

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۲۸ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۱۷

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبهرو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- فرض کنید $\sqrt{4a+1} + 2a = 7$ باشد، ریشه‌های کدام معادله زیر a و $a-1$ است؟

(۱) $x^2 - 7x + 12 = 0$ (۲) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (۳) $x^2 - 11x + 30 = 0$ (۴) $x^2 - 9x + 20 = 0$

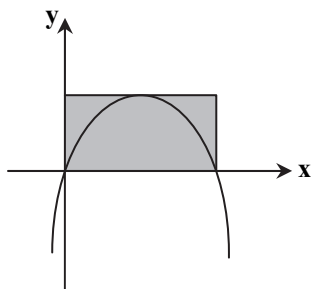
۲- مجموع دوازده جمله ابتدایی دنباله حسابی $b_n = 24, 27, \dots$ ، چندمین جمله دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = 2 \times 3^{n-1}$ است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۸

۳- نمودار تابع با ضابطه $y = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 2$ در بازه (a, b) زیر نیمساز ربع اول قرار دارد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $2/5$

۴- نمودار سهمی $f(x) = (4-a)x^2 + 8x$ با محور تقارن $x = \frac{a}{3}$ مطابق شکل روبه‌رو است. مساحت مستطیل رنگ‌شده کدام است؟



(۱) ۳۲

(۲) ۴۸

(۳) ۲۴

(۴) ۳۰

۵- مکعب عدد $2 - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ از $5\sqrt{2}$ به اندازه n واحد کمتر است. مقدار صحیح n کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۵ (۳) -۷ (۴) -۵

۶- جواب معادله $2^{x+2} = 3^{x+2}$ را به صورت $\frac{\alpha - \beta \log_2 3}{\log_2 12}$ نوشته‌ایم. مقدار $\alpha + 2\beta$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۱

۷- با فرض آنکه $f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x+2}$ ، نمودار $y = f^{-1}(2x)$ نیمساز ناحیه اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴) ۵

۸- باقیمانده $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 3x^2 + 2x$ بر $2x^2 - x - 1$ برابر $bx + 2$ است. مقدار $b+a$ کدام است؟

(۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۳ (۴) ۳

۹- اگر $\frac{b \sin \frac{7\pi}{6} - a \cos \frac{5\pi}{3}}{a \sin \frac{4\pi}{3} + b \cos \frac{11\pi}{6}} = \tan \frac{2\pi}{3}$ باشد، مقدار a چند برابر مقدار b است؟

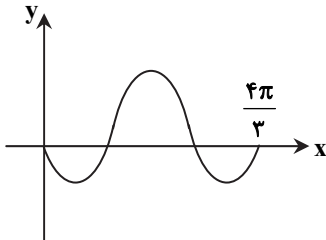
(۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۰- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{10}{3}$ ، حاصل $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟ $(\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2})$

- (۱) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (۲) $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 1 + a\sin(bx - \frac{5\pi}{6})$ به صورت زیر است. مقدار b کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۱۲- اولین جواب مثبت در معادله‌های $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$ و $\cos(\alpha x + \frac{\pi}{12}) = -1$ یکسان است. حداقل مقدار مثبت α کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{6}$ (۲) $\frac{11}{5}$ (۳) $\frac{5}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۳- مساحت محصور بین مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{2x|x-1|+x}{3x^2+x-4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{28}{5}$ (۲) $\frac{23}{5}$ (۳) $\frac{28}{9}$ (۴) $\frac{23}{9}$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan x}{\sqrt{1-\sqrt{\cos x}}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۵- تابع f در $x=2$ پیوسته و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-2h)-16}{h} = \frac{3}{2}$ است. حاصل مشتق تابع $y = x\sqrt{f(x)}$ در $x=2$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{31}{8}$ (۲) $\frac{35}{8}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{17}{4}$

۱۶- دامنه مشتق دوم تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} + 8 & x > 1 \\ bx^3 + cx & x \leq 1 \end{cases}$ برابر $\mathbb{R}$ است. مقدار a کدام است؟

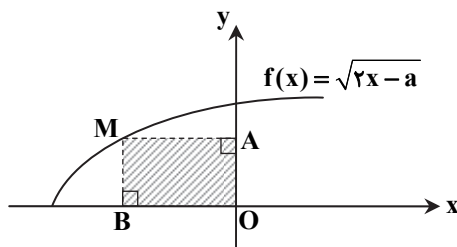
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

محل انجام محاسبات

۱۷- اگر α و 1 به ترتیب طول نقاط اکسترمم نسبی و عطف تابع $y = ax^2 - \frac{1}{x}$ باشند، مقدار α^3 کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -2 (۴) 2

۱۸- مطابق شکل نقطه M ، نقطه‌ای از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2x-a}$ واقع در ناحیه دوم مختصات است. اگر بیشترین مساحت مستطیل $MAOB$ برابر 8 باشد، مقدار a کدام است؟

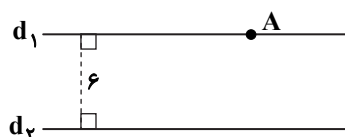


- (۱) -6 (۲) -8 (۳) -10 (۴) -12

هندسه

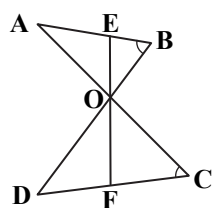
جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۱۹- در شکل روبه‌رو، دو خط موازی d_1 و d_2 به فاصله 6 از هم مفروض است و نقطه A روی خط d_1 قرار دارد. چند نقطه وجود دارد که از دو خط d_1 و d_2 به فاصله یکسان بوده و از نقطه A به فاصله 3 باشد؟



- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) صفر

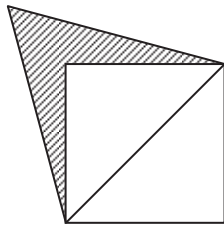
۲۰- در شکل روبه‌رو، $EF = 16$ نیمساز دو زاویه متقابل به رأس AOB و DOC است. اگر $\hat{B} = \hat{C}$ و $\frac{OB}{OC} = \frac{3}{5}$ ، آن‌گاه اندازه OF کدام است؟



- (۱) 8 (۲) 6 (۳) 10 (۴) 12

محل انجام محاسبات

۲۱- بر روی قطر یک مربع به ضلع واحد، مثلث متساوی الاضلاعی بنا شده است. مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟

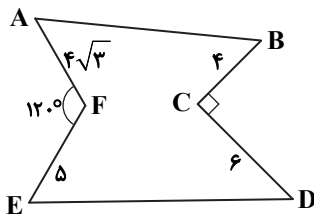


- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
(۴) $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

۲۲- دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۹ مماس خارج‌اند. به‌ازای کدام مقدار m ، طول مماس مشترک آن‌ها برابر $m-5$ است؟

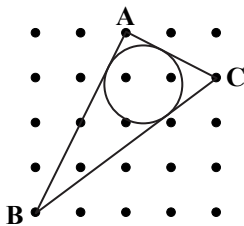
- (۱) ۱۴ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۱۹

۲۳- یک زمین کشاورزی به‌شکل روبه‌رو است. بدون اینکه اندازه محیط و تعداد اضلاع زمین تغییر کند، چقدر می‌توان به مساحت این زمین اضافه کرد؟



- (۱) ۵۴
(۲) $24 + 10\sqrt{3}$
(۳) ۲۷
(۴) $12 + 5\sqrt{3}$

۲۴- شعاع دایره مماس بر اضلاع مثلث شبکه‌ای ABC کدام است؟



- (۱) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
(۲) $\frac{3\sqrt{5}-5}{2}$
(۳) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
(۴) $\frac{5\sqrt{5}-3}{2}$

محل انجام محاسبات

۲۵- در مثلث ABC اگر $\hat{A} = 75^\circ$ ، $\hat{B} = 60^\circ$ و $a = 1 + \sqrt{3}$ ، ضلع b کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{6}$

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ . & . \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس A^{100} کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

۲۷- اگر معادله مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع ۲ که بر دایره‌ای به شعاع ۳، مماس خارج هستند به صورت

$$ax^2 + y^2 + 3x + 9y + k = 0 \text{ باشد، مقدار } k \text{ کدام است؟}$$

- (۱) $2/5$ (۲) $-2/5$ (۳) $16/25$ (۴) $-16/25$

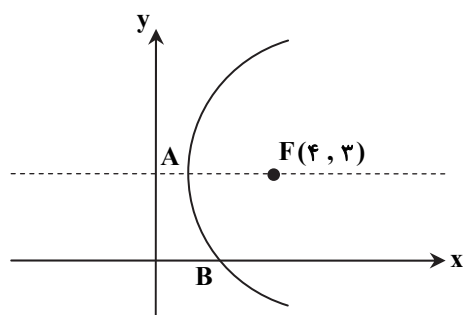
۲۸- اگر خط $x = -2$ خط هادی سهمی روبه‌رو باشد، طول پاره خط AB کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}\sqrt{17}$

(۲) $\frac{4}{3}\sqrt{17}$

(۳) ۳

(۴) ۴



۲۹- اگر $|\vec{a}| = 6$ ، $|\vec{b}| = 5$ و اندازه تصویر بردار $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ برابر ۳ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع بناشده بر دو بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ و

$3\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

ریاضیات گسسته

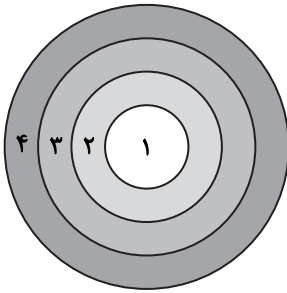
جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۳۰- اگر گزاره‌ای درست و p و q گزاره‌هایی دلخواه باشند، ارزش کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$ (۲) $r \Rightarrow (p \wedge r)$
(۳) $r \Rightarrow (p \vee q)$ (۴) $(p \wedge \sim r) \Rightarrow (q \vee \sim r)$

محل انجام محاسبات

۳۱- در پرتاب یک دارت، مطابق شکل زیر صفحه هدف به چهار ناحیه مجزا تقسیم شده است. اگر احتمال اصابت به ناحیه k ام، برابر $x(3k-1)$ باشد، احتمال اصابت دارت به ناحیه سوم کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{13}$

(۳) $\frac{4}{13}$

(۴) $\frac{5}{13}$

۳۲- با توجه به جدول فراوانی مقابل، میانگین داده‌ها چقدر از میانه آن‌ها بیشتر است؟

داده‌ها	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
فراوانی	۷	۶	۲	۵

(۱) ۱

(۲) 0.25

(۳) 0.5

(۴) 0.75

۳۳- برای انتخاب ۱۸ عدد از بین اعداد ۱ تا ۴۵۰ به روش سامانمند، شماره ۸۰ انتخاب شده است. کدام عدد در ابتدای نمونه‌گیری انتخاب شده است؟

(۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۴

۳۴- اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x^2 < 50\}$ و $B = \{3k-2 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\}$ ، تعداد زیرمجموعه‌های $(A \times B) \cap (B \times A)$ کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۴

۳۵- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۳۰، برابر مجذور خارج‌قسمت باشد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۳۶- به چند طریق می‌توان ۱۱ پرتقال یکسان را بین ۴ نفر تقسیم کرد به‌طوری که به هر نفر حداقل ۲ پرتقال برسد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۳۷- اعضای مجموعه $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_7\}$ را بر ۲۵ تقسیم می‌کنیم. حداقل چند عضو از این مجموعه باقی‌مانده یکسانی بر ۲۵ دارند؟

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- برای اعداد صحیح x و y اگر $0 \leq x, y < 21$ ، آنگاه چند جفت عدد به صورت (x, y) در عبارت $x^2 - y^2 = (x-y)^2$ صدق می‌کند؟

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۱ (۴) ۲۱

۳۹- اگر داشته باشیم ${}^5P_x \equiv 1! + 2! + 3! + \dots + 50!$ ، باقی‌مانده تقسیم عدد x بر ۵ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۰- گراف همبند G یک گراف ۶ رأسی غیر تهی k -منتظم با کمترین مقدار k است. در این گراف بیشترین طول مسیر کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۲۸ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) مقاومت ویژه یک ماده به ساختار اتمی و دمای آن بستگی دارد.

(ب) مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

(پ) ضریب دمایی مقاومت ویژه نیم رساناها منفی است.

(ت) با افزایش دمای یک نیم رسانا تعداد حاملان بار افزایش می‌یابد.

۱ (۱)

۲ (۲)

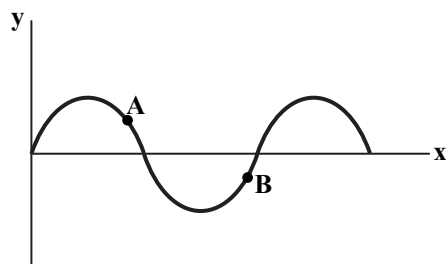
۳ (۳)

۴ (۴)

۴۲- نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج عرضی که در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود، در یک لحظه معین مطابق شکل است. در این لحظه، حرکت در نقاط A و B چگونه است؟(۱) A تندشونده و B کندشونده(۲) A کندشونده و B تندشونده

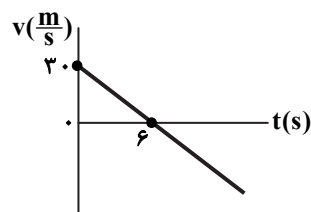
(۳) هر دو تندشونده

(۴) هر دو کندشونده



۴۳- در آزمایش تداخل امواج نورانی (آزمایش یانگ)، آزمایش جداگانه با نورهای زرد، قرمز، سبز و آبی با شرایط یکسان انجام می‌شود. بیشترین پهنای نوارهای روشن مربوط به نور و کمترین پهنای نوار تاریک مربوط به نور است.

(۱) آبی - قرمز (۲) زرد - قرمز (۳) قرمز - سبز (۴) قرمز - آبی

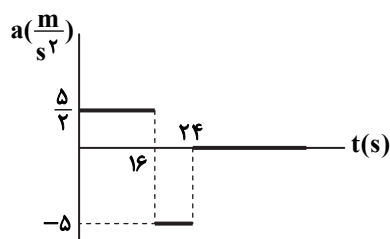
۴۴- نمودار سرعت - زمان روبه‌رو، مربوط به متحرکی است که روی یک خط راست حرکت می‌کند. اگر متحرک در لحظه $t = 2s$ از مکان $x = 200m$ عبور کند، در چه زمانی از مکان $x = 80m$ عبور خواهد کرد؟(۱) $t = 10s$ (۲) $t = 12s$ (۳) $t = 14s$ (۴) $t = 16s$ ۴۵- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست (محور x) حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر در لحظه $t = 0$ سرعت متحرک $v_0 = -10 \frac{m}{s}$ باشد، در مدتی که متحرک هم‌سو با محور x حرکت می‌کند، تندی متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۲۵

۴۶- سنگی از یک بلندی رها می‌شود و با تندی $37 \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. ۲ ثانیه قبل از آنکه سنگ به زمین برسد، چند متر با نقطه شروعحرکت فاصله دارد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

(۱) ۱۱ / ۲۵

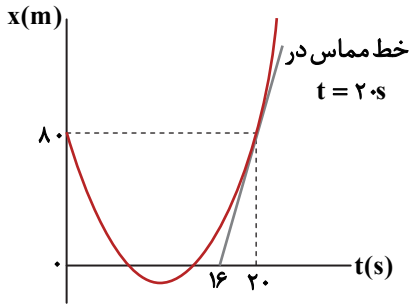
(۲) ۱۴ / ۴۵

(۳) ۲۴ / ۶۵

(۴) ۲۷ / ۲۵

محل انجام محاسبات

۴۷- سهمی شکل روبه‌رو، نمودار مکان- زمان را در یک حرکت بر مسیر مستقیم نشان می‌دهد. در لحظه عبور از مبدأ مکان ($x = 0$) تندی حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۳)

$4\sqrt{5}$ (۴)

۴۸- یک توپ در راستای قائم از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌شود. در زمانی که اندازه شتاب توپ $\frac{8}{9}g$ است، جهت حرکت توپ به طرف است و بزرگی مقاومت هوا برابر بزرگی مقاومت هوا در زمانی است که توپ به تندی حدی می‌رسد.

(۴) بالا، $\frac{8}{9}$

(۳) پایین، $\frac{8}{9}$

(۲) بالا، $\frac{1}{9}$

(۱) پایین، $\frac{1}{9}$

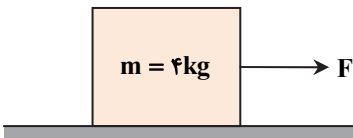
۴۹- جرمی به جرم $m = 4 \text{ kg}$ روی سطح افقی به ضریب اصطکاک $\mu_k = 0.6$ و $\mu_s = 0.8$ ساکن است. اگر به آن نیروی ثابت و افقی $F = 30 \text{ N}$ وارد شود، بزرگی نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$30\sqrt{2}$ (۱)

$40\sqrt{2}$ (۲)

۴۰ (۳)

۵۰ (۴)



۵۰- در شکل روبه‌رو، جرم طناب ناچیز و در ابتدا جسم روی سطح افقی ساکن است. با وارد شدن نیروی ثابت $\vec{F}$ ، جسم در مدت ۳ ثانیه با شتاب ثابت از سطح زمین ۹ متر فاصله می‌گیرد. بزرگی نیروی $\vec{F}$ و بزرگی نیرویی که جسم بر طناب وارد می‌کند ($\vec{F}_1$) چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

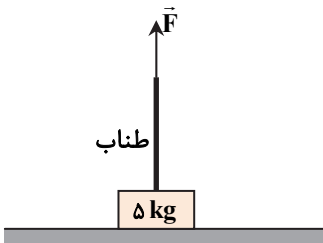
$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$F = F_1 = 60 \text{ N}$ (۱)

$F = 60 \text{ N}$ و $F_1 = 50 \text{ N}$ (۲)

$F = F_1 = 40 \text{ N}$ (۳)

$F = 40 \text{ N}$ و $F_1 = 50 \text{ N}$ (۴)



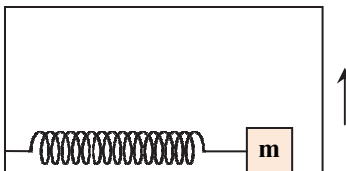
۵۱- در شکل روبه‌رو، آسانسور دارای حرکت تندشونده روبه‌بالا با شتاب ۳ متر بر مربع ثانیه است. در این حالت فنر ۲۰ سانتی‌متر کشیده‌تر از طول عادی است و جسم ۲ کیلوگرمی متصل به آن روی کف آسانسور قرار دارد. هنگامی که شتاب آسانسور ۲ متر بر مربع ثانیه کاهش می‌یابد، جسم در آستانه حرکت روی کف آن قرار می‌گیرد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $\mu_s = 0.25$)

۲۵ (۱)

$27/5$ (۲)

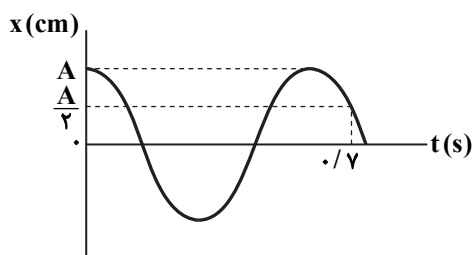
۳۰ (۳)

$32/5$ (۴)



محل انجام محاسبات

۵۲- نمودار مکان- زمان نوسانگری که هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل است. بزرگی بیشینه شتاب نوسانگر چند برابر بزرگی بیشینه سرعت آن است؟



- (۱) $\frac{10\pi}{3}$
(۲) $\frac{10\pi}{21}$
(۳) $\frac{20\pi}{3}$
(۴) $\frac{50\pi}{21}$

۵۳- یک آونگ ساده در مدت معینی ۳۰ نوسان انجام می‌دهد. اگر جرم گلوله آونگ را ۲ برابر کنیم و طول آونگ را ۱۹ سانتی‌متر تغییر دهیم، آونگ در همان مدت ۲۷ نوسان انجام می‌دهد. طول آونگ در حالت دوم چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۱۹ (۳) ۸۱ (۴) ۶۴

۵۴- از یک پنجره به شکل مستطیل با ابعاد $80\text{ cm} \times 25\text{ cm}$ در هر ساعت $7/2$ ژول انرژی صوتی وارد اتاق می‌شود. تراز شدت صوت در محل این پنجره چند دسی‌بل است؟ $(I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2})$ و سطح پنجره را عمود بر راستای انتشار موج در نظر بگیرید.

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰ (۴) ۷۰

۵۵- یک تار به جرم ۱۰۰ گرم و طول ۸۰ سانتی‌متر در دو انتها محکم بسته شده و از دو انتها با نیروی ۵۰ نیوتون کشیده می‌شود. اگر تار به صورتی به ارتعاش درآید که ۶ شکم در طول آن تشکیل شود، بسامد ارتعاش تار چند هرتز است؟

- (۱) ۵۰ (۲) $62/5$ (۳) ۷۵ (۴) $87/5$

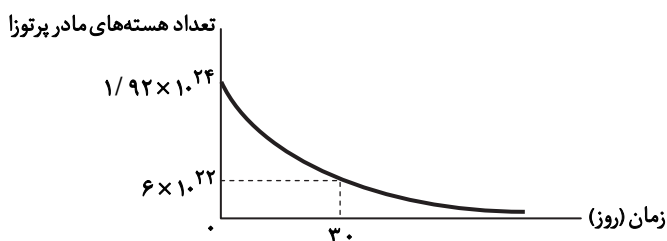
۵۶- وارونی جمعیت الکترون‌ها در لیزر مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بوده و اساس کار لیزر گسیل است.

- (۱) بیشتر - خودبه‌خودی (۲) بیشتر - القایی (۳) کمتر - القایی (۴) کمتر - خودبه‌خودی

۵۷- در اتم هیدروژن، اگر الکترون از مدار مانای U به مدار مانای L بازگردد، فوتونی با طول موج $\frac{10000}{21}$ نانومتر تابش می‌کند. شعاع مدار U چند برابر شعاع مدار L است؟ $(R = 0.053 \text{ nm})^{-1}$

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۶ (۳) $6/25$ (۴) $1/6$

۵۸- شکل روبه‌رو، نمودار تغییرات تعداد هسته‌های یک نمونه پرتوزا را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نیمه‌عمر هسته‌های این نمونه چند روز است؟

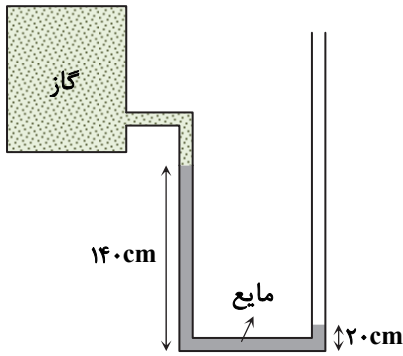


- (۱) ۷
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۴

۵۹- کدام گزینه درست است؟

- (۱) ایزوتوپ‌های یک عنصر را می‌توان با استفاده از روش‌های شیمیایی به راحتی از یکدیگر جدا کرد.
(۲) هرچه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته کمتر است.
(۳) اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در تمام هسته‌ها، از مرتبه مگاالکترون‌ولت است.
(۴) در تمام فرایندهای واپاشی هسته‌ای، تعداد نوکلئون‌ها پایسته است.

محل انجام محاسبات



۶۰- در شکل روبه‌رو، فشار هوای محیط ۹۸ کیلوپاسکال، حجم مخزن گاز ۴۰ لیتر و دمای

گاز داخل مخزن ۱۲۷°C است. اگر چگالی مایع $\frac{1}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد، گاز داخل مخزن

چند مول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) ۱/۲

(۲) ۱

(۳) ۰/۸

(۴) ۰/۶

۶۱- مساحت مقطع‌های ظرف زیر ۲۰cm^2 و ۱۰cm^2 است. چند گرم روغن با چگالی $\frac{0}{8} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ درون ظرف بریزیم تا نیرویی که صرفاً ناشی از

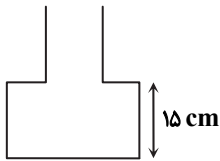
روغن بر کف ظرف وارد می‌شود، $1/2$ برابر وزن روغن باشد؟

(۱) ۳۶۰

(۲) ۳۲۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۲۴۰



۶۲- تلمبه‌ای با توان ورودی ۲۰kW و بازده ۶۰ درصد، در هر ثانیه چند لیتر از آب یک دریاچه را می‌تواند درون مخزنی بفرستد که در ارتفاع ۱۲

متری بالای سطح آب دریاچه است؟ (از هرگونه اتلاف انرژی در مسیر انتقال آب چشم‌پوشی شود، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۱۰۰

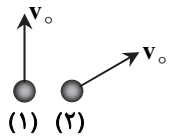
(۳) ۱۲۰

(۲) $\frac{500}{3}$

(۱) $\frac{2500}{9}$

۶۳- مطابق شکل، دو گلوله مشابه از یک نقطه با تندی اولیه v_0 در شرایط خلأ پرتاب می‌شوند. اگر گلوله (۱) کاملاً به‌طور قائم و گلوله (۲) به‌صورت مایل پرتاب شوند و ارتفاع بالاترین نقطه‌ای که گلوله (۱) به آن می‌رسد، چهار برابر ارتفاع بالاترین نقطه حرکت گلوله (۲) باشد،

بزرگی سرعت گلوله (۲) در نقطه اوج خود (بالاترین نقطه) چند برابر v_0 است؟



(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶۴- درون ظرفی به جرم ۳۰۰g و گرمای ویژه $۱۰۵۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، مقدار ۴۰۰g آب ۲۰°C در حال تعادل است. چند گرم یخ ۱۰°C به آب ظرف اضافه

کنیم، تا دمای تعادل ۱۰°C شود؟ (مبادله گرمایی بین ظرف، آب و یخ است و $c_{\text{یخ}} = ۲۱۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و $L_F = ۳۳۶ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

(۴) ۱۲۰

(۳) ۸۰

(۲) ۵۰

(۱) ۲۰

۶۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) در فرایند انبساط همدمای گاز آرمانی، تمام گرمای داده‌شده به گاز، به کار تبدیل می‌شود؛ بنابراین قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نقض می‌شود.

ب) امکان ندارد دستگاه، چرخه‌ای را بپیماید که طی آن مقداری گرما از منبع دمابالا دریافت کرده و همه آن را به کار تبدیل کند.

پ) طبق قانون دوم ترمودینامیک، هرگز بازده یک ماشین گرمایی ۱۰۰ درصد نمی‌شود.

ت) اگر بازده یک ماشین گرمایی ۱۰۰ درصد شود، قانون اول ترمودینامیک نیز نقض می‌شود.

(۴) ۴

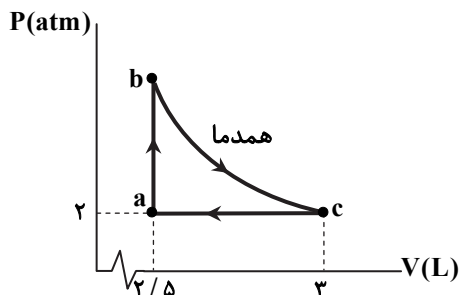
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۶۶- مقداری گاز آرمانی، چرخه‌ای مطابق شکل را طی می‌کند و فرایند bc هم‌دما است. اگر گاز در فرایند ab، ۲۵۰ J گرما دریافت کرده باشد، این گاز در فرایند ca چند ژول گرما از دست داده است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)



(۱) ۲۵۰

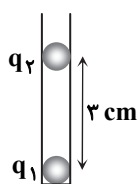
(۲) ۳۰۰

(۳) ۳۵۰

(۴) ۴۰۰

۶۷- مطابق شکل، دو گوی کوچک دارای بارهای $q_1 = 40 \text{ nC}$ و q_2 و جرم یکسان ۴ g درون یک استوانه بدون اصطکاک در حال تعادل قرار

دارند. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از گوی بالایی کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ ، $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) $6/25 \times 10^{13}$

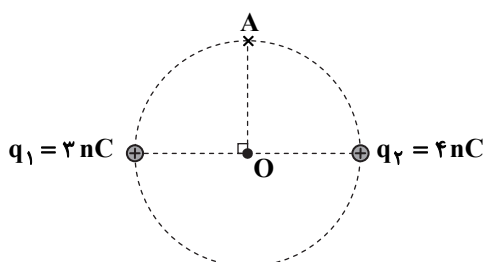
(۲) $1/6 \times 10^{13}$

(۳) $6/25 \times 10^{11}$

(۴) $1/6 \times 10^{11}$

۶۸- مطابق شکل، دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در دو سر قطر دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳ cm قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی برآیند حاصل از

آن‌ها در نقطه A، چند نیوتون بر کولن ($\frac{\text{N}}{\text{C}}$) است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)



(۱) $2/5 \times 10^4$

(۲) 3×10^4

(۳) $3/5 \times 10^4$

(۴) 4×10^4

۶۹- اگر فاصله بین صفحات خازن تختی با ظرفیت C را از ۴ mm به ۱ mm کاهش دهیم، ظرفیت خازن ۳۰ pF تغییر می‌کند. C چند پیکوفاراد است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۵

(۱) ۱

۷۰- در مدار شکل روبه‌رو، با چرخش لغزنده پتانسیومتر در جهت نشان

داده‌شده، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R و اختلاف پتانسیل دو سر

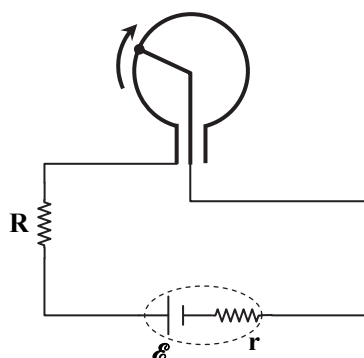
پتانسیومتر به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) کاهش - کاهش

(۲) کاهش - افزایش

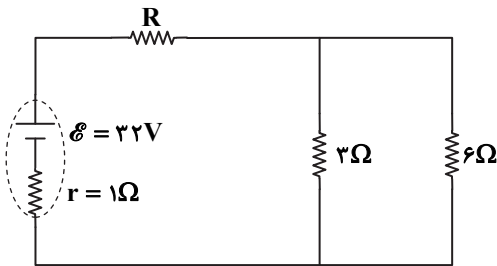
(۳) افزایش - کاهش

(۴) افزایش - افزایش



محل انجام محاسبات

۷۱- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر 23 V باشد، توان مصرفی در مقاومت $3\ \Omega$ چند وات است؟



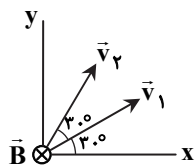
(۱) ۴۸

(۲) ۲۷

(۳) ۱۲

(۴) ۳

۷۲- مطابق شکل، ذرهٔ باردار مثبتی را یک بار با سرعت $\vec{v}_1$ و بار دیگر با سرعت $\vec{v}_2$ درون میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی پرتاب می‌کنیم. نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، بار اول برابر با $\vec{F}_1$ و بار دیگر برابر با $\vec{F}_2$ است. اگر $v_1 = v_2$ باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱) $\vec{F}_2 = \sqrt{3}\vec{F}_1$

(۲) $F_2 = \sqrt{3}F_1$, $\vec{F}_2 \neq \sqrt{3}\vec{F}_1$

(۳) $\vec{F}_2 = \vec{F}_1$

(۴) $F_2 = F_1$, $\vec{F}_2 \neq \vec{F}_1$

۷۳- به کمک یک سیم، حلقه‌ای دایره‌ای شکل می‌سازیم. اگر جریان عبوری از آن I باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز آن برابر B است. اگر به کمک همان سیم، پیچۀ مسطحی با دو حلقه بسازیم، با عبور همان جریان از آن، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها چند برابر B خواهد بود؟

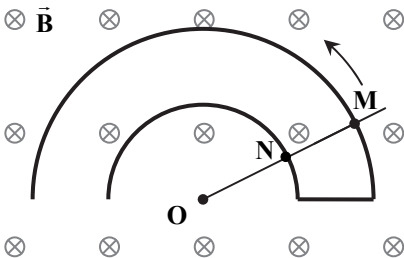
(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۴- دو نیم‌دایرهٔ فلزی هم‌مرکز با شعاع‌های 40 cm و 20 cm مطابق شکل، درون میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی با اندازهٔ $B = 0.3\text{ T}$ قرار دارند. میلهٔ فلزی OM روی دو نیم‌دایره قرار گرفته و مداری را تشکیل می‌دهد. اگر این میله حول نقطهٔ O به صورت یکنواخت در هر ثانیه 10° درجه دوران کند، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در مدت 6 ثانیه چند میلی‌ولت خواهد بود؟ ($\pi = 3$)



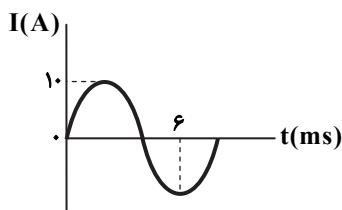
(۱) ۳۰

(۲) ۹

(۳) ۳

(۴) ۰/۹

۷۵- شکل روبه‌رو، نمودار جریان متناوبی را نشان می‌دهد که از یک القاگر با ضریب القاوری 40 H عبور می‌کند. در لحظهٔ $t = 1\text{ ms}$ انرژی ذخیره‌شده در القاگر چند ژول است؟



(۱) ۲۰۰

(۲) ۴۰۰

(۳) ۵۰۰

(۴) ۱۰۰۰

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام گزینه در مورد عنصر تکنسیم (^{99}Tc) درست است؟

- (۱) با توجه به نیم عمر بالای آن، مقادیر زیادی از این عنصر را نمی توان برای مدت طولانی نگهداری کرد.
 (۲) با توجه به پرتوزایی آن، نسبت شمار نوترون ها به پروتون ها در این عنصر بزرگ تر از ۱/۵ است.
 (۳) تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در آن برابر با ۵۶ است.
 (۴) همه تکنسیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی ساخته شود.

۷۷- عنصر A دارای سه ایزوتوپ ^{92}A ، ^{94}A و ^{96}A می باشد. اگر درصد فراوانی سنگین ترین ایزوتوپ برابر با ۱۰ و جرم اتمی میانگین عنصر A برابر با ۹۲/۶ باشد، درصد فراوانی سبک ترین ایزوتوپ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸۰ (۳) ۲۰ (۴) ۷۰

۷۸- با توجه به شکل، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) ساختار لایه ای اتم را نشان می دهد و به کمک آن می توان طیف نشری خطی عناصر را توجیه کرد.
 (۲) بخش های پررنگ، مهم ترین بخش یک لایه الکترونی هستند و احتمال بیشتر حضور الکترون در آن ناحیه را نشان می دهند.
 (۳) الکترون در هر لایه ای که باشد، در نقاط مختلف پیرامون هسته می تواند حضور داشته باشد.
 (۴) در این مدل، الکترون ها در فضای بسیار کوچکی در مقایسه با هسته اتم توزیع شده اند.

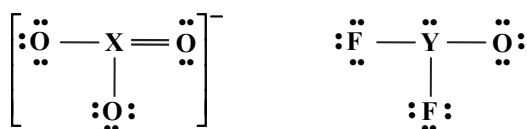
۷۹- یون تک اتمی X^{2-} ، دارای آرایش الکترونی گاز نجیب و ۱۸ الکترون با $l = 1$ است. با توجه به آن، کدام گزینه درست است؟

- (۱) اتم X متعلق به دوره چهارم و گروه ششم جدول دوره ای عناصر است. (۲) حاصل $n + l$ برای آخرین زیر لایه اتم X، برابر با ۶ است.
 (۳) آرایش الکترون - نقطه ای اتم X، به صورت $\ddot{\text{X}}$: است. (۴) فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از دو عنصر Mg و X، به صورت MgX است.

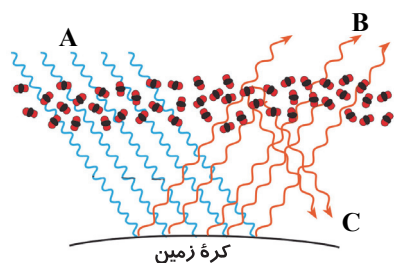
۸۰- کدام عبارت ها در مورد ترکیب کلسیم اکسید، درست هستند؟ (^{40}Ca ، ^{16}O)

- (الف) ترکیبی باردار است؛ زیرا از یون های مثبت و منفی تشکیل شده است.
 (ب) آهک نام دارد و محلول آبی آن، در دمای اتاق دارای $\text{pH} > 7$ است.
 (پ) آرایش الکترونی آنیون این ترکیب، همانند گاز نجیب نئون است.
 (ت) اتم کلسیم برای تشکیل این ترکیب، الکترون هایی با $n + l = 5$ را از دست می دهد.
 (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۸۱- با توجه به ساختار لوویس دو گونه داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

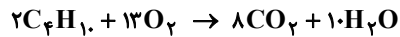


۸۲- با توجه به شکل روبه رو که عملکرد مولکول های کربن دی اکسید را در

- برابر تابش خورشید نشان می دهد، کدام گزینه درست است؟
 (۱) بخش عمده ای از پرتوهای خورشیدی، به وسیله هواکره جذب می شود.
 (۲) اگر گاز کربن دی اکسید در هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین، 18°C کاهش می یافت.
 (۳) پرتوهای «B» و «C» در ناحیه مرئی نیستند.
 (۴) بخش کوچکی از پرتوهای «A» به وسیله زمین جذب می شود.

محل انجام محاسبات

۸۳- در یک واحد تولیدی، سالانه ۴۰۶۰ کیلوگرم گاز بوتان طبق واکنش زیر می‌سوزد. اگر هر درخت تنومند به‌طور متوسط، سالانه ۶۱/۶ کیلوگرم گاز کربن دی‌اکسید جذب کند، سالانه دست‌کم چه تعداد درخت تنومند برای از بین بردن رد پای کربن دی‌اکسید حاصل از فعالیت این واحد تولیدی لازم است؟ ($\text{CO}_2 = 44, \text{C}_4\text{H}_{10} = 58 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

۸۴- چند میلی‌لیتر محلول سدیم برمید $0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ برای واکنش کامل با ۱۵۰ mL محلول $0.4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ نقره نیترات لازم است و در نتیجه این واکنش چند گرم نقره برمید تولید می‌شود؟ ($\text{AgBr} = 188 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

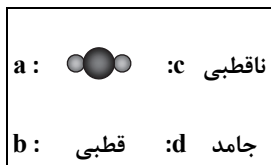
۲/۸۲، ۶۰ (۴)

۱۱/۲۸، ۶۰ (۳)

۲/۸۲، ۱۲۰ (۲)

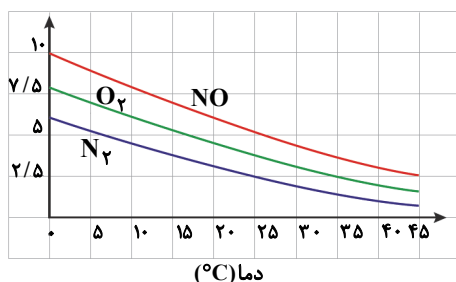
۱۱/۲۸، ۱۲۰ (۱)

۸۵- در جدول زیر، چه تعداد از موارد «a»، «b»، «c» و «d» به‌درستی معرفی شده‌اند؟



فرمول شیمیایی	مدل فضا پرکن	قطبیت مولکول	جرم مولی ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)	حالت فیزیکی (25°C)	نقطه جوش ($^\circ \text{C}$)
H_2O		b	۱۸	مایع	۱۰۰
H_2S	a	c	۳۴	d	-۶۰

انحلال‌پذیری (میلی‌گرم حل‌شونده در ۱۰۰ گرم آب) در فشار ۱ atm



۸۶- با توجه به نمودار روبه‌رو کدام گزینه درست است؟

(۱) در دمای ۵ درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری گاز

نیتروژن در حدود ۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

(۲) هرچه دما کاهش می‌یابد، اختلاف انحلال‌پذیری

گازهای نیتروژن و اکسیژن کمتر می‌شود.

(۳) انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید با کاهش دما

از ۴۵ درجه سلسیوس به صفر درجه سلسیوس،

۷/۵ میلی‌گرم در ۱۰۰ گرم آب افزایش می‌یابد.

(۴) در دمای ۲۵ درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری گاز

نیتروژن مونوکسید، دو برابر گاز اکسیژن است.

۸۷- از واکنش ۴۴۸۰ لیتر گاز اتن و برم مایع در شرایط استاندارد، ۴ لیتر ۱، ۲-دی‌برمو اتان مایع با چگالی ۱/۸۸ گرم بر میلی‌لیتر تولید شده است.

بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{Br} = 80 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۸۸- کدام یک از نام‌های زیر می‌تواند نام درست یک آلکان باشد؟

(پ) ۲، ۳، ۴-تری‌متیل‌هگزان (ت) ۳-اتیل-۳-متیل‌پنتان

(الف) ۴، ۴-دی‌متیل‌پنتان (ب) ۵-اتیل‌هگزان

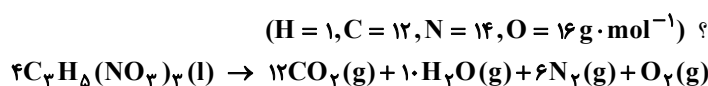
(۴) «الف» و «ب»

(۳) «پ» و «ت»

(۲) «ب» و «ت»

(۱) «الف» و «پ»

۸۹- اگر واکنش گرماده زیر با بازده ۸۰ درصد انجام شود و پس از انجام آن، شرایط را به STP بازگردانیم و مدتی صبر کنیم، در این شرایط برای تهیه ۱۲/۸۵ لیتر گاز، چند مول واکنش‌دهنده مورد نیاز است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۰/۵۲ (۴)

۰/۶۶ (۳)

۰/۸ (۲)

۱ (۱)

۹۰- ظرفیت گرمایی ۱۰ گرم آب، $42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ و ظرفیت گرمایی ۲۰ گرم اتیلن گلیکول ($\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$)، $44 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ است. اگر گرمای ویژه هریک از این مواد

پس از مخلوط شدن تغییر نکند، برای افزایش دمای ۱۰ کیلوگرم محلول ۲۰ درصد جرمی اتیلن گلیکول در آب به‌اندازه 2°C ، چند کیلوژول گرما لازم است؟

۷۶ (۴)

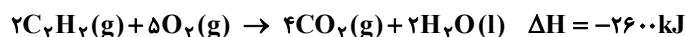
۶۴ (۳)

۶۴۰۰۰ (۲)

۷۶۰۰۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۱- براساس واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش $C_2H_2(g) \rightarrow 2C(s) + H_2(g)$ چند کیلوژول است؟



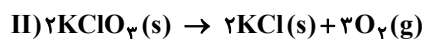
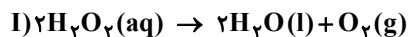
(۴) ۱۶۳۷

(۳) ۲۲۶

(۲) ۶۲۰

(۱) ۱۵۲۶

۹۲- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



■ در هر دو واکنش، به تدریج با کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

■ با افزایش دما، سرعت تولید گاز اکسیژن در هر دو واکنش، افزایش می‌یابد.

■ کاهش فشار سبب کاهش سرعت واکنش (II) می‌شود.

■ اگر در واکنش اول، به جای دو لیتر محلول ۱ مولار H_2O_2 از یک لیتر محلول ۲ مولار آن استفاده کنیم، سرعت واکنش و مقدار نهایی گاز تولیدشده در آن، افزایش می‌یابد.

(۴) صفر

(۳) سه

(۲) دو

(۱) یک

۹۳- جدول روبه‌رو، غلظت ماده AX_2 را در واکنش $2AX_2(g) \rightarrow 2AX(g) + X_2(g)$ و در ظرفی به حجم ۲ لیتر نشان می‌دهد. پاسخ درست پرسش‌های زیر، در کدام گزینه آمده است؟

t(s)	$[AX_2](\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$
۰	۰/۶۰۰
۲	۰/۴۴۸
۶	۰/۳۰۰
۸	۰/۲۴۹
۱۰	۰/۲۰۹

(الف) سرعت متوسط مصرف AX_2 در بازه زمانی نشان داده شده در جدول، چند مول بر ثانیه است؟

(ب) در ثانیه ۸، چند مول X_2 در ظرف واکنش وجود دارد؟

(۱) $0.351, 7/82 \times 10^{-2}$ (۲) $0.702, 7/82 \times 10^{-2}$ (۳) $0.351, 3/91 \times 10^{-2}$ (۴) $0.702, 3/91 \times 10^{-2}$

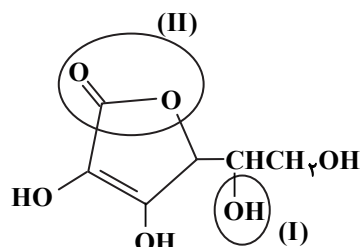
۹۴- با توجه به ساختار روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

■ بخش (I)، هیدروکسید نام دارد که در الکل‌ها نیز دیده می‌شود.

■ بخش (II)، دارای دو گروه عاملی اتری و کربونیل است.

■ فرمول مولکولی این ترکیب، $C_6H_8O_3$ است.

■ این ترکیب در آب محلول و نیروهای بین مولکولی غالب آن، از نوع پیوند هیدروژنی است.



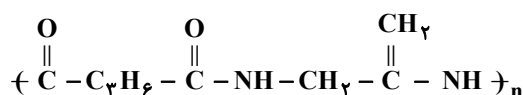
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۵- کدام عبارت(های) زیر درباره پلیمری با ساختار داده شده، درست است؟



(الف) امکان برقراری پیوند هیدروژنی در بین زنجیرهای این پلیمر وجود دارد.

(ب) بخش هیدروکربنی دی‌اسید و دی‌آمین سازنده این پلیمر، سیرنشده است.

(پ) در ساختار دی‌آمین سازنده آن، ۱۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

(ت) در دی‌اسید سازنده این پلیمر، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن برابر ۲ است.

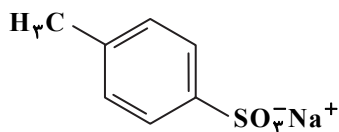
(۴) «ب»، «ت»

(۳) فقط «الف»

(۲) «الف»، «پ»

(۱) «الف»، «ب»

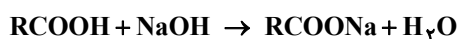
محل انجام محاسبات



- ۹۶- کدام گزینه در ارتباط با ترکیبی با ساختار نشان داده شده، درست است؟
- از دسته ترکیب‌های آروماتیک محسوب شده و به عنوان پاک کننده در شستشوی چربی‌ها به کار می‌رود.
 - فرمول شیمیایی آن $C_7H_7SO_3Na$ و نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن با این نسبت در منیزیم اکسید برابر است.
 - پاک کننده قوی تری از صابون‌ها بوده و در آب سخت نیز به خوبی کف می‌کند.
 - از خانواده پاک کننده‌های غیرصابونی بوده و در پاک کردن چربی‌ها، عملکردی مشابه با صابون دارد.

۹۷- فرض کنید لوله‌ای با $5/12$ گرم از اسید چربی با فرمول $C_{15}H_{31}COOH$ مسدود شده است. برای باز کردن این لوله، به چند میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با $pH = 13$ نیاز است و در این فرایند، چند گرم صابون تولید می‌شود؟

($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)



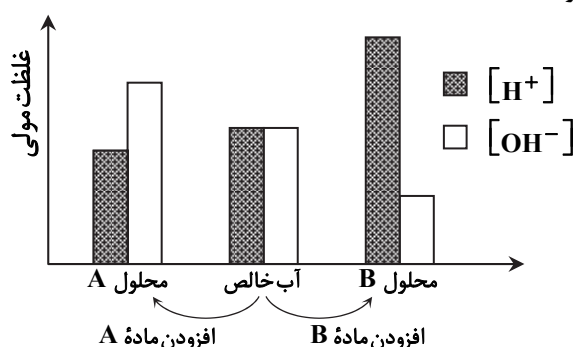
۶/۵۶، ۱۰۰ (۴)

۵/۵۶، ۱۰۰ (۳)

۶/۵۶، ۲۰۰ (۲)

۵/۵۶، ۲۰۰ (۱)

۹۸- با توجه به شکل زیر، کدام عبارت درست است؟



(۱) مواد A و B به ترتیب، اسید و باز هستند.

(۲) حاصل $[H^+][OH^-]$ برای محلول B بیشتر از محلول A است.

(۳) مجموع غلظت یون‌ها در هر سه ماده یکسان است.

(۴) کاغذ pH در محلول A به رنگ آبی در می‌آید.

۹۹- در بین عبارت‌های زیر چند عبارت درست است؟

■ در استخراج Mg از آب دریا سه فرایند شیمیایی در مراحل استخراج مشاهده می‌شود.

■ نیم واکنش کاهش $O_2(g)$ در محیط اسیدی نسبت به محیط خنثی، E° بزرگ تری دارد.

■ با ایجاد خراش عمیق در سطح آهن گالوانیزه، آهن در نقش کاتد، کاهش می‌یابد.

■ در فرایند آبکاری مانند سلول گالوانی Zn-Cu، جرم تیغه آندی کاهش می‌یابد و به جرم کاتد افزوده می‌شود.

■ در فرایند هال، الکترودهای آندی و کاتدی (C(s) وارد واکنش می‌شوند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۰- در یک سلول سوختی، ۹۶۰ گرم گاز اکسیژن با مقدار کافی گاز هیدروژن به طور کامل واکنش داده و از الکتریسیته تولیدی برای آبکاری شماری چنگال مسی به وسیله نقره، استفاده می‌شود. اگر برای آبکاری هر چنگال به $8/64$ گرم نقره نیاز باشد، شمار چنگال‌های

آبکاری شده، کدام است؟ ($O = 16, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}$)

۳۰۰۰ (۴)

۱۵۰۰ (۳)

۱۲۵۰ (۲)

۷۵۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- فرمول مولکولی ترکیب‌های سیلیس، سیلیسیم کربید و آهن (III) اکسید به ترتیب، SiO_2 ، SiC و Fe_2O_3 است.
- فرمول شیمیایی ترکیب‌های سدیم سیلیکات و پتاسیم فسفات به ترتیب، Na_2SiO_3 و K_3PO_4 است.
- توزیع الکترون‌ها در مولکول‌های کلروفرم، کربنیل سولفید و گوگرد دی‌اکسید، نامتقارن بوده و گشتاور دوقطبی این مولکول‌ها، بزرگ‌تر از صفر است.
- در مولکول‌های آمونیاک، کربن دی‌اکسید و کربن تتراکلرید، تراکم الکترون‌ها روی اتم مرکزی بیشتر بوده و برای اتم مرکزی آن‌ها، می‌توان بار جزئی منفی در نظر گرفت.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- با توجه به جدول زیر که نسبت بار به شعاع یون پایدار برای چهار عنصر دوره سوم جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

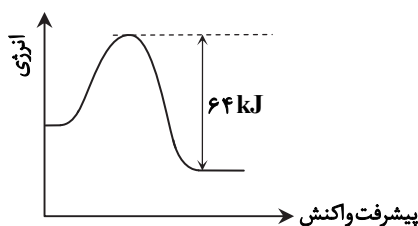
نماد یون	نسبت بار به شعاع (pm^{-1})
A^{3+}	$5/77 \times 10^{-2}$
X^{x-}	$5/55 \times 10^{-3}$
B^{b+}	$9/80 \times 10^{-3}$
Z^{z-}	$1/09 \times 10^{-2}$

(۱) اتم B دارای ۵ الکترون با $I = 0$ است.

(۲) شعاع اتمی X از Z کوچک‌تر است.

(۳) شعاع یون X^{x-} برابر با ۲۴۰ پیکومتر است.(۴) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور B_xX_b کمتر از ترکیب A با اکسیژن است.

۱۰۳- اگر انرژی فعال‌سازی واکنش $2\text{NO}(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NOCl}(\text{g})$ ، $1/56$ برابر قدرمطلق ΔH آن باشد، با توجه به نمودار زیر، به‌ازای مصرف ۱ مول NO در این واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟



(۱) ۱۲/۵

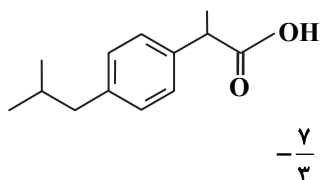
(۲) ۲۵

(۳) ۵۰

(۴) ۶۲/۵

۱۰۴- در ظرفی با حجم معین، $0/5$ مول H_2 ، $0/7$ مول N_2 و $0/14$ مول NH_3 در تعادل $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ هستند. اگر بدون تغییر دما، $0/5$ مول گاز نیتروژن به این سامانه وارد شود،
 (۱) سامانه از تعادل خارج می‌شود و تعادلی جدید برقرار می‌شود که دارای $0/76$ مول گاز است.
 (۲) با تغییر اعمال‌شده، سرعت واکنش رفت افزایش می‌یابد و تعادلی با ثابت تعادل بزرگ‌تر در سامانه برقرار می‌شود.
 (۳) در تعادل جدید، شمار مول‌های گاز هیدروژن برخلاف دو ماده دیگر، کمتر از تعادل اولیه است.
 (۴) سامانه از تعادل خارج شده و با رساندن مقدار آمونیاک به $0/4$ مول، دوباره تعادل برقرار می‌شود.

۱۰۵- نسبت مجموع عدد اکسایش کربن در ترکیب زیر، به مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن در واکنش تبدیل پارازیلین به

ترفتالیک اسید کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) $-\frac{7}{3}$ (۴) $-\frac{7}{6}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{7}{6}$ (۱)

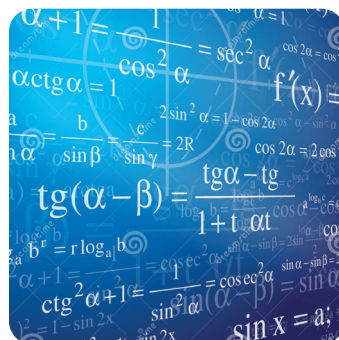
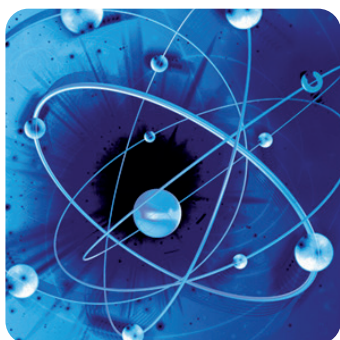
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۸ فروردین ۱۴۰۳ (مرحله ۱۷)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی



ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برخی از معادلات که دارای عبارت‌های رادیکالی از مجهول هستند را معادلات گنگ می‌نامند. برای حل آن‌ها با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم. جواب‌های به‌دست‌آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند، زیرا عملیات توان‌رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.

نکته: به‌طور کلی اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشد، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند. ابتدا معادله گنگ را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{4a+1} = 7-2a \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 4a+1 = 4a^2 + 49 - 28a$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 32a + 48 = 0 \Rightarrow a^2 - 8a + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=6 \end{cases} \text{ غرق}$$

مقدار $a=6$ در معادله اولیه صدق نمی‌کند، پس فقط $a=2$ قابل قبول است. به دنبال معادله‌ای هستیم که ریشه‌های آن $a=2$ و $a-1=1$ باشد، داریم:

$$\begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ معادله}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۱، فصل ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۳

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d به‌صورت زیر است:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

ابتدا مجموع دوازده جمله دنباله حسابی را به‌دست می‌آوریم:

$$b_1 = 24, d = 3 \Rightarrow S_{12} = 6(48 + 11 \times 3) = 6 \times 81 = 486$$

حال عدد به‌دست‌آمده را برابر جمله عمومی دنباله هندسی قرار می‌دهیم تا شماره جمله هندسی به‌دست آید:

$$486 = 2 \times 3^{n-1} \Rightarrow 2 \times 3^5 = 2 \times 3^{n-1} \Rightarrow n = 6$$

یعنی جمع ۱۲ جمله ابتدایی دنباله b_n ، با جمله ششم دنباله هندسی a_n برابر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۴)

۳- پاسخ: گزینه ۳

برای یافتن بازه‌ای که در آن نمودار تابع زیر نیمساز ربع اول قرار دارد کافی است نامعادله $y < x$ را در محدوده طول‌های مثبت حل کنیم:

$$y < x \Rightarrow 2x^3 - 3x^2 - 2x + 2 < x \Rightarrow 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$\Rightarrow 2x^3 + 2 - 3x^2 - 3x < 0 \Rightarrow 2(x^3 + 1) - 3x(x+1) < 0 \Rightarrow (x+1)(2(x^2 - x + 1) - 3x) < 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(2x^2 - 5x + 2) < 0 \Rightarrow (x+1)(x-2)(2x-1) < 0$$

x	-1	$\frac{1}{2}$	2
$(x+1)(x-2)(2x-1)$	$-$	$+$	$-$

$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } \frac{1}{2} < x < 2$$

با توجه به محدوده $x > 0$ تنها محدوده قابل قبول $\frac{1}{2} < x < 2$ است. بنابراین:

$$a = \frac{1}{2}, b = 2 \Rightarrow b - a = \frac{3}{2}$$

۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: رأس سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت $S(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$ می باشد.

ریشه های سهمی $y = f(x)$ را به دست می آوریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow (4-a)x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x(8 + (4-a)x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{8}{4-a} = \frac{8}{a-4} \end{cases}$$

محور تقارن سهمی $x = \frac{a}{3}$ است، پس $\frac{a}{3}$ وسط دو ریشه است:

$$\frac{8}{a-4} + 0 = 2 \times \frac{a}{3} \Rightarrow \frac{8}{a-4} = \frac{a}{3} \Rightarrow a^2 - 4a = 12 \Rightarrow a^2 - 4a - 12 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -2 \end{cases} \text{ غق ق}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x^2 + 8x$$

رأس سهمی به صورت $(2, 8)$ و ریشه های سهمی برابر $x = 4$ و $x = 0$ هستند. بنابراین مساحت این شکل برابر است با:

$$S = 8 \times 4 = 32$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۳)

۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\text{نکته: } (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

ابتدا عدد $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - 2$ را ساده می کنیم:

$$A = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - 2 \Rightarrow A = |\sqrt{2}+1| - 2 = \sqrt{2} - 1$$

مکعب این عدد را به دست می آوریم:

$$A^3 = (\sqrt{2}-1)^3 = (\sqrt{2})^3 - 3(\sqrt{2})^2 + 3(\sqrt{2}) - 1 = 2\sqrt{2} - 3 \times 2 + 3\sqrt{2} - 1 = 5\sqrt{2} - 7$$

بنابراین مکعب این عدد از $5\sqrt{2}$ به اندازه ۷ واحد کم تر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } \log_b a^n = n \log_b a, \quad \log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}, \quad \log_c a + \log_c b = \log_c ab$$

از طرفین تساوی لگاریتم در پایه ۲ می گیریم:

$$\begin{aligned} \log_2 2^{1-2x} &= \log_2 3^{x+2} \Rightarrow (1-2x) \log_2 2 = (x+2) \log_2 3 \\ \Rightarrow (1-2x) &= (x+2) \log_2 3 \Rightarrow 1-2x &= x \log_2 3 + 2 \log_2 3 \\ \Rightarrow x(2 + \log_2 3) &= 1-2 \log_2 3 \Rightarrow x(\log_2 4 + \log_2 3) = \log_2 2 - 2 \log_2 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x(\log_2 12) = 1-2 \log_2 3 \Rightarrow x = \frac{1-2 \log_2 3}{\log_2 12}$$

بنابراین $\alpha = 1$ و $\beta = 2$ و داریم:

$$\alpha + 2\beta = 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس هاس ۳ و ۴، فصل ۲)

۷- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برای تابع وارون پذیر f اگر $f(a) = b$ ، آنگاه $f^{-1}(b) = a$.

قرار است $f^{-1}(2x)$ نیمساز ناحیه سوم را قطع کند، پس باید معادله زیر را حل کنیم:

$$f^{-1}(2x) = x \xrightarrow{\text{مطابق نکته}} f(x) = 2x$$

از طرفی $f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x+2}$ ، پس:

$$x + 1 + 2\sqrt{x+2} = 2x \Rightarrow 2\sqrt{x+2} = x - 1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 4(x+2) = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases} \text{ غق ق}$$

مقدار $x = -1$ قابل قبول نیست؛ زیرا محل تقاطع با نیمساز ناحیه اول را می خواهیم. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آنگاه چندجمله‌ای‌های منحصر به فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به‌طوری‌که:

$$f(x) = p(x) \cdot q(x) + r(x)$$

که در آن $r(x) = 0$ یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کمتر است.

مطابق رابطه تقسیم داریم:

$$2x^4 + ax^3 + 3x^2 + 2x = (2x^2 - x - 1)Q(x) + bx + 2 \Rightarrow 2x^4 + ax^3 + 3x^2 + 2x = (x-1)(2x+1)Q(x) + bx + 2$$

ریشه‌های عبارت $2x^2 - x - 1$ را در تساوی بالا قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow 2+a+3+2=b+2 \Rightarrow a-b=-5 \\ x=-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{8} - \frac{a}{8} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{b}{2} + 2 \Rightarrow \frac{a}{8} - \frac{b}{2} = -\frac{17}{8} \end{cases} \Rightarrow a=-1, b=4$$

بنابراین: $a+b=3$

مقدار هریک از نسبت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \sin \frac{7\pi}{6} = \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{5\pi}{3} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \\ \sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \frac{11\pi}{6} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan \frac{2\pi}{3} = \tan(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3} \end{cases}$$

با جای‌گذاری مقادیر در تساوی داده شده داریم:

$$\frac{-\frac{b}{2} - \frac{a}{2}}{-a\frac{\sqrt{3}}{2} + b\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\sqrt{3} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = -3 \Rightarrow a+b = -3a+3b \Rightarrow 2b=4a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

$$\text{نکته: } \cos 2x = 2\cos^2 x - 1, \sin 2x = 2\sin x \cos x, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\text{نکته: } \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

با توجه به آنکه $\tan x + \cot x = \frac{10}{3}$ ، داریم:

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 3 \\ \tan x = \frac{1}{3} \text{ غقی} \end{cases}$$

چون $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ پس $\tan x > 1$ و $\tan x = \frac{1}{3}$ قابل قبول نیست.

از طرفی:

$$\tan x = 3 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 10 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{10}}{10} \\ \sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = -\frac{8}{10} \\ \sin 2x = 2\sin x \cos x = \frac{6}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2x - \sin 2x) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\frac{8}{10} - \frac{6}{10}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\frac{14}{10}) = -\frac{7\sqrt{2}}{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به آنکه نمودار تابع از مبدأ مختصات عبور کرده است، داریم:

$$f(0) = 0 \Rightarrow 1 + a \sin\left(-\frac{\delta\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow 1 - a \times \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی $f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 0$ و $x = \frac{4\pi}{3}$ سومین ریشه پس از $x = -\frac{\delta\pi}{6}$ است، پس:

$$f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 1 + 2 \sin\left(\frac{4\pi}{3}b - \frac{\delta\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{4\pi b}{3} - \frac{\delta\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi b}{3} - \frac{\delta\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \frac{4\pi b}{3} - \frac{\delta\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

سومین ریشه پس از
 $x = -\frac{\delta\pi}{6}$

$$\Rightarrow \frac{4\pi b}{3} = \frac{16\pi}{6} \Rightarrow \frac{4\pi b}{3} = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow b = 2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا اولین جواب معادله $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$ را به دست می آوریم:

$$\sin x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{-3 - 5}{4} = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{اولین جواب مثبت} = \frac{\pi}{6}$$

مطابق فرض $x = \frac{\pi}{6}$ اولین ریشه مثبت معادله $\cos\left(\alpha x + \frac{\pi}{12}\right) = -1$ است:

$$\cos\left(\frac{\alpha\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right) = -1 \Rightarrow \frac{\alpha\pi}{6} + \frac{\pi}{12} = \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{12} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{6} = \frac{11}{12} \Rightarrow \alpha = \frac{11}{2} = 5.5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس های ۱ و ۲، فصل ۳)

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

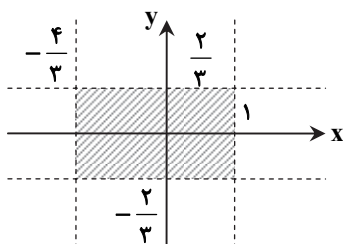
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

در توابع کسری برای به دست آوردن مجانب قائم، ریشه های مخرج را بررسی می کنیم.

نکته: خط $y = 1$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می نامیم، به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ یا $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ برقرار باشد.

پس برای به دست آوردن مجانب های تابع f در این سؤال داریم:

$$\text{مجانِب قائم: } 3x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{6} = \frac{-1 \pm 7}{6} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{4}{3} \end{cases}$$



$$\text{مجانِب افقی: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x(x-1) + x}{3x^2 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{3x^2} = \frac{2}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x(-x+1) + x}{3x^2 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^2}{3x^2} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

مساحت محصور بین مجانب های قائم و افقی تابع f مساحت یک مستطیل به ابعاد $\frac{4}{3}$ و $\frac{7}{3}$ است که برابر است با:

$$\frac{4}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{28}{9}$$

$$\text{نکته: } 1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\text{نکته: } \sin u \sim u \text{ as } u \rightarrow 0$$

عبارت دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است، پس با ضرب مزدوج مخرج در صورت و مخرج داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan x}{\sqrt{1 - \cos x}} \times \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sqrt{1 + \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan x \times \sqrt{2}}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \tan x}{\sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \frac{\sin x}{\cos x}}{\sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \times \frac{\sin x}{1}}{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{\sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{\frac{x}{2}} = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۴)

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } y = f \cdot g \Rightarrow y' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$\text{نکته: } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a)}{h} = mf'(a)$$

چون f در $x=2$ پیوسته است و حد داده شده موجود است پس $f(2) = 16$: همچنین داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-3h) - f(2)}{h} = -3f'(2) \Rightarrow -3f'(2) = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{2}$$

در نتیجه $f(2) = 16$ و $f'(2) = -\frac{1}{2}$ ، حالا مشتق تابع خواسته شده را به دست می آوریم:

$$y = x\sqrt{f(x)} \Rightarrow y' = \sqrt{f(x)} + \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} \times x$$

اکنون داریم:

$$y'(2) = \sqrt{f(2)} + \frac{f'(2)}{2\sqrt{f(2)}} \times 2 \Rightarrow y'(2) = 4 + \frac{-\frac{1}{2}}{2 \times 4} \times 2 = 4 - \frac{1}{8} = \frac{31}{8}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۴)

۱۶- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر $y = kx^n$ ، آنگاه: $y' = knx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{Q}$)

نکته: مشتق دوم تابع $y = f(x)$ را با $y'' = f''(x)$ نمایش می دهیم و برای محاسبه آن از $y' = f'(x)$ مشتق می گیریم.

اگر مشتق دوم این تابع دارای دامنه $\mathbb{R}$ باشد، پس در همه نقاط از جمله نقطه $x=1$ تعریف شده است. بنابراین مشتق اول تابع f هم در این نقطه تعریف شده است و تابع f در این نقطه پیوسته است و داریم:

$$\begin{cases} \text{I) } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \\ \text{II) } f'_+(1) = f'_-(1) \\ \text{III) } f''_+(1) = f''_-(1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + \lambda = b + c \\ \left(-\frac{a}{x}\right)_{(1)} = (3bx^2 + c)_{(1)} \Rightarrow -a = 3b + c \\ (2ax^{-3})_{(1)} = (6bx)_{(1)} \Rightarrow 2a = 6b \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=3b} \begin{cases} 3b + \lambda = b + c \\ -3b = 3b + c \end{cases} \Rightarrow b = -1, c = 6, a = -3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۵)

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در تابع مشتق پذیر f نقاط اکسترمم نسبی ریشه‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند.

نکته: در تابع دو بار مشتق پذیر f نقاط عطف ریشه‌های معادله $f''(x) = 0$ هستند.

$x=1$ نقطه اکسترمم نسبی تابع مشتق پذیر f است، پس $f'(1) = 0$ داریم:

$$f'(x) = 2ax + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

از طرفی $x = \alpha$ طول نقطه عطف تابع است، پس: $f''(\alpha) = 0$

$$f'(x) = -x + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f''(x) = -1 - \frac{2}{x^3}$$

$$f''(\alpha) = 0 \Rightarrow -1 - \frac{2}{\alpha^3} = 0 \Rightarrow \frac{2}{\alpha^3} = -1 \Rightarrow \alpha^3 = -2$$

برای حل این مسائل که به مسائل بهینه‌سازی معروف است، ابتدا ضابطه تابعی که قرار است ماکزیمیم یا مینیمم باشد را برحسب یک متغیر تشکیل می‌دهیم، سپس اکستریم تابع را به کمک مشتق به دست می‌آوریم. اگر در این تست $M(x, y)$ را واقع بر نمودار در نظر بگیریم، داریم:

$$S(x) = OB \times OA = (-x)(y) = -x\sqrt{2x-a} \quad (\text{مساحت مستطیل } MAOB)$$

$$\Rightarrow S' = -\sqrt{2x-a} - x \times \frac{1}{\sqrt{2x-a}} = \frac{-(2x-a) - x}{\sqrt{2x-a}} = \frac{a-3x}{\sqrt{2x-a}}$$

$$S' = 0 \Rightarrow a - 3x = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{3} \quad \text{طول نقطه ماکزیمیم}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = S\left(\frac{a}{3}\right)$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{a}{3}\right) = 8 \Rightarrow -\frac{a}{3}\sqrt{\frac{2a}{3}-a} = 8 \Rightarrow -\frac{a}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}} = 8$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)^3 = 8 \Rightarrow \sqrt{-\frac{a}{3}} = 2 \Rightarrow -\frac{a}{3} = 4 \Rightarrow a = -12$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۱، فصل ۱)

۱۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: نقاطی که از نقطه مشخص A به فاصله معلوم r هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع r است.

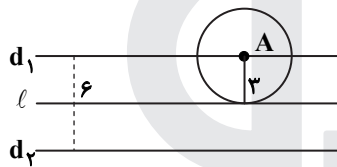
نکته: نقاطی که از دو خط موازی به یک فاصله هستند، خطی موازی آن دو خط موازی و در وسط آن‌ها است.

با توجه به نکات بالا، ابتدا خط ℓ را موازی d_1 و d_2 و در وسط آن‌ها رسم می‌کنیم.

سپس دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ رسم می‌کنیم. محل برخورد این دایره با خط ℓ جواب

مسئله است. چون فاصله دو خط موازی برابر ۶ است، پس این دایره بر خط ℓ مماس است

و تنها یک نقطه با ویژگی‌های مورد نظر وجود دارد.



▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۴، فصل ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشد، آن‌گاه دو مثلث متشابه هستند.

نکته: اگر دو مثلث متشابه باشند، آن‌گاه نسبت اندازه‌های نیمسازهای زوایای متناظر با نسبت تشابه برابر است.

با استفاده از نکات فوق، داریم:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{AOB} = \hat{DOC} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle OAB \sim \triangle ODC \xrightarrow{\text{تناسب اجزای متناظر}} \frac{OE}{OF} = \frac{OB}{OC} \xrightarrow{\frac{OB}{OC} = \frac{3}{5}} \frac{OE}{OF} = \frac{3}{5} \\ & \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{OE+OF}{OF} = \frac{3+5}{5} \Rightarrow \frac{EF}{OF} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{16}{OF} = \frac{8}{5} \Rightarrow OF = 10 \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

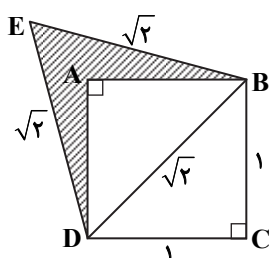
نکته: مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

ابتدا طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع را که برابر طول قطر مربع به ضلع واحد است، به دست می‌آوریم:

$$BD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

حال با توجه به نکته می‌توان نوشت:



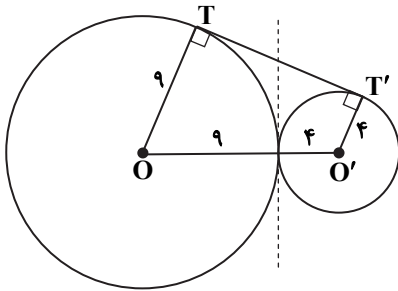
$$S_{\triangle BED} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{2})^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{هاشورزده}} = S_{\triangle BED} - S_{\triangle ABD} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

راه حل اول:

نکته: طول مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ برابر است با: $\sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$
 دو دایره مماس خارج، هم مماس مشترک داخلی دارند و هم مماس مشترک خارجی، اما
 مماس مشترک داخلی آن‌ها یک خط است و طول مماس مشترک داخلی، صفر است، پس
 منظور سؤال طول مماس مشترک خارجی است.



$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{(9+4)^2 - (9-4)^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} \\ \Rightarrow TT' = 12$$

طبق فرض این مقدار برابر $m - 5$ است، پس:

$$m - 5 = 12 \Rightarrow m = 17$$

راه حل دوم:

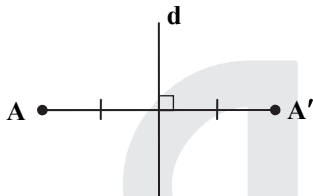
نکته: طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع R و R' برابر است با $2\sqrt{RR'}$.

$$TT' = 2\sqrt{4 \times 9} = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow m - 5 = 12 \Rightarrow m = 17$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس ۲، فصل ۲)

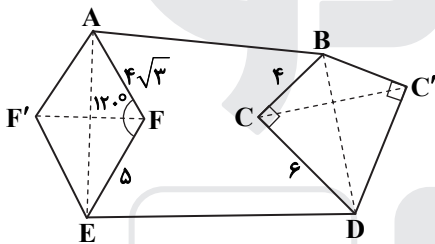
۲۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر بازتاب نقطه A نسبت به خط d ، نقطه‌ای مانند A' باشد، آنگاه خط d عمود منصف پاره خط AA' است.



نکته: مساحت هر مثلث برابر با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع است.

بازتاب نقطه C را نسبت به خط BD یافته و C' می‌نامیم. همچنین بازتاب F را
 نسبت به AE یافته و F' می‌نامیم. محیط $ABCDEF$ با محیط $ABC'DEF'$
 یکسان است، ولی مساحت آن بیشتر است. مساحت اضافه شده برابر است با:



$$S = 2S_{\triangle BCD} + 2S_{\triangle AFE} = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 6 + 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{3} \times 5 \sin 120^\circ \\ \Rightarrow S = 24 + 20\sqrt{3} \sin(180^\circ - 60^\circ) = 24 + 20\sqrt{3} \sin 60^\circ \\ \Rightarrow S = 24 + 20\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24 + 30 = 54$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳) و هندسه ۲ (درس ۳، فصل ۱)

۲۴- پاسخ: گزینه ۲

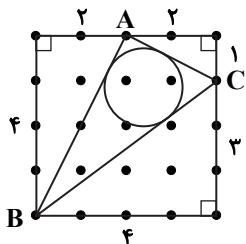
نکته ۱: مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای با b نقطه مرزی و i نقطه درونی برابر است با: $S = \frac{b}{2} + i - 1$

نکته ۲: در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$ ، شعاع دایره محاطی برابر است با: $r = \frac{S}{P}$

با توجه به نکته ۱ داریم:

$$b = 4, i = 4$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{4}{2} + 4 - 1 = 5$$

طول اضلاع مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ AC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \\ BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \end{cases}$$

با توجه به نکته ۲ داریم:

$$2P = AB + AC + BC = 3\sqrt{5} + 5 \Rightarrow P = \frac{3\sqrt{5} + 5}{2}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{5}{\frac{3\sqrt{5} + 5}{2}} = \frac{10}{3\sqrt{5} + 5} = \frac{10(3\sqrt{5} - 5)}{20} = \frac{3\sqrt{5} - 5}{2}$$

نکته: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

نکته (قانون سینوس‌ها): در مثلث دلخواه ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

برای حل این سؤال ابتدا باید $\sin 75^\circ$ را به دست آوریم:

$$\sin(75^\circ) = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} + 1)$$

حال با استفاده از قضیه سینوس‌ها در این مثلث داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{1 + \sqrt{3}}{\sin 75^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{1 + \sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} + 1)} = \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow b = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (درس ۱، فصل ۱)

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A$$

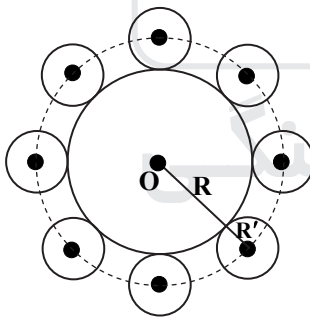
بنابراین به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم: $A^n = A$ در نتیجه:

$$A^{100} = A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس A^{100} برابر است با: $1 + 100 = 101$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع R' که بر دایره $C(O, R)$ مماس خارج هستند، دایره $C'(O, R + R')$ است.نکته ۲: در معادله گسترده دایره، همواره ضرایب جملات x^2 و y^2 برابر است.نکته ۳: در معادله گسترده دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ، شعاع دایره برابر است با:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

ابتدا با توجه به نکته ۱، واضح است که شعاع دایره $ax^2 + y^2 + 3x + 9y + k = 0$ برابر $2 + 3 = 5$ است.

سپس با توجه به نکته ۲، داریم:

$$a = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 3x + 9y + k = 0$$

و در نهایت، با توجه به نکته ۳، خواهیم داشت:

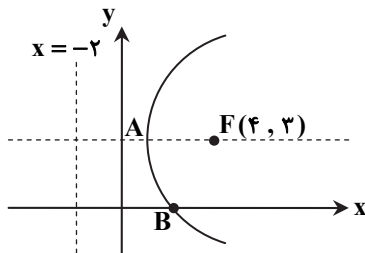
$$5 = \frac{1}{2} \sqrt{9 + 81 - 4k} \Rightarrow 10 = \sqrt{90 - 4k} \Rightarrow 100 = 90 - 4k$$

$$\Rightarrow 4k = -10 \Rightarrow k = -\frac{10}{4} = -2.5$$

نکته: معادله و اجزای یک سهمی با رأس (h, k) و پارامتر a به شکل زیر است:

جهت	محور تقارن	خط هادی	کانون	معادله
روبه راست	$y = k$	$x = h - a$	$(h + a, k)$	$(y - k)^2 = 4a(x - h)$
روبه چپ	$y = k$	$x = h + a$	$(h - a, k)$	$(y - k)^2 = -4a(x - h)$
روبه بالا	$x = h$	$y = k - a$	$(h, k + a)$	$(x - h)^2 = 4a(y - k)$
روبه پایین	$x = h$	$y = k + a$	$(h, k - a)$	$(x - h)^2 = -4a(y - k)$

با توجه به نکته بالا داریم:



$$A(h, k) \Rightarrow F(h + a, k) = (4, 3) \Rightarrow k = 3, h + a = 4$$

$$\text{خط هادی } x = h - a = -2$$

$$\begin{cases} h + a = 4 \\ h - a = -2 \end{cases} \Rightarrow 2h = 2 \Rightarrow h = 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \text{رأس: } A(1, 3)$$

بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$(y - 3)^2 = 4 \times 3(x - 1) \Rightarrow (y - 3)^2 = 12(x - 1)$$

برای یافتن محل برخورد سهمی با محور x ها، در معادله سهمی $y = 0$ را قرار می دهیم و x را می یابیم.

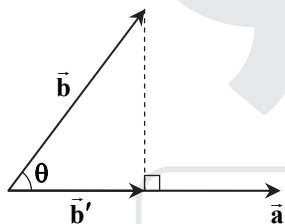
$$y = 0 \Rightarrow 9 = 12(x - 1) \Rightarrow x - 1 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4} \Rightarrow B(\frac{7}{4}, 0)$$

$$AB = \sqrt{(\frac{7}{4} - 1)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + 9} = \sqrt{9(\frac{1}{16} + 1)} = \sqrt{9 \times \frac{17}{16}} = \frac{3}{4}\sqrt{17}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۳)

نکته: مساحت متوازی الاضلاع بناشده بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با اندازه ضرب خارجی آنها است.

ابتدا با توجه تصویر بردار $\vec{b}$ بر بردار $\vec{a}$ داریم:



$$\cos \theta = \frac{|\vec{b}'|}{|\vec{b}|} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{4}{5}$$

مساحت متوازی الاضلاع بناشده بر دو بردار $3\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a} - \vec{b}$ اندازه ضرب خارجی آنهاست:

$$S = |(3\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})| = |6\vec{a} \times \vec{a} - 3\vec{a} \times \vec{b} + 2\vec{b} \times \vec{a} - \vec{b} \times \vec{b}| = |\vec{b} \times \vec{a}| = |\vec{b}| |\vec{a}| \sin \theta = 5 \times 5 \times \frac{4}{5} = 20$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)

نکته: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ اگر p «مقدم» نادرست باشد، ارزش کل گزاره به انتفای مقدم درست است.

ارزش گزینه ۱ به ارزش $p \wedge q$ بستگی دارد.

ارزش گزینه ۲ به ارزش p بستگی دارد.

ارزش گزینه ۳ به ارزش $p \vee q$ بستگی دارد.

اما در گزینه ۴، چون $r \sim$ نادرست است، پس $p \wedge r \sim$ نیز نادرست است و ارزش کل گزاره به انتفای مقدم درست است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۲)

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1 \quad (*)$$

با توجه به شکل، صفحه هدف از ۴ ناحیه تشکیل شده است، پس:

ابتدا $P(1)$ ، $P(2)$ ، $P(3)$ و $P(4)$ را با توجه به فرمول $P(k) = (3k - 1)x$ محاسبه می کنیم:

$$P(1) = (3(1) - 1)x = 2x, \quad P(2) = (3(2) - 1)x = 5x, \quad P(3) = (3(3) - 1)x = 8x, \quad P(4) = (3(4) - 1)x = 11x$$

با جای گذاری در رابطه (*), داریم:

$$2x + 5x + 8x + 11x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{26}$$

پس احتمال اصابت دارت به ناحیه سوم برابر است با:

$$P(3) = 8 \times \frac{1}{26} = \frac{4}{13}$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۳)

نکته ۱: اگر n داده x_1 تا x_n دارای تعداد تکرار f_1 تا f_n باشند، آنگاه میانگین آن‌ها را با $\bar{x}_f$ نمایش داده و میانگین موزون می‌نامیم که

$$\bar{x}_f = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

برابر است با:

نکته ۲: برای داده‌های مرتب‌شده صعودی، اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، داده وسط را میانه می‌نامیم و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین دو داده وسط را میانه می‌گوییم.

با توجه به نکته ۱ داریم:

داده‌ها	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
فراوانی	۷	۶	۲	۵

$$\bar{x}_f = \frac{(7 \times 10) + (6 \times 12) + (2 \times 14) + (5 \times 16)}{7 + 6 + 2 + 5} = \frac{250}{20} = 12.5$$

با توجه به نکته ۲ چون تعداد داده‌ها (۲۰) زوج است، پس میانه برابر میانگین داده‌های دهم و یازدهم است که برابر ۱۲ است. پس

اختلاف میانه داده‌ها از میانگین آن‌ها برابر است با: $12.5 - 12 = 0.5$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۴)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

تعداد طبقات برابر $\frac{450}{18} = 25$ است. بنابراین قدرنسبت $d = 25$ است. پس نمونه اول بین اعداد ۱ تا ۲۵ انتخاب شده است. کافی است سه

بار از عدد ۸۰ قدرنسبت را کم کنیم و به عقب برگردیم: $80 - (3 \times 25) = 5$

پس اولین شماره انتخاب شده عدد ۵ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۱)

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: یک مجموعه n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه است.

راه حل اول: ابتدا مجموعه‌های A و B را با اعضا نمایش می‌دهیم:

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}, \quad B = \{1, 4, 7, 10\}$$

بنابراین:

$$A \times B = \{(3, 1), (3, 4), (3, 7), (3, 10), \dots, (7, 1), (7, 4), (7, 7), (7, 10)\}$$

$$B \times A = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), \dots, (10, 3), (10, 4), (10, 5), (10, 6), (10, 7)\}$$

اکنون داریم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(4, 4), (4, 7), (7, 4), (7, 7)\}$$

پس این مجموعه ۴ عضو و $2^4 = 16$ زیرمجموعه دارد.

راه حل دوم:

$$n[(A \times B) \cap (B \times A)] = [n(A \cap B)]^2$$

$$A \cap B = \{4, 7\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

پس مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ دارای $2^2 = 4$ عضو و $2^4 = 16$ زیرمجموعه است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۱)

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته (قضیه تقسیم): اگر a یک عدد صحیح و b یک عدد طبیعی باشد، آنگاه اعداد منحصر به فرد $r, q \in \mathbb{Z}$ وجود دارند که:

طبق فرض داریم:

$$a = 30q + q^2$$

با توجه به نکته بالا، باقی‌مانده از مقسوم علیه کوچک‌تر است، بنابراین:

$$q^2 < 30 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q = 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow a = 31, 64, 99, 136, 175$$

بنابراین، ۵ عدد طبیعی با ویژگی گفته شده وجود دارد.

نکته: تعداد راه‌های توزیع n شیء یکسان بین k نفر به‌طوری که به نفر اول حداقل r_1 شیء، به نفر دوم r_2 شیء، و به همین ترتیب به نفر k ام حداقل r_k شیء برسد، برابر است با:

$$\binom{n+k-1-(r_1+r_2+\dots+r_k)}{k-1}$$

با توجه به نکته، داریم:

$$n = 11$$

$$k = 4$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 2$$

$$\binom{11+4-1-(4 \times 2)}{4-1} = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

تعداد اعضای مجموعه $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_7\}$ همان تعداد کبوترها هستند، پس:
در تقسیم بر ۲۵، باقی‌مانده‌ها از مجموعه $\{0, 1, 2, \dots, 24\}$ خواهند بود و این ۲۵ حالت باقی‌مانده برابر تعداد لانه‌ها هستند، پس:
تعداد لانه‌ها = ۲۵

$$\begin{array}{r} 70 \\ 25 \\ \hline 2 \\ \hline 50 \\ 20 \end{array} \quad \begin{array}{l} + 1 = 3 \\ \uparrow \end{array}$$

طبق اصل لانه کبوتری حداقل ۳ عضو هم باقی‌مانده‌اند.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

عبارت را ساده می‌کنیم:

$$x^2 - y^2 = (x-y)^2 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = x^2 + y^2 - 2xy \Leftrightarrow 2y^2 - 2xy = 0 \Leftrightarrow 2y(y-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \Rightarrow (x,y) \in \{(0,0), (1,0), \dots, (20,0)\} \text{ جفت ۲۱} \\ \vee \\ y-x=0 \Rightarrow x=y \Rightarrow (x,y) \in \{(0,0), (1,1), (2,2), \dots, (20,20)\} \text{ جفت ۲۱} \end{cases}$$

بنابراین $21+20=41$ جفت عدد به‌صورت (x,y) در عبارت داده‌شده صدق می‌کند. (دقت کنید که $(0,0)$ در هر دو مجموعه وجود دارد اما یک بار شمرده می‌شود).

نکته: می‌توان به یک طرف یا هر دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی، مضربی از پیمانه را اضافه کرد:

$$a \equiv b \Rightarrow a \equiv mk + b \text{ یا } a + mk \equiv b \text{ یا } a + mk \equiv b + mk'$$

$$\text{نکته: } a \equiv b \wedge c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} a+c \equiv b+d \\ ac \equiv bd \end{cases}$$

نکته: کوچک‌ترین عدد نامنفی و هم‌نهشت با عدد a به پیمانه m ، برابر باقی‌مانده تقسیم a بر m است.

با توجه به نکات بالا داریم:

$$6x \equiv 1+2+\underbrace{6+24}_{\text{مضرب ۳۰}}+\underbrace{5!+6!+\dots+50!}_{\text{مضرب ۵}} \equiv 3+0+0 \Rightarrow 6x-5x \equiv 3 \Rightarrow x \equiv 3$$

پس باقی‌مانده تقسیم x بر ۵، برابر ۳ است.

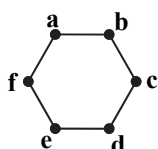
نکته: گراف G را k -منتظم گوئیم، هرگاه درجه همه رئوس آن برابر عدد حسابی k باشد.

$$\begin{cases} \delta = \Delta = k \\ 2q = pk \end{cases}$$

با توجه به نکات، گراف همبند G باید ۲-منتظم مرتبه ۶ باشد. برای اینکه بیشترین طول

مسیر به‌دست آید، گراف را به شکل مقابل در نظر می‌گیریم:

در این گراف بیشترین طول مسیر برابر ۵ است. به‌عنوان مثال abcdef یک مسیر به طول ۵ است.



فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

همه موارد مطرح شده درست هستند.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

با توجه به جهت انتشار موج (خلاف جهت محور x)، ذرات A و B هر دو به تبعیت از ذرات قبلی خود، به سمت مرکز نوسان در حرکت هستند و حرکتشان تندشونده است.

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

هرچه طول موج نور آزمایش بیشتر باشد، پهنای نوارهای تاریک و روشن نیز بیشتر می شود.

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

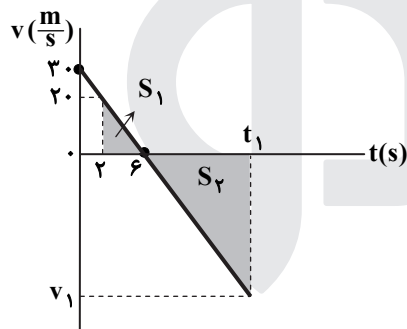
راه حل اول:

$$v_0 = 30 \frac{m}{s} \quad a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 30}{6} = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 20 = -\frac{5}{2} \times 2^2 + 30 \times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = 150m$$

$$x = -\frac{5}{2}t^2 + 30t + 150 = 80 \Rightarrow -\frac{5}{2}t^2 + 30t + 70 = 0 \Rightarrow t^2 - 12t - 28 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 14s \\ t = -2s \end{cases} \text{ غرق}$$

راه حل دوم:



$$\frac{30}{v} = \frac{6}{4} \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

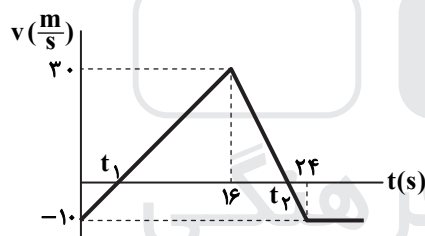
$$\Delta x = 80 - 200 = -120m$$

$$S_1 - S_2 = -120m \Rightarrow \frac{4 \times 20}{2} - S_2 = -120 \Rightarrow S_2 = 160m$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{160}{40} = 4 \xrightarrow{\text{تشابه مثلثها}} \frac{t_1 - 6}{6 - 2} = 2 \Rightarrow t_1 - 6 = 8 \Rightarrow t_1 = 14s$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲



$$\Delta v = a\Delta t$$

$$\Rightarrow v_{t=16s} - v_0 = \frac{5}{2} \times 16 = 40 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_{t=16s} - (-10) = 40 \Rightarrow v_{t=16s} = 30 \frac{m}{s}$$

$$v_{t=24s} - v_{t=16s} = -5 \times 8 = -40 \frac{m}{s} \xrightarrow{v_{t=16s} = 30 \frac{m}{s}} v_{t=24s} = -10 \frac{m}{s}$$

از t_1 تا t_2 سرعت مثبت است و متحرک هم سو با محور x حرکت می کند و مسافت طی شده با اندازه جابه جایی متحرک برابر است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{30 \times (t_2 - t_1)}{2} = 15 \frac{m}{s}$$

توجه کنید که نیازی به محاسبه t_1 و t_2 نداریم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول: اگر جهت مثبت محور y را به سمت پایین بگیریم، داریم:

$$v = gt \Rightarrow 37 = 10t \Rightarrow t = 3.7s \xrightarrow{\text{۲s قبل از رسیدن}} t = 1.7s$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1.7 \times 1.7 = \frac{17 \times 17}{20} = \frac{289}{20} = 14.45m$$

راه حل دوم:

$$a = g = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{37 - v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 37 - 20 = 17 \frac{m}{s} \text{ (سرعت سنگ ۲s قبل از رسیدن به زمین)}$$

$$v_1^2 = 2g\Delta y \Rightarrow 17^2 = 20\Delta y \Rightarrow \Delta y = 14.45m$$

نکته: در مرحله آخر پاسخ، به جای محاسبه دقیق Δy می توان با توجه به مقدار تقریبی آن و اعداد گزینه ها پاسخ را انتخاب کرد.

محور تقارن سهمی از رأس آن عبور می کند (همان لحظه ای که شیب مماس بر سهمی صفر می شود)؛ پس با توجه به نمودار، رأس سهمی $t = ۱.۰s$ است.

$$v(۱.۰) = ۰ \xrightarrow{v=at+v_0} ۱.۰a + v_0 = ۰$$

$$v(۲.۰) = (t = ۲.۰s \text{ در سهمی بر مماس بر سهمی در } t = ۲.۰s) = \frac{۸.۰}{۴} = ۲.۰ \frac{m}{s}$$

$$\text{تقارن: } v_0 = -v(۲.۰) = -۲.۰ \frac{m}{s} \xrightarrow{۱.۰a + v_0 = ۰} a = ۲ \frac{m}{s^2}$$

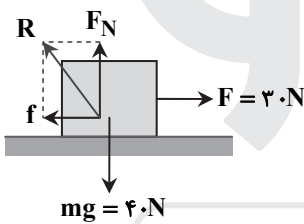
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - (-۲.۰)^2 = ۲ \times ۲ \times (۰ - ۸.۰) \Rightarrow v^2 - ۴.۰۰ = -۳۲.۰ \Rightarrow v^2 = ۸.۰ \Rightarrow |v| = ۴\sqrt{۵} \frac{m}{s}$$

نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ در خلاف جهت حرکت آن است. وقتی توپ بالا می رود، جهت f_D رو به پایین است و وقتی توپ پایین می آید، جهت f_D به طرف بالا است.

پس هنگام بالا رفتن توپ، بزرگی شتاب آن بیشتر از g است ($f_D + mg = ma \Rightarrow a > g$) و هنگام پایین آمدن توپ، بزرگی شتاب آن کمتر از g است ($mg - f_D = ma \Rightarrow a < g$).

پس $a = \frac{1}{9}g$ مربوط به حالت پایین آمدن توپ است. وقتی توپ به تندی حدی می رسد، $f_D = mg$ و وقتی شتاب آن $\frac{1}{9}g$ است، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = m(\frac{1}{9}g) \Rightarrow f_D = \frac{1}{9}mg$$



$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,max} = \mu_s mg = ۰.۸ \times ۴۰ = ۳۲N \Rightarrow f_{s,max} > F$$

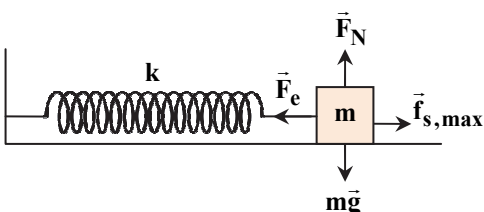
بنابراین جسم با نیروی $F = ۳۰N$ حرکت نمی کند و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بوده و مقدار آن برابر $f_s = ۳۰N$ است.

$$\vec{R} = \vec{F}_N + \vec{f}_s \Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{۴۰^2 + ۳۰^2} = ۵۰N$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow ۹ = \frac{1}{2} \times a \times ۳^2 + ۰ \Rightarrow a = ۲ \frac{m}{s^2}$$

نیروی کشش طناب در هر دو سر آن به یک اندازه است؛ یعنی در هر دو سر طناب، بزرگی نیروی کشش همان F خواهد بود. نیرویی که جسم بر طناب وارد می کند نیز واکنش نیرویی است که طناب بر جسم وارد می کند و در نتیجه با آن هم اندازه است. ($F_1 = F$)

$$F - mg = ma \Rightarrow F - ۵۰ = ۵ \times ۲ \Rightarrow F = ۶۰N \Rightarrow F_1 = ۶۰N$$



$$a_y = a_1 - ۲ = ۳ - ۲ = ۱ \frac{m}{s^2} \text{ (در آستانه لغزش)}$$

$$F_N - mg = ma_y \Rightarrow F_N - ۲۰ = ۲ \times ۱ \Rightarrow F_N = ۲۲N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰.۲۵ \times ۲۲ = ۵.۵N$$

$$F_e = k\Delta l = f_{s,max} \Rightarrow k \times ۰.۲ = ۵.۵ \Rightarrow k = \frac{۵.۵}{۰.۲} = ۲۷.۵ \frac{N}{m}$$

$$F = -kx \Rightarrow F_{max} = -kA = ma_m \Rightarrow a_m = -\frac{k}{m}A = -\omega^2 A \Rightarrow \left| \frac{a_m}{v_m} \right| = \omega$$

$$v_m = A\omega$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos \cdot / \omega \Rightarrow \cos \cdot / \omega = \frac{1}{2} \Rightarrow \cdot / \omega = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1.0\pi}{3} \Rightarrow \left| \frac{a_m}{v_m} \right| = \frac{1.0\pi}{3}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

دوره (بسامد) آونگ به جرم گلوله آونگ بستگی ندارد.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

چون تعداد نوسان کم شده است، بسامد آونگ کم شده، یعنی طول آونگ زیاد شده است.

$$\frac{27}{20} = \sqrt{\frac{L_1}{L_1 + 19}} \Rightarrow (0.9)^2 = \frac{L_1}{L_1 + 19} \Rightarrow \frac{81}{100} = \frac{L_1}{L_1 + 19} \Rightarrow 81L_1 + 81 \times 19 = 100L_1 \Rightarrow 19L_1 = 19 \times 81 \Rightarrow \begin{cases} L_1 = 81 \text{ cm} \\ L_2 = 100 \text{ cm} \end{cases}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$I = \frac{E}{A\Delta t} = \frac{V/2}{0.8 \times 10^{-3} / 25 \times 3600} = \frac{1}{100} \frac{W}{m^2}$$

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log \frac{10^{-2}}{10^{-12}} = 10 \log(10^{10}) = 10 \times 10 = 100 \text{ dB}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{50 \times 10^{-8}}{0.1}} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v = 7 \text{ گره} \Rightarrow f_n = n \frac{v}{2L} \Rightarrow f_6 = \frac{6v}{2L} = \frac{3 \times 20}{0.8} = 75 \text{ Hz}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

وارونی جمعیت الکترون‌ها در لیزر مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر بوده و اساس کار لیزر گسیل القایی است.

۵۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

طول موج $\frac{10000}{21}$ نانومتر (تقریباً ۵۰۰ نانومتر) در محدوده مرئی و لذا حتماً از رشته بالمر ($n_L = 2$) بوده است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{21}{10000} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n_U^2} \Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = \frac{4}{100} - \frac{21}{100} = \frac{4-21}{100} = \frac{-17}{100} \Rightarrow n_U = 5$$

$$r_n = n^2 r_1 \Rightarrow \frac{r_U}{r_L} = \frac{25 r_1}{4 r_1} = 6.25$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 6 \times 10^{22} = \frac{1/92 \times 10^{24}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow n = \frac{t}{T_{1/2}} = 5 \Rightarrow \frac{30}{T_{1/2}} = 5 \Rightarrow T_{1/2} = 6 \text{ روز}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند؛ بنابراین نمی‌توان با توجه به این خواص ایزوتوپ‌ها را به روش شیمیایی از هم جدا کرد.

گزینه ۲: هرچه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر است.

گزینه ۳: اختلاف ترازهای انرژی نوکلئون‌های هسته از مرتبه کیلو الکترون‌ولت تا مگا الکترون‌ولت است.

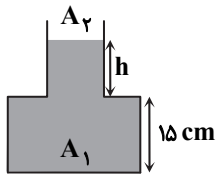
۶۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل‌های ۲ و ۴)

$$P_{\text{جز}} + \rho g \Delta h = P_0 \Rightarrow P_{\text{جز}} = 98 \times 10^3 - 1500 \times 10 \times 1/2 = 8 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$PV = nRT \Rightarrow 8 \times 10^4 \times 40 \times 10^{-3} = n \times 8 \times (127 + 273) \Rightarrow 8 \times 4 \times 10^2 = 400 \times n \Rightarrow n = 1 \text{ mol}$$

چون نیرویی که ناشی از روغن بر کف ظرف وارد می‌شود، بیشتر از وزن روغن درون ظرف است، معلوم می‌شود روغن قسمت پایین ظرف را کامل پر کرده و بخشی از آن نیز در قسمت بالا قرار گرفته است. (اگر روغن وارد قسمت بالایی نشود، با توجه به منشوری بودن شکل ظرف، نیرویی که روغن بر کف ظرف وارد می‌کند برابر وزن آن خواهد بود.)

اگر ارتفاع روغن در قسمت بالای ظرف را h در نظر بگیریم، نیروی وارد بر کف ظرف از طرف روغن و وزن روغن برابر است با:



$$\begin{cases} F = P \times A = (\rho g(h + \frac{15}{100})) \times A_1 \\ W = mg = \rho Vg = \rho(A_1 \times \frac{15}{100} + A_2 \times h)g \end{cases}$$

طبق صورت سؤال، $\frac{F}{W} = 1/2$ است، پس:

$$\frac{F}{W} = \frac{\rho g(h + \frac{15}{100})A_1}{\rho(A_1 \times \frac{15}{100} + A_2 \times h)g} \xrightarrow{A_1 = 2A_2} \frac{1}{2} = \frac{(h + \frac{15}{100}) \times 2}{2 \times \frac{15}{100} + 1 \times h} \Rightarrow \frac{18}{100} + 0.02h = h + \frac{15}{100} \Rightarrow \frac{3}{100} = 0.98h$$

$$\Rightarrow h = \frac{3}{40} \text{ m} = 7.5 \text{ cm}$$

حالا حجم مایع درون ظرف و سپس جرم آن را به دست می‌آوریم:

$$V = A_1 h_1 + A_2 h_2 = 2 \times 15 + 1 \times 7.5 = 37.5 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho V = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 37.5 \text{ cm}^3 = 30 \text{ g}$$

کار مفید صرف تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آب می‌شود.

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{mg\Delta h}{P\Delta t} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{m \times 10 \times 12}{20 \times 10^3 \times 1} \times 100 \Rightarrow m = 100 \text{ kg}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{100}{1000} = 0.1 \text{ m}^3 = 0.1 \times 1000 = 100 \text{ L}$$

چون دو گلوله در شرایط خلأ پرتاب می‌شوند، انرژی مکانیکی برای هر گلوله پایسته می‌ماند:

$$\text{رابطه (۱)}: U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgH + 0 \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\text{رابطه (۲)}: U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mg\frac{H}{4} + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_0^2 = g\frac{H}{2} + v^2 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} v_0^2 = g\frac{v_0^2}{4g} + v^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}v_0^2 = v^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$$

(نقطه پرتاب گلوله‌ها را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم.)

$$Q_{\text{ظرف}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} + Q_F + Q_{\text{جدید}} = 0$$

$$\Rightarrow 0.3 \times 1.5 \times (10 - 20) + 0.4 \times 4200 \times (10 - 20) + m \times 2100 \times (-(-10)) + m \times 336000 + m \times 4200 \times (10 - 0) = 0$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{150}} -3 - 16 + 20m + 320m + 40m = 0 \Rightarrow m = \frac{19}{380} = \frac{1}{20} \text{ kg} = 50 \text{ g}$$

■ عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا قانون دوم ترمودینامیک برای چرخه تعریف می‌شود، نه یک فرایند.

■ عبارت‌های «ب» و «پ» بیان صحیحی از قانون دوم ترمودینامیک هستند.

■ عبارت «ت» نادرست است و فقط قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\begin{aligned} T_b = T_c &\Rightarrow \Delta U_{bc} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ca} + \Delta U_{ab} = 0 \Rightarrow Q_{ca} + W_{ca} + Q_{ab} + W_{ab} = 0 \\ &\Rightarrow Q_{ca} + (-P\Delta V_{ca}) + Q_{ab} + 0 = 0 \Rightarrow Q_{ca} - 2 \times 10^5 \times (2/5 - 3) \times 10^{-3} + 250 = 0 \\ &\Rightarrow Q_{ca} + 100 + 250 = 0 \Rightarrow Q_{ca} = -350 \text{ J} \end{aligned}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

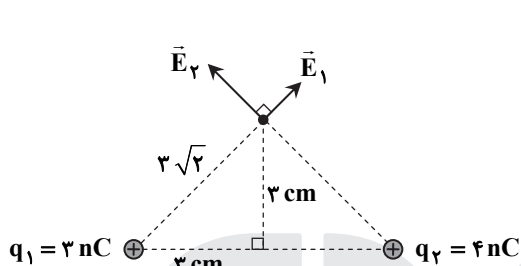
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

به بار q_2 دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. چون بار در تعادل است، برآیند این دو نیرو باید صفر بوده و نیروی الکتریکی به سمت بالا باشد؛ به این ترتیب بارها همنام هستند و q_2 مثبت است.

$$\begin{aligned} mg = F_E = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} &\Rightarrow 4 \times 10^{-3} \times 10 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-9} \times |q_2|}{(0.3)^2} \xrightarrow{q_2 > 0} q_2 = 10^{-7} \text{ C} \\ q = ne &\Rightarrow 10^{-7} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 6/25 \times 10^{11} \end{aligned}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)



$$\begin{aligned} E &= k \frac{|q|}{r^2} \\ E_1 &= 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9}}{(1.8 \times 10^{-4})^2} = 1/5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 &= 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-9}}{(1.8 \times 10^{-4})^2} = 2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_T &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 10^4 \times \sqrt{(1/5)^2 + 2^2} = 2/5 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\begin{aligned} C &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ C' &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d'} \end{aligned} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow C' = 4C$$

$$C' - C = 30 \Rightarrow 4C - C = 30 \Rightarrow C = 10 \text{ pF}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

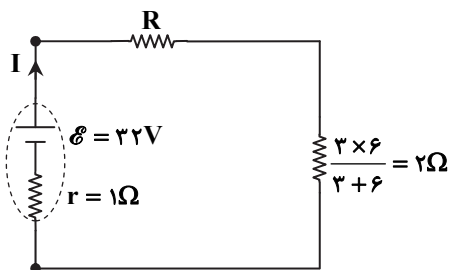
با حرکت لغزنده پتانسیومتر در جهت نشان داده شده، بخش بیشتری از پتانسیومتر در مدار قرار می‌گیرد و لذا مقاومت آن افزایش می‌یابد. طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ با افزایش مقاومت پتانسیومتر جریان عبوری از مدار کم می‌شود، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر R که برابر RI است، کاهش خواهد یافت. با کاهش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر باتری طبق رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ افزایش می‌یابد. بنا بر قاعده حلقه در این مدار، با توجه به افزایش باتری V و کاهش V_R ، واضح است که پتانسیومتر V افزایش می‌یابد.

$$V_{\text{باتری}} \uparrow = V_R \downarrow + V_{\text{پتانسیومتر}} \Rightarrow V_{\text{پتانسیومتر}} \uparrow$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با استفاده از قاعده حلقه در مدار ساده شده، داریم:



$$\begin{aligned} V_{\text{باتری}} &= \mathcal{E} - rI = V_R + V_{2\Omega} \\ 32 - 1 \times I &= 23 + 2I \Rightarrow 3I = 9 \Rightarrow I = 3 \text{ A} \\ \text{دو مقاومت } 3\Omega \text{ و } 6\Omega &\text{ در مدار اصلی با هم موازی هستند و در نتیجه ولتاژ هر کدام برابر ولتاژ مقاومت معادل آن‌هاست، پس:} \\ V_{2\Omega} &= 2 \times 3 = 6 \text{ V} \Rightarrow V_{2\Omega} = 6 \text{ V} \\ P &= \frac{V^2}{R} \Rightarrow P_{2\Omega} = \frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ W} \end{aligned}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

در دو حالت، زاویه بین سرعت و میدان مغناطیسی، یکسان و برابر

$$F_y = F_1 = |q| v B \sin 90^\circ$$

۹۰° است؛ لذا:

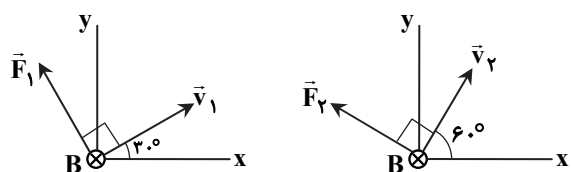
پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست هستند.

از طرفی جهت نیروهای وارد بر ذره به شکل‌های روبه‌رو است:

روشن است که جهت دو نیرو یکسان نیست، پس هر چند

$$F_y \neq F_1$$

است، اما:



اگر طول سیم برابر L باشد، شعاع حلقه در حالت اول برابر است با:

$$2\pi R = L \Rightarrow R = \frac{L}{2\pi}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{\frac{L}{\pi}} = \frac{\pi \mu_0 I}{L} \quad (1) \text{ رابطه}$$

در حالت دوم داریم:

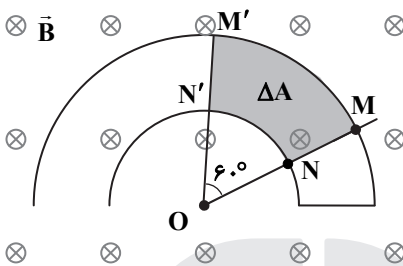
$$2(2\pi R') = L \Rightarrow R' = \frac{L}{4\pi}, \quad B' = \frac{\mu_0 NI}{2R'} = \frac{\mu_0 \times 2 \times I}{2 \times \frac{L}{4\pi}} = \frac{4\pi \mu_0 I}{L} \quad (2) \text{ رابطه}$$

از روابط (۱) و (۲) می توان نتیجه گرفت:

$$B' = 4B$$

پس از ۶ ثانیه، میله ۶۰ دوران خواهد کرد و می دانیم مساحت قطاعی با زاویه

$$\frac{1}{6}, 60^\circ \text{ مساحت دایره است.}$$



$$\Delta A = \frac{1}{6}(\pi R^2 - \pi R'^2) \Rightarrow \Delta A = \frac{1}{6} \times 3 \times (\frac{0}{4} - \frac{0}{2}) \Rightarrow \Delta A = 0.6 \text{ m}^2$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| B \frac{\Delta A}{\Delta t} \cos 0 \right| = \frac{0.3 \times 0.6}{6} = 3 \text{ mV}$$

$$\frac{3}{4}T = 6 \Rightarrow T = 8 \text{ ms}$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 10 \sin \frac{2\pi}{8 \times 10^{-3}} t = 10 \sin \frac{1000\pi}{4} t \xrightarrow{t=10^{-3}} I = 10 \sin \frac{\pi}{4} = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \text{ A}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (5\sqrt{2})^2 = 20 \times 25 \times 2 = 1000 \text{ J}$$

شیمی

بررسی عبارت های نادرست:

(۱) به دلیل اینکه تکنسیم نیم عمر بسیار کمی دارد، برای مدت طولانی نمی توان آن را نگهداری کرد.

(۲)

$${}_{43}^{99}\text{Tc} \begin{cases} Z = 43 \\ N = 99 - 43 = 56 \end{cases} \Rightarrow \frac{N}{P} = \frac{56}{43} \approx 1.3 < 1.5$$

(۳) تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در این اتم، برابر با ۱۳ است.

$$N - P = 56 - 43 = 13$$

راه حل اول:

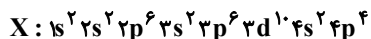
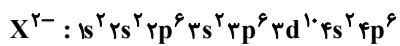
$$92/6 = \frac{(10 \times 96) + 94(90 - x) + 92(x)}{100} \Rightarrow x = 80$$

راه حل دوم:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) \Rightarrow 92/6 = 92 + (\frac{F_2}{100} \times 2) + (\frac{10}{100} \times 4) \Rightarrow F_2 = 10$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_1 = 80$$

در این مدل، اتم را کره ای در نظر می گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون ها در فضایی بسیار بزرگ تر در لایه هایی پیرامون هسته توزیع می شوند.



بررسی گزینه‌های نادرست:

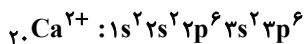
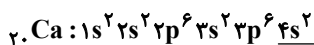
(۱) اتم X متعلق به دوره چهارم و گروه شانزدهم است.

(۲) حاصل $n+1$ برای آخرین زیرلایه اتم X ($4p^4$) برابر با ۵ است.(۳) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم X، به صورت $\ddot{X} \cdot$ است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ و ۲)

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) هر ترکیب یونی از نظر بار الکتریکی خنثی است؛ زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها با مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها در آن برابر است.
(ت)اتم کلسیم، دو الکترون در زیرلایه $4s$ خود را از دست می‌دهد و به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد؛ بنابراین الکترون‌هایی با $n+1 = 4$ را از دست می‌دهد.

۸۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

عبارت‌های «اول» و «سوم» درست‌اند.

بررسی عبارت‌های اول و چهارم:

در یون XO_3^- ، شماره گروه اتم X برابر است با:

شمار الکترون‌های به کار رفته در ساختار لوویس - مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها = بار گونه

$$\text{گروه } ۱۵ \Rightarrow x = 5 \Rightarrow (24) - (x + 18) = -1$$

عدد اکسایش اتم X برابر با ۵+ است:

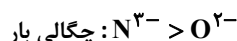
$$X + 3(-2) = -1 \Rightarrow X = +5$$

در مولکول YOF_4 نیز داریم:

$$YOF_4 \quad 0 = (Y + 6 + 14) - 26 \Rightarrow Y = 6 \Rightarrow \text{گروه } ۱۶$$

عدد اکسایش اتم Y برابر با ۴+ است:

$$Y + (-2) + 2(-1) = 0 \Rightarrow Y = +4$$

بررسی عبارت دوم: هر دو گونه ۴ اتمی هستند ولی اتم مرکزی در مولکول YOF_4 دارای جفت الکترون ناپیوندی و در یون XO_3^- ، فاقد جفت الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین شکل هندسی این دو گونه با هم تفاوت دارد.
بررسی عبارت سوم: اگر X در دوره دوم باشد، خواهیم داشت:

۸۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

پرتوهای «B» و «C» در گستره مرئی امواج الکترومغناطیسی قرار ندارند و از نوع فروسرخ هستند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

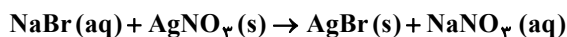
(۱) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شود.

(۲) اگر اثر گلخانه‌ای نبود، میانگین دمای کره زمین به $-18^\circ C$ کاهش می‌یافت.

(۴) بخش عمده‌ای از پرتوهای «A» (پرتوهای خورشیدی) به وسیله زمین جذب می‌شود.

۸۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

$$۱ \text{ درخت} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}}{8 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}}{58 \text{ g C}_4\text{H}_{10}} \times 4060 \text{ kg} = 200$$



$$\frac{M_1 V_1}{\text{ضریب}} = \frac{M_2 V_2}{\text{ضریب}} \Rightarrow 0.5 \times V_1 = 150 \times 0.4 \Rightarrow V_1 = 120 \text{ mL}$$

$$n = MV = 0.4 \times 0.150 = 0.06 \text{ mol}$$

$$? g \text{ AgBr} = 0.06 \text{ mol AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol AgBr}}{1 \text{ mol AgNO}_3} \times \frac{188 \text{ g AgBr}}{1 \text{ mol AgBr}} = 11.28 \text{ g}$$

تنها مورد «b» درست است و شکل درست سایر موارد، به صورت زیر است:



c: قطبی

d: گاز

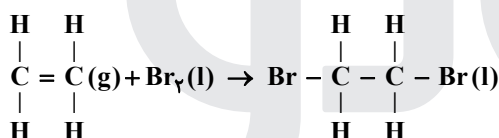
انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در دمای ۴۵ و صفر درجه سلسیوس، به ترتیب برابر با ۲/۵ و ۱۰ میلی گرم در ۱۰۰ گرم آب است. بررسی گزینه های نادرست:

(۱) در دمای ۵ درجه سلسیوس، انحلال پذیری گاز نیتروژن در حدود ۵ میلی گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

(۲) هرچه دما کاهش می یابد، اختلاف انحلال پذیری گازهای نیتروژن و اکسیژن بیشتر می شود.

(۴) در دمای ۲۵ درجه سلسیوس، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید، دو برابر گاز اکسیژن نیست.

ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می کنیم:



$$\text{مقدار نظری ۱، ۲- دی بروماتان} = 4480 \text{ L C}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol}}{22.4 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4} \times \frac{188 \text{ g C}_2\text{H}_4\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{Br}_2} = 37600 \text{ g}$$

$$\text{مقدار عملی ۱، ۲- دی بروماتان} = 4 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1/188 \text{ g C}_2\text{H}_4\text{Br}_2}{1 \text{ mL C}_2\text{H}_4\text{Br}_2} = 7520 \text{ g}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{7520}{37600} \times 100 = 20\%$$

بررسی موارد نادرست:

الف) شماره گذاری کربن های شاخه اصلی در جهتی اشتباه انجام شده است. نام صحیح آن ۲، ۲- دی متیل پنتان است.

ب) نام صحیح این ترکیب، ۳- متیل هپتان است و در انتخاب شاخه اصلی، طولانی ترین زنجیر انتخاب نشده است.

وقتی شرایط را به STP باز می گردانیم، آب دیگر به حالت گاز باقی نمی ماند. بنابراین طبق واکنش، به ازای مصرف هر ۴ مول از واکنش دهنده ها، ۱۹ مول گاز در شرایط STP تولید می شود.

$$85 / 12 \text{ L گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22.4 \text{ L گاز}} \times \frac{4 \text{ mol C}_3\text{H}_8(\text{NO}_3)_2}{19 \text{ mol گاز}} \times \frac{100}{80} = 1$$

$$\text{ظرفیت گرمایی ویژه آب} : \frac{42}{10} = 4/2$$

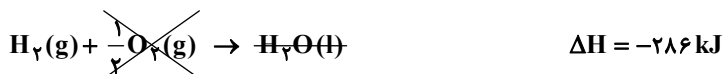
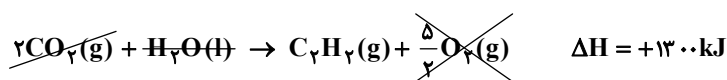
$$\text{ظرفیت گرمایی ویژه اتیلن گلیکول} : \frac{44}{20} = 2/2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای آب} = 8000 \text{ g} \times 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 2^\circ\text{C} = 67200 \text{ J} = 67/2 \text{ kJ} \\ \text{مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای اتیلن گلیکول} = 2000 \text{ g} \times 2/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 2^\circ\text{C} = 8800 \text{ J} = 8/8 \text{ kJ} \end{array} \right\} \Rightarrow 67/2 + 8/8 = 76 \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

واکنش اول را برعکس و $\frac{1}{2}$ برابر، واکنش دوم را ۲ برابر و واکنش سوم را $\frac{1}{2}$ برابر می‌کنیم، سپس سه معادله را جمع می‌کنیم.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: واکنش دهنده واکنش (II) جامد است و در دمای ثابت، غلظت آن تغییری نمی‌کند.

عبارت سوم: تغییر فشار بر روی سرعت واکنش‌هایی مؤثر است که حداقل یکی از مواد واکنش دهنده در آن، به حالت گاز باشد.

عبارت چهارم: یک لیتر محلول دو مولار و دو لیتر محلول یک مولار، هر دو حاوی ۲ مول H_2O_2 هستند؛ پس میزان گاز تولیدی تغییر نمی‌کند، اما سرعت واکنش در محلول ۲ مولار بیشتر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۳- پاسخ: گزینه ۱

(الف)

$$|\Delta n(AX_2)| = |\Delta[AX_2] \times V(L)| = (0.600 - 0.209) \frac{\text{mol}}{L} \times 2L = 0.782 \text{ mol}$$

$$\bar{R}(AX_2) = \frac{|\Delta n(AX_2)|}{\Delta t} = \frac{0.782 \text{ mol}}{10s} = 7.82 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

(ب)

$$8 \text{ mol } AX_2 \text{ مصرف شده تا ثانیه } 8 = (0.600 - 0.249) \frac{\text{mol}}{L} \times 2L = 0.702 \text{ mol}$$

با توجه به معادله واکنش می‌توان نوشت:

$$0.702 \text{ mol } AX_2 \times \frac{1 \text{ mol } X_2}{2 \text{ mol } AX_2} = 0.351 \text{ mol } X_2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۴- پاسخ: گزینه ۱

تنها عبارت چهارم درست است.

■ نام گروه عاملی (I)، هیدروکسیل است.

■ بخش (II)، گروه عاملی استری است.

■ فرمول مولکولی آن، $C_6H_8O_6$ است.

■ بخش‌های قطبی این ترکیب زیاد است و میان مولکول‌های آن، پیوندهای هیدروژنی تشکیل می‌شود.

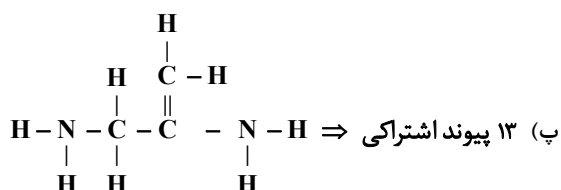
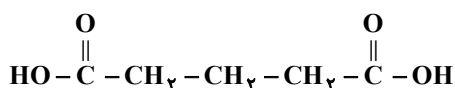
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارت «الف» درست است.

(الف) به دلیل اتصال H به N، امکان برقراری پیوند هیدروژنی بین زنجیرهای این پلیمر وجود دارد.

(ب) دی‌اسید سازنده پلیمر، فاقد پیوند $C=C$ است.



(ت) فرمول مولکولی دی‌اسید، $C_5H_8O_4$ است که نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آن، برابر با $\frac{1}{5}$ است.

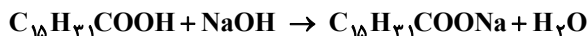
۹۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

ترکیب موردنظر از دسته ترکیب‌های آروماتیک محسوب شده، ولی به‌عنوان پاک‌کننده در شست‌وشوی چربی‌ها نمی‌تواند استفاده شود؛ زیرا بخش ناقطبی کوچکی دارد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)



جرم مولی: $256 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$278 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-13} \Rightarrow [OH^-] = [NaOH] = 10^{-1} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{محلول} = 200 \text{ mL} = \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{0.1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol اسید}}{256 \text{ g اسید}} \times 5 / 12 \text{ g اسید} = 200 \text{ mL}$$

$$\text{صابون} = 5 / 56 \text{ g} = \frac{278 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} \times \frac{1 \text{ mol اسید}}{256 \text{ g اسید}} \times 5 / 12 \text{ g اسید}$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

با توجه به نمودار، افزودن ماده B، غلظت یون هیدرونیوم و افزودن ماده A، غلظت یون هیدروکسید را در آب افزایش داده است؛ یعنی B یک محلول اسیدی و A یک محلول بازی است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) مواد A و B به ترتیب، باز و اسید هستند.

(۲) حاصل $[H^+][OH^-]$ در آب خالص و محلول‌های آبی یکسان است.

(۳) مجموع غلظت یون‌ها در محلول‌های A و B لزوماً با هم برابر نیست.

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

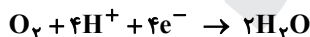
در عبارت سوم، «کاهش می‌یابد» نادرست است؛ زیرا آهن وارد واکنش نمی‌شود.

در عبارت پنجم فقط الکتروند آندی وارد واکنش می‌شود و به CO_2 تبدیل می‌شود.

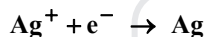
۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

نیم‌واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن به‌صورت زیر است:



از طرفی در آبکاری نقره، داریم:



$$\text{چنگال} = 1500 = \frac{960 \text{ g } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol } e^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} \times \frac{1 \text{ چنگال}}{8 / 64 \text{ g Ag}}$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: سیلیس، سیلیسیم کربید و آهن (III) اکسید، به ترتیب جامد کووالانسی، جامد کووالانسی و جامد یونی هستند و استفاده از واژه فرمول مولکولی برای آن‌ها مجاز نیست.

عبارت دوم: فرمول شیمیایی ترکیب‌های سدیم سیلیکات و پتاسیم فسفات به ترتیب، Na_4SiO_4 و K_3PO_4 است.

عبارت چهارم: در مولکول آمونیاک، برخلاف مولکول‌های کربن دی‌اکسید و کربن تتراکلرید، تراکم الکترون‌ها روی اتم مرکزی مولکول بیشتر بوده و برای اتم مرکزی آن، می‌توان بار جزئی منفی در نظر گرفت.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

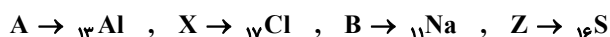
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

A^{3+} و Z^{2-} به ترتیب Al^{3+} و S^{2-} هستند. با توجه به مقایسه نسبت بار به شعاع یون‌های پایدار عنصرهای دوره سوم، می‌توانیم عنصرهای X و B را نیز مشخص کنیم:

$$Al^{3+} > P^{3-} > Mg^{2+} > S^{2-} > Na^+ > Cl^-$$

بنابراین X^{3-} که نسبت بار به شعاع کوچک‌تری از S^{2-} دارد، همان Cl^- و B^{b+} که نسبت بار به شعاع آن از S^{2-} کمتر و از Cl^-

بیشتر است، همان Na^+ می‌باشد.



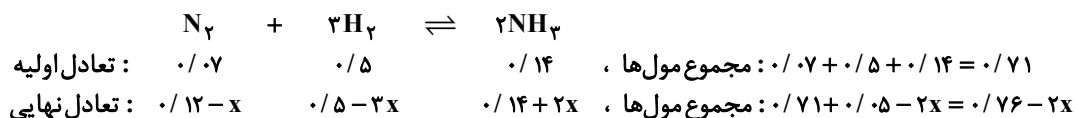
$$X^{3-} = Cl^- \Rightarrow \frac{\text{بار}}{\text{شعاع}} = \frac{5}{55} \times 10^{-3} \Rightarrow \text{شعاع} = \frac{1}{\frac{5}{55} \times 10^{-3}} = \frac{100}{5/55} = 110 \text{ pm}$$

$$\begin{cases} E_a = 1/56 |\Delta H| \\ E_a + |\Delta H| = 64 \end{cases} \Rightarrow 2/56 |\Delta H| = 64 \Rightarrow |\Delta H| = 25 \text{ kJ}$$

به ازای مصرف ۲ مول NO، ۲۵ kJ گرما آزاد می شود؛ بنابراین مقدار گرمای آزاد شده به ازای مصرف ۱ مول از آن، ۱۲/۵ kJ خواهد بود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳



با جابه جایی تعادل در جهت رفت، مول H_2 نسبت به تعادل اولیه کاهش و مول NH_3 افزایش می یابد. با توجه به اینکه تعادل نمی تواند اثر تغییر را به طور کامل جبران کند، مول N_2 در تعادل جدید بیشتر از مول آن در تعادل اولیه خواهد بود.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) سامانه از تعادل خارج می شود و تعادلی جدید برقرار می شود که شمار مول گازهای آن کمتر از ۰/۷۶ مول است.

(۲) با اعمال تغییر یادشده، سرعت واکنش رفت افزایش می یابد و تعادلی با ثابت تعادل یکسان با تعادل اولیه در سامانه برقرار می شود.

(۴) سامانه از تعادل خارج شده و با تولید مقداری آمونیاک (که در نهایت مقدار کل آن کمتر از ۰/۱۷ مول است) دوباره تعادل برقرار می شود.

دقت کنید که مقدار آمونیاک نمی تواند به ۰/۴ مول برسد؛ زیرا در این صورت، مول تعادلی N_2 منفی می شود. با نوشتن عبارت ثابت تعادل در دو حالت، می توان مول آمونیاک را در تعادل جدید حساب کرد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

فرمول شیمیایی ترکیب داده شده به صورت $\text{C}_{13}\text{H}_{18}\text{O}_7$ است:

$$13C + 18(+1) + 7(-2) = 0 \Rightarrow 13C = -14$$

در تبدیل پارازایلن (C_8H_{10}) به ترفتالیک اسید ($\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$)، مجموع تغییر عدد اکسایش اتم های کربن برابر با ۱۲ است؛ بنابراین:

$$-\frac{14}{13} = -\frac{7}{6}$$

