 1.0+h=8 \times 1.0 \rightarrow h=7.0 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- در چرخه مقابل که مربوط به مقدار معینی گاز کامل است، در فرایند AB، گاز ۱۰۰ ژول گرما از محیط می‌گیرد و در فرایند CD، ۱۸۰ ژول گرما به محیط می‌دهد. مقدار X در این نمودار کدام است؟ (فرایندهای DA و BC هم‌دما هستند)



- (۱) 2×10^{-4}
- (۲) 4×10^{-4}
- (۳) ۰/۲
- (۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه ۳ (۱۰۰۵ - سخت - نموداری و محاسباتی)

چند تعریف، رابطه و نکته مهم

(۱) قانون اول ترمودینامیک: طبق این قانون جمع جبری کار انجام شده روی گاز و گرمای مبادله شده برابر با تغییر انرژی درونی گاز است:

$$\Delta U = Q + W$$

نکته:

در ترمودینامیک کار محیط روی گاز را با W و کار گاز روی محیط را با W' نمایش می‌دهند و همواره داریم: $W = -W'$. تغییر انرژی درونی فقط تابع دمای مطلق گاز است، یعنی اگر $\Delta T > 0$ باشد آن‌گاه $\Delta U > 0$ است و برعکس و اگر $\Delta T = 0$ باشد، $\Delta U = 0$ است.

(۲) فرایند هم‌حجم: در این فرایند به دلیل ثابت بودن حجم گاز، کار انجام شده روی گاز صفر است ($W = 0$) و تغییر انرژی درونی گاز برابر با گرمای مبادله شده است؛ چون:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q$$

(۳) فرایند هم‌فشار: در این فرایند کار انجام شده روی گاز از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$W = -P\Delta V$$

نکته: در رابطه بالا، فشار برحسب پاسکال و تغییر حجم برحسب متر مکعب است. نکته: اگر اصطکاک پیستون و سیلندر ناچیز باشد، فرایند از نوع هم‌فشار است.

(۴) فرایند هم‌دما: چون در این فرایند دما ثابت، $\Delta T = 0$ بوده در نتیجه، $\Delta U = 0$ است یعنی در فرایند هم‌دما انرژی درونی ثابت است پس در این فرایند کار انجام شده روی گاز قرینه گرمای مبادله شده است.

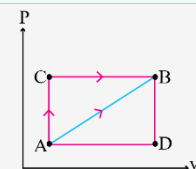
$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q = -W$$

(۵) فرایند بی‌دررو: در این فرایند گرمایی بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود ($Q = 0$) در نتیجه تغییر انرژی درونی گاز برابر با کار انجام شده روی گاز است:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$$

نکته: اگر سیلندر گاز کاملاً عایق‌بندی گرمایی شده باشد یا اگر فرایند مربوطه به سرعت انجام شود، فرایند بی‌دررو خواهد بود.

(۶) تغییر انرژی درونی گاز فقط به ابتدا و انتهای فرایند بستگی دارد، یعنی در شکل مقابل می‌توان نوشت:



$$\Delta U_{ACB} = \Delta U_{AB} = \Delta U_{ADB}$$

پاسخ تشریحی:

گام ۱) طبق گفته سؤال، $Q_{AB} = 100 \text{ J}$ و $Q_{CD} = -180 \text{ J}$ است. فرایند AB، هم‌حجم است، در نتیجه در این فرایند کار صفر است پس می‌توان گفت:

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + \overset{\text{صفر}}{W_{AB}} \rightarrow \Delta U_{AB} = 100 \text{ J}$$

گام ۲) چون دو فرایند BC و DA هم‌دما هستند، تغییر انرژی درونی در آن‌ها صفر است، از طرفی چون تغییر انرژی درونی در یک چرخه برابر صفر است، داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \rightarrow \Delta U_{AB} + \overset{\text{صفر}}{\Delta U_{BC}} + \Delta U_{CD} + \overset{\text{صفر}}{\Delta U_{DA}} = 0 \rightarrow \Delta U_{CD} = -\Delta U_{AB} = -100 \text{ J}$$

گام ۳) در فرایند CD، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می توان کار انجام شده روی گاز را حساب کرد:

$$\Delta U_{CD} = Q_{CD} + W_{CD} \xrightarrow{Q_{CD} = -180J} -100 = -180 + W_{CD} \rightarrow W_{CD} = +80J$$

گام ۴) چون فرایند CD، هم فشار است، داریم:

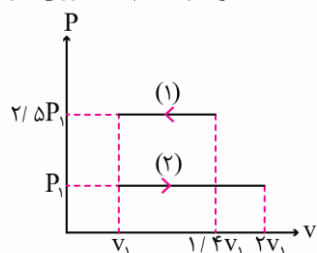
$$W_{CD} = -P\Delta V \rightarrow 80 = -4 \times 10^5 \times \Delta V \rightarrow \Delta V = -2 \times 10^{-3} m^3$$

گام آخر) در نمودار، یکای محور حجم، Lit است پس X در واقع اندازه تغییر حجم بر حسب لیتر است؛

$$x = |\Delta V| = 2 \times 10^{-3} m^3 = 2 Lit$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- نمودار فشار بر حسب حجم مقابل مربوط به مقدار معینی گاز کامل بوده که دو فرایند مستقل از یکدیگر را طی کرده است. اگر کار انجام شده روی گاز در فرایند (۱)، ۱۰۰ ژول باشد، کار انجام شده روی گاز در فرایند (۲)، چند ژول است؟



- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۲۰۰
- (۳) ۲۵۰
- (۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۱ (۱۰۰۵ - متوسط - مفهومی و محاسباتی)

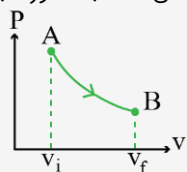
کار در فرایند هم فشار

(۱) در فرایند هم فشار کار محیط روی گاز از رابطه مقابل به دست می آید:

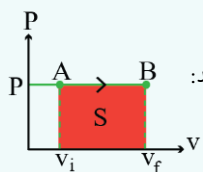
$$W = -P\Delta V = -P(V_f - V_i)$$

در این رابطه، P، فشار گاز بر حسب پاسکال و V_i و V_f به ترتیب حجم نهایی و حجم اولیه بر حسب متر مکعب (m^3) هستند.

(۲) مساحت زیر نمودار $P - V$ (فشار بر حسب حجم) در هر فرایندی برابر با اندازه کار انجام شده روی گاز است. برای تعیین علامت کار نیز کافی است به محور حجم (V) دقت کنیم، اگر حجم گاز افزایش یافته باشد، $W < 0$ و اگر حجم گاز کاهش یافته باشد $W > 0$ است. نمونه: در نمودار مقابل، چون $V_f > V_i$ است، $\Delta V > 0$ بوده در نتیجه $W < 0$ است.



تذکر:



چون در فرایند هم فشار، نمودار $P - V$ ، خط افقی است، در نتیجه از طریق مساحت زیر نمودار نیز می توان به رابطه $W = -P\Delta V$ رسید:

$$S_{AB} = |W| \rightarrow P(V_f - V_i) = |W| \rightarrow |W| = P\Delta V \xrightarrow{\Delta V > 0 \rightarrow W < 0} W = -P\Delta V$$

پاسخ تشریحی:

گام ۱) هر دو فرایند هم فشار هستند، در فرایند (۱)، کار انجام شده روی گاز برابر است با:

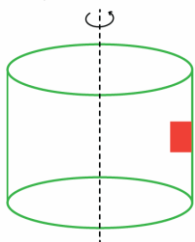
$$W = -P\Delta V \rightarrow W_1 = -(2/5 P_1)(V_1 - 1/4 V_1) \rightarrow 100 = -2/5 P_1 \times (-3/4 V_1) \rightarrow P_1 V_1 = 100J$$

گام ۲) در فرایند (۲) نیز کار انجام شده روی گاز برابر است با:

$$W = -P\Delta V \rightarrow W_2 = -P_1(2V_1 - V_1) = -P_1 V_1 = -100J$$

گروه آموزشی ماز

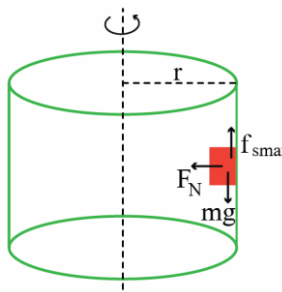
۵۹- مطابق شکل، جسمی به دیواره گردونه قائمی تکیه دارد. اگر شعاع گردونه ۴۵cm و ضریب اصطکاک ایستایی سطح آن ۰/۵ باشد، بیشترین دوره حرکت گردونه چند ثانیه باشد تا جسم سقوط نکند؟ ($\pi = 3$ ، $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۰/۹
- (۲) ۹
- (۳) ۱/۲
- (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۱ (۱۲۰۲ - سخت - مسئله)

طبق رابطه $T = \frac{2\pi r}{v}$ ، برای این که دوره تناوب حداکثر باشد باید تندی چرخش گردونه حداقل باشد ($T_{\max} = v_{\min}$)
با توجه به شکل مقابل، نیروی عمودی تکیه‌گاه در نقش عامل حرکت دایره‌ای است و برای این که تندی چرخش گردونه حداقل باشد باید جسم در آستانه سر خوردن باشد:



$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow f_{s\max} = mg \xrightarrow{f_{s\max} = \mu_s F_N} \mu_s F_N = mg$$

$$F_N = \frac{mg}{\mu_s}$$

$$F_{\text{net},x} = F_{\text{مرکز‌گرایی}} \rightarrow F_N = \frac{mv^2}{r}$$

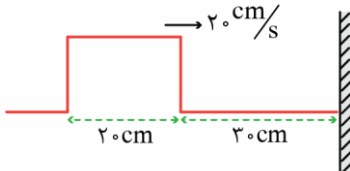
$$\left. \begin{aligned} F_N &= \frac{mg}{\mu_s} \\ F_N &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{mg}{\mu_s} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\rightarrow v^2 = \frac{rg}{\mu_s} \rightarrow v_{\min} = \sqrt{\frac{rg}{\mu_s}} \xrightarrow{r = 0.45\text{m}, \mu_s = 0.5} v_{\min} = \sqrt{\frac{0.45 \times 10}{0.5}} = \sqrt{9} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\min} = \frac{2\pi r}{T_{\max}} = \frac{2 \times 3 \times 0.45}{T_{\max}} \rightarrow 3 = \frac{2.7}{T_{\max}} \rightarrow T_{\max} = 0.9\text{s}$$

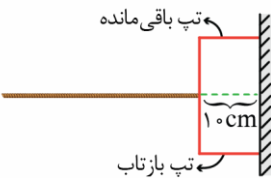
گروه آموزشی ماز

۶۰- شکل زیر، مربوط به یک تپ مستطیلی است که در مبدأ زمان با تندی $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ به انتهای بسته یک طناب نزدیک می‌شود. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، هیچ آشفته‌گی‌ای روی طناب مشاهده نمی‌شود و طناب کاملاً صاف و افقی می‌شود؟



- (۱) ۱/۵
(۲) ۲
(۳) ۲/۵
(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (۱۲۰۳ - ساده - مفهومی)

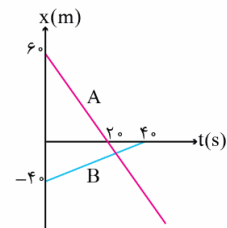


در لحظه‌ای که طناب کاملاً صاف و افقی می‌شود، باید تپ بازتاب و تپ باقی‌مانده، کاملاً قرینه هم باشند تا در اثر تداخل ویرانگر، آشفته‌گی روی طناب محو شود:

$$L = vt \rightarrow 40 = 20t \rightarrow t = 2\text{s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B، به صورت شکل مقابل است، متحرک B پس از ۴۰ ثانیه توقف می‌کند. چند ثانیه پس از این که دو متحرک به هم می‌رسند، فاصله دو متحرک از هم ۹۰ متر می‌شود؟



- (۱) $\frac{45}{2}$
(۲) $\frac{95}{2}$
(۳) ۲۵
(۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۱ - متوسط - مسأله)

حرکت با سرعت ثابت:

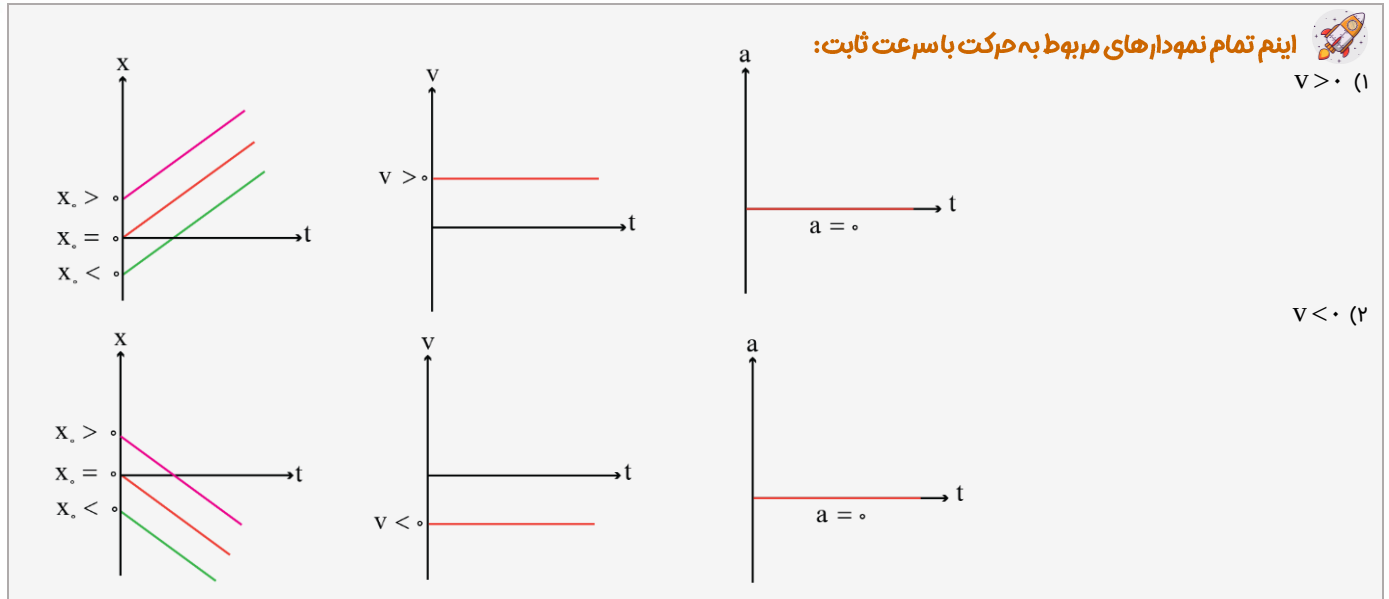
در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. شیب نمودار مکان - زمان متحرک در طول حرکت ثابت و در نتیجه سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است:

$$v = v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\text{اگر متحرک در } t_1 \text{ در } x_1 \text{ باشد و در لحظه } t_2 \text{ در } x_2 \text{ باشد}} x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) \rightarrow x = vt + x_1$$

$$\Delta x = \text{جابجایی (m)} \quad v = v_{\text{av}} = \text{سرعت (m/s)}$$

$$\Delta t = \text{بازه زمانی (s)} \quad x_1 = \text{مکان اولیه (m)}$$

معادله $x = vt + x_1$ را معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت می‌گویند.



پاسخ تشریحی:

$$v_A = A \text{ شیب نمودار } = -\frac{60}{20} = -3 \xrightarrow{x_{A,0} = 60 \text{ m}} x_A = v_A t + x_{A,0} = -3t + 60$$

$$v_B = B \text{ شیب نمودار } = \frac{40}{40} = 1 \xrightarrow{x_{B,0} = -40 \text{ m}} x_B = v_B t + x_{B,0} = t - 40$$

حالا لحظه هم مکانی دو متحرک را به دست می آوریم:

$$x_A = x_B \rightarrow -3t + 60 = t - 40 \rightarrow 4t = 100 \rightarrow t = 25 \text{ s}$$

متحرک B در لحظه $t = 40 \text{ s}$ متوقف شده است پس جابه جایی آن را از لحظه $t_1 = 25 \text{ s}$ تا $t_2 = 40 \text{ s}$ به دست می آوریم:

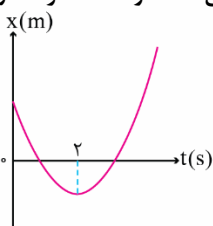
$$\Delta x_B = v_B \Delta t_B = 1 \times (40 - 25) = 15 \text{ m}$$

برای این که فاصله دو متحرک از هم ۹۰ متر شود، باید متحرک A هم از لحظه $t_1 = 25 \text{ s}$ به بعد به اندازه $90 - 15 = 75 \text{ m}$ جابه جا شود تا فاصله دو متحرک از هم بعد از لحظه هم مکانی، ۹۰ متر شود:

$$|\Delta x_A| = |v_A| \Delta t_A \rightarrow 75 = 3 \Delta t_A \rightarrow \Delta t_A = 25 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر خط مستقیم حرکت می کند، به صورت سهمی مقابل است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در ۸ ثانیه اول، ۱۵ متر باشد، سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱/۲۵

(۲) ۰/۷۵

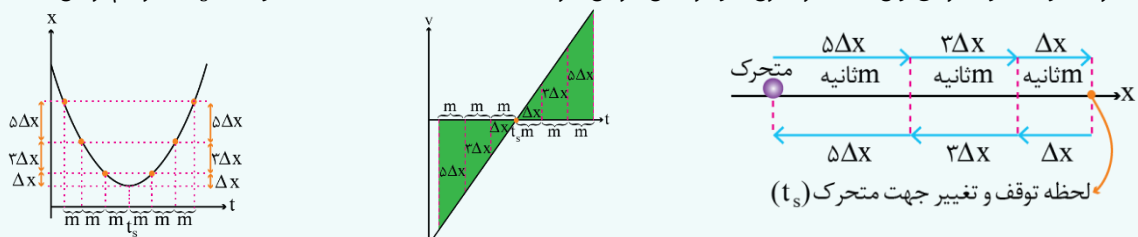
(۳) ۰/۷۵

(۴) ۱/۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۱ - متوسط - محاسباتی)

نکته:

یادتان هست که در حرکت با شتاب ثابت، جابه جایی متحرک در m ثانیه های متوالی، تشکیل دنباله حسابی با جمله اول $am^2 + mv$ و قدرنسبت am^2 می داد. از طرفی هم اگر سرعت اولیه متحرک صفر باشد، جابه جایی m ثانیه am^2 مضرب فردی $(1-2n)$ برابر از جابه جایی m ثانیه اول می شد. حالا اگر در لحظه متحرک متوقف شود نیز می توان به خاطر تئارن نمودار مکان - زمان حرکت شتاب ثابت، نسبت به لحظه توقف (t_s) ، باز هم از این نکته استفاده کرد:

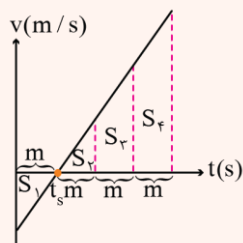


مثال:

متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می کند. اگر سرعت متحرک در لحظه $t = 0$ در خلاف جهت محور x باشد، بردار سرعت متوسط آن در ۸ ثانیه اول حرکت برابر $\vec{v}_{av} = \left(8 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$ و تندی متوسط متحرک در این بازه زمانی $10 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی جابه جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند متر است؟

۱۶ (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۰ (۴)

حل: با توجه به این که سرعت اولیه منفی بوده و در ۸ ثانیه اول حرکت، سرعت متوسط مثبت است پس می توان نتیجه گرفت که متحرک در شروع حرکت در خلاف جهت محور x جابه جا شده و پس از مدتی متوقف شده و تغییر جهت داده است و در لحظه $t = 8s$ در سمت راست مبدأ حرکت بوده:



$$\Delta x = v_{av} \Delta t = 8 \times 8 = 64 \text{ m}, \quad L = s_{av} \Delta t = 10 \times 8 = 80 \text{ m} \rightarrow L - \Delta x = 16 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} L &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \\ \Delta x &= -S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \end{aligned} \right\} \rightarrow L - \Delta x = 2S_1 = 16 \rightarrow S_1 = 8 \text{ m}$$

با توجه به تقارنی که در نکته بالا گفته شده، باید $S_2 = S_1 = 8 \text{ m}$ باشد:

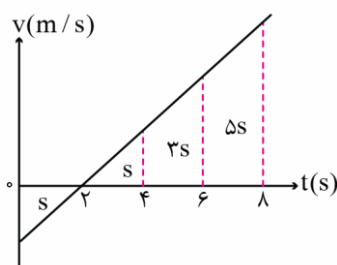
$$S_3 = 3S_2 = 3 \times 8 = 24 \text{ m}$$

$$S_4 = 5S_2 = 5 \times 8 = 40 \text{ m}$$

اگر $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ را به دست آورید همان 80 m می شود. پس باید داشته باشیم:

$$4m = 8 \rightarrow m = 2s \rightarrow t_s = 2s \xrightarrow{\text{جابه جایی ۲ ثانیه سوم}} S_3 = 24 \text{ m}$$

پاسخ تشریحی:



در لحظه $t = 2s$ متحرک متوقف شده و تغییر جهت داده است. به کمک نمودار سرعت - زمان داریم:

$$L = S + S + 3S + 5S = 10S \rightarrow 15 = 10S \rightarrow S = 1.5 \text{ m}$$

$$\Delta x = -S + S + 3S = 3S = 3 \times 1.5 = 4.5 \text{ m}$$

$$\rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.5}{6} = 0.75 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- متحرکی با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ بر روی یک مسیر مستقیم در حرکت است. این متحرک در قسمتی از حرکت خود، در مدت $30s$ به اندازه 600 m در جهت محور x جابه جا می شود. اگر سرعت متحرک در ابتدا و انتهای این بازه زمانی به ترتیب v_1 و v_2 باشد، کدام است؟

۱) ۵ ۲) $0/2$ ۳) $-0/2$ ۴) -5

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۱ - متوسط - محاسباتی)

رابطه مستقل از زمان

در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت، می توان رابطه ای یافت که در شکل ظاهری رابطه، زمان وجود ندارد؛ به همین علت آن را مستقل از زمان می نامیم. برای تعیین این رابطه، از رابطه مستقل از شتاب استفاده می کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t = \frac{v + v_0}{2} \times \frac{v - v_0}{a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

توجه: رابطه مستقل از زمان در حالت کلی به صورت زیر است:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

v_2 : سرعت جسم در مکان x_2

v_1 : سرعت جسم در مکان x_1

مثال:

سرعت متحرکی در مکان $x = 3 \text{ m}$ برابر $5 \frac{m}{s}$ است. اگر شتاب حرکت مقدار $1/1$ متر بر مربع ثانیه باشد، در چه مکانی بر حسب متر، سرعت متحرک $6 \frac{m}{s}$ است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۸

حل:

یکی از سؤالات قدیمی کنکوره، چقد اون موقع ها آسون تر بود

با توجه به رابطه مستقل از زمان داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \rightarrow 6^2 - 5^2 = 2 \times 1/1 \times (x_2 - 3) \rightarrow x_2 = 8m$$

پاسخ: گزینه ۴ درست است.

نکته:

در حرکت شتاب ثابت، معادله سرعت - زمان یک رابطه خطی است و به همین دلیل می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_2}{2} \quad \text{یا} \quad v_{av} = \frac{v + v_2}{2} \quad \text{در بازه زمانی صفر تا } t$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad \text{یا} \quad v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad \text{در بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_2$$

یعنی در حرکت شتاب ثابت، در یک بازه زمانی، سرعت متوسط متحرک برابر است با میانگین سرعت لحظه‌ای متحرک در ابتدا و انتهای بازه زمانی.

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط متحرک برابر با میانگین سرعت لحظه‌ای متحرک در ابتدا و انتهای بازه زمانی است:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow \frac{60}{30} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow v_1 + v_2 = 40 \frac{m}{s} \quad (1)$$

حالا به کمک معادله مستقل از زمان ادامه می‌دهیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2(2)(60) \rightarrow (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = 240 \rightarrow (1)$$

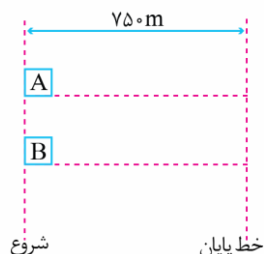
$$(v_2 - v_1)(40) = 240 \rightarrow v_2 - v_1 = 6 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} v_1 + v_2 = 40 \\ v_2 - v_1 = 6 \end{cases} \rightarrow 2v_2 = 46 \rightarrow v_2 = 23 \frac{m}{s}, v_1 = -1 \frac{m}{s} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{-1}{23} = -0.043$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- در شکل زیر، در مبدأ زمان، متحرک A با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ و با سرعت اولیه $20 \frac{m}{s}$ از خط شروع، عبور می‌کند و ۵ ثانیه بعد از آن، متحرک B از

حال سکون و با شتاب ثابت $8 \frac{m}{s^2}$ از این خط، شروع به حرکت می‌کند. تا رسیدن به خط پایان، حداکثر فاصله دو متحرک از هم چند متر می‌شود؟



(۱) ۳۵۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۶۰۰

(۴) ۴۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (۱۲۰۱ - سخت - مسأله)

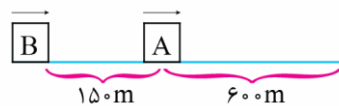
پاسخ تشریحی:

ساده‌ترین تحلیل این است که در مدت ۵ ثانیه، موقعیت و سرعت متحرک A را به دست آوریم و در ادامه، مسأله را به صورت همزمان بودن حرکت دو متحرک حل کنیم:

$$A: \Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{A0} t = \frac{1}{2} (4)(5)^2 + 20(5) = 50 + 100 = 150m$$

$$v_A = a_A t + v_{A0} = 4(5) + 20 = 40 \frac{m}{s}$$

حالا در شکل مقابل، فرض می‌کنیم دو متحرک هم‌زمان حرکت کرده‌اند.



$$v_{B0} = 0 \quad v_{A0} = 40 \frac{m}{s}$$

$$a_B = 8 \frac{m}{s^2} \quad a_A = 4 \frac{m}{s^2}$$

چون $v_A > v_B$ و $a_A < a_B$ است پس تا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر شود، فاصله آن‌ها از هم افزایش می‌یابد و پس از آن فاصله دو متحرک کاهش می‌یابد تا هم‌مکان شوند و متحرک B سبقت گرفته و دور شود:

$$v_A = v_B \rightarrow a_A t + v_{A0} = a_B t + v_{B0} \rightarrow 4t + 40 = 8t \rightarrow t = 10 \text{ s}$$

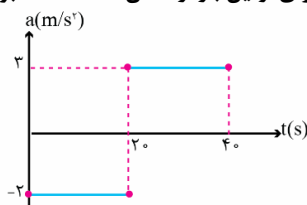
$$\Delta x_A = \frac{1}{2}(4)(10)^2 + 40(10) = 600 \text{ m}, \Delta x_B = \frac{1}{2}(8)(10)^2 = 400 \text{ m}$$

$$\text{حداکثر فاصله دو متحرک} = \Delta x_A - \Delta x_B + 150 = 600 - 400 + 150 = 350 \text{ m}$$

در این لحظه، متحرک A در خط پایان است و نیاز به ادامه تحلیل نیست.

گروه آموزشی ماز

۶۵- اگر نمودار شتاب-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه $t=0$ با سرعت اولیه $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برای اولین بار از مکان $x=4 \text{ m}$ عبور می‌کند، مطابق شکل زیر باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از $x=4 \text{ m}$ عبور می‌کند؟



$$20 \quad (2)$$

$$\frac{100}{3} \quad (4)$$

$$\frac{80}{3} \quad (1)$$

$$40 \quad (3)$$

(۱۴۰۱ - سخت - محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

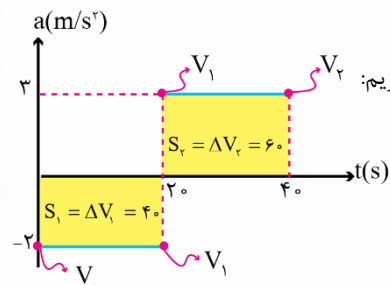
یادتان باشد که برای به دست آوردن جابه‌جایی کافیست مساحت قسمت‌هایی از نمودار را که زیر محور زمان قرار دارد را با علامت منفی جمع می‌زنیم.

$$\Delta x = S_1 - S_2$$

برای یافتن مسافت طی شده در آن بازه زمانی، باید همه مساحت‌ها را مثبت جمع کنیم:

$$\ell = S_1 + S_2$$

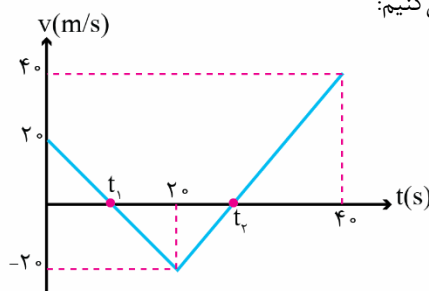
پاسخ تشریحی:



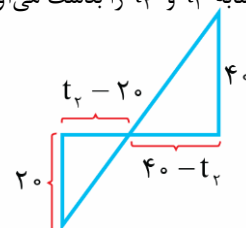
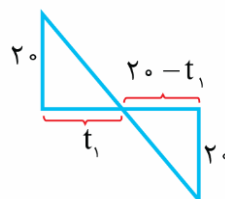
$$v_1 = v_0 + \Delta v_1 \rightarrow v_1 = 20 - 40 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = v_1 + \Delta v_2 \rightarrow v_2 = -20 + 60 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از روی نمودار a-t نمودار v-t متحرک را رسم می‌کنیم:



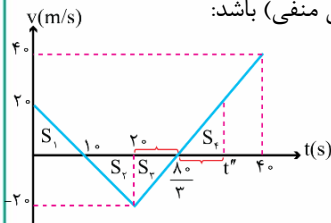
به کمک تشابه t_1 و t_2 را بدست می‌آوریم:



$$\frac{t_1}{20} = \frac{20 - t_1}{20} \rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

$$\frac{20}{t_2 - 20} = \frac{40}{40 - t_2} \rightarrow 40 - t_2 = 2t_2 - 40 \rightarrow 3t_2 = 80 \rightarrow t_2 = \frac{80}{3} \text{ s}$$

برای آن که متحرک مجدد به مکان اولیه خود برسد باید جابجایی متحرک صفر باشد برای این منظور چون سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جابجایی است باید سطح زیر نمودار در قسمت بالای محور زمان (جابجایی مثبت) برابر سطح زیر نمودار در قسمت پایین محور زمان (جابجایی منفی) باشد:



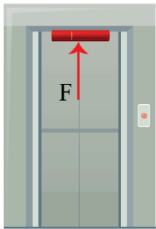
در لحظه $t = 20s$ برای دومین بار به $x = 4m$ رسیده $\rightarrow$ جابجایی در مدت ۰ تا ۲۰s صفر $S_1 = S_2 \rightarrow$

دو مثلث با مساحت های S_2 و S_4 هم نهشت با هم $S_3 = S_4 \rightarrow$

$$\frac{\frac{40}{3} - 20}{t'' - \frac{40}{3}} = \frac{20 - 0}{t'' - \frac{40}{3}} \rightarrow t'' - \frac{40}{3} = \frac{40}{3} - 20 \rightarrow t'' = \frac{100}{3} s$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- مطابق شکل زیر، کتابی با استفاده از نیروی F به سقف آسانسور فشار داده شده است. آسانسور با شتاب ثابت a از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت می کند و در ادامه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد و سرانجام با شتاب $a/8$ متوقف می شود. اگر نیرویی که از طرف سقف آسانسور در ابتدای حرکت و میانه مسیر بر کتاب وارد می شود به ترتیب ۵ و ۱۰ نیوتون باشد، مقدار این نیرو به هنگام توقف آسانسور چند نیوتون است؟

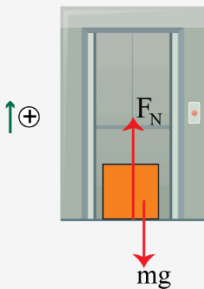


- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۲ - متوسط - محاسباتی)

نیروی عمودی سطح

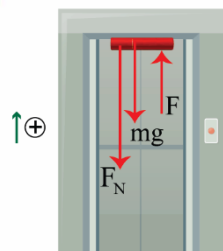
برای محاسبه نیروی عمودی سطح کافی است تا قانون دوم نیوتون را برای جسم موردنظر در راستایی که نیروی عمودی سطح بر آن وارد می شود، بنویسیم؛ به عنوان مثال در شکل زیر، آسانسور با شتاب ثابت a به سمت بالا در حرکت است و بنابراین نیرویی که از طرف کف آسانسور بر جسم به جرم m وارد می شود، برابر است با:



$$F_{net,y} = ma \rightarrow$$

$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma = m(g + a)$$

پایه تشریحی



گام اول: در شکل زیر، نیروهای وارد بر کتاب و جهت حرکت آسانسور مشخص شده است. اکنون کافی است که قانون دوم نیوتون را برای سه مرحله از حرکت آسانسور بنویسیم:

۱- آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت a به سمت بالا حرکت می کند؛ بنابراین حرکت تندشونده با شتاب $+a$ است:

$$F - mg - F_N = ma \rightarrow F - mg - 5 = ma \quad (I)$$

۲- آسانسور با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می دهد، بنابراین حرکت یکنواخت است و در نتیجه شتاب آن $a' = 0$ است:

$$F - mg - F'_N = ma' = m \times 0 = 0 \rightarrow F - mg - 10 = 0 \rightarrow F - mg = 10 \quad (II)$$

۳- آسانسور با شتاب ثابت $a/8$ در حال توقف است، بنابراین حرکت آن کندشونده با شتاب $a'' = -a/8$ است:

$$F - mg - F''_N = ma'' \rightarrow F - mg - F''_N = m(-a/8) \rightarrow F - mg - F''_N = -a/8 \quad (III)$$

گام دوم: از قرار دادن رابطه (II) در رابطه (I) داریم:

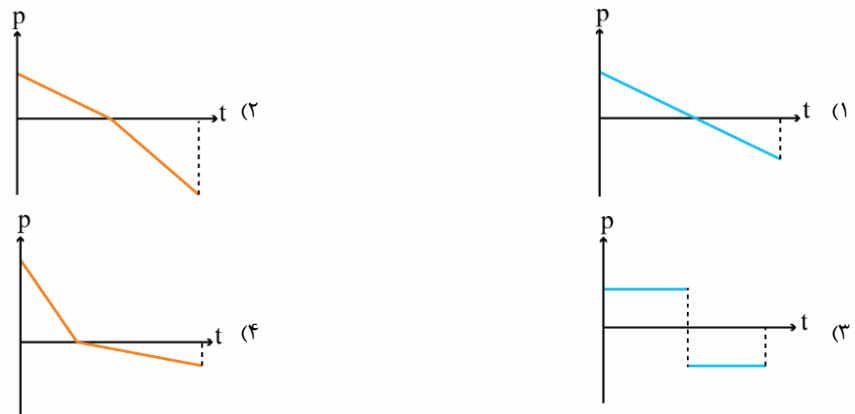
$$F - mg - 5 = ma \xrightarrow{(II)} 10 - 5 = ma \rightarrow ma = 5 \quad (IV)$$

در پایان با قرار دادن رابطه (II) و (IV) در رابطه (III) داریم:

$$F - mg - F''_N = -a/8 \xrightarrow{(II)} 10 - F''_N = -a/8 \xrightarrow{(IV)} 10 - F''_N = -5 \rightarrow F''_N = 15 N$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- گلوله‌ای در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر مقاومت هوا ثابت باشد و جهت مثبت را به سمت بالا در نظر بگیریم، کدام نمودار، تغییر تکانه جسم را از لحظه پرتاب حجم تا لحظه بازگشت آن به نقطه پرتاب درست نشان می‌دهد؟ (اندازه نیروی مقاومت هوا کمتر از نیروی وزن گلوله است).



پاسخ: گزینه ۴ (۱۳۰۲ - متوسط - محاسباتی)

پاسخ تشریحی:

هنگام بالا رفتن گلوله:

$$V \uparrow$$

$$F_{\text{net } y} = ma_y \rightarrow -f_D - mg = ma_y$$

$$\rightarrow a_y = -g(1 + \frac{f_D}{m})$$

هنگام پایین آمدن گلوله:

$$V \downarrow$$

$$F_{\text{net } y} = ma'_y \rightarrow f_D - mg = ma'_y$$

$$\rightarrow a'_y = -g(1 - \frac{f_D}{m}) \rightarrow |F_{\text{net } y}| > |F'_{\text{net } y}|$$

اندازه شتاب گلوله هنگام بالا رفتن، بیشتر از اندازه شتاب گلوله هنگام پایین آمدن است. پس گلوله در مدت زمان کمتری به بالاترین نقطه رسیده و در مدت زمان بیشتری به محل پرتاب برمی‌گردد:

✓ اندازه شیب نمودار $p-t$ در هنگام برگشت $>$ اندازه شیب نمودار $p-t$ در هنگام رفت

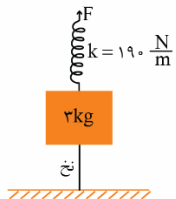
✓ مدت زمان برگشت $<$ مدت زمان رفت

← این شرایط در گزینه ۴ برقرار است.

گروه آموزشی ماز

۶۸- در شکل مقابل، حداکثر نیروی کششی که نخ می‌تواند تحمل کند، ۸ N است. حداکثر تغییر طول فنر چند سانتی‌متر می‌تواند باشد، بدون این که نخ

پاره شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- ۱۶ (۱)
- ۴ (۲)
- ۱۱ (۳)
- ۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (۱۳۰۲ - ساده - مسأله)

نیروی کشسانی فنر

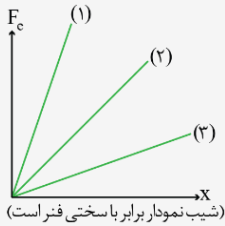
فنر قبلاً برای خودش برو و بیایی داشت ولی بعد از حذفیات کتاب درسی نظام جدید دیگه خیلی ساده شده...
فنر را چه از دو طرف بکشید و چه بفشارید، به دستان شما نیرو اثر می‌دهد. نیرویی که هدفش برگرداندن فنر به حالت عادی‌اش است. هرچه فنر کشیده‌تر یا فشرده‌تر شود، این نیرو هم بزرگ‌تر می‌شود؛ یعنی اندازه نیروی فنر با میزان تغییر طول آن رابطه مستقیم دارد.

در شکل اول، فنر نه کشیده شده و نه فشرده شده است؛ یعنی طول عادی دارد و جسم در نقطه تعادل است.
در شکل دوم، فنر کشیده شده و نیروی کشسانی رو به نقطه تعادل را به جسم وارد می‌کند.

در شکل سوم فنر فشرده شده است و نیروی کشسانی رو به نقطه تعادل به جسم وارد می‌کند.



برای بیشتر فنرها، با تقریب قابل قبولی می توان نوشت:



$$F_e = kx$$

k : ثابت فنر $\left(\frac{N}{m}\right)$

F_e : اندازه نیروی کشسانی فنر (N)

x : اندازه تغییر طول فنر از طول عادی اش (m)

$$k_1 > k_2 > k_3 \rightarrow \text{شیب (۱)} > \text{شیب (۲)} > \text{شیب (۳)}$$

برای فنر نرم و انعطاف پذیر، k عددی کوچک و برای فنر سخت، k عددی بزرگ است.

• ثابت فنر به ویژگی های فیزیکی خود فنر بستگی دارد و نه به نیرو یا تغییر طول فنر.

برای تبدیل این رابطه به رابطه برداری (قانون هوک) علامت منفی را لحاظ می کنیم. چون همواره نیروی فنر در خلاف جهت جابه جایی فنر از طول عادی اش است.

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

پاسخ تشریحی:



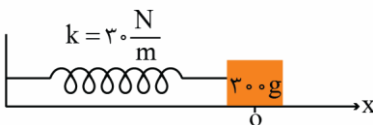
می خواهیم تغییر طول فنر حداکثر باشد پس باید نیروی فنر به بیشترین مقدار خود برسد، طوری که نخ در آستانه پاره شدن باشد یعنی نیروی کشش نخ نیز حداکثر شود:

$$F_{\text{net},y} = 0 \rightarrow F = T + mg = 8 + 30 = 38 \text{ N}$$

$$F = kx \rightarrow 38 = 190x \rightarrow x = \frac{38}{190} = 0.2 \text{ m} \rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- مطابق شکل، سامانه وزنه - فنری روی سطح افقی بدون اصطکاک در مبدأ مکان در حال تعادل قرار دارد. جسم را 20 cm به سمت راست کشیده و رها می کنیم به شکلی که جسم حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. هنگامی که بردار مکان جسم در SI به صورت $\vec{x} = -0.16\vec{i}$ است، بردار نیروی خالص وارد شده به جسم در SI کدام است؟



- (۱) $+4/8\vec{i}$
- (۲) $+0.48\vec{i}$
- (۳) $-4/8\vec{i}$
- (۴) $-0.48\vec{i}$

(۱۲۰۳ - ساده - مسأله)

پاسخ: گزینه ۱



فنر

طبق قانون هوک، نیروی وارد بر نوسانگر هماهنگ ساده در سامانه جرم فنر به صورت $\vec{F} = -k\vec{x}$ است که چون با حرکت یک بعدی سروکار داریم، می توانیم بنویسیم: $F = -kx$ که علامت منفی نشان دهنده این است که در مکان های مثبت، جهت نیرو در جهت منفی و در مکان های منفی، جهت نیرو در جهت مثبت است؛ یعنی جهت نیروی فنر همواره به سمت نقطه تعادل است. از طرفی نیروی فنر تنها نیروی مؤثر در حرکت است (نیروی خالص):

$$ma = -kx \rightarrow a = -\frac{k}{m}x \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} a = -\omega^2 x$$

این رابطه برای تمام نوسانگرهای هماهنگ ساده معتبر است.

پس برای نیروی خالص می توان نوشت:

$$F = -m\omega^2 x$$

پاسخ تشریحی:

گام (۱) نیروی فنر برابر است با: $F = kx = 30 \times 0.16 = 4.8 \text{ N}$

گام (۲) چون در حرکت نوسانی ساده، نیروی فنر همواره رو به مرکز نوسان است و چون جسم در مکان های منفی قرار دارد، پس نیروی فنر در جهت مثبت محور x است یعنی: $\vec{F}_e = 4.8\vec{i}$

گروه آموزشی ماز

۷۰- آهنگ متوسطی که از انرژی موج صوتی به طور عمود به دیواری با ابعاد $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ می رسد، چند وات باشد تا شدت صوت $45 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ شود؟

(۴) ۱۳۵

(۳) ۱۸۰

(۲) ۵۴۰

(۱) ۳/۷۵

(۱۲۰۳ - ساده - محاسباتی)

پاسخ: گزینه ۲

صوت



شدت صوت (I) آهنگ متوسط انرژی است که به واحد سطح می‌رسد. اگر صوت به‌طور عمودی به سطح A برسد، I از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow P = IA$$

شدت صوت برای موجی که به‌صورت کروی منتشر می‌شود، در فاصله r از یک منبع با توان P به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

بنابراین شدت صوت با مربع فاصله از چشمه صوت رابطه عکس دارد.

شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد موج رابطه مستقیم دارد.

$$I \propto A^2 f^2$$

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1} \propto \frac{f_2}{f_1} \propto \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

پاسخ تشریحی:

شدت یک موج صوتی برابر آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow P = IA = 45 \times 3 \times 4 = 540 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- آونگ ساده‌ای به طول L بر روی سطح زمین با دوره تناوب T در حال نوسان است. اگر طول آونگ را ۷۵ درصد کاهش دهیم و به ارتفاع h از سطح زمین منتقل کنیم، دوره تناوب آن ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. ارتفاع h چند برابر شعاع زمین است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (۱۳۰۳ - متوسط - محاسباتی)

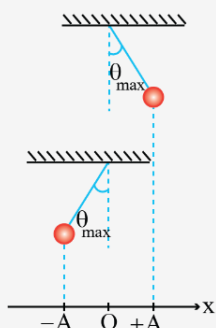
دوره و بسامد زاویه‌ای آونگ ساده:



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

در این رابطه، L باید برحسب متر و g برحسب متر بر مربع ثانیه باشد. برخلاف سامانه جرم - فنر در آونگ ساده، دوره نوسان به جرم بستگی ندارد، اما به طول نخ و شتاب گرانشی بستگی دارد. این‌جا هم، دوره نوسان به دامنه حرکت وابسته نیست.



پاسخ تشریحی:

دوره تناوب آونگ ۵۰ درصد افزایش یافته است. پس:

$$\begin{aligned} \frac{T'}{T} = \frac{3}{2} &\rightarrow \sqrt{\frac{L'}{L} \cdot \frac{g}{g'}} = \frac{3}{2} \xrightarrow{L' = \frac{1}{4}L} \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{g}{g'}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{3}{2} \\ &\rightarrow \frac{g}{g'} = 9 \rightarrow \frac{(R_e + h)^2}{R_e^2} = 9 \rightarrow \frac{R_e + h}{R_e} = 3 \rightarrow 3R_e = R_e + h \rightarrow h = 2R_e \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

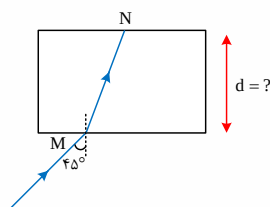
۷۲- مطابق شکل یک پرتو از هوا به یک تیغه متوازی‌السطوح با ضریب شکست $\sqrt{2}$ تابیده و مسیر MN را در مدت ۲ نانوثانیه طی می‌کند. ضخامت تیغه (d) تقریباً چند سانتی‌متر است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$, $\sqrt{3} = 1/\sqrt{2}$, $\sqrt{2} = 1/\sqrt{4}$)

۳۵/۷ (۱)

۴۲ (۲)

۷۱/۴ (۳)

۲۱ (۴)



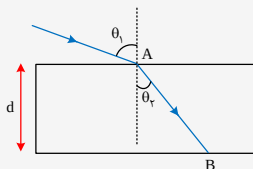
شکست

پرتو موج اگر به طور مایل وارد محیط دیگری شود از مسیر خود منحرف می شود. با رابطه زیر می توان زاویه شکست را به دست آورد.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

از طرفی تندی انتشار موج در محیط شفاف با توجه به ضریب شکست محیط شفاف به دست می آید.

$$n = \frac{c}{V}$$



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$V = \frac{c}{n}$$

$$AB = \frac{d}{\cos \theta_2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{AB}{V} = \frac{nd}{c \cos \theta_2}$$

زمان عبور موج از تیغه شفاف به ضخامت d به ضریب شکست n:

پاسخ تشریحی:

ابتدا زاویه شکست را محاسبه می کنیم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$1 \times \sin 45 = \sqrt{2} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30$$

فاصله MN با توجه به زمان و تندی در تیغه به دست می آید.

$$V = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^8$$

$$MN = Vt = \frac{3 \times 10^8}{2} \times 10^{-9} \times 2 \times 10^{-9} = 0.42 \text{ m} = 42 \text{ cm}$$

فاصله MN و d نسبت مثلثاتی زاویه ۳۰ دارند.

$$\cos 30 = \frac{d}{MN} \Rightarrow d = MN \cos 30 = 42 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 21 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 35.7 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- اگر $\Delta E(n' \rightarrow n) = E_{n'} - E_n$ باشد که مربوط به اختلاف انرژی الکترون میان دو تراز n' و n است، چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) حاصل $\Delta E(7 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$ ، مربوط به انرژی فوتونی است که دارای کمترین بسامد در ناحیه فرابنفش اتم هیدروژن است.

(ب) حاصل $\Delta E(6 \rightarrow 2) - \Delta E(6 \rightarrow 3)$ ، مربوط به انرژی فوتونی است که دارای بلندترین طول موج در ناحیه مرئی اتم هیدروژن است.

(پ) رابطه $\Delta E(6 \rightarrow 2) - \Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(5 \rightarrow 4) - \Delta E(2 \rightarrow 1)$ برقرار است.

(۴) هیچ

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

گستره طول موج رشته های مختلف، که حتماً باید این نمودار را به خاطر بسپارید:



نکات طرح بالا:

- (۱) تمام طول موج های رشته لیمان از تمام طول موج های رشته بالمر کوتاه تر است.
- (۲) تمام طول موج های رشته بالمر از تمام طول موج های رشته پاشن کوتاه تر است.
- (۳) تمام طول موج های رشته پاشن از تمام طول موج های رشته پفوند کوتاه تر است.
- (۴) ناحیه طیفی پاشن و براکت با هم و نیز ناحیه طیفی براکت و پفوند با هم اشتراک دارند.
- (۵) هرچه n' افزایش می یابد، گستره طول موج ها افزایش و بسامد و انرژی کاهش می یابد.
- (۶) در هر رشته (n' ثابت) با افزایش n ، طول موج کاهش می یابد ولی بسامد و انرژی افزایش می یابد.

۷) بلندترین طول موج (کمترین بسامد) در رشته پفوند (اولین خط طیفی رشته پفوند) و کوتاهترین طول موج (بیشترین بسامد) در رشته لیمان (آخرین خط رشته لیمان) است.

در ۶ رشته اول خطهای طیف گسیلی هیدروژن اتمی، اگر فوتون گسیل شده دارای:

(۱) بیشترین طول موج فرابنفش باشد، مربوط به گذار ۷ به ۲ می شود که پنجمین خط رشته بالمر است. (حواستان باشد که در بالمر، ۴ خط اول مرئی هستند!)

(۲) کمترین طول موج فرابنفش باشد، مربوط به گذار ∞ به ۱ می شود که آخرین خط رشته لیمان است.

(۳) بیشترین طول موج مرئی باشد، مربوط به گذار ۳ به ۲ می شود که اولین خط رشته بالمر است.

(۴) کمترین طول موج مرئی باشد، مربوط به گذار ۶ به ۲ می شود که آخرین خط در ناحیه مرئی رشته بالمر است.

(۵) بیشترین طول موج فروسرخ باشد، مربوط به گذار ۶ به ۵ می شود که اولین خط رشته پفوند است.

(۶) کمترین طول موج فروسرخ باشد، مربوط به گذار ∞ به ۳ می شود که آخرین خط رشته پاشن است.

بچه ها در این نکته، ما به حالت کلی داریم بحث می کنیم نه در یک رشته خاص!

پاسخ تشریحی:

بررسی الف:

$$\Delta E(7 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2) = E_7 - E_3 + E_3 - E_2 = E_7 - E_2$$

گذار ۷ به ۲، فوتونی گسیل می کند که دارای بلندترین طول موج فرابنفش است (چون اولین خط فرابنفش در رشته بالمر است). پس این گذار مربوط به فوتونی با کمترین بسامد در ناحیه فرابنفش اتم هیدروژن است. (درست)

بررسی ب:

$$\Delta E(6 \rightarrow 2) - \Delta E(6 \rightarrow 3) = E_6 - E_2 - E_6 + E_3 = E_3 - E_2$$

گذار ۳ به ۲، فوتونی گسیل می کند که طول موج آن، بلندترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن است. (چون اولین خط رشته بالمر است). (درست)

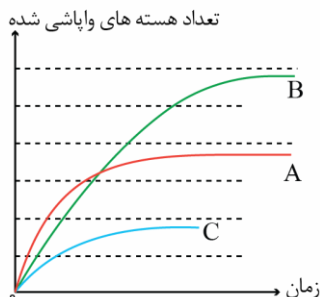
بررسی پ:

$$\begin{aligned} \Delta E(6 \rightarrow 2) - \Delta E(4 \rightarrow 1) &= E_6 - E_2 - E_4 + E_1 \rightarrow E_6 - E_2 - E_4 + E_1 = E_5 - E_4 - E_2 + E_1 \\ \Delta E(5 \rightarrow 4) - \Delta E(2 \rightarrow 1) &= E_5 - E_4 - E_2 + E_1 \end{aligned}$$

$$\rightarrow E_6 = E_5 \rightarrow \text{نادرست}$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- مطابق شکل زیر که مربوط به نمودار تغییرات تعداد هسته های واپاشی شده بر حسب زمان برای سه عنصر پرتوزای A، B و C است، کدام گزینه مقایسه درستی از نیمه عمرهای این سه عنصر است؟



$$\left(\frac{T_1}{2}\right)_A = \left(\frac{T_1}{2}\right)_C > \left(\frac{T_1}{2}\right)_B \quad (2)$$

$$\left(\frac{T_1}{2}\right)_A > \left(\frac{T_1}{2}\right)_C > \left(\frac{T_1}{2}\right)_B \quad (4)$$

$$\left(\frac{T_1}{2}\right)_A = \left(\frac{T_1}{2}\right)_C < \left(\frac{T_1}{2}\right)_B \quad (1)$$

$$\left(\frac{T_1}{2}\right)_A < \left(\frac{T_1}{2}\right)_C < \left(\frac{T_1}{2}\right)_B \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳ (۱۴۰۴ - ساده - مفهومی و نموداری)

تعریف:



نیمه عمر $T_{\frac{1}{2}}$ مدت زمانی است که طی آن نیمی از هسته های پرتوزا واپاشیده می شوند.

نیمه عمر هسته های پرتوزای مختلف، متفاوت است و به نوع هسته بستگی دارد.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

N: تعداد هسته های پرتوزای باقی مانده

N₀: تعداد هسته های پرتوزای اولیه

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

$T_{\frac{1}{2}}$: نیمه عمر

t: زمان واپاشی

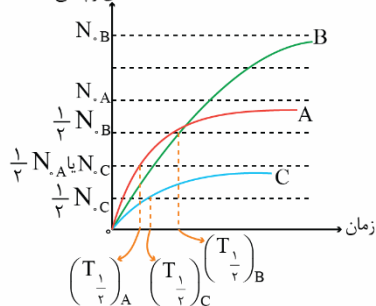
n: تعداد نیمه عمرها

نکته:



هر چقدر نیمه عمر یک ماده کمتر باشد، شیب نمودار مقابل بیشتر شده و تعداد هسته های باقی مانده، سریع تر کاهش می یابد.

تعداد هسته های واپاشی شده



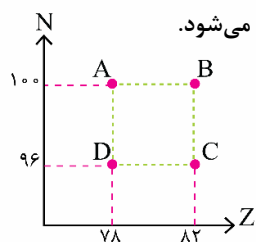
در لحظه $t = 0$ ، مقدار واپاشی شده صفر است و در لحظه $t = T_{1/2}$ ، ۵۰ درصد عنصر دچار واپاشی می شود.

با توجه به نمودار مقابل داریم:

$$\rightarrow \left(T_{1/2}\right)_A < \left(T_{1/2}\right)_C < \left(T_{1/2}\right)_B$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- شکل مقابل نمودار $N-Z$ را برای ۴ عنصر نمایش می دهد. هسته با گسیل به هسته تبدیل می شود.



(۱) A - ذره بتا مثبت - C

(۲) C - ذره بتا منفی - D

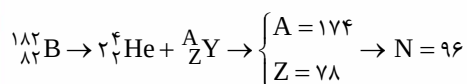
(۳) B - ذره آلفا - D

(۴) C - ذره آلفا - D

پاسخ: گزینه ۳ (۱۲۰۴ - متوسط - مفهومی و نموداری)

واپاشی

نام واپاشی	ذره یا پرتوی تابش شده	هسته مادر	هسته دختر	تغییر مکان هسته دختر در جدول تناوبی عناصرها	معادله واکنش	انحراف در میدان مغناطیسی	نفوذپذیری در سرب	اتفاقات واکنش
آلفا	${}^4_2\text{He}$	${}_Z^AX$	${}_{Z-2}^{A-4}Y$	دو خانه به عقب	${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + \alpha$	$\alpha \begin{matrix} \times & \times \\ \times & \times \end{matrix}$	0.1 mm	هسته دو پروتون و دو نوترون از دست می دهد.
بتا منفی	${}_{-1}^0e$	${}_Z^AX$	${}_{Z+1}^AY$	یک خانه به جلو	${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AY + \beta^-$	$\beta^- \begin{matrix} \times & \times \\ \times & \times \end{matrix}$	1 mm	یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می شود و عدد اتمی هسته یک واحد افزایش می یابد.
بتا مثبت	${}_{+1}^0e$	${}_Z^AX$	${}_{Z-1}^AY$	یک خانه به عقب	${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + \beta^+$	$\beta^+ \begin{matrix} \times & \times \\ \times & \times \end{matrix}$	1 mm	یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می شود و عدد اتمی هسته یک واحد کاهش می یابد.
تابش گاما	γ	${}_Z^AX^*$	${}_Z^AX$	بدون تغییر	${}_Z^AX^* \rightarrow {}_Z^AX + \gamma$	$\gamma \begin{matrix} \times & \times \\ \times & \times \end{matrix}$	100 mm	هسته برانگیخته با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می رسد و نوع هسته تغییر نمی کند.



بنابراین هسته B با گسیل ${}_{-1}^0e$ ذره آلفا به هسته D تبدیل می شود.

۷۶- کدام یک از ویژگی‌های زیر، درباره گروهی از عنصرهای موجود در جدول تناوبی که در واکنش‌های شیمیایی فقط می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند، درست است؟

- (۱) اولین عنصر این دسته در دوره سوم جدول تناوبی قرار داشته و یکی از فراوان ترین عناصر موجود در پوسته کره زمین است.
- (۲) پیشرفت صنعت الکترونیک، مدیون موادی است که از نظر رسانایی مشابه اغلب عناصر موجود در این دسته هستند.
- (۳) همه این عناصر، در خواص فیزیکی مانند انعطاف پذیری و تغییر شکل در اثر ضربه همانند فلزها هستند.
- (۴) عناصر این دسته، همانند نافلزهای جدول تناوبی می‌توانند آنیون‌های تک‌اتمی پایدار ایجاد کنند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

اغلب نافلزها در واکنش‌های شیمیایی الکترون گرفته یا الکترون به اشتراک می‌گذارند. فلزها نیز در واکنش‌های شیمیایی اغلب الکترون از دست می‌دهند و به کاتیون‌هایی با بار مثبت تبدیل می‌شوند. شبه‌فلزها و کربن، از جمله عناصری هستند که در واکنش‌ها فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند. توجه داریم که پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شوند. فلزها رسانای جریان برق، شبه‌فلزها نیمه رسانا و نافلزها (بجز گرافیت) نارسانا هستند.

در جدول تناوبی امروزی، عناصر بر اساس افزایش عدد اتمی چیده شده‌اند. هر ردیف افقی جدول که نشان‌دهنده افزایش عدد اتمی است، دوره نامیده می‌شود. در حالی که هر ستون نشان‌دهنده عناصر با خواص شیمیایی مشابه بوده و گروه نامیده می‌شود. علاوه بر این، عناصر جدول تناوبی بر اساس رفتار آنها به ۳ دسته فلز، شبه‌فلز و نافلز دسته‌بندی می‌شوند. فلزها به طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول تناوبی جای گرفته‌اند و اتم آنها در واکنش‌های شیمیایی دچار اکسایش شده و الکترون از دست می‌دهد. اما نافلزها در سمت راست و بالای جدول تناوبی قرار گرفته و اتم آنها در واکنش‌های شیمیایی با به اشتراک گذاشتن یا گرفتن الکترون به آرایش گازهایی نجیب هم‌دوره خود می‌رسند. شبه‌فلزها همانند پلی میان فلزها و نافلزها قرار دارند؛ به طوری که خواص فیزیکی آنها بیشتر شبیه فلزها بوده و رفتار شیمیایی آنها همانند نافلزها است.

پررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) اولین عنصر شبه‌فلزی، معادل با بور با عدد اتمی ۵ است. عنصر بور، در دوره ۲ و گروه ۱۳ از جدول تناوبی دیده می‌شود. دومین عنصر شبه‌فلزی بعد از بور، سیلیسیم است که در تناوب سوم قرار گرفته است. نمودار زیر، ویژگی‌های مهم عنصر سیلیسیم را نشان می‌دهد:



(۳) شبه‌فلزها در اغلب خواص فیزیکی شبیه فلزها هستند؛ اما توجه داریم که شبه‌فلزها برخلاف فلزها، در اثر ضربه شکننده بوده و خرد می‌شوند. این در حالی است که عناصر فلزی تغییر شکل داده و انعطاف پذیر هستند.

(۴) هرچند که شبه‌فلزها در اغلب خواص شیمیایی خود همانند نافلزها هستند، اما این دسته از عناصر برخلاف نافلزها، توانایی تشکیل یون پایدار را ندارند. شبه‌فلزها فقط با به اشتراک گذاشتن الکترون، در ساختار ترکیب‌هایی مولکولی و کووالانسی شرکت کرده و مواد مختلف را ایجاد می‌کنند.

۷۷- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

- اورانیم، نخستین عنصری است که در واکنش گاه هسته ای توسط بشر تولید شد.
- در هنگام تزریق گلوکز پرتوزا به بدن، ذرات این ماده در توده سرطانی تجمع پیدا می کنند.
- یکی از رادیوایزوتوپ هایی که در ایران تولید می شود، عنصری از دسته p جدول تناوبی است.
- پنجمین عنصر موجود در تناوب ششم، متعلق به دسته d بوده و در حالت جامد سطح درخشان دارد.
- به دلیل حضور مقدار فراوان رادیوایزوتوپ ها در سیگار، اغلب افرادی که دچار سرطان ریه می شوند، سیگاری هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۱)

عبارت های دوم، سوم و پنجم درست هستند.

بررسی موارد:

● تکنسیم نخستین عنصری است که در واکنش گاه هسته ای ساخته شد. از این عنصر در تصویر برداری پزشکی استفاده شده و با توجه به نیمه عمر پایین آن، نمی توان مقدار زیادی از آن را ذخیره کرد و بایستی در هنگام نیاز، آن را تولید و سپس مصرف کرد.

اورانیم، شناخته شده ترین فلز پرتوزا بوده و یکی از ایزوتوپ های آن که با نماد ^{235}U نشان داده می شود، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می رود. فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط طبیعی اورانیم کمتر از ۷٪ درصد (کمتر از ۷ اتم در هر ۱۰۰۰ اتم اورانیم) است. دانشمندان هسته ای ایران با تلاش بسیار موفق شدند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ های این عنصر افزایش دهند. به این فرایند، غنی سازی ایزوتوپی گفته می شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته ای است.

● به گلوکز حاوی اتم پرتوزا، گلوکز نشان دار گفته می شود. چون توده های سرطانی سوخت و ساز بالایی دارند، هنگام تزریق این ماده به بدن، ذرات گلوکز عادی و پرتوزا در تمام بدن و به ویژه توده سرطانی تجمع پیدا می کنند.

● یکی از رادیوایزوتوپ هایی که در ایران تولید می شود، فسفر است. توجه داریم که فسفر، عنصری از دسته p و گروه ۱۵ جدول تناوبی است.

● پنجمین عنصر موجود در تناوب ششم، متعلق به دسته f بوده و چون این عنصر در گروه عناصر فلزی قرار می گیرد، پس می توان گفت این ماده در حالت جامد سطح درخشان دارد. جدول زیر، اطلاعات مربوط به دسته های مختلف جدول تناوبی را نشان می دهد:

دسته ای جدول دوره ای	s	p	d	f
موقعیت در جدول دوره ای	سمت چپ	سمت راست	وسط جدول	وسط جدول
شماره دوره های سازنده	۱ تا ۷	۲ تا ۷	۴ تا ۷	۶ و ۷
شمار عناصر	۱۴	۳۶	۴۰	۲۸
نوع عناصر	فلز و نافلز	فلز، شبه فلز و نافلز	فلز	فلز
تعداد الکترون های ظرفیتی	۱ تا ۲	۳ تا ۸	۳ تا ۱۲	***
عدد اتمی اولین عنصر	۱	۵	۲۱	۵۷
عدد اتمی آخرین عنصر	۸۸	۱۱۸	۱۱۲	۱۰۲

● رادیوایزوتوپ ها خاصیت پرتوزایی داشته و مجاورت آن ها با بدن، منجر به آسیب رساندن به بدن می شود. به دلیل حضور مقدار فراوانی از رادیوایزوتوپ ها در سیگار، اغلب افرادی که دچار سرطان ریه می شوند، سیگاری هستند.

گروه آموزشی ماز

۷۸- درباره اتم های A ، B و C ، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- شماره گروه و دوره برای عنصر B یکسان است.
- هر سه اتم در لایه ای با حداکثر ظرفیت ۳۲ الکترون، ۲ الکترون دارند.
- در یون C^{-} ، همه زیر لایه های الکترونی اشغال شده، پر از الکترون هستند.
- در اتم B ، ۱۲ الکترون و در اتم C ، ۱۷ الکترون با عدد کوانتومی $l = 1$ وجود دارد.
- اتم های A و B با هم ایزوتوپ بوده و در واکنش های شیمیایی به کاتیون تبدیل می شوند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

عبارت های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

● عدد اتمی عنصر B بین ۱۸ (عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم) و ۳۶ (گاز نجیب دوره چهارم) قرار داشته، پس این عنصر در دوره چهارم جدول جای گرفته است. برای تعیین شماره گروه این عنصر از فرمول زیر استفاده می کنیم:

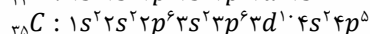
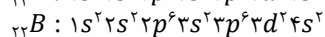
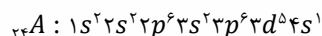
(عدد اتمی عنصر مورد نظر - عدد اتمی گاز نجیب هم دوره عنصر) - ۱۸ = شماره گروه

$$B : 18 - (36 - 22) = 4$$

پس این عنصر در دوره و گروه چهارم جدول تناوبی جای داشته و معادل با تیتانیوم است.

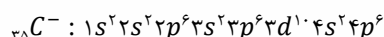
فلزها افزون بر رفتارهای مشابه، تفاوت‌های آشکاری در برخی رفتارها نشان می‌دهند. در واقع، هر فلز افزون بر رفتارهای مشترک با سایر عناصر فلزی، رفتارهای ویژه خود را نیز دارد. مثلاً فلزهای دسته‌ی d (فلزهای واسطه)، همانند سایر فلزها رسانایی الکتریکی بالا، رسانایی گرمایی بالا و شکل‌پذیری دارند، اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش با آنها تفاوت دارند. تیتانیوم، دومین فلز واسطه‌ی موجود در تناوب چهارم است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه‌ی کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود.

● آرایش الکترونی این اتم‌ها به صورت زیر است:



ظرفیت لایه‌های الکترونی از رابطه $2n^2$ محاسبه می‌شود که n در آن معادل شماره لایه است. بر این اساس، می‌توان گفت لایه ای با حداکثر ظرفیت ۳۲ الکترون، معادل لایه الکترونی چهارم است. همانطور که مشخص است، عناصر A ، B و C در این لایه الکترونی به ترتیب دارای ۱، ۲ و ۷ الکترون هستند.

● یون C^- معادل یون برمید بوده که با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب بعد از خود (${}_{36}Kr$) رسیده و همه زیرلایه‌های آن پر است. آرایش الکترونی این یون به صورت زیر خواهد بود:



● عدد کوانتومی فرعی ۱ معادل زیرلایه p است و با توجه به آرایش‌های الکترونی عناصر A ، B و C ، این عناصر در زیرلایه‌های مورد نظر به ترتیب دارای ۱۲، ۱۷ و ۱۷ الکترون هستند.

● ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی (Z) یکسان اما عدد جرمی (A) متفاوت هستند. به دیگر سخن ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصر هستند که در شمار نوترون‌ها تفاوت دارند. از آنجا که خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است، ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای عناصرها تنها یک مکان را اشغال می‌کنند. این درحالی است که همین ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم، مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند. با توجه به توضیحات داده شده، این دو عنصر ایزوتوپ یکدیگر نیستند؛ زیرا تعداد پروتون متفاوتی در هسته خود دارند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بین مولکول‌های آب در حالت بخار، پیوند هیدروژنی یافت نمی‌شود.
- در شرایط استاندارد، جرم یکسانی از آب نسبت به یخ، حجم کم‌تری اشغال می‌کند.
- در یک نمونه از آب، هر مولکول از طریق پیوند هیدروژنی با چهار مولکول دیگر در ارتباط است.
- در ساختار یخ، مولکول‌ها به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که اتم‌های هیدروژن در وسط اضلاع شش ضلعی جای دارند.
- در یک نمونه از یخ، به دلیل قوی‌تر بودن پیوند هیدروژنی، فاصله مولکول‌ها در مقایسه با یک نمونه آب کمتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

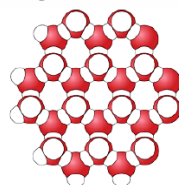
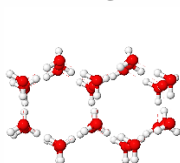
آب تنها ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود. آب ویژگی‌های گوناگون و شگفت‌انگیزی دارد. از جمله آنها توانایی حل کردن اغلب مواد، افزایش حجم هنگام انجماد و داشتن نقطه جوش بالا و غیرعادی است. در رابطه با آب، عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

● مولکول‌های آب در حالت بخار جدا از هم هستند؛ گویی پیوندهای هیدروژنی میان آن‌ها وجود ندارد. در این حالت، مولکول‌های آب آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند. در حالت مایع، با اینکه مولکول‌ها با یکدیگر پیوندهای هیدروژنی قوی دارند، اما روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند. برخلاف حالت بخار و مایع، ساختار یخ منظم است و در آن مولکول‌های آب در جاهای به نسبت ثابتی قرار دارند.

● یکی از ویژگی‌های آب، افزایش حجم هنگام انجماد بوده که باعث می‌شود جرم یکسانی از مولکول‌های H_2O در حالت جامد حجم بیشتری اشغال کند. در واقع می‌توان گفت طی فرایند انجماد، چگالی آب کاهش می‌یابد.

● یخ، از جمله جامدهای بلوری به شمار رفته و چینش مولکول‌ها در ساختار آن از یک الگوی منظم پیروی می‌کند. در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به ۲ اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به ۲ اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است. هر اتم هیدروژن نیز به ۱ اتم اکسیژن با پیوند اشتراکی و به ۱ اتم هیدروژن با پیوند هیدروژنی متصل است. بر این اساس، می‌توان گفت در یخ هر مولکول آب با ۴ مولکول آب دیگر از طریق پیوندهای هیدروژنی در ارتباط است و در حالت مایع این عدد کاهش پیدا می‌کند. تصویر زیر، نمایی از ساختار یخ را نشان می‌دهد:



- در ساختار یخ، مولکول‌های آب به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی و اتم‌های هیدروژن در وسط اضلاع جای دارند. در ساختار هر یک از اضلاع سازنده نیز یک پیوند اشتراکی و یک پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- در ساختار یخ، به دلیل وجود فضاهای خالی منظم بین مولکول‌ها، ذرات سازنده نسبت به یکدیگر با فاصله بیشتری قرار گرفته و در نتیجه چگالی این ماده نسبت به آب مایع کمتر است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- با حل کردن ۲۵ گرم از نوعی نمک در ۱۲۵ گرم آب با دمای 40°C ، می‌توان محلول سیر شده‌ای از آن بدست آورد. اگر در ۶۵ گرم از محلول سیر شده این نمک در دمای 20°C ، مقدار ۱۵ گرم نمک داشته باشیم، در کدام یک از دماهای زیر با حل کردن ۱۲ گرم نمک در ۸۰ گرم آب، محلول سیر شده تشکیل می‌شود؟ (تغییر مقدار انحلال پذیری نمک بر اساس تغییر دما، خطی است.)

۴۷/۵ (۴)

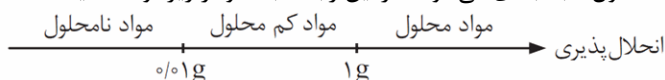
۶۰ (۳)

۵۲/۵ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)

به حداکثر جرمی از یک ماده که می‌توان بدون تشکیل رسوب در ۱۰۰ گرم آب حل کرد، انحلال پذیری آن ماده گفته می‌شود. مواد بر اساس مقدار انحلال پذیری خود به سه دسته‌ی محلول، کم‌محلول و نامحلول طبقه‌بندی می‌شوند. در این رابطه، به نمودار زیر توجه کنید:



مقدار انحلال پذیری نمک‌های مختلف در آب، بر حسب تغییر دمای محلول، دچار تغییر می‌شود. برای نمک‌هایی که تغییر مقدار انحلال پذیری آن‌ها در دماهای مختلف به صورت خطی است، می‌توان با استفاده از رابطه زیر، معادله انحلال پذیری را بدست آورد:

$$S = \left(\frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} \right) \theta + b$$

در این رابطه، مولفه S مقدار انحلال پذیری را در دماهای مختلف نشان داده و θ نیز دما را نشان می‌دهد. توجه داریم که در دمای 20°C ، ۱۵ گرم نمک در ۵۰ گرم آب حل شده و ۶۵ گرم محلول سیر شده بدست آمده است. ابتدا براساس اطلاعات داده شده از محلول‌های سیر شده، انحلال پذیری نمک را در دماهای ذکر شده محاسبه می‌کنیم:

$$40^{\circ}\text{C} \text{ جرم نمک} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{25}{125} \times 100 = 20 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

$$20^{\circ}\text{C} \text{ جرم نمک} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{15}{50} \times 100 = 30 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

$$\text{انحلال پذیری در دمای مجهول} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{12}{80} \times 100 = 15 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

حال با استفاده از انحلال پذیری نمک در دماهای ۲۰ و ۴۰ درجه، معادله انحلال پذیری نمک را بدست می‌آوریم:

$$S = \left(\frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} \right) \theta + b \Rightarrow S = \frac{30 - 20}{20 - 40} \theta + b \Rightarrow S = -0.5\theta + b$$

در قدم بعد، انحلال پذیری نمک در یکی از دماهای داده شده را در رابطه بالا قرار می‌دهیم تا مقدار b بدست بیاید.

$$S_1 = 20 = -0.5 \times 40 + b \Rightarrow b = 40$$

پس می‌توان گفت معادله انحلال پذیری نمک مورد نظر به صورت $S = -0.5\theta + 40$ است. در پایان باتوجه به انحلال پذیری نمک در حالت سوم، انحلال پذیری آن را بدست می‌آوریم:

$$S = -0.5\theta + 40 \Rightarrow 15 = -0.5 \times \theta + 40 \Rightarrow \theta = 50^{\circ}\text{C}$$

با توجه به محاسبات بالا، در دمای ۵۰ درجه سانتی‌گراد، با حل کردن ۱۲ گرم نمک در ۸۰ گرم آب، محلول سیر شده تشکیل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در مولکول SCO ، اتمی با بیشترین خاصیت نافلزی، اتم مرکزی به شمار می‌رود.
- اکسید قطبی حاصل از گوگرد، مستقیماً در واکنش با آب سولفوریک اسید را تولید می‌کند.
- انرژی پرتو هم‌رنگ با شعله فلز سدیم، از انرژی پرتو هم‌رنگ با شعله حاصل از سوختن گوگرد بیشتر است.
- در هنگام سوختن ناقص کربن، اکسیدی از آن تولید می‌شود که در ساختار آن اتم کربن الکترون ناپیوندی دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی موارد:

- در مولکول ها و یون های چند اتمی، عنصری که در سمت چپ نوشته می شود (بجز هیدروژن)، اتم مرکزی است. برای مثال، در H_2O ، N_2O و HCN ، به ترتیب عناصر نیتروژن، اکسیژن و کربن، اتم مرکزی هستند. تنها استثنا کتاب درسی برای نکته گفته شده، مولکول کربونیل سولفید یا همان SCO بوده که در آن، کربن اتم مرکزی است. ساختار لوویس کربونیل سولفید (CSO) به صورت زیر است:



- آلاینده هایی که از سوختن سوخت های فسیلی وارد هوا کره می شوند و بالا می روند، سرانجام باید به زمین برگردند. این آلاینده ها به طور عمده شامل اکسید های اسیدی NO_x و SO_x هستند که هنگام بارش در آب حل می شوند و باران اسیدی تولید می کنند. توجه داریم که گاز SO_2 طی واکنش های زیر به سولفوریک اسید تبدیل می شود:



همانطور که مشخص است، سولفوریک اسید از واکنش SO_2 با آب تولید می شود. توجه داریم که گازهای SO_2 و SO_3 به ترتیب اکسید ناقطبی و قطبی گوگرد به شمار می روند.

- سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می شود. توجه داریم که عناصر منیزیم، گوگرد و سدیم، هنگام سوختن به ترتیب نورهای سفید، آبی و زرد تولید می کنند. مقایسه انرژی و طول موج پرتوهای مرئی نیز به صورت زیر است:

قرمز > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش : انرژی

قرمز < نارنجی < زرد < سبز < آبی < نیلی < بنفش : طول موج

با توجه به توضیحات داده شده، انرژی پرتو هم رنگ با شعله فلز سدیم (زرد)، از انرژی پرتو هم رنگ با شعله حاصل از سوختن گوگرد (آبی) کمتر است.

- در هنگام سوختن در حضور گاز اکسیژن کافی، کربن به صورت کامل سوخته و کربن دی اکسید و بخار آب تولید می شود. این در حالی است که در هنگام سوختن ناقص کربن، گاز کربن مونوکسید به همراه بخار آب تولید می شود. ساختار لوویس کربن مونوکسید به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در ساختار این ماده یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم کربن وجود دارد.

کربن مونوکسید گازی بی رنگ، بی بو و بسیار سمی است. چگالی این گاز کمتر از هوا بوده و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به طوریکه این گاز به سرعت در همهی فضای اتاق پخش می شود. از آنجا که میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است، مولکول های آن پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت های بدن جلوگیری می کنند. این ویژگی باعث مسمومیت فرد شده و سامانهی عصبی او را فلج می کند و قدرت هرگونه اقدامی را از آن می گیرد. در چنین شرایطی، به فرد مسموم احساس خفگی دست داده و او سرانجام می میرد.

گروه آموزشی ماز

۸۲- در گروه هالوژن ها، با حرکت از سمت پایین به بالا در جدول تناوبی، چند مورد از ویژگی های زیر کاهش پیدا می کند؟

- تمایل به تشکیل یون هالید
- تعداد ذره ریزاتمی با نماد X^+
- مقدار $n + l$ بیرونی ترین زیر لایه
- شعاع اتمی ذرات هالوژن

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

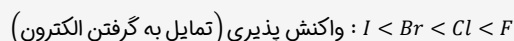
هالوژن ها در گروه هفدهم جدول تناوبی قرار داشته و با گرفتن یا به اشتراک گذاشتن یک الکترون، به آرایش گاز نجیب هم دوره خود می رسند. در رابطه با این عناصر، عبارت های دوم، سوم و چهارم درست هستند.

روندهای تناوبی در جدول بر اساس کمیت هایی قابل توضیح، بررسی می شوند. یکی از این کمیت ها شعاع اتمی است. در یک گروه از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی نیز افزایش پیدا می کند و در یک دوره از جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش پیدا می کند. توجه داریم که خاصیت فلزی (تمایل به از دست دادن الکترون) با شعاع رابطه مستقیم و خاصیت نافلزی (تمایل به گرفتن الکترون) با شعاع رابطه عکس دارد.

بررسی موارد:

- با کاهش شماره دوره و شعاع اتمی در هالوژن ها، واکنش پذیری و تمایل اتم های سازنده این عناصر به تشکیل یون هالید (آنیون حاصل از هالوژن ها که دارای بار الکتریکی ۱- است)، افزایش پیدا می کند.

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلئور (۹F)، کلر (۱۷Cl)، برم (۳۵Br) و ید (۵۳I) قرار دارند. این عناصر به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش پذیری این عناصر نافلزی نیز کمتر می‌شود. ترتیب واکنش پذیری عناصر موجود در گروه هفدهم به صورت زیر است:



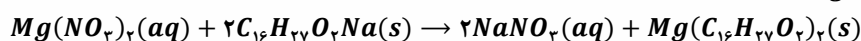
آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایه ns^2np^5 ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار X^- را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلئور (F_2) و کلر (Cl_2) در دمای اتاق به حالت گاز هستند در حالی که برم (Br_2) و ید (I_2) در دمای اتاق به ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

- با حرکت از سمت پایین به بالا در عناصر موجود در یک گروه، عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های موجود در ساختار هسته اتم که با نماد ${}_Z^A$ مشخص می‌شود، کاهش می‌یابد.
- با حرکت از سمت پایین به بالا در عناصر موجود در یک گروه، تعداد لایه‌های الکترونی و به تبع آن شعاع اتمی کاهش پیدا می‌کند.
- بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی در اتم هالوژن‌های مختلف، به صورت np^5 بوده و با حرکت از سمت پایین به بالا، مقدار l ثابت بوده و مقدار n کاهش می‌یابد. بر این اساس، می‌توان گفت مقدار $l + n$ کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۳- اگر ۰/۰۸ مول نیتریک اسید با مقدار کافی فلز منیزیم واکنش دهد، از واکنش نمک حاصل از این فرایند با مقدار کافی صابون با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{33}O_2Na$ در یک واکنش با بازده ۸۰٪، چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟

$$(Mg = 24 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$



۱۰/۵۲ (۴)

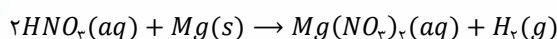
۸/۴۱۶ (۳)

۲۱/۰۴ (۲)

۱۶/۸۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۲۰۱)

معادله واکنش انجام شده بین نیتریک اسید و فلز منیزیم به صورت زیر است:

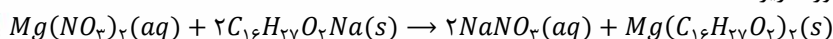


ابتدا با استفاده از مقدار مول نیتریک اسید (نوعی اسید قوی تک ظرفیتی)، مقدار مول منیزیم نیترات تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } Mg(NO_3)_2 = 0.08 \text{ mol } HNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } Mg(NO_3)_2}{2 \text{ mol } HNO_3} = 0.04 \text{ mol}$$

واکنش‌های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می‌رود پیش نمی‌روند؛ زیرا ممکن است واکنش دهنده‌ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز همزمان با آن واکنش‌های ناخواسته‌ی دیگری انجام می‌شود. با این توصیف مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش‌های شیمیایی از ۱۰۰ کمتر است.

معادله واکنش منیزیم نیترات با ترکیب صابونی داده شده به صورت زیر است:



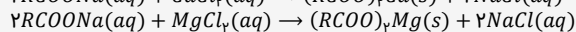
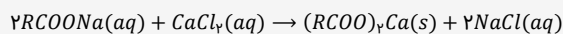
در قدم بعد با توجه به مقدار مول منیزیم نیترات، مقدار نظری رسوب تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2 = 0.04 \text{ mol } Mg(NO_3)_2 \times \frac{1 \text{ mol } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2}{1 \text{ mol } Mg(NO_3)_2} \times \frac{526 \text{ g } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2}{1 \text{ mol } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2} = 21.04 \text{ g}$$

در قدم پایانی با توجه به فرمول بازده درصدی، مقدار عملی رسوب تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{\text{مقدار عملی}}{21.04 \text{ g}} \times 100 \Rightarrow 16.832 \text{ g}$$

به آب‌هایی مانند آب دریا که حاوی مقادیر زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می‌شود. صابون‌های جامد و مایع هر دو با این یون‌ها تشکیل رسوب می‌دهند که به صورت لکه‌های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها باقی می‌ماند. برای مثال واکنش صابون‌های جامد با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} به صورت زیر است:



پاک کننده‌های غیر صابونی، یک بخش آب‌گریز (گروه هیدروکربنی) و یک بخش آب‌دوست (گروه $-SO_3^-$) دارند. گروه $-SO_3^-$ که انتهای قطبی قسمت آنیونی پاک کننده را تشکیل می‌دهد، باعث حل شدن پاک کننده در آب می‌شود. از طرف دیگر، این گروه برخلاف گروه $-CO_2^-$ در صابون‌ها، با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد و در نتیجه پاک کننده‌های غیر صابونی در آب سخت نیز قدرت پاک کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

گروه آموزشی ماز



۸۴- گونه AB_n^m که در آن مقدار n (بار الکتریکی) برابر با صفر، ۱- و ۲- می تواند باشد، ساختاری مسطح دارد. در رابطه با این گونه، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- قطعا در میدان الکتریکی جهت گیری پیدا نمی کند.
- هر دو عنصر A و B می توانند متعلق به یک گروه باشند.
- عنصر B ، قطعا نسبت به A از گاز نجیب هم دوره خود فاصله کمتری دارد.
- در ساختار لوویس آن، اتم مرکزی لزوما دارای الکترون ناپیوندی روی خود است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

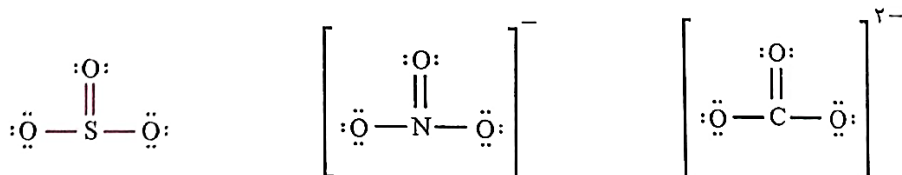
صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۲۰۳)

گونه های دواتمی به صورت AB یا A_2 یافت می شوند که در این بین، در مولکول هایی با فرم AB (مولکول های دواتمی ناجورهسته)، الکترون ها به صورت یکنواخت دور هسته ها پخش نشده و مولکول قطبی است. این در حالی است که در مولکول هایی با فرم A_2 (مولکول های دواتمی جورهسته)، الکترون ها به صورت متقارن و یکنواخت توزیع شده، مولکول ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری پیدا نمی کند.

گونه های سه اتمی به صورت ABC یا AB_2 یا A_3 یافت می شوند. مولکول هایی با فرم ABC مانند HCN یا SCO لزوما قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری پیدا می کنند. مولکول هایی با فرم AB_2 ، در صورت حضور الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی (مانند NO_2 یا SO_2) قطبی بوده و دارای ساختار خمیده هستند. در غیر این صورت (مانند CO_2 یا CS_2)، این مولکول ها ناقطبی بوده و دارای ساختار خطی خواهند بود.

گونه های چهار اتمی با فرمول شیمیایی کلی AB_n^m که در آن n معادل بار الکتریکی بوده و مقدار آن در بازه بین صفر تا ۲- متغیر است، در صورت داشتن الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی (مانند PF_5) ساختار هرمی داشته و قطبی هستند. در غیر این صورت، گونه مورد نظر ناقطبی بوده و ساختار مسطح (صفحه ای) دارد. برای مثال، این گونه می تواند معادل با SO_3 ، یون NO_3^- و یا یون CO_3^{2-} باشد. ساختار این گونه ها به صورت زیر است:



با توجه به توضیحات داده شده، عبارت های اول و دوم درست هستند.

پروسی موارد:

- گونه های ۴ اتمی با ساختار مسطح، روی اتم مرکزی خود فاقد جفت الکترون ناپیوندی بوده و ناقطبی هستند. این گونه ها در حضور میدان الکتریکی، جهت گیری پیدا نمی کنند.
- در مولکول SO_3 که معادل با اکسید ناقطبی گوگرد است، هر دو عنصر به گروه ۱۶ جدول تناوبی تعلق دارند.
- در ساختار یون CO_3^{2-} ، اتم B (اتم های کناری) به گاز نجیب هم دوره خود نزدیک تر هستند. این در حالی است که در مولکول SO_3 ، هر دو اتم از گاز نجیب هم دوره خود فاصله یکسانی دارند.
- چون گونه مورد نظر ساختار مسطح دارد، پس اتم مرکزی آن فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.

گروه آموزشی ماز

۸۵- دانش آموزی در نام گذاری یک آلکان، آن را به اشتباه به صورت ۴،۳-دی اتیل-۵-متیل هگزان گزارش کرده است. نام درست آلکان مورد نظر کدام است؟

۲) ۳،۲-دی اتیل-۲-متیل هگزان

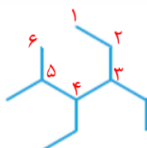
۱) ۴،۳-دی اتیل-۲-متیل هگزان

۴) ۴،۳،۲-تری متیل هپتان

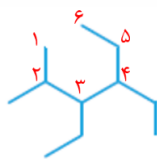
۳) ۳-اتیل-۲-متیل هپتان

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

آلکان ها دسته ای از هیدروکربن ها هستند که در آنها هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به اتم های کناری متصل شده است. متان ساده ترین و نخستین عضو خانواده آلکان ها بوده و سایر اعضای این خانواده نیز بین ۲ تا ده ها اتم کربن در ساختار مولکولی خود دارند. به طور کلی، آلکان ها را در دو گروه راست زنجیر و شاخه دار می توان قرار داد. برای حل کردن این سوال، ابتدا یک زنجیر ۶ کربنه رسم کرده و روی سومین و چهارمین کربن شاخه اتیل و روی کربن شماره ۵ شاخه متیل رسم می کنیم. ساختار این ماده به صورت زیر خواهد بود:



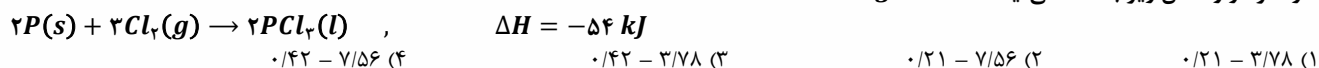
در قدم، شماره گذاری اتم های کربن از روی زنجیره اصلی را پاک کرده و این اتم های کربن را مجدداً به صورت درست شماره گذاری می کنیم در این حالت، داریم:



توجه داریم که با توجه به نزدیک تر بودن اولین شاخه به کربن سمت چپ، شماره گذاری از این سمت اولویت دارد. با توجه به شماره گذاری جدید نام آلکان به صورت ۴،۳-دی اتیل-۲-متیل هگزان است.

گروه آموزشی ماز

۸۶- برای افزایش دمای ۱۵ مول آهن ($c_{\text{آهن}} = 0.45 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$) از 280 K به 300 K ، چند کیلوژول انرژی لازم است و این مقدار انرژی، با مصرف چند مول گاز کلر در واکنش زیر بدست می آید؟ ($\text{Fe} = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۱۰۲)

ابتدا جرم آهن را به دست می آوریم. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ g Fe} = 15 \text{ mol Fe} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 840 \text{ g}$$

گرما را مبادله شده توسط اجسام را با نماد Q نشان می دهند که واحد آن در مقیاس SI معادل با ژول (J) است. برای حساب کردن گرمای جذب یا آزاد شده در فرایندهایی که با تغییر دمای یک جسم همراه هستند، می توان از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ استفاده کرد. در این رابطه، مولفه c معادل با ظرفیت گرمایی ویژه یا همان گرمای ویژه است.

یکای رایج دما، درجه ی سلسیوس ($^\circ\text{C}$) است؛ درحالی که یکای دما در SI کلونین (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ و در مقیاس کلونین با نماد T نشان داده می شود. رابطه ی بین این دو مقیاس دمایی به صورت $T(K) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی 1°C با ارزش دمایی $1K$ برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلونین (ΔT) است.

با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سوال، انرژی لازم برای افزایش دمای آهن را محاسبه می کنیم:

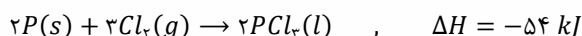
$$Q = mc\Delta\theta = mc\Delta K \Rightarrow Q = 840 \times 0.45 \times (300 - 280) \Rightarrow Q = 7560 \text{ J} = 7.56 \text{ kJ}$$

همانطور که می دانیم، ظرفیت گرمایی (c) یک جسم، به مقدار جرم (m) آن جسم وابسته است. دانشمندان برای از بین بردن این وابستگی، مفهوم ظرفیت گرمایی ویژه را معرفی کردند. ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده، معادل با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک گرم از آن ماده به اندازه یک درجه سانتی گراد است. مقدار گرمای ویژه مواد مختلف را با نماد c نشان می دهند. از رابطه زیر، برای بررسی میزان تغییر دمای یک جسم ($\Delta\theta$) با ظرفیت گرمایی ویژه c و جرم m گرم بر حسب میزان گرمای مبادله شده توسط آن جسم (Q) استفاده می شود:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c}$$

اگر دو جسم با دمای متفاوت در مجاورت هم قرار بگیرند، گرما از جسمی که دمای بالاتری دارد به سمت جسمی که دمای پایین تری دارد جاری می شود. فرایند انتقال گرما در این حالت تا جایی ادامه پیدا می کند که دمای اجسام مورد نظر با هم برابر شود.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

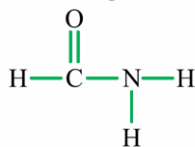
$$? \text{ mol Cl}_2 = \frac{3 \text{ mol Cl}_2}{54 \text{ kJ}} \times \text{انرژی} = 0.42 \text{ mol}$$

گروه آموزشی ماز

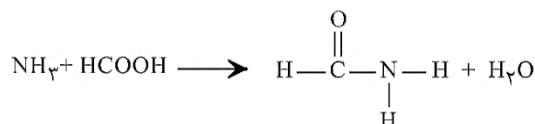
۸۷- کدام یک از عبارات زیر در مورد ترکیب های آلی و گروه های عاملی موجود در آن ها نادرست است؟

- (۱) از واکنش ساده ترین آمین با متانئیک اسید، ساده ترین ترکیب آمیدی تولید می شود.
- (۲) کربوکسیلیک اسیدها نسبت به استرهای هم کربن با خود، نقطه جوش بالاتری خواهند داشت.
- (۳) به شرط سیر شده و غیرحلقوی بودن یک آلدهید n کربنه، این ماده نسبت به یک کتون n کربنه همپار می شود.
- (۴) ترکیب آلی موجود در دارچین، همانند موجود در زردچوبه، قابلیت ایجاد پیوند هیدروژنی میان مولکول های خود را ندارد.

ساده‌ترین ترکیب آمیدی، از واکنش میان متانوئیک اسید و آمونیاک حاصل می‌شود. ساختار این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:



واکنش تولید این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:



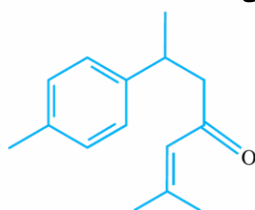
توجه داریم که ساده‌ترین آمین، معادل با متیل آمین بوده که به همراه برخی آمین‌های دیگر عامل بوی بد ماهی است.

پرسشی سایر گزینه‌ها:

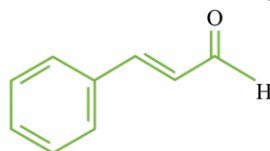
۲) به دلیل وجود هیدروژن متصل به اکسیژن در ساختار کربوکسیلیک اسیدها، این مواد برخلاف استرها توانایی تشکیل قوی‌ترین نیروی بین مولکولی یعنی پیوند هیدروژنی را دارند. چون در کربوکسیلیک اسیدها، برخلاف استرها پیوند هیدروژنی بین ذرات برقرار می‌شود، به شرط وجود تعداد اتم کربن برابر در ساختار این مواد، می‌توان گفت کربوکسیلیک اسیدها نقطه جوش بالاتری نسبت به استرها دارند.

۳) به شرط سیر شده و غیرحلقوی بودن مولکول‌ها، فرمول کلی الکل‌ها و اترها به صورت $C_nH_{2n+2}O$ ، آلدهیدها و کتون‌ها به صورت $C_nH_{2n}O$ و استرها و کربوکسیلیک اسیدها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ خواهد بود. چون فرمول شیمیایی کلی کتون‌ها و آلدهیدها مشابه هم است، اگر این دو گروه از مواد تعداد اتم‌های کربن برابری داشته باشند، نسبت به یکدیگر ایزومر به شمار می‌روند.

۴) تصویر زیر، ساختار ترکیب آلی موجود در زردچوبه را نشان می‌دهد:



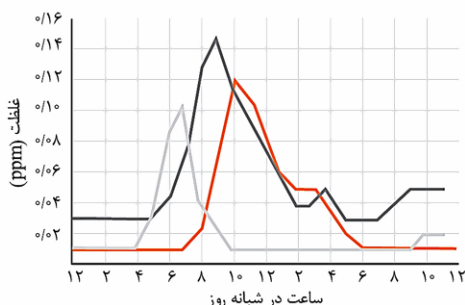
تصویر زیر نیز ساختار ترکیب آلی موجود در دارچین را نشان می‌دهد:



در ساختار این دو ماده، گروه‌های عاملی آلدهیدی و کتونی وجود دارد. چون در این دو ماده هیچ اتم هیدروژن متصل به اتم اکسیژنی وجود ندارد، ذرات سازنده این مواد توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارند.

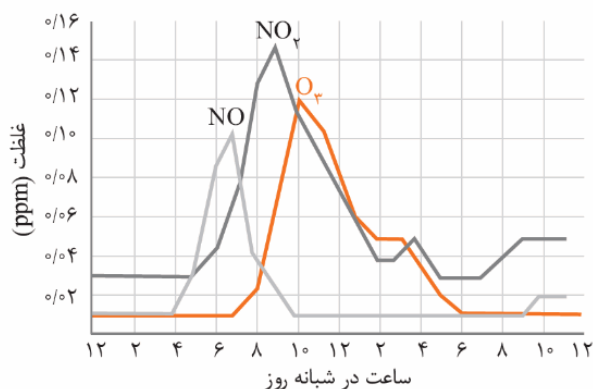
بو و مزه لذت بخش غذاهای بومی در هرجای جهان، اغلب به دلیل افزودن ادویه‌های ویژه‌ای به آنها است. ادویه‌ها افزون‌بر رنگ، بو و مزه خوشایندی که به غذاها می‌دهند، مصرف دارویی نیز دارند. امروزه از ادویه‌ها برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز بدن، جلوگیری از التهاب، پیشگیری از سرطان و گاهی بهبود یا رفع سرطان استفاده می‌شود. خواص ویژه‌ی ادویه‌ها به طور عمده وابسته به ترکیب‌های آلی موجود در آنها است. این ترکیب‌های آلی در ساختار خود افزون بر اتم‌های هیدروژن و کربن، اتم‌های اکسیژن، گاهی نیتروژن و گوگرد نیز دارند. تفاوت در خواص ادویه‌ها به دلیل تفاوت در ساختار این مواد آلی است.

گروه آموزشی ماز



۸۸- با توجه به نمودار مقابل که غلظت ۳ نمونه از آلاینده‌های موجود در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد، هنگامی که غلظت دو اکسید نیتروژن برای دومین بار برابر می‌شود، غلظت اوزون برابر چند ppm بوده و سرعت متوسط تولید اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن از ساعت ۱۲ شب تا این لحظه چند $\text{ppm} \cdot \text{h}^{-1}$ است؟

- ۱) $\frac{6}{1300} - 0.006$
- ۲) $\frac{6}{1300} - 0.016$
- ۳) $\frac{1}{140} - 0.006$
- ۴) $\frac{1}{140} - 0.016$



نمودار زیر، روند تغییر غلظت سه مورد از آلاینده‌های موجود در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد:

با توجه به این نمودار، مقایسه حداکثر غلظت گازهای اوزون، نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید در هوای شهرهای آلوده به صورت زیر است:

$$NO > O_3 > NO_2 \text{ : حداکثر غلظت}$$

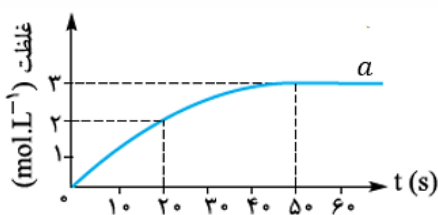
با توجه به نمودار، غلظت گازهای NO و NO_2 در طی شبانه‌روز برای اولین بار در حدود ساعت ۵ صبح و برای دومین بار در حدود ساعت ۷ صبح با هم برابر می‌شود. طبق نمودار داده شده، غلظت تقریبی اوزون در ساعت ۷ صبح در حدود $0.016 ppm$ است. شیمی‌دان‌ها آهنگ واکنش در گستره معینی از زمان، با نام سرعت واکنش بیان می‌کنند. با توجه به اطلاعات موجود در نمودار، از ساعت ۱۲ شب تا حوالی ساعت ۷ صبح، غلظت

NO_2 که معادل با اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن است، از حدود $0.03 ppm$ به حدود $0.08 ppm$ رسیده است. در پایان سرعت متوسط تولید این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{سرعت ماده} = \frac{\text{تغییرات مقدار ماده}}{\text{تغییرات زمان}} = \frac{(0.08 - 0.03) \text{ mol}}{7h} = \frac{5}{700} = \frac{1}{140} \text{ ppm} \cdot h^{-1}$$

با رشد دانش و فناوری، گسترش صنایع گوناگون و با انجام رفتارهای نادرست، گازهای آلاینده وارد هوا شده و دسترسی به هوای پاک محدودتر شده است. گازهای NO_2 ، SO_2 ، نیتروژن مونوکسید، کربن مونوکسید، اوزون، مواد آلی فرار و ذرات معلق، از جمله گازهای آلاینده‌ای موجود در هوای آلوده هستند. به دلیل وجود این آلاینده‌ها، هوای آلوده بوی بدی دارد، چهره شهر را زشت می‌کند، به فرایند فرسودگی ساختمان‌ها و پوسیدگی خودروها سرعت می‌بخشد و سبب ایجاد و تشدید بیماری‌های تنفسی از جمله برونشیت، آسم و سرطان ریه و حتی مرگ می‌شود. توجه داریم که همه گازهای موجود در هوای آلوده الزاماً بوی بدی ندارند. برای مثال، گاز کربن مونوکسید یک گاز بی‌بو است.

گروه آموزشی ماز



۸۹- با توجه به نمودار که مربوط به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش ۶ مول کلسیم کربنات با ۱۲ مول هیدروکلریک اسید در یک ظرف سر باز است، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- واکنش در محلول آبی به حجم ۲ لیتر در حال انجام است.
- سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا ثانیه ۵۰، برابر $0.06 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ است.
- سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه اول، ۲ برابر سرعت واکنش در بین ثانیه ۲۰ تا ۵۰ آن است.
- در لحظه‌ای که غلظت HCl برابر با $3/4$ مولار است، جرم مخلوط واکنش به اندازه $114/4$ گرم کاهش پیدا کرده است.

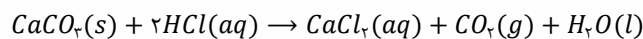
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

معادله موازنه شده واکنش هیدروکلریک اسید و کلسیم کربنات به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

پروسی موارده:

● باتوجه به اینکه غلظت ماده a از ابتدای واکنش در حال افزایش است، می‌توان گفت این ماده از جمله فراورده‌های واکنش است. غلظت مولار برای مواد گازی و محلول در آب تعریف می‌شود، پس نمودار می‌تواند مربوط به کلسیم کلرید یا کربن دی‌اکسید باشد. با توجه به برابر بودن ضریب استوکیومتری مواد $CaCl_2$ و CO_2 در معادله واکنش، مقدار مول نهایی تولید شده آن‌ها یکسان بوده اما به دلیل خروج گاز CO_2 از ظرف، این نمودار نمی‌تواند مربوط به غلظت این ترکیب گازی باشد، پس نمودار قطعاً مربوط به روند تولید کلسیم کلرید است. حال با استفاده از مول نهایی کلسیم کلرید تولید شده و غلظت نهایی این ماده، حجم محلول موجود در ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$? L = 12 \text{ mol } HCl \times \frac{1 \text{ mol } CaCl_2}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{1 L}{1 \text{ mol } CaCl_2} = 2 L$$

پس واکنش در محلولی به حجم ۲ لیتر در حال انجام است.

● ابتدا مول کلسیم کلرید تولید شده و سرعت تولید آن را تا ثانیه ۵۰ به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } CaCl_2 = 12 \text{ mol } HCl \times \frac{1 \text{ mol } CaCl_2}{2 \text{ mol } HCl} = 6 \text{ mol}$$

$$R = \frac{|\Delta n|}{t} = \frac{6}{50} = 0.12 \text{ mol.s}^{-1}$$

سرعت واکنش از حاصل تقسیم سرعت تولید یا مصرف مواد مختلف به ضریب استوکیومتری آن‌ها به دست می‌آید. با توجه به اینکه ضریب استوکیومتری کلسیم کلرید برابر ۱ است، سرعت تولید آن با سرعت واکنش برابر است.

● سرعت واکنش در بازه‌های مدنظر را با استفاده از نمودار محاسبه می‌کنیم:

$$R_{-20} = \frac{|\Delta m_{-20}|}{t} = \frac{2}{20} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$R_{20-50} = \frac{|\Delta m_{20-50}|}{t} = \frac{1}{30} = \frac{1}{30} \text{ mol.L}^{-1}\text{s}^{-1}$$

در پایان نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_{-20}}{R_{20-50}} = \frac{0.1}{\frac{1}{30}} = 3$$

● ابتدا مول باقی‌مانده هیدروکلریک اسید را به دست می‌آوریم:

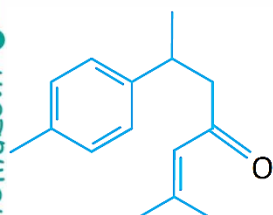
$$\frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\text{مول}}{2} \Rightarrow \text{مول} = \frac{6}{8}$$

پس می‌توان گفت ۵/۲ مول از هیدروکلریک اسید (۱۲ - ۶/۸) مصرف شده است. توجه داریم که در واکنش‌های شیمیایی به ازای مصرف مواد گازی در سمت واکنش دهنده‌ها، شاهد افزایش جرم مواد جامد موجود در ظرف بوده و به ازای تولید گازها در فراورده‌ها با کاهش جرم مخلوط روبه‌رو هستیم. حال جرم گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$? g CO_2 = 5/2 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 114/4 \text{ g}$$

پس تا این لحظه ۱۱۴/۴ گرم کاهش جرم مخلوط داریم.

گروه آموزشی ماز



۹۰- درباره مولکولی با ساختار مقابل، چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

- میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن نسبت به اولین آلکن منفی‌تر است.
- شکستن ۱ مول پیوند $C = C$ در آن، نسبت به باقی پیوندها انرژی بیشتری نیاز دارد.
- قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را داشته و به خوبی در آن حل می‌شود.
- نسبت کربن‌هایی که به دو اتم هیدروژن متصل شده اند به تعداد جفت الکترون ناپیوندی برابر ۰/۵ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی موارد:

● در ترکیبات آلی دارای اتم‌های اکسیژن، کربن و هیدروژن عدد اکسایش هیدروژن همیشه +۱ و عدد اکسایش اکسیژن همیشه برابر با -۲ است. از این نکته می‌توان برای به دست آوردن میانگین عدد اکسایش کربن در این گونه‌ها استفاده کرد. ابتدا فرمول مولکولی ترکیب داده شده را حساب می‌کنیم:

$$(\text{تعداد هالوژن}) - (4 \times \text{تعداد پیوند سه گانه}) - (2 \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (2 \times \text{تعداد حلقه}) + 2 - (2 \times \text{تعداد کربن}) = \text{تعداد اتم هیدروژن}$$

$$20 = (5 \times 2) - (1 \times 2) - (1 \times 2) + 2 - (2 \times 15) \Rightarrow \text{تعداد اتم هیدروژن} = 20$$

حال میانگین عدد اکسایش کربن را در گونه مطرح شده و اتن (اولین عضو خانواده آلکن‌ها) محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که جمع اعداد اکسایش یک ترکیب خنثی برابر صفر بوده و جمع اعداد اکسایش اتم‌ها در یون‌ها برابر با بار یون است. بر این اساس، داریم:

$$C_{15}H_{20}O : 15C + 20 \times (+1) + 1 \times (-2) \Rightarrow 15C = -18 \Rightarrow C = -12/5$$

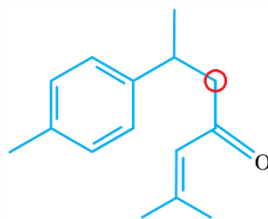
$$C_4H_4 : 4C + 4 \times (+1) \Rightarrow 4C = -4 \Rightarrow C = -1$$

همانطور که مشاهده می‌کنید عدد اکسایش کربن در گونه مطرح شده بالاتر است.

● انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند در حالت گازی و تولید اتم‌های گازی مجزا، آنتالپی پیوند نامیده می‌شود. آنتالپی پیوند با مرتبه پیوند رابطه مستقیم و با شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند رابطه عکس دارد. مرتبه پیوند $C = O$ و $C = C$ از باقی پیوندهای موجود در ساختار این ماده بیشتر است. توجه داریم شعاع اتم اکسیژن کمتر از کربن بوده و در نتیجه آنتالپی پیوند $C = O$ بالاتر است.

● این مولکول دارای گروه عامل کتونی بوده و همانند استون، می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کند، اما با توجه به بزرگ بودن بخش ناقطبی (بخش هیدروکربنی) موجود در این مولکول، می‌توان گفت بخش آب‌گریز این مولکول بر بخش آب‌دوست آن غلبه داشته و این ماده در مجموع ناقطبی است. با توجه به توضیحات داده شده، ماده مورد نظر انحلال‌پذیری بالایی در آب ندارد.

- در ساختار پیوند-خط مولکول‌های آلی، اتم‌های کربنی که دو خط به آن‌ها متصل شده است، به صورت CH_2 مشاهده می‌شوند. تنها گروه CH_2 این مولکول در شکل زیر با رنگ قرمز مشخص شده است:



در مولکول‌های آلی به ازای هر اتم از گروه ۱۵، یک عدد و به ازای هر اتم از گروه ۱۶، دو عدد و به ازای هر اتم از گروه ۱۷ نیز سه جفت الکترون ناپیوندی داریم. پس مولکول فوق فقط دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اکسیژن است.

گروه آموزشی ماز

۹۱- در مورد استری که در ساخت شوینده با بوی آناناس کاربرد دارد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- این ماده نسبت به هگزانویک اسید همپار (ایزومر) است.
- بین ذرات سازنده این استر، دو نوع نیروی بین مولکولی وجود دارد.
- از واکنش ۱- بوتانول با پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید به دست می‌آید.
- آنتالپی واکنش تولید آن توسط یک اسید دوظرفیتی قوی کاهش پیدا می‌کند.
- شمار پیوندهای کربن-کربن موجود در ساختار آن با شمار این پیوندها در ۲- متیل پنتان برابر است.

۴ (۴)

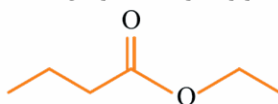
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

اتیل بوتانوات استری است که در ساخت شوینده با بوی آناناس کاربرد دارد. ساختار این ماده به صورت زیر است:

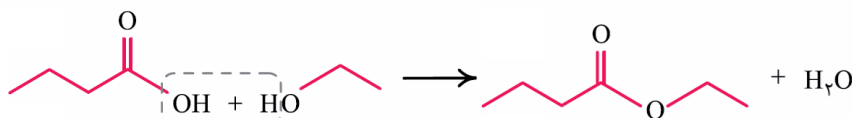


در رابطه با اتیل بوتانوات، فقط عبارت اول درست است. جدول زیر، ویژگی‌های برخی از انواع استرهای موجود در گیاهان را نشان می‌دهد:

نام گل یا میوه	نام استر	ساختار استر سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده
موز	پنتیل اتانوات	 ($C_7H_{14}O_2$)	$CH_3-(CH_2)_4-OH$ ۱- پنتانول	$CH_3-C(=O)-OH$ اتانویک اسید
سیب	متیل بوتانوات	 ($C_6H_{12}O_2$)	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$ متانول	$CH_3CH_2CH_2-C(=O)-OH$ بوتانویک اسید
انگور	اتیل هپتانوات	 ($C_9H_{18}O_2$)	$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2-OH$ اتانول	$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2-C(=O)-OH$ هپتانویک اسید

بررسی موارد:

- هگزانویک اسید نوعی کربوکسیلیک اسید ۶ کربنه است. استرها و کربوکسیلیک اسیدهای هم‌کربن، به شرط حلقوی نبودن و نداشتن پیوند دوگانه و سه‌گانه میان اتم‌های کربن، ایزومر به شمار می‌روند.
- برخلاف کربوکسیلیک اسیدها، میان استرها به دلیل نبودن اتم هیدروژن متصل به اتم اکسیژن، پیوند هیدروژنی وجود نداشته و نیروی بین مولکولی آن‌ها صرفاً شامل نیروهای واندروالسی می‌شود.
- اتیل بوتانوات، از واکنش اتانول (نوعی الکل تک عاملی حاصل از واکنش اتن با آب) و بوتانویک اسید پدید می‌آید. معادله واکنش تولید این ترکیب استری به صورت زیر است:



- سرعت واکنش تشکیل استرها از الکل ها و کربوکسیلیک اسیدها و همچنین آبکافت آن ها به اجزای سازنده، توسط H_2SO_4 افزایش می یابد. در واقع، سولفوریک اسید کاتالیزگر این واکنش شیمیایی است. توجه داریم که به کار بردن کاتالیزگرها تاثیری بر آنتالپی واکنش، مقدار نهایی فراورده ها، میزان انرژی واکنش دهنده ها و یا فراورده ها و همچنین ثابت تعادل ندارد.
- در ساختار اتیل بوتانات، ۴ پیوند کربن-کربن وجود دارد درحالی که در ساختار مولکولی ۲-متیل پنتان، ۵ پیوند اشتراکی کربن-کربن یافت می شود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مقایسه خاصیت اسیدی محلول ها، بر اساس ثابت یونش اسید موجود در آن ها صورت می گیرد.
- حضور مونومر سازنده نوعی از پلیمرهای سبز در آب، می تواند رنگ کاغذ pH را به قرمز تغییر دهد.
- منیزیم هیدروکسید، محلول در آب بوده و در هنگام انحلال در آب، رنگ کاغذ pH را به آبی تغییر می دهد.
- همه ترکیب های مولکولی، به صورت مولکولی در آب حل شده و محلول حاصل از آن ها رسانایی الکتریکی نخواهد داشت.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

فقط عبارت دوم درست است.

بررسی موارد:

- خاصیت اسیدی محلول های مختلف، به وسیله غلظت یون هیدرونیوم مشخص می شود در حالی که قدرت اسیدی ترکیب های مختلف، به وسیله مقدار ثابت یونش این مواد تعیین می شود. توجه داریم که با توجه به غلظت مواد، ممکن است محلول حاصل از اسیدی با خاصیت اسیدی بالاتر، قدرت اسیدی کمتری داشته باشد یا اینکه محلول حاصل از اسیدی با قدرت بالاتر، خاصیت اسیدی کمتری داشته باشد.
- برای تولید نوعی از پلیمرهای سبز، ابتدا نشاسته موجود در فراورده های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیشکر را به لاکتیک اسید تبدیل می کنند. سپس با استفاده از واکنش پلیمری شدن میان مولکول های لاکتیک اسید، پلی لاکتیک اسید را تولید می کنند. توجه داریم که لاکتیک اسید در ساختار خود عامل الکلی و اسیدی داشته و هنگام انحلال در آب، می تواند رنگ کاغذ pH را به قرمز تغییر دهد. در شیر ترش شده نیز لاکتیک اسید وجود دارد ولی از آن برای تولید صنعتی پلیمر سبز استفاده نمی شود.
- انحلال پذیری منیزیم هیدروکسید در آب، بسیار کم بوده و این ماده جزو ترکیب های نامحلول در آب طبقه بندی می شود. هرچند که این ماده به مقدار خیلی کمی در آب حل می شود، اما همان مقدار حل شده، مقداری یون هیدروکسید در محلول آزاد کرده و یک محیط بازی را ایجاد می کند.
- اسیدها (مانند استیک اسید) و بازها (مانند آمونیاک)، با حل شدن در آب، یونش یافته و غلظت یون های موجود در محلول را بالاتر برده و رسانایی آب را افزایش می دهند. توجه داریم که در این حین، ذرات حل شونده دچار تغییر ساختاری می شوند. به این گونه حل شدن، یونی و به محلول حاصل الکترولیت گفته می شود. در نقطه مقابل، برخی مواد هنگام حل شدن در آب، ساختار خود را به طور کامل حفظ می کنند و در این حالت، رسانایی محلول نیز بدون تغییر باقی می ماند. به اینگونه حل شدن، مولکولی گفته می شود.

شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می دهند پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان ها افزون بر ویژگی های اسیدها و بازها، با برخی واکنش های آن ها نیز آشنا بودند. سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. او بر روی رسانایی الکتریکی محلول های آبی کار می کرد. یافته های تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند. هرچند میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نیست.

گروه آموزشی ماز

۹۳- در دمای یکسان، pH محلولی از آمونیاک با pH محلولی که هر لیتر از آن حاوی 10^{-4} مول لیتیم اکسید است، برابر خواهد بود. اگر ثابت یونش آمونیاک در شرایط مورد نظر برابر $10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، آن گاه با ۵ لیتر از محلول آمونیاک، pH چند لیتر محلول اسیدی حاوی نوعی اسید قوی تک ظرفیتی را می توان از ۵ به ۷ رساند؟

۱۰۰۰ (۴)

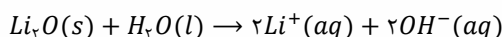
۱۱۰۰ (۳)

۸۵۰ (۲)

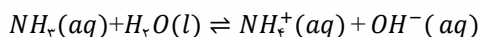
۷۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۲۰۱)

وقتی pH دو محلول برابر باشد، به معنای برابر بودن غلظت یون هیدرونیوم و هیدروکسید آن دو محلول است. هرمول لیتیم اکسید، در هنگام انحلال در آب مطابق واکنش زیر ۲ مول یون هیدروکسید تولید می کند.



با توجه به معادله واکنش نوشته شده، می توان گفت وقتی در هر لیتر از محلول مورد نظر 0.001 مول لیتیم اکسید حل شده باشد، غلظت یون هیدروکسید تولید شده توسط این ماده و در نتیجه غلظت هیدروکسید حاصل از انحلال آمونیاک برابر با 0.002 مول بر لیتر است. واکنش یونش آمونیاک در محلول به صورت زیر است:



عبارت ثابت تعادل این واکنش به صورت زیر محاسبه می شود:

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]}$$

حال با توجه به ثابت تعادل آمونیاک، غلظت تعادلی آن را محاسبه می کنیم:

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]} \xrightarrow{[NH_4^+] = [OH^-]} 2 \times 10^{-5} = \frac{[OH^-]^2}{[NH_3]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{(2 \times 10^{-4})^2}{[NH_3]} \Rightarrow [NH_3] = 0.002 \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین غلظت اولیه آمونیاک برابر ۰/۰۰۲۲ مول بر لیتر (۰/۰۰۲ + ۰/۰۰۰۲) بوده است. در قدم بعد، با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سوال، غلظت ترکیب حل شده در محلول اسید قوی را تعیین می کنیم. در این رابطه، داریم:

$$pH = 5 \Rightarrow [H^+] = 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{\text{اسید قوی با } a=1} \text{غلظت اسید} = 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

در پایان با استفاده از مقدار آمونیاک، حجم محلول اسیدی خنثی شده را محاسبه می کنیم:

$$? L \text{ محلول اسیدی} = 5 L \text{ محلول بازی} \times \frac{0.0022 \text{ mol } NH_3}{1 L \text{ بازی}} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol } NH_3} \times \frac{1 L \text{ محلول اسیدی}}{10^{-5} \text{ mol HA}} = 1100 L$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۱۱۰۰ لیتر محلول اسیدی مصرف می شود.

گروه آموزشی ماز

۹۴- کدام مطلب زیر، درست است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) نیروی بین ذرات سازنده در نمک پتاسیم اسیدهای چرب، نسبت به نمک سدیم اسیدهای چرب قوی تر است.
- (۲) پیوندهای $C = C$ موجود در یک مول پاک کننده غیرصابونی، حداقل با ۶ گرم گاز هیدروژن واکنش می دهند.
- (۳) نیروی جاذبه بین الیاف پارچه پلی استری و آلاینده ها، از نیروی جاذبه بین الیاف پارچه نخی و آلاینده ها ضعیف تر است.
- (۴) صابون مراغه به دلیل داشتن انواعی از مواد گوگرددار، در از بین بردن جوش های صورت و قارچ های پوستی کاربرد دارد.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۲۰۱)

افزایش تقاضای جهانی برای صابون و کاربردهای آن از یک سو و کاهش عرضه این فراورده از سوی دیگر سبب شد تا شیمی دان ها وارد عمل شوند. آن ها در جست و جوی موادی بودند که قدرت پاک کنندگی زیادی داشته باشند و بتوان آن ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. آن ها توانستند از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی مواد پاک کننده ای با فرمول همگانی زیر تولید کنند. موادی که به پاک کننده های غیرصابونی مشهور هستند.



همانطور که در شکل بالا مشاهده می کنید، پاک کننده های غیرصابونی از جمله مواد سیر نشده و آروماتیک بوده و در ساختار بخش آنیونی خود حداقل ۳ پیوند دوگانه کربن-کربن دارند. بر این اساس، می توان گفت یک مول از این گروه از مواد برای سیر شدن کامل بخش آنیونی خود، حداقل با ۳ مول گاز H_2 که معادل با ۶ گرم از این گاز است، واکنش می دهند.

پروسی سایر گزینه ها:

- (۱) نمک پتاسیم اسید چرب برخلاف نمک سدیم اسید چرب (نوعی صابون جامد)، در دمای اتاق به حالت مایع یافت شده و بر این اساس، می توان گفت که نیروی بین ذرات آن ضعیف تر از نمک سدیم اسید چرب است.
- (۳) در شرایط یکسان، آلاینده ها از پارچه های نخی به نسبت پلی استری راحت تر پاک می شوند. بر این اساس، می توان گفت نیروی جاذبه بین الیاف سازنده پارچه های پلی استری و آلاینده ها قوی تر است.
- (۴) صابون مراغه افزودنی شیمیایی نداشته و به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای شست و شوی موهای چرب از آن استفاده می شود. صابون مراغه، با بیش از ۱۵۰ سال قدمت، معروف ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ های بزرگ با آب برای چندین ساعت می جوشانند و پس از قالب گیری، آنها را در آفتاب خشک می کنند.

گروه آموزشی ماز

۹۵- محلولی از سولفوریک اسید با غلظت ۰/۲ مول بر لیتر در اختیار داریم. اگر pH محلول سولفوریک اسید به اندازه ۱۱/۵ واحد کمتر از pH محلولی از آمونیاک بوده و ثابت یونس آمونیاک در محلول این ماده برابر با $10^{-4.75} \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، برای خنثی کردن ۵ لیتر محلول یک مولار هیدروکلریک اسید، به چند لیتر از محلول آمونیاک در آب نیاز داریم؟

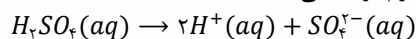
۱/۶ (۴)

۱/۲ (۳)

۲/۵ (۲)

۳/۲ (۱)

سولفوریک اسید یک اسید قوی دوظرفیتی بوده که طبق معادله زیر، در محلول خود یونش یافته و یون هیدرونیوم تولید می کند:



بر این اساس، می توان گفت غلظت هیدرونیوم در محلول ۰/۲ مولار آن برابر با ۰/۴ مولار است. حال pH این محلول اسیدی را محاسبه می کنیم:

$$pH_1 = -\log[H_1^+] = -\log(0.4) = 0.4$$

در قدم بعد، pH محلول آبی آمونیاک را محاسبه می کنیم:

$$pH_2 = 0.4 + 11.5 = 11.9$$

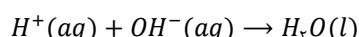
در مرحله بعد، غلظت یون هیدروکسید در محلول آمونیاک را به دست می آوریم:

$$pH_2 = 11.9 \Rightarrow [H^+] = 10^{-11.9} \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [OH^-] = 10^{-2.1} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به غلظت یون هیدروکسید، غلظت محلول آمونیاک را محاسبه می کنیم:

$$K_b = \frac{[NH_4^+][OH^-]}{[NH_3]} \xrightarrow{[NH_4^+]=[OH^-]} 1/6 \times 10^{-4.9} = \frac{[OH^-]^2}{[NH_3]} \Rightarrow 1/6 \times 10^{-4.9} = \frac{10^{-2.1/2}}{[NH_3]} \Rightarrow [NH_3] = \frac{10^{-0.7}}{1/6} = \frac{5}{1/6} \text{ mol.L}^{-1}$$

معادله زیر، نمایی از واکنش اصلی که طی فرایند خنثی شدن اسیدها و بازها انجام می شود را نشان می دهد:



در مرحله پایانی، حجم محلول آمونیاک مورد نیاز برای خنثی سازی ۵ لیتر محلول اسیدی را حساب می کنیم:

$$? L \text{ بازی} = \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 L \text{ محلول اسیدی}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 L \text{ بازی}}{5 \text{ mol NH}_3} = 1/6 L$$

گروه آموزشی ماز

۹۶- اگر بتوان محلول آبی حاوی یون D^+ را در ظرفی از جنس فلز A نگهداری کرد و همچنین در سلول گالوانی حاصل از عناصر M و D، فلز D در نقش کاتد باشد، کدام یک از مقایسه های زیر در مورد پتانسیل کاهش استاندارد این عناصر درست است؟

$$D > A \text{ و } D > M \quad (2)$$

$$A > M > D \quad (4)$$

$$A > D \text{ و } M > D \quad (1)$$

$$A > D > M \quad (3)$$

برای ایجاد جریان الکتریکی، باید الکترون ها را از یک مسیر معین عبور داد یا از نقطه ای به نقطه ای دیگر جابجا نمود. اگر به جای داد و ستد مستقیم الکترون بین گونه های اکسند و کاهنده در یک واکنش، بتوان الکترون ها را از طریق یک مدار بیرونی هدایت و جابه جا کرد، آنگاه می توان بخشی از انرژی آزاد شده در واکنش اکسایش-کاهش را به شکل انرژی الکتریکی در دسترس تبدیل نمود. سلول گالوانی، دستگاهی است که می تواند بر اساس قدرت کاهندگی فلزها انرژی الکتریکی تولید کند. در سلول گالوانی، گونه ای با خاصیت کاهندگی بالاتر و تمایل بیشتر به از دست دادن الکترون در سمت آند و گونه ای با خاصیت اکسندگی بالاتر و تمایل بیشتر به گرفتن الکترون در سمت کاتد قرار می گیرد. چون در سلول گالوانی حاصل از عناصر M و D، فلز D در نقش کاتد است، پس می توان گفت این فلز در مقایسه با فلز M پتانسیل کاهش استاندارد بالاتری دارد. بر این اساس، داریم:

$$E_M^0 < E_D^0$$

توجه داریم که هرچه قدرت کاهندگی گونه ای بیشتر باشد، مقدار E^0 آن پایین تر و هرچه گونه ای قدرت اکسندگی بیشتری داشته باشد، مقدار E^0 آن بالاتر خواهد بود. طبق فرض سوال، فلز A نمی تواند با یون D^+ موجود در یک واکنش دهد. بر این اساس، مقایسه پتانسیل استاندارد این گونه ها به صورت زیر است:

$$E_A^0 > E_D^0$$

پس به طور کلی می توان نتیجه گرفت مقایسه پتانسیل استاندارد گونه های مطرح شده به صورت زیر است:

$$E_A^0 > E_D^0 > E_M^0$$

گروه آموزشی ماز

۹۷- در ترکیب داده شده در کدام گزینه، میانگین عدد اکسایش اتم های کربن متفاوت از سایر گزینه ها است؟

(۴) استیرن

(۳) اتیلن گلیکول

(۲) اتیل اتانوات

(۱) بنزوئیک اسید

مجموع عدد اکسایش اتم ها در یک گونه خنثی برابر صفر و در یک گونه باردار، برابر بار گونه است. بر این اساس، میانگین عدد اکسایش اتم های کربن را در گونه های مدنظر محاسبه می کنیم:

$$C_7H_6O_2: 7C + 6 \times (+1) + 2 \times (-2) = 0 \Rightarrow C = -\frac{2}{7}$$

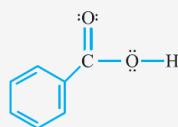
$$C_2H_4O_2: 2C + 4 \times (+1) + 2 \times (-2) = 0 \Rightarrow C = -1$$

$$C_2H_4O_2: 2C + 4 \times (+1) + 2 \times (-2) = 0 \Rightarrow C = -1$$

$$C_8H_8: 8C + 8 \times (+1) = 0 \Rightarrow C = -1$$

با توجه به محاسبات بالا، میانگین عدد اکسایش اتم های کربن در بنزوئیک اسید متفاوت از سایر ترکیب های داده شده است.

بنزوئیک اسید، همچنان که از اسمش پیداست، از مشتقات بنزن بوده و آروماتیک است و یک کربوکسیلیک اسید با ساختار زیر است که به عنوان نگهدارنده در صنعت مواد غذایی استفاده می شود.



بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$)، در تمشک و توت فرنگی وجود داشته و از آن به عنوان نگهدارنده در صنایع غذایی استفاده می شود.

گروه آموزشی ماز

۹۸- آنتالپی فروپاشی، معادل با گرمای مصرف شده در ثابت برای فروپاشی یک مول از ترکیب های یونی بوده و بین نمک های حاصل از عناصر فلزی موجود در یک دوره از جدول تناوبی، با میزان واکنش پذیری عنصر فلزی، رابطه دارد.

(۴) فشار - عکس

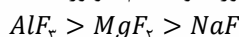
(۳) فشار - مستقیم

(۲) دما - عکس

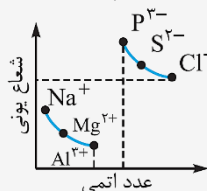
(۱) دما - مستقیم

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۲۰۳)

آنتالپی فروپاشی، معادل با گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یون های گازی مجزا است. آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب های یونی، با چگالی بار یون های سازنده آن ماده رابطه مستقیم دارد. از طرفی، می دانیم که چگالی بار یون ها نیز با اندازه بار یون رابطه مستقیم و با شعاع یون رابطه عکس دارد. در یک دوره از جدول تناوبی، با حرکت از سمت چپ به راست، اندازه بار کاتیون در گروه های اصلی افزایش و اندازه بار آنیون ها کاهش پیدا می کند. از طرفی، خاصیت فلزی و شعاع اتمی در یک دوره از چپ به راست کاهش می یابد. بر این اساس، می توان گفت با پیمایش در طول یک دوره از سمت چپ به راست، با کاهش واکنش پذیری فلزها، آنتالپی فروپاشی شبکه نمک حاصل از کاتیون آن ها افزایش پیدا می کند. برای مثال، مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور آلومینیم فلئورید، منیزیم فلئورید و سدیم فلئورید به صورت زیر است:



می دانیم که که در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه های الکترونی زیادتر شده و شعاع اتمی عناصر افزایش پیدا می کند. در یک تناوب نیز با حرکت از چپ به راست، نیروی جاذبه هسته بر الکترون های اطراف آن بیشتر شده و شعاع اتمی عناصر کاهش پیدا می کند. در رابطه با شعاع یونی نیز می دانیم که در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه های الکترونی موجود در یون ها بیشتر شده و به همین خاطر، شعاع یونی عناصر افزایش پیدا می کند. از میان آنیون های موجود در یک دوره، با افزایش بار یون ها، شعاع آن ها بیشتر می شود. از میان کاتیون های موجود در یک دوره نیز با افزایش بار یون ها، شعاع آن ها کاهش پیدا می کند. نمودار زیر، روند تغییر شعاع یونی در تناوب سوم را نشان می دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۹- در تولید انرژی الکتریکی با استفاده از نور خورشید، شارهای که به صورت مستقیم انرژی پرتوهای خورشیدی را جذب می کند، در ساختار خود شبکه بلوری و دمای جوش یک نمونه از این ماده در مقایسه با هیدروژن سولفید، است.

(۴) نداشته - کم تر

(۳) نداشته - بیشتر

(۲) داشته - بیشتر

(۱) داشته - کم تر

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

واژه شبکه بلوری، برای توصیف آرایش سه بعدی و منظم اتم ها، مولکول ها و یون ها در حالت جامد به کار می رود. در تولید انرژی الکتریکی با استفاده از نور خورشید، یک ترکیب یونی مذاب مثل سدیم کلرید مذاب، انرژی پرتوهای خورشیدی را از روی برج گیرنده جذب کرده و با تولید بخار آب، باعث حرکت توربین می شود. به دلیل مذاب بودن سدیم کلرید در این نیروگاه ها، برای این ماده اصطلاح شبکه بلوری استفاده نمی شود. توجه داریم که سدیم کلرید، یک ترکیب یونی بوده و دمای جوش آن قطعا از دمای جوش یک ماده مولکولی مثل هیدروژن سولفید بیشتر است.

خورشید بزرگترین منبع انرژی برای زمین است. این ستاره انرژی خود را در قالب پرتوهای الکترومغناطیسی به سمت ما (زمین) گسیل می کند که از آن می توان به عنوان یک منبع انرژی تجدید پذیر استفاده کرد. از آن جا که بهره گیری بیشتر از این انرژی پاک موجب کاهش ردیای زیست محیطی می شود، دانشمندان به دنبال فناوری هایی هستند که بتوانند بخشی از این انرژی خدادادی و رایگان را ذخیره کرده و به شکل انرژی الکتریکی وارد چرخه مصرف کنند. تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی فرایند آسانی نبوده و به دانش و فناوری پیشرفته نیاز دارد و به همین خاطر است که فقط در برخی از کشورهای توسعه یافته انجام می شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- چه تعداد از موارد زیر باعث افزایش درصد مولی آمونیاک در مخلوط واکنش فرایند هابر می شود؟

● افزایش فشار مخلوط واکنش

● استفاده از کاتالیزگر آهن در مخلوط واکنش

● خارج کردن گاز هیدروژن از مخلوط واکنش

● کاهش دمای مخلوط واکنش

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

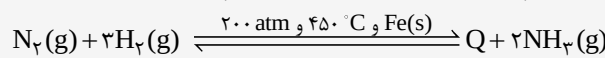
پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

گازهای نیتروژن و هیدروژن براساس واکنش تعادلی زیر به آمونیاک تبدیل می‌شوند:

$3H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g) + Q$
 برای کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش‌های مختلف و افزایش سرعت آن‌ها، می‌توان از کاتالیزگرها استفاده کرد. این مواد پایداری گرمایی و شیمیایی مناسبی داشته و اغلب اختصاصی عمل می‌کنند. به کار بردن کاتالیزگرها تاثیری بر آنتالپی واکنش، مقدار نهایی فراورده‌ها، میزان انرژی واکنش دهنده‌ها و یا فراورده‌ها و همچنین ثابت تعادل ندارد.

توجه داریم که با افزایش فشار در یک واکنش تعادلی، براساس اصل لوشاتلیه واکنش به سمت تولید مول گازی کمتر جابه‌جا می‌شود، پس می‌توان گفت با افزایش فشار محیط، درصد مولی آمونیاک در مخلوط افزایش پیدا می‌کند. با کاهش دما نیز واکنش به سمت تولید گرما و در جهت رفت به پیش رفته و درصد مولی آمونیاک افزایش می‌یابد.

نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در دمای اتاق با گاز هیدروژن حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و شرایط اتاق نمی‌توانیم برای تولید آمونیاک استفاده کنیم. از طرف دیگر، واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن برگشت‌پذیر است و به صورت تعادلی انجام می‌شود؛ پس کل گازهای نیتروژن و هیدروژن وارد شده به محفظه واکنش، به فراورده تبدیل نمی‌شوند. هابر به دنبال شرایطی بود که در آن، واکنش دهنده‌ها تا حد ممکن به فراورده‌ها تبدیل شوند و واکنش به میزان بیشتری پیشرفت کند. هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. واکنش انجام‌شده توسط هابر به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، شرایط بهینه برای انجام شدن این فرایند، شامل دمای $450^\circ C$ (معادل با $723^\circ K$ کلین)، فشار 200 atm و فلز آهن به عنوان کاتالیزگر مناسب می‌شود. در چنین شرایطی، ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

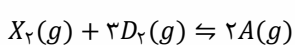
گروه آموزشی ماز

۱۰۱- تعادل $X_2(g) + 3D_2(g) \rightleftharpoons 2A(g)$ ، با حضور ۴ مول گاز X_2 و ۸ مول گاز D_2 در یک ظرف ۲ لیتری با حجم ثابت و فشار ۶ اتمسفر آغاز می‌شود. اگر در حالت تعادل، درصد مولی گاز A در مخلوط واکنش برابر با ۲۰٪ باشد، فشار ظرف در حالت تعادل چند اتمسفر بوده و مقدار ثابت تعادل کدام است؟

$\frac{16}{375} - 5$ (۴)	$\frac{16}{375} - 4$ (۳)	$\frac{125}{12} - 5$ (۲)	$\frac{125}{12} - 4$ (۱)
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۲۰۴)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



باتوجه به ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش، اگر x مول از گاز X_2 مصرف شود، $3x$ مول از گاز D_2 مصرف شده و $2x$ مول از گاز A تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت مقدار مول تعادلی گازهای X_2 ، D_2 و A در ظرف واکنش به ترتیب برابر با x ، $4 - 3x$ و $8 - 2x$ مول خواهد بود. حال با استفاده از مقدار مول گازها و اطلاعات داده شده در صورت سوال، مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$A \text{ درصد مولی گاز } A = \frac{\text{مول گاز } A}{\text{مول کل گازها}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{2x}{2x + (8 - 3x) + (4 - x)} \times 100 \Rightarrow \frac{2x}{12 - 2x} \times 100 \Rightarrow x = 1$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت در ابتدا مجموعاً ۱۲ مول ماده گازی در مخلوط داشتیم که در حالت تعادل، این مقدار به ۱۰ مول رسیده است. به عبارت دیگر، طی این فراین شمار مول گازها $\frac{5}{6}$ برابر شده و چون حجم و دمای ظرف ثابت است، پس می‌توان گفت طبق قانون گازها، فشار ظرف نیز $\frac{5}{6}$ برابر شده و به ۵ اتمسفر می‌رسد. حال باتوجه به مول تعادلی گازها و حجم ظرف، غلظت هر ماده را به دست می‌آوریم:

$$A = 2\text{mol} \xrightarrow{V=2L} [A] = 1\text{mol} \cdot L^{-1}$$

$$D_2 = 5\text{mol} \xrightarrow{V=2L} [D_2] = 2.5\text{mol} \cdot L^{-1}$$

$$X_2 = 3\text{mol} \xrightarrow{V=2L} [X_2] = 1.5\text{mol} \cdot L^{-1}$$

در قدم آخر، ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم:

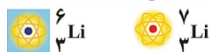
$$K = \frac{[A]^2}{[X_2][D_2]^3} = \frac{[1]^2}{[1.5][2.5]^3} = \frac{16}{375} L \cdot \text{mol}^{-2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- در یک نمونه لیتیم که از اتم‌های طبیعی این عنصر ساخته شده است، به ازای هر اتم از ایزوتوپ سبک‌تر، ۴ اتم از ایزوتوپ سنگین‌تر وجود دارد. یک نمونه از این فلز به جرم $1/7$ گرم، در شرایط استاندارد با چند لیتر گاز فلوئور به طور کامل واکنش داده و با استفاده از نمک تولید شده، چند میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار می‌توان تهیه کرد؟

$625 - 5/6$ (۴)	$625 - 2/8$ (۳)	$800 - 5/6$ (۲)	$800 - 2/8$ (۱)
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

تصویر زیر، نمایی از اتم‌های موجود در یک نمونه طبیعی لیتیم را نشان می‌دهد:

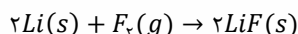


اگر در یک نمونه‌ی لیتیم، به ازای هر اتم از ایزوتوپ سبک‌تر، ۴ اتم از ایزوتوپ سنگین‌تر وجود داشته باشد، می‌توان گفت درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ${}^7\text{Li}$ و ${}^6\text{Li}$ در نمونه‌ی مورد نظر به ترتیب برابر با ۸۰ و ۲۰ درصد می‌شود. بر این اساس، جرم اتمی میانگین لیتیم را محاسبه می‌کنیم.

$$= \frac{\dots + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول})}{100} = \text{جرم اتمی میانگین}$$

$$= \frac{(20 \times 6) + (80 \times 7)}{100} = 6.8 \text{ amu}$$

معادله واکنش فلز لیتیم با گاز فلوئور به صورت زیر است:



این واکنش از نوع اکسایش-کاهش بوده و در آن یک ترکیب یونی دوتایی به اسم لیتیم فلوئورید تولید می‌شود. با توجه به معادله واکنش بالا، حجم گاز فلوئور مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? L \text{ F}_2 = \frac{1}{2} g \text{ Li} \times \frac{1 \text{ mol Li}}{6.8 g \text{ Li}} \times \frac{1 \text{ mol F}_2}{2 \text{ mol Li}} \times \frac{22.4 L \text{ F}_2}{1 \text{ mol F}_2} = \frac{1}{8} L$$

در قدم بعد، مقدار لیتیم فلوئورید تولید شده و حجم محلول حاصل از این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol LiF} = \frac{1}{2} g \text{ Li} \times \frac{1 \text{ mol Li}}{6.8 g \text{ Li}} \times \frac{2 \text{ mol LiF}}{2 \text{ mol Li}} = 0.147 \text{ mol}$$

$$? \text{ mL محلول} = 0.147 \text{ mol LiF} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{0.4 \text{ mol LiF}} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} = 367.5 \text{ mL}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- اگر فرمول شیمیایی اسکاندیم پرسولفید به صورت $\text{Sc}_x(\text{SO}_4)_y$ باشد، در فرمول شیمیایی آهن(II) پرسولفید نسبت شمار عناصرها به شمار اتم‌ها چقدر بوده و در ترکیب منیزیم پرسولفید، نسبت میان شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها کدام است؟

$$1 - 0.4 (4)$$

$$2 - 0.3 (3)$$

$$2 - 0.4 (2)$$

$$1 - 0.3 (1)$$

اسکاندیم، یک عنصر فلزی از گروه ۳ بوده و در جدول تناوبی، اولین عنصر دسته‌ی d است. اسکاندیم در ترکیبات یونی با بار ۳+ شرکت می‌کند. فرمول شیمیایی اسکاندیم پرسولفید نیز به صورت $\text{Sc}_2(\text{SO}_4)_3$ است. از آنجا که ترکیبات یونی در مجموع خنثی هستند، پس باید حاصل ضرب بار آنیون‌ها در تعداد آن‌ها، با حاصل ضرب بار کاتیون‌ها در تعداد آن‌ها برابر باشد. با توجه به توضیحات داده شده، بار یون پرسولفید $(\text{SO}_4)^{2-}$ برابر با ۲- است.

نخستین سری از فلزهای واسطه، در تناوب چهارم جدول دوره‌ای جای داشته و عدد اتمی آن‌ها در بازه‌ی ۲۱ تا ۳۰ قرار می‌گیرد. آرایش الکترونی این عناصر فلزی به صورت زیر است:

$[\text{Ar}]3d^1 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^2 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^3 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^4 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^5 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^6 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^7 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^8 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^9 4s^1$	$[\text{Ar}]3d^{10} 4s^1$
۲۱ Sc اسکاندیم	۲۲ Ti تیتانیم	۲۳ V وانادیم	۲۴ Cr کروم	۲۵ Mn منگنز	۲۶ Fe آهن	۲۷ Co کوبالت	۲۸ Ni نیکل	۲۹ Cu مس	۳۰ Zn روی
$[\text{Ar}]3d^1 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^2 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^3 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^4 4s^1$	$[\text{Ar}]3d^5 4s^1$	$[\text{Ar}]3d^6 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^7 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^8 4s^2$	$[\text{Ar}]3d^9 4s^1$	$[\text{Ar}]3d^{10} 4s^2$

اسکاندیم (${}_{21}\text{Sc}$)، نخستین فلز واسطه موجود در جدول دوره‌ای است. این ماده در برخی وسایل خانه مانند تلویزیون‌رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد. توجه داریم که آرایش الکترونی عناصر کروم (${}_{24}\text{Cr}$) و مس (${}_{29}\text{Cu}$) و تعدادی از عناصر هم‌گروه با آن‌ها (عناصر موجود در گروه‌های ۶ و ۱۱) از قاعده‌ی آفبا پیروی نمی‌کند. آرایش الکترونی تعدادی از عناصر موجود در گروه ۶ به $(n-1)d^5 ns^1$ و آرایش الکترونی تعدادی از عناصر گروه ۱۱ نیز به $(n-1)d^{10} ns^1$ ختم می‌شود. مشخص است که این عناصر تنها دارای یک الکترون در زیرلایه‌ی s خارجی‌ترین لایه‌ی خود هستند.

بر اساس بار و فرمول شیمیایی یون پرسولفید، فرمول شیمیایی آهن(II) پرسولفید نیز به صورت FeSO_4 است که در آن شمار عناصر (۳ عدد)، ۰/۳ برابر شمار اتم‌ها (۱۰ عدد) است. توجه داریم که فرمول شیمیایی منیزیم پرسولفید نیز به صورت MgSO_4 است که در آن تعداد آنیون‌ها با تعداد کاتیون‌ها برابر است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- در سلول آهن-مس، آنیونهای موجود در الکترولیت از خلال دیواره متخلخل به سمت نیمسلول آهن مهاجرت می کنند.
- باتری از فراوردههای صنعتی است که در شرایط معین، بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند.
- پس از قرار دادن تیغه فلزی از جنس قلع در محلول آلومینیم نیترات، دمای محلول افزایش پیدا می کند.
- در واکنش میان فلز روی با گاز اکسیژن، شعاع ذرات سازنده گونه اکسند، کاهش پیدا می کند.
- در سمت آند سلول برقکافت سدیم برمید مذاب، یک فراورده قرمز رنگ تولید می شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۴۰۲)

عبارتهای اول، دوم و پنجم درست هستند.

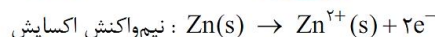
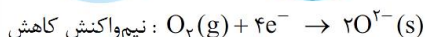
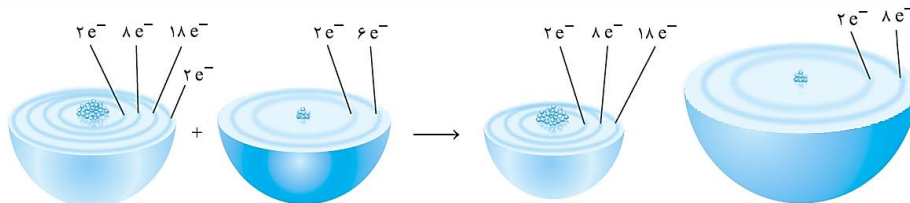
بررسی موارد:

● در سلول آهن-مس، نیمسلول آهن در نقش آند بوده و می دانیم که در سلولهای گالوانی و الکترولیتی، آنیونها به سمت تیغه آندی حرکت می کنند. بر این اساس، می توان گفت در سلول مورد نظر آنیونهای موجود در الکترولیت از خلال دیواره متخلخل به سمت نیمسلول آهن مهاجرت می کنند. توجه داریم که واکنش انجام شده در سلول گالوانی آهن-مس، مشابه همان واکنشی است که با وارد کردن تیغهای از جنس فلز آهن به محلول دارای یونهای مس (II) انجام می شود. تنها تفاوت فرایندهای انجام شده در آن است که به کمک سلول گالوانی، واکنش مورد نظر در یک شرایط کنترل شده انجام می شود و از جریان الکتریکی ایجاد شده در آن می توانیم به عنوان منبع تولید الکتریسیته استفاده کنیم.

● یکی از کاربردهای واکنشهای اکسایش-کاهش، استفاده از آنها در ساختن انواع باتریها است. باتری از فراوردههای مهم صنعتی است که در محل مورد نیاز، با انجام واکنشهای شیمیایی، بخشی از انرژی شیمیایی ذخیره شده در خود را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند. ساختار و ویژگیهای هر باتری متناسب با کاربرد ویژه ای است که آن باتری دارد. با پیشرفت صنایع، نیاز و تقاضا برای ساختن باتریهایی با ویژگیهای گوناگون و کاربرد معین افزایش پیدا کرده است.

● آلومینیم در مقایسه با قلع قدرت کاهندگی بیشتری دارد و به همین خاطر، پس از قرار دادن تیغه فلزی از جنس قلع در محلول آلومینیم سولفات، هیچ واکنشی در محلول اتفاق نیفتاده و دمای محلول ثابت باقی می ماند.

● واکنش میان فلز روی و گاز اکسیژن به صورت زیر است:



گونه کاهنده، گونه ای است که اکسایش یافته و سبب کاهش سایر گونه های شرکت کننده در واکنش می شود. در این واکنش، شعاع ذرات سازنده گونه کاهنده (فلز روی)، کاهش پیدا می کند. این در حالی است که طی فرایند مورد نظر، شعاع ذرات گونه اکسند (اکسیژن) افزایش پیدا می کند.

● در سمت آند سلول الکترولیتی مربوط به برقکافت سدیم برمید، نیم واکنش اکسایش یونهای برمید انجام شده و بخار برم تولید می شود. همانطور که می دانیم، بخار برم یک ماده قرمز رنگ است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- در یک کارگاه، از مخلوط منیزیم اکسید و کلسیم اکسید برای تبدیل گاز کربن دی اکسید حاصل از سوختن کامل ۸۰ کیلوگرم گاز متان با خلوص ۲۵٪ به مواد معدنی استفاده می شود. اگر طی این فرایند ۱۱۷ کیلوگرم ماده معدنی بدست آمده باشد، در مخلوط اولیه از اکسیدهای فلزی، شمار یونهای فلز با واکنش پذیری بیشتر، چند برابر شمار یونهای فلز دیگر بوده است؟

$$(Ca = 40 \text{ و } Mg = 24 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

۲ (۴)

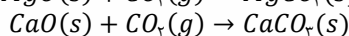
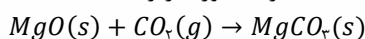
۱/۵ (۳)

۲/۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مسأله - ۱۱۰۱)

واکنشهای موازنه شده میان MgO و CaO با گاز کربن دی اکسید نیز به صورت زیر است:



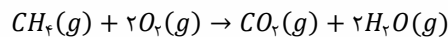
اگر شمار مولهای CaO و MgO موجود در مخلوط اولیه را به ترتیب n و m نشان بدهیم، شمار مولهای کلسیم کربنات و منیزیم کربنات تولید شده در انتهای فرایند نیز به ترتیب برابر با n و m مول می شود.

بر این اساس، خواهیم داشت:

$$= 117 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = (\text{جرم مولی } MgCO_3 \times \text{تعداد مول } MgCO_3) + (\text{جرم مولی } CaCO_3 \times \text{تعداد مول } CaCO_3) = \text{مجموع جرم دو فراورده}$$

$$\rightarrow (n \times 100) + (m \times 84) = 117000 \quad (1)$$

در واکنش های بالا، به ازای مصرف هر مول از اکسیدهای MgO و CaO ، یک مول گاز CO_2 مصرف می شود. بنابراین روزانه در مجموع $(n + m)$ مول گاز CO_2 مصرف می شود. واکنش سوختن کامل گاز متان به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 80 \text{ kg } CH_4 \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{25 \text{ g } CH_4}{100 \text{ g } CH_4} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = 1250 \text{ mol } CO_2$$

$$(2) \quad n + m = 1250 \rightarrow n = 1250 - m$$

حالا از جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱)، مقادیر n و m را بدست می آوریم:

$$(1250 - m) \times 100 + 84m = 117000 \rightarrow m = \frac{8000}{16} = 500 \text{ mol} \rightarrow n = 1250 - 500 = 750 \text{ mol}$$

مقدار واکنش پذیری فلز Ca از فلز Mg بیشتر است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{شمار یون های فلز } Ca}{\text{شمار یون های فلز } Mg} = \frac{\text{تعداد مول } CaO}{\text{تعداد مول } MgO} = \frac{n}{m} = \frac{750}{500} = 1/5$$

گروه آموزشی ماز