

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی – مرحله ۱۷

آزمون اختصاصی – دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات مجاز نیست. تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



۱- اگر $a = \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ و $b = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}$ باشد، مقدار $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

۲- توان های طبیعی عدد ۲ را طوری دسته بندی می کنیم که تعداد اعداد هر دسته (بجز دسته اول که یک عضو دارد) دو تا بیشتر از دسته قبل باشد. اولین دسته ای که مجموع اعضای آن بزرگ تر از 2^{50} می شود، کدام است؟

$\{2\}, \{2^2, 2^3, 2^4\}, \{2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9\}, \dots$

- (۱) هفتم (۲) هشتم (۳) نهم (۴) دهم

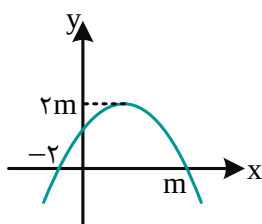
۳- بزرگ ترین جواب معادله $\sqrt[3]{x} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt[3]{x^7}}{x^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۴- اگر x_1, x_2, x_3, x_4 جواب های معادله $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$ باشند به طوری که $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ باشد. معادله درجه دومی که جواب های آن $\frac{x_1}{x_2}$ و $\frac{x_3}{x_4}$ باشد، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 4x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 6x + 2 = 0$ (۴) $x^2 + 6x + 2 = 0$

۵- اگر محور تقارن سهمی رسم شده در شکل مقابل، خط $x=2$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟



- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۶- مجموعه ی جواب های نامعادله ی $|x^2 - 3x + 1| > |x^2 + mx|$ بازه ی (a, b) است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{2^{x+1} - 1}{2^x}$ از کدام ناحیه عبور نمی کند؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

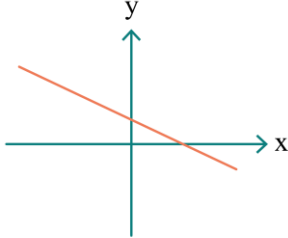
محل انجام محاسبات



۸- اگر f تابعی اکیداً نزولی روی $\mathbb{R}$ و دامنه‌ی تابع $g(x) = \log\left(\frac{f(2x) - f(x-1)}{f(x) - f(6+3x)}\right)$ بازه‌ی (a, b) باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۹- فرض کنید f تابعی خطی است که نمودار آن در شکل مقابل رسم شده است. اگر تابع $g(x) = \frac{f \circ f(x)}{f(-x)}$ ، تابعی ثابت باشد مقدار



کدام است؟ $\frac{f(4) - f(2)}{g(2)}$

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۰- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = 2^x + \frac{m}{x}$ و دامنه‌ی $(0, +\infty)$ مفروض است. اگر $m < 0$ و $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(1)$ باشد، مقدار $f(-4m)$ کدام

است؟

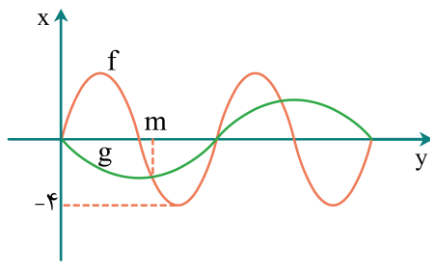
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۱- کدام گزینه در مورد معادله‌ی $\log_{\frac{3}{5}}(3-2^x) = \frac{x}{2}$ درست می‌باشد؟

- (۱) دو جواب مختلف‌العلامت دارد. (۲) یک جواب در بازه‌ی $(0, 1)$ دارد. (۳) دو جواب مثبت دارد. (۴) یک جواب در بازه‌ی $(1, 2)$ دارد.

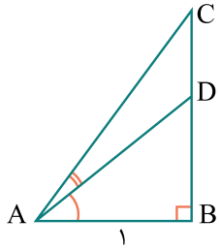
۱۲- نمودار توابع $f(x) = a \sin(3bx)$ و $g(x) = -b \sin(bx + x)$ در شکل مقابل رسم شده‌اند. اگر $b > 0$ باشد، مقدار $\cos(3m)$ کدام

است؟



- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

محل انجام محاسبات



۱۳- در شکل مقابل، $\widehat{DAB} = 2\widehat{CAD}$ و $BD = \frac{3}{4}DC$ است. مقدار $\tan^2(\widehat{CAD})$ کدام است؟

(۲) $\sqrt{21} - 3$

(۱) $\sqrt{21} + 1$

(۴) $\frac{2\sqrt{21} - 9}{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{21} + 1}{3}$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\tan^2\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = 1 - 4\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ که در بازه‌ی $(0, \pi)$ قرار دارند، کدام است؟

(۴) π

(۳) $\frac{3\pi}{2}$

(۲) 2π

(۱) $\frac{5\pi}{2}$

۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{b \sin \pi x}{\sqrt{x+3}-2} & x < 1 \\ a[\sin(\pi x)] + [\cos(\frac{\pi}{4}x)] + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۴) 4π

(۳) ۴

(۲) 2π

(۱) ۲

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b \sin x - \sin^2 x}{a \sin x - \sin^3 x} = +\infty$ باشد، مقدار ممکن برای $a+b$ ، کدام می‌تواند باشد؟

(۴) $1/5$

(۳) $0/8$

(۲) $0/5$

(۱) صفر

۱۷- مساحت مستطیلی که از برخورد مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + ax + 4} \left[\frac{2x^2}{x^2 + ax + 4} \right]$ به وجود می‌آید، برابر ۶ است. مقدار

$f(-2)$ کدام است؟ ($a > 0$)

(۴) ۸

(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۱۶

۱۸- خط $y = 2x - 3$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $g(x) = \frac{x^2}{1+f(2x)}$ در

نقطه‌ای به طول ۲ روی نمودار این تابع، کدام است؟

(۲) $2x + 9y + 2 = 0$

(۱) $9x - 2y + 1 = 0$

(۴) $2x - 9y + 2 = 0$

(۳) $9x - 2y - 2 = 0$

۱۹- نقطه‌ی (a, b) نقطه‌ی ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = 2x - 3\sqrt{(x-1)^2}$ است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) -۱

محل انجام محاسبات



۲۰- تابع $f(x) = 4\sin x - \cos 2x$ چند نقطه‌ی عطف در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ دارد؟

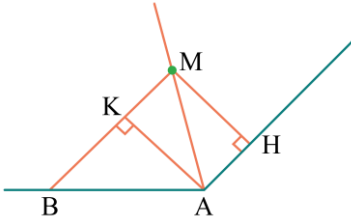
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲۱- در شکل مقابل، AM نیمساز زاویه‌ی $\hat{HAB}$ ، $AM = MB = 2AH$ و $AB = 2$ است. مساحت مثلث ABK کدام است؟



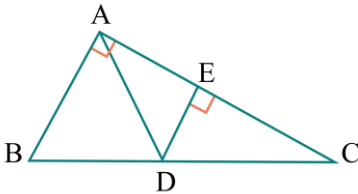
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۲۲- در شکل مقابل، مثلث قائم‌الزاویه $(\hat{A} = 90^\circ)$ و AD نیمساز زاویه‌ی $\hat{A}$ است. اگر $AD = \sqrt{2}$ و $DC = 2$ باشد، اندازه‌ی AB کدام است؟



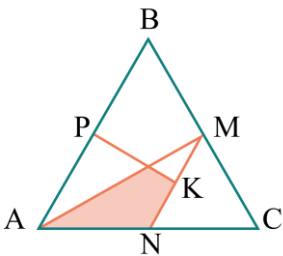
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$

۲۳- در شکل مقابل M ، N و P وسط اضلاع مثلث و K وسط MN است. مساحت ناحیه هاشورخورده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{5}{24}$

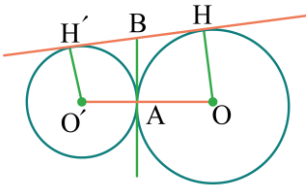
(۳) $\frac{5}{16}$

(۴) $\frac{11}{48}$

محل انجام محاسبات



۲۴- در شکل مقابل $OO' = 13$ و $AB = 6$ است. شعاع دایره بزرگتر کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۰

(۳) ۹

(۴) ۷

۲۵- نقاط $A(-5, 3)$ و $B(7, 2)$ در دستگاه مختصات مفروض اند. نقاط C و D روی محور x ها و به فاصله ی ۲ از یکدیگر قرار دارند. اگر C و D به گونه ای باشند که $AD + BC$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، مجموع طول نقاط C و D کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۰

(۲) ۲

(۱) ۴

۲۶- طول اضلاع یک مثلث ۳، ۵ و ۷ است. شعاع دایره ی محیطی این مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

(۲) $\frac{14\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$

۲۷- در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های سطر اول ماتریس A کدام است؟

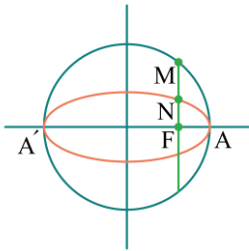
(۴) ۰

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

۲۸- دایره مقابل به شعاع ۵ در نقاط A و A' بر بیضی مماس است. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{8}{5}$ باشد، MN کدام است؟



(۱) $1/8$

(۲) $1/5$

(۳) $1/2$

(۴) ۱

۲۹- یکی از وجه های یک مکعب در صفحه ی YOZ واقع است و خط $\begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases}$ روی یک وجه این مکعب قرار دارد. حجم این مکعب

کدام است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۲۷

(۲) ۸

(۱) ۶

۳۰- $|\vec{a}| = 3$ و مختصات بردار $\vec{b}$ به صورت $\vec{b} = (9, 0, 12)$ می باشد. اگر اندازه ی تصویر بردار $\vec{a}$ روی امتداد بردار $\vec{b}$ برابر ۱ باشد، اندازه ی تصویر بردار $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۵

(۱) ۹

۳۱- چند سطر از جدول ارزش گزاره های $(p \vee q) \Rightarrow r \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ درست است؟

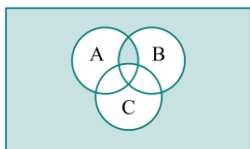
(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۴

(۱) ۸

محل انجام محاسبات



$$C' - ((A \cup B) - (A \cap B)) \quad (2)$$

$$((A \cup B') - (B' \cap A)) \cap C' \quad (4)$$

۳۲- نمودار ون، کدام مجموعه را نمایش نمی دهد؟

$$((A' - B) \cup (B \cap A)) \cap C' \quad (1)$$

$$((A' \cup B') - (A' \cap B')) - C \quad (3)$$

۳۳- یک تاس آبی و یک تاس قرمز را پرتاب می کنیم. اگر عدد تاس آبی بزرگ تر از عدد تاس قرمز باشد، با چه احتمالی تاس قرمز ۴ آمده است؟

$$\frac{2}{13} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{2}{15} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

۳۴- در یک ظرف، ۳ مهره آبی و ۱ مهره قرمز و در ظرف دیگری ۲ مهره آبی و ۶ مهره قرمز قرار دارد. از ظرف اول یک مهره برمی داریم و بدون مشاهده رنگ آن، در ظرف دوم قرار می دهیم. حال از ظرف دوم یک مهره برمی داریم، اگر آبی باشد، با کدام احتمال، مهره ای است که از ظرف اول در ظرف دوم انداخته ایم؟

$$\frac{3}{11} \quad (4)$$

$$\frac{9}{49} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

۳۵- اگر $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{4} P(B|A) = \frac{1}{3}$ باشد، احتمال این که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{6} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

۳۶- داده های زیر دارای ۲ مد هستند. ضریب تغییرات آن ها کدام است؟

۱, ۲, ۳, ۳, ۲, ۴, ۶, ۳, ۱۴, x

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

۳۷- چند عدد طبیعی وجود دارد که به ازای حداقل یک مقدار صحیح x، هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ را بشمارد؟

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۳۸- مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی x که در معادله $19^{101}x - 40y = 1$ صدق می کند، کدام است؟

$$5 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

(۴) برای x مقدار طبیعی وجود ندارد که در معادله صدق کند.

$$1 \quad (3)$$

۳۹- گراف ۳- منتظم G از مرتبه ۶، دور فرد ندارد. مکمل آن چند ۷- مجموعه دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۴۰- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ چند جواب طبیعی دارد که حداقل یکی از x_1 یا x_2 یا x_3 فرد باشد؟

$$45 \quad (4)$$

$$90 \quad (3)$$

$$120 \quad (2)$$

$$135 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۷

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سوال ۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	

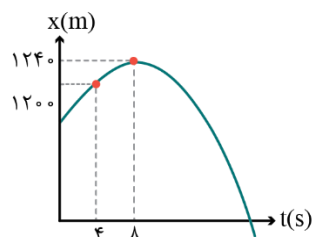
حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و آزموننامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۴۱- متحرک A در مبدأ زمان با تندی ثابت $8 \frac{m}{s}$ در جهت محور x از مبدأ مکان شروع به حرکت می کند. متحرک B نیز در مبدأ زمان از حال سکون و با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از مکان $x = 18m$ شروع به حرکت می کند. این دو متحرک چند بار از کنار هم می گذرند؟

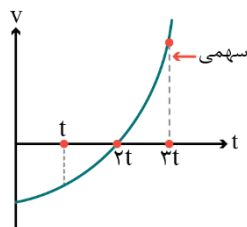
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی به جرم $800kg$ که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل است. در یک بازه زمانی به طول ۳s که در آن بازه، تندی متوسط متحرک کمینه است، به ترتیب از راست به چپ، اندازه تغییرات تکانه جسم و مسافت طی شده توسط آن چند واحد SI است؟



- (۱) $11/25, 12000$
(۲) $22/5, 12000$
(۳) $11/25, 6000$
(۴) $22/5, 6000$

۴۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط متحرک در t ثانیه های اول، دوم و سوم حرکت به ترتیب a_1, a_2 و a_3 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟ کنکور پرمیوم



- (۱) $a_1 = a_2 = a_3$
(۲) $a_1 > a_2 > a_3$
(۳) $a_3 > a_2 > a_1$
(۴) $a_3 > a_1 > a_2$

۴۴- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI برابر $x = 2t^2 - 24t + 17$ است. در کدام یک از بازه های زمانی زیر، نسبت تندی متوسط به اندازه سرعت متوسط بزرگ تر است؟

- (۱) $1s < t < 3s$ (۲) $3s < t < 6s$ (۳) $4s < t < 7s$ (۴) $3s < t < 7s$

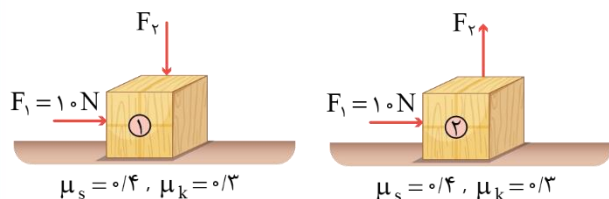
۴۵- اگر به جسمی به جرم $3kg$ ، نیروی خالص $33N$ را وارد کنیم تا از حال سکون شروع به حرکت کند، پس از چند ثانیه، تندی حرکت آن به $88 \frac{m}{s}$ می رسد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۴۶- مطابق شکل، دو جسم مشابه به جرم‌های ۴ kg روی سطح افقی ساکن هستند و نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به هر کدام از آن‌ها وارد می‌شوند. اگر در هر دو شکل، بزرگی نیروی $\vec{F}_2$ به تدریج از صفر تا ۲۰ N افزایش یابد، کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$



الف: نیروی اصطکاک بین جسم (۲) و سطح افقی ثابت می‌ماند.

ب: نیروی اصطکاک بین جسم (۱) و سطح افقی ثابت می‌ماند.

ج: نیروی اصطکاک بین جسم (۲) و سطح افقی ابتدا ثابت می‌ماند، سپس کاهش می‌یابد.

د: نیروی اصطکاک بین جسم (۱) و سطح افقی ابتدا ثابت می‌ماند، سپس کاهش می‌یابد.

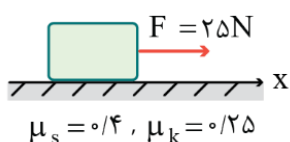
(۱) الف) و (ب) (۲) الف) و (د) (۳) (ب) و (ج) (۴) (ج) و (د)

۴۷- قطعه چوبی را با سرعت افقی $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح 0.2 است.

چوب پس از پیمودن مسافت چند متر می‌ایستد؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

(۱) ۷۲ (۲) ۹۰ (۳) ۸۱ (۴) ۳۶

۴۸- شکل زیر، نیروهای افقی وارد شده به جسمی به جرم ۴ kg را نشان می‌دهد که بر روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. تغییر تکانه آن در مدت ۲ ثانیه، در SI چقدر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



(۱) صفر (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) $40\sqrt{2}$

۴۹- یک آونگ ساده از وصل کردن گلوله‌ای کوچک به سیمی فلزی ساخته شده است. اگر دمای این آونگ افزایش یابد، دوره تناوب

آن می‌یابد و ساعتی که با این آونگ کار می‌کند می‌افتد. کنکور پرمیوم

(۱) افزایش - عقب (۲) افزایش - جلو (۳) کاهش - جلو (۴) کاهش - عقب

۵۰- نوسانگر ساده ای روی محور x در مبدأ زمان از مکان دامنه مثبت $(x = +A)$ با بسامد $2/5\text{ Hz}$ شروع به حرکت می‌کند و در

لحظه $t = 2/2\text{ s}$ دارای انرژی پتانسیل 480 میلی ژول است. چنانچه در یک تناوب کامل، به ازای دو تندی v_1 و v_2 ($v_1 > v_2$)

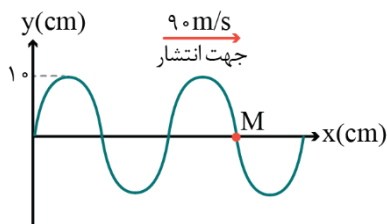
، اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر 32 میلی ژول شود، $\frac{v_1}{v_2}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ (۲) $\sqrt{\frac{8}{7}}$ (۳) $\sqrt{\frac{8}{5}}$ (۴) $\sqrt{\frac{11}{7}}$

محل انجام محاسبات

۵۱- شکل زیر، موج عرضی طنابی را در لحظه $t=0$ نشان می‌دهد که در آن بسامد نوسانات هر ذره 0.75 هرتز است. بعد از گذشت

۱۷ ثانیه، مختصات مکان ذره M از طناب کدام است؟



(۱) $[9.0 \text{ cm}, +1.0 \text{ cm}]$

(۲) $[9.0 \text{ cm}, -1.0 \text{ cm}]$

(۳) $[18.0 \text{ cm}, -1.0 \text{ cm}]$

(۴) $[18.0 \text{ cm}, +1.0 \text{ cm}]$

۵۲- مطابق شکل، دو شنونده M و N به ترتیب با تندی‌های v و $3v$ و چشمه صوت S با تندی $2v$ در حال حرکت بر روی مسیر افقی هستند. اگر چشمه صوت S در حال تولید صدا با بسامد f_S و طول موج λ_S باشد، آن‌گاه شنونده M طول موج کوتاه‌تری از λ_S را دریافت می‌کند. چنانچه بسامدی که M و N دریافت می‌کنند به ترتیب f_M و f_N باشد، آن‌گاه

(۱) قطعاً $f_M > f_S$ است و ممکن است $f_N > f_S$ باشد.

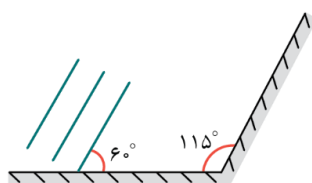
(۲) قطعاً $f_M > f_S$ است و ممکن قطعاً $f_N < f_S$ است.

(۳) ممکن است $f_M < f_S$ باشد و قطعاً $f_N < f_S$ است.

(۴) ممکن است $f_M < f_S$ باشد و همچنین ممکن است $f_N > f_S$ باشد.



۵۳- شکل زیر، جبهه‌های موج تختی را نشان می‌دهد که به آینه (۱) می‌تابند. زاویه انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی اولیه چند درجه است و این پرتو پس از چند بازتاب از مجموعه آینه‌ها خارج می‌شود؟



(۱) $3, 130$

(۲) $2, 130$

(۳) $2, 65$

(۴) $3, 65$

۵۴- طبق مدل اتمی بور، الکترون در اتم هیدروژن، از مدار $n_1 = 2$ به $n_2 = 4$ و سپس از مدار $n_2 = 4$ به $n_3 = 6$ می‌رود. در جابه‌جایی اول، تغییرات شعاع مدار الکترون و تغییرات انرژی الکترون به ترتیب برابر ΔR و ΔE است و در جابه‌جایی دوم، تغییرات شعاع مدار الکترون و تغییرات انرژی آن به ترتیب $\Delta R'$ و $\Delta E'$ است. نسبت‌های $\frac{\Delta R'}{\Delta R}$ و $\frac{\Delta E'}{\Delta E}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۴) $\frac{5}{27}, \frac{5}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}, 1$

(۱) $\frac{5}{27}, 1$

۵۵- نیمه‌عمر بیسموت 212 حدود 60 دقیقه است. پس از گذشت چند ساعت، $\frac{1}{16}$ از ماده اولیه، در نمونه‌ای از این بیسموت، باقی می‌ماند؟

(۴) ۱

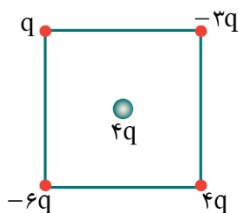
(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

محل انجام محاسبات

۵۶- چهار ذره باردار مطابق شکل زیر در رأس‌های مربعی به ضلع a قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی که در مرکز مربع قرار دارد، کدام است؟



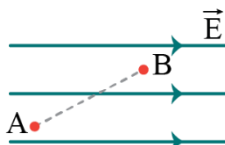
(۲) $\frac{12kq^2}{a^2}$

(۱) $\frac{24\sqrt{2}kq^2}{a^2}$

(۴) $\frac{24kq^2}{a^2}$

(۳) $\frac{12\sqrt{2}kq^2}{a^2}$

۵۷- ذره‌ای با بار الکتریکی $q < 0$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا B در راستای میدان جابه‌جا می‌شود. چه تعداد از موارد زیر الزاماً درست است؟



الف: کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره منفی است.

ب: انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد.

ج: انرژی پتانسیل الکتریکی ذره افزایش می‌یابد.

د: پتانسیل الکتریکی نقطه B کمتر از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۵۸- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه یک خازن، ۴ ولت تغییر کند، تعداد الکترون‌های هر صفحه، 5×10^{12} تا تغییر می‌کند. ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۴) ۸

(۳) ۰/۸

(۲) ۲

(۱) ۰/۲

۵۹- دو سر سیم رسانایی به طول L و سطح مقطع A و مقاومت ویژه ρ را به اختلاف پتانسیل V وصل کرده‌ایم. اگر در مدت زمان t ، از سطح مقطع دلخواهی از رسانا n الکترون عبور کند، V برابر کدام گزینه خواهد بود؟ (e اندازه بار یک الکترون است)

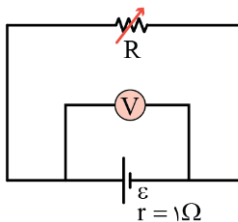
(۴) $\frac{\rho A t}{L n e}$

(۳) $\frac{\rho L e}{n A t}$

(۲) $\frac{\rho L t}{A n e}$

(۱) $\frac{\rho L n e}{A t}$

۶۰- در مدار زیر اگر مقاومت رئوستا را 3Ω کاهش دهیم، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد $\frac{22}{35}$ برابر می‌شود. مقاومت اولیه رئوستا چند اهم است؟



(۱) ۳

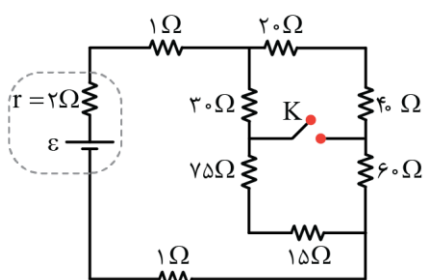
(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۷

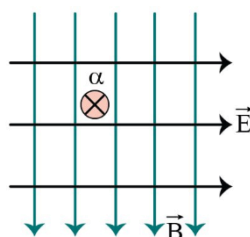
محل انجام محاسبات

۶۱- در شکل زیر، اگر کلید K را وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت ۳۰ اهمی چند برابر می شود؟



- (۱) $\frac{2025}{4096}$
 (۲) $\frac{1024}{900}$
 (۳) $\frac{900}{1024}$
 (۴) $\frac{4096}{2025}$

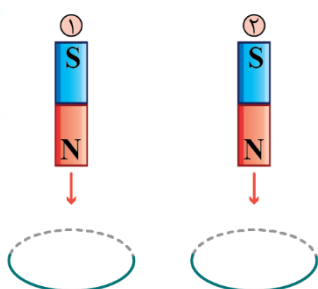
۶۲- در شکل زیر، یک ذره آلفا به صورت درون سو وارد میدان های مغناطیسی و الکتریکی یکنواخت می شود. در این لحظه، نیروی



مغناطیسی و الکتریکی وارد بر این ذره به ترتیب از راست به چپ در کدام جهت است؟

- (۱) $\rightarrow, \leftarrow$
 (۲) $\rightarrow, \rightarrow$
 (۳) $\leftarrow, \leftarrow$
 (۴) $\leftarrow, \rightarrow$

۶۳- دو آهنربای میله ای مشابه را مطابق شکل، به طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک به سطح زمین به طور همزمان رها می کنیم به



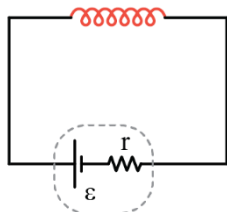
طوری که در حین سقوط آهنربای شماره (۱) از حلقه ای رسانا و آهنربای شماره (۲) از حلقه ای نارسانا عبور می کند. اگر سطح زمین در محل برخورد آهنرباها نرم باشد، کدام گزینه درست است؟ (تأثیر میدان مغناطیسی زمین روی آهنرباها را نادیده بگیرید)

- (۱) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۱) نسبت به آهنربای شماره (۲) بیشتر است.
 (۲) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۲) نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر است.
 (۳) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است.
 (۴) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است.

محل انجام محاسبات

۶۴- در مدار زیر، با سیمی به طول 54 cm ، یک سیملوله به طول 6 cm که شعاع هر حلقه آن 3 mm است، ساخته ایم. ضریب القاوری (خودالقایی) سیملوله 0.4 H و انرژی ذخیره شده در آن 0.8 J می باشد. اگر ذره ای با بار الکتریکی $2\text{ }\mu\text{C}$ و تندی $3 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور عمود بر محور سیملوله وارد فضای درون سیملوله شود، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند

میلی نیوتون خواهد بود؟ ($\pi = 3$) ، $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$



(۱) ۳۶

(۲) 63×10^{-3}

(۳) 72×10^{-3}

(۴) ۷۲

۶۵- در نظر داریم که هر اینچ $2/54$ سانتی متر، هر فوت 12 اینچ و هر یارد 3 فوت می باشد؛ حال حدوداً چند دقیقه طول می کشد تا

یک کشتی با سرعت 0.5 گره دریایی مسیر 500 یاردی را طی کند؟ (هر گره دریایی $1850 \frac{\text{m}}{\text{h}}$ می باشد.)

(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

۶۶- فشار کل در عمق های 8 متری و 12 متری یک مایع به ترتیب 70 و 75 سانتی متر جیوه است. فشار هوای محیط چند کیلو پاسکال

است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۸۱

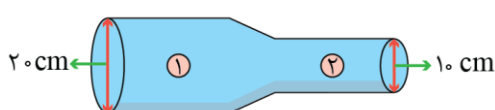
(۳) ۸۴

(۲) ۶۸

(۱) ۷۸

۶۷- در شکل زیر آب درون لوله از چپ به راست به صورت پایا در حال شارش است. اگر آهنگ شارش آب از لوله (۱) $4/8 \frac{\text{Lit}}{\text{min}}$

باشد، تندی آب در لوله (۲) چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟ ($\pi = 3$)



(۲) $\frac{7}{8}$

(۱) $\frac{15}{16}$

(۴) $\frac{8}{7}$

(۳) $\frac{16}{15}$

۶۸- اگر تندی جسمی به جرم 3 kg ، $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 36 J افزایش می یابد. انرژی جنبشی اولیه آن چند ژول

بوده است؟

(۴) $1/5$

(۳) ۳

(۲) ۶

(۱) ۱

۶۹- انرژی الکتریکی مصرفی برق یک خانه روزانه 2 kWh است. یک نیروگاه آبی با بازده 60% در هر دقیقه $2/25 \times 10^4\text{ kg}$ آب

را از بالای یک سد به ارتفاع 80 m به توربین می برد. با این کار، برق چند روز این خانه را تأمین می کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۲

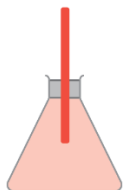
(۳) $1/5$

(۲) ۱۵

(۱) ۳

محل انجام محاسبات

۷۰- در یک ارلن شیشه‌ای به حجم 500 cm^3 به طور کامل جیوه می‌ریزیم و در آن را می‌بندیم. اگر دمای مجموعه را 40°C افزایش دهیم، جیوه درون نی چند cm بالا می‌آید؟ (سطح مقطع نی 2 cm^2 است. $\alpha_{\text{ارلن}} = 3 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}$ ، $\beta_{\text{جیوه}} = 1/8 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$)



(۱) ۲۷

(۲) ۱۸

(۳) ۹

(۴) ۴/۵

۷۱- در شرایط خلأ گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر اندازه‌ی سرعت متوسط گلوله در ۲۰ متر آخر سقوط آن $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۳۱/۲۵

(۳) ۳۳/۷۵

(۲) ۴۷/۵

(۱) ۴۵

۷۲- در آزمایش فوتوالکتریک تابع کار فلز $2/5 \text{ eV}$ است. نوری با طول موج λ به فلز می‌تابد و سبب گسیل فوتوالکترون‌هایی با بیشینه انرژی جنبشی $J = 5/6 \times 10^{-19}$ می‌شود. λ چند نانومتر است؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

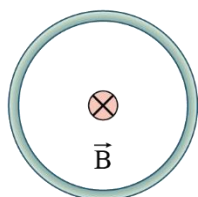
(۴) $\frac{1200}{\gamma}$

(۳) $\frac{2400}{\gamma}$

(۲) ۲۰۰

(۱) ۳۰۰

۷۳- از پیچۀ مسطح شکل زیر به شعاع $6/28 \text{ cm}$ که از ۲۰۰۰ دور سیم نازک درست شده است، جریان 20 mA می‌گذرد و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در مرکز آن ایجاد شده است. اندازه $\vec{B}$ چند گاوس و جهت جریان پیچه چگونه است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)



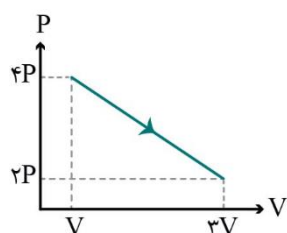
(۱) ۴، پادساعتگرد

(۲) ۴، ساعتگرد

(۳) ۸، ساعتگرد

(۴) ۸، پادساعتگرد

۷۴- فرآیند ایستوار یک گاز آرمانی مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر ΔU تغییرات انرژی درونی این گاز و W و Q به ترتیب کار و گرمای دریافت شده توسط گاز باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱) $\Delta U > 0, W < 0, Q > |W|$

(۲) $\Delta U < 0, W < 0, |Q| < |W|$

(۳) $\Delta U < 0, Q > 0, Q > |W|$

(۴) $\Delta U > 0, Q < 0, |Q| < |W|$

۷۵- کدام گزینه یخچالی است که قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند؟

(۲) $Q_H = +50 \text{ J}, W = -50 \text{ J}, Q_L = 0$

(۱) $Q_H = -50 \text{ J}, W = 0, Q_L = +50 \text{ J}$

(۴) $Q_H = +50 \text{ J}, W = -10 \text{ J}, Q_L = -40 \text{ J}$

(۳) $Q_H = -50 \text{ J}, W = +10 \text{ J}, Q_L = +40 \text{ J}$

محل انجام محاسبات

۷۶- در یک ظرف سربسته، مخلوطی شامل یک مول ۲-بوتن و متان، در حضور اکسیژن به طور کامل سوزانده می‌شود. اگر حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن متان، 0.375 برابر حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن ۲-بوتن باشد، درصد جرمی ماده واکنش پذیرتر در مخلوط آغازی کدام بوده است و در شرایط STP ، چند لیتر فراورده گازی در ظرف وجود خواهد داشت؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g.mol^{-1}$)

۴۹/۲۸ - ۷۰ (۴)

۴۰/۳۲ - ۷۰ (۳)

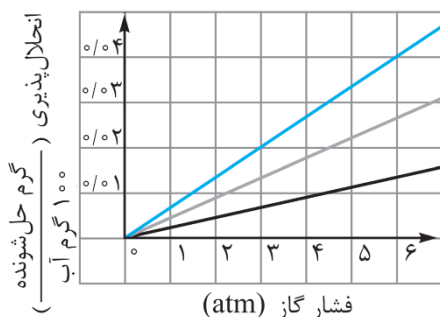
۴۹/۲۸ - ۳۰ (۲)

۴۰/۳۲ - ۳۰ (۱)

۷۷- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) در ساختار لوویس NO_2Cl ، همانند مولکول اوزون، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی برابر با ۲ است.
- (۲) همه عناصری که در یک گروه مشابه قرار می‌گیرند، شمار الکترون‌های ظرفیتی برابری در اتم خود دارند.
- (۳) ساختار لوویس مولکول‌های دی‌نیتروژن مونوکسید و کربن دی‌اکسید، متفاوت از هم است.
- (۴) در مولکول SO_2Cl_2 ، همانند یون NO_2^+ ، اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.

۷۸- نمودار مقابل، روند تغییر انحلال پذیری سه گاز O_2 ، N_2 و NO بر حسب تغییر فشار در آب را نشان می‌دهد. مقدار عددی غلظت مولی گاز O_2 در محلول سیر شده این ماده در فشار $36 atm$ ، برابر با تفاوت مقدار انحلال پذیری گازهای نیتروژن و نیتروژن مونوکسید در چه فشاری است؟ ($O = 16 g.mol^{-1}$)



۱۱/۲۵ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۲/۵ (۴)

۶/۲۵ (۳)

۷۹- کدام مورد، نادرست است؟ کنکور پرمیوم

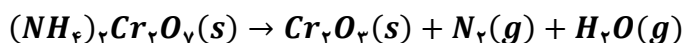
- (۱) با انجام فرایند اسمز معکوس، تفاوت غلظت مولی حل‌شونده در دو محلول جدا شده از هم، به تدریج افزایش می‌یابد.
- (۲) منافذ موجود در ساختار صافی کربن که از آن در تصفیه آب استفاده می‌شود، بزرگ‌تر از ذرات H_2O هستند.
- (۳) در مراحل تهیه خیارشور، فرایند اسمز انجام شده و غلظت سدیم در محلول موجود در یاخته‌ها کاهش می‌یابد.
- (۴) در فرایند تصفیه آب به روش تقطیر، دو فرایند فیزیکی تبخیر و میعان به صورت متوالی انجام خواهند شد.

۸۰- کدام موارد زیر درست است؟

- آ: فلز منیزیم، در مقایسه با تیتانیوم، با سرعت کمتری با محلول‌های اسیدی واکنش می‌دهد.
- ب: عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی، برخلاف یک نمونه از گوگرد، در حالت جامد چکش‌خوار است.
- پ: در واکنش تولید فلز مس از سنگ معدن آن، همانند واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز، گاز گلخانه‌ای تولید می‌شود.
- ت: هگزان، همانند ۱-هگزن، یک ماده بی‌رنگ بوده و در دمای $200^\circ C$ ، چگالی بخار آن بیشتر از چگالی بخار آب است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها در معادله واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر در این واکنش، $45/6$ گرم اکسید فلزی تولید شده باشد، چند گرم $(NH_4)_2Cr_2O_7$ با خلوص $75/6$ درصد مصرف شده است؟ (بازده واکنش انجام شده را برابر با 50% در نظر بگیرید.)

($Cr = 52$ و $O = 16$ و $N = 14$ و $H = 1$: $g.mol^{-1}$)



۲۰۰ - ۷ (۴)

۲۵۰ - ۷ (۳)

۲۰۰ - ۶ (۲)

۲۵۰ - ۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۸۲- درباره عناصر موجود در جدول تناوبی، چند مورد از موارد زیر درست است؟

آ: در هر یک از تناوب‌های چهارم تا هفتم آن، دست کم ۱۳ عنصر فلزی وجود دارد.

ب: در حدود ۳۳/۳ درصد از عناصر گازی موجود در دوره‌های دوم و سوم آن، واکنش ناپذیر هستند.

پ: اگر عناصر nA و $n+6B$ ، هر دو فلز باشند، عنصری با نماد شیمیایی D_{n+2} نیز به یقین، نوعی فلز است.

ت: در اولین دوره‌ای که هالوژن آن حالت جامد دارد، عنصر فلزی وجود دارد که عناصر بالاتر از آن، همگی شکننده‌اند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- در محلولی از نمک X_2SO_4 ، تفاوت غلظت یون‌های حاصل از حل شونده برابر با $1/8 \text{ ppm}$ است. اگر در 250°C گرم از این

محلول، مقدار $10^{-5} \times 2/5$ مول نمک وجود داشته باشد، جرم مولی عنصر X چقدر می‌تواند باشد؟

($S = 32$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۶۴ (۲) ۱۰۸ (۳) ۲۳ (۴) ۳۹

۸۴- کدام مورد درست است؟ کنکور پرمیوم

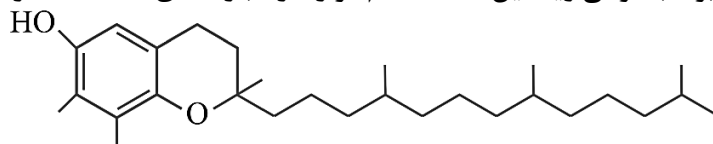
(۱) نام یک آلکان دارای ۲۲ اتم هیدروژن، می‌تواند به صورت ۲،۲-دی‌متیل-۳-اتیل هگزان باشد.

(۲) دمای جوش یک نمونه از اوکتان، بیشتر از میانگین دمای جوش نمونه‌هایی از هپتان و نونان است.

(۳) شستن پوست یا تماس آن با آلکان‌های مایع مثل تینر، در دراز مدت به بافت‌های پوست آسیبی نمی‌رساند.

(۴) یک آلکان شاخه‌دار با ۴ اتم کربن در زنجیره اصلی، می‌تواند در ساختار مولکولی خود مجموعاً ۱۰ اتم کربن داشته باشد.

۸۵- با توجه به ساختار زیر که مربوط به نوعی ویتامین است، کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟



آ: شمار گروه‌های CH_3 موجود در ساختار آن، $2/5$ برابر شمار این گروه‌ها در مولکول ۲-متیل هپتان است.

ب: شمار گروه‌های متیل موجود در ساختار آن، ۲ برابر شمار پیوندهای دوگانه موجود در ساختار آن است.

پ: شمار اتم‌های هیدروژن موجود در آن، ۱۶ برابر شمار اتم‌های کربنی از آن با عدد اکسایش صفر است.

ت: دارای یک حلقه آروماتیک بوده و بخش ناقطبی آن را یک ساختار غیرحلقوی تشکیل داده است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۸۶- با توجه به واکنش‌های مقابل:



۲) $2PCl_3(l) + O_2(g) \rightarrow 2OPCl_2(l)$, $\Delta H = -650.2 \text{ kJ}$



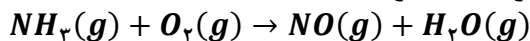
تغییر آنتالپی واکنش $HCl(g) + O_2(g) \rightarrow Cl_2(g) + H_2O(l)$ ، پس از موازنه معادله آن برابر با چند کیلوژول است؟

(۱) -۲۲۲/۴ (۲) -۲۰۲/۶ (۳) -۲۴۸/۸ (۴) -۲۶۸/۶

۸۷- در یک ظرف ۵ لیتری، ۲ مول آمونیاک و ۵/۵ مول اکسیژن بر اساس معادله زیر با یکدیگر واکنش می‌دهند. اگر در طول مدت

زمان ۱۰ ثانیه، درصد جرمی گاز نیتروژن مونوکسید در ظرف واکنش به ۶٪ برسد، سرعت متوسط واکنش برابر با چند مول بر

لیتر بر ساعت بوده است؟ (معادله واکنش موازنه شود. $H = 1$ و $N = 14$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

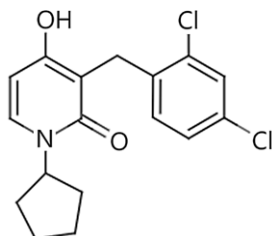


(۱) ۹ (۲) ۷/۲ (۳) ۳/۶ (۴) ۱/۸

محل انجام محاسبات

۸۸- کدام مورد درست است؟

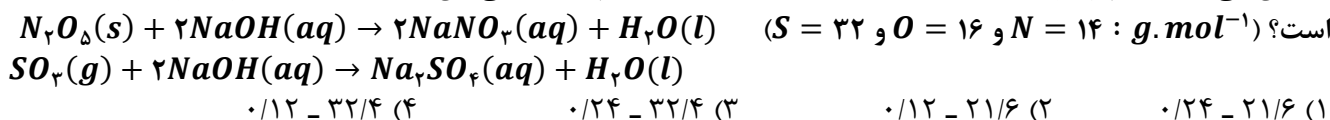
- (۱) در یک واکنش گرماگیر، مصرف یک واکنش دهنده مایع، بیشتر از مصرف آن واکنش دهنده به حالت گاز، گرما مصرف می کند.
- (۲) با ذوب مقداری یخ در دمای ثابت 0°C ، حجم این ماده کاهش یافته و انرژی جنبشی ذرات H_2O شدیداً افزایش می یابد.
- (۳) در واکنش تولید مقداری آمونیاک، مستقل از اینکه هیدرازین یا نیتروژن مصرف شود، گرمای یکسانی مبادله خواهد شد.
- (۴) در واکنش فتوسنتز، مقداری آب مصرف شده و فراورده هایی با سطح انرژی پایین تر از واکنش دهنده ها تولید می شوند.



۸۹- در رابطه با مولکول مقابل، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- آ: شمار پیوندهای یگانه در آن، ۵ برابر شمار این پیوندها در ساختار پروپن است.
- ب: شش مورد از اتم های کربن آن، فقط به اتم های غیر از اتم هیدروژن متصل شده اند.
- پ: در شرایط مناسب، با استیک اسید واکنش داده و یک عامل آمیدی در آن ایجاد می شود.
- ت: توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی را داشته و شمار اتم های H در آن، بیشتر از اتم های C است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

۹۰- مخلوطی از بخار N_2O_5 و گاز SO_2 به جرم ۴۲ گرم، با $1/68$ لیتر محلول سدیم هیدروکسید با $\text{pH} = 13/7$ به طور کامل واکنش می دهد. جرم N_2O_5 موجود در مخلوط اولیه برابر با چند گرم بوده و طی این فرایند، چند مول Na_2SO_4 تولید شده است؟ ($g \cdot \text{mol}^{-1}$: $N = 14$ و $O = 16$ و $S = 32$)



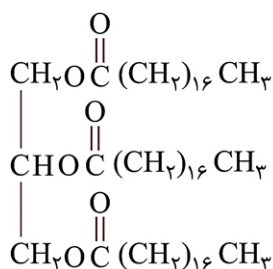
۹۱- کدام مورد درست است؟

- (۱) در ساختار همه ترکیب های آمیدی، یک اتم نیتروژن به صورت همزمان، حداقل به ۲ اتم کربن متصل شده است.
- (۲) تفاوت انحلال پذیری ۱-هگزانول و ۱-پنتانول در آب، بیشتر از تفاوت انحلال پذیری ۱-پنتانول و ۱-بوتانول است.
- (۳) در مراحل تولید پلی آمیدها، همه اتم های موجود در ساختار مونومرها وارد ساختار فراورده آلی نهایی می شوند.
- (۴) از واکنش بوتانوئیک اسید با الکل که در ساختار خود ۶ اتم H دارد، استری با بوی آناناس ایجاد می شود.

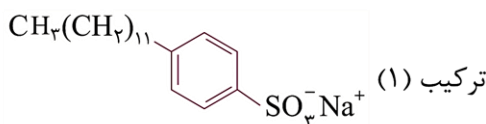
۹۲- با انحلال ۴۰ گرم گاز هیدروژن فلوئورید در ۲۰ لیتر آب، محلولی با $\text{pH} = 2/7$ بدست می آید. ثابت یونش هیدروفلوئوریک اسید در شرایط آزمایش چقدر بوده و برای اینکه pH محلول مورد نظر به $2/4$ برسد، باید چند گرم دیگر گاز هیدروژن فلوئورید را در آن حل کرد؟ ($g \cdot \text{mol}^{-1}$: $H = 1$ و $F = 19$)



۹۳- در رابطه با دو ماده زیر، چه تعداد از عبارات های داده شده درست هستند؟



ترکیب (۲)



ترکیب (۱)

- آ: اگر گروه SO_3^- از ترکیب (۱) را با گروه CO_2^- جایگزین کنیم، این ماده در واکنش با یون Ca^{2+} ، رسوب ایجاد می کند.
- ب: طی واکنش نیم مول ترکیب (۲) با ۳ لیتر محلول $0/5$ مولار پتاسیم هیدروکسید، $1/5$ مول صابون مایع ایجاد می شود.
- پ: شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار آنیون سازنده ترکیب (۱)، ۳ برابر شمار این پیوندها در ۱-هگزان است.
- ت: با ریختن مخلوطی از ترکیب های (۱) و (۲) در آب و به هم زدن مخلوط ایجاد شده، نوعی کلئید بدست می آید.



محل انجام محاسبات

۹۴- در رابطه با سلول گالوانی روی-هیدروژن، چه تعداد از عبارات های زیر درست هستند؟
آ: مقدار emf آن، قرینه مقدار E° فلز روی است.

ب: به مرور زمان، یون هیدروژن در آن مصرف می شود.

پ: با تغییر دمای محیط، مقدار emf این سلول دچار تغییر می شود.

ت: در صورت برداشتن دیواره متخلخل، واکنش کلی سلول در سطح تیغه روی انجام می شود.

ث: محلول موجود در نیم سلول کاتدی این سلول، کاغذ pH را آبی می کند.

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۹۵- کدام مورد در رابطه با دو عنصر X_{15} و Y_9 درست است؟

(۱) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی ترکیب دوتایی Y با هیدروژن، اتم Y با رنگ آبی مشخص می شود.

(۲) ساختار مولکول حاصل از اتصال اتم های X و Y به یکدیگر، همانند مولکول SO_3 ، مسطح است.

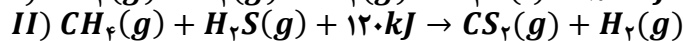
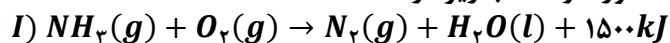
(۳) یک نمونه عنصر Y ، از مولکول های دواتمی جوهرسته و ناقطبی ساخته شده است.

(۴) مولکول XH_3 ، همانند مولکول متان، ناقطبی است.

۹۶- واکنش تعادلی $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$ با حضور $2/5$ مول از هر ماده در ظرف یک لیتری برقرار شده است. اگر در دمای ثابت، یک مول از PCl_5 را از ظرف خارج کرده و $0/5$ مول PCl_3 را به ظرف اضافه کنیم، پس از برقراری مجدد تعادل، چند مول گاز کلر در ظرف واکنش حضور خواهد داشت؟

(۱) $3/2$ (۲) $1/8$ (۳) $2/6$ (۴) ۲

۹۷- با توجه به واکنش های داده شده، پس از موازنه معادله آن ها، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



آ: مقدار انرژی فعال سازی واکنش (II)، به یقین بیشتر از 120 کیلوژول خواهد بود.

ب: گونه اکسند در واکنش (I)، از مولکول های دواتمی جوهرسته تشکیل شده است.

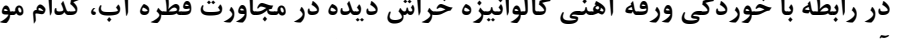
پ: به ازای تشکیل 2 مول فراورده قطبی در واکنش (I)، مقدار 3 مول الکترون مبادله می شود.

ت: در واکنش (II)، همانند واکنش سوختن کامل هیدروکربن ها، اتم های هیدروژن اکسایش می یابند.

ث: به ازای مصرف مول برابر از واکنش دهنده ناقطبی در این دو واکنش شیمیایی، در مجموع مقداری گرما مصرف می شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۸- کدام مقایسه در رابطه با آنتالپی فروپاشی ترکیب های یونی مختلف درست است؟



۹۹- در رابطه با خوردگی ورقه آهنی گالوانیزه خراش دیده در مجاورت قطره آب، کدام موارد زیر درست هستند؟

آ: در این فرایند، یک عنصر فلزی نقش اکسند و نافلز، نقش کاهنده را دارد.

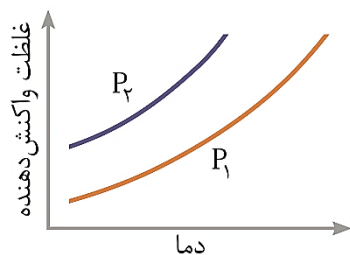
ب: با انحلال گاز CO_2 در قطره آب، سرعت فرایند خوردگی فلز افزایش می یابد.

پ: با انجام این فرایند، کاتیونی که آرایش الکترونی آن به $3d^{10}$ ختم می شود، وارد قطره آب می شود.

ت: عنصر فلزی که در این فرایند در مقابل خوردگی محافظت می شود، در مقایسه با آلومینیم E° کمتری دارد.

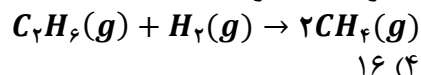
(۱) «آ» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

محل انجام محاسبات



- ۱۰۰- نمودار مقابل، روند تغییر غلظت واکنش دهنده در واکنش $A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ بر حسب تغییر دما را نشان می دهد. در رابطه با این واکنش، کدام مورد درست است؟
- ۱) واکنش مورد نظر، برخلاف واکنش کلی فرایند هابر، گرماده است.
 - ۲) در شرایط آزمایش، فشار P_2 در مقایسه با فشار P_1 ، کمتر است.
 - ۳) با کاهش دمای سامانه واکنش، مقدار ثابت تعادل کاهش می یابد.
 - ۴) پس از افزودن گاز B به سامانه، با جابه جایی تعادل، مقداری گرما مصرف می شود.

۱۰۱- تعادل $K = 0.5$ ، $I_2(g) + H_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ ، با حضور ۳۲ گرم هیدروژن یدید و ۰/۵ مول بخار I_2 در ظرفی به حجم ۵ لیتر برقرار شده است. در صورت واکنش گاز هیدروژن موجود در حالت تعادل با گاز اتان بر اساس معادله زیر، چند گرم گاز متان تولید می شود؟ (بازده واکنش اتان با هیدروژن، ۵۰ درصد است. $H = 1$ و $C = 12$ و $I = 127$ $g \cdot mol^{-1}$)



۱۶ (۴)

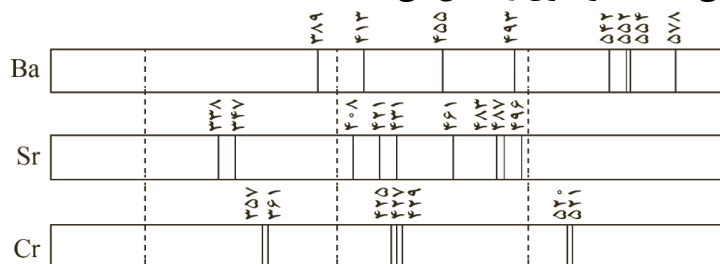
۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

- ۱۰۲- اگر شمار الکترون هایی با $l = 1$ در اتم عناصر A ، E ، X و D به ترتیب برابر با ۷، ۴، ۱۷ و ۱۰ باشد، کدام مورد درست است؟
- ۱) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب حاصل از عناصر A و D ، برابر با مقدار این نسبت در کلسیم نیتريد است.
 - ۲) شمار الکترون هایی با $n = 3$ در یون پایدار حاصل از X ، با شمار این الکترون ها در ساختار اتم مس برابر است.
 - ۳) تفاوت عدد اتمی عناصر A و E ، ۲ برابر شمار عناصر با نماد تک حرفی در دوره چهارم جدول تناوبی است.
 - ۴) همه ترکیب های حاصل از عناصر D و E ، در حضور میدان الکتریکی جهت گیری پیدا می کنند.

۱۰۳- تصویر زیر، طیف نشری -خطی سه عنصر فلزی را نشان می دهد:



از بین این سه عنصر، دو عنصر فلزی با عدد اتمی کوچک تر در یک نمونه وجود دارد. اگر از نمونه مورد نظر طیف نشری -خطی بگیریم، پرتو با کدام طول موج از طیف نشری -خطی ایجاد شده، در منشور بیشتر منحرف می شود؟

۳۵۷ (۴)

۳۳۸ (۳)

۵۷۸ (۲)

۴۹۶ (۱)

- ۱۰۴- اگر تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در اتم ^{78}X ، برابر با عدد اتمی فراوان ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین باشد، چه تعداد از عبارت های زیر در رابطه با این عنصر درست هستند؟
- آ: رفتار این عنصر در واکنش با فلز منیزیم، مشابه رفتار عنصر گوگرد است.
- ب: شماره گروه این عنصر، دو برابر شماره گروه فلز آهن در جدول دوره های است.
- پ: آرایش الکترونی یون پایدار حاصل از آن، مشابه آرایش الکترونی یون M^{3+} است.
- ت: شمار الکترون های ظرفیتی این عنصر، با شمار الکترون های ظرفیتی وانادیم برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۵- فرمول شیمیایی، نام و حالت فیزیکی (در دما و فشار اتاق) ترکیب ها در کدام مورد، درست بیان شده است؟

۱) SiC : سیلیسیم کربید، جامد - Cu_2S : مس (II) سولفید، جامد

۲) C_6H_{14} : هگزان، گاز - OF_2 : اکسیژن دی فلوئورید، مایع

۳) CH_3Cl : کلروفرم، مایع - C_2H_5OH : اتانول، مایع

۴) SiO_2 : سیلیس، جامد - C_3H_6O : استون، مایع

محل انجام محاسبات

بودجه بندی آزمون مرحله ۱۸ دوازدهم ریاضی

۱۳ اردیبهشت

آزمون جبرانی دوازدهم
جامع نیمسال دوم دوازدهم



گسسته

هندسه

حسابان

آمار و احتمال

دوازدهم

پایه

دوازدهم

پایه

دوازدهم +
پایه مرتبط

-

گراف و مدل سازی
(درس ۲) / ترکیبیات
(شمارش)
صفحه های ۴۳ تا ۸۴

-

آشنایی با مقاطع
مخروطی / بردارها
صفحه های ۴۷ تا ۸۴

-

مشتق / کاربرد مشتق
صفحه های ۷۱ تا ۱۴۴

شیمی

فیزیک

پایه

دوازدهم

پایه

دوازدهم

-

شیمی جلوه های از هنر،
زیبایی و ماندگاری /
شیمی، راهی به سوی
آینده های روشن تر
صفحه های ۶۷ تا ۱۲۳

-

فیزیک ۳:
صفحه های ۶۹ تا ۱۵۶



گروه آموزشی سانهش



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۱۷

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	محدثه شیخعلی	کاظم اجلالی - نوید یکتا	مهرداد اسپیدکار - حمیدرضا ولی‌پور رضا قانع
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	ارسلان رحمانی - محسن قندچلر - کامران ابراهیمی مجید میرزائی - محمدجواد حاجی‌وند سجاد صادقی‌زاده - علی محمودی	پویا هدایتی‌گودرزی - امیر مخانی امیر هوشنگ کیانی - محمد صادقی‌فرد علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد - سعیده محبی فرهنگ امیری	فرهنگ امیری - سجاد سیف‌اللهی عالیه میرزایی - سید محمدعلی حجازی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



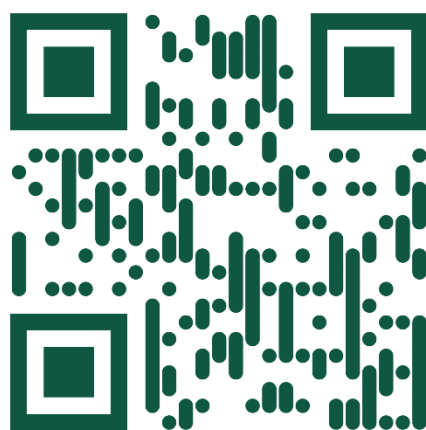
SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون ها کمک می کنی (:



<https://B2n.ir/a99667>

مازی ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)

آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم آدرس سوال

۱- اگر $a = \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ و $b = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}$ باشد، مقدار $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

(۳) $\sqrt[3]{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

$$a = \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^3} = \sqrt{5}-2$$

$$b = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^3} = \sqrt{5}+2$$

$$ab = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) = 5-4 = 1$$

$$x = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} = \frac{b-a}{1} \Rightarrow x = b-a \Rightarrow x^3 = b^3 - a^3 - 3ab(b-a)$$

$$\Rightarrow x^3 = \sqrt{5}+2 - (\sqrt{5}-2) - 3 \times 1 \times (b-a) \Rightarrow x^3 = +4 - 3x \Rightarrow x^3 + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+4) = 0 \Rightarrow x = +1$$

توجه کنید که:

بنابراین:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲- توان‌های طبیعی عدد ۲ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعداد هر دسته (بجز دسته اول که یک عضو دارد) دو تا بیشتر از دسته قبل باشد. اولین دسته‌ای که مجموع اعضای آن بزرگ‌تر از 2^{50} می‌شود، کدام است؟

$$\{2\}, \{2^2, 2^3, 2^4\}, \{2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9\}, \dots$$

(۴) دهم

(۳) نهم

(۲) هشتم

(۱) هفتم

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

$$1 + 2(n-1) = 2n-1$$

تعداد اعداد دسته n ام برابر است با:

همچنین تعداد اعداد دسته اول تا دسته $n-1$ ام برابر است با:

$$\frac{n-1}{2} (2 \times 1 + (n-2) \times 2) = \frac{n-1}{2} (2n-2) = (n-1)^2$$

بنابراین عدد اول دسته n ام برابر با $2^{(n-1)^2+1}$ و عدد آخر دسته n ام برابر 2^{n^2} می‌باشد. پس مجموع اعداد دسته n ام طبق مجموع جملات دنباله هندسی برابر است با:

$$S_n = 2^{(n-1)^2+1} + 2^{(n-1)^2+2} + \dots + 2^{n^2} = \frac{2^{(n-1)^2+1} (2^{2n-1} - 1)}{2-1}$$

$$= 2^{(n-1)^2+1} \times 2^{2n-1} - 2^{(n-1)^2+1} = 2^{n^2+1} - 2^{(n-1)^2+1}$$

$$S_7 = 2^{50} - 2^{37} < 2^{50}$$

$$S_8 = 2^{65} - 2^{50} = 2^{50} (2^{15} - 1) > 2^{50}$$

اکنون توجه کنید که:

بنابراین اولین دسته با شرط مسئله، دسته هشتم است.

گروه آموزشی ماز

۳- بزرگ‌ترین جواب معادله $\sqrt[3]{x^7} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \sqrt[3]{x}$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{5}$

(۳) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

(۱) $\sqrt{5}$



$$\frac{x^2 \times \sqrt{x}}{x^2 - 1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{x^2 \times \sqrt{x}}{x^2 - 1} - \frac{\sqrt{x}}{x} = \sqrt{x}$$

$$\xrightarrow[\text{X} \neq 0]{\div \sqrt{x}} \frac{x^2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - (x^2 - 1) = x(x^2 - 1)$$

$$x^2 - x^2 + 1 = x^2 - x \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

بنابراین $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ بزرگترین جواب معادله است.

گروه آموزشی ماز

۴- اگر x_1, x_2, x_3, x_4 جوابهای معادله $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$ باشند به طوری که $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ باشد. معادله درجه دومی که جوابهای آن $\frac{x_3}{x_4}$ و $\frac{x_1}{x_2}$ باشد، کدام است؟

$$x^2 + 6x + 2 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 - 6x + 2 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (۱)$$



$$x^4 - 4x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 = -\sqrt{2 + \sqrt{3}}, x_2 = -\sqrt{2 - \sqrt{3}}, x_3 = \sqrt{2 - \sqrt{3}}, x_4 = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{-\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{-\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{(2 + \sqrt{3})^2}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}} = \sqrt{\frac{(2 + \sqrt{3})^2}{4 - 3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\frac{x_3}{x_4} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$S = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$P = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

بنابراین مجموع جوابهای معادله درجه دوم موردنظر برابر است با:

و حاصل ضرب جوابهای آن برابر است با:

پس این معادله به صورت زیر است:

گروه آموزشی ماز

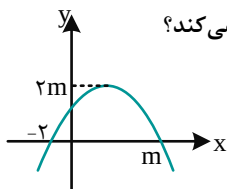
۵- اگر محور تقارن سهمی رسم شده در شکل مقابل، خط $x = 2$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

۵ (۱)

۷ (۲)

۹ (۳)

۱۱ (۴)



ابتدا مقدار m را به دست می‌آوریم:

$$\text{محور تقارن: } x = \frac{m - 2}{2} = 2 \Rightarrow m - 2 = 4 \Rightarrow m = 6$$

پس معادله سهمی به صورت زیر است:

$$y = a(x+2)(x-m) = a(x+2)(x-6)$$

چون نقطه $(2, 12) = (2, 2m)$ روی سهمی قرار دارد، پس:

$$12 = a(2+2)(2-6) \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

$$x=0 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}(0+2)(0-6) = 9$$

پس معادله سهمی به صورت $y = -\frac{3}{4}(x+2)(x-6)$ است. پس:

گروه آموزشی ماز

۶- مجموعه جواب های نامعادله $|x^2 + mx| > |x^2 - 3x + 1|$ بازه (a, b) است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

نامعادلات قدرمطلق:

برای حل نامعادلات قدرمطلق به فرم $|f(x)| \geq |g(x)|$ کافی است دو طرف نامعادله را به توان ۲ برسانیم که توان ۲ قدرمطلقها را از بین ببرد:

$$|f(x)| \geq |g(x)| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} f^2(x) \geq g^2(x)$$

پاسخ تشریحی:

نامعادله را به صورت زیر می نویسیم:

$$|x^2 + mx| > |x^2 - 3x + 1| \Rightarrow (x^2 + mx)^2 > (x^2 - 3x + 1)^2 \Rightarrow (x^2 + mx)^2 - (x^2 - 3x + 1)^2 > 0$$

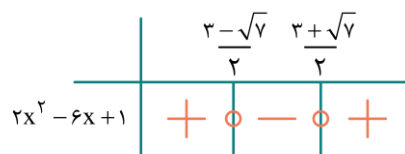
$$\Rightarrow (x^2 + mx + x^2 - 3x + 1)(x^2 + mx - x^2 + 3x - 1) > 0 \Rightarrow (2x^2 + (m-3)x + 1)((m+3)x - 1) > 0$$

عبارت $(2x^2 + (m-3)x + 1)$ چه دارای ۲ ریشه، چه دارای ۱ ریشه و چه فاقد ریشه باشد در $+\infty$ و $-\infty$ دارای علامت مثبت است (برای درک بهتر جدول تعیین علامت بکشید) و عبارت $(m+3)x - 1$ اگر درجهی اول باشد در $+\infty$ یا $-\infty$ دارای علامت متفاوتی خواهد بود. بنابراین عبارت $((m+3)x - 1)(2x^2 + (m-3)x + 1)$ در $+\infty$ یا در $-\infty$ مثبت خواهد بود و در نتیجه نامعادله، مجموعه جوابی شامل بازه های $(k, +\infty)$ یا $(-\infty, k)$ خواهد داشت که مطلوب سؤال نیست. بنابراین عبارت $(m+3)x - 1$ نباید درجهی اول باشد. پس:

$$m+3=0 \Rightarrow m=-3$$

با جای گذاری $m=-3$ نامعادله به صورت زیر درمی آید:

$$(2x^2 - 6x + 1)(0-1) > 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 1 < 0$$



$$\Rightarrow \frac{3-\sqrt{7}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{7}}{2}$$

پس $a = \frac{3-\sqrt{7}}{2}$ و $b = \frac{3+\sqrt{7}}{2}$ می باشد و در نتیجه $a+b=3$ است.

گروه آموزشی ماز

۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{2^{x+1}-1}{2^x}$ از کدام ناحیه عبور نمی کند؟

۱ (۴)

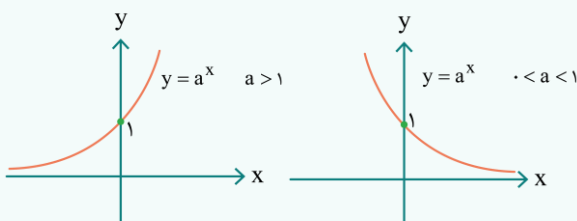
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

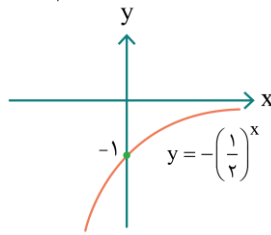
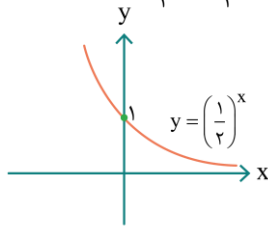
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

تابع نمایی:

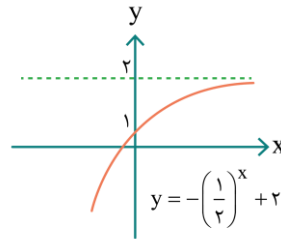


نمودار تابع نمایی $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) در حالت کلی به صورت مقابل است:

$$f(x) = \frac{2^{x+1} - 1}{2^x} \Rightarrow f(x) = \frac{2^{x+1}}{2^x} - \frac{1}{2^x} \Rightarrow f(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



ضابطه‌ی تابع را به صورت مقابل بازنویسی می‌کنیم. ببینید:



بنابراین نمودار تابع $f(x) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ از ناحیه‌ی چهارم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸- اگر f تابعی اکیداً نزولی روی $\mathbb{R}$ و دامنه‌ی تابع $g(x) = \log\left(\frac{f(2x) - f(x-1)}{f(x) - f(6+3x)}\right)$ بازه‌ی (a, b) باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۴) -۱

۳) -۲

۲) -۳

۱) -۴

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

نصیحت مهم درباره‌ی توابع اکیداً یکنوا:

$f(\alpha) \geq f(\beta) \Leftrightarrow \alpha \geq \beta \Rightarrow f$ تابع f اکیداً صعودی است.

$f(\alpha) \geq f(\beta) \Leftrightarrow \alpha \leq \beta \Rightarrow f$ تابع f اکیداً نزولی است.

دامنه‌ی توابع لگاریتمی:

$$f(x) = \log_h^g(x) \Rightarrow D_f = \{x | g(x) > 0\} \cap \{x | h(x) > 0\} - \{x | h(x) = 1\}$$

باید عبارت مقابل لگاریتم را تعیین علامت کنیم. ببینید:

$$f(2x) - f(x-1) \geq 0 \Rightarrow f(2x) \geq f(x-1) \xrightarrow{f \text{ نزولی اکید}} 2x \leq x-1 \Rightarrow x \leq -1$$

$$f(2x) - f(x-1) < 0 \Rightarrow f(2x) < f(x-1) \xrightarrow{f \text{ نزولی اکید}} 2x > x-1 \Rightarrow x > -1$$

$$f(x) - f(6+3x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq f(6+3x) \xrightarrow{f \text{ نزولی اکید}} x \leq 6+3x \Rightarrow x \geq -3$$

$$f(x) - f(6+3x) < 0 \Rightarrow f(x) < f(6+3x) \xrightarrow{f \text{ نزولی اکید}} x > 6+3x \Rightarrow x < -3$$

مبنای لگاریتم ۱۰ می‌باشد که مثبت و مخالف ۱ است، پس فقط جدول تعیین علامت را برای عبارت مقابل لگاریتم رسم می‌کنیم.

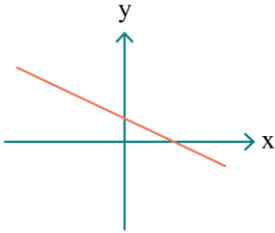
	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f(2x) - f(x-1)$	+	+	○	-
$f(x) - f(6+3x)$	-	○	+	+
$\frac{f(2x) - f(x-1)}{f(x) - f(6+3x)}$	-	○	+	○

پس دامنه‌ی تابع $f(x)$ بازه‌ی $(-3, -1)$ می‌باشد. یعنی:

$$(a, b) = (-3, -1) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a - b = -3 - (-1) = -2$$

گروه آموزشی ماز

۹- فرض کنید f تابعی خطی است که نمودار آن در شکل مقابل رسم شده است. اگر تابع $g(x) = \frac{f(f(x))}{f(-x)}$ ، تابعی ثابت باشد مقدار $\frac{f(4)-f(2)}{g(2)}$ کدام است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

تابع $f(x)$ خطی است، پس ضابطه‌ی آن به صورت $f(x) = ax + b$ می‌باشد. بنابراین:

$$g(x) = \frac{f(f(x))}{f(-x)} \Rightarrow g(x) = \frac{a(ax+b)+b}{a(-x)+b} \Rightarrow g(x) = \frac{a^2x+ab+b}{-ax+b} = \frac{a^2(x+\frac{ab+b}{a^2})}{-a(x-\frac{b}{a})} = -a \times \frac{x+\frac{ab+b}{a^2}}{x-\frac{b}{a}}$$

تابع $g(x)$ ثابت است، پس باید صورت و مخرج کسر ساده شوند، یعنی:

$$x + \frac{ab+b}{a^2} = x - \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{ab+b}{a^2} = -\frac{b}{a} \quad \text{با توجه به نمودار } (b, a, f(x)) \text{ صفر نیستند}$$

$$\frac{a+1}{a} = -1 \Rightarrow a+1 = -a \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = -a = \frac{1}{2}, \quad f(x) = -\frac{1}{2}x + b$$

$$\frac{f(4)-f(2)}{g(2)} = \frac{(-2+b)-(-1+b)}{\frac{1}{2}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۰- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = 2^x + \frac{m}{x}$ و دامنه‌ی $(0, +\infty)$ مفروض است. اگر $m < 0$ و $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(1)$ باشد، مقدار $f(-4m)$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(1) = a$ باشد، در این صورت:

$$f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2 \Rightarrow f(a) = 2^a + \frac{m}{a} = 2 \Rightarrow \frac{m}{a} = 2 - 2^a$$

$$2f^{-1}(1) = a \Rightarrow f^{-1}(1) = \frac{a}{2} \Rightarrow f\left(\frac{a}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}} + \frac{m}{\frac{a}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{2m}{a} = 1 - 2^{\frac{a}{2}} \xrightarrow{\frac{m}{a} = 2 - 2^a} 2(2 - 2^a) = 1 - 2^{\frac{a}{2}}$$

$$\Rightarrow 4 - 2 \times 2^a = 1 - 2^{\frac{a}{2}} \xrightarrow{\text{تغییر متغیر } \frac{a}{2} = t \Rightarrow 2^a = 2^{2t}} 4 - 2 \times 2^{2t} = 1 - 2^t \Rightarrow 2t^2 - t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2^a = \frac{9}{4} \Rightarrow a = \log_2 \frac{9}{4} \\ t = -1 \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}} = -1 \quad \text{غیر ممکن} \end{cases}$$

با داشتن a ، مقدار m را به دست می آوریم. ببینید:

$$2^a + \frac{m}{a} = 2 \Rightarrow \frac{9}{4} + \frac{m}{\frac{9}{4}} = 2 \Rightarrow m = -\frac{1}{4} \log_2 \frac{9}{4}$$

$$f(-4m) = f(\log_2 \frac{9}{4}) = 2^{\log_2 \frac{9}{4}} + \frac{-\frac{1}{4} \log_2 \frac{9}{4}}{\log_2 \frac{9}{4}} = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$$

$f(-4m)$ را محاسبه می کنیم:

گروه آموزشی ماز

۱۱- کدام گزینه در مورد معادله $\log_{25}(3-2^x) = \frac{x}{2}$ درست می باشد؟

(۱) دو جواب مختلف العلامت دارد.

(۲) یک جواب در بازه $(0, 1)$ دارد.

(۳) دو جواب مثبت دارد.

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش هندسی برای حل معادلات:

برای مشخص کردن تعداد جواب های معادله $f(x) = g(x)$ ، کافی است نمودار هر دو طرف تساوی یعنی $y = f(x)$ و $y = g(x)$ را در یک دستگاه مختصات، با هم رسم کنیم. نقاط برخورد دو تابع، همان جواب های معادله $f(x) = g(x)$ می باشد.

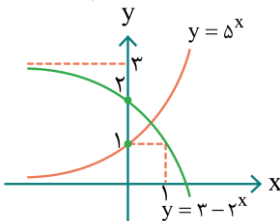
پاسخ تشریحی:

ابتدا دامنه ی تابع را محاسبه می کنیم:

$$3 - 2^x > 0 \Rightarrow 2^x < 3 \Rightarrow x < \log_2 3$$

معادله را به صورت زیر، بازنویسی می کنیم:

$$\log_{25} 3 - 2^x = \frac{x}{2} \Rightarrow 3 - 2^x = 25^{\frac{x}{2}} \Rightarrow 3 - 2^x = 5^x$$

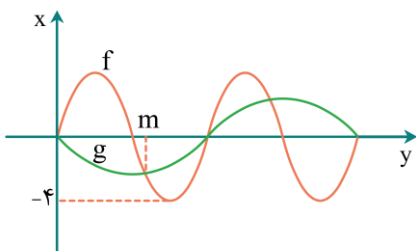


نمودار توابع $y = 3 - 2^x$ و $y = 5^x$ را با هم در یک دستگاه رسم می کنیم. ببینید:

با توجه به نمودار فوق می توان گفت که نمودار دو تابع $y = 5^x$ و $y = 3 - 2^x$ در یک نقطه برخورد دارند پس معادله یک جواب دارد از طرفی این نقطه ی برخورد بین ۰ و ۱ قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- نمودار توابع $f(x) = a \sin(3bx)$ و $g(x) = -b \sin(bx + x)$ در شکل مقابل رسم شده اند. اگر $b > 0$ باشد، مقدار $\cos(3m)$ کدام است؟



$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$



نمودار تابع $f(x)$ در همسایگی راست $x=0$ صعودی است پس a و b هم علامت هستند و چون طبق گفته سؤال $b > 0$ است پس a نیز مثبت است. از طرفی دوره‌ی تناوب تابع g ، دو برابر دوره‌ی تناوب تابع f است. پس:

$$\begin{aligned} f(x) &= a \sin(\sqrt{b}x) \\ g(x) &= -b \sin((b+1)x) \Rightarrow T_g = 2T_f \Rightarrow \frac{2\pi}{|b+1|} = 2 \times \frac{2\pi}{|\sqrt{b}|} \Rightarrow |\sqrt{b}| = |b+1| \\ &\xrightarrow{b>0} \sqrt{b} = b+1 \Rightarrow b = 2 \end{aligned}$$

تابع f مینیممی برابر ۴- دارد پس:

$$f(x) = a \sin(\sqrt{b}x) \xrightarrow[\sin(\sqrt{b}x)=-1]{a>0} \min(f) = -a = -4 \Rightarrow a = 4$$

پس ضابطه‌ی توابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت زیر است:

$$f(x) = 4 \sin 2x, \quad g(x) = -2 \sin 3x$$

توجه داریم که m ریشه‌ی معادله‌ی $f(x) = g(x)$ می‌باشد. پس:

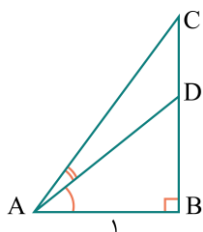
$$f(x) = g(x) \Rightarrow 4 \sin 2x = -2 \sin 3x \Rightarrow 4 \times \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} = -2 \sin 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \\ \cos 3x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

توجه کنید $x = \frac{k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$) صفر تابع $g(x)$ می‌باشد اما m صفر تابع $g(x)$ نمی‌باشد پس در معادله‌ی $\cos 3x = -\frac{1}{4}$ صدق می‌کند. بنابراین:

$$\cos 3m = -\frac{1}{4}$$

گروه آموزشی ماز



۱۳- در شکل مقابل، $\widehat{DAB} = 2\widehat{CAD}$ و $BD = \frac{2}{3}DC$ است. مقدار $\tan^2(\widehat{CAD})$ کدام است؟

$$\sqrt{21} - 3 \quad (2)$$

$$\sqrt{21} + 1 \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{21}-9}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{21}+1}{3} \quad (3)$$



نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر زاویه:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \begin{cases} 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

نسبت‌های مثلثاتی ۳ برابر زاویه:

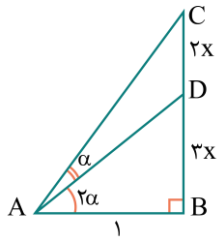
$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha, \quad \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha, \quad \tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$$

برای اثبات روابط مثلثاتی 3α ، از روابط مثلثاتی مجموع ۲ زاویه $(\alpha + \beta)$ استفاده می‌کنیم و به جای β ، 2α قرار می‌دهیم تا بعد از ساده‌سازی روابط، نسبت‌های مثلثاتی 3α به دست می‌آیند.



با فرض $\angle CAD = \alpha$ ، می توان گفت $\angle DAB = 2\alpha$ می باشد. بنابراین:

اگر DC را $2x$ فرض کنیم، در این صورت $DB = 3x$ خواهد بود. بنابراین:



$$\tan 2\alpha = \frac{3x}{1} \Rightarrow \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = 3x \xrightarrow{\times \Delta} \frac{10 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = 15x$$

$$\tan 3\alpha = \frac{5x}{1} \Rightarrow \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha} = 5x \xrightarrow{\times 3} \frac{9 \tan \alpha - 3 \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha} = 15x$$

بنابراین:

$$\frac{9 \tan \alpha - 3 \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha} = \frac{10 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \xrightarrow[\text{تقسیم شود}]{\text{دو طرف بر } \tan \alpha} \frac{9 - 3 \tan^2 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha} = \frac{10}{1 - \tan^2 \alpha}$$

اگر $\tan^2 \alpha = k$ فرض کنیم، داریم:

$$\frac{9 - 3k}{1 - 3k} = \frac{10}{1 - k} \Rightarrow 3k^2 - 12k + 9 = 10 - 30k \Rightarrow 3k^2 + 18k - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 336$$

$$k = \frac{-18 \pm \sqrt{336}}{2 \times 3} \Rightarrow k = \frac{-18 \pm 4\sqrt{21}}{6} = \frac{-9 \pm 2\sqrt{21}}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = \frac{-9 + 2\sqrt{21}}{3} \xrightarrow{k = \tan^2 \alpha} \tan^2 \alpha = \frac{-9 + 2\sqrt{21}}{3} & \text{قیق} \\ k = \frac{-9 - 2\sqrt{21}}{3} \xrightarrow{k = \tan^2 \alpha} \tan^2 \alpha = \frac{-9 - 2\sqrt{21}}{3} & \text{غقیق} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- مجموع جواب های معادله ی $\tan^2(x + \frac{\pi}{8}) = 1 - 4 \cos(2x + \frac{\pi}{4})$ که در بازه ی $(0, \pi)$ قرار دارند، کدام است؟

- $\frac{5\pi}{2}$ (۱) 2π (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) π (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



اتحاد مثلثاتی کاربردی:



$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$



معادله را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\tan^2(x + \frac{\pi}{8}) = 1 - 4 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{1 - \cos(2x + \frac{\pi}{4})}{1 + \cos(2x + \frac{\pi}{4})} = 1 - 4 \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

اگر $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = t$ فرض کنیم، داریم:

$$\frac{1 - t}{1 + t} = 1 - 4t \Rightarrow 1 - t = 1 + t - 4t - 4t^2 \Rightarrow 4t^2 + 2t = 0 \Rightarrow 2t(2t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

k	x
0	$\frac{\pi}{8}$
1	$\frac{5\pi}{8}$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \\ x = k\pi - \frac{11\pi}{12} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

k	x
0	$\frac{5\pi}{12}$
1	$\frac{13\pi}{12}$

تمامی جواب‌های به دست آمده قابل قبول هستند و هیچ کدام $\tan\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$ را تبدیل به عبارت تعریف نشده نمی‌کنند. مجموع جواب‌های معادله در بازه $(\pi, 0)$ برابر $\frac{3\pi}{2}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{b \sin \pi x}{\sqrt{x+3}-2} & x < 1 \\ a[\sin(\pi x)] + [\cos(\frac{\pi}{4}x)] + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) 2π (۳) ۴ (۴) 4π

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

پیوستگی:

شرط پیوستگی تابع در $x=a$ آن است که تابع در $x=a$ و همسایگی این نقطه تعریف شود و همچنین حد تابع در این نقطه با مقدار تابع در این نقطه برابر شود.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

بنابراین:

قضیه‌ی هوییتال:

اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ یک حد مبهم از نوع $\frac{0}{0}$ و $f(x)$ و $g(x)$ توابعی مشتق‌پذیر در $x=a$ باشند، آن‌گاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{قضیه HOP}} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

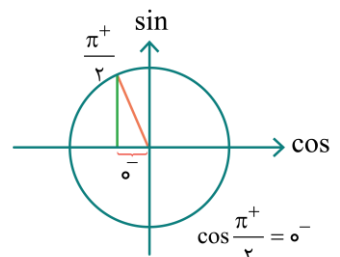
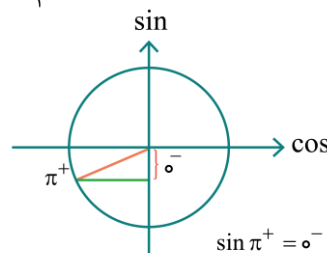
پاسخ تشریحی:

حدهای راست و چپ و مقدار تابع را در $x=1$ به دست می‌آوریم. ببینید:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b \sin \pi x}{\sqrt{x+3}-2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b\pi \cos \pi x}{\frac{1}{2\sqrt{x+3}}} = \frac{-b\pi}{\frac{1}{4}} = -4b\pi$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} a[\sin(\pi x)] + [\cos(\frac{\pi}{4}x)] + 1 = a[\sin(\pi^+)] + [\cos(\frac{\pi^+}{4})] + 1 = a \times (-1) - 1 + 1 = -a$$

$$f(1) = a[\sin \pi] + [\cos \frac{\pi}{4}] + 1 = 1$$



شرط پیوستگی در $x=1$ آن است که $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$ باشد، بنابراین:

$$-4b\pi = -a = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{-1}{4\pi} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-1}{\frac{-1}{4\pi}} = 4\pi$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b \sin x - \sin^2 x}{a \sin x - \sin^3 x} = +\infty$ باشد، مقدار ممکن برای $a+b$ ، کدام می تواند باشد؟

۱/۵ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۵ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

حد فوق $\frac{0}{0}$ (مبهم) می باشد که پس از رفع ابهام جواب آن $+\infty$ می شود، حد را ساده می کنیم. ببینید:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b \sin x - \sin^2 x}{a \sin x - \sin^3 x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\sin^2 x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b \sin x - 2 \sin x \cos x}{a \sin x - (3 \sin x - 4 \sin^3 x)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x (b - 2 \cos x)}{\sin x (a - 3 + 4 \sin^2 x)}$$

$$\xrightarrow{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b - 2 \cos x}{a - 3 + 4(1 - \cos^2 x)} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b - 2 \cos x}{a + 1 - 4 \cos^2 x}$$

اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b - 2 \cos x}{a + 1 - 4 \cos^2 x} = +\infty$ برابر شود در این صورت باید $\lim_{x \rightarrow \pi} a + 1 - 4 \cos^2 x = 0$ شود، پس:

$$a + 1 - 4 = 0 \Rightarrow a = 3$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b - 2 \cos x}{4 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{b - 2 \cos x}{4 \sin^2 x} = +\infty$$

چون $\lim_{x \rightarrow \pi} 4 \sin^2 x = 0^+$ می باشد، پس زمانی حاصل حد، $+\infty$ می شود که صورت کسر موجود در حد یعنی $b - 2 \cos \pi$ عددی مثبت باشد. بنابراین:

$$b - 2 \cos \pi > 0 \Rightarrow b > -2 \xrightarrow{a=3} a + b > 1$$

پس $a + b$ می تواند $1/5$ باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۷- مساحت مستطیلی که از برخورد مجانب های تابع $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + ax + 4}$ به وجود می آید، برابر ۶ است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

($a > 0$)

۸ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

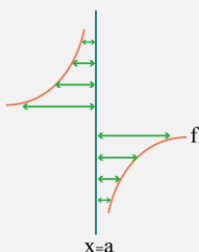
۱۶ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

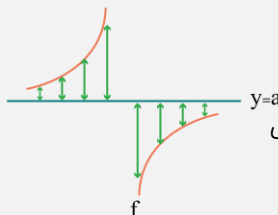


مجانب قائم:

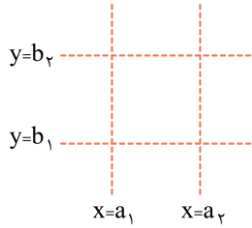


خط $x = a$ را مجانب قائم تابع $f(x)$ می گوئیم هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$. نمودار تابع به مجانب قائم نزدیک و نزدیک تر می شود. زمانی مجانب قائم تابع است که حداقل در یک همسایگی آن، تابع تعریف شود. برای به دست آوردن مجانب قائم، ریشه های مخرج تابع کسری را به دست می آوریم البته در صورتی که صورت را صفر نکند. توابعی مانند $y = \sin x$ که برد محدود دارند، مجانب قائم ندارند.

مجانب افقی:



خط $y = a$ را مجانب افقی تابع $f(x)$ می گوئیم هرگاه $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$. نمودار تابع به مجانب افقی نزدیک و نزدیک تر می شود. برای به دست آوردن مجانب افقی باید $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ را به دست آوریم. اگر حاصل این حد، عدد مشخص a شود، $y = a$ مجانب افقی تابع است. توابعی مانند $y = \sqrt{4 - x^2}$ که دامنه ی محدود دارند، مجانب افقی ندارند.



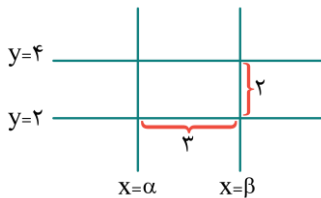
چون از برخورد مجانب‌ها یک مستطیل ایجاد شده پس تابع دو مجانب افقی و دو مجانب قائم دارد.

ابتدا به محاسبه‌ی مجانب‌های افقی می‌پردازیم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 + ax + 4} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 + ax + 4} = 2 \times [2^+] = 4 \Rightarrow y = 4 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 + ax + 4} = 2 \times [2^-] = 2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

توجه داریم $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2 + ax + 4}$ می‌تواند حاصلی بیشتر از 2^+ یا کمتر از 2^- داشته باشد پس $y = 4$ و $y = 2$ مجانب‌های افقی تابع هستند. بنابراین عرض مستطیل برابر ۲ است، پس مستطیل باید طولی برابر ۳ داشته باشد در نتیجه فاصله‌ی مجانب‌های قائم باید از هم برابر ۳ باشد.

ببینید:



فاصله‌ی مجانب‌های قائم تابع، برابر اختلاف جواب‌های معادله‌ی $x^2 + ax + 4 = 0$ است. پس:

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4 \times 1 \times 4 > 0 \Rightarrow a^2 - 16 > 0 \Rightarrow a > 4$$

$$x^2 + ax + 4 = 0 \Rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 - 16}}{1} = 3 \Rightarrow a^2 - 16 = 9 \Rightarrow a = 5$$

بنابراین:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 5x + 4} \Rightarrow f(-2) = \frac{8}{4 - 10 + 4} = -4 \times [-4] = 16$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- خط $y = 2x - 3$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر نمودار تابع f مماس است. معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $g(x) = \frac{x^2}{1 + f(2x)}$ در نقطه‌ای به طول ۲ روی

نمودار این تابع، کدام است؟

$$2x + 9y + 2 = 0 \quad (2)$$

$$9x - 2y + 1 = 0 \quad (1)$$

$$2x - 9y + 2 = 0 \quad (4)$$

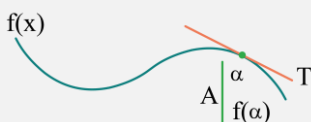
$$9x - 2y - 2 = 0 \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع:



$$m_T = f'(\alpha)$$

$$(T) \Rightarrow y - f(\alpha) = m(x - \alpha)$$

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:



خط مماس در نقطه‌ای به طول $x = 4$ بر نمودار تابع مماس است پس شیب خط مماس برابر ۲ است، یعنی:

$$f(4) = 5, \quad f'(4) = 2$$

برای نوشتن معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $g(x)$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$g(x) = \frac{x^2}{1+f(2x)} \Rightarrow g(2) = \frac{2^2}{1+f(4)} = \frac{2}{3} \Rightarrow g'(x) = \frac{2x(1+f(2x)) - 2f'(2x) \times x^2}{(1+f(2x))^2}$$

$$\Rightarrow g'(2) = \frac{4(1+f(4)) - 2f'(4) \times 4}{(1+f(4))^2} \Rightarrow g'(2) = \frac{4(1+5) - 8 \times 2}{(1+5)^2} = \frac{24-16}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

بنابراین شیب خط مماس بر نمودار تابع g برابر $\frac{2}{9}$ است. پس معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $g(x)$ به صورت زیر است:

$$m_T = g'(2) = \frac{2}{9}, \quad g(2) = \frac{2}{3} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - \frac{2}{3} = \frac{2}{9}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{9}x + \frac{2}{9} \Rightarrow 2x - 9y + 2 = 0$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- نقطه‌ی (a, b) نقطه‌ی ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$ است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

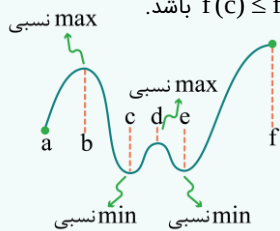
-۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

اکسترمم نسبی:

تابع $f(x)$ در $x = c$ ماکزیمم نسبی دارد، اگر یک همسایگی شامل نقطه‌ی c (مانند (a, b)) موجود باشد که برای هر $x \in (a, b)$ ، $f(c) \geq f(x)$ باشد. همچنین تابع $f(x)$ در $x = c$ مینیمم نسبی دارد، اگر یک همسایگی شامل نقطه‌ی c (مانند (a, b)) موجود باشد که برای هر $x \in (a, b)$ ، $f(c) \leq f(x)$ باشد.



تذکر: نقاط ابتدا و انتهای بازه نمی‌توانند اکسترمم نسبی باشند.

تعیین نقاط اکسترمم نسبی:

برای تعیین نقاط اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ ، کافی است از تابع مشتق گرفته و بعد مشتق را تعیین علامت کنیم. اگر علامت مشتق از چپ به راست از مثبت به منفی تغییر کند نقطه $\max$ نسبی بوده و اگر علامت مشتق از چپ به راست از منفی به مثبت تغییر کند نقطه $\min$ نسبی می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

از تابع مشتق می‌گیریم ببینید:

$$f(x) = 2x - 3(x-1)^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = 2 - 3 \times \frac{2}{3} (x-1)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} \right) = 2 \times \left(\frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{\sqrt[3]{x-1}} \right)$$

	$-\infty$	۱	۲	$+\infty$
$\sqrt[3]{x-1}-1$	-	-	۰	+
$\sqrt[3]{x-1}$	-	۰	+	+
$f'(x)$	+	موجود نیست	۰	+

$$(a, b) = (1, 2) \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

پس نقطه‌ی $(1, f(1))$ یعنی $(1, 2)$ نقطه‌ی ماکزیمم نسبی تابع $f(x)$ است پس:

گروه آموزشی ماز

۲۰- تابع $f(x) = 4\sin x - \cos 2x$ چند نقطه‌ی عطف در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

نقطه عطف:

نقطه $(c, f(c))$ را نقطه عطف تابع $f(x)$ می‌گوییم هرگاه:

(۱) تابع در این نقطه پیوسته باشد.

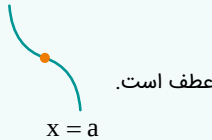
(۲) در این نقطه بتوان خط مماس بر تابع رسم کرد. (خط مماس از تابع می‌گذرد).

(۳) جهت تقعر در این نقطه عوض شود.

عطف نیست. زیرا نمی‌توان در این نقطه یک خط بر منحنی مماس رسم کرد.



$x = a$



$x = a$

عطف است.



$x = a$

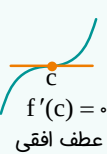
عطف نیست. زیرا تابع در این نقطه پیوسته نیست.



$x = a$

عطف نیست. زیرا تقعر تابع در این نقطه عوض نشده است.

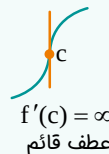
انواع نقطه عطف:



$f'(c) = 0$
عطف افقی



$f'(c) \neq 0$
عطف مایل



$f'(c) = \infty$
عطف قائم

مشتق دوم در نقطه عطف یا صفر است و یا وجود ندارد. برای به دست آوردن نقطه عطف، مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم. اگر علامت مشتق دوم در نقطه‌ای عوض شود، آن نقطه عطف است در صورتی که شرایط نقطه عطف در آن نقطه رعایت شود.

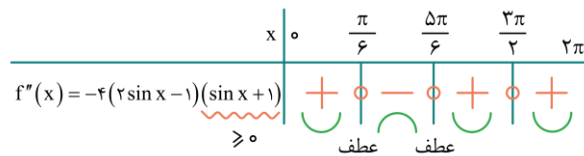
پاسخ تشریحی:

مشتق دوم تابع را به دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم. ببینید:

$$f'(x) = 4\cos x + 2\sin 2x \Rightarrow f''(x) = -4\sin x + 4\cos 2x \Rightarrow f''(x) = -4\sin x + 4 - 8\sin^2 x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -8\sin^2 x - 4\sin x + 4 \Rightarrow f''(x) = -4(2\sin^2 x + \sin x - 1) = -4(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

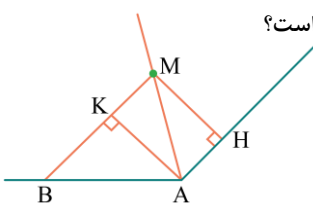
$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$



پس تابع $f(x)$ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ دو نقطه‌ی عطف به طول‌های $x = \frac{\pi}{6}$ و $x = \frac{5\pi}{6}$ دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل مقابل، AM نیمساز زاویه‌ی $\hat{HAB}$ ، $AM = MB = 2AH$ و $AB = 2$ است. مساحت مثلث ABK کدام است؟



$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۴)

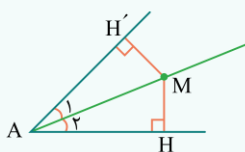
$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

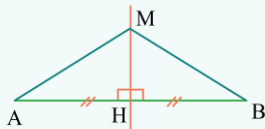
مکان هندسی‌های معروف:

نیمساز: مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از ۲ سر پاره‌خط به یک فاصله‌اند:

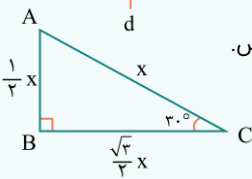


$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \xrightarrow{AM \text{ نیمساز است}} MH = MH'$$

عمود منصف: مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از ۲ سر پاره خط به یک فاصله اند.



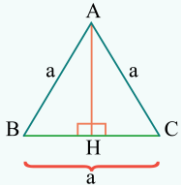
$d \Rightarrow MA = MB$ است عمود منصف AB



مثلث قائم الزاویه: در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبرو به زاویه 30° ، نصف وتر و ضلع مجاور به زاویه 30° ، وتر است و برعکس.

ارتباط مثلث متساوی الساقین و مثلث متساوی الاضلاع: مثلث متساوی الساقینی که یک زاویه 60° دارد، متساوی الاضلاع است.

مساحت مثلث متساوی الاضلاع: مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ می باشد.



$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a, S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

پاسخ تشریحی:

در مثلث قائم الزاویه MAH با توجه به این که AH نصف وتر (AM) است، پس $\angle AMH = 30^\circ$ می باشد. بنابراین:

مثلث MAB متساوی الاضلاع است. $\Rightarrow \angle MAB = \angle MAH = 60^\circ \Rightarrow \angle AMH = 30^\circ$

مساحت مثلث MAB برابر است با:

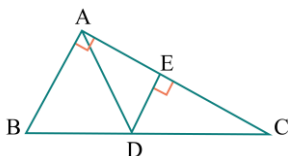
$$S_{\triangle MAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}$$

ارتفاع AK در مثلث متساوی الاضلاع MAB، میانه نیز می باشد و آن را به دو مثلث هم مساحت، تقسیم می کند. یعنی:

$$S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2} S_{\triangle MAB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل مقابل، مثلث $\triangle ABC$ قائم الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) و AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ است. اگر $AD = \sqrt{2}$ و $DC = 2$ باشد، اندازه ی AB کدام است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

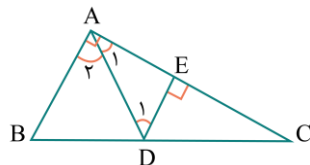
$$\frac{\sqrt{3}}{3} + 1 \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

از آنجایی که دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی اند، پس:



$$\hat{A} = 90^\circ \xrightarrow{AD \text{ نیمساز است}} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 45^\circ$$

$$AB \parallel ED \xrightarrow{AD \text{ مورب}} \hat{A}_2 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{A}_1 = \hat{D}_1$$

مثلث AED قائم الزاویه ی متساوی الساقین است. بنابراین:

$$AE^2 + ED^2 = AD^2 \xrightarrow{AE=ED} 2AE^2 = 2 \Rightarrow AE = ED = 1$$

در مثلث قائم الزاویه ی EDC می توان گفت:

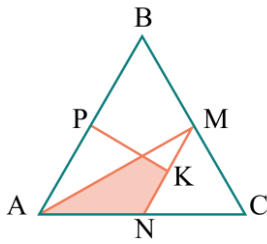
$$ED^2 + EC^2 = DC^2 \Rightarrow 1^2 + EC^2 = 2^2 \Rightarrow EC = \sqrt{2}$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{EC}{AC} = \frac{DC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{AB} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابر قضیه ی تالس:



۲۳- در شکل مقابل M و P وسط اضلاع مثلث و K وسط MN است. مساحت ناحیه هاشور خورده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{5}{24}$

(۳) $\frac{5}{16}$

(۴) $\frac{11}{48}$

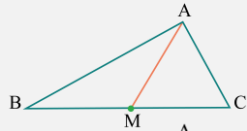
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



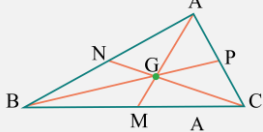
میانها با مساحت مثلث چه کار می کنند:

(۱) با رسم یکی از میانهای مثلثی، دو مثلث با مساحت یکسان ایجاد می شود.



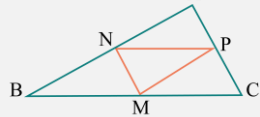
$$S_{\triangle ABM} = S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

(۲) با رسم هر سه میانهای مثلث، شش مثلث کوچکتر با مساحت مساوی ایجاد می شود.



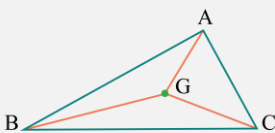
$$S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BNG} = S_{\triangle AGP} = S_{\triangle PCG} = S_{\triangle GMC} = S_{\triangle GMB} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

(۳) اگر پای میانها را به هم وصل کنیم، ۴ مثلث با مساحت مساوی ایجاد می شود.



$$S_{\triangle ANP} = S_{\triangle PMC} = S_{\triangle BNM} = S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

(۴) اگر از نقطه‌ی برخورد میانها (مرکز ثقل) به ۳ رأس مثلث وصل کنیم، ۳ مثلث با مساحت مساوی ایجاد می شود.

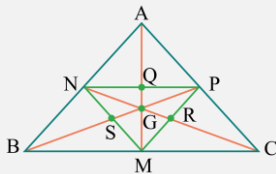


$$S_{\triangle ABG} = S_{\triangle AGC} = S_{\triangle BGC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

با ترکیب نکات فوق داریم:

$$S_{\triangle MNG} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$$

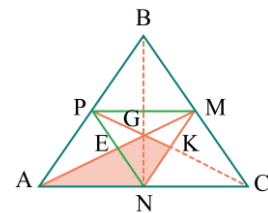
$$S_{\triangle MSG} = \frac{1}{24} S_{\triangle ABC}$$



پاسخ تشریحی:

P را به N وصل می کنیم. میانهای BN را رسم و PK را امتداد می دهیم تا از رأس C عبور کند.

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle AEN}}{S_{\triangle APN}} &= \frac{1}{2}, \quad \frac{S_{\triangle APN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{8} \\ \frac{S_{\triangle EGN}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{1}{12} \end{aligned} \right\} \text{ ناحیه هاشور خورده } = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{8} S_{\triangle ABC} = \frac{5}{24} S_{\triangle ABC}$$



گروه آموزشی ماز

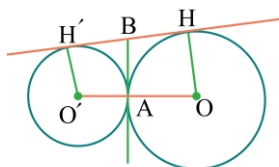
۲۴- در شکل مقابل $OO' = 13$ و $AB = 6$ است. شعاع دایره‌ی بزرگ تر کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۰

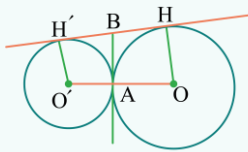
(۳) ۹

(۴) ۷



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



$$BH' = BH = BA$$

طول مماس مشترک خارجی دو دایره:

$$H'H = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \xrightarrow{d=(R+R')} \sqrt{(R+R')^2 - (R - R')^2} = 2\sqrt{RR'}$$

اگر از نقطه‌ای خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول این ۲ مماس با هم برابر است. پس:

پاسخ تشریحی:

چون $HH' = 2AB$ و $AB = 6$ است، پس:

$$HH' = 12 \Rightarrow HH' = \sqrt{(R+R')^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 12 = \sqrt{13^2 - (R - R')^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 144 = 169 - (R - R')^2 \Rightarrow R - R' = 5 \xrightarrow{R+R'=13} R = 9, R' = 4$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- نقاط $A(-5, 2)$ و $B(7, 2)$ در دستگاه مختصات مفروض‌اند. نقاط C و D روی محور x ها و به فاصله‌ی ۲ از یکدیگر قرار دارند. اگر C و D به گونه‌ای باشند که $AD + BC$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، مجموع طول نقاط C و D کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۰

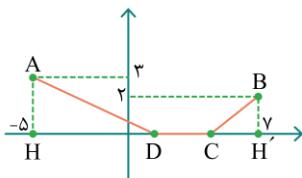
(۲) ۲

(۱) ۴

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:



برای این که $AD + BC$ کمترین مقدار را داشته باشد، باید دو مثلث $\triangle ADH$ و $\triangle BH'C$ متشابه باشند. ببینید:

$$\triangle ADH \sim \triangle BH'C \Rightarrow \frac{AH}{BH'} = \frac{HD}{H'C} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{HD}{H'C} \Rightarrow HD = \frac{3}{2} H'C$$

از طرفی چون $HH' = 12$ می‌باشد، در نتیجه $HD + H'C = 10$ است. پس:

$$HD + H'C = 10 \Rightarrow \frac{3}{2} H'C + H'C = 10 \Rightarrow \frac{5}{2} H'C = 10 \Rightarrow H'C = 4 \Rightarrow HD = 6$$

بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} H'C = 4 \Rightarrow C(3, 0) \\ HD = 6 \Rightarrow D(1, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow x_C + x_D = 4$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- طول اضلاع یک مثلث ۳، ۵ و ۷ است. شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث کدام است؟

$$\frac{14\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

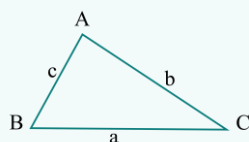
$$\frac{7\sqrt{3}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{14\sqrt{2}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{7\sqrt{2}}{3} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

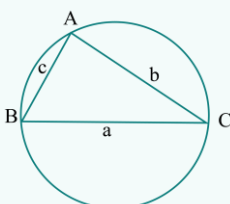
پاسخ: گزینه ۳



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \text{شعاع دایره‌ی محیطی مثلث است } R$$

قضیه‌ی cos هادر مثلث:

قضیه‌ی sin هادر مثلث:



اگر $a = 7$ ، $b = 5$ و $c = 3$ باشد، داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow 7^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 49 = 25 + 9 - 30 \cos \hat{A} \Rightarrow 30 \cos \hat{A} = -15 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

با استفاده از قضیه سین، شعاع دایره‌ی محیطی مثلث را به دست می‌آوریم. ببینید:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}} \Rightarrow R = \frac{7}{2 \times \sin 120^\circ} = \frac{7}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس A کدام است؟

۰ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



معکوس ماتریس:

اگر دترمینان ماتریس مربعی A ، غیرصفر باشد، ماتریس A معکوس‌پذیر است که معکوس آن را با نماد A^{-1} نمایش می‌دهیم. ببینید:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = a \times d - b \times c \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$



$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(B) = 1 \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

ابتدا معکوس ماتریس $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ را به دست می‌آوریم. ببینید:

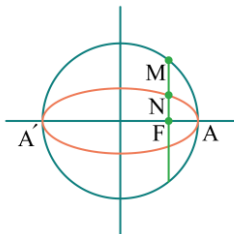
دو طرف تساوی ماتریسی را از چپ در معکوس ماتریس $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم. بنابراین:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{از چپ در } B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \text{ ضرب}} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 4 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

پس اعداد -1 ، 2 و 1 درایه‌های واقع بر سطر اول ماتریس A هستند که مجموع آن‌ها برابر 2 می‌باشد.

گروه آموزشی ماز



۲۸- دایره مقابل به شعاع 5 در نقاط A و A' بر بیضی مماس است. اگر خروج از مرکز بیضی $8/5$ باشد، MN کدام است؟

۱ (۱/۸)

۲ (۱/۵)

۳ (۱/۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

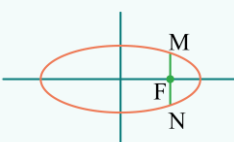
پاسخ: گزینه ۳



وتر کانونی بیضی:

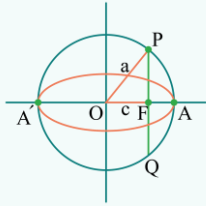
اگر در کانون بیضی، خطی عمود بر قطر بزرگ (موازی قطر کوچک) رسم کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند، آن‌گاه MN وتر کانونی بیضی بوده و طول آن از

$$\text{رابطه‌ی } MN = \frac{2b^2}{a} \text{ به دست می‌آید.}$$



$$MN = \frac{2b^2}{a}$$

اگر یک دایره در دو سر قطر بزرگ بیضی، بر آن مماس شود، آن گاه:



$$\Delta OFP : OF^2 + FP^2 = OP^2 \Rightarrow c^2 + FP^2 = a^2 \Rightarrow FP^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow FP^2 = b^2 \Rightarrow FP = b \\ \Rightarrow PQ = 2FP \Rightarrow PQ = 2b$$

پاسخ تشریحی:

قطر دایره، همان قطر بزرگ بیضی است، پس $a = 5$ می باشد. خروج از مرکز بیضی برابر $c/a = 0.8$ است. پس:

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{c}{5} \Rightarrow c = 4$$

با توجه به رابطه ی $a^2 = b^2 + c^2$ می توان گفت $b = 3$ می باشد. پس:

$$\left. \begin{array}{l} FM = b = 3 \\ FN = \frac{b^2}{a} = \frac{9}{5} = 1.8 \end{array} \right\} \Rightarrow MN = FM - FN \Rightarrow MN = 3 - 1.8 = 1.2$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- یکی از وجه های یک مکعب در صفحه ی YOZ واقع است و خط $\begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases}$ روی یک وجه این مکعب قرار دارد. حجم این مکعب کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



خطوط خاص در فضای $\mathbb{R}^3$:



۱) موازی محور X ها $\Rightarrow \begin{cases} y=a \\ z=b \end{cases}$

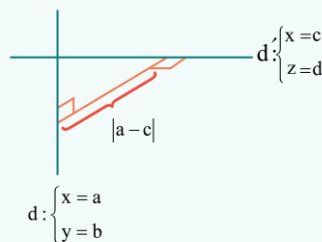
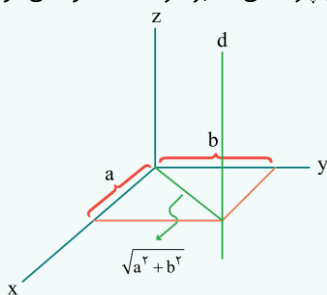
۲) موازی محور Y ها $\Rightarrow \begin{cases} x=a \\ z=b \end{cases}$

۳) موازی محور Z ها $\Rightarrow \begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$

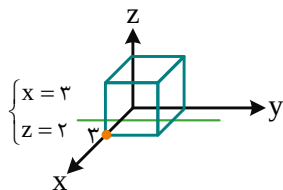
یکی از حالت های فوق را بررسی می کنیم (مثلاً حالت ۳)

خط $d: \begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ موازی محور Z هاست در نتیجه با صفحه های XOZ و YOZ موازی و بر صفحه ی XOY عمود است. فاصله این خط از صفحه ی XOZ و YOZ به ترتیب

برابر $|a|$ و $|b|$ است و فاصله ی آن از محور Z برابر $\sqrt{a^2 + b^2}$ می باشد. خط $d: \begin{cases} x=c \\ z=d \end{cases}$ متناظر هستند و طول پاره خطی که بر هر ۲ خط عمود می شود برابر $|a-c|$ می باشد.



پاسخ تشریحی:



طبق درسنامه، فاصله ی خط $\begin{cases} x=3 \\ z=2 \end{cases}$ از صفحه ی YOZ برابر با ۳ می باشد، یعنی طول ضلع مکعب، ۳ بوده و حجم آن برابر با $3^3 = 27$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- $|\vec{a}| = 3$ و مختصات بردار $\vec{b}$ به صورت $\vec{b} = (9, 0, 12)$ می باشد. اگر اندازه ی تصویر بردار $\vec{a}$ روی امتداد بردار $\vec{b}$ برابر ۱ باشد، اندازه ی تصویر بردار $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ کدام است؟

۱ (۴)

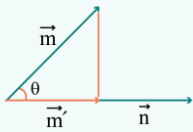
۲ (۳)

۵ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



اندازه‌ی تصویر بردار $\vec{m}$ روی بردار $\vec{n}$:

$$|\vec{m}'| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} \quad (\text{تصویر بردار } \vec{m} \text{ روی بردار } \vec{n})$$

پاسخ تشریحی:

$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} \quad |\vec{b}| = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \rightarrow 1 = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{15} \Rightarrow |\vec{a} \cdot \vec{b}| = 15$$

$$|\vec{b}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|} \Rightarrow |\vec{b}'| = \frac{15}{3} = 5$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- چند سطر از جدول ارزش گزاره‌های $((p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))$ درست است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

چند نکته در مورد گزاره‌ها:

اگر گزاره‌های p و q هم‌ارز (هم‌ارزش) باشند یعنی $p \equiv q$ آن‌گاه $p \Leftrightarrow q$ درست است.

اگر یک گزاره مرکب، از n گزاره ساده بوجود آمده باشد، جدول ارزش آن دارای 2^n سطر است.

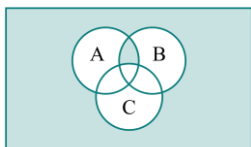
پاسخ تشریحی:

ابتدا ثابت می‌کنیم گزاره‌های $(p \vee q) \Rightarrow r$ ، $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ هم‌ارزش هستند. ببینید:

$$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \vee q) \vee \neg r \equiv (p \wedge \neg r) \vee (q \wedge \neg r) \equiv (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

پس $((p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))$ یک گزاره مرکب همواره درست است که از ۳ گزاره‌ی ساده تشکیل شده است. پس جدول ارزش آن دارای ۸ سطر است و در هر ۸ سطر، ارزش آن درست است.

گروه آموزشی ماز



۳۲- نمودار ون، کدام مجموعه را نمایش نمی‌دهد؟

$$C' - ((A \cup B) - (A \cap B)) \quad (۲)$$

$$((A \cup B') - (B' \cap A)) \cap C' \quad (۴)$$

$$((A' - B) \cup (B \cap A)) \cap C' \quad (۱)$$

$$((A' \cup B') - (A' \cap B')) - C \quad (۳)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

می‌توانیم با جبر مجموعه‌ها، گزینه‌ها را ساده کرده و جواب را به‌دست آوریم. اما برای دستیابی ساده‌تر به جواب، مجموعه‌های مرجع، A ، B و C را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

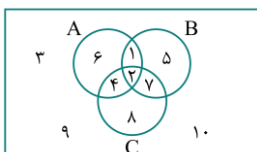
$$U = \{1, 2, \dots, 10\}$$

$$A = \{1, 2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 5, 7\}$$

$$C = \{2, 4, 7, 8\}$$

عضوهای هر کدام از مجموعه‌ها را در نمودار ون قرار دادیم. مجموعه‌ی رنگ شده در صورت سؤال $\{1, 3, 9, 10\}$ است. حال مجموعه‌ی حاصل از هر کدام از گزینه‌ها را به‌دست می‌آوریم. ببینید:



$$A' - B = \{3, 5, 7, 8, 9, 10\} - \{1, 2, 5, 7\} = \{3, 8, 9, 10\}$$

$$B \cap A = \{1, 2\}$$

$$C' = \{1, 3, 5, 6, 9, 10\}$$

$$\{1, 3, 9, 10\} = \text{مجموعه‌ی حاصل در گزینه‌ی ۱}$$

مجموعه‌های حاصل از گزینه‌ی ۲، ۳ و ۴ به صورت زیر هستند:

$$۲ = \{۱, ۳, ۹, ۱۰\}$$

$$۳ = \{۵, ۶\}$$

$$۴ = \{۱, ۳, ۹, ۱۰\}$$

بنابراین مجموعه‌ی حاصل در گزینه‌ی ۳، نمودار ون شبیه به صورت سؤال ندارد.

گروه آموزشی ماز

۳۳- یک تاس آبی و یک تاس قرمز را پرتاب می‌کنیم. اگر عدد تاس آبی بزرگ‌تر از عدد تاس قرمز باشد، با چه احتمالی تاس قرمز ۴ آمده است؟

$$\frac{۲}{۱۳} \quad (۴)$$

$$\frac{۱}{۶} \quad (۳)$$

$$\frac{۲}{۱۵} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۹} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم در پرتاب ۲ تاس، ۳۶ حالت وجود دارد که در ۶ حالت، برآمد هر دو تاس، یکسان است $\{(۱,۱), (۲,۲), \dots, (۶,۶)\}$ پس در ۳۰ حالت دیگر، دو تاس برآمد متفاوتی دارند. بنابراین در نیمی از حالت‌ها یعنی ۱۸ حالت، عدد تاس آبی بزرگ‌تر از عدد تاس قرمز و در ۱۵ حالت دیگر عدد تاس قرمز بزرگ‌تر از عدد تاس آبی می‌باشد، یعنی فضای نمونه‌ای ۱۵ عضو دارد. از طرفی پیشامد آن که عدد تاس قرمز برابر ۴ و عدد تاس آبی بزرگ‌تر از قرمز باشد، دو عضو بیشتر ندارد. ببینید:

$$\text{عدد تاس قرمز} = \left\{ \begin{array}{c} \uparrow \\ (۵, ۴), (۶, ۴) \\ \downarrow \\ \text{عدد تاس آبی} \end{array} \right\}$$

پیشامدی که عدد تاس آبی از عدد تاس قرمز بیشتر باشد: حالت مطلوب

پس احتمال موردنظر برابر $\frac{۲}{۱۵}$ است.

می‌توانستیم از فرمول احتمال شرطی استفاده کنیم که این کار را حتماً به عنوان روش دوم، خودتان انجام دهید. 😊

گروه آموزشی ماز

۳۴- در یک ظرف، ۳ مهره‌ی آبی و ۱ مهره‌ی قرمز و در ظرف دیگری ۲ مهره‌ی آبی و ۶ مهره‌ی قرمز قرار دارد. از ظرف اول یک مهره برمی‌داریم و بدون مشاهده رنگ آن، در ظرف دوم قرار می‌دهیم. حال از ظرف دوم یک مهره برمی‌داریم، اگر آبی باشد، با کدام احتمال، مهره‌ای است که از ظرف اول در ظرف دوم انداخته‌ایم؟

$$\frac{۳}{۱۱} \quad (۴)$$

$$\frac{۹}{۴۹} \quad (۳)$$

$$\frac{۱}{۳} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۹} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{ll} A: \text{احتمال آن که مهره انتخابی از ظرف دوم، مهره ظرف اول باشد} \rightarrow \frac{۱}{۹} & B: \text{احتمال آن که مهره برداشته شده از ظرف دوم آبی باشد} \rightarrow \frac{۳}{۴} \\ A': \text{احتمال آن که مهره انتخابی از ظرف دوم، از ابتدا در ظرف دوم بوده باشد} \rightarrow \frac{۸}{۹} & B: \text{احتمال آن که مهره برداشته شده از ظرف دوم آبی باشد} \rightarrow \frac{۲}{۸} \end{array}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۹}}{\frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۹} + \frac{۲}{۸} \times \frac{۸}{۹}} = \frac{\frac{۳}{۳۶}}{\frac{۳}{۳۶} + \frac{۲}{۳۶}} = \frac{\frac{۳}{۳۶}}{\frac{۵}{۳۶}} = \frac{۳}{۵}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{3} P(B|A) = \frac{1}{3}$ باشد، احتمال این که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد، کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

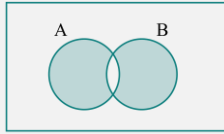
$\frac{5}{9}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

درگوشی از احتمال:

احتمال آن که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد یعنی دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد.



$A' \Delta B' = A \Delta B$

با توجه به این که $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ ثابت می‌کنیم: $P(A' \Delta B') = P(A \Delta B)$

$P(A' \Delta B') = P(A') + P(B') - 2P(A' \cap B') = \frac{P(A')=1-P(A), P(B')=1-P(B)}{P(A' \cap B')=P(A \cup B)'} \rightarrow 1 - P(A) + 1 - P(B) - 2P(A \cup B)'$

$P(A' \Delta B') = 1 - P(A) + 1 - P(B) - 2(1 - P(A \cup B)) = 2 - P(A) - P(B) - 2 + 2P(A \cup B)$

$= -P(A) - P(B) + 2(P(A) + P(B) - P(A \cap B))$

$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = P(A \Delta B)$

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که $P(A|B) = P(A)$ پس پیشامدهای A و B مستقل هستند، بنابراین $P(B|A) = P(B)$ و می‌توان نوشت:

$\frac{1}{3} P(B|A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B|A) = \frac{2}{3} \xrightarrow{P(B|A)=P(B)} P(B) = \frac{2}{3} \xrightarrow{A, B \text{ مستقل اند}}$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

احتمال آن که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد، برابر است با:

$P(A' \Delta B') = P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 2 \times \frac{2}{9} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

گروه آموزشی ماز

۳۶- داده‌های زیر دارای ۲ مد هستند. ضریب تغییرات آن‌ها کدام است؟

۱, ۲, ۳, ۳, ۲, ۴, ۶, ۳, ۱۴, x

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

میانگین:

$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

واریانس:

$\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$

انحراف معیار:

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

ضریب تغییرات:

مد:

داده‌ای که بیشترین فراوانی دارد را مد می‌گوییم. اگر دو داده دارای فراوانی یکسان و بیشترین فراوانی نسبت به سایر داده‌ها باشند، در این صورت داده‌ها دارای ۲ مد هستند. (دو مده)



برای این که داده‌ها دارای دو مد باشند، باید فراوانی داده‌ی ۲ و ۳ یکسان باشد پس $x = 2$ است.

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+3+2+4+6+3+14+2}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2 + 3(2-4)^2 + 3(3-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2 + (14-4)^2}{10} = \frac{128}{10} = \frac{64}{5} \Rightarrow \sigma = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = \frac{\frac{8\sqrt{5}}{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- چند عدد طبیعی وجود دارد که به ازای حداقل یک مقدار صحیح x ، هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ را بشمارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



a شمارنده‌ی هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ می‌باشد، پس $a | 3x+4$ و $a | 5x-4$. باید x را از روابط حذف کنیم. ببینید:

$$\begin{aligned} a | 3x+4 &\Rightarrow a | 5 \times (3x+4) \Rightarrow a | 15x+20 \\ a | 5x-4 &\Rightarrow a | -3 \times (5x-4) \Rightarrow a | -15x+12 \end{aligned}$$

سمت راست روابط را باهم جمع می‌کنیم

$$\Rightarrow a | 32 = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$$

سؤالات منتخب: ??

مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی x ، که به ازای آن، بزرگ‌ترین عدد ممکن، هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ را می‌شمارد، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

گروه آموزشی ماز

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی x که در معادلهٔ سیالهٔ $19^{101}x - 40y = 1$ صدق می‌کند، کدام است؟

۵ (۲)

۱۰ (۱)

(۴) برای x مقدار طبیعی وجود ندارد که در معادله صدق کند.

۱ (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



اولاً معادله شرط وجود جواب را دارد.

$$(19^{101}, 40) | 1$$

$$19^{101}x - 40y = 1 \Rightarrow 19^{101}x \equiv 1 \pmod{40}$$

$$19^2 \equiv 1 \pmod{40} \xrightarrow{\times 19} 19^3 \equiv 19 \pmod{40} \xrightarrow{\times 19} 19^4 \equiv 361 \equiv 1 \pmod{40}$$

معادله را حل می‌کنیم. ببینید:

$$\Rightarrow 19x \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow -21x \equiv 1 + 2 \times 40 \pmod{40} \Rightarrow -21x \equiv 81 \pmod{40} \xrightarrow{\div 3} -7x \equiv 27 \pmod{40}$$

$$\Rightarrow 33x \equiv 27 \pmod{40} \xrightarrow{\div 3} 11x \equiv 9 \pmod{40} \Rightarrow 11x \equiv 9 + 5 \times 40 \pmod{40} \Rightarrow 11x \equiv 209 \pmod{40} \xrightarrow{\div 11} x \equiv 19 \pmod{40}$$

$$\Rightarrow x - 19 = 40k \xrightarrow{k=0} \min(x) = 19 \Rightarrow \text{جواب} = 1 + 9 = 10$$

سؤالات منتخب: ??

باقی‌مانده‌ی تقسیم 19^{1919} بر ۴۰ کدام است؟

۳۹ (۴)

۲۹ (۳)

۱۹ (۲) ✓

۱ (۱)

سؤالات منتخب:

باقی مانده تقسیم $19^{18}17$ بر ۴۰ کدام است؟
 ۱ (۱) ✓ ۱۹ (۲) ۲۹ (۳) ۳۸ (۴)

گروه آموزشی ماز

۳۹- گراف ۳- منتظم G از مرتبه ۶، دور فرد ندارد. مکمل آن چند ۷- مجموعه دارد؟

۱۲ (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

مکمل گراف:

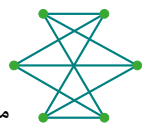
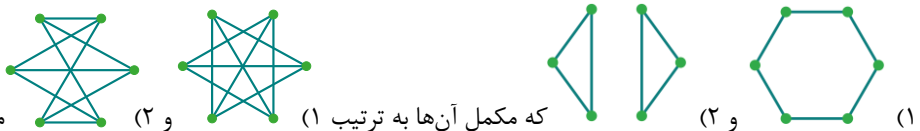
مکمل گراف ۲- منتظم از مرتبه p ، یک گراف $p-1-2$ منتظم از مرتبه p است.

احاطه‌گری در گراف کامل:

عدد احاطه‌گری گراف کامل از مرتبه p (K_p)، یک است و هر مجموعه‌ای شامل یک رأس گراف، مجموعه‌ای احاطه‌گر مینیمم می‌باشد. گراف K_p به غیر از مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم (که مینیمال هستند) مجموعه‌ای احاطه‌گر مینیمال دیگری ندارد.

پاسخ تشریحی:

مکمل هر گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶، یک گراف ۲- منتظم از مرتبه ۶ است. ۲ گراف ۲- منتظم از مرتبه ۶ وجود دارد. ببینید:



نبوده زیرا دور فرد دارد پس گراف ۳- منتظم شماره ۲ موردنظر سؤال است که مکمل آن گراف می‌باشد که دارای ۶ مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ چند جواب طبیعی دارد که حداقل یکی از x_1 یا x_2 یا x_3 فرد باشد؟

۱۳۵ (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۰ (۳) ۴۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

جمع ۳ عدد طبیعی:

زوج = زوج + زوج + زوج
 زوج = فرد + فرد + زوج
 فرد = زوج + زوج + فرد
 فرد = فرد + فرد + فرد

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n+k-1}{k-1}$ است.

تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که جمع سه عدد طبیعی x_1, x_2, x_3 زوج می‌باشد، پس یا باید یکی از این سه عدد زوج و دو تای دیگر فرد باشد و یا هر ۳ عدد زوج باشند بنابراین جواب‌هایی که هر ۳ عدد x_1, x_2, x_3 زوج هستند را از کل جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ کم می‌کنیم.

$$\text{تعداد کل جواب‌های طبیعی} = \binom{19}{2} = \frac{19 \times 18}{2} = 171$$



اگر هر سه عدد x_1 ، x_2 و x_3 زوج باشند، می‌توانیم با تغییر متغیر $x_1 = 2x'_1$ ، $x_2 = 2x'_2$ ، $x_3 = 2x'_3$ تعداد جواب‌های زوج معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ را به‌دست آوریم. ببینید:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 20 \Rightarrow 2x'_1 + 2x'_2 + 2x'_3 = 20 \Rightarrow x'_1 + x'_2 + x'_3 = 10$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی معادله} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$171 - 36 = 135 \text{ تعداد جواب‌های طبیعی که حداقل یکی از } x \text{ ها فرد باشد}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۴۱- متحرک A در مبدأ زمان با تندی ثابت $8 \frac{m}{s}$ در جهت محور x از مبدأ مکان شروع به حرکت می کند. متحرک B نیز در مبدأ زمان از حال سکون و با

شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از مکان $x = 18m$ شروع به حرکت می کند. این دو متحرک چند بار از کنار هم می گذرند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی

معادله مکان - زمان دو متحرک را می نویسیم و آن ها را با هم برابر قرار می دهیم تا ببینیم در چه لحظه ای به هم می رسند.

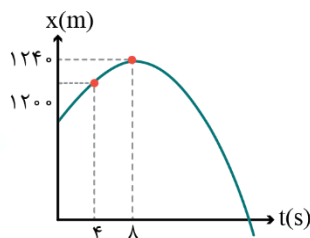
$$x_A = vt + x, \Rightarrow x_A = 8t$$

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v.t + x, \Rightarrow x_B = t^2 + 18$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 8t = t^2 + 18 \Rightarrow t^2 - 8t + 18 = 0$$

دلتای معادله درجه ۲ بالا برابر $\Delta = b^2 - 4ac = 64 - 72 = -8$ است که عددی منفی می باشد و این معادله ریشه حقیقی ندارد، یعنی دو متحرک از کنار هم نمی گذرند.

گروه آموزشی ماز



۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی به جرم $800kg$ که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل است.

در یک بازه زمانی به طول ۳s که در آن بازه، تندی متوسط متحرک کمینه است، به ترتیب از راست به چپ، اندازه

تغییرات تکانه جسم و مسافت طی شده توسط آن چند واحد SI است؟

۱۱/۲۵، ۱۲۰۰۰ (۱)

۲۲/۵، ۱۲۰۰۰ (۲)

۱۱/۲۵، ۶۰۰۰ (۳)

۲۲/۵، ۶۰۰۰ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت، اگر در یک بازه زمانی دلخواه با طول مشخص، بخواهیم تندی متوسط کمینه شود، باید آن بازه را به گونه ای در نظر بگیریم که لحظه تغییر جهت متحرک (رأس سهمی) وسط آن بازه باشد.

گام اول:

رأس سهمی در لحظه $t = 8s$ قرار دارد، پس طبق نکته ارائه شده، بازه زمانی مورد نظر سؤال، بازه $6/5s < t < 9/5s$ است.

گام دوم:

ابتدا با توجه به اطلاعات نمودار، شتاب حرکت را به دست می آوریم. سرعت در لحظه $t = 8s$ برابر با صفر است، پس با توجه به مفهوم شتاب، سرعت در لحظه $t = 4s$ ، یعنی ۴ ثانیه قبل از رأس برابر $v = -4a$ است. جابه جایی در این بازه برابر است با:

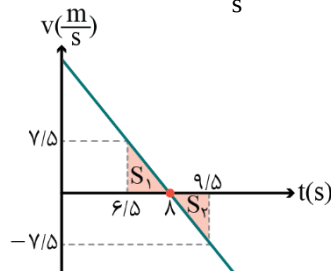
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow (124 - 120) = \frac{-4a + 0}{2} \times 4$$

$$\Rightarrow 40 = -8a \Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم:

سرعت در لحظه $t = 6/5s$ (قبل از رأس) برابر $v = -1/5a = 7/5 \frac{m}{s}$ و در لحظه $t = 9/5s$ (پس از رأس) برابر $v = 1/5a = -7/5 \frac{m}{s}$ است.

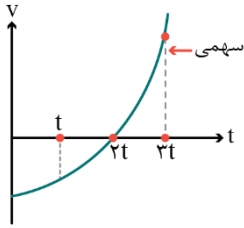
به عبارتی می توان نمودار سرعت - زمان را به شکل زیر رسم کرد.



$$\text{مسافت: } \ell = |S_1| + |S_2| = 2|S_1| = 2 \times \frac{1/5 \times 7/5}{2} = 11/25 m$$

$$\text{تغییرات تکانه: } \Delta p = m\Delta v = 800 \times (-7/5 - 7/5) = -1200 \frac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow |\Delta p| = 1200 \frac{kg \cdot m}{s}$$

۴۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متوسط متحرک در t ثانیه های اول، دوم و سوم حرکت به ترتیب a_1 ، a_2 و a_3 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟



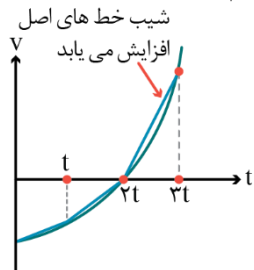
- (۱) $a_1 = a_2 = a_3$
- (۲) $a_1 > a_2 > a_3$
- (۳) $a_3 > a_2 > a_1$
- (۴) $a_3 > a_1 > a_2$

(آسان - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

شیب خط واصل دو نقطه از نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متوسط در آن بازه زمانی است. با توجه به شکل زیر، $a_3 > a_2 > a_1$ است.



گروه آموزشی ماز

۴۴- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI برابر $x = 2t^2 - 24t + 17$ است. در کدام یک از بازه های زمانی زیر، نسبت تندى متوسط به اندازه سرعت متوسط بزرگ تر است؟

(۴) $3s < t < 7s$

(۳) $4s < t < 7s$

(۲) $3s < t < 6s$

(۱) $1s < t < 3s$

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

ابتدا با مقایسه معادله داده شده و معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 24t + 17 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -24 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v = 4t - 24$$

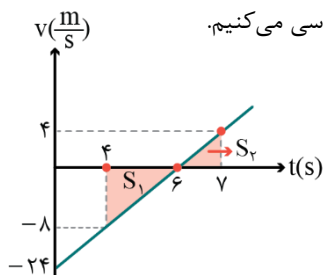
گام دوم:

در ۶ ثانیه اول حرکت، v منفی است و متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند. متحرک در لحظه $t = 6s$ تغییر جهت می دهد و پس از لحظه $t = 6s$ ، چون v مثبت است، متحرک در جهت محور x حرکت می کند.

گام سوم:

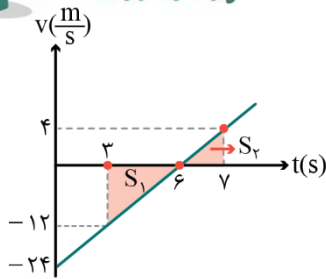
در بازه های زمانی گزینه های (۱) و (۲)، متحرک تغییر جهت نمی دهد، پس سرعت متوسط و تندى متوسط هم اندازه اند و نسبت تندى متوسط به اندازه سرعت متوسط کمترین مقدار ممکن را دارد و این دو گزینه نمی توانند پاسخ صحیح باشند. در ادامه گزینه های (۳) و (۴) را بررسی می کنیم.

بررسی بازه $4s < t < 7s$:



$$\begin{cases} v_{av} = \frac{-|S_1| + |S_2|}{\Delta t} \\ s_{av} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{|S_1| + |S_2|}{|S_1| - |S_2|} = \frac{8 + 2}{8 - 2} = \frac{5}{3}$$

بررسی بازه $3s < t < 7s$:



$$\begin{cases} v_{av} = \frac{-|S_1| + |S_2|}{\Delta t} \\ s_{av} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{|S_1| + |S_2|}{|S_1| - |S_2|} = \frac{18 + 2}{18 - 2} = \frac{5}{4}$$

بنابراین نسبت مورد نظر در بازه گزینه (۳) بزرگتر از سایر گزینه‌ها است.

روش تستی:

در بازه‌ای نسبت تندی متوسط به اندازه سرعت متوسط بزرگتر است که لحظه تغییر جهت ($t = 6s$) در آن بازه قرار داشته باشد و وسط آن بازه به لحظه تغییر جهت نزدیکتر باشد.

$$4s < t < 7s \Rightarrow \text{وسط بازه} = \frac{4+7}{2} = 5.5s$$

$$3s < t < 7s \Rightarrow \text{وسط بازه} = \frac{3+7}{2} = 5s$$

بنابراین بازه $4s < t < 7s$ پاسخ سؤال است.

گروه آموزشی ماز

۴۵- اگر به جسمی به جرم $3kg$ ، نیروی خالص $33N$ را وارد کنیم تا از حال سکون شروع به حرکت کند، پس از چند ثانیه، تندی حرکت آن به $88 \frac{m}{s}$ می‌رسد؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

محاسبه شتاب:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{33}{3} = 11 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم:

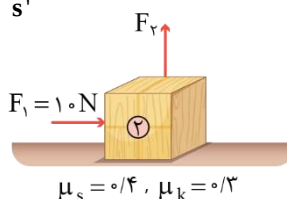
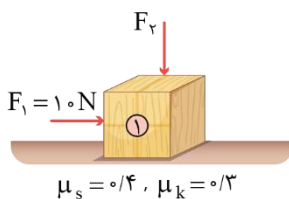
محاسبه زمان:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 11 = \frac{88}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 8s$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، دو جسم مشابه به جرم‌های $4kg$ روی سطح افقی ساکن هستند و نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به هر کدام از آن‌ها وارد می‌شوند. اگر در هر دو شکل،

بزرگی نیروی $\vec{F}_2$ به تدریج از صفر تا $20N$ افزایش یابد، کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



الف: نیروی اصطکاک بین جسم (۲) و سطح افقی ثابت می‌ماند.

ب: نیروی اصطکاک بین جسم (۱) و سطح افقی ثابت می‌ماند.

ج: نیروی اصطکاک بین جسم (۲) و سطح افقی ابتدا ثابت می‌ماند، سپس کاهش می‌یابد.

د: نیروی اصطکاک بین جسم (۱) و سطح افقی ابتدا ثابت می‌ماند، سپس کاهش می‌یابد.

(۴) (ج) و (د)

(۳) (ب) و (ج)

(۲) (الف) و (د)

(۱) (الف) و (ب)

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

نیروی اصطکاک جنبشی همواره از رابطه $f_k = \mu_k F_N$ به دست می‌آید، ولی نیروی اصطکاک ایستایی از شرط تعادل جسم به دست می‌آید و نمی‌توان گفت همواره برابر $\mu_s F_N$ است. فقط وقتی که جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، اصطکاک ایستایی برابر $f_{s_{max}} = \mu_s F_N$ می‌شود.

گام اول:

بررسی جسم (۱):

در ابتدا که $F_y = 0$ برابر صفر است، نیروی عمودی سطح برابر $F_N = mg = 40 \text{ N}$ است و در نتیجه $f_{s\max} = \mu_s F_N = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N}$ می‌باشد، بنابراین نیروی $F_x = 10 \text{ N}$ نمی‌تواند جسم را به حرکت دریاورد. در این حالت نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بوده و هم‌اندازه F_x ، یعنی برابر 10 N می‌باشد. با افزایش نیروی F_y ، نیروی عمودی سطح و $f_{s\max}$ افزایش می‌یابد و جسم باز هم روی سطح افقی حرکت نخواهد کرد و اصطکاک آن با سطح همچنان برابر 10 N است، بنابراین نیروی اصطکاک در این حالت ثابت می‌ماند.

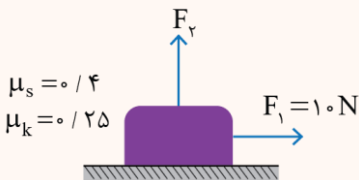
گام دوم:

بررسی جسم (۲):

برای این جسم نیز در ابتدا که $F_y = 0$ است، با استدلالی مشابه حالت قبل، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و برابر 10 N می‌باشد. در این حالت نیروی F_y به سمت بالا بر جسم وارد می‌شود و باعث کاهش F_N و $f_{s\max}$ می‌شود و در نتیجه از جایی به بعد، نیروی F_x بزرگ‌تر از $f_{s\max}$ خواهد شد و جسم شروع به حرکت می‌کند و با تبدیل اصطکاک به اصطکاک جنبشی، نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱:

جسمی به جرم 4 kg در ابتدا، روی یک سطح افقی ساکن است. سپس نیروی افقی $\vec{F}_x$ و نیروی قائم $\vec{F}_y$ به جسم وارد می‌شوند. اگر بزرگی نیروی F_y به تدریج از صفر تا 20 N افزایش یابد، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چه تغییری می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) به تدریج افزایش می‌یابد.

(۲) به تدریج کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) ابتدا ثابت می‌ماند و سپس کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و رابطه‌های مرتبط به این نیروها را می‌نویسیم:

$$F_N = mg - F_y \rightarrow F_N = 40 - F_y$$

برای نیروی F_y طبق صورت سوال دو حالت در نظر می‌گیریم...

حالت اول:

$$f_{s\max} = \mu_s \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg - F_y = 40 - 0 = 40} f_{s\max} = 0.4 \times 40 = 16 \text{ N}$$

چون نیروی F_x کمتر از نیروی اصطکاک ماکزیمم است، پس جسم ساکن می‌ماند.

$$F_{s\max} \geq F_s = F_x$$

حالت دوم:

$$f_{s\max} = \mu_s \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg - F_y = 40 - 20 = 20} f_{s\max} = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

چون نیروی F_x بیشتر از نیروی اصطکاک ماکزیمم است، پس جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک به صورت جنبشی ظاهر می‌شود.

حال چون نیروی اصطکاک جنبشی تا قبل از نیروی 20 N ظاهر شده است و نیروی اصطکاک جنبشی وابسته به F_N است، پس طبق رابطه $F_N = mg - F_y$ هر چه F_y بیشتر می‌شود، F_N کمتر شده و نیروی اصطکاک جنبشی کاهش می‌یابد.

طبق این توضیحات جسم ابتدا ساکن بوده، نیروی اصطکاک ایستایی بوده و ثابت است و سپس با حرکت جسم نیروی اصطکاک جنبشی کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۷- قطعه چوبی را با سرعت افقی $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطحی افقی پرتاب می‌کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح 0.2 است. چوب پس از پیمودن

مسافت چند متر می‌ایستد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۳۶ (۴)

۸۱ (۳)

۹۰ (۲)

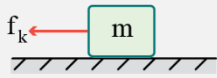
۷۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

اگر جسمی روی سطح افقی فقط تحت تأثیر اصطکاک متوقف شود، شتاب توقف آن برابر $a = -\mu_k g$ است و به جرم جسم ربطی ندارد.



$$F_{\text{net}} = -f_k = -\mu_k mg$$

$$\frac{F_{\text{net}}}{m} = a \Rightarrow a = -\mu_k g$$

گام اول:

محاسبه شتاب توقف

$$a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام دوم:

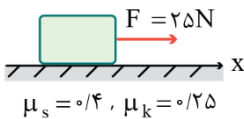
محاسبه مسافت توقف

$$\Delta x = \frac{v_f^2}{2|a|} = \frac{18^2}{2 \times 2} = 81 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- شکل زیر، نیروهای افقی وارد شده به جسمی به جرم 4 kg را نشان می‌دهد که بر روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. تغییر تکانه آن در

مدت ۲ ثانیه، در SI چقدر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۲) ۳۰
(۴) $40\sqrt{2}$

- (۱) صفر
(۳) ۴۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

قانون دوم نیوتون بایان تکانه

نیروی خالص متوسط وارد بر یک جسم برابر آهنگ تغییرات تکانه آن جسم است.

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = F_{\text{net}} \Delta t$$

گام اول:

نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{\text{net}} = F - f_k = F - \mu_k mg = 25 - 0.25 \times 4 \times 10 = 15 \text{ N}$$

دقت کنید که نیروی F بزرگ‌تر از $f_{s\text{max}}$ است و جسم حتماً روی سطح حرکت خواهد کرد.

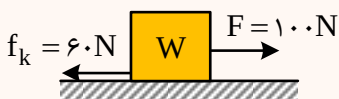
گام دوم:

تغییر تکانه در مدت ۲ ثانیه برابر است با:

$$\Delta p = F_{\text{net}} \Delta t = 15 \times 2 = 30 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

کنکور سراسری ریاضی فارغ‌التحصیلان: ۱۴۰۱

شکل زیر، نیروهای افقی وارد شده به جسمی به وزن W را نشان می‌دهد که بر روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. تغییر تکانه آن در مدت یک ثانیه، در SI چقدر است؟



- (۱) $40\sqrt{2}$
(۲) ۴۰
(۳) ۴۰۰
(۴) $400\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۲

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = F_{\text{net}} \Delta t \Rightarrow \Delta p = (100 - 60) \times 1 \Rightarrow \Delta p = 40 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

۴۹- یک آونگ ساده از وصل کردن گلوله‌ای کوچک به سیمی فلزی ساخته شده است. اگر دمای این آونگ افزایش یابد، دوره تناوب آن می‌یابد و ساعتی که با این آونگ کار می‌کند می‌افتد.

(۲) افزایش - جلو

(۱) افزایش - عقب

(۴) کاهش - عقب

(۳) کاهش - جلو

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

روابط مهم آونگ ساده:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

۱- بسامد زاویه‌ای:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

۲- دوره تناوب:

پاسخ تشریحی:

با افزایش دمای آونگ، طول سیم آن افزایش می‌یابد ($L \uparrow$) و طبق رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ، با افزایش طول آونگ، دوره تناوب آن نیز افزایش می‌یابد ($T \uparrow$).
افزایش دوره تناوب به معنی کندتر کار کردن ساعت است و در نتیجه ساعتی که با این آونگ کار می‌کند، عقب می‌افتد.

گروه آموزشی ماز

۵۰- نوسانگر ساده ای روی محور x در مبدأ زمان از مکان دامنه مثبت ($x = +A$) با بسامد $2/5 \text{ Hz}$ شروع به حرکت می‌کند و در لحظه $t = 2/25$ دارای انرژی پتانسیل 480 میلی‌ژول است. چنانچه در یک تناوب کامل، به ازای دو تندی v_1 و v_2 ($v_1 > v_2$)، اختلاف انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر 32 میلی‌ژول شود، $\frac{v_1}{v_2}$ کدام است؟

$$\sqrt{\frac{11}{7}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{8}{5}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{8}{7}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{6}{5}} \quad (1)$$

(سخت - مفهومی و محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2/5} = 0.25 \rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{2/25}{0.25} = 0.4$$

نوسانگر در این مدت، $0.4/5$ نوسان انجام داده است $\leftarrow$ در لحظه $t = 2/25$ نوسانگر در مکان $x = -A$ قرار دارد. در این حالت نوسانگر دارای انرژی پتانسیل بیشینه است.

$$U_{\max} = E = 480 \text{ mJ} \rightarrow K + U = 480 \text{ mJ}$$

اختلاف انرژی‌های K و U برابر با 32 mJ است. در نتیجه:

$$\text{حالت اول: } K > U \rightarrow K - U = 32 \xrightarrow{K+U=480} K = 256 \text{ mJ}$$

$$\text{حالت دوم: } K < U \rightarrow U - K = 32 \xrightarrow{K+U=480} U = 256 \rightarrow K = 224 \text{ mJ}$$

اکنون تندی را در این دو حالت به دست می‌آوریم:

$$\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 \begin{cases} \xrightarrow{\text{حالت اول}} \frac{256}{480} = \left(\frac{v_1}{v_m}\right)^2 \\ \xrightarrow{\text{حالت دوم}} \frac{224}{480} = \left(\frac{v_2}{v_m}\right)^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{بر هم تقسیم می‌کنیم}} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{256}{224} = \frac{8}{7} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{8}{7}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- شکل زیر، موج عرضی طنابی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد که در آن بسامد نوسانات هر ذره 0.75 هرتز است. بعد از گذشت 17 ثانیه، مختصات مکان

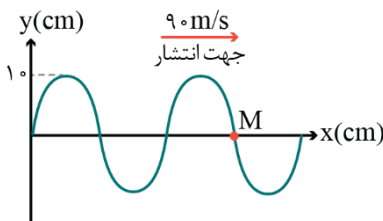
ذره M از طناب کدام است؟

(۱) $[90 \text{ cm}, +10 \text{ cm}]$

(۲) $[90 \text{ cm}, -10 \text{ cm}]$

(۳) $[180 \text{ cm}, -10 \text{ cm}]$

(۴) $[180 \text{ cm}, +10 \text{ cm}]$



(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

یادآوری:

هنگام انتشار یک موج عرضی در طناب، ذرات طناب در جای خود نوسان می‌کنند (بالا و پایین می‌روند) ولی به جلو منتقل می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

$$f = \frac{n}{t} \rightarrow 0.75 = \frac{n}{17} \rightarrow n = \frac{12.75}{4} = 12 + \frac{3}{4}$$

مشخص است که به ازای ۱۲ نوسان کامل، تغییری در مکان ذره بر روی محور y صورت نمی‌گیرد. اما به ازای $n = \frac{3}{4}$ ، با توجه به جهت انتشار موج، ذره از

مکان تعادل به مکان A می‌رسد. دقت شود که طبق نمودار، مکان ذره M در نقطه $\frac{3\lambda}{4}$ قرار دارد و چون ذره با گذشت زمان در راستای انتشار موج عرضی

جابجا نمی‌شود، در هر لحظه‌ای نیز در همان مکان $x = \frac{3\lambda}{4}$ می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

۵۲- مطابق شکل، دو شنونده M و N به ترتیب با تندی‌های v و $3v$ و چشمه صوت S با تندی $2v$ در حال حرکت بر روی مسیر افقی هستند. اگر چشمه صوت S در حال تولید صدا با بسامد f_S و طول موج λ_S باشد، آن‌گاه شنونده M طول موج کوتاه‌تری از λ_S را دریافت می‌کند. چنانچه بسامدی که M و N دریافت می‌کنند به ترتیب f_M و f_N باشد، آن‌گاه



(۱) قطعاً $f_M > f_S$ است و ممکن است $f_N > f_S$ باشد.

(۲) قطعاً $f_M > f_S$ است و قطعاً $f_N < f_S$ است.

(۳) ممکن است $f_M < f_S$ باشد و قطعاً $f_N < f_S$ است.

(۴) ممکن است $f_M < f_S$ باشد و همچنین ممکن است $f_N > f_S$ باشد.

(سخت - مفهومی - ۱۴۰۳)

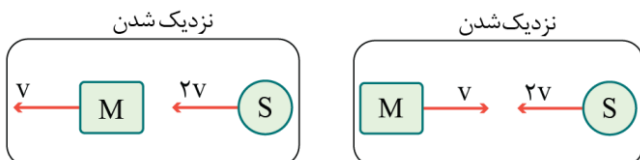
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

چون $\lambda_S > \lambda_M$ است ← فرستنده در حال حرکت است و M در جلوی آن قرار دارد.

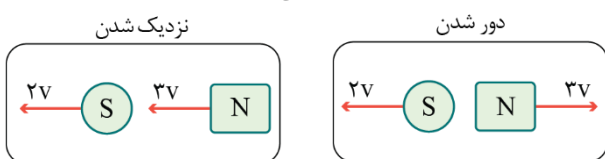
بررسی حالت‌های ممکن

الف: بررسی وضعیت S و M نسبت به یکدیگر



همان‌طور که نشان داده شده، در هر دو حالت S در حال نزدیک‌تر شدن به M است ← قطعاً بسامدی که M دریافت می‌کند بیشتر از f_S است.

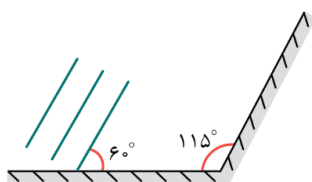
ب: بررسی وضعیت S و N نسبت به یکدیگر



همان‌طور که نشان داده شده، در یک حالت S در حال نزدیک‌تر شدن به N است ($f_N > f_S$) و در حالت دیگر S در حال دورتر شدن از N است. ($f_N < f_S$)

گروه آموزشی ماز

۵۳- شکل زیر، جبهه‌های موج تختی را نشان می‌دهد که به آینه (۱) می‌تابند. زاویه انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی اولیه چند درجه است و این پرتو پس از چند بازتاب از مجموعه آینه‌ها خارج می‌شود؟

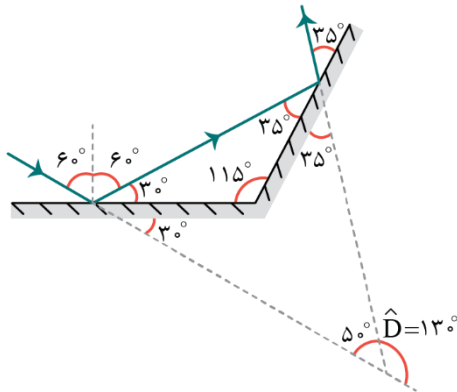


(۱) ۳، ۱۳۰

(۲) ۲، ۱۳۰

(۳) ۲، ۶۵

(۴) ۳، ۶۵



زاویه پرتو با سطح آینه همان زاویه تابش است. با استفاده از قانون بازتاب، مسیر پرتو را رسم می‌کنیم.

مطابق این شکل پرتو پس از ۲ بازتاب، با زاویه انحراف $\hat{D} = 130^\circ$ از مجموعه خارج می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۵۴- طبق مدل اتمی بور، الکترون در اتم هیدروژن، از مدار $n_1 = 2$ به $n_2 = 4$ و سپس از مدار $n_2 = 4$ به $n_3 = 6$ می‌رود. در جابه‌جایی اول، تغییرات شعاع مدار الکترون و تغییرات انرژی الکترون به ترتیب برابر ΔR و ΔE است و در جابه‌جایی دوم، تغییرات شعاع مدار الکترون و تغییرات انرژی آن به ترتیب

$\Delta R'$ و $\Delta E'$ است. نسبت‌های $\frac{\Delta R'}{\Delta R}$ و $\frac{\Delta E'}{\Delta E}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

$$\frac{5}{27}, \frac{5}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3}, \frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3}, 1 \quad (2)$$

$$\frac{5}{27}, 1 \quad (1)$$



رابط مهم مدل بور

۱- شعاع مدار مانای n ام:

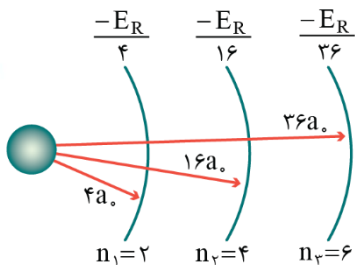
۲- انرژی مدار مانای n ام:

$$r_n = n^2 a_0$$

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$



شکل مقابل شعاع مدارها و انرژی آن‌ها را نشان می‌دهد.



$$\begin{cases} \Delta R = R_4 - R_2 = 16a_0 - 4a_0 = 12a_0 \\ \Delta R' = R_6 - R_4 = 36a_0 - 16a_0 = 20a_0 \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta R'}{\Delta R} = \frac{20a_0}{12a_0} = \frac{5}{3}$$

$$\begin{cases} \Delta E = E_4 - E_2 = \frac{-E_R}{16} - \left(\frac{-E_R}{4} \right) = \frac{3}{16} E_R \\ \Delta E' = E_6 - E_4 = \frac{-E_R}{36} - \left(\frac{-E_R}{16} \right) = \frac{5}{144} E_R \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{\frac{5}{144} E_R}{\frac{3}{16} E_R} = \frac{5}{27}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- نیمه عمر بیسموت ۲۱۲ حدود ۶۰ دقیقه است. پس از گذشت چند ساعت، $\frac{1}{16}$ از ماده اولیه، در نمونه‌ای از این بیسموت، باقی می‌ماند؟

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$



برای محاسبه زمان مورد نیاز می‌توان نوشت:

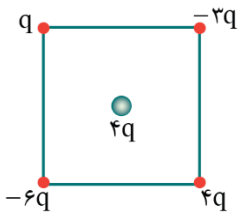
$$N = \frac{N_1}{\frac{t}{\sqrt{T}}} \rightarrow \frac{N}{N_1} = \frac{1}{\frac{t}{\sqrt{T}}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{\frac{t}{\sqrt{T}}} \rightarrow \sqrt{T} = \frac{t}{16} \rightarrow \frac{t}{T} = 4$$

$$\rightarrow t = 4T = 4 \times 60 \text{ min} = 240 \text{ min} = 4 \text{ h}$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- چهار ذره باردار مطابق شکل زیر در رأس‌های مربعی به ضلع a قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی که در مرکز مربع قرار دارد، کدام است؟



$$\frac{12kq^2}{a^2} \quad (2)$$

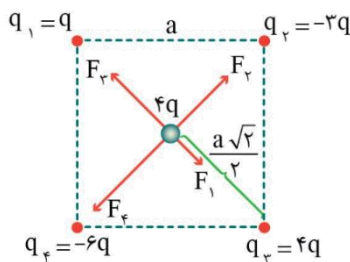
$$\frac{24kq^2}{a^2} \quad (4)$$

$$\frac{24\sqrt{2}kq^2}{a^2} \quad (1)$$

$$\frac{12\sqrt{2}kq^2}{a^2} \quad (3)$$



نیروهای الکتریکی وارد بر بار مرکزی را محاسبه می‌کنیم.



$$F_1 = \frac{kq \times 4q}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{4kq^2}{a^2}$$

$$F_2 = 3F_1 = \frac{12kq^2}{a^2}$$

$$F_3 = 4F_1 = \frac{16kq^2}{a^2}$$

$$F_4 = 6F_1 = \frac{24kq^2}{a^2}$$

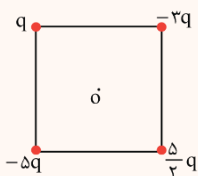
$$F_{1,3} = F_3 - F_1 = \frac{16kq^2}{a^2} - \frac{4kq^2}{a^2} = \frac{12kq^2}{a^2}$$

$$F_{2,4} = F_4 - F_2 = \frac{24kq^2}{a^2} - \frac{12kq^2}{a^2} = \frac{12kq^2}{a^2}$$

$$\rightarrow F_{\text{کل}} = \sqrt{(F_{1,3})^2 + (F_{2,4})^2} = \frac{12kq^2}{a^2} \sqrt{2}$$

کنکور سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲

چهار ذره باردار مطابق شکل زیر در رأس‌های مربعی به ضلع a قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O (مرکز مربع)، کدام است؟



$$\frac{5\sqrt{2}kq}{a^2} \quad (2)$$

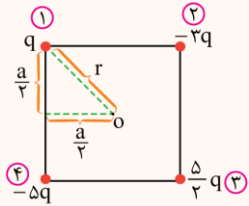
$$\frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} \quad (4)$$

$$\frac{2kq}{a^2} \quad (1)$$

$$\frac{5kq}{a^2} \quad (3)$$

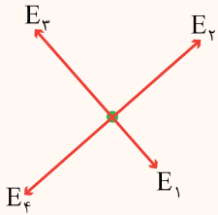
پاسخ: گزینه ۳

باتوجه به شکل، فاصله هر ذره از نقطه O را به دست می آوریم:



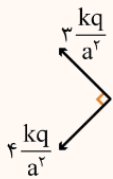
$$r = \sqrt{2} \times \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

حال میدان هر یک از بارها را در نقطه O به دست می آوریم:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{kq}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{kq}{a^2} \\ E_2 = \frac{k(q)}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{kq}{a^2} \\ E_3 = \frac{k\left(\frac{\Delta}{2}q\right)}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{\Delta kq}{a^2} \\ E_4 = \frac{k(\Delta q)}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{kq}{a^2} \end{cases}$$

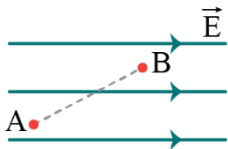
حال برابند میدان را به دست می آوریم:



$$E_O = \frac{kq}{a^2} \sqrt{4^2 + 3^2} = \frac{\Delta kq}{a^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- ذره ای با بار الکتریکی $q < 0$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا B در راستای میدان جابه جا می شود. چه تعداد از موارد زیر الزاماً درست است؟



الف: کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره منفی است.

ب: انرژی جنبشی ذره کاهش می یابد.

ج: انرژی پتانسیل الکتریکی ذره افزایش می یابد.

د: پتانسیل الکتریکی نقطه B کمتر از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

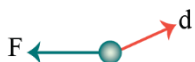
۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد

الف: به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می شود، بنابراین جابه جایی و نیروی الکتریکی زاویه ای بیش از 90° دارند و کار نیروی الکتریکی منفی است.



$$W_E < 0 \quad (\checkmark)$$

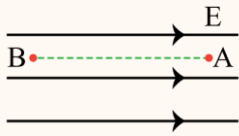
ب: چون از سایر نیروهای وارد بر بار اطلاع نداریم، اظهار نظر قطعی در مورد انرژی جنبشی ممکن نیست. (✗)

ج: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه کار میدان است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد. (✓)

$$\begin{cases} \Delta U = -W_E \rightarrow \Delta U > 0 \\ W_E < 0 \end{cases}$$

د: با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد، پس پتانسیل B کمتر از A است. (✓)

کنکور سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲



ذره‌ای با بار الکتریکی $q < 0$ در يك میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا B در راستای میدان جابه‌جا می‌شود. کدام مورد الزاماً درست است؟

- (۱) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره منفی است.
- (۲) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره مثبت است.
- (۳) انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد.
- (۴) انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

باتوجه به اینکه ذره باردار در جابه‌جایی از A تا B در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده است بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد ($\Delta V > 0$). از طرفی چون ذره دارای بار منفی است بنابراین ΔU_E و ΔV مختلف علامت هستند (یعنی $\Delta U_E < 0$ است). درنتیجه می‌توان نوشت:

$$W_E = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta U_E < 0} W_E > 0$$

بنابراین کار میدان بر روی ذره در این جابه‌جایی الزاماً مثبت است.

چرا گزینه ۳ و ۴ الزاماً نمی‌توانند درست باشند؟

در این سؤال از نیروهای غیر از نیروی الکتریکی صحبتی نشده. بنابراین نمی‌توان با قطعیت گفت کار کل همان کار میدان الکتریکی است.

$$\xrightarrow{\text{قضیه کار-انرژی جنبشی}} W_t = \Delta K \rightarrow W_E + \underbrace{W_{\text{خارجی}}}_{?} = \Delta K$$

کارهای غیر از میدان الکتریکی

گروه آموزشی ماز

۵۸- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه یک خازن، ۴ ولت تغییر کند، تعداد الکترون‌های هر صفحه، 5×10^{12} تا تغییر می‌کند. ظرفیت این خازن

چند میکروفاراد است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۴) ۸

(۳) ۰/۸

(۲) ۲

(۱) ۰/۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

اگر بار یک خازن به اندازه Δq و ولتاژ آن به اندازه ΔV تغییر کند، ظرفیت خازن برابر با:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

گام اول:

محاسبه تغییرات بار الکتریکی

$$\Delta q = ne = 5 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-7} \text{ C} = 0.8 \mu\text{C}$$

گام دوم:

محاسبه ظرفیت خازن

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{0.8}{4} = 0.2 \mu\text{F}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- دو سر سیم رسانایی به طول L و سطح مقطع A و مقاومت ویژه ρ را به اختلاف پتانسیل V وصل کرده‌ایم. اگر در مدت زمان t، از سطح مقطع دلخواهی از رسانا n الکترون عبور کند، V برابر کدام گزینه خواهد بود؟ (e اندازه بار یک الکترون است)

$$\frac{\rho A t}{L n e} \quad (۴)$$

$$\frac{\rho L e}{n A t} \quad (۳)$$

$$\frac{\rho L t}{A n e} \quad (۲)$$

$$\frac{\rho L n e}{A t} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

جریان الکتریکی برابر است با:

$$q = ne = It \rightarrow I = \frac{ne}{t} \quad (۱)$$

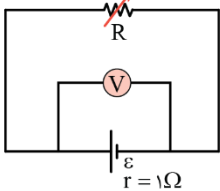
ولتاژ برابر است با:

$$V = RI \rightarrow V = \frac{\rho L}{A} I \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} V = \frac{\rho L}{A} \times \frac{ne}{t} \rightarrow V = \frac{\rho L ne}{At}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- در مدار زیر اگر مقاومت رئوستا را 3Ω کاهش دهیم، عددی که ولتسنج آرمانی نشان می دهد $\frac{32}{35}$ برابر می شود. مقاومت اولیه رئوستا چند اهم است؟



- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۷

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

در مدار با یک باتری و یک مقاومت داریم:

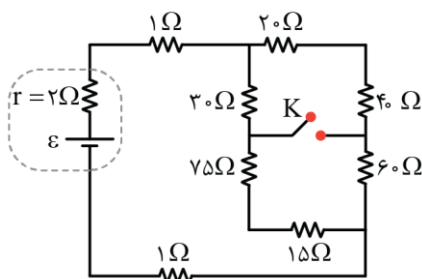
$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R+r} & (1) \\ V = RI & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1), (2)} V = \frac{R\varepsilon}{R+r}$$

با توجه به رابطه ی فوق و شرط داده شده در صورت سؤال داریم:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{32}{35} V_1 \rightarrow \frac{(R-3)\varepsilon}{R-3+1} = \frac{32}{35} \frac{R\varepsilon}{R+1} \\ \rightarrow \frac{R-3}{R-2} &= \frac{32R}{35(R+1)} \rightarrow 35(R^2 - 2R - 3) = 32(R^2 - 2R) \\ \rightarrow 35R^2 - 70R - 105 &= 32R^2 - 64R \\ \rightarrow 3R^2 - 6R - 105 &= 0 \rightarrow R^2 - 2R - 35 = 0 \\ \rightarrow (R-7)(R+5) &= 0 \rightarrow R = 7\Omega \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در شکل زیر، اگر کلید K را وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت 30Ω اهمی چند برابر می شود؟



- (۱) $\frac{2025}{4096}$
(۲) $\frac{1024}{900}$
(۳) $\frac{900}{1024}$
(۴) $\frac{4096}{2025}$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

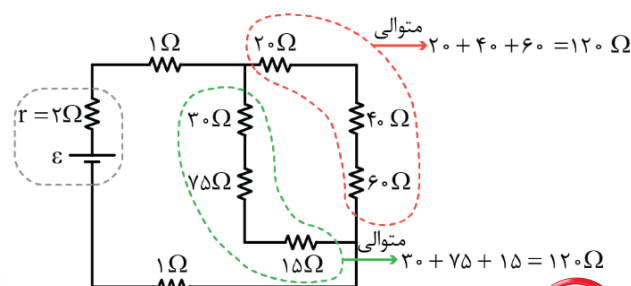
پاسخ: گزینه ۴

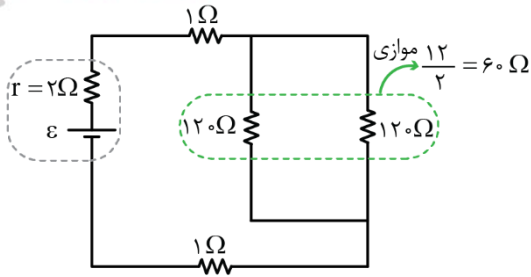
پاسخ تشریحی:

هر یک از حالت ها را جداگانه بررسی می کنیم.

۱- قبل از بستن کلید

در این حالت مقاومت معادل برابر است با:





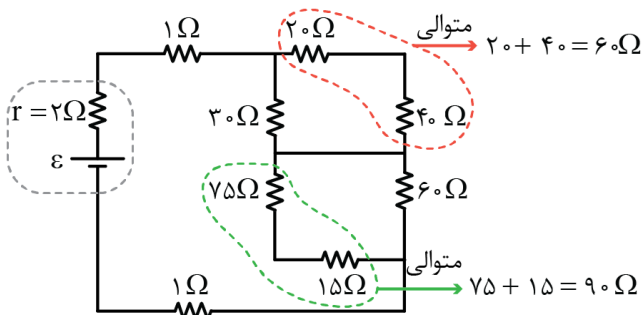
$$R_{eq} = 1 + 6 + 1 = 8\Omega \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{10}$$

این جریان بین دو شاخه موازی به صورت برابر تقسیم می شود و در نتیجه از مقاومت 3Ω ، جریان $\frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon}{10} = \frac{\varepsilon}{20}$ می گذرد.
توان مصرفی مقاومت 3Ω برابر است با:

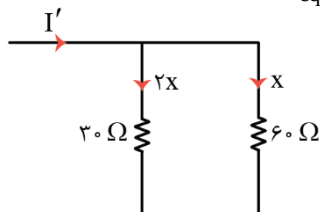
$$P = RI^2 = 3 \times \left(\frac{\varepsilon}{20}\right)^2$$

۲- پس از بستن کلید

در این حالت می توان نوشت:



$$R'_{eq} = 1 + 7 + 21 = 29\Omega \rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{\varepsilon}{31}$$



$$x + 2x = I' \rightarrow 3x = \frac{\varepsilon}{31} \rightarrow x = \frac{\varepsilon}{93}$$

بنابراین جریان مقاومت 3Ω در این حالت برابر $2x = \frac{2\varepsilon}{93}$ است و توان مصرفی آن برابر است با:

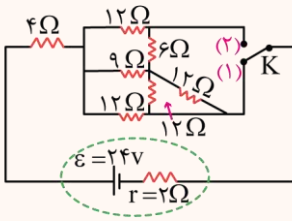
$$P' = RI^2 = 3 \times \left(\frac{2\varepsilon}{93}\right)^2$$

در نهایت با مقایسه توان در دو حالت داریم:

$$\frac{P'}{P} = \frac{\left(\frac{2\varepsilon}{93}\right)^2}{\left(\frac{\varepsilon}{20}\right)^2} = \left(\frac{40}{93}\right)^2 = \frac{1600}{8649}$$

کنکور سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲

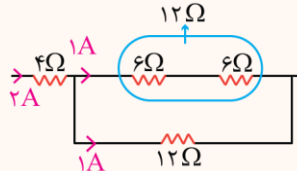
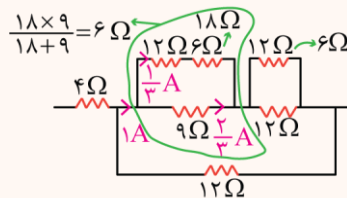
در شکل زیر، اگر کلید را از اتصال (۱) قطع کرده و به (۲) وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی چند برابر می‌شود؟



- (۱) ۳
(۲) ۹
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $\frac{9}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

در حالت (۱) داریم:

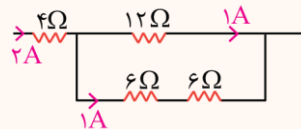
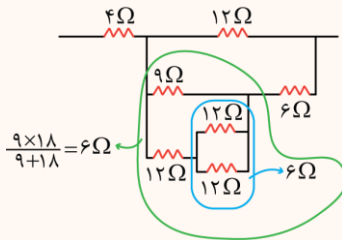


$$R_{eq} = 4 + 6 = 10 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A \rightarrow I_{6\Omega} = \frac{1}{3} A$$

$$P_{6\Omega} = RI^2 = 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} W$$

در حالت دوم داریم:



$$R_{eq} = 4 + 6 = 10 \Omega$$

$$I = \frac{24}{10 + 2} = 2A \rightarrow I_{6\Omega} = 1A$$

$$P_{6\Omega} = RI^2 = 6 \times (1^2) = 6W$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{6}{\frac{2}{3}} = 9$$

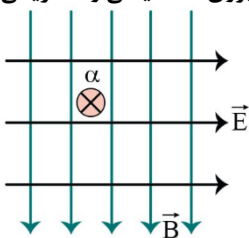
بنابراین نسبت توان مصرفی مقاومت ۶Ω برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۶۲- در شکل زیر، یک ذره آلفا به صورت درون سو وارد میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی یکنواخت می‌شود. در این لحظه، نیروی مغناطیسی و الکتریکی وارد

بر این ذره به ترتیب از راست به چپ در کدام جهت است؟

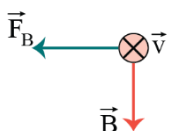
- (۱) ← ، →
(۲) → ، →
(۳) ← ، ←
(۴) ← ، →



(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

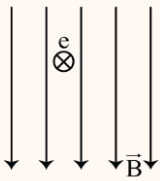


جهت نیروی مغناطیسی با استفاده از قاعده دست راست به دست می‌آید.

نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی است، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر این ذره به سمت راست است.

کنکور سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲

در شکل زیر، الکترونی به صورت درونسو وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می شود. در این لحظه، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر الکترون به کدام جهت است؟

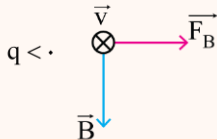


- (۱) ←
(۲) →
(۳) ↑
(۴) ↓

پاسخ: گزینه ۲

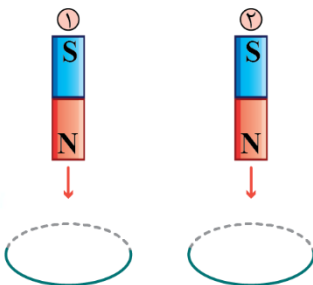
طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر ذره باردار به سمت چپ است. از طرفی چون بار ذره منفی است، جهت نیروی وارد بر ذره، قرینه سمت چپ یعنی به سمت راست خواهد بود.

می توانیم برای بار منفی مستقیماً از دست چپ برای تعیین جهت نیرو استفاده کنیم.



گروه آموزشی ماز

۶۳- دو آهنربای میله ای مشابه را مطابق شکل، به طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک به سطح زمین به طور همزمان رها می کنیم به طوری که در حین سقوط آهنربای شماره (۱) از حلقه ای رسانا و آهنربای شماره (۲) از حلقه ای نارسانا عبور می کند. اگر سطح زمین در محل برخورد آهنرباها نرم باشد، کدام گزینه درست است؟ (تأثیر میدان مغناطیسی زمین روی آهنرباها را نادیده بگیرید)



- (۱) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۱) نسبت به آهنربای شماره (۲) بیشتر است.
(۲) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۲) نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر است.
(۳) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است.
(۴) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است.

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

مقایسه مقدار فرورفتگی آهنربای شماره (۱) و آهنربای شماره (۲) در زمین:

با نزدیک شدن آهنربای شماره (۱) به حلقه رسانا و قبل از ورود این آهنربا به حلقه، میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا در محل حلقه افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه نیز افزایش می یابد و در نتیجه حلقه برای مخالفت با این افزایش شار مغناطیسی، نیروی دافعه ای به آهنربا وارد می کند. همچنین پس از خروج آهنربای شماره (۱) از حلقه رسانا به دلیل کاهش میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا در محل حلقه و در نتیجه کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، حلقه برای مخالفت با این کاهش شار مغناطیسی، نیروی جاذبه ای به آهنربا وارد می کند.

در مورد حرکت آهنربای شماره (۲) می توان گفت به دلیل عبور این آهنربا از درون یک حلقه نارسانا، هیچ جریان القایی در حلقه نارسانا جریان نمی یابد بنابراین هیچ نیروی دافعه یا جاذبه ای از طرف حلقه نارسانا به آهنربای شماره (۲) وارد نمی شود.

در نتیجه از توضیحات بالا می توان نتیجه گرفت به دلیل وارد آمدن دو نیروی دافعه و جاذبه به آهنربای شماره (۱) و وارد نشدن این دو نیرو به آهنربای شماره (۲)، سرعت سقوط آهنربای شماره (۲) از آهنربای شماره (۱) بیشتر است و در نتیجه مقدار فرورفتگی آهنربای شماره (۲) در زمین نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر خواهد بود. (رد گزینه های ۱ و ۴)

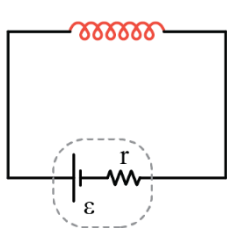
گام دوم:

مقایسه زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) و آهنربای شماره (۲):

فهمیدیم که سرعت سقوط آهنربای شماره (۲) از آهنربای شماره (۱) بیشتر است، پس چون دو آهنربا به طور همزمان از ارتفاع معینی رها شده اند، زمان رسیدن آهنربای شماره (۱) به سطح زمین به دلیل کمتر بودن سرعت سقوط آن از زمان رسیدن آهنربای شماره (۲) به سطح زمین بیشتر است. (رد گزینه ۲) پس پاسخ نهایی این تست گزینه ۳ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۶۴- در مدار زیر، با سیمی به طول 54 cm ، یک سیملوله به طول 6 cm که شعاع هر حلقه آن 0.3 mm است، ساخته ایم. ضریب القاوری (خودالقایی) سیملوله 0.4 H و انرژی ذخیره شده در آن 0.8 J می باشد. اگر ذره ای با بار الکتریکی $2\text{ }\mu\text{C}$ و تندی $3 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور عمود بر محور سیملوله وارد فضای درون



سیملوله شود، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند میلی نیوتون خواهد بود؟ ($\pi = 3$ ، $\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

(۱) ۳۶

(۲) 63×10^{-3}

(۳) 72×10^{-3}

(۴) ۷۲

(سخت - ترکیبی و محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

محاسبه جریان الکتریکی گذرنده از سیملوله (I):

با توجه به اینکه سیملوله نوعی القاگر محسوب می شود پس برای آن می توان از رابطه مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر یعنی $U = \frac{1}{2} LI^2$ استفاده کرد:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \quad \frac{U = 0.8\text{ J} = 8 \times 10^{-2}\text{ J}}{L = 0.4\text{ H} = 4 \times 10^{-2}\text{ H}} \rightarrow 8 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-2} \times I^2 \rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times 4 \times I^2 \rightarrow 8 = 2 \times I^2$$

$$\rightarrow I^2 = 4 \xrightarrow{\text{از دو طرف تساوی جذر می گیریم}} I = 2\text{ A}$$

گام دوم:

محاسبه اندازه میدان مغناطیسی درون سیملوله (B):

برای محاسبه تعداد حلقه های سیملوله (N) می توان طول سیم مورد استفاده برای ساخت سیملوله (L') را تقسیم بر محیط هر حلقه سیملوله کرد و چون هر حلقه سیملوله به شکل یک دایره است پس محیط هر حلقه سیملوله همان محیط یک دایره یعنی $2\pi r$ است:

$$N = \frac{L'}{2\pi r} \quad \frac{L' = 54\text{ cm} = 54 \times 10^{-2}\text{ m}}{\pi = 3, r = 0.3\text{ mm} = 3 \times 10^{-4}\text{ m}} \rightarrow N = \frac{54 \times 10^{-2}}{2 \times 3 \times 3 \times 10^{-4}} = 300 \rightarrow N = 300$$

در ادامه اندازه میدان مغناطیسی درون سیملوله (B) را محاسبه می کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad \frac{\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}, N = 300}{I = 2\text{ A}, L = 6\text{ cm} = 6 \times 10^{-2}\text{ m}} \rightarrow B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 300 \times 2}{6 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^{-3} \rightarrow B = 12 \times 10^{-3}\text{ T}$$

دقت شود در رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{L}$ منظور از L، طول سیملوله است نه طول سیم مورد استفاده برای ساخت سیملوله.

گام سوم:

محاسبه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار الکتریکی $2\text{ }\mu\text{C}$:

$$F = |q| \times v \times B \times \sin \theta \quad \frac{q = 2\text{ }\mu\text{C} = 2 \times 10^{-6}\text{ C}, v = 3 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{B = 12 \times 10^{-3}\text{ T}, \sin \theta = \sin 90^\circ = 1} \rightarrow F = 2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^3 \times 12 \times 10^{-3} \times 1$$

$$\rightarrow F = 72 \times 10^{-6}\text{ N} \rightarrow F = 72 \times 10^{-3}\text{ mN}$$

دقت شود چون ذره به طور عمود بر محور سیملوله وارد فضای درون سیملوله شده است پس زاویه بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) با جهت میدان مغناطیسی درون سیملوله (بردار $\vec{B}$)، 90° درجه است و $\sin 90^\circ$ برابر است با ۱.

گروه آموزشی ماز

۶۵- در نظر داریم که هر اینچ 2.54 سانتی متر، هر فوت 12 اینچ و هر یارد 3 فوت می باشد؛ حال حدوداً چند دقیقه طول می کشد تا یک کشتی با سرعت $5/0$

گره دریایی مسیر 500 یاردی را طی کند؟ (هر گره دریایی $\frac{\text{m}}{\text{h}}$ 1850 می باشد.)

(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵



تبدیل واحد زنجیره‌ای



در فیزیک باید گاهی یکای کمیت‌ها را به یکاهای دیگر تبدیل کرد، مثلاً cm را به m تبدیل کنیم. برای این کار از روش تبدیل زنجیره‌ای کمک می‌گیریم. در این روش ابتدا باید بین دو یکایی که قرار است به همدیگر تبدیل شوند، یک رابطه پیدا کرد. سپس کسری از این رابطه می‌سازیم (به این کسر که برابر با عدد یک است، ضرب تبدیل می‌گویند) و آن را در اندازه کمیت ضرب می‌کنیم.

برای مثال می‌خواهیم ۱۵ km را به متر تبدیل کنیم. ابتدا باید بین km و m یک رابطه پیدا کنیم، $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ سپس ضرب تبدیل را می‌سازیم. ضرب تبدیل باید به شکلی نوشته شود که یکای قبلی ساده و یکای جدید جای آن را بگیرد، که در اینجا ضرب تبدیل $\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$ مناسب است.

$$5 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 5 \times 1000 \text{ m} = 5000 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۱

تندی ۲۱۶ کیلومتر بر ساعت، معادل چند مایل بر دقیقه است؟ (یک مایل را ۱۸۰۰ متر فرض کنید).

۳/۶ (۴)

۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$1 \text{ mi} = 1800 \text{ m} = 1/8 \text{ km}$$

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1/8 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \frac{216}{1/8 \times 60} \frac{\text{mi}}{\text{min}} = \frac{216}{10.8} \frac{\text{mi}}{\text{min}} = 2 \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$

گام اول:

محاسبه کردن مسیر ۵۰۰ یاردی بر حسب متر

$$500 \text{ yd} \times \frac{3 \text{ فوت}}{1 \text{ یارد}} \times \frac{12 \text{ اینچ}}{1 \text{ فوت}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ اینچ}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} = 180 \times 2.54 \text{ m}$$

گام دوم:

محاسبه کردن سرعت بر حسب متر بر ساعت

$$0.5 \text{ گروه} \times \frac{1850 \frac{\text{m}}{\text{h}}}{1 \text{ گروه}} = \frac{1850 \text{ m}}{2 \text{ h}}$$

گام سوم:

محاسبه کردن زمان طی مسیر

$$x = v \times t$$

x: مسیر طی شده

v: سرعت

t: زمان (بر حسب ساعت)

$$180 \times 2.54 \text{ m} = \frac{1850 \text{ m}}{2 \text{ h}} \times (t)$$

$$t \approx 0.49 \text{ h} \approx 0.5 \text{ h} \approx 30 \text{ min}$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- فشار کل در عمق‌های ۸ متری و ۱۲ متری یک مایع به ترتیب ۷۰ و ۷۵ سانتی‌متر جیوه است. فشار هوای محیط چند کیلوپاسکال است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۸۱ (۴)

۸۴ (۳)

۶۸ (۲)

۷۸ (۱)



$$P_1 = \rho g h_1 + P_0 \rightarrow 13500 \times 10 \times 0.7 = \rho \times 10 \times 8 + P_0 \quad (1)$$

$$P_2 = \rho g h_2 + P_0 \rightarrow 13500 \times 10 \times 0.75 = \rho \times 10 \times 12 + P_0 \quad (2)$$

با کم کردن رابطه (۱) از (۲) داریم:

$$13500 \times 10 \times 0.05 = \rho \times 10 \times 4 \rightarrow \rho = \frac{675}{4} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

با جای گذاری ρ در رابطه (۱)، فشار هوا به دست می آید.

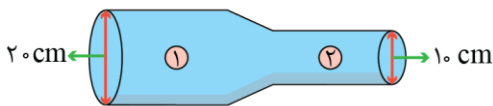
$$13500 \times 10 \times 0.7 = \frac{675}{4} \times 10 \times 8 + P_0 \rightarrow 94500 = 13500 + P_0$$

$$\rightarrow P_0 = 81000 \text{ Pa} = 81 \text{ kPa}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- در شکل زیر آب درون لوله از چپ به راست به صورت پایا در حال شارش است. اگر آهنگ شارش آب از لوله (۱) $4/8 \frac{\text{Lit}}{\text{min}}$ باشد، تندی آب در لوله (۲)

چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟ ($\pi = 3$)



$$\frac{v}{8} \quad (2)$$

$$\frac{15}{16} \quad (1)$$

$$\frac{8}{v} \quad (4)$$

$$\frac{16}{15} \quad (3)$$

نکته:

۱- آهنگ شارش حجمی از رابطه ($A \times v = \text{آهنگ شارش}$) به دست می آید.

۲- آهنگ شارش حجمی در یک شاره پایا و بدون تلاطم ثابت است و ربطی به سطح مقطع ندارد.

گام اول:

آهنگ شارش حجمی ثابت است بنابراین آهنگ لوله (۲) نیز $4/8 \frac{\text{L}}{\text{min}}$ می باشد.

گام دوم:

چون ابعاد لوله بر حسب سانتی متر است و در آخر تندی بر حسب $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ از ما خواسته شده، بهتر است $4/8 \frac{\text{L}}{\text{min}}$ را بر حسب $\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ بنویسیم.

$$4/8 \frac{\text{L}}{\text{min}} \xrightarrow[\text{min}=60\text{s}]{\text{Lit}=1000\text{cm}^3} \frac{4/8 \times 1000}{60} = 8.0 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

گام سوم:

می دانیم سطح مقطع لوله (۲) برابر $75\text{cm}^2 = 5 \times 5 \times 3$ می باشد، بنابراین به راحتی تندی آب را به دست می آوریم:

$$8.0 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 75\text{cm}^2 \times v \rightarrow v = \frac{8.0}{75} = \frac{16}{15} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- اگر تندی جسمی به جرم 3kg ، $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 36J افزایش می یابد. انرژی جنبشی اولیه آن چند ژول بوده است؟

$$1/5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times 3 \times ((v_1 + 4)^2 - v_1^2) = \frac{3}{2} \times (8v_1 + 16)$$

$$\rightarrow 24 = 8v_1 + 16 \rightarrow v_1 = 1 \frac{m}{s}$$

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 1/2 J$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- انرژی الکتریکی مصرفی برق یک خانه روزانه ۲kWh است. یک نیروگاه آبی با بازده ۶۰ درصد در هر دقیقه $2/25 \times 10^4 \text{ kg}$ آب را از بالای یک سد به ارتفاع ۸۰m به توربین می برد. با این کار، برق چند روز این خانه را تأمین می کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱۵ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

توان مفید نیروگاه آبی به صورت انرژی الکتریکی است، اما توان ورودی آن از طریق انرژی پتانسیل گرانشی آب ذخیره شده پشت سد تأمین می شود.

$$E_{\text{ورودی}} = mg\Delta h$$

بنابراین می توان نوشت:

$$60 = \frac{E_{\text{خروجی}}}{2/25 \times 10^4 \times 10 \times 80} \times 100 \rightarrow E_{\text{خروجی}} = 108 \times 10^5 J$$

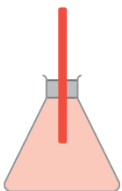
بنابراین با این انرژی خروجی داریم:

$$\frac{\text{انرژی خروجی نیروگاه}}{\text{انرژی مصرفی روزانه خانه}} = \frac{108 \times 10^5}{2000 \times 3600} = 1/5 \text{ روز}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در یک ارلن شیشه ای به حجم 500 cm^3 به طور کامل جیوه می ریزیم و در آن را می بندیم. اگر دمای مجموعه را 40°C افزایش دهیم، جیوه درون نی

چند cm بالا می آید؟ (سطح مقطع نی 2 cm^2 است. $\alpha_{\text{ارلن}} = 3 \times 10^{-4} \frac{1}{K}$ ، $\beta_{\text{جیوه}} = 1/8 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$)



۲۷ (۱)

۱۸ (۲)

۹ (۳)

۴/۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا باید افزایش حجم جیوه و ارلن را به دست آوریم.

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta \theta = 3 \times 3 \times 10^{-4} \times 500 \times 40 = 18 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta \theta = 1/8 \times 10^{-3} \times 500 \times 40 = 36 \text{ cm}^3$$

پس جیوه به اندازه $18 \text{ cm}^3 = 18 - 36$ بیشتر از ظرف انبساط می یابد. چون این حجم از نی بالا می آید، بنابراین داریم:

$$\Delta V = Ah \rightarrow h = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- در شرایط خلأ گلوله ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می شود. اگر اندازه ی سرعت متوسط گلوله در ۲۰ متر آخر سقوط آن $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، ارتفاع h چند

متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۳۱/۲۵ (۴)

۳۳/۷۵ (۳)

۴۷/۵ (۲)

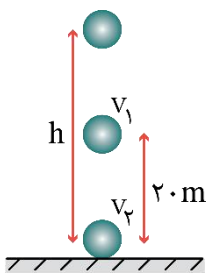
۴۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

مطابق شکل زیر می توان نوشت:



$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y = 2 \times 10 \times 20 = 400$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 20 \rightarrow v_1 + v_2 = 40 \rightarrow v_2^2 - v_1^2 = (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = 400$$

$$\rightarrow (v_2 - v_1) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{cases} v_2 - v_1 = 10 \\ v_2 + v_1 = 40 \end{cases} \rightarrow 2v_2 = 50 \rightarrow v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

v_2 تندی گلوله در پایان مسیر است در نتیجه:

$$v_2^2 - 0 = 2gh \rightarrow 625 = 2 \times 10 \times h \rightarrow h = \frac{625}{20} = 31.25 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- در آزمایش فوتوالکتریک تابع کار فلز 2.5 eV است. نوری با طول موج λ به فلز می تابد و سبب گسیل فوتوالکترن هایی با بیشینه انرژی جنبشی

$5.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ می شود. λ چند نانومتر است؟ $(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$

۱۲۰۰ (۴)

۲۴۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن ها بر حسب eV برابر است با:

$$K_{\max} = 5.6 \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{5.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.5 \text{ eV}$$

گام دوم:

طول موج λ برابر است با:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W. \rightarrow 3.5 = \frac{1200}{\lambda} - 2.5 \rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

دقت کنید که $hc = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 = 12 \times 10^{-7} \text{ eV.m} = 1200 \text{ eV.nm}$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۳- از پیچۀ مسطح شکل زیر، به شعاع $6/28 \text{ cm}$ که از ۲۰۰۰ دور سیم نازک درست شده است، جریان 20 mA می گذرد و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در مرکز آن

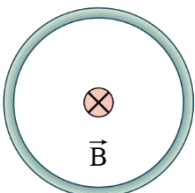
ایجاد شده است. اندازه $\vec{B}$ چند گاوس و جهت جریان پیچه چگونه است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

۴، ساعتگرد (۲)

۸، پادساعتگرد (۳)

۴، پادساعتگرد (۱)

۸، ساعتگرد (۳)



(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

یادآوری:

میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ مسطحی به شعاع R که از N حلقه تشکیل شده و جریان I از آن می‌گذرد، برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

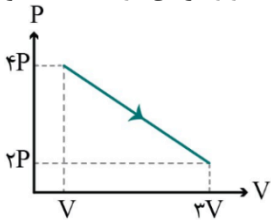
پاسخ تشریحی:

میدان در مرکز پیچۀ درون سو است، پس با توجه به قاعدۀ دست راست، جریان ساعتگرد است. برای محاسبۀ میدان مغناطیسی می‌توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})(200)(20 \times 10^{-3} A)}{2(6/28 \times 10^{-2} m)} = 4 \times 10^{-4} T = 4G$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- فرآیند ایستاوار یک گاز آرمانی مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر ΔU تغییرات انرژی درونی این گاز و W و Q به ترتیب کار و گرمای دریافت شده توسط



گاز باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) $\Delta U > 0, W < 0, Q > |W|$

(۲) $\Delta U < 0, W < 0, |Q| < |W|$

(۳) $\Delta U < 0, Q > 0, Q > |W|$

(۴) $\Delta U > 0, Q < 0, |Q| < |W|$

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار که حجم گاز از (V به ۳V) رسیده، پس گاز منبسط شده و کار انجام شده روی گاز (W) منفی است.

از طرفی گفتیم انرژی درونی گاز تابع مطلق دما است، پس به مقایسه دمای ابتدا و انتهای مسیر برای مقایسه انرژی درونی می‌پردازیم:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \rightarrow \frac{4P \times 3V}{T_2} = \frac{2P \times V}{T_1} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{6}{2} \rightarrow T_2 > T_1$$

بنابراین انرژی درونی افزایش یافته است: $\Delta U > 0$

تغییرات انرژی درونی گاز مثبت شده و کار انجام شده روی گاز (W) منفی شده، طبق قانون اول ترمودینامیک می‌توان نتیجه گرفت که Q حتماً مثبت است و مقدار آن بزرگ‌تر از مقدار کار انجام شده روی گاز (|W|) است.

$$\rightarrow \Delta U = W + Q \rightarrow \begin{matrix} Q > 0 \\ W < 0 \end{matrix} \rightarrow |Q| > |W| \rightarrow Q > |W|$$

(+) (-) (+)

گروه آموزشی ماز

۷۵- کدام گزینه یخچالی است که قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند؟

(۲) $Q_H = +50J, W = -50J, Q_L = 0$

(۱) $Q_H = -50J, W = 0, Q_L = +50J$

(۴) $Q_H = +50J, W = -10J, Q_L = -40J$

(۳) $Q_H = -50J, W = +10J, Q_L = +40J$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

قانون دوم ترمودینامیک

قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی بیان می‌کند که:

امکان ندارد تمام گرمایی که از منبع با دمای بالا دریافت می‌شود ($Q_H > 0$) به کار روی محیط تبدیل شود ($W < 0$) یعنی: امکان ندارد گرمایی که به منبع با دمای پایین می‌دهد صفر شود. ($Q_L \neq 0$)

همچنین قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچال بیان می‌کند که:

امکان ندارد گرما از منبع با دمای پایین (Q_L) بدون انجام کار ($W = 0$) به منبع با دمای بالا (Q_H) منتقل شود. یعنی امکان ندارد در یک یخچال $W = 0$ قاعدتاً می‌دانیم در ماشین گرمایی علامت Q_H مثبت است و W، Q_L منفی هستند. همچنین در یخچال‌ها Q_L و W مثبت هستند و Q_H منفی هست.



بررسی گزینه‌ها:

- ۱ یک یخچال است که کار آن صفر است ($W = 0$) و این قانون دوم را نقض می‌کند.
- ۲ یک ماشین گرمایی است که با توجه به هم اندازه بودن Q_H و W ، قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.
- ۳ یک یخچال است که با دریافت کار، از منبع سرد گرما می‌گیرد. این یخچال هیچ کدام از قانون‌های اول یا دوم ترمودینامیک را نقض نمی‌کند.
- ۴ با توجه به مثبت بودن Q_H ، یک ماشین گرمایی است که با دریافت گرما از منبع گرم، کار انجام می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۷۶- در یک ظرف سربسته، مخلوطی شامل یک مول ۲-بوتن و متان، در حضور اکسیژن به طور کامل سوزانده می‌شود. اگر حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن متان، 0.375 برابر حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن ۲-بوتن باشد، درصد جرمی ماده واکنش‌پذیرتر در مخلوط آغازی کدام بوده است و در شرایط STP ، چند لیتر فراورده گازی در ظرف وجود خواهد داشت؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g.mol^{-1}$)

۴۹/۲۸ - ۷۰ (۴)

۴۰/۳۲ - ۷۰ (۳)

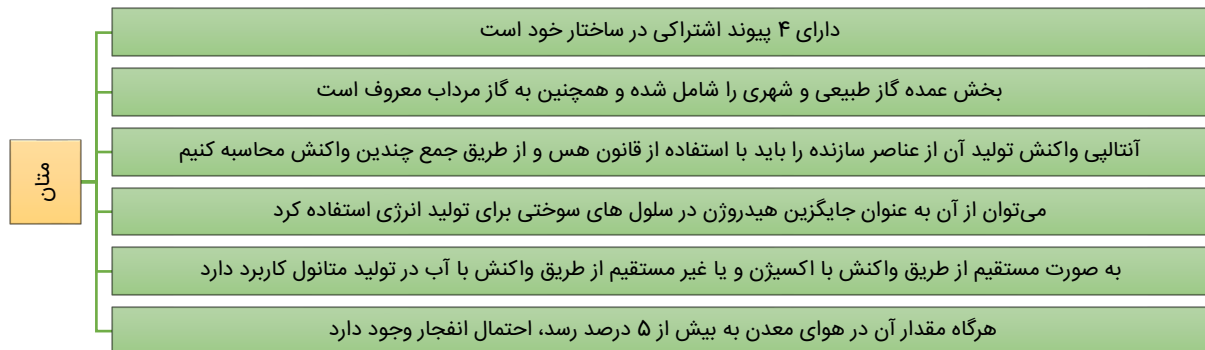
۴۹/۲۸ - ۳۰ (۲)

۴۰/۳۲ - ۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

در رابطه با متان، به نکات زیر توجه کنید:



متان، ساده‌ترین آلکان بوده و فرمول شیمیایی آن به صورت CH_4 است. بوتن، سومین عضو خانواده آلکن‌ها بوده و فرمول شیمیایی آن به صورت C_4H_8 است. این ماده، واکنش‌پذیرتر از متان است. معادله موازنه شده واکنش‌های انجام‌شده به صورت زیر است:



مول متان را برابر x و مول ۲-بوتن را برابر y در نظر می‌گیریم. حال مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در هر واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } CO_2 = x \text{ mol } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = x \text{ mol} \quad ? \text{ mol } CO_2 = y \text{ mol } C_4H_8 \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_4H_8} = 4y \text{ mol}$$

باتوجه به صورت سوال، مجموع مول متان و ۲-بوتن اولیه برابر با ۱ بوده است. از طرفی می‌دانیم، در شرایط یکسان، نسبت حجم گازها برابر با همان نسبت مول آن‌ها است پس در این شرایط، نسبت حجم کربن دی‌اکسید تولید شده در سوختن متان، $\frac{x}{4y}$ برابر حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در سوختن ۲-بوتن است. در مرحله بعد، با تشکیل دو معادله و حل آن‌ها، مقدار x و y را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{4y} = 0.375 \end{cases} \Rightarrow y + 1/5y = 1 \Rightarrow y = 0.4, x = 0.6$$

مقدار 0.6 مول متان، جرمی معادل 9.6 گرم (0.6×16) و 0.4 مول ۲-بوتن، جرمی معادل 22.4 گرم (0.4×56) دارد. درصد جرمی بوتن را در مخلوط اولیه با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی بوتن} = \frac{\text{جرم بوتن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{22.4}{22.4 + 9.6} \times 100 = 70\%$$

برای حل قسمت دوم سوال، باید توجه داشته باشیم که در شرایط استاندارد حجم مولی برابر 22.4 لیتر بر مول بوده و آب در این شرایط به حالت مایع یافت می‌شود. در قدم پایانی، حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$? L CO_2 = 0.6 \text{ mol } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{22.4 L}{1 \text{ mol } CO_2} = 13.44 L$$

$$? L CO_2 = 0.4 \text{ mol } C_4H_8 \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_4H_8} \times \frac{22.4 L}{1 \text{ mol } CO_2} = 35.84 L$$

پس در مجموع 49.28 لیتر ($13.44 + 35.84$) فراورده گازی در این واکنش‌ها تولید شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام مورد، نادرست است؟

- در ساختار لوویس NO_2Cl ، همانند مولکول اوزون، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی برابر با ۲ است.
- همه عناصری که در یک گروه مشابه قرار می‌گیرند، شمار الکترون‌های ظرفیتی برابری در اتم خود دارند.
- ساختار لوویس مولکول‌های دی‌نیتروژن مونوکسید و کربن دی‌اکسید، متفاوت از هم است.
- در مولکول SO_4Cl_2 همانند یون NO_3^+ ، اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

مهم ترین استثنا برای این عبارت، گاز هلیوم است. هلیوم اولین گاز نجیب جدول تناوبی بوده که در گروه ۱۸ و تناوب اول جدول دوره‌ای قرار گرفته است. این عنصر در لایه ظرفیت خود ۲ الکترون دارد، درحالی که سایر گازهای نجیب در لایه ظرفیت خود ۸ الکترون دارند. در رابطه با هلیوم، داریم:

- به عنوان سبک‌ترین گاز نجیب، بی‌رنگ و بی‌بو است
- برای پرکردن بالن‌های هواشناسی، تبلیغاتی و تفریحی و همچنین در جوشکاری کاربرد دارد
- در کپسول غواصی و خنک کردن دستگاه‌های تصویر برداری پزشکی کاربرد دارد
- مقدار آن در منابع زیرزمینی بیشتر از مقدار آن در هواکره است و حدود ۷ درصد حجمی گاز طبیعی را شامل می‌شود
- بعد از آرگون و نئون، سومین گاز نجیب فراوان در هواکره است

بررسی سایر گزینه‌ها:

ساختار لوویس گونه‌های NO_2Cl و O_3 به صورت زیر است:



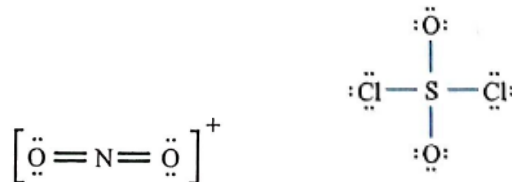
همانطور که مشخص است، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی در هر دو گونه برابر ۲ است.

ساختار لوویس مولکول‌های دی‌نیتروژن مونوکسید و کربن دی‌اکسید، به صورت زیر است:



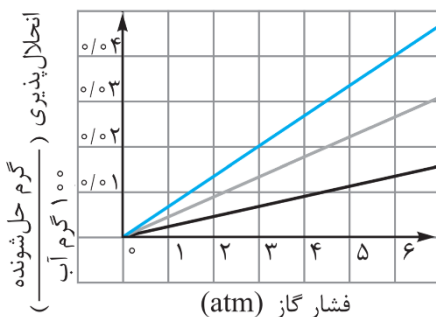
در ساختار دی‌نیتروژن مونوکسید، یک پیوند اشتراکی سه‌گانه و یک پیوند اشتراکی یگانه قرار دارد، اما در ساختار کربن دی‌اکسید، اتم کربن با اکسیژن‌های اطراف دو پیوند دوگانه برقرار می‌کند.

ساختار لوویس گونه‌های SO_2Cl_2 و NO_2^+ به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، اتم مرکزی در هر دو گونه، فاقد الکترون ناپیوندی است.

گروه آموزشی ماز



۷۸- نمودار مقابل، روند تغییر انحلال‌پذیری سه گاز O_2 ، NO و N_2 بر حسب تغییر فشار در آب را نشان می‌دهد. مقدار عددی غلظت مولی گاز O_2 در محلول سیرشده این ماده در فشار 36 atm ، برابر با تفاوت مقدار انحلال‌پذیری گازهای نیتروژن و نیتروژن مونوکسید در چه فشاری است؟ ($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱۱/۲۵ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۲/۵ (۴)

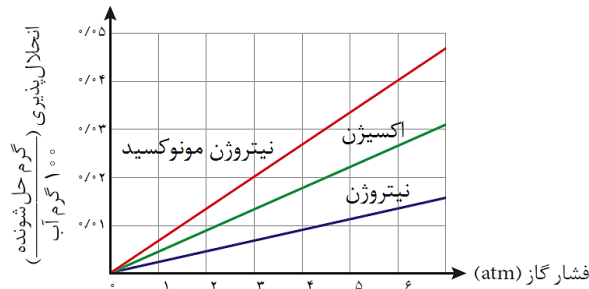
۶/۲۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازهایی که با آب واکنش نمی‌دهند، با فشار رابطه مستقیم و خطی دارد.

نمودار زیر، بیانی از قانون هنری را در رابطه با چند گاز مختلف نشان می‌دهد:



انحلال پذیری گازها در آب با قطبیت آن‌ها و همچنین جرم مولی آن‌ها رابطه مستقیم دارد. نیتروژن مونوکسید و اکسیژن، جرم مولی نزدیک به همی دارند درحالی که نیتروژن مونوکسید قطبی و گاز اکسیژن ناقطبی است. پس انحلال پذیری نیتروژن مونوکسید در آب، بیشتر از انحلال پذیری اکسیژن است. از طرفی هر دو گاز نیتروژن و اکسیژن ناقطبی هستند. در این بین، جرم مولی گاز اکسیژن بالاتر از جرم مولی گاز نیتروژن بوده و انحلال پذیری آن در آب نیز بیشتر است، پس می‌توان گفت مقایسه انحلال پذیری این سه گاز در شرایط یکسان، به‌صورت زیر است:

$$S_{NO} > S_{O_2} > S_{N_2}$$

طبق نمودار، انحلال پذیری گاز اکسیژن در فشار $4/5 \text{ atm}$ برابر $0/02$ گرم در 100 گرم آب است. می‌توان نتیجه گرفت انحلال پذیری آن در فشار 36 atm برابر با $0/16$ گرم $(\frac{36}{4/5} \times 0/02)$ در 100 گرم آب خواهد بود.

حال مقدار عددی غلظت مولی گاز اکسیژن را در این شرایط محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } O_2 = 1 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{0/16 \text{ g } O_2}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = 0/05 \text{ mol}$$

حال باید فشاری را پیدا کنیم که در آن، تفاوت انحلال پذیری دو گاز نیتروژن و نیتروژن مونوکسید برابر $0/05$ گرم در 100 گرم آب است. مقدار تفاوت انحلال پذیری دو گاز، با اندازه فشار رابطه مستقیم و خطی دارد. در فشار $4/5 \text{ atm}$ ، تفاوت انحلال پذیری دو گاز در آب تقریباً برابر $0/02$ گرم در 100 گرم آب است. حال با یک تناسب ساده، به فشار مدنظر طراح می‌رسیم. در این رابطه، داریم:

تفاوت انحلال پذیری	فشار
$0/02$	$4/5$
$0/05$	x

$$x = \frac{0/05 \times 4/5}{0/02} \approx 11/25 \text{ atm}$$

در رابطه با مقدار انحلال پذیری گازها در آب، داریم:

انحلال پذیری	با فشار، قطبیت گاز و جرم مولی آن رابطه مستقیم و خطی دارد	با افزایش دما اندازه شیب نمودار انحلال پذیری-دما کاهش پیدا می‌کند	
	با دما رابطه عکس و غیرخطی دارد		گازها در آب آشامیدنی بهتر از آب دریا حل می‌شوند
	با انحلال نمک در آب، انحلال پذیری گازها کاهش پیدا می‌کند		

گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام مورد، نادرست است؟

- با انجام فرایند اسمز معکوس، تفاوت غلظت مولی حل‌شونده در دو محلول جداشده از هم، به تدریج افزایش می‌یابد.
- منافذ موجود در ساختار صافی کربن که از آن در تصفیه آب استفاده می‌شود، بزرگ‌تر از ذرات H_2O هستند.
- در مراحل تهیه خیارشور، فرایند اسمز انجام شده و غلظت سدیم در محلول موجود در یاخته‌ها کاهش می‌یابد.
- در فرایند تصفیه آب به روش تقطیر، دو فرایند فیزیکی تبخیر و میعان به صورت متوالی انجام خواهند شد.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی

برای تهیه خیارشور، خیار را در یک نمونه از آب شور قرار می‌دهیم. غلظت یون‌ها در آب شور، بیشتر از غلظت یون‌ها در یاخته‌های سازنده خیار است؛ بنابراین براساس پدیده اسمز، آب از محلول رقیق‌تر (یاخته‌ها) به سمت محلول غلیظ‌تر (آب شور) حرکت می‌کند. با کاهش مقدار آب موجود در یاخته‌های خیار، غلظت یون‌های موجود در آن از جمله یون سدیم، افزایش پیدا می‌کند.

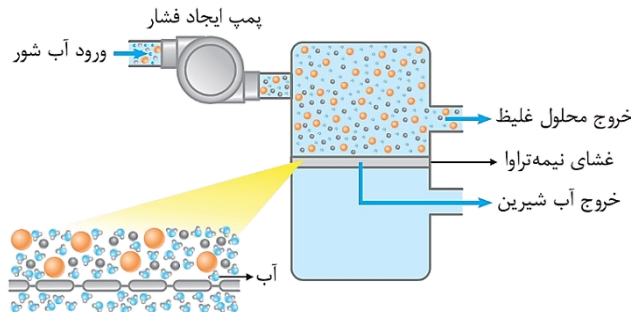
دیواره یاخته‌ها در گیاهان روزهایی بسیار ریز دارد که ذره‌های سازنده مواد می‌توانند از آن گذر کنند، به گونه‌ای که این روزه‌ها فقط اجازه گذر به برخی از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک مانند آب و یون‌ها را می‌دهند و از گذر مولکول‌های درشت‌تر جلوگیری می‌کنند. چون غلظت حل‌شونده در آب شور بیشتر از غلظت مواد موجود در

سلول‌های خیار است، با انداختن خیار در آب شور، مولکول‌های آب بر اساس فرایند اسمز از سلول‌های خیار خارج شده و به همین خاطر، خیار چروکیده می‌شود. در نقطه‌ی مقابل، هنگامی که حبوبات و میوه‌های خشک را برای مدتی درون آب قرار می‌دهیم، آب وارد سلول‌های سازنده‌ی این مواد شده و به همین خاطر، این مواد پس از مدتی متورم می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱

تصویر زیر، نحوه تولید آب شیرین از آب دریا به کمک روش اسمز معکوس را نشان می‌دهد:



در اسمز معکوس، آب از محلول غلیظ‌تر (آب دریا) به سمت محلول رقیق‌تر (آب شیرین) حرکت می‌کند. با ادامه این فرایند، محلول غلیظ، غلیظ‌تر می‌شود ولی غلظت محلول رقیق‌تر، تغییر چندانی نخواهد کرد، پس می‌توان گفت تفاوت غلظت مولی آن‌ها به مرور افزایش پیدا می‌کند.

۲

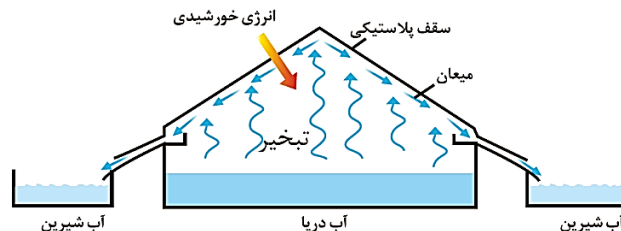
جدول زیر، مقایسه روند تصفیه مواد به کمک روش‌های مختلف را نمایش می‌دهد:

مواد جداشده و جدانشده از آب با روش‌های تصفیه‌ای					
تقطیر		اسمز معکوس		صافی کربن	
جداشده	حشره‌کش و آفت‌کش / فلزات سمی / نافلزها / آلاینده‌ها	جداشده	حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها / فلزات سمی / نافلزها / آلاینده‌ها / ترکیبات آلی فرار	جداشده	حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها / فلزات سمی / نافلزها / آلاینده‌ها / ترکیبات آلی فرار
جدانشده	میکروب‌ها / ترکیبات آلی فرار	جدانشده	میکروب‌ها	جدانشده	میکروب‌ها

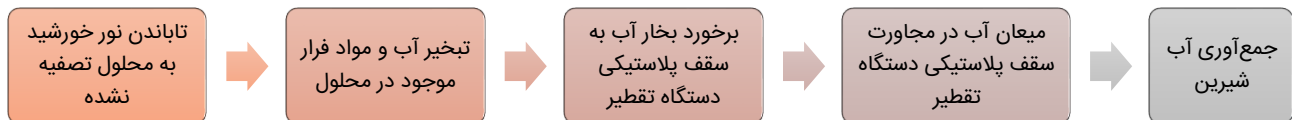
در روش صافی کربن، اندازه منافذ باید از ذرات آب بزرگ‌تر باشد اما از اندازه ذرات آلاینده‌ها کوچک‌تر باشد تا ذرات آب برخلاف آلاینده‌ها از صافی عبور کنند.

۴

تصویر زیر، نحوه تهیه آب آشامیدنی از روش تقطیر را نمایش می‌دهد:



مراحل انجام این فرایند به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام موارد زیر درست است؟

آ: فلز منیزیم، در مقایسه با تیتانیم، با سرعت کمتری با محلول‌های اسیدی واکنش می‌دهد.

ب: عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی، برخلاف یک نمونه از گوگرد، در حالت جامد چکش‌خوار است.

پ: در واکنش تولید فلز مس از سنگ معدن آن، همانند واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز، گاز گلخانه‌ای تولید می‌شود.

ت: هگزان، همانند ۱-هگزن، یک ماده بی‌رنگ بوده و در دمای 200°C ، چگالی بخار آن بیشتر از چگالی بخار آب است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

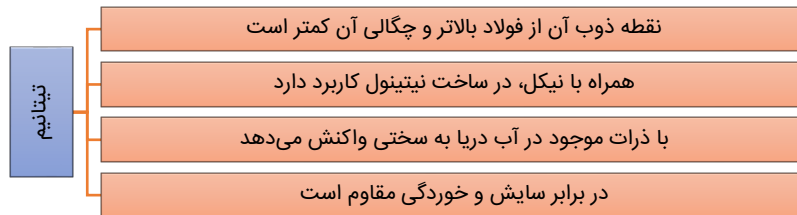
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: منیزیم فلزی از دسته S محسوب می‌شود. تیتانیم نیز دومین عضو عناصر دسته d است. عناصر دسته‌های S و p جزو عناصر اصلی و عناصر دسته‌های d و f نیز جزو عناصر واسطه جدول دوره‌ای محسوب می‌شوند. به‌طور کلی، واکنش‌پذیری فلزات اصلی از فلزات واسطه بیشتر است، پس می‌توان گفت منیزیم نسبت به تیتانیم، با سرعت بیشتری با محلول‌های اسیدی واکنش می‌دهد. در رابطه با تیتانیم، داریم:



ب: عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی، سیلیسیم است. سیلیسیم جزو شبه‌فلزهای جدول دوره‌ای است. گوگرد نیز از عناصر نافلزی دوره سوم جدول است. عناصر شبه‌فلزی، رسانایی الکتریکی کمی دارند، همانند فلزها سطحی براق (درخشان) دارند و همانند عناصر نافلزی چکش‌خوار نبوده و در حالت جامد شکننده هستند.

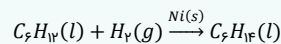
پ: معادله موازنه‌شده واکنش‌های استخراج مس از سنگ معدن و تخمیر بی‌هوازی گلوکز به‌صورت زیر است:



گازهای SO_2 و CO_2 تولید شده در این دو واکنش شیمیایی، جزو گازهای گلخانه‌ای طبقه‌بندی شده و با جلوگیری از خروج امواج فروسرخ از کره زمین، دمای آن را افزایش می‌دهند.

ت: هگزان همانند ۱-هگزن، مایعی بی‌رنگ است. ۱-هگزن جزو آلکن‌ها بوده و در ساختار خود پیوند سیرنشده ($C = C$) دارد. چون حرم مولی این ماده در مقایسه با جرم مولی H_2O بیشتر است، در شرایط یکسان چگالی آن در مقایسه با بخار آب بیشتر خواهد بود.

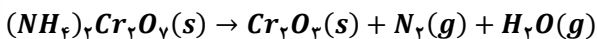
برای تشخیص هیدروکربن‌های سیرشده (برای مثال آلکان‌ها و سیکلوآلکان‌ها) از هیدروکربن‌های سیرنشده (برای مثال آلکن‌ها و آلکین‌ها) از واکنش آن‌ها با بخار برم یا گاز هیدروژن استفاده می‌کنیم. هیدروکربن‌های سیرنشده برخلاف هیدروکربن‌های سیرشده، با این مواد واکنش داده و پیوند دوگانه یا سه‌گانه بین کربن‌های آن‌ها به پیوند یگانه تبدیل می‌شود. توجه داریم که کاتالیزگر واکنش میان هیدروکربن‌های سیرنشده با گاز هیدروژن، فلز نیکل است. برای مثال، معادل زیر، واکنش سیرشدن ۱-هگزن و تبدیل آن به هگزان را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها در معادله واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر در این واکنش، ۴۵/۶ گرم اکسید فلزی تولید شده باشد، چند گرم $(NH_4)_2Cr_2O_7$ با خلوص ۷۵/۶ درصد مصرف شده است؟ (بازده واکنش انجام شده را برابر با ۵۰٪ در نظر بگیرید.)

($Cr = 52$ و $O = 16$ و $N = 14$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)



۲۰۰ - ۷ (۴)

۲۵۰ - ۷ (۳)

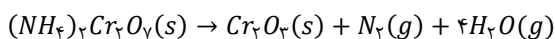
۲۰۰ - ۶ (۲)

۲۵۰ - ۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادله موازنه‌شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد فراورده در معادله واکنش، برابر ۶ است. ابتدا مقدار فراورده نظری تولیدشده در این واکنش شیمیایی را محاسبه می‌کنیم:

$$91/2 \text{ g} = \text{مقدار فراورده نظری} \Rightarrow 100 \times \frac{45/6}{\text{مقدار فراورده نظری}} \Rightarrow 50 = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100$$

در قدم بعد با استفاده از مقدار فراورده نظری تولیدشده، مقدار واکنش دهنده خالص مصرف شده را بدست می آوریم:

$$? g (NH_4)_2Cr_2O_7 = 91/2 g Cr_2O_3 \times \frac{1 mol Cr_2O_3}{152 g Cr_2O_3} \times \frac{1 mol (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 mol Cr_2O_3} \times \frac{252 g (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 mol (NH_4)_2Cr_2O_7} = 151/2 g$$

در قدم پایانی با استفاده از فرمول، مقدار ماده ناخالص (کل) مصرف شده را محاسبه می کنیم:

$$جرم خالص = \frac{جرم خالص}{جرم ناخالص} \times 100 \Rightarrow 75/6 = \frac{151/2}{جرم ناخالص} \times 100 \Rightarrow 200 g = \text{جرم ناخالص}$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- درباره عناصر موجود در جدول تناوبی، چند مورد از موارد زیر درست است؟

آ: در هر یک از تناوب های چهارم تا هفتم آن، دست کم ۱۳ عنصر فلزی وجود دارد.

ب: در حدود ۳۳/۳ درصد از عناصر گازی موجود در دوره های دوم و سوم آن، واکنش ناپذیر هستند.

پ: اگر عناصر nA و $n+6B$ ، هر دو فلز باشند، عنصری با نماد شیمیایی $n+3D$ نیز به یقین، نوعی فلز است.

ت: در اولین دوره ای که هالوژن آن حالت جامد دارد، عنصر فلزی وجود دارد که عناصر بالاتر از آن، همگی شکننده اند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

عبارت های (آ)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: عناصر دسته d و f همگی فلز هستند. عناصر دسته s نیز در دوره های ۲ تا ۷ همگی فلز هستند. عناصر گروه ۱۳ نیز از دوره ۳ تا ۷ فلز هستند. بر این اساس، می توان گفت در هریک از دوره های ۴ تا ۷ جدول تناوبی، حداقل ۱۳ فلز (۱۰ فلز در دسته d ، ۲ فلز در دسته s و ۱ فلز در گروه ۱۳ از دسته p) حضور دارند. توجه داریم که عناصر دسته f ، تنها در دوره ۶ و ۷ جدول قرار گرفته اند.

همه ۱۱۸ عنصر جدول دوره ای بر اساس افزایش عدد اتمی در ۷ دوره و ۱۸ گروه در کنار هم چیده شده اند؛ به طوری که هیچ خانه ای از این جدول خالی نیست. در این شرایط، شناسایی و ساخت عناصر با عدد اتمی بزرگتر از ۱۱۸ سبب ارائه طبقه بندی های تازه ای از عناصر خواهد شد؛ چراکه در جدول دوره ای امروزی، جایی برای این عناصر جدید پیش بینی نشده است. آقای شارل ژانت، یکی از افرادی بود که با ارائه ی یک الگوی جدید، توانست عناصری با عدد اتمی بزرگتر از ۱۱۸ است را نیز طبقه بندی کند. توجه داریم که جدول ژانت از مدل کوانتومی اتمها پیروی کرده و شمار تناوب های موجود در آن بیشتر از ۷ عدد است.

ب: در دوره دوم، عناصر نیتروژن، اکسیژن، فلوئور و نئون گاز هستند. در دوره سوم نیز عناصر کلر و آرگون به حالت گاز یافت می شوند. در بین این عناصر، نئون و آرگون از دسته گازهای نجیب بوده و واکنش پذیر نیستند و اغلب در واکنش های شیمیایی شرکت نمی کنند، پس نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{4}$ به صورت تقریبی $(\frac{1}{4} \times 100) \approx 33/3$ درصد است.

پ: بهترین راه برای تعیین درستی یا نادرستی این عبارت، پیدا کردن مثال نقض است. برای مثال اگر n را برابر ۱۳ در نظر بگیریم، عناصر nA و $n+6B$ به ترتیب معادل با عناصر $13Al$ و $19K$ خواهند بود که هر دو جزو دسته فلزات طبقه بندی می شوند. عنصر $n+3D$ نیز معادل با $16S$ بوده که دومین نافلز موجود در گروه ۱۶ جدول دوره ای است.

ت: در رابطه با هالوژن ها، داریم:



در دوره پنجم، عنصر ید به حالت جامد یافت می شود. عنصر قلع با نماد $82Sn$ ، فلزی از گروه چهارم جدول دوره ای است که در دوره پنجم حضور دارد. سه عنصر قبلی این گروه، کربن، سیلیسیم و ژرمانیم هستند که به ترتیب در دسته عناصر نافلزی، شبه فلزی و شبه فلزی قرار می گیرند. عناصر نافلزی همانند عناصر

شبه فلزی، در حالت جامد شکننده هستند، در حالی که عناصر فلزی چکش خوار بوده و در اثر ضربه نمی شکنند. جدول زیر، خواص مختلف عناصر موجود در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد:

نام عنصر	شماره تناوب	آرایش الکترونی	رسانایی الکتریکی	رسانایی گرمایی	سطح صیقلی	چکش خواری	تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون
کربن یا گرافیت (C)	۲	$[\text{He}] 2s^2 2p^2$	دارد	ندارد	ندارد	ندارد	اشتراک
سیلیسیم (Si)	۳	$[\text{Ne}] 3s^2 3p^2$	دارد	دارد	دارد	ندارد	اشتراک
ژرمانیم (Ge)	۴	$[\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^2$	دارد	دارد	دارد	ندارد	اشتراک
قلع (Sn)	۵	-	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد
سرب (Pb)	۶	-	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد



گروه آموزشی ماز

۸۳- در محلولی از نمک X_2SO_4 تفاوت غلظت یون‌های حاصل از حل شونده برابر با $1/8 \text{ ppm}$ است. اگر در 250 گرم از این محلول، مقدار $2/5 \times 10^{-5}$ مول نمک وجود داشته باشد، جرم مولی عنصر X چقدر می‌تواند باشد؟

($S = 32$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

۳۹ (۴)

۲۳ (۳)

۱۰۸ (۲)

۶۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)

پاسخ سنجی

هر واحد از ترکیب یونی X_2SO_4 ، از دو کاتیون X^+ و یک آنیون SO_4^{2-} تشکیل شده است. بر این اساس، می‌توان گفت اگر در این محلول $2/5 \times 10^{-5}$ مول نمک حل کنیم، نهایتاً 5×10^{-5} مول کاتیون و $2/5 \times 10^{-5}$ مول آنیون در محلول خواهیم داشت. حال غلظت هر کدام از یون‌ها را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که جرم مولی عنصر X را معادل با X گرم فرض می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$X^+ : \text{غلظت } ppm = \frac{\text{جرم ماده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{5 \times 10^{-5} X}{250} \times 10^6 = \frac{X}{5}$$

$$SO_4^{2-} : \text{غلظت } ppm = \frac{\text{جرم ماده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2/5 \times 10^{-5} \times 96}{250} \times 10^6 = 9/6$$

طبق صورت سوال، تفاوت غلظت آنیون و کاتیون برابر $1/8 \text{ ppm}$ بوده ولی اشاره نشده که کدام یون غلظت بالاتری دارد، پس باید هر دو حالت آن را در نظر بگیریم. در این شرایط، داریم:

$$\text{حالت اول: } \frac{X}{5} - 9/6 = 1/8 \Rightarrow X = 57 \quad \text{حالت دوم: } 9/6 - \frac{X}{5} = 1/8 \Rightarrow X = 39$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، جرم مولی عنصر X برابر ۳۹ یا ۵۷ گرم بر مول است که بین این دو مقدار، فقط عدد ۳۹ در بین گزینه‌ها قرار دارد.

در بسیاری از سوالات کنکور، از دانش آموز انتظار دارند که انواع غلظت‌های مختلف را به یکدیگر تبدیل کند. یکی از مهم‌ترین این تبدیل‌ها، فرایند تبدیل غلظت ppm و درصد جرمی به غلظت مولار است. برای این منظور، می‌توانیم از فرمول‌های زیر استفاده کنیم:

$$M = \frac{100ad}{m}$$

$$M = \frac{ppm \times d}{1000m}$$

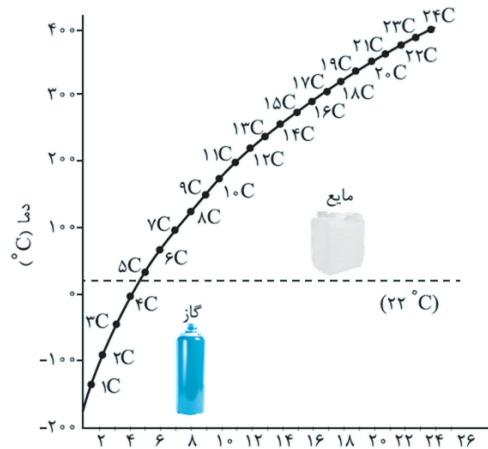
در این فرمول‌ها، نمادهای M ، a ، d و m به ترتیب نشان‌دهنده مولاریته، درصد جرمی، چگالی و جرم مولی هستند. توجه داریم که وقتی غلظت حل‌شونده‌ها در حد ppm بوده و محلول مورد نظر خیلی خیلی رقیق باشد، می‌توانیم به صورت تقریبی چگالی آن محلول را برابر چگالی آب خالص یعنی معادل با $1 g.cm^{-3}$ فرض کنیم.

گروه آموزشی ماز

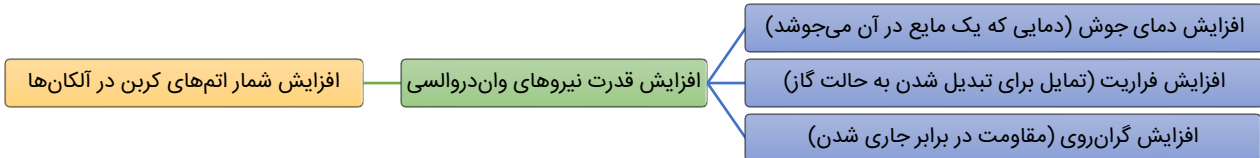
۸۴- کدام مورد درست است؟

- (۱) نام یک آلکان دارای ۲۲ اتم هیدروژن، می‌تواند به صورت ۲،۲-دی‌متیل-۳-اتیل هگزان باشد.
- (۲) دمای جوش یک نمونه از اوکتان، بیشتر از میانگین دمای جوش نمونه‌هایی از هپتان و نونان است.
- (۳) شستن پوست یا تماس آن با آلکان‌های مایع مثل تینر، در دراز مدت به بافت‌های پوست آسیبی نمی‌رساند.
- (۴) یک آلکان شاخه‌دار با ۴ اتم کربن در زنجیره اصلی، می‌تواند در ساختار مولکولی خود مجموعاً ۱۰ اتم کربن داشته باشد.

با افزایش شمار کربن‌ها در آلکان‌ها، نقطه جوش آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. تصویر زیر، نقطه جوش آلکان‌های مختلف را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، با افزایش تعداد کربن‌ها در ساختار آلکان‌های راست‌زنجیر، فاصله نقطه جوش دو آلکان متوالی کاهش پیدا می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت میانگین نقطه جوش یک آلکان ۷ کربنه (هپتان) و یک آلکان ۹ کربنه (نونان) از نقطه جوش یک آلکان ۸ کربنه (اوکتان) پایین‌تر خواهد بود. به طور کلی، در رابطه با آلکان‌ها داریم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

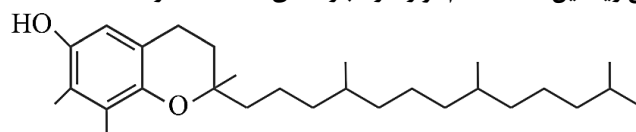
۱ فرمول شیمیایی کلی همه آلکان‌ها (آلکان‌های راست زنجیر و شاخه‌دار) به صورت C_nH_{2n+2} است. برای اینکه تعداد هیدروژن آلکان برابر ۲۲ باشد، تعداد کربن آن باید برابر ۱۰ باشد. آلکان ذکر شده، ۶ اتم کربن در زنجیر اصلی و ۴ اتم کربن در شاخه‌های فرعی خود دارد، پس در مجموع ۱۰ اتم کربن داشته و ایرادی از این نظر ندارد، اما نام‌گذاری آلکان نادرست است. در نام‌گذاری آلکان‌ها، شاخه‌(های) فرعی اتیل باید قبل از شاخه‌(های) متیل نوشته شود و نام درست آلکان مورد نظر، به صورت ۳-اتیل-۲،۲-دی‌متیل هگزان است.

۳ آلکان‌ها هیدروکربن‌هایی سیر شده هستند که تمایل چندانی به انجام واکنش ندارند، اما شستن پوست یا تماس آن با آلکان‌های مایع مثل تینر، در دراز مدت با حل کردن چربی‌های پوست در خود، به آن آسیب می‌زند.

۴ ابتدا یک آلکان با چهار اتم کربن در زنجیر اصلی را رسم می‌کنیم: اگر روی هر کدام از کربن‌ها شاخه فرعی اتیل را قرار دهیم، زنجیر اصلی عوض شده و ۵ یا ۶ کربنه می‌شود. پس می‌توان گفت در این آلکان، شاخه فرعی اتیل نداریم. از طرفی می‌توانیم روی هر کدام از کربن‌های شماره ۲ و ۳، حداکثر دو شاخه فرعی متیل رسم کنیم که در این صورت، در آلکان مورد نظر نهایتاً ۸ اتم کربن خواهیم داشت.

گروه آموزشی ماز

۸۵- با توجه به ساختار زیر که مربوط به نوعی ویتامین است، کدام موارد از عبارتهای داده شده درست هستند؟



آ: شمار گروه‌های CH_2 موجود در ساختار آن، ۲/۵ برابر شمار این گروه‌ها در مولکول ۲-متیل هپتان است.

ب: شمار گروه‌های متیل موجود در ساختار آن، ۲ برابر شمار پیوندهای دوگانه موجود در ساختار آن است.

پ: شمار اتم‌های هیدروژن موجود در آن، ۱۶ برابر شمار اتم‌های کربنی از آن با عدد اکسایش صفر است.

ت: دارای یک حلقه آروماتیک بوده و بخش ناقطبی آن را یک ساختار غیرحلقوی تشکیل داده است.

(۴) «آ» و «ت»

(۳) «پ» و «ت»

(۲) «ب» و «پ»

(۱) «آ» و «ب»

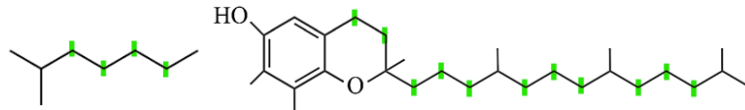
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

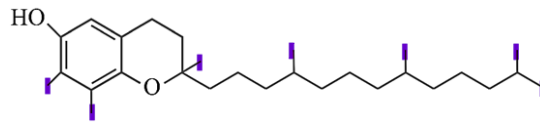
بررسی موارد:

آ: اتم‌های کربنی که با سایر اتم‌های کربن و اکسیژن، ۲ پیوند تشکیل داده‌اند، به صورت گروه CH_2 هستند. این گروه‌ها در ترکیب ذکر شده و همچنین در ۲-متیل هپتان، با رنگ سبز مشخص شده‌اند:



همانطور که مشخص است، مقدار نسبت خواسته شده برابر $\frac{11}{4}$ است.

ب: در ساختار رسم شده، ۳ پیوند دوگانه قرار دارد که همگی آن‌ها بین کربن‌ها برقرار شده‌اند. کربن‌هایی که با سایر اتم‌های کربن و اکسیژن، ۱ پیوند تشکیل داده‌اند، به صورت گروه CH_3 یا همان متیل هستند. این گروه‌ها در ترکیب ذکر شده با رنگ بنفش مشخص شده‌اند.



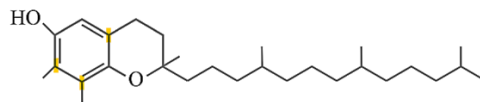
پ: برای شمارش تعداد اتم هیدروژن در ساختار یک ترکیبات آلی، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد هالوژن} - (\text{تعداد پیوند سه گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوند دوگانه} \times 2) - (\text{تعداد حلقه} \times 2) + 2 - (\text{تعداد کربن} \times 2) = \text{تعداد اتم هیدروژن} \\ + (\text{تعداد نیتروژن}) \end{aligned}$$

برای مثال، تعداد اتم هیدروژن ترکیب ذکر شده در صورت سوال را محاسبه می‌کنیم:

$$48 - (2 \times 4) - (2 \times 2) - (2 \times 2) + 2 - (28 \times 2) = 48$$

کربن‌هایی با عدد اکسایش صفر، در تصویر زیر با رنگ زرد مشخص شده‌اند:

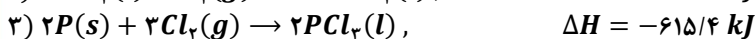
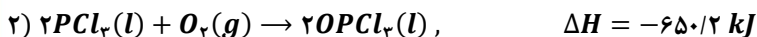
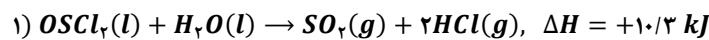


نسبت خواسته شده برابر $\frac{48}{16}$ یا ۱۶ است.

ت: ساختار داده شده، دارای یک حلقه شش ضلعی کربنی بوده که پیوند میان کربن‌های آن، به صورت یک در میان دوگانه است که به معنای همان حلقه بنزنی یا آروماتیک است. قسمت‌هایی که در حلقه‌ها قرار گرفته‌اند، دارای اتم اکسیژن بوده و بخش قطبی ساختار را تشکیل می‌دهند. دم هیدروکربنی نیز بخش ناقطبی ترکیب را تشکیل می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۸۶- با توجه به واکنش‌های مقابل:



تغییر آنتالپی واکنش $\text{HCl}(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{Cl}_2(g) + \text{H}_2\text{O}(l)$ ، پس از موازنه معادله آن برابر با چند کیلوژول است؟

$$-2681.6 \text{ (4)}$$

$$-2481.8 \text{ (3)}$$

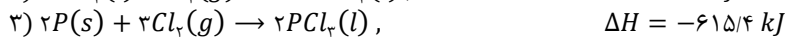
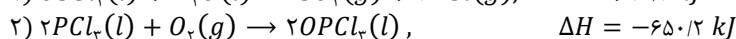
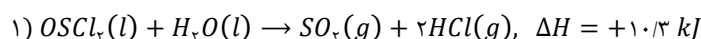
$$-202.6 \text{ (2)}$$

$$-222.4 \text{ (1)}$$

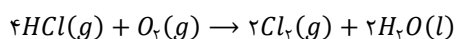
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

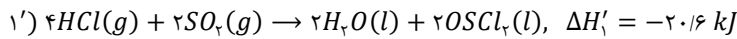
معادله موازنه شده واکنش‌های ترموشیمی داده شده به صورت زیر است:



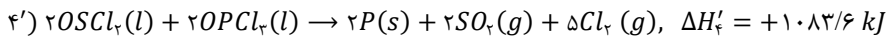
واکنش خواسته شده نیز به صورت زیر است:



در واکنش خواسته شده، تعداد ۴ مولکول HCl در سمت واکنش دهنده ها مصرف شده است. در واکنش ۱ نیز، ۲ مولکول HCl در سمت فرآورده تولید شده است، پس باید واکنش ۱ را در ۲- ضرب کنیم:



در واکنش خواسته شده، تعداد ۱ مولکول O_2 در سمت واکنش دهنده ها مصرف شده است. در واکنش ۲ نیز، ۱ مولکول O_2 در سمت واکنش دهنده ها مصرف شده است، پس واکنش ۲ را تغییر نمی دهیم. در واکنش ۲، تعداد ۲ مولکول $OPCl_2$ تولید شده است، در حالی که در واکنش اصلی، این گونه وجود ندارد. برای حذف شدن این مولکول، باید ۲ واحد از آن در واکنش ۴ مصرف شود، پس واکنش ۴ را در ۱- ضرب می کنیم. در این رابطه، داریم:



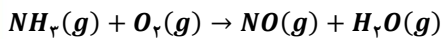
در واکنش ۲، تعداد ۲ مولکول PCl_3 مصرف شده است. در حالیکه در واکنش اصلی، این گونه وجود ندارد. برای حذف شدن این مولکول، باید ۲ واحد از آن در واکنش ۳ تولید شود پس واکنش ۳ را نیز تغییر نمی دهیم. از جمع معادله این واکنش ها، واکنش خواسته شده بدست می آید. آنتالپی واکنش خواسته شده نیز، از جمع آنتالپی ۴ واکنش محاسبه می شود:

$$\Delta H_T = \Delta H'_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H'_4 = -20/6 + (-650/2) + (-615/4) + (+1083/6) = -202/6 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۸۷- در یک ظرف ۵ لیتری، ۲ مول آمونیاک و ۰/۵ مول اکسیژن بر اساس معادله زیر با یکدیگر واکنش می دهند. اگر در طول مدت زمان ۱۰ ثانیه، درصد جرمی گاز نیتروژن مونوکسید در ظرف واکنش به ۶٪ برسد، سرعت متوسط واکنش برابر با چند مول بر لیتر بر ساعت بوده است؟ (معادله واکنش موازنه شود.

$$(O = 16 \text{ و } N = 14 \text{ و } H = 1 : g. mol^{-1})$$



۱/۸ (۴)

۳/۶ (۳)

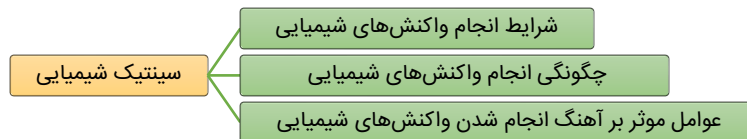
۷/۲ (۲)

۹ (۱)

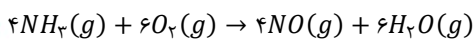
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۵۲)

پاسخ تشریحی:

شرایط انجام واکنش های شیمیایی، چگونگی انجام واکنش های شیمیایی و عوامل موثر بر آهنگ انجام شدن واکنش های شیمیایی، در علم سینتیک شیمیایی بررسی می شوند در حالی که اندازه گیری گرمای آزاد شده در واکنش های شیمیایی در علم ترمودینامیک شیمیایی بررسی می شود. در این رابطه، داریم:



معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



طبق قانون پایستگی جرم، جرم مواد در طی واکنش های شیمیایی ثابت است. در ابتدا ۲ مول آمونیاک معادل ۳۴ گرم و ۰/۵ مول اکسیژن معادل ۱۶ گرم (مجموعاً ۵۰ گرم) در ظرف واکنش حضور دارد. در لحظه مورد نظر نیز مجموع جرم مواد موجود در ظرف برابر ۵۰ گرم است.

حال جرم نیتروژن مونوکسید تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$3 \text{ g} = \text{جرم نیتروژن مونوکسید} \Rightarrow 100 \times \frac{\text{جرم نیتروژن مونوکسید}}{50} \Rightarrow 6 = \frac{\text{جرم ماده مورد نظر}}{\text{جرم کل}} \times 100$$

جرم مولی نیتروژن مونوکسید برابر ۳۰ گرم بر مول است. بنابراین ۳ گرم از آن معادل ۰/۱ مول از آن است. در مرحله بعد، سرعت واکنش را محاسبه می کنیم.

$$\bar{R} = \frac{\frac{\Delta n}{V}}{\text{ضرب} \times t} = \frac{\frac{0/1}{5}}{4 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}} = 1/8 \text{ mol. L}^{-1}. \text{h}^{-1}$$

زمان انجام واکنش ها به عوامل مختلفی مثل دما، غلظت، نوع مواد واکنش دهنده، کاتالیزگر و سطح تماس واکنش دهنده ها وابسته است؛ به گونه ای که برای کاهش یا افزایش سرعت انجام واکنش ها می توان این عوامل را تغییر داد. با افزایش سطح تماس میان واکنش دهنده های شرکت کننده در یک فرایند، تعداد برخوردهای میان ذرات سازنده این مواد افزایش یافته و واکنش مورد نظر نیز با سرعت بیشتری انجام می شود. به عنوان مثال، اگر شعله ای آتش را روی گرد آهن موجود در کپسول چینی بگیریم، آهن موجود در ظرف داغ و گداخته شده اما نمی سوزد. در نقطه مقابل، اگر گرد آهن را بر روی شعله ای آتش بپاشیم، با توجه به افزایش سطح تماس آهن با اکسیژن هوا، گرد آهن می سوزد.

گروه آموزشی ماز

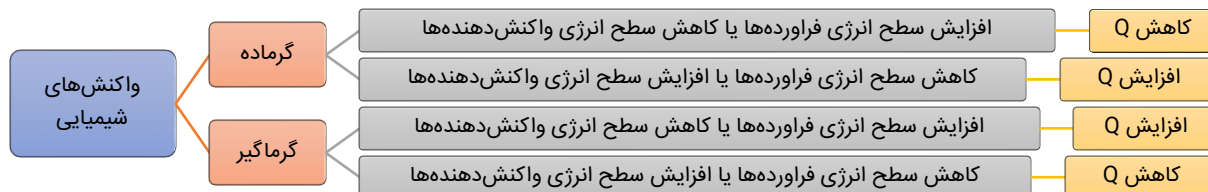
۸۸- کدام مورد درست است؟

- (۱) در یک واکنش گرماگیر، مصرف یک واکنش دهنده مایع، بیشتر از مصرف آن واکنش دهنده به حالت گاز، گرما مصرف می کند.
- (۲) با ذوب مقداری یخ در دمای ثابت 0°C ، حجم این ماده کاهش یافته و انرژی جنبشی ذرات H_2O شدیداً افزایش می یابد.
- (۳) در واکنش تولید مقداری آمونیاک، مستقل از اینکه هیدرازین یا نیتروژن مصرف شود، گرمای یکسانی مبادله خواهد شد.
- (۴) در واکنش فتوسنتز، مقداری آب مصرف شده و فراورده هایی با سطح انرژی پایین تر از واکنش دهنده ها تولید می شوند.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

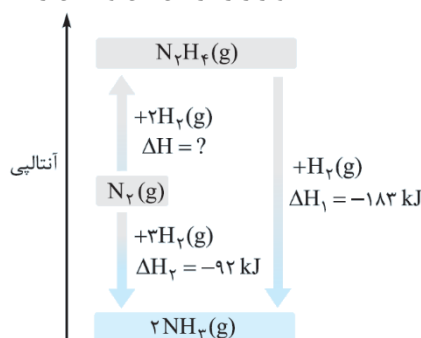
مواد در حالت جامد نسبت به حالت مایع و حالت مایع نسبت به حالت گاز، انرژی کمتری دارند. در واکنش های گرماگیر، با تبدیل حالت واکنش دهنده از گاز به مایع، سطح انرژی آن کاهش پیدا کرده و برای تبدیل شدن به فراورده انرژی بیشتری نیاز خواهد داشت. در این رابطه، داریم:



بررسی سایر گزینه ها:

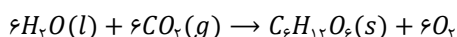
۲- با توجه به وجود فضای خالی میان مولکول ها در ساختار یخ، چگالی یخ نسبت به آب پایین تر است. با تبدیل یخ به جرم برابری از آب، حجم آن افزایش پیدا می کند اما دمای آن تغییری نمی کند. دما نشان دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات تشکیل دهنده است. بنابراین با توجه به تغییر نکردن دمای نمونه مورد نظر، انرژی جنبشی ذرات نیز تغییر زیادی نمی کند.

۳- تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن واکنشی دو مرحله ای است. تصویر زیر مراحل این واکنش را نمایش می دهد:



همانطور که مشخص است، ذرات هیدرازین (N_2H_4) نسبت به ذرات گاز نیتروژن انرژی بالاتری داشته و تبدیل آن ها به آمونیاک با آزاد شدن مقدار بیشتری انرژی گرمایی همراه است.

۴- معادله موازنه شده واکنش انجام شده حین فتوسنتز به صورت زیر است:



این واکنش قرینه واکنش انجام شده حین سوختن یا اکسایش گلوکز است. سوختن و اکسایش مواد در اغلب موارد (بجز اکسایش گاز نیتروژن) گرماگیر است، بنابراین واکنش قرینه آن، گرماگیر بوده و در آن سطح انرژی فراورده ها بالاتر از واکنش دهنده ها است.

گروه آموزشی ماز

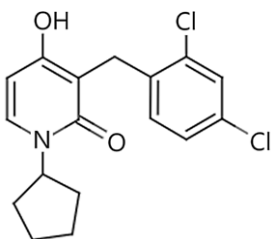
۸۹- در رابطه با مولکول مقابل، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

آ: شمار پیوندهای یگانه در آن، ۵ برابر شمار این پیوندها در ساختار پروپین است.

ب: شش مورد از اتم های کربن آن، فقط به اتم های غیر از اتم هیدروژن متصل شده اند.

پ: در شرایط مناسب، با استیک اسید واکنش داده و یک عامل آمیدی در آن ایجاد می شود.

ت: توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی را داشته و شمار اتم های H در آن، بیشتر از اتم های C است.



(۴) «آ» و «ت»

(۳) «پ» و «ت»

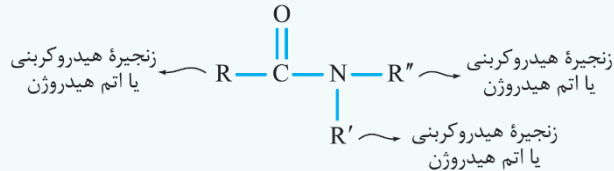
(۲) «ب» و «پ»

(۱) «آ» و «ب»



فرمول شیمیایی این ماده به صورت $C_{17}H_{17}Cl_2NO_2$ است. در ساختار این ماده، یک حلقه بنزنی و یک گروه عاملی آمیدی وجود دارد. در رابطه با این ماده، عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

ساختار کلی ترکیب‌های آمیدی به صورت زیر است:



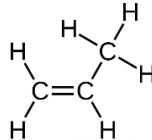
بررسی موارد:

آ: ابتدا تعداد کل پیوندهای موجود در ترکیب را محاسبه می‌کنیم:

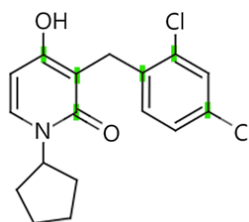
$$\text{پیوند} = \frac{(1 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (3 \times \text{اتم‌های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم‌های اکسیژن}) + (1 \times \text{اتم‌های هیدروژن}) + (4 \times \text{اتم‌های کربن})}{2}$$

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(1 \times 2) + (3 \times 1) + (2 \times 2) + (1 \times 17) + (4 \times 17)}{2} = 47$$

در فرمول ساختاری نمایش داده شده، ۶ پیوند دوگانه داریم. توجه داریم که هر پیوند دوگانه، ۲ پیوند شمرده می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت در این ترکیب، مجموعاً $35 (47 - 6 \times 2)$ پیوند یگانه داریم. ساختار پروپین به صورت زیر است:

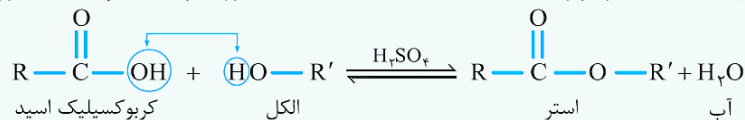


همانطور که مشخص است، در ساختار این ماده، ۷ پیوند یگانه و ۱ پیوند دوگانه حضور دارد. بر این اساس، می‌توان گفت نسبت خواسته شده برابر $\frac{25}{4}$ یا ۵ است.
 ب: اتم‌های کربنی که از ۴ الکترون ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند با اتم‌هایی بجز هیدروژن استفاده کرده‌اند، در تصویر زیر با رنگ سبز مشخص شده‌اند:

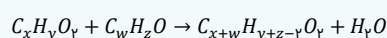


پ: ترکیب ذکر شده در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی آمیدی و هیدروکسیل است. این ماده می‌تواند از سمت گروه هیدروکسیل خود با استیک اسید که نوعی کربوکسیلیک اسید است، واکنش دهد و گروه عاملی استری تشکیل دهد.

استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) بدست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:

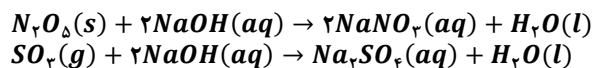


این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله‌ی نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده‌ی خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه‌ی این مواد به الکل و اسید سازنده‌ی آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود. معادله‌ی کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_2$ و یک الکل با فرمول شیمیایی C_wH_zO به صورت زیر است:



ت: این ترکیب در ساختار خود یک اتم هیدروژن متصل به اکسیژن داشته و می‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. توجه داریم همه مواد که در ساختار خود گروه عاملی هیدروکسیل یا کربوکسیل دارند، می‌توانند با مولکول‌های خود و همچنین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل بدهند. تعداد اتم‌های هیدروژنی آن نیز با تعداد اتم‌های کربن آن برابر است.

۹۰- مخلوطی از بخار N_2O_5 و گاز SO_3 به جرم ۴۲ گرم، با $1/68$ لیتر محلول سدیم هیدروکسید با $pH = 13/7$ به طور کامل واکنش می‌دهد. جرم N_2O_5 موجود در مخلوط اولیه برابر با چند گرم بوده و طی این فرایند، چند مول Na_2SO_4 تولید شده است؟ ($N = 14$ و $O = 16$ و $S = 32$)



$$0/12 - 32/4 \quad (4)$$

$$0/24 - 32/4 \quad (3)$$

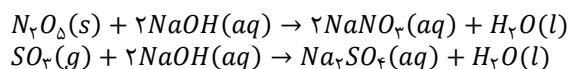
$$0/12 - 21/6 \quad (2)$$

$$0/24 - 21/6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله ۱۲۰۱)

پاسخ شریعی:

معادله موازنه شده واکنش‌های انجام‌شده به صورت زیر است:



ابتدا باتوجه به pH محلول مورد نظر، غلظت یون هیدروکسید را در محلول بازی محاسبه می‌کنیم:

$$\{pH = -\log[H^+] = 13/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-13/7} \Rightarrow [(OH)^-] = 10^{-7/7} = 0/5 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\{[H^+] \times [(OH)^-] = 10^{-14}$$

سدیم هیدروکسید نوعی باز قوی و تک‌ظرفیتی است، پس می‌توان گفت غلظت آن با غلظت یون هیدروکسید تولیدشده برابر است. حال غلظت سدیم هیدروکسید را به مول آن تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\text{مول}}{1/68} \Rightarrow 0/5 = \frac{\text{مول}}{1/68} \Rightarrow \text{مول} = 0/84$$

مول دی‌نیتروژن پنتاکسید را برابر x و مول گوگرد تری‌اکسید را برابر y در نظر می‌گیریم. مقدار x مول از دی‌نیتروژن پنتاکسید با $2x$ مول از سدیم هیدروکسید و y مول از گوگرد تری‌اکسید، با $2y$ مول از سدیم هیدروکسید واکنش می‌دهد، پس مجموعاً $2x + 2y$ مول سدیم هیدروکسید در این واکنش‌ها مصرف شده‌است. مقدار x مول از دی‌نیتروژن پنتاکسید جرمی معادل $108x$ گرم و y مول از گوگرد تری‌اکسید، جرمی معادل $80y$ گرم دارد، پس مجموع جرم گازها برابر $108x + 80y$ گرم است. حال با تشکیل و حل دستگاه معادلاتی، مول هرکدام از مواد را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 0/84 \\ 108x + 80y = 42 \end{cases} \Rightarrow x = 0/3, y = 0/12$$

مقدار $0/3$ مول از گاز N_2O_5 جرمی معادل $32/4$ گرم ($0/3 \times 108$) دارد. در پایان مول سدیم سولفات تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } Na_2SO_4 = 0/12 \text{ mol } SO_3 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{1 \text{ mol } SO_3} = 0/12 \text{ mol}$$

گروه آموزشی ماز

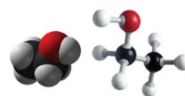
۹۱- کدام مورد درست است؟

- (۱) در ساختار همه ترکیب‌های آمیدی، یک اتم نیتروژن به صورت همزمان، حداقل به ۲ اتم کربن متصل شده است.
- (۲) تفاوت انحلال پذیری ۱-هگزانول و ۱-پنتانول در آب، بیشتر از تفاوت انحلال پذیری ۱-پنتانول و ۱-بوتانول است.
- (۳) در مراحل تولید پلی‌آمیدها، همه اتم‌های موجود در ساختار مونومرها وارد ساختار فراورده آلی نهایی می‌شوند.
- (۴) از واکنش بوتانوئیک اسید با الکلی که در ساختار خود ۶ اتم H دارد، استری با بوی آناناس ایجاد می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ شریعی:

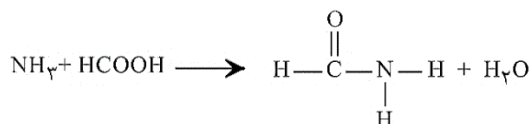
از واکنش اتانول با بوتانوئیک اسید، اتیل بوتانات تولید می‌شود که از آن در صنعت برای تولید شوینده‌هایی با بوی آناناس استفاده می‌شود. اتانول با فرمول مولکولی C_2H_5OH ، دومین عضو خانواده الکل‌ها بوده و همانند متانول، پروپانول و استون، به صورت نامحدود در آب حل شده و نمی‌توان از آن محلول سیرشده‌ای در آب تهیه کرد. ساختار اتانول به صورت زیر است:



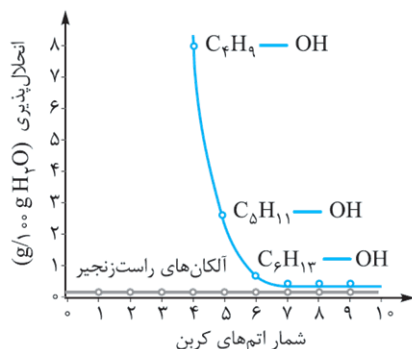
بررسی سایر گزینه‌ها:

ساده‌ترین آمید، از واکنش آمونیاک و ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید (متانوئیک اسید) تولید می‌شود. در ساختار این ماده، نیتروژن گروه عاملی آمیدی، تنها به یک اتم کربن متصل شده‌است.

معادله واکنش تولید این آمید به صورت زیر است:

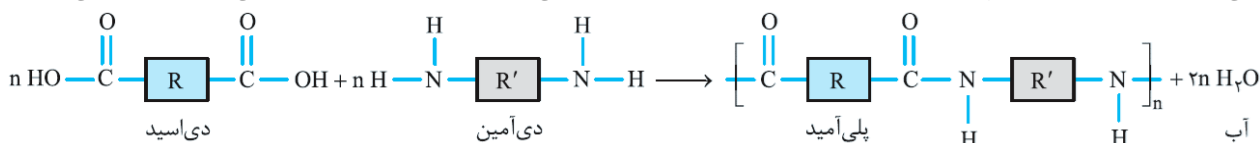


با افزایش شمار کربن‌ها در الکل‌ها، مقدار گشتاور دو قطبی و انحلال پذیری آن‌ها در آب کاهش پیدا می‌کند. تصویر زیر نمودار تغییر مقدار انحلال پذیری الکل‌های راست‌زنجیر در آب را نمایش می‌دهد:



همانطور که مشخص است، تفاوت انحلال پذیری الکل‌ها نیز با افزایش شمار کربن‌ها کاهش پیدا می‌کند، پس تفاوت انحلال پذیری ۱-هگزانول و ۱-پنتانول کمتر از ۱-پنتانول و ۱-بوتانول است.

از واکنش کربوکسیک اسیدهای دو عاملی و آمین‌های دو عاملی، پلی آمیدها تولید می‌شوند. در طی این واکنش، مولکول‌های آب نیز به عنوان فرآورده جانبی تولید شده و مقداری از اتم‌های واکنش دهنده وارد ساختار مولکول‌های آب می‌شوند. تصویر زیر واکنش تولید پلی آمید را نمایش می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۲- با انحلال ۴۰ گرم گاز هیدروژن فلوئورید در ۲۰ لیتر آب، محلولی با $\text{pH} = 2/7$ بدست می‌آید. ثابت یونش هیدروفلئوریک اسید در شرایط آزمایش چقدر بوده و برای اینکه pH محلول مورد نظر به ۲/۴ برسد، باید چند گرم دیگر گاز هیدروژن فلوئورید را در آن حل کرد؟

($F = 19$ و $H = 1 : g \cdot \text{mol}^{-1}$)

۴۰ - 4×10^{-5} (۴)

۱۲۰ - 4×10^{-5} (۳)

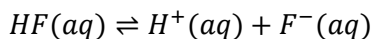
۴۰ - 2×10^{-5} (۲)

۱۲۰ - 2×10^{-5} (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۳۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادله موازنه شده یونش هیدروفلئوریک اسید به صورت زیر است:



ابتدا باتوجه به pH محلول، غلظت یون هیدروژن آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = 2/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{1/7} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

طبق گفته سوال، ۴۰ گرم هیدروژن فلوئورید که معادل ۲ مول از آن است در ۲۰ لیتر آب حل شده است، پس می‌توان گفت غلظت اولیه آن برابر $\frac{2}{20}$ یا $\frac{1}{10}$ مولار بوده است. غلظت یون هیدروژن در برابر غلظت اولیه اسید ناچیز است، بنابراین می‌توانیم غلظت اولیه و تعادلی هیدروژن فلوئورید را برابر در نظر بگیریم. حال ثابت یونش اسید را در این شرایط بدست می‌آوریم:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+] \times [\text{F}^-]}{[\text{HF}]} \xrightarrow{[\text{H}^+]=[\text{F}^-]} K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HF}]} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{10^{-1}} = 4 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

در اسیدهای قوی، با n برابر شدن غلظت اسید، غلظت یون هیدروژن نیز n برابر شده و pH به اندازه $\log n$ تغییر می‌کند. در اسیدهای ضعیف، با n برابر شدن غلظت اسید، غلظت یون هیدروژن $\sqrt{n}$ برابر شده و pH به اندازه $\frac{1}{2} \log n$ تغییر می‌کند. در ضمن با افزایش غلظت اسید، pH آن از ناحیه خنثی یعنی ۷ دور می‌شود و با کاهش غلظت اسید، pH آن به ناحیه خنثی نزدیک می‌شود.

در این سوال، pH به اندازه ۰/۳ از ناحیه خنثی دور شده است. حال تغییر غلظت اسید را محاسبه می‌کنیم:

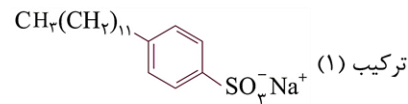
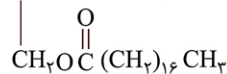
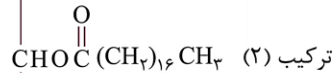
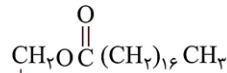
$$\frac{1}{2} \log n = 0/3 \Rightarrow \log n = 0/6 \Rightarrow n = 4$$

طبق محاسبات انجام شده، برای اینکه به اندازه ۰/۳ واحد از pH ناحیه خنثی دور شویم، باید غلظت اسید موجود در محلول ۴ برابر شود، یعنی به اندازه ۳ برابر مقدار اولیه (۱۲۰ = ۳ × ۴۰)، به آن هیدروفلوئوریک اسید اضافه کنیم. در این رابطه داریم:

چهار برابر شدن مقدار اسید در محلول → $g = 160$ مقدار اسید در محلول نهایی = $g = 40$ مقدار اسید در محلول اولیه

گروه آموزشی ماز

۹۳- در رابطه با دو ماده زیر، چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟



آ: اگر گروه SO_3^- از ترکیب (۱) را با گروه COO^- جایگزین کنیم، این ماده در واکنش با یون Ca^{2+} ، رسوب ایجاد می‌کند.

ب: طی واکنش نیم مول ترکیب (۲) با ۳ لیتر محلول ۰/۵ مولار پتاسیم هیدروکسید، ۱/۵ مول صابون مایع ایجاد می‌شود.

پ: شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار آنیون سازنده ترکیب (۱)، ۳ برابر شمار این پیوندها در ۱-هگزن است.

ت: با ریختن مخلوطی از ترکیب‌های (۱) و (۲) در آب و به هم زدن مخلوط ایجاد شده، نوعی کلوئید بدست می‌آید.

۴ (۴)

۳ (۳)

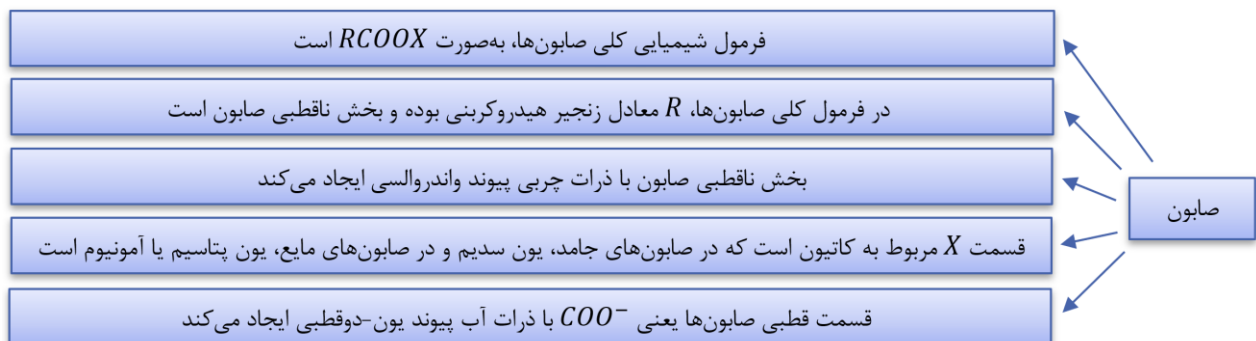
۲ (۲)

۱ (۱)

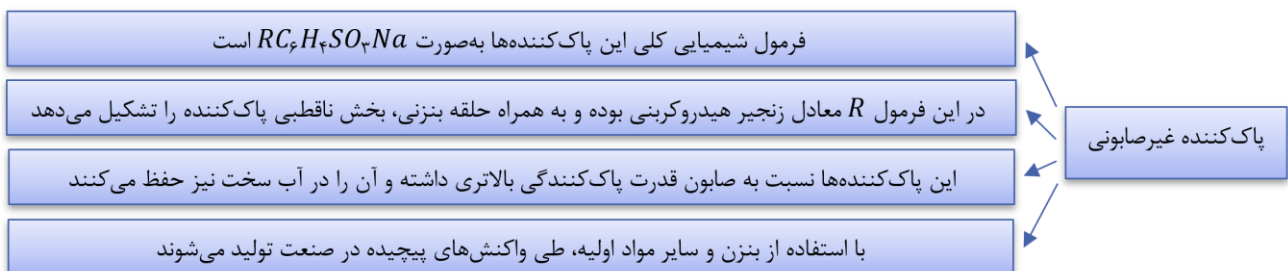
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ شریانی

نمودار زیر، ویژگی‌های کلی پاک‌کننده‌های صابونی را نشان می‌دهد:



نمودار زیر، ویژگی‌های کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی را نشان می‌دهد:

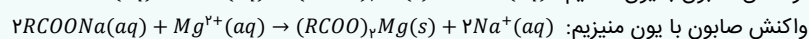
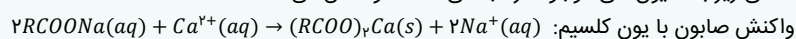


همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

بررسی موارد

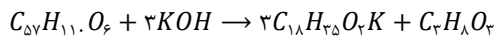
آ: ترکیب (۱) نوعی پاک‌کننده غیر صابونی است. اگر گروه SO_3^- آن را با گروه COO^- جایگزین کنیم، تبدیل به صابون شده و با یون‌های موجود در آب سخت یعنی یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} واکنش داده و رسوب تشکیل می‌دهد.

مولکول‌های صابون، براساس معادله‌های زیر با کاتیون‌های موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند:



رسوب‌های تولید شده در این واکنش‌ها، سفید رنگ بوده و رد آن‌ها بر روی لباس‌ها باقی می‌ماند. همانطور که مشخص است، نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها در این رسوب‌ها برابر با ۲ خواهد بود.

ب: معادله موازنه شده واکنش ترکیب (۲) که نوعی استر سه عاملی است با پتاسیم هیدروکسید، به صورت زیر است:



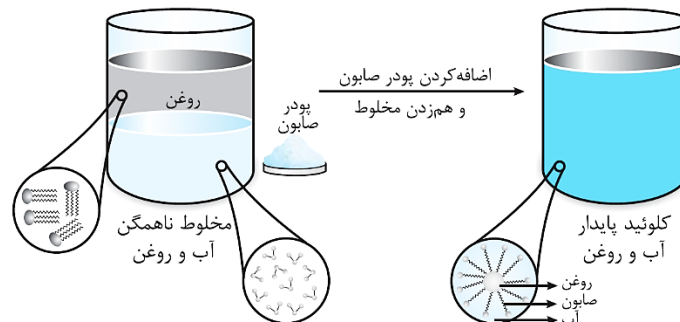
مقدار ۳ لیتر محلول ۰/۵ مول پتاسیم هیدروکسید، مجموع ۱/۵ مول (۳ × ۰/۵) از این ماده را دارد. طبق معادله موازنه شده، ۰/۵ مول از ترکیب (۲) با ۱/۵ مول پتاسیم هیدروکسید واکنش داده و ۱/۵ مول صابون مایع ($C_{18}H_{35}O_2K$) تولید می کند.

پ: فرمول شیمیایی بخش آنیونی پاک کننده غیرصابونی داده شده به صورت $C_{18}H_{39}SO_3^-$ است. در ساختار این آنیون، تعداد ۵۴ پیوند اشتراکی بین اتم ها وجود دارد. در رابطه با هگزن (C_6H_{12})، داریم:

$$C_6H_{12} : \text{تعداد پیوند} = \frac{(6 \times 4) + (12 \times 1)}{2} = 18$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار نسبت خواسته شده برابر با $\frac{54}{18}$ یا ۳ است.

ت: مخلوط حاصل از آب، نوعی پاک کننده با ذراتی که بخش قطبی و بخش ناقطبی دارند (ترکیب (۱)) و چربی (ترکیب (۲))، نوعی کلئوید است. تصویر زیر، کلئویدی از آب، صابون (نوعی پاک کننده با ذراتی که بخش قطبی و بخش ناقطبی دارند) و روغن را نشان می دهد:



هنگامی که صابون وارد آب می شود، به کمک سر آب دوست خود در آن حل می شود. از سوی دیگر، ذره های صابون با بخش چربی دوست خود با مولکول های چربی جاذبه برقرار می کنند. در این مخلوط، مولکول های صابون از سمت دم هیدروکربنی خود (بخش ناقطبی مولکول های صابون) به طرف مولکول های ناقطبی روغن قرار می گیرند. گویی مولکول های صابون مانند پلی بین مولکول های آب و چربی قرار می گیرند.

گروه آموزشی ماز

۹۴- در رابطه با سلول گالوانی روی-هیدروژن، چه تعداد از عبارت های زیر درست هستند؟

آ: مقدار emf آن، قرینه مقدار E^+ فلز روی است.

ب: به مرور زمان، یون هیدروژن در آن مصرف می شود.

پ: با تغییر دمای محیط، مقدار emf این سلول دچار تغییر می شود.

ت: در صورت برداشتن دیواره متخلخل، واکنش کلی سلول در سطح تیغه روی انجام می شود.

ث: محلول موجود در نیم سلول کاتدی این سلول، کاغذ pH را آبی می کند.

۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی

بجز عبارت (ث)، همه عبارت های داده شده درست هستند.

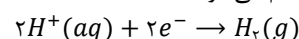
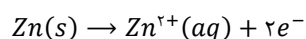
بررسی موارد:

آ: مقدار emf سلول گالوانی، از کم کردن پتانسیل کاهشی استاندارد آند از پتانسیل کاهشی استاندارد کاتد محاسبه می شود. در این سلول، نیم سلول روی، آند و نیم سلول هیدروژن، کاتد است. به صورت قراردادی، پتانسیل استاندارد هیدروژن برابر صفر در نظر گرفته شده است. بنابراین emf این سلول به صورت زیر محاسبه می شود:

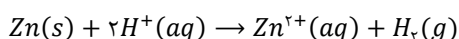
$$emf = E_{H^+} - E_{Zn} = 0 - E_{Zn} = -E_{Zn}$$

همانطور که مشخص است، نیروی الکتروموتوری سلول (emf) برابر قرینه پتانسیل استاندارد نیم سلول روی است.

ب: در آند سلول گالوانی، نیم واکنش اکسایش و در کاتد سلول گالوانی، نیم واکنش کاهش انجام می شود. نیم واکنش های اکسایش و کاهش انجام شده در این سلول، به ترتیب به صورت زیر انجام می شوند:



واکنش کلی انجام شده نیز به صورت زیر است:



پ: به صورت قراردادی، پتانسیل نیم سلول هیدروژن در دمای 25°C و فشار 1 atm برابر صفر در نظر گرفته شده است. سپس با تشکیل سلول گالوانی با استفاده از نیم سلول هیدروژن و سایر نیم سلول ها، پتانسیل استاندارد آن ها محاسبه شده است. با تغییر دمای محیط و یا غلظت یون ها در ساختار نیم سلول ها، پتانسیل سلول و در نتیجه نیروی الکتروموتوری سلول تغییر پیدا می کند.

ت: با برداشتن دیوار متخلخل، واکنش اکسایش کاهش در سطح فلز روی ادامه پیدا می کند؛ زیرا یون های هیدروژنی که در نیم سلول کاتدی (نیم سلول هیدروژن) قرار گرفته بودند، در تماس مستقیم با تیغه روی قرار می گیرند و اتم های روی، الکترون های خود را مستقیماً به یون های هیدروژن مجاور خود می دهند و الکترونی وارد مدار بیرونی سلول نمی شود. با توقف ورود الکترون به مدار بیرونی سلول و در نتیجه توقف ورود الکترون به تیغه کاتدی، نیم واکنش کاهش در نیم سلول کاتدی، متوقف می شود.

ث: محلول موجود در نیم سلول کاتدی (نیم سلول هیدروژن)، خاصیت اسیدی داشته و کاغذ pH را سرخ می کند.

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام مورد در رابطه با دو عنصر Y و X درست است؟

- (۱) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی ترکیب دوتایی Y با هیدروژن، اتم Y با رنگ آبی مشخص می شود.
- (۲) ساختار مولکول حاصل از اتصال اتم های X و Y به یکدیگر، همانند مولکول SO_2 مسطح است.
- (۳) یک نمونه عنصر Y ، از مولکول های دواتمی جور هسته و ناقطبی ساخته شده است.
- (۴) مولکول XH_3 ، همانند مولکول متان، ناقطبی است.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

عنصر X معادل فسفر بوده که در گروه ۱۵ از دوره سوم قرار گرفته است. عنصر Y نیز معادل فلئور بوده که در گروه ۱۷ از دوره دوم قرار گرفته است. یک نمونه از گاز فلئور از مولکول های دواتمی جور هسته F_2 تشکیل شده است. توزیع یکنواخت و متقارن الکترون ها در مولکول های دواتمی جور هسته، نشانه ناقطبی بودن آن است.

بررسی سایر گزینه ها:

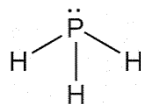
۱) فلئور با اتم هیدروژن، ترکیب HF را تشکیل می دهد. فلئور در بین عناصر جدول دوره ای، بیشترین خاصیت فلزی را دارد و به همین دلیل، الکترون های پیوندی را بیشتر به سمت خود می کشد و بار جزئی منفی پیدا می کند. توجه داریم که در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی، اتم هایی با بار جزئی منفی با رنگ قرمز و اتم هایی با بار جزئی مثبت، با رنگ آبی نمایش داده می شوند.

۲) از ترکیب اتم های فسفر و فلئور مولکول PF_3 بدست می آید. تصویر زیر، ساختار مولکول های SO_2 و PF_3 را نمایش می دهد:



در مولکول گوگرد تری اکسید، اتم مرکزی فاقد الکترون ناپیوندی است و به همین دلیل، ساختار آن به صورت مسطح است. در مولکول فسفر تری فلئورید، اتم مرکزی الکترون ناپیوندی دارد و ساختار آن به صورت هرمی (برآمده) خواهد بود.

۴) ساختار لوویس مولکول PH_3 به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، اتم مرکزی این گونه الکترون ناپیوندی داشته و برخلاف متان، گونه ای قطبی است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- واکنش تعادلی $\text{PCl}_3(g) + \text{Cl}_2(g) \rightleftharpoons \text{PCl}_5(g)$ با حضور $2/5$ مول از هر ماده در ظرف یک لیتری برقرار شده است. اگر در دمای ثابت، یک مول از PCl_5 را از ظرف خارج کرده و $0/5$ مول PCl_3 را به ظرف اضافه کنیم، پس از برقراری مجدد تعادل، چند مول گاز کلر در ظرف واکنش حضور خواهد داشت؟

۲ (۴)

۲/۶ (۳)

۱/۸ (۲)

۳/۲ (۱)

طبق اصل لوشاتلیه، اگر عاملی باعث به هم خوردن یک واکنش تعادلی شود، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا جای ممکن اثر آن تغییر را جبران کند. با اضافه کردن یک واکنش دهنده (PCl_3) و خارج کردن یک فراورده (PCl_5)، واکنش به سمت رفت، یعنی در جهت مصرف واکنش دهنده (ها) و تولید فراورده (ها) پیش می‌رود. پس می‌توان گفت مول گاز کلر نسبت به حالت اولیه آن کاهش پیدا کرده و در تعادل جدید برقرار شده، نمی‌تواند معادل با $2/6$ یا $3/2$ مول شود. بنابراین بدون حل سوال، می‌توانیم گزینه‌های ۱ و ۳ را حذف کنیم. توجه داریم که در دمای یکسان، ثابت تعادل یک واکنش تعادلی ثابت است. در مرحله اول، ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که حجم ظرف ۱ لیتر بوده و مقدار عددی مول هر گاز برابر با غلظت مولی آن است. بر این اساس، داریم:

$$K = \frac{[PCl_5]}{[PCl_3] \times [Cl_2]} = \frac{2/5}{2/5 \times 2/5} = 0.4 \text{ L.mol}^{-1}$$

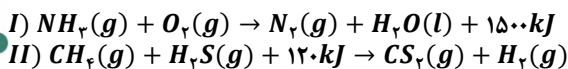
با خارج کردن ۱ مول از PCl_5 ، مول آن به $1/5$ می‌رسد. همچنین با اضافه کردن 0.5 مول PCl_3 به مخلوط گازی، مول آن به ۳ مول می‌رسد. همانطور که اشاره شد، واکنش به سمت رفت پیش می‌رود تا تعادل مجدداً برقرار شود. با مصرف x مول از گاز PCl_3 ، مقدار x مول از گاز Cl_2 نیز مصرف شده و x مول از گاز PCl_5 تولید می‌شود. با این تغییرات مول تعادلی گونه‌های PCl_3 ، Cl_2 و PCl_5 به ترتیب برابر با $(3-x)$ ، $(2/5-x)$ و $(1/5+x)$ مول خواهد بود. حال با استفاده از ثابت تعادل واکنش، مقدار x را بدست می‌آوریم:

$$K = \frac{[PCl_5]}{[PCl_3] \times [Cl_2]} = \frac{1/5+x}{(3-x) \times (2/5-x)} = 0.4 \Rightarrow x = 0.5$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، مقدار تعادلی گاز کلر به ۲ مول ($2/5 - 0.5$) می‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۹۷- با توجه به واکنش‌های داده شده، پس از موازنه معادله آن‌ها، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



آ: مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش (II)، به یقین بیشتر از ۱۲۰ کیلوژول خواهد بود.

ب: گونه اکسند در واکنش (I)، از مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته تشکیل شده است.

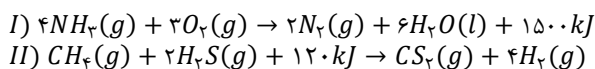
پ: به ازای تشکیل ۲ مول فراورده قطبی در واکنش (I)، مقدار ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

ت: در واکنش (II)، همانند واکنش سوختن کامل هیدروکربن‌ها، اتم‌های هیدروژن اکسایش می‌یابند.

ث: به ازای مصرف مول برابر از واکنش دهنده ناقطبی در این دو واکنش شیمیایی، در مجموع مقداری گرما مصرف می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



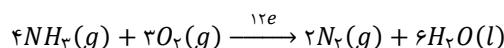
عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد

آ: در واکنش‌های گرماگیر، اندازه انرژی فعال‌سازی بزرگ‌تر از آنتالپی واکنش است؛ در حالی که در واکنش‌های گرماده، اندازه انرژی فعال‌سازی می‌تواند بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر از اندازه آنتالپی واکنش باشد. در واکنش (۲)، نماد Q در سمت واکنش دهنده‌ها قرار دارد و این به معنای گرماگیر بودن واکنش است.

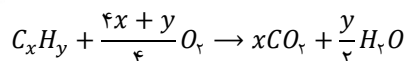
ب: عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن از صفر در گاز اکسیژن (O_2) به ۲- در بخار آب (H_2O) تغییر پیدا می‌کند؛ پس می‌توان گفت گاز اکسیژن در این واکنش، گونه اکسند است. از طرفی عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن از ۳- در آمونیاک (NH_3)، به صفر در گاز نیتروژن (N_2) می‌رسد، پس می‌توان گفت آمونیاک در این واکنش گونه کاهنده است.

پ: معادله واکنش دوم به صورت زیر است:



به ازای تولید هر واحد از بخار آب (فراورده قطبی واکنش (۱))، ۲ الکترون مبادله می‌شود. بنابراین با تولید ۲ مول بخار آب، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

ت: در واکنش (۲)، عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن از ۱+ در ترکیب‌های CH_4 و H_2S ، به صفر در گاز هیدروژن می‌رسد. در سوختن کامل هیدروکربن‌ها که معادله موازنه شده آن به صورت زیر است، عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن، در همه ترکیب‌ها برابر ۱+ است. در واقع، در واکنش سوختن هیدروکربن‌ها، اتم‌های هیدروژن نه اکسید شده و نه کاهش می‌یابند.



ث: واکنش دهنده ناقطبی معادله (۱) و (۲) به ترتیب معادل گاز اکسیژن و متان است. فرض می‌کنیم ۳ مول از هر کدام از این گازها مصرف شده‌است و مقدار گرمای مبادله شده را بدست می‌آوریم:

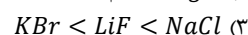
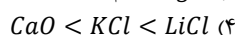
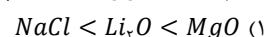
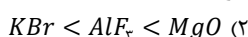
$$? kJ = 3 \text{ mol } O_2 \times \frac{1500 \text{ kJ}}{3 \text{ mol } O_2} = 1500 \text{ kJ}$$

$$? kJ = 3 \text{ mol } CH_4 \times \frac{1200 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CH_4} = 3600 \text{ kJ}$$

با مصرف ۳ مول واکنش دهنده ناقطبی در واکنش (۱)، ۱۵۰۰ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود. در واکنش (۲) به ازای مصرف ۳ مول واکنش دهنده ناقطبی، ۳۶۰۰ کیلوژول انرژی مصرف می‌شود؛ پس می‌توان گفت به‌طور کلی ۱۱۴۰ کیلوژول (۱۵۰۰-۳۶۰۰) انرژی تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۸- کدام مقایسه در رابطه با آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی مختلف درست است؟



پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



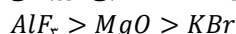
اگر هر یون را کره‌ای باردار در نظر بگیریم، چگالی بار هم‌ارز با نسبت اندازه بار به حجم آن است. این کمیت، برای مقایسه میزان برهمکنش میان یون‌ها به کار می‌رود. نسبت ساده‌تری که می‌توان به کار برد، نسبت مقدار بار به شعاع یون است. هرچه مجموع اندازه بار یون‌های یک ترکیب یونی بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب آن بالاتر است. از طرفی هرچه شعاع یون‌های آن کوچک‌تر باشد، چگالی بار یون‌ها بیشتر بوده و آنتالپی فروپاشی آن ترکیب بالاتر است.



۱- مجموع اندازه بار یون‌ها در ساختار ترکیب‌های سدیم کلرید، لیتیم اکسید و منیزیم اکسید به ترتیب برابر ۲، ۳ و ۴ است. بنابراین مقایسه آنتالپی فروپاشی آن‌ها به‌صورت زیر است:



۲- مجموع اندازه بار یون‌ها در پتاسیم برمید، آلومینیم فلوئورید و منیزیم اکسید به ترتیب برابر ۲، ۴ و ۴ است. از طرفی شعاع یون آلومینیم کمتر از یون منیزیم و شعاع یون فلوئورید کمتر از یون اکسید است؛ بنابراین مقایسه آنتالپی فروپاشی آن‌ها به‌صورت زیر است:



۳- اندازه بار کاتیون‌ها و آنیون‌های ترکیب‌های مطرح‌شده در این گزینه با هم برابر است. از طرفی مقایسه شعاع کاتیون‌ها به صورت $K^+ > Na^+ > Li^+$ و مقایسه شعاع آنیون‌ها به صورت $Br^- > Cl^- > F^-$ است. بنابراین آنتالپی فروپاشی لیتیم فلوئورید نسبت به هردو ترکیب دیگر بالاتر است.

۴- مجموع اندازه بار یون‌ها در کلسیم اکسید، پتاسیم کلرید و لیتیم کلرید به ترتیب برابر ۴، ۲ و ۲ است. از طرفی شعاع یون لیتیم کمتر از یون پتاسیم است بنابراین مقایسه آنتالپی فروپاشی آن‌ها به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۹۹- در رابطه با خوردگی ورقه آهنی گالوانیزه خراش دیده در مجاورت قطره آب، کدام موارد زیر درست هستند؟

آ: در این فرایند، یک عنصر فلزی نقش اکسنده و نافلز، نقش کاهنده را دارد.

ب: با انحلال گاز CO_2 در قطره آب، سرعت فرایند خوردگی فلز افزایش می‌یابد.

پ: با انجام این فرایند، کاتیونی که آرایش الکترونی آن به $3d^1$ ختم می‌شود، وارد قطره آب می‌شود.

ت: عنصر فلزی که در این فرایند در مقابل خوردگی محافظت می‌شود، در مقایسه با آلومینیم E° کمتری دارد.

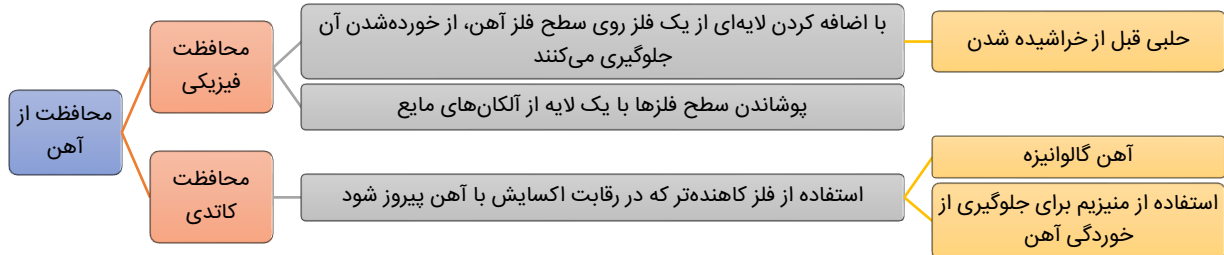
(۴) «آ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

(۲) «ب» و «پ»

(۱) «آ» و «پ»

در رابطه با انواع روش‌های جلوگیری از خوردگی آهن، داریم:

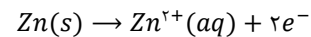
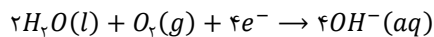


عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

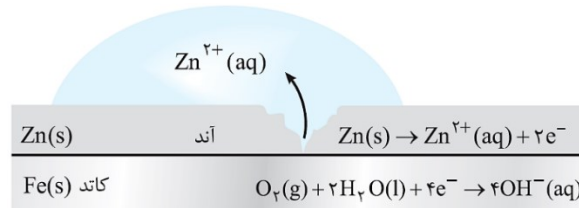
اگر روشی از جنس فلز روی (Zn) را در سطح آهن قرار دهیم، آهن سفید (گالوانیزه) را ساخته‌ایم که از آن برای ساخت تانکر آب، کانال کولر و ... استفاده می‌شود. با توجه به اینکه پتانسیل کاهشی استاندارد روی از آهن کمتر است؛ می‌توان نتیجه گرفت که فلز روی، کاهنده قوی‌تری نسبت به آهن بوده و با ایجاد خراش در سطح آهن گالوانیزه، فلز روی به عنوان آند عمل کرده و خورده می‌شود و عملاً می‌توان گفت که فلز روی خود را فدای آهن کرده و از خوردگی آن جلوگیری می‌کند. به این نوع حفاظت، حفاظت کاتدی گفته می‌شود. بعد از خراش در سطح آهن گالوانیزه، فلز آهن در نقش کاتد بوده ولی کاهش پیدا نمی‌کند و فقط با ایجاد بستری برای انتقال الکترون، الکترون‌های حاصل از اکسایش روی را به اکسیژن می‌رساند.

بررسی موارد:

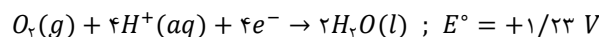
آ: نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش انجام شده در این سلول به صورت زیر است:



در این فرایند، فلز روی الکترون از دست داده و در نقش کاهنده حضور دارد. مولکول اکسیژن نیز به عنوان اکسنده، الکترون می‌گیرد. تصویر زیر، نمایی از فرایند خوردگی ورقه گالوانیزه را نشان می‌دهد:

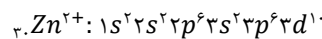
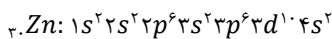


ب: تمایل مولکول‌های اکسیژن به گرفتن الکترون، در محیط‌های اسیدی (محیط‌هایی که $pH < 7$ که رنگ کاغذ pH را سرخ می‌کنند)، بیشتر از محیط‌های خنثی است و به همین خاطر، فلز آهن در محیط‌های اسیدی در مقایسه با محیط‌های خنثی با سرعت بیشتری خورده می‌شود. نیم‌واکنش کاهش آب در محیط‌های اسیدی به صورت زیر است:



با انحلال مقداری گاز کربن دی‌اکسید در آب، کربنیک اسید تولید می‌شود که باعث کاهش pH آب می‌شود. فرایند خوردگی فلزات در pH اسیدی با سرعت بالاتری انجام می‌شود.

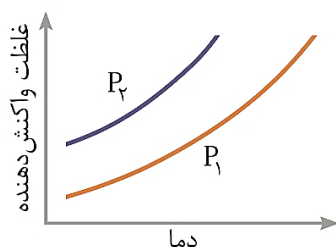
پ: آرایش الکترونی اتم و یون روی به صورت زیر است:



در طی این فرایند، کاتیون Zn^{2+} به صورت محلول وارد آب می‌شود.

ت: در طی این فرایند، فلز آهن از خوردگی حفاظت می‌شود. این فلز نسبت به آلومینیم واکنش‌پذیری کمتر و پتانسیل کاهشی استاندارد بالاتری دارد.

گروه آموزشی ماز



۱۰۰- نمودار مقابل، روند تغییر غلظت واکنش دهنده در واکنش $A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ بر حسب تغییر دما را

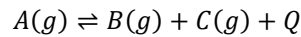
نشان می‌دهد. در رابطه با این واکنش، کدام مورد درست است؟

- (۱) واکنش مورد نظر، برخلاف واکنش کلی فرایند هابر، گرماده است.
- (۲) در شرایط آزمایش، فشار P_2 در مقایسه با فشار P_1 ، کمتر است.
- (۳) با کاهش دمای سامانه واکنش، مقدار ثابت تعادل کاهش می‌یابد.
- (۴) پس از افزودن گاز B به سامانه، با جابه‌جایی تعادل، مقداری گرما مصرف می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

باتوجه به نمودار، با افزایش دما، واکنش تعادلی به سمت برگشت یعنی مصرف فراورده‌ها و تولید واکنش‌دهنده‌ها پیش می‌رود. از طرفی، می‌دانیم که با افزایش دما، همه واکنش‌های تعادلی به سمت مصرف گرما پیش می‌روند. پس در این واکنش، Q در سمت فراورده‌ها قرار داشته و واکنش گرماده است. معادله این واکنش به صورت زیر است:



با افزودن گاز B به مخلوط، واکنش به سمت مصرف B یعنی واکنش برگشت پیش می‌رود و طی آن مقداری گرما مصرف می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

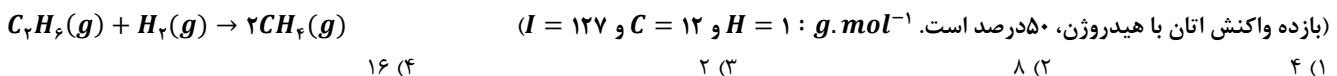
۱ واکنش $A(s) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ گرماده است. از طرفی واکنش تولید آمونیاک از عناصر سازنده نیز گرماده است.

۲ با افزایش فشار در یک سامانه گازی، تعادل به سمتی پیش می‌رود که شمار مول مواد گازی کاهش پیدا کند. در این واکنش، با افزایش فشار، واکنش به سمت برگشت پیش رفته و غلظت واکنش‌دهنده افزایش پیدا می‌کند. طبق نمودار، غلظت واکنش‌دهنده در فشار P_2 بیشتر از P_1 است. بنابراین فشار P_2 از فشار P_1 بیشتر است.

۳ با کاهش دمای سامانه، واکنش در جهت تولید گرما یعنی جهت رفت پیش می‌رود تا بتواند دما را به حالت اولیه باز گرداند. در فرمول ثابت تعادل، غلظت فراورده‌ها در صورت کسر و غلظت واکنش‌دهنده‌ها در مخرج کسر قرار دارد؛ بنابراین با افزایش غلظت فراورده‌ها و کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، مقدار ثابت تعادل افزایش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- تعادل $I_2(g) + H_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$, $K = 0.5$ با حضور ۳۲ گرم هیدروژن یدید و ۰/۵ مول بخار I_2 در ظرفی به حجم ۵ لیتر برقرار شده است. در صورت واکنش گاز هیدروژن موجود در حالت تعادل با گاز اتان بر اساس معادله زیر، چند گرم گاز متان تولید می‌شود؟



۱۶ (۴)

۲ (۳)

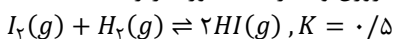
۸ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

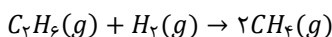
شیمیدان‌ها برای بررسی میزان پیشرفت واکنش‌های تعادلی، از کمیت ثابت تعادل استفاده می‌کنند. برای یک واکنش، در یک دمای معین، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی فراورده‌های گازی یا محلول، هر یک به توان ضریب استوکیومتری آن‌ها به حاصل ضرب غلظت تعادلی واکنش‌دهنده‌های گازی یا محلول، هر یک به توان ضریب آن‌ها، مقدار ثابتی است که به آن ثابت تعادل (K) گفته می‌شود. معادله واکنش تعادلی بین گاز هیدروژن و بخار ید به صورت زیر است:



مقدار ۳۲ گرم از گاز هیدروژن یدید، معادل ۰/۲۵ مول از آن است. باتوجه به حجم ظرف (۵ لیتر)، غلظت گاز هیدروژن یدید برابر ۰/۰۵ مولار (۰/۲۵) است. در حالت تعادل، ۰/۵ مول بخار ید نیز در مخلوط گازی حضور دارد و غلظت مولی آن برابر ۰/۱ مولار (۰/۵) است. حال با استفاده از فرمول ثابت تعادل، غلظت گاز هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[HI]^2}{[I_2] \times [H_2]} \Rightarrow 0.5 = \frac{(0.1)^2}{0.1 \times [H_2]} \Rightarrow [H_2] = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

معادله موازنه شده واکنش گاز اتان و هیدروژن به صورت زیر است:



در مرحله بعد، جرم متان تولید شده در واکنش دوم را بدست می‌آوریم:

$$? g CH_4 = 5 L \text{ مخلوط گازی} \times \frac{0.05 \text{ mol } H_2}{1 L \text{ مخلوط گازی}} \times \frac{2 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{16 g CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{50 g \text{ مقدار عملی}}{100 g \text{ مقدار نظری}} = 4 g$$

گروه آموزشی ماز

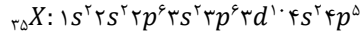
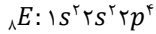
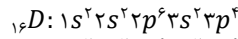
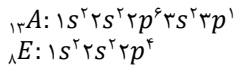
۱۰۲- اگر شمار الکترون‌هایی با $l = 1$ در اتم عناصر A, E, X و D به ترتیب برابر با ۷، ۴، ۱۷ و ۱۰ باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب حاصل از عناصر A و D ، برابر با مقدار این نسبت در کلسیم نیتريد است.
- (۲) شمار الکترون‌هایی با $n = 3$ در یون پایدار حاصل از X ، با شمار این الکترون‌ها در ساختار اتم مس برابر است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی عناصر A و E ، ۲ برابر شمار عناصر با نماد تک‌حرفی در دوره چهارم جدول تناوبی است.
- (۴) همه ترکیب‌های حاصل از عناصر D و E ، در حضور میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند.

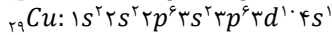
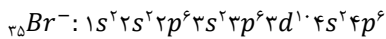
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

آرایش الکترونی اتم‌های A, D, E و X به صورت زیر است:



اتم ${}_{35}X$ معادل اتم برم بوده که با گرفتن یک الکترون، به یون برمید تبدیل می‌شود. آرایش الکترونی یون برمید و اتم مس به صورت زیر است:



لایه سوم در هر دو این گونه‌ها، پر بوده و دارای ۱۸ الکترون است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

عناصر ${}_{13}A$ و ${}_{16}D$ ، به ترتیب معادل با عناصر آلومینیم و گوگرد هستند. ترکیب این دو عنصر به صورت Al_2S_3 بوده و نسبت آنیون به کاتیون آن برابر $\frac{3}{2}$ است.

نام این ترکیب یونی، به صورت آلومینیم سولفید است. این درحالی است که در کلسیم نیتريد (Ca_3N_2)، این نسبت برابر $\frac{2}{3}$ است.

اتم ${}_{13}A$ و ${}_{8}E$ به ترتیب معادل آلومینیم و اکسیژن هستند. تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر $5(8-13)$ واحد است. در دوره چهارم جدول تناوبی، نماد عناصر پتاسیم (K) و وانادیم (V) به صورت تک‌حرفی است.

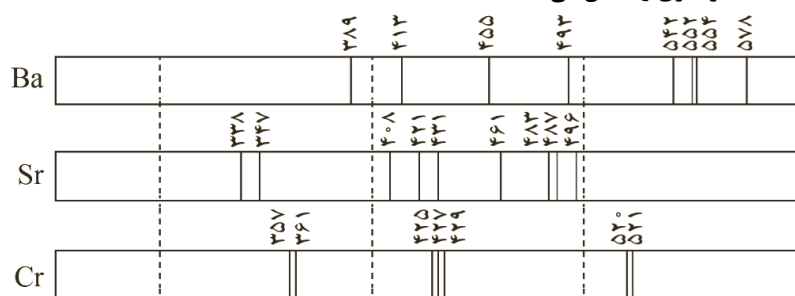
عناصر ${}_{16}D$ و ${}_{8}E$ به ترتیب معادل اکسیژن و گوگرد هستند. گازهای گوگرد دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، از ترکیب این دو عنصر حاصل می‌شوند. ساختار لوویس این دو گونه به صورت زیر است:



در SO_2 برخلاف SO_3 ، اتم مرکزی الکترون ناپیوندی داشته و قطبی است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- تصویر زیر، طیف نشری-خطی سه عنصر فلزی را نشان می‌دهد:



از بین این سه عنصر، دو عنصر فلزی با عدد اتمی کوچک‌تر در یک نمونه وجود دارد. اگر از نمونه مورد نظر طیف نشری-خطی بگیریم، پرتو با کدام طول موج از طیف نشری-خطی ایجاد شده، در منشور بیشتر منحرف می‌شود؟

۳۵۷ (۴)

۳۳۸ (۳)

۵۷۸ (۲)

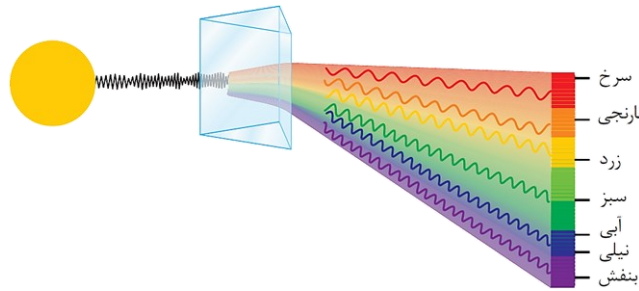
۴۹۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

عدد اتمی عناصر باریوم (Ba)، استرانسیم (Sr) و کروم (Cr) به ترتیب برابر با ۵۶، ۳۸ و ۲۴ است. در نمونه ذکر شده مخلوطی از دو عنصر با عدد اتمی کوچک‌تر یعنی کروم و استرانسیم حضور دارد. پس طول موج مدنظر باید حداقل در طیف نشری-خطی یکی از این عناصر حضور داشته باشد. از طرفی هرچه طول موج پرتویی کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیشتر بوده و در منشور بیشتر انحراف پیدا می‌کند.

تصویر زیر، امواج مرئی را از نظر مقدار انحراف در منشور مقایسه می کند:



گروه آموزشی ماز

۱۰۴- اگر تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در اتم ${}^{78}X$ ، برابر با عدد اتمی فراوان ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با این عنصر درست هستند؟

آ: رفتار این عنصر در واکنش با فلز منیزیم، مشابه رفتار عنصر گوگرد است.

ب: شماره گروه این عنصر، دو برابر شماره گروه فلز آهن در جدول دوره ای است.

پ: آرایش الکترونی یون پایدار حاصل از آن، مشابه آرایش الکترونی یون M^{3+} است.

ت: شمار الکترون های ظرفیتی این عنصر، با شمار الکترون های ظرفیتی وانادیم برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

فراوان ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین، اکسیژن با عدد اتمی ۸ است. بر این اساس، داریم:

$${}^{78}X: \begin{cases} n + p = 78 \\ n - p = 8 \end{cases} \Rightarrow n = 43, \quad p = 35$$

در رابطه با این عنصر، عبارتهای (آ) و (پ) درست هستند.

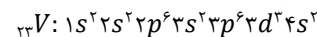
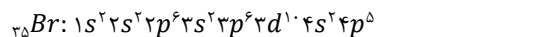
بررسی موارد:

آ: عنصر ${}^{78}X$ معادل برم بوده و همانند عنصر گوگرد، نوعی نافلز است. عناصر نافلزی در واکنش با فلزها، الکترون گرفته و به آنیون تبدیل می شوند. طی این فرایند، شعاع ذرات نافلزی افزایش پیدا می کند.

ب: برم در گروه ۱۷ و آهن در گروه ۸ جدول دوره ای قرار گرفته است ($\frac{17}{8} \neq 2$). توجه داریم که برم، تنها نافلز مایع موجود در جدول دوره ای است.

پ: عدد اتمی برم برابر ۳۵ است. این عنصر با گرفتن ۱ الکترون، به آرایش گاز نجیب دوره چهارم یعنی کریپتون می رسد. اتم M نیز با از دست دادن ۳ الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون می رسد.

ت: آرایش الکترونی برم و وانادیم به صورت زیر است:



تعداد الکترون های ظرفیتی برم و وانادیم به ترتیب برابر با ۷ و ۵ است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- فرمول شیمیایی، نام و حالت فیزیکی (در دما و فشار اتاق) ترکیب ها در کدام مورد، درست بیان شده است؟

(۱) $SiCl_4$: سیلیسیم کربید، جامد - Cu_2S : مس (II) سولفید، جامد

(۲) C_6H_4 : هگزان، گاز - OF_2 : اکسیژن دی فلوئورید، مایع

(۳) CH_3Cl : کلروفرم، مایع - C_7H_5OH : اتانول، مایع

(۴) SiO_2 : سیلیس، جامد - C_7H_6O : استون، مایع

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

هر ماده ای در دماهای بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز است. بین نقطه جوش و نقطه ذوب خود به حالت مایع و پایین تر از نقطه ذوب خود به حالت جامد قرار دارد. در این رابطه، داریم:





بهترین راه حل برای این سوال، استفاده از روش رد گزینه است.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ نام درست Cu_2S مس (I) سولفید است. فرمول شیمیایی مس (II) سولفید، به صورت CuS است. این ماده یک ترکیب یونی بوده و در شرایط اتاق، حالت فیزیکی جامد دارد.
- ۲ آلکان‌هایی با ۱ تا ۴ اتم کربن، در دمای اتاق به حالت گاز حضور دارند اما آلکان‌هایی با ۵ تا ۱۷ اتم کربن (برای مثال هگزان با فرمول مولکولی C_6H_{14}) در دمای اتاق مایع هستند.
- ۳ فرمول شیمیایی درست برای کلروفرم به صورت $CHCl_3$ است و این ماده در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود. اتانول نیز نوعی الکل بوده و در شرایط اتاق، به حالت مایع است.
- ۴ استون یک ماده مولکولی بوده و در دمای اتاق حالت مایع دارد. سیلیس نیز یک ماده کووالانسی بوده و در شرایط اتاق، حالت جامد دارد. همانطور که مشخص است، کل اطلاعات داده شده در این گزینه درست هستند.

گروه آموزشی ماز