



یکشنبه  
۱۴۰۳/۰۱/۲۶



## دوره جمع بندی دوینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی  
آزمون اختصاصی - دفترچه سؤال ۱  
(شبه ساز کنکور سراسری)

| ردیف | درس     | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | زمان پاسخ گویی |
|------|---------|------------|----------|----------|----------------|
| ۱    | ریاضیات | ۴۰         | ۱        | ۴۰       | ۷۰ دقیقه       |

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- به ازای کدام یک از مقادیر  $m$ ، معادله  $m + 4x^2 - (m-2)x^4 = 5$  دارای چهار ریشه حقیقی متمایز است؟

- (۱) ۴      (۲)  $\frac{9}{2}$       (۳)  $\frac{11}{2}$       (۴) ۶

۲- مساحت سطح محدود به نمودار تابع  $f(x) = |x+1| + |x-3|$  و محور  $x$  ها در بازه  $[-3, 3]$  کدام است؟

- (۱) ۳۰      (۲) ۲۴      (۳) ۲۸      (۴) ۳۲

۳- حاصل عبارت  $A = \frac{x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + \dots + x + 1}{x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + \dots + x - 1}$  به ازای  $x = \sqrt{3}$  کدام است؟

- (۱)  $-2 + \sqrt{3}$       (۲)  $2 - \sqrt{3}$       (۳)  $-2 - \sqrt{3}$       (۴)  $2 + \sqrt{3}$

۴- سهمی به معادله  $y = 2x^2 + 3x$  همواره بالای خط  $y = (m+2)x - 2$  قرار دارد. شیب خط، کدام یک از مقادیر زیر نمی تواند باشد؟

- (۱) صفر      (۲) -۲      (۳) ۴      (۴) ۶

۵- اگر  $a = \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$  باشد، حاصل  $a^6 - 6a^4 + 9a^2$  کدام است؟

- (۱) ۱۶      (۲) ۳۶      (۳) ۲۰      (۴) ۴۰

۶- اگر معادلات اضلاع مثلثی به صورت  $AB: y + 2x = 4$  و  $BC: 4y = 7x + 31$  و  $AC: 2y = x + 3$  باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۸      (۳) ۱۵      (۴) ۲۰

۷- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله ای  $P(x)$  بر  $(x^2 - 9)$  و  $(x^2 - x - 2)$  به ترتیب برابر  $(5x - 1)$  و  $(3x + 7)$  باشد، باقی مانده تقسیم

$P(x)$  بر  $(x^2 + 4x + 3)$  کدام است؟

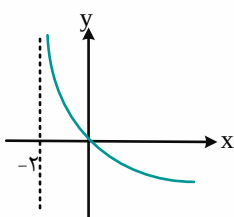
- (۱)  $-6x + 2$       (۲)  $-6x - 2$       (۳)  $10x - 14$       (۴)  $10x + 14$

۸- تابع  $f(x) = -4\cos^2 x + 2$  روی بازه  $[a, 0]$  اکیداً نزولی است. حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\pi}{4}$       (۲)  $-\frac{\pi}{2}$       (۳)  $-\pi$       (۴)  $-\frac{\pi}{8}$

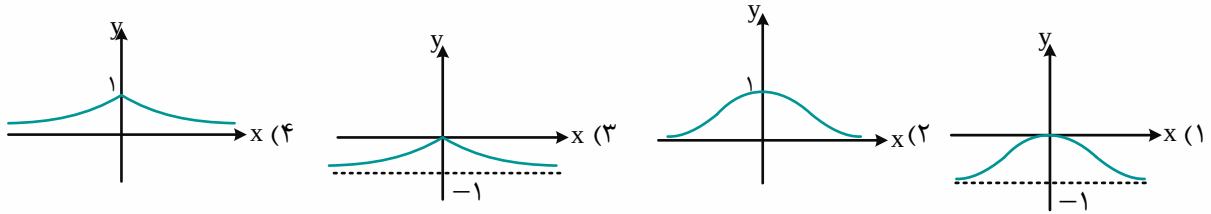
۹- نمودار تابع  $f(x) = -\log_2(ax^2 + bx + c)$  به صورت شکل مقابل است. حاصل  $f(-\frac{15}{8})$  کدام است؟

- (۱)  $6/5$       (۲)  $4/5$       (۳) ۶      (۴) ۴



محل انجام محاسبات

۱۰- اگر  $f(x) = \log_4(x+1)$ ، آن گاه نمودار تابع  $y = f^{-1}(-|x|)$  کدام است؟



۱۱- اگر  $\alpha$  زاویه ای حاده و  $\tan(\frac{7\pi}{4} + \alpha) = \frac{-1}{11}$  باشد، حاصل عبارت  $A = \frac{1-61\cos 2\alpha}{2+11\tan 2\alpha}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{11}$  (۲)  $-\frac{2}{11}$  (۳)  $\frac{5}{31}$  (۴)  $-\frac{5}{31}$

۱۲- معادله  $\tan 4x + \tan x + \sqrt{3} \tan 4x \tan x = \sqrt{3}$  در بازه  $(0, \pi)$  دارای چند جواب است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 - \sin \frac{x}{2}}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\infty$  (۳)  $+\infty$  (۴)  $-4$

۱۴- اگر  $f(\frac{x}{x-1}) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2-1}$ ، آن گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $-\frac{1}{6}$

۱۵- مجانب افقی نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+3x+4}$ ، نمودار تابع  $f$  را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۶- امتداد خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{1+\sin \frac{x}{2}}{1+\cos 3x}$  در نقطه ای به طول  $x=0$  روی نمودار تابع  $f$ ، خط  $4y=2x+1$  را در نقطه ای

با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $-1$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۷- اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8}}$  و  $g(x) = \frac{2x}{x+6}$ ، در اینصورت مشتق تابع  $g \circ f$  در نقطه  $x = -7$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{36}{121}$  (۲)  $\frac{48}{121}$  (۳)  $-\frac{36}{121}$  (۴)  $-\frac{48}{121}$

۱۸- نقطه A روی منحنی تابع  $y = \frac{4}{x}$  حرکت می‌کند. کمترین فاصله نقطه A تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۹- مجموعه طول نقاط عطف نمودار تابع  $f(x) = 2x|x^3 + 4x^2|$  کدام است؟

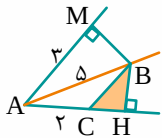
- (۱)  $\{-2, 0\}$  (۲)  $\{-2, 0, -4\}$  (۳)  $\{-2, -4\}$  (۴)  $\{-4, 0\}$

۲۰- خط  $y = ax + b$  از نقطه عطف تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  عبور کرده و از مرکز تقارن تابع هموگرافیک

$g(x) = mx + 1 + \frac{4x^2}{2x+3}$  نیز می‌گذرد. حاصل  $a + b - m$  کدام است؟

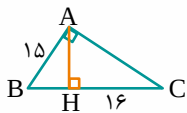
- (۱)  $\frac{4}{7}$  (۲)  $\frac{8}{7}$  (۳)  $\frac{6}{7}$  (۴)  $\frac{10}{7}$

۲۱- در شکل مقابل، AB نیمساز زاویه HAM است. اگر  $AB = 5$  و  $AM = 3$  و  $AC = 2$  باشد، مساحت مثلث BHC کدام است؟



- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، AH ارتفاع،  $AB = 15$  و  $CH = 16$  است. AC کدام است؟



- (۱) ۱۸  
(۲) ۲۴  
(۳) ۲۰  
(۴) ۳۰

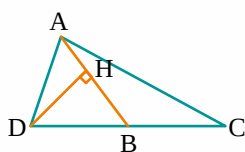
۲۳- پاره خط AB را حول d دوران داده‌ایم. چند تا از شکل‌های (۱) بیضی، (۲) مخروط، (۳) مخروط ناقص، (۴) استوانه، (۵) دایره،

(۶) کره، غیرممکن است حاصل شود؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیش از ۳

محل انجام محاسبات

۲۴- در شکل مقابل، مثلث‌های  $\triangle ABD$  و  $\triangle ABC$  متساوی‌الساقین به رأس  $B$  هستند. زاویه  $\angle BDH$  کدام است؟



- (۲)  $\angle BDA - \angle ACB$

(۴)  $\angle ACB$

(۱)  $\frac{\angle BDA}{2}$

(۳)  $\frac{\angle BDA + \angle ACB}{2}$

۲۵- در یک مثلث، طول ارتفاع‌ها به ترتیب ۲۴ و ۳۰ و ۴۰ است. فاصله نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی این مثلث از ضلع کوچک‌تر این مثلث کدام است؟

- (۴) ۳۵

(۳) ۲۵

(۲) ۱۵

(۱) ۱۰

۲۶-  $A:(-3,2)$  و  $B:(7,3)$  مفروض است. نقطه  $M$  روی محور  $x$ ‌ها چنان واقع است که  $AM+BM$  کم‌ترین مقدار ممکن را دارد. فاصله نقطه  $M$  از قرینه آن نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم کدام می‌باشد؟

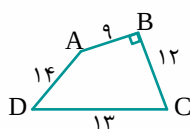
- (۴)  $2\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۲)  $\sqrt{2}$

(۱) ۱

۲۷- مساحت شکل مقابل کدام است؟



- (۱) ۱۳۲

(۲) ۱۳۸

(۳) ۱۴۴

(۴) ۱۵۶

۲۸- مجموع درایه‌های سطر سوم  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟

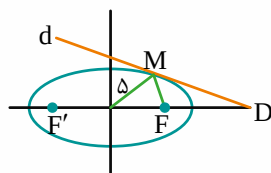
- (۴) ۱۸

(۳) ۱۵

(۲) ۶

(۱) ۲۴

۲۹- نقطه  $M$  روی بیضی مقابل به اقطار ۱۴ و  $4\sqrt{6}$  واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن از مرکز بیضی ۵ واحد است. اگر  $F'$  و  $F$  کانون‌های این بیضی و  $d$  مماس بر بیضی در نقطه  $M$  باشد، فاصله  $D$  (یعنی محل برخورد  $d$  و امتداد قطر بزرگ بیضی) از  $F$  کدام است؟



- (۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

۳۰- اگر  $a:(1,2,3)$  و  $b:(-1,-1,2)$  باشد و  $a'$  تصویر  $a$  در امتداد  $b$  و  $b'$  تصویر  $b$  در امتداد  $a$  باشد،  $|a||b'|+|a'||b|$  کدام است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۶ (۴)

۳۱- کدام یک از گزاره‌های زیر، گزاره همواره درست، نیست؟

$$\begin{array}{ll} (1) (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) & (2) (p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p) \\ (3) (\sim(p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow (p \wedge (\sim q)) & (4) ((\sim p) \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (\sim q)) \end{array}$$

۳۲- نمودار ون مقابل کدام مجموعه زیر را نمایش نمی‌دهد؟

$$\begin{array}{ll} (1) (A-B)' \cap (B-A)' & (2) (A'-B) \cup (B-A') \\ (3) (A' \cup B) - (A' \cap B) & (4) (A \cap B)' - (A \cup B)' \end{array}$$



۳۳- اگر  $A=\{2,3,4,5\}$  و  $B=\{1,4,5,7\}$ ، مجموعه  $A \times B - B \times A$  چند عضو دارد؟

$$(1) 0 \quad (2) 12 \quad (3) 14 \quad (4) 16$$

۳۴- یک تاس آبی و یک تاس قرمز را پرتاب می‌کنیم. پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  به صورت زیر هستند:

$A$ : تاس آبی از تاس قرمز بزرگ‌تر باشد.       $B$ : تاس آبی ۴ بیاید.  
 $C$ : مجموع دو تاس ۷ شود.       $D$ : مجموع دو تاس ۱۰ شود.

کدام دو پیشامد زیر مستقل هستند؟

$$(1) D, C \quad (2) B, A \quad (3) B, C \quad (4) A, D$$

۳۵- در ظرف یک، چهار مهره آبی و سه مهره قرمز و در ظرف دو، ۵ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارد. یک مهره از ظرف اول بر می‌داریم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. حال از ظرف دوم مهره‌ای بر می‌داریم. اگر این مهره آبی باشد، با چه احتمالی مهره‌ای که از ظرف اول در ظرف دوم قرار دادیم هم آبی بوده است؟

$$(1) \frac{4}{7} \quad (2) \frac{8}{13} \quad (3) \frac{6}{11} \quad (4) \frac{1}{2}$$

۳۶- میانگین داده‌های زیر ۱۰ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۵,۵,۶,۷,۷,۸,۱۲,۱۳,x,۲۰

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \frac{2}{5} \quad (4) \sqrt{2/5}$$

۳۷- بهمن سالی ۵ تا جمعه و ۴ تا پنج‌شنبه دارد. آخرین جمعه تیر همان سال چندمین روز این ماه بوده است؟

$$(1) 31 \quad (2) 30 \quad (3) 25 \quad (4) 26$$

محل انجام محاسبات

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی  $x$  که در معادله سیاله  $x + ۱۷y = ۱$  صدق کند، کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۵ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۳۹- مکمل گراف  $C_5$  چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۵ (۳)
- ۱۰ (۴)

۴۰- تعداد جواب‌های طبیعی معادله سیاله  $۲x_۱ + ۲x_۲ + x_۳ = ۲۱$  کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۵ (۲)
- ۳۶ (۳)
- ۴۵ (۴)

محل انجام محاسبات



یکشنبه  
۱۴۰۳/۰۱/۲۶



## دوره جمع بندی دوینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی  
آزمون اختصاصی - دفترچه سؤال ۲  
(شبهه ساز کنکور سراسری)

| ردیف | درس   | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | زمان پاسخ گویی | ملاحظات             |
|------|-------|------------|----------|----------|----------------|---------------------|
| ۱    | فیزیک | ۳۵         | ۴۱       | ۷۵       | ۴۵ دقیقه       | ۶۵ سوال<br>۷۵ دقیقه |
| ۲    | شیمی  | ۳۰         | ۷۶       | ۱۰۵      | ۳۰ دقیقه       |                     |

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۴۱- دو متحرک هم جرم روی محور  $x$  در فاصله  $d$  از هم قرار دارند. اگر این دو متحرک با تندی های ثابت  $v_1$  و  $v_2 > v_1$  هم جهت باهم شروع به حرکت کنند، پس از  $12s$  از کنار هم عبور می کنند. اگر این دو متحرک با همان تندی ها به سمت هم شروع به حرکت کنند، پس از  $3s$  از کنار هم می گذرند. در مدت حرکت، اندازه تکانه متحرک (۲) چند برابر اندازه تکانه متحرک (۱) بوده است؟

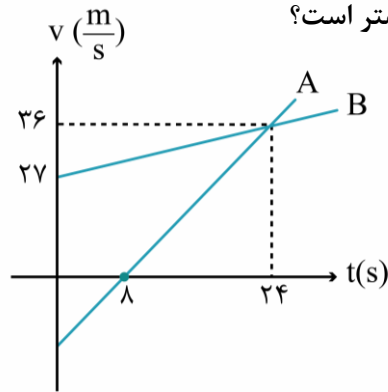
(۴)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۱)  $\frac{5}{3}$

۴۲- نمودار سرعت-زمان دو متحرک که بر روی محور  $x$  به طور هم زمان از یک نقطه شروع به حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافت طی شده دو متحرک در بازه زمانی که به هم نزدیک می شوند، چند متر است؟



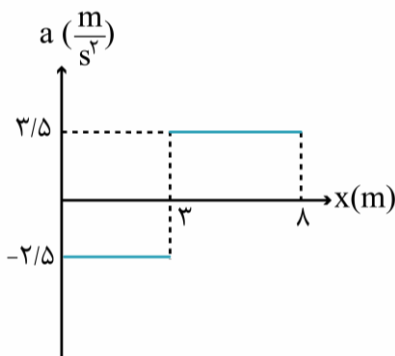
(۱) ۱۴۴۰

(۲) ۲۴۸۴

(۳) ۹۷۲

(۴) ۲۴۴۰

۴۳- نمودار شتاب-مکان یک متحرک که در مبدأ زمان از مبدأ مکان می گذرد، مطابق شکل است. اگر سرعت اولیه این متحرک در مبدأ زمان  $4 \frac{m}{s}$  باشد، شتاب متوسط متحرک در مدتی که از مکان  $x = 0$  به  $x = 8m$  می رسد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (متحرک در طول حرکت، تغییر جهت نمی دهد.)



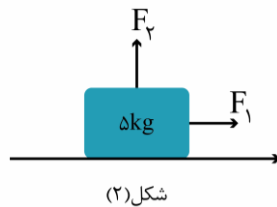
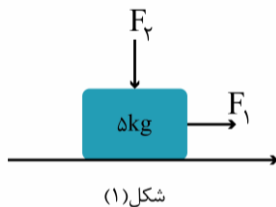
(۱)  $\frac{38}{15}$

(۲)  $\frac{15}{38}$

(۳)  $\frac{35}{46}$

(۴)  $\frac{46}{35}$

۴۴- مطابق شکل های زیر، در دو آزمایش مختلف به جسم ساکنی روی سطح افقی نیروی افقی  $F_1 = 65N$  و نیروی عمودی  $F_2 = 20N$  وارد می شود و جسم شروع به حرکت می کند. اگر در شکل (۱)، پس از طی مسافت ۱۲ متر، تندی جسم به  $12 \frac{m}{s}$  برسد، در شکل (۲)، پس از طی مسافت چند متر، تندی جسم به  $12 \frac{m}{s}$  می رسد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



(۱)  $7/2$

(۲)  $4/8$

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۴۵- دو شخص به جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  با  $m_2 > m_1$  با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی  $\vec{F}_1$ ، شخص دوم را به طرف چپ هل می‌دهد و شخص دوم با نیروی  $\vec{F}_2$ ، شخص اول را به طرف راست هل می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف: نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  یکسان هستند.

ب: اندازه شتاب شخص (۱) بیش‌تر است.

پ: آهنگ تغییر تکانه دو شخص هم‌اندازه است.

۱ (۱)

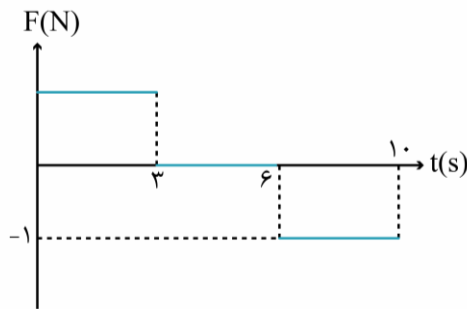
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر



۴۶- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم  $200$  گرم که از حال سکون حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 8s$  برابر  $\frac{m}{s}$  باشد، تغییرات تکانه جسم در  $3$  ثانیه اول حرکت چند واحد SI است؟



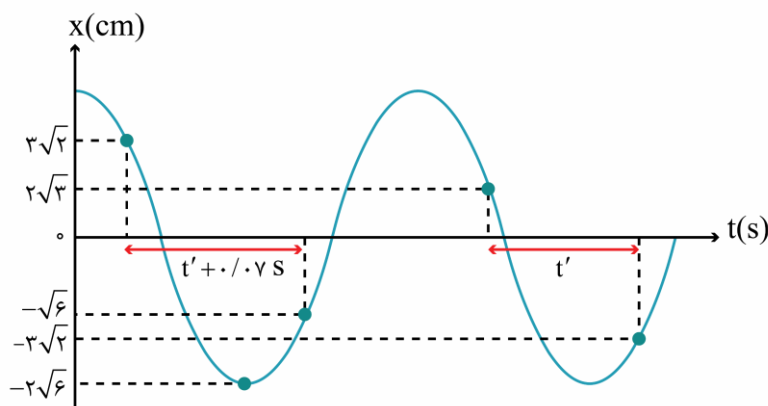
۱۵ (۱)

۲۴ (۲)

۷۵ (۳)

۱۲۰ (۴)

۴۷- نمودار مکان-زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. بیشینه تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



$\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{14} \pi$  (۳)

$\frac{\sqrt{6}}{14} \pi$  (۴)

۴۸- چه تعداد از موارد زیر، نادرست می‌باشند؟

الف: طول موج اشعه X از طول موج‌های پرتوی فرابنفش بلندتر است.

ب: امواج پخش تلویزیونی، زیرمجموعه امواج ELF است.

پ: برای امواج الکترومغناطیسی، جهت انتشار میدان الکتریکی بر جهت انتشار میدان مغناطیسی عمود است.

ت: تولید میدان مغناطیسی در فضا که حاصل از تغییرات میدان الکتریکی است اولین بار توسط ماکسول پیش‌بینی شد.

۱ (۱)

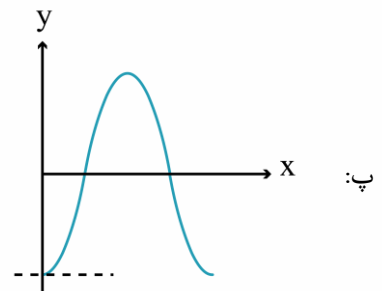
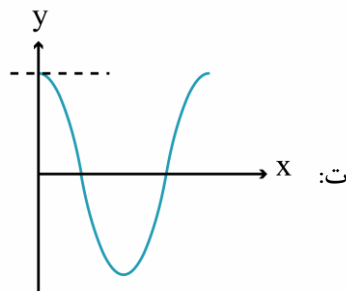
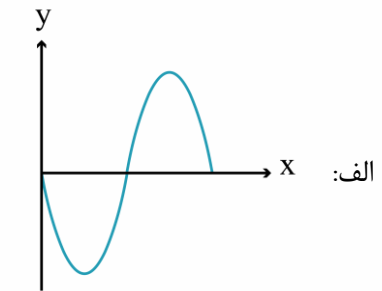
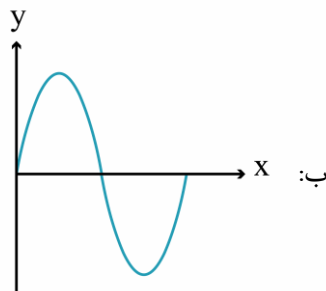
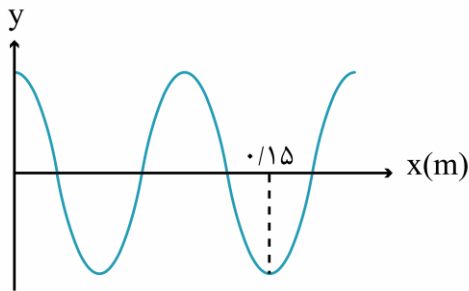
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۹- طنابی به قطر مقطع  $4\sqrt{2}\text{ cm}$  و چگالی  $\frac{1}{2}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  در اختیار داریم و آن را تحت نیروی کشش  $72\text{ N}$  قرار می دهیم. یک سر آن را به ارتعاش درمی آوریم تا موج عرضی ایجادشده در آن، در راستای محور  $x$  منتشر شود. اگر شکل زیر تصویر این موج را در لحظه  $t = \frac{7}{4}\text{ s}$  نشان دهد، کدام یک از شکل های زیر می تواند نقش موج در لحظه  $t = 0$  باشد؟ ( $\pi = 3$ )



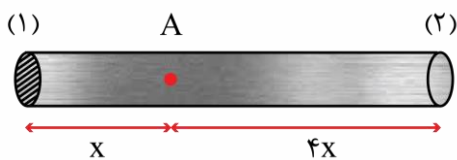
(۴) (ب) و (ت)

(۳) (الف) و (پ)

(۲) (پ) و (ت)

(۱) (الف) و (ب)

۵۰- با چکش به محل نشان داده شده  $A$  بر روی میله فلزی ضربه محکمی زده می شود و صوت در دو محیط هوا و فلز منتشر می شود. در این صورت اختلاف زمانی دو صوتی که به انتهای (۲) میله می رسند  $0.12\text{ s}$  بیش تر از اختلاف زمانی دو صوتی است که به انتهای (۱) میله می رسند. اگر طول میله  $80$  متر باشد، تندی انتشار صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟ ( $v_{\text{صوت در هوا}} = 320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ )



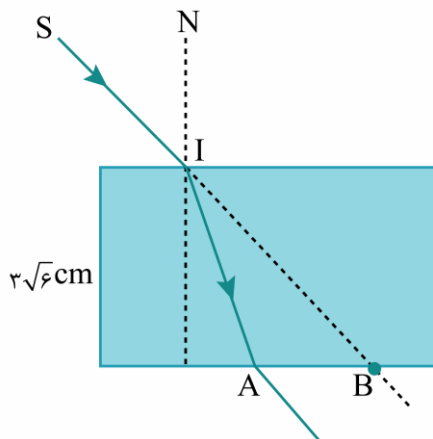
(۱) ۱۶۰۰

(۲) ۱۹۲۰

(۳) ۲۲۴۰

(۴) ۲۴۰۰

۵۱- در شکل مقابل، پرتوی  $SI$  از هوا به سطح یک تیغه شیشه ای به ضخامت  $3\sqrt{6}\text{ cm}$  می تابد و در نقطه  $A$  از تیغه خارج می شود. اگر مدت زمان حرکت پرتو در تیغه شیشه ای برابر  $\frac{1}{4}$  نانوثانیه باشد و راستای  $SI$  در نقطه  $B$  از شیشه خارج شود،  $AB$  چند سانتی متر است؟ (ضریب شکست تیغه شیشه ای و هوا به ترتیب برابر  $\sqrt{2}$  و  $1$  است،  $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  = تندی نور در هوا)



(۱)  $3\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)$

(۲)  $3\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

(۳)  $3\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)$

(۴)  $3\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$

محل انجام محاسبات

۵۲- بسامد سومین خط طیف اتم هیدروژن در رشته‌ای با مدار مقصد  $n'$  برابر  $10^{14} \times 2/5 \text{ Hz}$  است. بسامد سومین خط در رشته‌ای با

مدار مقصد  $n'+1$  تقریباً چند تراهرتز است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ,  $R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$ )

۲۴۰ (۴)

۱۲۶ (۳)

۸۴ (۲)

۶۴ (۱)

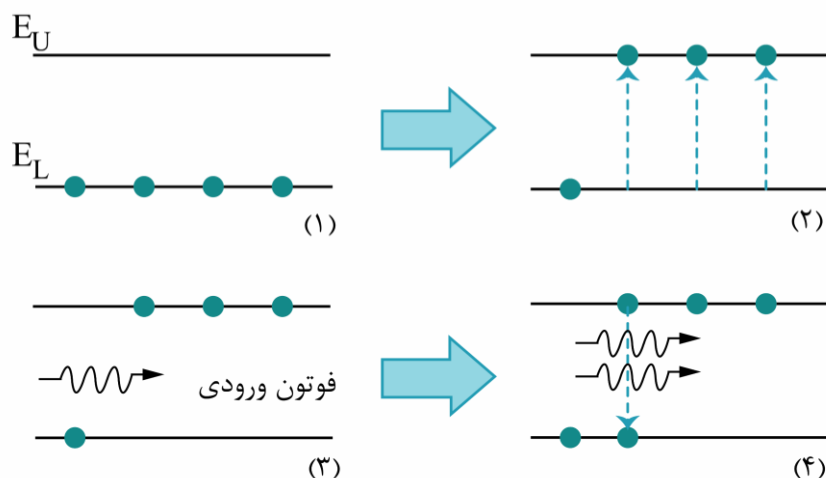
۵۳- شکل زیر، فرایند ایجاد باریکه لیزری را به طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد. کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(۱) مرحله (۱) الکترون‌ها را در وضعیت معمول در دمای اتاق نشان می‌دهد.

(۲) برای رسیدن از مرحله (۳) به مرحله (۴) باید به الکترون‌ها انرژی داد. این انرژی می‌تواند به روش‌های متعددی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود.

(۳) مرحله (۲) وارونی جمعیت را نشان می‌دهد.

(۴) فوتون‌های خروجی در مرحله (۴)، هم‌جهت و هم‌گام هستند.



۵۴- عدد جرمی عنصری، ۱۲۰ تا بیش‌تر از عدد اتمی آن است. پس از گسیل ۲ ذره آلفا و یک پوزیترون، تعداد نوترون‌های هسته

جدید چقدر می‌شود؟

۱۱۵ (۴)

۱۱۶ (۳)

۱۱۸ (۲)

۱۱۷ (۱)

۵۵- در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر هریک از ذره‌های باردار برابر صفر است. اگر بار  $q_2$  را به اندازه  $2x$  به سمت چپ

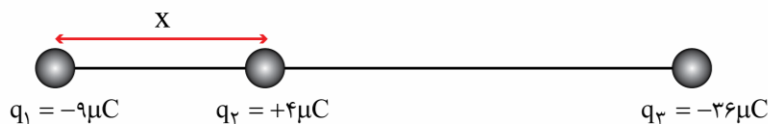
جابه‌جا کنیم، در این صورت نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار  $q_3$ ، چند برابر نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار  $q_1$  خواهد شد؟

$\frac{3}{8}$  (۱)

$\frac{5}{8}$  (۲)

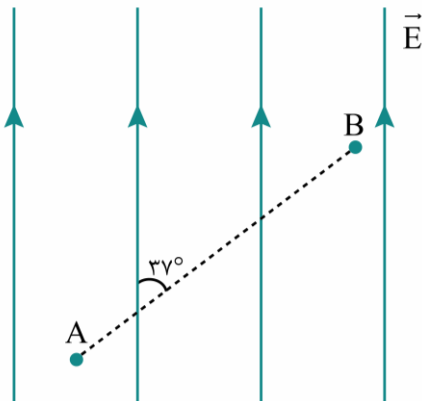
$\frac{3}{5}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۴)



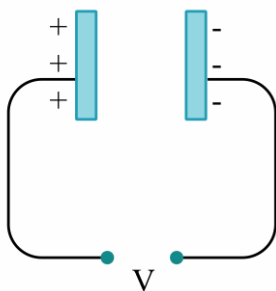
محل انجام محاسبات

۵۶- مطابق شکل، بار  $q = -50 \mu\text{C}$  را در میدان الکتریکی یکنواخت  $E = 5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  از نقطه A تا نقطه B جابه جا می کنیم. اگر  $AB = 50 \text{ cm}$  باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار میدان الکتریکی برابر ..... ژول و حاصل  $V_A - V_B$  برابر ..... کیلوولت است. ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )



- (۱) -۲۰ ، -۱
- (۲) ۲۰ ، -۱/۲۵
- (۳) ۲۰ ، -۱
- (۴) ۱۵ ، +۱/۲۵

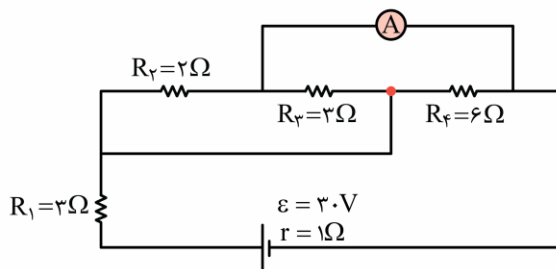
۵۷- در شکل زیر، فاصله بین صفحات  $9 \text{ mm}$ ، مساحت هریک از صفحات  $20 \text{ cm}^2$  و بین صفحات، هوا قرار دارد. اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن را چند ولت افزایش دهیم تا تعداد الکترون های هریک از صفحات  $5 \times 10^8$  تغییر کند؟



$$(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

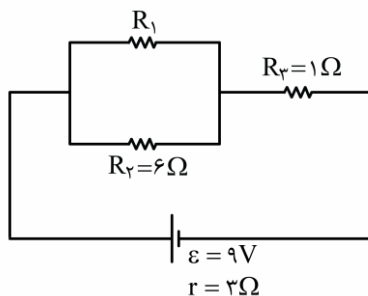
- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۸
- (۴) ۱۶

۵۸- در مدار شکل زیر، عددی که آمپرسنج ایده آل نشان می دهد چند آمپر بوده و توان تلف شده در باتری چند وات است؟



- (۱) ۵ و ۳۶
- (۲) ۱ و ۳۶
- (۳) ۵ و ۹
- (۴) ۱ و ۹

۵۹- در مدار شکل زیر اگر توان خروجی باتری بیشینه باشد، توان مصرفی مقاومت  $R_1$  چند وات خواهد بود؟

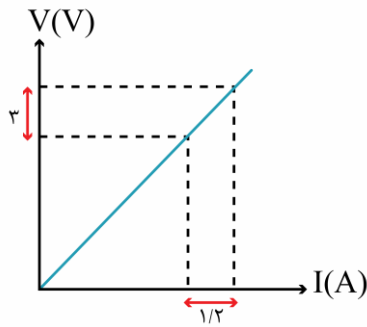


- (۱) ۳
- (۲) ۴/۵
- (۳) ۶
- (۴) ۹

محل انجام محاسبات

۶۰- نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان عبوری از یک مقاومت به طول ۲۵ متر، مطابق شکل است. اگر مقاومت ویژه سیم

$$\Omega.m$$



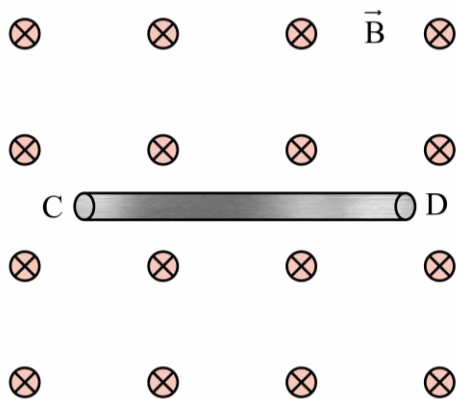
(۱) ۱۸

(۲) ۳۶

(۳) ۵۴

(۴) ۷۲

۶۱- شکل زیر، یک سیم حامل جریان به جرم ۱۸g، مقاومت الکتریکی  $10\Omega$  و با سطح مقطع  $4/2\text{mm}^2$  را نشان می‌دهد که درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $240\text{G}$ ، قرار گرفته است. جریان چند آمپری و در کدام جهت از سیم عبور کند تا سیم در حالت تعادل قرار بگیرد؟ ( $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$  و مقاومت ویژه سیم  $1/4 \times 10^{-5}\Omega.m$  است).



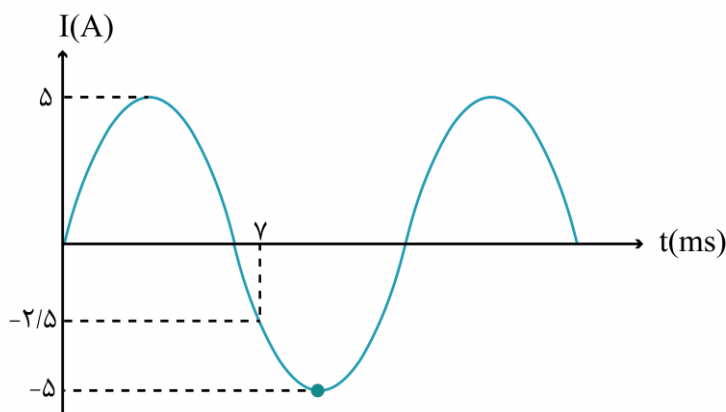
(۱)  $2/5$  و از D به سمت C

(۲)  $5$  و از C به سمت D

(۳)  $2/5$  و از C به سمت D

(۴)  $5$  و از D به سمت C

۶۲- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است و از یک رسانای اهمی می‌گذرد را نشان می‌دهد. در لحظه  $t = \frac{1}{50}\text{s}$ ، اندازه نیروی محرکه القایی چند ولت است؟



(۱)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(۲)  $24\sqrt{2}$

(۳)  $40\sqrt{3}$

(۴)  $20\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۶۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد کمیت‌ها و یکاها صحیح است؟  
الف: کمیت‌های طول، دما و جریان الکتریکی از کمیت‌های اصلی هستند.

ب: یکاهای مول، کندلا (شمع) و کیلوگرم از یکاهای اصلی هستند.

پ: یکای فرعی انرژی، برابر  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$  است.

ت: کمیت‌های تکانه، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی از کمیت‌های فرعی و برداری هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۴- در شکل مقابل، مجموعه در حال تعادل است و فشار گاز انتهای لوله  $80 \text{ cmHg}$  است. فشار هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه

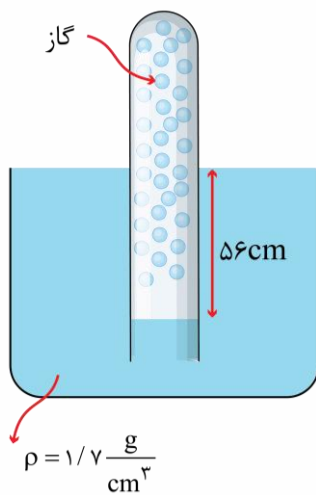
است؟  $(\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

۸۷ (۱)

۷۷ (۲)

۷۵ (۳)

۷۳ (۴)



۶۵- در شکل زیر، نیروی شناوری  $F_b$  و نیروی وزن  $W$  وارد بر ۴ جسم نشان داده شده است. در رابطه با این شکل، چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف: جسم‌های (۱) و (۴) در حالت غوطه‌وری قرار می‌گیرند.

ب: در جسم‌های (۱) و (۳) نیروی شناوری وارد شده بر جسم با نیروی وزن آن‌ها برابر بوده و نیروی خالص وارد شده بر آن‌ها برابر صفر است.

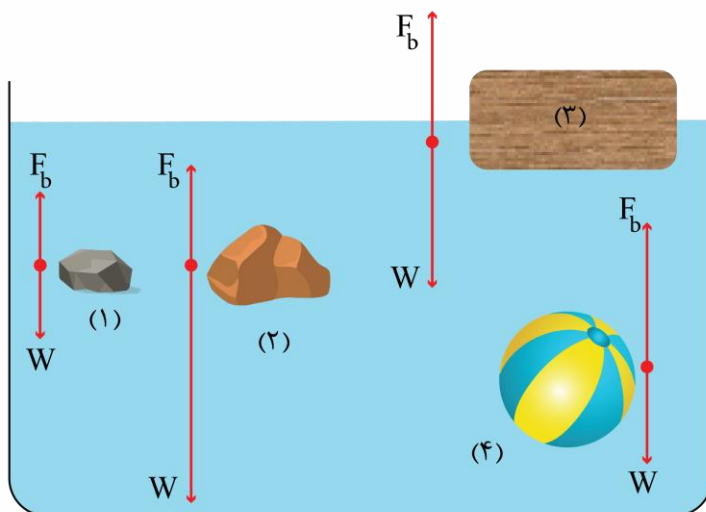
پ: چگالی جسم (۲) بیش‌تر از چگالی مایع درون ظرف است.

۱ (۱)

۱ (۲)

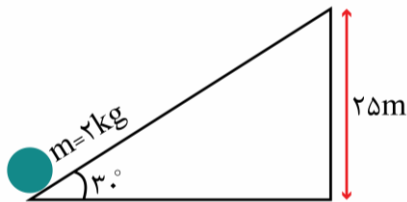
۲ (۳)

۳ (۴)



محل انجام محاسبات

۶۶- مطابق شکل زیر، جسمی را با تندی  $20 \frac{m}{s}$  از پایین سطح شیب‌دار به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. از لحظه پرتاب تا لحظه‌ای که در برگشت جسم، انرژی جنبشی آن  $\frac{2}{3}$  برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن باشد، جسم چند متر را روی سطح پیموده است؟  
( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )، سطح بدون اصطکاک است و پایین سطح شیب‌دار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.



- (۱) ۵۶  
(۲) ۵۲  
(۳) ۴۰  
(۴) ۵۸

۶۷- جسمی با انرژی جنبشی  $2500 J$  روی مسیری افقی در حال حرکت است. اگر کار  $W_1$  روی آن انجام شود، تندی آن  $5 \frac{m}{s}$  افزایش می‌یابد و اگر کار  $W_2$  روی آن انجام شود تندی آن  $10 \frac{m}{s}$  بیش تر خواهد شد. اگر  $W_2$ ،  $575$  ژول بیش تر از  $W_1$  باشد، تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۵

۶۸- برای ذوب یک تکه یخ به جرم  $500 g$  با دمای  $20^\circ C$  - و تبدیل آن به آب  $10^\circ C$ ، از یک گرم‌کن با توان ثابت  $1400 W$  استفاده می‌شود. این فرایند توسط گرم‌کن در چند دقیقه انجام می‌شود؟ ( $L_F = 336000 \frac{J}{kg}$ ،  $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{kg \cdot K}$ )

- (۱) ۲/۵ (۲) ۲/۷۵ (۳) ۵/۵ (۴) ۵

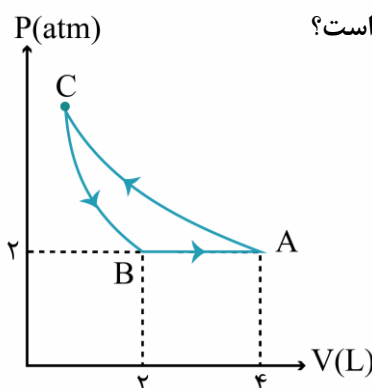
۶۹- تکه‌فلزی به جرم  $1000 g$  و چگالی  $25 \frac{g}{cm^3}$  را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی  $5700 \frac{J}{^\circ C}$  که حاوی  $1/5 kg$  آب است، می‌اندازیم. فلز گرمای  $Q$  را از دست می‌دهد و دمای آب و ظرف  $5^\circ C$  افزایش می‌یابد تا مجموعه به تعادل گرمایی برسد. در صورتی که تغییر حجم فلز در این فرایند  $0.06 cm^3$  باشد، ضریب انبساط حجمی آن چند واحد SI است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg^\circ C}, c_{\text{فلز}} = 600 \frac{J}{kg^\circ C})$$

- (۱)  $1/5 \times 10^{-4}$  (۲)  $5 \times 10^{-4}$  (۳)  $5 \times 10^{-5}$  (۴)  $1/5 \times 10^{-5}$

۷۰- مقداری گاز کامل، در فرایندی گرما می‌گیرد و دمای آن کاهش می‌یابد. کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟  
(۱) ممکن است حجم گاز کاهش یافته باشد.  
(۲) قطعاً فشار گاز کاهش یافته است.  
(۳) این فرایند ممکن است هم‌فشار بوده باشد.  
(۴) انرژی درونی گاز ثابت مانده است.

۷۱- مقدار معینی گاز آرمانی، چرخه زیر را طی می‌کند که در آن فرایندهای AC و CB به ترتیب هم‌دما و بی‌دررو هستند. اگر مقدار کار انجام‌شده در فرایند CB برابر  $1000 J$  باشد، در فرایند BA گاز چند ژول گرما گرفته است؟



- (۱) ۱۴۰۰  
(۲) -۱۴۰۰  
(۳) ۷۰۰  
(۴) -۷۰۰

محل انجام محاسبات

۷۲- چه تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟

الف: هنگام عبور جریان پایا از القاگر آرمانی انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی شود.

ب: ضریب القاوری یک القاگر به تعداد دور، طول، سطح مقطع القاگر و جنس هسته داخل آن بستگی دارد.

پ: اگر با ثابت ماندن طول سیملوله، تعداد دور در واحد طول سیملوله ۲ برابر شود، ضریب القاوری آن ۴ برابر می شود.

ت: با ۲ برابر کردن جریان یک حلقه، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز آن ۲ برابر می شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۳- گلوله ای را در شرایط خلأ از بالای ساختمان بلندی رها می کنیم. اگر این گلوله با سرعت  $32 \frac{m}{s}$  به سطح زمین برخورد کند، در

۲ ثانیه آخر حرکت، چند متر را طی کرده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۱۲ (۱) ۲۲ (۲) ۳۴ (۳) ۴۴ (۴)

۷۴- پره های یک بالگرد در هر دقیقه ۱۲۰۰ دور می چرخند. اگر طول پره ۴m باشد، تندی حرکت نوک پره، چند متر بر ثانیه بیش تر

از تندی حرکت نقطه ای در وسط پره است؟

۴۰π (۱) ۱۶۰π (۲) ۸۰π (۳) ۲۴۰π (۴)

۷۵- تار ی به طول ۲۰cm و جرم ۴ گرم بین دو نقطه محکم بسته شده و نیروی کشش آن ۲۰۰N است و در مد  $n=2$  خود نوسان

می کند. طول موج امواج صوتی گسیل شده از تار در هوا چند سانتی متر است؟ (تندی صوت در هوا  $340 \frac{m}{s}$  است.)

۲۰ (۱) ۱۰ (۲) ۳۴ (۳) ۶۸ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۶- اگر از واکنش میان دو عنصر  $A$  و  $X$ ، ترکیب یونی با فرمول شیمیایی  $A_2X_3$  تشکیل شود، کدام مورد زیر درست است؟

- (۱) آرایش الکترونی عنصر فلزی  $A$ ، می تواند به زیرلایه  $np^1$  ختم شود.
- (۲) عنصر  $X$  در واکنش با فلز لیتیم، ترکیبی با فرمول  $Li_3X$  را ایجاد می کند.
- (۳) تفاوت عدد اتمی عنصر  $X$  با عدد اتمی یک گاز نجیب، می تواند برابر با ۴ واحد باشد.
- (۴) عنصر  $A$ ، در حالت جامد سطح درخشان داشته و به یقین، هیچ زیرلایه ای با  $l = 2$  در آن از الکترون اشغال نشده است.

۷۷- در رابطه با طیف نشری-خطی عناصر، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) از این روش، فقط برای تشخیص عناصر فلزی موجود در یک نمونه می توان استفاده کرد.
- (۲) شمار خطوط مرئی موجود در طیف نشری-خطی عناصر هم گروه، به یقین با هم برابر است.
- (۳) با استفاده از مدل کوانتومی، فقط می توان طیف نشری-خطی عناصر تناوب اول را توجیه کرد.
- (۴) اگر از آلیاژ سه فلز طیف نشری-خطی بگیریم، خطوط موجود در طیف همه عناصر، در طیف نهایی مشاهده می شوند.

۷۸- اگر تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در هسته هر اتم  $^{72}X$  برابر با ۸ عدد باشد، کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با این عنصر درست خواهد بود؟

- آ: در آرایش الکترونی این عنصر، ۷ زیرلایه پر از الکترون و یک زیرلایه نیمه پر وجود دارد.
  - ب: این عنصر در حالت خالص، جریان الکتریسیته را عبور داده و متعلق به گروه چهاردهم است.
  - پ: عنصر مورد نظر، با فلز نیکل هم تناوب بوده و خواص شیمیایی آن مشابه خواص شیمیایی گوگرد است.
  - ت: شمار نوترون ها در هسته اتم این عنصر، ۳ برابر شمار نوترون ها در یکی از ایزوتوپ های طبیعی منیزیم است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۷۹- با توجه به روند پر شدن زیرلایه ها بر اساس قاعده آفبا، زیرلایه ..... زودتر از زیرلایه  $6p$  از الکترون اشغال شده و اولین زیرلایه الکترونی که حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون را دارد، متعلق به لایه الکترونی ..... است و در میان عناصر موجود در تناوب ..... از الکترون پر می شود.

- (۱)  $7s$  - پنجم - پنجم (۲)  $6s$  - پنجم - ششم (۳)  $5f$  - چهارم - پنجم (۴)  $5d$  - چهارم - ششم

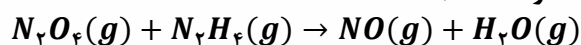
۸۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) ساختار لوویس گونه های  $N_2O$  و  $SBr_2$ ، مشابه هم است.
- (۲) در ساختار یون نیترات، برخلاف یون سولفات، اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی دارد.
- (۳) در ساختار یون  $C_2^{2-}$ ، برخلاف مولکول نیتروژن دی اکسید، همه اتم ها به آرایش گاز نجیب هم دوره خود رسیده اند.
- (۴) اگر در یون  $Cr_2O_7^{x-}$ ، عدد اکسایش اتم فلزی با عدد اکسایش گوگرد در  $SO_3$  برابر باشد،  $x$  با بار یون فسفات برابر است.

۸۱- چه تعداد از عبارتهای داده شده درست است؟

- آ: مولکول دی نیتروژن پنتاکسید، دارای ۷ اتم از دو عنصر متفاوت بوده و حالت فیزیکی آن در دمای اتاق، مشابه اتانول است.
  - ب: یون منیزیم، در ترکیب با آنیون تک اتمی کربن، ترکیب یونی منیزیم کربید با فرمول شیمیایی  $Mg_2C$  را ایجاد می کند.
  - پ: ساده ترین ترکیب کتونی، دارای ۶ اتم  $H$  بوده و در شرایط یکسان، سخت تر از یک نمونه آب تبخیر می شود.
  - ت: کوارتز، نمونه خالصی از سیلیسیم است که در دما و شرایط اتاق، به حالت جامد دیده می شود.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۲- مخلوطی از گازهای  $N_2H_4$  و  $N_2O_4$  با نسبت های استوکیومتری مطابق معادله داده شده واکنش می دهند. اگر واکنش، ۲۵٪ پیشرفت کرده و مجموعاً ۱۶۲ گرم فراورده تشکیل شود، چند لیتر گاز هیدرازین با حجم مولی ۲۴ لیتر، در آغاز وارد واکنش شده است؟ (معادله واکنش موازنه شود.  $g \cdot mol^{-1}$ :  $O = 16$  و  $N = 14$  و  $H = 1$ )



(۴) ۴۸

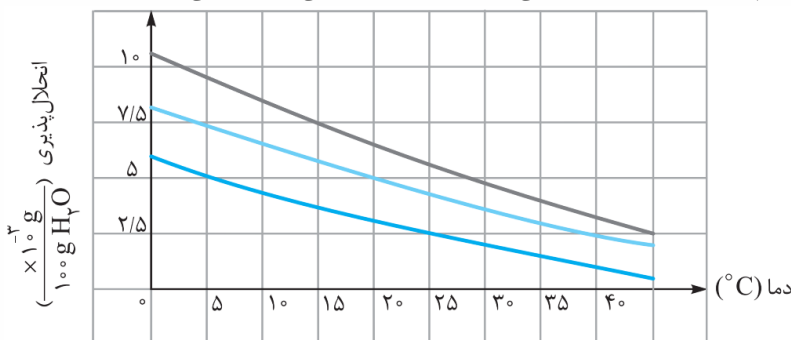
(۳) ۹۶

(۲) ۳۶

(۱) ۷۲

محل انجام محاسبات

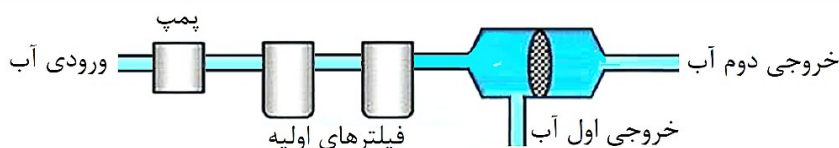
۸۳- نمودار، روند تغییر انحلال پذیری سه گاز نیتروژن مونوکسید، نیتروژن و اکسیژن در آب را در دماهای مختلف نشان می دهد:



با توجه به این نمودار، غلظت مولی گاز نیتروژن مونوکسید در چه دمایی در محلول سیرشده این ماده برابر با  $2/5 \times 10^{-3}$  مول بر لیتر می شود؟ ( $N = 14$  و  $O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- ۴۰ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۵ (۳)      ۱۵ (۴)

۸۴- تصویر زیر، نمایی از فرایند انجام شده در نوعی از دستگاه تصفیه آب به کمک غشای نیمه تراوا را نشان می دهد:



با توجه به فرایند انجام شده، چه تعداد از عبارات داده شده نادرست است؟

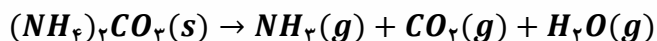
- آ: وجود فیلترهای اولیه در این دستگاه، مدت زمان قابل استفاده از غشای نیمه تراوای موجود در آن را افزایش می دهد.  
 ب: انحلال پذیری گاز اکسیژن در محلول خارج شده از خروجی دوم، بیشتر از محلول خارج شده از خروجی اول است.  
 پ: با توقف فعالیت پمپ موجود در این دستگاه، ذرات آب در طول غشای نیمه تراوا به سمت محلول غلیظ تر حرکت می کنند.  
 ت: محلول خارج شده از خروجی اول آب، فاقد مواد سمی بوده و از آن می توان برای آشامیدن استفاده کرد.

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۸۵- مقدار ۱۸۰ گرم محلول سیرشده از یک نمک با دمای  $55^{\circ}C$  را گرما می دهیم تا آب خود را از دست داده و ۶۰ گرم نمک خشک بدست آید. اگر در محلول سیرشده این نمک در دمای  $5^{\circ}C$ ، جرم حلال ۴ برابر جرم حل شونده باشد، ضریب  $\theta$  در معادله خطی انحلال پذیری برای این نمک، کدام است؟

- ۰/۲۵ (۱)      -۰/۲۵ (۲)      ۰/۵ (۳)      -۰/۵ (۴)

۸۶- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر این واکنش با بازده ۵۰٪ انجام شده باشد و در آن، ۱۹۲ گرم واکنش دهنده ناخالص شرکت کرده باشد و ۵/۶ لیتر گاز آمونیاک در شرایط استاندارد تولید شده باشد، درصد خلوص واکنش دهنده کدام است؟ ( $H = 1$  و  $C = 12$  و  $N = 14$  و  $O = 16 : g.mol^{-1}$ )



- ۲۵ - ۶ (۱)      ۱۲/۵ - ۶ (۲)      ۲۵ - ۵ (۳)      ۱۲/۵ - ۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۷- چند مورد از موارد زیر، در رابطه با عناصر جدول دوره‌ای درست است؟

- آ: دو عنصر که تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر با دو واحد است، می‌توانند شمار الکترون‌های ظرفیتی برابری داشته باشند.  
ب: شماره دوره تنها عنصر فلزی از جدول دوره‌ای که در شرایط اتاق حالت مایع دارد، بیشتر از شماره دوره نیکل است.  
پ: اگر فعالیت شیمیایی فلز  $X$  بیشتر از فعالیت شیمیایی پتاسیم باشد، فلز  $X$  به یقین در تناوب چهارم قرار ندارد.  
ت: اگر شعاع اتمی فلز  $M$  برابر با  $X$  نانومتر باشد، شعاع اتمی شبه‌فلز هم‌تناوب با  $M$ ، کوچک‌تر از  $X$  نانومتر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۸- کدام موارد زیر درست است؟

- آ: استخراج فلز پتاسیم از ترکیب‌های حاوی این عنصر، سخت‌تر از استخراج فلز روی است.  
ب: در هر عنصری از گروه چهاردهم که در حالت جامد سطح صیقلی دارد، زیرلایه  $3p$  پر از الکترون است.  
پ: عنصری از تناوب سوم که با عنصر  $52M$  هم‌گروه است، همانند فلز سدیم، به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.  
ت: فراورده حاصل از واکنش گاز اکسیژن با مس ( $I$ ) سولفید در معادن مس، مشابه فراورده حاصل از سوختن گوگرد است.

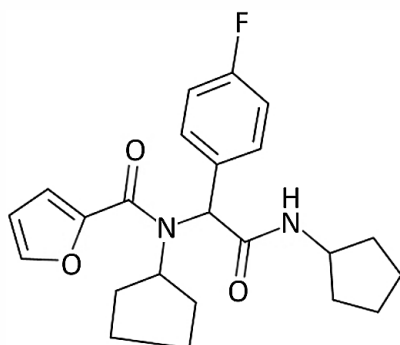
۱ «آ» و «ب» ۲ «ب» و «پ» ۳ «پ» و «ت» ۴ «آ» و «ت»

۸۹- کدام مورد نادرست است؟

- ۱) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک،  $2/5$  برابر مولکول اتیلن است.  
۲) در ساختار هر هیدروکربن سیرنشده، اتم کربنی وجود دارد که توسط ۴ پیوند، به ۳ اتم دیگر متصل شده است.  
۳) شمار ترکیب‌های شناخته شده از عنصر کربن، بیشتر از شمار ترکیب‌های شناخته شده از عنصر اکسیژن است.  
۴) شمار اتم‌های  $H$  در یک آلکان  $n$  کربنه، با شمار اتم‌های  $H$  در یک سیکلوآلکان  $n + 1$  کربنه برابر است.

۹۰- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

$$(H = 1 \text{ و } C = 12 \text{ و } N = 14 \text{ و } O = 16 : g. mol^{-1})$$



- آ: جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن موجود در هر مول از آن، با هم برابر است.  
ب: شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن، ۲ برابر شمار حلقه‌های کربنی است.  
پ: پنج مورد از اتم‌های کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.  
ت: می‌تواند با آب واکنش بدهد و نوعی ترکیب آمینی را تولید کند.

۱ «آ» و «ب» ۲ «ب» و «پ» ۳ «پ» و «ت» ۴ «آ» و «ت»

۹۱- واکنش  $2A(g) \rightarrow 3B(g) + C(g)$  با استفاده از  $2/5$  مول گاز  $A$  در یک ظرف ۲ لیتری آغاز شده است. اگر پس از ۵۰

ثانیه، غلظت گازهای  $A$  و  $B$  در ظرف واکنش برابر شده باشد، کدام عبارت به یقین درست است؟

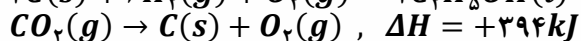
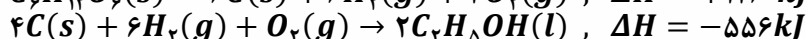
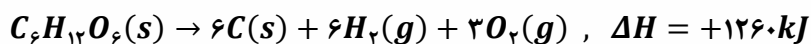
- ۱) پس از گذشتن ۱۰۰ ثانیه از ابتدای واکنش، مقدار ۳ مول گاز  $B$  می‌تواند در ظرف واکنش حضور داشته باشد.  
۲) سرعت متوسط این واکنش شیمیایی، در طول این ۵۰ ثانیه، برابر با  $0/9$  مول بر لیتر بر دقیقه خواهد بود.  
۳) سرعت متوسط تولید گاز  $C$  در یک دقیقه نخست این واکنش می‌تواند برابر با  $0/1$  مول بر ثانیه باشد.  
۴) مدت زمان لازم برای تجزیه شدن کل گاز  $A$  وارد شده به ظرف، بیشتر از ۱۲۵ ثانیه است.

محل انجام محاسبات

۹۲- اگر یک گلوله فلزی را در استخری از آب بیندازیم، گرما از سمت گلوله به طرف نمونه آب جاری می شود. در رابطه با این دو نمونه ماده، کدام موارد از عبارات زیر درست است؟

- آ: انرژی گرمایی اولیه گلوله فلزی در مقایسه با انرژی گرمایی نهایی آن بیشتر است.  
ب: در ابتدای فرایند، انرژی جنبشی هر ذره سازنده گلوله فلزی بیشتر از هر ذره آب است.  
پ: اگر ظرفیت گرمایی گلوله کمتر از نمونه آب باشد، میزان تغییر دمای گلوله کمتر از نمونه آب خواهد بود.  
ت: پس از برقراری تعادل گرمایی میان این دو نمونه ماده، گرمای ویژه آن ها به طور چشمگیری تغییر می کند.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۹۳- با توجه به واکنش های گرمایشیایی زیر:



به ازای مصرف ۳۶ گرم واکنش دهنده در واکنش  $C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2C_2H_5OH(l) + 2CO_2(g)$  چند کیلوژول گرما با

محیط اطراف مبادله می شود؟ ( $H = 1$  و  $C = 12$  و  $O = 16 : g.mol^{-1}$ )

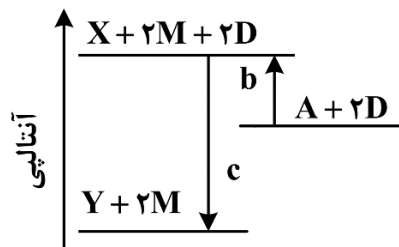
(۴) ۱۶/۸

(۳) ۳۳/۶

(۲) ۱۸/۴

(۱) ۳۶/۸

۹۴- نمودار مقابل، مراحل انجام یک واکنش دو مرحله ای را در دمای ثابت نشان می دهد. در رابطه با این فرایند، کدام مورد درست است؟



- (۱) با انجام شدن واکنش  $Y \rightarrow X + 2D$ ، گرما از سامانه خارج می شود.  
(۲) مخلوطی از  $X + 2M$  در مقایسه با یک مول از ماده  $A$  ناپایدارتر است.  
(۳) با انجام مرحله اول واکنش، مجموع انرژی پتانسیل مواد کاهش پیدا می کند.  
(۴) واکنش کلی گرماده بوده و سرعت انجام مرحله دوم آن، به یقین بیشتر از مرحله اول است.

۹۵- کدام مورد درست است؟

- (۱) اگر گروه هیدروکسیل ۱-بوتانول را با اتم  $H$  جایگزین کنیم، انحلال پذیری آن بیش از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کاهش می یابد.  
(۲) در ساختار هر ترکیب آمیدی، به یقین، یک اتم هیدروژن به یک اتم نیتروژن توسط پیوند اشتراکی متصل شده است.  
(۳) در ساختار ترکیب های استری، همانند کتون ها، به یقین پیوندهای اشتراکی  $C = O$  و  $C - C$  یافت می شوند.  
(۴) اگر حلقه بنزنی موجود در ساختار مونومر پلی استیرن را با اتم فلئور جایگزین کنیم، فلئورواتان ایجاد می شود.

۹۶- جرم گاز کربن دی اکسید حاصل از سوختن ۶۹ گرم دی متیل اتر، با جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده در واکنش ۲۴ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با مقدار کافی کلسیم کربنات برابر است. مقدار  $pH$  محلول اسیدی مصرف شده در این فرایند،

چقدر است؟ (بازده واکنش اسید با کلسیم کربنات، ۵۰٪ است.  $H = 1$  و  $C = 12$  و  $O = 16 : g.mol^{-1}$ )

(۴) ۰/۳

(۳) ۰/۷

(۲) ۱/۳

(۱) ۱/۷

۹۷- در رابطه با نوعی صابون جامد با زنجیره هیدروکربنی سیر شده ۱۸ کربنه، کدام موارد از عبارات زیر درست است؟

( $H = 1$  و  $C = 12$  و  $O = 16$  و  $Na = 23 : g.mol^{-1}$ )

- آ: این نوع صابون را با استفاده از نوعی استر سه عاملی که دارای ۵۷ اتم کربن در ساختار خود است، می توان بدست آورد.  
ب: با ریختن یک نمونه از این ماده در آب، گروه  $CO_3^{2-}$  از ذرات آن در مجاورت با مولکول های آب قرار خواهند گرفت.  
پ: تفاوت جرم مولی این ماده با جرم مولی الکل استفاده شده برای تولید روغن زیتون، برابر با ۲۲۸ گرم است.  
ت: برای تولید ۶۴ گرم از این ماده، مقدار ۲ لیتر محلول سود با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر مصرف شده است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

محل انجام محاسبات

۹۸- مخلوطی از دو اسید بسیار ضعیف  $HA$  و  $HB$ ، در مقداری آب ریخته شده و محلولی با  $pH = 1/5$  ایجاد شده است. اگر غلظت تعادلی این دو اسید با هم برابر بوده و ثابت یونش اسید  $HA$ ، دو برابر اسید دیگر باشد، درجه یونش اسید  $HA$ ، تقریباً چند برابر درجه یونش اسید دیگر بوده و غلظت یون  $B^-$  در محلول چقدر می شود؟

- (۱)  $2 \times 10^{-1}$  (۲)  $2 \times 10^{-2}$  (۳)  $5 \times 10^{-1}$  (۴)  $5 \times 10^{-2}$

۹۹- در رابطه با فرایند هال و سلول استفاده شده برای انجام این فرایند، کدام مورد درست است؟

- (۱) در معادله موازنه شده نیم واکنش کاهش آن، همانند معادله نیم واکنش کاهش در خوردگی آهن، ۳ الکترون مبادله می شود.  
(۲) آرایش الکترونی فراورده تولید شده در سمت کاتد این سلول، مشابه آرایش الکترونی آنیون فلوئورید است.  
(۳) بدنه ظرفی که این فرایند در آن انجام می شود، از یک ترکیب با مولکول های غول آسا ساخته شده است.  
(۴) اتم کربن، در واکنش کلی سلول شرکت کرده و همانند فرایند سوختن متان، دچار اکسایش می شود.

۱۰۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) همه عناصری که از مدل دریای الکترونی پیروی می کنند، چکش خوار بوده و در واکنش با اسیدها، گاز  $H_2$  تولید می کنند.  
(۲) در ساختار مواد یونی، همانند ترکیب های کووالانسی و مولکولی، اتم های نافلزی و شبه فلزی می توانند وجود داشته باشند.  
(۳) همه عناصری که یک زیر لایه با  $l = 2$  در آن ها در حال پر شدن است، توانایی ایجاد بیش از یک نوع کاتیون را دارند.  
(۴) چون شعاع یون سولفید کمتر از شعاع یون کلرید است، فروپاشی  $\Delta H$  شبکه سدیم سولفید بیشتر از سدیم کلرید است.

۱۰۱- شعاع چند درصد از عناصر موجود در تناوب سوم جدول دوره ای، هنگام تبدیل شدن به یون پایدار، افزایش پیدا می کند؟

- (۱) ۲۵ (۲)  $37/5$  (۳) ۵۰ (۴)  $62/5$

۱۰۲- در رابطه با سلول گالوانی منیزیم-مس، چه تعداد از عبارات های زیر درست است؟

آ: جرم تیغه منیزیم به مرور کاهش می یابد.

ب: به کمک این سلول، می توان یک لامپ را روشن کرد.

پ: آنیون ها از خلال دیواره متخلخل، به سمت نیم سلول مس می روند.

ت: با افزایش دمای سامانه و یا افزایش جرم تیغه منیزیم، مقدار  $emf$  سلول تغییر می کند.

ث: بر روی سطح تیغه کاتدی این سلول، کاتیون ها دو الکترون گرفته و اتم های یک فلز واسطه تشکیل می شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۳- کدام مورد در رابطه با واکنش های تعادلی درست است؟

(۱) در واکنش کلی مربوط به انجام فرایند هابر، با کاهش حجم ظرف، مقدار ثابت تعادل افزایش می یابد.

(۲) در واکنش  $2HI(g) + Q \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$ ، با کاهش دما، غلظت فراورده افزایش پیدا می کند.

(۳) در تعادل  $2H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons N_2H_4(g)$ ، با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش، ثابت تعادل کاهش می یابد.

(۴) در واکنش  $2CO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2CO_2(g)$ ، با خارج کردن گاز  $O_2$  از ظرف، واکنش در جهت جابه جا می شود.

۱۰۴- واکنش تعادلی  $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightleftharpoons 4NO(g) + 6H_2O(g)$ ، در یک ظرف در بسته ۲ لیتری و با حضور ۳ مول از

هریک از واکنش دهنده ها آغاز شده است. اگر در حالت تعادل، ۳ مول بخار آب در ظرف واکنش وجود داشته باشد، مقدار ثابت

تعادل این واکنش کدام است؟

- (۱)  $3^5 \times 2^8$  (۲)  $3^5 \times 2^{10}$  (۳)  $3^6 \times 2^8$  (۴)  $3^6 \times 2^{10}$

محل انجام محاسبات

۱۰۵- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با ترفتالیک اسید درست است؟

- (۱) در واکنش تولید این ماده از پارازیلن، عدد اکسایش ۲ اتم کربن، مجموعاً به اندازه ۶ واحد افزایش می یابد.
- (۲) شمار پیوندهای اشتراکی  $C - C$  در ساختار این ماده، برابر با شمار این پیوندها در ساختار نفتالن است.
- (۳) از واکنش این ماده با متانول، نوعی دی استر که در ساختار خود دارای ۴ اتم اکسیژن است، بدست می آید.
- (۴) شمار اتم های هیدروژن موجود در ساختار این ترکیب آلی، با شمار اتم های هیدروژن در ۲-بوتن برابر است.

محل انجام محاسبات



یکشنبه  
۱۴۰۳/۰۱/۲۶



## دوره جمع بندی دوینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی  
پاسخنامه آزمون جامع شبیه ساز کنکور سراسری

| دروس                   | مسئول درس        | طراحان                                                                                                     | ویراستاران                                              |
|------------------------|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| ریاضیات                | محدثه شیخعلی     | محمد پور سعید - نوید یکتا                                                                                  | فرشاد حسن زاده<br>سجاد احمدی                            |
| فیزیک                  | سعید احمدی       | سجاد صادقی زاده - سعید احمدی - مجید میرزائی<br>محسن قندچلر - ارسلان رحمانی - کامران ابراهیمی<br>علی محمودی | محمد جواد سورچی<br>پویا هادیانی                         |
| شیمی                   | فرشاد هادیان فرد | فرشاد هادیان فرد - محمد کهنه پوشی - علی ترابی<br>سعیده محبی - فرهنگ امیری                                  | سعیده محبی<br>عالیه میرزایی<br>محمد داوود آبادی فراهانی |
| مدیر آزمون: رسول خنجری |                  |                                                                                                            |                                                         |

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و  
با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- به ازای کدام یک از مقادیر  $m$ ، معادله  $(m-2)x^4 - 4x^2 + m = 5$  دارای چهار ریشه حقیقی متمایز است؟

- (۱) ۴      (۲)  $\frac{9}{2}$       (۳)  $\frac{11}{2}$       (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

**نکته‌ای گویم تو را پر مغزو و نغز!**

اگر در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  هر دو ریشه  $\alpha$  و  $\beta$  مثبت باشند، آن گاه باید ۳ شرط داشته باشیم:

- (۱)  $\Delta > 0$       (۲)  $S > 0$       (۳)  $P > 0$

**پاسخ سریعی:**

شرط این که معادله  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد، این است که معادله  $at^2 + bt + c = 0$  دارای دو ریشه حقیقی مثبت و متمایز باشد، بنابراین باید داشته باشیم:

$$(m-2)x^4 - 4x^2 + m - 5 = 0$$

$$\text{فرض } x^2 = t \Rightarrow (m-2)t^2 - 4t + m - 5 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4(m-2)(m-5) > 0 \Rightarrow 4 - m^2 + 7m - 10 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 7m + 6 < 0 \Rightarrow (m-1)(m-6) < 0 \Rightarrow 1 < m < 6 \quad \text{(I)}$$

$$P > 0 \Rightarrow \frac{m-5}{m-2} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < 2 \text{ یا } m > 5 \quad \text{(II)}$$

$$S > 0 \Rightarrow \frac{4}{m-2} > 0 \Rightarrow m-2 > 0 \Rightarrow m > 2 \quad \text{(III)}$$

$$\text{اشتراک (I), (II), (III)} \rightarrow 5 < m < 6$$

پس باید  $m \in (5, 6)$  باشد، در نتیجه گزینه ۳ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۲- مساحت سطح محدود به نمودار تابع  $f(x) = |x+1| + |x-3|$  و محور  $x$ ها در بازه  $[-3, 3]$  کدام است؟

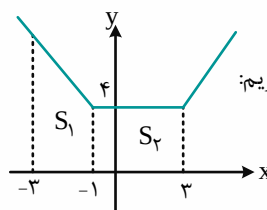
- (۱) ۳۰      (۲) ۲۴      (۳) ۲۸      (۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

**پاسخ سریعی:**

ابتدا نمودار تابع  $f(x) = |x+1| + |x-3|$  را رسم می کنیم:

ناحیه موردنظر از یک دوزنقه و یک مربع تشکیل شده است. بنابراین داریم:



$$S = S_1 + S_2 \text{ مطلوب}$$

$$S_1 = \frac{(1+4) \times 2}{2} = 12 \quad S_2 = 4 \times 4 = 16$$

$$S = 12 + 16 = 28 \text{ مطلوب}$$

گروه آموزشی ماز

۳- حاصل عبارت  $A = \frac{x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + \dots + x + 1}{x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + \dots + x - 1}$  به ازای  $x = \sqrt{3}$  کدام است؟

- (۱)  $-2 + \sqrt{3}$       (۲)  $2 - \sqrt{3}$       (۳)  $-2 - \sqrt{3}$       (۴)  $2 + \sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

**اگه گفتی فرمول مجموع جملات دنباله هندسی چی بود؟!**

در دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $q$  داریم:

$$S = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \dots + a_1q^n \quad S = \frac{a_1(1-q^{n+1})}{1-q}$$

**تذکر:** حواست باشه که  $(n+1)$  تعداد کل جملات دنباله هندسی هستش!

صورت کسر، مجموع جملات یک دنباله هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت  $x$  است و مخرج کسر، مجموع جملات یک دنباله هندسی با جمله اول  $(-1)$  و قدرنسبت  $(-x)$  است، بنابراین داریم:

$$A = \frac{x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + \dots + x + 1}{x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + \dots + x - 1} = \frac{1 \times (1 - x^{10})}{1 - x}{\frac{(-1)(1 - (-x)^{10})}{1 - (-x)}} = \frac{(1 - x^{10})(1 + x)}{(-1)(1 - x^{10})(1 - x)}$$

$$A = \frac{1+x}{x-1} \xrightarrow{x=\sqrt{3}} A = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}$$

$$A = \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = 2+\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۴- سهمی به معادله  $y = 2x^2 + 3x$  همواره بالای خط  $y = (m+2)x - 2$  قرار دارد. شیب خط، کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

(۱) صفر      (۲) -۲      (۳) ۴      (۴) ۶

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

برای این که سهمی همواره بالای خط باشد، باید نامعادله  $2x^2 + 3x > (m+2)x - 2$  همواره برقرار باشد، یعنی داریم:

$$2x^2 + (1-m)x + 2 > 0$$

برای این که نامعادله فوق همواره برقرار باشد باید شرط  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  برقرار باشد، یعنی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a = 2 > 0 \\ \Delta = (1-m)^2 - 4(2)(2) < 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -3 < m < 5$$

شیب خط برابر  $(m+2)$  است و بنابراین باید  $7 > m+2 > -1$  باشد، یعنی گزینه ۲ جواب است.

گروه آموزشی ماز

۵- اگر  $a = \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$  باشد، حاصل  $a^6 - 6a^4 + 9a^2$  کدام است؟

(۴) ۴۰

(۳) ۲۰

(۲) ۳۶

(۱) ۱۶

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

به دنیای اتحادها خوش اومدید!

$$۱) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$۲) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$۳) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$۴) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$۵) (a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$$

$$a^6 - 6a^4 + 9a^2 = (a^3 - 3a)^2$$

ابتدا توجه شود که:

$$a = \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} a^3 = \sqrt{5}-2 + \sqrt{5}+2 + 3\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}+2})$$

بنابراین داریم:

$$\Rightarrow a^3 = 2\sqrt{5} + 3\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}(a) \Rightarrow a^3 = 2\sqrt{5} + 3a$$

$$\Rightarrow a^3 - 3a = 2\sqrt{5} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (a^3 - 3a)^2 = 20$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر معادلات اضلاع مثلثی به صورت  $AB: y + 2x = 4$  و  $BC: 4y = 7x + 31$  و  $AC: 2y = x + 3$  باشد، مساحت مثلث کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

کی عمود میشن؟

هرگاه دو خط با شیب‌های  $m_1$  و  $m_2$  در رابطه  $m_1 m_2 = -1$  صدق کنند، بر هم عمودند.

پاسخ تشریحی:

اگر معادلات اضلاع را با هم قطع دهیم، مختصات رئوس مثلث مشخص می‌شود:

$$\begin{cases} y + 2x = 4 \\ 2y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow 5y = 10 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A(1, 2)$$

$$\begin{cases} y + 2x = 4 \\ 4y = 7x + 31 \end{cases} \Rightarrow 15x + 15 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow B(-1, 6)$$

$$\begin{cases} 2y = x + 3 \\ 4y = 7x + 31 \end{cases} \Rightarrow 5x + 25 = 0 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C(-5, -1)$$

توجه شود که شیب خطوط  $AB$  و  $AC$  عکس و قرینه یکدیگرند، پس این دو ضلع بر هم عمودند، یعنی مثلث  $ABC$  در رأس  $A$  قائمه است. پس داریم:

$$S = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$AB = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad AC = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 15$$

گروه آموزشی ماز

۷- اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $(x^2 - 9)$  و  $(x^2 - x - 2)$  به ترتیب برابر  $(5x - 1)$  و  $(3x + 7)$  باشد، باقی‌مانده تقسیم  $P(x)$  بر

$(x^2 + 4x + 3)$  کدام است؟

$10x + 14$  (۴)

$10x - 14$  (۳)

$-6x - 2$  (۲)

$-6x + 2$  (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

چون باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $(x^2 - 9)$  و  $(x^2 - x - 2)$  به ترتیب برابر  $(5x - 1)$  و  $(3x + 7)$  است، پس داریم:

$$P(x) = (x^2 - 9)Q(x) + (5x - 1) \quad (۱)$$

$$P(x) = (x^2 - x - 2)Q'(x) + (3x + 7) \quad (۲)$$

حال باقی‌مانده تقسیم  $P(x)$  بر  $(x^2 + 4x + 3)$  عبارتی حداکثر از درجه اول و به شکل  $(ax + b)$  خواهد بود، یعنی داریم:

$$P(x) = (x^2 + 4x + 3)Q''(x) + (ax + b)$$

$$P(x) = (x + 1)(x + 3)Q''(x) + (ax + b) \quad (۳)$$

طبق روابط (۱) و (۲) داریم:

$$P(-3) = 5(-3) - 1 = -16$$

$$P(-1) = 3(-1) + 7 = 4$$

حال طبق رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P(-3) = -3a + b \\ P(-1) = -a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a + b = -16 \\ -a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow -2a = -20 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow b = 14 \Rightarrow R(x) = 10x + 14$$

گروه آموزشی ماز

۸- تابع  $f(x) = -4 \cos^2 x + 2$  روی بازه  $[a, 0]$  اکیداً نزولی است. حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

$-\frac{\pi}{8}$  (۴)

$-\pi$  (۳)

$-\frac{\pi}{2}$  (۲)

$-\frac{\pi}{4}$  (۱)

اینارو هم ببین، خالی از لطف نیست!

۱)  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

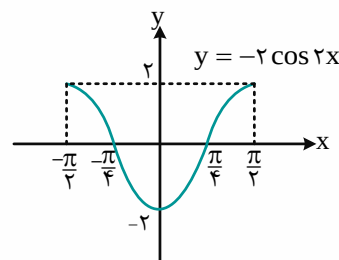
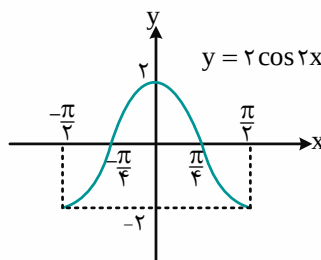
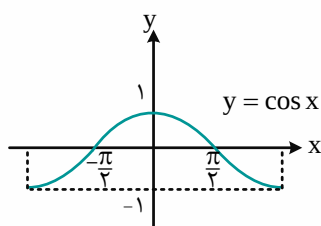
۲)  $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a = \cos^2 a - \sin^2 a$

۳)  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

پاسخ تشریحی

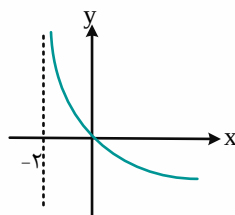
$$f(x) = -4 \cos^2 x + 2 = -2(2 \cos^2 x - 1) = -2 \cos 2x$$

حال با رسم نمودار  $f$  از طریق انتقال، می‌توانیم تشخیص دهیم تابع  $f$  در کدام بازه اکیداً نزولی است.



طبق شکل، تابع  $f$  در بازه  $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$  اکیداً نزولی است، پس حداقل مقدار  $a$  برابر  $-\frac{\pi}{2}$  است.

گروه آموزشی ماز



۹- نمودار تابع  $f(x) = -\log_2(ax^2 + bx + c)$  به صورت شکل مقابل است. حاصل  $f\left(-\frac{15}{8}\right)$  کدام است؟

- ۱) ۶/۵
- ۲) ۴/۵
- ۳) ۶
- ۴) ۴

پاسخ تشریحی

چون نمودار تابع  $f$  از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس  $f(0) = 0$  یعنی داریم:

$$-\log_2^c = 0 \Rightarrow \log_2^c = 0 \Rightarrow c = 1$$

از طرفی با توجه به شکل، دامنه تابع، بازه  $(-2, +\infty)$  است، پس باید برای تعیین دامنه از روی ضابطه، نامعادله  $ax^2 + bx + 1 > 0$  را حل کنیم که باید جواب این نامعادله بازه  $(-2, +\infty)$  باشد، اما می‌دانیم مجموعه جواب نامعادله درجه دوم، هیچ‌گاه به صورت  $(k, +\infty)$  یا  $(-\infty, k)$  نیست، پس به ناچار باید  $a = 0$  باشد تا نامعادله فوق به نامعادله درجه اول تبدیل شود و جواب آن بتواند به شکل  $(-2, +\infty)$  باشد، یعنی داریم:

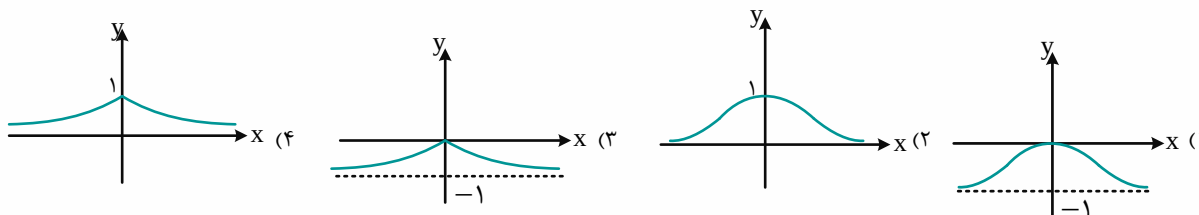
$$bx + 1 = 0 \xrightarrow{x=-2} -2b + 1 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\log_2^{\left(\frac{1}{2}x+1\right)}$$

$$f\left(-\frac{15}{8}\right) = -\log_2^{\left(-\frac{15}{16}+1\right)} = -\log_2^{\frac{1}{16}} = -\log_2^{2^{-4}} = 4$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر  $f(x) = \log_4^{(x+1)}$ ، آن گاه نمودار تابع  $y = f^{-1}(-|x|)$  کدام است؟



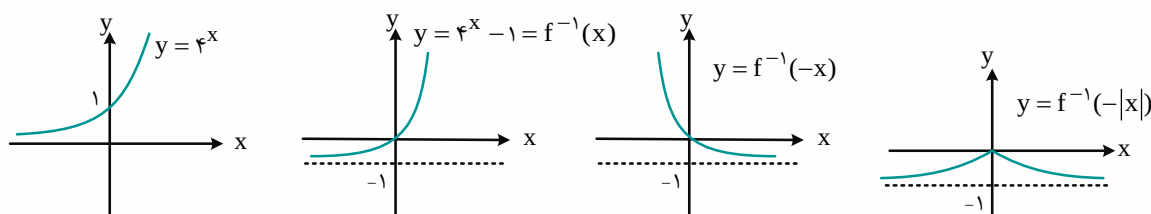
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

### وارون یک تابع رو چجوری محاسبه کنیم؟

برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند  $f$ ، در معادله  $y = f(x)$  در صورت امکان  $x$  را برحسب  $y$  محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل  $y$  به  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را به دست می‌آوریم.

پاسخ تشریحی

$$f(x) = \log_4^{(x+1)} \Rightarrow y = \log_4^{(x+1)} \Rightarrow 4^y = x+1 \Rightarrow x = 4^y - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4^x - 1$$



### گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر  $\alpha$  زاویه‌ای حاده و  $\tan(\frac{7\pi}{4} + \alpha) = \frac{-1}{11}$  باشد، حاصل عبارت  $A = \frac{1-61\cos 2\alpha}{2+11\tan 2\alpha}$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{5}{31}$

(۳)  $\frac{5}{31}$

(۲)  $-\frac{2}{11}$

(۱)  $\frac{2}{11}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی

$$\tan(\frac{7\pi}{4} + \alpha) = -\frac{1}{11} \Rightarrow \frac{\tan \frac{7\pi}{4} + \tan \alpha}{1 - \tan \frac{7\pi}{4} \tan \alpha} = -\frac{1}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{-\tan \frac{\pi}{4} + \tan \alpha}{1 - (-\tan \frac{\pi}{4}) \tan \alpha} = -\frac{1}{11} \Rightarrow \frac{-1 + \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = -\frac{1}{11}$$

$$\Rightarrow -11 + 11 \tan \alpha = -1 - \tan \alpha \Rightarrow 12 \tan \alpha = 10 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{6}$$

اکنون باید  $\cos 2\alpha$  و  $\tan 2\alpha$  را حساب کنیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{36} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{36}{61}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos 2\alpha = 2(\frac{36}{61}) - 1 = \frac{11}{61}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{60}{11}$$

$$A = \frac{1 - 61 \cos 2\alpha}{2 + 11 \tan \alpha} = \frac{1 - 11}{2 + 60} = \frac{-10}{62} = \frac{-5}{31}$$

در نهایت می توان نوشت:

گروه آموزشی ماز

۱۲- معادله  $\tan 4x + \tan x + \sqrt{3} \tan 4x \tan x = \sqrt{3}$  در بازه  $(0, \pi)$  دارای چند جواب است؟

۳ (۴

۶ (۳

۴ (۲

۵ (۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

معادلات مثلثاتی رو قورت بده!

$$1) \sin x = \sin a \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + a \\ x = 2k\pi + \pi - a \end{cases}$$

$$2) \cos x = \cos a \Rightarrow x = 2k\pi \pm a$$

$$3) \tan x = \tan a \Rightarrow x = k\pi + a$$

$$4) \cot x = \cot a \Rightarrow x = k\pi + a$$

پاسخ سریعی

$$\tan 4x + \tan x + \sqrt{3} \tan 4x \tan x = \sqrt{3}$$

$$\tan 4x + \tan x = \sqrt{3}(1 - \tan 4x \tan x) \Rightarrow \frac{\tan 4x + \tan x}{1 - \tan 4x \tan x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan(4x + x) = \sqrt{3} \Rightarrow \tan \Delta x = \sqrt{3} \Rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

| k | ۰                | ۱                 | ۲                 | ۳                  | ۴                  |
|---|------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| x | $\frac{\pi}{15}$ | $\frac{4\pi}{15}$ | $\frac{7\pi}{15}$ | $\frac{10\pi}{15}$ | $\frac{13\pi}{15}$ |

بنابراین معادله در بازه  $(0, \pi)$  دارای ۵ جواب است.

گروه آموزشی ماز

۱۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 - \sin \frac{x}{2}}$  کدام است؟

-۴ (۴

$+\infty$  (۳

$-\infty$  (۲

صفر (۱

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابهام ها رو بر طرف کن!

برای رفع ابهام  $\frac{0}{0}$  میتونی چند تا کار بکنی:

۱) HOP ۲) ضرب در مزدوج صورت یا مخرج ۳) فاکتورگیری ۴) استفاده از اتحادهای مثلثاتی

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 - \sin \frac{x}{2}} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 - \sin \frac{x}{2}} \times \frac{1 + \sin \frac{x}{2}}{1 + \sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x (1 + \sin \frac{x}{2})}{1 - \sin^2 \frac{x}{2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} (1 + \sin \frac{x}{2})}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin \frac{x}{2} (1 + \sin \frac{x}{2})}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{2 \times 2}{0^-} = -\infty$$

روشنی دوم:

می توانیم از طریق قاعده هوییتال نیز حاصل حد را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 - \sin \frac{x}{2}} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos x}{-\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{-1}{(-\frac{1}{2})(0^-)} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر  $f(\frac{x}{x-1}) = \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x^4-1}$ ، آن گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  کدام است؟

$-\frac{1}{6}$  (۴)

$\frac{1}{6}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی حدود تابع مرکب را به ما بسپارید!

برای محاسبه  $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x))$ ، ابتدا  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$  را حساب کرده و آن را  $L$  می گیریم ( $L^+$  یا  $L^-$  بودن گاهی اوقات مهم است، پس به این موضوع هم توجه داشته باش)، سپس  $\lim_{x \rightarrow L} f(x)$  را محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = \lim_{x \rightarrow L} f(x) \quad L = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

پاسخ تشریحی:

توجه شود که چون ضابطه  $f(x)$  را در اختیار نداریم، پس برای محاسبه  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  کافی است  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(\frac{x}{x-1})$  را به دست آوریم. زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(\frac{x}{x-1}) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x^4-1}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt[3]{x^2-1})(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1)}{(x^2-1)(x^2+1)(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{(x^2-1)(x^2+1)(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x^2+1)(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1)} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

تذکره: توجه شود که محاسبه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x^4-1}$  از طریق قاعده هوییتال نیز به صورت زیر امکان پذیر است:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x^4-1} \stackrel{HOP}{=} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}}{4x^3} = \frac{2}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- مجانب افقی نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+3x+4}$ ، نمودار تابع  $f$  را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

$-\frac{2}{3}$  (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فدایش این نکته رو هم تهن بلدید!

مجانب افقی: خط  $y = L$  را مجانب افقی نمودار  $y = f(x)$  می نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$  برقرار باشد.

برای تعیین معادلهٔ مجانب افقی نمودار تابع  $f$  باید حد تابع را در  $x \rightarrow \pm\infty$  محاسبه کنیم که خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$\Rightarrow y = 2$  مجانب افقی

حال باید خط  $y = 2$  را با معادلهٔ تابع  $f$  قطع دهیم که خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y = 2 \\ f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 3x + 4} \end{cases} \Rightarrow \frac{2x^2 - 1}{x^2 + 3x + 4} = 2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 1 = 2x^2 + 6x + 8 \Rightarrow 6x = -9 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- امتداد خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{1 + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos 3x}$  در نقطه‌ای به طول  $X = 0$  روی نمودار تابع  $f$ ، خط  $y = 2x + 1$  را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$-\frac{1}{4} \quad (4)$$

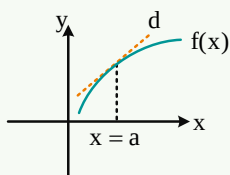
$$-1 \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



رابطهٔ شیب خط مماس و مشتق هم که اظهر من الشمس!

شیب خط مماس  $d$  در نقطهٔ  $X = a$  بر تابع  $f$ ، همان مشتق تابع  $f$  در نقطهٔ  $X = a$  است:

$$d \text{ شیب خط } = f'(a)$$

$$f(x) = \frac{1 + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos 3x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} (1 + \cos 3x) - (-3 \sin 3x)(1 + \sin \frac{x}{2})}{(1 + \cos 3x)^2}$$

$$f'(0) = \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}) - 0}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

بنابراین شیب خط مماس بر منحنی تابع  $f$  در نقطهٔ  $X = 0$  واقع بر منحنی، برابر  $m = \frac{1}{4}$  است، حال چون  $f(0) = \frac{1}{4}$  است، پس معادلهٔ خط مماس بر منحنی تلغ

$f$  در نقطه‌ای به طول  $X = 0$  به صورت زیر خواهد بود:

$$y - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8}}$  و  $g(x) = \frac{2x}{x+6}$ ، در اینصورت مشتق تابع  $\text{gof}'$  در نقطه  $x = -7$  کدام است؟

$-\frac{48}{121}$  (۴)

$-\frac{36}{121}$  (۳)

$\frac{48}{121}$  (۲)

$\frac{36}{121}$  (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

مشتق تابع مرکب چی بود؟

$$(\text{fog}(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$$

پاسخ تشریحی:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8}} \Rightarrow f(x) = (x+8)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}(x+8)^{-\frac{3}{2}}$$

$$f''(x) = \frac{3}{4}(x+8)^{-\frac{5}{2}}$$

$$g(x) = \frac{2x}{x+6} \rightarrow g'(x) = \frac{12}{(x+6)^2}$$

$$(\text{gof}')'(x) = f''(x) \times g'(f'(x)) \Rightarrow (\text{gof}')'(-7) = f''(-7) \times g'(f'(-7))$$

$$= \left(-\frac{3}{4} \times 1\right) \times g'\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} \times \frac{12}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{3}{4} \times \frac{48}{1} = -\frac{36}{1}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- نقطه A روی منحنی تابع  $y = \frac{4}{x}$  حرکت می‌کند. کمترین فاصله نقطه A تا مبدأ مختصات کدام است؟

$2\sqrt{2}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

فرض می‌کنیم نقطه‌ای به طول  $\alpha$  روی منحنی  $y = \frac{4}{x}$  کمترین فاصله را از مبدأ مختصات داشته باشد. در این صورت، خواهیم داشت:

$$A\left(\alpha, \frac{4}{\alpha}\right) \quad O(0,0)$$

$$d = OA = \sqrt{(\alpha-0)^2 + \left(\frac{4}{\alpha}-0\right)^2} = \sqrt{\alpha^2 + \frac{16}{\alpha^2}}$$

$$d' = \frac{2\alpha - \frac{32}{\alpha^3}}{2\sqrt{\alpha^2 + \frac{16}{\alpha^2}}} = 0 \Rightarrow 2\alpha - \frac{32}{\alpha^3} = 0 \Rightarrow \frac{2\alpha^4 - 32}{\alpha^3} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^4 = 16 \Rightarrow \alpha^2 = 4 \Rightarrow \min d = \sqrt{4 + \frac{16}{4}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- مجموعه طول نقاط عطف نمودار تابع  $f(x) = 2x|x^3 + 4x^2|$  کدام است؟

- (۱)  $\{-2, 0\}$       (۲)  $\{-2, 0, -4\}$       (۳)  $\{-2, -4\}$       (۴)  $\{-4, 0\}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

### نقطه عطف چه تعریفی داره؟

فرض کنیم تابع  $f$  در نقطه  $X = C$  پیوسته است. در این صورت، نقطه  $(C, f(C))$  عطف تابع  $f$  است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:

**الف:** نمودار  $f$  در نقطه  $(C, f(C))$  خط مماس داشته باشد.

**ب:** جهت تقعر  $f$  در نقطه  $(C, f(C))$  تغییر کند.

پاسخ تشریحی

$$f(x) = 2x|x^3 + 4x^2| = \begin{cases} 2x^4 + 8x^3 & x \geq -4 \\ -2x^4 - 8x^3 & x < -4 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x^3 + 24x^2 & x > -4 \\ -4x^3 - 24x^2 & x < -4 \end{cases} \quad f''(x) = \begin{cases} 12x^2 + 48x & x > -4 \\ -12x^2 - 48x & x < -4 \end{cases}$$

بنابراین مشتق دوم تابع  $f$  در نقاط  $X = 0$  و  $X = -2$  برابر صفر می شود و در نقطه  $X = -4$  موجود نیست. پس جدول تقعر منحنی تابع  $f$  به صورت زیر است:

|       |           |              |            |              |            |
|-------|-----------|--------------|------------|--------------|------------|
| $x$   | $-\infty$ | $-4$         | $-2$       | $0$          | $+\infty$  |
| $y''$ | $-$       | $+$          | $-$        | $+$          |            |
| $y$   |           | $\downarrow$ | $\uparrow$ | $\downarrow$ | $\uparrow$ |

چون مشتق اول تابع  $f$  در نقاط  $X = 0$  و  $X = -2$  موجود است. پس با توجه به جدول تقعر منحنی تابع  $f$ ، نقاط  $X = -2$  و  $X = 0$  نقطه عطف تابع  $f$  هستند ولی مشتق اول تابع  $f$  در نقطه  $X = -4$  موجود نیست (مشتق، بی نهایت هم نمی شود که بخواهد مماس قائم داشته باشد)، پس تابع  $f$  در نقطه  $X = -4$  فاقد نقطه عطف است، یعنی مجموعه نقاط عطف تابع به صورت  $\{-2, 0\}$  است.

### گروه آموزشی ماز

۲۰- خط  $y = ax + b$  از نقطه عطف تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  عبور کرده و از مرکز تقارن تابع هموگرافیک  $g(x) = mx + 1 + \frac{4x^2}{2x+3}$  نیز می گذرد.

حاصل  $a + b - m$  کدام است؟

$\frac{10}{9}$  (۴)

$\frac{6}{9}$  (۳)

$\frac{8}{9}$  (۲)

$\frac{4}{9}$  (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

باید مختصات نقطه عطف تابع در معادله خط صدق کند.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 \Rightarrow \text{عطف } x = \frac{-b}{3a} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{نقطه عطف } A(2, 0): y = f(2) = 8 - 24 + 18 - 2 = 0$$

باید مختصات نقطه عطف در معادله خط داده شده صدق کند، پس داریم:

$$y = ax + b \xrightarrow{(2, 0)} 0 = 2a + b \quad (1)$$

همچنین چون تابع  $g(x) = mx + 1 + \frac{4x^2}{2x+3}$  تابعی هموگرافیک است، پس داریم:

$$g(x) = mx + 1 + \frac{4x^2}{2x+3} = \frac{(2m+4)x^2 + (3m+2)x + 3}{2x+3}$$

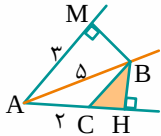
$$2m+4=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow g(x) = \frac{-4x+3}{2x+3}$$

جایگذاری در معادله خط داده  $\rightarrow -\frac{3}{4}a + b = -2$  (۲) مرکز تقارن تابع هموگرافیک  $W(-\frac{3}{4}, -2)$

حل دستگاه (۱)، (۲)  $\rightarrow \frac{3}{4}a = 2 \Rightarrow a = \frac{8}{3} \Rightarrow b = -\frac{1}{3} \Rightarrow a + b - m = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - (-2) = \frac{10}{3}$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل مقابل، AB نیمساز زاویه HAM است. اگر AB=5 و AM=3 و AC=2 باشد، مساحت مثلث BHC کدام است؟



- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

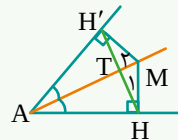
بچه‌ها، نیمساز چهری تعریف میشد؟!

نیمساز زاویه، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله باشد.

اینم از نکات جذاب نیمساز:

اگر AM نیمساز زاویه A باشد، داریم:

- |                                 |                                        |                            |
|---------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|
| ۱) $MH = MH'$                   | ۲) $AH = AH'$                          | ۳) $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ |
| ۴) $\hat{AHM} \cong \hat{AH'M}$ | ۵) $\hat{ATH'} = \hat{ATH} = 90^\circ$ | ۶) $HT = H'T$              |
| ۷) $\hat{HTM} \cong \hat{H'TM}$ | ۸) $\hat{AHT} \cong \hat{AHT'}$        |                            |



پاسخ تشریحی:

در مثلث قائم‌الزاویه AMB که  $\hat{M} = 90^\circ$  داریم:

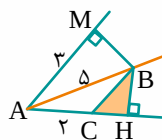
چون B روی نیمساز است (طبق درسنامه) پس:

قضیه فیثاغورس  $\rightarrow AM=3, AB=5 \rightarrow BM=4$

$BH = BM = 4, AH = AM = 3$

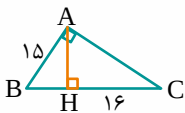
$HC = AH - AC = 3 - 2 = 1$

$S_{\triangle CHB} = \frac{1}{2} BH \times HC = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$



گروه آموزشی ماز

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، AH ارتفاع، AB=15 و CH=16 است. AC کدام است؟



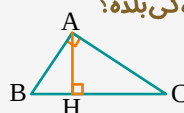
- (۱) ۱۸  
(۲) ۲۴  
(۳) ۲۰  
(۴) ۳۰

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، روکی بلده؟

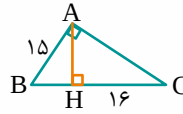
- |                         |                                  |                         |
|-------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| ۱) $AB^2 + AC^2 = BC^2$ | ۲) $AB^2 = BC \cdot BH$          | ۳) $AC^2 = BC \cdot CH$ |
| ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$ | ۵) $AH \times BC = AB \times AC$ |                         |



$$AB^2 = BH \times BC$$

طبق درسنامه داریم:

$$15^2 = BH(BH + 16) \Rightarrow BH^2 + 16BH - 225 = 0 \Rightarrow \begin{cases} BH = 9 \checkmark \\ BH = -25 \times \end{cases}$$



$$BC = BH + CH = 9 + 16 = 25$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = 25^2 - 15^2 = 400 \Rightarrow AC = 20$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- پاره خط AB را حول d دوران داده ایم. چند تا از شکل های (۱) بیضی، (۲) مخروط، (۳) مخروط ناقص، (۴) استوانه، (۵) دایره، (۶) کره، غیرممکن است حاصل شود؟

(۴) بیش از ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) ۰

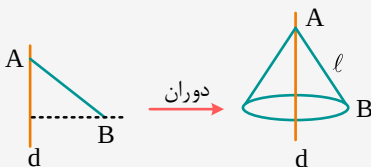
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

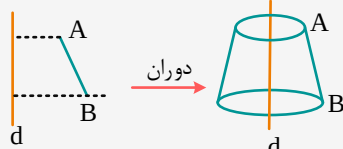
چه تعداد اشکال مختلف با دوران به دست میاد!

اگر پاره خط AB را حول خط d دوران دهیم، حالت های زیر رخ می دهد:

مخروط



مخروط ناقص



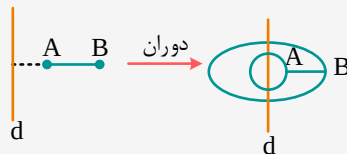
استوانه



دایره



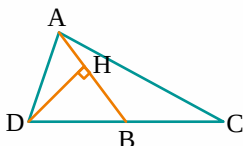
نوار دایره



طبق درسنامه، کره و بیضی نمی تواند رخ دهد.

گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل مقابل، مثلث های  $\triangle ABC$  و  $\triangle ABD$  متساوی الساقین به رأس  $B$  هستند. زاویه  $\angle BDH$  کدام است؟



$$\angle BDA - \angle ACB \quad (۲)$$

$$\angle ACB \quad (۴)$$

$$\frac{\angle BDA}{۲} \quad (۱)$$

$$\frac{\angle BDA + \angle ACB}{۲} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

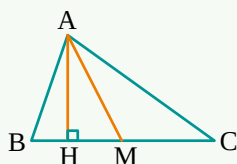
(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

نکته از مثلث جذاب قائم الزاویه!

نکته ۱:

در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف آن است.

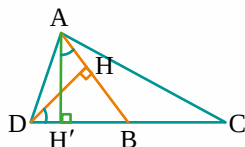
نکته ۲:



در مثلث قائم الزاویه مقابل که  $AM$  میانه و  $AH$  ارتفاع است، داریم:  $\angle MAH = |\angle B - \angle C|$

پاسخ تشریحی

با توجه به اینکه  $\triangle ABC$  متساوی الساقین به رأس  $B$  است، پس:  $AB = BC$  (۱) و با توجه به اینکه  $\triangle ABD$  متساوی الساقین به رأس  $B$  است، پس  $AB$  میانه وارد بر ضلع  $DC$  است و نصف  $DC$ ، پس مثلث  $\triangle ADC$  قائم الزاویه است.



طبق نکته دوم درسنامه  $\angle BAH' = |\angle ADB - \angle ACB|$ ، از طرفی  $\triangle ABD$  متساوی الساقین است و  $DH$  و  $AH'$  ارتفاع وارد بر ساق هستند، پس:

$$\angle BDH = \angle BAH' = \angle ADB - \angle ACB$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- در یک مثلث، طول ارتفاع ها به ترتیب ۲۴ و ۳۰ و ۴۰ است. فاصله نقطه همرسی نیمسازهای داخلی این مثلث از ضلع کوچک تر این مثلث کدام است؟

$$۳۵ \quad (۴)$$

$$۲۵ \quad (۳)$$

$$۱۵ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

حالا دیگه نوبت نکاتی در مورد دایره محاطی و محیطی هست!

نکته ۱:

نقطه همرسی نیمسازهای (داخلی) مثلث، مرکز دایره محاطی (داخلی) آن و نقطه همرسی عمود منصف های مثلث، مرکز دایره محیطی آن است.

نکته ۲:

اگر  $h_a$  و  $h_b$  و  $h_c$  ارتفاع های یک مثلث و  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی آن باشد:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

پاسخ تشریحی

نقطه همرسی نیمسازهای مثلث، مرکز دایره محاطی آن است و از ۳ ضلع مثلث به یک فاصله است و با شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر است.

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{۲۴} + \frac{1}{۳۰} + \frac{1}{۴۰} = \frac{۵+۴+۳}{۱۲۰} = \frac{۱۲}{۱۲۰} \Rightarrow r = ۱۰$$

طبق نکته ۲، داریم:

گروه آموزشی ماز

۲۶-  $A: (-3, 2)$  و  $B: (7, 3)$  مفروض است. نقطه  $M$  روی محور  $x$  ها چنان واقع است که  $AM + BM$  کمترین مقدار ممکن را دارد. فاصله نقطه  $M$  از قرینه آن نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم کدام می باشد؟

$$2\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

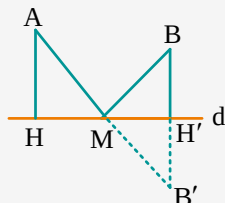
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

**چنانکته ناب از مساله پیدا کردن کوتاه ترین مسیر جناب هرون...**

اگر نقطه  $M$  روی خط  $d$  در شکل مقابل چنان باشد که  $AM + MB$  کمترین مقدار ممکن باشد، آن گاه:  
(۱) روی خط  $AB'$  است که در آن  $B'$  قرینه  $B$  نسبت به  $d$  می باشد.

$$\widehat{BMH'} = \widehat{AMH} \quad (۲)$$

$$\triangle AMH \sim \triangle BMH' \quad (۳)$$



**پاسخ تشریحی:**

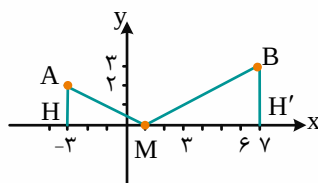
طبق نکته ۳ درسنامه:  $\triangle AMH \sim \triangle BMH'$

در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{MH}{MH'} = \frac{AH}{BH'} = \frac{2}{3} \\ MH + MH' = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow MH = 4$$

$$\Rightarrow M(1, 0) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } y=x} M'(0, 1)$$

$$MM' = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$



گروه آموزشی ماز

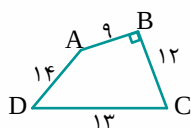
۲۷- مساحت شکل مقابل کدام است؟

$$۱۳۲ \quad (۱)$$

$$۱۳۸ \quad (۲)$$

$$۱۴۴ \quad (۳)$$

$$۱۵۶ \quad (۴)$$



پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

**باز هم هرون، اما این بار در مورد مساحت مثلث!**

اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اندازه ۳ ضلع مثلث باشد و  $P = \frac{a+b+c}{2}$ ، مساحت این مثلث برابر است با:  $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$  (دستور هرون)

**پاسخ تشریحی:**

در شکل مقابل، با کشیدن قطر  $AC$  چهارضلعی به ۲ مثلث تقسیم می شود که  $\triangle ABC$  قائم الزاویه است و داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \xrightarrow{\substack{BC=12 \\ AB=9}} AC = 15$$

و طبق قضیه فیثاغورس:

$$P = \frac{12+14+15}{2} = 21$$

در مثلث  $ACD$ ، طبق دستور هرون:

$$S_{\triangle ACD} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{21 \times 6 \times 7 \times 8} = 84$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = 54 + 84 = 138$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- مجموع درایه های سطر سوم  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۲۴ (۱)
۶ (۲)
۱۵ (۳)
۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

اینجایی از خواص ضرب ماتریس ها رو مرور می کنیم! که همون شرکت پذیره...  
ضرب ماتریس ها خاصیت شرکت پذیری دارد، یعنی:  $A \times B \times C = (A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

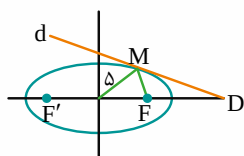
پاسخ تشریحی

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 7 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 5 + 6 + 4 = 15$$

گروه آموزشی ماژ

۲۹- نقطه M روی بیضی مقابل به اقطار ۱۴ و  $4\sqrt{6}$  واحد به گونه ای قرار دارد که فاصله آن از مرکز بیضی ۵ واحد است. اگر F و F' کانون های این بیضی و d مماس بر بیضی در نقطه M باشد، فاصله D (یعنی محل برخورد d و امتداد قطر بزرگ بیضی) از F کدام است؟



- ۱۰ (۱)  
۲۰ (۲)  
۳۰ (۳)  
۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

نکته اولی رو قیبل دارم تکراریم! ولی دومی نه تنها تکراری نیست که خیلی هم جذابه!

نکته ۱:

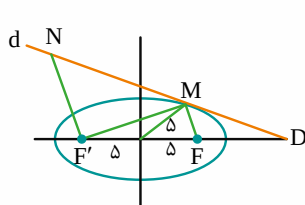
میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه نصف وتر است و برعکس.

نکته ۲:

در بیضی شکل مقابل، اگر MN مماس بر بیضی و  $F'N \parallel FM$  باشد، داریم:  $MF' = F'N$

پاسخ تشریحی

$2a = 14, 2b = 4\sqrt{6} \xrightarrow{a^2 = b^2 + c^2} c = 5 \Rightarrow FF' = 10$



در مثلث  $MF'F$  میانه وارد بر  $F'F$  نصف  $F'F$  است، پس  $\angle FMF' = 90^\circ$  است و داریم:

$$MF + MF' = 2a = 14$$

$$\Rightarrow MF = 6, MF' = 8$$

$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = 100$$

از  $F'$  خطی موازی MF رسم می کنیم تا d را در N قطع کند. طبق درسنامه  $F'N = MF'$ ، پس  $F'N$  هم برابر با ۸ است.

در مثلث  $DF'N$  طبق قضیه تالس داریم:

$$FM \parallel F'N \Rightarrow \frac{DF}{DF'} = \frac{MF}{NF'} \Rightarrow \frac{DF}{DF + 10} = \frac{6}{8} \Rightarrow DF = 30$$

گروه آموزشی ماژ

۳۰- اگر  $a = (1, 2, 3)$  و  $b = (-1, -1, 2)$  باشد و  $a'$  تصویر  $a$  در امتداد  $b$  و  $b'$  تصویر  $b$  در امتداد  $a$  باشد،  $|a||b'| + |a'||b|$  کدام است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

#### و اینک ایستگاه درس بردارها!

حاصل ضرب داخلی دو بردار  $a = (a_1, a_2, a_3)$  و  $b = (b_1, b_2, b_3)$  که زاویه بین آنها  $\theta$  است را با  $a.b$  نمایش می دهند و برابر است با:

$$a.b = |a||b| \cos \theta$$

$$a.b = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

تصویر  $a$  در امتداد  $b$  که با  $a'$  نمایش داده می شود برابر است با:  $a' = \frac{a.b}{|b|^2} b \Rightarrow |a'| = \frac{|a.b|}{|b|}$

**نتیجه:**  $|a.b| = |a'||b| = |b'||a|$

که  $a'$  و  $b'$  به ترتیب تصویر  $a$  در امتداد  $b$  و تصویر  $b$  در امتداد  $a$  است.



$$|a||b'| + |a'||b| = 2|a.b| = 2(-1 + (-2) + 6) = 6$$

طبق نتیجه آخر درسنامه داریم:

#### گروه آموزشی ماز

۳۱- کدام یک از گزاره های زیر، گزاره همواره درست، نیست؟

(۲)  $(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p)$

(۱)  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

(۴)  $((\sim p) \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (\sim q))$

(۳)  $(\sim (p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow (p \wedge (\sim q))$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

#### و اینک گزاره های دو شرطی وارد می شود!

$P \Leftrightarrow Q$  ترکیب دوشروطی گزاره های  $P$  و  $Q$  است و زمانی درست است که دو گزاره  $P$  و  $Q$  هم ارزش باشند، یعنی:  $P \equiv Q$ .

و ایسا! کجا با این عجله؟ هنوز نکته ها مونده!

نکته ۱:

گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  با  $(\sim p) \vee q$  هم ارز است و فقط وقتی نادرست است که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.

نکته ۲:

عکس و نقیض یک گزاره شرطی با خود آن گزاره شرطی هم ارز است، یعنی:  $p \Rightarrow q \equiv (\sim q) \Rightarrow (\sim p)$

نکته ۳:

نقیض گزاره شرطی  $p \Leftrightarrow q$  هر یک از گزاره های هم ارز  $(\sim p) \Leftrightarrow q$  و  $p \Leftrightarrow (\sim q)$  می باشد.



عکس یک گزاره شرطی در حالت کلی با خود آن گزاره شرطی هم ارز نیست، یعنی:  $(p \Rightarrow q) \not\equiv (q \Rightarrow p)$ ، پس گزاره یک همواره درست نیست. ولی طبق نکته ۱:

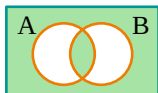
گزینه ۳ درست است.  $\sim (p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \equiv p \wedge (\sim q) \Rightarrow$

عکس و نقیض گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  گزاره  $q \Rightarrow \sim p$  است و با هم هم ارز هستند، پس گزینه ۲ درست است.

طبق نکته ۳:  $p \Leftrightarrow q \equiv (\sim p) \Leftrightarrow (\sim q)$  و گزینه ۴ همواره درست است.

#### گروه آموزشی ماز

۳۲ - نمودار ون مقابل کدام مجموعه زیر را نمایش نمی دهد؟



(1)  $(A - B)' \cap (B - A)'$

(2)  $(A' - B) \cup (B - A')$

(3)  $(A' \cup B) - (A' \cap B)$

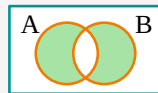
(4)  $(A \cap B)' - (A \cup B)'$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

یکم تو مجموعه ها بریم ببینم چه خبره!

$(A - B) \cup (B - A)$  دقیقاً یکی از A یا B است که نمودار ون آن به صورت زیر است و با  $(A \cup B) - (A \cap B)$  برابر است. در متمم آن ها هم به جای دقیقاً یکی از A یا B، متمم آن را قرار می دهیم. مثلاً  $(A' - B) \cup (B - A')$  یا مثلاً  $(A \cup B') - (A \cap B')$  متمم آن ها هستند.



پاسخ تشریحی:

طبق درسنامه، نمودار ون داده شده متمم  $(A - B) \cup (B - A)$  و یا  $((A \cup B) - (A \cap B))'$  است. طبق آنچه در درسنامه گفتیم گزینه های ۲ و ۳ متمم آن ها هستند، در مورد گزینه ۱ هم از قوانین دموگان داریم:

$$((A - B) \cup (B - A))' = (A - B)' \cap (B - A)'$$

تمرین: نمودار ون گزینه ۴ را رسم کنید.

گروه آموزشی ماز

۳۳ - اگر  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  و  $B = \{1, 4, 5, 7\}$ ، مجموعه  $A \times B - B \times A$  چند عضو دارد؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۴

(۲) ۱۲

(۱) ۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

وبلا فره نهبت به ضرب دکارتی رسید!

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

نکته ۱:

$$|A \times B - B \times A| = |A| \times |B| - |A \cap B|^2$$

نکته ۲:

تمرین: نکته ۲ را ثابت کنید.

پاسخ تشریحی:

$$|A| = |B| = 4$$

$$A \cap B = \{4, 5\} \Rightarrow |A \cap B| = 2$$

$$|A \times B - B \times A| = |A| \times |B| - |A \cap B|^2 = 4 \times 4 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

طبق نکته ۲:

گروه آموزشی ماز

۳۴ - یک تاس آبی و یک تاس قرمز را پرتاب می کنیم. پیشامدهای A، B و C به صورت زیر هستند:

A: تاس آبی از تاس قرمز بزرگ تر باشد. B: تاس آبی ۴ بیاید. C: مجموع دو تاس ۷ شود. D: مجموع دو تاس ۱۰ شود.

کدام دو پیشامد زیر مستقل هستند؟

A, D (۴)

B, C (۳)

B, A (۲)

D, C (۱)

عجب روزگاری شده، پیشامدها هم می‌خوان مستقل باشن!

پیشامد A از B مستقل است اگر داشته باشیم:  $P(A|B) = P(A)$  که معادل است با:  $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

نکته ۱:

اگر A از B مستقل باشد، B نیز از A مستقل است، یعنی:  $(P(A|B) = P(A)) \Leftrightarrow (P(B|A) = P(B))$

نکته ۲:

اگر A از B مستقل باشد  $\Leftrightarrow$   $\left. \begin{array}{l} A \text{ از } B' \text{ مستقل است.} \\ A' \text{ از } B \text{ مستقل است.} \\ A' \text{ از } B' \text{ مستقل است.} \end{array} \right\}$

بررسی گزینه‌ها:

$$P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad P(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$(C \cap D) = \emptyset \Rightarrow P(C \cap D) = 0 \Rightarrow P(C \cap D) \neq P(C).P(D) \quad \times$$

$$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \quad P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A).P(B) \quad \times$$

$$P(B) = \frac{1}{6}, P(C) = \frac{1}{6}$$

$$P(B \cap C) = \frac{1}{36} \Rightarrow P(B \cap C) = P(B).P(C) \quad \checkmark$$

$$P(A) = \frac{5}{12}, P(D) = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cap D) = \frac{1}{36} \Rightarrow P(A \cap D) \neq P(A).P(D) \quad \times$$

|   | تاس آبی | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | تاس قرمز |
|---|---------|---|---|---|---|---|---|----------|
| ۱ |         |   |   |   |   |   |   | C        |
| ۲ | A       |   |   |   |   |   |   | C        |
| ۳ | A       | A |   |   |   |   |   |          |
| ۴ | A       | B | A | B | A | B | B | B        |
| ۵ | A       | A | C | A | A |   | D |          |
| ۶ | A       | C | A | A | D | A |   |          |

گروه آموزشی ماز

۳۵- در ظرف یک، چهار مهره آبی و سه مهره قرمز و در ظرف دو، ۵ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارد. یک مهره از ظرف اول بر می‌داریم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. حال از ظرف دوم مهره‌ای بر می‌داریم. اگر این مهره آبی باشد، با چه احتمالی مهره‌ای که از ظرف اول در ظرف دوم قرار دادیم هم آبی بوده است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{6}{11} \quad (۳)$$

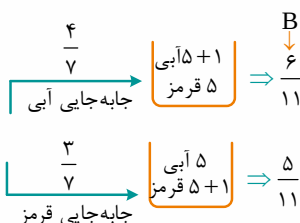
$$\frac{8}{13} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی:

A: جابه جایی آبی

B: مهره برداشته شده از ظرف دوم آبی



$$P(A|B) = \frac{\frac{4}{7} \times \frac{6}{11}}{\frac{4}{7} \times \frac{6}{11} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{11}} = \frac{24}{39} = \frac{8}{13}$$

$\frac{4}{7} \times \frac{6}{11} \rightarrow P(A \cap B)$ 
 $\frac{3}{7} \times \frac{5}{11} \rightarrow P(A' \cap B)$

گروه آموزشی ماز

۳۶- میانگین داده‌های زیر ۱۰ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۵, ۵, ۶, ۷, ۷, ۸, ۱۲, ۱۳, x, ۲۰

$$\sqrt{2/5} \quad (4)$$

$$2/5 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

**یہ وقت این نکتہ ریز رویاد مہون نہ!!!**  
مجموع اختلاف از میانگین داده‌ها صفر است.

پاسخ تشریحی:

با استفاده از نکته داریم:

$$2 \times (10 - 5) + (10 - 6) + 2(10 - 7) + (10 - 8) + (10 - 12) + (10 - 13) + (10 - x) + (10 - 20) = 0 \Rightarrow x = 17$$

واریانس این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{2 \times (5 - 10)^2 + (6 - 10)^2 + 2 \times (7 - 10)^2 + (8 - 10)^2 + (12 - 10)^2 + (13 - 10)^2 + (17 - 10)^2 + (20 - 10)^2}{10} = 25$$

پس  $\sigma = 5$  انحراف معیار آن‌ها است. و در نتیجه ضریب تغییرات برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- بهمن سالی ۵ تا جمعه و ۴ تا پنجشنبه دارد. آخرین جمعه تیر همان سال چندمین روز این ماه بوده است؟

$$26 \quad (4)$$

$$25 \quad (3)$$

$$30 \quad (2)$$

$$31 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

در ماه‌های ۳۰ روزه، دو روز اول ماه ۵ بار تکرار می‌شود، یعنی چون بهمن ۳۰ روزه است و ۵ تا جمعه دارد، اول بهمن یا جمعه بوده و یا پنجشنبه، اما چون ۴ تا پنجشنبه داریم، پس اول ماه جمعه بوده. اول تیر ماه را حساب می‌کنیم:  $3 \times 31 + 4 \times 30 \equiv 2 + 1 \equiv 3$  روز از جمعه به عقب برگردیم روز اول تیر پیدا می‌شود، یعنی اول تیر سه‌شنبه است. اولین جمعه تیر، ۴ام است، دومین، سومین و چهارمین (آخرین) جمعه تیر به ترتیب ۱۱، ۱۸ و ۲۵ تیر هستند.

گروه آموزشی ماز

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی x که در معادله سیاله  $x + 17y = 1$  صدق کند، کدام است؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

**نکته‌ای کوتاه و پر مغز!**

هر عدد فرد به توان زوج به صورت  $8k + 1$  است.

پاسخ تشریحی:

معادله سیاله را به معادله همنهشتی تبدیل می‌کنیم:  $2^{17}x + 17y = 1 \Rightarrow 2^{17}x \equiv 1$

حال می‌خواهیم  $2^{17}$  را به پیمانه ۱۷ حساب کنیم، برای این کار، ابتدا  $2^{10}$  را به صورت  $8k + 1$  می‌نویسیم و داریم:

$$2^{8k+1} \equiv (2^4)^{2k} \times 2 \equiv (16)^{2k} \times 2 \equiv (-1)^{2k} \times 2 \equiv 2$$

$$2x \equiv 1 \Rightarrow 2x \equiv 18 \Rightarrow x \equiv 9 \Rightarrow x = 9$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- مکمل گراف  $C_5$  چند  $\gamma$ -مجموعه دارد؟

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

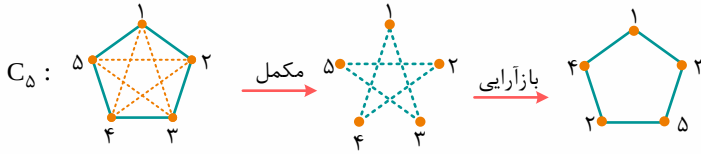
۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا مکمل گراف  $C_5$  را پیدا می کنیم:



یعنی مکمل  $C_5$  باز هم  $C_5$  است. عدد احاطه گری  $C_5$  از رابطه  $\left\lceil \frac{P}{3} \right\rceil$  به دست می آید که برابر با ۲ است. هر دو رأس غیرمجاور  $C_5$  یک  $\gamma$ -مجموعه آن است، پس تعداد  $\gamma$ -مجموعه های آن ۵ تا است.

گروه آموزشی ماژ

۴۰- تعداد جواب های طبیعی معادله سیاله  $2x_1 + 2x_2 + x_3 = 21$  کدام است؟

۴۵ (۴)

۳۶ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$2x_1$  و  $2x_2$  عدد زوج هستند و فقط وقتی با  $x_3$  جمع شوند، حاصل، ۲۱ (که عددی فرد است) می شود که  $x_3$  عددی فرد باشد، یعنی باید به صورت  $2y_3 - 1$  باشد که  $y_3$  یک عدد طبیعی است.

$$2x_1 + 2x_2 + 2y_3 - 1 = 21 \Rightarrow 2(x_1 + x_2 + y_3) = 22 \Rightarrow x_1 + x_2 + y_3 = 11$$

$$\binom{11}{2} = 45$$

تعداد جواب های طبیعی این معادله برابر است با:

گروه آموزشی ماژ

۴۱- دو متحرک هم جرم روی محور  $x$  در فاصله  $d$  از هم قرار دارند. اگر این دو متحرک با تندیهای ثابت  $v_1$  و  $v_2$  هم جهت باهم شروع به حرکت کنند، پس از ۱۲s از کنار هم عبور می کنند. اگر این دو متحرک با همان تندیهای به سمت هم شروع به حرکت کنند، پس از ۳s از کنار هم می گذرند. در مدت حرکت، اندازه تکانه متحرک (۲) چند برابر اندازه تکانه متحرک (۱) بوده است؟

(۴)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۱)  $\frac{5}{3}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

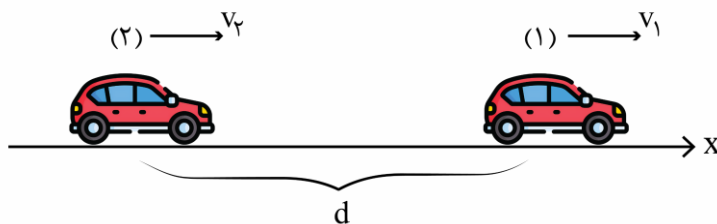
پاسخ: گزینه ۱

نکته:

- ۱- اگر دو متحرک (۱) و (۲) با تندیهای  $v_1$  و  $v_2$  هم جهت حرکت کنند، سرعت نسبی متحرک (۲) نسبت به متحرک (۱) برابر  $v_2 - v_1$  است.
- ۲- اگر دو متحرک (۱) و (۲) با تندیهای  $v_1$  و  $v_2$  در خلاف جهت هم حرکت کنند، سرعت نسبی متحرک (۲) نسبت به متحرک (۱) برابر  $v_2 + v_1$  است.

پاسخ شریقی

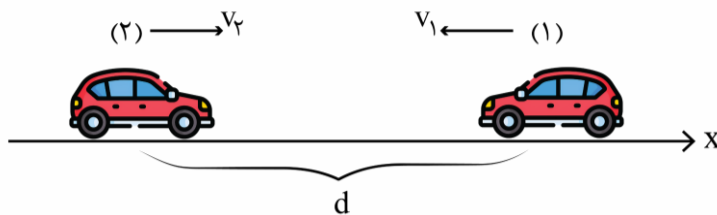
شکل زیر وضعیت اولیه را نشان می دهد.



سرعت (۲) نسبت به (۱) برابر  $v_2 - v_1$  است و داریم:

$$d = (v_2 - v_1)\Delta t \rightarrow d = (v_2 - v_1) \times 12 \quad \text{رابطه (۱)}$$

در حالت دوم می توان نوشت:



$$d = (v_1 + v_2)\Delta t \rightarrow d = (v_1 + v_2) \times 3 \quad \text{رابطه (۲)}$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$1 = \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1} \times \frac{3}{12} \rightarrow 4v_2 - 4v_1 = v_1 + v_2$$

$$\rightarrow 3v_2 = 5v_1 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{3}$$

با توجه به این که جرم دو جسم برابر است، نسبت اندازه تکانه آنها نیز برابر  $\frac{5}{3}$  خواهد بود.

آزمون سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲

دو متحرک با تندیهای ثابت  $v_1$  و  $v_2$  روی خط راست طوری حرکت می کنند که اگر خلاف جهت هم بروند، فاصله آنها در هر ثانیه ۱۶ متر تغییر می کند و اگر هم جهت حرکت کنند، فاصله آنها در هر دقیقه ۲۴۰ متر تغییر می کند. کدام است؟

(۴)  $\frac{7}{5}$

(۳)  $\frac{5}{3}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

در حالت اول که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند، تندیهی نسبی دو متحرک برابر است با مجموع تندیهی دو متحرک و در حالت دوم که دو متحرک در یک جهت حرکت می کنند، تندیهی نسبی دو متحرک برابر است با مقدار اختلاف تندیهی دو متحرک؛ بنابراین می توان نوشت:

$$v = v_1 + v_2$$

$$v' = v_2 - v_1$$

از طرفی با توجه به رابطه  $v = \frac{d}{\Delta t}$  می توان نوشت:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow \frac{d=16m}{\Delta t=1s} \rightarrow v = \frac{16}{1} = 16 \frac{m}{s}$$

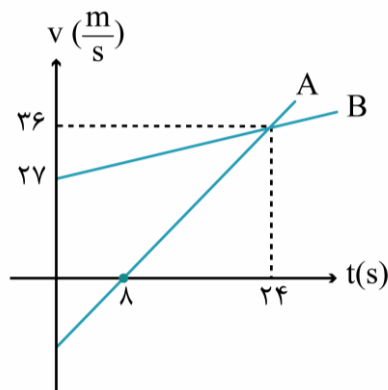
$$v' = \frac{d'}{\Delta t'} \rightarrow \frac{d'=24 \cdot m}{\Delta t'=6 \cdot s} \rightarrow v' = \frac{240}{60} = 4 \frac{m}{s}$$

در نهایت به کمک دو معادله و دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 16 \\ v_2 - v_1 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_2 = 10 \frac{m}{s} \\ v_1 = 6 \frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۲- نمودار سرعت-زمان دو متحرک که بر روی محور X به طور هم زمان از یک نقطه شروع به حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافت طی شده دو متحرک در بازه زمانی که به هم نزدیک می شوند، چند متر است؟



- (۱) ۱۴۴۰
- (۲) ۲۴۸۴
- (۳) ۹۷۲
- (۴) ۲۴۴۰

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

**نکته:**

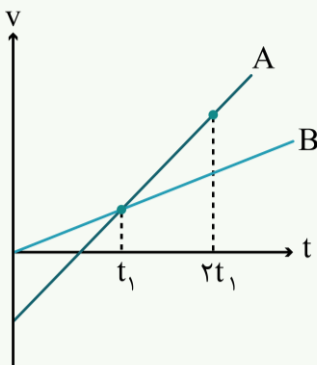
هنگامی که دو متحرک از مکان یکسانی با شتاب ثابت در لحظه  $t = 0$  عبور می کنند و نمودار سرعت-زمان آن ها به شکل زیر است، می توان نکات زیر را نتیجه گرفت:

۱- در بازه  $0 < t < t_1$ ، سرعت B بیش تر از A است؛ بنابراین B از A جلو می افتد.

در این بازه فاصله دو متحرک افزایش می یابد.

۲- در بازه  $t_1 < t < 2t_1$ ، سرعت A بیش تر از B است و در نتیجه متحرک A، فاصله را جبران می کند و در لحظه  $t = 2t_1$ ، دو متحرک به هم می رسند. در این بازه، فاصله دو متحرک کاهش می یابد.

۳- در لحظات پس از  $t = 2t_1$ ، متحرک A، فاصله خود تا B را افزایش می دهد و از آن دور و دورتر می شود.

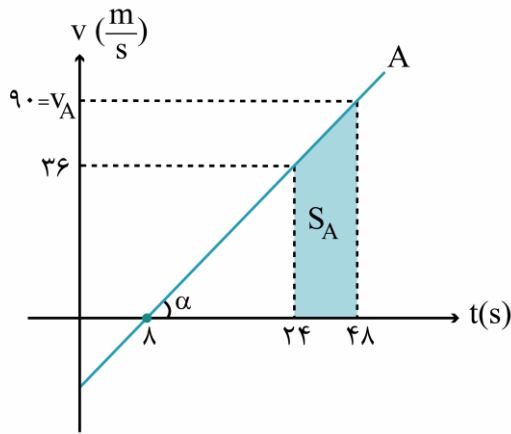


**پاسخ شریعی:**

مطابق نکته فوق، لحظه رسیدن دو متحرک به یکدیگر دو برابر زمان برابر شدن سرعت آن ها می باشد:

$$t_{\text{به هم رسیدن}} = 2 \times 24 = 48s$$

در بازه زمانی بین لحظه ای که سرعت دو متحرک برابر می شود ( $t_1 = 24s$ ) و لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند ( $t_2 = 48s$ )، هر دو متحرک در حال نزدیک شدن به یکدیگر هستند.

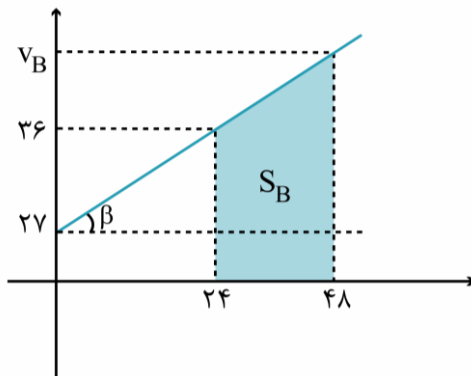


$$\tan \alpha = \frac{36}{16} = \frac{v_A}{40} \rightarrow v_A = 90 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مسافت طی شده برابر سطح زیر نمودار است:

$$\ell_A = S_A = \frac{90 + 36}{2} \times 24 = 1512 \text{ m}$$

به طور مشابه برای متحرک B نیز داریم:



$$\tan \beta = \frac{9}{24} = \frac{v_B - 27}{48} \rightarrow 18 = v_B - 27$$

$$\rightarrow v_B = 18 + 27 = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مجدداً مسافت طی شده توسط متحرک B برابر سطح زیر نمودار است.

$$\ell_B = S_B = \frac{36 + 45}{2} \times 24 = 972 \text{ m}$$

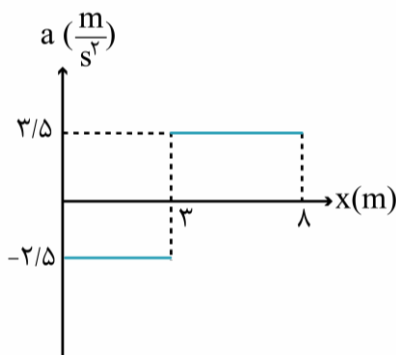
برای محاسبه مجموع مسافت‌های خواسته شده خواهیم داشت:

$$\ell_A + \ell_B = 1512 + 972 = 2484 \text{ m}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۳- نمودار شتاب-مکان یک متحرک که در مبدأ زمان از مبدأ مکان می‌گذرد، مطابق شکل است. اگر سرعت اولیه این متحرک در مبدأ زمان  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد،

شتاب متوسط متحرک در مدتی که از مکان  $x=0$  به  $x=8 \text{ m}$  می‌رسد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (متحرک در طول حرکت، تغییر جهت نمی‌دهد.)



$$\frac{38}{15} \quad (1)$$

$$\frac{15}{38} \quad (2)$$

$$\frac{25}{46} \quad (3)$$

$$\frac{46}{35} \quad (4)$$

شکل ساده‌ای از مسیر حرکت رسم می‌کنیم و با استفاده از رابطه مستقل از زمان داریم:

$$v_1^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow v_1^2 - 16 = 2(-2/5) \times 3$$

$$\rightarrow v_1^2 - 16 = -12 \rightarrow v_1^2 = 4 \rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_3^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow v_3^2 - 4 = 2(3/5)(5)$$

$$\rightarrow v_3^2 = 35 + 4 \rightarrow v_3^2 = 39 \rightarrow v_3 = 6 \frac{m}{s}$$

حال باید زمان را به دست بیاوریم:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta v_1}{a_1} = \frac{2-4}{-2/5} = \frac{-2}{-2/5} = \frac{5}{1} = 5s$$

$$\Delta t_2 = \frac{6-2}{3/5} = \frac{4}{3/5} = \frac{20}{3}s$$

$$\Delta t_{\text{کل}} = \frac{5}{1} + \frac{20}{3} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}s$$

در نتیجه شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-4}{25/3} = \frac{2}{25/3} = \frac{2 \times 3}{25} = \frac{6}{25} \frac{m}{s^2}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۴- مطابق شکل‌های زیر، در دو آزمایش مختلف به جسم ساکنی روی سطح افقی نیروی افقی  $F_1 = 65N$  و نیروی عمودی  $F_2 = 20N$  وارد می‌شود و جسم شروع به حرکت می‌کند. اگر در شکل (۱)، پس از طی مسافت ۱۲ متر، تندی جسم به  $12 \frac{m}{s}$  برسد، در شکل (۲)، پس از طی مسافت چند متر، تندی

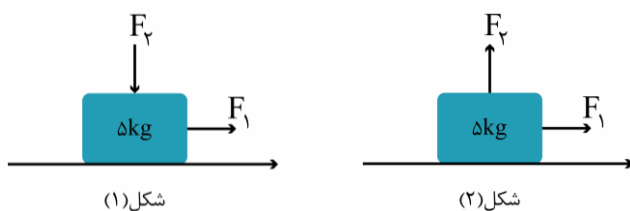
جسم به  $12 \frac{m}{s}$  می‌رسد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

۷/۲ (۱)

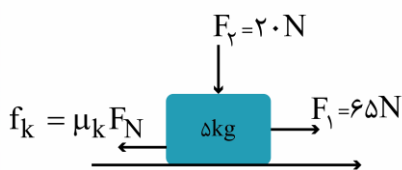
۴/۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)



بررسی شکل (۱):



$$v_1^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow 12^2 - 0 = 2a \times 12 \rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

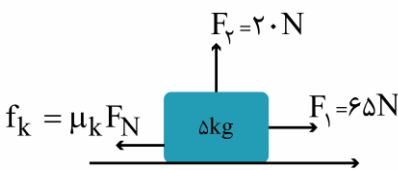
$$F_N = mg + F_2 = 50 + 20 = 70N$$

$$F_{net} = ma \rightarrow F_1 - f_k = ma$$

$$\rightarrow 65 - \mu_k \times 70 = 50 \times 6 \rightarrow \mu_k = 0.5$$

## گام آخر:

بررسی شکل (۲):



$$F_N = mg - F_f = 50 - 20 = 30 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 30 = 15 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F_f - f_k = ma$$

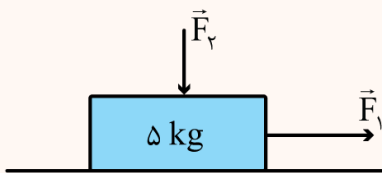
$$\rightarrow 65 - 15 = 5a \rightarrow a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در نهایت با استفاده از رابطه مستقل از زمان، پاسخ مسئله به دست می آید.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \rightarrow 12^2 - 0 = 2 \times 10 \Delta x \rightarrow \Delta x = 7.2 \text{ m}$$

## آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۲:

مطابق شکل، به جسم ساکنی روی سطح افقی نیروی افقی  $F_f = 65 \text{ N}$  و نیروی عمودی  $F_f = 20 \text{ N}$  وارد می شود و جسم شروع به حرکت می کند. اگر پس از طی مسافت ۱۲ متر، تندی جسم به  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  برسد، نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

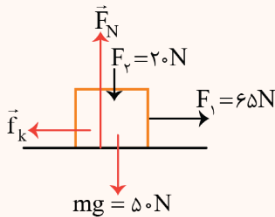


|          |          |
|----------|----------|
| ۶۰ (۱)   | ۷۰ (۲)   |
| ۳۰√۵ (۳) | ۳۵√۵ (۴) |

## پاسخ: گزینه ۴

با کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 12^2 - 0 = 2a \times 12 \Rightarrow a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



برای محاسبه نیروی اصطکاک وارد بر جسم می توان نوشت:

$$F_N = mg + F_f = 50 + 20 = 70 \text{ N}$$

تعداد قائم

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_f - f_k = ma$$

حرکت افقی

$$\Rightarrow 65 - f_k = 5 \times 6 \Rightarrow f_k = 35 \text{ N}$$

بنابراین اندازه نیروی سطح برابر است با:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = \sqrt{35^2 + 70^2} = 35\sqrt{5} \text{ N}$$

نیروی سطح

## گروه آموزشی ماز

۴۵- دو شخص به جرم های  $m_1$  و  $m_2$  با کفش های چرخ دار در یک سالن مسطح و صاف روبه روی هم ایستاده اند. شخص اول با نیروی  $\vec{F}_1$ ، شخص دوم را به طرف چپ هل می دهد و شخص دوم با نیروی  $\vec{F}_2$ ، شخص اول را به طرف راست هل می دهد. چه تعداد از عبارات های زیر صحیح است؟

(۲)



الف: نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  یکسان هستند.

ب: اندازه شتاب شخص (۱) بیش تر است.

پ: آهنگ تغییر تکانه دو شخص هم اندازه است.

- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
صفر (۴)

**الف:** طبق قانون سوم نیوتون، نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  قرینه یکدیگرند. (\*)

**ب:** برای مقایسه اندازه شتاب دو شخص می توان نوشت:

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{F \text{ هم اندازه}} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} < 1 \rightarrow a_2 < a_1$$

بنابراین عبارت (ب) صحیح است. (✓)

**پ:** آهنگ تغییرات تکانه همان نیروی خالص است که چون نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  هم اندازه اند، آهنگ تغییرات تکانه دو جسم نیز هم اندازه است. (✓)

### آزمون سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲

دو شخص به جرم های  $m_1$  و  $m_2 > m_1$  با کفش های چرخ دار در یک سالن مسطح و صاف روبه روی هم ایستاده اند. شخص اول با نیروی  $\vec{F}$ ، شخص دوم را به طرف چپ هل می دهد و شخص دوم با نیروی  $\vec{F}'$ ، شخص اول را به طرف راست هل می دهد. اگر شتاب حرکت دو شخص  $\vec{a}_1$  و  $\vec{a}_2$  باشد، کدام رابطه درست است؟



$$a_1 < a_2 \text{ و } \vec{F} = \vec{F}' \quad (۱)$$

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 \text{ و } \vec{F} = \vec{F}' \quad (۲)$$

$$\vec{a}_1 = -\vec{a}_2 \text{ و } \vec{F} = -\vec{F}' \quad (۳)$$

$$a_1 > a_2 \text{ و } \vec{F} = -\vec{F}' \quad (۴)$$

### پاسخ: گزینه ۴

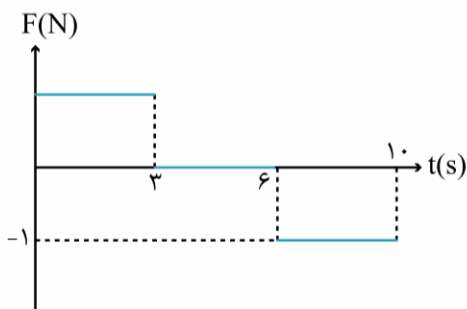
مطابق شکل کتاب درسی و قانون سوم نیوتون داریم:

$$\vec{F} = -\vec{F}' \xrightarrow{F=ma} m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 > m_1} a_1 > a_2$$

### گروه آموزشی ماز

۴۶- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۲۰۰ گرم که از حال سکون حرکت می کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط در بازه زمانی  $t_1 = 2s$  تا

$t_2 = 8s$  برابر  $\frac{m}{s}$  باشد، تغییرات تکانه جسم در ۳ ثانیه اول حرکت چند واحد SI است؟



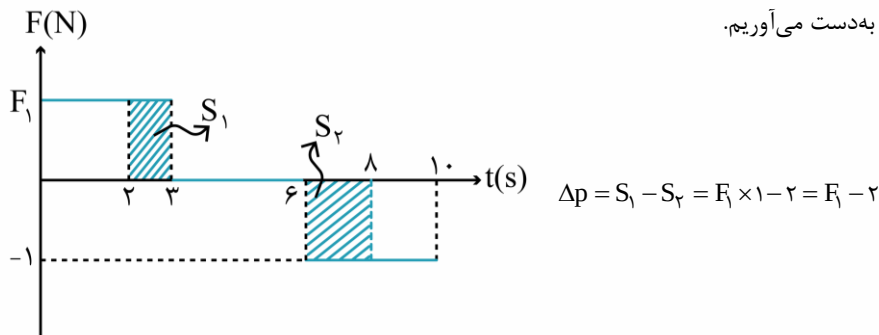
۱۵ (۱)

۲۴ (۲)

۷۵ (۳)

۱۲۰ (۴)

تغییرات تکانه جسم را در بازه زمانی  $t_1 = ۲s$  تا  $t_۲ = ۸s$  به دست می آوریم.



پس نیروی متوسط وارد بر جسم و شتاب متوسط آن در این بازه برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{F_1 - 2}{8 - 2} = \frac{F_1 - 2}{6}$$

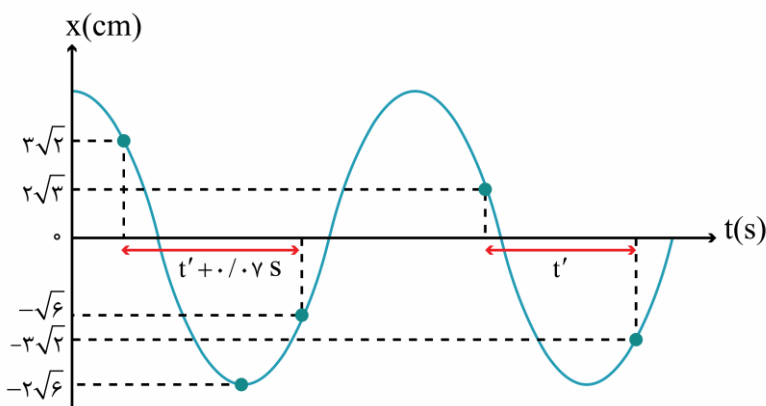
$$\xrightarrow{F_{av} = ma_{av}} ma_{av} = \frac{F_1 - 2}{6} \rightarrow 0.2 \times 5 = \frac{F_1 - 2}{6} \rightarrow F_1 = 8N$$

گام آخر:

در ۳ ثانیه اول، نیروی خالص ۸N به جسم وارد می شود و تغییرات تکانه آن برابر است با:

$$\Delta p = F \Delta t = 8 \times 3 = 24 \frac{kg.m}{s}$$

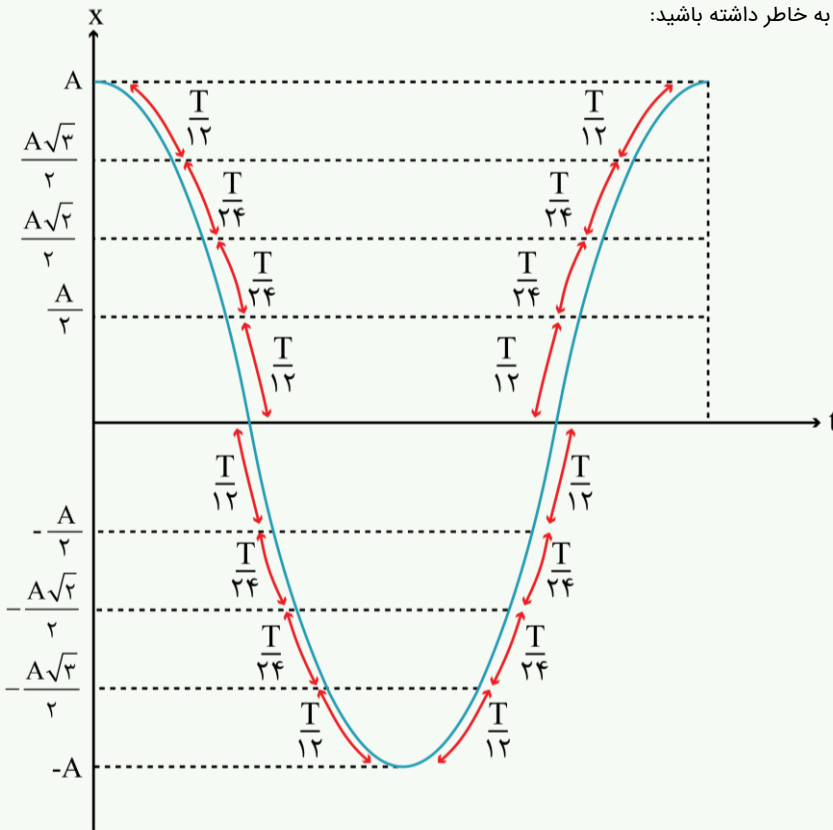
۴۷- نمودار مکان-زمان نوسانگر ساده ای مطابق شکل است. بیشینه تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{14} \pi$
- (۴)  $\frac{\sqrt{6}}{14} \pi$

نکته:

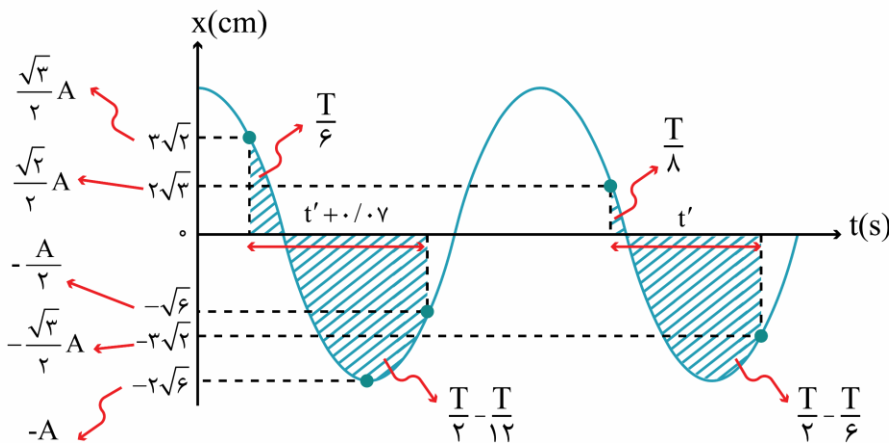
خوب است که نمودار مکان-زمان نوسانگر ساده را به صورت زیر به خاطر داشته باشید:



پاسخ تشریحی:

گام اول:

طبق نمودار رسم شده، داریم:



$$t' + 0.7 = \frac{T}{6} + \left(\frac{T}{2} - \frac{T}{12}\right) = \frac{7T}{12} \rightarrow \frac{7T}{12} - \frac{11T}{24} = \frac{3T}{24} = 0.7 \rightarrow T = 0.56 \text{ s}$$

$$t' = \frac{T}{8} + \left(\frac{T}{2} - \frac{T}{6}\right) = \frac{11T}{24}$$

گام آخر:

اکنون تندی بیشینه را به دست می آوریم:

$$v_m = A\omega = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) = 2\sqrt{6}\left(\frac{2\pi}{0.56}\right) = \frac{400\sqrt{6}}{56} \pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} = \frac{\sqrt{6}}{14} \pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- چه تعداد از موارد زیر، نادرست می باشند؟

الف: طول موج اشعه X از طول موج های پرتوی فرابنفش بلندتر است.

ب: امواج پخش تلویزیونی، زیرمجموعه امواج ELF است.

پ: برای امواج الکترومغناطیسی، جهت انتشار میدان الکتریکی بر جهت انتشار میدان مغناطیسی عمود است.

ت: تولید میدان مغناطیسی در فضا که حاصل از تغییرات میدان الکتریکی است اولین بار توسط ماکسول پیش بینی شد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

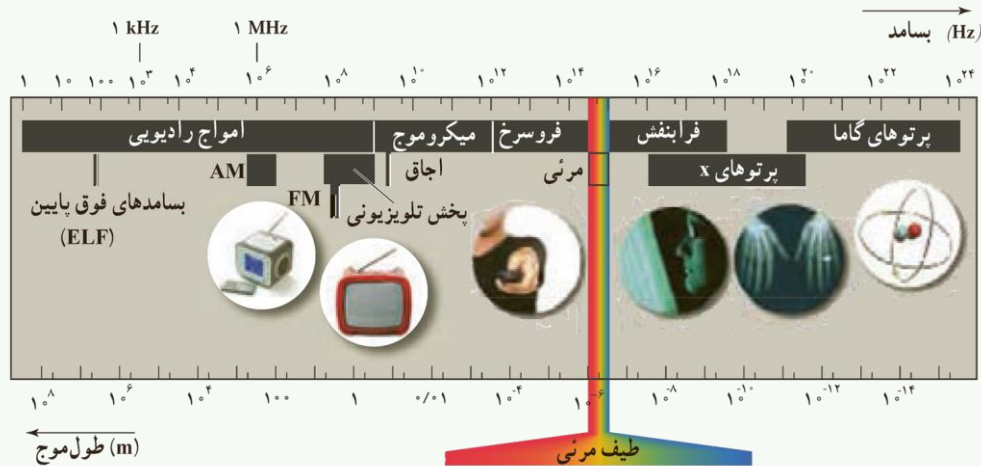
۱ (۱)

(آسان - مفهومی / خط به خط کتاب درسی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

طیف امواج الکترومغناطیسی را به خاطر داشته باشید:



پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:

الف: امواج X طول موج کوتاه تری نسبت به امواج فرابنفش دارند. (\*)

ب: طبق شکل کتاب، امواج پخش تلویزیونی، بسامد بیش تری نسبت به امواج ELF دارند و زیرمجموعه آنها نیستند. (\*)

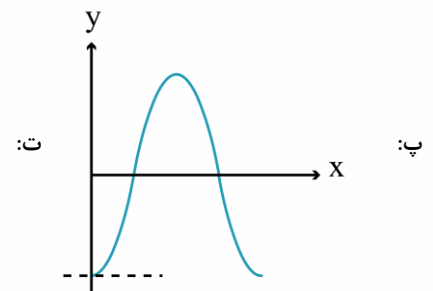
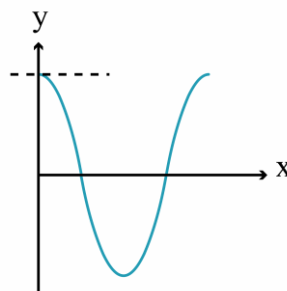
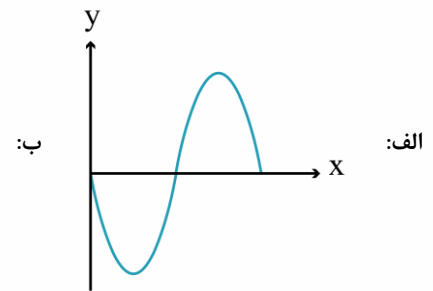
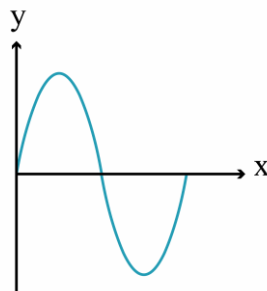
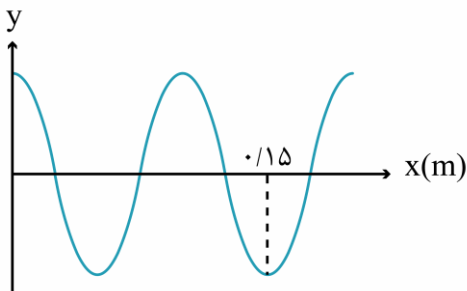
پ: در امواج الکترومغناطیسی، میدان های الکتریکی و مغناطیسی در یک جهت منتشر می شوند. [اما راستای نوسانات آنها برهم عمود است] (\*)

ت: تولید میدان مغناطیسی در فضا که حاصل از تغییرات میدان الکتریکی است اولین بار توسط ماکسول پیش بینی شد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۹- طنابی به قطر مقطع  $4\sqrt{3}\text{ cm}$  و چگالی  $\frac{1}{2}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  در اختیار داریم و آن را تحت نیروی کشش  $72\text{ N}$  قرار می دهیم. یک سر آن را به ارتعاش درمی آوریم

تا موج عرضی ایجاد شده در آن، در راستای محور  $x$  منتشر شود. اگر شکل زیر تصویر این موج را در لحظه  $t = \frac{y}{v}$  نشان دهد، کدامیک از شکل های زیر می تواند نقش موج در لحظه  $t = 0$  باشد؟ ( $\pi = 3$ )



(۴) (ب) و (ت)

(۳) (الف) و (پ)

(۲) (پ) و (ت)

(۱) (الف) و (ب)

(سخت - نموداری - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

تندی انتشار امواج عرضی در طناب از روابط زیر به دست می آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

$v$ : تندی انتشار موج در طناب

$F$ : نیروی کشش طناب

$\mu$ : چگالی خطی طناب

$m$ : جرم طناب

$L$ : طول طناب

$r$ : شعاع مقطع طناب

$\rho$ : چگالی حجمی طناب

پایخ شیری:

گام اول:

محاسبه تندی انتشار موج در طناب:

$$v = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = \frac{1}{2\sqrt{3} \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{72}{1200 \times \pi}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

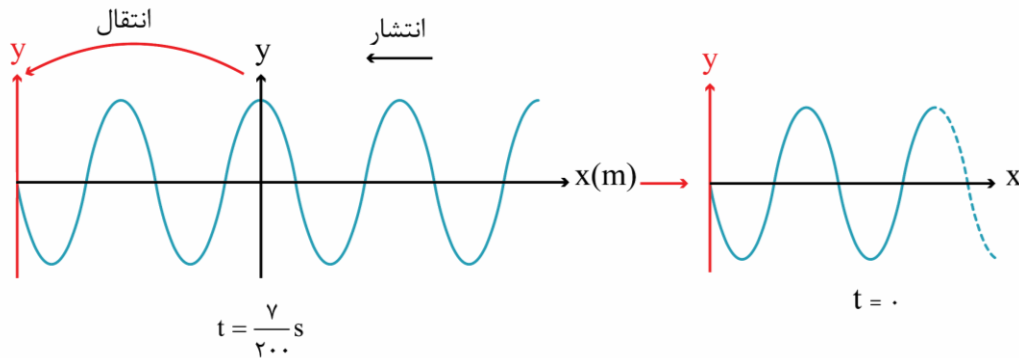
طبق نمودار،  $\frac{3\lambda}{4} = 0.15\text{ m}$  است. در نتیجه  $\lambda = 0.1\text{ m}$  و دوره تناوب  $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.1}{5} = \frac{1}{50}\text{ s}$  است. در مدت زمان  $t = \frac{y}{v}$ ، ذرات موج به اندازه

$$n = \frac{t}{T} = \frac{\frac{y}{v}}{\frac{1}{50}} = \frac{y}{\frac{1}{50v}} = \frac{y}{\frac{1}{50 \times 5}} = \frac{y}{\frac{1}{250}} = 250y$$

بررسی شود.

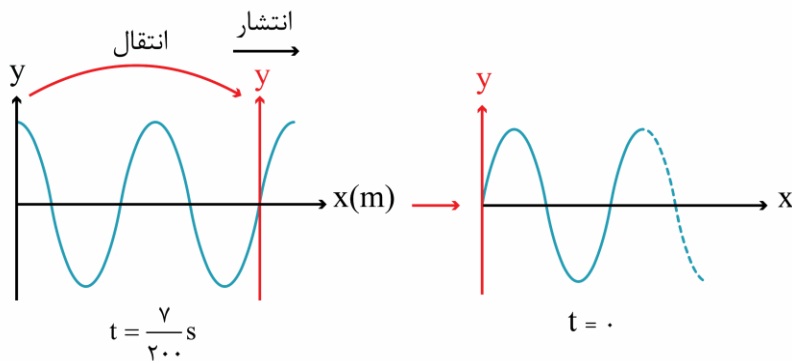
### گام دوم:

- اگر جهت انتشار به سمت چپ باشد، کافی است محور  $y$  را به اندازه  $\frac{v\lambda}{4}$  به سمت چپ منتقل کنیم تا نقش موج در لحظه  $t = 0$  به دست آید.



### گام آخر:

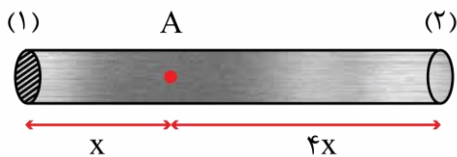
- اگر جهت انتشار به سمت راست باشد، کافی است محور  $y$  را به اندازه  $\frac{v\lambda}{4}$  به سمت راست منتقل کنیم تا نقش موج در لحظه  $t = 0$  به دست آید.



دقت کنید در این سؤال، نقش موج در یک لحظه داده شده است و در لحظه‌ای قبل از آن، نقش موج را می‌خواهیم.

#### گروه آموزشی ماز

- ۵۰- با چکش به محل نشان داده شده  $A$  بر روی میله فلزی ضربه محکمی زده می‌شود و صوت در دو محیط هوا و فلز منتشر می‌شود. در این صورت اختلاف زمانی دو صوتی که به انتهای (۲) میله می‌رسند  $0.12s$  بیش‌تر از اختلاف زمانی دو صوتی است که به انتهای (۱) میله می‌رسند. اگر طول میله  $80$  متر باشد، تندی انتشار صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟ ( $v_{\text{صوت در هوا}} = 320 \frac{m}{s}$ )



- (۱) ۱۶۰۰
- (۲) ۱۹۲۰
- (۳) ۲۲۴۰
- (۴) ۲۴۰۰

(آسان - محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

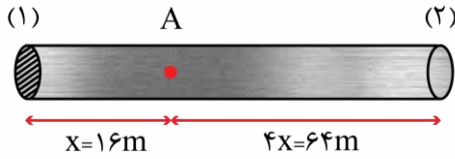
#### نکته:

هنگامی که صوت از طریق فلز و هوا، مسافت یکسانی را طی می‌کند، با یک اختلاف زمانی به مقصد می‌رسد که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L = vt_{\text{هوا}} \Rightarrow t_{\text{هوا}} = \frac{L}{v}$$

$$L = v't_{\text{فلز}} \Rightarrow t_{\text{فلز}} = \frac{L}{v'}$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} = \frac{L}{v} - \frac{L}{v'} = \frac{L(v' - v)}{vv'}$$



$$x + 4x = 80 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} x = 16 \text{ m} \\ 4x = 64 \text{ m} \end{cases}$$

$$L = \frac{v' \cdot v}{v' - v} t \rightarrow \Delta L = \frac{v' \cdot v}{v' - v} \Delta t$$

$v'$ : تندی صوت در میله

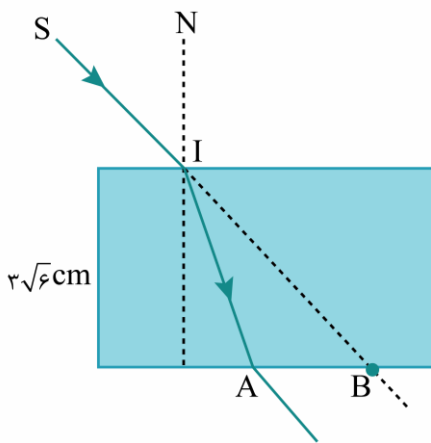
$v$ : تندی صوت در هوا

$t$ : اختلاف زمانی

$$\rightarrow 64 - 16 = \frac{(v')(320)}{(v' - 320)} (0.12) \rightarrow v' = 1600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۱- در شکل مقابل، پرتوی SI از هوا به سطح یک تیغه شیشه‌ای به ضخامت  $3\sqrt{6} \text{ cm}$  می‌تابد و در نقطه A از تیغه خارج می‌شود. اگر مدت زمان حرکت پرتو در تیغه شیشه‌ای برابر  $0.4$  نانو ثانیه باشد و راستای SI در نقطه B از شیشه خارج شود، AB چند سانتی متر است؟ (ضریب شکست تیغه شیشه‌ای و هوا به ترتیب برابر  $\sqrt{2}$  و  $1$  است،  $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  = تندی نور در هوا)



$$3\sqrt{6}(\sqrt{2} - 1) \quad (1)$$

$$3\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) \quad (2)$$

$$3\sqrt{6}(\sqrt{3} - 1) \quad (3)$$

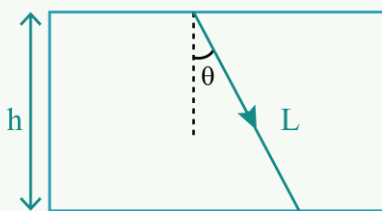
$$3\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1) \quad (4)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

برای محاسبه زمان عبور نور از یک تیغه، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:



$$L = vt \Rightarrow \frac{h}{\cos \theta} = vt$$

$$\Rightarrow t = \frac{h}{v \cos \theta} \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} t = \frac{nh}{c \cos \theta}$$

پاسخ تشریحی

گام اول:

مدت زمان حرکت در تیغه شیشه‌ای از رابطه  $\Delta t = \frac{n_2 h}{c \cdot \cos \theta}$  به دست می‌آید؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$t = \frac{n_2 h}{c \cdot \cos \theta_2} \rightarrow 0.4 \times 10^{-9} = \frac{\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times 10^{-2}}{3 \times 10^8 \cos \theta_2} \rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

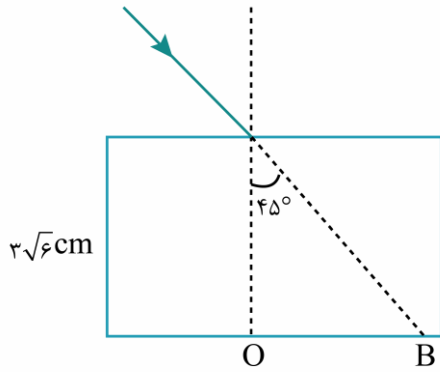
گام دوم:

محاسبه زاویه تابش:

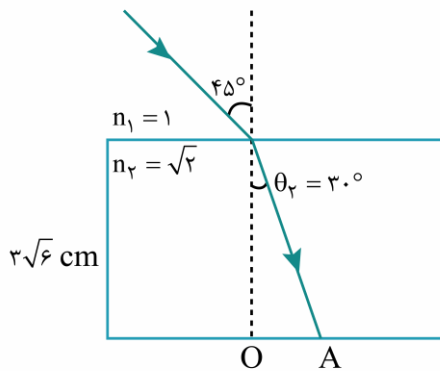
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{1} \rightarrow \sin \theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

گام سوم:

محاسبه طول های OA و OB:



$$\tan 45^\circ = \frac{OB}{3\sqrt{6}} \rightarrow 1 = \frac{OB}{3\sqrt{6}} \rightarrow OB = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$



$$\tan 30^\circ = \frac{OA}{3\sqrt{6}} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OA}{3\sqrt{6}} \rightarrow OA = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

گام آخر:

بنابراین طول AB برابر است با:

$$AB = OB - OA = 3\sqrt{6} - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- بسامد سومین خط طیف اتم هیدروژن در رشته ای با مدار مقصد  $n'$  برابر  $2/5 \times 10^{14} \text{ Hz}$  است. بسامد سومین خط در رشته ای با مدار مقصد  $n' + 1$  تقریباً

چند تراهرتز است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $R = 0.09 \text{ nm}^{-1}$ )

۲۴۰ (۴)

۱۲۶ (۳)

۸۴ (۲)

۶۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه  $n'$ :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right) \rightarrow \frac{c}{\lambda} = cR \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right)$$

$$\frac{c}{\lambda} = f \rightarrow f = 3 \times 10^{15} \times \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right)$$

$$\rightarrow 2/5 \times 10^{14} = 3 \times 10^{15} \times \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \rightarrow n' = 3$$

حال مقصد برابر  $n' + 1 = 4$  است و سومین خط این رشته حاصل گذار الکترون از  $n = 7$  به مدار  $n' + 1 = 4$  است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$f = cR \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2} \right) = 3 \times 10^{15} \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{49} \right) \approx 0.42$$

$$\rightarrow f \approx 3 \times 10^{15} \times 0.42 = 1.26 \times 10^{12} \text{ Hz} = 1.26 \text{ THz}$$

### گروه آموزشی ماز

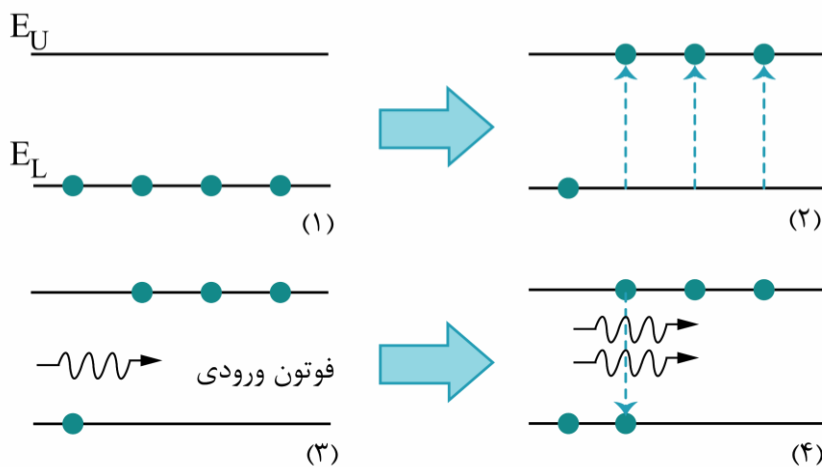
۵۳- شکل زیر، فرایند ایجاد باریکه لیزری را به طور طرح وار در ۴ مرحله نشان می دهد. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

(۱) مرحله (۱) الکترون ها را در وضعیت معمول در دمای اتاق نشان می دهد.

(۲) برای رسیدن از مرحله (۳) به مرحله (۴) باید به الکترون ها انرژی داد. این انرژی می تواند به روش های متعددی از جمله درخش های شدید نور معمولی و یا تخلیه های ولتاژ بالا فراهم شود.

(۳) مرحله (۲) وارونی جمعیت را نشان می دهد.

(۴) فوتون های خروجی در مرحله (۴)، هم جهت و هم گام هستند.



(آسان - مفهومی و خطبه خط کتاب درسی - ۱۳۰۵)

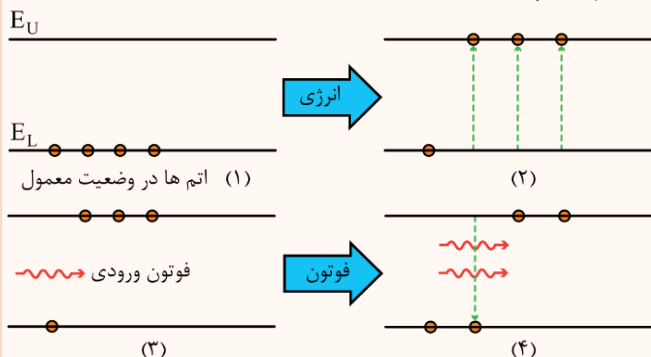
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

برای رسیدن از مرحله (۳) به (۴) باید یک فوتون با انرژی مشخص به اتم تابیده شود تا گسیل القایی رخ دهد. دقت کنید برای رسیدن از مرحله (۱) به مرحله (۲) باید به الکترون ها انرژی داد.

### آزمون سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲

شکل زیر، فرایند ایجاد باریکه لیزری را به طور طرح وار در ۴ مرحله نشان می دهد. نام مرحله ۲ و ۴ کدام است؟



- (۱) وارونی جمعیت و فرایند گسیل القایی
- (۲) برانگیخته معمولی و فرایند گسیل القایی
- (۳) وارونی جمعیت و فرایند گسیل خودبه خود
- (۴) برانگیخته معمولی و فرایند گسیل خودبه خود

### پاسخ: گزینه ۱

مرحله (۲) وارونی جمعیت را نشان می دهد که در آن بیش تر الکترون ها در تراز شبه پایدار قرار دارند.

مرحله (۴) گسیل القایی را نشان می دهد که در آن، تابش یک فوتون ورودی باعث گسیل فوتون جدیدی می شود و در نهایت دو فوتون خارج می شوند.

### گروه آموزشی ماز

۵۴- عدد جرمی عنصری، ۱۲۰ تا بیش تر از عدد اتمی آن است. پس از گسیل ۲ ذره آلفا و یک پوزیترون، تعداد نوترون های هسته جدید چقدر می شود؟

۱۱۵ (۴)

۱۱۶ (۳)

۱۱۸ (۲)

۱۱۲ (۱)

نکته:

- ۱- با تابش هر ذره آلفا، تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته، هریک ۲ واحد کاهش می‌یابد.
- ۲- با تابش هر پوزیترون، تعداد پروتون‌های هسته یک واحد کاهش می‌یابد و تعداد نوترون‌های آن یک واحد افزایش می‌یابد.
- ۳- با تابش هر الکترون، تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزایش می‌یابد و تعداد نوترون‌های آن یک واحد کاهش می‌یابد.

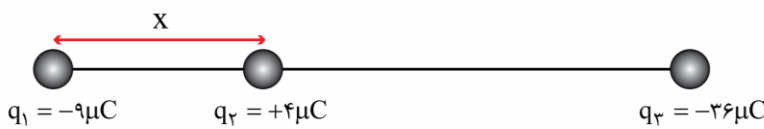
پاسخ تشریحی:

در ابتدا، عدد جرمی ۱۲۰ واحد بیش‌تر از عدد اتمی است، یعنی تعداد نوترون‌های هسته اولیه برابر ۱۲۰ است. طبق نکات فوق، با تابش دو ذره آلفا، تعداد نوترون‌ها ۴ تا کم می‌شود و با تابش پوزیترون، تعداد نوترون‌ها یک واحد افزایش می‌یابد؛ بنابراین تعداد نوترون‌های هسته نهایی برابر است با:

$$۱۲۰ - ۴ + ۱ = ۱۱۷$$

### گروه آموزشی ماز

۵۵- در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر هریک از ذره‌های باردار برابر صفر است. اگر بار  $q_2$  را به اندازه  $2x$  به سمت چپ جابه‌جا کنیم، در این صورت نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار  $q_3$ ، چند برابر نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار  $q_1$  خواهد شد؟

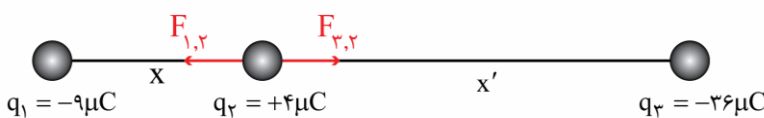


- (۱)  $\frac{3}{8}$
- (۲)  $\frac{5}{8}$
- (۳)  $\frac{3}{5}$
- (۴)  $\frac{4}{5}$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

در حالت اول، می‌توان نوشت:

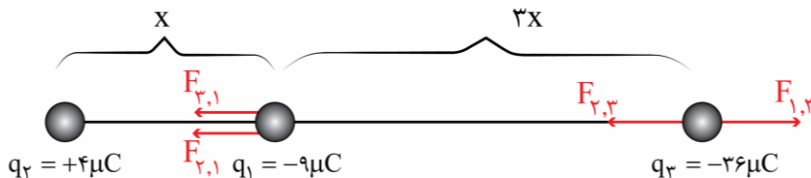


$$F_{1,2} = F_{2,3} \rightarrow \frac{kq_1q_2}{x^2} = \frac{kq_2q_3}{x'^2}$$

$$\rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_3|}{x'^2} \rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{36}{x'^2} \rightarrow x' = 2x$$

گام دوم:

حال با جابه‌جا کردن بار  $q_2$ ، می‌توان نوشت:



$$F_{\text{خالص}1} = F_{2,1} + F_{2,3} = \frac{k \times 36 \times 9}{9x^2} + \frac{k \times 4 \times 9}{x^2} = 72 \frac{k}{x^2}$$

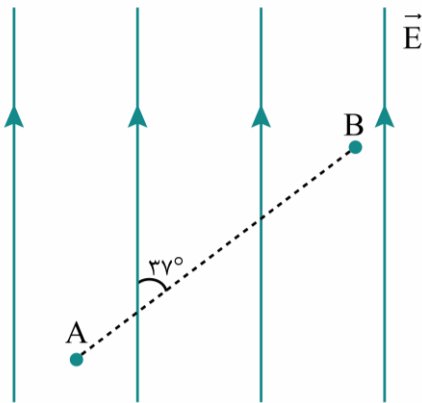
$$F_{\text{خالص}3} = F_{1,3} - F_{2,3} = \frac{k \times 9 \times 36}{9x^2} - \frac{k \times 4 \times 36}{16x^2} = 27 \frac{k}{x^2}$$

گام آخر:

$$\frac{F_{\text{خالص}3}}{F_{\text{خالص}1}} = \frac{27 \frac{k}{x^2}}{72 \frac{k}{x^2}} = \frac{3}{8}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۶- مطابق شکل، بار  $q = -50 \mu C$  را در میدان الکتریکی یکنواخت  $E = 5 \times 10^4 \frac{N}{C}$  از نقطه A تا نقطه B جابه جا می کنیم. اگر  $AB = 50 \text{ cm}$  باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار میدان الکتریکی برابر ..... ژول و حاصل  $V_A - V_B$  برابر ..... کیلوولت است. ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )



- (۱)  $-20, -1$   
(۲)  $20, -1/25$   
(۳)  $20, -1$   
(۴)  $15, +1/25$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

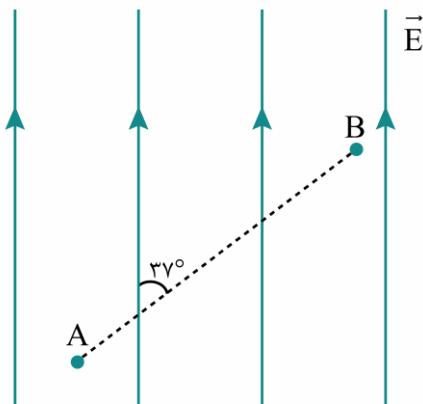
گام اول:

برای محاسبه کار میدان الکتریکی می توان نوشت:

$$W_{\text{میدان}} = Fd \cos \theta = E|q|d \cos \theta = 5 \times 10^4 \times 50 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^{-2} \cos(180 - 37)$$

$$\rightarrow W_{\text{میدان}} = 125 \times 10^{-2} \times (-0.8) = -1 \text{ J}$$

گام آخر:



با توجه به این که از A تا B، در جهت خطوط میدان جابه جا شده ایم، پس  $V_A > V_B$  بوده و باید حاصل  $V_A - V_B$  عددی مثبت باشد. حال می توان نوشت:

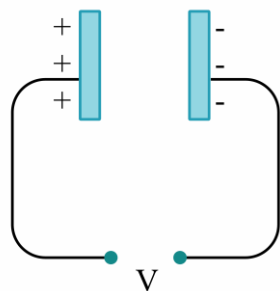
$$|\Delta V| = Ed \cos \theta = 5 \times 10^4 \times 0.5 \times \underbrace{\cos 37}_{0.8}$$

$$\rightarrow |\Delta V| = 2 \times 10^4 \text{ V} = 20 \text{ kV}$$

$$\rightarrow V_A - V_B = 20 \text{ kV}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۷- در شکل زیر، فاصله بین صفحات  $9 \text{ mm}$ ، مساحت هریک از صفحات  $20 \text{ cm}^2$  و بین صفحات، هوا قرار دارد. اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن را چند ولت افزایش دهیم تا تعداد الکترون های هریک از صفحات  $5 \times 10^8$  تغییر کند؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ،  $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ )



- (۱) ۲  
(۲) ۴  
(۳) ۸  
(۴) ۱۶

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه ظرفیت خازن:

$$C = \kappa \epsilon \cdot \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{20 \times 10^{-4}}{0.9 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-11} \text{ F}$$

گام دوم:

محاسبه تغییر بار الکتریکی هریک از صفحات:

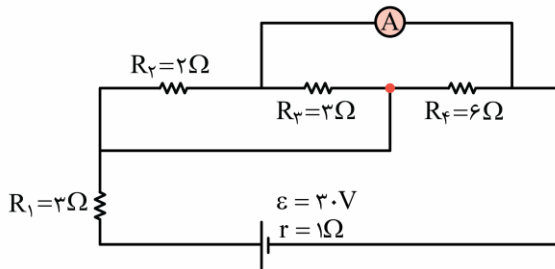
$$\Delta q = ne = 5 \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-11} \text{ C}$$

گام آخر:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \rightarrow 2 \times 10^{-11} = \frac{8 \times 10^{-11}}{\Delta V} \rightarrow \Delta V = 4 \text{ V}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- در مدار شکل زیر، عددی که آمپرسنج ایده آل نشان می دهد چند آمپر بوده و توان تلف شده در باتری چند وات است؟



۱) ۵ و ۳۶

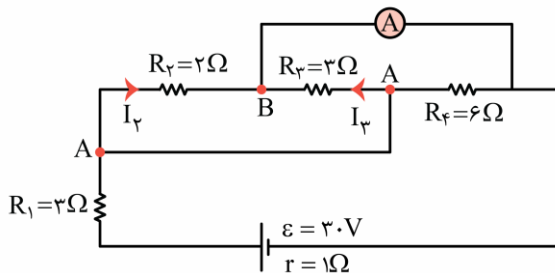
۲) ۱ و ۳۶

۳) ۵ و ۹

۴) ۱ و ۹

پاسخ تشریحی:

ابتدا مقاومت معادل و جریان خروجی از باتری را به دست می آوریم:



$$R_{eq} = R_1 + (R_2 \parallel R_3 \parallel R_4)$$

$$R_{eq} = 3 + (2 \parallel 3 \parallel 6) \rightarrow R_{eq} = 4 \Omega$$

$$I_{\text{باتری}} = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{3.0}{4 + 1} \rightarrow I_{\text{باتری}} = 0.6 \text{ A}$$

توان تلف شده در باتری برابر است با:

$$P = r I^2 = 1 \times 0.36 = 0.36 \text{ W}$$

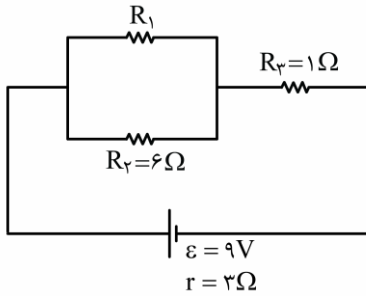
$$V_{AB} = \epsilon - r I - R_1 I$$

$$V_{AB} = 3.0 - (1 \times 0.6) - (3 \times 0.6) = 0.6 \text{ V}$$

$$\begin{cases} I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{0.6}{2} = 0.3 \text{ A} \\ I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{0.6}{3} = 0.2 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج: } I = I_2 + I_3 = 0.3 + 0.2 = 0.5 \text{ A}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- در مدار شکل زیر اگر توان خروجی باتری بیشینه باشد، توان مصرفی مقاومت  $R_1$  چند وات خواهد بود؟



۳ (۱)

۴/۵ (۲)

۶ (۳)

۹ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

هنگامی توان خروجی از باتری بیشینه است که مقاومت معادل مدار برابر  $R_{eq} = r$  باشد. در این حالت جریان خروجی از باتری برابر  $I = \frac{\epsilon}{2r}$  است.

پاسخ تشریحی:

گام اول:

توان خروجی باتری هنگامی بیشینه است که  $R_{eq} = r$  باشد، پس:

$$(R_1 \parallel R_2) + R_3 = r$$

$$\rightarrow (R_1 \parallel 6) + 1 = 3 \rightarrow \frac{6R_1}{6 + R_1} = 2$$

$$\rightarrow 6R_1 = 12 + 2R_1 \rightarrow R_1 = 3\Omega$$

گام آخر:

در این حالت  $I_{\text{باتری}} = \frac{\epsilon}{2r} = \frac{9}{2 \times 3}$  خواهد بود، پس:

$$I_{\text{باتری}} = \frac{9}{2 \times 3} = 1.5 \text{ A}$$

طبق قانون تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی داریم:

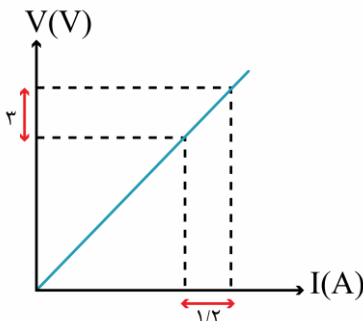
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I_{\text{باتری}} = \frac{6}{3 + 6} \times 1.5 \rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 3 \times (1)^2 \rightarrow P_1 = 3 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان عبوری از یک مقاومت به طول ۲۵ متر، مطابق شکل است. اگر مقاومت ویژه سیم  $1.0 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  و چگالی آن

$4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  باشد، جرم این سیم چند گرم است؟



۱۸ (۱)

۳۶ (۲)

۵۴ (۳)

۷۲ (۴)

محاسبه مقاومت الکتریکی از روی نمودار  $V - I$ :

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{3}{1/2} = 6 \Omega$$

محاسبه سطح مقطع سیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow 6 \Omega = 1.8 \times 10^{-8} \times \frac{25}{A} \rightarrow A = 7.5 \times 10^{-9} \text{ m}^2$$

محاسبه جرم سیم:

$$m = \rho' V = \rho' (AL) = 4 \times 10^{-3} (7.5 \times 10^{-9} \times 25) = 7.5 \times 10^{-3} \text{ kg} = 7.5 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- شکل زیر، یک سیم حامل جریان به جرم ۱۸g، مقاومت الکتریکی  $10 \Omega$  و با سطح مقطع  $4/2 \text{ mm}^2$  را نشان می دهد که درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $240 \text{ G}$ ، قرار گرفته است. جریان چند آمپری و در کدام جهت از سیم عبور کند تا سیم در حالت تعادل قرار بگیرد؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

مقاومت ویژه سیم  $1.4 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$  است.



(۱)  $2/5$  و از D به سمت C

(۲)  $5$  و از C به سمت D

(۳)  $2/5$  و از C به سمت D

(۴)  $5$  و از D به سمت C



محاسبه طول سیم (L):

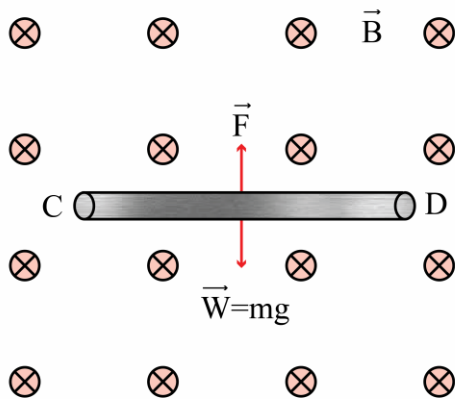
$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow 10 = \frac{1.4 \times 10^{-5} \times L}{42 \times 10^{-7}} \rightarrow L = \frac{10 \times 42 \times 10^{-7}}{1.4 \times 10^{-5}} \rightarrow L = 3 \text{ m}$$

## گام دوم:

محاسبه جریان گذرنده از سیم (I):

به این سیم حامل جریان، دو نیرو وارد می شود، یکی نیروی وزن ( $\vec{W} = mg$ ) و دیگری نیروی مغناطیسی ( $\vec{F}$ ).

برای این که سیم، در حالت تعادل قرار بگیرد، باید براینده نیروهای وارد بر سیم، صفر باشد. به دلیل این که نیروی وزن وارد بر سیم، به طرف پایین است، پس باید نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، به طرف بالا باشد، در ضمن اندازه نیروی مغناطیسی نیز باید با اندازه نیروی وزن وارد بر سیم، برابر باشد تا براینده نیروهای وارد بر سیم صفر باشد و سیم در حالت تعادل قرار بگیرد. پس اندازه نیروی مغناطیسی را با اندازه نیروی وزن وارد بر سیم، برابر قرار می دهیم:



$$F = W \rightarrow ILB \sin \theta = mg$$

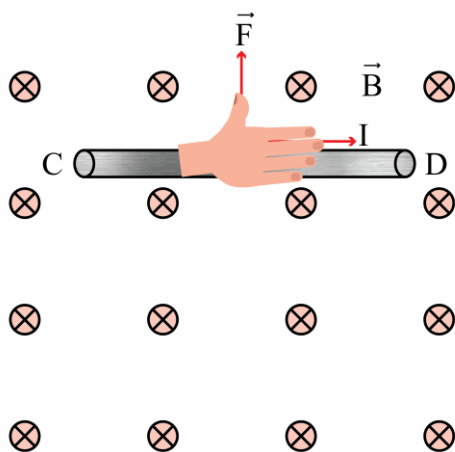
$$L = 3 \text{ m}, B = 240 \text{ G} = 240 \times 10^{-4} \text{ T}, \theta = 90^\circ \rightarrow \sin \theta = \sin 90^\circ = 1$$

$$m = 18 \text{ g} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$I \times 3 \times 240 \times 10^{-4} = 18 \times 10^{-3} \times 10 \rightarrow I = \frac{18 \times 10^{-3} \times 10}{3 \times 240 \times 10^{-4}} \rightarrow I = 2.5 \text{ A}$$

## گام آخر:

به دست آوردن جهت جریان گذرنده از سیم:



برای به دست آوردن جهت جریان گذرنده از سیم، از قاعده دست راست استفاده می کنیم. مطابق با قاعده دست راست، کف دست خود را طوری قرار می دهیم که خطوط میدان مغناطیسی، از کف دست خارج شود (دقت کنید که میدان مغناطیسی در صورت سؤال، درون سو است). در ضمن، انگشت شست دست راست خود را نیز، در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، رو به بالا است، پس انگشت شست دست راست خود را رو به بالا قرار می دهیم. در نهایت، جهت چهار انگشت باز دست راست، جهت جریان گذرنده از سیم را نشان می دهد.

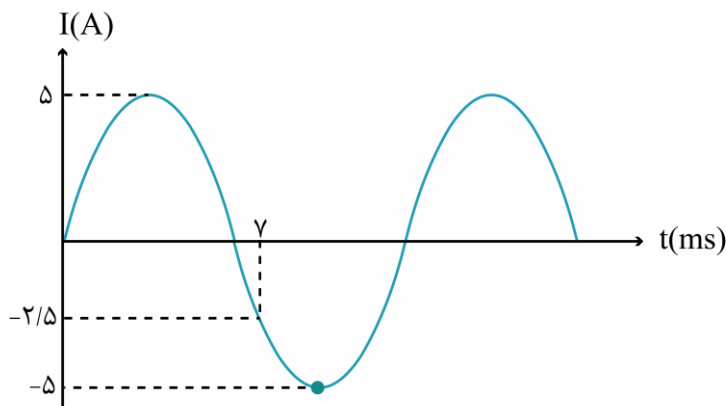
با توجه به شکل زیر و به کارگیری قاعده دست راست، جهت جریان گذرنده از سیم، از C به سمت D خواهد بود.

پس باید، جریان  $2.5 \text{ A}$ ، از C به سمت D، برقرار شود تا سیم در حالت تعادل قرار بگیرد.

## گروه آموزشی ماز

۶۲- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است و از یک رسانای اهمی می گذرد را نشان می دهد. در لحظه

$t = \frac{1}{50} \text{ s}$ ، اندازه نیروی محرکه القایی چند ولت است؟



$$\frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$24\sqrt{2} \quad (2)$$

$$40\sqrt{3} \quad (3)$$

$$20\sqrt{3} \quad (4)$$

محاسبه دوره تناوب (T) جریان متناوب، به کمک نمودار و معادله جریان-زمان مولد جریان متناوب:

فرم کلی معادله جریان-زمان مولد جریان متناوب به صورت  $I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$  است. با توجه به نمودار، بیشینه جریان ( $I_m$ ) برابر  $5A$  است و همچنین با توجه به نمودار در لحظه  $t = 7ms$  برای اولین بار جریان برابر با  $2/5A$  است، پس داریم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[t=7ms=7 \times 10^{-3} s, I=2/5A]{I_m=5A} \rightarrow 2/5 = 5 \sin \left( \frac{2\pi}{T} \times 7 \times 10^{-3} \right)$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2} = \sin \frac{14 \times 10^{-3} \pi}{T}$$

با توجه به این که در لحظه  $t = 7ms$  برای اولین بار برابر با  $2/5A$  است، پس می توان به جای  $-\frac{1}{2}$ ،  $\sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{7\pi}{6}$  را قرار داد:

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin \frac{14 \times 10^{-3} \pi}{T} \rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{14 \times 10^{-3} \pi}{T} \rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2 \times 10^{-3} \pi}{T}$$

$$\rightarrow \frac{1}{6} = \frac{2 \times 10^{-3}}{T} \rightarrow T = 12 \times 10^{-3} s$$

محاسبه جریان در لحظه  $t = \frac{1}{50} s$  به کمک معادله جریان-زمان مولد جریان متناوب:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[t=\frac{1}{50} s, T=12 \times 10^{-3} s]{I_m=5A} \rightarrow I = 5 \sin \frac{2\pi}{12 \times 10^{-3}} \times \frac{1}{50}$$

$$\rightarrow I = 5 \sin \frac{1 \cdot \pi}{3} \xrightarrow{\sin(\frac{1 \cdot \pi}{3}) = \sin(\frac{9\pi}{3} + \frac{\pi}{3}) = \sin(3\pi + \frac{\pi}{3}) = -\sin(\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}} I = 5 \times \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \rightarrow I = -\frac{5\sqrt{3}}{2} A$$

اندازه نیروی محرکه القایی طبق قانون اهم، برابر خواهد بود با:

$$\varepsilon = R |I| = 8 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} V$$

### گروه آموزشی ماز

۶۳- چه تعداد از عبارت های زیر در مورد کمیت ها و یکاها صحیح است؟

الف: کمیت های طول، دما و جریان الکتریکی از کمیت های اصلی هستند.

ب: یکاهای مول، کندلا (شمع) و کیلوگرم از یکاهای اصلی هستند.

پ: یکای فرعی انرژی، برابر  $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$  است.

ت: کمیت های تکانه، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی از کمیت های فرعی و برداری هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نکته:

کمیت های فیزیکی در سیستم SI به دو گروه اصلی و فرعی تقسیم می شوند. هفت کمیت زیر کمیت های اصلی هستند و سایر کمیت ها، کمیت های فرعی می باشند.

| کمیت           | نام یکا     | نماد یکا |
|----------------|-------------|----------|
| طول            | متر         | m        |
| جرم            | کیلوگرم     | kg       |
| زمان           | ثانیه       | s        |
| دما            | کلوین       | K        |
| مقدار ماده     | مول         | mol      |
| جریان الکتریکی | آمپر        | A        |
| شدت روشنایی    | کندلا (شمع) | cd       |

پاسخ تشریحی:

طبق جدول فوق، عبارت های (الف) و (ب) صحیح هستند. حال هریک از عبارت های (پ) و (ت) را بررسی می کنیم:

پ: (۷)

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \text{ژول (J)} \equiv \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

ت: شار مغناطیسی کمیتی نرده ای است. (\*)

### گروه آموزشی ماز

۶۴- در شکل مقابل، مجموعه در حال تعادل است و فشار گاز انتهای لوله ۸۰ cmHg است. فشار هوای محیط چند سانتی متر جیوه است؟

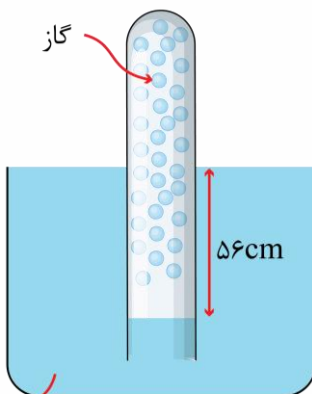
$$(p_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۸۷ (۱)

۷۷ (۲)

۷۵ (۳)

۷۳ (۴)



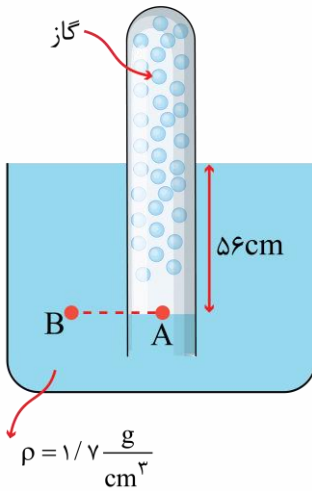
$$\rho = 1/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید فشار ستون مایع به ارتفاع ۵۶ cm برابر ۷ cmHg است.

$$\rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \rightarrow 1/7 \times 56 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 7 \text{ cm}$$

با برابر قرار دادن فشار نقاط A و B داریم:

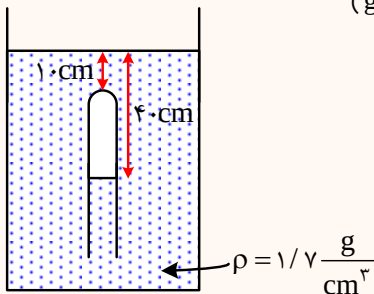


$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{gas}} = P_0 + \gamma \text{cmHg}$$

$$\rightarrow \lambda_0 = P_0 + \gamma \text{cmHg} \rightarrow P_0 = \gamma \text{cmHg}$$

### آزمون سراسری ریاضی فارغ ۱۴۰۱

در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ (چگالی جیوه  $\rho = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



- (۱) ۵  
(۲) ۱۲  
(۳) ۷۱  
(۴) ۸۱

### پاسخ: گزینه ۱

باتوجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:

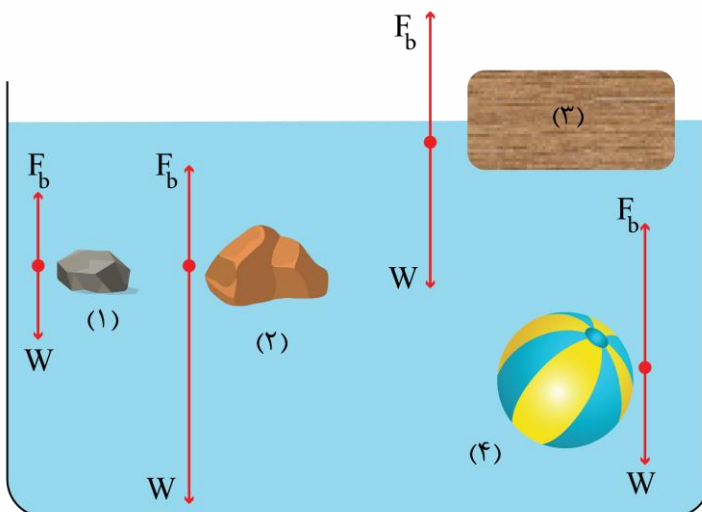
$$P_{\text{gas}} = \rho g h + P_0 \Rightarrow P_{\text{gas}} - P_0 = (\rho g h)_{\text{مایع}} = (\rho g h)_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow (\rho h)_{\text{مایع}} = (\rho h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1/7 \times 40 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{gas}} = P_0 + \gamma \text{cmHg}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۵- در شکل زیر، نیروی شناوری  $F_b$  و نیروی وزن  $W$  وارد بر ۴ جسم نشان داده شده است. در رابطه با این شکل، چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟



الف: جسم‌های (۱) و (۴) در حالت غوطه‌وری قرار می‌گیرند.  
ب: در جسم‌های (۱) و (۳) نیروی شناوری وارد شده بر جسم با نیروی وزن آن‌ها برابر بوده و نیروی خالص وارد شده بر آن‌ها برابر صفر است.

پ: چگالی جسم (۲) بیش‌تر از چگالی مایع درون ظرف است.

- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

**الف:** در شکل نشان داده شده، جسم (۳) در حالت شناوری، جسم (۱) در حالت غوطه‌وری، جسم (۴) در حالت بالا آمدن و جسم (۲) در حالت فرو رفتن قرار می‌گیرد. (\*)

**ب:** جسم‌های (۱) و (۳) در حالت تعادل قرار می‌گیرند؛ بنابراین برای نیروهای وارد بر آن‌ها صفر است. (✓)

**پ:** جسم (۲) در حالت فرو رفتن قرار می‌گیرد و در نتیجه چگالی جسم از چگالی مایع بیش‌تر است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۶۶- مطابق شکل زیر، جسمی را با تندی  $20 \frac{m}{s}$  از پایین سطح شیب‌دار به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. از لحظه پرتاب تا لحظه‌ای که در برگشت جسم، انرژی جنبشی آن  $\frac{2}{3}$  برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن باشد، جسم چند متر را روی سطح پیموده است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )، سطح بدون اصطکاک است و پایین

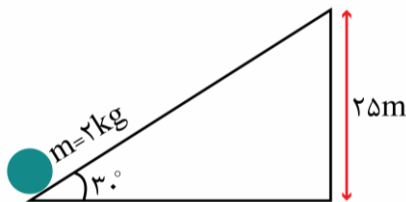
سطح شیب‌دار را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیرد.

۵۶ (۱)

۵۲ (۲)

۴۰ (۳)

۵۸ (۴)



چون نیروهای مقاوم نداریم، پس انرژی مکانیکی پایسته است.

نقطه (۱) را محل پرتاب و نقطه (۲) را بالاترین جایی که جسم می‌رود در نظر می‌گیریم و با استفاده از پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 20^2 = m \times 10 \times h \rightarrow h = 20 \text{ m}$$

چون زاویه سطح شیب‌دار  $30^\circ$  درجه است، پس ابتدا ۴۰ متر به طرف بالا روی سطح می‌رود و سپس برمی‌گردد.

در برگشت در مکانی که انرژی جنبشی  $\frac{2}{3}$  برابر انرژی پتانسیل است، داریم:

$$E_1 = E_x$$

$$E_1 = K_x + U_x = \frac{5}{3} U_x \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = \frac{5}{3} U_x \rightarrow U_x = 240 \text{ J}, K_x = 160 \text{ J}$$

$$U_x = mgh_x \rightarrow 240 = 2 \times 10 \times h_x \rightarrow h_x = 12 \text{ m}$$

بنابراین جسم ۸ متر از بالاترین نقطه به سمت پایین آمده که روی سطح برابر ۱۶م خواهد شد. در مجموع جسم  $40 + 16 = 56 \text{ m}$  حرکت کرده است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- جسمی با انرژی جنبشی  $2500 \text{ J}$  روی مسیری افقی در حال حرکت است. اگر کار  $W_1$  روی آن انجام شود، تندی آن  $5 \frac{m}{s}$  افزایش می‌یابد و اگر کار  $W_2$

روی آن انجام شود تندی آن  $10 \frac{m}{s}$  بیش‌تر خواهد شد. اگر  $W_2$ ،  $575 \text{ J}$  بزرگ‌تر از  $W_1$  باشد، تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟

۵۵ (۴)

۴۰ (۳)

۵۰ (۲)

۶۰ (۱)

انرژی جنبشی جسم برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow 2500 = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1)$$

حالا باید کارها را محاسبه کنیم. طبق قضیه کار انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2}m((v+5)^2 - v^2) = \frac{1}{2}m(10v + 25) \\ W_2 &= \frac{1}{2}m((v+10)^2 - v^2) = \frac{1}{2}m(20v + 100) \end{aligned} \right.$$

$$\xrightarrow{W_2 - W_1 = 575} W_2 - W_1 = \frac{1}{2}m(10v + 75) = 575 \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}m(10v + 75)} = \frac{v^2}{10v + 75} = \frac{2500}{575} = \frac{100}{23}$$

$$23v^2 - 100v - 7500 = 0 \rightarrow v = 50 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۸- برای ذوب یک تکه یخ به جرم ۵۰۰g با دمای  $-20^\circ C$  و تبدیل آن به آب  $10^\circ C$ ، از یک گرم کن با توان ثابت ۱۴۰۰W استفاده می شود. این فرایند توسط

$$\text{گرم کن در چند دقیقه انجام می شود؟} \quad (L_F = 336000 \frac{J}{kg}, c_{\text{یخ}} = 200 \frac{J}{kg \cdot K}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K})$$

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

گام اول:

برای ذوب یخ  $-20^\circ C$  و تبدیل آن به آب با دمای  $10^\circ C$  باید گرمای Q را به آن بدهیم:

$$Q = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} = m\left(\frac{c_{\text{آب}}}{2} \times 20 + L_F + c_{\text{آب}} \times 10\right)$$

$$Q = m \times 100 \times c_{\text{آب}} = 0.5 \times 100 \times 4200 = 21000 J$$

گام آخر:

گرمای Q توسط گرم کن با توان ثابت گرفته می شود.

$$Q = Pt \rightarrow 21000 = 1400 \cdot t \rightarrow t = 15 s = 2/5 \text{ min}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۹- تکه فلزی به جرم ۱۰۰۰g و چگالی  $25 \frac{g}{cm^3}$  را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی  $5700 \frac{J}{^\circ C}$  که حاوی ۱/۵kg آب است، می اندازیم. فلز گرمای Q را از دست

می دهد و دمای آب و ظرف  $5/0^\circ C$  افزایش می یابد تا مجموعه به تعادل گرمایی برسد. در صورتی که تغییر حجم فلز در این فرایند  $0.06 cm^3$  باشد،

$$\text{ضریب انبساط حجمی آن چند واحد SI است؟} \quad (c_{\text{فلز}} = 600 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C})$$

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

(متوسط - محاسباتی / ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

گام اول:

چون فلز گرما از دست داده و ظرف و آب گرما می گیرند و دمای آن ها افزایش می یابد، پس می توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = |Q_{\text{فلز}}| \rightarrow mc_{\text{آب}}\Delta\theta + C_{\text{ظرف}}\Delta\theta = |mc_{\text{فلز}}\Delta\theta'|$$

$$(1/5 \times 4200 \times 5/0) + (5700 \times 5/0) = 1 \times 600 \times |\Delta\theta'| \rightarrow |\Delta\theta'| = 10^\circ C$$

گام آخر:

حالا با دانستن تغییر حجم فلز، می توان از رابطه  $\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta \theta$  ضریب انبساط حجمی را به دست آورد:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1000}{25} = 40 \text{ cm}^3$$

$$0.06 = 3\alpha \times 40 \times 10 \rightarrow 3\alpha = 1/5 \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- مقداری گاز کامل، در فرایندی گرما می گیرد و دمای آن کاهش می یابد. کدام نتیجه گیری صحیح است؟

- (۱) ممکن است حجم گاز کاهش یافته باشد.
- (۲) قطعاً فشار گاز کاهش یافته است.
- (۳) این فرایند ممکن است هم فشار بوده باشد.
- (۴) انرژی درونی گاز ثابت مانده است.

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

دمای گاز پایین آمده؛ بنابراین انرژی درونی گاز کاهش یافته است ( $\Delta U < 0$ ).  
با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U < 0, Q > 0} W < 0$$

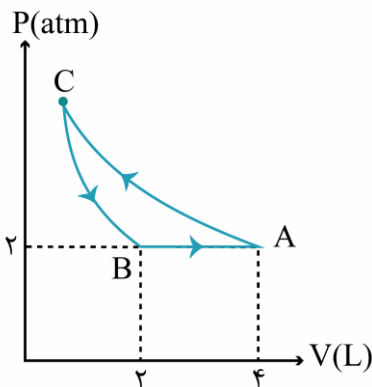
بنابراین گاز روی محیط کار انجام داده و حجم آن افزایش یافته است. برای بررسی فشار گاز از قانون گازهای کامل کمک می گیریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{V_2 > V_1, T_2 < T_1} P_2 < P_1 \rightarrow \text{فشار گاز کاهش یافته است.}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- مقدار معینی گاز آرمانی، چرخه زیر را طی می کند که در آن فرایندهای AC و CB به ترتیب هم دما و بی دررو هستند. اگر مقدار کار انجام شده در فرایند CB برابر ۱۰۰۰J باشد، در فرایند BA گاز چند ژول گرما گرفته است؟

- (۱) ۱۴۰۰
- (۲) -۱۴۰۰
- (۳) ۷۰۰
- (۴) -۷۰۰



(متوسط - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

۱- با توجه به این که در چرخه ترمودینامیکی، دستگاه پس از طی چند فرایند مختلف به حالت اولیه خود باز می گردد و حالت اولیه با نهایی یکسان است، پس تغییر انرژی درونی برابر صفر است. ( $\Delta U = 0$ )

۲- می دانیم تغییر انرژی درونی در چرخه را می توان به صورت مجموع تغییر انرژی درونی فرایندها نوشت. در فرایند هم دما چون دما ثابت است پس انرژی درونی ثابت است و تغییرات انرژی درونی فرایند هم دما صفر است. در فرایند بی دررو هیچ گرمایی با محیط مبادله نمی شود و قانون اول ترمودینامیک برای این فرایند به صورت زیر است:

$$\Delta U_{\text{بی دررو}} = Q_{\text{بی دررو}} + W_{\text{بی دررو}} \rightarrow \Delta U_{\text{بی دررو}} = W_{\text{بی دررو}}$$

پاسخ تشریحی:

براساس نکات گفته شده در مورد چرخه ترمودینامیکی می توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{BA} + \Delta U_{AC} + \Delta U_{CB} = 0$$

طبق قانون اول ترمودینامیک و نکات گفته شده در مورد فرایندهای هم‌دما و بی‌دررو می‌توان ادامه داد:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = W_{BA} + Q_{BA} + \dots + W_{CB} + \dots = 0$$

بنابراین:

$$Q_{BA} = -(W_{CB} + W_{BA})$$

کار BA را با توجه به سطح زیر نمودار آن به دست می‌آوریم (در این فرایند گاز منبسط شده پس کار انجام شده روی گاز منفی است):

$$|W_{BA}| = S_{BA} \rightarrow W_{BA} = -2 \times \underbrace{10^{+5}}_{\text{تبدیل واحد atm به Pa}} \left( (4-2) \times \underbrace{10^{-3}}_{\text{تبدیل واحد لیتر به m}^3} \right) = -400 \text{ J}$$

بنابه فرض مسئله در فرایند CB، اندازه کار برابر ۱۰۰۰ J بوده و در فرایند CB گاز منبسط می‌شود و کار منفی است:

$$W_{CB} = -1000 \text{ J}$$

بنابراین:

$$Q_{BA} = -(W_{CB} + W_{BA}) = -(-1000 - 400) = 1400 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف: هنگام عبور جریان پایا از القاگر آرمانی انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود.

ب: ضریب القاوری یک القاگر به تعداد دور، طول، سطح مقطع القاگر و جنس هسته داخل آن بستگی دارد.

پ: اگر با ثابت ماندن طول سیملوله، تعداد دور در واحد طول سیملوله ۲ برابر شود، ضریب القاوری آن ۴ برابر می‌شود.

ت: با ۲ برابر کردن جریان یک حلقه، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز آن ۲ برابر می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:

**الف:** در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر) تنها وقتی انرژی وارد القاگر می‌شود که جریان در آن افزایش یابد. این انرژی تلف نمی‌شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می‌شود. هنگام عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی (سیم‌پیچ بدون مقاومت)، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود. (✓)

**ب:** ضریب القاوری سیملوله به تعداد دور، طول، سطح مقطع و جنس هسته درون آن بستگی دارد و برای یک سیملوله بدون هسته، از رابطه  $L = \frac{\mu_r N^2 A}{\ell}$  به دست می‌آید. (✓)

**پ:** در این حالت  $\ell$  ثابت است و  $N$ ، ۲ برابر می‌شود؛ بنابراین:

$$L = \frac{\mu_r N^2 A}{\ell} \xrightarrow{N: 2 \text{ برابر}} 4L \text{ (✓)}$$

**ت:** میدان در مرکز یک حلقه با جریان آن متناسب است؛ بنابراین با ۲ برابر شدن جریان، میدان مغناطیسی در مرکز حلقه ۲ برابر می‌شود. (✓)

### گروه آموزشی ماز

۷۳- گلوله‌ای را در شرایط خلأ از بالای ساختمان بلندی رها می‌کنیم. اگر این گلوله با سرعت  $32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سطح زمین برخورد کند، در ۲ ثانیه آخر حرکت، چند

متر را طی کرده است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

۴۴ (۴)

۳۴ (۳)

۲۲ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

طبق رابطه  $v = -gt$  چون در هر ثانیه به اندازه  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به مقدار سرعت افزوده می‌شود پس سرعت این گلوله ۲ ثانیه قبل از برخورد به زمین  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  بوده است.

پس مسافت طی شده توسط این گلوله در ۲ ثانیه آخر برابر است با:

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \rightarrow \Delta y = \frac{12 + 32}{2} \times 2 = 44 \text{ m}$$

● گروه آموزشی ماز ●

۷۴- پره های یک بالگرد در هر دقیقه ۱۲۰۰ دور می چرخند. اگر طول پره ۴m باشد، تندی حرکت نوک پره، چند متر بر ثانیه بیش تر از تندی حرکت نقطه ای در وسط پره است؟

۲۴۰π (۴)

۸۰π (۳)

۱۶۰π (۲)

۴۰π (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه دوره چرخش:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{1200} = \frac{1}{20} s$$

گام آخر:

محاسبه اختلاف تندی چرخش:

$$\text{پره وسط: } r_1 = \frac{4}{2} = 2m \rightarrow v_1 = \frac{2\pi r_1}{T} = \frac{2\pi \times 2}{\frac{1}{20}} = 80\pi \frac{m}{s}$$

$$\text{پره نوک: } r_2 = 4m \rightarrow v_2 = \frac{2\pi r_2}{T} = \frac{2\pi \times 4}{\frac{1}{20}} = 160\pi \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow v_2 - v_1 = 160\pi - 80\pi = 80\pi \frac{m}{s}$$

● گروه آموزشی ماز ●

۷۵- تار به طول ۲۰cm و جرم ۴ گرم بین دو نقطه محکم بسته شده و نیروی کشش آن ۲۰۰N است و در مد  $n=2$  خود نوسان می کند. طول موج امواج صوتی گسیل شده از تار در هوا چند سانتی متر است؟ (تندی صوت در هوا  $340 \frac{m}{s}$  است.)

۶۸ (۴)

۳۴ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

گام اول:

محاسبه تندی انتشار موج در تار:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{200 \times 0.2}{4 \times 10^{-3}}} = \sqrt{10^4} = 100 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

محاسبه بسامد:

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{2 \times 100}{2 \times 0.2} = 500 \text{ Hz}$$

گام آخر:

محاسبه طول موج در هوا:

$$\lambda = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} = \frac{340}{500} = 0.68m = 68cm$$

● گروه آموزشی ماز ●

۷۶- اگر از واکنش میان دو عنصر  $A$  و  $X$ ، ترکیب یونی با فرمول شیمیایی  $A_2X_3$  تشکیل شود، کدام مورد زیر درست است؟

- (۱) آرایش الکترونی عنصر فلزی  $A$ ، می تواند به زیرلایه  $np^1$  ختم شود.
- (۲) عنصر  $X$  در واکنش با فلز لیتیم، ترکیبی با فرمول  $Li_3X$  را ایجاد می کند.
- (۳) تفاوت عدد اتمی عنصر  $X$  با عدد اتمی یک گاز نجیب، می تواند برابر با ۴ واحد باشد.
- (۴) عنصر  $A$ ، در حالت جامد سطح درخشان داشته و به یقین، هیچ زیرلایه ای با  $l = 2$  در آن از الکترون اشغال نشده است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پایخ شیمی

در این واکنش، اتم  $A$  به یون  $A^{2+}$  و اتم  $X$  به یون  $X^{3-}$  تبدیل می شود. از واکنش این یون ها و کنار هم قرار گرفتن آن ها، ترکیب  $A_2X_3$  تولید می شود. یون لیتیم نیز برای شرکت در ترکیب های یونی به یون  $Li^+$  تبدیل می شود. از واکنش یون  $X^{3-}$  و یون لیتیم، ترکیب یونی  $Li_3X$  تولید می شود. توجه داریم که این ماده، یک ترکیب یونی دوتایی است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) آرایش الکترونی عناصر گروه ۱۳ جدول تناوبی به زیرلایه  $np^1$  ختم می شود. فلزهای این گروه برای شرکت در ترکیبات یونی به یون سه بار مثبت تبدیل می شوند. این درحالی است که عنصر  $A$  در ترکیب یونی، به صورت یون  $A^{2+}$  یافت می شود.

۳) عناصر گروه ۱۵ جدول تناوبی، برای شرکت در ترکیبات یونی به یون  $X^{3-}$  تبدیل می شوند. عدد اتمی این عناصر با گاز نجیب هم دوره خود ۳ تا فاصله دارد. از طرفی عدد اتمی این عناصر با گاز نجیب دوره قبل خود حداقل برابر ۵ است (حداقل برای دوره هایی است که زیرلایه های دسته  $d$  و  $f$  هنوز شروع به پر شدن نکرده اند).

۴) عنصر  $A$  جزوه دسته فلزها بوده و همانند آن ها در حالت جامد سطحی درخشان دارد. این عنصر می توان معادل عناصر واسطه ای باشد که ظرفیت +۲ دارند. برای مثال عنصر روی در واکنش با نافلزات، به یون  $Zn^{2+}$  تبدیل می شود.

### گروه آموزشی ماز

۷۷- در رابطه با طیف نشری-خطی عناصر، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) از این روش، فقط برای تشخیص عناصر فلزی موجود در یک نمونه می توان استفاده کرد.
- (۲) شمار خطوط مرئی موجود در طیف نشری-خطی عناصر هم گروه، به یقین با هم برابر است.
- (۳) با استفاده از مدل کوانتومی، فقط می توان طیف نشری-خطی عناصر تناوب اول را توجیه کرد.
- (۴) اگر از آلیاژ سه فلز طیف نشری-خطی بگیریم، خطوط موجود در طیف همه عناصر، در طیف نهایی مشاهده می شوند.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی - ۱۰۰)

پایخ شیمی

خطوط ایجاد شده در طیف نشری خطی اتم هر عنصر، نشان دهنده بازگشت الکترون از لایه های الکترونی بالاتر به لایه های الکترونی پایین تر است. بعضی از این انتقالات در ناحیه مرئی امواج الکترومغناطیس قرار می گیرند. از طیف نشری-خطی یک نمونه، می توان برای فهمیدن نوع عناصر موجود در آن نمونه استفاده کرد. اگر در نمونه ای عناصر مختلف  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  حضور داشته باشند، در طیف نشری-خطی این نمونه، همه خطوط موجود در طیف نشری-خطی عناصر  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  یافت می شود.

برای پی بردن به نوع عناصر موجود در یک ستاره، نور حاصل از آن ستاره را از یک منشور عبور داده و طیف نشری-خطی ایجاد شده را به طور دقیق بررسی می کنند. هر عنصری که در ستاره ای مورد نظر وجود داشته باشد، خط های مربوط به طیف آن در طیف نشری-خطی ایجاد شده وجود خواهد داشت. برای پی بردن به دمای سطحی ستاره ها نیز از رنگ نور گسیل شده از آن ها استفاده می شود. هرچقدر که پرتوهای نوری گسیل شده از ستاره ای مورد نظر انرژی بیشتر و طول موج کوتاهتری داشته باشد، آن ستاره دمای سطحی بالاتری خواهد داشت.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) هر عنصر (فلز، شبه فلز یا نافلز) طیف نشری-خطی مخصوص خود را دارد و ازین طریق می توانیم عنصر یا عناصر موجود در یک نمونه را شناسایی کنیم. برای مثال، لیتیم و هیدروژن، طیف های نشری-خطی دارند که در آن ها ۴ خط با طول موج های متفاوت وجود دارد.

۲) تعداد و طول موج خطوط موجود در طیف نشری-خطی عناصر ارتباط مستقیمی با شماره گروه و یا عدد اتمی ندارد و برای هر عنصر موجود در جدول، منحصر به فرد است. برای مثال هر دو عنصر لیتیم و سدیم مربوط به گروه ۱ یعنی گروه فلزات قلیایی هستند اما به ترتیب در طیف نشری-خطی خود در حیطه امواج مرئی، ۴ و ۷ خط دارند.

۳ نیلز بور با ارائه مدلی، توانست طیف نشری-خطی عنصر هیدروژن را توجیه کند اما این مدل توانایی توجیه طیف نشری-خطی سایر عناصر از جمله عنصر هلیوم، سدیم و ... را نداشت. توجه داریم در تناوب اول جدول دوره‌ای، علاوه بر عنصر هیدروژن، عنصر هلیوم نیز حضور دارد. نمودار زیر ویژگی‌های اتم هیدروژن را نمایش می‌دهد:



### گروه آموزشی ماز

۷۸- اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته هر اتم  ${}^{A}_{Z}X$  برابر با ۸ عدد باشد، کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با این عنصر درست خواهد بود؟  
 آ: در آرایش الکترونی این عنصر، ۷ زیرلایه پر از الکترون و یک زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد.  
 ب: این عنصر در حالت خالص، جریان الکتریسیته را عبور داده و متعلق به گروه چهاردهم است.  
 پ: عنصر مورد نظر، با فلز نیکل هم‌تناوب بوده و خواص شیمیایی آن مشابه خواص شیمیایی گوگرد است.  
 ت: شمار نوترون‌ها در هسته اتم این عنصر، ۳ برابر شمار نوترون‌ها در یکی از ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم است.  
 (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۰۰۱)

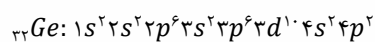


تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته هر اتم از عنصر مورد نظر، برابر ۸ عدد است. ابتدا تعداد نوترون و پروتون عنصر مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:  

$${}^{A}_{Z}X: \begin{cases} n + p = 72 \\ n - p = 8 \end{cases} \Rightarrow n = 40, p = 32$$
  
 در رابطه با این عنصر، عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

### بررسی موارد:

آ: عنصر  ${}^{72}_{32}X$  معادل ژرمانیم بوده و آرایش الکترونی آن به‌صورت زیر است:



در آرایش الکترونی این عنصر، ۷ زیرلایه پر وجود دارد ولی زیرلایه نیمه‌پری حضور ندارد. توجه داریم که ظرفیت زیرلایه  $p$  برابر ۶ الکترون بوده، درحالی‌که زیرلایه  $4p$  در این اتم، فقط ۲ الکترون دارد.

ب: ژرمانیم از دسته شبه‌فلزات موجود در جدول دوره‌ای است. عناصر شبه‌فلزی همانند فلزها و برخلاف عناصر نافلزی (بجز گرافیت)، در حالت جامد رسانای جریان برق هستند.

شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آنها اغلب همانند نافلزها است. توجه داریم که همه‌ی عناصر شبه‌فلزی موجود در جدول تناوبی در دسته‌ی  $p$  این جدول قرار می‌گیرند. به عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه‌فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. خواص این دو عنصر شبه‌فلزی به شرح زیر است:

- این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.
- سیلیسیم و ژرمانیم، همانند عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربه‌ی چکش، خرد می‌شوند.
- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.
- اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

پ: ژرمانیم همانند نیکل در تناوب ۴ جدول دوره‌ای حضور دارد. ژرمانیم نوعی شبه‌فلز است. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده درحالی‌که خواص شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است. گوگرد دومین عنصر نافلزی گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است.

در رابطه با این عنصر، داریم:

|      |                                                                                                |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| خواص | در طبیعت به شکل جامد زرد رنگ یافت می شود                                                       |
|      | در حضور اکسیژن کافی می سوزد و شعله ای آبی رنگ تولید می کند                                     |
|      | به همراه اکسیژن، بخش قطبی پاک کننده های غیرصابونی را تشکیل می دهد                              |
|      | صابون حاوی مواد گوگرددار، برای از بین بردن جوش های صورت و همچنین قارچ های پوستی استفاده می شود |

**ت:** عنصر  $X$  در هسته خود ۴۰ نوترون دارد. از طرفی در یک نمونه طبیعی از منیزیم، ایزوتوپ های  $^{24}_{12}Mg$ ،  $^{25}_{12}Mg$  و  $^{26}_{12}Mg$  حضور دارند که به ترتیب ۱۳، ۱۴ و ۱۵ نوترون در هسته خود دارند. نسبت تعداد نوترون اتم  $X$  (۴۰) به تعداد نوترون هیچ کدام از ایزوتوپ های منیزیم برابر ۳ نیست. حتی بدون اطلاع از ایزوتوپ های طبیعی عنصر منیزیم می توانستیم این عبارت را رد کنیم چون تعداد نوترون های هسته یک اتم عددی صحیح است اما عدد ۴۰ نمی تواند ۳ برابر هیچ عدد صحیحی باشد!

### گروه آموزشی ماز

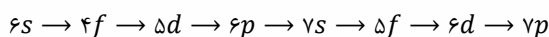
۷۹- با توجه به روند پر شدن زیرلایه ها بر اساس قاعده آفبا، زیرلایه .....، زودتر از زیرلایه  $6p$  از الکترون اشغال شده و اولین زیرلایه الکترونی که حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون را دارد، متعلق به لایه الکترونی ..... است و در میان عناصر موجود در تناوب ..... از الکترون پر می شود.

(۱)  $7s$  - پنجم - پنجم (۲)  $6s$  - پنجم - ششم (۳)  $5f$  - چهارم - پنجم (۴)  $5d$  - چهارم - ششم

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۰۰)



ترتیب پر شدن زیرلایه ها در دوره ششم و هفتم جدول دوره ای به صورت زیر است:



پر شدن زیرلایه ها تنها به عدد کوانتومی اصلی وابسته نیست؛ بلکه از یک قاعده کلی به نام قاعده آفبا پیروی می کند. قاعده آفبا ترتیب پر شدن زیرلایه ها را در اتم های گوناگون نشان می دهد. مطابق این قاعده هنگام افزودن الکترون به زیرلایه ها، نخست زیرلایه های نزدیک تر به هسته پر می شوند که دارای انرژی کمتر هستند و سپس لایه های بالاتر پر خواهند شد. براساس قاعده آفبا هرچه انرژی یک زیرلایه کمتر باشد، آن زیرلایه زودتر از الکترون پر می شود. هرچه یک زیرلایه  $n+l$  پایین تری داشته باشد، انرژی آن زیرلایه نیز کمتر است. برای مثال زیرلایه  $4s$  زودتر از زیرلایه  $3d$  شروع به گرفتن الکترون می کند. هنگامی که مقدار  $n+l$  برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه با عدد کوانتومی اصلی کوچک تر، انرژی کمتری داشته و زودتر از الکترون پر می شود. برای مثال، زیرلایه  $3p$  نسبت به زیرلایه  $4s$  انرژی کمتری دارد.

زیرلایه  $4f$ ، نخستین زیرلایه ای است که ظرفیت ۱۴ الکترون را دارد. این زیرلایه بیرونی ترین زیرلایه در لایه الکترونی چهارم بوده و در تناوب ششم جدول دوره ای و بعد از زیرلایه  $6s$  شروع به پر شدن می کند.

### گروه آموزشی ماز

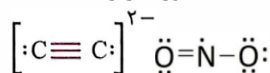
۸۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) ساختار لوویس گونه های  $N_2O$  و  $SBr_2$  مشابه هم است.
- (۲) در ساختار یون نیترات، برخلاف یون سولفات، اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی دارد.
- (۳) در ساختار یون  $C_2^{2-}$ ، برخلاف مولکول نیتروژن دی اکسید، همه اتم ها به آرایش گاز نجیب هم دوره خود رسیده اند.
- (۴) اگر در یون  $CO_3^{2-}$ ، عدد اکسایش اتم فلزی با عدد اکسایش گوگرد در  $SO_3$  برابر باشد،  $x$  با بار یون فسفات برابر است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)



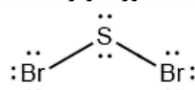
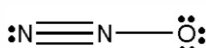
ساختار لوویس یون کربید ( $C_2^{2-}$ ) و مولکول نیتروژن دی اکسید ( $NO_2$ ) به صورت زیر است:



در ساختار یون کربید، هر دو اتم کربن به آرایش هشت تایی رسیده اند؛ در حالی که در مولکول نیتروژن دی اکسید، اتم مرکزی به آرایش هشت تایی نرسیده و این مولکول یک گونه رادیکال است. رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود الکترون جفت نشده دارد. در بدن ما طی واکنش های متنوع و پیچیده، رادیکال هایی تولید می شوند که اگر به وسیله بازدارنده ها جذب نشوند، می توانند با انجام واکنش های سریع، به بافت بدن آسیب برسانند. لیکوپن یکی از این بازدارنده ها است که در گوجه فرنگی و هندوانه یافت می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

① ساختار لوویس گونه های  $N_2O$  و  $SBr_2$  به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، دی نیتروژن مونوکسید برخلاف گوگرد دی برمید در ساختار خود یک پیوند سه گانه و یک پیوند یگانه داشته و روی اتم مرکزی خود نیز الکترون ناپیوندی ندارد؛ بنابراین ساختار لوویس این دو گونه مشابه هم نیست.

ساختار لوویس یون های نیترات و سولفات به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در ساختار هیچ یک از این دو یون، روی اتم مرکزی الکترون ناپیوندی حضور ندارد.

مجموع عدد اکسایش اتم ها در یک گونه باردار برابر بار گونه و در یک گونه خنثی برابر صفر است. ابتدا عدد اکسایش اتم مرکزی در مولکول گوگرد تری اکسید را محاسبه می کنیم:

$$SO_3 : S + 3 \times (-2) = 0 \Rightarrow S = 6$$

حال عدد اکسایش اتم کرم در یون  $Cr_2O_7^{2-}$  را برابر ۶+ قرار داده و بار آن را بدست می آوریم:

$$Cr_2O_7^{2-} : 2 \times (+6) + 7 \times (-2) = x \Rightarrow x = -2$$

بار الکتریکی یون فسفات با فرمول شیمیایی  $(PO_4)^{3-}$ ، برابر ۳- است.

### گروه آموزشی ماز

۸۱- چه تعداد از عبارت های داده شده درست است؟

- آ: مولکول دی نیتروژن پنتاکسید، دارای ۷ اتم از دو عنصر متفاوت بوده و حالت فیزیکی آن در دمای اتاق، مشابه اتانول است.  
ب: یون منیزیم، در ترکیب با آنیون تک اتمی کربن، ترکیب یونی منیزیم کربید با فرمول شیمیایی  $Mg_2C$  را ایجاد می کند.  
پ: ساده ترین ترکیب کتونی، دارای ۶ اتم  $H$  بوده و در شرایط یکسان، سخت تر از یک نمونه آب تبخیر می شود.  
ت: کوارتز، نمونه خالصی از سیلیسیم است که در دما و شرایط اتاق، به حالت جامد دیده می شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

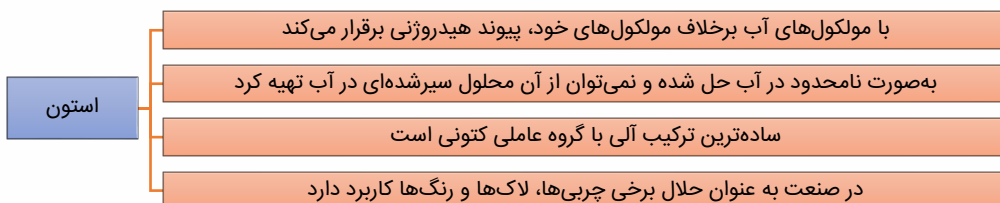
هیچ کدام از عبارت های داده شده درست نیستند.

بررسی موارد:

آ: مولکول دی نیتروژن پنتاکسید با فرمول مولکولی  $N_2O_5$ ، در ساختار خود ۷ اتم از عناصر اکسیژن و نیتروژن دارد. این گونه در دمای اتاق به حالت جامد یافت می شود. از واکنش این ماده با آب، نیتریک اسید تولید می شود.

ب: از عنصر کربن هیچ یون تک اتمی (آنیون و کاتیون) در طبیعت حضور ندارد. توجه داریم که کربن و سیلیسیم، عناصر اصلی تشکیل دهنده جامدات کوالانسی هستند. هرچند که از این عناصر تاکنون هیچ یون تک اتمی شناخته نشده است، اما این اتم ها در ساختار برخی یون های چند اتمی حضور دارند. برای مثال سیلیسیم در یون سیلیکات ( $SiO_4^{4-}$ ) حضور داشته و می تواند در تشکیل ترکیب های یونی شرکت کند. از طرفی کربن در ساختار یون هایی مانند کربنات یا کربید حضور دارد. از واکنش یون منیزیم و یون کربید ترکیب منیزیم کربید با فرمول شیمیایی  $MgC_2$  تولید می شود.

پ: استون ساده ترین کتون بوده و نقطه جوش آن از آب کمتر است. در رابطه با این ماده، داریم:



ت: سیلیس ( $SiO_2$ ) فراوان ترین ترکیب موجود در کره زمین است و از عناصر سیلیسیم و اکسیژن تشکیل شده است. کوارتز نمونه خالص و ماسه نمونه ناخالص سیلیس است. از سیلیس خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه، در تولید منشور و عدسی استفاده می شود.

سیلیس ( $SiO_2$ ) یکی از سازنده های اصلی بسیاری از سنگ ها، صخره ها و همچنین شن و ماسه است. وجود این ماده، باعث استحکام و ماندگاری سازه های سنگی و نقشکند های روی آن ها شده است. سیلیس نوعی جامد کوالانسی محسوب می شود و همانطور که می دانیم، در ساختار جامدهای کوالانسی، مولکول های مجزا وجود ندارد و این مواد، شامل شمار بسیار زیادی اتم بوده که با پیوند اشتراکی به هم متصل شده و ساختاری به هم پیوسته و غول آسا را تشکیل داده اند. با توجه به توضیحات داده شده، برای توصیف جامدهای کوالانسی نمی توان از واژه مولکول استفاده کرد.

### گروه آموزشی ماز

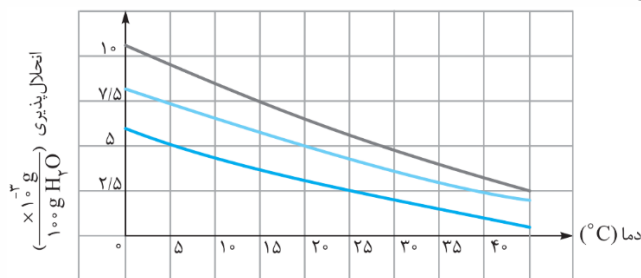
72 ()

پاسخ تشریحی:

۴. (۱)

پاسخ تشریحی:

با توجه به توضیحات داده شده، خط مشکی در نمودار زیر، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید را در دماهای مختلف نشان می دهد:



حال با استفاده از غلظت مولار محلول، جرم گاز نیتروژن مونوکسید حل شده در ۱ لیتر از محلول در شرایط ذکر شده را محاسبه می کنیم:

$$? g NO = \frac{2/5 \times 10^{-3} mol NO}{1 L} \times \frac{30 g NO}{1 mol NO} = 2/5 \times 10^{-2} g \cdot L^{-1}$$

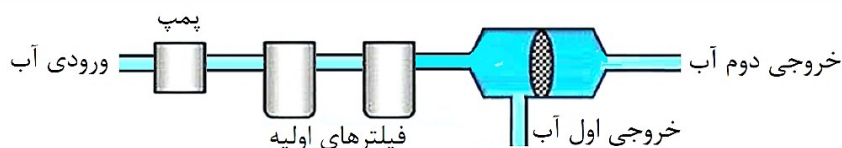
باتوجه به اینکه غلظت حل شونده در محلول بسیار پایین است، چگالی محلول را برابر چگالی آب مقطر یعنی  $1 g \cdot mL^{-1}$  فرض می کنیم. در ۱ لیتر از محلول که تقریباً معادل ۱۰۰۰ گرم از آن است،  $2/5 \times 10^{-2}$  گرم نیتروژن مونوکسید حل شده است. بنابراین انحلال پذیری این گاز در این شرایط برابر است با:

$$انحلال پذیری = \frac{جرم حل شونده}{جرم آب} \times 100 = \frac{2/5 \times 10^{-2}}{1000} \times 100 = 2/5 \times 10^{-3} g/100 g H_2O$$

طبق نمودار، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در دمای  $15^\circ C$ ، برابر  $2/5 \times 10^{-3}$  گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

### گروه آموزشی ماز

۸۴- تصویر زیر، نمایی از فرایند انجام شده در نوعی از دستگاه تصفیه آب به کمک غشای نیمه تراوا را نشان می دهد:



با توجه به فرایند انجام شده، چه تعداد از عبارتهای داده شده نادرست است؟

آ: وجود فیلترهای اولیه در این دستگاه، مدت زمان قابل استفاده از غشای نیمه تراوای موجود در آن را افزایش می دهد.

ب: انحلال پذیری گاز اکسیژن در محلول خارج شده از خروجی دوم، بیشتر از محلول خارج شده از خروجی اول است.

پ: با توقف فعالیت پمپ موجود در این دستگاه، ذرات آب در طول غشای نیمه تراوا به سمت محلول غلیظ تر حرکت می کنند.

ت: محلول خارج شده از خروجی اول آب، فاقد مواد سمی بوده و از آن می توان برای آشامیدن استفاده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

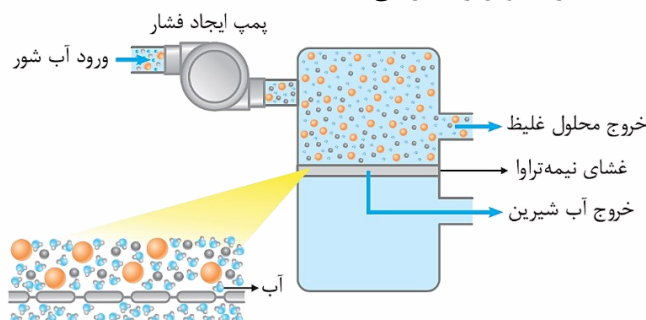
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)



تصویر مورد نظر، نمایی از فرایند اسمز معکوس را نشان می دهد. در دستگاه اسمز معکوس، یک محلول با غلظت مشخص، از طریق یک ورودی و با استفاده از یک پمپ، وارد دستگاه می شود. در واقع، پمپ نیروی مورد نیاز برای انجام شدن فرایند اسمز معکوس را تامین می کند. با ورود آب تصفیه نشده به دستگاه، این محلول با استفاده از یک غشای نیمه تراوا به دو محلول مختلف تفکیک شده و با استفاده از خروجی های دستگاه خارج می شود. یکی از این محلول های خروجی، آب تصفیه شده است و محلول دیگر نیز حاوی غلظت بالایی از مواد حل شونده است. چون کل مواد حل شده در محلول اولیه ورودی، وارد محلول غلیظ خروجی شده و این محلول در مقایسه با محلول ورودی حجم کمتری دارد، پس می توان گفت محلول غلیظ تولید شده، نسبت به آب شور اولیه غلظت نمک بیشتری دارد. تصویر زیر، ساختار دستگاه اسمز معکوس را نشان می دهد:



در رابطه با این فرایند، فقط عبارت (ت) نادرست است.

بررسی موارد:

**آ:** با به کار بردن فیلترهای اولیه، مقداری از ناخالصی‌های موجود در آب شور قبل از رسیدن به غشای نیمه‌تراوا از آب جدا شده و مقدار کمتری از آن‌ها پشت غشای نیمه‌تراوا به دام می‌افتند؛ بنابراین ماندگاری غشا افزایش پیدا کرده و مدت طولانی‌تری می‌توان از آن استفاده کرد.

**ب:** انحلال پذیری گازها با مقدار حل‌شونده موجود در آب ارتباط عکس دارد. با تصفیه آب، مقدار حل‌شونده‌های موجود در آن کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه، انحلال‌پذیری گازها در آن افزایش می‌یابد.

**پ:** با توقف فعالیت پمپ، فرایند اسمز معکوس از کار افتاده و فرایند اسمز عادی بین محلول‌ها اتفاق می‌افتد. در طی فرایند اسمز، مولکول‌های آب از محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر حرکت می‌کنند.

**ت:** محلول خارج شده از خروجی اول، کل مواد مضر و سمی موجود در نمونه اولیه آب را شامل می‌شود و مطلقاً برای آشامیدن قابل استفاده نیست. توجه داریم که حتی با انجام کامل اسمز معکوس، هنوز هم میکروب‌ها در محلول رقیق ایجاد شده در خروجی دوم وجود دارند. چنین آبی برای آشامیدن مناسب نبوده و حتماً باید قبل از مصرف آن را کلرزنی کرد.

گروه آموزشی ماز

۸۵- مقدار ۱۸۰ گرم محلول سیر شده از یک نمک با دمای  $55^{\circ}\text{C}$  را گرما می‌دهیم تا آب خود را از دست داده و ۶۰ گرم نمک خشک بدست آید. اگر در محلول سیر شده این نمک در دمای  $5^{\circ}\text{C}$ ، جرم حلال ۴ برابر جرم حل‌شونده باشد، ضریب  $\theta$  در معادله خطی انحلال‌پذیری برای این نمک، کدام است؟

۰/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

-۰/۲۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله ۱۰۰۳)



در محلول سیر شده این نمک در دمای  $55^{\circ}\text{C}$ ، از ۱۸۰ گرم محلول، ۶۰ گرم آن مربوط به نمک حل‌شونده بوده و ۱۲۰ گرم آب در آن وجود دارد. حال با استفاده از فرمول زیر، انحلال‌پذیری این نمک را در دمای  $55^{\circ}\text{C}$  محاسبه می‌کنیم:

$$S = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{60}{120} \times 100 = 50 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

از طرفی در دمای  $5^{\circ}\text{C}$  طبق گفته صورت سوال جرم حلال (آب)، ۴ برابر جرم حل‌شونده است. انحلال‌پذیری نمک را در این دما نیز محاسبه می‌کنیم:

$$S = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{x}{4x} \times 100 = 25 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

برای بدست آوردن شیب نمودار انحلال‌پذیری-دما برای یک نمک (مقدار تغییر انحلال‌پذیری آن نمک به ازای افزایش دمایی معادل  $1^{\circ}\text{C}$ )، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$m = \frac{S_x - S_y}{\theta_x - \theta_y} \Rightarrow m = \frac{50 - 25}{55 - 5} = \frac{25}{50} = 0.5$$

با توجه به شیب بدست آمده، انحلال‌پذیری نمک با افزایش دمایی معادل  $1^{\circ}\text{C}$ ، به مقدار  $0.5 \text{ g} \cdot (100 \text{ g H}_2\text{O})^{-1}$  افزایش پیدا خواهد کرد. حال با استفاده از شیب نمودار انحلال‌پذیری-دما و انحلال‌پذیری نمک در یکی از دماهای داده شده، می‌توانیم معادله انحلال‌پذیری نمک را بدست آوریم:

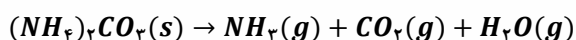
$$S = m\theta + b \Rightarrow 50 = 0.5 \times 55 + b \Rightarrow b = 22.5 \Rightarrow S = 0.5\theta + 22.5$$

با این رابطه، می‌توانیم انحلال‌پذیری نمک را در هر دمایی که در آن آب به صورت مایع حضور دارد، محاسبه کنیم.

گروه آموزشی ماز

۸۶- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر این واکنش با بازده ۵۰٪ انجام شده باشد و در آن، ۱۹۲ گرم واکنش‌دهنده ناخالص شرکت کرده باشد و ۵/۶ لیتر گاز آمونیاک در شرایط استاندارد تولید شده باشد، درصد خلوص واکنش‌دهنده کدام است؟

$$(H = 1 \text{ و } C = 12 \text{ و } N = 14 \text{ و } O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



۱۲/۵ - ۵ (۴)

۲۵ - ۵ (۳)

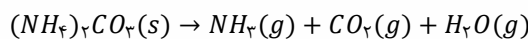
۱۲/۵ - ۶ (۲)

۲۵ - ۶ (۱)

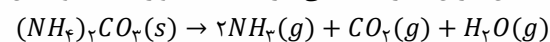
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله ۱۱۰۱)



معادله واکنش انجام شده به صورت مقابل است:



ابتدا برای شروع موازنه، به آمونیوم کربنات  $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$  ضریب ۱ می‌دهیم. آمونیاک  $(\text{NH}_3)$  نیز برای موازنه شدن نیتروژن، ضریب ۲ می‌گیرد. در مرحله بعد بخار آب  $(\text{H}_2\text{O})$  برای موازنه شدن هیدروژن ضریب ۱ و کربن دی‌اکسید  $(\text{CO}_2)$  برای موازنه شدن کربن، ضریب ۱ می‌گیرد. معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت مقابل است:



همانطور که مشخص است، مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش پس از موازنه برابر ۵ است. حال به حل قسمت دوم سوال می پردازیم. ابتدا باتوجه به بازده واکنش، حجم آمونیاک نظری تولیدشده را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\text{مقدار فراورده نظری}}{\text{مقدار فراورده عملی}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{5/6 L}{11/2 L} \times 100 \Rightarrow 11/2 L = \text{مقدار فراورده نظری}$$

برای تبدیل مقدار فراورده نظری به مقدار فراورده عملی می توانیم مقدار فراورده نظری را در بازده ضرب کنیم. همچنین برای تبدیل مقدار فراورده عملی به مقدار فراورده نظری، می توانیم مقدار فراورده عملی را به بازده تقسیم کنیم. برای مثال در این سوال داریم:

$$\frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{بازده}} = \frac{5/6 L}{50} = 11/2 L = \text{مقدار فراورده نظری}$$

در مرحله بعد، با استفاده از مقدار آمونیاک نظری تولیدشده، مقدار واکنش دهنده خالص مصرف شده را بدست می آوریم:

$$? g (NH_4)_2CO_3 = 11/2 L NH_3 \text{ نظری} \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{22/4 L NH_3} \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2CO_3}{2 \text{ mol } NH_3} \times \frac{96 g (NH_4)_2CO_3}{1 \text{ mol } (NH_4)_2CO_3} = 24 g$$

در پایان، با استفاده از فرمول زیر، درصد خلوص واکنش دهنده را حساب می کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{24 g}{192 g} \times 100 \Rightarrow \text{درصد خلوص} = 12/5$$

بنابراین در این واکنش درصد خلوص واکنش دهنده برابر ۱۲/۵ درصد بوده است.

### گروه آموزشی ماز

۸۷- چند مورد از موارد زیر، در رابطه با عناصر جدول دوره ای درست است؟

آ: دو عنصر که تفاوت عدد اتمی آن ها برابر با دو واحد است، می توانند شمار الکترون های ظرفیتی برابری داشته باشند.

ب: شماره دوره تنها عنصر فلزی از جدول دوره ای که در شرایط اتاق مایع دارد، بیشتر از شماره دوره نیکل است.

پ: اگر فعالیت شیمیایی فلز X بیشتر از فعالیت شیمیایی پتاسیم باشد، فلز X به یقین در تناوب چهارم قرار ندارد.

ت: اگر شعاع اتمی فلز M برابر با X نانومتر باشد، شعاع اتمی شبه فلز هم تناوب با M، کوچک تر از X نانومتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

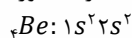
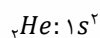
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پایخ شیمی

همه عبارت های داده شده درست هستند.

بررسی موارد

آ: تفاوت عدد اتمی دو عنصر هلیوم و برلیوم برابر ۲ بوده و تعداد الکترون های لایه ظرفیت آن ها با هم برابر است. عنصر هلیوم ( $He$ )، نخستین گاز نجیب جدول دوره ای بوده و با عدد اتمی ۲، دارای ۲ الکترون در لایه ظرفیتی خود است. برلیوم ( $Be$ )، نخستین عنصر گروه دوم جدول دوره ای بوده و دارای ۲ الکترون در لایه ظرفیتی خود است. آرایش الکترونی این عناصر، به صورت زیر است:



هیدروژن و لیتیم نیز دارای ۱ الکترون ظرفیتی بوده و عدد اتمی آن ها به اندازه ۲ واحد تفاوت دارد.

ب: عنصر جیوه با نماد  $Hg$ ، تنها فلز مایع جدول دوره ای است. این عنصر در دوره ششم و گروه ۱۲ جدول دوره ای قرار دارد. از طرفی عنصر نیکل مربوط به دوره چهارم و گروه ۱۰ جدول دوره ای است. شاید در ابتدا فکر کنید که حفظ کردن عدد اتمی عنصر جیوه خارج از چهارچوب بودجه بندی کنکور است، اما اگر تنها می دانستیم عنصر جیوه در ۴ تناوب نخست جدول دوره ای حضور ندارد، می توانستیم بگویم شماره تناوب این عنصر بالاتر از نیکل است! توجه داریم که تنها نافلز مایع موجود در جدول دوره ای نیز برم است.

پ: بیشترین خاصیت فلزی در تناوب چهارم جدول دوره ای، مربوط به فلز پتاسیم است. این عنصر، بین عناصر فلزی موجود در تناوب چهارم دارای بالاترین شعاع اتمی و بیشترین تمایل به از دست دادن الکترون (اکسایش یافتن) است. بنابراین فلزی با واکنش پذیری بیشتر نسبت به فلز پتاسیم، قطعاً نمی تواند مربوط به این تناوب باشد.

روندهای تناوبی در جدول دوره ای، بر اساس کمیت هایی قابل توضیح هستند. یکی از این کمیت ها، شعاع اتمی است. در یک گروه از جدول دوره ای، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی نیز افزایش پیدا می کند و در یک دوره از جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش پیدا می کند. خاصیت فلزی (تمایل به از دست دادن الکترون) با شعاع اتمی رابطه مستقیم و خاصیت نافلزی (تمایل به گرفتن الکترون)، با شعاع اتمی رابطه عکس دارد. بنابراین در هر تناوب از جدول دوره ای، فلز گروه ۱ (فلز قلیایی)، بیشترین خاصیت فلزی و نافلز گروه ۱۷ (هالوژن)، بیشترین خاصیت نافلزی را دارد.

ت: فلزها در سمت چپ و مرکز جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. نافلزها نیز در سمت راست آن قرار دارند. عناصر شبه‌فلزی، همانند پلی بین فلزات و نافلزات هستند. از طرفی، عدد اتمی عناصر یک تناوب از چپ به راست افزایش پیدا می‌کند. بنابراین مقایسه عدد اتمی یک فلز، شبه فلز و نافلز که در یک تناوب از جدول دوره‌ای قرار گرفته باشند، به صورت مقابل است:

$$Z_{\text{فلز}} > Z_{\text{شبه فلز}} > Z_{\text{نافلز}}$$

با افزایش عدد اتمی در یک تناوب، تعداد لایه‌های الکترونی اطراف هسته ثابت باقی می‌ماند و از طرفی تعداد پروتون‌های هسته افزایش پیدا می‌کند. با افزایش تعداد پروتون‌های هسته و در نتیجه افزایش جاذبه بین هسته و لایه آخر الکترونی، شعاع اتم کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین مقایسه شعاع یک فلز، یک شبه فلز و یک نافلز از یک تناوب به صورت مقابل است:

$$R_{\text{نافلز}} > R_{\text{شبه فلز}} > R_{\text{فلز}}$$

### گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام موارد زیر درست است؟

آ: استخراج فلز پتاسیم از ترکیب‌های حاوی این عنصر، سخت‌تر از استخراج فلز روی است.

ب: در هر عنصری از گروه چهاردهم که در حالت جامد سطح صیقلی دارد، زیرلایه  $3p$  پر از الکترون است.

پ: عنصری از تناوب سوم که با عنصر  ${}^{52}_{24}\text{Mn}$  هم گروه است، همانند فلز سدیم، به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.

ت: فراورده حاصل از واکنش گاز اکسیژن با مس ( $I$ ) سولفید در معادن مس، مشابه فراورده حاصل از سوختن گوگرد است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

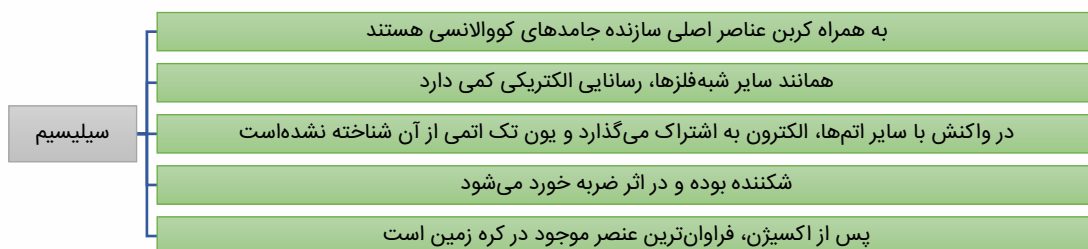


عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

### بررسی موارد

آ: با افزایش واکنش‌پذیری فلزها، جدا کردن (استخراج) آن‌ها از ساختار ترکیب‌های حاوی آن‌ها سخت‌تر می‌شود. پتاسیم فلزی اصلی است که در تناوب ۴ و گروه اول جدول دوره‌ای قرار دارد. روی نیز فلزی واسطه است که در در تناوب ۴ و گروه ۱۲ جدول دوره‌ای قرار دارد. به طور کلی فلزات واسطه نسبت به فلزات اصلی واکنش‌پذیری کمتری داشته و راحت‌تر می‌توان آن‌ها را از ترکیبشان استخراج کرد.

ب: سیلیسیم نخستین عنصری از گروه چهاردهم جدول دوره‌ای است که در حالت جامد، سطحی درخشان دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$  همانطور که مشخص است، زیرلایه  $3p$  در این عنصر پر از الکترون نیست. نمودار زیر، ویژگی‌های کلی عنصر سیلیسیم را نمایش می‌دهد:



جدول زیر، برخی از ویژگی‌های مختلف عناصر مهم جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد:

| نماد شیمیایی |                |                 |                |                 |                |                |                |                 |        |        | خواص فیزیکی یا شیمیایی                 |
|--------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|--------|--------|----------------------------------------|
| Ge           | Pb             | P               | Mg             | Cl              | Sn             | Al             | Na             | S               | Si     | C      | شیمیایی                                |
| دارد         | دارد           | ندارد           | دارد           | ندارد           | دارد           | دارد           | دارد           | ندارد           | دارد   | دارد   | رسانایی الکتریکی                       |
| دارد         | دارد           | ندارد           | دارد           | ندارد           | دارد           | دارد           | دارد           | ندارد           | دارد   | ندارد  | رسانایی گرمایی                         |
| دارد         | دارد           | ندارد           | دارد           | ندارد           | دارد           | دارد           | دارد           | ندارد           | دارد   | ندارد  | سطح صیقلی                              |
| ندارد        | دارد           | ندارد           | دارد           | ندارد           | دارد           | دارد           | دارد           | ندارد           | ندارد  | ندارد  | چکش‌خواری                              |
| اشتراک       | الکترون می‌دهد | اشتراک          | الکترون می‌دهد | اشتراک          | الکترون می‌دهد | الکترون می‌دهد | الکترون می‌دهد | اشتراک          | اشتراک | اشتراک | تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون |
|              |                | الکترون می‌گیرد |                | الکترون می‌گیرد |                |                |                | الکترون می‌گیرد |        |        |                                        |

پ: فلزات قلیایی (مانند سدیم) و قلیایی خاکی واکنش‌پذیری بالایی داشته و در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شوند. برای تعیین شماره گروه عناصر با استفاده از عدد اتمی، از فرمول مقابل استفاده می‌کنیم:

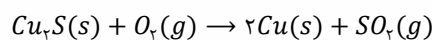
$$\text{عدد اتمی عنصر مورد نظر} - \text{عدد اتمی گاز نجیب بعدی} = 18 - \text{شماره گروه}$$

حال شماره گروه عنصری با عدد اتمی ۵۲ را محاسبه می کنیم:

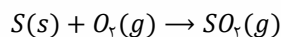
$$۱۶ = (۵۲ - ۵۴) - ۱۸ = \text{شماره گروه}$$

عنصر گوگرد در گروه ۱۶ و تناوب سوم جدول دوره ای قرار دارد. برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن و گوگرد در طبیعت به حالت آزاد یافت می شوند. وجود نمونه هایی از فلزهای مس، نقره و پلاتین در طبیعت نیز گزارش شده است.

ت: از واکنش زیر برای استخراج فلز مس استفاده می شود:



گوگرد طبق معادله زیر در حضور اکسیژن کافی می سوزد و شعله ای آبی رنگ تولید می کند.



همانطور که مشخص است، گوگرد دی اکسید ( $SO_2$ )، فراورده مشترک این دو واکنش است.

### گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از سرگروه خانواده ترکیبهای آروماتیک،  $2/5$  برابر مولکول اتیلن است.
- (۲) در ساختار هر هیدروکربن سیرنشده، اتم کربنی وجود دارد که توسط ۴ پیوند، به ۳ اتم دیگر متصل شده است.
- (۳) شمار ترکیبهای شناخته شده از عنصر کربن، بیشتر از شمار ترکیبهای شناخته شده از عنصر اکسیژن است.
- (۴) شمار اتمهای  $H$  در یک آلکان  $n$  کربنه، با شمار اتمهای  $H$  در یک سیکلوآلکان  $n + 1$  کربنه برابر است.

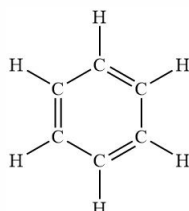
پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

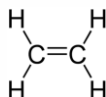
در ترکیبات آلی، سیرنشده بودن به معنای حضور پیوند دو یا سه گانه بین اتمهای کربن است. هر اتم کربن ۴ الکترون ظرفیتی دارد که از همه آنها برای تشکیل پیوند استفاده می کند. اتم کربن می تواند با تشکیل ۴ پیوند یگانه یا ۲ پیوند یگانه و ۱ پیوند دوگانه یا ۱ پیوند سه گانه یا ۲ پیوند دوگانه به آرایش هشت تایی برسد. بنابراین اتمهای کربن در ترکیبات آلی، با ۳، ۴ و یا ۲ اتم دیگر پیوند تشکیل می دهند. آلکین ها از هیدروکربن های سیرنشده هستند که در آنها بین دو اتم کربن پیوند سه گانه  $C \equiv C$  حضور دارد. اتمهایی کربنی که در تشکیل پیوند سه گانه حضور دارند، با تشکیل ۴ پیوند اشتراکی، به ۲ اتم دیگر متصل شده اند.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) بنزن، هیدروکربنی سیرنشده است که سرگروه خانواده مهمی از هیدروکربن ها به نام آروماتیک ها است. فرمول ساختار این هیدروکربن به صورت زیر است:



این ماده در ساختار خود ۱۵ پیوند اشتراکی دارد. توجه داریم که پیوند دوگانه، معادل با ۲ پیوند شمارش می شود. اتیلن نام قدیمی نخستین و ساده ترین آلکن یعنی اتن است. فرمول ساختاری اتن به صورت زیر است:



مولکول اتن در ساختار خود، ۶ پیوند اشتراکی بین اتمها دارد؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر  $\frac{15}{6}$  یا  $2/5$  است.

- ۳) شمار ترکیبهای شناخته شده از کربن، از مجموع ترکیبات شناخته شده از سایر عناصر بیشتر است؛ بنابراین می توان نتیجه گرفت شمار ترکیبهای شناخته شده از آن از اکسیژن بیشتر است.

نمودار زیر برخی ویژگی‌های کربن و آلوتروپ‌ها (دگرشکل‌ها)ی کربن را نشان می‌دهد:



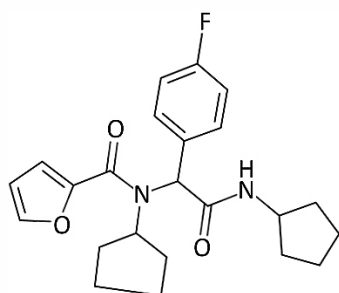
فرمول کلی آلکان‌ها به صورت  $C_xH_{2x+2}$  و فرمول کلی سیکلوآلکان‌ها به صورت  $C_yH_{2y}$  است. حال اگر  $y$  را برابر  $x + 1$  در نظر بگیریم، تعداد هیدروژن دو گونه با یکدیگر برابر می‌شود. در این رابطه، داریم

$$y = x + 1 \Rightarrow 2y = 2x + 2$$

### گروه آموزشی ماز

۹۰- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

$$(H = 1 \text{ و } C = 12 \text{ و } N = 14 \text{ و } O = 16 : g.mol^{-1})$$



آ: جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن موجود در هر مول از آن، با هم برابر است.

ب: شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن، ۲ برابر شمار حلقه‌های کربنی است.

پ: پنج مورد از اتم‌های کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.

ت: می‌تواند با آب واکنش بدهد و نوعی ترکیب آمینی را تولید کند.

۱) «آ» و «ب»

۲) «ب» و «پ»

۳) «پ» و «ت»

۴) «آ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ شش‌پایه

ابتدا با توجه به فرمول به فرمول موجود در این ترکیب را بدست می‌آوریم:

$$(تعداد هالوژن) - (تعداد پیوند سه‌گانه) - (تعداد پیوند دوگانه) - (تعداد حلقه) + 2 = (تعداد کربن) \times 2$$

$$27 - (4 \times 2) - (2 \times 2) - (7 \times 2) - 1 + 2 \times (1) = 27$$

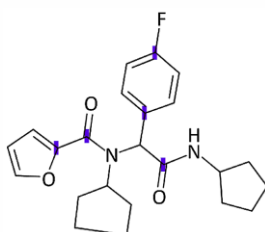
بنابراین فرمول مولکولی ترکیب ذکر به صورت  $C_{27}H_{27}O_2N_2F$  است. در رابطه با این ماده، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: ۱ مول از این ترکیب، ۲۷ مول اتم هیدروژن معادل ۲۷ گرم هیدروژن و ۲ مول اتم نیتروژن معادل ۲۸ گرم نیتروژن دارد. همانطور که مشخص است، جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن موجود در هر مول از این ماده، با هم برابر نیست.

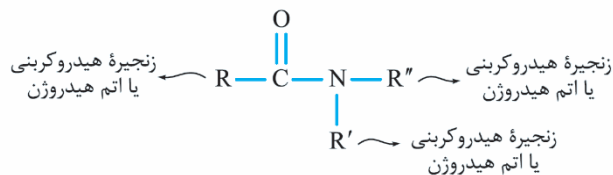
ب: در ساختار این مولکول، تعداد ۷ پیوند دوگانه و ۳ حلقه کربنی حضور دارد. توجه داریم که در ساختار یکی از حلقه‌های آن اتم اکسیژن حضور داشته و حلقه کربنی به‌شمار نمی‌رود. البته در این ترکیب نیاز به شمارش تعداد حلقه‌های کربنی نیست؛ چراکه عدد ۷ نمی‌تواند ۲ برابر هیچ عدد صحیحی باشد!

پ: اتم‌های کربنی که با اتم‌هایی بجز هیدروژن، ۴ پیوند اشتراکی برقرار کرده‌اند، نمی‌توانند پیوندی با اتم یا اتم‌های هیدروژن برقرار کنند. اتم‌های کربنی با این ویژگی، در تصویر زیر مشخص شده‌اند:



طبق تصویر، ۵ اتم کربن از کربن‌های این ترکیب، با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی تشکیل نداده‌اند.

**ت:** ترکیبات آمینی در واکنش با کربوکسیلیک اسیدها، نوعی آمید و آب تولید می کنند. این واکنش دوطرفه بوده و آمیدها می توانند در واکنش با آب، به اسید و آمین سازنده خود تبدیل شوند. این مولکول در حیطه کتاب درسی، در ساختار خود دارای گروه های عاملی آمیدی و اتری است و می تواند در واکنش با آب، یک آمین و یک اسید تولید کند. در اینجا منظور از اسید، ترکیبی است که در ساختار خود گروه عاملی کربوکسیل دارد. ساختار کلی ترکیب های آمیدی به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

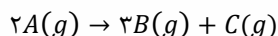
۹۱- واکنش  $2A(g) \rightarrow 3B(g) + C(g)$  با استفاده از  $2/5$  مول گاز  $A$  در یک ظرف ۲ لیتری آغاز شده است. اگر پس از ۵۰ ثانیه، غلظت گازهای  $A$  و  $B$  در ظرف واکنش برابر شده باشد، کدام عبارت به یقین درست است؟

- (۱) پس از گذشتن ۱۰۰ ثانیه از ابتدای واکنش، مقدار ۳ مول گاز  $B$  می تواند در ظرف واکنش حضور داشته باشد.
- (۲) سرعت متوسط این واکنش شیمیایی، در طول این ۵۰ ثانیه، برابر با  $0/9$  مول بر لیتر بر دقیقه خواهد بود.
- (۳) سرعت متوسط تولید گاز  $C$  در یک دقیقه نخست این واکنش می تواند برابر با  $0/1$  مول بر ثانیه باشد.
- (۴) مدت زمان لازم برای تجزیه شدن کل گاز  $A$  وارد شده به ظرف، بیشتر از ۱۲۵ ثانیه است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



باتوجه به ضرایب مواد در معادله موازنه شده، تغییر مول و مقدار مول هرکدام از مواد را در ثانیه ۵۰ محاسبه می کنیم:

| گاز             | $A$        | $B$  | $C$ |
|-----------------|------------|------|-----|
| مول اولیه       | $2/5$      | ۰    | ۰   |
| تغییر مول       | $-2x$      | $3x$ | $x$ |
| مول در ثانیه ۵۰ | $2/5 - 2x$ | $3x$ | $x$ |

طبق صورت سوال، در ثانیه ۵۰، مول مواد  $A$  و  $B$  برابر است، بنابراین داریم:

$$2/5 - 2x = 3x \Rightarrow x = 0/5$$

در ۵۰ ثانیه اول واکنش، ۱ مول از ماده  $A$  که معادل ۴۰ درصد از کل واکنش دهنده است، مصرف شده است. اگر واکنش با همین سرعت پیش رود، در طی ۱۲۵ ثانیه ( $50 \times \frac{5}{4}$ )، کل واکنش دهنده به فرآورده ها تبدیل شده و واکنش پایان می یابد. توجه داریم که با گذشت زمان، غلظت واکنش دهنده و در نتیجه سرعت واکنش، کاهش پیدا می کند؛ بنابراین برای انجام کامل واکنش قطعاً بیش از ۱۲۵ ثانیه زمان لازم است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) در طی ۵۰ ثانیه از شروع واکنش،  $1/5$  مول از ماده  $B$  تولید شده است. با گذشت زمان سرعت واکنش کاهش پیدا می کند و این کاهش سرعت خطی نیست؛ بنابراین نمی توان گفت در ۵۰ ثانیه دوم، حداقل چه مقداری از ماده  $B$  تولید خواهد شد.

۲) سرعت واکنش از تقسیم سرعت مصرف یا تولید هر ماده موجود در واکنش به ضریب آن بدست می آید. حال باتوجه به مقدار کاهش غلظت ماده  $A$ ، سرعت واکنش را محاسبه می کنیم:

$$\bar{R} = \frac{\frac{\Delta n}{V}}{\text{ضریب} \times t} = \frac{\frac{1}{2}}{2 \times \frac{50}{60}} = 0/3 \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

۳) ابتدا سرعت مصرف ماده  $C$  را در ۵۰ ثانیه نخست محاسبه می کنیم:

$$\bar{R}_C = \frac{\frac{\Delta n}{V}}{t} = \frac{0/5}{50} = 0/01 \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

با گذشت زمان، سرعت تولید و مصرف همه مواد گازی کاهش پیدا می کند؛ بنابراین سرعت متوسط تولید ماده  $C$  در ۶۰ ثانیه نخست باید کمتر از سرعت متوسط تولید این ماده در ۵۰ ثانیه ابتدای واکنش باشد و نمی تواند برابر با  $0/01$  مول بر ثانیه باشد.

گروه آموزشی ماز

۹۲- اگر یک گلوله فلزی را در استخری از آب بیندازیم، گرما از سمت گلوله به طرف نمونه آب جاری می شود. در رابطه با این دو نمونه ماده، کدام موارد از عبارات زیر درست است؟

- آ: انرژی گرمایی اولیه گلوله فلزی در مقایسه با انرژی گرمایی نهایی آن بیشتر است.  
 ب: در ابتدای فرایند، انرژی جنبشی هر ذره سازنده گلوله فلزی بیشتر از هر ذره آب است.  
 پ: اگر ظرفیت گرمایی گلوله کمتر از نمونه آب باشد، میزان تغییر دمای گلوله کمتر از نمونه آب خواهد بود.  
 ت: پس از برقراری تعادل گرمایی میان این دو نمونه ماده، گرمای ویژه آن ها به طور چشمگیری تغییر می کند.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پایخ تشریحی

وقتی دو نمونه با دماهای مختلف با یکدیگر تماس پیدا کنند، گرما از نمونه ای که دمای بالاتری دارد، به سمت نمونه ای با دمای پایین تر جاری می شود تا زمانی که هر دو نمونه به دمای برابر (دمای تعادل) برسند؛ بنابراین در این سوال می توان متوجه شد که دمای اولیه گلوله فلزی بالاتر از آب استخر بوده است. به عبارت دیگر، گلوله فلزی گرم تر از آب استخر بوده است. در رابطه با این مواد، عبارات های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: طی این فرایند، گرما از گلوله فلزی به آب انتقال پیدا کرده و دمای آن کاهش پیدا می کند. با کاهش دمای نمونه، انرژی گرمایی آن نیز کاهش پیدا می کند؛ بنابراین مقدار انرژی گرمایی نهایی آن کمتر از مقدار انرژی گرمایی اولیه آن است.

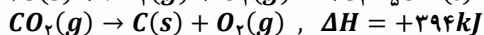
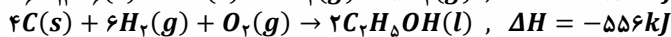
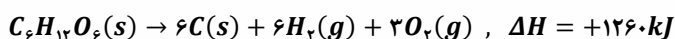
ب: در ابتدای فرایند، دمای گلوله فلزی بالاتر از آب است. دمای یک نمونه، نشان دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن است؛ بنابراین انرژی جنبشی یک ذره از ذرات سازنده گلوله فلزی در ابتدای فرایند، بیشتر از انرژی جنبشی یک ذره از آب استخر است.

پ: گرمای داده شده از طرف گلوله آهنی، برابر با گرمای دریافت شده از جانب آب است. طبق فرمول گرما  $Q = C\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{C}$ ، مقدار تغییر دما با اندازه ظرفیت گرمایی نمونه رابطه عکس دارد؛ بنابراین اگر ظرفیت گرمایی گلوله فلزی کمتر از ظرفیت گرمایی نمونه آب موجود در استخر باشد، مقدار تغییر دمای گلوله بیشتر خواهد بود.

ت: گرمای ویژه به معنای مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم از یک نمونه به اندازه  $1^\circ\text{C}$  است. گرمای ویژه به جنس ماده بستگی دارد اما برخلاف ظرفیت گرمایی یک نمونه، به جرم آن ماده وابسته نیست. در حین ایجاد تعادل گرمایی و با تغییر دمای اجسام، ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه نمونه ها تغییر محسوسی نمی کند.

### گروه آموزشی ماز

۹۳- با توجه به واکنش های گرمایشی زیر:



به ازای مصرف ۳۶ گرم واکنش دهنده در واکنش  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) \rightarrow 2\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l}) + 2\text{CO}_2(\text{g})$ ، چند کیلوژول گرما با محیط اطراف مبادله می شود؟

( $H = 1$  و  $C = 12$  و  $O = 16$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۱۶/۸ (۴)

۳۳/۶ (۳)

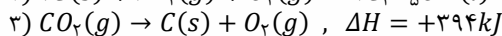
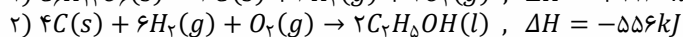
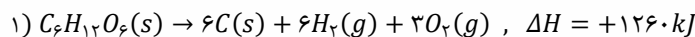
۱۸/۴ (۲)

۳۶/۸ (۱)

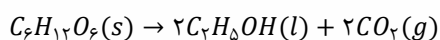
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پایخ تشریحی

برای تعیین آنتالپی واکنش انجام شده باید از قانون هس استفاده کنیم. طبق قانون هس، اگر یک معادله از جمع معادله چند واکنش دیگر بدست آید، آنتالپی معادله نیز از جمع آنتالپی آن واکنش ها بدست می آید. معادله موازنه شده واکنش های انجام شده به صورت زیر است:

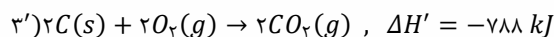


معادله خواسته شده نیز به صورت زیر است:



در معادله خواسته شده ۱ مولکول گلوکز ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ) در سمت واکنش دهنده ها مصرف می شود. در واکنش (۱) نیز ۱ مولکول گلوکز در سمت واکنش دهنده ها مصرف می شود؛ بنابراین واکنش (۱) را تغییری نمی دهیم. در معادله خواسته شده ۲ مولکول اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) در سمت فرآورده ها تولید می شود. در واکنش (۲) نیز ۲ مولکول اتانول در سمت فرآورده ها تولید می شود؛ بنابراین واکنش (۲) را نیز تغییری نمی دهیم. در معادله خواسته شده ۲ مولکول کربن دی اکسید ( $\text{CO}_2$ ) در سمت فرآورده ها تولید می شود. در واکنش (۳) نیز ۱ مولکول کربن دی اکسید در سمت واکنش دهنده ها مصرف می شود؛ بنابراین واکنش (۳) را در ۲- ضرب می کنیم.

در این رابطه، داریم:



حال از جمع آنتالپی واکنش ها، آنتالپی واکنش خواسته شده را بدست می آوریم:

$$\Delta H_T = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H'_3 = 1260 + (-556) + (-788) = -84 \text{ kJ}$$

در مرحله پایانی، مقدار گرمای آزاد شده طی مصرف ۳۶ گرم گلوکز را بدست می آوریم:

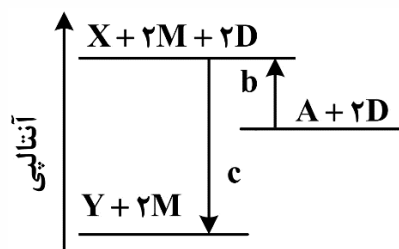
$$? \text{ kJ} = 36 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{84 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 16.8 \text{ kJ}$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، در این این واکنش ۱۶/۸ کیلوژول انرژی با محیط مبادله می شود. البته به دلیل منفی بودن آنتالپی که نشان دهنده گرماده بودن آن است، می توان بجای استفاده از واژه مبادله انرژی، از لفظ آزاد شدن انرژی نیز استفاده کرد.

### گروه آموزشی ماز

۹۴- نمودار مقابل، مراحل انجام یک واکنش دو مرحله ای را در دمای ثابت نشان می دهد. در رابطه با این

فرایند، کدام مورد درست است؟



(۱) با انجام شدن واکنش  $Y \rightarrow X + 2D$ ، گرما از سامانه خارج می شود.

(۲) مخلوطی از  $X + 2M$ ، در مقایسه با یک مول از ماده  $A$  ناپایدارتر است.

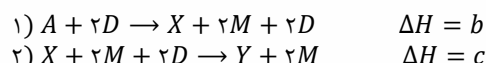
(۳) با انجام مرحله اول واکنش، مجموع انرژی پتانسیل مواد کاهش پیدا می کند.

(۴) واکنش کلی گرماده بوده و سرعت انجام مرحله دوم آن، به یقین بیشتر از مرحله اول است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)



مراحل واکنش انجام شده به ترتیب به صورت زیر هستند:



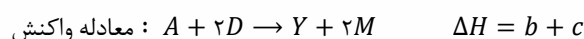
با انجام مرحله اول واکنش، آنتالپی مواد شرکت کننده افزایش پیدا می کند؛ بنابراین این واکنش نوعی واکنش گرماگیر بوده و مجموع انرژی فراورده ها از مجموع انرژی واکنش دهنده ها بیشتر است. از طرفی انرژی با پایداری یک ماده رابطه عکس دارد؛ بنابراین مجموع فراورده ها یعنی مخلوط  $X + 2M + 2D$  نسبت به  $A + 2D$  ناپایدارتر است. چون ۲ واحد ماده  $D$  در دو سمت این واکنش تکرار شده است، می توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم و در نتیجه، اینطور برداشت کنیم که مخلوط  $X + 2M$  نسبت به  $A$  ناپایدارتر است.

### بررسی سایر گزینه ها:

۱) باتوجه به معادله مرحله دوم واکنش، مجموع انرژی مخلوطی از  $Y + 2M$  نسبت به مجموع انرژی مخلوطی از  $X + 2M + 2D$  کمتر است. به دلیل تکرار شدن  $2M$  در دو سمت معادله، می توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم و برداشت کنیم که  $Y$  نسبت به مخلوطی از  $X + 2D$  کمتری دارد؛ بنابراین تبدیل  $Y$  به مخلوطی از  $X + 2D$ ، نیاز به مصرف انرژی دارد و با انجام این کار گرما از محیط به سامانه وارد می شود.

۳) طبق نمودار، مرحله اول واکنش گرماگیر بوده و با انجام آن انرژی از محیط به سامانه وارد می شود.

۴) از جمع معادله دو مرحله واکنش و حذف مواد تکراری از دو سمت، معادله واکنش کلی به صورت زیر بدست می آید:



آنتالپی فراورده نهایی واکنش نسبت به آنتالپی واکنش دهنده اولیه پایین تر بوده و نشان دهنده گرماده بودن واکنش کلی است. از طرفی سرعت انجام واکنش، با اندازه انرژی فعال سازی آن ارتباط عکس دارد ولی نمی توان گفت با اندازه آنتالپی واکنش لزوماً ارتباط مستقیم یا عکس دارد. در صورت سوال به مقدار انرژی فعال سازی واکنش ها اشاره ای نشده است؛ بنابراین نمی توان درباره سرعت انجام مراحل واکنش به صورت قطعی صحبت کرد.

نمودار زیر ویژگی های کلی واکنش های گرماگیر و گرما ده را مقایسه می کند:



### گروه آموزشی ماز

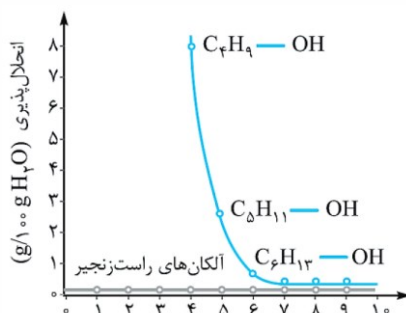
۹۵- کدام مورد درست است؟

- اگر گروه هیدروکسیل ۱- بوتانول را با اتم  $H$  جایگزین کنیم، انحلال پذیری آن بیش از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کاهش می یابد.
- در ساختار هر ترکیب آمیدی، به یقین، یک اتم هیدروژن به یک اتم نیتروژن توسط پیوند اشتراکی متصل شده است.
- در ساختار ترکیب های استری، همانند کتون ها، به یقین پیوندهای اشتراکی  $O=C$  و  $C-C$  یافت می شوند.
- اگر حلقه بنزنی موجود در ساختار مونومر پلی استیرن را با اتم فلوئور جایگزین کنیم، فلوئورواتان ایجاد می شود.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

با جایگزینی گروه هیدروکسیل الکل های سیر شده با اتم هیدروژن، الکل تبدیل به آلکان می شود. آلکان ها برخلاف الکل ها جزو مواد ناقطبی هستند و انحلال پذیری بسیار ناچیزی در حلال های قطبی مانند آب دارند. نمودار زیر انحلال پذیری الکل ها و آلکان ها را مقایسه می کند:



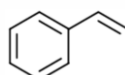
طبق نمودار، انحلال پذیری بوتانول ( $C_4H_9OH$ ) در آب در دمای اتاق در حدود ۸ گرم در ۱۰۰ گرم آب است، اما آلکان هم کربن آن در این شرایط، انحلال پذیری نزدیک به صفر دارد؛ بنابراین با تبدیل بوتانول به بوتان، انحلال پذیری بیش از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کاهش پیدا می کند. توجه داریم در نمودار، انحلال پذیری سه الکل اول یعنی متانول ( $CH_3OH$ )، اتانول ( $C_2H_5OH$ ) و پروپانول ( $C_3H_7OH$ ) نمایش داده نشده است، زیرا این مواد انحلال پذیری نامحدودی در آب دارند و نمی توان محلول سیر شده ای از آن ها در آب تهیه کرد.

بررسی سایر گزینه ها:

۲) از واکنش یک کربوکسیلیک اسید با آمینی که حداقل یک هیدروژن متصل به نیتروژن داشته باشد، آمید به همراه آب تولید می شود. حال اگر آمین موجود در واکنش دهنده، تنها یک هیدروژن متصل به نیتروژن گروه عاملی خود داشته باشد، در طی تبدیل شدن به آمید، پس از خارج شدن آن هیدروژن، به باقی مانده کربوکسیلیک اسید (کربوکسیلیک اسیدی که  $OH$  موجود در گروه عاملی خود را از دست داده باشد) متصل شده و آمید را تشکیل می دهد. در این شرایط نیتروژن موجود در گروه عاملی آمیدی از هر سه طرف تنها به اتم های کربن اتصال خواهد داشت.

۳) ساده ترین استر، متیل متانوات بوده که از واکنش متانول و متانویک اسید حاصل می شود. در ساختار این ماده پیوند  $C-C$  یافت نمی شود. از طرفی در ساختار همه کتون ها، پیوند  $C-C$  حضور دارد. استون با فرمول مولکولی  $C_3H_6O$ ، ساده ترین کتون است.

۴) به واحد سازنده پلیمرها (بسپارها)، مونومر (تک پار) گفته می شود. پلی استیرن، از واکنش پلیمری شدن ذرات استیرن ( $C_8H_8$ ) حاصل می شود. فرمول ساختاری استیرن به صورت زیر است:



اگر حلقه بنزنی استیرن را با اتم فلوئور جایگزین کنیم، فلوئورو اتن با فرمول مولکولی  $C_7H_5F$  بدست می آید؛ درحالیکه فلوئورواتن مولکولی با فرمول شیمیایی  $C_7H_8F$  بوده و در ساختار خود پیوند دوگانه بین کربن ها ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۹۶- جرم گاز کربن دی اکسید حاصل از سوختن ۶۹ گرم دی متیل اتر، با جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده در واکنش ۲۴ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با مقدار کافی کلسیم کربنات برابر است. مقدار  $pH$  محلول اسیدی مصرف شده در این فرایند، چقدر است؟ (بازده واکنش اسید با کلسیم کربنات، ۵۰٪ است.

$H = 1$  و  $C = 12$  و  $O = 16$  :  $g \cdot mol^{-1}$ )

۰/۳ (۴)

۰/۷ (۳)

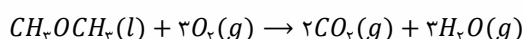
۱/۳ (۲)

۱/۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۱۰۲)



دی متیل اتر ( $CH_3OCH_3$ )، طی معادله موازنه شده زیر با اکسیژن به سرعت واکنش داده و می سوزد:



حال مقدار گاز کربن دی اکسید حاصل از سوختن ۶۹ گرم دی متیل اتر را محاسبه می کنیم. توجه داریم طبق صورت سوال، جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده در این واکنش و واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید برابر است. چون جرم ها مربوط به یک ماده هستند، برای ساده تر شدن محاسبات، می توانیم در نظر بگیریم که مول تولید شده از گاز کربن دی اکسید در این دو واکنش با یکدیگر برابر هستند. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 69 \text{ g } CH_3OCH_3 \times \frac{1 \text{ mol } CH_3OCH_3}{46 \text{ g } CH_3OCH_3} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_3OCH_3} = 3 \text{ mol}$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، مقدار عملی مول تولید شده از گاز کربن دی اکسید در واکنش کلسیم کربنات و هیدروکلریک اسید نیز ۳ مول است. حال با استفاده از فرمول زیر، مقدار نظری گاز کربن دی اکسید تولید شده در این واکنش را بدست می آوریم:

$$6 \text{ mol} = \text{مقدار فراورده نظری} \Rightarrow 100 \times \frac{3 \text{ mol}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \Rightarrow 50 = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \Rightarrow \text{بازده}$$

کلسیم کربنات طبق معادله موازنه شده زیر با هیدروکلریک اسید واکنش می دهد:



در مرحله بعد، مقدار هیدروکلریک اسید مصرف شده را حساب می کنیم:

$$? \text{ mol } HCl = 6 \text{ mol } CO_2 \times \frac{2 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } CO_2} = 12 \text{ mol}$$

بنابراین غلظت مولار هیدروکلریک اسید در ابتدا برابر با  $0.5$  ( $\frac{12 \text{ mol}}{24 \text{ L}}$ ) مول بر لیتر بوده است. هیدروکلریک اسید، نوعی اسید تک ظرفیتی و قوی با درجه یونش تقریبی ۱ است؛ به این معنی که تقریباً همه مولکول های اسید اولیه یونش پیدا کرده و در آب یون کلرید به همراه یون هیدروژن تولید می کنند و غلظت یون هیدروژن در محلول برابر با غلظت اولیه اسید یعنی  $0.5$  مول بر لیتر بوده است. در مرحله پایانی، با استفاده از غلظت یون هیدروژن در محلول مورد نظر،  $pH$  محلول اولیه را بدست می آوریم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 0.5 = 0.3$$

باتوجه به محاسبات انجام شده،  $pH$  محلول اولیه برابر با  $0.3$  بوده است.

### گروه آموزشی ماز

۹۷- در رابطه با نوعی صابون جامد با زنجیره هیدروکربنی سیر شده ۱۸ کربنه، کدام موارد از عبارات زیر درست است؟

$H = 1$  و  $C = 12$  و  $O = 16$  و  $Na = 23$  :  $g \cdot mol^{-1}$ )

آ: این نوع صابون را با استفاده از نوعی استر سه عاملی که دارای ۵۷ اتم کربن در ساختار خود است، می توان بدست آورد.

ب: با ریختن یک نمونه از این ماده در آب، گروه  $CO_2^-$  از ذرات آن در مجاورت با مولکول های آب قرار خواهند گرفت.

پ: تفاوت جرم مولی این ماده با جرم مولی الکل استفاده شده برای تولید روغن زیتون، برابر با ۲۲۸ گرم است.

ت: برای تولید ۶۴ گرم از این ماده، مقدار ۲ لیتر محلول سود با غلظت  $0.1$  مول بر لیتر مصرف شده است.

(۴) «آ» و «ت»

(۳) «پ» و «ت»

(۲) «ب» و «پ»

(۱) «آ» و «ب»

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی و مساله - ۱۲۰۱)

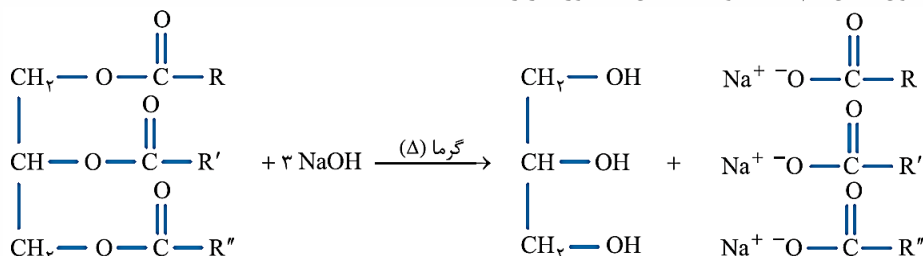


صابون جامد با فرمول کلی  $C_xH_yO_2Na$ ، نمک سدیم اسید چرب است. توجه داریم صابون ها انواعی از ترکیب های یونی هستند و از نظر علمی بکار بردن واژه مولکول و فرمول مولکولی برای آن ها نادرست است. البته کتاب درسی این واژه ها را برای صابون استفاده کرده است و توصیه می کنیم در کنکور سراسری، هیچ عبارتی را به دلیل به کار بردن واژه مولکول برای صابون، نادرست در نظر نگیرید، مگر اینکه در سایر عبارات های داده شده در سوال مورد نظر، هیچ اشکال علمی پیدا نکنید! فرمول کلی صابون های جامد با زنجیر کربنی سیر شده به صورت  $C_xH_{2x-1}O_2Na$  نوشته می شود؛ بنابراین فرمول مولکولی صابون جامد سیر شده که

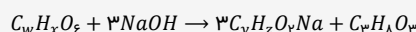
در ساختار خود ۱۹ کربن دارد (۱۸ کربن در زنجیر هیدروکربنی و ۱ کربن در بخش قطبی) به صورت  $C_{19}H_{37}O_7Na$  است. در رابطه با این نوع صابون، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

### بررسی موارد:

آ: صابون جامدی که در ساختار خود دارای ۱۹ اتم کربن بوده را می‌توان از واکنش استر سه عاملی سنگین ۶۰ کربنه با محلول سود سوزآور ( $NaOH$ ) بدست آورد. این فرایند، واکنش صابون شدن نام داشته و معادله آن به صورت زیر است:



استرهای سه عاملی طبق معادله موازنه شده زیر با سود سوزآور واکنش داده و صابون جامد به همراه نوعی الکل سه عاملی تولید می‌کند:



برای موازنه کربن‌های دو سمت باید  $w$  برابر با  $3y + 3$  باشد؛ بنابراین می‌توان گفت:

$$w = 3y + 3 \text{ یا } y = \frac{w-3}{3}$$

برای موازنه هیدروژن‌های دو سمت باید  $x + 3$  برابر با  $3z + 8$  باشد؛ بنابراین می‌توان گفت:

$$3z + 8 = x + 3 \Rightarrow x = 3z + 5 \text{ یا } z = \frac{x-5}{3}$$

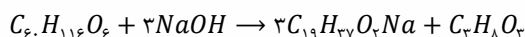
باتوجه به محاسبات بالا، داریم:

- ۱) برای تبدیل تعداد کربن اسید چرب به تعداد کربن استر سه عاملی، باید تعداد کربن‌های اسیدچرب را در ۳ ضرب کنیم و عدد حاصل را با ۳ جمع کنیم.
- ۲) برای تبدیل تعداد کربن استر سه عاملی به تعداد کربن اسید چرب، باید تعداد کربن‌های استر سه عاملی را منهای ۳ کنیم و عدد حاصل را به ۳ تقسیم کنیم.
- ۳) برای تبدیل تعداد  $H$  اسید چرب به تعداد هیدروژن استر سه عاملی، باید تعداد هیدروژن‌های اسیدچرب را در ۳ ضرب کنیم و عدد حاصل را با ۵ جمع کنیم.
- ۴) برای تبدیل تعداد  $H$  استر به تعداد هیدروژن اسید چرب، باید تعداد هیدروژن‌های استر سه عاملی را منهای ۵ کنیم و عدد حاصل را به ۳ تقسیم کنیم.

**ب:** با حل کردن صابون جامد در آب، آنیون و کاتیون آن از هم جدا شده و در آب حل می‌شوند. بخش آنیونی از سمت قطبی خود یعنی گروه  $-CO_2^-$  با آب که گونه‌ای قطبی است، پیوند برقرار کرده و از سمت ناقطبی خود یعنی بخش هیدروکربنی با ذرات ناقطبی موجود در محیط پیوند برقرار می‌کند. طی این فرایند، مولکول صابون همانند پلی بین ذرات ناقطبی موجود در محیط و آب عمل کرده و باعث حل شدن ماده ناقطبی در آب می‌شود.

**پ:** جرم مولی این صابون با فرمول شیمیایی  $C_{19}H_{37}O_7Na$ ، برابر ۳۲۰ گرم بر مول و جرم مولی الکل استفاده شده برای تولید روغن زیتون با فرمول مولکولی  $C_3H_8O_3$ ، برابر ۹۲ گرم بر مول است. تفاوت جرم مولی این دو گونه برابر با ۲۲۸ (۳۲۰-۹۲) گرم بر مول است.

**ت:** معادله موازنه شده واکنش تولید این صابون به صورت زیر است:



حال حجم محلول سدیم هیدروکسید لازم برای تولید ۶۴ گرم صابون را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ L محلول} = 64 \text{ g } C_{19}H_{37}O_7Na \times \frac{1 \text{ mol } C_{19}H_{37}O_7Na}{320 \text{ g } C_{19}H_{37}O_7Na} \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ mol } C_{19}H_{37}O_7Na} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1 \text{ mol } NaOH} = 2 \text{ L}$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، برای تولید ۶۴ گرم از این صابون، به ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار سدیم هیدروکسید نیاز داریم.

### گروه آموزشی ماز

۹۸- مخلوطی از دو اسید بسیار ضعیف  $HA$  و  $HB$ ، در مقداری آب ریخته شده و محلولی با  $pH = 1/5$  ایجاد شده است. اگر غلظت تعادلی این دو اسید با هم برابر بوده و ثابت یونش اسید  $HA$ ، دو برابر اسید دیگر باشد، درجه یونش اسید  $HA$ ، تقریباً چند برابر درجه یونش اسید دیگر بوده و غلظت یون  $B^-$  در محلول چقدر می‌شود؟

$$0.02 - 0.05 \quad (4)$$

$$0.01 - 0.05 \quad (3)$$

$$0.02 - 2 \quad (2)$$

$$0.01 - 2 \quad (1)$$

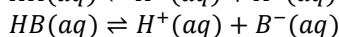
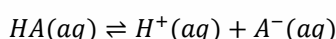
پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

### پاسخ تشریحی:

ابتدا با توجه به  $pH$  محلول ایجاد شده طی این فرایند، غلظت یون هیدروژن موجود در آن را بدست می‌آوریم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow 1/5 = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 0.03 \text{ mol.L}^{-1}$$

معادله یونش اسیدهای ذکر شده به صورت زیر است:



ثابت یونش اسیدها از تقسیم کردن حاصل ضرب غلظت یون های تولید شده در فرایند یونش، به غلظت تعادلی مولکول های اسید محاسبه می شود. توجه داریم در فرمول ثابت یونش، بدون توجه به اینکه چه مقدار از یون هیدروژن توسط اسید مورد نظر تولید شده است، غلظت کل یون هیدروژن موجود در محلول را قرار می دهیم. حال با استفاده از نسبت ثابت یونش ها، نسبت غلظت آنیون های تولید شده توسط اسیدها را بدست می آوریم:

$$\frac{K_{HA}}{K_{HB}} = \frac{\frac{[A^-] \times [H^+]}{[HA]}}{\frac{[B^-] \times [H^+]}{[HB]}} \xrightarrow{\text{طبق فرض سوال: } [HA]=[HB]} \frac{K_{HA}}{K_{HB}} = \frac{[A^-]}{[B^-]} = 2$$

طبق معادلات یونش موازنه شده، به ازای یونش ۱ واحد اسید  $HA$ ، یک واحد یون  $A^-$  و به ازای یونش یک واحد اسید  $HB$ ، یک واحد یون  $B^-$  تولید می شود. از طرفی طبق محاسبات انجام شده، غلظت یون  $A^-$ ، دو برابر غلظت یون  $B^-$  است؛ بنابراین تعداد ذرات یونش یافته از اسید  $HA$  دو برابر تعداد ذرات یونش یافته از اسید  $HB$  است و باتوجه به برابر بودن غلظت اسیدها، درجه یونش اسید  $HA$  دو برابر اسید  $HB$  است. ضرایب یون هیدروژن در معادلات یونش این دو اسید برابر با ضرایب آنیون ها است؛ بنابراین مجموع غلظت آنیون ها برابر با مجموع غلظت یون هیدروژن یعنی  $0.3$  مولار است. حال داریم:

$$[A^-] + [B^-] = 0.3 \xrightarrow{[A^-]=2[B^-]} 3[B^-] = 0.3 \Rightarrow [B^-] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

طبق محاسبات انجام شده، غلظت تعادلی یون  $[B^-]$  برابر  $0.1$  مول بر لیتر است.

### گروه آموزشی ماز

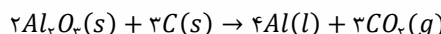
۹۹- در رابطه با فرایند هال و سلول استفاده شده برای انجام این فرایند، کدام مورد درست است؟

- (۱) در معادله موازنه شده نیم واکنش کاهش آن، همانند معادله نیم واکنش کاهش در خوردگی آهن، ۳ الکترون مبادله می شود.
- (۲) آرایش الکترونی فرآورده تولید شده در سمت کاتد این سلول، مشابه آرایش الکترونی آنیون فلئوئورید است.
- (۳) بدنه ظرفی که این فرایند در آن انجام می شود، از یک ترکیب با مولکول های غول آسا ساخته شده است.
- (۴) اتم کربن، در واکنش کلی سلول شرکت کرده و همانند فرایند سوختن متان، دچار اکسایش می شود.

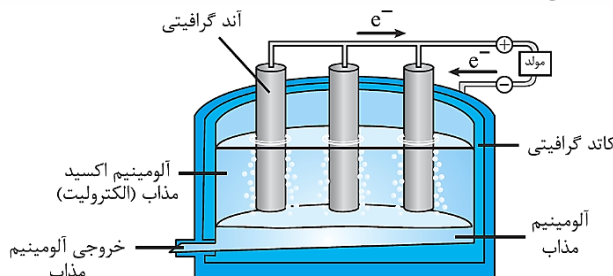
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)



معادله واکنش انجام شده در فرایند هال به صورت زیر است:



تصویر زیر نیز نمایی از سلول مورد نظر را نشان می دهد:

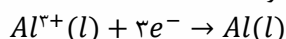


گونه اکسند استفاده شده در این سلول، یون آلومینیم و گونه کاهنده استفاده شده در آن نیز اتم کربن است. کربن در معادله کلی این واکنش شرکت کرده و اکسید می شود. در واکنش سوختن متان نیز اتم کربن دچار اکسایش شده و عدد اکسایش آن از  $-4$  به  $+4$  می رسد.

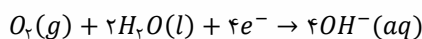
فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینه بسیار بالایی دارد؛ از این رو با بازیافت فلز آلومینیم می توان ضمن افزایش عمر یکی از مهم ترین منابع تجدیدناپذیر طبیعت، برخی از هزینه های مربوط به تولید این فلز را کاهش داد. برای نمونه تولید قوطی های آلومینیمی از قوطی های کهنه فقط به  $7\%$  از انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد. به عبارت دیگر، با بازیافت قوطی های آلومینیمی می توان به اندازه  $93\%$  در میزان انرژی مصرفی صرفه جویی کرد.

### بررسی سایر گزینه ها:

۱- در فرایند هال، در کاتد نیم واکنش کاهشی زیر انجام می شود:



همانطور که مشخص است، در معادله این نیم واکنش ۳ الکترون مبادله شده است. معادله نیم واکنش کاهش در فرایند خوردگی آهن نیز به صورت زیر است:



در معادله این نیم واکنش، ۴ الکترون بین گونه ها مبادله شده است.

۲- فرآورده کاتدی تولید شده در فرایند هال، فلز آلومینیم است که در ساختار خود مجموعاً ۱۳ الکترون دارد. این در حالی است که یون فلئوئورید، دارای ۱۰ الکترون بوده و آرایش الکترونی آن مشابه آرایش الکترونی نئون است.

۳ بدنه و کف ظرف سلول الکترولیتی که فرایند هال در آن انجام می شود، به قطب منفی باتری (مولد) متصل شده اند و نقش کاتد سلول الکترولیتی را ایفا می کنند. این ظرف، از گرافیت ساخته شده و همانطور که می دانیم، گرافیت نوعی دگرشکل از کربن است که در ساختار آن مولکول وجود ندارد. توجه داریم که جرم نمونه گرافیت مربوط به کاتد در سلول هال، ثابت بوده و تغییر نمی کند. در واقع، این قسمت از سلول هال، برخلاف تیغه های آندی گرافیتی، در واکنش کلی سلول شرکت نمی کند.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) همه عناصری که از مدل دریای الکترونی پیروی می کنند، چکش خوار بوده و در واکنش با اسیدها، گاز  $H_2$  تولید می کنند.
- (۲) در ساختار مواد یونی، همانند ترکیب های کووالانسی و مولکولی، اتم های نافلزی و شبه فلزی می توانند وجود داشته باشند.
- (۳) همه عناصری که یک زیرلایه با  $l = 2$  در آن ها در حال پر شدن است، توانایی ایجاد بیش از یک نوع کاتیون را دارند.
- (۴) چون شعاع یون سولفید کمتر از شعاع یون کلرید است، فروپاشی  $\Delta H$  شبکه سدیم سولفید بیشتر از سدیم کلرید است.

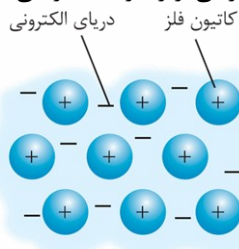
پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی و مفهومی - ۱۲۳)

### پیش شیمی

در ساختار برخی از مواد یونی (مثل پتاسیم سیلیکات، کلسیم سیلیکات و ...)، همانند ترکیب های کووالانسی (مثل سیلیس یا همان سیلیسیم دی اکسید و سیلیسیم کربید) و مولکولی (مثل سیلیسیم تتراکلرید)، اتم های نافلزی و شبه فلزی می توانند وجود داشته باشند. توجه داریم که اتم های شبه فلزی، فقط الکترون به اشتراک گذاشته و اتم های نافلزی، علاوه بر اشتراک گذاشتن الکترون، می توانند الکترون گرفته و آنیون تولید کنند.

### بررسی سایر گزینه ها:

۱ مواد از جمله فلزها همواره برای زندگی انسان و ادامه آن ضروری و ارزشمند بوده اند تا آن جا که تمدن های آغازی نیز براساس گستره کاربری این مواد به صورت دوره سنگی، دوره برنز (آلیاژی از قلع و مس) و دوره آهن نام گذاری شده اند. فلزها همواره نقش مهمی در رشد، گسترش و ارتقای کیفیت زندگی داشته و بسیاری باور دارند که پایداری جامعه پیشرفته با فناوری کارآمد، به گستردگی استفاده از فلزات بستگی دارد. تصویر زیر، یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می دهد که برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی این عناصر ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:

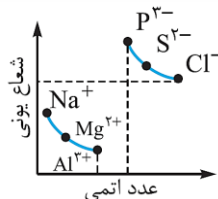


براساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون ها در سه بعد است که در فضای میان آن ها سست ترین الکترون های موجود در هر اتم (الکترون های ظرفیتی) دریایی را ساخته اند و در آن آزادانه جابه جا می شوند. توجه داریم که همه عناصر فلزی در حالت جامد چکش خوار هستند، اما برخی از عناصر فلزی مثل طلا و مس، با اسیدها واکنش نداده و گاز هیدروژن تولید نمی کنند.

۳ عناصری که یک زیرلایه با  $l = 2$  (یکی از زیرلایه های  $d$ ) در آن ها در حال پر شدن از الکترون است، متعلق به دسته  $d$  جدول دوره ای بوده و همگی فلز هستند. اغلب فلزهای دسته  $d$ ، توانایی ایجاد چند نوع کاتیون را دارند، اما برخی از عناصر فلزی دسته  $d$  مثل اسکاندیم، روی و نقره، فقط توانایی ایجاد یک نوع کاتیون را دارند.

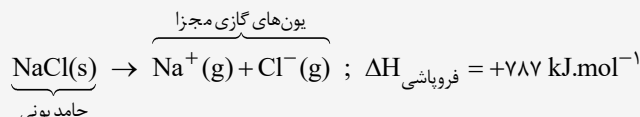
۴ در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه های الکترونی زیاده تر شده و شعاع اتمی عناصر افزایش پیدا می کند. در یک تناوب نیز با حرکت از چپ به راست، نیروی جاذبه هسته بر الکترون های اطراف آن بیشتر شده و شعاع اتمی عناصر کاهش پیدا می کند. در رابطه با شعاع یونی نیز می دانیم که در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه های الکترونی موجود در یون ها بیشتر شده و به همین خاطر، شعاع یونی عناصر افزایش پیدا می کند. از میان آنیون های موجود در یک دوره، با افزایش بار یون ها، شعاع آن ها بیشتر می شود. از میان کاتیون های موجود در یک دوره نیز با افزایش بار یون ها، شعاع آن ها کاهش پیدا می کند.

نمودار زیر، روند تغییر شعاع یونی در تناوب سوم را نشان می دهد:



همانطور که مشخص است، یون سولفید در مقایسه با یون کلرید شعاع اتمی بزرگ تری دارد، اما چون بار الکتریکی و چگالی بار این یون در مقایسه با یون کلرید بیشتر است، پس می توان گفت  $\Delta H$  فروپاشی شبکه سدیم سولفید بیشتر از سدیم کلرید است.

به انرژی لازم برای فروپاشی شبکه بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه جامد های یونی را در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می کنند. به عنوان مثال، معادله زیر، واکنش فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید جامد را نشان می دهد:



در این واکنش، یک ترکیب یونی جامد به یون های گازی سازنده خود تبدیل شده است.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۱- شعاع چند درصد از عناصر موجود در تناوب سوم جدول دوره ای، هنگام تبدیل شدن به یون پایدار، افزایش پیدا می کند؟

۶۲/۵ (۴)

۵۰ (۳)

۳۷/۵ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



عناصر نافلز، در واکنش با فلزها، یک یا چند الکترون بدست آورده و شعاع آن ها افزایش پیدا می کند. این در حالی است که عناصر فلزی، در واکنش با نافلزها، یک یا چند الکترون از دست داده و شعاع آن ها کاهش پیدا می کند. تصویر زیر، نمایی از عناصر موجود در تناوب سوم را نشان می دهد:

|                             |                                |                               |                              |                                |                            |                               |                            |
|-----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------------------------|----------------------------|
| 11<br>Na<br>Sodium<br>22.99 | 12<br>Mg<br>Magnesium<br>24.31 | 13<br>Al<br>Aluminum<br>26.98 | 14<br>Si<br>Silicon<br>28.09 | 15<br>P<br>Phosphorus<br>30.97 | 16<br>S<br>Sulfur<br>32.06 | 17<br>Cl<br>Chlorine<br>35.45 | 18<br>Ar<br>Argon<br>39.95 |
|-----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------------------------|----------------------------|

از میان ۸ عنصر موجود در تناوب سوم، ۳ عنصر (معادل با ۳۷/۵ درصد از کل عناصر) نافلزی فسفر، گوگرد و کلر، توانایی گرفتن الکترون و تبدیل شدن به آنیون را داشته و در واکنش با عناصر فلزی شعاع آن ها افزایش پیدا می کند. توجه داریم که آرگون نیز نوعی نافلز است، اما چون تمایلی به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون ندارد، به طور معمول دچار تغییر شعاع نمی شود.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۲- در رابطه با سلول گالوانی منیزیم-مس، چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟

آ: جرم تیغه منیزیم به مرور کاهش می یابد.

ب: به کمک این سلول، می توان یک لامپ را روشن کرد.

پ: آنیون ها از خلال دیواره متخلخل، به سمت نیم سلول مس می روند.

ت: با افزایش دمای سامانه و یا افزایش جرم تیغه منیزیم، مقدار  $emf$  سلول تغییر می کند.

ث: بر روی سطح تیغه کاتدی این سلول، کاتیون ها دو الکترون گرفته و اتم های یک فلز واسطه تشکیل می شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)



اگر دو نیم سلول را از طریق یک مدار خارجی و یک مدار درونی به یکدیگر وصل کنیم، سلول گالوانی ایجاد می شود. در رابطه با سلول گالوانی منیزیم-مس، عبارت های (آ)، (ب) و (ث) درست هستند.



آ: به الکترو د یا تیغه ای که نیم واکنش اکسایش (نیم واکنش تولید الکترون) در مجاورت آن اتفاق می افتد، آند گفته می شود. چون منیزیم در مقایسه با مس، پتانسیل کاهشی استاندارد کوچک تری دارد، این عنصر فلزی آند سلول گالوانی منیزیم-مس را تشکیل می دهد. از آن جا که تیغه آند در یک سلول گالوانی اکسید شده و کاتیون های حاصل از آن وارد محلول می شوند، به مرور زمان از جرم این تیغه کاسته شده و به اصطلاح، تیغه آند به مرور زمان لاغرتر می شود.

ب: در مدار خارجی سلول های گالوانی، الکترون ها از سمت آند به سمت کاتد مهاجرت کرده و طی این فرایند، انرژی پتانسیل مواد به انرژی الکتریکی تبدیل می شود. با استفاده از انرژی الکتریکی تولید شده، می توان یک لامپ و یا یک وسیله الکتریکی دیگر را روشن کرد.

پ: از خلال دیواره متخلخل این سلول، آنیون‌ها به سمت نیم‌سلول آندی (نیم‌سلول منیزیم) می‌روند.

در یک سلول گالوانی، به مرور زمان فلز به‌کاررفته در آند اکسایش پیدا کرده و کاتیون‌های حاصل از این فرایند، وارد الکترولیت آندی می‌شوند. با ادامه این فرایند، کاتیون‌ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می‌کند. تجمع بار مثبت در این نیم‌سلول، الکترون‌ها را به سمت خود جذب کرده و از حرکت آن‌ها در مدار خارجی جلوگیری می‌کند. در نیم‌سلول کاتدی نیز به مرور زمان غلظت کاتیون‌های موجود در محلول کاهش پیدا کرده و از تعداد آن‌ها کاسته می‌شود. با ادامه این فرایند، تعداد آنیون‌های موجود در محلول آندی بیشتر از تعداد کاتیون‌های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می‌کند. تجمع بار منفی در نیم‌سلول آندی، از تمایل این نیم‌سلول به جذب الکترون‌ها کاسته و از حرکت آن‌ها در مدار خارجی جلوگیری می‌کند. در این موقعیت، دیواره متخلخل وارد میدان شده و مانع قطع شدن جریان الکتریکی در مدار خارجی می‌شود. وظایف دیواره متخلخل عبارت هستند از:

۱- جلوگیری از مخلوط شدن سریع و مستقیم الکترولیت‌ها ۲- ایجاد توازن بار الکتریکی بین نیم‌سلول‌ها

در واقع، دیواره متخلخل به کاتیون‌های موجود در الکترولیت آندی اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون‌های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می‌دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه‌های باردار میان محلول‌های موجود در هر نیم‌سلول، سبب خنثی کردن بار الکتریکی آن‌ها می‌شود.

ت: با تغییر در هریک از اجزای موجود در سلول گالوانی، ولتاژ خروجی از سلول مورد نظر دچار تغییر می‌شود. برای مثال، اگر غلظت کاتیون در محلول‌های آندی و کاتدی تغییر کند و یا جنس تیغه‌های آندی و کاتدی دچار تغییر شود و یا دمای محیط افزایش یا کاهش پیدا کند، مقدار ولتاژ خروجی از سلول مورد نظر نیز دچار تغییر می‌شود. توجه داریم که تغییر جرم تیغه‌های آندی و کاتدی، تاثیری روی ساختار کلی سلول نداشته و مقدار نیروی الکتروموتوری سلول مورد نظر را دچار تغییر نمی‌کند.

ث: کاتد، الکترو یا تیغه‌ای است که نیم‌واکنش کاهش (نیم‌واکنش مصرف الکترون) در مجاورت آن اتفاق می‌افتد. از آن‌جا که در مجاورت کاتد یک سلول گالوانی نیم‌واکنش کاهش انجام شده و اتم‌های فلزی حاصل از این فرایند به تیغه کاتدی می‌چسبند، به مرور زمان جرم تیغه کاتدی افزایش پیدا کرده و به اصطلاح، این تیغه چاق‌تر می‌شود. در مجاورت با کاتد سلول منیزیم-مس نیز هر کاتیون مس، ۲ الکترون گرفته و اتم مس تولید می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۳- کدام مورد در رابطه با واکنش‌های تعادلی درست است؟

- ۱) در واکنش کلی مربوط به انجام فرایند هابر، با کاهش حجم ظرف، مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد.
- ۲) در واکنش  $2HI(g) + Q \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$ ، با کاهش دما، غلظت فراورده افزایش پیدا می‌کند.
- ۳) در تعادل  $2H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons N_2H_4(g)$ ، با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش، ثابت تعادل کاهش می‌یابد.
- ۴) در واکنش  $2CO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2CO_2(g)$ ، با خارج کردن گاز  $O_2$  از ظرف، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

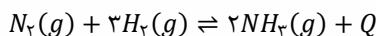
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)



در واکنش گرماده  $2HI(g) + Q \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$ ، با کاهش دمای سامانه واکنش، تعادل در جهت تولید گرما (در جهت رفت) جابه‌جا شده و بر این اساس، غلظت فراورده افزایش پیدا می‌کند.

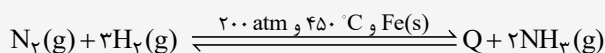
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در دمای اتاق با گاز  $H_2$  حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن در شرایط اتاق نمی‌توانیم برای تولید آمونیاک استفاده کنیم. از طرف دیگر، واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن برگشت‌پذیر است و به‌صورت تعادلی انجام می‌شود؛ پس کل گازهای نیتروژن و هیدروژن وارد شده به محفظه واکنش، به فراورده تبدیل نمی‌شوند. هابر به دنبال شرایطی بود که در آن، واکنش‌دهنده‌ها تا حد ممکن به فراورده‌ها تبدیل شوند و واکنش به میزان بیشتری پیشرفت کند. هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. معادله واکنش انجام شده در این فرایند به صورت زیر است:



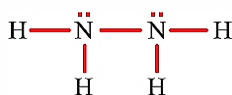
این واکنش تعادلی با کاهش حجم ظرف، به سمت رفت جابه‌جا می‌شود، اما همانطور که می‌دانیم، مقدار ثابت تعادل طی این فرایند هیچ تغییری نمی‌کند. در واقع، تنها عاملی که می‌تواند مقدار ثابت تعادل یک واکنش را تغییر بدهد، تغییر دمای سامانه واکنش است.

آقای فریتس هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. واکنش انجام‌شده توسط هابر به صورت زیر است:

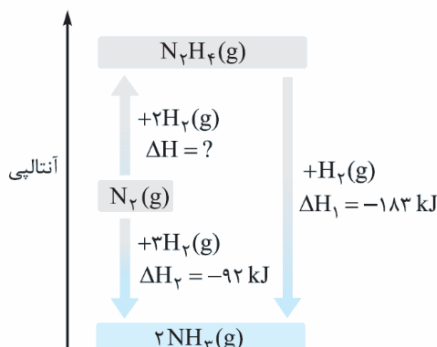


همانطور که مشخص است، شرایط بهینه برای انجام شدن این فرایند، شامل دمای  $450^\circ C$  (معادل با  $223^\circ C$  کلین)، فشار  $200 \text{ atm}$  و فلز آهن به عنوان کاتالیزگر مناسب می‌شود. در چنین شرایطی، ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

۳ ساختار مولکولی هیدرازین ( $N_2H_4$ ) به صورت زیر است:



مطابق نمودار زیر، سطح آنتالپی هیدرازین ( $N_2H_4$ ) از سطح آنتالپی آمونیاک ( $NH_3$ ) و نیتروژن ( $N_2$ ) بالاتر است:



بر این اساس، می توان گفت واکنش  $2H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons N_2H_4(g)$  گرماگیر بوده و نماد  $Q$  در سمت چپ معادله آن قرار می گیرد. با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش در چنین واکنشی، تعادل در جهت رفت جابه جا شده و مقدار ثابت تعادل آن افزایش پیدا می کند.

۴ در واکنش شیمیایی  $2CO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2CO_2(g)$ ، با خارج کردن گاز  $O_2$  (یکی از واکنش دهنده های واکنش) از ظرف، واکنش در جهت تولید این ماده (در جهت برگشت) جابه جا می شود.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۴- واکنش تعادلی  $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightleftharpoons 4NO(g) + 6H_2O(g)$ ، در یک ظرف در بسته ۲ لیتری و با حضور ۳ مول از هریک از واکنش دهنده ها آغاز شده است. اگر در حالت تعادل، ۳ مول بخار آب در ظرف واکنش وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟

$3^6 \times 2^{10} \quad (4)$

$3^6 \times 2^8 \quad (3)$

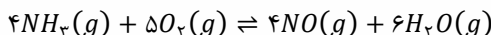
$3^5 \times 2^{10} \quad (2)$

$3^5 \times 2^8 \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)



معادله واکنش شیمیایی انجام شده به صورت زیر است:



طبق فرض سوال، واکنش مورد نظر در یک ظرف در بسته ۲ لیتری و با حضور ۳ مول از هریک از واکنش دهنده ها آغاز شده است و در حالت تعادل، مقدار ۳ مول بخار آب در ظرف واکنش حضور دارد. بر این اساس، می توان گفت از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل، ۳ مول بخار آب به همراه ۲ مول گاز  $NO$  تولید شده و در طول همین بازه زمانی، ۲/۵ مول گاز اکسیژن و ۲ مول گاز آمونیاک مصرف شده است. در واقع، در حالت تعادل ۳ مول بخار آب، به همراه ۲ مول گاز  $NO$ ، ۰/۵ مول گاز اکسیژن و ۱ مول گاز آمونیاک در یک ظرف ۲ لیتری وجود دارد. اگر مقدار مول تعادلی مواد شرکت کننده در یک واکنش و حجم ظرف محتوی آن تعادل را داشته باشیم، با استفاده از رابطه زیر می توانیم مقدار ثابت تعادل را به راحتی محاسبه کنیم:

$$K = \frac{\text{مقدار مول تعادلی فراورده های گازی یا محلول به توان ضرایب استوکیومتری آنها}}{\text{مقدار مول تعادلی واکنش دهنده های گازی یا محلول به توان ضرایب استوکیومتری آنها}} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{\Delta n}$$

$\Delta n$  = مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی و محلول سمت چپ - مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی و محلول سمت راست  
با توجه به رابطه بالا، داریم:

$$K = \frac{n_{H_2O}^6 \times n_{NO}^4}{n_{O_2}^5 \times n_{NH_3}^4} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{1-9} = \frac{2^6 \times 3^4}{(0.5)^5 \times 1^4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 3^6 \times 2^8$$

همانطور که مشخص است، مقدار ثابت تعادل این واکنش برابر با  $3^6 \times 2^8$  لیتر بر مول است.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۵- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با ترفتالیک اسید درست است؟

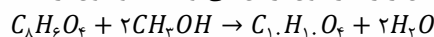
- (۱) در واکنش تولید این ماده از پارازایلن، عدد اکسایش ۲ اتم کربن، مجموعاً به اندازه ۶ واحد افزایش می یابد.
- (۲) شمار پیوندهای اشتراکی  $C - C$  در ساختار این ماده، برابر با شمار این پیوندها در ساختار نفتالن است.
- (۳) از واکنش این ماده با متانول، نوعی دی استر که در ساختار خود دارای ۴ اتم اکسیژن است، بدست می آید.
- (۴) شمار اتم های هیدروژن موجود در ساختار این ترکیب آلی، با شمار اتم های هیدروژن در ۲-بوتن برابر است.



ترفتالیک اسید، یک اسید آروماتیک دوعاملی با فرمول ساختاری زیر است:



این ماده، دارای دو عامل کربوکسیل بوده و مطابق واکنش زیر، هر مول از آن می تواند با دو مول از یک الکل تک عاملی مثل متانول واکنش بدهد:



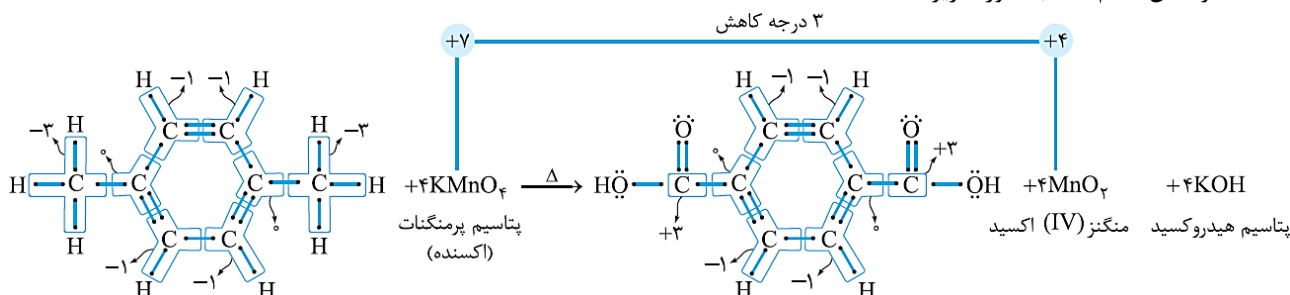
همانطور که مشخص است، در ساختار این دی استر ۱۰ اتم کربن، ۱۰ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد.

### بررسی سایر گزینه ها:

۱

فرایند اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید دشوار بوده و با وجود غلظت بالای یون پرمنگنات در محلول، تنها با افزایش دمای مخلوط واکنش، شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین می شود. بنابراین انرژی فعال سازی این واکنش بالا است. توجه داریم که در این واکنش، یون  $MnO_4^-$  به  $MnO_2$  تبدیل شده و عدد اکسایش منگنز از +۷ به +۴ کاهش می یابد.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، طی این فرایند عدد اکسایش دو اتم کربن از -۳ به +۳ رسیده است. بر این اساس، می توان گفت در این واکنش، عدد اکسایش اتم های کربن هریک به اندازه ۶ واحد (مجموعاً به اندازه ۱۲ واحد برای ۲ اتم کربن) تغییر کرده است.

پارازایلن یک هیدروکربن حلقوی سیرنشده و آروماتیک با فرمول شیمیایی  $C_8H_{10}$  است که از تقطیر نفت خام به دست می آید. با توجه به ساختار پارازایلن، ترفتالیک اسید را می توان از اکسایش این ماده به دست آورد. در فرایند تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، از محلول بنفش رنگ حاوی پتانسیم پرمنگنات ( $KMnO_4$ ) به عنوان عامل اکسنده استفاده می شود. طی این فرایند، عدد اکسایش منگنز به اندازه ۳ واحد تغییر می کند. با وجود غلظت بالای پتانسیم پرمنگنات در محلول، باز هم شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی شود؛ مگر آنکه دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. بر این اساس، می توان گفت در دمای بالا شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، تا حد بهتری تأمین می شود.

۲

در ساختار ترفتالیک اسید، ۵ پیوند اشتراکی یگانه کربن-کربن وجود دارد در حالی که در ساختار نفتالن ۶ پیوند اشتراکی یگانه کربن-کربن یافت می شود.

۴

در ساختار ترفتالیک اسید، ۶ اتم هیدروژن وجود دارد در حالی که در ساختار ۲-بوتن (سومین عضو خانواده آلکن ها با فرمول شیمیایی  $C_4H_8$ )، ۸ اتم هیدروژن یافت می شود.