

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۱۱ خرداد ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

هدیه مرحله ۲

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- اگر خط $x = -2$ محور تقارن سهمی $y = 2x^2 - (m+2)x + 1$ باشد، کدام خط بر سهمی مماس است؟

- (۱) $y = 7$ (۲) $y = -7$ (۳) $y = 9$ (۴) $y = -9$

۲- اگر $A = \sqrt[3]{4 \times 16} \times \sqrt[3]{16}$ ، مقدار $\frac{1}{2}(AA)$ کدام عدد است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{4}$

۳- تنها جواب معادله $|x+1| = 3x+k$ در بازه $(0, 2)$ قرار گرفته است. حدود k کدام است؟

- (۱) $k > 3$ (۲) $-3 < k < 1$ (۳) $-5 < k < 1$ (۴) $-1 < k < 5$

۴- مجموع جواب‌های معادله $2 = \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} + 3x + x^2$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- مجموع n جمله اول ردیف فرد یک دنباله هندسی افزایشی از رابطه $\frac{1}{4} - 4^{n-1}$ به دست می‌آید. مجموع دوازده جمله اول این دنباله چند برابر

$(1 - 2^{12})$ است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶- اگر علی و حامد با هم کار کنند دیواری را در ۱۲ ساعت رنگ می‌کنند. علی به تنهایی ۴ ساعت و سپس حامد به تنهایی ۶ ساعت کار می‌کنند و

روی هم ۴۰ درصد دیوار را رنگ می‌کنند. علی به تنهایی کل این کار را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۷- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{2^x}{1+2^x}$ به صورت $f^{-1}(x) = \log_2 g(x)$ است. مقدار $g(\frac{2}{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- اگر $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ ، مجموع طول نقاط تقاطع دو تابع $f(x)$ و $(f \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax & x \leq 1 \\ ax - 3 & x > 1 \end{cases}$ به ازای چند مقدار صحیح a ، اکیداً یکنواست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

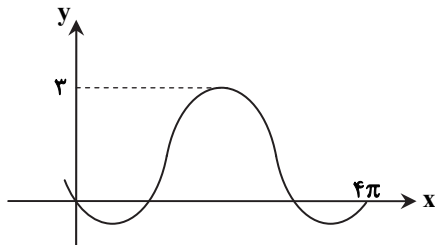
۱۰- اگر $A = \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ و $B = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$ ، مقدار $A - B$ همواره با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\frac{\tan \alpha}{\cos \alpha}$ (۲) $\frac{2 \tan \alpha}{\cos \alpha}$ (۳) $\tan \alpha \times \cos \alpha$ (۴) $2 \tan \alpha \times \cos \alpha$

۱۱- معادله $\sin 2x \cos x = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۱۲- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 1 - a \cos(bx - \frac{\pi}{3})$ به صورت روبه‌رو است. مقدار $f(\frac{7\pi}{8})$ کدام است؟



(۱) $1 - \sqrt{2}$

(۲) $1 - \sqrt{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan^3 x}{\sqrt{1 - \sin 2x}}$ کدام است؟

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) $-3\sqrt{2}$

(۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(۱) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۱۴- تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)[x] & 1 \leq x < 3 \\ bx + 8 & x \geq 3 \end{cases}$ روی بازه $(1, +\infty)$ پیوسته است. مقدار b کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۴) -۴

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) $\frac{1}{3}$

۱۵- تابع $f(x) = x\sqrt{x}$ در بازه $[1, 9]$ تعریف شده است. شیب خط مماس در نقطه‌ای به طول α روی نمودار برابر $\frac{7}{9}$ است. مقدار α کدام است؟

(۴) $\frac{49}{9}$

(۳) $\frac{7}{4}$

(۲) $\frac{7}{3}$

(۱) $\frac{49}{16}$

۱۶- اگر $f(2x-1) = xg(x^2-1)$ به‌طوری که $g(x) = x + \frac{1}{x}$ ، مقدار $f''(3) - 8g''(3)$ کدام است؟

(۴) $\frac{32}{9}$

(۳) $\frac{32}{3}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) $\frac{8}{9}$

محل انجام محاسبات

۱۷- برای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x} |x - 4|$ کدام یک از نقاط زیر طول نقطه بحرانی می باشد؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

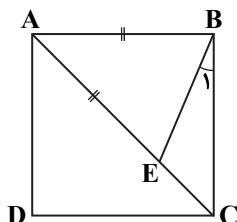
۱۸- اگر نقطه $A(2, -1)$ ، نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 15$ باشد، مقدار مینیمم نسبی این تابع کدام است؟

- (۱) -۱۷ (۲) -۱۹ (۳) -۲۱ (۴) -۲۳

هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۱۹- در شکل روبه‌رو، طول AE با ضلع مربع برابر است. اندازه زاویه B_1 چند درجه است؟



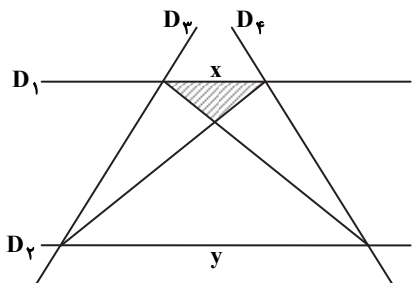
- (۱) ۲۰
(۲) ۲۲/۵
(۳) ۲۵
(۴) ۲۷/۵

۲۰- در مثلث ABC ، داریم $\hat{A} = 80^\circ$. زاویه بین دو نیمساز داخلی B و C برابر α و زاویه بین دو نیمساز خارجی B و C برابر β است. نسبت $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) ۲/۴ (۲) ۲/۶ (۳) ۳/۶ (۴) ۴/۲

۲۱- در شکل روبه‌رو، دو خط موازی D_1 و D_2 توسط دو خط مورب D_3 و D_4 طوری قطع شده‌اند که $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$. اگر مساحت قسمت

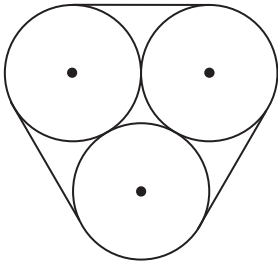
هاشورخورده برابر ۲ باشد، مساحت محدود به چهار خط D_1 ، D_2 ، D_3 و D_4 کدام است؟



- (۱) ۲۴
(۲) ۲۸
(۳) ۳۲
(۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

۲۲- سه دایره به شعاع ۲، دایره دو برهم مماس اند. مطابق شکل، این سه دایره به وسیله نخ بسته شده اند. طول این نخ کدام است؟



(۱) $2(4 + \pi)$

(۲) $2(6 + \pi)$

(۳) $4(3 + \pi)$

(۴) $4(6 + \pi)$

۲۳- در مثلث ABC اگر $c = 4$ ، $b = 6$ و $\cos \hat{A} = \frac{1}{4}$ ، آن گاه طول ارتفاع وارد بر ضلع BC کدام است؟

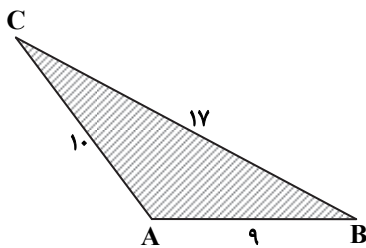
(۴) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(۲) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

۲۴- اگر مثلث ABC مقابل را حول بزرگ ترین ارتفاع آن دوران دهیم، حجم شکل حاصل، چند برابر π است؟



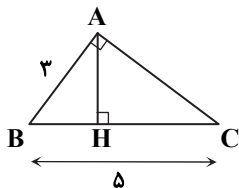
(۱) ۴۸۰

(۲) ۵۰۰

(۳) ۵۰۴

(۴) ۴۶۰

۲۵- در شکل روبه رو، اگر بازتاب مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) را نسبت به ارتفاع AH رسم کنیم، مساحت ناحیه مشترک بین مثلث و تصویرش، کدام است؟



(۱) $4/25$

(۲) $3/24$

(۳) $4/32$

(۴) $3/28$

۲۶- اگر $A = 2A^{-1}$ ، وارون ماتریس $A - I$ کدام است؟

(۴) $A - I$

(۳) $I - A$

(۲) $A + I$

(۱) $-A - I$

محل انجام محاسبات

۳۳- ۸۰ درصد مردهای شهر A و ۶۰ درصد مردهای شهر B شاغل هستند. تعداد مردهای شهر A دو برابر شهر B است. اگر فردی به تصادف از بین مردهای شاغل انتخاب کنیم، با کدام احتمال از شهر A خواهد بود؟

- (۱) $\frac{8}{11}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{11}$

۳۴- در داده‌های ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۷، ۶، ۵، ۳، ۲، ضریب تغییرات داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم، چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۳۵- اگر α و β دو عدد گنگ مختلف باشند و $\alpha + \beta$ گویا باشد، عبارت‌های $2\alpha - \beta$ و $\alpha^2 + \beta^2$ به ترتیب و هستند.

- (۱) همواره گنگ - همواره گنگ
(۲) همواره گویا - همواره گویا
(۳) همواره گنگ - بعضی مواقع گویا
(۴) همواره گویا - بعضی مواقع گنگ

۳۶- اگر a یک عدد صحیح فرد باشد و $b \mid a + 4$ ، آن‌گاه باقیمانده تقسیم عدد $a^2 + 2b^2 + 1$ بر ۴ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۷- اگر عدد $3^n - 12^n$ مضرب ۲۵ باشد، کوچک‌ترین مقدار طبیعی برای n کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۳۸- به چند طریق می‌توان مربع زیر را کامل کرد به طوری که به یک مربع لاتین 4×4 تبدیل شود؟

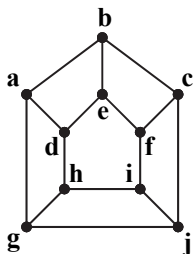
۳	۴		
	۳	۴	
		۳	

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر

۳۹- به چند طریق می‌توان ۷ میوه متمایز را بین ۳ نفر تقسیم کرد به طوری که حداقل به یک نفر هیچ میوه‌ای نرسد؟

- (۱) ۳۸۱ (۲) ۳۸۴ (۳) ۳۸۷ (۴) ۳۹۰

۴۰- در گراف شکل مقابل، کدام مجموعه یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است ولی مینیمم نیست؟



- (۱) $\{f, g, h, i, j\}$
(۲) $\{g, j, b, c, a, d\}$
(۳) $\{d, e, f, h, i, g\}$
(۴) $\{a, b, c, g, j\}$

محل انجام محاسبات

گزینه دو



داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۱۱ خرداد ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش ها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		

هدیه مرحله ۲

دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- کدام گزینه در مورد واکنش شکافت اورانیوم درست است؟

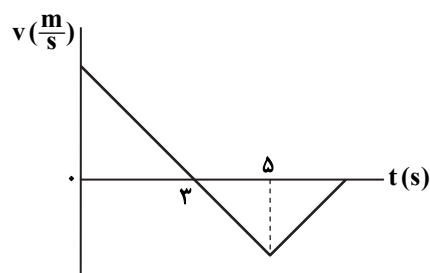
(۱) احتمال شکافته شدن ^{238}U توسط یک نوترون بیشتر از احتمال شکافته شدن ^{235}U است.(۲) جرم محصولات شکافت کمتر از جرم هسته مرکب ^{236}U است.(۳) نوترون‌های آزاد شده در فرایند شکافت، نوترون‌های تند هستند که با احتمال بیشتر جذب ^{235}U می‌شوند.(۴) به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ^{238}U در یک نمونه اورانیوم، غنی‌سازی می‌گویند.

۴۲- کدام یک از یکاهای زیر معادل یکای تسلا است؟

(۱) نیوتون × آمپر متر	(۲) متر × آمپر نیوتون	(۳) نیوتون × ثانیه کولن × متر	(۴) کولن × متر نیوتون × ثانیه
--------------------------	--------------------------	----------------------------------	----------------------------------

۴۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل

روبه‌رو رسم شده است. تندی متوسط متحرک در مدت زمانی که در خلاف جهت محور

 x حرکت می‌کند چند برابر تندی متوسط آن در مدت زمانی است که شتاب آن خلافجهت محور x است؟(۱) $1/5$ (۲) $1/3$ (۳) $1/8$ (۴) 2 ۴۴- اتومبیلی از حال سکون، با شتاب ثابت 2 متر بر مربع ثانیه، روی خط راست به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی ترمز می‌کند و با شتابیبه‌برگشت 5 متر بر مربع ثانیه، سرعت آن کاهش یافته و متوقف می‌شود. اگر اتومبیل در کل مدت حرکتش، مسافت 315 متر را طی کرده باشد،

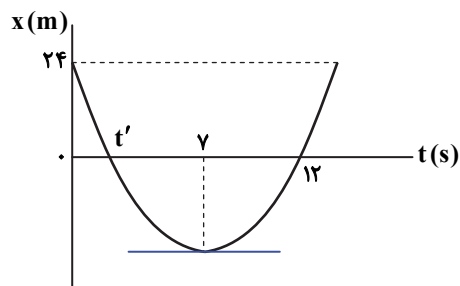
مدت حرکت تندشونده اتومبیل چند ثانیه بوده است؟ (از زمان واکنش راننده صرف نظر کنید).

(۴) 21 (۳) 15 (۲) 9 (۱) 6

۴۵- با توجه به نمودار مکان- زمان روبه‌رو که به‌صورت یک سهمی است، چند مورد درست است؟

الف) شتاب حرکت $\frac{m}{s^2}$ است.ب) سرعت اولیه متحرک $\frac{m}{s}$ -14 است.پ) بردار مکان در لحظه توقف، $\vec{r} = (-25\text{m})\vec{i}$ است.

ت) جابه‌جایی در لحظه دومین عبور از مبدأ محور با

سرعت در این لحظه زاویه 180° می‌سازد.(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4 

• C

۴۶- اتومبیلی با تندی ثابت v_1 در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. درلحظه‌ای که اتومبیل از نقطه A می‌گذرد، سنگی از نقطه C رها

می‌شود. اگر این سنگ با سقف اتومبیل برخورد کند، با چشم‌پوشی

از مقاومت هوا، v_1 چند متر بر ثانیه است؟ (ارتفاع سقف اتومبیلاز زمین 2 متر است، $AB = 48\text{m}$ ، $CB = 22\text{m}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)(۲) 24 (۱) 12 (۴) $6\sqrt{2}$ (۳) $12\sqrt{2}$ 

محل انجام محاسبات

۴۷- دو نفر با جرم‌های $m_1 = 80 \text{ kg}$ و $m_2 = 100 \text{ kg}$ روی سطح افقی زمین ایستاده‌اند و دو سر طنابی با جرم ناچیز را در دست دارند. طناب به صورت کاملاً افقی قرار دارد و شخصی که جرم آن 80 kg است، سر طناب را با نیروی ثابت 500 N می‌کشد. اگر هر دو نفر ساکن باشند،

بزرگی نیرویی که سطح زمین بر شخص با جرم 100 kg وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

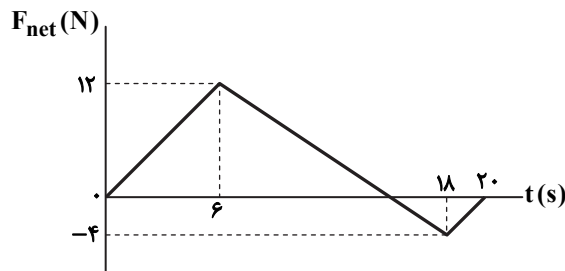
- (۱) ۱۵۰۰ (۲) $500\sqrt{3}$ (۳) $500\sqrt{5}$ (۴) ۲۰۰۰

۴۸- وزنه‌ای توسط یک فنر سبک از سقف آسانسوری آویزان شده است. اگر آسانسور ساکن باشد، طول فنر 65 سانتی‌متر می‌شود و اگر

آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت کند، طول فنر 63 سانتی‌متر می‌شود. طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) ۶۱ (۲) ۵۸ (۳) ۵۵ (۴) ۵۳

۴۹- جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی ساکن است. اگر در مدت $t = 0$ تا $t = 20 \text{ s}$ ، نیروی خالص افقی مطابق نمودار داده‌شده بر آن اثر کند، انرژی جنبشی جسم در $t = 20 \text{ s}$ چند ژول است؟



- (۱) ۱۰۰۰

- (۲) ۸۰۰

- (۳) ۶۴۰

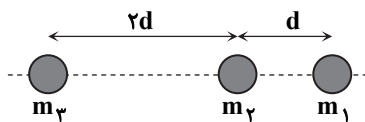
- (۴) ۵۶۰

۵۰- ذره‌ای بر روی مسیر دایره‌ای به شعاع 90 سانتی‌متر با تندی ثابت می‌چرخد. اگر بزرگی جابه‌جایی ذره در بازه زمانی یک ثانیه به اندازه قطر

مسیر حرکت باشد، بزرگی شتاب مرکزگرا چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi^2 = 10)$

- (۱) ۳ (۲) $4/5$ (۳) ۶ (۴) ۹

۵۱- در شکل زیر، $m_2 = 3m_1$ و برآیند نیروهای گرانشی وارد بر m_2 از طرف m_1 و m_3 صفر است. اندازه نیروی گرانشی که m_2 بر m_1 وارد می‌کند، چند برابر اندازه نیروی گرانشی است که m_3 بر m_1 وارد می‌کند؟ (مرکز هر سه جسم روی یک خط قرار دارد.)



- (۱) $\frac{27}{4}$ (۲) ۹

- (۳) $\frac{27}{2}$ (۴) ۱۸

۵۲- اگر طول آونگ ساده‌ای 30 سانتی‌متر کاهش یابد، دوره نوسان آن $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر می‌شود. دوره نوسان آونگ در حالت اول چند ثانیه بوده است؟

$(g = \pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\sqrt{3}$

۵۳- یک سطح به مساحت 400 cm^2 طوری قرار گرفته که بر راستای انتشار موج صوتی عمود است و در هر ساعت $3/6$ ژول انرژی دریافت می‌کند. اگر بدون تغییر مکان چشمه، دامنه چشمه صوت 5 برابر شود، شدت صوت در همان محل، چند وات بر متر مربع می‌شود؟ (از جذب انرژی توسط محیط چشم‌پوشی کنید.)

- (۱) $0/125$ (۲) $1/25$ (۳) $6/25$ (۴) $0/625$

محل انجام محاسبات

۵۴- طول موج یک پرتوی سبز در هوا (خلاً) برابر ۵۰۰ نانومتر است. اگر این پرتو وارد محیطی شفاف به ضریب شکست $n = 2$ شود، کدام یک از

موارد زیر در مورد پرتو درست خواهد بود؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

(۱) طول موج آن ۱۰۰۰ نانومتر می‌شود و باز هم مرئی و به رنگ سبز خواهد بود.

(۲) طول موج آن ۲۵۰ نانومتر می‌شود و دیگر مرئی نخواهد بود.

(۳) بسامد آن 6×10^{14} هرتز خواهد شد و باز هم مرئی و به رنگ سبز خواهد بود.

(۴) بسامد آن $1/2 \times 10^{15} \text{ Hz}$ خواهد شد و دیگر مرئی نخواهد بود.

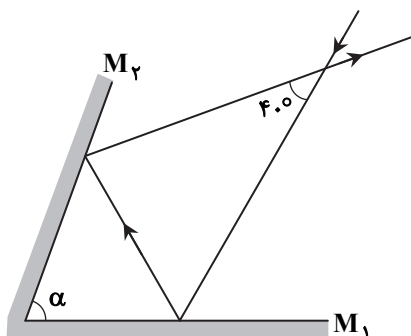
۵۵- مسیر یک پرتوی نور در برخورد به دو آینه تخت M_1 و M_2 در شکل نشان داده شده است. زاویه بین دو آینه (α) چند درجه است؟

(۱) ۸۰

(۲) ۷۰

(۳) ۶۰

(۴) ۵۰



۵۶- موج تختی با بسامد ۶۰۰ Hz از شکافی به قطر ۲۵ cm عبور می‌کند و پراشیده می‌شود. اگر تندی انتشار موج $120 \frac{m}{s}$ باشد، طول موج آن

پس از عبور از شکاف چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۲۵

۵۷- در تار دو انتها بسته به طول ۸۰ سانتی‌متر که نیروی کشش آن ۶۴ نیوتون است، ۴ گره ایجاد شده است. اگر بسامد نوسان تار ۳۰۰ هرتز باشد، جرم تار چند گرم است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۳/۵

(۴) ۲

۵۸- در یک پدیده فوتوالکتریک وقتی بسامد فوتون‌های تابشی ۲ برابر می‌شود، تندی سریع‌ترین الکترون‌های کنده‌شده نیز ۲ برابر می‌شود. تابع کار فلز مورد آزمایش چند برابر انرژی فوتون‌های اولیه است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۵۹- اگر اتم‌های هیدروژن در حالت $n = 4$ باشند، بلندترین طول موجی که ممکن است جذب نمایند، تقریباً چند نانومتر است؟

(۱) ۱۸۰۰

(۲) ۲۳۰۰

(۳) ۴۱۰۰

(۴) ۵۸۰۰

($h = 4/14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot s$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$, $E_R = 13/6 \text{ eV}$)

۶۰- مطابق شکل، بارهای نقطه‌ای $q_1 = 10 \text{ nC}$ و q_2 در نقاط A و B قرار دارند و وقتی بار $q_3 = 20 \text{ nC}$ در نقطه C قرار بگیرد، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر می‌شود. اگر q_1 را برداریم و بار $2q_3$ در نقطه C و $-3q_2$ در نقطه B باشد، اندازه نیروی الکتریکی که این دو بار بر

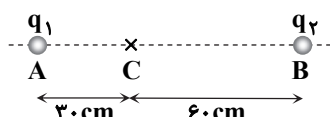
یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون خواهد بود؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

(۲) $1/8 \times 10^{-4}$

(۱) $1/2 \times 10^{-4}$

(۴) $3/6 \times 10^{-3}$

(۳) $2/4 \times 10^{-3}$



محل انجام محاسبات

۶۱- چگالی سطحی بار یک کره رسانا $\frac{C}{m^2} \times 10^{-9} \times 5$ است. اگر این کره دارای 6 pC بار الکتریکی باشد، شعاع آن چند سانتی متر است؟ ($\pi = 3$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

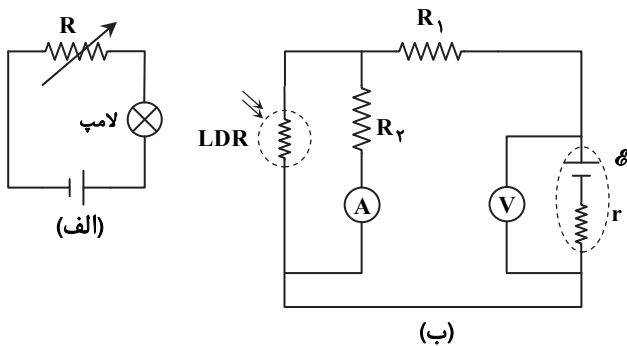
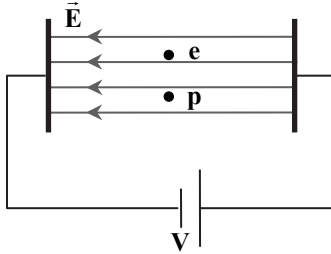
۶۲- دو صفحه موازی در شکل مقابل به اختلاف پتانسیل V وصل بوده و بین آن‌ها میدان الکتریکی یکنواختی برقرار است. یک الکترون و یک پروتون را در وسط فضای بین دو صفحه از حال سکون رها می‌کنیم تا در اثر نیروی میدان الکتریکی حرکت کنند. تندی برخورد الکترون به صفحه سمت راست چند برابر تندی برخورد پروتون به صفحه سمت چپ است؟ (جرم الکترون: m_e و جرم پروتون: m_p)

۱ (۱)

$\frac{m_p}{m_e}$ (۲)

$\left(\frac{m_p}{m_e}\right)^2$ (۳)

$\sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$ (۴)



۶۳- دو مدار «الف» و «ب» مطابق شکل، کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؛ به طوری که نور لامپ مدار «الف» به مقاومت نوری (LDR) در مدار «ب» می‌تابد. با کاهش مقاومت رؤسنا در مدار «الف»، اعداد نشان داده شده توسط ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) هر دو کاهش می‌یابند.

(۲) هر دو افزایش می‌یابند.

(۳) عدد ولت‌سنج کاهش و عدد آمپرسنج افزایش می‌یابد.

(۴) عدد ولت‌سنج افزایش و عدد آمپرسنج کاهش می‌یابد.

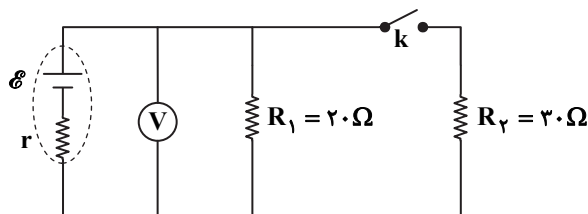
۶۴- در مدار روبه‌رو، با بستن کلید k ، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد $9/0$ برابر می‌شود. مقاومت درونی مولد چند اهم است؟

۵ (۱)

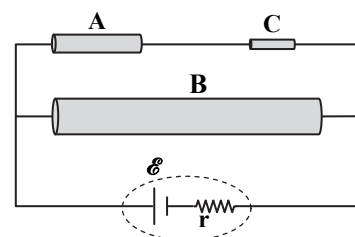
۲ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۴ (۴)



۶۵- سه استوانه رسانای A، B و C هم‌جنس و توپر هستند و طول و قطر آن‌ها مطابق جدول زیر است. در مدار نشان داده شده، توان مصرفی در رسانای B چند برابر توان مصرفی در رسانای C است؟



رسانا	طول	قطر
A	۱۰ cm	۱ cm
B	۳۰ cm	۲ cm
C	۵ cm	۰/۵ cm

۳ (۱)

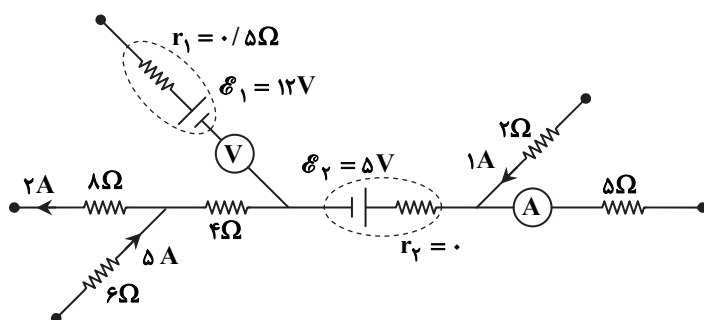
۶ (۲)

۱۲ (۳)

۹ (۴)

محل انجام محاسبات

۶۶- در مدار شکل روبه‌رو، آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی هستند. عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، چند آمپر است؟



۱ (۱)

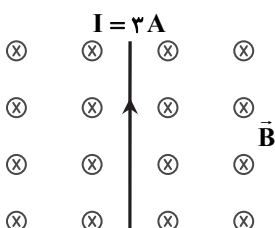
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶۷- مطابق شکل، سیمی به طول ۵۰ سانتی‌متر در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۲۰۰ گاوس

قرار دارد. اگر از سیم جریان ۳ آمپر بگذرد، چه نیرویی و در چه جهتی باید به سیم وارد کنیم تا در تعادل بماند؟



۱ (۱) نیوتون به سمت راست

۲ (۲) نیوتون به سمت چپ

۳ (۳) نیوتون به سمت راست

۴ (۴) نیوتون به سمت چپ

۶۸- ضریب القاوری سیم‌لوله آرمانی بدون هسته‌ای به طول ۳۱/۴ cm و مساحت مقطع 10 cm^2 که ۵۰۰ حلقه دارد، چند میلی‌هنری است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۹- سیم‌پیچی شامل ۲۰ دور، در یک میدان مغناطیسی متغیر قرار دارد و در مدت ۰/۵ s شار عبوری از هر حلقه آن ۰/۱ Wb تغییر می‌کند.

اگر این سیم‌پیچ به مقاومت 5Ω متصل باشد، بار خالص عبوری از مقاومت چند کولن است؟

۰/۲ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۸ (۱)

۷۰- نمودار $V-T$ رسم‌شده، فرایند AB را برای 4 g گاز هیدروژن بسیار رقیق نشان می‌دهد. در این فرایند، کار انجام‌شده روی گاز چند

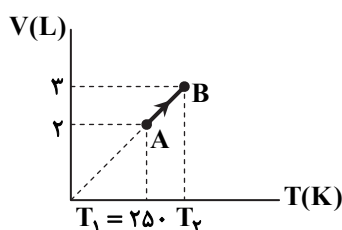
$$\text{ژول است؟ } (R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \text{ و } M_{H_2} = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$

۲۰۰ (۱)

-۲۰۰ (۲)

۷۵۰ (۳)

-۷۵۰ (۴)



۷۱- کدام یک از فرایندهای ماشین بنزینی همراه با حرکت پیستون است؟

۱) ضربه مکش - ضربه تراکم - ضربه قدرت - ضربه خروج گاز

۲) ضربه مکش - آتش‌گرفتن - ضربه قدرت - تخلیه

۳) ضربه تراکم - آتش‌گرفتن - ضربه قدرت

۴) ضربه قدرت - تخلیه - ضربه خروج گاز

۷۲- در یک مخزن به حجم V_1 مقداری گاز کامل در فشار ۲ اتمسفر و دمای 77°C داریم. حجم همان مقدار گاز در فشار ۳ اتمسفر و دمای

177°C به اندازه دو لیتر با V_1 اختلاف دارد. V_1 چند لیتر است؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۳- ظرفی لبریز از مایعی به چگالی $\frac{15}{16}$ گرم بر سانتی متر مکعب است و جرم مایع ۷۵۰ گرم است. اگر دمای مجموعه را ۵۰ درجه سلسیوس

کاهش دهیم، چه حجمی از ظرف (بر حسب cm^3) خالی باقی می ماند؟ ($\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ظرف و $\beta = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ مایع)

۴۲/۴ (۴)

۴۰/۸ (۳)

۳۹/۲ (۲)

۳۷/۶ (۱)

۷۴- در محلی که فشار هوا ۷۵ سانتی متر جیوه است، آزمایش فشارسنج جیوه‌ای

به ترتیب زیر انجام شده است. فشار پیمانه‌ای گاز موجود در انتهای لوله چند

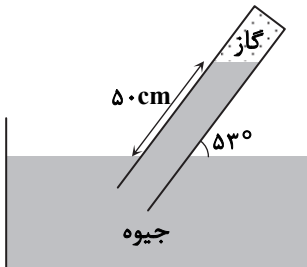
سانتی متر جیوه است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)

-۲۵ (۱)

-۳۵ (۲)

-۴۰ (۳)

-۵۰ (۴)



۷۵- یک توپ به جرم ۸۰۰g از ارتفاع ۵۰ متری نسبت به سطح زمین، با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف بالا پرتاب می شود. اگر هنگام عبور از ارتفاع ۵ متری

سطح زمین تندی توپ $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی توپ، در این بخش از حرکت چند ژول بوده است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۲۰ (۴)

۴۰ (۳)

۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

۳۰

شیمه

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۷۶- نمونه‌ای از نیتروگلیسرین ($\text{C}_3\text{H}_5\text{N}_3\text{O}_9$) حاوی $1/0.7 \times 10^{23}$ اتم می باشد. جرم این نمونه به تقریب چند گرم است؟

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲ (۴)

۱/۶ (۳)

۰/۱۶ (۲)

۰/۲ (۱)

۷۷- با توجه به شکل زیر که نمونه‌ای شامل ۵۰ اتم لیتیم را نشان می دهد، چند مورد از مطالب داده شده، درست است؟

■ در این نمونه، در مجموع ۵۰ الکترون ظرفیتی وجود دارد.

■ جرم اتمی میانگین لیتیم، ۰/۰۴ واحد از جرم اتمی ایزوتوپ سنگین آن کمتر است.

■ تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در این نمونه برابر با ۴۷ است.

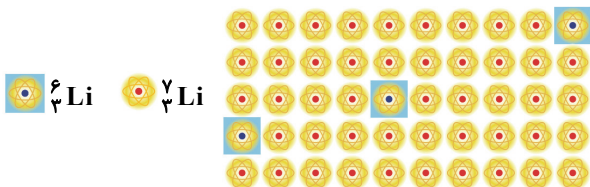
■ عدد کوانتومی فرعی همه الکترون های موجود در این نمونه برابر با صفر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



۷۸- با توجه به آرایش الکترونی گونه های زیر، کدام عبارت در مورد عناصر A تا D درست است؟

A: $1s^2 2s^2 2p^4$

B²⁻: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

C²⁺: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

D: $1s^2 2s^2 2p^2$

(۱) عناصر A و B هم گروه هستند و دارای آرایش الکترونی مشابهی در لایه ظرفیت خود می باشند.

(۲) در ترکیبات شیمیایی، اتم D با گرفتن چهار الکترون به آرایش گاز نجیب $1s^2 2s^2 2p^6$ می رسد.

(۳) آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم C به $3p^4$ ختم می شود و متعلق به دسته p جدول دوره ای است.

(۴) اتم A نافلزی از گروه ۱۴ و اتم C فلزی از گروه ۶ جدول دوره ای است.

محل انجام محاسبات

۷۹- در واکنش $\text{KMnO}_4 + \text{SO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{MnSO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4$ پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد واکنش دهنده کدام است؟

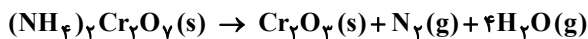
- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۸۰- در کدام ترکیب، نسبت تعداد الکترون‌های ناپیوندی به الکترون‌های پیوندی، عدد بزرگ‌تری است؟

- (۱) CO_2 (۲) SO_2 (۳) PCl_3 (۴) CCl_4

۸۱- واکنش زیر در ظرف سربازی در حال انجام است. اگر پس از انجام واکنش، ۱/۰ مول فراورده جامد تولید شده باشد، کاهش جرم مواد جامد

موجود در ظرف چند گرم است؟ ($\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- (۱) ۱۰ (۲) ۴/۶ (۳) ۵ (۴) ۹/۲

۸۲- مطابق شکل‌های زیر، ظرف‌های «I» و «II» دارای محلول

مس (II) سولفات و ظرف «III» دارای آب خالص است. اگر

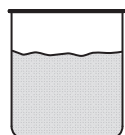
محتویات ظرف‌های «I» و «II» را به ظرف «III» اضافه کنیم و

صبر کنیم تا محلول جدید به وجود آمده همگن شود، با فرض

چشم‌پوشی از تفاوت چگالی محلول‌های «I» و «II»، آب و

محلول جدید به وجود آمده، غلظت محلول جدید به وجود آمده

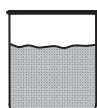
چند مولار است؟



$$V_1 = 500 \text{ mL}$$

$$M_1 = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

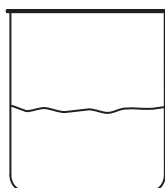
(I)



$$V_2 = 250 \text{ mL}$$

$$M_2 = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(II)



$$V_3 = 750 \text{ mL}$$

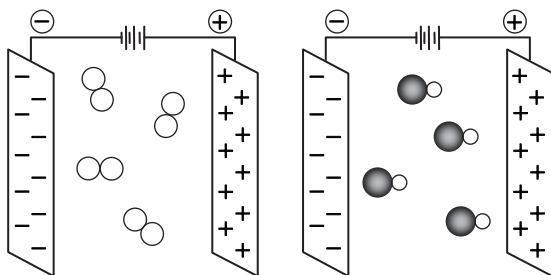
(III)

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۱۵

- (۳) ۰/۱۲۵ (۴) ۰/۱

۸۳- شکل‌های روبه‌رو، رفتار مولکول‌های کربن مونوکسید و نیتروژن را در میدان الکتریکی یکسان نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام گزینه

نادرست است؟ ($\text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) اگر نقطه جوش گاز نیتروژن ۷۷ کلوین باشد، نقطه جوش گاز

کربن مونوکسید می‌تواند ۶۹ کلوین باشد.

(۲) در مولکول کربن مونوکسید، اتم کربن سر مثبت مولکول را

تشکیل می‌دهد.

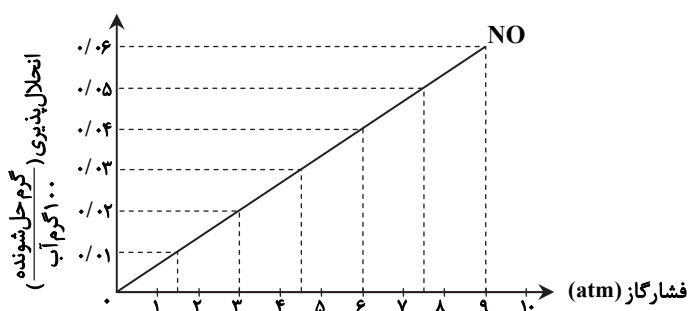
(۳) مولکول‌های نیتروژن، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(۴) گشتاور دوقطبی مولکول کربن مونوکسید، بزرگ‌تر از صفر است.

۸۴- نمودار زیر انحلال‌پذیری گاز NO در دمای ۲۰°C را نشان می‌دهد. اگر مخلوط سیر شده‌ای از این گاز در فشار ۹ اتمسفر تهیه شده باشد و فشار

را تا ۶ اتمسفر کاهش دهیم، غلظت گاز NO در مخلوط چند ppm کاهش خواهد یافت و غلظت آن در فشار ۶ atm به تقریب چند مولار است؟

($\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ، چگالی مخلوط، $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$)



- (۱) ۰/۲۰۰، $6/7 \times 10^{-1}$

- (۲) ۰/۲۰۰، $1/33 \times 10^{-2}$

- (۳) ۰/۴۰۰، $6/7 \times 10^{-1}$

- (۴) ۰/۴۰۰، $1/33 \times 10^{-2}$

محل انجام محاسبات

۸۵- کدام مقایسه درست است؟

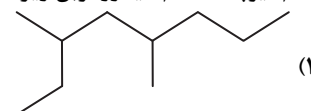
(۱) شعاع اتمی: $_{19}K >_{11}Na >_{34}Se >_{50}Sn$

(۲) واکنش پذیری: $_{17}Cl >_{35}Br >_{34}Se >_{10}Ne$

(۳) تعداد الکترون های بیرونی ترین زیرلایه: $_{23}V^{3+} >_{26}Fe >_{33}As >_{8}O^{2-}$

(۴) تمایل به تشکیل آنیون: $_{17}Cl >_{8}O >_{7}N >_{9}F$

۸۶- نام آیوپاک کدام هیدروکربن زیر درست است؟

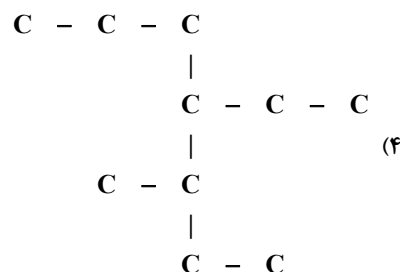
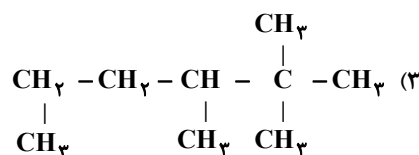


۲- اتیل - ۴- متیل هپتان

(۲) $(CH_3)_2CHCH_2CH(CH_3)_2$

۲، ۴- دی متیل پنتان

۲، ۳، ۵- تترامتیل پنتان



۴- اتیل - ۵- متیل هپتان

۸۷- از واکنش $3/36$ لیتر بخار برم در شرایط STP با مقدار کافی از یک آلکن، $34/5$ گرم فراورده تولید می شود. فرمول مولکولی این آلکن

کدام است؟ ($H = 1, C = 12, Br = 80, g \cdot mol^{-1}$)

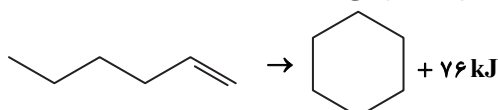
C_5H_{10} (۴)

C_6H_8 (۳)

C_3H_6 (۲)

C_2H_4 (۱)

۸۸- واکنش زیر تبدیل ۱- هگزن به سیکلو هگزان را نشان می دهد. چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟



■ سطح انرژی و پایداری واکنش دهنده بیشتر است.

■ این دو ترکیب ایزومر ساختاری هم هستند.

■ نسبت جرم اتم های کربن به جرم کل ترکیب، در یک مول از ترکیب

سیر نشده، بیشتر از ترکیب سیر شده است.

■ فرمول مولکولی و تعداد پیوندهای $C-H$ در این دو ترکیب، یکسان است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۹- اغلب ورزشکاران برای سرد کردن محل آسیب دیدگی خود، از بسته های دارای آمونیوم نیترات و آب استفاده می کنند. اگر بدانیم انحلال هر

مول آمونیوم نیترات در آب، 26 کیلوژول گرما جذب می کند و ظرفیت گرمایی ویژه محلول نهایی برابر با 4 ژول بر گرم بر درجه سلسیوس و

جرم مولی آمونیوم نیترات برابر با 80 گرم است، در دمای 25 درجه سلسیوس، 20 گرم آمونیوم نیترات باید در چند گرم آب حل شود تا دمای

محلول نهایی به 12 درجه سلسیوس برسد؟

۱۰۰ (۴)

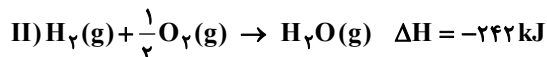
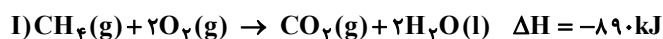
۱۰۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۲۵ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۰- تنها با داشتن اطلاعات داده شده، از کدام واکنش می‌توان برای محاسبه آنتالپی پیوند $O-H$ استفاده کرد و مقدار این آنتالپی چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوندهای $C-H$ ، $H-H$ ، $O=O$ و $C=O$ بر حسب $kJ \cdot mol^{-1}$ به ترتیب برابر با ۴۱۵، ۴۳۶، ۴۹۶ و ۷۹۹ است.)



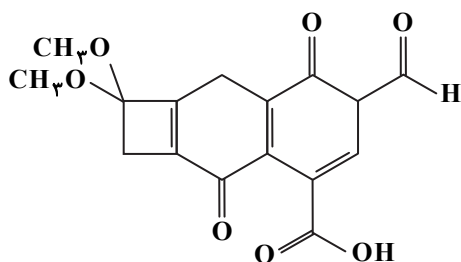
(۴) «II» - ۴۶۳

(۳) «I» - ۵۳۱

(۲) «II» - ۲۲۱

(۱) «I» - ۲۳۶

۹۱- اگر در ترکیب روبه‌رو، تعداد گروه‌های عاملی اتری را برابر a و تعداد گروه‌های عاملی آلدهیدی را برابر b در نظر بگیریم، $a + b$ کدام است و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار این ترکیب چند برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار اتان است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



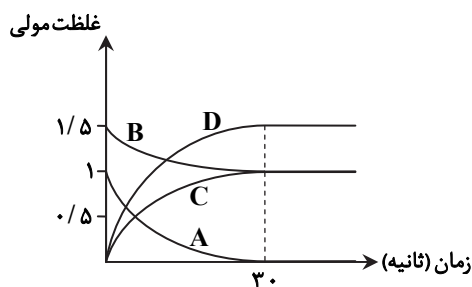
(۱) ۲، ۳

(۲) ۲، ۴

(۳) ۲/۳، ۳

(۴) ۲/۳، ۴

۹۲- با توجه به نمودار روبه‌رو که تغییرات غلظت مواد در یک واکنش گازی در یک ظرف نیم‌لیتری با گذشت زمان را نشان می‌دهد، سرعت متوسط واکنش چند مول بر دقیقه است؟



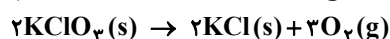
(۱) ۰/۲۵

(۲) ۰/۵

(۳) ۱

(۴) ۲

۹۳- ۴۹۰ گرم پتاسیم کلرات ($KClO_3$) را در ظرفی وارد می‌کنیم تا مطابق واکنش زیر تجزیه شود. اگر سرعت متوسط مصرف پتاسیم کلرات در شرایط واکنش $0.5 mol \cdot s^{-1}$ باشد، پس از یک دقیقه، جرم مواد جامد موجود در ظرف بر حسب گرم کدام است؟



(۴) ۳۴۶

(۳) ۱۴۴

(۲) ۳۴/۶

(۱) ۱۴/۴

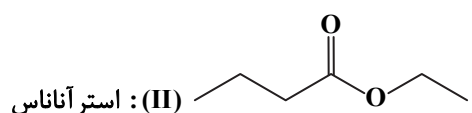
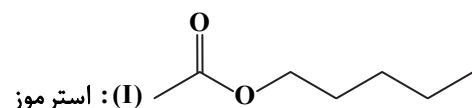
۹۴- با توجه به ساختار دو استر موجود در موز و آناناس، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) انحلال‌پذیری الکل سازنده استر (I) در آب کمتر از الکل سازنده استر (II) است.

(۲) فرمول مولکولی اسید سازنده استر (II)، $C_6H_8O_4$ است.

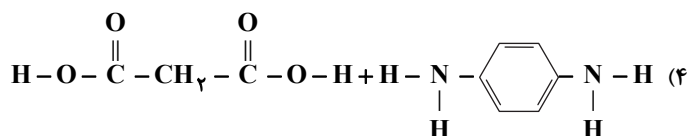
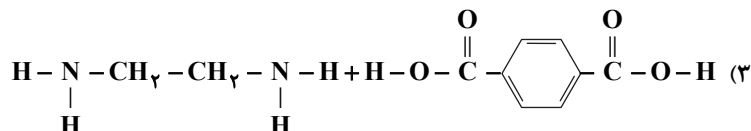
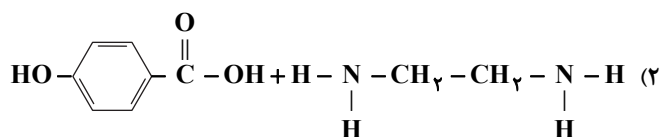
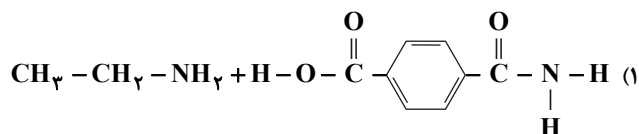
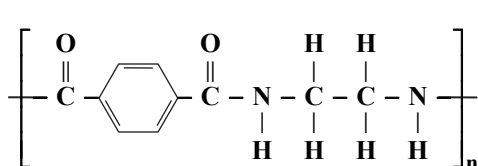
(۳) اسید سازنده استر (I)، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است.

(۴) اسید و الکل سازنده هر دو استر، توانایی تشکیل نیروهای بین‌مولکولی از نوع هیدروژنی را دارند.



محل انجام محاسبات

۹۵- با توجه به ساختار پلی‌آمید داده شده، در کدام گزینه ساختار مونومرهای آن به درستی نشان داده شده است؟



۹۶- در ساختار نوعی اسید چرب یک عاملی با ۲ پیوند دوگانه، در مجموع ۴۶ پیوند اشتراکی وجود دارد. تعداد پیوند C-C و نسبت جرم اتم‌های هیدروژن به اتم‌های اکسیژن در ساختار این اسید کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

$$\frac{15}{16} \cdot 13 (4)$$

$$\frac{Y}{A} = .14 (3)$$

$$\frac{15}{14} \cdot 14 (2)$$

$$\frac{Y}{A} = 13.1$$

۹۷- با افزودن مقداری Ca(OH)_2 به ۲ لیتر آب خالص در دمای اتاق، غلظت یون هیدرونیوم 10^{-10} برابر یون هیدروکسید می‌شود. چند میلی‌گرم از ماده مورد نظر در محلول حل شده است؟ (از تغییر حجم آب در نتیجه افزودن ماده جامد چشم‌پوشی کنید).

$$(H = 1, O = 16, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1})$$

۱۴۸۰ (۴

३७. (३

۷۴. (۲

۱۴۸ (۱)

۹۸- تیغهای از جنس مس به جرم ۱۱۴ گرم را در ۲ لیتر محلول نقره نیترات وارد می‌کنیم. اگر در پایان واکنش جرم تیغه به ۱۹۰ گرم برسد، چند مول الکترون در این فرایند مبادله شده است؟ ($\text{Ag} = ۱۰۸, \text{Cu} = ۶۴ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) و فرض کنید همهٔ فرآوردهٔ جامد تولیدشده روی تیغه رسوب می‌کند و حجم محلول ثابت است.)

۲/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

1 (2)

• / Y5 (1)

۹۹- اگر یک لیتر آب با اندکی NaCl را در یک سلول الکترولیتی وارد کنیم تا برقکافت آب انجام شود، کدام گزینه درست است؟
(۱) NaCl نقش کاتالیزگر دارد و سرعت برقکافت را افزایش می‌دهد.

(۲) جرم گاز هیدروژن حاصل در نیم سلول کاتد، با جرم H^+ حاصل در نیم سلول آند تقریباً برابر است.

(۳) نیم واکنش کاتدی انجام شده در این فرایند، مشابه با نیم واکنش کاتدی انجام شده در فرایند خوردگی آهن است.

۴) تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در این فرایند با تعداد الکترون مبادله‌شده در فرایند حال برابر است.

۱۰۰- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد ترکیب مقابل درست است؟

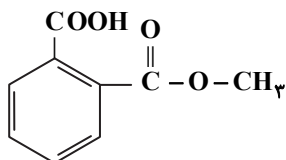
■ فرمول مولکولی این ترکیب $C_9H_9O_4$ است.

■ اسید تشکیل دهندهٔ این استر با ترفتالیک اسید ایزومر است.

■ نسبت تعداد اتم‌های کربن با عدد اکسایش $+3$ به تعداد

اتم‌های کربن با عدد اکسایش ۱- در آن، برابر با $\frac{1}{4}$ است.

■ در واکنش با متانول به یک دی استر تبدیل می شود.



f (f

۳ (۳

2 (2)

1 (1)

محل انجام محاسبات

۱۰۱- کدام گزینه در مورد مولکول‌های کربونیل سولفید (a)، کربن دی‌اکسید (b) و گوگرد دی‌اکسید (c) درست است؟

(۱) هر سه مولکول، ساختار خطی دارند.

(۲) عدد اکسایش اتم مرکزی در مولکول‌های a و c یکسان است.

(۳) مولکول b نسبت به مولکول c، در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باقی می‌ماند.

(۴) مولکول‌های a و c، در شمار پیوندهای اشتراکی و نوع بار جزئی اتم مرکزی، مشابه هستند.

۱۰۲- در بین ترکیبات یونی حاصل از فلزهای دوره سوم با فلئوئور و اکسیژن، کدام ترکیب بیشترین آنتالپی فروپاشی شبکه را دارد و اختلاف

شعاع Cl^- با کدام کاتیون در دوره سوم کمترین است؟

(۱) Al^{3+} ، Al_2O_3 (۲) Mg^{2+} ، MgO (۳) Na^+ ، Al_2O_3 (۴) Mg^{2+} ، AlF_3

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد مبدل‌های کاتالیستی درست است؟

■ در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، واکنش $2\text{NO(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightarrow 2\text{NO}_2\text{(g)}$ انجام می‌شود.

■ آنتالپی واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌ها را کاهش می‌دهند.

■ در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، اکسیدهای فلزی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

■ در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی برخلاف مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، واکنش $2\text{CO(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightarrow 2\text{CO}_2\text{(g)}$ رخ می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۰۴- کدام گزینه درباره واکنش تعادلی: $\text{A(g)} + 2\text{B(g)} \rightleftharpoons \text{C(g)} + \text{Q}$ درست است؟

(۱) با افزودن مقداری A به سامانه، غلظت تعادلی C افزایش و غلظت‌های تعادلی A و B کاهش می‌یابد.

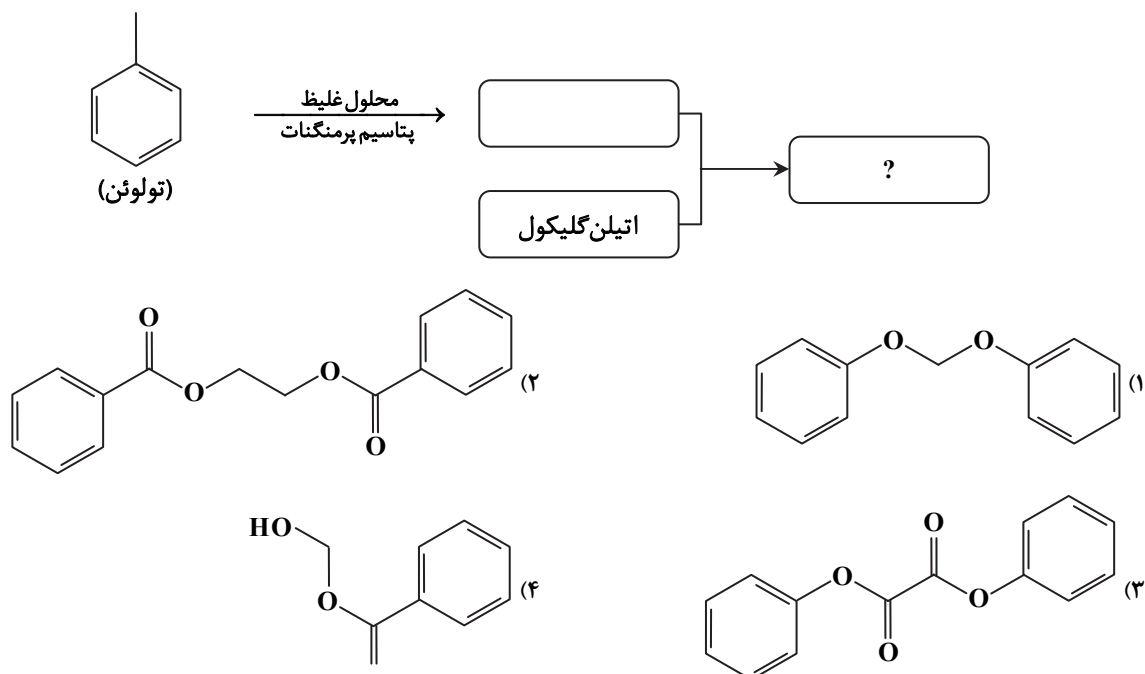
(۲) با نصف کردن حجم ظرف، غلظت تعادلی همه گونه‌ها دو برابر می‌شود.

(۳) با افزایش دما، درصد مولی C کاهش، اما سرعت‌های تعادلی افزایش می‌یابد.

(۴) با افزایش فشار، سرعت واکنش در مسیر رفت افزایش، ولی در مسیر برگشت کاهش می‌یابد.

۱۰۵- با توجه به مراحل زیر که مربوط به تهیه یک ترکیب آلی است، کدام ساختار را می‌توان به ترکیب موردنظر نسبت داد؟ (همه مواد به مقدار

کافی وجود دارند).



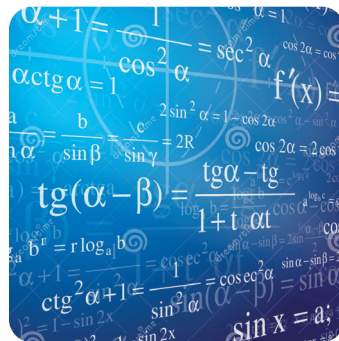
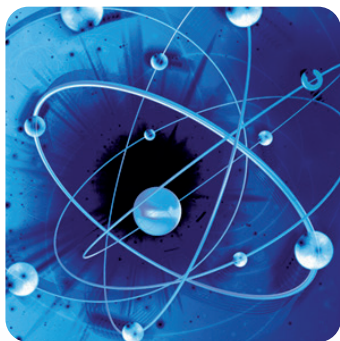
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۱۱ خرداد ۱۴۰۳ (هدیه مرحله ۲)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی



ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: معادله محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ است.

با توجه به آنکه $x = -2$ محور تقارن سهمی $y = 2x^2 - (m+2)x + 1$ است، داریم:

$$-\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow \frac{(m+2)}{4} = -2 \Rightarrow (m+2) = -8 \Rightarrow m = -10$$

با توجه به گزینه‌ها، همگی خطوط موازی محور x ها هستند. می‌دانیم خطی که از رأس سهمی بگذرد و موازی محور x ها باشد بر آن مماس است، پس کافی است عرض رأس سهمی را به دست آوریم:

$$f(-2) = 8 - 16 + 1 = -7$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۳)

نکته: هرگاه $a > 0$ برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیر صحیح $\frac{m}{n}$ را برای a چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

نکته (خواص توان):

$$a^r \times a^s = a^{r+s}$$

$$(a^r)^s = a^{rs}$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$A = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^4}} \times (2^4)^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[4]{2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}} \times 2^{-\frac{8}{3}} = \sqrt[4]{2^{\frac{8}{3}}} \times 2^{-\frac{8}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{8}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

ابتدا عبارت A را ساده می‌کنیم:

$$(8A)^{-\frac{1}{2}} = (8 \times \frac{1}{2})^{-\frac{1}{2}} = (4)^{-\frac{1}{2}} = (2^2)^{-\frac{1}{2}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

حال مقدار خواسته شده را به دست می‌آوریم:

۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۴)

$$\text{نکته: } |u(x)| = \begin{cases} u(x) & u(x) \geq 0 \\ -u(x) & u(x) < 0 \end{cases}$$

در بازه داده شده، $x+1$ مثبت است، پس عبارت داخل قدر مطلق مثبت است و خود آن از داخل قدر مطلق خارج می‌شود:

$$x+1 = 3x+k \Rightarrow x = \frac{1-k}{2}$$

چون جواب در بازه $(0, 2)$ است، پس:

$$0 < \frac{1-k}{2} < 2 \Rightarrow 0 < 1-k < 4 \Rightarrow -4 < k-1 < 0 \Rightarrow -3 < k < 1 \Rightarrow k \in (-3, 1)$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس‌های ۲ و ۳، فصل ۱)

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, P = \frac{c}{a}$$

ابتدا معادله را ساده می‌کنیم:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 3(x + \frac{1}{x}) = 2 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 - 2 + 3(x + \frac{1}{x}) = 2$$

در این معادله با تغییر متغیر $x + \frac{1}{x} = t$ ، معادله‌ای درجه دوم تشکیل می‌دهیم و داریم:

$$t^2 - 2 + 3t = 2 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = x \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ غرق} \\ x + \frac{1}{x} = -4 \Rightarrow x^2 + 1 = -4x \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} x_1 + x_2 = -4 \end{cases}$$

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

ابتدا با توجه به رابطه داده شده جملات a_1 و a_3 را به دست می آوریم:

$$S_n = 4^{n-1} - \frac{1}{4} \quad S_1 = a_1 = \frac{3}{4} \quad S_3 = a_1 + a_3 = \frac{3}{4} + a_3 = \frac{15}{4} \Rightarrow a_3 = 3 \Rightarrow \frac{3}{4}q^2 = 3 \Rightarrow q = \pm 2$$

$$S'_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S'_{12} = \frac{\frac{3}{4}(1-2^{12})}{1-2} = \frac{3}{4}(2^{12}-1)$$

با توجه به اینکه دنباله افزایشی است، $q = 2$ قابل قبول است و داریم:

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

فرض کنید علی در x ساعت و حامد در y ساعت دیوار را رنگ کنند. علی در یک ساعت $\frac{1}{x}$ و حامد در یک ساعت $\frac{1}{y}$ دیوار را رنگ می کنند،

پس مطابق اطلاعات سؤال می توان معادلات زیر را نوشت:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ 4 \times \frac{1}{x} + 6 \times \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \xrightarrow{\text{کم}} \frac{2}{x} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 20$$

بنابراین علی به تنهایی دیوار را در ۲۰ ساعت رنگ می کند.

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم.

با توجه به نکته، وارون تابع $f(x)$ را به دست می آوریم:

$$y = \frac{2^x}{1+2^x} \Rightarrow y + y \times 2^x = 2^x \Rightarrow 2^x - y \times 2^x = y \Rightarrow 2^x(1-y) = y$$

$$\Rightarrow 2^x = \frac{y}{1-y} \Rightarrow x = \log_2 \frac{y}{1-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 \frac{x}{1-x}$$

با مقایسه این تابع با تابع وارون داده شده می توان فهمید:

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x}{1-x} \Rightarrow g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = 2$$

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم.

$$\text{نکته: } (f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

ابتدا ضابطه تابع $f(x)$ را به دست می آوریم:

$$f^{-1}(x) = y = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow yx - 2y = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$$

البته دقت کنید که از این نکته که در تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a = -d$ باشد، آنگاه $f^{-1}(x) = f(x)$ ، نیز می توانستیم استفاده کنیم تا

سریع تر به جواب برسیم.

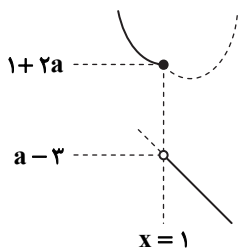
برای به دست آوردن نقاط تقاطع دو تابع $f(x)$ و $(f \circ f)(x)$ ، کافی است این دو تابع را برابر هم قرار دهیم:

$$f(x) = (f \circ f)(x) \xrightarrow{f=f^{-1}} f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(x) = x \Rightarrow \frac{2x+1}{x-2} = x \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta > 0} \text{مجموع ریشه ها} = -\frac{-4}{1} = 4$$

نکته: اگر برای هر دو مقدار a و b در یک مجموعه از اینکه $a < b$ ، آنگاه $f(a) < f(b)$ باشد، آن را اکیداً صعودی گویند.
نکته: اگر برای هر دو مقدار a و b در یک مجموعه از اینکه $a < b$ ، آنگاه $f(a) > f(b)$ باشد، آن را اکیداً نزولی گویند.
نکته: تابعی که در یک مجموعه اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد، اکیداً یکنواست.

با توجه به اینکه در ضابطه اول تابع، نمودار به صورت سهمی روبه بالا است (ضریب x^2 مثبت است) و شرط دامنه آن $(x \leq 1)$ است، پس این تابع می تواند اکیداً نزولی باشد و دارای نموداری مانند نمودار روبه رو است. طول رأس سهمی باید از ۱ بزرگ تر باشد؛ زیرا در غیر این صورت ضابطه اول غیر یکنوا می شود.



$$\text{اکیداً نزولی بودن ضابطه اول} \Rightarrow \frac{-2a}{2} \geq 1 \Rightarrow -a \geq 1 \Rightarrow a \leq -1$$

ضابطه دوم خطی است که برای نزولی بودن کافی است شیب آن منفی باشد: $a < 0$
از طرفی در نقطه $x = 1$ مقادیر تابع خطی باید کوچک تر از مقادیر سهمی باشد:

$$1+2a \geq a-3 \Rightarrow a \geq -4$$

$$-4 \leq a \leq -1 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} -1, -2, -3, -4$$

از اشتراک محدوده های به دست آمده، داریم:

بنابراین ۴ عدد صحیح در این محدوده قرار دارد.

$$\text{نکته: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

مقدار عبارت $A - B$ برابر است با:

$$\begin{aligned} A - B &= \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{(1 + \sin \alpha)(1 + \sin \alpha) - (1 + \sin^2 \alpha)}{1 - \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{1 + \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\text{نکته: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x, \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

معادله را ساده کرده و حل می کنیم:

$$\sin 2x \cos x = \sin x \Rightarrow 2 \sin x \cos x \cdot \cos x = \sin x \Rightarrow 2 \sin x \cos^2 x = \sin x \Rightarrow 2 \sin x \cos^2 x - \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x (2 \cos^2 x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x \times \cos 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = 0, \pi, 2\pi \\ \cos 2x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \end{cases}$$

بنابراین این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ دارای ۷ جواب است.

نکته: در توابع به فرم $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ ، بیشترین مقدار تابع $|a| + c$ ، کمترین مقدار تابع $-|a| + c$ و دوره تناوب به صورت $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است.

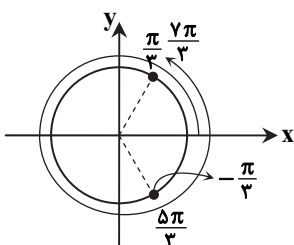
$$f(0) = 0 \Rightarrow 1 - a \cos(-\frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2$$

مطابق نمودار، تابع از نقطه $(0, 0)$ می گذرد، پس:

به ازای $x = 4\pi$ تابع f برای سومین بار پس از $-\frac{\pi}{3}$ ، محور x ها را قطع می کند.

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos(bx - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \xrightarrow{x=4\pi} \cos(4\pi b - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

از روی دایره مثلثاتی شروع به حرکت می کنیم و سومین نقطه ای پس از $-\frac{\pi}{3}$ که به ازای آن مقدار $\cos x$ برابر $\frac{1}{2}$ است را می یابیم.



اولین نقطه $\frac{\pi}{3}$ ، دومین نقطه $\frac{5\pi}{3}$ و سومین نقطه $\frac{7\pi}{3}$ است، پس داریم:

$$\cos(4\pi b - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{7\pi}{3} \Rightarrow 4\pi b - \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$f(\frac{7\pi}{3}) = 1 - 2 \cos(\frac{2}{3} \times \frac{7\pi}{3} - \frac{\pi}{3}) = 1 - 2 \cos(\frac{\pi}{3}) = 1 - 2(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 1 - \sqrt{2}$$

نکته: $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

نکته: $\sin^2 x = 2 \sin x \cos x$, $(\sin x \pm \cos x)^2 = 1 \pm 2 \sin x \cos x$

حد $\frac{0}{0}$ است و باید رفع ابهام شود. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{1 - \tan^3 x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{(1 - \tan x)(1 + \tan x + \tan^2 x)}{\sqrt{(\sin x - \cos x)^2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{(1 - \frac{\sin x}{\cos x})(1 + \tan x + \tan^2 x)}{|\sin x - \cos x|} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{(\cos x - \sin x)(1 + \tan x + \tan^2 x)}{\cos x(\cos x - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{(1 + \tan x + \tan^2 x)}{\cos x} = \frac{3}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته: تابع f را بر بازه a باز (a, b) پیوسته گوییم هرگاه در هر نقطه (a, b) پیوسته باشد.

نکته: تابع f را بر بازه بسته $[a, b]$ پیوسته گوییم هرگاه در هر نقطه (a, b) پیوسته باشد و در a از راست پیوسته و در b از چپ پیوسته باشد.

نکته:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

■ گوییم تابع f در a از راست پیوسته است (یا پیوستگی راست دارد) هرگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

■ گوییم تابع f در a از چپ پیوسته است (یا پیوستگی چپ دارد) هرگاه:

نکته: f در a پیوسته است اگر و تنها اگر f در a هم از راست و هم از چپ پیوسته باشد.

با توجه به سؤال، تابع f باید در $x = 1$ از راست پیوسته باشد و همچنین در $x = 3$ نیز پیوسته باشد:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)[x] & 1 \leq x < 3 \\ bx + \lambda & x \geq 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow -1 = -1 \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3) \Rightarrow 2 = 3b + \lambda \Rightarrow b = -2$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس های ۱ و ۲، فصل ۴)

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه ای به طول a برابر $f'(a)$ است.

نکته: به طور کلی اگر n یک عدد حقیقی باشد و $f(x) = x^n$ ، آنگاه: $f'(x) = nx^{n-1}$

شیب خط مماس برابر $\frac{7}{4}$ است، پس مقدار مشتق در نقطه α باید برابر $\frac{7}{4}$ باشد، داریم:

$$f(x) = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} \sqrt{x} \quad f'(\alpha) = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{3}{2} \sqrt{\alpha} = \frac{7}{4} \Rightarrow \sqrt{\alpha} = \frac{7}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{49}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۴)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر تابع مشتق، مشتق پذیر باشد، مشتق مرتبه دوم $y = f(x)$ را با $y'' = f''(x)$ نمایش می دهیم و برای محاسبه آن از تابع

$y' = f'(x)$ نسبت به x مشتق می گیریم.

نکته: $(f \circ g)'(x) = g'(x)f'(g(x))$

$$2f'(2x-1) = g(x^2-1) + 2x^2g'(x^2-1)$$

از طرفین مشتق می گیریم:

$$4f''(2x-1) = 2xg'(x^2-1) + 4xg'(x^2-1) + 4x^2g''(x^2-1)$$

دوباره از طرفین مشتق می گیریم:

با قرار دادن مقدار $x = 2$ داریم:

$$\Rightarrow 4f''(3) = 4g'(3) + 8g'(3) + 32g''(3) \Rightarrow 4f''(3) - 32g''(3) = 12g'(3) \xrightarrow{+4} f''(3) - 8g''(3) = 3g'(3)$$

$$g(x) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow g'(3) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

بنابراین باید $g'(3)$ را محاسبه کنیم، داریم:

$$f''(3) - 8g''(3) = 3 \times \frac{8}{9} = \frac{8}{3}$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر می شود با:

تابع در ریشه ساده داخل قدرمطلق یعنی $x = 4$ و ریشه ساده عبارت زیر رادیکال با فرجه ۳، یعنی $x = 0$ نقطه بحرانی دارد؛ زیرا تابع در هر دوی این نقاط تعریف شده است و مشتق ناپذیر است. حال مشتق تابع را به دست می آوریم و برابر صفر قرار می دهیم. برای این کار ابتدا تابع را به صورت دوضابطه ای می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x(x-4)} & x \geq 4 \\ -\sqrt[3]{x(x-4)} & x < 4 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x-4) + \sqrt[3]{x} = \frac{x-4+3x}{3\sqrt[3]{x^2}} & x > 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \quad * \\ \frac{-1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x-4) - \sqrt[3]{x} = \frac{-x+4-3x}{3\sqrt[3]{x^2}} & x < 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \checkmark \end{cases}$$

پس طول نقاط بحرانی تابع $\{0, 4, 1\}$ است و با توجه به گزینه ها، گزینه ۲ پاسخ است.

نکته ۱: در تابع چندجمله ای f اگر $A(a, b)$ نقطه عطف تابع باشد، آنگاه:

$$f''(a) = 0, f(a) = b$$

نکته ۲: فرض کنید f بر بازه ای مانند $I (I \subseteq D_f)$ پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد. هرگاه f بر این بازه جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

(الف) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی تابع f است.

(ب) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی تابع f است.

(ج) اگر f' در نقطه c تغییر علامت ندهد، به طوری که f' در هر دو طرف c مثبت یا در هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه $f(c)$ نه مینیمم نسبی است و نه ماکزیمم نسبی.

نقطه A ، نقطه عطف تابع پیوسته و مشتق پذیر f است، پس اولاً $f''(2) = 0$ و همچنین $f(2) = -1$. ابتدا مشتق دوم تابع را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a$$

$$f''(2) = 0 \Rightarrow 12 + 2a = 0 \Rightarrow a = -6$$

$$f(2) = -1 \Rightarrow 8 - 24 + 2b + 15 = -1 \Rightarrow b = 0$$

با به دست آوردن مقادیر a و b ، تابع مشتق اول به صورت زیر است که به کمک جدول تعیین علامت آن، مینیمم نسبی را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0, 4$$

x		0		4	
f'	+	0	-	0	+
f		↗	↘	↗	
		Max		Min	

بنابراین $x = 4$ طول مینیمم نسبی تابع است و مقدار آن برابر است با:

$$f(4) = -17$$

در مربع، قطر نیمساز هم است، پس AC نیمساز زاویه A در مربع است. بنابراین در مثلث ABE داریم:

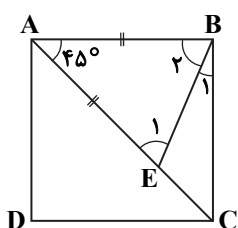
$$\hat{BAE} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

طبق فرض $AB = AE$ ، پس:

$$\hat{E}_1 = \hat{B}_2 = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = \frac{135^\circ}{2} = 67.5^\circ$$

بنابراین:

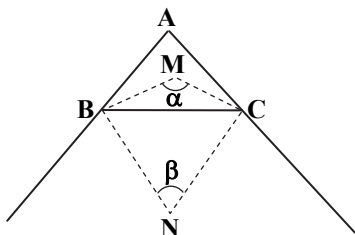
$$\hat{B}_1 = 90^\circ - \hat{B}_2 = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$$



۲۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: در هر مثلث، نیمسازهای داخلی و خارجی هر رأس بر هم عمودند؛ زیرا مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی در هر رأس برابر 180° است.
نکته: مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی برابر 360° است.
با توجه به شکل مقابل داریم:



$$\triangle BMC: \alpha = 180^\circ - \frac{\hat{B}}{2} - \frac{\hat{C}}{2} = 180^\circ - \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = 180^\circ - \frac{180^\circ - 180^\circ}{2} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

نیمسازهای داخلی و خارجی در هر رأس بر هم عمودند، پس در چهارضلعی BMCN، اندازه زوایای B و C برابر 90° است. پس مجموع دو زاویه α و β برابر 180° می‌باشد و داریم:

$$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 50^\circ$$

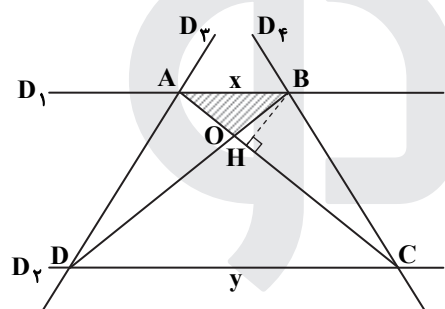
پس:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{130^\circ}{50^\circ} = \frac{13}{5} = 2/6$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (درس‌های ۳ و ۴، فصل ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها، برابر توان دوم نسبت تشابه است.
نکته: اگر ارتفاع دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع است.
با توجه به شکل مقابل و نکات فوق داریم:



$$D_1 \parallel D_2 \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}} = \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{S_{\triangle COD}} = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\triangle COD} = 18$$

اکنون با توجه به اینکه $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC}$ داریم:

$$S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC}$$

با رسم ارتفاع BH داریم:

$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{\frac{1}{2}BH \times OA}{\frac{1}{2}BH \times OC} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{2}{S_{\triangle BOC}} = \frac{OA}{OC} \quad (1)$$

$$\triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

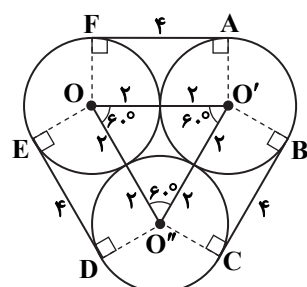
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{2}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\triangle BOC} = 6 \Rightarrow S_{\triangle AOD} = 6$$

بنابراین مساحت محدود به چهار خط D_1, D_2, D_3, D_4 برابر است با:

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} = 2 + 6 + 18 + 6 = 32$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس ۲، فصل ۱)

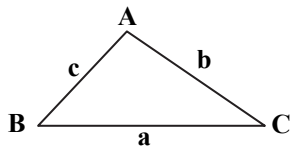
۲۲- پاسخ: گزینه ۳



مثلث $OO'O''$ متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ است. زاویه مرکزی روبه‌رو به هریک از کمان‌های AB، CD و EF برابر 120° می‌باشد، پس مجموع طول سه کمان AB، CD و EF برابر محیط یک دایره کامل به شعاع ۲ است، بنابراین:

$$\text{طول نخ} = AF + BC + ED + 2\pi r = 4 + 4 + 4 + 4\pi = 12 + 4\pi = 4(3 + \pi)$$

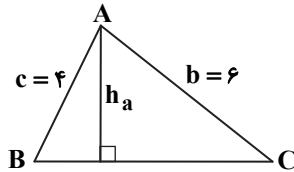
نکته: در مثلث ABC داریم:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \hat{A}$$

با توجه به نکته بالا داریم:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \hat{A} = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{4} = 52 - 12 = 40 \Rightarrow a = 2\sqrt{10}$$

$$\sin^2 \hat{A} = 1 - \cos^2 \hat{A} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \hat{A} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = 3\sqrt{15} \\ S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times h_a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10} \cdot h_a = 3\sqrt{15} \Rightarrow h_a = \frac{3\sqrt{15}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

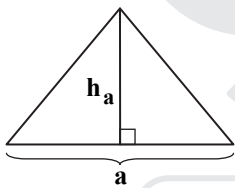
▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۴) و هندسه ۲ (درس ۴، فصل ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: مساحت مثلث با اضلاع a, b و c و محیط ۲P بر طبق قاعده هرون برابر است با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}, \quad P = \frac{a+b+c}{2}$$

نکته ۲: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب قاعده در ارتفاع.



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

نکته ۳: از دوران هر مثلث حول ارتفاعش، مخروط پدید می آید.

می دانیم بزرگ ترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر کوچک ترین ضلع است، پس مطابق شکل و با توجه به نکات ۱ و ۲، طول ارتفاع CH را حساب می کنیم:

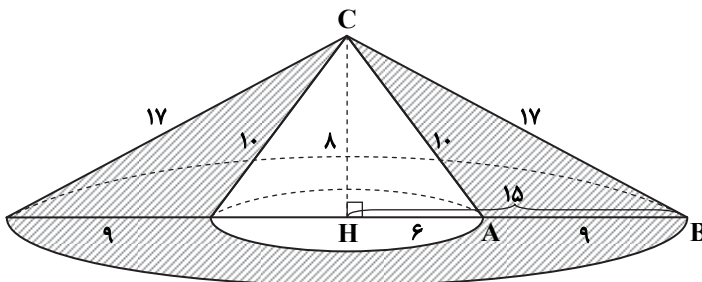
$$P = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{9 + 10 + 17}{2} = 18$$

$$\xrightarrow{\text{نکته ۱}} S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{18 \times 18 \times 9 \times 9} = 36$$

$$\xrightarrow{\text{نکته ۲}} CH = \frac{2S}{AB} = \frac{2 \times 36}{17} = 8$$

و از آنجا مطابق شکل و اعداد فیثاغورسی، واضح است که:

$$AH = 6$$



از طرفی با توجه به نکته ۳، شکل حاصل از دوران مثلث حول ارتفاع CH، شکلی است مابین دو مخروط، که حجم آن از اختلاف حجم مخروط های بزرگ و کوچک به دست می آید.

$$V_{\text{مخروط کوچک}} - V_{\text{سایه زده شده}} = V$$

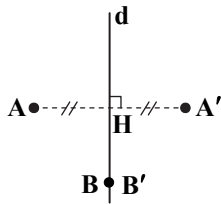
$$= \frac{1}{3} \pi \cdot BH^2 \times CH - \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \times CH$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 8(15^2 - 6^2) = \frac{8\pi}{3} \times 189 = 504\pi$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (درس ۱، فصل ۲)

نکته ۱: برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d کافی است از نقطه A به خط داده شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب A نسبت به خط d می نامیم و می نویسیم:

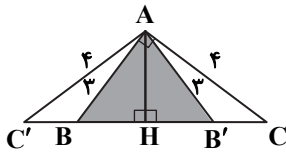
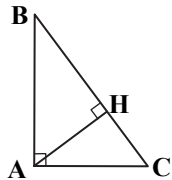


$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمود منصف پاره خط AA' خواهد بود. خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می شود.

نکته ۲: در مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$)، اگر AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، داریم:

$$AB \times AC = AH \times BC$$



$$AC = AC' = \sqrt{25 - 9} = 4$$

ابتدا با توجه به نکته ۱ و مطابق شکل، داریم:

همچنین با توجه به نکته ۲، خواهیم داشت:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

و از آنجا به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ABH داریم:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{9 - \frac{144}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$$

و در نهایت، مساحت مثلث ABB' برابر است با:

$$S_{\triangle ABB'} = \frac{1}{2} AH \times BB' = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times 2 \times \frac{9}{5} = \frac{108}{25} = 4 \frac{12}{25}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

طرفین رابطه $A = 2A^{-1}$ را در A ضرب می کنیم:

$$A = 2A^{-1} \Rightarrow A^2 = 2AA^{-1} \Rightarrow A^2 = 2I \Rightarrow A^2 - I = I \Rightarrow (A - I)(A + I) = I \Rightarrow (A - I)^{-1} = A + I$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: مجموع فاصله های هر نقطه روی بیضی از دو کانون، برابر با مقدار ثابت 2a است.

چون $OF = AF = 2$ ، پس مختصات نقطه های A، F و F' به صورت زیر است:

$$F(2, 0), A(4, 0), F'(-2, 0)$$

$$OA = 4 \Rightarrow a = 4$$

مختصات نقطه D به صورت $D(2, k)$ است. داریم:

$$DF = k, DF' = \sqrt{(2+2)^2 + (k-0)^2} = \sqrt{16 + k^2}$$

$$DF + DF' = 2a \Rightarrow k + \sqrt{16 + k^2} = 8 \Rightarrow \sqrt{16 + k^2} = 8 - k$$

$$\Rightarrow 16 + k^2 = 64 - 16k + k^2 \Rightarrow 16k = 48 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow D(2, 3)$$

بنابراین طول پاره خط AD برابر است با:

$$AD = \sqrt{(4-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

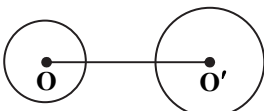
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

مختصات مرکز و اندازه شعاع دو دایره را مشخص می کنیم:

$$x^2 + y^2 - 10y + 20 = 0 \Rightarrow \text{مرکز: } O \left(0, 5 \right), \text{ شعاع: } R = \frac{1}{4} \sqrt{0 + 100 - 80} = \frac{1}{4} \sqrt{20} = \sqrt{5} = 2 \frac{1}{2}$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 6 = 0 \Rightarrow \text{مرکز: } O' \left(2, -3 \right), \text{ شعاع: } R' = \frac{1}{4} \sqrt{16 + 36 - 24} = \frac{1}{4} \sqrt{28} = \sqrt{7} = 2 \frac{1}{6}$$



$$\text{فاصله مراکز دو دایره} = OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68} = 8 \frac{1}{2}$$

با توجه به اینکه $OO' > R + R'$ است لذا دو دایره متخارج اند.

نکته ۱: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$ (زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است).

$$۲ \text{ نکته } \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

$$۳ \text{ نکته } \vec{a} \cdot (\vec{b} \pm \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} \pm \vec{a} \cdot \vec{c}$$

با توجه به نکات، داریم:

$$۳\vec{a} \cdot (\vec{b} - ۲\vec{a}) = -۲۴ \Rightarrow ۳\vec{a} \cdot \vec{b} - ۶\vec{a} \cdot \vec{a} = -۲۴ \Rightarrow ۳|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta - ۶|\vec{a}|^2 = -۲۴ \Rightarrow ۳(۲\sqrt{۲})(۴) \cos \theta - ۶(۲\sqrt{۲})^2 = -۲۴$$

$$\Rightarrow ۲۴\sqrt{۲} \cos \theta - ۴۸ = -۲۴ \Rightarrow ۲۴\sqrt{۲} \cos \theta = ۲۴ \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta = ۴۵^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۴)

نکته ۱: برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عدد حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه در آماره نظیر آن پارامتر.

نکته ۲: پارامتر جامعه یک مشخصه عددی است که توصیف‌کننده جنبه خاصی از جامعه است.

با توجه به نکات، واضح است که پارامتر جامعه در این مسئله، میانگین است، پس ابتدا میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+۲+۴+۶}{۵} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

اندازه فضای نمونه‌ای برابر است با تعداد نمونه‌های دوتایی، یعنی انتخاب دو عضو از میان ۵ عضو:

$$n(S) = \binom{۵}{۲} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$

و اندازه پیشامد برابر است با تعداد نمونه‌های دوتایی که میانگین آن‌ها با پارامتر جامعه، یعنی $\bar{x} = ۳$ برابر می‌شود، پس مجموع این دو عضو

باید برابر ۶ شود. این نمونه‌های دوتایی عبارتند از: «دقت کنید که دو داده ۲ داریم»

$$\{۴, ۲\}, \{۲, ۲\} : n(A) = ۲$$

بنابراین احتمال اینکه برآورد نمونه‌های دو عضوی برابر ۳ شود، برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)

نکته ۱: گزاره‌نما با نماد $\forall$ یک گزاره سوری عمومی خوانده می‌شود و زمانی درست است که به‌ازای همه مقادیر دامنه متغیر برقرار بوده و هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

نکته ۲: گزاره‌نما با نماد $\exists$ یک گزاره سوری وجودی خوانده می‌شود و زمانی درست است که به‌ازای برخی مقادیر دامنه متغیر برقرار بوده و مجموعه جواب آن تهی نباشد.

با توجه به نکات، در گزاره سوری ارائه‌شده بایستی به‌ازای هر عضو از مجموعه A مانند x حداقل یک عضو مانند y از مجموعه A موجود باشد به‌طوری که $x + y$ بزرگ‌تر یا مساوی k باشد. با توجه به اعضای مجموعه $A = \{۱۲, ۱۳, ۱۴, \dots, ۶۴\}$ اگر $x = ۱۲$ و $y = ۶۴$ باشد، آنگاه $x + y = ۷۶$ خواهد بود و رابطه $x + y \geq ۷۶$ برقرار است، پس k نمی‌تواند ۷۷ باشد؛ زیرا در این صورت ارزش گزاره سوری نادرست خواهد بود. (برای $x = ۱۲$ ، مقداری برای y وجود ندارد که $x + y \geq ۷۷$ باشد).

واضح است که به‌ازای $k = ۷۶$ همه اعضای A با حداقل یکی از اعضای A در رابطه $x + y \geq ۷۶$ صدق می‌کنند، پس: $k_{\max} = ۷۶$ که مجموع ارقام آن، برابر است با: $۷ + ۶ = ۱۳$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۱)

نکته: برای هر سه مجموعه دلخواه A، B و C داریم:

$$۱) A - B = A \cap B'$$

$$۲) (A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$$

$$۳) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$۴) A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$۵) A \cup A' = U$$

$$۶) U \cup A = U$$

$$۷) U \cap A = A$$

با توجه به نکات، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A \cup [(B \cap A') \cup (B \cap C)] &= A \cup [B \cap (A' \cup C)] = (A \cup B) \cap [A \cup (A' \cup C)] = (A \cup B) \cap [(A \cup A') \cup C] \\ &= (A \cup B) \cap [U \cup C] = (A \cup B) \cap U = A \cup B \end{aligned}$$

نکته (قانون بیز): فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت برای پیشامد دلخواه A و $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)}$$

از آنجایی که تعداد مردهای شهر A دو برابر تعداد مردهای شهر B است، پس احتمال انتخاب مرد در شهرهای A و B به ترتیب برابر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ است.

$$P(\text{شاغل بودن}) = \frac{2}{3} \times \frac{80}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{60}{100}$$

و احتمال اینکه این فرد شاغل از شهر A باشد، برابر است با:

$$P(\text{شاغل بودن} | \text{از شهر A باشد}) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{80}{100}}{\frac{2}{3} \times \frac{80}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{60}{100}} = \frac{16}{16+6} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس‌های ۲ و ۳، فصل ۳)

۳۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها که به صورت صعودی مرتب شده‌اند را میانه نامیده و با Q_2 نمایش می‌دهیم.

اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه دقیقاً عدد وسط است.

اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر با میانگین دو داده وسط است.

نکته ۲: میانه نیمه اول داده‌ها را با Q_1 نمایش داده و چارک اول می‌نامیم و میانه نیمه دوم داده‌ها را با Q_3 نمایش داده و چارک سوم می‌نامیم.

نکته ۳: میانگین، واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات n داده $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ به ترتیب برابرند با:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

انحراف معیار: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

CV = $\frac{\sigma}{\bar{x}}$: ضریب تغییرات

با توجه به نکات ۱ و ۲، ابتدا میانه و چارک‌های اول و سوم داده‌ها را تعیین می‌کنیم:

نیمه اول: ۲, ۳, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰
نیمه دوم: ۲, ۳, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰

$Q_1 = \frac{2+5}{2} = 3.5$ $Q_3 = \frac{8+9}{2} = 8.5$

واضح است که داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم عبارتند از:

۲, ۳, ۹, ۱۰

اینک با توجه به نکته ۳، خواهیم داشت:

$$\bar{X} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (9-6)^2 + (10-6)^2}{4} = \frac{16 + 9 + 9 + 16}{4} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{25}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2} \sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\frac{5}{2} \sqrt{2}}{5} = \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: در اثبات به روش برهان خلف، فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد، سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست مبتنی بر فرض، به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا (با توجه به منطقی بودن همه مراحل) معلوم می‌شود که فرض نادرست بودن حکم باطل است و درستی حکم اثبات می‌شود.

اگر α و β هر دو گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد، عدد $2\alpha - \beta$ حتماً گنگ است. برای اثبات این موضوع به کمک برهان خلف می‌توان نوشت:

فرض می‌کنیم $2\alpha - \beta$ عددی گویا باشد، از طرفی می‌دانیم $\alpha + \beta$ نیز گویا است، پس داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = \frac{a}{b} & (b \neq 0) \text{ گویا} \\ \alpha + \beta = \frac{a'}{b'} & (b' \neq 0) \text{ گویا} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 3\alpha = \frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} \Rightarrow \underbrace{\alpha}_{\text{گنگ}} = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{b} + \frac{a'}{b'} \right)$$

با توجه به نتیجه، فرض خلف نادرست است و $2\alpha - \beta$ حتماً عددی گنگ است.

حال برای بررسی گویا یا گنگ بودن $\alpha^2 + \beta^2$ می‌توان مثال‌های زیر را در نظر گرفت:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{2} + 1 \\ \beta = \sqrt{2} - 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6 \text{ گویا}$$

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt[3]{2} \\ \beta = 1 - \sqrt[3]{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = \sqrt[3]{4} + 1 - 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2} + 1 \text{ گنگ}$$

بنابراین $\alpha^2 + \beta^2$ ممکن است گویا یا گنگ باشد.

نکته: اگر a ، عدد صحیح فرد باشد، آنگاه عدد صحیح q وجود دارد به‌طوری که $a^2 = 8q + 1$.

چون a فرد است، پس $a + 4$ نیز فرد است. عدد فرد فقط بر عدد فرد بخش‌پذیر است، بنابراین با توجه به اینکه عدد فرد $a + 4$ بر عدد b بخش‌پذیر است، نتیجه می‌گیریم b نیز فرد است.

اکنون چون a و b هر دو فرد هستند، با توجه به نکته داریم:

$$a^2 + 2b^2 + 1 = 8q + 1 + 2(8q' + 1) + 1 = 8q + 16q' + 4 = 4(\underbrace{2q + 4q'}_k + 1) = 4k$$

یعنی عدد موردنظر بر ۴ بخش‌پذیر است. بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

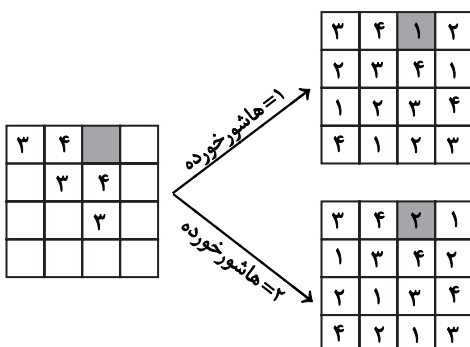
نکته: اگر $ab \equiv ac \pmod{m}$ و $(a, m) = 1$ ، آنگاه $b \equiv c \pmod{m}$.

$$12^n - 3^n \equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow 3^n(4^n - 1) \equiv 0 \pmod{25} \xrightarrow{(3^n, 25)=1} 4^n - 1 \equiv 0 \pmod{25} \Rightarrow 4^n \equiv 1 \pmod{25}$$

$$4^5 = 1024 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow 4^{10} \equiv 1 \pmod{25} \Rightarrow n = 10 \text{ کوچک‌ترین مقدار طبیعی برای } n$$

نکته: یک جدول مربعی $n \times n$ که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱ تا n پر شده است به‌طوری که هیچ سطر و ستونی عدد تکراری ندارد، مربع لاتین گفته می‌شود.

با توجه به نکته، در مربع هاشورخورده اگر عدد ۱ یا ۲ قرار دهیم، مابقی خانه‌های مربع به شکل کاملاً منحصر به فرد پر می‌شوند. در نتیجه فقط به ۲ طریق زیر، مربع لاتین 4×4 به‌دست می‌آید:



بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۳)

نکته ۱: تعداد حالات توزیع n شیء متمایز بین k نفر به طوری که حداقل به یک نفر هیچ شیء نرسد، برابر است با تعداد توابع غیر پوشا از یک مجموعه n عضوی به یک مجموعه k عضوی.

نکته ۲: تعداد کل توابع از یک مجموعه n عضوی به یک مجموعه k عضوی برابر است با: k^n

نکته ۳: تعداد توابع پوشا از یک مجموعه n عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر است با: $3^n - 3 \times 2^n + 3$

نکته ۴: تعداد توابع غیر پوشا برابر است با تعداد کل توابع منهای تعداد توابع پوشا.

با توجه به نکات، داریم:

$$115 - 3 = 112 = 3 \times 128 - 3 = 3^7 - (3^7 - 3 \times 2^7 + 3) = 3^7 - \text{تعداد کل توابع} = \text{تعداد حالات}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۲)

نکته: یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هریک از رئوس دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر مینیمال می نامیم.

هریک از گزینه ها را بررسی می کنیم:

(۱) اصلاً احاطه گر نیست؛ زیرا رأس b را احاطه نمی کند.

(۲) مینیمال نیست؛ زیرا با حذف رأس d احاطه گر می ماند.

(۳) مینیمال نیست؛ زیرا با حذف رأس g احاطه گر می ماند.

(۴) مینیمال است، اما مینیمم نیست؛ زیرا مجموعه ای با اعضای کمتر مانند $\{b, h, i\}$ وجود دارد که مینیمم و مینیمال است.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

“ فیزیک ”

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

■ احتمال اینکه ^{238}U نوترونی را جذب کند و شکافته شود بسیار کمتر از ^{235}U است و به همین دلیل ^{238}U مانع زنجیره ای شدن واکنش شکافت می شود.

■ جرم محصولات شکافت از جرم ^{236}U (هسته مرکب) کمتر است و این اختلاف جرم طبق رابطه $E = mc^2$ به انرژی تبدیل می شود.

■ نوترون های آزاد شده در شکافت ^{235}U نوترون های تند هستند (انرژی جنبشی زیادی دارند) که به احتمال زیاد جذب ^{238}U می شوند و باعث شکافت نمی شوند. معمولاً نوترون های کند می توانند باعث شکافت ^{235}U شوند.

■ غنی سازی یعنی افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ^{235}U در یک نمونه از اورانیم.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$F = |q|vB\sin\theta \Rightarrow N = C \times \frac{m}{s} \times T \Rightarrow T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

شیب خط نمودار سرعت- زمان در ۵ ثانیه اول حرکت ثابت است. در این صورت اگر سرعت در لحظه شروع حرکت را $3v$ فرض کنیم، سرعت در لحظه $t = 5s$ برابر $2v$ است.

با استفاده از سطح زیر نمودار در مدتی که سرعت متحرک منفی است می توان نوشت:

$$\ell = S = \frac{2v(t-3)}{2} \Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2v(t-3)}{2(t-3)} = v$$

در ۵ ثانیه ابتدایی حرکت، شتاب منفی است. در این صورت داریم:

$$S_1 = \frac{3v \times 3}{2} = \frac{9v}{2} \quad S_2 = \frac{2 \times 2v}{2} = 2v \quad s'_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{\frac{9}{2}v + 2v}{5} = \frac{6/5v}{5} = 1/3v$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{s'_{av}}{s_{av}} = \frac{1/3v}{v} = 1/3$$

$$\begin{cases} v^2 - 0 = 2 \times 2 \times d_1 \\ 0 - v^2 = 2 \times (-5) \times d_2 \end{cases} \Rightarrow 2d_1 = 5d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{2}{5}d_1 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$d_1 + d_2 = 315 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} d_1 + \frac{2}{5}d_1 = 315$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5}d_1 = 315 \Rightarrow d_1 = \frac{5 \times 315}{7} = 225 \text{ m}$$

$$d_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 225 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

الف) نمودار مکان-زمان به صورت سهمی است، پس شتاب حرکت ثابت است.
ب و پ) در لحظه $t = 12 \text{ s}$ و $t = 7 \text{ s}$ به ترتیب مکان و سرعت متحرک صفر است.

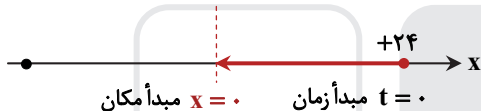
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(12)^2 + v_0(12) + 24 \\ v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a(7) + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 72a + 12v_0 = -24 \\ 7a + v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = -14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x' = 7^2 + (-14 \times 7) + 24 = -25 \text{ m} \Rightarrow \vec{r} = (-25 \text{ m})\vec{i}$$

توجه کنید که بردار مکان، برداری است که روی مسیر حرکت از مبدأ مکان به مکان مورد نظر وصل می شود.



ت) وقتی متحرک برای دومین بار از مبدأ عبور می کند شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ مثبت است، پس سرعت نیز مثبت است.
بردار جابه جایی تا لحظه دومین عبور از مبدأ:



بنابراین هر ۴ مورد بیان شده درست هستند.

در مدتی که سنگ ۲۰ متر سقوط می کند، اتومبیل مسافت AB را طی می کند. (ارتفاع C نسبت به سقف ماشین، ۲۰ متر است).
مدت زمان رسیدن به سقف اتومبیل برابر است با:

$$\text{سنگ: } \Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

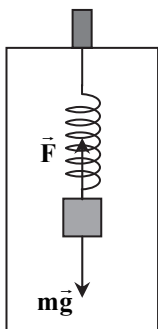
در این صورت با توجه به مشخص بودن جابه جایی اتومبیل، سرعت آن برابر است با:

$$\text{اتومبیل: } \Delta x = v\Delta t \Rightarrow 48 = 2v_1 \Rightarrow v_1 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نیروی کشش طناب در دو سر آن هم اندازه است؛ یعنی طناب بر هر دو نفر 500 N نیرو وارد می کند.

$$F_{\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_N = mg \Rightarrow F_N = 1000 \text{ N} \\ f_s = T \Rightarrow f_s = 500 \text{ N} \end{cases}$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{500^2 + 1000^2} = 500\sqrt{5} \text{ N}$$

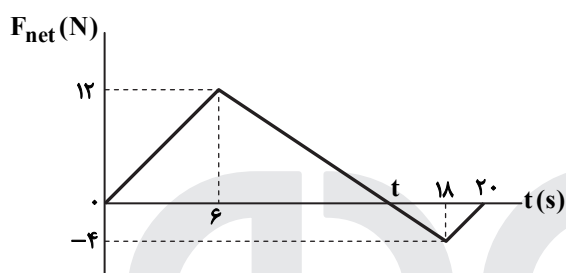


وقتی جسم به وسیله یک فنر (یا طناب) از سقف آسانسور آویخته شده است در حالتی که آسانسور ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند، نیروی فنر (یا طناب) برابر وزن جسم می شود ($F = mg$). همچنین در حالتی که آسانسور شتاب روبه بالا داشته باشد $F = m(g + a)$ و در حالتی که آسانسور شتاب روبه پایین داشته باشد $F = m(g - a)$ است (با فرض $a < g$). توجه کنید که در این دو رابطه a بزرگی شتاب حرکت است. با توجه به اینکه طول فنر در حالت حرکت آسانسور کمتر از حالت ساکن شده معلوم می شود شتاب آسانسور روبه پایین بوده است.

$$\left. \begin{aligned} \text{آسانسور ساکن: } F_e = mg &\Rightarrow k(L_1 - L_0) = mg \\ \text{شتاب رو به پایین: } F_e = m(g - a) &\Rightarrow k(L_2 - L_0) = m(g - a) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه}} \frac{65 - L_0}{63 - L_0} = \frac{10}{10 - 2} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 4(65 - L_0) = 5(63 - L_0) \Rightarrow L_0 = 55 \text{ cm}$$

از تشابه دو مثلث داریم:



$$\frac{t - 6}{18 - t} = \frac{12}{-4} = -3 \Rightarrow 54 - 3t = t - 6 \Rightarrow 60 = 4t \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

$$(F_{\text{net}} - t) = \Delta p$$

$$\Rightarrow \frac{15 \times 12}{2} - \frac{5 \times 4}{2} = p_2 - 0 \Rightarrow 90 - 10 = p_2$$

$$\Rightarrow p_2 = 80 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{80 \times 80}{2 \times 5} = 640 \text{ J}$$

در صورتی جابه جایی به اندازه قطر است که ذره به نقطه مقابل مکان اولیه خود برسد. یعنی در هر ثانیه ذره π رادیان کمان را طی می کند.

$$\frac{\pi}{2\pi} = \frac{1s}{T} \Rightarrow T = 2s \quad T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \quad a = \frac{v^2}{r} = \frac{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow a = \frac{4\pi^2 (0.9)}{4} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{برای } m_2 \text{ نیروی خالص صفر است.} \Rightarrow F_{32} = F_{12} \Rightarrow \frac{Gm_2 m_2}{(2d)^2} = \frac{Gm_1 m_2}{d^2} \Rightarrow m_2 = 4m_1$$

$$\left. \begin{aligned} F_{21} &= \frac{Gm_2 m_1}{d^2} = 3 \frac{Gm_1^2}{d^2} \\ F_{31} &= \frac{Gm_3 m_1}{(3d)^2} = \frac{4}{9} \frac{Gm_1^2}{d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{F_{21}}{F_{31}} = \frac{3}{\frac{4}{9}} = \frac{27}{4}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\ell_1 - 30}{\ell_1} \Rightarrow 3\ell_1 - 90 = \ell_1 \Rightarrow \ell_1 = 45 \text{ cm}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{45}{100\pi^2}} = 2 \times \frac{3\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \text{ s}$$

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{E}{A \cdot \Delta t} = \frac{3/6}{400 \times 10^{-4} \times 3600} = \frac{1}{40} = 2/5 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

توان متوسط انتقال انرژی (P_{av}) با مربع دامنه نسبت مستقیم دارد و شدت صوت هم با P_{av} نسبت مستقیم دارد، پس با ۵ برابر شدن دامنه منبع، شدت صوت در هر نقطه ۲۵ برابر می شود.

$$I_2 = 25 I_1 = 62/5 \times 10^{-2} = 0/625 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow 500 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f}$$

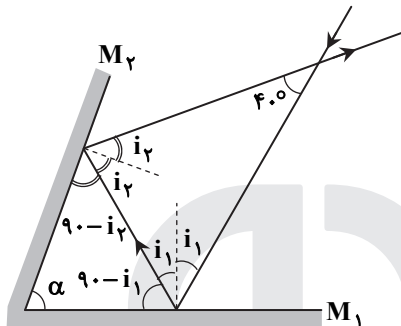
$$\Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

■ بسامد این پرتو در هر محیط که منتشر شود، همین ۶۰۰ تراهرتز است.

■ با تغییر محیط، رنگ پرتو تغییر نمی کند و باز هم مرئی خواهد بود. (برای مثال وقتی نور از هوا به آب یا برعکس حرکت می کند نه تنها هنوز هم مرئی است بلکه رنگ آن هم تغییر نمی کند و به همین دلیل رنگ اجسام زیر آب، بدون تغییر دیده می شود).

■ طول موج پرتوها به نسبت عکس ضریب شکست تغییر می کند.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{2} \times 500 = 250 \text{ nm}$$



$$\left. \begin{aligned} \alpha + (90 - i_1) + (90 - i_2) &= 180 \Rightarrow \alpha = i_1 + i_2 \\ 40 + 2i_1 + 2i_2 &= 180 \Rightarrow i_1 + i_2 = \frac{140}{2} = 70^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha = 70^\circ$$

طول موج قبل از ورود به شکاف ۲۰ cm است؛ زیرا:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5} \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

از آنجایی که پس از عبور موج از شکاف، بسامد و تندی انتشار آن تغییر نمی کند، پس طول موج موج پراشیده شده همان ۲۰ cm باقی خواهد ماند.

$$f = \frac{nv}{\lambda L} \Rightarrow 300 = \frac{3 \times v}{2 \times 10^{-8} / \lambda} \Rightarrow v = 160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 160 = \sqrt{\frac{64 \times 10^{-8} / \lambda}{m}} \Rightarrow m = \frac{64 \times 10^{-8} / \lambda}{16 \times 16 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} = 2 \text{ g}$$

$$v_{\text{max}_2} = 2v_{\text{max}_1} \Rightarrow K_{\text{max}_2} = 4K_{\text{max}_1}$$

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{\text{max}_1} = hf - W_0 \\ 4K_{\text{max}_1} = 2hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow 2hf - W_0 = 4(hf - W_0) \Rightarrow W_0 = \frac{2}{3} hf$$

اولاً با جذب یک فوتون، الکترون از تراز پایین تر به تراز بالاتر می رود.

ثانیاً هر چه طول موج بلندتر باشد، فوتون کم انرژی تر و در نتیجه ΔE بین دو تراز کمتر می شود. پس لازم است تراز مقصد هر چه نزدیک تر باشد و الکترون از تراز ۴ به تراز ۵ رود.

$$hf = E_5 - E_4 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = -\frac{E_R}{25} - \frac{-E_R}{16} = \frac{9E_R}{400}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{400 \cdot hc}{9E_R} = \frac{400 \times (4/14 \times 10^{-15}) \times (3 \times 10^8)}{9 \times 13/6} = \frac{4 \times 4/14 \times 10^{-5}}{3 \times 13/6} = 4/0.59 \times 10^{-6} \text{ m} \approx 410 \text{ nm}$$

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23} \Rightarrow F_{23} = F_{13} = \frac{k|q_1 q_3|}{AC^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 200 \times 10^{-18}}{(3 \times 10^{-1})^2} = 2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

در حالت اول داریم:

در حالت دوم نیرویی که q_3 و q_2 بر یکدیگر وارد می کنند ۶ برابر مقدار فوق است؛ زیرا اندازه q_3 و q_2 یکی سه برابر و یکی دو برابر شده و فاصله آنها هم فرقی نکرده است.

$$F'_{23} = 6 \times 2 \times 10^{-5} = 1/2 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow A = \frac{Q}{\sigma} = \frac{6 \times 10^{-12}}{5 \times 10^{-9}} = 1/2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A = 4\pi r^2 = 1/2 \times 10^{-3} \Rightarrow r^2 = 0/1 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \Rightarrow r = 0/1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

اختلاف پتانسیل نقطه وسط میدان با هر صفحه برابر با $\frac{V}{2}$ است $(|\Delta V| = Ed)$ و در نتیجه انرژی پتانسیل هریک از بارها تا رسیدن به

صفحه مقابل خود به اندازه $|\Delta U| = |q\Delta V| = \frac{|q|V}{2}$ کاهش می یابد و به انرژی جنبشی هر بار تبدیل می شود. از طرفی، اندازه بار الکترون و پروتون نیز برابر است، پس تغییر انرژی جنبشی آنها نیز برابر خواهد بود.

$$\Delta K_{\text{پروتون}} = \Delta K_{\text{الکترون}} \Rightarrow \frac{1}{2} m_p v_p^2 - 0 = \frac{1}{2} m_e v_e^2 - 0 \Rightarrow \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

با کاهش مقاومت رئوستا (R) در مدار «الف»، جریان مدار «الف» و در نتیجه شدت نور لامپ افزایش می یابد. با افزایش نور لامپ، مقاومت LDR در مدار «ب» کم می شود. بنابراین:

$$R_{\text{LDR}} \downarrow \Rightarrow R_{\text{eq(ب)}} \downarrow \xrightarrow{I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r}} I \uparrow$$

با افزایش جریان مدار، عدد ولت سنج که برابر $V = \mathcal{E} - rI$ است، کاهش می یابد.

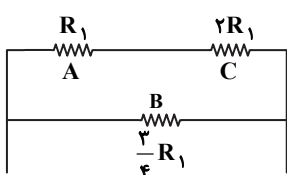
در مدار «ب» طبق قانون ولتاژها داریم:

$$V_{\text{باتری}} = V_{R_1} + V_{R_2} \xrightarrow{V_{R_1} = R_1 I, I \uparrow} V_{R_2} \downarrow$$

$$V_{R_2} = R_2 I_2 \xrightarrow{R_2 = \text{ثابت}} I_2 \downarrow \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج کاهش یافته است.}$$

$$\left. \begin{aligned} V &= R_{\text{eq}} I = \frac{R_{\text{eq}} \mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r} \\ \text{حالت اول: } R_{\text{eq}} &= 20 \Omega \\ \text{حالت دوم: } R'_{\text{eq}} &= \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 12 \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{\frac{R'_{\text{eq}}}{R'_{\text{eq}} + r}}{\frac{R_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}} + r}} \Rightarrow 0/9 = \frac{12 + r}{20 + r} \Rightarrow \frac{18}{20 + r} = \frac{12}{12 + r}$$

$$\Rightarrow 3(12 + r) = 2(20 + r) \Rightarrow r = 4 \Omega$$

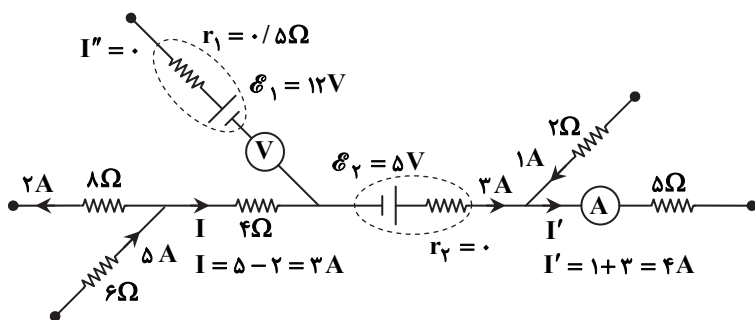


$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\pi d^2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{R_B}{R_A} = \frac{L_B}{L_A} \cdot \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = \frac{30}{10} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow R_B = \frac{3}{4} R_A \\ \frac{R_C}{R_A} = \frac{L_C}{L_A} \cdot \left(\frac{d_A}{d_C}\right)^2 = \frac{5}{10} \times \left(\frac{1}{0.5}\right)^2 = 2 \Rightarrow R_C = 2 R_A \end{cases}$$

پس اگر R_A را R_1 بنامیم، مدار به صورت روبه رو است و داریم:

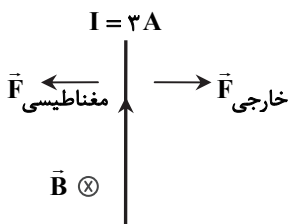
$$R_B I_B = (R_A + R_C) I_C \Rightarrow \frac{3}{4} R_1 I_B = (R_1 + 2R_1) I_C \Rightarrow \frac{3}{4} I_B = 3 I_C \Rightarrow I_A = I_C = \frac{1}{4} I_B$$

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_B}{P_C} = \frac{R_B}{R_C} \cdot \left(\frac{I_B}{I_C}\right)^2 = \frac{3}{4} \times (4)^2 = 6$$



باید توجه داشت که مقاومت درونی ولت سنج آرمانی بسیار بالاست و اگر به صورت متوالی در مدار بسته شود، جریان در آن شاخه صفر خواهد بود. ($I'' = 0$)

۶۷- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به قاعده دست راست نیروی مغناطیسی به سمت چپ است، پس باید به سمت راست بر سیم نیرو وارد کنیم و بزرگی آن برابر باشد با:

$$F_{\text{مغناطیسی}} = F_{\text{خارجی}} = I l B \sin 90^\circ = 3 \times 0.5 \times 200 \times 10^{-4} = 0.3 \text{ N}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۱

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{\ell} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10 \times 10^{-4} \times 500^2}{3 / 14 \times 10^{-1}} = 1 \times 10^{-3} \text{ H} = 1 \text{ mH}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I} = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{N |\Delta \Phi|}{R \Delta t} \\ \Delta q &= \bar{I} \Delta t = \frac{N |\Delta \Phi|}{R \Delta t} \times \Delta t = \frac{N |\Delta \Phi|}{R} \Rightarrow \Delta q = \frac{20 \times 0.1}{5} = 0.4 \text{ C} \end{aligned}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

فرایند AB، یک خط راست مبداءگذر است؛ بنابراین فرایندی هم فشار است. پس فشار گاز (شیب خط) در همه جا یکسان است:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{250} = \frac{3}{T_2} \Rightarrow T_2 = 375 \text{ K}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ mol}$$

$$W = -P \Delta V = -n R \Delta T = -0.2 \times 8 \times (375 - 250) = -200 \text{ J}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

در میان شش فرایند ماشین‌های بنزینی، پیستون فقط در مراحل آتش گرفتن و تخلیه، ساکن است و در چهار مرحله ضربه تراکم، ضربه قدرت، ضربه مکش و ضربه خروج گاز، در حال حرکت است.

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \times V_1}{77 + 273} = \frac{3 \times V_2}{177 + 273} \Rightarrow \frac{2V_1}{350} = \frac{3V_2}{450} \Rightarrow V_2 = \frac{2 \times 450}{3 \times 350} V_1 = \frac{6}{7} V_1$$

پس V_2 از V_1 کمتر است؛ در نتیجه:

$$V_1 - 2 = \frac{6}{7} V_1 \Rightarrow V_1 = 14 \text{ L}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

$$V_1 = \frac{m}{\rho} = \frac{750}{\frac{15}{16}} = \frac{750 \times 16}{15} = 800 \text{ cm}^3$$

$$V_{2, \text{ظرف}} = V_1 (1 + 3 \alpha \Delta \theta) = 800 (1 + 6 \times 10^{-5} \times (-50)) = 800 - 2.4$$

$$V_{2, \text{مایع}} = V_1 (1 + \beta \Delta \theta) = 800 (1 + 10^{-3} \times (-50)) = 800 - 40$$

$$V_{2, \text{ظرف}} - V_{2, \text{مایع}} = (800 - 2.4) - (800 - 40) = 40 - 2.4 = 37.6 \text{ cm}^3$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P_{\text{گاز}} + P_{\text{ستون جیوه}} = P_0 \Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای: } P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = -P_{\text{ستون جیوه}} = -50 \times \sin 30^\circ = -40 \text{ cmHg}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

راه حل اول:

$$W_f = E_f - E_i = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) = \Delta K + \Delta U \Rightarrow W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + mg\Delta h$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 0.8 \times (3.0^2 - 1.0^2) + 0.8 \times 10 \times (-45) = 320 - 360 = -40 \text{ J} \Rightarrow |W_f| = 40 \text{ J}$$

راه حل دوم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \Delta K \Rightarrow -mg\Delta h + W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$-0.8 \times 10 \times (-45) + W_f = \frac{1}{2} \times 0.8 \times (3.0^2 - 1.0^2) \Rightarrow 360 + W_f = 320 \Rightarrow W_f = -40 \text{ J} \Rightarrow |W_f| = 40 \text{ J}$$

شیمه

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

$$\frac{1}{10.7 \times 10^{23}} \times \frac{1 \text{ مولکول}}{20 \text{ اتم}} \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_5N_3O_9}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} \times \frac{227 \text{ g}}{1 \text{ mol } C_3H_5N_3O_9} = 2/0.1 = 2 \text{ g}$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

عبارت اول: در این نمونه ۵۰ اتم لیتیم وجود دارد و هر اتم دارای ۱ الکترون ظرفیتی است؛ بنابراین در این نمونه، ۵۰ الکترون ظرفیتی وجود دارد.

عبارت سوم:

$$\left. \begin{aligned} \text{شمار پروتون‌ها} &= 50 \times 3 = 150 \\ \text{شمار نوترون‌ها} &= 3 \times (6-3) + 47 \times (7-3) = 197 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 197 - 150 = 47$$

عبارت چهارم: با توجه به آرایش الکترونی لیتیم ($1s^2 2s^1$) این عبارت درست است.

بررسی عبارت نادرست:

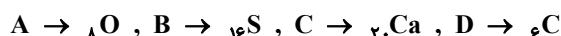
عبارت دوم:

$$M = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} = \frac{(3 \times 6) + (47 \times 7)}{50} = 6/94$$

جرم اتمی میانگین، ۰/۰۶ واحد از جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر (۷) کمتر است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)



اکسیژن و گوگرد، هر دو در گروه ۱۶ قرار دارند و آرایش لایه ظرفیت آن‌ها مشابه ($ns^2 np^4$) است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) عناصر متعلق به گروه ۱۴ جدول تنها با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسند و به یون تبدیل نمی‌شوند.

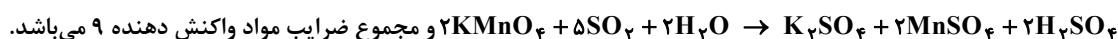
(۳) آرایش الکترونی اتم C به صورت: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ و متعلق به گروه ۲ و دسته s جدول دوره‌ای است.

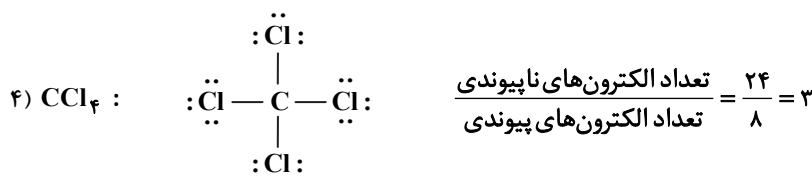
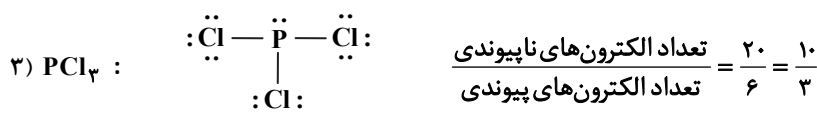
(۴) اتم A نافلز از گروه ۱۶ و اتم C، فلزی متعلق به گروه ۲ جدول است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

موازنة واکنش به صورت زیر است:





$$\frac{۱۰}{۳} > ۳ > ۲ > ۱ \Rightarrow$$

پاسخ: گزینه ۳ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

جرم فراورده های گازی را محاسبه می کنیم که با کاهش جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش برابر است.



$$\text{جرم N}_2 = ۰ / ۱ \text{mol Cr}_2\text{O}_3 \times \frac{۱ \text{mol N}_2}{۱ \text{mol Cr}_2\text{O}_3} \times \frac{۲۸ \text{g N}_2}{۱ \text{mol N}_2} = ۲ / ۸ \text{g}$$

$$\text{جرم H}_2\text{O} = ۰ / ۱ \text{mol Cr}_2\text{O}_3 \times \frac{۴ \text{mol H}_2\text{O}}{۱ \text{mol Cr}_2\text{O}_3} \times \frac{۱۸ \text{g H}_2\text{O}}{۱ \text{mol H}_2\text{O}} = ۷ / ۲ \text{g}$$

$$\text{جرم کاهش} = ۲ / ۸ + ۷ / ۲ = ۱۰ \text{g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

غلظت محلول جدید به وجود آمده در ظرف «III»، از تقسیم مجموع مقدار مول های مس (II) سولفات در محلول های «I» و «II»، بر مجموع حجم محلول های «I» و «II»، و آب در ظرف «III» به دست می آید؛ بنابراین:

$$\text{«I» محلول در محلول «II» سولفات در محلول «III»} = \frac{۰ / ۱ \text{mol CuSO}_4}{۱ \text{L محلول}} \times \frac{۱ \text{L}}{۱۰۰۰ \text{mL}} \times ۵۰۰ \text{mL} = ۰ / ۰۵ \text{mol}$$

$$\text{«II» محلول در محلول «II» سولفات در محلول «III»} = \frac{۰ / ۴ \text{mol CuSO}_4}{۱ \text{L محلول}} \times \frac{۱ \text{L}}{۱۰۰۰ \text{mL}} \times ۲۵۰ \text{mL} = ۰ / ۱ \text{mol}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولار محلول جدید} = \frac{(۰ / ۰۵ + ۰ / ۱) \text{mol CuSO}_4}{(۰ / ۵ + ۰ / ۲۵ + ۰ / ۷۵) \text{L}} = ۰ / ۱ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به یکسان بودن جرم مولی گاز کربن مونوکسید با گاز نیتروژن و همچنین قطبی بودن مولکول کربن مونوکسید، نقطه جوش گاز کربن مونوکسید باید بیشتر از گاز نیتروژن باشد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{ppm NO}_{(۹ \text{atm})} = \frac{۰ / ۰۶ \text{g NO}}{۱۰۰ \text{g}} \times ۱۰^۶ = ۶۰۰$$

$$\text{ppm NO}_{(۶ \text{atm})} = \frac{۰ / ۰۴ \text{g NO}}{۱۰۰ \text{g}} \times ۱۰^۶ = ۴۰۰$$

$$\text{کاهش غلظت NO} = ۶۰۰ - ۴۰۰ = ۲۰۰ \text{ppm}$$

$$\text{مول NO حل شده در فشار } ۶ \text{ atm} : ۰ / ۰۴ \text{g} \times \frac{۱ \text{mol}}{۳۰ \text{g}} = \frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۳} \text{mol}$$

$$\text{حجم محلول} : ۱۰۰ \text{g} \times \frac{۱ \text{mL}}{۱ \text{g}} \times \frac{۱ \text{L}}{۱۰۰۰ \text{mL}} = ۱۰^{-۱} \text{L}$$

$$\text{غلظت مولی NO در فشار } ۶ \text{ atm} = \frac{\frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۱}} = \frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۳} \times ۱۰^{-۲} \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۸۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

واکنش پذیری در گروه های نافلز از چپ به راست و از پایین به بالا افزایش می یابد و گازهای نجیب کمترین واکنش پذیری را در هر دوره دارند. دلیل نادرستی بقیه گزینه ها:

(۱) شعاع در گروه ها از بالا به پایین و در دوره ها از راست به چپ افزایش می یابد، بنابراین شعاع اتمی Sn که در تناوب پنجم و گروه ۱۴ جدول جای دارد، بیشتر از Se که در تناوب چهارم و گروه ۱۶ جدول جای دارد، است.

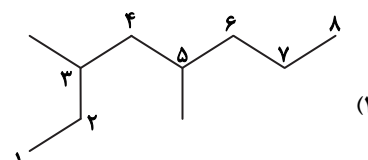
(۳) تعداد الکترون های بیرونی ترین زیر لایه As ، Fe ، V^{3+} و O^{2-} به ترتیب ۲، ۲، ۳ و ۶ الکترون است.

(۴) تمایل به تشکیل آنیون با خاصیت نافلز رابطه مستقیم دارد، بنابراین فلز که قوی ترین نافلز است، تمایل بیشتری به تشکیل آنیون دارد.

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

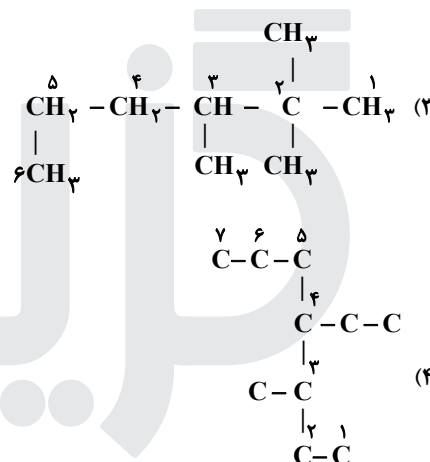
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

بررسی گزینه های نادرست:



۳، ۵- دی متیل اکتان

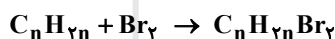
۲، ۳- تری متیل هگزان



۴- اتیل - ۳- متیل هپتان

۸۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)



فرمول مولکولی فرآورده این واکنش، $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2$ است.

$$\text{جرم مولی } \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2 = 12(n) + 2(n) + 2(80) = (14n + 160)g$$

بنابراین:

$$\text{جرم مولی } \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2 = 3 / 36 \text{ L Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{22 / 4 \text{ L Br}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2}{1 \text{ mol Br}_2} \times \frac{(14n + 160)g \text{ C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2} = 34 / 5$$

$$\Rightarrow n = 5 \Rightarrow \text{فرمول مولکولی آلکن: } \text{C}_5\text{H}_{10}$$

۸۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

موارد دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت اول: این فرایند گرماده است؛ بنابراین سطح انرژی واکنش دهنده بیشتر است و پایداری کمتری در مقایسه با فرآورده دارد.

عبارت سوم: فرمول مولکولی هر دو ترکیب، C_6H_{12} است؛ بنابراین نسبت جرم اتم های کربن به جرم کل ترکیب در آن ها برابر است.

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$\text{مقدار گرمای جذب شده توسط آمونیوم نیترات} = 20g \text{ NH}_4\text{NO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{80g \text{ NH}_4\text{NO}_3} \times \frac{26 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 6500 \text{ J}$$

جرم آب را x گرم در نظر می گیریم؛ بنابراین پس از انحلال، $(20 + x)$ گرم محلول به وجود می آید.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 6500 = (20 + x) \times 4 \times (25 - 12) \Rightarrow 20 + x = 125 \Rightarrow x = 105g$$

۹۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

به کار بردن آنتالپی‌های پیوند برای تعیین ΔH واکنش‌هایی مناسب است که همه مواد شرکت کننده در آن واکنش، به حالت گاز باشند؛ بنابراین از واکنش «II» می‌توان برای محاسبه آنتالپی پیوند O-H استفاده کرد.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}]$$

$$\Rightarrow -242 = \left[436 + \frac{1}{2}(496) \right] - [2\Delta H(\text{O}-\text{H})] \Rightarrow \Delta H(\text{O}-\text{H}) = 463 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

ترکیب داده شده دارای دو گروه اتری (-O-) و یک گروه آلدهیدی (-C(=O)-H) است ($a+b=3$). در ساختار این ترکیب، ۷ اتم اکسیژن و در نتیجه $14 = 7 \times 2$ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در ساختار اتان (C_2H_6)، ۷ پیوند اشتراکی (جفت الکترون پیوندی) وجود دارد:

$$\frac{14}{2} = 7$$

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

A و B واکنش دهنده و C و D فراورده هستند. با توجه به تغییرات غلظت این مواد در بازه زمانی یکسان، معادله واکنش به صورت $2A + B \rightarrow 2C + 3D$ است؛ بنابراین سرعت متوسط واکنش با سرعت مصرف B برابر است:

$$\overline{R}(\text{واکنش}) = \overline{R}(B) = -\frac{(1-1/5) \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{3 \cdot \text{s}} \times 0.5 \text{ L} \times \frac{60 \cdot \text{s}}{1 \text{ min}} = 0.5 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

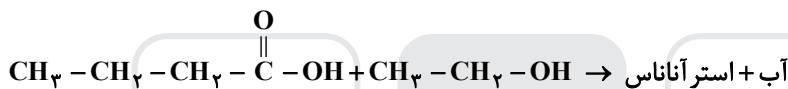
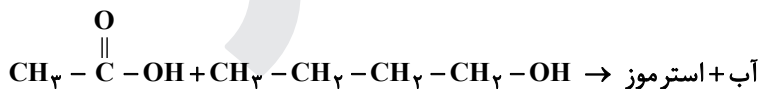
اگر جرم گاز تولید شده پس از ۱ دقیقه را از جرم اولیه پتاسیم کلرات کم کنیم، جرم مواد جامد موجود در ظرف به دست می‌آید:

$$g \text{ O}_2 = 1 \text{ min} \times \frac{60 \cdot \text{s}}{1 \text{ min}} \times \frac{0.5 \text{ mol KClO}_3}{1 \text{ s}} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KClO}_3} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 144 \text{ g O}_2$$

$$\text{جرم مواد جامد در ظرف} = 490 - 144 = 346 \text{ g}$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)



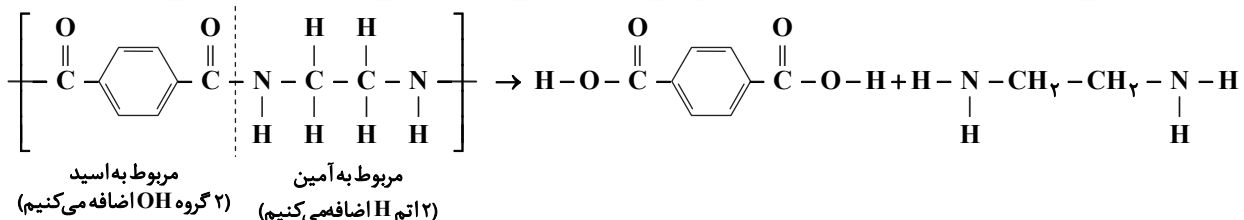
اسید سازنده استر (I)، اتانویک اسید، دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

از واکنش n مولکول کربوکسیلیک اسید دو عاملی و n مولکول آمین دو عاملی، پلی آمید تولید می‌شود.

ابتدا در ساختار پلی آمید، قسمت‌های اسیدی و آمینی را شناسایی می‌کنیم و به قسمت اسیدی، دو گروه OH و به قسمت آمینی، دو اتم H اضافه می‌کنیم تا ساختار اسید دو عاملی و آمین دو عاملی به دست آید.



۹۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

فرمول کلی اسید چربی که در ساختار خود فقط یک پیوند دوگانه (-C(=O)-) دارد، به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ است؛ به ازای یک پیوند دوگانه $\text{C}=\text{C}$ ، ۲ اتم هیدروژن از ساختار ترکیب کم می‌شود:

$$\text{C}_n\text{H}_{2n-2}\text{O}_2 \text{ در } \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2 = \frac{4n + (2n-2) + (2 \times 2)}{2} = 46 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow \text{C}_{15}\text{H}_{28}\text{O}_2$$

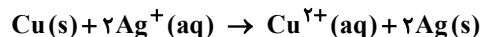
در ساختار ترکیب مورد نظر با ۱۵ اتم کربن، ۱۴ پیوند کربن-کربن (شامل ۱ پیوند $\text{C}=\text{C}$ و ۱۳ پیوند $\text{C}-\text{C}$) وجود دارد.

$$\frac{\text{جرم H}}{\text{جرم O}} = \frac{28 \times 1}{2 \times 16} = \frac{7}{8}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-10}[OH^-]^2 = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 0.01 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$n_{Ca(OH)_2} = \frac{0.01 \times 2}{2} = 0.01 \text{ mol } Ca(OH)_2 \Rightarrow m = 0.01 \times 74 = 0.74 \text{ g} \Rightarrow m_{Ca(OH)_2} = 740 \text{ mg}$$

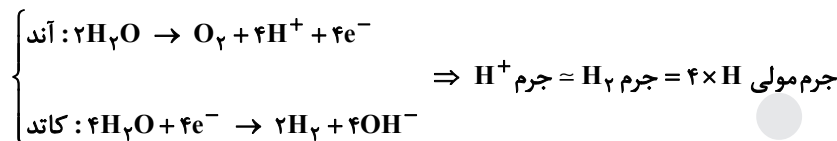
واکنش انجام شده به صورت زیر است:



۱۵۲ g = ۶۴ - ۲۱۶: جرم اضافه شده به تیغه به ازای مصرف ۱ مول Cu و مبادله ۲ مول الکترون

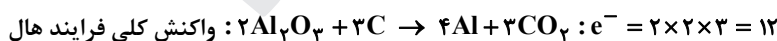
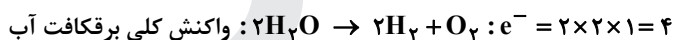
با توجه به اینکه جرم تیغه از ۱۱۴ g به ۱۹۰ g رسیده است (۷۶ g افزایش جرم) می توان نوشت:

$$76 \text{ g} \times \frac{2 \text{ mole } e^-}{152 \text{ g}} = 1 \text{ mole } e^-$$



بررسی سایر گزینه ها:

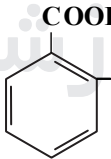
(۱) NaCl یک الکترولیت است و رسانایی محلول را افزایش می دهد تا سرعت برقکافت افزایش یابد. (نقش کاتالیزگر ندارد).

(۳) نیم واکنش کاتدی برقکافت آب به صورت $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$ و نیم واکنش کاتدی خوردگی آهن به صورت $O_2 + 4e^- + 2H_2O \rightarrow 4OH^-$ است.(۴) تعداد e^- مبادله شده در فرایند برقکافت آب، برابر با ۴ و در فرایند هال برابر با ۱۲ است.

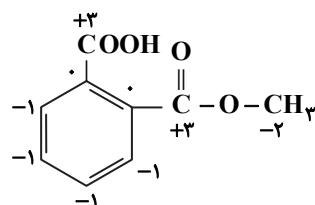
بررسی عبارت نادرست:

عبارت اول: فرمول مولکولی این ترکیب $C_9H_8O_4$ است.

بررسی عبارت های درست:

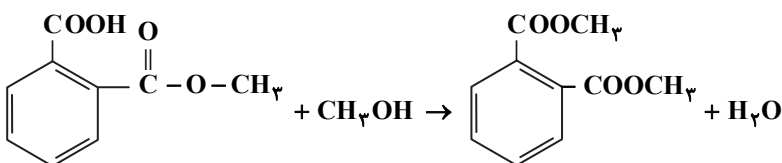
عبارت دوم: ساختار اسید سازنده این استر به صورت  می باشد که با ترفتالیک اسید ایزومر است.

عبارت سوم: عدد اکسایش کربن های این ترکیب به صورت مقابل هستند.

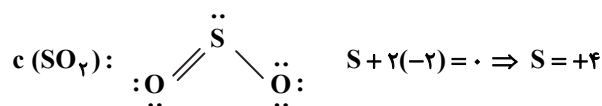
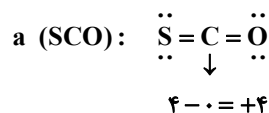


$$\frac{\text{تعداد کربن با عدد اکسایش } +3}{\text{تعداد کربن با عدد اکسایش } -1} = \frac{2}{4}$$

عبارت چهارم: این ترکیب در واکنش با متانول به یک دی استر تبدیل می شود.



عدد اکسایش اتم مرکزی در مولکول‌های a و c، یکسان و برابر با +۴ است.



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کربنیل سولفید و کربن دی‌اکسید، ساختار خطی دارند در حالی که گوگرد دی‌اکسید، مولکولی خمیده است.

(۳) کربن دی‌اکسید برخلاف گوگرد دی‌اکسید، ناقطبی است و نیروی جاذبه بین مولکولی ضعیف‌تری دارد؛ بنابراین در گستره دمایی کمتری به حالت مایع باقی می‌ماند.

(۴) در ساختار SCO، ۴ پیوند اشتراکی و در ساختار SO_۲، ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

در بین کاتیون‌های دوره سوم، بیشترین چگالی بار مربوط به یون Al^{3+} است و در بین آنیون‌ها، چگالی بار O^{2-} بیشتر از F^- است؛ بنابراین بین ترکیبات یونی داده شده، Al_2O_3 بیشترین آنتالپی فروپاشی را دارد و در بین کاتیون‌ها، Na^+ بیشترین شعاع یونی را دارد که اختلاف آن با شعاع Cl^- از همه کمتر است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده شده نادرست هستند.

عبارت اول: در هیچ یک از مبدل‌های کاتالیستی بنزینی و دیزلی، واکنش $2\text{NO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}_2$ انجام نمی‌شود.

عبارت دوم: مبدل‌های کاتالیستی، آنتالپی واکنش‌ها را تغییر نمی‌دهند.

عبارت سوم: در سطح سرامیک‌ها، توده‌های فلزی (و نه اکسیدهای فلزی!) با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند.

عبارت چهارم: در هر دو نوع مبدل، واکنش $2\text{CO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2$ رخ می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

تعادل گرماده است و با افزایش دما، در جهت برگشت جابه‌جا شده و مول تعادلی C کاهش می‌یابد، اما افزایش دما، سرعت واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) اضافی به طور کامل مصرف نمی‌شود؛ بنابراین غلظت تعادلی A نیز افزایش می‌یابد.

(۲) با نصف شدن حجم ظرف، ابتدا غلظت مواد شرکت کننده در واکنش دو برابر می‌شود. با توجه به جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، غلظت تعادلی C، بیش از دو برابر می‌شود و غلظت‌های تعادلی A و B کمتر از دو برابر افزایش می‌یابد.

(۴) افزایش فشار یا کاهش حجم ظرف، غلظت همه گونه‌ها را زیاد می‌کند؛ بنابراین سرعت واکنش در هر دو مسیر رفت و برگشت افزایش می‌یابد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اکسایش پارازایلن در حضور محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات می‌توان نتیجه گرفت که گروه متیل در تولوئن، توسط این محلول اکسند به گروه کربوکسیل اکسایش می‌یابد و از واکنش مولکول حاصل با یک دی‌الکل (اتیلن گلیکول) یک دی‌استر تولید می‌شود.

