

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۳۱ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۱۸

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- جمله شانزدهم دنباله حسابی $12, 7, 2, -3, \dots$ ، با مجموع دو جمله متوالی از دنباله هندسی $a_n = 3 \times 2^{n-4}$ برابر است. اختلاف این دو جمله متوالی کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۲- با فرض $a = \sqrt[4]{\sqrt{5}+1}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{5}-1}$ ، مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}+1$ (۲) $\sqrt{5}-1$ (۳) $2\sqrt{5}-2$ (۴) $2\sqrt{5}-4$

۳- صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = mx^2 - (2m+2)x + 2m+2$ و نقطه تلاقی تابع با محور y ها، سه رأس یک مثلث به مساحت ۶ می‌باشند. با فرض مثبت بودن m ، حداقل مقدار f کدام است؟

- (۱) -2 یا $-\frac{9}{4}$ (۲) -2 یا $-\frac{7}{4}$ (۳) $-\frac{9}{4}$ یا $-\frac{7}{4}$ (۴) -1 یا -3

۴- تابع $f(x) = (2ax-4)(x+a)$ مفروض است. فاصله رأس سهمی f از نمودار تابع خطی $y = 2x^2 - f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{10}$ (۲) $\frac{19\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{19}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{19\sqrt{5}}{10}$

۵- خط $4y + x = 2$ ، وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{2x+a}$ را در نقطه‌ای به طول $1/2$ قطع می‌کند. مقدار $f(1/7)$ کدام است؟

- (۱) $3/7$ (۲) $2/7$ (۳) $3/5$ (۴) $2/5$

۶- اگر α و β ریشه‌های معادله $\frac{9}{2}x^2 - (\log 6)x + \log \frac{9}{2} = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟ ($\log 2 = 0/3$ و $\log 3 = 0/5$)

- (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{8}{7}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{10}{9}$

۷- نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+3}$ را دو واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال داده، سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و تابع $g(x)$ به دست می‌آید. اگر $(fog)(x) = 2 - \frac{1}{x}$ باشد، مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

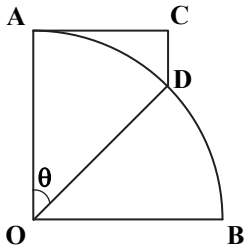
- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۸- توابع چندجمله‌ای $f(x) = x^4 - 9x^2 + ax - 3a + 2$ و $g(x) = 2x - 4$ مفروض‌اند. به‌ازای کدام مقدار a ، چندجمله‌ای $(f \circ g)(x)$ بر $(g \circ g)(x)$ بخش‌پذیر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) -۱۲ (۴) -۱۸

محل انجام محاسبات

۹- در ربع دایره شکل مقابل، CD موازی OA و AC موازی OB است. اگر $AC = 2CD$ باشد، مقدار $\cos \theta$ کدام است؟



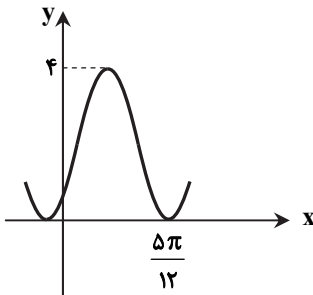
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{8}$

۱۰- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos^2(bx - \frac{\pi}{3})$ به صورت مقابل است. مقدار $f(\frac{17\pi}{6})$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۱۱- مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{\cos^2 x} = 3 \tan x - 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر θ است. مقدار $\cot \theta$ کدام است؟

(۴) $-\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $-\frac{4}{3}$

۱۲- هرگاه $f(x) = a - \frac{1}{x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{(x-1)^2}$ در صورت وجود، کدام می‌تواند باشد؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

۱۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x^2 + ax + b}$ در مجاورت مجانب قائم خود به صورت مقابل است. اگر دامنه تابع $g(x) = \log \frac{x+a}{b-x}$ شامل پنج عدد صحیح باشد، مقدار طبیعی n کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

محل انجام محاسبات

۱۴- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x^2 + ax + b}}{|x+1|} & x \neq -1 \\ bx + c & x = -1 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار c کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۵- اگر $f(x) = \sqrt{x + [2x]} - 2$ و $g(x) = \sqrt[3]{\frac{3x+2}{x-1}}$ ، حاصل مشتق راست تابع $y = (g \circ f)(x)$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟ $\left[\quad \right]$ ، نماد جزء صحیح است.

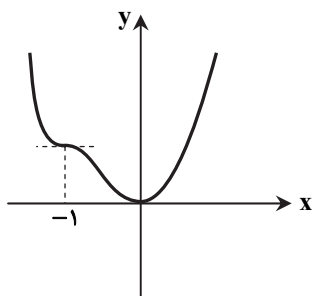
- (۱) $-\frac{5}{24}$ (۲) $-\frac{5}{48}$ (۳) $-\frac{5}{18}$ (۴) $-\frac{5}{36}$

۱۶- فرض کنید $f(x) = \sin(\pi x) \cdot \cos(2\pi x)$ باشد، آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ ، چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در نقطه $x = \frac{1}{3}$ است؟

- (۱) $\frac{4}{5\pi}$ (۲) $\frac{8}{7\pi}$ (۳) $\frac{16}{7\pi}$ (۴) $\frac{2}{5\pi}$

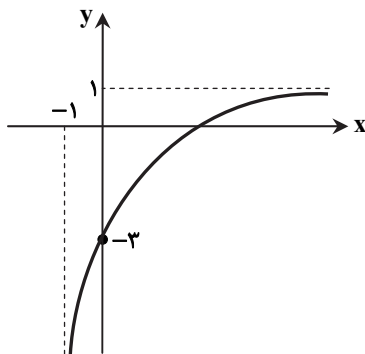
۱۷- نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۸



۱۸- قسمتی از نمودار تابع هموگرافیک f به صورت مقابل است. بیشترین مقدار تابع $y = xf(x)$ در بازه $(-\infty, -1)$ چه قدر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۹



محل انجام محاسبات

۱۹- اگر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم فقط 20° کمتر از زاویه داخلی یک $n+2$ ضلعی منتظم باشد، n کدام است؟

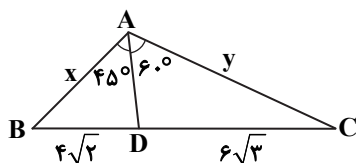
- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲

۲۰- در مثلث متساوی الاضلاع ABC ، از رأس C عمودی بر BC خارج می‌کنیم تا نیمساز داخلی زاویه B را در M قطع کند، مساحت چهارضلعی $ABCM$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۲۱- در مثلث ABC ، نقطه هم‌رسمی میانه‌ها و M و N به ترتیب وسط‌های اضلاع BC و AC هستند. اگر چهارضلعی $MGNC$ محاطی باشد، طول میانه AM چند برابر ضلع AC است؟

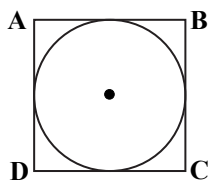
- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) ۴



۲۲- در شکل روبه‌رو حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۳- مربعی به ضلع ۴ و دایره محاطی آن مفروض‌اند. دایره C' بر این دایره و دو ضلع مربع مماس است. اگر دایره C' مجانس دایره محاطی مربع باشد، مرکز و نسبت تجانس کدام است؟



- (۱) رأس مربع - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۲) مرکز مربع - $(\sqrt{2}+1)^2$
 (۳) مرکز مربع - $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۴) رأس مربع - $(\sqrt{2}-1)^2$

۲۴- اگر A ماتریسی 2×2 و $2|A| = \left| \frac{|A|}{2} A \right| + \left| \frac{2}{|A|} A \right|$ باشد، $|A|$ کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 4 (۴) ± 8

محل انجام محاسبات

۲۵- مثلث ABC مفروض است. چند نقطه داخل مثلث یافت می شود که از نقطه همرسی میانه ها به فاصله معلوم L باشد و از دو ضلع مثلث نیز به یک فاصله قرار داشته باشد؟

- (۱) ۴ نقطه (۲) ۳ نقطه (۳) حداکثر ۳ نقطه (۴) حداکثر ۶ نقطه

۲۶- دو دایره به معادلات $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ چند مماس مشترک دارند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) ۴

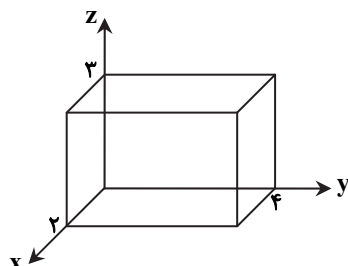
۲۷- در مکعب مستطیل شکل زیر، $M(a, 4, b)$ نقطه ای غیر از یال های شکل، اما واقع بر یکی از وجه های شکل است که مؤلفه های آن اعدادی صحیح اند. در این صورت $a + b$ کدام می تواند باشد؟

(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵



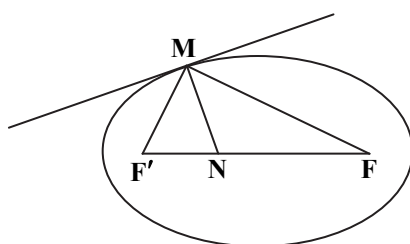
۲۸- در بیضی شکل زیر با کانون های F و F' ، $MF = 2MF' = 10$ و $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$ از نقطه M مماسی بر بیضی رسم کرده ایم و MN عمود بر این مماس است. طول NF کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸



۲۹- اگر $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ سه بردار باشند به طوری که $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$ ، در این صورت حاصل $7\vec{a} \times \vec{b} - 4\vec{b} \times \vec{c}$ چند برابر $\vec{c} \times \vec{a}$ است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) -۳ (۴) -۵

محل انجام محاسبات

۳۰- اگر ارزش گزاره $(p \leftrightarrow q) \wedge r \Rightarrow ((\neg q \wedge r) \Rightarrow p)$ نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) $p \wedge q$ (۲) $(p \vee r) \Rightarrow q$ (۳) $\neg r \wedge (p \Rightarrow q)$ (۴) $(p \Rightarrow q) \wedge r$

۳۱- برای دو مجموعه غیر تهی A و B رابطه $A^2 - A \times B = \emptyset$ برقرار است. حاصل عبارت $((A \cup B)' \cup (B - A))' \cup B$ کدام است؟

- (۱) $A' - B$ (۲) B (۳) $A' \cup B$ (۴) A

۳۲- در کیسه‌ای ۴ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و تعدادی مهره سبز است. اگر تعداد حالات خروج ۴ مهره از کیسه به شرطی که تعداد مهره‌های قرمز و آبی با هم برابر باشند برابر ۱۴۳ باشد، تعداد مهره‌های سبز کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۳۳- دو تاس آبی و قرمز را پرتاب می‌کنیم و اعداد برآمده را به ترتیب به جای ضرایب b و c در معادله درجه دوم $x^2 + bx + c = 0$ قرار می‌دهیم. با چه احتمالی این معادله ریشه حقیقی نخواهد داشت؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{19}{36}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{17}{36}$

۳۴- یک پمپ بنزین دارای سه سکو است. در سکوی اول فقط ۴ پمپ بنزین معمولی، در سکوی دوم ۳ پمپ بنزین معمولی و یک پمپ بنزین سوپر و در سکوی سوم ۲ پمپ بنزین معمولی و ۲ پمپ بنزین سوپر وجود دارد. اگر یک ماشین وارد پمپ بنزین شده و بنزین سوپر بزند، با چه احتمالی در سکوی سوم بنزین زده است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۵- داده‌های جدول زیر مفروض‌اند. اگر هریک از این داده‌ها را ۲ برابر کرده و ۳ واحد به آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

داده‌ها	۲	۷	۹	۱۴	۱۷
فراوانی	۱	۳	۶	۵	۳

(۱) $\frac{3\sqrt{17}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{17}}{5}$ (۳) $\frac{3\sqrt{17}}{25}$ (۴) $\frac{2\sqrt{17}}{25}$

۳۶- با حروف کلمه statics تمام کلمات هفت حرفی را ساخته و کلمه‌ای به تصادف از میان آن‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم در این کلمه حروف صدادر کنار هم هستند، احتمال آن که نه دو حرف s کنار هم قرار داشته باشند و نه دو حرف t، کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{16}{45}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{29}{45}$

۳۷- اگر عدد شش‌رقمی $A = a2746b$ بر ۴۴ بخش پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم $3ab8$ بر ۹ به‌ازای کمترین مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۸- از مجموعه اعداد $\{3, 7, 11, \dots, 79\}$ که به‌صورت یک دنباله حسابی مرتب شده است، حداقل چند عضو انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم لااقل ۲ عضو از آن‌ها دارای مجموع ۸۶ هستند؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۳۹- در گراف G با دنباله درجه رأس‌های $2, 5, 5, 5, 6, 6$ چند دور به طول ۳ وجود دارد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۴۰- چند عدد طبیعی ۶ رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آن‌ها برابر با ۱۰ باشد؟

- (۱) ۲۰۰۲ (۲) ۲۰۰۱ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۱۹۹۹

محل انجام محاسبات

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۳۱ فروردین ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبهرو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات تلایبی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- در کدام یک از فرایندهای ترمودینامیکی زیر، تغییر انرژی درونی دستگاه (گاز آرمانی) صفر است؟

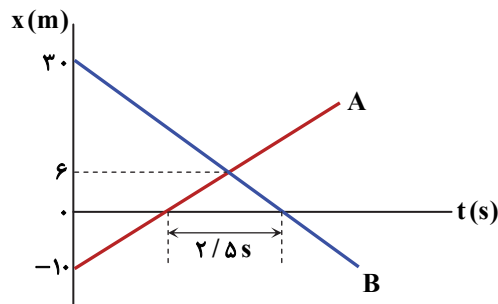
- (۱) هم حجم (۲) هم فشار (۳) هم دما (۴) بی دررو

۴۲- مطابق شکل مقابل، الکترونی که در حال حرکت روبه بالا است، وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ شده و از طرف میدان در جهت برون سو ($\odot$) به آن نیرو وارد می شود. جهت میدان مغناطیسی به کدام سمت است؟



- (۱) چپ ($\leftarrow$)
(۲) راست ($\rightarrow$)
(۳) درون سو ($\otimes$)
(۴) پایین ($\downarrow$)

۴۳- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه ای این دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می کنند؟

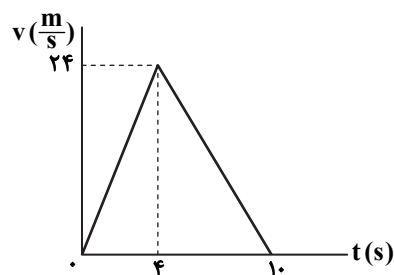


- (۱) $t = 3 \text{ s}$
(۲) $t = 4 \text{ s}$
(۳) $t = 5 \text{ s}$
(۴) $t = 6 \text{ s}$

۴۴- خودرویی با تندی $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی با شتاب ثابت $6/25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ترمز می کند و درست جلوی مانع می ایستد. اگر مسافتی که خودرو با شتاب ثابت طی می کند، ۴ برابر مسافتی باشد که خودرو با تندی ثابت می پیماید، زمان واکنش راننده چند ثانیه است؟

- (۱) $0/5$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) $0/9$

۴۵- متحرکی در لحظه $t = 0$ از مبدأ مکان روی محور x به راه می افتد و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک وقتی از مکان $x_1 = 12 \text{ m}$ تا مکان $x_2 = 88 \text{ m}$ را طی می کند، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱۳
(۲) ۱۵
(۳) ۱۹
(۴) ۲۱

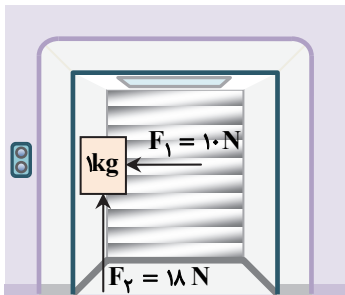
۴۶- گلوله ای را از ارتفاع ۱۸۰ متری از سطح زمین در شرایط خلأ رها می کنیم. مسافتی که گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت می پیماید، چند برابر مسافتی است که در ۲ ثانیه اول حرکت می پیماید؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۴۷- در شکل زیر، آسانسور به سمت پایین در حرکت و با شتاب $\frac{2}{5}g$ در حال توقف است. اگر جسم به جرم 1 kg که به دیواره آسانسور تکیه

داده شده است، در آستانه حرکت به سمت بالا باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیواره آسانسور کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



حرکت آسانسور

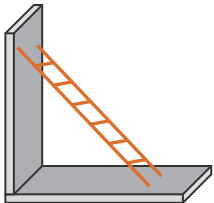
(۱) ۰/۵

(۲) ۰/۶

(۳) ۰/۷

(۴) ۰/۸

۴۸- در شکل زیر، اصطکاک بین دیوار قائم و انتهای نردبان ناچیز است و نردبان در آستانه سر خوردن بر سطح افقی است. اگر جرم نردبان 40 kg و نیرویی که از طرف نردبان بر سطح افقی وارد می شود $200\sqrt{5}\text{ N}$ باشد، نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می کند، چند نیوتون است؟



($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۱۰۰

(۲) ۲۰۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۴۰۰

۴۹- متحرکی روی مسیر دایره‌ای با تندی ثابت حرکت می کند و در هر 3 s یک دور کامل می زند. متحرک تندی خود را چند درصد افزایش دهد تا در هر 2 s یک دور کامل بزند؟

(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

۵۰- ماهواره‌ای در یک ارتفاع مشخص از سطح زمین، به دور زمین می گردد. اگر ارتفاع این ماهواره نصف شود، شتاب گرانشی آن 44% درصد تغییر می کند. اگر ارتفاع این ماهواره 2 برابر شود، شتاب گرانشی آن چند برابر می شود؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۱) $\frac{4}{9}$

۵۱- معادله حرکت نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = A \cos \omega t$ است. این نوسانگر در $4t$ ثانیه اول حرکت مسافتی به اندازه $5L$ و در 5 ثانیه بعد، مسافتی به اندازه $3L$ را می پیماید و به نقطه شروع حرکت می رسد. دوره تناوب نوسانگر چند ثانیه است؟

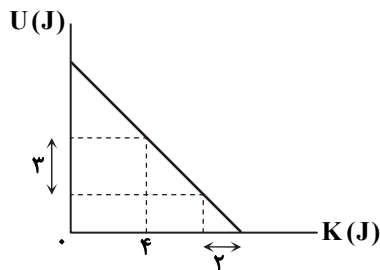
(۴) ۱۰

(۳) ۱۵

(۲) ۲۰

(۱) ۲۵

۵۲- شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی بر حسب انرژی جنبشی یک نوسانگر وزنه- فنر است که حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر ثابت فنر $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ باشد، دامنه نوسان فنر چند سانتی متر است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۵۰

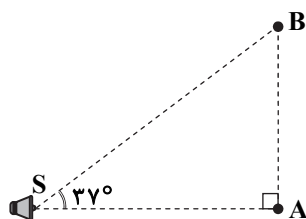
(۳) ۸۰

(۴) ۹۰

محل انجام محاسبات

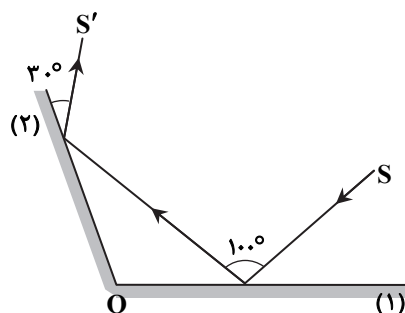
۵۳- مطابق شکل روبه‌رو، بلندگویی در نقطه S قرار دارد. شخص A صدای بلندگو را چند دسی‌بل بیشتر از شخص B می‌شنود؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$ و $\log 2 = 0.3$)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴



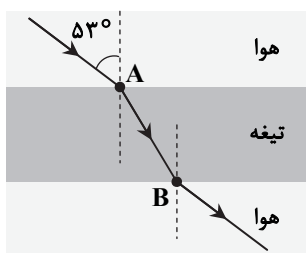
۵۴- مطابق شکل روبه‌رو، پرتو نوری به آینه تخت (۱) می‌تابد و سرانجام از آینه تخت (۲) بازتاب می‌کند. پرتوی تابش به آینه (۱) با پرتوی بازتابش از آینه (۲) زاویه چند درجه می‌سازد؟

- (۱) ۱۲۰
(۲) ۱۳۰
(۳) ۱۴۰
(۴) ۱۵۰



۵۵- مطابق شکل، پرتو نوری از هوا وارد یک تیغه متوازی‌السطوح می‌شود و پس از $4/8 \text{ ns}$ از آن خارج می‌شود. اگر طول AB برابر 90 cm باشد، ضخامت تیغه چند سانتی‌متر است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$ و $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

- (۱) $45\sqrt{2}$
(۲) ۶۸
(۳) ۷۲
(۴) $45\sqrt{3}$



۵۶- بسامد قطع و طول موج آستانه یک فلز در محیطی به ضریب شکست n، به ترتیب از راست به چپ، نسبت به محیط خلأ چگونه است؟

(۱) برابر - کوچک‌تر (۲) کوچک‌تر - برابر (۳) کوچک‌تر - بزرگ‌تر (۴) برابر - بزرگ‌تر

۵۷- در طیف اتم هیدروژن، گستره طول موجی رشته پاشن ($n' = 3$) چند برابر گستره طول موجی رشته لیمان ($n' = 1$) است؟

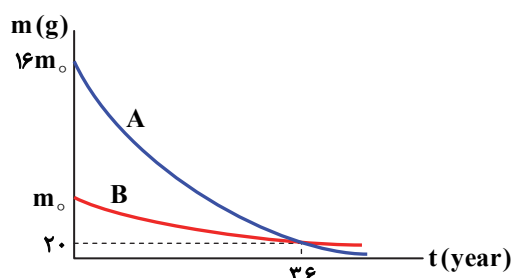
- (۱) $\frac{405}{112}$ (۲) $\frac{243}{7}$ (۳) $\frac{80}{9}$ (۴) $\frac{256}{3}$

۵۸- نمودار جرم هسته‌های دو ماده پرتوزای A و B بر حسب زمان مطابق شکل

روبه‌رو است. اگر نیمه‌عمر B، ۳ برابر نیمه‌عمر A باشد، پس از چند سال

جرم ماده واپاشی‌شده B برابر 40 g می‌شود؟

- (۱) ۴/۵
(۲) ۹
(۳) ۱۸
(۴) ۲۷



محل انجام محاسبات

۵۹- در فرایند شکافت هسته‌ای که در داخل نیروگاه‌های هسته‌ای رخ می‌دهد، ایزوتوپ با جذب یک نوترون به دو هسته سبک‌تر شکافته می‌شود.

- (۱) ^{235}U ، تند (۲) ^{235}U ، کند (۳) ^{238}U ، تند (۴) ^{238}U ، کند

۶۰- مخزن خالی به حجم ۳ متر مکعب موجود است. شیر ورودی باز می‌شود و مخزن با آهنگ ۵ لیتر بر ثانیه شروع به پر شدن می‌کند. وقتی ۴۰ درصد حجم مخزن پر شد، شیر خروجی نیز باز می‌شود و مخزن با آهنگ ۱۲ / ۰ مترمکعب بر دقیقه شروع به خالی شدن می‌کند. چند دقیقه پس از باز شدن شیر ورودی، مخزن پر از آب می‌شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۷

۶۱- چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

(الف) فاصله بین ذرات تشکیل دهنده جامد و مایع در حد آنگستروم است.

(ب) سرعت پدیده پخش در گازها بیشتر از مایعات است.

(پ) علت قرار گرفتن پشه روی آب نیروی کشش سطحی است که از نوع نیروهای دگرچسبی است.

(ت) جامدات بی‌شکل معمولاً از سرد شدن سریع مایع حاصل می‌شوند.

(ث) در شکل مقابل، وقتی با مکیدن، آب در لوله نی بالا می‌رود فشار هوای بیرون لوله که بیشتر از فشار هوای داخل نی است، باعث بالا رفتن آب در نی می‌شود.



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

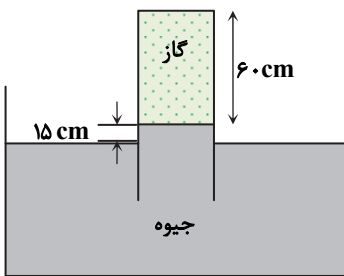
۶۲- توسط موتور پمپی با توان مصرفی ۲۵۶ وات و بازده ۸۰ درصد، در مدت چند ثانیه می‌توان ۲۰۰ کیلوگرم آب را از چاهی به عمق ۱۲ متر بالا کشیده و با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بیرون بریزیم؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰ (۴) ۷۵

۶۳- جرم m از مایع A با دمای ۵۰ درجه سلسیوس را درون جرم m' از مایع B با دمای صفر درجه سلسیوس می‌ریزیم و دمای تعادل ۵۰ درجه فارنهایت می‌شود. حال اگر جرم $3m$ از مایع A با دمای ۵۰ درجه سلسیوس را به این مجموعه اضافه کنیم، دمای تعادل چند کلوین می‌شود؟

- (۱) ۳۱۳ (۲) ۳۰۸ (۳) ۳۰۳ (۴) ۲۹۸

۶۴- مطابق شکل مقابل، مقداری گاز آرمانی درون لوله استوانه‌ای قرار دارد و مایع درون ظرف و لوله، جیوه است. اگر فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد، لوله را چند سانتی‌متر در جیوه فرو ببریم تا حجم گاز $\frac{2}{3}$ مقدار اولیه شود؟ (دما ثابت است).



(۱) ۲۵

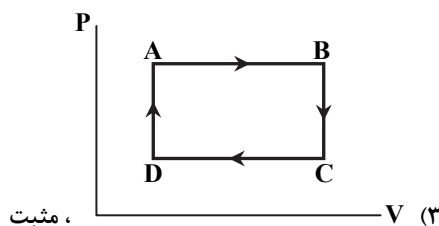
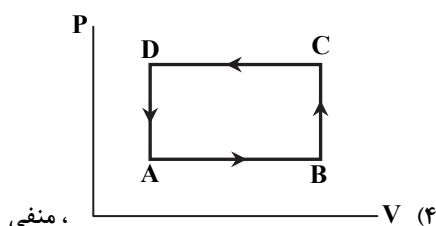
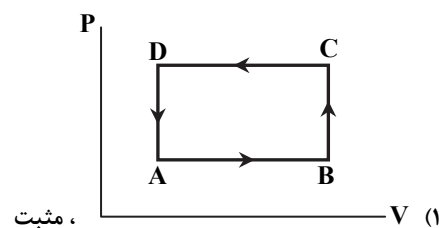
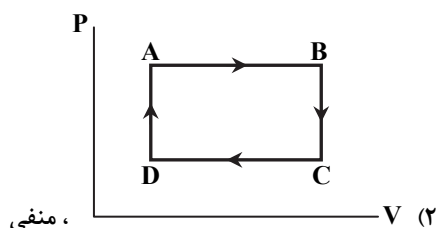
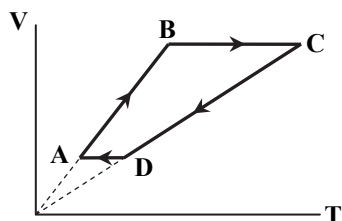
(۲) ۳۵

(۳) ۵۰

(۴) ۵۵

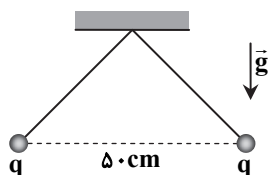
محل انجام محاسبات

۶۵- یک گاز آرمانی چرخه‌ای مطابق شکل را می‌پیماید. نمودار $P-V$ چرخه کدام است و علامت کار کل انجام‌شده روی گاز چگونه است؟



۶۶- در شکل مقابل، جرم هر گلوله کوچک ۱۰ گرم و بار هر کدام q است و در حال تعادل قرار دارند. اگر نیروی کشش هر نخ $10\sqrt{10}$ نیوتون

باشد، اندازه بار هر گلوله چند میکروکولن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



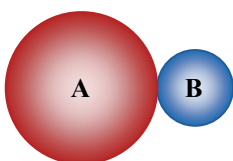
(۱) ۵

(۲) $0.2\sqrt{2}$

(۳) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

(۴) $0.2\sqrt{3}$

۶۷- دو کره رسانای باردار به شعاع‌های R_A و R_B ($R_A > R_B$) را مطابق شکل به هم می‌چسبانیم. پس از مبادله بار بین آن‌ها، چگالی سطحی بار در کره A چگالی سطحی بار در کره B و پتانسیل الکتریکی کره B پتانسیل الکتریکی کره A است.



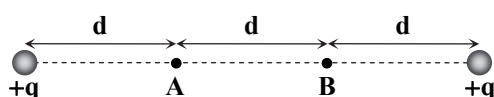
(۱) بیشتر از - کمتر از

(۲) کمتر از - برابر با

(۳) برابر با - بیشتر از

(۴) برابر با - کمتر از

۶۸- در شکل روبه‌رو در حرکت از نقطه A به سمت نقطه B، پتانسیل الکتریکی نقاط



(۱) افزایش می‌یابد.

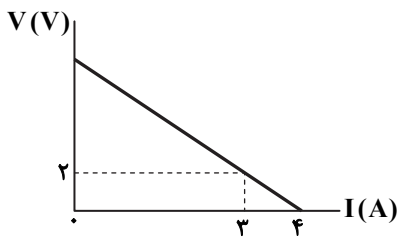
(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۶۹- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولدی بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل مقابل است. اگر این مولد به دو سر مقاومتی متصل شود که اندازه آن سه برابر مقاومت درونی مولد باشد، افت پتانسیل در مولد چند ولت است؟



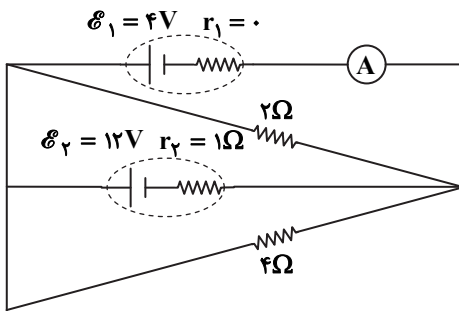
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۷۰- چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

- (الف) سرعت سوق الکترون‌ها در مدار الکتریکی از مرتبه 10^6 متر بر ثانیه است.
(ب) مولد ۴ ولتی با ظرفیت ۶ آمپر ساعت وقتی به مقاومت ۸۰ اهمی متصل شود، در مدت ۱۲۰ ساعت به طور کامل تخلیه می‌شود.
(پ) LED یک رسانای اهمی است.
(ت) وقتی به LDR نور تابانده شود، از خود نور تابش می‌کند.
(ث) با افزایش دما مقاومت نیم‌رسانا کاهش می‌یابد.

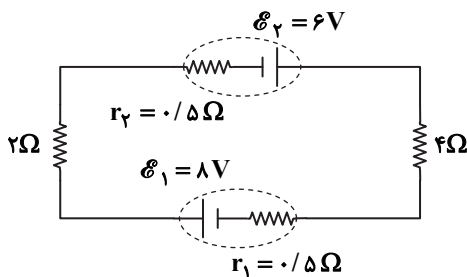
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۷۱- در مدار شکل روبه‌رو، عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۵

۷۲- در مدار شکل مقابل، توان مفید (خروجی) مولد E_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی است؟



- (۱) $\frac{7}{8}$
(۲) $\frac{9}{8}$
(۳) $\frac{8}{7}$
(۴) $\frac{8}{9}$

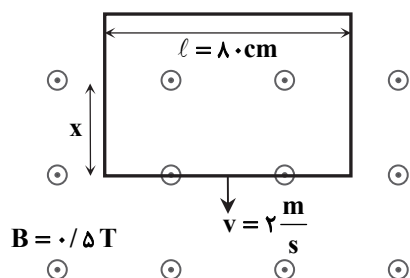
۷۳- از سیم‌لوله‌ای آرمانی شامل ۲۵۰ دور به طول ۲۵ سانتی‌متر، جریان چند میلی‌آمپر بگذرد تا اندازه میدان مغناطیسی داخل آن $\frac{3}{3}$ گاوس باشد؟

$$\left(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \right)$$

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۷۴- مطابق شکل روبه‌رو، قاب مستطیل شکل رسانا به طول ۸۰ سانتی‌متر با تندی $\frac{2}{5} \frac{m}{s}$ از بالا وارد میدان مغناطیسی برون‌سوی 0.5 تسلا می‌شود. اندازه نیروی محرکه القایی ایجادشده در قاب و جهت جریان القایی در آن کدام است؟



(۱) $0.32 V$ ، پادساعتگرد

(۲) $0.32 V$ ، ساعتگرد

(۳) $0.8 V$ ، پادساعتگرد

(۴) $0.8 V$ ، ساعتگرد

۷۵- تعداد حلقه‌های سیم‌لوله‌ای آرمانی و بدون هسته، به طول 50 cm و سطح مقطع 16 cm^2 چه تعداد باشد تا ضریب القاوری آن 1 mH شود؟

$$\left(\mu_0 = 12.5 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \right)$$

(۴) ۵۰۰۰

(۳) ۵۰۰

(۲) ۳۰۰۰

(۱) ۳۰۰

۳۰

شیمه

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۷۶- نمونه‌ای به جرم 0.43 g گرم از عنصر فرضی E شامل 0.2 مول از اتم‌های این عنصر است که شمار اتم‌های سبک‌تر در این نمونه برابر 10.21×3 است. این عنصر دو ایزوتوپ دارد و تفاوت جرم اتمی ایزوتوپ‌های آن ۲ واحد جرم اتمی و در ایزوتوپ سنگین‌تر شمار نوترون‌ها ۲۰ درصد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. به ترتیب، عدد اتمی و عدد جرمی ایزوتوپ سبک‌تر این عنصر کدام است؟ (جرم هر نوترون و هر پروتون را 1 amu در نظر بگیرید.)

(۴) ۲۴، ۱۲

(۳) ۲۲، ۱۲

(۲) ۲۰، ۱۰

(۱) ۲۲، ۱۰

۷۷- شمار الکترون‌های با $I = 2$ در اتم عنصری با شمار رادیوایزوتوپ‌های شناخته‌شده از عنصر هیدروژن برابر است. اگر در اتم این عنصر دو زیرلایه نیمه‌پر وجود داشته باشد، تفاوت شمار الکترون‌های لایه سوم و شمار الکترون‌های با $I = 0$ در اتم عنصر موردنظر کدام است؟

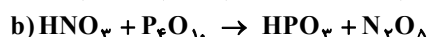
(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۵

(۱) ۶

۷۸- مطابق واکنش‌های زیر، جرم آب تولیدشده در واکنش a با جرم دی‌نیتروژن پنتاکسید تولیدشده حاصل از مصرف 126 g گرم نیتریک اسید (HNO_3) در واکنش b برابر است. حجم گاز آمونیاک مصرف‌شده در واکنش a در شرایط استاندارد چند لیتر است؟ ($H = 1, N = 14, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) (واکنش‌ها موازنه شوند.)



(۴) ۶۷/۲

(۳) ۴۴/۸

(۲) ۱۱/۲

(۱) ۲۲/۴

۷۹- عنصر M با عنصر اکسیژن ترکیبی مولکولی با ساختار $\text{O}=\text{M}=\text{O}$ ایجاد می‌کند، در این ساختار تمام اتم‌ها آرایش الکترونی مشابه با گاز نجیب پیدا کرده‌اند (جفت الکترون‌های ناپیوندی نمایش داده نشده‌اند) بر این اساس
(۱) در ساختار این مولکول شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی دو برابر شمار الکترون‌های پیوندی است.
(۲) عنصر M به گروه ۱۵ جدول تعلق دارد و در صورت تشکیل ترکیب یونی دوتایی با فلز سدیم، ترکیبی با فرمول شیمیایی NaM_3 حاصل می‌شود.
(۳) اتم عنصر M با دریافت ۲ الکترون و ایجاد آنیون تک اتمی به آرایش الکترونی مشابه با گاز نجیب دست می‌یابد.
(۴) در مولکول نمایش داده‌شده ۱۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد که ۲۵ درصد آن‌ها در تشکیل پیوند بین اتم‌ها شرکت دارند.

محل انجام محاسبات

۸۰- چه تعداد از موارد زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- Br_2 برخلاف I_2 به حالت مایع است که به خاطر جرم مولی کمتر Br نسبت به I است.
- استون و دی‌متیل اتر هر دو قطبی هستند و نسبت به پروپان نقطه جوش بالاتری دارند.
- گاز هیدروژن کلرید نسبت به گاز فلئور دشارتر مایع می‌شود.
- HF نسبت به HCl و HBr نقطه جوش بالاتری دارد.

■ در بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار نافلزهای دوره دوم، ترکیب هیدروژن‌دار عنصر گروه ۱۶ بالاترین نقطه جوش را دارد.

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۱- ۱۰۸ گرم از یک نمونه گاز N_2O_5 با درصد خلوص ۶۰٪ را حرارت می‌دهیم تا مطابق واکنش زیر تجزیه شود. در لحظه‌ای که تعداد مول‌های گازی موجود در ظرف واکنش به ۹/۰ مول می‌رسد، به تقریب چند درصد از N_2O_5 تجزیه شده است؟ (واکنش را موازنه کنید.)

($N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۱۱/۱۱ (۲) ۲۲/۲۲ (۳) ۳۳/۳۳ (۴) ۴۴/۴۴

۸۲- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

- اتانول و استون برخلاف هگزان دارای گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر هستند و فقط برای حل‌شونده‌های یونی و قطبی حلال مناسب محسوب می‌شوند.
- منیزیم سولفات برخلاف باریم سولفات بر هم کنش یون-دوقطبی پایدار با آب ایجاد می‌کند که از میانگین پیوند یونی در حل‌شونده و پیوند هیدروژنی در آب قوی‌تر است.
- در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی، انحلال‌پذیری گاز کربن دی‌اکسید از نیتروژن مونوکسید بیشتر است.
- نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم دو برابر یون سدیم است.
- در فرایند اسمز معکوس، حلال از محلول رقیق به غلیظ نفوذ می‌کند.

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- چه تعداد از جمله‌های زیر نادرست است؟

- عنصری که آرایش الکترونی آن به $3s^1$ ختم می‌شود نسبت به پتاسیم آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.
- کمترین شعاع اتمی را در گروه دوم، عنصر Mg دارد.
- هرچه شعاع اتمی یک عنصر بزرگ‌تر باشد، واکنش‌پذیری آن بیشتر است.
- در میان فلزهای قلیایی خاکی، سدیم با گاز کلر واکنش‌پذیری شدیدتری نسبت به لیتیم با کلر دارد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۴- استری به فرمول $C_8H_{16}O_2$ دچار آبکافت می‌شود و از آن پروپانول به‌دست می‌آید. ۸/۲۸ گرم از این استر، در اثر آبکافت به میزان ۸۰٪، چند گرم اسید تولید می‌کند و در ساختار یک مول از اسید حاصل از آن، چند مول پیوند کووالانسی وجود دارد؟

($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۳۴ و ۱۶/۳۲ (۲) ۱۶/۳۲ و ۱۷ (۳) ۱۴/۰۸ و ۲۸ (۴) ۱۴/۰۸ و ۱۴

۸۵- در مورد ۵ عنصر اول گروه ۱۴ جدول دوره‌ای کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) دارای عنصرهای فلزی، نافلزی و شبه فلزی هستند و تا دوره ششم جدول را شامل می‌شوند.
- (۲) اتم‌های هریک از عنصرهای این گروه دارای ۴ الکترون ظرفیتی می‌باشند.
- (۳) در میان آن‌ها سه عنصر رسانایی الکتریکی بالایی دارند.
- (۴) عنصرهای شبه فلزی در این گروه در دوره‌های چهارم و پنجم قرار گرفته‌اند.

محل انجام محاسبات

۸۶- پاسخ عددی سه پرسش زیر به ترتیب کدام است؟

الف) تفاوت جرم مولی سبک‌ترین آلکان و سبک‌ترین آلکن چند $(g \cdot mol^{-1})$ است؟ $(H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1})$

ب) تعداد پیوندهای اشتراکی در ۲- بوتین کدام است؟

پ) هگزان چند ایزومر ساختاری با ۲ شاخه فرعی دارد؟

۳، ۱۲، ۱۱ (۴)

۳، ۱۱، ۱۲ (۳)

۲، ۱۲، ۱۱ (۲)

۲، ۱۱، ۱۲ (۱)

۸۷- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

■ در ساختار آن گروه‌های عاملی اتر، آمید و هیدروکسیل وجود دارد.

■ اختلاف پیوندهای یگانه و دوگانه در آن برابر ۲۴ است.

■ تعداد پیوندهای دوگانه در آن با تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر است.

■ در ساختار آن دو گروه CH_3 و ۸ گروه CH وجود دارد.

■ مجموع عدد اکسایش کربن‌ها در آن برابر ۱۱ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

۸۸- جمع جبری آنتالپی واکنش‌های «الف» و «ب» برحسب kJ کدام است؟ (میانگین آنتالپی‌های پیوند $N-H$ و $O-H$ به ترتیب ۳۹۱ و ۴۶۳ $kJ \cdot mol^{-1}$ می‌باشد.)الف) $NH(g) + 2H(g) \rightarrow NH_3(g)$ ب) $H_2O(g) \rightarrow O(g) + 2H(g)$

-۱۷۰۸ (۴)

۱۷۰۸ (۳)

-۱۴۴ (۲)

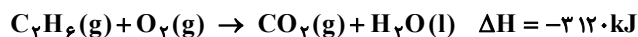
۱۴۴ (۱)

۸۹- کدام مورد نادرست است؟

(۱) از واکنش اسید دوعاملی و الکل تک‌عاملی یک استر دوعاملی به‌دست می‌آید.

(۲) با داشتن یک آمید حلقوی و آبکافت آن مونومری به‌دست می‌آید که می‌تواند به پلی‌آمید تبدیل شود.

(۳) فرآورده واکنش بوتان‌نویک اسید و پروپانول نسبت به واکنش دهنده‌ها، انحلال‌پذیری کمتری در آب دارد.

(۴) فرمول عمومی پلی‌آمیدها به‌صورت $(-NH-R-NH-C(=O)-C(=O)-)_n$ است.۹۰- با توجه به واکنش زیر ارزش سوختی اتان برحسب $kJ \cdot g^{-1}$ کدام است؟ (واکنش موازنه نشده) $(H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1})$ 

۱۷۲ (۴)

۱۰۴ (۳)

۸۶ (۲)

۵۲ (۱)

۹۱- X مول ماده A در واکنش $2A(g) \rightarrow 2B(g) + 2C(g)$ وارد می‌شود و پس از گذشت ۲ دقیقه مقدار آن به $0/6$ مول می‌رسد. اگر در اینمدت سرعت متوسط واکنش $0/01 mol \cdot s^{-1}$ باشد، مقدار X کدام است؟

۳/۲ (۴)

۳ (۳)

۲/۴ (۲)

۰/۸ (۱)

۹۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد ۲- هپتانون و بنزآلدهید درست بیان شده است؟

■ ۲- هپتانون همانند بنزآلدهید دارای یک حلقه بنزی است.

■ فرمول مولکولی هر دو یکسان است.

■ تعداد پیوندهای دوگانه در بنزآلدهید چهار برابر ۲- هپتانون است.

■ بنزآلدهید در بادام و ۲- هپتانون در میخک وجود دارد.

■ در هر دو ترکیب گروه عاملی کربونیل وجود دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۳- در بین عبارتهای زیر چند عبارت درست است؟

- عسل حاوی مولکولهای قطبی است و در ساختار خود تعداد زیادی گروه هیدروکسیل دارد.
- اسیدهای چرب به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکولهای آب، در آب حل می‌شوند.
- وجود آنزیم در صابون باعث حذف کامل لکه‌ها از روی پارچه پلی‌استری در دمای 40°C می‌شود.
- در ساختار چربی کوهان شتر ۵۶ پیوند $\text{C}-\text{C}$ مشاهده می‌شود.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۴- در محلولی از اسید HA غلظت H^+ چهار برابر ثابت یونش است. کدام رابطه بین pH محلول و غلظت مولی آن (M) برقرار است؟
($\log 2 = 0.3$)

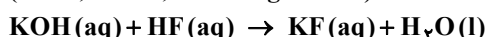
(۱) $\text{pH} = \log M + 0.7$ (۲) $\text{pH} = 0.7 - \log M$ (۳) $\text{pH} = \log M + 0.3$ (۴) $\text{pH} = 0.3 - \log M$

۹۵- با توجه به مونومر داده شده چه تعداد از موارد ذکر شده در جدول زیر نادرست هستند؟

۱ (۱)	مونومر	C_7H_4	استیرن	کلرواتن	سیانواتن
۲ (۲)	پلیمر			پلی وینیل کلرید	$(\text{CH}_2-\text{CH}(\text{CN}))_n$
۳ (۳)	کاربرد	کیسه پلاستیکی	ظروف یک‌بار مصرف	کیسه خون	سرنگ
۴ (۴)	ویژگی	چگالی کمتر از آب	پلیمر سیر شده	دارای مونومر قطبی	دارای پیوند سه‌گانه در واحد تکرار شونده

۹۶- 200 mL محلول HF با $\text{pH} = 3$ و $K_a = 5 \times 10^{-4}$ با چند میلی‌گرم KOH با خلوص ۸۰٪ به طور کامل واکنش می‌دهد؟

($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{K} = 39 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۴۲ (۴) ۵۶

۹۷- چنانچه در سلول سوختی به جای هیدروژن از متان در آند استفاده شود، کدام عبارت درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) واکنش کاتدی دچار تغییر می‌شود ولی در محصول بخش خروجی کاتد تغییری ایجاد نمی‌شود.
- (۲) در خروجی بخش آندی علاوه بر متان اضافی گاز کربن دی‌اکسید نیز خارج می‌شود.
- (۳) چنانچه در واحد زمان تعداد الکترون مبادله شده سلول سوختی هیدروژن و سلول سوختی متان برابر باشد، جرم متان ورودی ۸ برابر جرم هیدروژن ورودی خواهد بود.
- (۴) تعداد الکترون مبادله شده از ۴ به ۱۶ تغییر خواهد کرد.

۹۸- در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول AB_3 و BZ_2 ، اتم‌های مرکزی به رنگ آبی نشان داده می‌شوند. بر این اساس کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) در مولکول AZ_2 اتم مرکزی دارای بار جزئی مثبت است.
- (۲) اگر اتم‌های A و B در جدول تناوبی هم‌گروه باشند، آنگاه شعاع اتمی A از B بزرگ‌تر است.
- (۳) در مولکول BZ_2 هر سه اتم سازنده روی یک خط راست قرار دارند.
- (۴) مقایسه خصلت نافلز اتم‌ها به صورت $\text{Z} > \text{B} > \text{A}$ است.

۹۹- ثابت تعادل واکنش زیر در دماهای ۲۵ و ۱۰۰ درجه سلسیوس به ترتیب برابر 10^{-48} و 10^{-31} است. بر این اساس کدام گزینه درست است؟



(۱) تعادل گرماده است و با کاهش دما مقدار K به تقریب ۱/۵ برابر شده است.

(۲) یکای ثابت تعادل mol^{-2} است.

(۳) با کاهش حجم سامانه، تعادل در جهت رفت پیشرفت می‌کند.

(۴) با افزودن مقداری هیدروکلریک اسید در دمای اتاق، ثابت تعادل کوچک‌تر می‌شود.

محل انجام محاسبات

۱۰۰- کدام گزینه درست است؟

- (۱) چنانچه در سطح حلی خراش عمیق ایجاد شود، در سطح قلع نیم‌واکنش $\text{Sn}^{2+} + 2e \rightarrow \text{Sn}$ رخ می‌دهد.
- (۲) چنانچه در سطح آهن گالوانیزه خراش عمیق ایجاد شود، در سطح روی نیم‌واکنش $\text{O}_2(\text{g}) + 4e + 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow 4\text{OH}^-(\text{aq})$ رخ می‌دهد.
- (۳) نیم‌واکنش کاتدی خوردگی آهن در محیط اسیدی به صورت $\text{H}_2(\text{g}) + 2e \rightarrow 2\text{H}^+(\text{aq})$ است.
- (۴) نیم‌واکنش آندی در سلول هال به صورت $2\text{O}^{2-}(\text{l}) + \text{C}(\text{s}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 4e^-$ است.
- ۱۰۱- با توجه به جدول زیر که مربوط به نسبت بار به شعاع یون‌های پایدار چهار عنصر از دوره‌های دوم، سوم و چهارم جدول دوره‌ای است، چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟ (نمادها فرضی هستند).

نماد یون	شعاع (pm)	نسبت بار به شعاع
A^{2+}	۹۹	
B^{2-}		$1/0.9 \times 10^{-2}$
C^+		$7/24 \times 10^{-3}$
D^-	۱۳۳	

■ بیشترین نسبت بار به شعاع مربوط به یون A^{2+} است.■ شعاع C^+ از B^{2-} بزرگ‌تر است.■ فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از دو یون A^{2+} و B^{2-} رامی‌توان به CaS نسبت داد.

■ مقایسه انرژی فروپاشی شبکه بلور چهار ترکیب حاصل از این

چهار یون به صورت $\text{AB} > \text{AD} > \text{C}_2\text{B} > \text{CD}$ است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

- ۱۰۲- انرژی فعال‌سازی واکنش گازی (I) به اندازه 47 kJ کمتر از انرژی فعال‌سازی واکنش گازی (II) است. از سویی گرمای آزاد شده در واکنش (I) به میزان 385 kJ بیشتر از گرمای آزاد شده در واکنش (II) است. چند نتیجه‌گیری در مورد این دو واکنش درست است؟
- انرژی فعال‌سازی واکنش (I) در جهت برگشت به میزان 338 kJ از انرژی فعال‌سازی واکنش (II) در جهت برگشت بیشتر است.
- واکنش (I) در دماهای پایین‌تری قابل انجام است.
- در هر دو واکنش، مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها بیشتر از مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها است.
- اگر این دو واکنش مربوط به حذف آلاینده‌های CO و NO در مبدل کاتالیستی باشند، آنگاه واکنش (I) مربوط به حذف $\text{NO}(\text{g})$ است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۳- کدام مطالب زیر همواره درست است؟

(الف) در ساختار یون‌های سیلیکات و فسفات، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی برابر است.

(ب) دی متیل اتر مولکولی قطبی و ایزومر اتانول است.

(پ) جامدهای کووالانسی موادی سخت و دیر گداز هستند.

(ت) ترکیب‌های مولکولی در دمای اتاق به هر سه حالت فیزیکی وجود دارند.

(۴) «الف»، «ب» و «ت»

(۳) «ب»، «پ» و «ت»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «پ» و «ت»

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر در مورد هیدروکربنی با ساختار زیر درست است؟

■ ایزومری از پاراایلن است.

■ مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن با مجموع عدد اکسایش

اتم‌های اکسیژن در پتاسیم پرمنگنات برابر است.

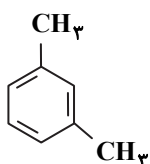
■ فرمول مولکولی دی اسید حاصل از اکسایش این ماده $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_4$ است.

۳ (۴)

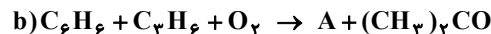
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



۱۰۵- معادله‌های شیمیایی موازنه‌شده زیر تهیه ماده آلی A را به دو روش از ماده بنزن نشان می‌دهد. کدام مطلب در مورد این واکنش‌ها نادرست است؟



(۱) براساس اصول شیمی سبز، واکنش b از دیدگاه اتمی صرفه اقتصادی دارد.

(۲) فرمول مولکولی ماده A، $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}$ است.(۳) ماده X با فرمول Na_2SO_4 نوعی پسماند به شمار می‌آید؛ زیرا در آب محلول است.

(۴) فرآورده جانبی در واکنش b یک حلال صنعتی است و استون نام دارد.

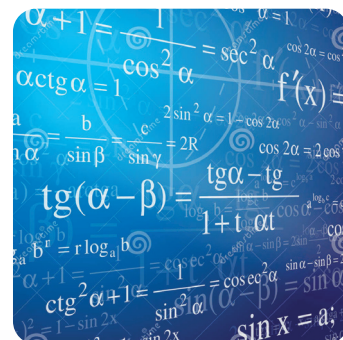
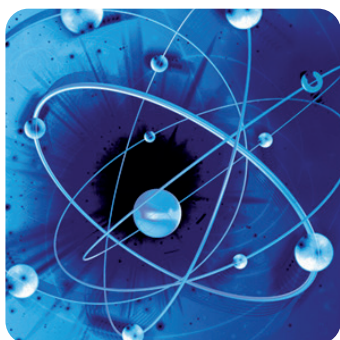
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۳۱ فروردین ۱۴۰۳ (مرحله ۱۸)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی



ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۱)

نکته: جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ می‌باشد.

نکته: جمله n ام یک دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ می‌باشد. ($t_1, r \neq 0$)

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $b_n = -3 + 5(n-1)$ است، پس $b_{16} = 72$ است. حال داریم:

$$72 = a_n + a_{n+1} = 3 \times 2^{n-1} + 3 \times 2^n = 3 \times 2^{n-1} (1+2) = 9 \times 2^{n-1} \Rightarrow 2^{n-1} = \frac{72}{9} = 8 = 2^3 \Rightarrow n-4 = 3 \Rightarrow n = 7$$

بنابراین $n = 7$ و اختلاف این جملات برابر است با:

$$a_{n+1} - a_n = a_8 - a_7 = 3 \times 2^7 - 3 \times 2^6 = 3(16-8) = 24$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۳)

۲- پاسخ: گزینه ۴

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم، سپس مقادیر داده‌شده را جایگزین می‌کنیم:

$$(a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab) = (a-b)^2(a+b)^2 = ((a-b)(a+b))^2 = (a^2 - b^2)^2$$

$$(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر $a+b+c = 0$ ، آنگاه $x_1 = 1$ و $x_2 = \frac{c}{a}$ خواهد بود.

نکته: در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، مختصات رأس سهمی به صورت $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ است.

مجموع ضرایب تابع f برابر صفر است، پس یکی از ریشه‌ها برابر ۱ و دیگری برابر $\frac{2m+2}{m}$ است.

از طرفی $f(0) = 2m+2$ است، پس:

$$S = \frac{1}{2}(2m+2)(\frac{2m+2}{m} - 1) = (m+1) \times \frac{m+2}{m} \Rightarrow 6 = \frac{(m+1)(m+2)}{m}$$

$$\Rightarrow 6m = m^2 + 3m + 2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow m = 1 \text{ یا } 2$$

در نتیجه دو حالت داریم:

$$1) m = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 4 \Rightarrow \min = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25-16}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$2) m = 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 8x + 6 \Rightarrow \min = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{64-48}{8} = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$f(x) = (x+a)(2ax-4) = 2ax^2 + (2a^2-4)x - 4a$$

$$y = 2x^2 - f(x) = (2-2a)x^2 - (2a^2-4)x + 4a$$

به شرطی این تابع خطی است که عبارت شامل x^2 نداشته باشیم، پس $a = 1$ است. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2x^2 - 2x - 4 \Rightarrow \text{رأس: } S(\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}) \\ y = 2x^2 - f(x) = 2x + 4 \end{cases}$$

$$d = \frac{|\frac{9}{2} - 1 - 4|}{\sqrt{1+4}} = \frac{\frac{19}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{19}{2\sqrt{5}} = \frac{19\sqrt{5}}{10}$$

فاصله نقطه $S(\frac{1}{2}, -\frac{9}{2})$ از خط $y - 2x - 4 = 0$ برابر است با:

۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۲)

(f تابعی وارون پذیر است.) $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$ نکته

اگر در معادله خط $x = 1/2$ را جایگزین کنیم، به $y = 0/2$ می‌رسیم، پس خط داده شده در نقطه $(1/2, 0/2)$ وارون تابع f را قطع می‌کند و این یعنی نقطه $(1/2, 0/2)$ روی تابع f^{-1} قرار دارد و داریم:

$$-1 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad \sqrt{0 \cdot 4 + a} \quad 1 \quad 2 \quad 0 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \quad 6$$

بنابراین $f(x) = x + \sqrt{2x + 0/6}$ و داریم:

$$\sqrt{\quad} + /6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$

نکته: $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

نکته: $\log_a b^n = n \log_a b$

ابتدا ضرایب معادله را محاسبه می‌کنیم:

$$\log \frac{4}{3} = \log 4 - \log 3 = 2 \log 2 - \log 3 = 0/6 - 0/5 = 0/1$$

$$\log 6 = \log 2 + \log 3 = 0/3 + 0/5 = 0/8$$

$$\log \frac{9}{2} = \log 9 - \log 2 = 2 \log 3 - \log 2 = 1 - 0/3 = 0/7$$

حال معادله را بازنویسی کرده و حل می‌کنیم:

$$0 \cdot 1 \cdot 2 - 0 \cdot 8 + 0/7 = 0 \Rightarrow 2 - 8 + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=7 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۱)

۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.

تبدیلات گفته شده را مرحله به مرحله روی تابع انجام می‌دهیم:

$$y = \frac{2x-1}{x+3} + 2 = \frac{4x+5}{x+3}$$

$$y = \frac{-4x+5}{-x+3} = g(x) \text{ قرینه نسبت به محور عرض‌ها}$$

از طرفی چون $fog(x) = 2 - \frac{1}{x}$ ، پس $g(x) = f^{-1}(2 - \frac{1}{x})$ و در نتیجه:

$$f^{-1}(2 - \frac{1}{x}) = \frac{-4x+5}{-x+3} \xrightarrow{x=-1} f^{-1}(3) = \frac{9}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از:

$$r(x) = f(-\frac{b}{a})$$

ابتدا gog را تشکیل می‌دهیم:

$$(gog)(x) = 2(2x-4) - 4 = 4x - 12$$

ریشه معادله $4x - 12 = 0$ برابر ۳ است. پس باقی‌مانده تقسیم fog بر gog برابر $(fog)(3)$ است:

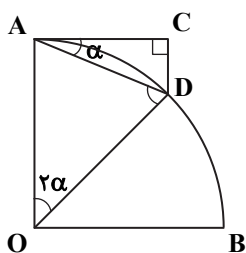
$$f(3) = 81 - 81 + 3a - 3a + 2 = 2$$

$$r = (fog)(3) = f(2) = 16 - 36 + 2a - 3a + 2 = -a - 18$$

باید باقی‌مانده حاصل برابر صفر شود، پس:

$$r = 0 \Rightarrow -a - 18 = 0 \Rightarrow a = -18$$

نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$



ابتدا با توجه به این که AC موازی OB است، می توان نتیجه گرفت AC در نقطه A بر دایره مماس است و از آن جا که $\widehat{CAD}$ زاویه ظلّی رو به کمان $\widehat{AD}$ و $\widehat{AOD}$ زاویه مرکزی رو به روی همان کمان است، پس می توان نتیجه گرفت اگر $\widehat{CAD} = \alpha$ ، آنگاه $\widehat{AOD} = 2\alpha$ و داریم:

$$\frac{CD}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

اکنون داریم:

$$\cos \theta = \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

ابتدا ضابطه تابع را کمی ساده تر می نویسیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{a}{2} \left(2 \cos^2 \left(bx - \frac{\pi}{3} \right) \right) = \frac{a}{2} \left(1 + \cos \left(2bx - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \\ &= \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \cos \left(2bx - \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cos \left(2bx + \frac{\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

نمودار تابع بالای محور x هاست (به جز نقاط مینیمم)، پس $\frac{a}{2} > 0$ است. از طرفی:

$$\max(f) = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = a = 4$$

ضریب پشت کسینوس منفی است و نمودار به سمت چپ منتقل شده است، پس $b > 0$ است. اولین ریشه مثبت تابع $x = \frac{5\pi}{12}$ است، پس:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos \left(2bx + \frac{\pi}{3} \right) = 1$$

$$\Rightarrow 2bx + \frac{\pi}{3} = 2\pi \Rightarrow 2b \left(\frac{5\pi}{12} \right) + \frac{\pi}{3} = 2\pi \Rightarrow b = 2$$

بنابراین:

$$f(x) = 4 \cos^2 \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow f \left(\frac{11\pi}{6} \right) = 4 \cos^2 \left(\frac{10\pi}{3} \right) = 1$$

نکته: جواب های کلی معادله $\tan x = \tan \alpha$ به صورت $x = k\pi + \alpha$ می باشد که در آن:

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{نکته: } \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

معادله را بر حسب $\tan x$ می نویسیم:

$$1 + \tan^2 x = 3 \tan x - 1 \Rightarrow \tan^2 x - 3 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \tan x = 2 \Rightarrow x = \alpha, \pi + \alpha \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{در واقع } \alpha \text{ زاویه حاده ای است} \\ \text{که } \tan \alpha = 2 \text{ است.} \end{array} \right)$$

$$\text{مجموع جواب ها} = \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \alpha + (\pi + \alpha) = \frac{5\pi}{2} + 2\alpha$$

بنابراین:

$$\cot \theta = \cot \left(\frac{5\pi}{2} + 2\alpha \right) = -\tan 2\alpha = \frac{-2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{-4}{1 - 4} = \frac{4}{3}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۵)

شرط لازم برای وجود حد آن است که صورت کسر برابر صفر باشد.

$$f(1) - f^{-1}(1) = 0 \Rightarrow f(1) = f^{-1}(1)$$

از آنجایی که می‌دانیم هر تابع (به جز توابع خاص)، وارون خودش را روی خط $y = x$ قطع می‌کند، پس می‌توان نتیجه گرفت $f(1) = 1$ ، پس داریم:

$$f(1) = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

حال ضابطه وارون تابع f را محاسبه کرده و حاصل حد را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = y = 2 - \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{وارون}} x = 2 - \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{2-x}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f^{-1}(x)}{(x-1)^2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{2-x}}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x(2-x) - (2-x) - x}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + 4x - 2}{x(x-1)^2(2-x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x-1)^2}{x(x-1)^2(2-x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2}{x(2-x)} = -2 \end{aligned}$$

تذکر: دقت شود که وارون توابع به فرم $f(x) = \frac{k}{x}$ ، بر روی خود آن‌ها منطبق است و این دسته توابع وارون خود را در نقاطی خارج از روی

خط $y = x$ نیز قطع می‌کنند و این یعنی در این دسته توابع همواره $f(x) - f^{-1}(x) = 0$ می‌باشد و در صورتی که در این سؤال $a = 0$ در نظر گرفته شود، پاسخ حد برابر صفر خواهد بود که در گزینه‌ها وجود ندارد.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۳)

نکته: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

در دو طرف $x = n$ علامت تابع عوض نشده است، پس ریشه مضاعف مخرج است، داریم:

$$2x^2 + ax + b = 2(x-n)^2 = 2x^2 - 4nx + 2n^2 \Rightarrow \begin{cases} a = -4n \\ b = 2n^2 \end{cases}$$

حال دامنه تابع g را محاسبه می‌کنیم:

$$g(x) = \log \frac{x-4n}{2n^2-x} \Rightarrow \frac{x-4n}{2n^2-x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 4n < x < 2n^2 & (1) \\ 2n^2 < x < 4n & (2) \end{cases}$$

برای آن که پنج عدد صحیح در داخل بازه باشد، باید:

$$(1): 2n^2 - 4n - 1 = 5 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 3$$

یا

$$(2): 4n - 2n^2 - 1 = 5 \Rightarrow n^2 - 2n + 3 = 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

نکته: گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

در ضابطه اول، برای آن که عامل $x+1$ مخرج با صورت ساده شود، باید صورت کسر مضربی از $|x+1|$ باشد (چون زیر رادیکال عبارت درجه ۲ است)، داریم:

$$4x^2 + ax + b = 4(x+1)^2 = 4x^2 + 8x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \end{cases}$$

بنابراین حد تابع در $x = -1$ برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4(x+1)^2}}{|x+1|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2|x+1|}{|x+1|} = 2$$

برای پیوستگی، باید حد تابع با مقدار تابع در $x = -1$ برابر شود، پس:

$$f(1) \quad b \quad c \quad 2 \quad c \quad 2 \quad b \quad c \quad 6$$

نکته: اگر $f(x) = \sqrt{ax+b}$ و $ax+b > 0$ ، آنگاه $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$.

نکته: $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$

نکته: اگر f و g دو تابع مشتق پذیر باشند، در این صورت تابع مرکب $f \circ g$ مشتق پذیر است و داریم:

$$(f \circ g)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

در سمت راست $x = 2$ ، حاصل $[2x]$ برابر ۴ است. داریم:

$$f(x) = \sqrt{x + [2x] - 2} = \sqrt{x + -2} = \sqrt{x - 2}$$

حال مشتق توابع f و g را به دست می آوریم:

$$1) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{4}$$

$$2) g'(x) = \frac{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)'}{\sqrt[3]{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)^2}} = \frac{\frac{-5}{(x-1)^2}}{\sqrt[3]{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)^2}}$$

$$g'(f(2)) = g'(2) = \frac{-5}{\sqrt[3]{6^2}} = \frac{-5}{12}$$

اکنون داریم:

$$(g \circ f)'(2) = f'(2) \times g'(f(2)) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{-5}{12}\right) = \frac{-5}{48}$$

در نتیجه:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۳، فصل ۴)

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته: به طور کلی آهنگ متوسط تغییر یک تابع را در بازه‌ای مانند $[a, a+h]$ به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$[a, a+h] \text{ آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازه } = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

هم چنین آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$x = a \text{ در نقطه } f \text{ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

نکته: آهنگ متوسط تغییر با شیب خط قاطع و آهنگ لحظه‌ای تغییر با مقدار مشتق و شیب خط مماس در آن نقطه برابرند.

ابتدا از تابع مشتق می گیریم:

$$f'(x) = \pi \cos(\pi x) \cdot \cos(2\pi x) - 2\pi \sin(2\pi x) \cdot \sin(\pi x)$$

اکنون داریم:

$$\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = f'\left(\frac{1}{2}\right) = \pi \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{2} - 2\pi \sin \frac{2\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{6\pi}{4} = \frac{-5\pi}{4}$$

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{-1 - 0}{\frac{1}{4}} = -4$$

در نتیجه مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{-4}{-5\pi} = \frac{4}{5\pi}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۵)

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در تابع مشتق پذیر f طول نقاط اکسترمم‌های نسبی ریشه‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند.

نکته: در تابع دو بار مشتق پذیر f طول نقاط عطف ریشه‌های معادله $f''(x) = 0$ هستند.

در نقطه $x = -1$ هم f' و هم f'' هر دو برابر صفرند. پس:

$$\begin{cases} f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c \\ f''(x) = 36x^2 + 6ax + 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a - 2b + c - 12 = 0 \\ f''(-1) = 0 \Rightarrow -6a + 2b + 36 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

از طرفی در نقطه $x = 0$ نیز f' برابر صفر است، پس:

$$f'(0) = c = 0 \xrightarrow{(1)} \begin{cases} 3a - 2b = 12 \\ -6a + 2b = -36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 6 \end{cases}$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۳، فصل ۵)

نکته: تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ را که در آن $c \neq 0$ است، تابع هموگرافیک می‌نامیم.

نکته: در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، $y = \frac{a}{c}$ مجانب افقی و $x = -\frac{d}{c}$ مجانب قائم هستند.

نکته: در تابع مشتق‌پذیر f طول نقاط اکسترم‌های نسبی ریشه‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند.

خطوط $x = -1$ و $y = 1$ مجانب‌های تابع هموگرافیک‌اند. پس می‌توان نوشت $f(x) = \frac{ax+b}{a(x+1)}$ ؛ از طرفی $f(0) = -3$ ، پس:

$$f(0) = -3 \Rightarrow \frac{b}{a} = -3 \Rightarrow b = -3a \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{a(x+1)} \stackrel{(1)}{=} \frac{ax-3a}{a(x+1)} = \frac{x-3}{x+1}$$

حال برای یافتن ماکزیمم تابع $y = xf(x)$ ، نقطه بحرانی آن را پیدا می‌کنیم:

$$y = xf(x) = \frac{x(x-3)}{x+1} = \frac{x^2-3x}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-3)(x+1) - (x^2-3x)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x^2+2x-3 = 0 \xrightarrow{x < -1} x = -3 \Rightarrow \max = y(-3) = \frac{(-3)^2-3(-3)}{-3+1} = \frac{9+9}{-2} = -9$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۱، فصل ۳)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی برابر است با: $(n-2)180^\circ$

نکته: هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم برابر است با: $\frac{(n-2)}{n}180^\circ$

طبق نکات فوق، داریم:

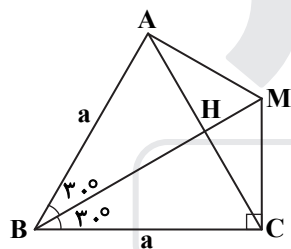
$$\left(\frac{n-2}{n}\right)180^\circ + 2^\circ = \left(\frac{n+2-2}{n+2}\right) \times 180^\circ \Rightarrow \frac{180^\circ n}{n+2} - \frac{180^\circ (n-2)}{n} = 2^\circ \Rightarrow \frac{180^\circ (n^2 - n^2 + 4)}{n(n+2)} = 2^\circ \Rightarrow \frac{180 \times 4}{n(n+2)} = 2$$

$$n^2 + 2n - 360 = 0 \Rightarrow (n-18)(n+20) = 0 \Rightarrow n = 18$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

۲۰- پاسخ: گزینه ۱

مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است، پس طبق شکل مقابل، داریم:



$$AB = BC = AC = a$$

$$\triangle BMC: \tan 30^\circ = \frac{MC}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{MC}{a} \Rightarrow MC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2} MC \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{a\sqrt{3}}{3} \times a = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$$

دو مثلث AMB و BMC به حالت تساوی دو ضلع و زاویه بین، هم‌نهشت هستند، پس مساحت $ABCM$ دو برابر مساحت BMC است:

$$S_{ABCM} = 2 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$$

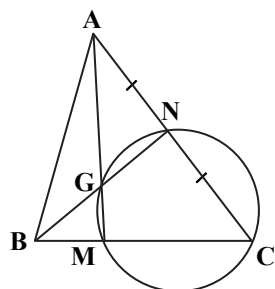
$$\frac{S_{ABCM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{3}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{4}{3}$$

خواسته سؤال برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس‌های ۲ و ۳، فصل ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

شکل زیر را در نظر گرفته و داریم:



$$\begin{cases} AN = NC = \frac{b}{2} \\ AG = \frac{2}{3} m_a \end{cases}$$

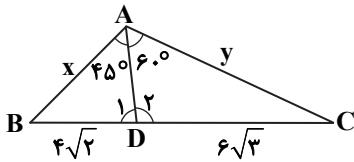
طبق روابط طولی در دایره، داریم:

$$AN \times AC = AG \times AM$$

$$\frac{b}{2} \times b = \frac{2}{3} m_a \times m_a$$

$$\frac{b^2}{2} = \frac{2}{3} m_a^2 \Rightarrow 3b^2 = 4m_a^2 \Rightarrow \frac{m_a^2}{b^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{m_a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

قضیه سینوس ها را در دو مثلث ABD و ADC می نویسیم:



$$\triangle ABD: \frac{AB}{\sin \hat{D}_1} = \frac{BD}{\sin \hat{B}AD} \Rightarrow \frac{x}{\sin \hat{D}_1} = \frac{4\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}$$

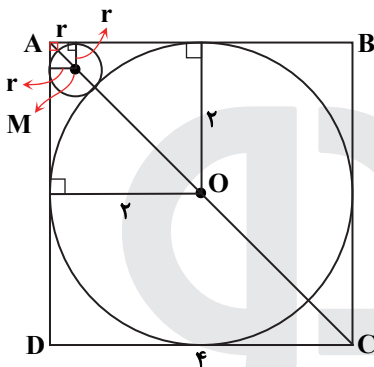
$$\Rightarrow \frac{x}{\sin \hat{D}_1} = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 8 \Rightarrow x = 8 \sin \hat{D}_1$$

$$\triangle ADC: \frac{AC}{\sin \hat{D}_2} = \frac{DC}{\sin \hat{D}AC} \Rightarrow \frac{y}{\sin \hat{D}_2} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{y}{\sin \hat{D}_2} = \frac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 12 \Rightarrow y = 12 \sin \hat{D}_2$$

با توجه به اینکه زوایای $\hat{D}_1$ و $\hat{D}_2$ مکمل هستند، داریم:

$$\sin \hat{D}_1 = \sin \hat{D}_2$$

$$\frac{x}{y} = \frac{8 \sin \hat{D}_1}{12 \sin \hat{D}_2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

با توجه به شکل مقابل، مرکز دایره C' را نقطه M و شعاع آن را r در نظر می گیریم، داریم:

$$AM = r\sqrt{2}, MO = r + 2$$

$$AO = 2\sqrt{2}, AM + MO = AO$$

$$r\sqrt{2} + r + 2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow r(\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2} - 2$$

$$r = \frac{(\sqrt{2} - 1) \times \sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 2(\sqrt{2} - 1)^2$$

دو دایره، مجانس یکدیگرند، مرکز تجانس می تواند محل تلاقی مماس مشترک های خارجی آن ها یعنی محل تلاقی AB و AD یعنی رأس A باشد.

$$K = \frac{r}{R} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)^2}{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$$

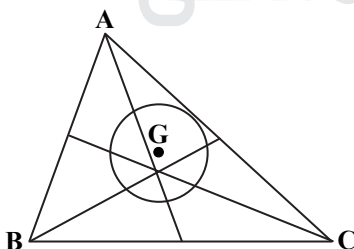
$$\text{نکته: } |kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$$

طبق نکته فوق، داریم:

$$\left| \frac{|A|}{2} A \right| + \left| \frac{2}{|A|} A \right| = 2|A| \Rightarrow \left(\frac{|A|}{2} \right)^2 |A| + \left(\frac{2}{|A|} \right)^2 |A| = 2|A| \Rightarrow \frac{|A|^3}{4} + \frac{4}{|A|} = 2|A| \Rightarrow |A|^4 + 16 = 8|A|^2$$

$$\Rightarrow |A|^4 - 8|A|^2 + 16 = 0 \Rightarrow (|A|^2 - 4)^2 = 0 \Rightarrow |A|^2 = 4 \Rightarrow |A| = \pm 2$$

مکان هندسی نقاطی که از نقطه همرسی میانه ها (G) به فاصله L باشند، دایره ای به مرکز G و شعاع L است. مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع مثلث به یک فاصله اند، نیمسازهای زوایای مثلث است. باید محل تلاقی نیمسازها را با دایره بیابیم که مطابق شکل می تواند حداکثر ۶ نقطه باشد. با توجه به مقدار L، ممکن است نقاط تلاقی دایره با نیمسازها خارج مثلث باشد و یا ممکن است شعاع دایره آنقدر کوچک باشد که با بعضی از نیمسازها برخورد نداشته باشد، بنابراین باید گزینه حداکثر ۶ نقطه را انتخاب کنیم.



باید وضعیت دو دایره را نسبت به هم، مشخص کنیم.

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 3 + 4 + 9$$

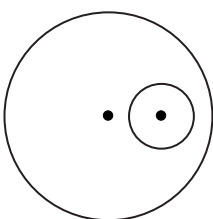
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16 \Rightarrow O_1(2, 3), R_1 = 4 \\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1 \Rightarrow O_2(3, 2), R_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16 \Rightarrow O_1(2, 3), R_1 = 4 \\ (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1 \Rightarrow O_2(3, 2), R_2 = 1 \end{cases}$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}, R_1 + R_2 = 5, R_1 - R_2 = 3$$

$$O_1O_2 < R_1 - R_2$$

دو دایره متداخل اند و هیچ مماس مشترکی ندارند.



فرض می‌کنیم n مهره سبز در کیسه موجود باشد، پس تعداد حالات خروج ۴ مهره از کیسه با شرط برابری تعداد مهره‌های آبی و قرمز برابر است با:

$$\underbrace{\binom{4}{0}\binom{3}{0}\binom{n}{4}}_{\text{صفر آبی صفر قرمز}} + \underbrace{\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{n}{2}}_{\text{۱ آبی ۱ قرمز}} + \underbrace{\binom{4}{2}\binom{3}{2}\binom{n}{0}}_{\text{۲ آبی ۲ قرمز}} = 143 \Rightarrow \binom{n}{4} + 12\binom{n}{2} + 18 = 143 \Rightarrow \binom{n}{4} + 12\binom{n}{2} = 125$$

با چک کردن گزینه‌ها مقدار $n = 5$ جواب مسئله است.

$$n = 5 \Rightarrow \binom{5}{4} + 12\binom{5}{2} = 5 + 12 \times 10 = 125$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

می‌دانیم در پرتاب دو تاس فضای نمونه‌ای ۳۶ عضو دارد، پس $n(S) = 36$. از طرفی قرار است معادله $x^2 + bx + c = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، پس داریم:

$$b^2 - 4c < 0 \Rightarrow b^2 < 4c$$

اگر مؤلفه اول را برای تاس آبی (b) و مؤلفه دوم را برای تاس قرمز (c) در نظر بگیریم، پیشامد موردنظر عبارت است از:

$$A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 17$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{36}$$

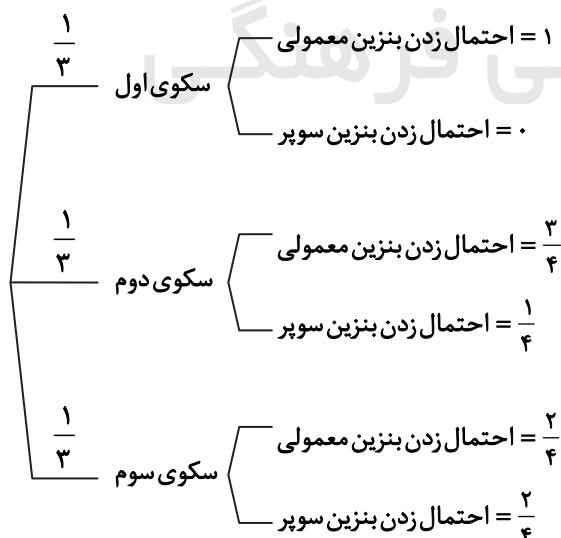
نکته: اگر B_1, B_2, B_3 پیشامدهایی باشند که فضای نمونه S را افراز کنند، در این صورت احتمال پیشامد دلخواه A برابر است با:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$$

و احتمال پیشامد B_i ($1 \leq i \leq 3$) به شرط وقوع A برابر است با:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)} \quad (1 \leq i \leq 3)$$

اگر B_i پیشامد انتخاب سکوی i ام باشد و A پیشامد زدن بنزین سوپر باشد، در این صورت داریم:



$$P(B_3|A) = \frac{P(B_3)P(A|B_3)}{P(A)} = \frac{P(B_3)P(A|B_3)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{2}{4}}{\frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{4}} = \frac{2}{3}$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۳)

نکته: میانگین وزن دار داده‌های $x_1, \dots, x_n$ با فراوانی $f_1, \dots, f_n$ برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + \dots + x_n f_n}{f_1 + \dots + f_n}$$

نکته: انحراف معیار داده‌های $x_1, \dots, x_n$ با فراوانی $f_1, \dots, f_n$ برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{\frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + f_n(x_n - \bar{x})^2}{f_1 + \dots + f_n}}$$

نکته: ضریب تغییرات داده‌ها با میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار σ برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

نکته: اگر تمام داده‌ها را a ($a > 0$) برابر کرده و b واحد به آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات جدید عبارت است از:

$$CV = \frac{a\sigma}{a\bar{x} + b}$$

داده‌ها	۲	۷	۹	۱۴	۱۷
فراوانی	۱	۳	۶	۵	۳

میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{() + () + 9(6) + () + ()}{1+3+6+5+3} = \frac{()}{18} = 11$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1(2-11)^2 + 3(7-11)^2 + 6(9-11)^2 + 5(14-11)^2 + 3(17-11)^2}{1+3+6+5+3}} = \sqrt{\frac{306}{18}} = \sqrt{17}$$

بنابراین اگر داده‌ها را ۲ برابر کرده و ۳ واحد به آن‌ها اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید برابر است با:

$$CV = \frac{2\sigma}{2\bar{x} + 3} = \frac{2\sqrt{17}}{2 \times 11 + 3} = \frac{2\sqrt{17}}{25}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۳) و آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

به کمک مفهوم فضای نمونه‌ای کاهش یافته در محاسبه احتمال شرطی، پیشامد «حروف صدادر کنار هم باشند» را فضای نمونه‌ای جدید در نظر می‌گیریم:

$$|S| = \frac{6! \times 2!}{2! \times 2!} = 360$$

اگر در فضای نمونه‌ای جدید، کنار هم بودن دو حرف s را پیشامد B و کنار هم بودن دو حرف t را پیشامد C در نظر بگیریم بایستی $P(B' \cap C')$ را محاسبه کنیم که برابر است با:

$$P(B' \cap C') = 1 - P(B \cup C) = 1 - (P(B) + P(C) - P(B \cap C))$$

$n(B)$ یعنی تعداد حالتی که هم دو حرف صدادر کنار هم باشند و هم دو حرف s

$$|S|_{ss} = \frac{5! \times 2!}{2!} = 5! = 120 = n(B)$$

$n(C)$ یعنی تعداد حالتی که هم دو حرف صدادر کنار هم باشند و هم دو حرف t

$$|S|_{tt} = \frac{5! \times 2!}{2!} = 5! = 120 = n(C)$$

$n(B \cap C)$ یعنی تعداد حالتی که هم دو حرف صدادر کنار هم باشند و هم دو حرف s و t

$$|S|_{sstt} = \frac{4! \times 2!}{2!} = 4! = 24 = n(B \cap C)$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(B' \cap C') = 1 - \left(\frac{120 + 120 - 24}{360} \right) = 1 - \frac{192}{360} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

نکته: یک عدد طبیعی بر ۴ بخش پذیر است هرگاه عدد دورقمی حاصل از دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد.
نکته: یک عدد طبیعی بر ۱۱ بخش پذیر است هرگاه عدد حاصل از مجموع ارقام آن به طوری که از سمت راست یک درمیان مثبت و منفی نوشته می شوند بر ۱۱ بخش پذیر باشد.
نکته: باقی مانده تقسیم یک عدد طبیعی بر ۹ برابر است با باقی مانده تقسیم عدد حاصل از مجموع ارقام آن بر ۹.
عدد A بر ۴۴ بخش پذیر است، در نتیجه بر ۴ و ۱۱ بخش پذیر است.

$$\overline{a2746b} \equiv 0 \Rightarrow \overline{6b} \equiv 0 \Rightarrow 60 + b \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 0 \Rightarrow b = 0, 4, 8$$

$$\overline{a2746b} \equiv 0 \Rightarrow b - 6 + 4 - 7 + 2 - a \equiv 0 \Rightarrow b - a \equiv 7$$

با جای گذاری مقادیر b در رابطه هم نهشتی به دست آمده، مقادیر a به دست می آید.

$$\begin{cases} b = 0 \Rightarrow -a \equiv 7 \Rightarrow a \equiv -7 + 11 \equiv 4 \Rightarrow a = 4 \\ b = 4 \Rightarrow 4 - a \equiv 7 \Rightarrow a \equiv -3 + 11 \equiv 8 \Rightarrow a = 8 \\ b = 8 \Rightarrow 8 - a \equiv 7 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

b	0	4	8
a	4	8	1

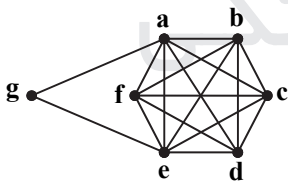
کمترین مقدار a برابر ۱ به ازای b = ۸ به دست آمده است و داریم:

$$\overline{3ab8} \equiv 3188 \equiv 3 + 1 + 8 + 8 \equiv 20 \equiv 20 - 2 \times 9 \equiv 2$$

نکته: اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ باشد و همه کبوترها داخل لانه ها قرار بگیرند، آنگاه لانه ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار دارند.
زیرمجموعه های دو عضوی $\{7, 79\}, \{11, 75\}, \dots, \{39, 47\}$ دارای مجموع ۸۶ هستند و زیرمجموعه های تک عضوی $\{3\}$ و $\{43\}$ با هیچ عضوی مجموع ۸۶ نمی سازند. در نتیجه تعداد لانه ها $9 + 2 = 11$ تا است. با انتخاب ۱۲ عضو به عنوان کبوتر، مطمئن هستیم لاقط ۲ عضو مجموع ۸۶ دارند.

نکته: در گراف کامل K_p تعداد دور به طول m برابر است با: $\binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2}$

با حذف رأس با درجه ۲، یک گراف کامل از مرتبه ۶ داریم که تعداد دورهای به طول ۳ در آن برابر است با $\binom{6}{3} \times \frac{(3-1)!}{2} = 20$ همچنین طبق شکل، رأس g با درجه ۲، یک دور به طول ۳ به صورت gaeg می سازد. بنابراین تعداد دورهای به طول ۳ برابر ۲۱ است.



اگر عدد مورد نظر را به صورت $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$ در نظر بگیریم، باید داشته باشیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10$$

$$x_1 \geq 1, \forall 2 \leq i \leq 6; x_i \geq 0$$

تعداد جواب های این معادله برابر است با:

$$\binom{10+6-1-1}{6-1} = \binom{14}{5} = 2002$$

اما در میان این ۲۰۰۲ جواب، یک حالت وجود دارد که $x_1 = 10$ و مابقی متغیرها صفر هستند که امکان پذیر نیست و باید از کل جواب ها کم شود. پس تعداد اعداد ۶ رقمی با شرایط مسئله، برابر است با:

$$2002 - 1 = 2001$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در فرایند هم‌دم، $\Delta T = 0$ است و از آنجایی که تغییر انرژی درونی گاز آرمانی فقط تابع دمای مطلق گاز است، $\Delta U = 0$ است.

۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

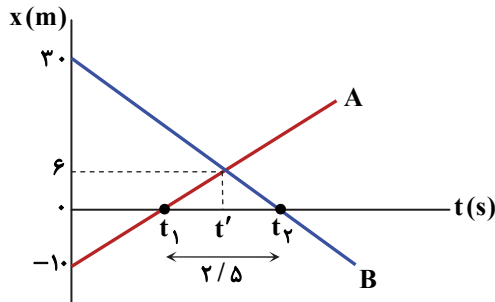
چون بار الکترون منفی است، چنانچه ۴ انگشت دست چپ جهت روبه بالا (حرکت بار) را نشان دهد و انگشت شست برون سو (جهت نیرو) را نشان دهد، جهت میدان مغناطیسی به سمت راست خواهد بود.

۴۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در ابتدا با توجه به نمودار داده شده، معادله های مکان - زمان متحرک های A و B را می نویسیم:

$$x_A = v_A t - 10 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$x_B = v_B t + 30 \quad (2) \text{ رابطه}$$



دو متحرک در لحظه t' از مکان $x = 6 \text{ m}$ عبور می کنند، بنابراین:

$$\begin{cases} (1) \text{ رابطه: } 6 = v_A t' - 10 \Rightarrow v_A t' = 16 \Rightarrow t' = \frac{16}{v_A} \\ (2) \text{ رابطه: } 6 = v_B t' + 30 \Rightarrow v_B t' = -24 \Rightarrow t' = \frac{-24}{v_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{16}{v_A} = \frac{-24}{v_B} \Rightarrow v_B = -\frac{3}{2} v_A \quad (3) \text{ رابطه}$$

متحرک A در لحظه t_1 و متحرک B در لحظه t_2 از مبدأ مکان عبور می کنند، بنابراین:

$$(1) \text{ رابطه: } 0 = v_A t_1 - 10 \Rightarrow t_1 = \frac{10}{v_A}$$

$$(2) \text{ رابطه: } 0 = v_B t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = \frac{-30}{v_B}$$

$$t_2 - t_1 = 2/5 \Rightarrow \frac{-30}{v_B} - \frac{10}{v_A} = 2/5 \xrightarrow{\text{از رابطه (3)}} \frac{-30}{-\frac{3}{2}v_A} - \frac{10}{v_A} = 2/5 \Rightarrow \frac{20}{v_A} - \frac{10}{v_A} = 2/5 \Rightarrow \frac{10}{v_A} = 2/5 \Rightarrow v_A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{v_A} - \frac{10}{v_A} = 2/5 \Rightarrow \frac{10}{v_A} = 2/5 \Rightarrow v_A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

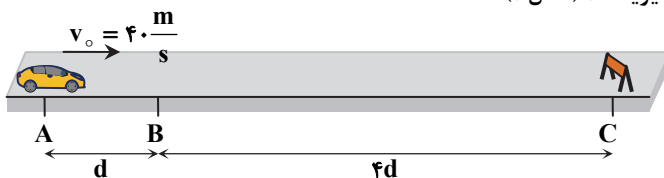
$$v_B = -\frac{3}{2} v_A = -\frac{3}{2} \times 4 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t' = \frac{16}{v_A} = \frac{16}{4} = 4 \text{ s}$$

در پایان لحظه ای که دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می کنند را محاسبه می کنیم:

۴۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۳



مطابق شکل زیر، فرض می کنیم A نقطه ای باشد که راننده مانع را می بیند، B نقطه ای باشد که راننده پای خود را بر روی ترمز می گذارد و C نقطه ای باشد که در آن خودرو متوقف می شود. با توجه به داده های ارائه شده در صورت سؤال، داریم:

$$\Delta x_{AB} = d$$

$$\Delta x_{BC} = 4\Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{BC} = 4d$$

فاصله A تا B: حرکت یکنواخت با تندی ثابت $v_0 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به مدت t ثانیه که در آن زمان واکنش راننده است.

$$d = v_0 t \Rightarrow d = 40t \quad (1) \text{ رابطه}$$

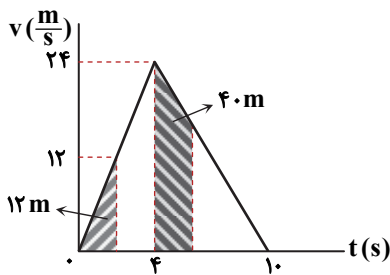
فاصله B تا C: حرکت کندشونده با شتاب ثابت $a = -6/25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ که در آن خودرو مسافت 4d را می پیماید:

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a\Delta x_{BC} \Rightarrow 0 - (40)^2 = 2 \times (-6/25) \times (4d) \Rightarrow -1600 = -5d \Rightarrow d = \frac{1600}{5} = 320 \text{ m}$$

$$(1) \text{ رابطه: } d = 40t \Rightarrow 320 = 40t \Rightarrow t = \frac{320}{40} = 8 \text{ s}$$

در پایان محاسبه خواسته سؤال یعنی زمان واکنش راننده را می یابیم:

برای محاسبه سرعت متوسط به جابه‌جایی (Δx) و بازه زمانی آن جابه‌جایی (Δt) نیاز داریم. جابه‌جایی در متن سؤال داده شده است اما برای محاسبه زمان باید از داده‌های نمودار کمک بگیریم.



جابه‌جایی صفر تا ۴s برابر با $\frac{24 \times 4}{2} = 48 \text{ m}$ است و چون بیشتر از ۱۲m است، پس ۱۲m در این بازه زمانی است و داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{24}{4} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} \times 6t_1^2 + 0 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

اما ۸۸m بیشتر از ۴۸m است و در بازه زمانی ۴s تا ۱۰s قرار می‌گیرد.

$$\Delta x = 88 - 48 = 40 \text{ m}$$

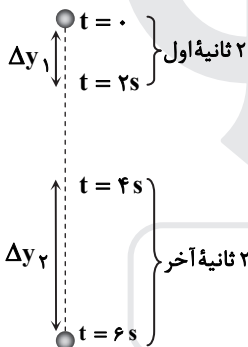
$$a = \frac{0 - 24}{6 - 2} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$40 = \frac{1}{2}(-6)t^2 + 24t \Rightarrow t^2 - 12t + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \text{ s} & \text{غ ق ق} \\ t = 2 \text{ s} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$t_f = 4 + 2 = 6 \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{88 - 12}{6 - 2} \Rightarrow v_{av} = 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در ابتدا کل مدت زمان حرکت گلوله را به دست می‌آوریم. سپس لحظات مهم حرکت را مطابق شکل روبه‌رو، مشخص می‌کنیم:



$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 180 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow 180 = 5t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

مسافتی که گلوله در ۲ ثانیه اول حرکت یعنی بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 2 \text{ s}$ (Δy_1) و همچنین مسافتی که در ۲ ثانیه آخر حرکت یعنی بازه زمانی $t = 6 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 = 20 \text{ m}$$

می‌پیماید را به دست می‌آوریم:

$$t = 4 \text{ s} \text{ سرعت گلوله در } v_f = gt + v_0 = 10 \times 4 + 0 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2}gt^2 + v_f t = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 + 40 \times 2 = 20 + 80 = 100 \text{ m}$$

در پایان محاسبه خواسته سؤال:

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{100}{20} = 5$$

چون آسانسور به سمت پایین در حرکت است، جهت روبه پایین را مثبت در نظر می‌گیریم. از طرفی چون آسانسور در حال توقف است حرکت آن کندشونده بوده و شتاب آن برابر

$$-2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ است. با توجه به شکل و جهت نیروهای مشخص شده در آن، داریم:}$$

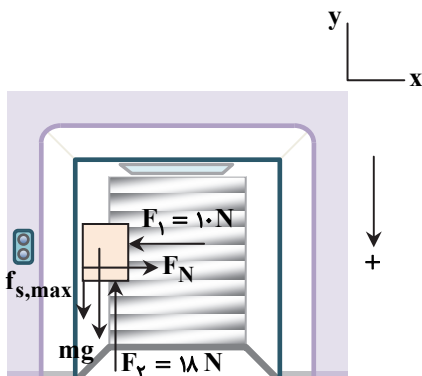
$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_N - F_1 = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 10 \text{ N}$$

دقت کنید که چون جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است، جهت $f_{s,\text{max}}$ در خلاف آن و روبه پایین است.

$$F_{\text{net},y} = ma \Rightarrow f_{s,\text{max}} + mg - F_f = ma$$

$$\Rightarrow \mu_s F_N + mg - F_f = ma \Rightarrow \mu_s \times 10 + 1 \times 10 - 18 = 1 \times (-2)$$

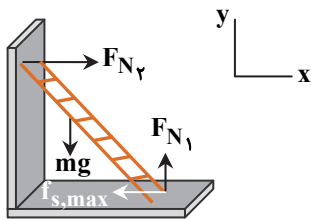
$$\Rightarrow 10\mu_s - 8 = -2 \Rightarrow 10\mu_s = 6 \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{5}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

در ابتدا نیروهایی که بر نردبان وارد می‌شود را مشخص کرده و سپس قانون دوم نیوتون را برای آن در دو جهت افقی و عمودی می‌نویسیم:

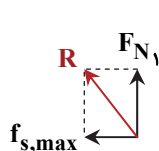


$$\text{رابطه (۱)} \quad F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_{N_y} - f_{s,\max} = 0 \Rightarrow F_{N_y} = f_{s,\max}$$

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_{N_1} - mg = 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg = 40 \times 10 = 400 \text{ N}$$

نیرویی که از طرف نردبان بر سطح افقی وارد می‌شود، برابر با نیرویی است که از طرف سطح افقی بر نردبان وارد می‌شود که هر دو برابر با برآیند دو نیروی عمود برهم F_{N_1} و $f_{s,\max}$ است،

بنابراین:



$$f_{s,\max} = \mu_s F_{N_1} = \mu_s \times 400 = 400 \mu_s$$

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,\max}^2} = \sqrt{(400)^2 + (400 \mu_s)^2} = 400 \sqrt{1 + \mu_s^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{1 + \mu_s^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{\mu_s} = \sqrt{1 + \mu_s^2} \Rightarrow \frac{\Delta}{\mu_s^2} = 1 + \mu_s^2 \Rightarrow \mu_s^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{2}$$

در پایان با استفاده از رابطه (۱) خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\text{رابطه (۱)}: F_{N_y} = f_{s,\max} = \mu_s F_{N_1} = \frac{1}{2} \times 400 = 200 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

با فرض اینکه v تندی اولیه متحرک باشد چون متحرک در هر $3s$ یک دور کامل می‌زند، داریم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{3}$$

با افزایش تندی متحرک، زمان لازم برای اینکه متحرک یک دور کامل بزند $2s$ شده، در نتیجه:

$$v' = \frac{2\pi r}{T'} \Rightarrow v' = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

و در پایان برای محاسبه درصد تغییرات تندی متحرک داریم:

$$\frac{v' - v}{v} \times 100 = \frac{\pi r - \frac{2\pi r}{3}}{\frac{2\pi r}{3}} \times 100 = \frac{\frac{\pi r}{3}}{\frac{2\pi r}{3}} \times 100 = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

با نصف شدن ارتفاع ماهواره، شتاب گرانشی آن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$h_2 = \frac{h_1}{2}$$

$$g_2 = g_1 + \frac{44}{100} g_1 = 1/44 g_1 \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = 1/44$$

$$g = \frac{GM_e}{r_e^2} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow 1/44 = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + \frac{h_1}{2}} \right)^2 \Rightarrow 1/2 = \frac{R_e + h_1}{R_e + \frac{h_1}{2}}$$

$$\Rightarrow 1/2 R_e + 0/6 h_1 = R_e + h_1 \Rightarrow 0/4 h_1 = 0/2 R_e \Rightarrow h_1 = \frac{R_e}{2} \quad \text{رابطه (۱)}$$

بنابراین با دو برابر شدن ارتفاع ماهواره، شتاب گرانشی آن به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$h_2 = 2h_1 \xrightarrow{\text{از رابطه (۱)}} h_2 = 2 \times \frac{R_e}{2} = R_e$$

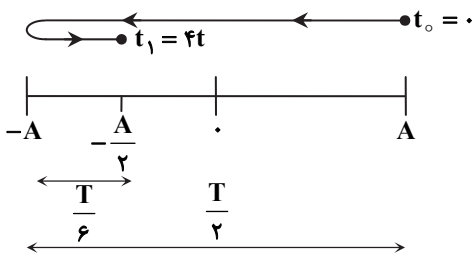
$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2} \right)^2 \xrightarrow{\text{از رابطه (۱)}} \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e + \frac{R_e}{2}}{R_e + R_e} \right)^2 = \left(\frac{3/2 R_e}{2 R_e} \right)^2 = \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow g_2 = \frac{9}{16} g_1$$

نوسانگر در مجموع پس از گذشت $4t + 5$ ثانیه به نقطه شروع حرکت خود بازمی‌گردد. بنابراین دوره تناوب آن برابر است با:

$$4t + 5 = T \quad (1) \text{ رابطه}$$

از طرفی نوسانگر در یک دوره، در $4t$ ثانیه اول حرکت مسافتی به اندازه $5L$ و در 5 ثانیه بعد آن مسافت $3L$ را می‌پیماید که مجموع این دو مقدار برابر $4A$ می‌باشد که در آن دامنه نوسانگر است، پس داریم:

$$5L + 3L = 4A \Rightarrow L = A \Rightarrow L = \frac{A}{2}$$



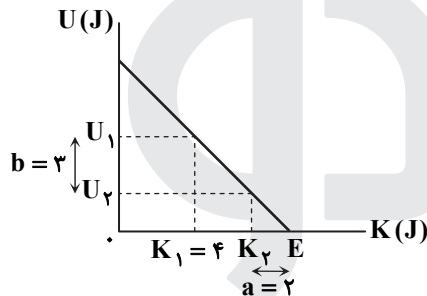
اکنون با مشخص شدن L و با توجه به اینکه نوسانگر در $4t$ ثانیه اول حرکت مسافت $5L$ را می‌پیماید و با دقت در شکل مقابل، داریم:

$$\begin{aligned} 5L &= \frac{5A}{2} = 2A + \frac{A}{2} \Rightarrow 4t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} \\ \Rightarrow 4t &= \frac{3T + T}{6} = \frac{4T}{6} = \frac{2T}{3} \\ \Rightarrow t &= \frac{2T}{12} = \frac{T}{6} \end{aligned}$$

و در پایان با استفاده از رابطه (۱) دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$4t + 5 = T \Rightarrow 4 \times \frac{T}{6} + 5 = T \Rightarrow \frac{2T}{3} + 5 = T \Rightarrow \frac{T}{3} = 5 \Rightarrow T = 15s$$

با توجه به کمیت‌های مشخص شده بر روی نمودار، داریم:

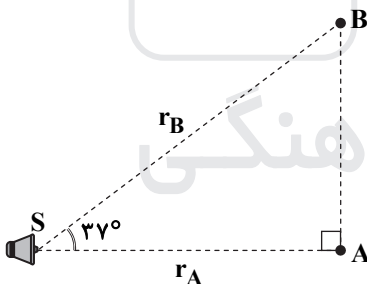


$$\begin{aligned} a = 2J &\Rightarrow E - K_2 = 2 \xrightarrow{(E=U+K)} (U_2 + K_2) - K_2 = 2 \\ \Rightarrow U_2 + K_2 - K_2 &= 2 \Rightarrow U_2 = 2J \\ b = 3J &\Rightarrow U_1 - U_2 = 3 \Rightarrow U_1 - 2 = 3 \Rightarrow U_1 = 5J \\ \Rightarrow E &= K_1 + U_1 = 4 + 5 = 9J \end{aligned}$$

در پایان با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر وزنه- فنر، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{2} \times 50 \times A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow A = \frac{3}{5}m = 0.6m = 60cm$$

با توجه به شکل، داریم:



$$\cos 37^\circ = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{5}{4} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{(I \propto \frac{1}{r^2})} \beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 20 \log \frac{r_B}{r_A}$$

$$\xrightarrow{\text{از رابطه (۱)}} \beta_A - \beta_B = 20 \log \frac{5}{4} = 20 (\log 5 - \log 4) = 20 (\log \frac{5}{4}) = 20 (\log 1.25) = 20 (\log 10 - \log 8 - 2 \log 2) = 20 (1 - 3 \log 2) = 20 (1 - 3 \times 0.3) = 20 (1 - 0.9) = 20 \times 0.1 = 2dB$$

در نتیجه شخص A، صدای بلندگو را ۲dB بیشتر از شخص B می‌شنود.

با توجه به زوایای شکل زیر که با استفاده از قانون بازتاب از آینه‌های تخت، مشخص شده‌اند، داریم:

$$\beta + 100^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow 2\beta = 80^\circ \Rightarrow \beta = 40^\circ$$

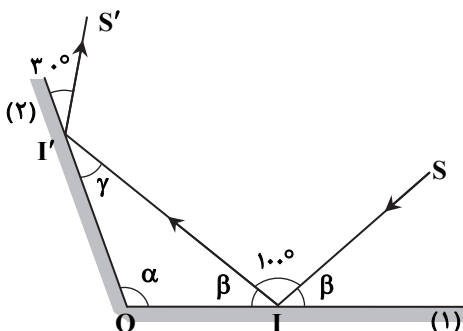
مجموع زوایا در مثلث OH' برابر 180° است، بنابراین:

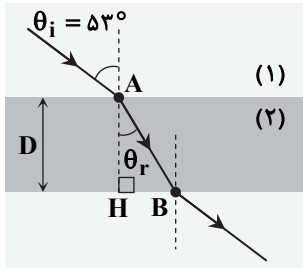
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 40^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 110^\circ$$

چون زاویه بین دو آینه ($\alpha = 110^\circ$) بزرگ‌تر از 90° است، بنابراین زاویه بین

پرتوی تابش به آینه (۱) و پرتوی بازتاب از آینه (۲) برابر است با:

$$D = 360^\circ - 2\alpha = 360^\circ - 2 \times 110^\circ = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$





۵۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۴)

پرتو نور مسافت AB را در مدت $4/8 \text{ ns}$ می‌پیماید، بنابراین تندی نور در تیغه متوازی‌السطوح برابر است با:

$$v = \frac{AB}{t} = \frac{90 \times 10^{-2}}{4/8 \times 10^{-9}} = \frac{15}{\lambda} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون می‌توان ضریب شکست تیغه را به‌دست آورد و سپس با استفاده از آن و قانون شکست عمومی، زاویه θ_r را محاسبه نمود:

$$n_r = \frac{c}{v} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{15}{\lambda} \times 10^8} = \frac{\lambda}{5} = 1/6$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_r}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_r} = \frac{1/6}{1} = 1/6 \Rightarrow \frac{4/5}{\sin \theta_r} = 1/6 \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

و در پایان با نوشتن رابطه $\cos \theta_r$ در مثلث AHB ضخامت تیغه را به‌دست می‌آوریم:

$$\cos \theta_r = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{D}{90} \Rightarrow D = 90 \cos 30^\circ = 90 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 45\sqrt{3} \text{ cm}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

تابع کار یک فلز فقط به جنس آن فلز بستگی دارد و بنابراین بسامد قطع فلز ($f_0 = \frac{W_0}{h}$) در تمام محیط‌ها ثابت است:

$$f_n = f_0$$

اما طول موج آستانه یک فلز در محیطی به ضریب شکست n برابر است با:

$$\lambda_n = \frac{v}{f_n} \xrightarrow{(f_n=f_0)} \lambda_n = \frac{v}{f_0} \xrightarrow{(v=\frac{c}{n})} \lambda_n = \frac{c}{nf_0} = \frac{1}{n} \left(\frac{c}{f_0} \right) = \frac{1}{n} \lambda_0 \xrightarrow{(n>1)} \lambda_n < \lambda_0$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

در یک رشته از طیف اتم هیدروژن به شماره n' ، بیشینه طول موج به ازای $n = n' + 1$ و کمینه طول موج به ازای $n = \infty$ به‌دست می‌آید و گستره طول موجی این رشته برابر است با:

$$\Delta \lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$$

اکنون با توجه به رابطه طول موج طیف اتم هیدروژن، داریم:

$$n' = 1: \text{رشته لیمن}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{3R}{4} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R} \\ \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = R(1-0) = R \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{R} \end{cases}$$

$$\Delta \lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{4}{3R} - \frac{1}{R} = \frac{1}{3R}$$

$$n' = 3: \text{رشته پاشن}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda'_{\max}} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{7R}{144} \Rightarrow \lambda'_{\max} = \frac{144}{7R} \\ \frac{1}{\lambda'_{\min}} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) = R \left(\frac{1}{9} - 0 \right) = \frac{R}{9} \Rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{9}{R} \end{cases}$$

$$\Delta \lambda' = \lambda'_{\max} - \lambda'_{\min} = \frac{144}{7R} - \frac{9}{R} = \frac{9}{R} \left(\frac{16}{7} - 1 \right) = \frac{9}{R} \times \frac{9}{7} = \frac{81}{7R}$$

و در پایان محاسبه خواسته سؤال:

$$\frac{\Delta \lambda'}{\Delta \lambda} = \frac{\frac{81}{7R}}{\frac{1}{3R}} = \frac{243}{7}$$

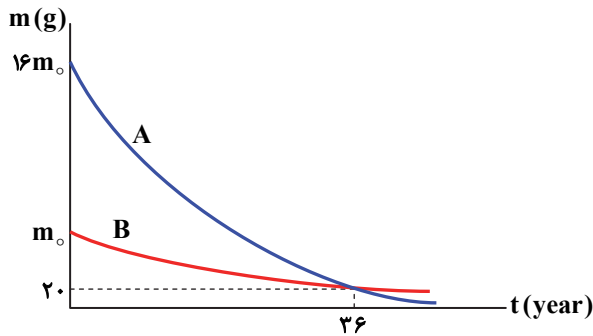
با توجه به رابطه جرم ماده پرتوزای باقی مانده بر حسب جرم اولیه آن و رابطه نیمه عمر و دقت به نمودار داده شده مقابل، داریم:

$$m_{\text{باقی مانده}} = \frac{m_{\text{اولیه}}}{2^n}$$

$$(A \text{ ماده پرتوزای}): m_A = \frac{16 m_0}{2^{n_A}}$$

$$(B \text{ ماده پرتوزای}): m_B = \frac{m_0}{2^{n_B}}$$

پس از گذشت ۳۶ سال، جرم باقی مانده ماده های پرتوزای A و B با یکدیگر مساوی و برابر ۲۰g است، پس:



$$m_A = m_B \Rightarrow \frac{16 m_0}{2^{n_A}} = \frac{m_0}{2^{n_B}} \Rightarrow \frac{2^{n_A}}{2^{n_B}} = 16 \Rightarrow 2^{n_A - n_B} = 2^4 \Rightarrow n_A - n_B = 4$$

$$\Rightarrow n_A - n_B = 4 \Rightarrow \frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B} = 4 \Rightarrow \frac{36}{T_A} - \frac{36}{T_B} = 4 \xrightarrow{(T_B = 3T_A)}$$

$$\frac{36}{T_A} - \frac{36}{3T_A} = 4 \Rightarrow \frac{36}{T_A} - \frac{12}{T_A} = 4 \Rightarrow \frac{24}{T_A} = 4 \Rightarrow T_A = 6 \text{ year} \Rightarrow T_B = 3T_A = 3 \times 6 = 18 \text{ year}$$

$$m_B = 20 \text{ g} \Rightarrow \frac{m_0}{2^{n_B}} = 20 \Rightarrow \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T_B}}} = 20 \Rightarrow \frac{m_0}{2^{\frac{36}{18}}} = 20 \Rightarrow \frac{m_0}{2^2} = 20 \Rightarrow \frac{m_0}{4} = 20 \Rightarrow m_0 = 80 \text{ g}$$

و در پایان برای محاسبه تعداد سال لازم برای آنکه جرم ماده واپاشی شده B برابر ۴۰g شود، داریم:

$$\Delta m_B = 40 \text{ g} \Rightarrow m_0 - m' = 40 \Rightarrow m_0 - \frac{m_0}{2^{n'}} = 40$$

$$\Rightarrow m_0 \left(1 - \frac{1}{2^{n'}}\right) = 40 \Rightarrow 1 - \frac{1}{2^{n'}} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2^{n'}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2^{n'} = 2^1 \Rightarrow n' = 1 \Rightarrow \frac{t'}{T_B} = 1 \Rightarrow t' = T_B = 18 \text{ year}$$

توجه: البته بدون محاسبه نیز می توان فهمید. برای آنکه جرم ماده B از ۸۰g به نصف یعنی ۴۰g برسد، نیازمند سپری شدن یک نیمه عمر است؛ بنابراین مدت زمان لازم برابر با ۱۸ سال است.

در نیروگاه های هسته ای ${}^{235}_{92}\text{U}$ با جذب یک نوترون کند، ناپایدار شده و سرانجام به دو هسته با عدد جرمی کمتر تبدیل می شود.

$$V = 0.4 \times 3000 = 1200 \text{ L} = 5 \times \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 240 \text{ s} = 4 \text{ min}$$

۴ دقیقه طول می کشد که ۴۰ درصد از حجم مخزن پر شود. برای آنکه ۱۸۰۰ لیتر باقی مانده از مخزن پر شود، داریم:

$$V' = 3000 - 1200 = 1800 = \left(5 - \frac{0.4 \times 1000}{60}\right) \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{1800}{5-2} = 600 \text{ s} = 10 \text{ min}$$

$$\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 4 + 10 = 14 \text{ min}$$

موارد «الف»، «ب»، «ت» و «ث» صحیح هستند.

ولی مورد «پ» نادرست است؛ زیرا علت قرار گرفتن پشه روی آب نیروی کشش سطحی است که از نوع نیروهای هم چسبی بین مولکول های سطح آب است.

$$W_{\text{کل}} = W_{\text{موتور}} + \frac{-mgh}{W_{\text{mg}}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 200 \times 10 \times 12 + \frac{1}{2} \times 200 \times 16 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 24000 + 1600 = 25600 \text{ J}$$

$$Ra = \frac{W_{\text{مفيد}}}{W_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{25600}{256t} \Rightarrow t = \frac{1000}{8} \text{ s} = 125 \text{ s}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

ابتدا دمای تعادل را بر حسب درجه سلسیوس محاسبه می کنیم:

$$F_e = \frac{1}{\delta} \theta_e + 32 \Rightarrow 50 = \frac{1}{\delta} \theta_e + 32 \Rightarrow \theta_e = 10^\circ \text{C}$$

$$\text{رابطه (۱)} \quad mc_A(10 - 50) + m'c_B(10 - 0) = 0 \Rightarrow 40mc_A = 10m'c_B \Rightarrow m'c_B = 4mc_A$$

$$\text{حالت اول} \quad mc_A(10 - 50) + m'c_B(10 - 0) = 0$$

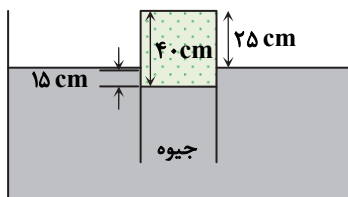
$$\text{حالت دوم} \quad 3mc_A(\theta'_e - 50) + mc_A(\theta'_e - 10) + m'c_B(\theta'_e - 10) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \quad 3mc_A(\theta'_e - 50) + 5mc_A(\theta'_e - 10) = 0 \Rightarrow 3\theta'_e - 150 + 5\theta'_e - 50 = 0$$

$$\Rightarrow 8\theta'_e = 200 \Rightarrow \theta'_e = 25^\circ \text{C} \Rightarrow T'_e = 25 + 273 = 298 \text{ K}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳



$$V_1 = 60A$$

$$V_2 = \frac{2}{3} \times 60A = 40A$$

$$P_1 = 75 - 15 = 60 \text{ cmHg}$$

دما ثابت است؛ بنابراین داریم:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow 60 \times 60A = P_2 \times 40A \Rightarrow P_2 = 90 \text{ cmHg} = P_0 + P_{Hg}$$

$$\xrightarrow{P_0 = 75 \text{ cmHg}} \quad P_{Hg} = 15 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 15 \text{ cm}$$

فاصله انتهای لوله از جیوه ظرف در حالت اول:

$$H = 60 + 15 = 75 \text{ cm}$$

فاصله انتهای لوله از جیوه ظرف در حالت دوم:

$$H' = 40 - 15 = 25 \text{ cm}$$

لوله را باید به اندازه $HH' = 75 - 25 = 50 \text{ cm}$ درون جیوه فرو ببریم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

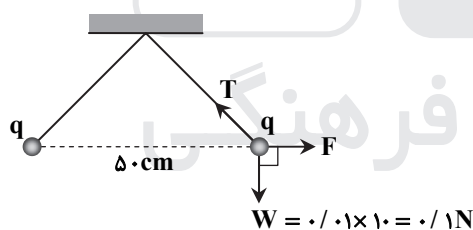
■ شیب خط مبدأگذر در نمودار $V-T$ بیانگر فشار ثابت گاز است. از طرفی طبق رابطه $V = \frac{nR}{P}T$ می توان گفت فشار گاز در فرایند CD

بیشتر از فرایند AB است، زیرا شیب کمتری دارد. (نمودار گزینه ۱ درست است).

■ چرخه $P-V$ پادساعتگرد به دست می آید که نشان دهنده مثبت بودن کار کل انجام شده روی گاز است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۶- پاسخ: گزینه ۳



$$T = \sqrt{F^2 + W^2} \Rightarrow (0.1/\sqrt{10})^2 = F^2 + (0.1)^2 \Rightarrow 0.1 = F^2 + 0.1$$

$$\Rightarrow F^2 = 0.1 \Rightarrow F = 0.3 \text{ N}$$

$$F = \frac{kq^2}{d^2} \Rightarrow 0.3 = \frac{9 \times 10^9 q^2}{1^2} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{12} \times 10^{-10}$$

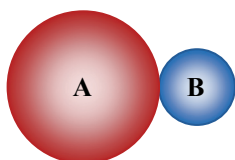
$$\Rightarrow q = \pm \frac{10}{\sqrt{3}} \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = \frac{5\sqrt{3}}{3} \mu\text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

پس از اتصال، دو کره رسانا هم پتانسیل می شوند و در این حالت چگالی سطحی بار در نقاط نوک تیز و

برجسته و در نواحی با مساحت کم، بیشتر است.



$$\sigma_B > \sigma_A$$

$$V_A = V_B$$

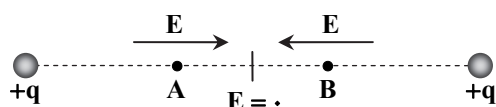
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

درست وسط خط وصل دو بار، میدان الکتریکی صفر است. در سمت راست

آن میدان الکتریکی به سمت چپ و در سمت چپ آن میدان الکتریکی

به سمت راست است.



اگر از نقطه A به سمت وسط در جهت میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد و با حرکت از وسط به سمت نقطه B در خلاف

جهت میدان، پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد.

$$V = \mathcal{E} - Ir$$

$$V = 0 \Rightarrow 0 = \mathcal{E} - \mathcal{E}r \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{r} = \mathcal{E} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$V = 2V, I = 2A \Rightarrow 2 = \mathcal{E} - 2r \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 2 = \mathcal{E}r - 2r \Rightarrow r = \Omega, \mathcal{E} = V$$

$$R = 2r = 2\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r+R} \Rightarrow I = \frac{1}{2+2} = 1A$$

افت پتانسیل در مولد برابر با rI است:

$$\text{افت پتانسیل} = rI = 2 \times 1 = 2V$$

مورد «الف» نادرست است؛ چون 10^6 متر بر ثانیه سرعت حرکت کاتوره‌های الکترون‌های آزاد است.

مورد «ب» درست است.

$$V = IR \Rightarrow 4 = I \times 80 \Rightarrow I = \frac{1}{20} A$$

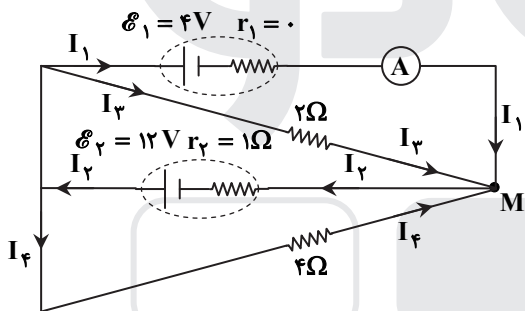
$$q = It \Rightarrow 6Ah = \frac{1}{20} A \times t \Rightarrow t = 120h$$

مورد «پ» نادرست است؛ چون LED رسانای غیر اهمی است.

مورد «ت» نادرست است؛ وقتی به LDR نور بتابد، مقاومتش کاهش می‌یابد.

مورد «ث» درست است.

با استفاده از قاعده حلقه می‌توان نوشت:



$$4 - 2I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 2A$$

$$4 - 4I_4 = 0 \Rightarrow I_4 = 1A$$

$$12 - I_2 - 4 = 0 \Rightarrow I_2 = 8A$$

از قاعده انشعاب در نقطه M داریم:

$$I_2 = I_1 + I_3 + I_4 \Rightarrow 8 = I_1 + 2 + 1 \Rightarrow I_1 = 5A$$

جهت جریان در مدار ساعتگرد است. در هر دورزدن کامل مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل‌های اجزای مدار صفر است:

$$8 - 0.5I - 2I + 6 - 0.5I - 4I = 0 \Rightarrow 14 = 7I \Rightarrow I = 2A$$

$$\begin{cases} P_{1, \text{خروجی}} = \mathcal{E}_1 I - I^2 r_1 = 8 \times 2 - 4 \times 0.5 = 14W \\ P_{4, \text{مصرفی}} = I^2 \times 4 = 4 \times 4 = 16W \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{1, \text{خروجی}}}{P_{4, \text{مصرفی}}} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \Rightarrow 3 \times 10^{-5} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 250 \times I}{25 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = \frac{25 \times 3 \times 10^{-7}}{12 \times 25 \times 10^{-6}} = 25 \times 10^{-3} A = 25 mA$$

$$|\mathcal{E}| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(x\ell B)}{\Delta t} = B\ell v = 0.5 \times 0.8 \times 2 = 0.8V$$

چون شار برون سو در حال افزایش است، طبق قانون لنز باید جهت جریان القا می‌شود تا شار درون سو ایجاد گردد.

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{\ell} \Rightarrow 1 \times 10^{-3} = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 16 \times 10^{-4} N^2}{50 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-9} N^2$$

$$\Rightarrow N^2 = \frac{10^{-3}}{4 \times 10^{-9}} = 25 \times 10^4 \Rightarrow N = 5 \times 10^2 = 500$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

۰/۰۲ مول معادل $12/04 \times 10^{21}$ اتم است که از این تعداد اتم، $3/01 \times 10^{21}$ اتم‌های سبک‌تر هستند و $9/03 \times 10^{21}$ اتم سنگین‌تر وجود دارد، پس فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر ۳ برابر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر است (یعنی فراوانی ایزوتوپ سنگین ۷۵ و فراوانی ایزوتوپ سبک ۲۵ درصد است).
از آنجایی که جرم ۰/۰۲ مول از اتم‌های عنصر E برابر ۰/۴۳ گرم است، جرم مولی آن $21/5$ گرم بر مول و جرم اتمی میانگین آن عنصر $21/5 \text{ amu}$ است.

$$21/5 = \frac{(25 \times A_1) + (3 \times A_2)}{100} \quad A_2 = A_1 + 2 \rightarrow A_2 = 22, A_1 = 20$$

$$N_2 = 1/2 Z \Rightarrow A_2 = 2/2 Z \Rightarrow Z = 10$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

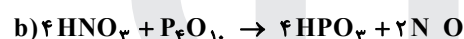
از عنصر هیدروژن ۵ رادیوایزوتوپ شناخته شده است.
پس زیر لایه d در اتم عنصر مورد نظر ۵ الکترون دارد و چون دو زیر لایه نیمه پر در ساختار الکترونی اتم آن وجود دارد، آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar] 3d^5 / 4s^1$ است.

در اتم این عنصر ۱۳ الکترون در لایه سوم و ۷ الکترون در زیر لایه‌های s وجود دارد.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

معادله‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:



جرم دی نیتروژن پنتاکسید تولید شده در واکنش b:

$$126 \text{ g HNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{63 \text{ g HNO}_3} \times \frac{2 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{4 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{108 \text{ g N}_2\text{O}_5}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5} = 108 \text{ g N}_2\text{O}_5$$

پس در واکنش a، ۱۰۸ گرم آب تولید شده است:

$$108 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{6 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{22/4 \text{ L NH}_3}{1 \text{ mol NH}_3} = 44/8 \text{ L NH}_3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

اگر ساختار لوویس داده شده را کامل کنیم، به صورت $\ddot{O}=\ddot{M}=\ddot{O}$ می‌شود. از این ساختار می‌توان نتیجه گرفت، در این مولکول ۱۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد که ۶ الکترون به اتم M مربوط است. پس، M عنصری در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است.
بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) در ساختار این مولکول شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی (۶) برابر شمار الکترون‌های پیوندی (۶) است.

(۲) عنصر M به گروه ۱۶ جدول تعلق دارد و در صورت تشکیل ترکیب یونی دوتایی با فلز سدیم، ترکیبی با فرمول شیمیایی Na_2M حاصل می‌شود.

(۴) در مولکول نمایش داده شده ۱۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد که $33/33$ درصد آن‌ها (۶ الکترون از ۱۸ الکترون) در تشکیل پیوند بین اتم‌ها شرکت دارند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

عبارت اول: درست؛ هر دو ناقطبی هستند و جرم مولی I_2 از Br_2 بیشتر است.

عبارت دوم: درست؛ جرم مولی استون < دی‌متیل اتر < پروپان
قطبی قطبی ناقطبی

عبارت سوم: نادرست؛ HCl قطبی و F_2 ناقطبی است. نقطه جوش HCl از F_2 بیشتر است و آسان‌تر مایع می‌شود.

عبارت چهارم: درست؛ چون HF پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

عبارت پنجم: درست



$$x \text{ mol N}_2\text{O}_5 = 10.8 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{60}{100} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{10.8 \text{ g N}_2\text{O}_5} = 0.6 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$



اولیه: ۰/۶ mol

بعد واکنش: ۰/۶ - ۲x

۴x

x

$$(0.6 - 2x) + 4x + x = 0.9$$

$$x = 0.1 \text{ mol} \Rightarrow 2x = 0.2 \text{ N}_2\text{O}_5 \text{ مول‌های مصرف شده}$$

$$\text{درصد N}_2\text{O}_5 \text{ تجزیه شده} = \frac{\text{مول‌های مصرف شده}}{\text{مول‌های اولیه}} \times 100 = \frac{0.2}{0.6} \times 100 = 33.3\%$$

عبارت اول: نادرست؛ استون حلال مناسب برای برخی مواد ناقطبی نیز هست.

عبارت دوم: درست؛ منیزیم سولفات برخلاف باریم سولفات در آب محلول است.

عبارت سوم: درست

عبارت چهارم: درست

عبارت پنجم: نادرست؛ در اسمز معکوس آب از محیط غلیظ به رقیق می‌رود.

جمله اول: نادرست؛ این عنصر سدیم است و نسبت به پتاسیم شعاع کوچک‌تری دارد. پس پتاسیم آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.

جمله دوم: نادرست؛ Be کمترین شعاع اتمی را دارد.

جمله سوم: نادرست؛ این جمله فقط در گروه‌های فلزی درست است و در گروه‌های نافلزی وارونه است.

جمله چهارم: نادرست؛ لیتیم و سدیم در گروه اول قرار دارند و جزو فلزهای قلیایی هستند.



$$\text{C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2 = 144 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 = 102 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$28 / 18 \text{ g C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2 \times \frac{100}{144} \times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2}{144 \text{ g C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2} \times \frac{102 \text{ g C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2}{1 \text{ mol C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2} = 0.2 \times 0.8 \times 102 = 16.32 \text{ g C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2$$

$$\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2 = \frac{5 \times 12 + 10 \times 1 + 2 \times 16}{1} = 114$$

عنصرهای شبه‌فلزی در این گروه ۴Si و ۳۲Ge می‌باشند که به ترتیب در دوره سوم و چهارم قرار دارند.

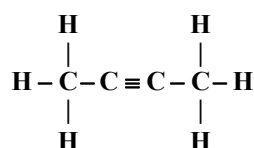
اولین عنصر گروه ۱۴ در دوره دوم قرار دارد و پنجمین عنصر در دوره ششم می‌باشد.

چهار الکترون ($ns^2 np^2$) الکترون‌های لایه ظرفیت در این گروه می‌باشند.

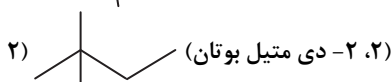
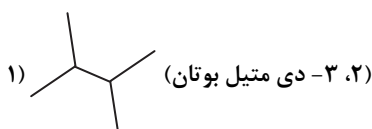
سه عنصر کربن (در حالت گرافیت)، قلع و سرب رسانای خوب الکتریکی می‌باشند. (Si و Ge نیمه‌رسانا هستند).

الف) سبک‌ترین آلکان (CH_4) با جرم مولی ۱۶ و سبک‌ترین آلکن، اتن (C_2H_4) با جرم مولی ۲۸ است و تفاوت جرم آن‌ها $12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ می‌باشد.

ب) ۲- بوتین دارای ۱۱ پیوند اشتراکی می‌باشد:



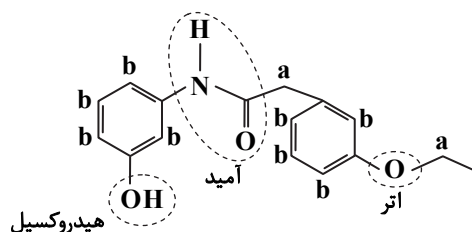
پ) برای هگزان ۲ ساختار با ۲ شاخه فرعی می‌توان در نظر گرفت:



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳) و شیمی ۳ (فصل ۲)

۸۷- پاسخ: گزینه ۴

عبارت اول: درست



عبارت دوم: درست

$C_{16}H_{17}O_3N$: آلکان معادل

یک نیتروژن و ۷ پیوند دوگانه و دو حلقه $C_{16}H_{17}O_3N$: $H: 34 - (7 \times 2 + 2 \times 2) + 1 \Rightarrow$

$$\text{کل پیوندها} = \frac{(16 \times 4) + (17 \times 1) + (3 \times 2) + 3}{2} = 45$$

۷: پیوندهای دوگانه

$$31 = 45 - 2 \times 7 = 45 - 14$$

$$24 = 31 - 7 = 24$$

عبارت سوم: درست: ۳ اکسیژن و ۱ نیتروژن

عبارت چهارم: درست: در شکل گروه‌های CH_3 با 'a' و گروه‌های CH با 'b' نشان داده شده‌اند.

عبارت پنجم: نادرست



$$x + 17 - 6 - 3 = 0 \Rightarrow x = -8$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۸- پاسخ: گزینه ۱

در واکنش «الف» ۲ پیوند $N-H$ تشکیل می‌شود و همراه با آزاد شدن انرژی می‌باشد که علامت آن منفی است:

$$\Delta H = 2 \times (-391) = -782 \text{ kJ}$$

در واکنش «ب» ۲ پیوند $O-H$ شکسته می‌شود. با این کار انرژی مصرف می‌شود و علامت آن مثبت خواهد بود:

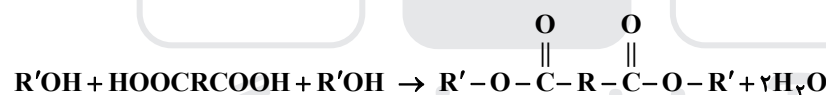
$$\Delta H = 2 \times (463) = 926$$

$$926 + (-782) = 144$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

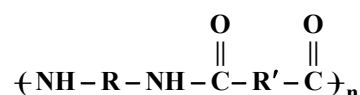
(۱) درست



(۲) درست: آمید حلقوی پس از آبکافت به $H_2N-R-COOH$ تبدیل می‌شود که می‌تواند پلی‌آمید شود.

(۳) درست: اسید و الکل می‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

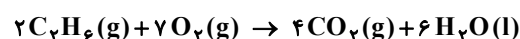
(۴) نادرست



▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده:



با توجه به اینکه ارزش سوختی مقدار گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم از ماده مورد نظر است می‌توان گفت:

$$x \text{ kJ} = 1 \text{ g } C_7H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_6}{98 \text{ g } C_7H_6} \times \frac{3120 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } C_7H_6} = 52 \text{ kJ}$$

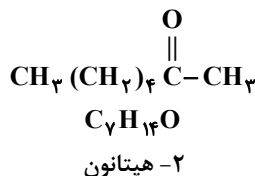
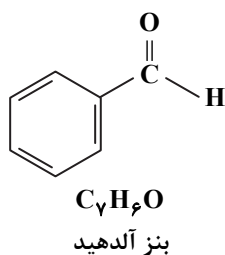
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

$$\bar{R}_A = 2\bar{R}_{\text{واکنش}} = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_A = \frac{\Delta n(A)}{\Delta t} \Rightarrow 0.2 = -\frac{0.6 - x}{120} \Rightarrow x = 3 \text{ mol}$$



با توجه به ساختار دو ماده عبارت‌های اول و دوم نادرست است.

فقط عبارت «اول» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: اسید چرب با وجود تشکیل پیوند هیدروژنی روابط گروه عاملی $COOH$ با مولکول آب، در آب نامحلول هستند.

عبارت سوم: حتی صابون آنزیم‌دار در دمای $40^{\circ}C$ لکه را به‌طور کامل از روی پارچه پلی‌استری حذف نمی‌کند در حالی که بر روی پارچه نخی به‌طور کامل حذف می‌شود.

عبارت چهارم: با توجه به ساختار چربی کوهان شتر ۵۳ پیوند $C-C$ در ساختار آن مشاهده می‌شود ولی برای تشخیص درست بودن آن نیاز به رسم ساختار نیست؛ زیرا همه کربن‌ها در طرفین اتصال کربنی ندارند و نمی‌توان ۵۶ پیوند $C-C$ داشت.

$$\begin{aligned} HA &\rightarrow H^+ + A^- \\ \frac{[H^+]}{K_a} = \frac{M-x}{\frac{x}{K_a}} &\Rightarrow \frac{K_a}{M-x} = \frac{x}{K_a} \Rightarrow K_a(M-x) = x^2 \\ K_a M - K_a x &= x^2 \Rightarrow K_a M = x^2 + K_a x \\ K_a M &= x^2 + K_a x \Rightarrow x^2 + K_a x - K_a M = 0 \end{aligned}$$

$$pH = -\log \frac{M}{\frac{1}{5}} = -\log M + \log 5$$

موارد نادرست:

ساختار پلی‌اتن:

ویژگی پلی‌استیرن: یک پلیمر آروماتیک و سیر نشده

کاربرد پلی‌سیانواتن: پتو

$$HF \begin{cases} pH = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \\ K_a = 5 \times 10^{-4} \end{cases} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 5 \times 10^{-4} = \frac{10^{-6}}{M - 10^{-3}} \Rightarrow M = 3 \times 10^{-3}$$

$HF \sim KOH$

$$\frac{0.003 \times 200}{1} = \frac{x}{56} \times \frac{80}{100} \Rightarrow x = 42 \text{ mg}$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) واکنش کاتدی در هر دو سلول سوختی یکسان و به‌صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(g)$ است.

(۳) در سلول سوختی H_2 به‌ازای هر مول H_2 ، ۲ مول الکترون و در سلول سوختی متان به‌ازای هر مول متان، ۸ مول الکترون مبادله می‌شود بنابراین ۴ مول هیدروژن معادل ۱ مول متان است.

$$1 \text{ mol } CH_4 \sim 4 \text{ mol } H_2$$

$$\frac{m_{CH_4}}{m_{H_2}} = \frac{16}{4 \times 2} = 2$$

(۴) در سلول سوختی هیدروژن $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \sim 4e^-$

در سلول سوختی متان $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O \sim 8e^-$

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

در مولکول AB_3 خصلت نافلزی اتم B از اتم A بیشتر است از این رو در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول AB_3 اتم مرکزی A آبی رنگ است. از سویی خصلت نافلزی اتم B از اتم Z کمتر است که در نقشه پتانسیل مولکول BZ_3 ، اتم B آبی رنگ است. پس برای مقایسه خصلت نافلزی داریم: $Z > B > A$

(۱) درست

(۲) درست: در یک گروه از بالا به پایین با افزایش شعاع اتمی خصلت نافلزی کاهش می یابد.

(۳) نادرست: در مولکول های سه اتمی مانند BZ_3 ممکن است هر سه اتم روی یک خط و یا به شکل خمیده ای یا V شکل قرار گیرند که بستگی به الکترون های ظرفیتی اتم مرکزی دارد. اگر اتم مرکزی الکترون ناپیوندی داشته باشد، مولکول V شکل است مانند H_2O ، OF_2 ، SO_2 و ...

(۴) درست

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

(۱) درست: با افزایش دما مقدار عددی K کاهش یافته است، پس با افزایش دما تعادل در جهت برگشت جابه جا شده و گرماده است. از سویی مقدار عددی K در دماهای $25^\circ C$ و $100^\circ C$ برابر است با:

$$\frac{3}{2} = 1/5 \Rightarrow 10^{3/48} = 3, 10^{3/31} = 2$$

(۲) نادرست: یکای ثابت تعادل با توجه به عبارت ثابت تعادل چنین است.

$$K = \frac{[Al(OH)_4^-]^2}{[OH^-]^2} : \frac{(mol \cdot L^{-1})^2}{(mol \cdot L^{-1})^2} \Rightarrow K \text{ یکا ندارد.}$$

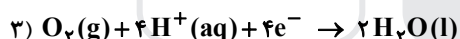
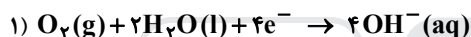
(۳) نادرست: تغییر حجم سامانه فقط بر تعادل های گازی مؤثر است.

(۴) نادرست: با افزودن HCl به محلول، غلظت OH^- کاهش یافته و تعادل در جهت تولید آن جابه جا می شود ولی ثابت تعادل فقط با تغییر دما تغییر می کند.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

شکل درست سایر گزینه ها به شرح زیر است:



۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

ابتدا جدول را کامل کنیم:

نماد یون	شعاع (pm)	نسبت بار به شعاع
A^{2+}	۹۹	2×10^{-2}
B^{2-}	۱۸۳	$1/09 \times 10^{-2}$
C^+	۱۳۸	$7/24 \times 10^{-3}$
D^-	۱۳۳	$7/51 \times 10^{-3}$

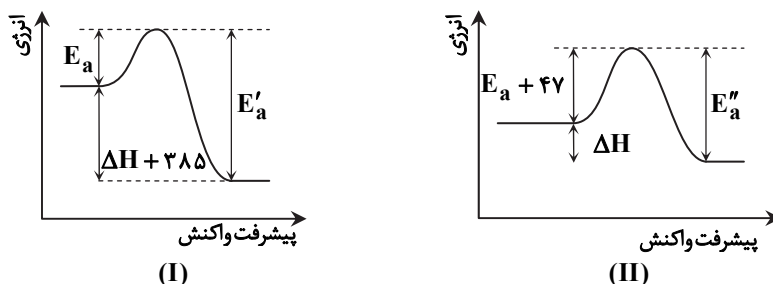
مورد اول: درست

مورد دوم: نادرست

مورد سوم: درست: در ترکیب یونی CaS شعاع یون Ca^{2+} کوچک تر از شعاع یون S^{2-} است؛ زیرا هر دو یون به آرایش گاز نجیب $[Ar]_{18}$ رسیده اند ولی عدد اتمی Ca^{2+} بیشتر و جاذبه بر الکترون ها بیشتر است. در فرمول نمادی AB نیز شعاع A^{2+} از B^{2-} کوچک تر است.

مورد چهارم: درست: انرژی فروپاشی شبکه بلور متناسب با چگالی بار یون ها و یا همان نسبت بار به شعاع است که در نسبت بار به شعاع عامل بار اهمیت بیشتری دارد. پس بیشترین انرژی فروپاشی مربوط به AB و کمترین مربوط به CD است. برای مقایسه دو ترکیب C_2B و AD_2 که بارها یکسان هستند، عامل شعاع تأثیرگذار است که هرچه شعاع کاتیون کوچک تر باشد، انرژی فروپاشی بیشتر است.

ابتدا برای دو واکنش که هر دو گرماده هستند نمودار انرژی - پیشرفت رسم می کنیم:



عبارت اول: درست

$$\overbrace{(E_a + \Delta H + 385)}^{E'_a} - \overbrace{(E_a + 47 + \Delta H)}^{E''_a} = 338$$

عبارت دوم: درست؛ زیرا E_a کمتری دارد.

عبارت سوم: درست؛ زیرا هر دو واکنش گرماده و ΔH آن‌ها منفی است.

عبارت چهارم: نادرست؛ گرمای آزاد شده در واکنش حذف آلایند CO بیشتر است.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



بنابراین نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در هر دو ساختار برابر است.

ب) درست؛ فرمول مولکولی دی متیل اتر به صورت $(\text{CH}_3)_2\text{O}$ یا $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ و ایزومر اتانول $(\text{C}_2\text{H}_5\text{OH})$ است. هر دو مولکول قطبی هستند.

پ) نادرست؛ گرافیت جامدی کووالانسی ولی نرم است.

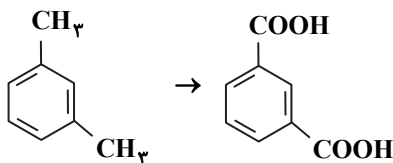
ت) درست

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

عبارت اول: درست؛ فرمول مولکولی ماده داده شده همانند پارازالین به صورت C_8H_{10} است.

عبارت دوم: نادرست؛ مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر ۱۰- ولی مجموع عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در KMnO_4 برابر ۸- است.

عبارت سوم: نادرست؛ دی اسید حاصل از این ماده ایزومری از ترفتالیک اسید است، پس فرمول شیمیایی آن $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ است.



۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

با توجه به موازنه بودن واکنش‌ها ابتدا از واکنش (b) در می یابیم که فرمول شیمیایی ماده A به صورت $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}$ است. سپس با قرار دادن این فرمول در واکنش (a)، فرمول شیمیایی ماده X را به دست می آوریم که به صورت Na_2SO_3 است. بنابراین:

(۱) درست؛ زیرا تمام اتم‌های واکنش دهنده‌ها به فرآورده‌هایی سودمند تبدیل شده‌اند.

(۲) درست

(۳) نادرست

(۴) درست

- ۱۰۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * دین و زندگی ۱ درس ۱۱
- گزینه ۲: کوتاه کردن سیبل و ... نمی تواند نشانه عفاف باشد بلکه نشانه آراستگی است.
- گزینه های ۳ و ۴ مخصوص بانوان است.
- ۱۰۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * دین و زندگی ۱ درس ۱۰
- با توجه به سخن پیامبر ﷺ، غیبت موجب می شود تا چهل روز نماز و روزه فرد پذیرفته نشود و شرط پذیرفته شدن نماز و روزه، بخشیده شدن توسط فرد غیبت شده می باشد.
- ۱۰۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * دین و زندگی ۱ درس ۸
- هدف از خلقت انسان، عبادت و بندگی خدا و رسیدن به مقام قرب اوست. در حقیقت او، محبوب، مقصود و هدف اصلی زندگی ماست. برای رسیدن به چنین هدف بزرگ و والاتری لازم است برنامه ریزی کنیم.
- ۱۰۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۸
- اسوه قرار دادن ایشان به این معنا نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معنا است که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک تر کنیم.
- ۱۱۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۹
- این شعر کاملاً منطبق با کلام امیرالمؤمنین (علیه السلام) است که می فرماید: «ارزش هر انسانی به اندازه چیزی است که دوست می دارد.»
- ۱۱۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۹
- عشق به خدا چون اکسیری است که مردگان را حیات می بخشد.
- آیه مطرح شده در گزینه ۳ به خوبی عشق مؤمنان به مرادشان را نشان می دهد.
- ۱۱۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۹
- عبارت «لا اله الا الله» پایه و اساس بنای اسلام است که از یک نفی و یک اثبات تشکیل شده است. ← در کلام امام (ع) محبت و عشق نسبت به ذات حق، بیانگر تولی و بغض عملی نسبت به دشمنان خدا، بیانگر تبری است.
- ۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۱۰
- اگر انسان متوجه حضور خدا در لحظه لحظه زندگی و نظارت دائمی او بر اعمال، باشد، دیگر دست به هر کاری نمی زند و از بار گناهان او کمتر می شود.
- ۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۱۱
- فرد عفیف در وجود خود، استعداد و ارزش های برتر و والاتری می یابد که می تواند تحسین و احترام واقعی دیگران را برانگیزد، او از مقبولیت نزد همسالان و جامعه گریزان نیست.
- به همان میزانی که رشته های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می شود، نوع آراستگی و پوشش او با وقارتر می شود و...
- ۱۱۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۱۲
- امام در پاسخ فرمودند: «بلی آنچه زیر روسری قرار می گیرد، نباید آشکار شود. همچنین از مچ به بالا باید پوشیده شود.»
- ۱۱۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * دین و زندگی ۱ درس ۱۱
- عفاف حالتی درونی در انسان است که به وسیله آن خود را در برابر تندرهای و کندروهای کنترل می کند تا بتواند در مسیر اعتدال و میانه روی پیش رود و از آن خارج نشود.
- ۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * دین و زندگی ۱ درس ۸
- عهدی که ابتدا بسته می شود مانند نوزادی است که باید مراقبت شود تا با عهدشکنی آسیب نبیند.
- ۱۱۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * دین و زندگی ۱ درس ۱۰
- کسی که به قصد ستم به مظلوم سفر کرده یعنی به نیت انجام کار حرام سفر کرده و شرایط سفر را ندارد. پس هم باید نمازش را کامل بخواند و هم روزه بگیرد.
- اگر کسی بعد از اذان ظهر مسافرت کند، پس تا ظهر در وطنش بوده و باید روزه را ادامه دهد.
- ۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۱۲
- از قرآن کریم به دست می آید: این گونه پوشش سبب می شود که زن به عفاف و پاکی شناخته شود و افراد بی بند و بار که اسیر هوی و هوس خود هستند به خود اجازه تعرض به او را ندهند.
- ۱۲۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ درس ۱۲
- چگونگی و نوع پوشش تا حدود زیادی با آداب و رسوم جوامع ارتباط دارد.
- حد پوشش در آیات قرآن مشخص شده است.

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۲

انس با همسر: ازدواج که عبارت «ازواجاً»، بیانگر آن است، می‌تواند انسان را به آرامش یا همان «لتسکنوا إليها» برساند و این مطلب، سبب غلبه بر ناآرامی درونی پس از بلوغ می‌شود.

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۱

در حدیث «آنچه لیس لانیفسمک ... همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست، پس [خود را] به کمتر از آن نفروشید»، حضرت علی علیه السلام به یکی از راه‌های تقویت عزت نفس اشاره می‌فرماید که «شناخت ارزش خود و فروختن خویش به بهای اندک» می‌باشد.

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۱

مرز توجه به این تمایلات را خدا می‌داند و خداوند با احکام خود چگونگی بهره‌مندی از این تمایلات را مشخص کرده تا انسان بتواند در عین بهره‌مندی از آن‌ها، به رشد و کمال واقعی خود برسد.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۱

- پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خدا و پیوند با او توانسته‌اند در سخت‌ترین شرایط، عزت‌مندانه زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به ذلت و خواری ندهند.
- عبارت «مرگ با عزت از زندگی با ذلت برتر است» از امام حسین علیه السلام می‌باشد که اسوه عزت در برابر ستمگران بوده‌اند.

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۱

تمایلات بعد حیوانی در ذات خود بد نیستند، اما نسبت به بعد معنوی و الهی، بسیار ناچیز و پایین‌ترند و قابل مقایسه با آن تمایلات نیستند.

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۱

- احساس حضور در پیشگاه خداوند ← عزت نفس و دوری از گناه
- بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: سرکوب تمایلات دانی ناصحیح است، بلکه کنترل تمایلات دانی درست است.

گزینه ۳: عزت نفس ← حفظ پیمان با خدا و باقی ماندن بر عزم

گزینه ۴: ذلت نفس ← شکستن پیمان با خدا و سستی در عزم و تصمیم

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۲

- پیشوایان ما از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنار گذاشتن رسوم غلط شرایط لازم برای فرزندان را فراهم کنند و به‌خاطر پندارهای باطل همچون فراهم شدن همه امکانات زندگی، فرزندان خود را به گناه نکشانند و جامعه را گرفتار آسیب ن سازند.
- معمولاً بیشتر معاشرت‌هایی که قبل از ازدواج، هرچند با عنوان‌هایی مانند شناخت روحیه همسر و یا پی بردن به نقاط تفاهم یکدیگر باشد، نتیجه‌بخش نیست و به سستی رابطه و جدایی می‌انجامد.

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۲

- قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد که به هیچ‌وجه در پی رابطه غیرشرعی، چه پنهان و چه آشکار با جنس مخالف نباشند، که زیان آن تا قیامت دامن‌گیر آنان خواهد شد و در نسل‌های آنان تأثیر بدی خواهد گذاشت.
- «وَمِنْ آيَاتِهِ أَنْ خَلَقَ لَكُمْ مِنْ أَنْفُسِكُمْ أَزْوَاجًا لِتَسْكُنُوا إِلَيْهَا وَجَعَلَ بَيْنَكُمْ مَوَدَّةً وَرَحْمَةً إِنَّ فِي ذَلِكَ لَآيَاتٍ لِقَوْمٍ يَعْقِلُونَ» ← پس بنابراین آیه، خلقت همسرانی از جنس خود انسان، رسیدن به آرامش در کنار آن‌ها و استقرار مودت و رحمت در میان آن‌ها نشانه‌های حکیمانه خدا برای اهل تفکر و اندیشه است.

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۲

کلمات «انس»، «انسان» و «بنی آدم» در قرآن اختصاص به جنس خاصی ندارد و هر آیه‌ای که با این کلمات همراه باشد، به زن و مرد، هر دو مربوط می‌شود؛ زیرا حقیقت انسان را روح او تشکیل می‌دهد و روح انسان نه مذکر است و نه مؤنث.

۱۳۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ درس ۱۲

این مثال‌های ذکرشده در سؤال نشان‌دهنده تفاوت‌های میان زن و مرد است و زن به‌جهت وظایف متفاوتی که دارند و خالق حکیم برای آنان قرار داده است، متفاوتند تا بتوانند در زندگی مشترک و خانوادگی نقش‌های خاصی را برعهده گرفته و خانواده متعادل را به‌وجود آورند.

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۱

گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ همه بیانگر این است که «ارزش علم بیش از هر چیزی است»، اما گزینه ۴ بیانگر این مطلب است که سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله اختصاص یافته است و این نشان می‌دهد که او معلم مردم بوده است. (صفحه ۱۷)

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۱

ارتباط دعاها و آیات ذیل هر تیتیر بسیار مهم است، در سؤال فوق همه گزینه‌ها با موضوع انتهای گزینه مرتبط است.

ترجمه دعا: «خدایا زبانم را به هدایت باز کن و تقوا را به من الهام کن.» (صفحه ۲۰)

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۲

موارد «گنجی که انفاق نمی‌شود» و «دوری از خدا» در کلام پیامبر، نتیجه علم بدون هدایت است.

موارد «مبوه علم، با زیبایی عمل چیده می‌شود» و «علم بدون عمل» حجتی علیه انسان، در کلام امام علی است.

در سایر گزینه‌ها هر دو قسمت به‌طور صحیح با هم مرتبط هستند. (صفحه ۵۲)

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۱

قرآن کریم یکی از وظایف انبیاء را رهاسازی افکار جامعه از غل و زنجیرهایی برشمرده است که به آن گرفتار شده‌اند و ترجمه آیه این را نشان می‌دهد: «از آنان بارگران (تکالیف سخت) و بندهایی را که بر آنان بوده است...» و بر اساس این آیه، معلم ربّانی، هادی و ناجی بشر است. (صفحه ۲۴)

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * مهارت معلمی فصل ۳

علما معتقدند بنابر اصل اشتغال یا اصل احتیاط، وقتی می‌دانیم حکم شرعی به عهده ما است، ولی موضوع یا حکم آن را نمی‌دانیم و مردد هستیم، باید همه احتمالات را انجام دهیم تا تعیین کنیم به واجب عمل شده است. پس به عنوان معلّم گاهی باید مهاجرت کنیم تا مطمئن شویم که انجام وظیفه کرده‌ایم و نمی‌توان به بهانه اینکه «اینجا (مثلاً قم یا دانشگاه) مقدس است» یا «من به اینجا عادت دارم» یا «نسل من اینجا مستقر شده است» از مسئولیت هجرت فرار کنیم. در سایر گزینه‌ها هر دو قسمت گزینه با هم تطبیق دارند. (صفحه ۸۶)

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل‌های ۲ و ۳

به تیتراهای زیر دقت کنید:

فصل ۲ شماره «۵» خود را فارغ‌التحصیل نداشت. (صفحه ۳۸)

فصل ۲ شماره «۲۱» دلسوز شاگردان باشد. (صفحه ۶۰)

فصل ۳ شماره «۱۰» آموختن از هر شخص و هر چیز (صفحه ۸۷)

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * مهارت معلمی فصل ۳

در ذیل تیترا دشمن‌شناسی در فصل سوم می‌خوانیم که عبارت «وَدَّ» مرتبط با «آرزوهای دشمن برای ما» است که در آیه «وَدُّوا مَا عَنِتُّمْ» بیانگر رنج و فشار و در آیه «وَدُّوا لَوْ تَدْعُوهُمْ فَيُدْهِنُونَ»، بیانگر «ضعف و سستی» است. (صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۲

حضرت علی علیه السلام، چنان ایمان محکمی داشت که می‌فرمود: «لَوْ كَشَفَ الْغِطَاءُ مَا از دَدْتُ یَقِیناً، اگر پرده‌ها کنار رود، به یقین من چیزی اضافه نمی‌شود». (صفحه ۶۸)

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۲

معنای اخلاص آن است که از اول، نیت اجر و پاداش نکنیم، همان‌طور که قرآن در وصف اهل بیت علیهم السلام می‌فرماید: «آن هنگام که مسکین و یتیم و اسیر به در خانه‌شان آمد و آن‌ها غذای افطار خود را به ایشان‌ها دادند و گفتند: «لَا نَرِیدُ مِنْکُمْ جَزَاءً وَ لَا شُکُوراً» (صفحه ۳۶)

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۳

گزینه ۱: درباره قاطعیت در راه حق و نرسیدن از سرزنش می‌باشد. (صفحه ۱۰۱)

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۳

زندگی بزرگان مؤید این حقیقت است که آموزش و تحصیل در هر زمان و مکانی که کمترین ظرفیتی وجود داشته باشد، لازم است (ضرورت استفاده از همه فرصت‌ها و ظرفیت‌ها) و برای نمونه از دو شخصیت بزرگ مطالبی ارائه می‌دهد:

(۱) آیت‌الله حائری (مؤسس حوزه علمیه قم) برف شدید و تعطیلی بازار

(۲) آیت‌الله اعتمادی (مدرس حوزه قم) فوت مادر و ادامه درس (صفحه ۱۱۳)

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۳

علاوه بر آیه فوق، سه آیه دیگر هم مربوط به امید است:

(۱) «وَالْعَاقِبَةُ لِلْمُتَّقِينَ»

(۲) «وَالْعَاقِبَةُ لِلتَّقْوَى»

(۳) «وَعَدَاللهُ الَّذِینَ آمَنُوا مِنْکُمْ وَ عَمِلُوا الصَّالِحَاتِ...» (صفحه ۱۰۲)

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * مهارت معلمی فصل ۱

در ذیل تیترا «معلم با گران‌ترین گوهر هستی سروکار دارد.» می‌خوانیم:

کار معلّم، پرورش انسان است. ارزش هر چیز محدود است، جز انسان.

و این وصیت حاصل تربیت معلّم و مربی است و پرورشگاه این تفکر مسجد است. (صفحه ۲۱)

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * مهارت معلمی فصل ۲

وقتی به جامعه نزدیک باشیم (مردمی باشیم) با درد آن‌ها آشنا می‌شویم و چنین کسی به محرومین توجه خواهد کرد. (صفحه ۷۰)

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی فصل ۳

اندرز نیکو برای عوام مردم (باید به طریق حسن و نیکو باشد). حکمت و استدلال برای نخبه‌ها و خواص و گفت‌وگوی احسن برای مخالفان (باید به بهترین شکل و احسن باشد). (صفحه‌های ۸۱ و ۸۲) موعظه و جدال

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

$$\frac{12.}{\text{人}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

۱۲ = ۷ + ۸ - ۳. در ردیف دوم و سوم هم همین رابطه برقرار است. پس «؟» برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش منطقی

در قدم اول داریم:

در قدم دوم، ۵ تا علامت سمت راست معکوس می‌شوند و در سمت چپ قرار می‌گیرند. چهارمین علامت سمت چپ «&» خواهد بود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

گزینه ۱ الگوی مثلثی است. گزینه ۲ الگوی مکعبی است. گزینه ۳ دارای فرمول به صورت $n \times n + 1$ است.

ید که حاصل ۲۱ می‌شود نه ۲۳، پس گزینه ۴ نادرست است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

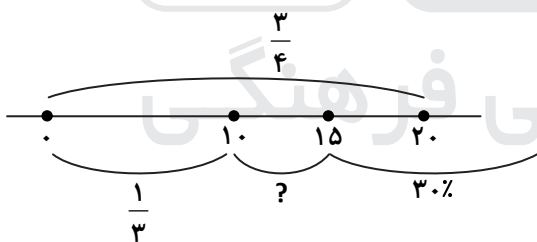
$$\Rightarrow \text{میانگین کل خانواده} : \frac{16n+48}{n+1} = 20 \Rightarrow 16n+48 = 20 \cdot n + 20 \Rightarrow 28 = 4n \Rightarrow n = 7$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

عبارت $\frac{3}{4}$ زیر ۲۰ سال هستند، اضافه می‌باشد.

$$\Rightarrow 100 - 30 - 33 / 33 = 36 / 67$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش منطقی

گزینہ ۳ دوطرفہ است. (می گوئیم دوشرطی است. به علت کلمہ «برعکس»)

حالت (۱): اگر دو عدد زوج باشند، مجموع آنها هم زوج است و درست است.

حالت (۲): اگر مجموع آن‌ها زوج باشد، پس آن دو عدد زوج هستند که غلط است. چون آن دو عدد می‌توانند فرد باشند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش منطقی

عبارت نهایی اعداد شما به صورت

۰	۲	۴	۶	۸
---	---	---	---	---

 می باشد.

سومین رقم سمت چپ چهارمین رقم از سمت چپ برابر «۰» خواهد بود.

6

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش فضایی

رتیب در مجموع ۴۴ مکعب کوچک خواهیم داشت.

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش فضایی

با توجه به اینکه قطر مربع برابر (ضلع $\times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \text{ضلع}$) است و خطی هم که از رأس به وسط ضلع (تقریباً) وارد می‌شود، با توجه به قضیه فیثاغورس (ضلع $\times \frac{1}{1} = 1$) است، پس گزینه ۳ از همه کوتاه‌تر است.

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش منطقی و هوش کلامی

رابطه بین کلمات، در تعداد نقطه‌های آن‌ها است. شیراز دارای «۶ نقطه»، خوزستان «۵ نقطه»، کرمانشاه «۴ نقطه» و ... پس، جواب باید یک نقطه داشته باشد که برابر «همدان» خواهد بود.

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هوش کلامی

حرف بعد از «ی» و «ف» به ترتیب «ه» و «غ» خواهد بود. پس حروف قبل از «ر-د-و-س» به ترتیب «ز-ذ-ه-ش» است. در نتیجه اگر حروف «غ-ز-ذ-ه-ش-ه» مرتب شود، به صورت «ذ-ز-ش-غ-ه-ه» درمی‌آید.

ف	ر	د	و	س	ی
↓	↓	↓	↓	↓	↓
غ	ز	ذ	ه	ش	ه

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هوش ریاضی و هوش منطقی

اعداد ردیف پایین را از هم کم کنید و در عدد بالایی سمت چپ ضرب کنید. حاصل برابر عدد بالایی راست خواهد شد.

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی و هوش منطقی

اتفاقاتی که روی این الگو می‌افتد به ترتیب: ضرب در ۲، به اضافه ۲، تقسیم بر ۲ و بعد منهای ۲ و دوباره تکرار الگو از اول را داریم.

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هوش منطقی

در این رابطه از سمت چپ ابتدا اعداد زوج از بزرگ به کوچک و سپس اعداد فرد از کوچک به بزرگ قرار می‌گیرد.

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش کلامی

سؤال را از آخر به اول حل می‌کنیم:

ص ص [ش] س ژ ز ر ذ د خ ح چ ج ث ت پ ب الف
 $+3$
 -2
 16
 15
 13

پانزدهمین حرف از سمت چپ «س» است. دومین حرف سمت چپ «س» حرف «ز» است. سومین حرف سمت راست «ز»، حرف «ش» است که ۱۶امین حرف الفبا است.

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش کلامی

بعضی از موارد در تحقیق شاید به اندازه بقیه پر قدرت ظاهر نشوند و پایین‌تر از میانگین باشند.

۱۶۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هوش تصویری

اگر به صورت ردیفی از سمت چپ به راست نگاه کنیم، قسمت‌های مشترک شکل اول و دوم (هم رنگی و هم سفید) به صورت رنگی در شکل سوم دیده می‌شوند.

۱۶۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش تصویری

مثلاً سمت راست که خوابیده است، از چپ به راست کم کم به چپ حرکت می‌کند و در هر شکل قسمت مشترک رنگ می‌شود.

۱۶۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش تصویری

در شکل اول ۳۳٪، در شکل دوم ۵۰٪، در شکل سوم ۶۰٪ و ... رنگ شده است. در هر شکل ضلع‌ها یکی یکی اضافه می‌شوند. پس در شکل بعدی بیش از ۶۰٪ رنگی است و شش ضلع دارد.

۱۶۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

$\times 6$ $\times 5$ $\times 4$ $\times 3$ $\times 2$
 $3, 18, 90, 360, 1080, ?$

پس $1080 \times 2 = 2160 = ?$ است.

۱۶۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش ریاضی

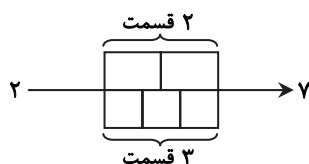
$\frac{\text{علی}}{\text{خواهرش}} = \frac{2}{3}$ $\frac{\text{خواهرش}}{\text{مادرش}} = \frac{4}{5}$ $\frac{\text{مادرش}}{\text{پدرش}} = \frac{3}{7}$

باید نسبت درآمدهای خواهر و مادر علی را یکی کنیم.

$\frac{\text{علی}}{\text{خواهرش}} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ $\frac{\text{خواهرش}}{\text{مادرش}} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$ $\frac{\text{مادرش}}{\text{پدرش}} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$

درآمد والدین روی هم $15 + 35 = 50$ و درآمد فرزندان روی هم $8 + 12 = 20$ است. پس درآمد والدین $2/5$ برابر درآمد فرزندان است. (۵۰ را بر ۲۰ تقسیم کردیم.)

روی عدد سمت چپ یک عملیات ریاضی انجام می‌شود و به عدد سمت راست می‌رسیم. عدد سمت چپ در قسمت‌های بالای خط ضرب می‌شود و سپس با قسمت‌های پایین خط جمع می‌شود، یعنی $2 \times 2 + 3 = 7$ خواهد بود.



پس حاصل، $14 = 6 \times 2 + 2$ می‌شود.

عدد یک به صورت ساعتگرد، دور مربع جابه‌جا می‌شود. (عدد ۵ ثابت است و تغییری نمی‌کند) یک از عدد ۲ عبور می‌کند. در مرحله بعد یک از دو عدد ۳ و ۶ عبور می‌کند. (ترتیب قرارگیری ۳ و ۶ تغییر نمی‌کند) در گام بعد، یک از سه عدد ۹ و ۸ و ۷ عبور می‌کند. در گام چهارم یک از چهار عدد ۴ و ۲ و ۳ و ۶ عبور می‌کند و در مربع بالا سمت راست قرار می‌گیرد.

دقت کنید که بعد از هر چرخش، جاذبه تأثیر دارد و همه اجزاء شکل سقوط می‌کنند. باید گام به گام تا مرحله چهارم بروید.

عددی در ۵ ضرب شده و حاصل ۶۵ شده است. پس آن عدد ۱۳ بوده است.

$\times 5$	$\times 5$		
۲۵	۱۲۵	۹	۴۵
۶	۳۰	?	۶۵
$\times 5$	$\times 5$		

از بالا به پایین، به ترتیب از ۱ تا ۵ شماره‌گذاری می‌کنیم. در شکل دوم ترتیب برعکس می‌شود (یعنی از بالا تا پایین، ۵ تا ۱ می‌شوند) سپس جای شکل ۱ و ۲ تغییر می‌کند. در شکل سوم دوباره ترتیب شکل‌ها برعکس می‌شود و جای شکل ۲ و ۳ تغییر می‌کند. در شکل چهارم، ترتیب معکوس می‌شود و جای شکل ۳ و ۴ تغییر می‌کنند. در شکل پنجم بعد از معکوس شدن، باید جای شکل ۴ و ۵ تغییر کند.

اگر از سمت چپ شکل‌ها را شماره‌گذاری کنیم، شکل شماره ۳ نمی‌تواند بسته شده یک مکعب مستطیل باشد.

فقط شکل C نمی‌تواند گسترده یک مکعب باشد. پس ۵ شکل دیگر می‌توانند گسترده یک مکعب باشند.

در این ماتریس، هر شکل با شکل بالا سمت چپ خود در ارتباط است. یکی در میان هر شکل با شکل بالا سمت چپ خود یا برابر است یا شکل بالا سمت چپ ۹۰ درجه ساعتگرد چرخیده است.