

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۲۱ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۱۵

دفترچه شماره ۱



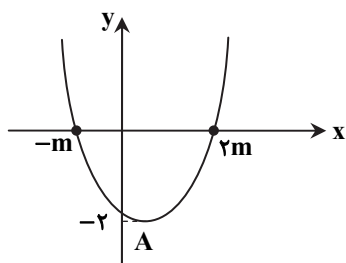
همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- در ۲۰ جمله اول یک دنباله هندسی، مجموع جملات با شماره‌های زوج، چهار برابر مجموع کل جملات است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۲- $x = \frac{1}{2}$ ، محور تقارن سهمی زیر است و A پایین‌ترین نقطه نمودار است. این سهمی محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟



- (۱) $-\frac{5}{3}$
(۲) $-\frac{4}{3}$
(۳) $-\frac{16}{9}$
(۴) $-\frac{17}{9}$

۳- اگر $\alpha + \beta$ و $\alpha - \beta$ ریشه‌های معادله $x - \frac{1}{x} = \beta$ باشند، معادله‌ای درجه ۲ که ریشه‌های آن α^2 و β^2 باشد، کدام است؟

- (۱) $9x^2 - 15x + 4 = 0$ (۲) $9x^2 + 15x + 4 = 0$ (۳) $9x^2 - 15x - 4 = 0$ (۴) $9x^2 + 15x - 4 = 0$

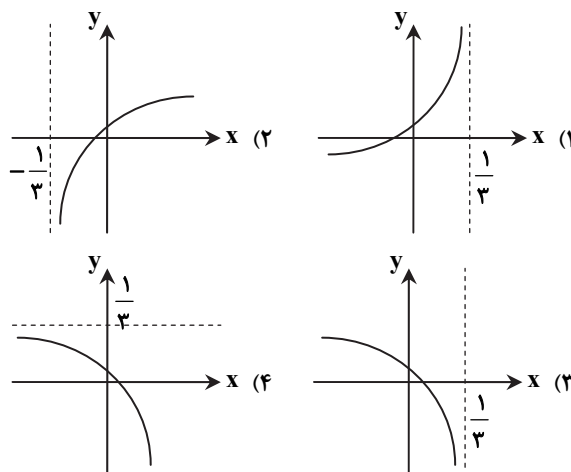
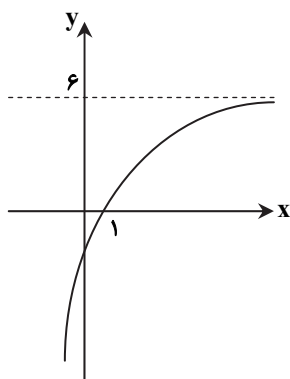
۴- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x}{x+2} = \frac{2([x]+[-x])}{2x+1}$ ، کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۵- اگر $a = \sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}$ و $b = \sqrt[4]{6-3\sqrt{3}}$ ، آنگاه حاصل $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۶- نمودار تابع $f(x) = a - b \times 3^{2-x}$ به صورت روبه‌رو است. نمودار $y = \log_b(b - ax)$ به کدام صورت است؟



محل انجام محاسبات

۷- اگر نقطه $A(1, -2)$ واقع بر نمودار $y = 2f(x+1)$ باشد، مجموع طول و عرض نقطه متناظر A واقع بر نمودار $y = 2 + f(-3x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۸- با فرض $g(x) = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{4-x}$ و $f(x) = \sqrt{2x-1} + 1$ ، دامنه تعریف تابع $y = (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) $[5, +\infty)$ (۲) $[1, 5]$ (۳) $[\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $[\frac{1}{2}, 5]$

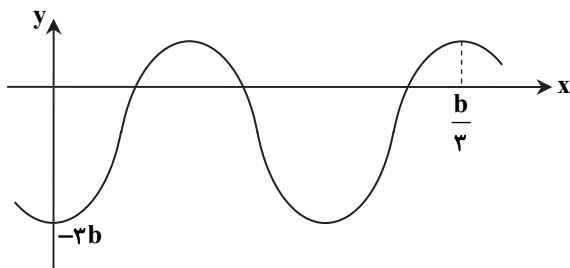
۹- زوایای α و 2β مکمل اند. اگر $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$ ، مقدار $\cos 2\beta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{18}{25}$ (۲) $\frac{21}{25}$ (۳) $-\frac{18}{25}$ (۴) $-\frac{21}{25}$

۱۰- فرض کنید α زاویه‌ای حاده بوده و $a = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ و $b = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ اگر $a^3 + b^3 = 18$ ، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $g(x) = a \sin \pi(bx - \frac{1}{3})$ است. مقدار ab کدام است؟



- (۱) ۳
(۲) ۲۷
(۳) ۹
(۴) ۱۲

۱۲- بزرگ‌ترین جواب معادله $1 + \sin x - \cos 2x = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر $\frac{\pi}{a}$ است. a کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{6}$ (۲) $\frac{6}{11}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{6}{7}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x+1}}{\sin^2 x + \sin 2x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۴- تابع $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{1 + x[x]}$ در چند نقطه با طول صحیح پیوسته است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر $f(x) = |x^2 - 4x|$ ، نمودار $f'(x)$ نمودار $f(x)$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} ax + \frac{[-x]}{x+2} & x \leq -1 \\ x^3 + bx^2 + 3 & x > -1 \end{cases}$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۵ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۶ (۱)

۱۷- مقدار ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = x^3(x - \frac{2}{3}) + (1-x)(1+x)$ چقدر از مینیمم مطلق آن، بیشتر است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴)

۱۸- در ساخت یک قوطی پلاستیکی استوانه‌ای بدون در به حجم 8π ، با کدام ارتفاع کم‌ترین مقدار پلاستیک مصرف می‌شود؟

- $\frac{4}{\pi}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{8}{\pi}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

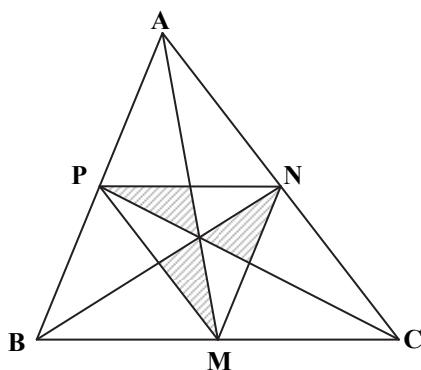
هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۱۹- در مثلث ABC ، اندازه زاویه A برابر 75° است و $BC > AB$. کمترین مقدار صحیح برای زاویه B چند درجه است؟

- ۲۹ (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴)

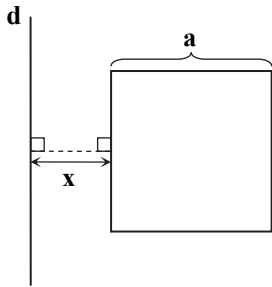
۲۰- در شکل زیر میان‌های AM ، BN و CP در مثلث ABC رسم شده است. مساحت قسمت هاشور خورده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۱- مطابق شکل روبه‌رو، مربعی به ضلع a را حول خط d دوران می‌دهیم. اگر $x = \frac{1}{3}a$ و حجم شکل حاصل از دوران برابر 54π باشد، محیط مربع کدام است؟



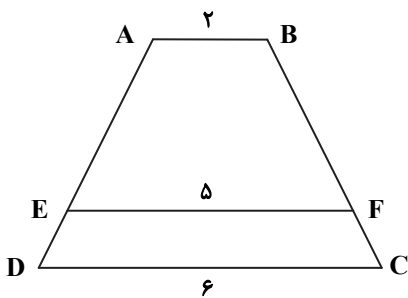
(۱) ۸

(۲) ۱۲

(۳) ۹

(۴) ۱۶

۲۲- نسبت ارتفاع‌های دو دوزنقه $ABFE$ و $EFCD$ کدام است؟



(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) $\frac{7}{6}$

۲۳- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 50^\circ$ و نقطه M محل تلاقی عمودمنصف ضلع BC با نیمساز زاویه A است. زاویه MCB چند درجه است؟

(۴) ۳۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

۲۴- دایره $(O, 2)$ و نقطه M به فاصله ۶ از مرکز دایره مفروض است. مجانس دایره را به مرکز M و ضریب تجانس $k = 2$ یافته و آن را C' می‌نامیم. دو دایره C و C' نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۴) مماس داخل

(۳) متخارج

(۲) مماس خارج

(۱) متقاطع

محل انجام محاسبات

۲۵- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، نقطه M روی AC طوری قرار گرفته است که $BM = BC$. اگر $AM = ۵$ و $CM = ۴$ ، طول قاعده مثلث کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه ماتریس $(A^2 + I)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

۲۷- مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی $A(-2, 4)$ و $A'(-2, -2)$ است. اگر طول کوتاه‌ترین وتر کانونی این بیضی برابر ۴ باشد، فاصله کانونی بیضی چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۶

۲۸- دایره به مرکز $(4, 0)$ و مماس بر نیمساز ربع اول، خط به معادله $x = 2$ را در نقاط A و B قطع می‌کند. حاصل $y_A^2 + y_B^2$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) $4\sqrt{2}$

۲۹- مساحت مثلث بنا شده روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با اندازه‌های $|\vec{a}| = 10$ و $|\vec{b}| = 12$ برابر ۳۶ است. اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ حاده باشد، اندازه بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ چند برابر $\sqrt{10}$ است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

ریاضیات گسسته

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۳۰- نقیض گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ ، هم‌ارز کدام گزینه است؟

- (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) T (۴) F

۳۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند به طوری که $A \times B = B \times A$ ، آنگاه حاصل عبارت $[B \cap (A' \cup B)] \cup [A' \cup (C \cap A')]$ کدام است؟

- (۱) $\emptyset$ (۲) A' (۳) U (۴) B

۳۲- در جعبه A تعداد ۲ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۱ مهره سبز و در جعبه B تعداد ۴ مهره سفید، ۲ مهره سیاه و ۴ مهره سبز موجود است. اگر از هر جعبه یک مهره به تصادف خارج کنیم، با کدام احتمال، دو مهره خارج شده، هم‌رنگ هستند؟

- (۱) $0/5$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر داده‌های ۳، ۱۲، ۴، ۱۱، ۶، ۱۰، ۷، ۹، ۸ را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، واریانس داده‌های داخل جعبه، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

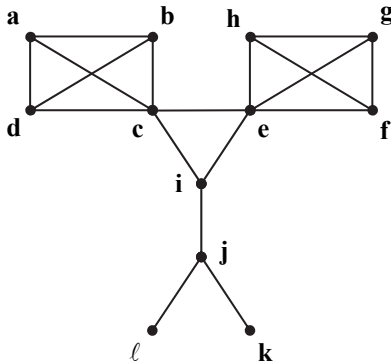
۳۴- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۰، باقی‌مانده $\frac{3}{11}$ خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار a کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴)

۳۵- چند عدد دو رقمی در معادله هم‌نهشتی $15x \equiv 93 \pmod{15}$ صدق می‌کند؟

- ۱۰ (۱) ۳۰ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴)

۳۶- عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟



۵ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳۷- چند عدد طبیعی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 400\}$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۴ بخش پذیر نباشد؟

- ۱۰۰ (۱) ۱۳۳ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۳۳ (۴)

۳۸- یک مدرسه حداقل چند دانش آموز داشته باشد تا بتوان مطمئن بود حداقل ۳ نفر وجود دارند که حرف اول و آخر فامیلی آن‌ها یکسان است؟

- ۲۰۴۸ (۱) ۲۰۴۹ (۲) ۹۹۳ (۳) ۱۹۸۵ (۴)

۳۹- در یک گراف از مرتبه ۸، بین هر دو رأس، دقیقاً دو مسیر وجود دارد. با اضافه کردن یک یال به این گراف، تعداد کل دورهای این گراف، کدام است؟

- ۶ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۰- معادله $x_1^2 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$ در مجموعه اعداد صحیح و نامنفی چند جواب دارد؟

- ۲۸ (۱) ۲۱ (۲) ۴۹ (۳) ۵۵ (۴)

محل انجام محاسبات

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۲۱ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

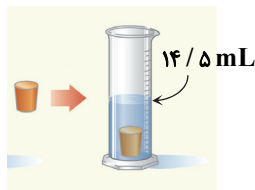
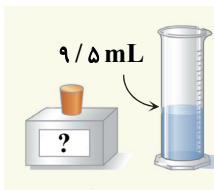
مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش ها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- مراحل اندازه گیری جرم و حجم یک جسم را مطابق شکل انجام داده ایم. چگالی این جسم $\frac{g}{L}$ به دست آمده است. جرم جسم چند گرم است؟



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۴۲- مواد در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی (آهنربایی) موقت پیدا می کنند و مواد دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

(۲) فرومغناطیسی سخت - دیامغناطیسی

(۱) فرومغناطیسی نرم - پارامغناطیسی

(۴) دیامغناطیسی - پارامغناطیسی

(۳) پارامغناطیسی - دیامغناطیسی

۴۳- روی یکی از صفحات خازنی با ظرفیت $8.0 \mu F$ ، تعداد 10^{16} الکترون اضافه قرار دارد. اختلاف پتانسیل بین صفحات این خازن چند ولت است؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} C)$$

۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)



۴۴- مطابق شکل، جسمی با طناب به سقف اتاق آویزان است. کدام گزینه درست است؟

(۱) بر جسم دو نیروی وزن و کشش طناب وارد می شود که هریک واکنش دیگری است.

(۲) نیرویی که سقف بر طناب وارد می کند، واکنش نیروی وزن جسم است.

(۳) نیروی کشش طناب در محل تماس آن با جسم، با نیروی وزن جسم برابر است.

(۴) نیرویی که طناب به سقف وارد می کند، به طرف بالاست.

۴۵- اتومبیل A در لحظه $t = 0$ با سرعت $30 \frac{m}{s}$ از کنار یک ساختمان می گذرد و با سرعت ثابت به حرکت ادامه می دهد. در همان زمان اتومبیل

B از همان محل، از حال سکون و با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ در همان جهت به حرکت درمی آید. اگر اتومبیل B مدت ۱۰ ثانیه با این شتاب حرکت

کند و از آن به بعد با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد، در چه زمانی از کنار اتومبیل A عبور می کند؟

$t = 28 s$ (۴)

$t = 24 s$ (۳)

$t = 20 s$ (۲)

$t = 15 s$ (۱)

۴۶- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند و در $t = 3 s$ با سرعت $v = +10 \frac{m}{s}$ از نقطه $x = +45 m$ عبور می کند. اگر در مکان

$x = +85 m$ سرعت آن $v = +30 \frac{m}{s}$ باشد، در چه لحظه ای سرعت متحرک $+50 \frac{m}{s}$ می شود؟

$t = 5 s$ (۴)

$t = 7 s$ (۳)

$t = 10 s$ (۲)

$t = 12 s$ (۱)

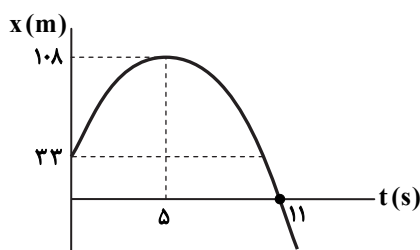
۴۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، سهمی شکل روبه رو است. مکان متحرک در $t = 4 s$ ، چند متر با محل تغییر جهت حرکت آن فاصله دارد؟

۱۲ (۱)

۹ (۲)

۶ (۳)

۳ (۴)

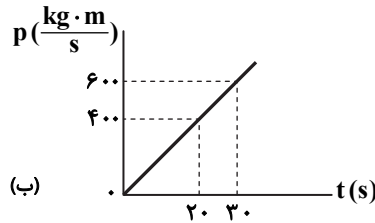
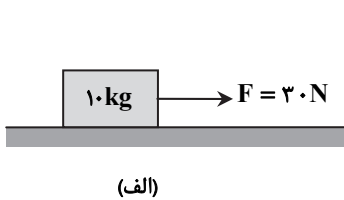


محل انجام محاسبات

۴۸- گلوله آهنی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شود. این گلوله پس از برخورد به زمین مقداری در زمین فرو می‌رود و متوقف می‌شود. اگر مدت زمان حرکت گلوله درون زمین $\frac{0}{2}$ ثانیه باشد، اندازه شتاب متوسط گلوله در این برخورد بر حسب متر بر مربع ثانیه و جهت آن کدام است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

- (۱) ۱۰۰، رو به بالا (۲) ۱۰۰، رو به پایین (۳) ۱۵۰، رو به بالا (۴) ۱۵۰، رو به پایین

۴۹- مطابق شکل (الف)، نیروی افقی ثابت F وزنه ۱۰ کیلوگرمی را روی یک سطح افقی می‌کشد و نمودار تکانه- زمان وزنه مطابق شکل (ب) است. ضریب اصطکاک جنبشی وزنه با سطح تکیه‌گاه کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

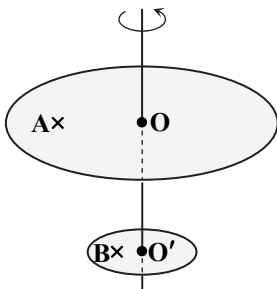


- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۲۵

۵۰- وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم توسط فنری با جرم ناچیز در راستای قائم آویخته شده است. وقتی وزنه به صورت تندشونده با شتاب a بالا می‌رود، طول فنر ۶۵ cm و وقتی با شتابی به همان اندازه و به صورت تندشونده پایین می‌رود، طول فنر ۶۱ cm می‌شود. اگر طول فنر بدون وزنه متصل به آن ۵۵ cm باشد، اندازه شتاب a چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

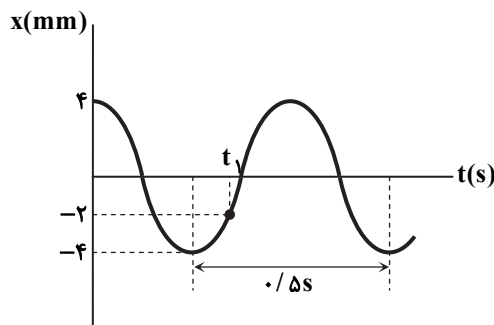
- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۴ (۴) ۵

۵۱- مطابق شکل، دو صفحه دایره‌ای روی یک محور نصب شده و با گردش محور می‌گردند. اگر محور به صورت یکنواخت در هر دقیقه ۱۲۰ دور بچرخد، تندی حرکت نقاط A و B چند متر بر ثانیه است؟ ($AO = 25 \text{ cm}$ و $O'B = 10 \text{ cm}$)



- (۱) $v_A = \pi$ و $v_B = \frac{4\pi}{5}$ (۲) $v_A = \frac{\pi}{2}$ و $v_B = \frac{2\pi}{5}$ (۳) $v_A = \pi$ و $v_B = \frac{2\pi}{5}$ (۴) $v_A = \frac{\pi}{2}$ و $v_B = \frac{4\pi}{5}$

۵۲- بخشی از نمودار مکان- زمان یک نوسانگر وزنه- فنر در یک حرکت هماهنگ ساده به شکل روبه‌رو است. شتاب نوسانگر در لحظه $t = t_1$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi = \sqrt{10}$)



- (۱) ۰/۸ (۲) ۰/۶۴ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۳۲

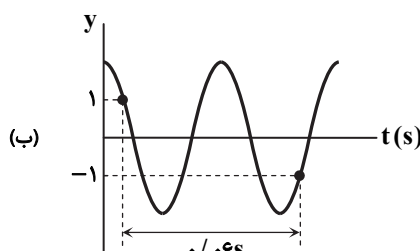
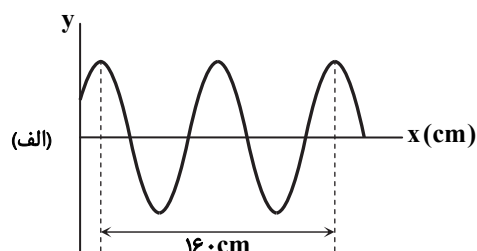
محل انجام محاسبات

۵۳- شکل روبه‌رو، انتشار یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا را نشان می‌دهد. در این لحظه جهت میدان مغناطیسی موج است و در لحظه‌ای که بزرگی میدان الکتریکی موج $\frac{\sqrt{3}}{2}$ مقدار بیشینه آن است، بزرگی میدان مغناطیسی موج است.

- (۱) روبه پایین - مقدار بیشینه خود $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) روبه بالا - مقدار بیشینه خود $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) روبه پایین - مقدار بیشینه خود $\frac{1}{2}$ (۴) روبه بالا - مقدار بیشینه خود $\frac{1}{2}$

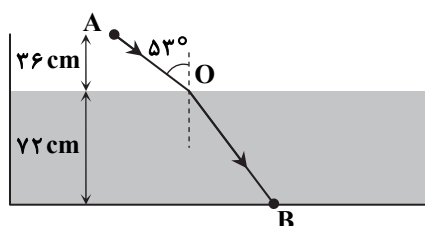


۵۴- یک موج عرضی در تار منتشر می‌شود. نمودار (الف) وضعیت بخشی از تار را در یک لحظه و نمودار (ب) وضعیت یک نقطه از تار را در زمان‌های مختلف، نشان می‌دهد. تندی انتشار موج چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۳۰
(۴) ۱۵

۵۵- مطابق شکل روبه‌رو، پرتو نور از نقطه A در هوا به‌طور مایل بر سطح مایعی با ضریب شکست $\frac{4}{3}$ تابیده و نهایتاً به نقطه B رسیده است. چند



نانوثانیه طول می‌کشد تا نور از A به B برسد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) ۲

۵۶- جبهه‌های امواج تخت A، B و C با فرکانس‌های $f_A = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$ ، $f_B = 8 \times 10^{15} \text{ Hz}$ و $f_C = 15 \times 10^{15} \text{ Hz}$ در یک محیط مشخص در

حال پیشروی به سمت یک شکاف هستند. کدام گزینه در مورد آن‌ها درست است؟

- (۱) اگر پدیده پراش برای موج C رخ دهد، الزاماً برای دو موج A و B نیز رخ می‌دهد.
(۲) اگر پدیده پراش برای موج A رخ دهد، الزاماً برای دو موج B و C نیز رخ می‌دهد.
(۳) با فرض مشاهده پراش در هر سه موج، پراش موج C بارزتر از پراش موج A است.
(۴) با فرض مشاهده پراش در هر سه موج، پراش موج B بارزترین آن‌ها است.

۵۷- یک لامپ با توان تابشی ۱۰۰ وات، نوری با طول موج ۶۲۰ نانومتر را به‌طور یکنواخت در فضای اطراف منتشر می‌کند. اگر در فاصله ۲۰ متری از لامپ، صفحه دایره‌ای شکلی به شعاع ۱۰ سانتی‌متر عمود بر پرتوهای نور قرار داشته باشد، با چشم‌پوشی از بازتاب و جذب موج، در مدت دو

دقیقه و هشت ثانیه چند فوتون به آن می‌رسد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

- (۱) $2/5 \times 10^{17}$ (۲) 5×10^{18} (۳) $1/25 \times 10^{19}$ (۴) 5×10^{16}

۵۸- در اتم هیدروژن، بلندترین طول موج مربوط به رشته بالمر ($n' = 2$) چند برابر کوتاه‌ترین طول موج مربوط به رشته پاشن ($n' = 3$) است؟

- (۱) 0.6 (۲) 0.8 (۳) $4/9$ (۴) $2/3$

۵۹- نیمه عمر ماده پرتوزایی ۱۲ دقیقه بوده و در یک نمونه از آن یک ساعت پس از آغاز واپاشی‌ها تعداد $6/2 \times 10^{23}$ هسته دچار واپاشی شده است.

چند دقیقه پس از آغاز واپاشی‌ها تعداد 8×10^{22} هسته فعال واپاشی نشده در این نمونه باقی‌مانده است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

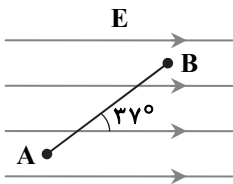
۶۰- در راکتورهای هسته‌ای، نوترون‌های حاصل از شکافت، سریع هستند که در این حالت احتمال جذب آن‌ها توسط بیشتر است؛ لذا با استفاده از مواد کندکننده‌ای مانند ، نوترون‌ها را کند می‌کنند تا احتمال جذب آن‌ها توسط بیشتر شود.

- (۱) ^{235}U - آب سنگین - ^{238}U (۲) ^{238}U - آب - ^{235}U (۳) ^{238}U - کادمیم - ^{235}U (۴) ^{235}U - گرافیت - ^{238}U

۶۱- دو گلوله فلزی مشابه و بسیار کوچک با بارهای $-4\mu\text{C}$ و $+1/5\mu\text{C}$ در فاصله d از یکدیگر قرار دارند. این دو گلوله را به هم تماس می‌دهیم و سپس آن‌ها را 1cm نسبت به فاصله قبل، از هم دور می‌کنیم. چنانچه اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار در این حالت $\frac{1}{6}$ برابر حالت قبل باشد، فاصله اولیه دو بار چند سانتی‌متر بوده است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $4/5$ (۳) 5 (۴) 4

۶۲- مطابق شکل، بار الکتریکی $q = 4\mu\text{C}$ را در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ با سرعت ثابت از A تا B جابه‌جا می‌کنیم، به‌طوری‌که $AB = 3\text{cm}$ است. در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چند میلی‌ژول تغییر می‌کند؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$)

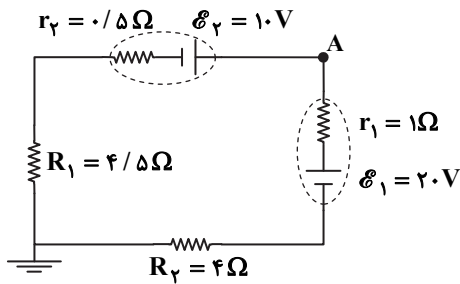


- (۱) $-28/8$ (۲) $28/8$ (۳) $-38/4$ (۴) $38/4$

۶۳- کدام گزینه درست است؟

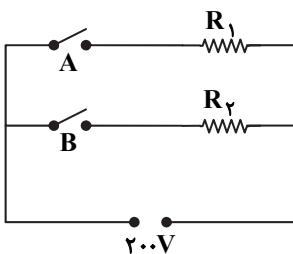
- (۱) در دمای ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم مسی در ولتاژهای مختلف، متفاوت است.
(۲) دیود نورگسیل (LED) در دمای ثابت از قانون اهم پیروی می‌کند.
(۳) هر اندازه ضریب دمایی مقاومت ویژه یک رسانا بیشتر باشد، در اثر افزایش دما مقاومت ویژه آن کمتر تغییر می‌کند.
(۴) افزایش شدت نور، مقاومت الکتریکی مقاومت‌های نوری LDR را کاهش می‌دهد.

۶۴- در مدار شکل روبه‌رو، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟



- (۱) 5 (۲) 10 (۳) 15 (۴) 35

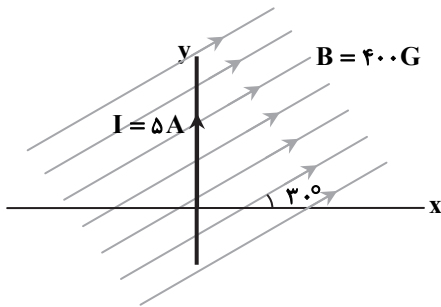
۶۵- در مدار شکل روبه‌رو، با وصل یا قطع کلیدهای A و B در حالت‌های مختلف، کمترین و بیشترین توان مصرفی مدار به‌ترتیب 50W و 250W می‌شود. نسبت مقاومت کوچک‌تر به مقاومت بزرگ‌تر کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

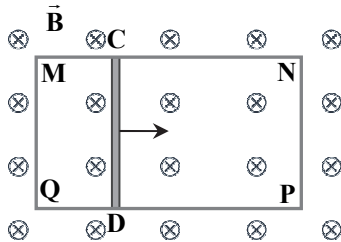
محل انجام محاسبات

۶۶- سیمی به طول $L = 30\text{ cm}$ و حامل جریان $I = 5\text{ A}$ مطابق شکل، بر محور y ها منطبق است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم از طرف میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B = 400\text{ G}$ که جهت آن در شکل نشان داده شده، کدام است؟



- (۱) 0.03 N ، درون سو ($\otimes$)
 (۲) 0.03 N ، برون سو ($\odot$)
 (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{100}\text{ N}$ ، برون سو ($\odot$)
 (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{100}\text{ N}$ ، درون سو ($\otimes$)

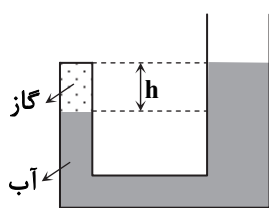
۶۷- مطابق شکل، مستطیل فلزی MN PQ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو قرار دارد. اگر میله فلزی CD که دو سر آن روی بازوهای MN و PQ قرار گرفته را به سمت راست حرکت دهیم، جریان القایی در ضلع MQ به سمت و در ضلع NP به سمت خواهد بود.



- (۱) بالا - بالا
 (۲) بالا - پایین
 (۳) پایین - بالا
 (۴) پایین - پایین

۶۸- جریان الکتریکی عبوری از یک القاگر با ضریب القاوری $L = 0.8\text{ mH}$ ، 20 A آمپر افزایش پیدا می کند و انرژی ذخیره شده در آن 240 mJ اضافه می شود. انرژی اولیه این القاگر چند میلی ژول بوده است؟

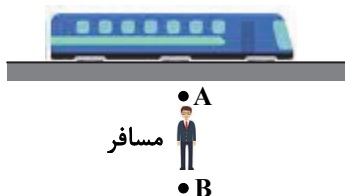
- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۲۵۰



۶۹- در لوله ای مطابق شکل، مقداری گاز در شاخه سمت چپ محبوس است و درون لوله آب ریخته ایم و مجموعه در حال تعادل قرار دارد. با دادن گرما به گاز، فشار گاز به اندازه 1800 Pa و حجم آن ۶۰ درصد افزایش می یابد. اگر مساحت مقطع شاخه سمت راست دو برابر مساحت مقطع شاخه سمت چپ باشد، ارتفاع ستون گاز در حالت اولیه (h) چند سانتی متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

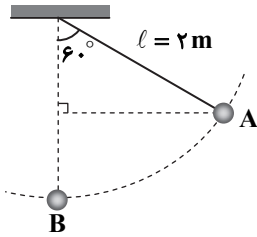
۷۰- همواره به مسافران مترو توصیه می شود که هنگام نزدیک شدن قطار از سکو فاصله بگیرند. این توصیه بدین جهت است که با عبور قطار، تندی جریان هوا در بین مسافر روی سکو و قطار (نقطه A) از تندی جریان هوا در پشت مسافر (نقطه B) می شود و طبق اصل برنولی، فشار نقطه A از فشار نقطه B شده و این اختلاف فشار باعث ایجاد نیرویی به سمت قطار می شود و ممکن است مسافر به سمت قطار پرت شود.



- (۱) بیشتر - بیشتر
 (۲) بیشتر - کمتر
 (۳) کمتر - بیشتر
 (۴) کمتر - کمتر

محل انجام محاسبات

۷۱- گلوله‌ای به جرم $۰/۵\text{ kg}$ را که مطابق شکل از انتهای نخ به طول ۲ متر آویزان است، از نقطه A رها می‌کنیم. کار نیروهای وزن و کشش نخ در جابه‌جایی از نقطه A تا B به ترتیب از راست به چپ، چند ژول است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



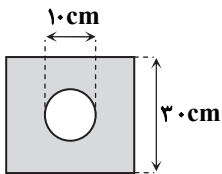
(۱) ۵ و -۵

(۲) ۵ و صفر

(۳) ۱۰ و -۱۰

(۴) ۱۰ و صفر

۷۲- مطابق شکل، ورقه‌ای مسی با ضریب انبساط طولی $\alpha = ۱/۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ K}^{-۱}$ در اختیار داریم که حفره‌ای دایره‌ای شکل در آن ایجاد شده است. اگر دمای این ورقه را ۱۰۰°C افزایش دهیم، مساحت این حفره چند درصد و چگونه تغییر پیدا می‌کند؟



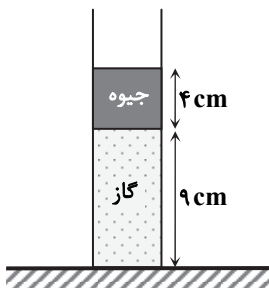
(۱) ۲۰٪ درصد افزایش می‌یابد.

(۲) ۳۴٪ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) ۴۸٪ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) ۵۰٪ درصد کاهش می‌یابد.

۷۳- درون یک لوله مطابق شکل، مقداری گاز آرمانی در زیر ستونی از جیوه محبوس شده است. اگر در دمای ثابت لوله را کاملاً برعکس کنیم تا دهانه آن به سمت زمین قرار گیرد، فاصله ستون جیوه از انتهای لوله چند سانتی‌متر تغییر خواهد کرد؟ ($P_0 = ۷۶\text{ cmHg}$)



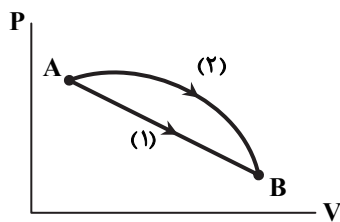
(۱) ۱

(۲) ۱۰

(۳) $\frac{۱۹}{۹}$

(۴) صفر

۷۴- در شکل مقابل، اگر فرایندهای (۱) و (۲) مربوط به مقدار یکسانی گاز آرمانی (کامل) مشابه باشند و گاز در فرایند (۱)، ۲۰۰۰ ژول کار انجام داده و ۳۰۰۰ ژول گرما دریافت کند، کدام گزینه می‌تواند در مورد فرایند (۲) درست باشد؟



(۱) گاز ۱۸۰۰ ژول کار انجام می‌دهد و ۲۸۰۰ ژول گرما دریافت می‌کند.

(۲) گاز ۲۵۰۰ ژول گرما از دست می‌دهد و روی آن ۱۵۰۰ ژول کار انجام می‌شود.

(۳) گاز ۲۵۰۰ ژول کار انجام می‌دهد و ۳۵۰۰ ژول گرما دریافت می‌کند.

(۴) گاز ۳۰۰۰ ژول کار انجام می‌دهد و ۳۵۰۰ ژول گرما دریافت می‌کند.

۷۵- اندازه کاری که ماشین گرمایی A در هر چرخه انجام می‌دهد، ۱۰ kJ و بازده آن ۲۵ درصد است. ماشین گرمایی B را طوری طراحی می‌کنیم که گرمای تلف‌شده ماشین A را به‌عنوان گرمای دریافتی از منبع دمابالا دریافت کند. اگر در هر چرخه ماشین B، ۲۱ kJ انرژی گرمایی تلف شود، بازده ماشین گرمایی B چند درصد می‌شود؟

(۴) ۳۴

(۳) ۳۰

(۲) ۲۲

(۱) ۱۸

محل انجام محاسبات

۷۶- همه عبارت‌های زیر درست هستند، به جز

- (۱) با انجام واکنش‌های هسته‌ای درون ستاره‌ها، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.
 - (۲) در بین ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم، بیشترین فراوانی مربوط به سبک‌ترین ایزوتوپ است.
 - (۳) ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی، با یکدیگر تفاوت و در خواص شیمیایی تشابه دارند.
 - (۴) در بین ایزوتوپ‌های هیدروژن (^1H تا ^3H)، چهار رادیوایزوتوپ و سه ایزوتوپ طبیعی وجود دارد.
- ۷۷- در یک نمونه طبیعی از عنصر فرضی X تمام اتم‌ها جرم یکسانی دارند و در هر اتم شمار نوترون‌ها یک واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. عنصر X با عنصر فلئور ترکیبی مولکولی با فرمول شیمیایی XF_3 تشکیل می‌دهد. اگر در $8/8$ گرم از ترکیب XF_3 ، شمار مولکول‌ها برابر با $6/02 \times 10^{22}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟ (F نماد عنصر فلئور و جرم مولی آن $19 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است).
- (۱) جرم مولی عنصر X برابر با $31 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.
 - (۲) در مدل الکترون - نقطه‌ای عنصر X شمار تک‌الکترون‌ها برابر با ۳ است.
 - (۳) عدد اتمی عنصر X برابر با ۳۱ و اتم این عنصر دارای ۳ الکترون در لایه ظرفیت خود است.
 - (۴) عنصر X در ترکیب با فلزهای گروه اول به صورت آنیونی با ۳ بار منفی و آرایش الکترونی مشابه با گاز نجیب وجود دارد.

۷۸- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) احتمال حضور الکترون در تمام فضای یک لایه الکترونی یکسان نیست و تنها در بخش کوچکی از هر لایه احتمال حضور الکترون بیشتر است.
- (۲) با توجه به انتقال‌های الکترونی که باعث ایجاد چهار خط رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن می‌شوند، می‌توان دریافت که بازگشت الکترون از لایه هفتم به لایه اول، خط رنگی در گستره مرئی ایجاد نمی‌کند.
- (۳) الکترون‌ها پس از انتقال به لایه بالاتر، بخشی از انرژی دریافتی خود را از دست می‌دهند تا به لایه اصلی خود بازگردند.
- (۴) برای الکترون‌ها، نشر نور مناسب‌ترین شیوه برای از دست دادن انرژی است؛ به همین علت هنگام بازگشت از حالت برانگیخته به حالت پایه، نوری با طول موج معین نشر می‌کنند.

۷۹- اگر آرایش الکترونی آنیون X^{2-} به زیر لایه $4p^6$ ختم شود، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- عنصر X به دسته s و دوره چهارم جدول تعلق دارد.
 - اتم عنصر X دارای ۶ الکترون ظرفیتی است و در گروه ۱۶ جدول قرار دارد.
 - در آرایش الکترونی اتم عنصر X، ۲۲ الکترون با عدد کوانتومی فرعی برابر با یک وجود دارد.
 - تفاوت عدد اتمی عنصر X با نخستین فلز واسطه جدول دوره‌ای برابر با ۱۳ است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

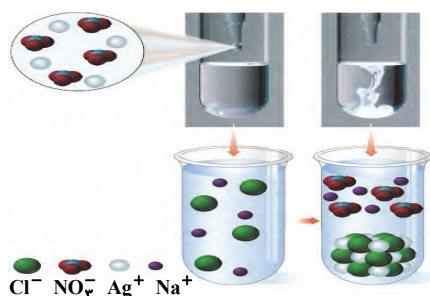
۸۰- تعداد الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس ترکیب MO_4Cl_2 برابر با ۸ است و همه اتم‌ها از قاعده هشت تایی پیروی می‌کنند. بر این اساس، عنصر M به کدام گروه جدول تعلق دارد و در ساختار لوویس این ترکیب، چند جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

- (۱) ۱۲، ۱۵ (۲) ۱۰، ۱۵ (۳) ۱۲، ۱۶ (۴) ۱۰، ۱۶

۸۱- با توجه به شکل روبه‌رو، چند مورد از مطالب داده‌شده، درست است؟

($N = 14, O = 16, Na = 23, Cl = 35/5, Ag = 108 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

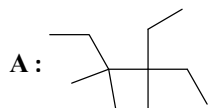
- شکل هندسی یون چند اتمی موجود در محلول مشابه با یون کربنات است.
- در واکنش 170 گرم نقره نیترات با $58/5$ گرم سدیم کلرید، $143/5$ گرم رسوب سفیدرنگ تولید می‌شود.
- در فرمول هر دو فراورده واکنش، نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر با ۱ است.
- در واکنش موازنه‌شده، مجموع شمار اتم‌ها در واکنش‌دهنده‌ها با مجموع شمار اتم‌ها در فراورده‌ها، برابر است.



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۷- در کدام گزینه، به ترتیب از راست به چپ، نام ترکیب‌های A و B به درستی آورده شده است؟



- (۱) ۴-اتیل - ۳، ۳ - ۴-تری‌متیل هگزان؛ ۲، ۲، ۴-تری‌متیل پنتان
 (۲) ۴-اتیل - ۳، ۳ - ۴-تری‌متیل هگزان؛ ۲، ۴، ۴-تری‌متیل پنتان
 (۳) ۳-اتیل - ۴، ۴، ۴-تری‌متیل هگزان؛ ۲، ۲، ۴-تری‌متیل پنتان
 (۴) ۳-اتیل - ۴، ۴، ۴-تری‌متیل هگزان؛ ۲، ۴، ۴-تری‌متیل پنتان

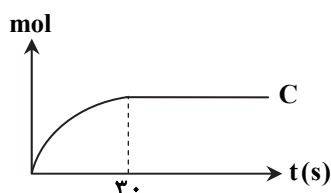
۸۸- در واکنش سوختن ۸۰ میلی گرم از یک هیدروکربن زنجیره‌ای که هر مول از آن با ۲ مول گاز هیدروژن به طور کامل سیر می‌شود، $134/4$ میلی‌لیتر گاز CO_2 در شرایط STP تولید می‌شود. کدام گزینه درباره این هیدروکربن درست است؟



- (۱) جرم مولکولی آن ۴۲amu است.
 (۲) از سوختن کامل هر مول از آن، ۷۲ گرم آب تولید می‌شود.
 (۳) نسبت جرم کربن به هیدروژن در آن برابر ۹ است.
 (۴) هر گرم از آن با ۴ گرم برم به طور کامل واکنش می‌دهد.

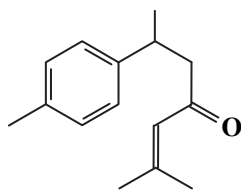
۸۹- هرگاه واکنش گازی $2B(g) \rightarrow C(g)$ با ۱۰ مول B آغاز شود و سرعت

متوسط تولید C برابر با $7/5 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، با توجه به نمودار زیر، پس از پایان واکنش، چند مول گاز در ظرف واکنش وجود دارد و بازده درصدی این واکنش کدام است؟ (فرض می‌کنیم واکنش‌های جانبی انجام نشوند.)



- (۱) $37/5$ ، $3/75$
 (۲) 75 ، $3/75$
 (۳) $37/5$ ، $6/25$
 (۴) 75 ، $6/25$

۹۰- با توجه به ساختار روبه‌رو که مربوط به یک ترکیب آلی موجود در زردچوبه است، کدام عبارت درباره آن نادرست است؟



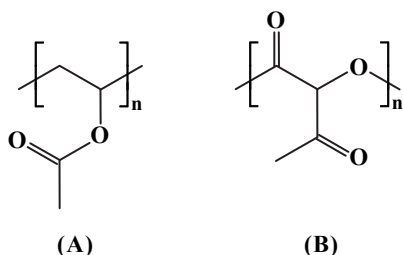
- (۱) به ۴ اتم کربن موجود در ساختار این ترکیب، هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.
 (۲) دارای گروه عاملی کتونی و یک ترکیب آروماتیک است.
 (۳) در ساختار آن، ۴۰ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۴) در فرمول مولکولی آن، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن $\frac{4}{3}$ است.

۹۱- در چه تعداد از موارد زیر، عامل مؤثر بر سرعت واکنش، به درستی بیان شده است؟

- واکنش سریع تر الیاف سرخ‌شده آهن با اکسیژن نسبت به هوا: تأثیر سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها
 - واکنش سریع تر فلز سدیم با آب نسبت به آهن: تأثیر حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها
 - سریع تر بودن واکنش میان واکنش‌دهنده‌های گازی نسبت به مواد جامد: تأثیر غلظت
 - سریع تر بودن واکنش گاز هیدروژن با Fp نسبت به واکنش گاز هیدروژن با Clp: تأثیر واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۲- کدام گزینه در ارتباط با ساختارهای روبه‌رو درست است؟



- (۱) پلیمرهای نشان داده شده از دسته پلی‌استرها هستند که با گذشت زمان در طبیعت تجزیه می‌شوند.
 (۲) مونومر سازنده پلیمر B برخلاف مونومر سازنده پلیمر A دارای گروه عاملی استری است.
 (۳) مونومر سازنده پلیمر A دارای پیوند دوگانه کربن-کربن است و در تولید این پلیمر آب نیز به عنوان فراورده تولید می‌شود.
 (۴) پلیمر B از دسته پلی‌استرهای بی‌استه است که مونومر سازنده آن‌ها دارای گروه هیدروکسیل و گروه کربوکسیل است.

محل انجام محاسبات

۹۳- در ظرفی نیم‌لیتری، ۱۱۵ گرم نیتروژن دی‌اکسید مطابق واکنش $\text{NO}_2(\text{g}) \rightarrow \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ تجزیه می‌شود. اگر سرعت متوسط واکنش $0.575 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، پس از ۱/۵ دقیقه چند درصد از نیتروژن دی‌اکسید در ظرف باقی می‌ماند؟ (معادله واکنش موازنه شود.)

$$(\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

۸۰ (۴)

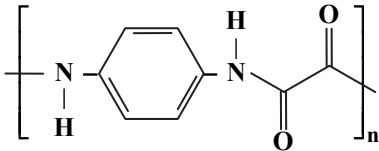
۶۵/۵ (۳)

۵۲/۶ (۲)

۳۴/۵ (۱)

۹۴- با توجه به ساختار پلیمر زیر، تفاوت جرم مولی دی‌آمین و دی‌اسید سازنده این پلیمر چند گرم است؟

$$(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



۱۸ (۱)

۲۸ (۲)

۲۶ (۳)

۴۶ (۴)

۹۵- در مولکول اسید چرب سازنده چربی کوهان شتر ($\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_2$)، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن کدام است؟ (چربی کوهان شتر را یک استر سه عاملی در نظر بگیرید که اسیدهای چرب یکسانی در ساختار آن وجود دارد.)

۲ (۴)

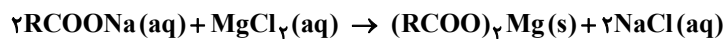
۲/۶ (۳)

۱/۸۸ (۲)

۱/۹۲ (۱)

۹۶- از واکنش مقداری صابون دارای زنجیر آلکیل سیر شده با ۵۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۱ مول بر لیتر منیزیم کلرید مطابق معادله زیر، ۲/۸۱ گرم رسوب تشکیل شده است. با فرض ۱۰۰ درصد بودن بازده واکنش، شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی صابون مورد نظر کدام است؟

$$(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Mg} = 24 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۹۷- pH محلولی از اسید HA در دمای اتاق برابر با ۴/۳ است. اگر برای خنثی کردن ۲۰۰ میلی‌لیتر از این محلول به ۰/۴ گرم سدیم

هیدروکسید جامد نیاز باشد، درجه یونش HA در محلول ذکر شده کدام است؟ ($\log 5 = 0.7$) ($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

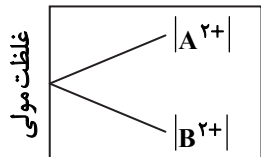
۰/۰۰۱ (۴)

۰/۰۱ (۳)

۰/۱ (۲)

۱ (۱)

۹۸- با توجه به نمودار روبه‌رو که مربوط به تغییر غلظت یون‌ها در یک سلول گالوانی می‌باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱) گونه‌های A^{2+} و B^{2+} به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده را دارند.

(۲) قدرت کاهندگی عنصر A از هیدروژن بیشتر و عنصر B از هیدروژن کمتر است.

(۳) کاتیون‌های B^{2+} با جذب الکترون به سمت تیغه A مهاجرت می‌کنند.

(۴) برای به‌دست آوردن نیروی الکتروموتوری باید E° عنصر A را از E° عنصر B کم نماییم.

۹۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد سلول گالوانی روی-مس درست است؟ ($\text{Cu} = 64, \text{Zn} = 65 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

$$(E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0.34\text{V} \text{ و } E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0.76\text{V})$$

■ یون‌های مثبت از طریق دیواره متخلخل به طرف قطب مثبت می‌روند.

■ جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی عکس جهت حرکت آنیون‌ها در دیواره متخلخل است.

■ رنگ محلول ظرف کاندی رفته‌رفته کاهش می‌یابد.

■ در واکنش اکسایش-کاهش انجام‌شده، اتم‌های روی، کاهنده و اتم‌های مس، اکسنده هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۰- در آبکاری یک قاشق فلزی به جرم ۸ گرم، از محلول نقره نیترات استفاده می‌شود. پس از پایان آبکاری، جرم قاشق ۸/۵۴ گرم است. طی

این فرایند چند الکترون مبادله شده است؟ ($\text{Ag} = 108 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۳/۰۱ × ۱۰^{۲۱} (۴)

۶/۰۲ × ۱۰^{۲۲} (۳)

۳/۰۱ × ۱۰^{۲۲} (۲)

۶/۰۲ × ۱۰^{۲۱} (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰- کدام عبارت درست است؟

- (۱) دومین عنصر فراوان در پوسته جامد زمین، جزء عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کوهالانسی در طبیعت است.
- (۲) ساختار لوویس SiO_2 و CO_2 مشابه و به صورت $\ddot{\text{O}} = \text{X} = \ddot{\text{O}}$ است، اما این دو ماده در خواص فیزیکی، متفاوت هستند.

(۳) بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را SiO_2 تشکیل داده است.

(۴) در هر حلقه موجود در ساختار سیلیس، ۶ اتم Si و ۱۲ اتم O مشاهده می شود.

۱۰۲- چه تعداد از مقایسه های زیر درست است؟

- گستره دمایی مایع بودن: $\text{LiCl} > \text{HF} > \text{O}_2$
- نسبت اندازه بار به شعاع: $\text{Li}^+ > \text{Ca}^{2+} > \text{Cl}^-$
- نقطه ذوب: $\text{MgO} > \text{CaO} > \text{CaCl}_2$
- آنتالپی فروپاشی شبکه: $\text{Al}_2\text{O}_3 > \text{MgF}_2 > \text{Na}_2\text{O}$

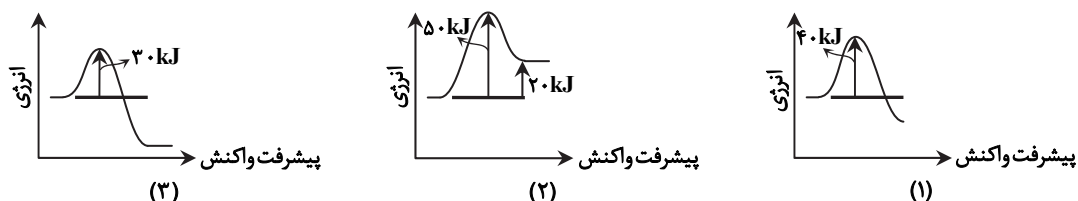
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۳- با توجه به نمودارهای داده شده، کدام مورد (موارد) درست است؟ (مقیاس نمودارها یکسان است.)



(الف) نمودار (۲) را می توان به واکنش حذف نیتروژن مونوکسید در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی نسبت داد.

(ب) واکنش های (۱) و (۳) گرماده و واکنش (۲) گرماگیر است.

(پ) در دمای ثابت و با استفاده از کاتالیزگر، می توان انرژی فعال سازی واکنش (۲) را به ۱۰ kJ کاهش داد.

(ت) در بین این سه واکنش، قدرمطلق آنتالپی واکنشی که سریع تر انجام می شود، بیشتر است.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ت» (۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

۱۰۴- تعادل $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ در دمای 200°C در ظرفی یک لیتری برقرار است. در این شرایط، مقدار X مول گاز نیتروژن

به مخلوط گازی موجود در ظرف افزوده می شود. با توجه به تغییر انجام شده در این سامانه، کدام عبارت درست است؟

(۱) پس از برقراری تعادلی جدید در ظرف، شمار مول N_2 و H_2 کمتر از شمار مول آن ها در تعادل اولیه است.(۲) تغییر ایجاد شده در سامانه، سرعت تولید NH_3 را افزایش داده و سامانه را از حالت تعادل خارج می کند.

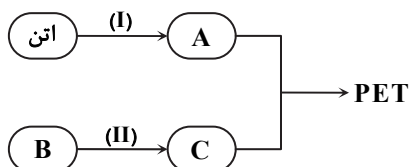
(۳) در تعادل جدیدی که پس از تغییر برقرار می شود، شمار مول مواد موجود در ظرف، X مول بیشتر از تعادل اولیه است.

(۴) تغییر ایجاد شده، مقدار ثابت تعادل و سرعت واکنش های رفت و برگشت را افزایش می دهد.

۱۰۵- با توجه به شکل روبه رو که فرایند کلی سنتز پلی اتیلن ترفتالات را نشان می دهد، در فرایند (II)، مجموع عدد اکسایش اتم های کربن چند

واحد تغییر می کند و اگر ۲۰ مول A و ۲۰ مول C در شرایط مناسب با هم واکنش دهند، چند کیلوگرم پلیمر به دست می آید؟

$$(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



۳ / ۸۴، ۶ (۱)

۳ / ۸۴، ۱۲ (۲)

۷ / ۶۸، ۶ (۳)

۷ / ۶۸، ۱۲ (۴)

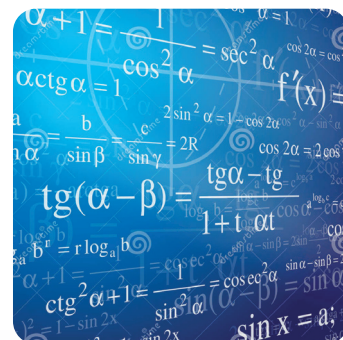
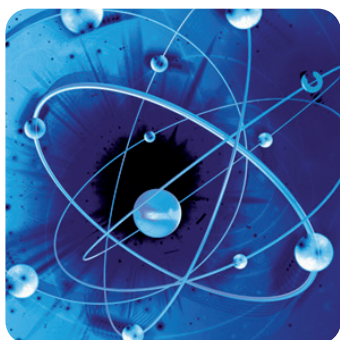
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۱ فروردین ۱۴۰۳ (مرحله ۱۵)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی



ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۱، فصل ۱)

۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

قدرنسبت جملات با شماره‌های زوج یک دنباله هندسی برابر q^2 است. در حالی که q قدرنسبت تمامی جملات دنباله هندسی است. داریم:

$$S_{20} = \frac{a_1(1-q^{20})}{1-q} \Rightarrow S_{20} = a_1 + a_2 + \dots + a_{20} : \text{مجموع } 20 \text{ جمله اول}$$

$$S'_{10} = \frac{a_2(1-(q^2)^{10})}{1-q^2} = \frac{a_1 q(1-q^{20})}{1-q^2} : \text{مجموع جملات با شماره‌های زوج}$$

مطابق فرض سؤال داریم:

$$4S_{20} = S'_{10} \Rightarrow 4 = \frac{q}{1+q} \Rightarrow 4+4q=q \Rightarrow q=-\frac{4}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۳

اگر A پایین‌ترین نقطه سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد، آنگاه $x = x_A$ معادله محور تقارن سهمی است و $x_A = -\frac{b}{2a}$ و x_A میانگین

ریشه‌های سهمی (x_1 و x_2) است و معادله سهمی را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت، پس طبق شکل و فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} y = a(x-x_A)^2 + y_A \\ y = a(x-x_1)(x-x_2) \end{cases}$$

مسئله داریم:

$$\frac{1}{2} = \frac{-m+2m}{2} \Rightarrow m=1$$

معادله سهمی: $y = a(x+m)(x-2m) \Rightarrow y = a(x+1)(x-2)$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری نقطه } (-\frac{1}{2}, -2)} -2 = a(\frac{1}{2}+1)(\frac{1}{2}-2) \Rightarrow a \times \frac{3}{2} \times (-\frac{3}{2}) = -2 \Rightarrow a = \frac{8}{9} \Rightarrow f(0) = \frac{8}{9}(0+1)(0-2) = -\frac{16}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: می‌دانیم اگر x_1 و x_2 ریشه‌های $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

نکته: معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل ضرب ریشه‌های آن P باشد، به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.

معادله را به معادله درجه دو تبدیل می‌کنیم و داریم:

$$x - \frac{1}{x} = \beta \Rightarrow x^2 - 1 = \beta x \Rightarrow x^2 - \beta x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) = \beta \\ (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = \beta \\ \alpha^2 - \beta^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha^2 = -1$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{3}, \quad \beta^2 = \frac{4}{3}$$

بنابراین برای تشکیل معادله‌ای که ریشه‌های آن α^2 و β^2 باشد، S' و P' مربوطه را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha^2 + \beta^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \\ P' = \alpha^2 \beta^2 = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{معادله: } x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{4}{9} = 0 \xrightarrow{\times 9} 9x^2 - 15x + 4 = 0$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۳

تابع $f(x) = [x] + [-x]$ تابعی دو ضابطه‌ای است و داریم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ 0 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

اکنون معادله را در دو حالت اعداد صحیح و اعداد غیر صحیح حل می‌کنیم:

$$\frac{2([x] + [-x])}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2^0}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \frac{1}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \cancel{x} + 2 = 2x^2 + \cancel{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ قق} \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2^{-1}}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \frac{1}{2(2x+1)} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow x+2 = 4x^2 + 2x \Rightarrow 4x^2 + x - 2 = 0 \\ \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8} \text{ قق} \end{cases}$$

بنابراین معادله ۴ جواب دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۳)

۵- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

نکته: $(a-b)(a+b) = (a^2 - b^2)$

نکته: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ابتدا کسر $\frac{a}{b}$ را با گویا کردن مخرج ساده می‌کنیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{6-3\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{36-27}} = \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt{\frac{6+3\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

کسر $\frac{b}{a}$ که وارون کسر $\frac{a}{b}$ هست نیز برابر است با:

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{1} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

مجموع این دو کسر به صورت زیر است:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

راه حل دوم:

می‌دانیم $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ ، ابتدا دو عبارت $A = a^2 + b^2$ و $B = ab$ را محاسبه کرده، سپس بر یکدیگر تقسیم می‌کنیم:

$$A = a^2 + b^2 \Rightarrow A = \sqrt{6+3\sqrt{3}} + \sqrt{6-3\sqrt{3}} \Rightarrow A^2 = 6+3\sqrt{3} + 6-3\sqrt{3} + 2\sqrt{36-27} \Rightarrow A^2 = 12+2\sqrt{9}$$

$$\Rightarrow A^2 = 18 \Rightarrow A = \pm\sqrt{18} \xrightarrow{A>0} A = 3\sqrt{2}$$

$$B = ab = \sqrt[4]{(6+3\sqrt{3})(6-3\sqrt{3})} = \sqrt[4]{36-27} = \sqrt{3}$$

بنابراین:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{A}{B} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۳

خط $y = 6$ مجانب افقی تابع است با توجه به آنکه $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{-x} = 0$ ، می‌توان نوشت:

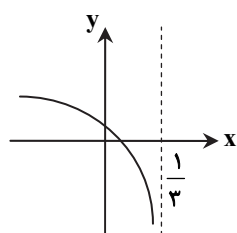
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (a - b \times 0) = a \Rightarrow a = 6$$

از طرفی $f(1) = 0$ ، پس:

$$a - b \times 3^1 = 0 \Rightarrow 6 - 3b = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = 6 - 2 \times 3^{2-x}$$

حال می‌خواهیم نمودار $y = \log_2(2 - 6x)$ را رسم کنیم:

$$y = \log_2(2 - 6x)$$



۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۱)

اگر نقطه $A(1, -2)$ واقع بر نمودار $y = 2f(x+1)$ باشد، پس:
از طرفی در تابع $y = 2 + f(-3x)$ برای به دست آوردن نقطه متناظر A داریم:

$$-3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}, \quad y = 2 + f(2) = 2 + (-1) = 1 \Rightarrow A'(-\frac{2}{3}, 1) \Rightarrow -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۲)

۸- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{نکته: } D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می آوریم:

$$D_f = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right), \quad D_g = [1, 4]$$

حالا به کمک نکته داریم:

$$\left\{x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \mid 1 \leq \sqrt{2x-1} + 1 \leq 4\right\} \Rightarrow 0 \leq \sqrt{2x-1} \leq 3 \Rightarrow 0 \leq 2x-1 \leq 9 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 5$$

بنابراین:

$$D_{g \circ f} = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \cap \left[\frac{1}{2}, 5\right] = \left[\frac{1}{2}, 5\right]$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۴)

۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته: } \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\text{نکته: } \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

دو زاویه مکمل، زوایایی هستند که مجموع آن ها 180° یا π رادیان است، پس:

$$\alpha + 2\beta = \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \beta \Rightarrow \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin \beta$$

$$\cos 2\beta = 1 - 2\sin^2 \beta \Rightarrow \cos 2\beta = 1 - 2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = 1 - 2 \times \frac{2}{25} = \frac{21}{25}$$

از طرفی:

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۲)

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{نکته: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

با توجه به اتحاد مکعب دوجمله ای می دانیم $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$. ابتدا دو عبارت ab و $a+b$ را حساب می کنیم:

$$P = ab = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \times \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1$$

$$S = a + b = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \frac{2\sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$$

بنابراین با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$a^3 + b^3 = 18 \Rightarrow (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 18 \Rightarrow S^3 - 3PS = 18 \xrightarrow{P=1} S^3 - 3S - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (S-3)(S^2 + 3S + 6) = 0 \Rightarrow S = 3 \Rightarrow \frac{2}{\sin \alpha} = 3 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیم $|a| + c$ ، مقدار مینیم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

ابتدا تابع g را ساده می کنیم:

$$g(x) = a \sin \pi \left(bx - \frac{1}{2}\right) = -a \cos b\pi x$$

$$g(0) = -3b \Rightarrow -a = -3b \Rightarrow a = 3b$$

مطابق شکل داریم:

$$T = \frac{2\pi}{b\pi} = \frac{2}{b}$$

از نمودار می توان فهمید $1/5$ برابر دوره تناوب برابر $\frac{b}{3}$ است. از طرفی:

$$\frac{2}{b} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{2}{b} \times \frac{2}{b} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{4}{b^2} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{4}{b} = \frac{b}{3} \Rightarrow b = \pm 3$$

بنابراین:

با توجه به اینکه $b > 0$ ، پس مقدار $b = 3$ قابل قبول است و خواهیم داشت: $a = 3b = 9$ ، در نتیجه:

$$ab = 27$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: جواب‌های معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = 2k\pi + \pi - \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

ابتدا به کمک رابطه $1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$ معادله را ساده و حل می‌کنیم:

$$2\sin^2 x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2\sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = -\frac{1}{2} = \sin \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جواب‌ها در بازه $(0, 2\pi)$ عبارتند از:

$$\pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

بزرگ‌ترین جواب در بازه $(0, 2\pi)$ برابر $\frac{11\pi}{6}$ است، بنابراین:

$$\frac{11\pi}{6} = \frac{\pi}{\frac{6}{11}} \Rightarrow a = \frac{6}{11}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۵)

می‌دانیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

برای حل این حد که دارای حالت ابهام $\frac{0}{0}$ است، ابتدا صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{\sin^2 x + \sin 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 1) - (x + 1)}{(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x + 1})(\sin^2 x + \sin 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x + 1}} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\sin^2 x + \sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{2(\sin^2 x + \sin 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x - 1)}{2(\sin^2 x + 2\sin x \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x - 1)}{\sin x(2\sin x + 4\cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 1}{2\sin x + 4\cos x} = 1 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته (تعریف پیوستگی): گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است هرگاه:

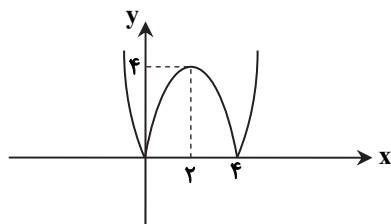
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

تابع f به شرطی در نقطه $x = k$ پیوسته است که حد و مقدار آن در این نقطه برابر باشد؛ بنابراین اگر تابع داده شده در این تست در $x = k \in \mathbb{Z}$ پیوسته باشد، داریم:

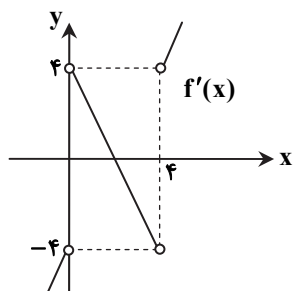
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = f(k) \\ \Rightarrow \frac{2k^2 + k - 3}{1 + k \times k} &= \frac{2k^2 + k - 3}{1 + k(k - 1)} \\ \Rightarrow (2k^2 + k - 3) \left(\frac{1}{1 + k^2} - \frac{1}{1 + k(k - 1)} \right) &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} 2k^2 + k - 3 = 0 \\ \frac{1}{1 + k^2} = \frac{1}{1 + k(k - 1)} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} k = 1, -\frac{3}{2} \\ k^2 = k(k - 1) \Rightarrow k^2 = k^2 - k \Rightarrow k = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 0$$

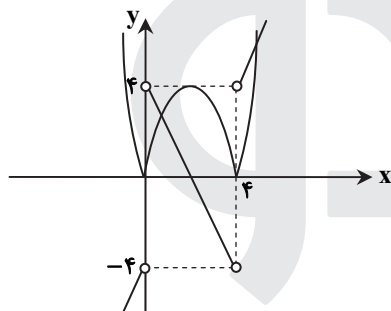
بنابراین این تابع در دو نقطه با طول صحیح پیوسته است.

ابتدا نمودار $f(x)$ را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x > 4 \\ 4x - x^2 & 0 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 4x & x < 0 \end{cases}$$

اکنون از تابع f مشتق گرفته و نمودار $f'(x)$ را رسم می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x > 4 \\ 4 - 2x & 0 < x < 4 \\ 2x - 4 & x < 0 \end{cases}$$

حال اگر $f(x)$ و $f'(x)$ را در یک محور رسم کنیم، مشاهده می‌کنیم که یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.

شرط آنکه تابع دوضابطه‌ای f در $x = -1$ مشتق‌پذیر باشد آن است که در $x = -1$ پیوسته باشد و مشتقات چپ و راست در $x = -1$ برابر هم باشند، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1) \Rightarrow -a + \frac{1}{1} = -1 + b + 3 \Rightarrow a + b = -1 \quad (I)$$

در طرف $x = -1$ تابع $f(x)$ به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{x+2} & x \leq -1 \\ x^3 + bx^2 + 3 & x > -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} a - \frac{1}{(x+2)^2} & x \leq -1 \\ 3x^2 + 2bx & x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(-1) = f'_+(-1) \Rightarrow a - 1 = 3 - 2b \Rightarrow a + 2b = 4 \quad (II)$$

از حل معادلات (I) و (II) داریم:

$$b = 5$$

نکته: فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای مانند I ($I \subseteq D_f$) پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق‌پذیر باشد، در این صورت:

(الف) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.

(ب) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.

(پ) اگر f در نقطه c تغییر علامت ندهد، به طوری که f' در هر دو طرف c مثبت یا در هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه $f(c)$ نه مینیمم نسبی و نه ماکزیمم نسبی است.

نکته: در تابع مشتق‌پذیر f نقاط اکسترمم نسبی ریشه‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند.

برای به دست آوردن اکسترمم‌های تابع چندجمله‌ای f ، ریشه‌های f' را به دست می‌آوریم و در جدول، f' را تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 1 - x^2 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 2x^2 - 2x = 2x(2x^2 - x - 1) \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, 1, -\frac{1}{2}$$

x	$-\frac{1}{2}$	0	1
f'	$-$	$+$	$-$
f	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 \text{ ماکزیمم نسبی} \\ f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{16} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{4} = \frac{43}{48} \\ f(1) = \frac{1}{3} \text{ مینیمم مطلق} \end{cases}$$

بنابراین تفاضل ماکزیمم نسبی از مینیمم مطلق برابر $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

نکته: درمسائل بهینه‌سازی برای ماکزیمم یا مینیمم کردن یک عبارت ابتدا تابع آن عبارت را برحسب یکی از متغیرهای مسئله می‌نویسیم و سپس با استفاده از مشتق و نقاط بحرانی پاسخ مناسب مسئله را به دست می‌آوریم. چون یک قوطی استوانه‌ای بدون در داریم، پس سطح آن از سطح جانبی و یک قاعده تشکیل شده است:

$$S = 2\pi rh + \pi r^2$$

از طرفی حجم آن 8π است، یعنی:

$$\pi r^2 h = 8\pi \Rightarrow r^2 h = 8 \Rightarrow h = \frac{8}{r^2}$$

حالا رابطه مساحت را برحسب r بازنویسی می‌کنیم:

$$S(r) = 2\pi r \times \frac{8}{r^2} + \pi r^2 = \frac{16\pi}{r} + \pi r^2$$

مشتق گرفته و آن را برابر صفر می‌گذاریم:

$$S'(r) = \frac{-16\pi}{r^2} + 2\pi r = 0 \Rightarrow \frac{2\pi r^3 - 16\pi}{r^2} = 0 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow h = 2$$

بنابراین کمترین مقدار S به ازای $h = 2$ به دست می‌آید.

۱۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: در هر مثلث با دو ضلع نابرابر، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر است.

با توجه به فرض سؤال اگر زاویه‌های A و C بیشترین مقدار ممکن را داشته باشند، مقدار زاویه B به کمترین مقدار ممکن می‌رسد. پس طبق نکته، داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C}$$

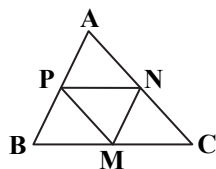
طبق فرض $\hat{A} = 75^\circ$ ، پس بیشترین مقدار صحیح برای $\hat{C}$ برابر 74° است.

$$\hat{A} + \hat{C} = 75^\circ + 74^\circ = 149^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 149^\circ = 31^\circ$$

بنابراین کمترین مقدار صحیح برای زاویه B برابر 31° است.

۲۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

نکته ۱: مثلثی که رأس‌های آن وسط اضلاع مثلث ABC قرار دارد، مثلث میانه‌ای نامیده می‌شود. این مثلث، مثلث ABC را به ۴ مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند.



$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle APN} = S_{\triangle BMP} = S_{\triangle CNM} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

نکته ۲: با رسم میانه‌های یک مثلث، شش مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود.

میانه‌های رسم شده، میانه‌های مثلث MNP هم هستند، پس با استفاده از نکته ۲ داریم:

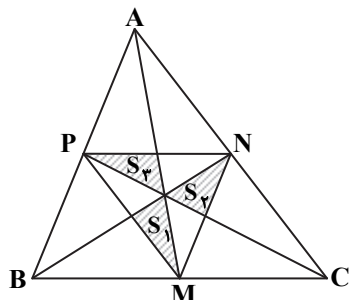
$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{6} S_{\triangle MNP}$$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{24} S_{\triangle ABC}$$

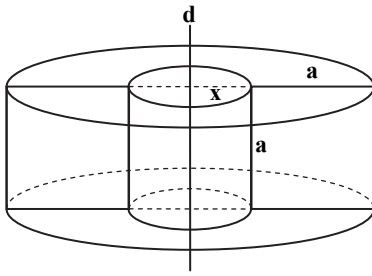
بنابراین مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 3 \times \frac{1}{24} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC}$$



نکته: حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر با $V = \pi r^2 h$ است.

شکل حاصل از دوران مربع حول خط d ، فضای بین دو استوانه به ارتفاع a و شعاع‌های قاعده x و $a+x$ است. پس داریم:



شعاع قاعده استوانه بزرگ: $r_1 = a + x$

شعاع قاعده استوانه کوچک: $r_2 = x$

ارتفاع هر دو استوانه: $h = a$

حجم استوانه بزرگ: $V_1 = \pi r_1^2 h = \pi(a+x)^2 a$

حجم استوانه کوچک: $V_2 = \pi r_2^2 h = \pi x^2 a$

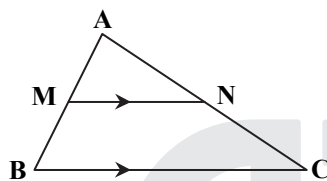
حجم حاصل از دوران: $V = V_1 - V_2 = \pi(a+x)^2 a - \pi x^2 a = \pi a((a+x)^2 - x^2) = \pi a(a^2 + x^2 + 2ax - x^2) = \pi a(a^2 + 2ax)$

$$\Rightarrow V = \pi a^2(a+2x) \xrightarrow{2x=a} \pi a^2(a+a) \Rightarrow V = \pi a^2 \times 2a = 2\pi a^3 \xrightarrow{V=54\pi} 2\pi a^3 = 54\pi \Rightarrow a^3 = 27$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow 4a = 12 \text{ : محیط مربع}$$

نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC ، اگر پاره خط MN به موازات BC دو ضلع دیگر را قطع کند، خواهیم داشت:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



ابتدا AD و BC را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه P قطع کنند. اکنون با استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\triangle PEF : AB \parallel EF \Rightarrow \frac{x}{x+h_1} = \frac{AB}{EF} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{تفضیل درمخرج}} \frac{x}{h_1} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\triangle PCD : EF \parallel CD \Rightarrow \frac{x+h_1}{x+h_1+h_2} = \frac{EF}{CD} = \frac{5}{6} \xrightarrow{\text{تفضیل درمخرج}} \frac{x+h_1}{h_2} = \frac{5}{1}$$

$$\frac{x}{h_2} = \frac{x}{x+h_1} \times \frac{x+h_1}{h_2} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{x}{h_2} = 2 \Rightarrow \frac{h_2}{x} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{x}{h_1} \times \frac{h_2}{x} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = 3$$

از (۱) و (۲) داریم:

نکته ۱: عمودمنصف هر ضلع یک مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.

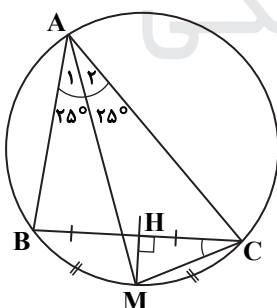
نکته ۲: اندازه هر زاویه محاطی، برابر با نصف کمان مقابل آن است.

مطابق شکل و با توجه به نکته ۱، نقطه M ، محل تلاقی عمودمنصف ضلع BC ، با نیمساز زاویه A از مثلث ABC روی دایره محیطی قرار دارد، پس با توجه به نکته ۲، داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 25^\circ \Rightarrow \widehat{BM} = \widehat{CM} = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$$

و از آنجا مطابق شکل، اندازه زاویه $\hat{MCB}$ با توجه به نکته ۲، برابر است با:

$$\hat{MCB} = \frac{\widehat{BM}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ \text{ «محاطی»}$$



نکته: در تجانس به مرکز M و ضریب تجانس k ، اندازه پاره خط‌ها $|k|$ برابر می‌شود.

ابتدا مجانس O را نسبت به مرکز M با ضریب $k = 2$ می‌یابیم. با توجه به شکل داریم:

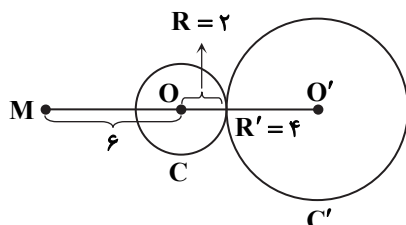
$$MO' = 2MO = 2 \times 6 = 12$$

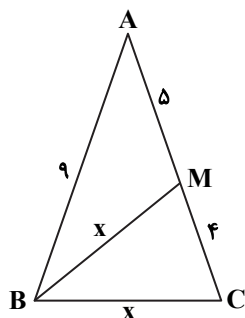
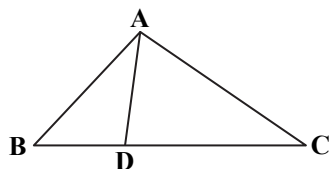
$$OO' = MO' - MO = 12 - 6 = 6$$

اکنون دایره C' را به مرکز O' و شعاع $R' = 2R = 4$ رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$OO' = R + R'$$

بنابراین دو دایره C و C' مماس خارج هستند.





۲۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (درس ۲، فصل ۳)

نکته (قضیه استوارت): در مثلث دلخواه ABC، اگر D نقطه‌ای دلخواه روی BC باشد، آنگاه:

$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = BC(AD^2 + BD \times CD)$$

با توجه به شکل مقابل و طبق فرض داریم:

$$AB = AC = 5 + 4 = 9$$

$$BM = BC = x$$

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 \times AM + AB^2 \times MC = AC(BM^2 + AM \times MC)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 81 \times 4 = 9(x^2 + 5 \times 4)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 324 = 9x^2 + 180$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ و $|A| = ad - bc$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A \Rightarrow A^2 + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A^2 + I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

فاصله دو نقطه $A(-2, 4)$ و $A'(-2, -2)$ برابر $2a$ است، پس می‌توان نوشت:

$$2a = AA' = \sqrt{(-2+2)^2 + (4+2)^2}$$

$$\Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین وتر کانونی بیضی} = \frac{2b^2}{a} \Rightarrow \frac{2b^2}{a} = 4 \xrightarrow{a=3} 2b^2 = 12 \Rightarrow b = \sqrt{6} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9 - 6} = \sqrt{3}$$

$$\text{فاصله کانونی} = FF' = 2c = 2\sqrt{3}$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

با توجه به شکل مقابل، مثلث OMH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس

$$MH = OH = R$$

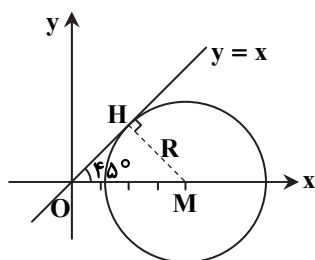
$$OH^2 + MH^2 = OM^2 \Rightarrow R^2 + R^2 = OM^2 = 4^2 \Rightarrow R^2 = 8$$

پس معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-4)^2 + y^2 = 8$$

اکنون با قرار دادن $x = 2$ در معادله دایره، عرض نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$(2-4)^2 + y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow y_A^2 + y_B^2 = 4 + 4 = 8$$



نکته ۱: مساحت مثلثی که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بنا شده، برابر است با: $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$

نکته ۲: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin \theta$

نکته ۳: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos \theta$

ابتدا با توجه به نکات ۱ و ۲، داریم:

$$\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}| = 36 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 72 \Rightarrow |\vec{a}||\vec{b}|\sin \theta = 72 \Rightarrow 10 \times 12 \times \sin \theta = 72 \Rightarrow \sin \theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه حاده}} \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \quad (*)$$

اینک برای محاسبه اندازه بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ ، با توجه به نکته ۳ و رابطه (*)، خواهیم داشت:

$$|2\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2(2\vec{a}) \cdot \vec{b} = 4(100) + 144 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 544 - 4|\vec{a}||\vec{b}|\cos \theta = 544 - 4(10)(12)\left(\frac{4}{5}\right) = 544 - 384 = 160$$

$$\Rightarrow |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

نکته ۱: جدول ارزش گزاره‌های شرطی به صورت روبه‌رو است:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکته ۲: نقیض گزاره p را با $\sim p$ نمایش داده که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش گزاره p است.

با توجه به نکات، جدول ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ را تشکیل می‌دهیم:

p	q	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$	$\sim [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$
د	د	د	د	ن
د	ن	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن

واضح است که: $\sim [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv F$ و گزینه ۴ پاسخ است.

نکته ۱: $A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$

نکته ۲: (جذب) $\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$

نکته ۳: $A \cup A' = U$

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$A \times B = B \times A \xrightarrow[A \neq \emptyset]{B \neq \emptyset} A = B \quad (*)$$

با توجه به نکات ۲ و ۳، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$[\underbrace{B \cap (A' \cup B)}_{(جذب) B}] \cup [\underbrace{A' \cup (C \cap A')}]_{(جذب) A'} = B \cup A' \stackrel{(*)}{=} A \cup A' = U$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

نکته: دو پیشامد A و B را مستقل گوئیم هرگاه احتمال وقوع هریک در دیگری تأثیری نداشته باشد. اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، داریم: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

پیشامد خروج مهره از جعبه A، مستقل از پیشامد خروج مهره از جعبه B است، پس با توجه به نکته، داریم:

A	۲ سفید	$P(\text{هر دو مهره سبز یا هر دو سیاه یا هر دو سفید}) = P(\text{هر دو مهره هم‌رنگ})$ $= P(\text{هر دو مهره سبز}) + P(\text{هر دو مهره سیاه}) + P(\text{هر دو مهره سفید})$ $= \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0.3$
	۳ سیاه	
	۱ سبز	
B	۴ سفید	
	۲ سیاه	
	۴ سبز	
	۱۰ مهره	

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس‌های ۲ و ۳، فصل ۳)

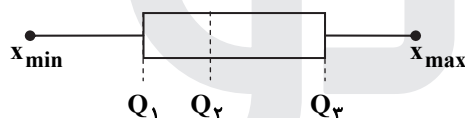
نکته ۱: عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها که به صورت صعودی مرتب شده‌اند را میانه نامیده و با Q_2 نمایش می‌دهیم.

اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه دقیقاً داده وسط است.

اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر با میانگین دو داده وسط است.

نکته ۲: میانه نیمه اول داده‌ها را با Q_1 نمایش داده و چارک اول می‌نامیم و میانه نیمه دوم داده‌ها را با Q_3 نمایش داده و چارک سوم می‌نامیم.

نکته ۳: نمودار جعبه‌ای نموداری است که پراکندگی داده‌ها را بر اساس پنج معیار (۱ کوچک‌ترین داده، ۲ چارک اول، ۳ میانه، ۴ چارک سوم و ۵ بزرگ‌ترین داده، به صورت زیر نمایش می‌دهد:



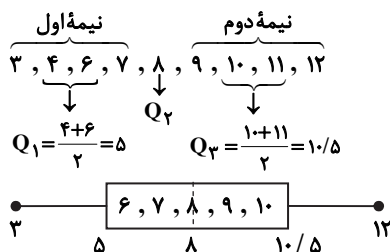
نکته ۴: میانگین n داده $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را با $\bar{x}$ نمایش داده و برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

نکته ۵: واریانس n داده $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را با σ^2 نمایش داده و برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

با توجه به نکات ۱، ۲ و ۳، ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب کرده و با یافتن میانه و چارک‌های اول و سوم، نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم می‌کنیم:



داده‌های داخل جعبه، عبارت‌اند از: ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰

و با توجه به نکات ۴ و ۵، واریانس این ۵ داده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{x} = \frac{6+7+8+9+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

نکته: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، آنگاه اعداد صحیح و منحصر به فرد r و q وجود دارد به طوری که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$a = 20q + \frac{3}{11}q \xrightarrow{0 \leq r < b} \frac{3}{11}q < 20 \Rightarrow q < \frac{20 \times 11}{3} \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q \leq 73$$

باقی مانده عددی صحیح است، پس باید $\frac{3}{11}q$ عددی صحیح باشد، پس باید q مضرب ۱۱ باشد. بنابراین بزرگترین مقدار قابل قبول برای q برابر است با:

$$q_{\max} = 66$$

پس بزرگترین مقدار طبیعی a برابر است با:

$$a_{\max} = 20(66) + \frac{3}{11}(66) = 1320 + 18 = 1338$$

بنابراین مجموع ارقام این عدد برابر است با:

$$1 + 3 + 3 + 8 = 15$$

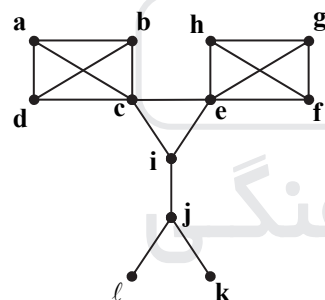
نکته: برای حل معادله هم‌نهشتی $ax \equiv c \pmod{b}$ با شرط آنکه $(a, b) \mid c$ ، ابتدا طرفین را در صورت امکان ساده می‌کنیم، سپس آن قدر ضرایب پیمانه را به عدد ثابت می‌افزاییم تا مضرب a شود. سپس طرفین را بر a تقسیم می‌کنیم (در این حالت در صورت نیاز پیمانه را هم تغییر می‌دهیم).

$$15x \equiv 93 \pmod{9} \Rightarrow 15x - 9x \equiv 93 - 10 \times 9 \pmod{9} \Rightarrow 6x \equiv 3 \pmod{9} \xrightarrow{\div 3} 2x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 2x \equiv 1 + 3 \equiv 4 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k + 2, 10 \leq 3k + 2 \leq 99 \Rightarrow 3 \leq k \leq 32$$

بنابراین تعداد مقادیر k برابر است با:

$$32 - 3 + 1 = 30$$



نکته: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارد، مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. به مجموعه احاطه‌گر گراف، یک γ -مجموعه هم می‌گوییم.

از هر کدام از مستطیل‌های قطر دار، باید یک رأس انتخاب شود. برای اینکه تعداد رؤس بیشتری احاطه شوند، دو رأس c و e را در نظر می‌گیریم. در این صورت از بین رؤس j ، k و l باید حداقل یک رأس انتخاب شود. بنابراین مجموعه $\{c, e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم این گراف است. پس عدد احاطه‌گری این گراف برابر $\gamma(G) = 3$ است.

نکته (عدم شمول دوعضوی): $|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$

نکته: تعداد اعداد طبیعی مضرب k (بخش پذیر بر k) از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ برابر است با: $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$

با توجه به نکته داریم:

A : اعداد بخش پذیر بر ۳

B : اعداد بخش پذیر بر ۴

$$|\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = 400 - \left(\left\lfloor \frac{400}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{400}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{400}{12} \right\rfloor \right) = 400 - (133 + 100 - 33)$$

$$= 400 - 200 = 200$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

نکته (تعمیم اصل لانه کبوتری): هرگاه $kn + 1$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار گیرند در این صورت لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل $k + 1$ کبوتر قرار گرفته است.
با توجه به نکته داریم:

$$k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2$$

از طرفی چون می‌خواهیم حرف اول و آخر فامیلی آن‌ها یکسان باشد، تعداد لانه‌ها برابر است با:

$$n = \frac{32}{\text{تعداد حروف الفبای فارسی}} \times 32 = 1024$$

و در نهایت با توجه به نکته؛ خواهیم داشت:

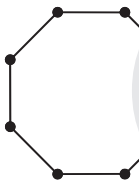
$$kn + 1 = (2 \times 1024) + 1 = 2049$$

یعنی این مدرسه باید حداقل ۲۰۴۹ دانش‌آموز داشته باشد.

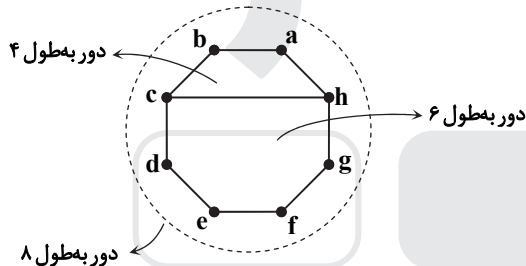
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته (تعریف دور): دنباله $v_1 v_2 \dots v_n v_1$ ($n \geq 3$) از رئوس دوبه‌دو متمایز که در آن، هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم.

تنها گرافی که بین هر دو رأس آن دقیقاً دو مسیر وجود دارد، گراف ۲- منتظم همبند یا همان گراف C_n است.
بنابراین گراف موردنظر، گراف C_8 مطابق شکل زیر است:



بدیهی است که با اضافه کردن یک یال بین هر دو رأس دلخواه این گراف مطابق شکل روبه‌رو، گراف، دارای ۳ دور خواهد بود.



بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

نکته ۱: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

نکته ۲: در شمارش تعداد جواب‌های معادلات سیاله، اگر متغیر یا متغیرهایی ضریب یا توان داشته باشند، ابتدا با قرار دادن اعداد مناسب به جای این متغیر یا متغیرها، معادله را به حالت استاندارد در آورده، سپس به کمک نکته قبل، تعداد جواب‌ها را می‌یابیم.
با توجه به نکات، داریم:

$$x_1^2 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 6 \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ n=6 \end{matrix} : \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 5 \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ n=5 \end{matrix} : \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_1 = 2 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ n=4 \end{matrix} : \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 6$$

بدیهی است که به جای x_1 اعداد بزرگ‌تر از ۲ نمی‌توان قرار داد، زیرا طرف دوم تساوی، عددی منفی می‌شود.

پس این معادله تعداد $28 + 21 + 6 = 55$ جواب صحیح و نامنفی دارد.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$V_{\text{جسم}} = (14/5 - 9/5) \text{ mL} = 5/0 \text{ mL} = 5/0 \times 10^{-3} \text{ L} \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 600 \cdot \frac{g}{L} \times 5/0 \times 10^{-3} \text{ L} = 3 \cdot g$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

مواد پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی (آهنربایی) موقت پیدا می کنند و مواد دیامغناطیسی دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$Q = -ne \Rightarrow Q = -10^{16} \times 1/6 \times 10^{-19} = -1/6 \times 10^{-3} \text{ C}$$

بنابراین بار صفحه منفی خازن $-1/6 \times 10^{-3} \text{ C}$ و بار خازن $Q = 1/6 \times 10^{-3} \text{ C}$ است.

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{1/6 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-6}} = 20 \text{ V}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

■ وزن و کشش طناب دو نیروی وارد بر جسم هستند ولی هریک واکنش دیگری نیست، بلکه واکنش نیروی وزن به زمین و واکنش نیروی کشش طناب به طناب وارد می شود. (گزینه ۱ نادرست)

■ نیرویی که سقف بر طناب وارد می کند، واکنش نیروی طناب بر سقف است. (گزینه ۲ نادرست)

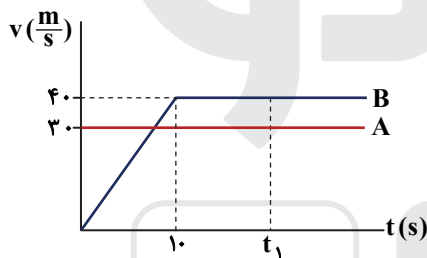
■ نیروی کشش طناب با وزن جسم برابر است و این دو نیرو یکدیگر را خنثی می کنند. (گزینه ۳ درست)

■ نیرویی طناب بر سقف به سمت پایین است. (گزینه ۴ نادرست)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در مدت ۱۰ ثانیه سرعت اتومبیل B به $40 \frac{m}{s}$ می رسد.



$$t = 10 \text{ s} \Rightarrow v = a \cdot t = 10 \times 4 = 40 \frac{m}{s}$$

به هم رسیدن دو متحرک یعنی $x_A = x_B$ و چون در $t = 0$ در یک محل بوده اند می توان گفت زمانی به هم می رسند که $\Delta x_A = \Delta x_B$ باشد. یعنی مساحت زیر نمودار $v-t$ دو متحرک برابر شود.

$$S_A = 30 \cdot t_1, \quad S_B = \frac{t_1 + (t_1 - 10)}{2} \times 40 = (t_1 - 5) \times 40 = 40 \cdot t_1 - 200$$

$$S_A = S_B \Rightarrow 30 \cdot t_1 = 40 \cdot t_1 - 200 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 30^2 - 10^2 = 2a \times (85 - 45) \Rightarrow (30 - 10)(30 + 10) = 80 \cdot a \Rightarrow a = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 10 = 3 \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 50 = 10 \cdot t - 20 \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_0 &= 33 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + 33$$

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v(5) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5a + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -5a$$

$$x(11) = 0 \Rightarrow \frac{121a}{2} + 11v_0 + 33 = 0 \Rightarrow \frac{11}{2}a + v_0 + 3 = 0 \xrightarrow{v_0 = -5a} 0/5a + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 30 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$x = -3t^2 + 30t + 33 \Rightarrow x(4) = -3 \times 16 + 30 \times 4 + 33 = 105 \text{ m}$$

متحرک در $t = 5 \text{ s}$ تغییر جهت حرکت داده است؛ بنابراین:

$$x(5) - x(4) = 108 - 105 = 3 \text{ m}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به سطح زمین را به دست می آوریم.

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 = -2 \times 10 \times (-20) \Rightarrow |v| = 20 \frac{m}{s}$$

طبق رابطه شتاب متوسط و با فرض اینکه جهت مثبت محور مکان به سمت بالا است، می توان نوشت:

$$\left. \begin{matrix} v_1 = -20 \hat{j} \\ v_2 = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \bar{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{0 - (-20 \hat{j})}{0.2} = (100 \frac{m}{s^2}) \hat{j}$$

بنابراین اندازه شتاب متوسط $100 \frac{m}{s^2}$ و جهت آن در جهت محور، یعنی به سمت بالا است.

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$(F_{net})_x = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{600 - 400}{30 - 20} = 20 N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$(F_{net})_x = F - f_k = F - \mu_k F_N = F - \mu_k mg \Rightarrow 20 = 30 - 10 \mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

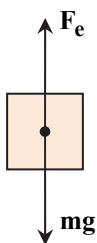
۵۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F_e = kx, \quad x_1 = 65 - 55 = 10 \text{ cm}, \quad x_2 = 61 - 55 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{حالت اول: } F_{e1} - mg = ma \Rightarrow kx_1 - 50 = 5a$$

$$\text{حالت دوم: } mg - F_{e2} = ma \Rightarrow 50 - kx_2 = 5a$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{k}{10} - 50 = 5a \\ 50 - \frac{6k}{100} = 5a \end{cases} \Rightarrow \frac{k}{10} - 50 = 50 - \frac{6k}{100} \Rightarrow \frac{16k}{100} = 100 \Rightarrow k = 625 \frac{N}{m}$$

$$\frac{k}{10} - 50 = 5a \Rightarrow 62.5 - 50 = 5a \Rightarrow 12.5 = 5a \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

هر دو صفحه دایره ای در هر دقیقه، ۱۲۰ دور می چرخند.

$$T_A = T_B = \frac{\Delta t}{N} = \frac{60}{120} = 0.5 s$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{2\pi \times 0.25}{0.5} = \pi \frac{m}{s} \\ v_B = \frac{2\pi \times 0.1}{0.5} = \frac{2\pi}{5} \frac{m}{s} \end{cases}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \frac{rad}{s}$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-kx}{m} = -\omega^2 x \Rightarrow a = -16\pi^2 \times (-2) \times 10^{-3} = 32 \times 10 \times 10^{-3} = 0.32 \frac{m}{s^2}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

با توجه به قاعده دست راست، وقتی چهار انگشت از سوی میدان الکتریکی به سمت میدان مغناطیسی می چرخد، انگشت شست جهت انتشار موج را نشان می دهد؛ پس جهت میدان مغناطیسی موج روبه بالا است. میدان های الکتریکی و مغناطیسی در یک موج

الکترومغناطیسی، همگام یعنی هم فازند؛ پس وقتی بزرگی میدان الکتریکی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ مقدار بیشینه خود است، بزرگی میدان مغناطیسی نیز

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ مقدار بیشینه اش است.}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$(\text{نمودار الف}) \Rightarrow 2\lambda = 160 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$(\text{نمودار ب}) \Rightarrow \frac{3}{2}T = 0.6 s \Rightarrow T = 0.4 s$$

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow 0.8 = v \times 0.4 \Rightarrow v = 2.0 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin \theta_r = 0.6 \Rightarrow \theta_r = 37^\circ$$

$$\frac{36}{OA} = \cos 53^\circ = \frac{6}{10} \Rightarrow OA = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{72}{OB} = \cos 37^\circ = \frac{8}{10} \Rightarrow OB = 9 \text{ cm}$$

$$n = \frac{4}{3} = \frac{3 \times 10^8}{v_{\text{درمابغ}}} \Rightarrow v_{\text{درمابغ}} = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left. \begin{aligned} AO = c \times t_1 &\Rightarrow 0.6 = 3 \times 10^8 t_1 \Rightarrow t_1 = 2 \times 10^{-9} \text{ s} = 2 \text{ ns} \\ OB = v \times t_2 &\Rightarrow 0.9 = \frac{9}{4} \times 10^8 t_2 \Rightarrow t_2 = 4 \times 10^{-9} \text{ s} = 4 \text{ ns} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_1 + t_2 = 6 \text{ ns}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ارتباط بین طول موج‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f_A < f_B < f_C \Rightarrow \lambda_A > \lambda_B > \lambda_C$$

در پدیده پراش برای یک شکاف ثابت، هرچه قدر طول موج کوتاه‌تر باشد، نقش پراش ضعیف‌تر و هرچه قدر طول موج بلندتر باشد، نقش پراش بارزتر است؛ بنابراین اگر برای موج C پراش رخ دهد، برای طول موج‌های بلندتر از آن یعنی برای موج‌های A و B نیز رخ خواهد داد؛ به طوری که پراش موج A نسبت به بقیه بارزتر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

$$I = \frac{P_{\text{منبع}}}{4\pi d^2} = \frac{100}{4\pi \times (20)^2} = \frac{1}{16\pi} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

شدت نور در فاصله d از لامپ (محل صفحه)

$$I = \frac{E}{A \Delta t} \Rightarrow \frac{1}{16\pi} = \frac{E}{\pi \times (0.1)^2 \times 128} \Rightarrow E = 0.08 \text{ J} \quad (\text{انرژی نورانی رسیده به صفحه})$$

$$E = \frac{0.08}{1/6 \times 10^{-19}} = 8 \times 10^{19} \text{ eV}$$

$$E = n \times \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 8 \times 10^{19} \text{ eV} = n \times \frac{1240 \cdot \text{nm} \cdot \text{eV}}{620 \cdot \text{nm}} = n \times 2 \text{ eV} \Rightarrow n = 2/5 \times 10^{19} \text{ فوتون}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

بلندترین طول موج رشته‌بالم (n' = 2) مربوط به گذار الکترون از n = 3 به n' = 2 است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5R}{36} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{5R}$$

کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن (n' = 3) مربوط به گذار از n = ∞ به n' = 3 است:

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{9} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{36}{9} = \frac{4}{1}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

$$N_{\text{فعال باقی‌مانده}} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N_{\text{واپاشی‌شده}} = N_0 - \frac{N_0}{2^n} = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{60}{12} = 5 \Rightarrow 6/2 \times 10^{23} = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^5} \right) = \frac{31}{32} N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{32 \times 6/2 \times 10^{23}}{31} = 6/4 \times 10^{23}$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 8 \times 10^{22} = \frac{6/4 \times 10^{23}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow \frac{t}{12 \text{ min}} = 3 \Rightarrow t = 36 \text{ min}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

در راکتورهای هسته‌ای، نوترون‌های حاصل از شکافت، سریع هستند که در این حالت احتمال جذب آن‌ها توسط ^{238}U بیشتر است؛ لذا با استفاده از مواد کندکننده‌ای مانند آب، نوترون‌ها را کند می‌کنند تا احتمال جذب آن‌ها توسط ^{235}U بیشتر شود.

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$F_1 = k \frac{1/5 \times 4 \times 10^{-12}}{d^2 \times 10^{-4}}$$

نیروی الکتریکی بین دو بار در فاصله d سانتی‌متر به صورت روبه‌رو است:

$$\text{پس از تماس دو گلوله بار هر یک } \mu\text{C} \frac{-2/5}{2} \text{ خواهد بود:}$$

$$F_2 = k \frac{\frac{2/5 \times 2/5}{2} \times 10^{-12}}{(d+1)^2 \times 10^{-4}}$$

$$F_2 = \frac{1}{6} F_1 \Rightarrow \frac{2/5 \times 2/5}{4(d+1)^2} = \frac{4 \times 1/5}{d^2} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2/5}{2(d+1)} = \frac{1}{d} \Rightarrow 2/5 d = 2d + 2 \Rightarrow 0/5 d = 2 \Rightarrow d = 4 \text{ cm}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون بار مثبت در جهت خطوط حرکت کرده، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = -EqAB \times \cos 37^\circ = -4 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-2} \times 0/8 = -38/4 \times 10^{-3} \text{ J} = -38/4 \text{ mJ}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

بررسی نادرستی گزینه‌های دیگر:

(۱) در دمای ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم مسی در ولتاژهای مختلف، ثابت است.

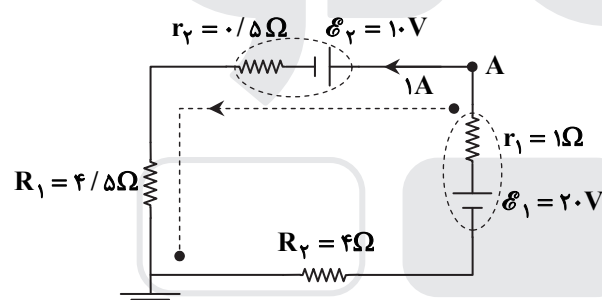
(۲) دیود نورگسیل (LED) در دمای ثابت از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

(۳) هر اندازه ضریب دمایی مقاومت ویژه یک رسانا بیشتر باشد، در اثر افزایش دما مقاومت ویژه آن بیشتر تغییر می‌کند.

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است، جهت جریان در مدار پادساعت‌گرد خواهد بود.



$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{20 - 10}{4/5 + 4 + 1 + 0/5} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

اکنون از نقطه A در جهت جریان شروع به حرکت می‌کنیم تا به نقطه زمین (0 زمین = V) برسیم.

$$V_A - \mathcal{E}_2 - r_2 I - R_1 I = V_{\text{زمین}} \\ \Rightarrow V_A - 10 - 0/5 \times 1 - 4/5 \times 1 = 0 \Rightarrow V_A = 15 \text{ V}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

فرض می‌کنیم مقاومت R_1 کوچک‌تر از R_2 باشد. طبق رابطه $P_{\text{کل}} = \frac{V^2}{R_{eq}}$ ، چون $V = 200 \text{ V}$ ثابت است، کمترین توان مصرفی مدار به‌ازای

بیشترین مقاومت رخ می‌دهد. هنگامی که مقاومت بزرگ‌تر (R_2) به‌تنهایی در مدار باشد، مقاومت معادل بیشینه (چرا؟) و توان کمینه است. در این حالت داریم:

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_2} \Rightarrow 50 = \frac{200^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 800 \Omega$$

با وصل شدن هم‌زمان دو کلید، مقاومت‌ها با هم موازی می‌شوند و در این وضعیت مقاومت مدار کمترین مقدار و توان کل مصرفی بیشترین مقدار را دارد. در این حالت داریم:

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_{12}} \Rightarrow 250 = \frac{200^2}{R_{12}} \Rightarrow R_{12} = 160 \Omega$$

با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده برای R_2 و R_{12} ، مقدار مقاومت R_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 160 = \frac{R_1 \times 800}{R_1 + 800} \Rightarrow 1 = \frac{R_1 \times 5}{R_1 + 800} \Rightarrow R_1 + 800 = 5R_1 \Rightarrow R_1 = 200 \Omega$$

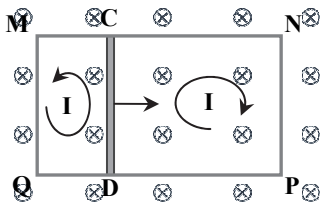
نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{200}{800} = \frac{1}{4}$$

زاویه بین سیم و میدان مغناطیسی، 60° است.

$$F = ILB \sin \theta = 5 \times 10^{-3} \times 400 \times 10^{-4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{100} \text{ N}$$

و جهت آن مطابق قاعده دست راست، درون سو است.



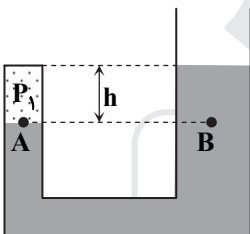
با حرکت میله به سمت راست، مساحت حلقه MCDQ افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از آن افزایش یافته و مساحت حلقه CNPD و شار گذرنده از آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز برای مخالفت با این تغییر شار، در حلقه MCDQ جریان پادساعت‌گرد و در حلقه CNPD جریان ساعت‌گرد القا می‌شود.

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} L I_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2} L I_2^2 \end{cases} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} L (I_2^2 - I_1^2) \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} L (I_2 - I_1)(I_2 + I_1)$$

$$\Rightarrow 240 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 10^{-3} \times (20) \times (I_2 + I_1) \Rightarrow I_2 + I_1 = 30 \text{ A} \Rightarrow \begin{cases} I_2 + I_1 = 30 \text{ A} \\ I_2 - I_1 = 20 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow I_2 = 25 \text{ A}, I_1 = 5 \text{ A}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 10^{-3} \times 5^2 = 10 \times 10^{-3} \text{ J} = 10 \text{ mJ}$$

حالت اول:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 + \rho g h \quad (1) \text{ رابطه}$$

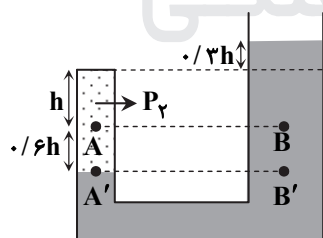
حالت دوم:

در حالت دوم، چون حجم گاز ۶۰ درصد اضافه شده، با توجه به اینکه مساحت مقطع ثابت است، پس ارتفاع گاز ۶۰ درصد افزایش می‌یابد؛ یعنی گاز در شاخه سمت چپ $0.6h$ پایین‌تر آمده است. اگر فرض کنیم سطح مایع در طرف مقابل به اندازه x بالاتر رفته، با توجه به تساوی حجم مایع جابه‌جا شده خواهیم داشت:

$$0.6h \times A = x \times 2A \Rightarrow x = 0.3h$$

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_2 = P_0 + \rho g (0.6h + x + h) = P_0 + \rho g \times 1.9h \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (۱) و (۲)}} P_2 - P_1 = 1800 \text{ Pa} \Rightarrow P_0 + 1.9\rho g h - P_0 - \rho g h = 1800 \Rightarrow 0.9\rho g h = 1800 \Rightarrow 0.9 \times 1000 \times 10 \times h = 1800 \Rightarrow h = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

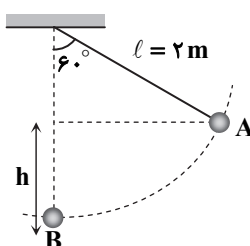


برای محاسبه کار نیروی وزن، نخست باید ارتفاع h را محاسبه کنیم:

$$h = \ell - \ell \cos 60^\circ = 2 - 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

$$W_{\text{وزن}} = mgh = 0.5 \times 10 \times 1 = 5 \text{ J}$$

نیروی کشش نخ که در راستای شعاع دایره مسیر حرکت گلوله بر آن وارد می‌شود، همواره بر جابه‌جایی گلوله عمود است و در نتیجه طبق رابطه $W = Fd \cos \theta$ ، کار کشش نخ در این جابه‌جایی صفر خواهد بود.



۷۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

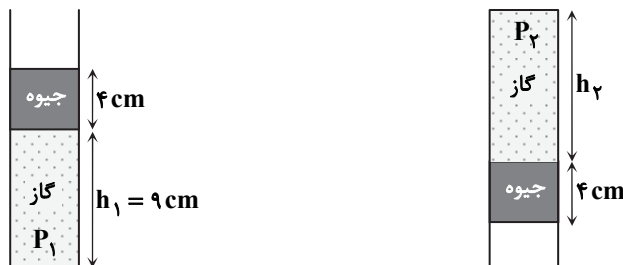
$$\Delta A = A_1 \times \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = \alpha \Delta \theta = 2 \times 10^{-5} \times 100 = 2 \times 10^{-3}$$

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2 \times 10^{-3} \times 100 = 0.2\%$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

ابتدا فشار گاز محبوس داخل لوله را در دو حالت به دست می آوریم:



$$P_1 = P_0 + P_{\text{جیوه}}$$

$$P_1 = 76 + 4 = 80 \text{ cmHg}$$

$$P_0 = P_2 + P_{\text{جیوه}}$$

$$76 = P_2 + 4 \Rightarrow P_2 = 72 \text{ cmHg}$$

قانون گازها را برای دو حالت می نویسیم:

$$T : \text{ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 h_1 A = P_2 h_2 A \Rightarrow 80 \times 9 = 72 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{ cm}$$

جابه جایی ستون جیوه نسبت به انتهای لوله برابر اختلاف h_1 و h_2 است.

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 10 - 9 = 1 \text{ cm}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

ΔU فقط به حالت اولیه و نهایی دستگاه بستگی دارد و به مسیر فرایند وابسته نیست.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 \Rightarrow +3000 + (-2000) = Q_2 + W_2 \Rightarrow Q_2 + W_2 = +1000 \text{ J}$$

گزینه ۱: نادرست است، زیرا اگرچه $W_2 + Q_2 = +1000 \text{ J}$ و $W_2 < 0$ است، اما توجه کنید که مساحت زیر نمودار $P-V$ در فرایند (۲) بیشتر از فرایند (۱) است، یعنی $|W_2| > |W_1|$ و این موضوع در گزینه ۱ رعایت نشده است.

گزینه ۲: نادرست است، زیرا اولاً $W_2 + Q_2 = 1500 + (-2500) = -1000 \text{ J}$ و ثانیاً در فرایند موردنظر که انبساط است، حتماً $W_2 < 0$ خواهد بود.

گزینه ۴: نادرست است، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} Q_2 = +3500 \text{ J} \\ W_2 = -3000 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow Q_2 + W_2 = +500 \text{ J}$$

گزینه ۳ از همه این جهات درست است.

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$A : \text{ماشین گرمایی} : \eta_1 = \frac{|W_1|}{Q_{H1}} \Rightarrow Q_{H1} = \frac{10}{0.75} = 40 \text{ kJ}, |Q_{L1}| = Q_{H1} - |W_1| = 40 - 10 = 30 \text{ kJ}$$

$$B : \text{ماشین گرمایی} : Q_{H2} = |Q_{L1}| = 30 \text{ kJ}, \eta_2 = \frac{|W_2|}{Q_{H2}} = \frac{Q_{H2} - |Q_{L2}|}{Q_{H2}} = 1 - \frac{|Q_{L2}|}{Q_{H2}}$$

$$\Rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{21}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \Rightarrow \eta_2 = 30\%$$

شیمه

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

هیدروژن دارای ۵ رادیوایزوتوپ (^1_1H تا ^5_1H) است.

ابتدا جرم مولی ترکیب و سپس جرم مولی عنصر X را محاسبه می‌کنیم:

$$6 / 0.2 \times 10^{-22} \text{ XF}_3 \times \frac{1 \text{ mol XF}_3}{6 / 0.2 \times 10^{-23} \text{ XF}_3} \times \frac{M \text{ g XF}_3}{1 \text{ mol XF}_3} = 8 / 8 \text{ g XF}_3 \Rightarrow M = 88 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(3 \times 19) + M_X = 88 \Rightarrow M_X = 31 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

می‌دانیم اندازه جرم مولی یک عنصر به تقریب برابر با عدد جرمی آن است. بنابراین:

$$N + Z = 31 \xrightarrow{N=Z+1} Z = 15$$

پس آرایش الکترونی آن به صورت $X: [\text{Ne}] 3s^2 3p^3$ می‌باشد.

عنصر X در گروه ۱۵ جدول قرار دارد، ۵ الکترون ظرفیتی داشته و با دریافت ۳ الکترون (یا به اشتراک گذاری ۳ الکترون) به آرایشی مشابه با گاز نجیب دست می‌یابد.

الکترون‌ها در هنگام بازگشت به حالت پایه، تمامی انرژی که قبلاً دریافت کرده‌اند را از دست می‌دهند.

عبارت‌های «دوم» و «چهارم» درست هستند.

وقتی آرایش الکترونی آنیونی با دو بار منفی به $4p^6$ ختم می‌شود، یعنی آرایش الکترونی اتم عنصر موردنظر به $4p^4$ ختم شده، دارای ۶ الکترون ظرفیتی و متعلق به گروه ۱۶ و دوره ۴ جدول (یعنی عدد اتمی ۳۴) است. عدد اتمی نخستین فلز واسطه برابر با ۲۱ است:

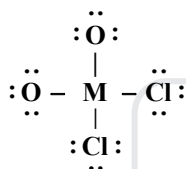
$$34 - 21 = 13$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: عنصر X به دسته p جدول دوره‌ای تعلق دارد.

عبارت سوم: در آرایش الکترونی اتم عنصر X، شمار الکترون‌هایی که عدد کوانتومی فرعی آن‌ها برابر یک است (الکترون‌های موجود در زیرلایه p) برابر با ۱۶ می‌باشد.

ساختار لوویس گونه موردنظر به صورت زیر است:



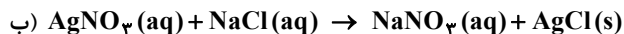
در ساختار این گونه، ۲۲ الکترون وجود دارد:

$$M + 2(6) + 2(7) = 22 \Rightarrow M = 6$$

پس اتم عنصر M، شش الکترون ظرفیتی دارد و مربوط به گروه ۱۶ جدول است.

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

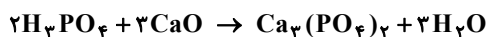
عبارت اول: همان‌طور که در شکل‌های کتاب درسی مشاهده می‌شود، شکل‌های هندسی دو یون NO_3^- و CO_3^{2-} مشابه است.



عبارت دوم: با توجه به معادله واکنش، ۱ مول AgNO_3 (۱۷۰ g) با ۱ مول NaCl (۵۸ g) واکنش داده و ۱ مول (۱۴۳ g) رسوب AgCl تولید می‌شود.

عبارت سوم: فراورده‌های واکنش، AgCl و NaNO_3 هستند که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن‌ها برابر ۱ است.

عبارت چهارم: طبق قانون پایستگی جرم درست است. (در هر دو سمت معادله، ۱۷ اتم وجود دارد).



$$\frac{400}{1000} \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4} \times \frac{310 \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2} = 12 / 4 \text{ g (جرم کل کلسیم فسفات حاصل)}$$

(این مقدار از کلسیم فسفات حل می‌شود). $x = 0.2 \text{ g}$ $\Rightarrow x = 0.5 = \frac{x}{400} \times 100$: براساس انحلال‌پذیری

$$\text{جرم بلور حاصل} = 12 / 4 - 0.2 = 12 / 2 \text{ g}$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

فقط عبارت «چهارم» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: مقایسه $\text{HBr} > \text{HCl} > \text{HF}$ را می‌توان به جرم مولی نسبت داد، ولی مقایسه نقطه جوش این مواد به صورت $\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$ است.

عبارت دوم: پیوند هیدروژنی را می‌توان قوی‌ترین نیروی بین مولکولی در نظر گرفت. (پیوند هیدروژنی جزء نیروهای وان‌دروالس نیست).

عبارت سوم: نیروی جاذبه بین مولکولی استون، از نوع وان‌دروالس و نیروی جاذبه بین مولکولی اتانول و آب، از نوع پیوند هیدروژنی است.

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$? \text{g O}_2 = 2000 \text{g H}_2\text{O} \times \frac{0.03 \text{g O}_2}{100 \text{g H}_2\text{O}} = 0.6 \text{g O}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.6 \text{g O}_2}{2000 \text{g H}_2\text{O}} \times 10^6 = 300 \text{ppm}$$

با کاهش فشار تا ۱ atm، به تقریب ۰/۰۲۵ گرم اکسیژن به‌ازای هر ۱۰۰ گرم محلول، از آن خارج می‌شود.

$$? \text{g O}_2 = 2000 \text{g H}_2\text{O} \times \frac{0.025 \text{g O}_2}{100 \text{g H}_2\text{O}} = 0.5 \text{g}$$

$$? \text{L O}_2 = 0.5 \text{g O}_2 \times \frac{1 \text{mol O}_2}{32 \text{g O}_2} \times \frac{22.4 \text{L O}_2}{1 \text{mol O}_2} = 0.375 \text{L}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱) و شیمی ۳ (فصل ۲)

۸۵- پاسخ: گزینه ۱

همه عبارت‌ها نادرست هستند.

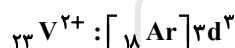
عبارت اول: هم A (۲۳ V) و هم B (۵ Sn) فلز هستند.

عبارت دوم: هالوژن مایع در دمای اتاق، Br_2 است. از طرفی عدد اتمی B برابر با ۵۰ است:

$$50 - 35 = 15$$

عبارت سوم: برای ساختن حلبی، ورقه‌ای از آهن با لایه نازکی از Sn پوشیده می‌شود.

عبارت چهارم: در آرایش الکترونی V^{2+} ، سه الکترون در زیرلایه d با ۲ یا ۳ وجود دارد.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

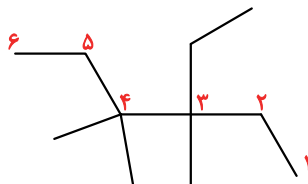
$$\begin{aligned} & \frac{90 \text{g}}{100 \text{g}} \times \frac{1 \text{mol}}{180 \text{g}} \times \frac{2 \text{mol CO}_2}{1 \text{mol}} \times \frac{80}{100} \\ & = \frac{1}{6} \text{mol CO}_2 \end{aligned}$$

با توجه به واکنش دوم خواهیم داشت:

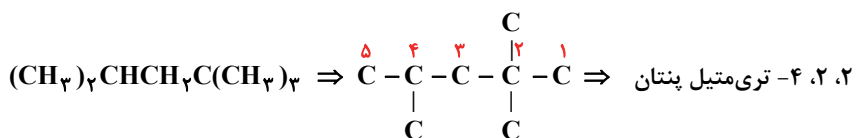
$$\frac{1}{6} \text{mol CO}_2 \times \frac{1 \text{mol Mg}^{2+}}{1 \text{mol CO}_2} \times \frac{24 \text{g Mg}^{2+}}{48 \text{g Mg}^{2+}} \times \frac{1 \text{ton H}_2\text{O}}{48 \text{g Mg}^{2+}} = 0.08 \text{ton H}_2\text{O}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۳



۳- اتیل - ۳، ۴، ۴، ۴ تری‌متیل هگزان



از آنجا که هر مول از هیدروکربن موردنظر، با ۲ مول گاز هیدروژن به حالت سیر شده درمی آید، فرمول عمومی آن C_nH_{2n-2} است.

$$0.08 \text{ g } C_nH_{2n-2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}}{(14n-2) \text{ g } C_nH_{2n-2}} \times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}} \times \frac{22.4 \text{ mL}}{1 \text{ mol } CO_2} = 134 / 4 \text{ mL } CO_2$$

$$8.0 \times \frac{1}{22.4} n = \frac{6}{134} (14n-2) \Rightarrow 8.0n = 84n - 12 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow C_3H_4$$

$$\frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{3 \times 12}{4 \times 1} = 9$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) جرم مولکولی C_3H_4 ، ۴۰ amu است.

(۲) از سوختن کامل هر مول C_3H_4 ، ۲ مول یا ۳۶ گرم آب تولید می‌شود.

(۴) هر مول از ترکیب مورد نظر، با ۲ مول برم نیز واکنش می‌دهد.

$$1 \text{ g } C_3H_4 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_4}{40 \text{ g } C_3H_4} \times \frac{2 \text{ mol } Br_2}{1 \text{ mol } C_3H_4} \times \frac{160 \text{ g } Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} = 8 \text{ g } Br_2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل‌های ۱ و ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{در پایان واکنش } 3/75 \text{ mol C} = 3.0 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{7/5 \text{ mol C}}{1 \text{ min}}$$

$$\text{مصرف شده } 7/5 \text{ mol B} = 3/75 \text{ mol C} \times \frac{2 \text{ mol B}}{1 \text{ mol C}}$$

$$\text{باقی مانده } 2/5 \text{ mol B} = 10 - 7/5$$

$$6/25 \text{ mol} = 3/75 \text{ mol C} + 2/5 \text{ mol B} = \text{کل مول‌های گازی موجود در ظرف}$$

$$5 \text{ mol} = 10 \text{ mol B} \times \frac{1 \text{ mol C}}{2 \text{ mol B}} = \text{مورد انتظار mol C}$$

$$75\% = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{3/75}{5} \times 100$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۳

$$C_{15}H_{20}O: \text{فرمول مولکولی}$$

$$\text{تعداد پیوندها} = \frac{(15 \times 4) + (20 \times 1) + 2}{2} = 41$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

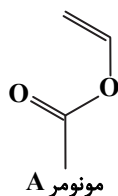
۹۱- پاسخ: گزینه ۱

تنها در مورد «چهارم» عامل مؤثر بر سرعت واکنش به درستی بیان شده است. موارد «اول»، «دوم» و «سوم» به ترتیب به عامل‌های غلظت، ماهیت واکنش دهنده‌ها و سطح تماس اشاره دارند.

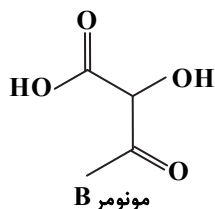
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

پلیمر A از دسته پلیمرهایی است که مونومر آن دارای پیوند دوگانه کربن-کربن است و اتصال کربن-کربن باعث تشکیل این پلیمر می‌شود و آب به عنوان فرآورده در این واکنش‌ها تولید نمی‌شود.



پلیمر B از دسته پلی‌استرها است و در آن، پیوند استری یا تشکیل گروه استری که با تولید آب همراه است، باعث اتصال مونومرها به یکدیگر می‌شود.





$$\bar{R}(\text{NO}_2) = 2\bar{R}(\text{واکنش}) = 2 \times 0.575 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \times 0.5 \text{ L} = 0.575 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

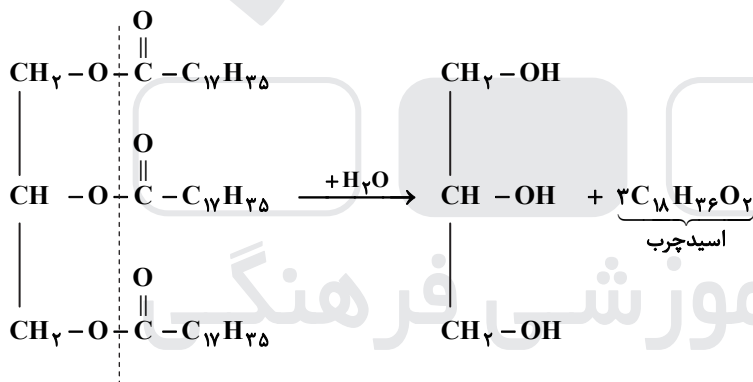
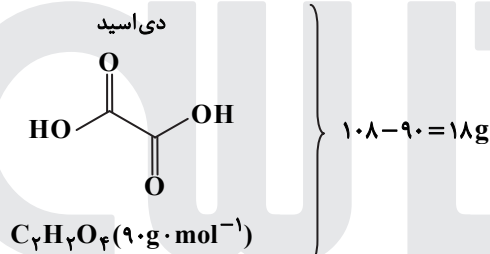
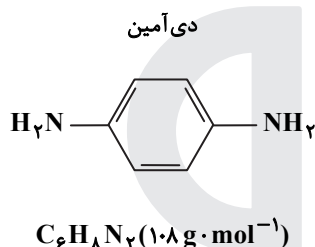
$$\text{NO}_2 \text{ مول اولیه} = 115 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{46 \text{ g}} = 2.5 \text{ mol}$$

$$\text{NO}_2 \text{ مصرف شده پس از } 1/5 \text{ دقیقه} = 1/5 \text{ min} \times \frac{0.575 \text{ mol}}{1 \text{ min}} = \frac{3 \times 0.575}{2} = \frac{1.725}{2}$$

$$\text{NO}_2 \text{ باقی مانده} = \frac{5}{2} - \frac{1.725}{2} = \frac{3.275}{2}$$

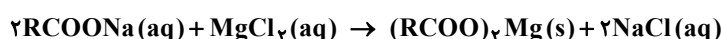
$$\text{درصد NO}_2 \text{ باقی مانده} = \frac{\text{مول NO}_2 \text{ باقی مانده}}{\text{مول اولیه NO}_2} \times 100 = \frac{3.275}{2.5} \times 100 = \frac{3}{2.5} \times 20 = 24\%$$

ساختار مونومرهای سازنده پلیمر نشان داده شده:



$$\frac{\text{شمار اتم های H}}{\text{شمار اتم های C}} = \frac{36}{18} = 2$$

توجه: در اسیدهای آلی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$)، همواره نسبت شمار اتم های هیدروژن به کربن برابر با ۲ است.



$$\frac{0.1 \times 0.5 \text{ L}}{1} = \frac{2/81}{M} \Rightarrow M = 562 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

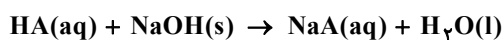
$$\text{R} = \text{C}_n\text{H}_{2n+1} \Rightarrow \text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COO} = 12n + 2n + 1 + 12 + 32 = 14n + 45$$

$$(\text{RCOO})_2\text{Mg} = 2(14n + 45) + 24 = 28n + 114$$

$$28n + 114 = 562 \Rightarrow n = 16$$

بنابراین زنجیر کربنی صابون، ۱۶ اتم کربن دارد. با احتساب کربن گروه عاملی، صابون مورد نظر در مجموع ۱۷ اتم کربن دارد.

در واکنش‌های خنثی شدن برای خنثی کردن محلول اسید باید به محلول به اندازه‌ای باز افزوده شود که اسید به‌طور کامل در واکنش با باز مصرف شود:



اسید تک‌پروتون‌دار است و برای خنثی شدن هر مول آن به یک مول از باز سدیم هیدروکسید نیاز است. پس ۰/۴ گرم سدیم هیدروکسید (۰/۴ mol NaOH) ، ۰/۱ mol (۰/۴ = ۰/۱) ، ۰/۱ مول از اسید HA را خنثی کرده است.

غلظت محلول اسید برابر با $0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = \frac{0.1}{0.2}$ است.

درجه یونش HA:

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{M} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-4/2}}{0.5} = \frac{5 \times 10^{-5}}{0.5} = 10^{-3}$$

$$E_A^\circ < E_B^\circ$$

$$E_{\text{سلول}} = E_B^\circ - E_A^\circ$$

قدرت کاهندگی A نسبت به B بیشتر است.

قدرت اکسندگی B^{2+} از A^{2+} بیشتر است.

با توجه به نمودار، چون غلظت A^{2+} در حال افزایش و غلظت B^{2+} در حال کاهش است، بنابراین A و B به ترتیب آند و کاتد هستند، در نتیجه A گونه کاهنده و B^{2+} گونه اکسنده است.

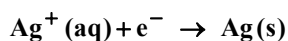
از آنجایی که موقعیت A و B در جدول نسبت به هیدروژن مشخص نیست، نمی‌توان در مورد موقعیت آن‌ها نسبت به هیدروژن قضاوت نمود.

کاتیون‌های B^{2+} به سمت تیغه B رفته و با جذب الکترون کاهش می‌یابند.

عبارت «چهارم» نادرست است.

با توجه به E° های داده شده، Zn آند و Cu کاتد است. از این رو Zn قطب منفی و Cu قطب مثبت است، بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد است و محلول ظرف کاتدی به دلیل کاهش غلظت Cu^{2+} کم‌رنگ می‌شود. جهت حرکت آنیون‌ها از ظرف کاتدی (قطب مثبت) به ظرف آندی است. در ظرف کاتدی Cu^{2+} با گرفتن الکترون کاهش یافته و نقش اکسنده دارد.

در آبکاری با محلول نقره نیترات، یون‌های نقره در سطح قاشق کاهش یافته و به فلز نقره تبدیل می‌شوند و تغییر جرم قاشق برابر با جرم فلز نقره کاهش یافته است:



$$\frac{n_e}{1} = \frac{0.54}{108} \Rightarrow n_e = 0.005 \text{ mol e}^-$$

$$\text{تعداد الکترون‌ها} = 0.005 \times 6.02 \times 10^{23} = 3.01 \times 10^{21}$$

دومین عنصر فراوان در پوسته جامد زمین، سیلیسیم است که جزء عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت است. بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) در ساختار SiO_2 ، هر اتم Si با چهار پیوند یگانه به ۴ اتم O و هر اتم O با دو پیوند یگانه به دو اتم Si متصل است، ولی ساختار CO_2

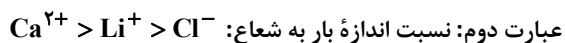
به صورت $\text{O}=\text{C}=\text{O}$ است.

(۳) بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین، از ترکیبات گوناگون دو عنصر Si و O است و نه فقط SiO_2 !

(۴) شمار اتم‌های Si و O در حلقه‌های موجود در ساختار سیلیس با هم برابر است.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

موارد «اول»، «سوم» و «چهارم» درست هستند.
بررسی مقایسه نادرست:



۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

ب) در واکنش‌های (۱) و (۳) سطح انرژی فرآورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است؛ بنابراین گرماده هستند. در واکنش (۲) سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر است و یک واکنش گرماگیر محسوب می‌شود.

ت) واکنش (۱) انرژی فعال‌سازی کمتری دارد و در شرایط یکسان با سرعت بیشتری انجام می‌شود. این واکنش گرماده است و $|\Delta H|$ آن از دو واکنش دیگر بیشتر است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) واکنش حذف NO در مبدل‌های کاتالیستی $(2\text{NO} \rightarrow \text{N}_2 + \text{O}_2)$ گرماده است، در حالی که واکنش (۲)، یک واکنش گرماگیر می‌باشد.

پ) در واکنش‌های گرماگیر، همواره E_a از ΔH بزرگ‌تر است؛ بنابراین حتی در حضور کاتالیزگر هم، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش (۲) نمی‌تواند از 20 kJ کمتر شود.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

با افزودن گاز نیتروژن به ظرف، غلظت مولی آن افزایش می‌یابد و با افزایش یافتن سرعت واکنش رفت، سامانه از تعادل خارج می‌شود.
بررسی عبارت‌های نادرست:

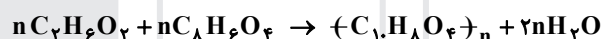
۱) پس از برقراری تعادلی جدید در ظرف، شمار مول H_2 کمتر از شمار مول آن در تعادل اولیه، ولی شمار مول N_2 و NH_3 بیشتر از شمار مول آن‌ها در تعادل اولیه است.

۳) واکنش با پیشرفت در جهت رفت دوباره به تعادل می‌رسد و طی این فرایند به‌ازای مصرف شدن ۴ مول گاز، ۲ مول گاز تولید می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان گفت در تعادل جدید، شمار مول مواد، x مول افزایش یافته است.

۴) تغییر ایجادشده مقدار ثابت تعادل را تغییر نمی‌دهد.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

فرایند (II)، تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید را نشان می‌دهد که در آن، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ۱۲ واحد ($2 \times 6 = 12$) تغییر می‌کند.



$$\text{جرم PET} = 192n = 192 \times 20 = 3840\text{ g} = 3 / 84\text{ kg}$$

