



پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون

۱۳



آزمون شماره ۱۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۳/۱/۲۹

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

ریاضیات

۱- a_n دنباله خطی و b_n دنباله هندسی هستند که جملات اول آنها ۳ و قدرنسبت آنها ۲ است. جمع ده جمله ابتدایی $c_n = 2a_n - b_n^2$

به صورت $a + b \times 2^n$ است. مقدار $\frac{a+b}{n}$ کدام است؟ (b صحیح و فرد است.)

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲- معادلات $x(x+4) = k$ و $x(x-2) = -3k$ یک ریشه مشترک غیر صفر دارند. اگر α و β ریشه‌های غیر مشترک آنها باشند، معادله

درجه دوم با ریشه‌های α و β کدام است؟

$$(1) \quad 2x^2 - 12x + 27 = 0 \quad (2) \quad 2x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$(3) \quad 4x^2 - 24x + 27 = 0 \quad (4) \quad 4x^2 - 12x - 27 = 0$$

۳- اگر بازه (α, β) بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که نمودار تابع $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ در آن بازه پایین‌تر از نمودار $g(x) = 5 - x$ قرار گرفته

است، جزء صحیح $\frac{\alpha+\beta}{2}$ چه عددی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- اگر $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ و $g(x) = 2 - \sqrt{3 - x}$ ، دامنه تعریف تابع $g^{-1} \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) بی‌شمار

۵- هرگاه $f(x) = a + \log_b(3 - 2x)$ به طوری که $f^{-1}(4) = 1$ و $f^{-1}(\frac{1}{2}) = 6$ ، مقدار $f^{-1}(5)$ چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۶- نمودار $f(x) = x^2 + (m-1)x + m + 3$ در ناحیه چهارم بر نیمساز همان ناحیه مماس است. حداقل مقدار تابع کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{5}}{4}$

محل انجام محاسبه

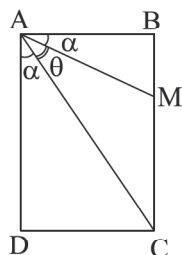
۷- اگر قرینه $A(k, 1)$ نسبت به خط $y - 2x + 2 = 0$ ، نقطه B بر محور عرض‌ها باشد، فاصله دو نقطه A و B تا یکدیگر چه عددی است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{6}$

۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $\log_3(9^x + 4) = 2 + x$ باشند، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\log_9 4$ (۳) $\log_3 4$ (۴) ۲

۹- در مستطیل شکل زیر، $BM = 2$ و $AD = 8$ است. حاصل $\tan \theta$ کدام است؟



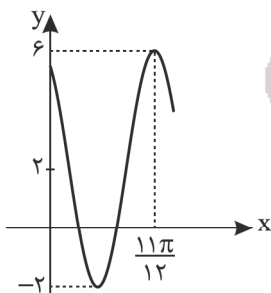
- (۱) $\frac{3}{4}$

- (۲) $\frac{4}{3}$

- (۳) $\frac{3}{5}$

- (۴) $\frac{4}{5}$

۱۰- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin(bx - \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل $c + ab$ کدام است؟



- (۱) ۱۰

- (۲) -۱۰

- (۳) -۶

- (۴) ۶

۱۱- مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{\cos 2x} + \frac{1}{\sin 4x} = 0$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

- (۴) $\frac{3\pi}{2}$

- (۳) 2π

- (۲) $\frac{5\pi}{2}$

- (۱) $\frac{7\pi}{4}$

۱۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{3-\sqrt{x}} - 1}{\sin(\pi x)}$ چند برابر $\frac{2}{\pi}$ است؟

- (۴) $-\frac{1}{6}$

- (۳) $\frac{1}{6}$

- (۲) $-\frac{1}{24}$

- (۱) $\frac{1}{24}$

محل انجام محاسبه

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x^2 + mx - m - 4} & x \neq 1 \\ bx + m & x = 1 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار b کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) -۴

۱۴- اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f \circ f(x)}{f^{-1}(x)} = \pm\infty$ باشد، آنگاه کدام گزینه حتماً صحیح است؟ ($ac \neq 0$)

- (۱) $a = -1$ (۲) $a = 1$ (۳) $c = 1$ (۴) $c = -1$

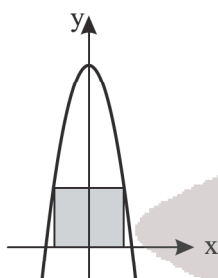
۱۵- در نقطه برخورد نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 7$ با نیمساز ناحیه اول، خطی بر نمودار f مماس رسم نموده‌ایم. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۶ (۳) -۱۰ (۴) -۱۲

۱۶- فرض کنید f تابعی پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 3}{x - 1} = \frac{2}{3}$ باشد. با فرض $g(x) = x\sqrt{2 - \frac{9}{x}}$ ، حاصل مشتق تابع $y = g \circ f(x)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{16}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۷- نمودار تابع $f(x) = 9 - 2x^2$ به صورت زیر است. در مستطیل رنگ‌شده با بیشترین مساحت، نسبت طول به عرض کدام است؟



- (۱) $\sqrt{6}$

- (۲) $\frac{3}{2}$

- (۳) $\frac{4}{3}$

- (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

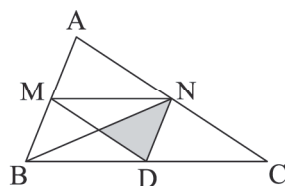
۱۸- نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + bx + 4$ بر محل برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{bx+1}{2x+a-2}$ منطبق است. مقدار

b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه

۲۹- در شکل زیر $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$ و چهارضلعی BMND متوازی الاضلاع است. مساحت قسمت رنگ شده چه کسری از مساحت دوزنقه



BMNC است؟

(۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{25}$

۲۰- در دوزنقه متساوی الساقین به قاعده‌های ۳ و ۲۱ و ارتفاع ۵، محیط چهارضلعی ای که رئوس آن وسط‌های اضلاع این دوزنقه باشد، برابر کدام است؟

(۱) $\frac{13}{4}$ (۲) ۱۳ (۳) ۵۲ (۴) ۲۶

۲۱- حجم حاصل از دوران مثلث $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$, $BC = 4$) حول خط گذرا از رأس A موازی ضلع BC کدام است؟

(۱) 4π (۲) $\frac{8\pi}{3}$ (۳) 8π (۴) $\frac{4}{3}\pi$

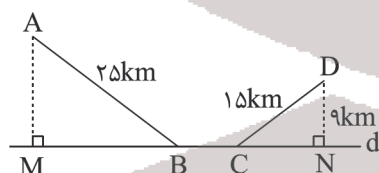
۲۲- نسبت مساحت سه ضلعی منتظم محاطی به مساحت سه ضلعی منتظم محیطی در دایره‌ای به شعاع R چقدر است؟

(۱) $2/5^\circ$ (۲) $5/^\circ$ (۳) $7/^\circ$ (۴) $5/7^\circ$

۲۳- در مستطیل ABCD قطر AC و دایره‌های محاطی داخلی دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ را رسم کرده‌ایم. محیط مستطیل برابر ۵۴ و طول مماس مشترک داخلی دو دایره برابر ۷ است. مساحت مستطیل چقدر است؟

(۱) ۱۶۲ (۲) ۱۷۰ (۳) ۱۸۹ (۴) ۱۷۵

۲۴- یک دوندۀ باید از نقطه A شروع به دویدن به سمت خط d کرده و پس از ۸ کیلومتر دویدن در راستای خط d خود را به نقطه D (نقطه پایانی) برساند. در صورتی که مسیر ABCD کمترین مسافت ممکن را داشته باشد طول MN چند کیلومتر است؟



(۱) ۵۷

(۲) ۴۸

(۳) ۴۹

(۴) ۴۰

محل انجام محاسبه

۲۵- مساحت مثلث ΔABC با معلومات $m_c = 39$ ، $m_b = 12$ و $BC = 30$ چقدر است؟ (m_c و m_b به ترتیب میانه‌های وارد بر اضلاع AB و AC هستند)

- (۱) ۱۹۲ (۲) ۲۸۸ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۵۶

۲۶- اگر α در ناحیه اول مثلثاتی و $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha + \cos \alpha & \sin \alpha - \cos \alpha \\ \sin \alpha - \cos \alpha & \sin \alpha + \cos \alpha \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{|A|}{2} & \frac{|A|}{2} \cot 2\alpha \\ |A| \cot 2\alpha & |A| \end{bmatrix}$ باشد آنگاه مقدار $\frac{|A|}{|B|}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha}$ (۴) $\frac{\cos 4\alpha}{\sin 2\alpha}$

۲۷- بیضی به مرکز O و قطر بزرگ به طول $2a$ ، قطر کوچک به طول $2b$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را در نظر بگیرید. مساحت مثلثی که یک ضلع آن کوتاه‌ترین وتر کانونی رسم‌شده از کانون F و رأس سوم آن مرکز بیضی باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2} a^2$ (۲) $\sqrt{2} a^2$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4} a^2$ (۴) $2\sqrt{2} a^2$

۲۸- نزدیک‌ترین فاصله نقاط روی سهمی افقی تا خط هادی آن برابر ۲ می‌باشد. اگر طول رأس سهمی واقع در ناحیه دوم دستگاه مختصات برابر ۱- باشد و سهمی محور طول‌ها را در $-\frac{3}{4}$ قطع کند، مختصات کانون سهمی کدام گزینه است؟

- (۱) $(-3, 2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(-3, 1)$ (۴) $(1, 1)$

۲۹- با فرض $|\vec{a}| = 1$ ، $|\vec{b}| = 2$ و $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{a} \times \vec{c}$ ، مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشند برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

۳۰- دو بردار $\vec{a} = (-2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (-1, 2, -2)$ بردارهای تشکیل‌دهنده قاعده یک متوازی‌السطوحی است که با بردار $\vec{c}$ ، غیر واقع در یک صفحه‌اند. اگر بردار $\vec{c}$ واقع در صفحه xy باشد، کسینوس زاویه بین بردار نیمساز زاویه داخلی بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با بردار $\vec{c}$ کدام گزینه است؟

- (۱) ± 1 (۲) $\pm \frac{1}{6}$ (۳) $\pm \frac{1}{8}$ (۴) $\pm \frac{1}{4}$

محل انجام محاسبه

۳۱- اگر A, B و C سه مجموعه غیر تهی و $(A \cap B)' \cap (A \cup B') \cap C = C$ باشد، آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر همواره برابر تهی است؟

- (۱) $A \cap C$ (۲) $B - C$ (۳) $C - A$ (۴) $B \cap C$

۳۲- در یک ظرف ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه موجود است. از این ظرف مهره‌ها را یکی بعد از دیگری و بدون جای گذاری بیرون می‌آوریم تا جایی که حداقل یک مهره سفید و حداقل یک مهره سیاه خارج شود. احتمال اینکه برای این کار مجبور شویم دقیقاً ۴ مهره خارج کنیم، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{42}$ (۲) $\frac{5}{28}$ (۳) $\frac{1}{14}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۳۳- اگر A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر، $P(A) = \frac{7}{8}$ ، $P(A' \cup B) = \frac{7}{8}$ باشد، آنگاه $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{10}$ (۲) $\frac{625}{1000}$ (۳) $\frac{925}{1000}$ (۴) $\frac{92}{100}$

۳۴- ۱۰ داده آماری با میانگین ۸ و انحراف معیار ۳ مفروض‌اند. اگر داده‌های ۱۲، ۹، ۸، ۶ و ۵ را به این داده‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات این ۱۵ داده تقریباً کدام است؟

- (۱) $\frac{35}{100}$ (۲) $\frac{5}{100}$ (۳) $\frac{7}{100}$ (۴) ۱

۳۵- اگر $d = (n - 2) + 5n + 3$ باشد، آنگاه به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، d بزرگ‌ترین مقدار ممکن را دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶- به ازای کدام مقادیر طبیعی n ، عدد $3^{10n+7} - 3^{10n} + 3$ بر ۱۱ بخش پذیر است؟

- (۱) $[1]_1$ (۲) $[2]_1$ (۳) $[3]_1$ (۴) $[4]_1$

۳۷- به ازای هر دو رأس دلخواه x و y در گراف G ، $N_G[x] = N_G[y]$ است. اگر $\Delta(G) + \delta(G) = 10$ باشد، مجموع مرتبه و اندازه گراف G کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴) ۳۶

محل انجام محاسبه

۳۸- اگر A و B دو مربع لاتین متعامد باشند، مقدار x کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} & & 3 & \\ & & & 3 \\ 3 & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} & & 2 & \\ & & & 4 \\ x & & & \\ & 1 & & \end{bmatrix}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۹- چند تابع پوشا از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4\}$ می توان نوشت به طوری که دقیقاً دو زوج مرتب به صورت (x, x) داشته باشد؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

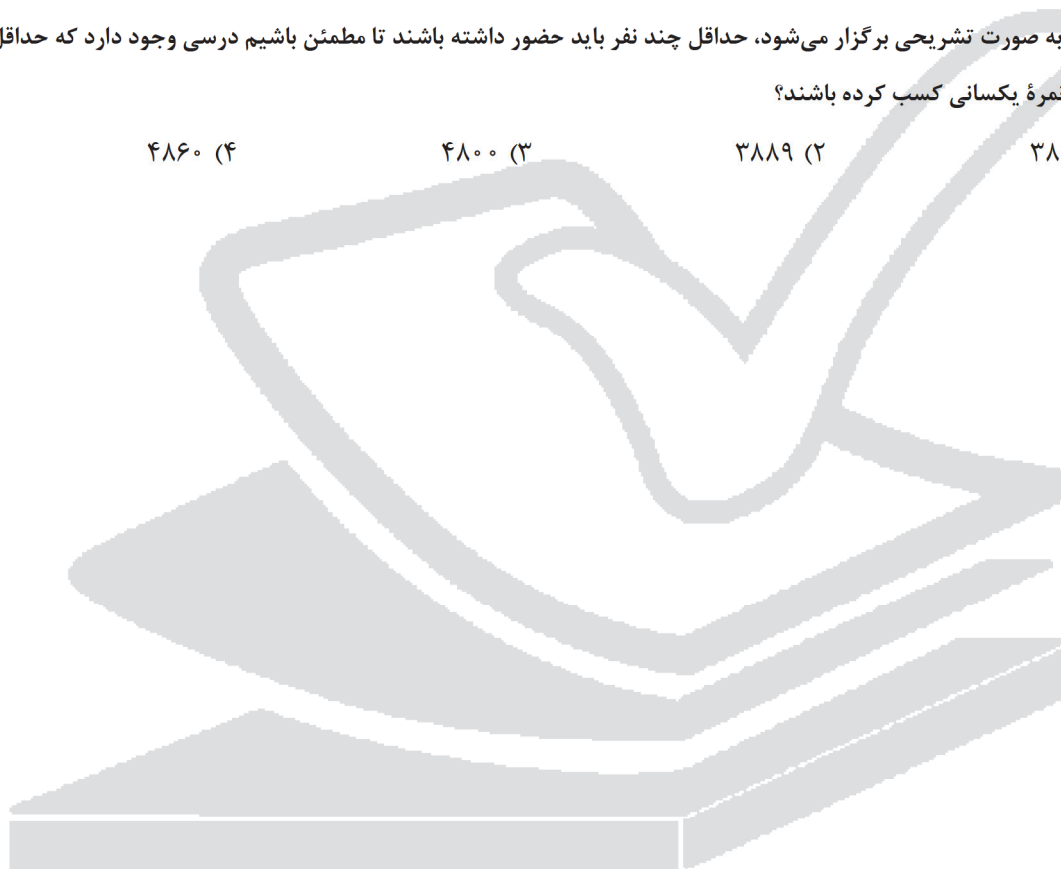
۴۰- نمرات هر آزمون تشریحی از صفر تا ۲۰ و به صورت مضربی از ۲۵٪ محاسبه می شود. در یک دوره آزمون که شامل ۱۲ درس مختلف بوده و به صورت تشریحی برگزار می شود، حداقل چند نفر باید حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم درسی وجود دارد که حداقل ۵ نفر در آن نمره یکسانی کسب کرده باشند؟

۴۸۶۰ (۴)

۴۸۰۰ (۳)

۳۸۸۹ (۲)

۳۸۴۱ (۱)



محل انجام محاسبه



پایه

۱۲

آزمون

۱۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۱۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۳/۱/۲۹

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	مطابق با کنکور سراسری		
شیمی	مطابق با کنکور سراسری		

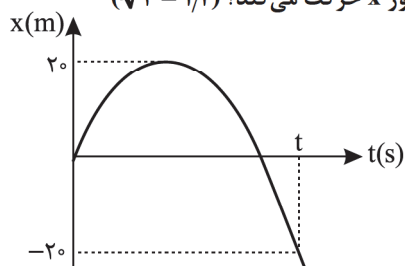
تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

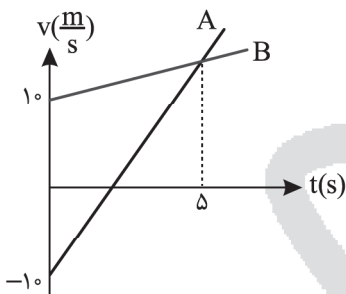
- ۴۱- ذره‌ای با شتاب ثابت بر روی خط راست در یک جهت حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در $\frac{3}{4}$ ابتدایی مسیر حرکت $30 \frac{m}{s}$ و سرعت متوسط آن در بقیه مسیر برابر $10 \frac{m}{s}$ است. سرعت ذره در ابتدای مسیر و انتهای مسیر به ترتیب از راست به چپ بر حسب $\frac{m}{s}$ چقدر است؟
 (۱) ۴۰ و صفر (۲) صفر و ۴۰ (۳) ۶۰ و ۲۰ (۴) ۲۰ و ۶۰

- ۴۲- سهمی شکل زیر نمودار مکان - زمان ذره‌ای است که روی خط راست حرکت می‌کند. در بازه زمانی t ثانیه اول، مدت زمانی که جسم در جهت محور x حرکت می‌کند، چند برابر مدت زمانی است که جسم در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ ($\sqrt{2} = 1/4$)



- (۱) ۰/۴
 (۲) ۰/۷
 (۳) ۰/۵
 (۴) ۰/۸

- ۴۳- نمودار سرعت - زمان دو ذره A و B که بر روی خط راست در حرکت‌اند مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 0$ متحرک B در مبدأ و متحرک A در مکان $x = 48m$ باشند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه دو ذره به هم می‌رسند؟



- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) ۱۰
 (۴) گزینه‌های ۱ و ۲ درست‌اند.

- ۴۴- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h نزدیک سطح زمین رها می‌شود. بزرگی سرعت متوسط این گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکت، $2/6$ برابر بزرگی سرعت متوسط مدت زمان قبل از آن است. بزرگی سرعت متوسط در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز فرض می‌شود، $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۲/۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

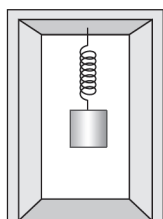
- ۴۵- مطابق شکل شخصی به جرم $60kg$ در اتوبوسی ایستاده است. راننده اتوبوس در یک لحظه ترمز می‌کند و پس از ترمز، بدون لغزش شخص در کف اتوبوس، اتوبوس با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ حرکتش را کند کرده و پس از مدتی متوقف می‌شود. در مدت زمان حرکت



کندشونده، نیرویی که از طرف شخص به کف اتوبوس وارد می‌شود در SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $-40 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j}$ (۲) $40 \cdot \vec{i} - 60 \cdot \vec{j}$
 (۳) $-30 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j}$ (۴) $30 \cdot \vec{i} - 60 \cdot \vec{j}$

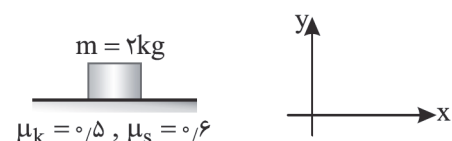
- ۴۶- مطابق شکل جسمی به وسیله فنری سبک با ثابت $400 \frac{N}{m}$ از سقف آسانسوری آویخته شده است. وقتی آسانسور ساکن است، طول فنر $21/25$ سانتی‌متر است. وقتی آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ کندشونده به سمت پایین می‌رود، طول فنر $21/5$ سانتی‌متر می‌شود.



جرم جسم متصل به فنر چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱ (۲) ۰/۷۵
 (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۲۵

۴۷- مطابق شکل نیروی ثابت $\vec{F} = 40\vec{i} - 20\vec{j}$ بر حسب نیوتون به جسم ساکن بر روی سطح افقی در لحظه $t = 0$ وارد می‌شود. در لحظه $t = 5s$ نیروی $\vec{F}$ ناگهان قطع می‌شود. نیروی متوسط خالص وارد بر جسم از لحظه $t = 2s$ تا لحظه $t = 10s$ بر حسب نیوتون کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۵
(۲) ۲/۵
(۳) ۱/۲۵
(۴) صفر

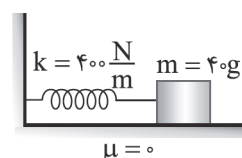
۴۸- ذره‌ای به جرم m در مدار دایره‌ای شکل به شعاع r با دوره T با تندی ثابت حرکت می‌کند. تغییر تکانه در مدت نصف دوره در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) $\frac{2\pi^2 mr}{T}$
(۲) $\frac{4\pi^2 mr}{T}$
(۳) $\frac{2\pi mr}{T}$
(۴) $\frac{4\pi mr}{T}$

۴۹- توپ کوچکی به جرم $200g$ گرم از بام ساختمانی به ارتفاع $80m$ متر با تندی $30 \frac{m}{s}$ در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و پس از برخورد به سطح افقی زمین برای اولین بار حداکثر تا لبه بام بالا می‌رود. اگر مدت زمان تماس توپ با زمین $0.2s$ ثانیه باشد، نیروی متوسطی که از طرف سطح زمین به توپ وارد می‌شود، در مدت زمان برخورد با زمین چند نیوتون است؟ (مقاومت هوا در مسیر حرکت ناچیز می‌شود و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۹۰
(۲) ۹۲
(۳) ۱۰۰
(۴) ۱۰۲

۵۰- مطابق شکل وزنه متصل به فنر در حالت تعادل است. وزنه را $6cm$ از وضع تعادل به سمت راست کشیده و سپس رها می‌کنیم. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی که نوسانگر از شروع حرکت، مسافت $18cm$ را طی می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

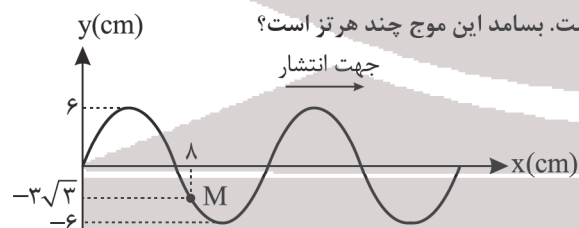


- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۸

۵۱- آونگ ساده‌ای به طول $36cm$ روی پاره‌خطی به طول $20mm$ حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. وزنه آونگ در مدت یک دقیقه مسافت چند متر را طی می‌کند؟ ($\pi^2 = g$)

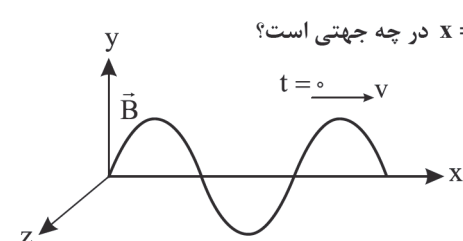
- (۱) ۰/۲۵
(۲) ۰/۵
(۳) ۱
(۴) ۲

۵۲- در یک طناب همگن و افقی با چگالی $5 \frac{g}{cm^3}$ و مساحت سطح مقطع $1cm^2$ ، که با نیروی $72N$ کشیده شده است، موج عرضی انتشار می‌یابد. نقش موج در این طناب در لحظه $t = 0$ مطابق شکل است. بسامد این موج چند هرتز است؟



- (۱) ۵۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۲۰۰
(۴) ۴۰۰

۵۳- شکل زیر نقش میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی تخت را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. این موج در جهت مثبت محور x انتشار می‌یابد. میدان الکتریکی این موج در لحظه $t = \frac{3T}{4}$ در مکان $x = \frac{5\lambda}{6}$ در چه جهتی است؟



- (۱) $+Z$
(۲) $-Z$
(۳) $-X$
(۴) $+X$

محل انجام محاسبه

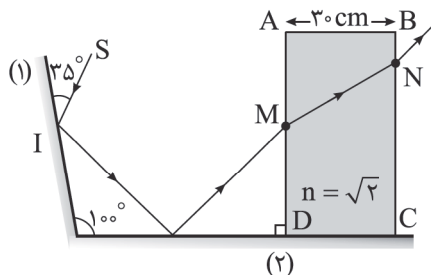
۵۴- تار به طول ۱ متر در حالت افقی بین دو نقطه محکم بسته شده است و طوری به ارتعاش درمی آید که در آن موج ایستاده با ۶ گره ایجاد می شود. تندی انتشار موج ایستاده در این تار $100 \frac{m}{s}$ است. اگر در $t = 0$ تار کاملاً افقی باشد، در چه لحظه ای بر حسب میلی ثانیه، برای اولین بار، تار دوباره به حالت کاملاً افقی درمی آید؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۵- اگر شدت صوتی که به گوش یک شنونده می رسد ۴ برابر شود، تراز شدت صوت برای شنونده ۳ برابر می شود. شدت صوت اولیه در یکای SI کدام است؟ $(\log 2 = 0.3, I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2})$

- (۱) $1/5 \times 10^{-12}$ (۲) 2×10^{-12} (۳) $2/5 \times 10^{-12}$ (۴) 3×10^{-12}

۵۶- شکل زیر مسیر نور در برخورد با دو آینه متقاطع و عبور از تیغه متوازی السطوح به ضخامت 30 cm را نشان می دهد. زاویه پرتو خروجی از تیغه با سطح افقی و فاصله MN برابر سانتی متر است.



- (۱) $40, 30^\circ$
(۲) $20\sqrt{3}, 30^\circ$
(۳) $40, 45^\circ$
(۴) $20\sqrt{3}, 45^\circ$

۵۷- در آزمایش فوتوالکتریک نور تک رنگی با طول موج 200 nm به سطح یک فلز با تابع کار 4 eV می تابد. بیشینه انرژی جنبشی الکترون های خارج شده از سطح فلز چند الکترون ولت است؟ $(hc = 1240 \text{ nm.eV})$

- (۱) ۲ (۲) $2/2$ (۳) $6/2$ (۴) $8/2$

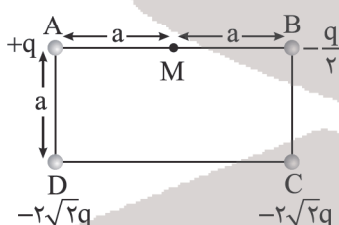
۵۸- اگر الکترون در اتم هیدروژن از دومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته برود، بسامد فوتون تابشی تقریباً چند تراهرتز است؟ $(E_R = 13.6 \text{ eV})$

- (۱) ۱۷۰ (۲) ۲۷۰ (۳) ۳۷۰ (۴) ۴۷۰

۵۹- در اثر تبدیل کامل $3/4 \times 10^{-27} \text{ g}$ جرم به انرژی، انرژی آزاد شده چند میلیون الکترون ولت است؟ $(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

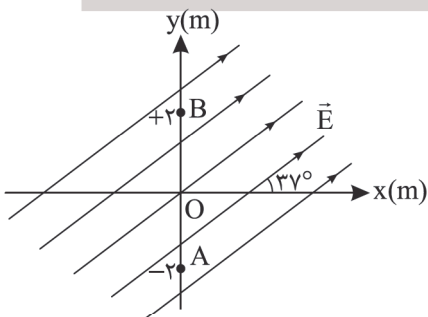
- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۸ (۴) $1/8$

۶۰- مطابق شکل ۴ بار نقطه ای در رئوس یک مستطیل ثابت شده اند. اگر میدان الکتریکی بار $+q$ در نقطه M برابر $20 \frac{N}{C}$ باشد، میدان الکتریکی برایند حاصل از چهار بار الکتریکی در نقطه M چند $\frac{N}{C}$ است؟



- (۱) ۲۵
(۲) ۵۰
(۳) ۷۵
(۴) ۱۰۰

۶۱- مطابق شکل میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $100 \frac{N}{C}$ در صفحه XOY برقرار است. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B



$(V_B - V_A)$ چند ولت است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6)$

- (۱) ۲۴۰
(۲) -۲۴۰
(۳) ۳۲۰
(۴) -۳۲۰

۶۲- خازنی با دی الکتریک هوا که صفحات آن مربع شکل به ضلع 20cm است، دارای ظرفیت 180 پیکوفاراد است. اگر این خازن به اختلاف

پتانسیل 50V متصل شود، میدان الکتریکی میان صفحات خازن چند $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ می شود؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2})$

۱۲۵۰۰ (۴)

۱۲۵۰ (۳)

۲۵۰۰۰ (۲)

۲۵۰۰ (۱)

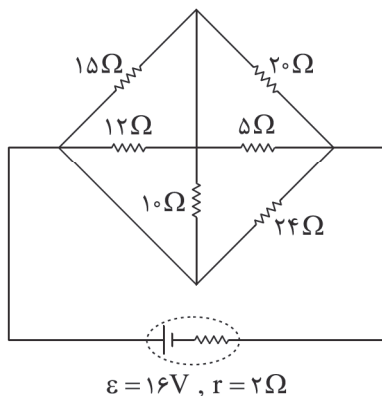
۶۳- در مدار شکل زیر جریانی که از مقاومت 15Ω می گذرد بر حسب آمپر کدام است؟

۰/۴ (۱)

۰/۵ (۲)

۰/۶ (۳)

۰/۸ (۴)



۶۴- سه مقاومت $R_1 = R_2 = R_3 = 12\Omega$ به هم متصل شده اند و مجموعه به اختلاف پتانسیل ثابت وصل شده است. اگر توان مصرفی در

مقاومت R_1 ، R_2 برابر توان مصرفی در مقاومت R_3 باشد، مقاومت معادل چند اهم می تواند باشد؟

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۶۵- شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می دهد. اگر عددی که ولت سنج ایده آل نشان می دهد، برابر 12V باشد، مقاومت

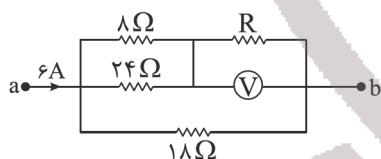
معادل بین نقاط a و b چند اهم است؟

۳ (۱)

۴/۵ (۲)

۶ (۳)

۹ (۴)



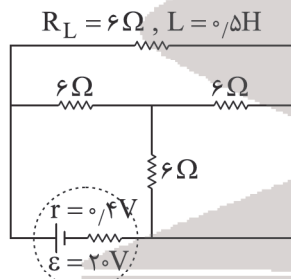
۶۶- در مدار شکل زیر، انرژی ذخیره شده در القاگر چند ژول است؟

۲/۲۵ (۱)

۶/۲۵ (۲)

۳/۷۵ (۳)

۱ (۴)



۶۷- مطابق شکل یک سیم راست و بسیار بلند حامل جریان ثابت عمود بر صفحه xOy از مبدأ مختصات عبور کرده و در جهت مثبت محور

z ها است. در مکان $M(-16\text{cm}, 16\text{cm})$ نیروی وارد بر ذره ای با بار منفی که در جهت مثبت محور y ها در حرکت است، در کدام

جهت است؟

$+z$ (۱)

$-z$ (۲)

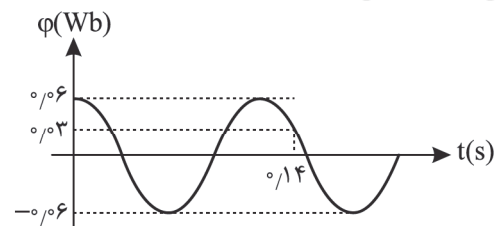
$+x$ (۳)

$-x$ (۴)



محل انجام محاسبه

۶۸- نمودار شار مغناطیسی گذرنده از پیچه‌ای با ۱۰۰ دور که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌چرخد، مطابق شکل است. اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در بازه زمانی ۰/۰۶s تا ۰/۱۲s چند ولت است؟

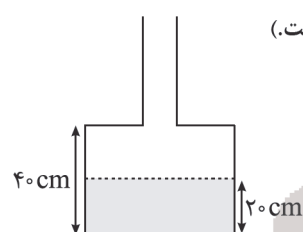


- (۱) ۶۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۲۰۰
(۴) $200\sqrt{3}$

۶۹- چگالی فلز A دو برابر چگالی فلز B است، یک بار آلیاژی از این دو فلز با جرم‌های مساوی می‌سازیم و بار دیگر آلیاژی از این دو فلز با حجم‌های مساوی می‌سازیم. اگر تغییر حجم در ساختن آلیاژ ناچیز فرض شود، چگالی آلیاژ اول چند برابر چگالی آلیاژ دوم است؟

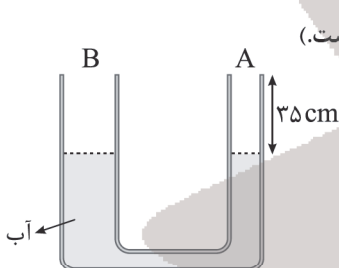
- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۷۰- مطابق شکل درون ظرفی مایعی به جرم m و چگالی $\frac{6}{8} \frac{g}{cm^3}$ قرار دارد. مایع دیگری با همان جرم m و با چگالی $\frac{3}{4} \frac{g}{cm^3}$ درون ظرف می‌ریزیم. اگر دو مایع مخلوط نشوند و شعاع سطح مقطع ظرف دو برابر شعاع دهانه ظرف باشد، فشار کل در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه خواهد شد؟ (فشار هوا $P_0 = 75 cmHg$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و چگالی جیوه $\frac{13}{6} \frac{g}{cm^3}$ است.)



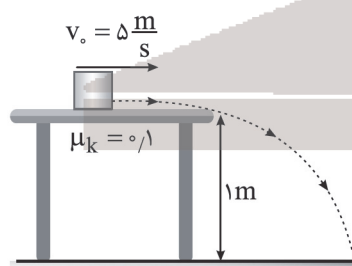
- (۱) ۹۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۱۱۰
(۴) ۱۲۰

۷۱- در ظرف شکل زیر، در شاخه (A) آنقدر الکل می‌ریزیم تا لبریز شود. ارتفاع ستون الکل در این شاخه چقدر می‌شود؟ (مساحت سطح مقطع شاخه (B)، ۲ برابر مساحت سطح مقطع شاخه A و $\rho_A = 1 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_B = 0.8 \frac{g}{cm^3}$ است.)



- (۱) ۵۰
(۲) ۶۰
(۳) ۶۵
(۴) ۷۵

۷۲- مطابق شکل جسم کوچک و ساکن بر روی سطح میز توسط ضربه‌ای با تندی اولیه $5 \frac{m}{s}$ به حرکت درمی‌آید و پس از یک ثانیه از لبه میز جدا می‌شود. تندی جسم هنگام رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (مقاومت هوا در مسیر حرکت ناچیز و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و ضریب اصطکاک بین جسم و میز $\mu_k = 0.1$ است)



- (۱) ۱
(۲) $2/\sqrt{5}$
(۳) ۳
(۴) ۶

۷۳- دو میله A و B با جنس‌های متفاوت داریم. در دمای صفر درجه سلسیوس طول میله A، $1/5$ برابر طول میله B است. در چه دمایی بر حسب سلسیوس طول دو میله برابر یکدیگر می‌شود؟ ($\alpha_B = 3\alpha_A = 2 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ C}$)

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۴۵۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۶۰۰

۷۴- درون گرماسنجی ۴ کیلوگرم آب 20°C قرار دارد. داخل آن یک قطعه یخ به جرم 5kg و دمای 10°C قرار می‌دهیم. پس از مدتی دمای تعادل 10°C می‌شود. ظرفیت گرمایی گرماسنج در یکای SI کدام است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, c_{\text{یخ}} = \frac{1}{4} c_{\text{آب}}, L_F = 80 c_{\text{آب}})$$

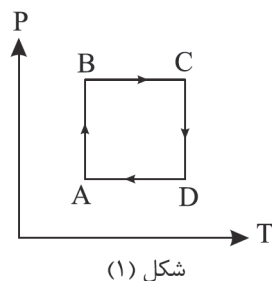
(۴) ۹۵۰

(۳) ۱۰۵۰

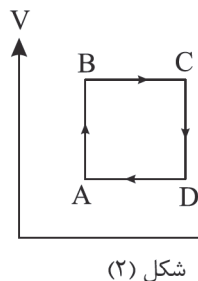
(۲) ۲۲۵۰

(۱) ۳۱۵۰

۷۵- مقدار معینی گاز آرمانی مطابق شکل‌های (۱) و (۲) چرخه ABCDA را طی می‌کند. این چرخه‌ها می‌تواند مربوط به یک ماشین گرمایی یا یخچال باشد. کدام گزینه زیر در مورد آنها درست است؟



شکل (۱)



شکل (۲)

(۱) هر دو مربوط به ماشین گرمایی‌اند.

(۲) هر دو مربوط به یخچال‌اند.

(۳) چرخه (۱) مربوط به ماشین گرمایی و چرخه (۲) مربوط به یخچال است.

(۴) چرخه (۱) مربوط به یخچال و چرخه (۲) مربوط به ماشین گرمایی است.

شیمی

۷۶- در یون فلزی $^{65}\text{M}^{+}$ ، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر ۶ است. کدام گزینه درباره عنصر M نادرست است؟

(۱) عنصری از گروه ۱۲ جدول دوره‌ای می‌باشد که در دوره چهارم جای دارد.

(۲) تعداد الکترون‌های با $I = 2$ در اتم آن، با این تعداد در ^{64}Cu برابر است.(۳) شمار الکترون‌های دارای $I = 1$ در اتم آن، $1/2$ برابر شمار الکترون‌های دارای $I = 2$ است.(۴) شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده آن با شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده اتم ^{54}Cr برابر است.

۷۷- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) جرم اتم‌ها را با وزنه‌ای می‌سنجند که جرم آن $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ ^{12}C است.

(۲) از تکنسیم برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود زیرا یون یدید با تکنسیم اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، تکنسیم را نیز جذب می‌کند.

(۳) اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که از ایزوتوپ سبک‌تر آن اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای هسته‌ای استفاده می‌شود.

(۴) ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم، نیمه‌عمر، پایداری و تعداد نوترون‌ها با یکدیگر متفاوت‌اند.

۷۸- با توجه به داده‌های جدول زیر، جرم مولکولی ترکیب AX_2Y_3 چند amu است؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی با یکای amu در نظر بگیرید.)

ایزوتوپ	^{12}A	^{13}A	^{20}X	^{21}X	^{19}Y
درصد فراوانی	۲۵	۷۵	۳۰	۷۰	۱۰۰

(۴) ۱۱۰/۱۴

(۳) ۱۱۱/۱۵

(۲) ۱۰۸/۱۶

(۱) ۱۰۹/۱۸

۷۹- کدام موارد از عبارت‌های بیان شده نادرست‌اند؟

(آ) میخ آهنی در مجاورت هوای مرطوب به آرامی به زنگ آهن تبدیل می‌شود.

(ب) مطابق قانون پایستگی جرم، مجموع تعداد اتم‌های موجود در واکنش‌دهنده‌ها با مجموع تعداد اتم‌های موجود در فراورده‌ها برابر است.

(پ) میل ترکیبی هموگلوبین خون با گاز کربن مونوکسید 200 برابر گاز اکسیژن است.

(ت) اکسیژن در ساختار اغلب مولکول‌های زیستی یافت می‌شود و مقدار آن در لایه‌های گوناگون هواکره متفاوت است.

(۴) پ و ت

(۳) ب و ت

(۲) ب و پ

(۱) آ و ب

محل انجام محاسبه

۸۰- در کدام گزینه تعداد جفت الکترون‌های پیوندی دو ساختار مشابه نیست؟



۸۱- واکنش آلومینیم با آمونیوم پرکلرات مطابق معادله شیمیایی زیر انجام می‌شود. با توجه به آن، از واکنش ۲۱۶۰ گرم آلومینیم با مقدار کافی از آمونیوم پرکلرات، چند لیتر گاز نیتروژن در شرایطی که چگالی آن ۱/۲۵ گرم بر لیتر است، تولید می‌شود؟



۸۲- اگر غلظت یون سولفات در ۵۰۰ گرم از محلول آمونیوم سولفات برابر ۳۰۰ ppm باشد، تقریباً چند مول یون آمونیوم در این محلول وجود دارد؟ ($\text{N} = 14$, $\text{H} = 1$, $\text{S} = 32$, $\text{O} = 16$; g.mol^{-1})



۸۳- اگر فرمول شیمیایی آلومینیم اکزالات و منیزیم سیلیکات به ترتیب به صورت $\text{Al}_x(\text{C}_2\text{O}_4)_y$ و Mg_xSiO_4 باشد، فرمول شیمیایی آلومینیم سیلیکات و کلسیم اکزالات به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟



۸۴- دو محلول حاوی آب و استون را در اختیار داریم که محلول اول دارای ۳۰٪ و محلول دوم شامل ۴۰٪ جرمی از استون است. اگر ۱۰۰ گرم از محلول اول را با ۲۰۰ گرم از محلول دوم مخلوط کنیم، درصد جرمی استون در محلول به دست آمده به تقریب کدام است؟



۸۵- کدام موارد از عبارتهای بیان شده درست است؟

(آ) قرار دادن خیار در آب شور سبب می‌شود تا با گذشت زمان چروکیده شود.

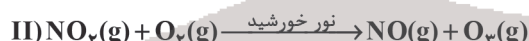
(ب) آب تصفیه شده به روش تقطیر، آلاینده کمتری نسبت به آبی دارد که به روش صافی کربن تصفیه شده است.

(پ) هیچ‌کدام از روش‌های تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربن، توانایی جدا کردن میکروب‌ها را ندارند.

(ت) در روش تقطیر که یکی از راه‌های تصفیه آب است، فرایندهای تصعید و میعان رخ می‌دهد.



۸۶- با توجه به واکنش‌های موازنه‌نشده زیر، اگر ۱۲۶۰ گرم نیتریک اسید با خلوص ۸۰٪ با فلز مس واکنش دهد، چند مول مس (II) نیترات تشکیل می‌شود و گاز اوزونی که از واکنش NO_2 حاصل از واکنش (I) با گاز اکسیژن به دست می‌آید، در شرایط STP چند لیتر حجم دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. ($\text{O} = 16$, $\text{N} = 14$, $\text{H} = 1$; g.mol^{-1})



۸۷- A، B، C و D به ترتیب از راست به چپ چهار عنصر متوالی از دوره سوم جدول دوره‌ای اند. اگر بدانیم یون پایدار A به صورت A^{3+} است، چند مورد از عبارتهای بیان شده درست است؟

● C دارای دو دگرشکل است که دگرشکل سفید آن را در آزمایشگاه زیر آب نگه می‌دارند.

● بین عنصر A و عنصری که در دوره چهارم و گروه شانزدهم جای دارد، ۲۰ عنصر وجود دارد.

● عنصر B همانند ^{76}Ge رسانایی الکتریکی کمی دارد و در اثر ضربه خرد نمی‌شود.

● عنصر A با ^{63}Ga هم‌گروه بوده و گاز نجیب هم‌دوره با آن ^{18}Ar است.



۸۸- با توجه به واکنش‌های داده شده، چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟



● نام فراورده واکنش (I)، ۱، ۲-دی‌کلرواتان است که حالت فیزیکی آن (g) می‌باشد.

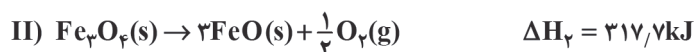
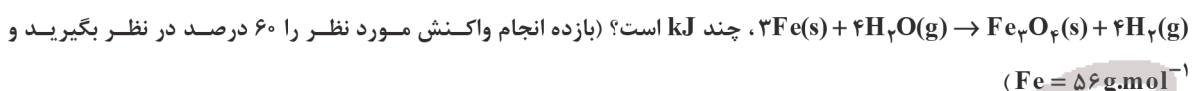
● A و B به ترتیب $\text{FeCl}_3(\text{s})$ و $\text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq})$ می‌باشند.

● از فراورده واکنش (II) برای ضدعفونی کردن سطوح استفاده می‌شود.

● در ساختار ترکیب C، نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی برابر ۴ است.

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

۸۹- با توجه به مقدار گرمای داده شده برای هریک از واکنش‌ها، گرمای مبادله شده در اثر مصرف ۱۴۰ گرم فلز آهن در واکنش:



۱۲۴/۵ (۱) ۲۲۴/۱ (۲) ۸۷/۲ (۳) ۷۴/۷ (۴)

۹۰- اگر در واکنش فرضی: $2\text{A}(\text{g}) \rightarrow 3\text{B}(\text{g}) + \text{C}(\text{g})$ ، ماده A در یک ظرف سربسته ۶ لیتری با سرعت $4 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}}$ تجزیه شود و

در زمان t ثانیه، شمار مول‌های گازی موجود در ظرف ۵ درصد افزایش یابد، t برابر کدام است؟



۹۱- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($C_{\text{Fe}} = 0/45 : \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ و $C_{\text{روغن}} = 2/5$)

● اگر انرژی گرمایی نمونه (۱) بیشتر از نمونه (۲) باشد، با تماس این دو فلز، گرما از فلز (۱) به فلز (۲) منتقل می‌شود.

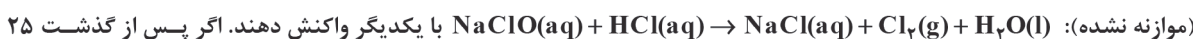
● روغن شمار پیوندهای دوگانه بیشتری نسبت به چربی داشته و خواص فیزیکی و شیمیایی آنها با هم متفاوت است.

● هرگاه یک قطعه آهنی به جرم ۲ kg با دمای ۲۰۰°C را به روغن با دمای ۲۵°C وارد کنیم، دمای نهایی از دمای اولیه آهن دورتر و به دمای اولیه روغن نزدیک‌تر است.

● ظرفیت گرمایی را می‌توان برای توصیف یک ماده به کار برد و در دما و فشار معین به جرم و جنس ماده وابسته است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

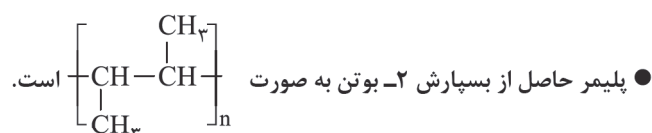
۹۲- ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول NaClO و ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول $0/2 \text{ mol.L}^{-1}$ هیدروکلریک اسید با هم مخلوط می‌شوند تا مطابق واکنش



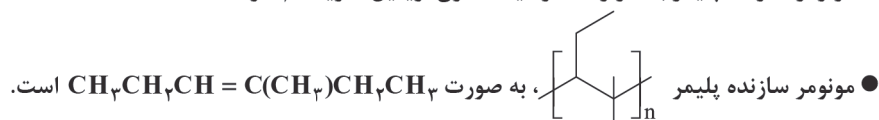
۱۱۳/۶ (۱) ۶۳/۹ (۲) ۱۲۷/۸ (۳) ۵۶/۸ (۴)

محل انجام محاسبه

۹۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

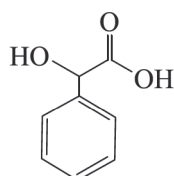


- در مونومر سازنده پلیمر به کار رفته در ظروف یکبار مصرف، چهار پیوند دوگانه وجود دارد.
- هر چه نسبت مولی کاتالیزگر حاوی تیتانیوم به کاتالیزگر حاوی آلومینیم در فرایند پلیمری شدن اتن بیشتر باشد، جرم مولی پلیمر حاصل بیشتر است.
- مونومر سازنده پلیمر به کار رفته در کیسه خون، وینیل کلرید نام دارد.



(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۴- ساختار ماندلیک اسید به صورت زیر است. ضمن مصرف ۶۰۸ گرم ماندلیک اسید، چند گرم پلی‌ماندلیک اسید تولید می‌شود و درصد جرمی هیدروژن در پلیمر حاصل کدام می‌باشد؟ (درصد خلوص ماندلیک اسید را ۴۰٪ در نظر بگیرید و



$$(O = 16, H = 1, C = 12 : g.mol^{-1})$$

(۱) ۲۱۴/۴، ۱۲/۳

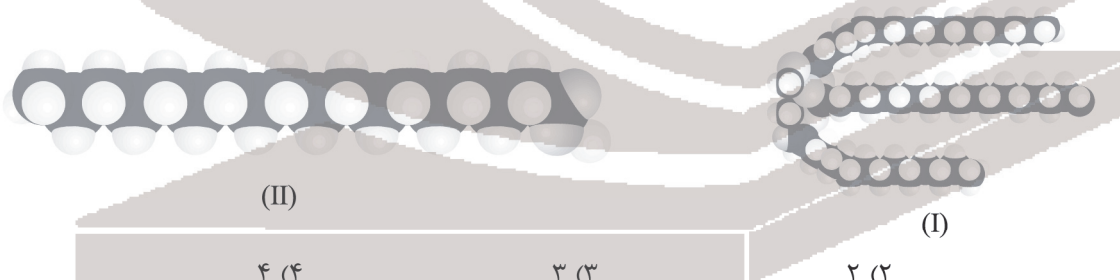
(۲) ۵۳۶، ۴/۵

(۳) ۲۱۴/۴، ۴/۵

(۴) ۵۳۶، ۱۲/۳

۹۵- چند مورد از عبارت‌های بیان شده درست است؟

- هیدروکلریک اسید (HCl(aq)) محلولی از گاز هیدروژن کلرید (HCl(g)) در آب است.
- در پاک‌کننده‌های غیرصابونی همه اتم‌ها با پیوندهای کووالانسی به یکدیگر متصل هستند.
- در سال‌های اخیر میزان رشد امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی توسعه‌یافته بوده است.
- نیروی بین مولکولی غالب در مولکول (II) همانند مولکول (I) از نوع واندروالسی است.



۹۶- مقداری از محلول اسید HX دارای $\text{pH} = 3$ است. اگر ثابت یونش این اسید 2×10^{-5} باشد، غلظت مولار محلول اسید HX و درصد یونش آن به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

(۱) 2×10^{-4} ، ۲ (۲) $2, 0/5 \times 10^{-3}$ (۳) $20, 2 \times 10^{-4}$ (۴) $2, 5 \times 10^{-2}$

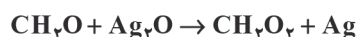
۹۷- چند گرم از باز ضعیف BOH با جرم مولی ۶۰ گرم بر مول و درصد یونش ۲٪ باید به ۲۰۰ میلی‌لیتر آب اضافه شود تا محلولی با $\text{pH} = 12$ به دست آید؟

(۱) ۶۰ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۳۰

محل انجام محاسبه

۹۸- در واکنش ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار CH_3O با مقدار کافی از Ag_2O مطابق واکنش زیر، چند مول الکترون بین گونه کاهنده و

اکسنده مبادله می‌شود و چند گرم نقره در انتهای واکنش تولید می‌شود؟ (موازنه شود) ($\text{Ag} = 108 \text{ g.mol}^{-1}$)



- (۱) $0/864,8 \times 10^{-3}$ (۲) $0/432,2 \times 10^{-3}$ (۳) $0/216,8 \times 10^{-3}$ (۴) $0/864,2 \times 10^{-3}$

۹۹- کدام موارد از عبارت‌های بیان شده در رابطه با «سلول سوختی متان - اکسیژن» درست هستند؟

(آ) یکی از مزیت‌های آن در مقایسه با سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، در دسترس بودن متان است.

(ب) این نوع سلول سوختی آلوده کننده محیط زیست نیست و آلاینده کمی تولید می‌کند.

(پ) در واکنش کلی این سلول، متان کاهنده است و اکسایش می‌یابد.

(ت) در این سلول H_2O به عنوان تنها فراورده واکنش تولید می‌شود.

- (۱) آ و ب (۲) ب و ت (۳) آ و پ (۴) پ و ت

۱۰۰- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) در فرایند هال، آلومینیم مذاب پایین‌تر از الکترولیت مذاب قرار دارد.

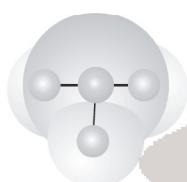
(۲) آند و کاتد در فرایند هال از جنس گرافیت است و نیم‌واکنش کاتدی این سلول به صورت $4\text{Al}^{3+} + 12\text{e}^- \rightarrow 4\text{Al}$ می‌باشد.

(۳) در فرایند آبکاری، نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی هر دو مربوط به فلز پوشاننده هستند.

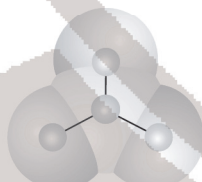
(۴) در فرایند خوردگی آهن نیم‌واکنش کاتدی در محلی رخ می‌دهد که غلظت اکسیژن در آن کم باشد.

۱۰۱- پاسخ هر سه پرسش زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(آ) کدام نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی زیر مربوط به ماده‌ای است که گشتاور دوقطبی آن برابر صفر است؟



(II)



(I)

(ب) در میان دو ماده مولکولی گازی A و B با جرم مولی نزدیک به یکدیگر، اگر توزیع الکترون‌ها در مولکول A بر خلاف B متقارن باشد، کدام ماده آسان‌تر مایع می‌شود؟

(پ) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول‌های اتین و کربونیل سولفید، به ترتیب از راست به چپ، کدام اتم(ها) با رنگ قرمز نشان داده می‌شوند؟

- (۱) O - C - A (II) (۲) C و C - A (II) (۳) O و C - B (I) (۴) O و C - B (II)

۱۰۲- گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای تبدیل ۱۲ گرم منیزیم اکسید به یون‌های گازی مجزا برابر $1139/4$ کیلوژول است. به ترتیب از

راست به چپ چند مول یون گازی در این فرایند تولید شده و آنتالپی فروپاشی شبکه اکسید فلزی که هم‌دوره با منیزیم است اما

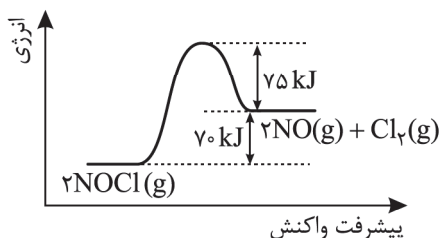
کاتیون آن نسبت به کاتیون حاصل از فلز Mg شعاع بیشتری دارد برابر چه عددی (برحسب kJ.mol^{-1}) می‌تواند باشد؟

($\text{Mg} = 24$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})

- (۱) $2488 - 0/3$ (۲) $3828 - 0/6$ (۳) $2488 - 0/6$ (۴) $3828 - 0/3$

محل انجام محاسبه

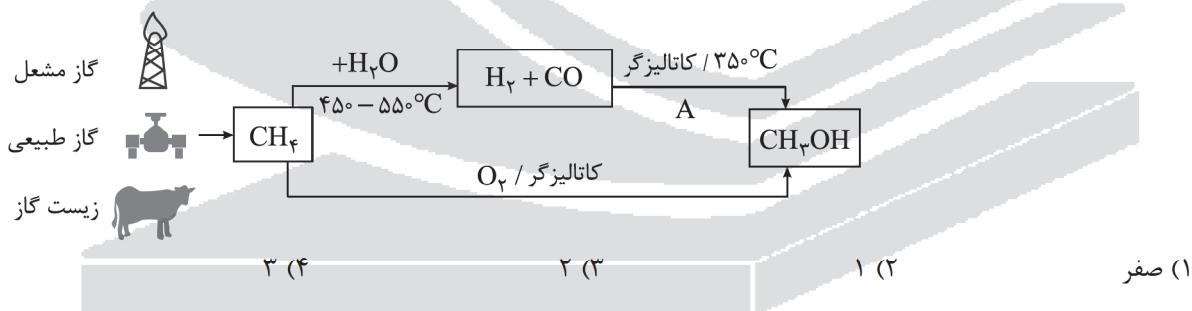
ت) با توجه به نمودار زیر، مقدار انرژی لازم برای شکستن پیوندهای اشتراکی موجود در ۲ مول واکنش‌دهنده قطعاً از ۱۴۵ kJ بیشتر است.



(۱) آ و ب (۲) ب و ت (۳) ب و پ (۴) آ، پ و ت

[illegible]

● با توجه به شکل زیر که روش‌های تولید مستقیم و غیرمستقیم متانول را از متان نشان می‌دهد، فشار لازم برای قسمت A، ۳۰ تا ۵۰ اتمسفر است.





مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳
۲۹ فروردین ۱۴۰۳



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده – مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی – حسن محمدیگی	احمد رضا بیگی – داریوش امیری
۳	گسسته	رضا توکلی	سوگند روشنی	داریوش امیری – نیما اشرف نیا
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مرتضی میرخانی	محمد رضا خادمی – امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	هادی مهدی زاده	محمد مهدی صوفیان – کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} a_n &= 2n+1, b_n = 3 \times 2^{n-1} \\ c_n &= 2a_n - b_n = 4n+2-9 \times 2^{n-2} \\ c_n &= 4n+2-\frac{9}{4} \times 2^n \end{aligned}$$

$$S_{10} = \frac{1}{2} (6+42) - \frac{9}{4} \times \frac{41-4^1}{1-4}$$

$$S_{10} = 240 - 3(4^1 - 1) = 243 - 3 \times 4^1$$

$$S_{10} = 243 - 3 \times 2^0$$

$$\frac{a+b}{n} = \frac{240}{20} = 12$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۳ و ۶)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 + 4x - k = 0 \\ x^2 - 2x + 3k = 0 \end{cases} \xrightarrow{x \text{ ریشه مشترک}} \begin{cases} x^2 = k - 4x \\ x^2 = 2x - 3k \end{cases}$$

$$\Rightarrow k - 4x = 2x - 3k \Rightarrow 6x = 4k \Rightarrow x = \frac{2k}{3}$$

$$x^2 + 4x - k = (x - \frac{2k}{3})(x + \frac{3}{2}) \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 - 2x + 3k = (x - \frac{2k}{3})(x - \frac{9}{2}) \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{3}{2} \\ \beta = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow x^2 - 5x + p = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - \frac{27}{4} = 0$$

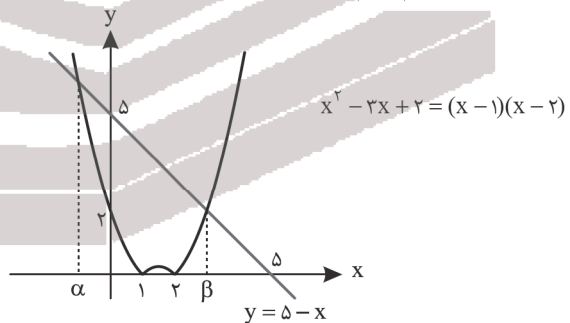
$$\Rightarrow 4x^2 - 12x - 27 = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$|x^2 - 3x + 2| < 5 - x \Rightarrow 5 - x > 0 \Rightarrow x < 5$$

اگر نمودار آنها را رسم کنیم عملیات تا حد زیادی کمتر خواهد شد.



$$x^2 - 3x + 2 > 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 5 - x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{2} = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$D_{g^{-1} \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_{g^{-1}}\}$$

$$D_{g^{-1}} = R_g = (-\infty, 2]$$

$$D_f = [0, 4]$$

$$\sqrt{4x - x^2} \leq 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x-2)^2 \geq 0$$

$$D_{g^{-1} \circ f} = [0, 4] \Rightarrow$$

پس شامل ۵ عدد صحیح است.

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۷ و ۶۹)

۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$f^{-1}(4) = 1 \Rightarrow f(1) = 4 \Rightarrow a + \log_b 1 = 4 \Rightarrow a = 4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = 6 \Rightarrow 4 + \log_b 4 = 6 \Rightarrow \log_b 4 = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$f^{-1}(5) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 5 \Rightarrow 4 + \log_2(3 - 2\alpha) = 5$$

$$\Rightarrow 3 - 2\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۰)

۶. گزینه ۱ صحیح است.

چون نمودار f بر نیمساز ناحیه چهارم مماس است، پس $f(x) = -x$ دارای ریشه مضاعف با طول مثبت است.

$$x^2 + (m-1)x + m+3 = -x \Rightarrow x^2 + mx + m+3 = 0$$

$$\Delta = m^2 - 4m - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 6 \end{cases}$$

$$m = -2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} > 0$$

$$m = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 + 5x + 9 \Rightarrow -\frac{b}{2a} < 0$$

$$\min f = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(9-4)}{4} = -\frac{5}{4}$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۷۵ و ۸۱)

۷. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنیم جواب $\beta | \alpha$ باشد:

$$A \begin{vmatrix} k \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 1 \\ \alpha \end{vmatrix}$$

$$y = 2x - 2 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha-1}{-k} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha - 1 = \frac{k}{2}$$

از طرفی وسط نقاط A و B در معادله خط صدق می کند، پس:

$$AB \text{ وسط } M: \begin{vmatrix} \frac{k}{2} \\ \frac{\alpha+1}{2} \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{\alpha+1}{2} - k + 2 = 0$$

$$\alpha + 1 - 2k + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 2k = -5 \\ 2\alpha - 2 = k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ k = 4 \end{cases}$$

$$A(4, 1), B(0, 3)$$

$$AB = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۳۵ و ۳۶)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$\log_9(9^x + 4) = x + 2 \Rightarrow 9^x + 4 = 9 \times 3^x$$

$$\Rightarrow 9^x - 9 \times 3^x + 4 = 0$$

$$3^\alpha = t_1, 3^\beta = t_2$$

$$t_2 - 9t + 4 = 0$$

α و β ریشه های آن باشند:

$$t_1 + t_2 = 9$$

$$3^\alpha + 3^\beta = 9$$

$$3^\alpha \cdot 3^\beta = 4$$

$$3^\alpha \times 3^\beta = 4 \Rightarrow 3^{\alpha+\beta} = 4 \Rightarrow \alpha + \beta = \log_3 4$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۹۰)



روش دوم:

$$\frac{f \circ f(x)}{f^{-1}(x)} = \frac{(a^x + bc)x + ab + b}{(ac + c)x + bc + 1}$$

$$\frac{a^x + bc}{ac + c} = \frac{a^x + bc}{-a - 1} = \infty$$

$\Rightarrow a = -1$
(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = x \Rightarrow x^3 + 3x^2 + 3x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)^3 = 8 \Rightarrow x = 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3 \Rightarrow m = f'(1) = 12$$

$$y = 12x - 12 \Rightarrow y(0) = -12$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰۱)

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

چون f پیوسته است، پس $f(1) = 9$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 9}{(x-1)(\sqrt{f(x)} + 3)} = \frac{1}{6} f'(1) = \frac{2}{3} \Rightarrow f'(1) = 4$$

$$g'(x) = \sqrt{2 - \frac{9}{x}} + x \cdot \frac{\frac{9}{x^2}}{2\sqrt{2 - \frac{9}{x}}}$$

$$g'(9) = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$y = g \circ f(x) \Rightarrow y'(1) = f'(1) \times g'(f(1)) = 4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید $A(x, y)$ روی f باشد.

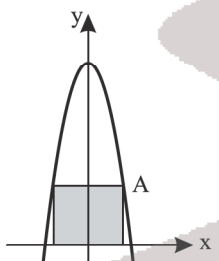
$$S = 2xy = 2x(9 - 2x^2)$$

$$S' = 0 \Rightarrow 9 - 6x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow y = 9 - 3 = 6$$

$$\frac{y}{2x} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۶)



۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

نقطه $A(\frac{1-a}{2}, \frac{b}{2})$ نقطه برخورد مجانب‌ها است.

$$f''(x) = 6x + 2(a-1)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1-a}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1-a}{3} = \frac{1-a}{2} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow f(-1) = \frac{b}{2} \Rightarrow -1 + 3 - b + 4 = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۱ و ۱۳۱)

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنیم $AM = x$ در این صورت $BM = 4x$ است و با فرض $BD = y$ ، $MN = y$ داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{y}{BC} \Rightarrow BC = 5y$$

۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$AB = DC = x \Rightarrow \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \tan(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) = \cot 2\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۹۸ و ۱۱۰)

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$ab \cos \frac{\pi}{3} < 0 \Rightarrow ab < 0$$

در نقطه $x = 0$ نمودار تابع نزولی است پس $f'(0) < 0$ است. فرض کنید $a < 0$ و $b > 0$ باشد. (دقت کنید که $f(0) > 2$ است، پس تقعر f رو به پایین است.)

$$f''(0) < 0$$

$$ab^2 < 0 \Rightarrow a < 0$$

$$\begin{cases} \max = c - a = 6 \\ \min = c + a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a = -4 \end{cases}$$

در نقطه $\frac{11\pi}{12}$ تابع به $\max$ خود می‌رسد و چون $a < 0$ است، پس:

$$bx - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{11\pi}{12}b - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow b = 2 \Rightarrow c + ab = -6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۸)

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{\cos 2x} = -\frac{1}{\sin 4x} \Rightarrow \sin 4x = -\cos 2x$$

$$\Rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x = -\cos 2x$$

$$\cos 2x \neq 0 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12} \Rightarrow \text{جمع} = \frac{3\pi}{2}$$



(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

از قاعده هویتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}}{\frac{3\sqrt{(3-\sqrt{x})^2}}{\pi \cos \pi x}} = \frac{-1}{\pi} = -\frac{1}{12\pi}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴۴)

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

در ضابطه اول، ریشه مخرج $x = 1$ است و زیر رادیکال به صورت $4(x-1)^2$ است. پس $a = -1$ و $m = -8$ است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2|x-1|}{|x-1|} & x \neq 1 \\ bx - 8 & x = 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow 2 = b - 8 \Rightarrow b = 10$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۵۱)

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

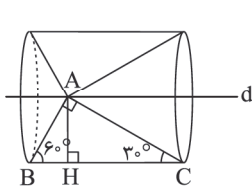
روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f \circ f(x)}{f^{-1}(x)} = \frac{f \circ f(+\infty)}{f^{-1}(+\infty)} = \frac{f(\frac{a}{c})}{-\frac{1}{c}} \Rightarrow \frac{\frac{a^2}{c} + b}{\frac{a}{a+1}} = \frac{a^2 + bc}{-(a+1)} = \pm \infty$$

پس $a = -1$ است.



۲۱. گزینه ۳ صحیح است.



از دوران مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ حول خط d یک استوانه به ارتفاع BC و شعاع قاعده AH ارتفاع وارد بر وتر BC (است) ایجاد می شود به طوری که دو مخروط با شعاع قاعده های AH و در مجموع با ارتفاع BC از آن جدا شده است.

$$\text{حجم استوانه} = \text{حجم دو مخروط} \Rightarrow \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

در مثلث های قائم الزاویه $\triangle ABH$ و $\triangle ABC$ داریم:

$$\triangle ABC : \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow AB = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} (4) = 2$$

$$\triangle ABH : \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} (2) = \sqrt{3} = R$$

بنابراین:

$$\text{حجم شکل} = \frac{2}{3} \pi (\sqrt{3})^2 (4) = 8\pi$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۶)

۲۲. گزینه ۱ صحیح است.

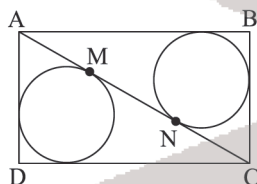
هر دو n ضلعی منتظم محاط و محیط بر دایره به شعاع R متشابه اند و نسبت تشابه آنها $\cos \frac{180^\circ}{n}$ است. بنابراین نسبت مساحت های آنها $\cos^2 \frac{180^\circ}{n}$ است.

$$\text{نسبت مساحت ها} = \cos^2 \frac{180^\circ}{n} = \cos^2 \frac{180^\circ}{3} = \cos^2 60^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0.25$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

بنابر فرض سؤال شکل زیر را خواهیم داشت.



مسلماً در مستطیل $ABCD$ دو مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ همنهشت اند پس دارای محیط های برابر هستند. فرض کنیم $2P$ محیط

هر یک از این مثلث ها باشد. می دانیم در مثلث ABC طول مماس AN برابر $P - DC$ و در مثلث ADC طول مماس AM برابر $P - BC$ است. در ضمن بنابر فرض سؤال طول مماس مشترک داخلی MN برابر 7 است. بنابراین داریم:

$$MN = AN - AM \Rightarrow 7 = (P - BC) - (P - DC) \Rightarrow 7 = DC - BC$$

محیط مستطیل برابر 54 است پس $DC + BC = \frac{54}{2} = 27$ است و در نتیجه:

$$\begin{cases} DC + BC = 27 \\ DC - BC = 7 \end{cases} \xrightarrow{+} 2DC = 34 \Rightarrow DC = 17, BC = 10$$

پس:

$$S_{ABCD} = BC \times DC = 170$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

با رسم قطرهای متوازی الاضلاع، این چهارضلعی به چهار مثلث هم مساحت تقسیم می شود پس مساحت قسمت رنگ شده $\frac{1}{4}$ مساحت متوازی الاضلاع $BMND$ است.

$$\frac{S_{\text{رنگ شده}}}{S_{BMND}} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

در ضمن:

$$\frac{S_{BMND}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BM \times BD \times \sin \hat{B}}{\frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B}} = \frac{(fx)(y)}{\frac{1}{2} (\Delta x)(\Delta y)} = \frac{\Delta}{25}$$

$$\xrightarrow{\text{از (1)}} S_{\text{رنگ شده}} = \frac{25}{25} S_{\triangle ABC} \quad (2)$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{x}{\Delta x}\right)^2 = \frac{1}{25} \xrightarrow{\text{تفصیل از صورت}} \frac{S_{BMNC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{24}{25}$$

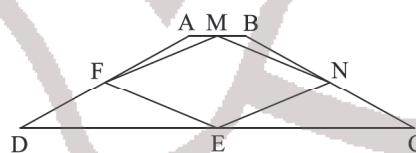
$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{25}{24} S_{BMNC} \xrightarrow{\text{از (2)}} S_{\text{رنگ شده}} = \frac{25}{25} \times \frac{25}{24} S_{BMNC}$$

$$= \frac{1}{12} S_{BMNC}$$

پس مساحت قسمت رنگ شده $\frac{1}{12}$ مساحت دوزنقه $BMNC$ است.

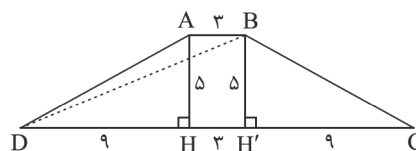
(هندسه دهم و یازدهم (ترکیبی)، صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.



می دانیم وسطه های اضلاع هر چهارضلعی رئوس یک متوازی الاضلاع است. به طوری که طول اضلاع مقابل این متوازی الاضلاع نظیر به نظیر نصف طول اقطار چهارضلعی اول هستند. چون قطرهای دوزنقه متساوی الساقین برابرند پس اضلاع متوازی الاضلاع حاصل مساویند و این متوازی الاضلاع لوزی است.

$ABCD$ دوزنقه متساوی الساقین است و نقاط M و N و E و F وسطه های اضلاع آن هستند. پس با توضیحات بالا چهارضلعی $MNEF$ لوزی است پس محیط $MNEF$ برابر $AC + BD$ یعنی $2BD$ می باشد. با رسم ارتفاع های AH و BH' در این دوزنقه دو مثلث قائم الزاویه $\triangle AHD$ و $\triangle BH'C$ همنهشت می شوند.



پس $DH = CH'$. از طرف دیگر $ABH'H$ مستطیل است پس $HH' = AB = 3$ در نتیجه $DH = CH' = \frac{9-3}{2} = 3$ با نوشتن

فیتاغورس در مثلث قائم الزاویه $\triangle BDH'$ داریم:

$$\triangle BDH' : BD^2 = DH'^2 + BH'^2 \Rightarrow BD^2 = 3^2 + 5^2 = 34 \Rightarrow BD = \sqrt{34}$$

بنابراین:

$$MNEF = 2BD = 2\sqrt{34}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۴)



حال با توجه به مقدار $|A|$ ، ماتریس B را بازنویسی می‌کنیم و دترمینان آن را محاسبه می‌کنیم.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2\sin 2\alpha}{2} & \frac{2\sin 2\alpha \times \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \\ 2\sin 2\alpha \times \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} & 2\sin 2\alpha \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \\ 2\cos 2\alpha & 2\sin 2\alpha \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 2\sin^2 2\alpha - 2\cos^2 2\alpha$$

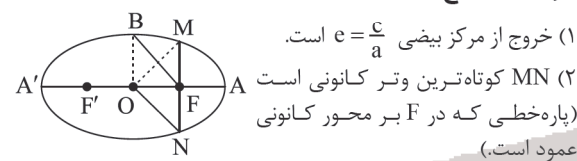
می‌دانیم: $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ، پس:

$$|B| = -2(\cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha) = -2\cos 4\alpha \quad (2)$$

$$\frac{(1), (2)}{|B|} \rightarrow \frac{|A|}{|B|} = \frac{2\sin 2\alpha}{-2\cos 4\alpha} = -\frac{\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha}$$

می‌توانستیم به جای α یک مثال عددی در ناحیه اول بزنیم و حل کنیم.
(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

۲۷. گزینه ۳ صحیح است.



$$MN = \frac{2b^2}{a}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Rightarrow \text{OBF}(\hat{O} = 90^\circ): b = c = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$S_{\triangle MNO} = \frac{MN \times OF}{2} = \frac{\frac{2b^2}{a} \times c}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle MNO} = \frac{b^2 c}{a} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a}{a} = \frac{\sqrt{2}}{4}a^2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۸)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

نزدیک‌ترین نقطه سهمی تا خط هادی همان رأس سهمی است، پس $|a| = 2$.

معادله سهمی افقی به صورت $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ می‌باشد. پس:

$$\frac{x_0}{x_0 - 1} \rightarrow (y - \beta)^2 = 4a(x + 1)$$

$$\left(-\frac{3}{2}, 0\right) \rightarrow (0 - \beta)^2 = 4a\left(-\frac{3}{2} + 1\right) \Rightarrow \beta^2 = -2a$$

چون β^2 مثبت است پس $-2a > 0 \Rightarrow a < 0$ است. بنابراین $a = -2$ و دهانه سهمی به سمت چپ است.

$$\beta^2 = -2a = -2(-2) = 4 \Rightarrow \beta = \pm 2$$

(در ناحیه دوم) $\beta = 2 \Rightarrow$ رأس سهمی $S(-1, 2)$
 کانون سهمی $F(\alpha - a, \beta) = (-1 - 2, 2) = (-3, 2)$
 (هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 0$ است به همین علت طرفین تساوی داده شده را در $\vec{a}$ ضرب داخلی می‌کنیم.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 - |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 0 \Rightarrow 1 - (1)(2) \cos \theta = 0$$

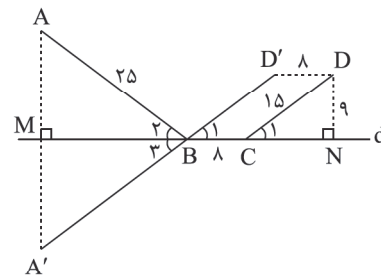
$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

بنابراین:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = \frac{1}{2} (1)(2) \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)

۲۴. گزینه ۴ صحیح است.



بنابر مسئله کتاب درسی برای پیدا کردن مسیر مینیمم ABCD نقطه D را در راستای خط d به سمت A به اندازه ۸ کیلومتر منتقل کنیم تا به D' برسیم. سپس بازتاب A نسبت به خط d را پیدا کرده تا به A' برسیم. از A' به D' وصل کنیم تا خط d را در B قطع کند. آنگاه از B روی خط d به سمت D به اندازه ۸ کیلومتر جلو می‌رویم تا به C برسیم. در این صورت مسیر ABCD کمترین طول را خواهد داشت. (شکل را ببینید) چون بازتاب اندازه زاویه را حفظ می‌کند پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ و از طرف دیگر $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ است پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$. در ضمن چهارضلعی BCDD' متوازی‌الاضلاع است پس $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ و در نتیجه $\hat{B}_2 = \hat{C}_2$ است، بنابراین:

$$\hat{B}_2 = \hat{C}_2 \Rightarrow \left. \begin{matrix} \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(2)} \triangle ABM \sim \triangle DCN \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{BM}{CN} \quad (1)$$

$$\triangle DCN: CN^2 = CD^2 - DN^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Rightarrow CN = 12 \quad (2)$$

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow \frac{25}{15} = \frac{BM}{12} \Rightarrow BM = 20$$

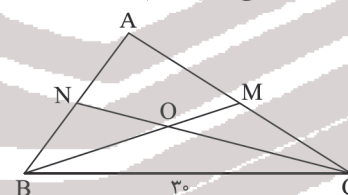
پس:

$$MN = BM + BC + CN = 20 + 8 + 12 = 40 \text{ km}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۵)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

نقطه تلاقی میانه‌های m_b و m_c را O می‌نامیم. داریم:



$$OB = \frac{2}{3} m_b = \frac{2}{3} (12) = 8$$

$$OC = \frac{2}{3} m_c = \frac{2}{3} (39) = 26$$

مساحت مثلث OBC را با استفاده از رابطه هرون به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{8 + 26 + 30}{2} = 32$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{32 \times 24 \times 6 \times 2} = \sqrt{64 \times 4 \times 36} = 8 \times 2 \times 6 = 96$$

در ضمن می‌دانیم نقطه تلاقی میانه‌های مثلث ABC است پس:

$$S_{\triangle ABC} = 3 \times S_{\triangle OBC} = 3 \times 96 = 288$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۳)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$|A| = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$$

$$= \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{=1} + 2 \sin \alpha \cos \alpha - (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{=1} - 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow |A| = 4 \sin \alpha \cos \alpha = 2(2 \sin \alpha \cos \alpha) = 2 \sin 2\alpha \quad (1)$$



$$\Rightarrow 0.5 = 0.8P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{8}$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A')P(B')$$

$$= 1 - \frac{2}{10} \times \frac{3}{8} = \frac{37}{40} = 0.925$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۶۳ و ۶۷)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

برای ۱۰ داده اولیه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{10} = 9 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 90$$

از طرفی میانگین داده‌های اضافه شده برابر ۸ است، پس میانگین کل این ۱۵ داده نیز برابر ۸ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$\sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 + (4^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-3)^2)$$

$$\Rightarrow 90 + 30 = 120$$

$$\sigma'^2 = \frac{120}{15} = 8 \Rightarrow \sigma' = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2 \times 1.4 = 2.8$$

$$CV = \frac{\sigma'}{\bar{x}} = \frac{2.8}{8} = 0.35$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۸۷ و ۹۴)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

اگر $d | n - 2 \Rightarrow d | 2n^2 + 5n + 3, n - 2$ باشد، آنگاه داریم:

$$d | n - 2 \xrightarrow{\times 2n} d | 2n^2 - 4n \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{تفاضل} \\ d | 2n^2 + 5n + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow d | 9n + 3$$

$$d | n - 2 \xrightarrow{\times 1} d | 9n - 18 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{تفاضل} \\ d | 9n + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow d | 21$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای d ، برابر ۲۱ است و در نتیجه داریم:

$$21 | n - 2 \Rightarrow n - 2 = 21k \Rightarrow n = 21k + 2$$

به ازای مقادیر $4 \geq k \geq 1$ ، اعداد طبیعی دو رقمی برای n به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۹ و ۱۴)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

طبق ویژگی‌های هم‌نهشتی داریم:

$$3^{511} \equiv 3^{21} \equiv -1 \pmod{2n+1} \rightarrow 3^{10n+511} \equiv -1 \pmod{2n+1} \rightarrow 3^{10n+7} \equiv -4$$

$$3^{10n+7} - 3^{10n+1} \equiv -4 + 3n + 3 \equiv 3n - 1$$

$$\Rightarrow 3n - 1 \equiv 0 \Rightarrow 3n \equiv 1 \pmod{12} \Rightarrow n \equiv 4 \pmod{12}$$

پس مقادیر n به $[4]_{12}$ تعلق دارند.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ و ۲۴)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

مجموعه همسایگی بسته هر رأس در یک گراف، شامل آن رأس و تمام رأس‌های مجاور آن است. اگر $N_G[x] = N_G[y]$ باشد، آنگاه یال xy حتماً به گراف G تعلق دارد و چون این فرض برای هر دو رأس دلخواه گراف G برقرار است، پس G یک گراف کامل است. با توجه به اینکه در گراف کامل K_p ، رابطه $\Delta = \delta = p - 1$ برقرار است، پس داریم:

$$\Delta + \delta = 10 \Rightarrow 2(p - 1) = 10 \Rightarrow p - 1 = 5 \Rightarrow p = 6$$

$$q = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$$p + q = 6 + 15 = 21$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

وقتی اندازه دو بردار با هم برابر باشد، بردار نیمساز زاویه داخلی دو بردار، برآیند دو بردار است.

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3 \Rightarrow \vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\Rightarrow \vec{u} = (-2, -1, 2) + (-1, 2, -2) \Rightarrow \vec{u} = (-3, 1, 0)$$

$$\vec{c} = (x, y, 0)$$

بردار $\vec{c}$ واقع در صفحه xOy است، پس:

بنابراین $\vec{u}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه قرار دارند. می‌دانیم $\vec{a} \times \vec{b}$ برداری است که هم بر $\vec{a}$ و هم بر $\vec{b}$ و هم بر صفحه شامل $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود است، بنابراین $\vec{a} \times \vec{b}$ بر $\vec{u}$ هم عمود است و چون $\vec{c}$ در صفحه xOy و هم صفحه با $\vec{u}$ است بنابراین $\vec{a} \times \vec{b}$ بر $\vec{c}$ هم عمود است، پس:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0 \quad (1)$$

از طرفی اگر α زاویه بین بردار $\vec{u}$ و $\vec{c}$ باشد، داریم:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{c}|}{|\vec{u}| |\vec{c}|} \quad (2)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{j} & \vec{i} & \vec{k} \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = (-2, -6, -5)$$

$$\xrightarrow{(1)} (-2, -6, -5) \cdot (x, y, 0) = 0 \Rightarrow -2x - 6y = 0 \Rightarrow x = -3y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{u}| = \sqrt{9+1+0} = \sqrt{10} \\ |\vec{c}| = \sqrt{x^2+y^2+0} = \sqrt{x^2+y^2} \end{array} \right\} \xrightarrow{(2)} \cos \alpha = \frac{(-3, 1, 0) \cdot (x, y, 0)}{\sqrt{10} \sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3x+y}{\sqrt{10} \sqrt{x^2+y^2}}$$

با توجه به اینکه $x = -3y$ است، پس:

$$\cos \alpha = \frac{-3(-3y)+y}{\sqrt{10} \sqrt{(-3y)^2+y^2}} = \frac{10y}{10|y|} \Rightarrow \cos \alpha = \pm 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۷۹، ۸۱ و ۸۳)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cap B)' \cap (A \cup B)' \cap C = [(A' \cup B') \cap (A \cup B)] \cap C \\ \Rightarrow [(A' \cap A) \cup B'] \cap C = B' \cap C = C - B$$

طبق فرض این مجموعه با مجموعه C برابر است، پس داریم:

$$C - B = C \Rightarrow C \text{ جدا از } B \text{ هستند} \Rightarrow B \cap C = \emptyset$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۲۱ و ۲۹)

۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

در دو حالت در بار چهارم به هدف مورد نظر یعنی خروج حداقل یک مهره سفید و حداقل یک مهره سیاه دست پیدا می‌کنیم. یا سه مهره اول سفید و چهارمی سیاه است و یا سه مهره اول سیاه و چهارمی سفید است. طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{5 \times 4 \times 2 \times (2+4)}{9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 2}{9 \times 8 \times 7 \times 6} = \frac{5}{42}$$

(آمار و احتمال، صفحه‌های ۳۶ و ۴۳)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

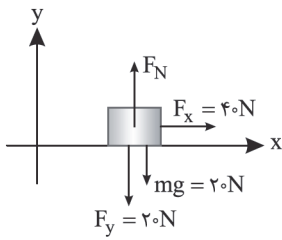
دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس پیشامدهای A' و B و نیز پیشامدهای A و B' مستقل از هم هستند، در نتیجه داریم:

$$P(A' \cup B) - P(A') + P(B) - P(A')P(B)$$

$$\Rightarrow 0.7 = 0.2 + P(B) - 0.2P(B)$$



۴۷. گزینه ۳ صحیح است.



در بازه صفر تا ۵s مطابق شکل داریم:

$$F_N = mg + F_y = 20 + 20 = 40 \text{ N}$$

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 40 = 24 \text{ N}$$

$$F_x = 40 \text{ N} > f_{s\max}$$

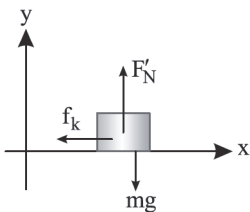
بنابراین جسم به حرکت درمی آید

$$F_{\text{net}} = F_x - f_k = 40 - 0.5(40) = 20 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 20 = 2a \Rightarrow a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_\delta = at + v_i = 5 \times 10 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس از قطع نیرو مطابق شکل داریم:



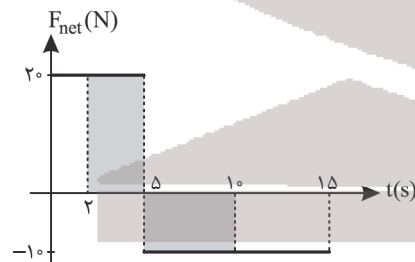
$$F'_N = mg = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F'_N = 0.5 \times 20 = 10 \text{ N}$$

$$-f_k = ma' \Rightarrow -10 = 2a' \Rightarrow a' = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v' = a't' + v_\delta \Rightarrow 0 = -5t' + 50 \Rightarrow t' = 10 \text{ s}$$

اکنون نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم می کنیم.



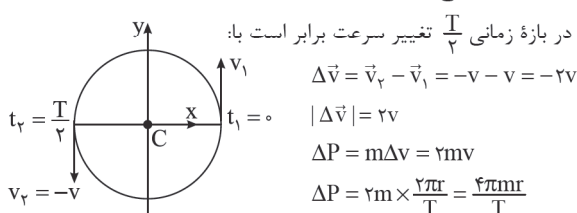
$$S_{F_{\text{net}}-t} = \Delta P$$

$$\Delta P = (20 \times 5) + (10 \times 10) = 100 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$(F_{\text{net}})_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{100}{10-0} = 10 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۴۳ و ۴۶)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.



در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تغییر سرعت برابر است با:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -v - v = -2v$$

$$|\Delta \vec{v}| = 2v$$

$$\Delta P = m\Delta v = 2mv$$

$$\Delta P = 2m \times \frac{v\pi r}{T} = \frac{4\pi mrv}{T}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۶، ۴۷ و ۴۹)

در لحظه t که دو متحرک به هم می رسند داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 - 10t + 48 = \frac{1}{2}a_B t^2 + 10t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 - 20t + 48 = 0 \quad (2)$$

از دو معادله (۱) و (۲) داریم:

$$2t^2 - 20t + 48 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 24 = 0 \Rightarrow (t-4)(t-6) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}, t_2 = 6 \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

جهت مثبت محور مکان را رو به پایین فرض می کنیم، بنابراین $a = +g$ خواهد بود. در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازه معین برابر سرعت لحظه ای در وسط آن بازه است. اگر کل زمان حرکت را t فرض کنیم، داریم:

$$v = at + v_i \Rightarrow v = gt$$

$$v_{\text{av}, t=0 \rightarrow t} = \frac{v_i + v_f}{2} = \frac{0 + v}{2} = \frac{v}{2}$$

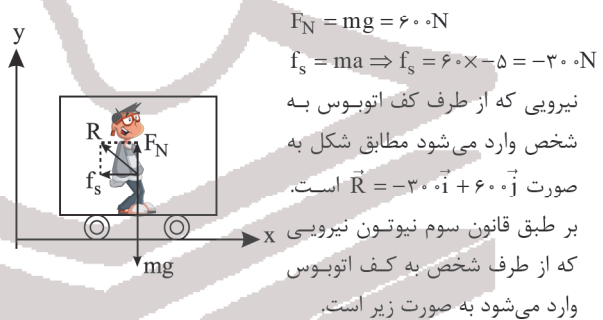
$$g \frac{(t + (t-2))}{2} = \frac{v}{2} \Rightarrow \frac{g(t+2)}{2} = \frac{v}{2} \Rightarrow 2t+2 = v/g = 2/6t - 2/8$$

$$0.6t = 4/8 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

$$v_{\text{av}, 0 \rightarrow 8} = v_f = g \times 4 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۲)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.



$$F_N = mg = 600 \text{ N}$$

$$f_s = ma \Rightarrow f_s = 600 \times 0.5 = 300 \text{ N}$$

نیروی که از طرف کف اتوبوس به شخص وارد می شود مطابق شکل به صورت $\vec{R} = -300\vec{i} + 600\vec{j}$ است. بر طبق قانون سوم نیوتون نیرویی که از طرف شخص به کف اتوبوس وارد می شود به صورت زیر است.

$$\vec{R}' = -\vec{R} \Rightarrow \vec{R}' = 300\vec{i} - 600\vec{j}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۴، ۳۷، ۴۰ و ۴۶)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

اگر جهت مثبت محور مکان را رو به بالا فرض کنیم مطابق شکل داریم:

$$F_e - mg = ma$$

در حالت اول $a = 0$ است.

$$F_e = mg \Rightarrow k\Delta L_1 = mg \quad (1)$$

در حالت دوم $a = +2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

$$F'_e = m(g+a) \Rightarrow k\Delta L_2 = m(g+a) \quad (2)$$

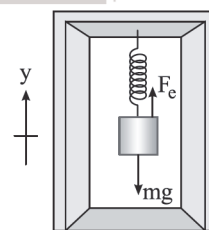
از تفریق دو رابطه ۱ و ۲ داریم:

$$k(\Delta L_2 - \Delta L_1) = ma$$

$$\Delta L_2 - \Delta L_1 = L_2 - L_e - (L_1 - L_e) = L_2 - L_1 = 0.25 \text{ cm}$$

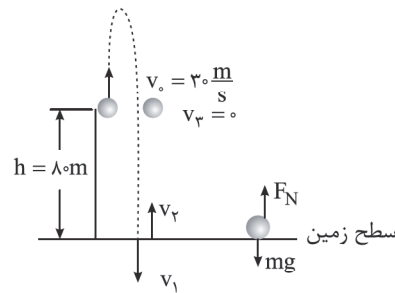
$$400 \times \frac{0.25}{100} = m \times 2 \Rightarrow 1 = 2m \Rightarrow m = \frac{1}{2} \text{ kg} = 0.5 \text{ kg}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۸ و ۴۳)





۴۹. گزینه ۲ صحیح است.



ابتدا با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی توپ، تندی توپ را هنگام برخورد به زمین و سپس هنگام جداسدن از سطح زمین به دست می آوریم:

تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین:

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$

$$\Rightarrow v_1^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow v_1^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{9.0 + 2 \times 10 \times 1.0} = \sqrt{29.0} = 5.4 \frac{m}{s}$$

تندی گلوله هنگام جدا شدن از زمین:

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -mgh \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 - 2gh$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh} = \sqrt{29.0 - 2 \times 10 \times 1.0} = \sqrt{9.0} = 3.0 \frac{m}{s}$$

اگر جهت مثبت محور مکان را رو به بالا فرض کنیم، سرعت توپ هنگام برخورد به زمین و هنگام جداسدن از سطح زمین برابر است با:

$$v_1 = -5.4 \frac{m}{s}, v_2 = +3.0 \frac{m}{s}$$

$$\bar{F}_{net,av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F}_{net,av} = \frac{0.2 \times (3.0 - (-5.4))}{0.2} = 9.0 N$$

$$\bar{F}_{net} = mg + \bar{F}_N \Rightarrow 9.0 = -2 + \bar{F}_N \Rightarrow \bar{F}_N = 11 N$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۶ و ۴۷)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه دامنه حرکت ۶cm است، جسم وقتی مسافت ۱۸cm را طی می کند که پس از یکبار تغییر جهت به مرکز نوسان برسد.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{400}} = 2\pi \times \frac{1}{100} = \frac{\pi}{50} = \frac{3}{50} s$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{50} = \frac{9}{200} s$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{1.0}{\frac{9}{200}} = \frac{200}{9} = 22.2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۶ و ۶۷)

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$2A = 2.0 mm \Rightarrow A = 1.0 mm = 1 cm$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\sqrt{L} = 2\sqrt{0.36} = 1.2 s$$

$$n = \frac{t}{T} = \frac{6.0}{1.2} = 5.0 \text{ نوسان}$$

$$L = n(4A) = 5.0 \times 4 \times 1 = 20.0 cm = 2 m$$

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$-3\sqrt{3} = 6 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times 1\right) \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(\frac{16\pi}{\lambda}\right)$$

$$\frac{4\pi}{3} = \frac{16\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 12 cm = 0.12 m$$

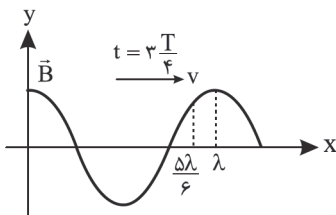
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{72}{5 \times 10^{-3} \times 10^{-4}}} = \sqrt{144} = 12 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{12}{0.12} = 100 Hz$$

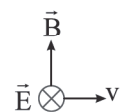
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۳، ۷۲ و ۷۳)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نقش میدان مغناطیسی موج را در لحظه $\frac{3T}{4}$ مشخص می کنیم.



مطابق شکل در مکان $x = \frac{5\lambda}{6}$ میدان مغناطیسی در جهت +y است. بر طبق قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت میدان الکتریکی بگیریم به طوری که خم شدن آنها به طرف میدان مغناطیسی باشد، انگشت شست جهت انتشار موج را نشان می دهد.



بنابراین میدان الکتریکی در این مکان در جهت منفی محور Z است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۴ و ۷۵)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

در تار موج ایستاده عرضی ایجاد شده است.

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}, n = 6 - 1 = 5$$

$$L = 5 \frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow 1 = \frac{5\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2}{5} m = 0.4 m$$

$$\lambda = Tv \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{100} = 0.004 s$$

اگر در لحظه $t = 0$ تار در حالت افقی باشد پس از مدت زمان $\Delta t = \frac{T}{4}$ مجدداً تار برای اولین بار به حالت افقی درمی آید.

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{0.004}{4} = 0.001 s = 1 ms$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\beta_r = 3\beta_l$$

$$\Delta\beta = \log \frac{I_r}{I_l} \Rightarrow \Delta\beta = \log 3 = \log 3^2 = 2 \log 3 \Rightarrow \Delta\beta = 2 \times 0.3 = 0.6$$

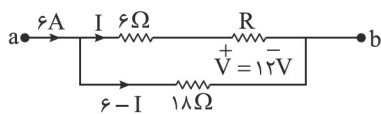
$$\beta_r - \beta_l = 0.6 \Rightarrow 3\beta_l - \beta_l = 0.6 \Rightarrow \beta_l = 0.3$$

$$\beta_l = \log \frac{I_l}{I_0} \Rightarrow 0.3 = \log \frac{I_l}{I_0}$$

$$\frac{I_l}{I_0} = 10^{0.3} \Rightarrow \frac{I_l}{I_0} = 2 \Rightarrow I_l = 2I_0 = 2 \times 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۸۰ و ۸۱)

با مساوی قرار دادن ولتاژ شاخه بالایی و پایینی داریم:



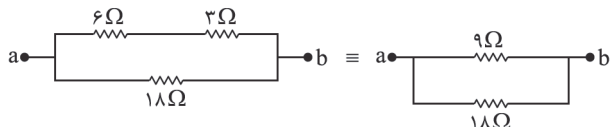
$$6I + 12 = 18(6 - I)$$

$$6(I + 2) = 18(6 - I)$$

$$I + 2 = 18 - 3I \Rightarrow 4I = 16 \Rightarrow I = 4A$$

$$V = RI \Rightarrow 12 = 4R \Rightarrow R = 3\Omega$$

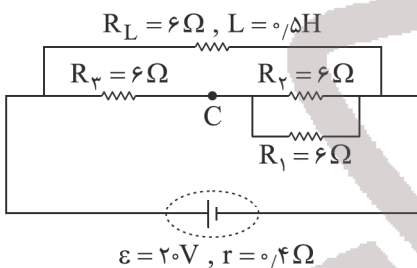
بنابراین مقاومت مجهول R برابر ۳Ω است.



$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{3}{18} \Rightarrow R_{eq} = 6\Omega$$

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا شکل ساده شده‌ای از مدار را رسم می‌کنیم.



$$\varepsilon = 20V, r = 0.4\Omega$$

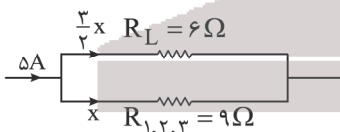
با توجه به شکل داده شده:

$$R_{1,2} = \frac{6}{2} = 3\Omega$$

$$R_{1,2,3} = 6 + 3 = 9\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{9 \times 6}{15} = \frac{18}{5} = 3.6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{20}{3.6 + 0.4} = 5A$$

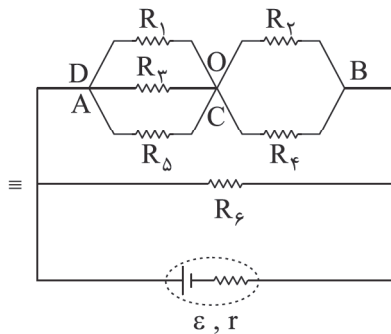
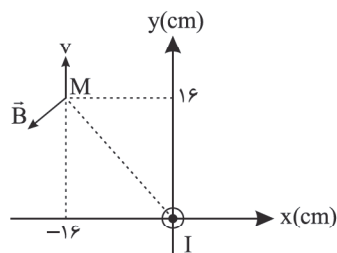


$$\frac{3}{2}x + x = \frac{6}{2}x = 5 \Rightarrow x = 2A$$

$$I_L = \frac{3}{2}x = 3A$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 9 = \frac{9}{4} = 2.25J$$

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.



$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10} = \frac{4+5+6}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$R' = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} = \frac{1+4}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$R'' = 4\Omega$$

$$R_a = R' + R'' = 8\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{8 \times 24}{8 + 24} = \frac{8 \times 24}{32} = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{16}{6 + 2} = 2A$$

جریان ۲A در شاخه بالایی ۸Ω و شاخه پایینی ۲۴Ω به نسبت عکس مقاومت آنها تقسیم می‌شود. بنابراین جریان شاخه بالایی برابر ۱/۵A خواهد شد.

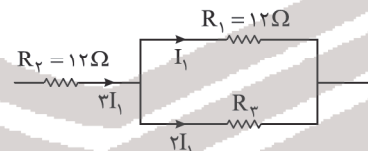
$$V_{AC} = \frac{1}{5} \times R' \Rightarrow V_{AC} = \frac{1}{5} \times 4 = 0.8V$$

$$I_{AC} = \frac{V_{AC}}{R_1} = \frac{0.8}{15} = \frac{4}{75}A$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۷۴)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

مدار ممکن است به دو صورت زیر باشد:



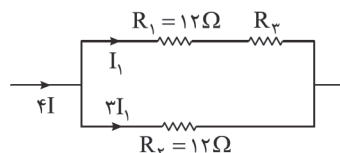
$$P_r = 9P_1 \Rightarrow R_r \times I_r^2 = 9R_1(I_1)^2 \xrightarrow{R_1=R_r} I_r = 3I_1$$

$$I_r = I_r - I_1 = 3I_1 - I_1 = 2I_1$$

$$12I_1 = R_r(2I_1) \Rightarrow R_r = 6\Omega$$

$$R_{eq} = 12 + \frac{12 \times 6}{18} = 16\Omega$$

(۲)



$$P_r = 9P_1 \Rightarrow R_r I_r^2 = 9R_1 I_1^2, R_r = R_1 \Rightarrow I_r = 3I_1$$

$$(12 + R_r)I_1 = 12 \times 3I_1 \Rightarrow 12 + R_r = 36 \Rightarrow R_r = 24\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{36 \times 12}{36 + 12} = \frac{36 \times 12}{48} = 9\Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۷، ۷۱، ۷۲ و ۷۳)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

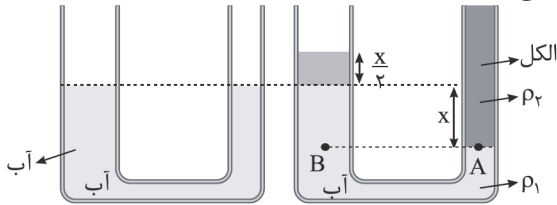
مقاومت‌های ۸Ω و ۲۴Ω با هم موازی.

$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{3+1}{24} = \frac{4}{24} \Rightarrow R_a = 6\Omega$$



۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

حجم مایع جابه‌جا شده در ۲ شاخه یکسان است. اگر پس از ریختن الکل، آب در شاخه A به اندازه x پایین برود در شاخه B به اندازه $\frac{x}{2}$ بالا می‌رود. زیرا $A_B = 2A_A$ است.



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$1 \times \frac{x}{2} = 2 \times (x + 35) \Rightarrow 1/2 x = 2x + 70 \Rightarrow -3/2 x = 70 \Rightarrow x = -46.67 \text{ cm}$$

ارتفاع ستون الکل $35 + 40 = 75 \text{ cm}$
(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

در حرکت جسم روی میز تا لبه میز داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k g$$

$$a = -0.1 \times 10 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = (-1 \times 1) + 5 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت جسم هنگام رسیدن به لبه میز $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

از لبه میز تا رسیدن به زمین بر طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$2gh = v_f^2 - v_i^2 \Rightarrow v_f^2 = v_i^2 + 2gh \Rightarrow v_f = \sqrt{v_i^2 + 2gh}$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{(4)^2 + (2 \times 10 \times 1)} = \sqrt{36} \Rightarrow v_f = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} L_A = L_A (1 + \alpha_A \theta) \\ L_B = L_B (1 + \alpha_B \theta) \end{cases} \Rightarrow L_A = L_B \Rightarrow L_A (1 + \alpha_A \theta) = L_B (1 + \alpha_B \theta)$$

$$1/5 L_B (1 + \alpha_A \theta) = L_B (1 + \alpha_B \theta)$$

$$1/5 + 1/5 \alpha_A \theta = 1 + \alpha_B \theta \Rightarrow 0/5 = \theta (\alpha_B - 1/5 \alpha_A)$$

$$0/5 = \theta (2 \alpha_A - 1/5 \alpha_A) = \theta (9/5 \alpha_A)$$

$$\theta = \frac{0/5}{9/5 \alpha_A} = \frac{0/5}{9/5 \times \frac{1}{10} \times 10^{-3}} = 500^\circ \text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۸۵ و ۸۸)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

اندیس‌های ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب برای آب، یخ و گرماسنج در نظر می‌گیریم:

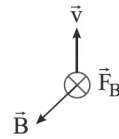
$$Q_{\text{net}} = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + m_3 L_F$$

$$+ m_2 c_1 (\theta_e - 0) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\xrightarrow{\theta_e = \theta_1} 4 c_1 (-10) + (0/5 \times \frac{1}{2} c_1 (10)) + (0/5 \times 80 c_1) + (0/5 c_1 \times 10)$$

$$+ m_2 c_2 (-10) = 0$$

با توجه به قاعده دست راست و منفی بودن بار الکتریکی جهت نیروی مغناطیسی در جهت منفی محور Z است.



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۸۹، ۹۰، ۹۵ و ۹۶)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$0/14 = T + \frac{T}{6} = \frac{7T}{6} \Rightarrow T = 0/12 \text{ s}$$

$$t_1 = 0/06 \text{ s} \Rightarrow \phi_1 = -0/06 \text{ Wb}$$

$$t_2 = 0/12 \text{ s} \Rightarrow \phi_2 = 0/06 \text{ Wb}$$

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -100 \times \frac{0/12}{0/06} = -200 \text{ V} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 200 \text{ V}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۱۱۳)

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

اگر ρ_1 و ρ_2 چگالی دو فلز و ρ' چگالی آلیاژها در ۲ حالت باشند، داریم:

$$\rho_A = \rho_1, \rho_B = \rho_2, \rho_1 = 2\rho_2$$

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2\rho_2 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2\rho_2 (V_1 + V_2)}{V_1 + V_2} = 2\rho_2$$

$$\rho' = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2\rho_2 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2\rho_2 (V_1 + V_2)}{V_1 + V_2} = 2\rho_2$$

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{2}{2} = 1$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۸ تا ۱۹)

۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

A_1 و A_2 به ترتیب مساحت سطح مقطع ظرف و دهانه ظرف اند.

$$A = \pi R^2$$

$$R_2 = \frac{1}{2} R_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{4} A_1$$

در قسمت پایینی ظرف، حجم قسمت خالی ظرف برابر حجم قسمت پر از مایع است و چگالی مایع اضافه شده نصف چگالی مایع درون ظرف است. بنابراین حجم مایع اضافه‌شده دو برابر حجم مایع موجود است.

جرم مایع اضافه شده در نیمه بالایی قسمت پایینی ظرف برابر $\frac{m}{2}$ است. بنابراین نیمی از جرم با چگالی $\frac{2}{3} \frac{g}{\text{cm}^3}$ در قسمت باریک ظرف قرار می‌گیرد.

$$3/4 \times 20 \times A = 3/4 \times h \times \frac{1}{4} A \Rightarrow h = 80 \text{ cm}$$

$$P_1 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{6/8 \times 20}{13/6} = 10 \text{ cm Hg}$$

$$P_2 = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{3/4 \times 100}{13/6} = 25 \text{ cm Hg}$$

$$P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 + P_3 = 10 + 25 + 75 = 110 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)



$$X \text{ جرم اتمی میانگین} = M_1 + (M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{100} \Rightarrow \bar{M}_X = 20 + 1 \times \frac{70}{100} = 20.7 \text{ amu}$$

$$AX_2Y_3 \text{ جرم مولکولی ترکیب} = \bar{M}_A + 2\bar{M}_X + 3\bar{M}_Y \\ \Rightarrow AX_2Y_3 \text{ جرم مولکولی ترکیب} = 12.75 + 2(20.7) + 3(19) = 111.15 \text{ amu}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۵)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

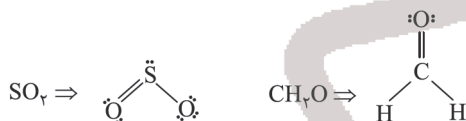
(پ) میل ترکیبی هموگلوبین خون با گاز کربن مونواکسید بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است.

(ت) اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی یافت می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۳)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

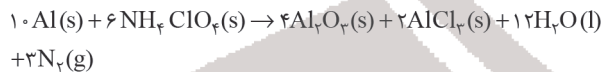
تنها در گزینه ۴ تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در دو ساختار مشابه نیست.



(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



$$?LN_2 = 216g Al \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27g Al} \times \frac{3 \text{ mol } N_2}{10 \text{ mol Al}} \times \frac{28g N_2}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{1 LN_2}{1.25g N_2} \\ = 537.6 LN_2$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۳)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 300 = \frac{x}{500} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم حل شونده} (SO_4^{2-}) = 0.15g SO_4^{2-}$$

$$? \text{ mol } SO_4^{2-} = 0.15g SO_4^{2-} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{96g SO_4^{2-}} \approx 0.0015 \text{ mol } SO_4^{2-}$$

فرمول شیمیایی آمونیوم سولفات به صورت $(NH_4)_2SO_4$ است، پس داریم:

$$? \text{ mol } NH_4^+ = 2 \times 0.0015 = 0.003 \text{ mol } NH_4^+$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۶)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به فرمول شیمیایی آلومینیم اکزالات و منیزیم سیلیکات، نماد شیمیایی یون اکزالات و سیلیکات به ترتیب به صورت $C_4O_4^{2-}$ و SiO_4^{4-} خواهد بود. بنابراین فرمول شیمیایی آلومینیم سیلیکات و کلسیم اکزالات به ترتیب به صورت $Al_2(SiO_4)_3$ و CaC_4O_4 خواهد بود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۶، ۵۷، ۹۱ و ۹۲)

طرفین رابطه را بر ۱۰ تقسیم می‌کنیم:

$$-4c_1 + \frac{1}{4}c_1 + 4c_1 + \frac{1}{4}c_1 - m_2c_2 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}c_1 - m_2c_2 = 0$$

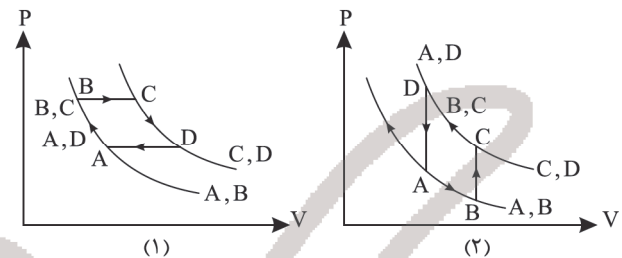
$$m_2c_2 = \frac{1}{4}c_1$$

$$m_2c_2 = \frac{1}{4} \times 4200 = 3150 \frac{J}{C} = 3150 \frac{J}{K}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۶)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

نمودار $P - V$ چرخه‌ها را رسم می‌کنیم. اگر چرخه ساعتگرد باشد مربوط به ماشین گرمایی و اگر پادساعتگرد باشد مربوط به یخچال است.



چرخه ساعتگرد (ماشین گرمایی)

چرخه پادساعتگرد (یخچال)

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۲۷، ۱۳۲، ۱۳۳ و ۱۳۹)

شیمی

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا عدد اتمی M را به دست می‌آوریم:

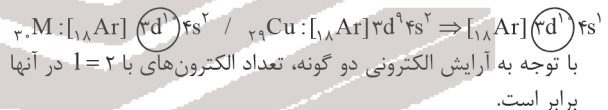
$$\left. \begin{array}{l} A = 65 \Rightarrow n + p = 65 \\ n - e = 6 \Rightarrow n - (p - 1) = 6 \Rightarrow n - p = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow p = 30$$

روش میانبر:

$$\text{بار با علامت} + (\text{اختلاف } e, n) - \text{عدد جرمی} = \text{عدد اتمی}$$

$$\Rightarrow \text{عدد اتمی} = \frac{65 - 6 + 1}{2} = 30$$

(۲)



(۳) شمار الکترون‌های با $l = 1$ در اتم عنصر $M (3p, 3d)$ ، $1/2$ برابر شمار الکترون‌های دارای $l = 2$ (۳d) است.

$$30.M = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = 1/2$$

(۴) شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده آن $(4s^2)$ با شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده اتم $24Cr$ (۴s) نابرابر است.



(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۵)

۷۷. گزینه ۲ صحیح است.

از تکنسیم برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود زیرا یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید این یون را نیز جذب می‌کند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷، ۸ و ۱۴)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا جرم اتمی میانگین A و X را محاسبه می‌کنیم:

$$A \text{ جرم اتمی میانگین} = M_1 + (M_2 - M_1) \times \frac{F_2}{100} \Rightarrow \bar{M}_A = 12 + 1 \times \frac{75}{100} = 12.75 \text{ amu}$$



۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا جرم استون را در هر یک از محلول‌ها به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم استون}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = 30 \Rightarrow \frac{x}{100} \times 100 = 30$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ g}$$

$$\frac{\text{جرم استون}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \text{درصد جرمی استون در محلول دوم}$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{x}{100} \times 100 \Rightarrow x = 40 \text{ g}$$

$$\frac{\text{اسمون } (30 + 40) \text{ g}}{\text{محلول } (100 + 200) \text{ g}} \times 100 = \text{درصد جرمی استون در محلول به دست آمده}$$

$$= \frac{70}{300} \times 100 \approx 23.3\%$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۶)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) آب تصفیه شده به روش تقطیر، آلاینده بیشتری نسبت به آبی دارد که به روش صافی کربن تصفیه شده است.

(ت) در روش تقطیر، فرایندهای تبخیر و میعان رخ می‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش (I) به صورت زیر است. معادله واکنش (II) موازنه شده است.



$$\frac{\text{خالص } 80 \text{ g HNO}_3}{\text{خالص } 100 \text{ g HNO}_3} \times 1260 \text{ g HNO}_3 = 1008 \text{ g HNO}_3$$

$$\times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{63 \text{ g HNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2}{4 \text{ mol HNO}_3} = 4 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\text{جرم مولی}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{100}{63} \times \frac{1260}{4} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = 4$$

با توجه به معادله واکنش، ضریب NO_2 ، دو برابر ضریب $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ است. بنابراین در این واکنش ۸ مول NO_2 تولید می‌شود. با توجه به برابر بودن ضریب NO_2 و O_2 در واکنش (II) مقدار مول تولید شده اوزون با مقدار مول مصرف شده NO_2 برابر است.

$$? \text{ L O}_3 = 8 \text{ mol O}_2 \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 179.2 \text{ L O}_3$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست است. A در دوره سوم جای داشته و یون پایدار آن به صورت A^{3+} است. بنابراین A همان ^{13}Al بوده و B، C و D به ترتیب ^{14}Si ، ^{15}P و ^{16}S می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: C همان فسفر (^{15}P) است که دگرشکل سفید آن را در آزمایشگاه زیر آب نگه می‌دارند.

عبارت دوم: در بین عنصر A (^{13}Al) و عنصری که در دوره چهارم و گروه شانزدهم جای دارد، ^{20}Se عنصر وجود دارد.

توجه: برای به دست آوردن تعداد عناصر موجود بین دو عنصر A و B که به ترتیب دارای عدد اتمی a و b هستند، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$B \text{ و } A \text{ بین } |b - a| - 1 = \text{تعداد عناصر موجود}$$

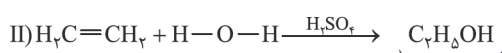
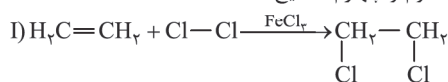
عبارت سوم: عنصر B سیلیسیم (^{14}Si) می‌باشد که یک شبه فلز است و همانند ^{32}Ge رسانایی الکتریکی اندکی دارد. اما این دو شبه فلز در اثر ضربه خرد می‌شوند.

عبارت چهارم: عنصر A (^{13}Al) با ^{31}Ga هم گروه است و گاز نجیب هم دوره با ^{18}Ar می‌باشد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۸)

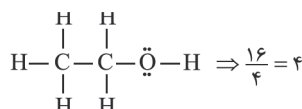
۸۸. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های اول، سوم و چهارم صحیح‌اند.



اتانول ← ضد عفونی کننده

بنابراین A و B به ترتیب FeCl_3 و H_2SO_4 هستند و در ترکیب C نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی برابر ۴ است.



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی داده شده، ΔH واکنش مورد نظر را به دست می‌آوریم. برای این منظور باید واکنش اول را معکوس و ۳ برابر، واکنش دوم را معکوس و واکنش سوم را نیز معکوس و $\frac{1}{4}$ برابر کرد.

$$\Delta H = -3\Delta H_1 - \Delta H_2 - \frac{1}{4}\Delta H_3$$

$$\Rightarrow -(3 \times 24.5 + 317.7 - \frac{1}{4} \times 483.6) = -149.4 \text{ kJ}$$

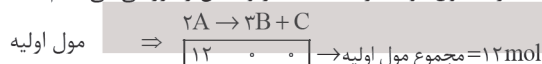
اکنون گرمای آزاد شده در اثر مصرف ۱۴۰ گرم آهن را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 140 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{149.4 \text{ kJ}}{3 \text{ mol Fe}} \times \frac{60}{100} = 74.7 \text{ kJ}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۷۲ تا ۷۵)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا تغییرات مول مواد شرکت کننده در واکنش را بررسی می‌کنیم:



$$\Rightarrow \begin{array}{ccc} 2x & 3x & x \\ 12 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow -2x \quad 3x \quad x$$

$$\Rightarrow 12 - 2x \quad 3x \quad x$$

درصد تغییرات مول مواد گازی برابر است با:

$$\% = \frac{\text{میزان تغییرات مول}}{\text{مول اولیه}} \times 100 \Rightarrow \frac{2x}{12} \times 100 = 16.6\%$$

اکنون با توجه به میزان سرعت A، t را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_A = \frac{-\Delta n_A}{V \Delta t} \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = \frac{2 \times 10^{-3}}{6 \times t} \Rightarrow t = 2.5 \text{ min} = 150 \text{ s}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به آنکه انرژی گرمایی به جرم و دما بستگی دارد، می‌توان نتیجه گرفت اگر $m_1 < m_2$ باشد، پس حتماً $\theta_1 > \theta_2$ است:

$$\theta_1 > \theta_2 \Rightarrow \text{انرژی گرمایی } 1 > \text{انرژی گرمایی } 2$$

$$m_1 < m_2$$



فرمول مولکولی پلیمر حاصل $(C_8H_6O_2)_n$ است.

$$C_8H_6O_2 \times 100 = \frac{(6 \times 1)}{(8 \times 12) + (6 \times 1) + (2 \times 16)} \times 100$$

$$\approx 4.5\%$$

(شیمی یازدهم، صفحه ۱۲۱)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های اول، سوم و چهارم صحیح‌اند.

بررسی عبارت دوم:

مشاهده می‌شود که در قسمت $SO_3^{2-}Na^+$ پاک‌کننده‌های غیرصابونی، اتم‌ها از طریق پیوند یونی به یکدیگر متصل هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۱۶)

۹۶. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$pH = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$HX(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + X^-(aq) \Rightarrow K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]}$$

$$\frac{[H^+][X^-]}{[HX]} \rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{[HX]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{10^{-6}}{[HX]}$$

$$\Rightarrow [HX] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$\% \alpha = \frac{[H^+]}{[HX]} \times 100 \Rightarrow \% \alpha = \frac{10^{-3}}{5 \times 10^{-2}} \times 100 = 2\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۹)

۹۷. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$pH = 12 \Rightarrow pOH = 2 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$[OH^-] = M\alpha \Rightarrow M = \frac{[OH^-]}{\alpha} \Rightarrow M = \frac{10^{-2}}{2 \times 10^{-2}} = 0.5 \text{ mol/L}^{-1}$$

$$? g BOH = 0.2 L \text{ محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol BOH}}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{6 g BOH}{1 \text{ mol BOH}} = 6 g BOH$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۹)

۹۸. گزینه ۱ صحیح است.

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



$$? g Ag = 0.2 L \text{ محلول} \times \frac{0.2 \text{ mol CH}_3O}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol CH}_3O} \times \frac{108 g}{1 \text{ mol Ag}}$$

$$= 0.864 g Ag$$

$$? \text{ mol Ag} = 0.2 L \text{ محلول} \times \frac{0.2 \text{ mol CH}_3O}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol CH}_3O}$$

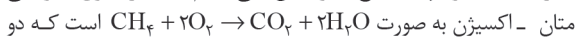
$$= 8 \times 10^{-2} \text{ mol Ag}$$

$$? \text{ mole}^- = 8 \times 10^{-2} \text{ mol Ag} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Ag}} = 8 \times 10^{-2} \text{ mole}^-$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۹۹. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) صحیح‌اند. واکنش کلی انجام شده در سلول سوختی



فراورده در آن تولید شده و به علت تولید CO_2 ، این سلول آلوده کننده

محیط زیست است. همچنین متان نسبت به هیدروژن در دسترس‌تر است

و در واکنش کلی سلول نقش کاهنده را دارد و اکسایش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۳)

عبارت سوم: دمای نهایی به دمای اولیه ماده‌ای نزدیک‌تر است که ظرفیت گرمایی بزرگ‌تری دارد:

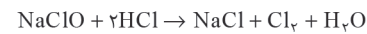
$$1500 \times 2/5 = 3750 J \cdot C^{-1}$$

$$2000 \times 0.45 = 900 J \cdot C^{-1}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۹۲. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



شمار مول اولیه و ثانویه HCl را محاسبه می‌کنیم:

$$n_{\text{اولیه}} = M \times V = 0.2 \frac{\text{mol}}{L} \times 0.3 L = 0.06 \text{ mol}$$

پس از افزودن دو محلول به هم حجم محلول جدید برابر با ۴۰۰ میلی‌لیتر است. بنابراین داریم:

$$n_{\text{ثانویه}} = M \times V = 0.5 \frac{\text{mol}}{L} \times 0.4 L = 0.2 \text{ mol}$$

در نتیجه ۰.۴ مول HCl مصرف شده است. مقدار گاز کلر تولید شده برابر است با:

$$0.4 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{71 g \text{ Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 g} = 1420 \text{ mg Cl}_2$$

در نهایت:

$$\overline{RCl}_2 = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{1420}{25} = 56.8 \frac{\text{mg}}{\text{s}}$$

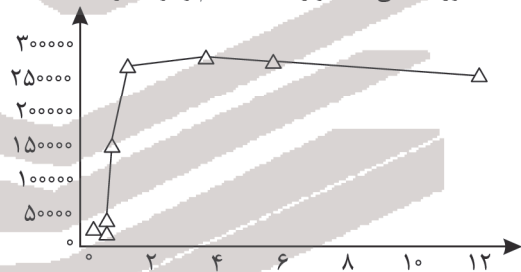
(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۵ تا ۸۹)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

تنها عبارت سوم نادرست است.

نمودار تغییرات جرم مولی بر حسب نسبت کاتالیزگرهای حاوی Al و

Ti به صورت منفی است و رابطه مستقیم وجود ندارد.

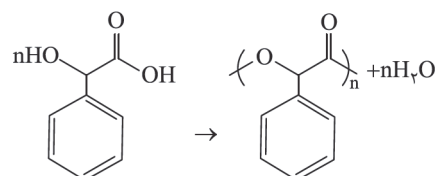


نسبت مولی کاتالیزگر ۲ به کاتالیزگر ۱

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۵)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

واکنش پلیمری شدن اسید داده شده به صورت زیر است:



$$\text{پلیمر } 134n g \times \frac{1 \text{ mol پلیمر}}{152 g \text{ اسید}} \times \frac{1 \text{ mol اسید}}{60.8 g \text{ اسید}} \times \frac{1 \text{ mol پلیمر}}{1 \text{ mol اسید}} = \frac{134n}{152 \times 60.8} \times 60.8$$

$$\times \frac{4}{100} = 214/4 g \text{ پلیمر}$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\frac{P}{100} \times \text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\frac{4}{100} \times 60.8}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{X}{1 \times 134n} = \frac{214/4}{152 \times 60.8}$$

$$\Rightarrow X = 214/4 g \text{ پلیمر}$$



۱۰۰. گزینه ۴ صحیح است.

گزینه ۴ بر خلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

در فرایند خوردگی آهن نیم‌واکنش کاتدی در محلی رخ می‌دهد که غلظت اکسیژن در آن زیاد باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی پاسخ پرسش‌ها:

آ) ماده (I) بر خلاف ماده (II) ناقطبی است، زیرا توزیع الکترون‌ها در آن یکنواخت و متقارن است.

ب) مولکول A ناقطبی و مولکول B قطبی است، در نتیجه نیروی جاذبه بین مولکولی و نقطه جوش B از A بیشتر است.

پ) در مولکول اتین (C_2H_2) تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های کربن بیشتر بوده و این اتم‌ها با رنگ قرمز نشان داده می‌شوند و در مولکول کربونیل سولفید (SCO) نیز تراکم بار الکتریکی روی اتم اکسیژن بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۱۰۲. گزینه ۳ صحیح است.

قسمت اول:

معادله فروپاشی شبکه MgO به صورت زیر است:



$$? \text{ mol ion} = 12 \text{ g MgO} \times \frac{1 \text{ mol MgO}}{40 \text{ g MgO}} \times \frac{2 \text{ mol ion}}{1 \text{ mol MgO}} = 0.6 \text{ mol ion}$$

قسمت دوم:

عنصر Na (سدیم) هم‌دوره با Mg است و می‌دانیم که مقایسه شعاع یون‌های آنها به صورت: $Mg^{2+} < Na^{+}$ است و در نتیجه آنتالپی فروپاشی شبکه Na_2O از MgO کمتر است.

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده آنتالپی فروپاشی شبکه MgO را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{فروپاشی}} (kJ \cdot mol^{-1}) = 1 \text{ mol MgO} \times \frac{4 \text{ g MgO}}{1 \text{ mol MgO}} \times \frac{1139.4 \text{ kJ}}{12 \text{ g MgO}} = 3798 \text{ kJ} \cdot mol^{-1}$$

در نتیجه آنتالپی فروپاشی شبکه Na_2O می‌تواند برابر با ۲۴۸۸ کیلوژول بر مول باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

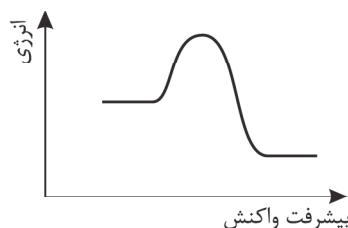
۱۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) حداقل انرژی لازم همان انرژی فعال‌سازی واکنش است که مقدار آن با تغییر دما، تغییر نمی‌کند.

ب) نمودار «انرژی - پیشرفت» این واکنش‌ها به صورت زیر است:
با توجه به نمودار این واکنش‌ها گرماده بوده و علامت ΔH در آنها منفی است.



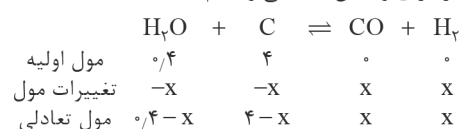
پ) واکنش مورد نظر گرماگیر است و در آن مقدار عددی E_a قطعاً از ΔH بزرگ‌تر است.

ت) با توجه به نمودار مقدار E_a برابر است با 145 kJ ($75 + 70$)؛ در یک واکنش مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده از E_a بزرگ‌تر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

۱۰۴. گزینه ۳ صحیح است.

جدول تغییرات را برای واکنش داده می‌نویسیم:



$$K = \frac{[CO][H_2]}{[H_2O]} \Rightarrow 0.25 = \frac{(\frac{x}{\lambda})(\frac{x}{\lambda})}{\frac{0.4-x}{\lambda}} \Rightarrow \frac{x^2}{0.4-x} = 0.25$$

$$\Rightarrow 5x^2 + x - 0.4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.2 \\ x_2 = -0.1 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

غلظت تعادلی گاز هیدروژن برابر است با:

$$[H_2] = \frac{x}{\lambda} = \frac{0.2}{\lambda} = 0.25 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

سرعت مصرف گرافیت برابر است با:

$$R_{C(s)} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{0.2}{\Delta} = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۱۰۵. گزینه ۱ صحیح است.

همه عبارت‌های بیان شده صحیح‌اند و عبارت نادرستی وجود ندارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۳۱)