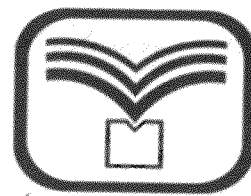




آزمون ۱۳ از ۱۴

دفترچه شماره ۱ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۳/۰۳/۱۱

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت سوم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

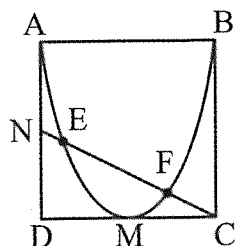
۱- در دنباله‌ای که $\frac{a_n}{a_{n+1}} = 0.2$ و $a_8^2 = 3a_8$ باشد، S_6 مجموع ۶ جمله اول دنباله و S'_6 مجموع جملات هفتم تا

دوازدهم دنباله است. حاصل $\frac{a_7 S_6}{S'_6}$ کدام است؟

- (۱) 0.3 (۲) 0.6 (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

۲- در شکل زیر، یک سهمی درون مربع ABCD رسم شده است. اگر نقاط M و N وسط اضلاع مربع ABCD

باشند و $AB = 8$ ، آنگاه طول پاره خط EF چقدر است؟



(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{185}}{2}$

(۴) $\sqrt{17}$

۳- صفرهای یک تابع درجه دو، طول و عرض یک مستطیل طلایی هستند. اگر مساحت این مستطیل را S و محیط آن

را P بنامیم، طول پاره خطی که نمودار سهمی درجه دو بر روی محور xها جدا می‌کند، کدام است؟

(۴) $\frac{2P}{S}$

(۳) $\frac{P}{S}$

(۲) $\frac{2S}{P}$

(۱) $\frac{S}{P}$

۴- فرض کنید $y = 4x + a + 1; x \geq 2$ و $y = ax + 3; x \geq 1$ دو نیم خط باشند که در هیچ نقطه‌ای، یکدیگر را قطع

نمی‌کنند. حدود a کدام است؟

(۴) $\mathbb{R} - (4, 6]$

(۳) $(3, 9)$

(۲) $\mathbb{R} - (4, 12]$

(۱) $(2, 12)$

۵- اگر $g(x) = f(2x - 4)$ و $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - x + 2$ باشد، حاصل $\sqrt{-g^{-1}(27)}$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۶- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\log_4(x^{\log_4 x}) + \log_{\sqrt[3]{4}} x = 4$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{64}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) ۴

(۱) ۶۴

۷- اگر $y = 2f(x - 1) + 1; [-1, 2] \rightarrow [0, 3]$ باشد، اجتماع دامنه و برد تابع $y = -\frac{1}{4}f(2x - 1) - 1$ شامل چند عدد

صحیح است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

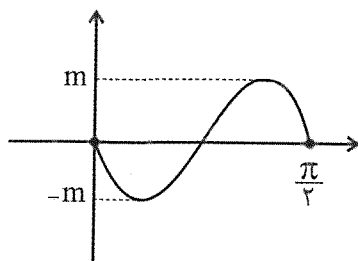
(۲) ۲

(۱) ۱

۸- اگر $\sin(x-y) = 0/3$ و $\sin(x+y) = 0/7$ باشد، نسبت $\cot x$ به $\cot y$ کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $1/25$ (۳) $0/4$ (۴) $0/8$

۹- نمودار تابع $f(x) = 2 + a \cos^2(bx + \frac{\pi}{4})$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار $m + ab$ کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۰

(۳) -۴

(۴) -۶

۱۰- مجموع جواب‌های معادله $2 \sin^2 x = 1 + \sin 4x$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$ (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) $\frac{11\pi}{6}$ (۴) $\frac{13\pi}{6}$

۱۱- اگر مجموعه $(-4, c) \cup (2a-1, b+2)$ یک همسایگی محذوف متقارن به صورت $d < |x+3| < 0$ باشد، حاصل

$a - b + c - d$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۷

۱۲- تابع با ضابطه $f(x) = x \left[\frac{2}{3}x \right] - \sqrt{-x^2 + 2x + 8}$ در بازه (a, b) پیوسته است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام

است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۳

۱۳- تابع $f(x) = \frac{2x+1}{ax^2-bx-2}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(ax+b)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۴- اگر $f(x) = x^3 \sqrt{x^2 - 1}$ باشد، حاصل $f^2(x)f'(x) + \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$ در $x = 3$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) $83/5$ (۳) ۱۲۱ (۴) $126/5$

۱۵- مجموع مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع $f(x) = 2x\sqrt{2-x^2} + 2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- خط گذرنده از محل تلاقی مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x-3}{2x-1}$ و نقطهٔ مینیمم تابع $g(x) = x^2 + 4x + 2$ ، از نقطهٔ

عطف تابع $h(x) = x^3 - 3x^2 + a$ می‌گذرد. مقدار ماکزیمم نسبی تابع $h(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) صفر

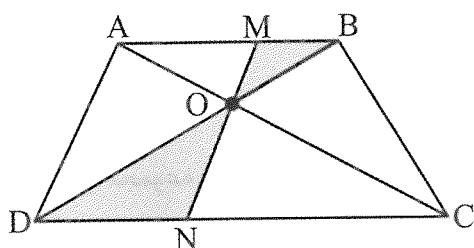
۱۷- از مثلث ABC اندازهٔ ضلع $AB = 7$ و میانهٔ $AM = 4$ داده شده است. به‌ازای چند مقدار طبیعی برای اندازهٔ ضلع

AC ، این مثلث رسم‌پذیر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

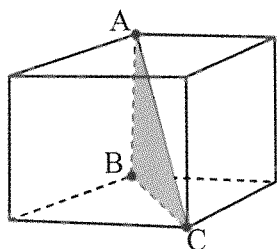
۱۸- در دوزنقه زیر قاعده‌ها ۴ و ۶ و ارتفاع ۵ مفروض‌اند. اگر از O موازی AD رسم کنیم. مجموع مساحت‌های دو مثلث

سایه زده چقدر است؟



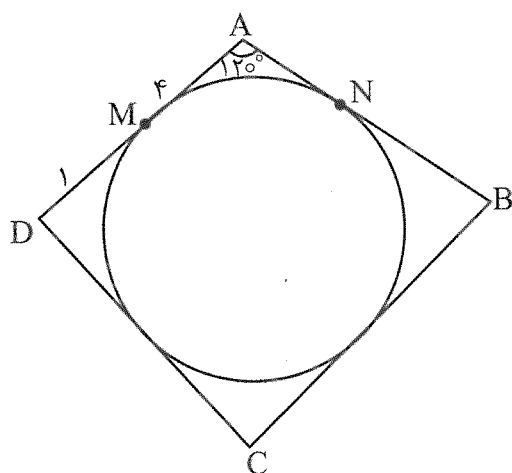
- (۱) ۴
(۲) $3/6$
(۳) ۵
(۴) $5/4$

۱۹- در مکعب شکل زیر $\sin \hat{A} + \sin \hat{C}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}(1+\sqrt{2})$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}(1+\sqrt{2})$
(۳) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۲۰- مساحت چهار ضلعی $ABCD$ برابر $52\sqrt{3}$ است. اندازهٔ BC کدام است؟



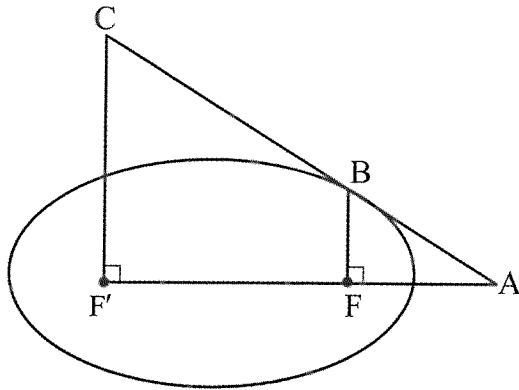
- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۳۲
(۴) ۳۴

۲۱- در دوزنقه‌ای ABCD، به ارتفاع ۶ دو قاعده مجانس مستقیم و معکوس یکدیگرند. اگر قاعده‌های دوزنقه ۱۰، ۴ و

O, O' مرکز مجانس مستقیم و معکوس باشد. مساحت چهارضلعی $O'AOB$ کدام است؟

- (۱) $\frac{80}{7}$ (۲) $\frac{40}{7}$ (۳) $\frac{20}{7}$ (۴) $\frac{160}{7}$

۲۲- در شکل زیر زاویه $\hat{A} = 15^\circ$ ، قطر بزرگ بیضی ۱۴ و $BF = 6$ است. محیط دوزنقه $BFF'C$ کدام است؟



(۱) $16 + 8\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

(۲) $16 + 8\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

(۳) $22 + 8\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

(۴) $22 + 8\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

۲۳- اگر $A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ و $A^5 = \begin{bmatrix} 1 & -31 \\ 0 & 32 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درآیه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۲۴- ماتریس اسکالر مرتبه ۳ و $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید.

مجموع درآیه‌های ماتریس $(A + 2B)(A - 3B)$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۵- دو دایره $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$ و $(x-1)^2 + y^2 = 1$ مفروض‌اند. بزرگ‌ترین دایره‌ای را رسم می‌کنیم که بر هر

دو دایره مماس باشد، این دایره روی خط $x + y = 6$ و تری با کدام طول جدا می‌کند؟

- (۱) $2\sqrt{14}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۲۶- از نقطه $M(-3, -1)$ خارج سهمی $(y+1)^2 = 4(x+2)$ دو مماس بر سهمی رسم می‌شود. مختصات یکی از نقاط تماس کدام است؟

- (۱) $(-1, 0)$ (۲) $(1, 0)$ (۳) $(1, 1)$ (۴) $(-1, 1)$

۲۷- در مثلث ABC با رئوس $A(0, 1, 2)$, $B(1, -1, 0)$ و $C(1, 2, 1)$ ارتفاع BH را رسم می‌کنیم. بردار $\overrightarrow{AH}$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (۲) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ (۳) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 1)$ (۴) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -1)$

۲۸- زاویه بین بردار $\vec{a} = 2\sqrt{3}\vec{k} - 2\vec{j}$ ، با بردار تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی صفحه xoy ، کدام است؟

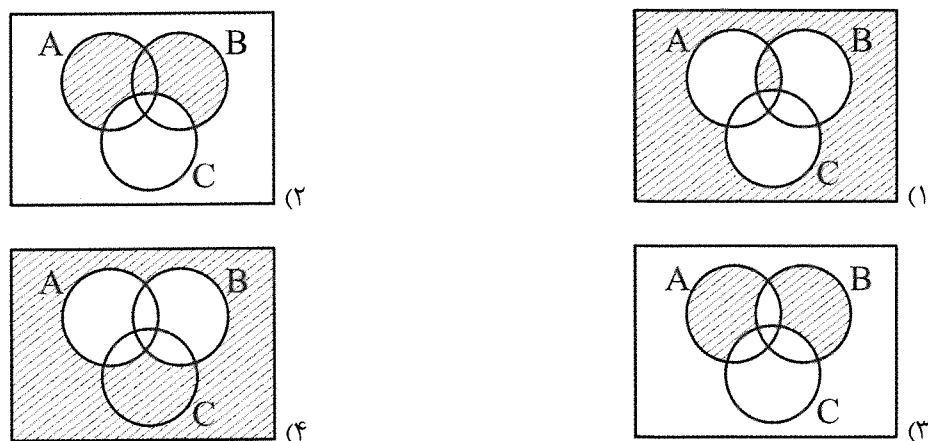
- (۱) 60° (۲) 30° (۳) 45° (۴) چنین برداری وجود ندارد.

۲۹- کدام گزاره مرکب زیر، هم‌ارز منطقی با گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

- (۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ (۲) $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
(۳) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ (۴) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

۳۰- اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، آنگاه متمم مجموعه $[(A \cup B)' \cap (B \cup A')] \cup C$

در کدام شکل به درستی نمایش داده شده است؟



۳۱- در یک مراسم نظامی، ۶۴ سرباز در ۸ صف (در هر صف ۸ نفر) ایستاده‌اند. اگر ۲ سرباز به تصادف انتخاب کنیم احتمال آنکه از یک صف انتخاب شده باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{8}{63}$ (۴) $\frac{1}{32}$

۳۲- دو جعبه داریم. در جعبه اول ۱ مهره سبز، ۲ مهره سفید، ۳ مهره قرمز و در جعبه دوم ۱ مهره سبز، ۱ مهره سفید و یک مهره قرمز است. یک جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. اگر این مهره سبز باشد از همان جعبه و در غیر این صورت از جعبه دیگر یک مهره بر می‌داریم. احتمال آنکه مهره دوم سفید باشد، چقدر است؟

$$(1) \frac{11}{30} \quad (2) \frac{13}{30} \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) \frac{17}{30}$$

۳۳- در ۱۶ داده آماری، میانگین داده‌های قبل از چارک اول با میانگین داده‌های بعد از چارک سوم برابر است. اگر داده‌های ۲۲، ۲۵، ۲۶ و ۲۷ را به این داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. واریانس داده‌های جدید کدام است؟

$$(1) 0.7 \quad (2) 0.64 \quad (3) 0.72 \quad (4) 0.6$$

۳۴- اگر رقم یکان اعداد طبیعی $a-1$ و $a+1$ برابر باشد، آنگاه به‌ازای بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مانند a ، عدد a^{53} به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۱ تعلق دارد؟

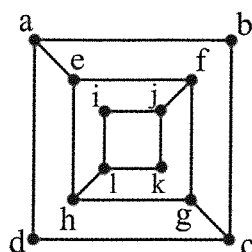
$$(1) [1] \quad (2) [5] \quad (3) [6] \quad (4) [10]$$

۳۵- به‌ازای چند عدد طبیعی دو رقمی مانند a معادله $(2a+3)x + (3a+1)y = 24$ در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

$$(1) 68 \quad (2) 76 \quad (3) 78 \quad (4) 66$$

۳۶- گراف ساده G از اجتماع یک گراف C_n و یک گراف P_m ($m \neq 1$) تشکیل شده است. اگر حاصل ضرب درجات رأس‌های گراف G برابر ۳۲ باشد، آنگاه بدون نام‌گذاری رأس‌ها چند گراف مختلف مانند G می‌توان رسم کرد؟

$$(1) 2 \quad (2) 3 \quad (3) 4 \quad (4) 5$$



۳۷- گراف روبه‌رو چند ۷- مجموعه شامل رأس‌های a و g دارد؟

$$(1) 6 \quad (2) 4 \quad (3) 8 \quad (4) 9$$

۳۸- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۳۰۱ و مضرب ۳ وجود دارد که نه مضرب ۵ باشد و نه مضرب ۷؟

$$(1) 76 \quad (2) 74 \quad (3) 66 \quad (4) 68$$

۳۹- ۷ مهره به رنگ‌های مختلف را به چند طریق می‌توان در ۴ جعبه متمایز گذاشت که در جعبه اول دقیقاً ۲ مهره و در

جعبه‌های دیگر حداقل یک مهره باشد؟

۲۵۲۰ (۴)

۲۳۲۰ (۳)

۳۱۵۰ (۲)

۲۱۰۰ (۱)

۴۰- از مجموعه اعداد طبیعی زوج، یک زیرمجموعه n عضوی انتخاب می‌کنیم. حداقل n چقدر باشد تا یقین داشته

باشیم دست کم دو عدد انتخاب شده‌اند که در تقسیم بر ۱۴، دارای باقی‌مانده یکسان هستند؟

۱۴ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۱۵ (۱)



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال‌های ارتباطی:



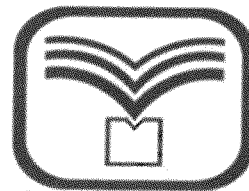
SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



آزمون ۱۳ از ۱۴

دفترچه شماره ۲ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۳/۰۳/۱۱

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت سوم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه



۴۱- یکای ضریب تراوایی مغناطیسی در خلأ (μ_0) بر حسب یکاهای اصلی کدام است؟

(۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$ (۲) $\frac{\text{kg}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$ (۴) $\frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$

۴۲- جرم اتم هیدروژن تقریباً $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ و قطر آن تقریباً 10^{-10} m است. چگالی این اتم تقریباً چند واحد SI است؟ ($\pi \approx 3$)

(۱) 10^5 (۲) 300 (۳) 1500 (۴) 3000

۴۳- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) همه فلزها و بیشتر مواد معدنی جزو جامدهای بلورین هستند.

(ب) وقتی مایع به سرعت سرد شود، معمولاً جامد بی‌شکل به وجود می‌آید.

(پ) اگر نیروی هم چسبی مایع از نیروی دگر چسبی مایع و سطح کمتر باشد سطح مایع در لوله موئین برآمده است.

(ت) آب روی سطح شیشه دوداندود به شکل قطره درمی‌آید.

(ث) افزایش دما سبب بزرگ‌تر شدن قطره‌های روغن چکیده‌شده از قطره‌چکان می‌شود.

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

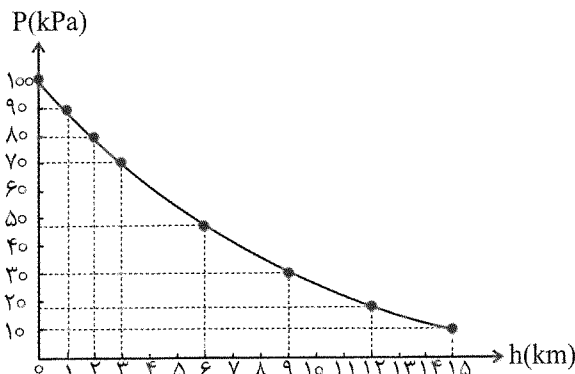
۴۴- یک زیردریایی در عمق ۷۰ متری آب دریا قرار دارد. نیرویی که آب به سطح یکی از پنجره‌های آن به شکل مربع

به ضلع 50 cm وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ ($\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

(۱) 2×10^5 (۲) 1.75×10^5 (۳) 1.5×10^5 (۴) 1.25×10^5

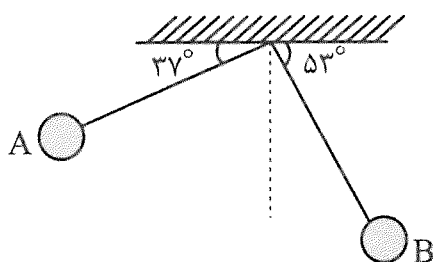
۴۵- نمودار زیر، فشار هوا را بر حسب فاصله از سطح زمین نشان می‌دهد. چگالی متوسط هوا از ارتفاع ۳ کیلومتری تا ۹

کیلومتری سطح زمین تقریباً چند $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) ۱
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۴۶- مطابق شکل، آونگی از نقطه A رها شده و حداکثر تا نقطه B بالا می‌آید. جرم وزنه 2 kg و طول نخ 2 m است. کار



نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) -۴
(۲) -۸
(۳) +۴
(۴) +۸

۴۷- دماسنجی دمای 20°C را 10°C درجه و دمای 40°C را 50°C درجه نشان می‌دهد. در چه دمایی این دماسنج و

دماسنج سلسیوس عدد یکسانی را نشان می‌دهند؟

(۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۵ (۴) ۳۸

۴۸- طول میله‌های آلومینیومی و مسی به ترتیب ۲m و ۴m است. دمای آن‌ها را 200°C افزایش می‌دهیم. اختلاف

طول آن‌ها چند میلی‌متر می‌شود؟ $(\alpha_{\text{cu}} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}, \alpha_{\text{Al}} = 2/5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$

(۱) ۱۹۹۶ (۲) ۱۹۹۸ (۳) ۲۰۰۲ (۴) ۲۰۰۴

۴۹- ۴g بخار آب 100°C را وارد ظرف عایقی می‌کنیم که حاوی ۱۶g یخ -20°C است. اگر از تبادل گرما با ظرف و محیط صرف‌نظر کنیم، دمای آب به دست آمده چند درجه سلسیوس است؟

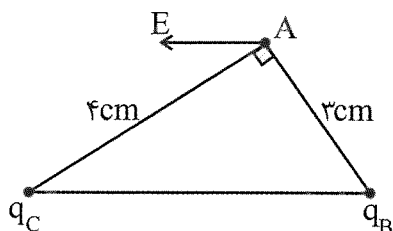
$(c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, L_f = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, L_v = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

(۱) ۲۴ (۲) ۵۶ (۳) ۶۸ (۴) ۸۶

۵۰- دو ذره باردار $q_1 = 2\mu\text{C}$ و $q_2 = 18\mu\text{C}$ در فاصله ۱۰cm از هم قرار دارند. دو نقطه روی خط واصل دو بار یافت می‌شود که در هر کدام میدان ناشی از دو بار در آن نقطه‌ها هم‌اندازه است. مجموع فاصله این دو نقطه تا بار کوچک‌تر چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۰ (۴) ۷/۵

۵۱- در شکل زیر مثلث قائم‌الزاویه است. میدان در نقطه A موازی با ضلع BC است. کدام است $\frac{q_B}{q_C}$ ؟



(۲) $-\frac{27}{64}$

(۴) $-\frac{9}{16}$

(۱) $\frac{27}{64}$

(۳) $\frac{9}{16}$

۵۲- ذره‌ای به جرم $m = 4\text{g}$ و بار $q = 6\mu\text{C}$ را در ناحیه‌ای از فضای اتاق که دارای میدان الکتریکی

$E = -5000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{i}$ است، با سرعت اولیه $V_0 = 90 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{i}$ پرتاب می‌شود. اگر از وزن ذره صرف‌نظر کنیم، پس از

چند ثانیه ذره متوقف می‌شود؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

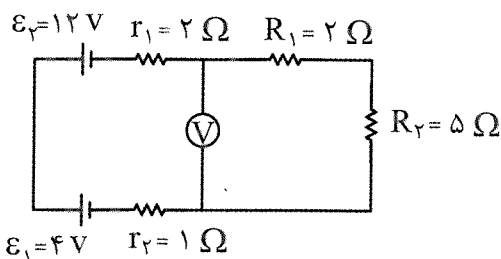
۵۳- در مدار روبه‌رو ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟

(۱) ۳/۲

(۲) ۴/۸

(۳) ۵/۶

(۴) ۱۱/۲



۵۴- دو رسانای فلزی از ماده یکسانی ساخته شده‌اند. رسانای A به شکل استوانه توپری به شعاع R و رسانای B لوله‌ای

توخالی به شعاع داخلی $\frac{R}{2}$ و شعاع خارجی R است. اگر طول رسانای A، ۲ برابر رسانای B باشد، مقاومت آن چند

برابر رسانای B است؟

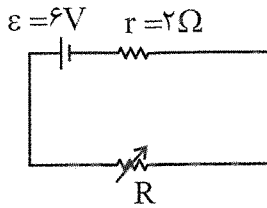
(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{2}{3}$

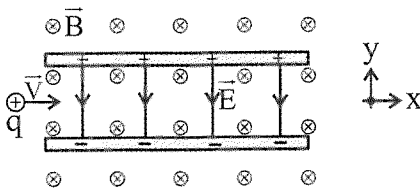
(۱) $\frac{3}{2}$

۵۵- در مدار زیر مقاومت رئوستا $R_1 = 0.5 \Omega$ و توان مفید باتری P است. مقاومت رئوستا را به چند اهم برسانیم تا توان مفید باتری دوباره برابر P شود؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

۵۶- ذره بارداری با بار مثبت را با تندی v مطابق شکل میان صفحات خازنی پرتاب می‌کنیم. اگر میدان مغناطیسی $B = 2T$ و میدان الکتریکی $E = 100 \frac{N}{C}$ باشد، تندی ذره چند $\frac{m}{s}$ باشد تا ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد؟



- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۵۰
(۴) ۱۰۰

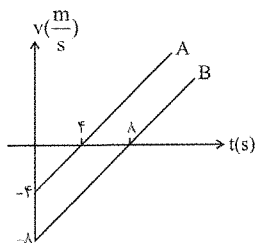
۵۷- معادله شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه که شامل ۶۰ حلقه است، در SI به صورت $\Phi = 5 \times 10^{-2} \cos 200\pi t$ است. اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{400} s$ تا $t_2 = \frac{1}{200} s$ چند ولت است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۶۰۰۰ (۴) ۱۲۰۰۰

۵۸- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند. اگر در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 5s$ سرعت متوسط $v_{av1} = 6 \frac{m}{s}$ و در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 8s$ سرعت متوسط $v_{av2} = -2 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟

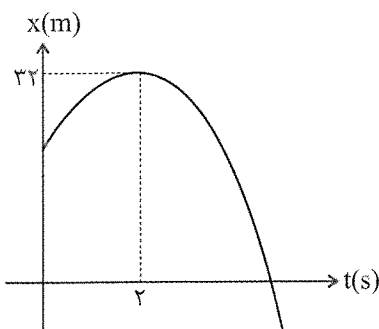
- (۱) ۱/۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک که در مبدأ زمان از مبدأ محور روی محور x شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. در بازه زمانی که خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، فاصله دو متحرک چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ۱۶ متر کاهش می‌یابد.
(۲) ۱۶ متر افزایش می‌یابد.
(۳) ۱۲ متر کاهش می‌یابد.
(۴) ۱۲ متر افزایش می‌یابد.

۶۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$ تندی متوسط متحرک $4 \frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان و بردار سرعت خلاف جهت یکدیگرند؟

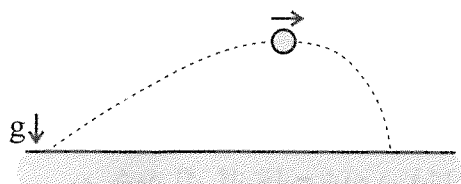


- (۱) ۳
(۲) ۳/۵
(۳) ۴
(۴) ۵/۴

۶۱- دو گوی A و B به جرم‌های m و ۳m و بارهای الکتریکی ۲q و -q در فاصله‌ای از هم در حال سکون قرار دارند. اگر تنها نیروی الکتریکی بر این دو اثر کند، هنگام برخورد انرژی جنبشی گوی A چند برابر B خواهد بود؟

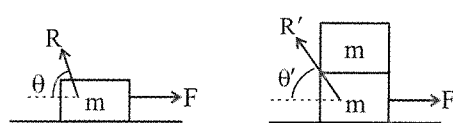
- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲

۶۲- گلوله‌ای به جرم $m = ۲۰۰g$ را مطابق شکل، بالای سطح افق پرتاب می‌کنیم. اگر شتاب گلوله در نقطه اوج $a = ۲۶ \frac{m}{s^2}$ باشد، نیروی مقاومت هوا چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۴/۸ (۲) ۴/۲ (۳) ۳/۶ (۴) ۲/۸

۶۳- در شکل زیر، جسم را با نیروی F روی سطح می‌کشیم و جسم با تندی ثابت در حال حرکت است. نیروی سطح (R) با افق زاویه θ می‌سازد. اگر جسم دیگری با همان جرم را روی جسم قبل قرار دهیم، نیروی سطح (R') با افق زاویه θ' می‌سازد. کدام گزینه درست است؟



$$\sin \theta' = \frac{\sin \theta}{2} \quad (۲)$$

$$\theta = \theta' \quad (۴)$$

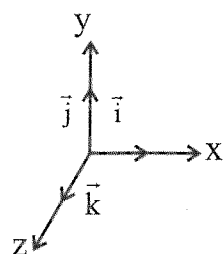
$$\theta' = \frac{\theta}{2} \quad (۱)$$

$$\tan \theta' = \frac{\tan \theta}{2} \quad (۳)$$

۶۴- معادله نوسان متحرکی در SI به صورت $x = ۲ \cos(\frac{\pi}{4}t)$ است. در بازه زمانی $t_1 = ۰/۵s$ تا $t_2 = ۱۲/۵s$ مسافت طی شده توسط نوسانگر چند متر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۶۵- در لحظه (t_0) میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا در جهت -x و اندازه آن $\frac{E_{max}}{2}$ و در حال کم شدن است. اگر انتشار موج در جهت +z باشد، در لحظه ($t_0 + \frac{T}{4}$) میدان مغناطیسی آن



$$\frac{-B_{max}}{2} \vec{j} \quad (۲)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} B_{max} \vec{j} \quad (۴)$$

$$+\frac{B_{max}}{2} \vec{j} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} B_{max} \vec{j} \quad (۳)$$

۶۶- تراز شدت صوتی ۴۶ دسی‌بل است. شدت صوت چند $\frac{W}{m^2}$ است؟ ($I_0 = ۱۰^{-۱۲} \frac{W}{m^2}$, $\log 2 = ۰/۳$)

- (۱) ۲×۱۰^{-۹} (۲) ۴×۱۰^{-۸} (۳) ۶×۱۰^{-۴} (۴) ۸×۱۰^{-۴}

۶۷- کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن ($n' = ۳$) چند نانومتر بلندتر از بلندترین طول موج رشته بالمر ($n' = ۲$) است؟ ($R = ۰/۰۱ nm^{-1}$)

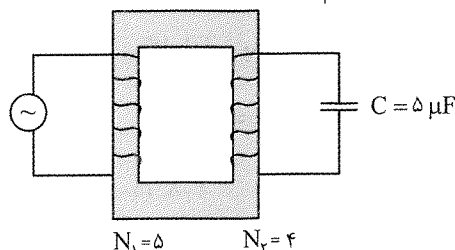
- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۶۰

۶۸- در شکافت اورانیوم از کدام ماده برای کند کردن نوترون استفاده نمی‌شود؟

- (۱) گرافیت (۲) بور (۳) آب سنگین (۴) آب معمولی

- ۶۹- دو سیم بلند A و B با طول یکسان به دور دو استوانه مشابه به قطر یکسان بدون فاصله پیچیده شده‌اند. قطر سیم A، ۲ برابر قطر سیم B است. ضریب القاوری A چند برابر B است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$



- ۷۰- بیشینه انرژی ذخیره شده در خازن چند μJ است؟ $V = 10 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{V}$

(۱) ۱۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۵۰

- ۷۱- ظرفی به حجم ۲۰ لیتر محتوی مقداری گاز کامل به فشار P است. در دمای ثابت مقداری گاز درون ظرف خارج می‌شود. اگر گاز خارج شده در فشار ۲ اتمسفر حجم ۸ لیتر را اشغال کند و فشار پیمانه‌ای گاز باقی‌مانده $1/2 \text{ atm}$ باشد، P چند اتمسفر است؟ ($P_0 = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

(۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) ۳ (۴) $3/5$

- ۷۲- یک ماشین گرمایی با بازده ۴۰ درصد در هر چرخه 2000 J گرما دریافت می‌کند. اگر بسامد این ماشین گرمایی ۲۰ چرخه در ثانیه باشد، توان خروجی آن چند کیلووات است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

- ۷۳- شعاع مدار سیاره «عطارد» به دور خورشید تقریباً $5 \times 10^7 \text{ km}$ و شعاع مدار سیاره «مشتري» به دور خورشید تقریباً $8 \times 10^8 \text{ km}$ است. اگر هر سال سیاره عطارد سه ماه زمینی طول بکشد، هر سال سیاره مشتري چند ماه زمینی طول می‌کشد؟

(۱) ۱۶ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴) ۱۹۲

- ۷۴- در یک تار به طول ۲ متر موج ایستاده با ۵ گره تشکیل شده است. اگر سرعت انتشار موج در تار $v = 170 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

باشد، طول موج صوت تشکیل شده در هوا چند متر است؟ ($v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ صوت)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۷۵- در یک آزمایش، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. طول موج نور فرودی را از 600 nm به 400 nm کاهش می‌دهیم.

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$, $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

(۱) $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود. (۲) $\frac{3}{2}$ برابر می‌شود. (۳) 1 eV افزایش می‌یابد. (۴) 1 eV کاهش می‌یابد.

شیمی

- ۷۶- مجموع شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در $^{52}_{23}\text{X}^{3+}$ ، ۷ برابر تفاوت شمار این ذرات در این یون است. چند مورد از مطالب زیر درباره اتم X درست است؟

- در ترکیب K_2XO_4 ، با بالاترین عدد اکسایش خود شرکت کرده است.
- مطابق قاعده آفا باید دارای ۸ الکترون با مشخصات $l = 0$ باشد.
- از ترکیب‌های مختلف آن می‌توان برای ساخت شیشه رنگی استفاده کرد.
- به گروه ۶ و دوره چهارم جدول تناوبی تعلق دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۷۷- پاسخ درست پرسش‌های (الف) و (ب) در کدام گزینه آمده است؟

الف- پرتو نشرشده در انتقال الکترونی از $n = 3$ به $n = 1$ در اتم هیدروژن، می‌تواند متعلق به کدام ناحیه از پرتوهای الکترومغناطیسی باشد؟

ب- کدام دلیل برای استفاده از گاز آرگون در ساخت لامپ‌های رشته‌ای درست‌تر است؟

- (۱) فروسرخ - داشتن فناوری لازم برای تهیه در پتروشیمی
(۲) فرابنفش - داشتن فناوری لازم برای تهیه در پتروشیمی
(۳) فرابنفش - داشتن واکنش‌پذیری ناچیز
(۴) فروسرخ - داشتن واکنش‌پذیری ناچیز

۷۸- کدام موارد زیر، درست است؟

الف- در مولکول نیتروژن تری‌یدید مانند مولکول گوگرد دی‌اکسید، پیرامون اتم مرکزی سه جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

ب- در مولکول‌های C_2H_2 و CCl_4 ، اتم‌هایی وجود دارد که میان آن‌ها ۶ الکترون پیوندی وجود دارد.

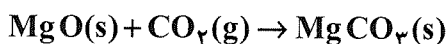
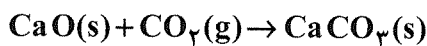
پ- اگر در یون $(O = X = O)^+$ همه اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده باشند، اتم X به گروه ۱۶ جدول تناوبی تعلق دارد.

ت- اگر در یون N_5^q ، اتم‌های نیتروژن به صورت خطی با ۲ پیوند یگانه و دو پیوند سه‌گانه به یکدیگر متصل شده باشند، q برابر ۱+ است.

- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) الف و ت (۴) الف و ب و ت

۷۹- در نیروگاه‌ها برای حذف کربن دی‌اکسید تولیدشده از سوزاندن سوخت‌های فسیلی، از کلسیم‌اکسید و منیزیم‌اکسید استفاده می‌شود. اگر مخلوطی به جرم ۲۰ گرم از این دو اکسید بتواند ۱۰ لیتر کربن دی‌اکسید را جذب کند، چند درصد جرم این مخلوط را آهک تشکیل داده است و در این واکنش‌ها در مجموع چند گرم ماده جامد تشکیل می‌شود؟

(حجم مولی کربن دی‌اکسید را در این شرایط ۲۵ لیتر در نظر بگیرید.) ($O = 16, Mg = 24, Ca = 40 : g.mol^{-1}$)



$$(2) 37.6 - 70$$

$$(1) 37.6 - 42$$

$$(4) 36.7 - 42$$

$$(3) 36.7 - 70$$

۸۰- یک بخاری گازی در هر دقیقه دو لیتر گاز طبیعی که ۷ درصد حجمی آن را هلیوم تشکیل داده با ۲۰ لیتر هوا که شامل ۲۰ درصد اکسیژن و ۸۰ درصد نیتروژن است مخلوط می‌کند و به‌طور کامل می‌سوزاند. اگر همه مواد خروجی از دودکش این بخاری در شرایط یکسان و در حالت گازی باشند، به تقریب چند درصد حجمی گازهای خروجی را بخار آب تشکیل داده است؟

$$(4) 33.8$$

$$(3) 6.2$$

$$(2) 8.4$$

$$(1) 16.9$$

۸۱- چه تعداد از موارد زیر درباره فرآیند اسمز، درست است؟

- عبور آبی که دارای گل و لای و شن و ماسه است، از یک کاغذ صافی برای تهیه آب زلال، نمونه‌ای از اسمز است.
- در نوع معکوس آن، جهت مهاجرت مولکول‌های آب خلاف جهت روند طبیعی بوده و با گذشت زمان انجام آن دشوارتر می‌شود.
- هر چه تفاوت غلظت دو محلول در دو ظرف غشای نیمه‌تراوا بیشتر باشد، تمایل مولکول‌های آب برای عبور از غشاء بیشتر می‌شود.
- نوع معکوس آن در تهیه آب شیرین از آب دریا کاربرد دارد که پس از مدتی کارایی غشای نیمه‌تراوا در آن کاهش می‌یابد.
- اگر پس از توقف آن، به یک سمت از محلول‌ها فشاری اعمال شود، مولکول‌های آب از طریق غشاء وارد محلول دیگر می‌شوند.

(۴) دو

(۳) سه

(۲) چهار

(۱) پنج

۸۲- پاسخ درست پرسش‌های (الف) و (ب) در کدام گزینه آمده است؟ ($O = 16, S = 32: g.mol^{-1}$)

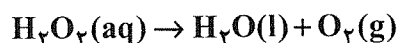
الف- برای استخراج و جداسازی منیزیم از آب دریا، برای رسوب دادن این یون، استفاده از کدام ماده مناسب‌تر است؟
ب- اگر شمار الکترون‌های مبادله‌شده به‌ازای تشکیل ۳ گرم ترکیب یونی دوتایی X_2S با شمار الکترون‌های مبادله‌شده

به‌ازای تشکیل یک گرم ترکیب یونی دوتایی M_2O_3 برابر باشد، تفاوت جرم مولی دو فلز M و X چند است؟

(۱) هیدروکلریک اسید - ۸ (۲) آهک - ۱۶ (۳) آهک - ۸ (۴) هیدروکلریک اسید - ۱۶

۸۳- آب اکسیژنه که در داروخانه‌ها برای ضدعفونی کردن دست و سطوح فروخته می‌شود، حاوی محلول ۳ درصد جرمی H_2O_2 است. این ماده ناپایدار است و مطابق معادله زیر تجزیه می‌شود. اگر نیم لیتر محلول آب اکسیژنه داروخانه‌ای پس از مدتی ۴ گرم کاهش جرم پیدا کند، درصد جرمی محلول چند واحد کاهش یافته است؟

($H = 1, O = 16: g.mol^{-1}$ و چگالی محلول آب اکسیژنه را $1 g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید.) (معادله موازنه شود.)



(۱) ۱/۲۱ (۲) ۱/۳۱ (۳) ۱/۴۹ (۴) ۱/۶۹

۸۴- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ را می‌توان به اتم خنثی، کاتیون فلز اصلی، کاتیون فلز واسطه یا آنیون پایدار از عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی نسبت داد.

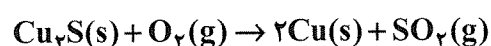
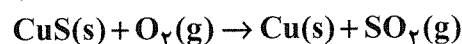
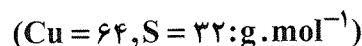
- عنصری که عدد اتمی آن ۱۰ برابر عدد اتمی نخستین عنصر دسته p جدول تناوبی است، رسانایی الکتریکی کمتری از X دارد.

- عنصری از دوره سوم جدول تناوبی که فاقد الکترون با مشخصات $l=1$ و $n=3$ است، خصلت فلزی و شعاع اتمی بیشتری از اتم M دارد.

- اگر عنصر A بیشترین شعاع اتمی را میان عنصرهای دوره دوم و عنصر D ، بیشترین خصلت نافلزی را میان عنصرهای دوره سوم داشته باشد، تفاوت عدد اتمی آن‌ها ۱۴ است.

(۱) سه (۲) چهار (۳) دو (۴) یک

۸۵- یک سنگ معدن مس شامل Cu_2S و CuS است که ۲۰ درصد ناخالصی دارد. اگر ۱۱۰۰ گرم از این سنگ معدن با اکسیژن کافی مطابق معادله‌های زیر واکنش دهد، ۶۴۰ گرم فلز مس تولید می‌شود. درصد خلوص این سنگ معدن نسبت به سولفید مس با عدد اکسایش بیشتر کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند.)



(۱) ۳۴/۶۴ (۲) ۴۳/۶۴ (۳) ۵۶/۳۶ (۴) ۶۵/۳۶

۸۶- تفاوت جرم کربن دی‌اکسید و آب تولیدشده در سوختن کامل آلکان A برابر ۱۶۴ گرم است. برای این آلکان چند ایزومر می‌توان رسم کرد که دارای کربن با عدد اکسایش صفر باشد؟

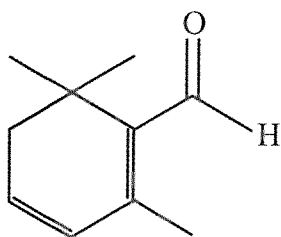
(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۷- دمای ۴۲ گرم آلیاژی از فلزات روی و مس با جذب ۹۷۰ ژول انرژی از $20^\circ C$ به $70^\circ C$ می‌رسد، در این آلیاژ در مجموع چند مول الکترون با مشخصات $l=2$ وجود دارد؟

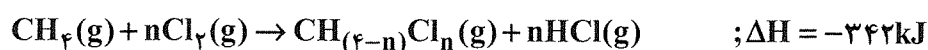
(گرمای ویژه Cu و Zn را به ترتیب 0.4 و 0.5 ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید.)

(۱) ۴/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۸/۵ (۴) ۶/۵

۸۸- ساختار زیر ترکیب آلی موجود در ادویه زعفران را نشان می‌دهد با توجه به آن کدام مطلب، نادرست است؟
($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

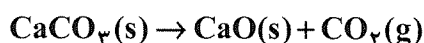


- (۱) یک ترکیب آروماتیک با فرمول $C_{10}H_{14}O$ است.
 - (۲) گروه عاملی آن در ترکیب آلی موجود در بادام هم وجود دارد.
 - (۳) یک ترکیب سیر نشده است و با ۲ مول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
 - (۴) تفاوت جرم مولی آن با نفتالن، ۲۲ گرم است.
- ۸۹- گاز کلر در شرایط مناسب مطابق واکنش زیر می‌تواند با گاز متان واکنش دهد و جایگزین اتم‌های هیدروژن در آن شود. با توجه به جدول آنتالپی پیوندها و ΔH واکنش، فرآورده کربن‌دار واکنش کدام است؟



پیوند	C-H	Cl-Cl	C-Cl	H-Cl
آنتالپی (kJ mol^{-1})	۴۱۵	۲۴۲	۴۳۱	۳۴۰

- (۱) $CHCl_3$ (۲) CH_2Cl_2 (۳) CH_3Cl (۴) CCl_4
- ۹۰- ۱۰ تن سنگ آهک ($CaCO_3$) ۸۰ درصد خالص در یک کوره به مدت ۲۵ ساعت حرارت داده می‌شود تا مطابق معادله زیر تجزیه شود. اگر بازده واکنش ۷۵ درصد باشد، درصد خلوص آهک (CaO) تولید شده و سرعت متوسط تولید گاز کربن دی‌اکسید بر حسب لیتر بر دقیقه کدام است؟ ناخالصی‌ها در اثر حرارت تجزیه نمی‌شوند و حجم مولی کربن دی‌اکسید در شرایط واکنش را ۲۵ لیتر در نظر بگیرید. ($C = 12, O = 16, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)



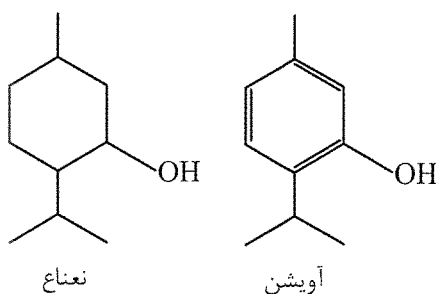
- (۱) $1000-54/6$ (۲) $2000-45/6$ (۳) $1000-45/6$ (۴) $2000-54/6$

۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نیروی بین مولکولی میان ذرات سازنده درشت مولکول‌ها، از ترکیب‌های یونی هم بیشتر است.
 - نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی در مونومر تفلون با این نسبت در گوگردتری‌اکسید برابر است.
 - متانوتیک اسید، آشناترین عضو خانواده اسیدهای آلی است که بر اثر گزش مورچه سرخ، وارد بدن می‌شود.
 - استیرن را می‌توان وینیل بنزن هم نام‌گذاری کرد که از پلیمر آن در تهیه ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود.
- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۹۲- بوی نعناع و آویشن به دلیل وجود ترکیب‌های آلی زیر در آن‌ها است. با توجه به ساختار این ترکیب‌ها چند مورد از

مطالب زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- نعناع دارای یک حلقه سیکلوهگزان و گروه عاملی هیدروکسیل است.
- انحلال پذیری هر دو ترکیب در آب بیشتر از انحلال پذیری آن‌ها در هگزان است.
- فرمول شیمیایی استر حاصل از واکنش نعناع با استیک اسید به صورت $C_{12}H_{22}O_2$ است.
- فرمول مولکولی فرآورده واکنش آویشن با مقدار کافی گاز هیدروژن، مشابه فرمول مولکولی نعناع است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۹۳- کدام مطلب، درست است؟

- (۱) برخی از صابون‌های مایع را می‌توان از گرم کردن روغن زیتون یا دنبه گوسفند با سدیم هیدروکسید تهیه کرد.
- (۲) شیر، سس مایونز و مخلوط صابون در آب نمونه‌هایی از کلئیدها هستند که ذرات سازنده آن‌ها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت‌اند.
- (۳) عملکرد بهتر در مسافرت‌های دریایی و ایجاد عوارض جانبی کمتر برای پوست، برخی از مزیت‌های پاک‌کننده‌های غیرصابونی نسبت به صابون مراغه است.
- (۴) محلول‌های الکترولیت به دلیل داشتن مولکول‌های قطبی و حرکت آن‌ها، اگر در مدار الکتریکی قرار بگیرند، جریان برق را عبور می‌دهند.

۹۴- پاسخ درست پرسش‌های (الف) و (ب) در کدام گزینه آمده است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)

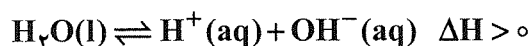
الف- چند گرم جوش شیرین برای خنثی کردن کامل ۵ لیتر محلول اسید قوی HX با $pH = 2/3$ ، لازم است؟
 $NaHCO_3(s) + HX(aq) \rightarrow NaX(aq) + H_2O(l) + CO_2(g)$

ب- در دمای $25^\circ C$ ، غلظت یون هیدروکسید در یک نمونه محلول، 7×10^{-8} برابر غلظت یون هیدرونیوم آب مقطر است. pH این نمونه چند است؟

(۱) $9/85 - 2/1$ (۲) $9/85 - 4/2$ (۳) $8/15 - 4/2$ (۴) $8/15 - 2/1$

۹۵- عبارت کدام گزینه به یقین درست است؟

- (۱) هر چه pH یک محلول کوچک‌تر باشد، اسید آن قوی‌تر است.
 - (۲) رسانای الکتریکی محلول ۱ مولار اسیدهای قوی با بازهای قوی برابر است.
 - (۳) چربی‌ها مخلوطی از استرهای بلند زنجیر هستند که مقداری اسید چرب آزاد هم دارند.
 - (۴) در یک قطره سود سوزآور غلیظ با $pH = 14$ ، یون هیدرونیوم وجود ندارد.
- ۹۶- باتوجه به معادله فرآیند یونش آب چه تعداد از مطالب زیر درست است؟



- غلظت یون H^+ آب جوش بیشتر از غلظت این یون در آب سرد است.
- با افزایش دمای آب خالص حاصل ضرب عبارت $[H^+][OH^-]$ افزایش می‌یابد.
- pH آب خالص در دمای $85^\circ C$ کوچک‌تر از ۷ است.
- آب خالص در دمای $70^\circ C$ خاصیت اسیدی بیشتری از آب خالص $25^\circ C$ دارد.

(۱) چهار (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۹۷- یون ClO_2^- یکی از یون‌های چند اتمی کلردار است که به راحتی می‌تواند با پودر آلومینیوم واکنش دهد. با توجه به E° های داده شده، اگر emf واکنش زیر $3/13$ ولت باشد، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در یون ClO_2^- و شمار الکترون‌های مبادله شده بین گونه‌های اکسند و کاهنده در این واکنش پس از موازنه چند مول است؟ $\text{Al(s)} + \text{ClO}_2^-(\text{aq}) + \text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{Al}^{3+}(\text{aq}) + \text{Cl}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O(l)}$

$$E^\circ(\text{Al}^{3+}/\text{Al}) = -1.65 \text{ V}$$

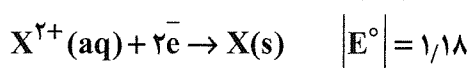
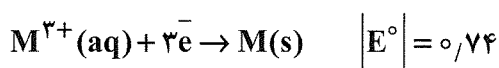
$$E^\circ(\text{ClO}_2^-/\text{Cl}_2) = +1.48 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{ClO}_2^-/\text{Cl}_2) = +1.87 \text{ V}$$

$$\begin{array}{llll} 42 - \frac{1}{3} \quad (4) & 42 - 0.3 \quad (3) & 30 - 0.3 \quad (2) & 30 - \frac{1}{3} \quad (1) \end{array}$$

۹۸- با توجه به قدرمطلق E° دو عنصر M و X و عبارت‌های زیر، کدام مورد به یقین درست است؟

- در سلول گالوانی $M-X$ ، پس از مدتی جرم الکترود M افزایش می‌یابد.
- در سلول گالوانی $X-SHE$ ، با گذشت زمان pH نیم‌سلول SHE افزایش می‌یابد.



الف- فلز M با محلول ۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد.

ب- محلول آبی $\text{X}(\text{NO}_3)_2$ را می‌توان در ظرفی از جنس فلز M نگه داشت.

پ- در سلول گالوانی $M-SHE$ ، الکترود هیدروژن نقش کاتد را ایفا می‌کند.

ت- emf سلول گالوانی $M-X$ می‌تواند 0.44 یا 1.92 ولت باشد.

(۱) الف و ب (۲) پ و ت (۳) ب و ت (۴) الف و ت

۹۹- اگر در واکنش $\text{NO(g)} + \text{NO}_2(\text{g}) + \text{NH}_3(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O(g)}$ در دما و فشار ثابت، نسبت حجمی

NO به NO_2 برابر ۴ باشد، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در این واکنش کدام است و در

مجموع چند مول الکترون در این واکنش مبادله می‌شود؟

$$\begin{array}{llll} 12 - 42 \quad (4) & 12 - 39 \quad (3) & 24 - 39 \quad (2) & 24 - 42 \quad (1) \end{array}$$

۱۰۰- اگر برای تهیه آهن سفید (گالوانیزه) از فرایند آبرکاری یک ورقه آهنی با فلز مورد نظر استفاده شود، چه تعداد از

مطالب زیر، درست است؟

- ورقه آهنی باید به قطب منفی جریان برق وصل شود.
- الکترولیت سلول باید محلول سیرشده آهن (II) سولفات باشد.
- با قطع جریان برق، هیچ واکنشی بین الکترودها و الکترولیت انجام نمی‌شود.
- فلز مورد نیاز، قلع است که باید نقش آند این سلول را ایفا کند.

(۱) سه (۲) چهار (۳) یک (۴) دو

۱۰۱- به طور کلی مولکول‌هایی که است، به یقین در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(۱) اتم مرکزی در آن‌ها فاقد الکترون ناپیوندی

(۲) از اتم‌های یکسانی ساخته شده

(۴) هسته اتم‌های سازنده آن‌ها روی یک خط راست

(۳) از دو اتم یکسان تشکیل شده

۱۰۲- عدد اکسایش اتم وانادیم در نمک VO_2^+ چند است و اگر 100 میلی لیتر محلول این نمک با غلظت 0.4 مول

بر لیتر با $1/3$ گرم فلز روی به طور کامل واکنش دهد، رنگ نهایی محلول کدام است؟ ($\text{Zn} = 65: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۴ - سبز (۲) ۵ - بنفش (۳) ۵ - سبز (۴) ۴ - بنفش

۱۰۳- کدام گزینه درباره واکنش های تعادلی زیر، درست است؟

(۱) $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ $\Delta H > 0$ تعادل

(۲) $\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_3(\text{g})$ تعادل

(۳) $2\text{NO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ $\Delta H < 0$ تعادل

(۱) تغییر حجم مخلوط تعادلی (۲) در دمای ثابت، باعث تغییر غلظت مولی مواد شرکت کننده در تعادل نمی شود.

(۲) اگر در دمای ثابت فشار مخلوط تعادلی (۱) را کاهش دهیم، رنگ مخلوط پس از برقراری تعادل جدید، پررنگ تر از تعادل اولیه است.

(۳) اگر با افزایش دما، رنگ مخلوط تعادلی (۲) کمتر شود، علامت ΔH واکنش، مثبت است.

(۴) اگر در دمای ثابت، a مول NO_2 از تعادل (۳) خارج کنیم، پس از برقراری تعادل جدید، ثابت تعادل به اندازه $\frac{a}{2}$ افزایش یافته است.

۱۰۴- تفاوت جرم مولی پارازایلین و ترفتالیک اسید، با جرم مولی کدام ترکیب برابر است؟

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) اوره (۲) فورمیک اسید (۳) اتانول (۴) استون

۱۰۵- چه تعداد از موارد زیر به یقین، درست است؟

• بنزوئیک اسید، برخلاف سولفوریک اسید بیشتر به صورت مولکولی در آب حل می شود و محلول آبی آن الکترولیت ضعیف است.

• در فرآیندهای خوردگی آهن، آهن سفید خراش دیده و حلی خراش دیده، به ترتیب فلزات آهن، روی و قلع نقش کاتد را ایفا می کنند.

• آنتالپی فروپاشی شبکه بلور کلرید فلزات قلیایی، با افزایش واکنش پذیری فلز، افزایش می یابد.

• اگر در یک واکنش فرضی، انرژی 50 درصد ذرات واکنش دهنده بیشتر از E_a واکنش باشد، بازده واکنش 50 درصد است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

@sanjesheducationgroup

@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم - جامع نوبت سوم
(۱۴۰۳/۰۳/۱۱)

علوم ریاضی و فنی

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 **@sanjesheducationgroup**

 **@sanjeshserv**

کانال‌های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

با توجه به صورت تست داریم:

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = 5 \Rightarrow a_{n+1} = 5a_n$$

یعنی a_n دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $q = 5$ است.

از طرفی $a_5^2 = 3a_8$ و چون در یک دنباله هندسی، $a_5^2 = a_4 a_8$ پس نتیجه می‌گیریم:

$$a_4 = 3$$

برای محاسبه a_7 داریم:

$$a_7 = a_4 q^3 = 3(5)^3$$

برای محاسبه $\frac{S_6}{S'_6}$ نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم:

می‌دانیم که $\frac{S_{12}}{S_6} = 1 + q^6$ است، پس:

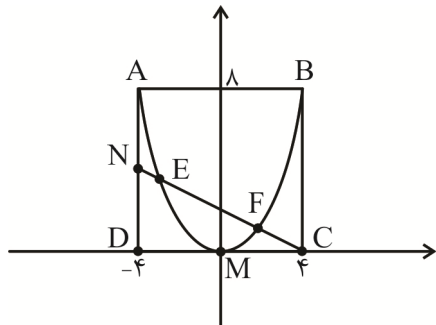
$$\frac{S_6 + S'_6}{S_6} = 1 + q^6 \Rightarrow 1 + \frac{S'_6}{S_6} = 1 + q^6 \Rightarrow \frac{S'_6}{S_6} = q^6 = 5^6 \Rightarrow \frac{S_6}{S'_6} = \frac{1}{5^6}$$

نهایتاً جواب تست برابر است با:

$$a_7 \times \frac{S_6}{S'_6} = 3(5^3) \times \frac{1}{5^6} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۲. گزینه ۳ درست است.

برای راحتی، نقطه M را بر مبدأ مختصات و ضلع DC را بر محور xها قرار می‌دهیم.



معادله سهمی: $f(x) = ax^2 \Rightarrow 8 = 16a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$
 $f(4) = 8$

معادله خط گذرنده از نقاط $(-4, 4)$ و $(4, 0)$: $y = -\frac{1}{4}x + 2$

مختصات نقاط E و F از برخورد سهمی $y = \frac{1}{2}x^2$ و خط $y = -\frac{1}{4}x + 2$

به دست می‌آیند:

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x + 2 \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow x_E = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, x_F = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

با جایگذاری طول این نقاط در ضابطه خط (یا سهمی) داریم:

$$\Rightarrow E\left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, \frac{9 + \sqrt{17}}{4}\right), F\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{4}\right)$$

$$\Rightarrow |EF| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(\sqrt{17})^2 + \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2} = \sqrt{17 + \frac{17}{4}} = \sqrt{\frac{85}{4}(17)} = \frac{\sqrt{85}}{2}$$

۳. گزینه ۲ درست است.

طول پاره‌خطی که نمودار یک سهمی درجه دو بر روی محور xها جدا می‌کند، برابر با فاصله صفرهای آن از یکدیگر است:

عرض مستطیل طلایی - طول مستطیل طلایی $|\alpha - \beta|$

اگر طول و عرض مستطیل طلایی را x و y بنامیم، می‌دانیم:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} \Rightarrow xy + y^2 = x^2 \Rightarrow x^2 - y^2 = xy \Rightarrow$$

$$(x-y)(x+y) = xy \Rightarrow (x-y)\frac{P}{2} = S \Rightarrow x-y = \frac{2S}{P}$$

۴. گزینه ۴ درست است.

اگر $a = 4$ باشد، دو نیم خط موازی‌اند و قطعاً تلاقی ندارند.

اگر $a \neq 4$ باشد و نیم خط‌ها را امتداد دهیم، حتماً در نقطه‌ای مانند P تلاقی دارند:

$$ax + 3 = 4x + a + 1 \Rightarrow (a-4)x = a-2 \Rightarrow x_P = \frac{a-2}{a-4}$$

برای اینکه دو نیم خط تلاقی نداشته باشند، کافی است x_P در دامنه مشترک دو نیم خط یعنی $x \geq 2$ قرار نگیرد:

$$\frac{a-2}{a-4} < 2 \Rightarrow \frac{a-2}{a-4} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{-a+6}{a-4} < 0 \Rightarrow a < 4 \text{ یا } 6 < a$$

پس اجتماع جواب‌های قابل قبول برای a ، به صورت زیر است:

$$a \leq 4 \text{ یا } 6 < a \rightarrow a \in \mathbb{R} - (4, 6]$$

۵. گزینه ۲ درست است.

$$g^{-1}(27) = b \Rightarrow g(b) = 27 \Rightarrow f(2b-4) = 27 \Rightarrow f^{-1}(27) = 2b-4$$

از طرفی می‌دانیم:

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - x + 2 \Rightarrow f^{-1}(27) = \sqrt[3]{27} - 27 + 2 = -22$$

پس داریم:

$$2b-4 = -22 \Rightarrow 2b = -18 \Rightarrow b = -9 \Rightarrow g^{-1}(27) = -9$$

پس:

$$\sqrt{-g^{-1}(27)} = \sqrt{-(-9)} = \sqrt{9} = 3$$

۶. گزینه ۴ درست است.

با توجه به خواص لگاریتم داریم:

$$(\log_4^x)(\log_4^x) + 3(\log_4^x) - 4 = 0$$

با فرض $\log_4^x = t$ داریم:

$$t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow t = -4, 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_4^x = -4 \Rightarrow x_1 = 4^{-4} \\ \log_4^x = 1 \Rightarrow x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 \times x_2 = 4^{-4} \times 4 = 4^{-3} = \frac{1}{64}$$

۷. گزینه ۳ درست است.

تابع $y = f(2x-1)$ از انقباض طولی $y = f(x-1)$ با ضریب $\frac{1}{2}$ به دست می‌آید؛ بنابراین دامنه تابع دوم $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ است.

برد تابع $2f(x-1) - 1$ با برد تابع $2f(2x-1) - 1$ برابر است. بنابراین:

$$0 \leq 2f(2x-1) - 1 \leq 3 \Rightarrow \frac{-1}{2} \leq f(2x-1) \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{2} \leq -\frac{1}{2}f(2x-1) - 1 \leq -\frac{3}{4} \Rightarrow R_y = \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right]$$

اجتماع این بازه‌ها شامل اعداد صحیح $-1, 0, 1$ است.

۸. گزینه ۳ درست است.

$$\sin(x+y) = \frac{7}{10} \Rightarrow \sin x \cos y + \cos x \sin y = \frac{7}{10}$$

$$\sin(x-y) = \frac{3}{10} \Rightarrow \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{3}{10}$$

طرفین دو معادله اخیر را با هم جمع می‌کنیم:

$$\sin x \cos y = \frac{5}{10}$$

طرفین دو معادله اخیر را از هم کم می‌کنیم:

$$\cos x \sin y = \frac{2}{10}$$

با تقسیم طرفین دو رابطه اخیر بر هم داریم:

$$\tan x \cot y = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\cot y}{\cot x} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\cot x}{\cot y} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

۹. گزینه ۲ درست است.

از دوره تناوب تابع و نمودار آن داریم:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

از طرفی، نمودار تابع از مبدأ گذشته است. یعنی $f(0) = 0$ است:

$$2 + a \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2 + \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = -4$$

در نتیجه $f(x) = 2 - 4 \cos^2\left(bx + \frac{\pi}{4}\right)$ است و ماکزیمم این تابع $m = 2 - 0 = 2$ است.

در آخر با توجه به اتحاد طلایی داریم:

$$f(x) = 2 - 4 \left(\frac{1 + \cos(2bx + \frac{\pi}{2})}{2} \right) = 2 - 2(1 - \sin 2bx) = 2 \sin 2bx$$

در پایان، از آنجا که این تابع در مبدأ نزولی است، پس $b < 0$ است و با توجه به $|b| = 2$ می‌فهمیم که $b = -2$ است. پس داریم:

$$m + ab = 2 + (-2)(-4) = 10$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$2 \sin^2 x - 1 = \sin 4x \Rightarrow -\cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x \Rightarrow$$

$$2 \sin 2x \cos 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x (2 \sin 2x + 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ 2x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = \frac{5\pi}{2}$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

مجموع جواب نامعادله $|x+3| < d$ یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز ۳- و به شعاع d است.

پس یک همسایگی محذوف متقارن عدد ۳- به صورت $(-4, c) \cup (2a-1, b+2)$ یا به عبارتی $(-4, c) \cup (2a-1, b+2)$ در آمده است، برای این منظور باید:

$$\begin{cases} c = -3 \\ 2a - 1 = -3 \Rightarrow a = -1 \end{cases} \Rightarrow (-4, -3) \cup (-3, b+2)$$

با توجه به بازه $(-4, -3)$ ، شعاع همسایگی برابر با یک است، پس:

$$\begin{cases} d = 1 \\ b + 2 = -2 \Rightarrow b = -4 \end{cases}$$

$$a - b + c - d = (-1) - (-4) + (-3) - (1) = -1$$

نهایتاً داریم:

۱۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به حضور رادیکال داریم:

$$-x^2 + 2x + 8 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4$$

حالا در این بازه، باید به دنبال ناپیوستگی‌های تابع $y = x \left[\frac{2}{3}x \right]$ باشیم. می‌دانیم که نقاط دردرساز، نقاطی هستند که داخل براکت را صحیح می‌کنند:

$$-2 \leq x \leq 4 \Rightarrow \frac{-4}{3} \leq \frac{2}{3}x \leq \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ \frac{3}{2} \\ 3 \end{cases}$$

اما دقت کنید که $x = 0$ به علت وجود عامل صفر شونده x در پشت براکت، به جمع نقاط پیوسته بر می‌گردد و نقاط ناپیوسته این تابع $x = \pm \frac{3}{2}, 3$ می‌باشند. پس تابع در بازه‌های زیر پیوسته است:

$$\left(-2, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, 3\right), (3, 4)$$

بزرگترین این بازه‌ها، بازه $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ است و لذا:

$$a = -\frac{3}{2}, b = \frac{3}{2} \Rightarrow b - a = 3$$

۱۳. گزینه ۳ درست است.

به شرطی حاصل حد f در $x = 1$ برابر $-\infty$ است که $x = 1$ ریشه مضاعف مخرج باشد:

$$ax^2 - bx - 2 = a(x-1)^2 \Rightarrow ax^2 - bx - 2 = ax^2 - 2ax + a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b = -2a \\ -2 = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{-2x^2+4x-2} = \frac{2x+1}{-2(x-1)^2}$$

پس داریم:

$$f(ax+b) = f(-2x-4) = \frac{2(-2x-4)+1}{-2(-2x-4-1)^2} = \frac{-4x-7}{-2(2x+5)^2}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xf(ax+b) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2-7x}{-2(4x^2+20x+25)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2}{-8x^2} = \frac{1}{2}$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

ابتدا با توجه به اینکه $f^2(x)f'(x) = \frac{1}{3}(f^3(x))'$ است، داریم:

$$f^2(x)f'(x) = \frac{1}{3}(x^3(x^2-1))' = \frac{1}{3}(x^5 - x^3)' = \frac{5}{3}x^4 - x^2$$

با جایگذاری $x = 3$ به مقدار ۱۲۶ می‌رسیم.

$$\frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = (\sqrt[3]{x^2-1})' = \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}$$

از طرفی داریم:

با جایگذاری $x = 3$ به مقدار $\frac{1}{3}$ می‌رسیم.

$$126 + \frac{1}{3} = 126\frac{1}{3}$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر در $x = 3$ برابر است با:

۱۵. گزینه ۴ درست است.

ابتدا دامنه تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 2x\sqrt{2-x^2} + 2 \rightarrow 2-x^2 \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

نقاط بحرانی را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2(\sqrt{2-x^2} + x \times \frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}}) = 2\left(\frac{2-x^2-x^2}{\sqrt{2-x^2}}\right) = 2\left(\frac{2-2x^2}{\sqrt{2-x^2}}\right)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2-2x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

برای پیدا کردن مقادیر اکسترمم مطلق داریم:

$$\begin{cases} f(-\sqrt{2}) = 2 \\ f(\sqrt{2}) = 2 \\ f(1) = 4 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \text{ماکزیمم مطلق} \\ \text{مینیمم مطلق} \end{matrix} \rightarrow \text{مجموع} = 4$$

۱۶. گزینه ۱ درست است.

$$f(x) = \frac{x-3}{2x-1} : w \begin{cases} x = \text{مجانِب قائم} \rightarrow 2x-1=0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ y = \text{مجانِب افقی} : x \rightarrow \infty \rightarrow y = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow w\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$g(x) = x^2 + 4x + 2 : \begin{cases} x_{\min} = x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-4}{2(1)} = -2 \rightarrow \min(-2, -2) \\ y_{\min} = g(-2) = -2 \end{cases}$$

معادله خط گذرنده از نقاط $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $(-2, -2)$ ، $y = x$ است. پس نقطه عطف تابع h نیز بر خط $y = x$ واقع است:

$$h(x) = x^3 - 3x^2 + a : \begin{cases} x_{\text{عطف}} = \frac{-b}{3a} = \frac{3}{3(1)} = 1 \\ y_{\text{عطف}} = h(1) = a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

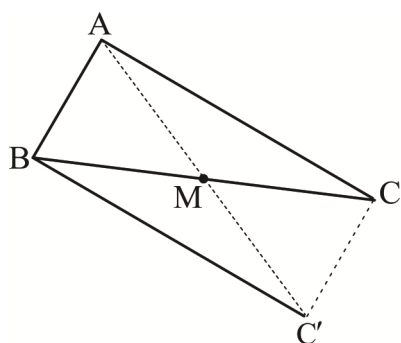
$$h(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$h'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, 2$$

$$h(0) = 1$$

X	0	2	
f'(x)	+	-	+
f(x)			
			
	max نسبی	min نسبی	

۱۷. گزینه ۴ درست است.



بهترین راهکار برای رسم هر مثلث که در آن، اندازه دو ضلع و میانه وارد بر ضلع سوم داده شده باشد، این است که میانه را به اندازه خود امتداد دهیم. در اینجا هم کافی است میانه AM را به اندازه خودش تا نقطه C' امتداد دهیم؛ در این صورت مثلث ABC' را داریم که اندازه ضلع AB و AC' = 2AM از آن داده شده‌اند و برای تعیین حدود اندازه ضلع سوم (چون ABC'C یک متوازی‌الاضلاع است، پس BC' = AC) از نابرابری مثلثی بهره بگیریم. در نتیجه خواهیم داشت:

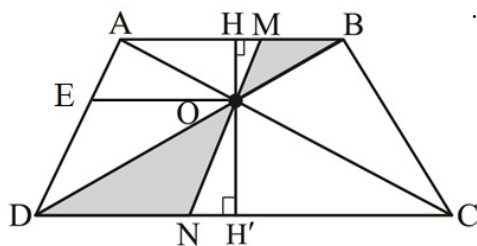
$$(AC' - AB) < (AC' + AB) \Rightarrow 2 \times 4 - 7 < BC' < 2 \times 4 + 7$$

شمار جواب‌های طبیعی = 14 - 2 + 1 = 13

$$\Rightarrow 1 < BC' < 15 \xrightarrow{BC' \in \mathbb{N}} 2 \leq BC' \leq 14 \Rightarrow BC'$$

توجه: در واقع برای هر مقدار پذیرفتنی برای AC، این زاویه $\hat{A}CB$ است که تغییر می‌کند و اندازه‌های AB و M ثابت‌اند.

۱۸. گزینه ۳ درست است.



از O خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم بنا به نتیجه تالس در دوزنقه داریم.

$$EO = \frac{4 \times 6}{4 + 6} = 2.4$$

$$MB = AB - AM = 4 - EO = 4 - 2.4$$

$$MB = 1.6$$

$$DN = EO = 2.4$$

$$\triangle ABO \sim \triangle DOC \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{4}{6}$$

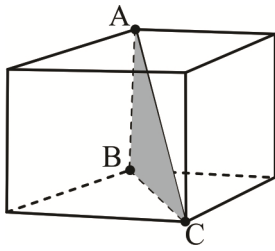
$$OH = 2h, OH' = 3h \rightarrow OH + OH' = 5 \rightarrow h = 1$$

$$S_{OMB} + S_{ODN} = \frac{1}{2}(1.6 \times 2) + \frac{1}{2}(2.4 \times 3) = 5$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.

پاره خط AB بر کف مکعب عمود است این پاره خط بر BC نیز عمود است.

مثلث ABC قائم‌الزاویه است.



$$AC = a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{2}, AB = a$$

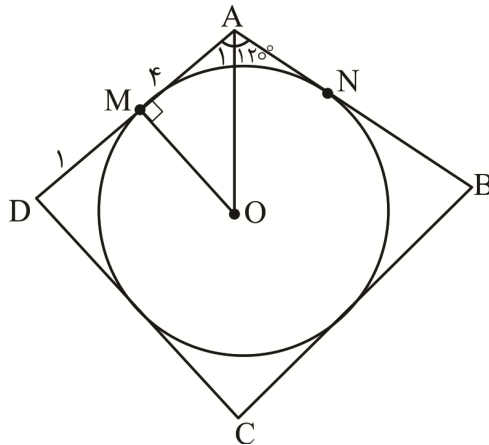
$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin \hat{C} + \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{3} (1 + \sqrt{2})$$

۲۰. گزینه ۲ درست است.

O مرکز دایره محاطی چند ضلعی محیطی ABCD است. O را به A و M وصل می کنیم:



$$\hat{A}_1 = 60^\circ, \hat{M} = 90^\circ$$

$$\text{OAM: } \tan 60^\circ = \frac{OM}{AM} \Rightarrow r = OM = 4\sqrt{3} \text{ شعاع دایره محاطی}$$

چهار ضلعی محیطی است. لذا $AB + DC = AD + BC$

$$2P = AB + BC + DC + AD = 2(AD + BC) \Rightarrow P = AD + BC = 5 + BC$$

$$\text{از طرفی } r = \frac{S}{p} \text{ شعاع دایره محاطی}$$

$$\Rightarrow 52\sqrt{3} = 4\sqrt{3}(5 + BC) \Rightarrow BC = 8$$

۲۱. گزینه ۱ درست است.

$$\triangle ABO \sim \triangle DOC \rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{AB}{DC} = \frac{4}{10}$$

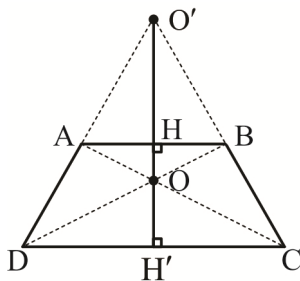
$$\frac{OH}{OH'} = \frac{4}{10} \rightarrow \frac{OH}{OH + OH'} = \frac{4}{14}$$

$$OH = \frac{12}{7}$$

$$O'AB \sim O'DC \rightarrow \frac{O'H}{O'H'} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{O'H}{O'H + 6} = \frac{4}{10} \rightarrow \frac{O'H}{6} = \frac{4}{6}$$

$$O'H = 4$$

$$S_{O'AOB} = \frac{1}{2} AB \times O'O = \frac{1}{2} \times (4) \left(4 + \frac{12}{7}\right) = \frac{80}{7}$$

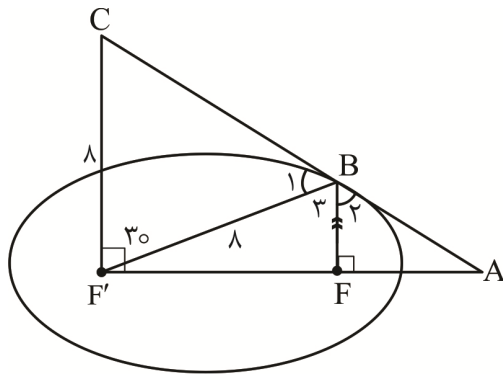


۲۲. گزینه ۴ درست است.

B روی بیضی قرار دارد.

$$2a = 14, a = 7$$

$$BF = \frac{b^2}{a} = 6 \Rightarrow b^2 = 42 \rightarrow b = \sqrt{42}, c^2 = a^2 - b^2 = 49 - 42 = 7 \quad c = \sqrt{7}$$



$$BF + BF' = 14 \xrightarrow{BF=6} BF' = 8$$

$$CF' = BF' = 8$$

$$A = 15, F' = 90 \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 75$$

$$B_1 = B_2 = 75, B_3 = 30$$

در مثلث BCF' بنابر قضیه کسینوس داریم:

$$BC^2 = BF'^2 + CF'^2 - 2BF'(CF') \cos 30 = 64 + 64 - 2(8)(8)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$BC^2 = 64(2 - \sqrt{3})$$

$$\text{محیط چهار ضلعی} = 6 + 8 + 8 + 8\sqrt{2 - \sqrt{3}} = 22 + 8\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

$$A^5 = A^3 \times A^2 \Rightarrow A^2 = (A^3)^{-1} \times A^5 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -31 \\ 0 & 32 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 8 & -24 \\ 0 & 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\left(A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^3)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$A^3 = A^2 \times A \Rightarrow A = (A^2)^{-1} \times A^3 = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\left(A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Rightarrow A \text{ مجموع درآیه‌های } = 1 - 1 + 0 + 2 = 2$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.

$$A = kI \Rightarrow AB = BA$$

$$(A + 2B)(A - 3B) = A^2 - 3AB + 2BA - 6B^2$$

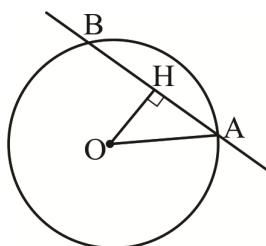
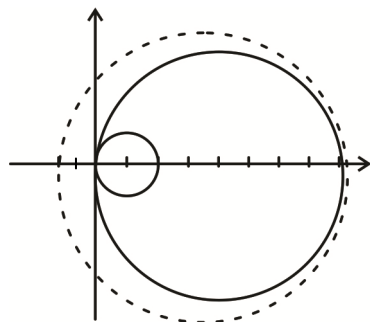
$$= A^2 - AB - 6B^2$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & 4 & 20 \\ -12 & -3 & 1 \\ 4 & -8 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درآیه‌ها} = -7$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

دو دایره را رسم می‌کنیم. دایره اول مرکز $(1, 0)$ و شعاع یک و دایره دوم مرکز $(3, 0)$ و شعاع ۵ دارد. بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر دو دایره مماس است، دایره‌ای به مرکز $(4, 0)$ و به شعاع ۴ است.



$$r = OA = 4, OH = \frac{|4 - 0 - 6|}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2}$$

$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 16 - 2 = 14$$

$$AB = 2AH = 2\sqrt{14}$$

۲۶. گزینه ۴ درست است.

روش اول:

$$y = mx + c \xrightarrow{M(-3, -1)} -1 = -3m + c \Rightarrow c = 3m - 1$$

$$\Rightarrow y = mx + (3m - 1) \xrightarrow{\text{تلاقی با سهمی}} \begin{cases} y + 1 = mx + 3m \\ (y + 1)^2 = 4(x + 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (mx + 3m)^2 = 4x + 8 \Rightarrow m^2 x^2 + 6m^2 x + 9m^2 - 4x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 x^2 + (6m^2 - 4)x + 9m^2 - 8 = 0$$

خط مماس و سهمی فقط در یک نقطه یکدیگر اشتراک دارند؛ بنابراین معادله درجه دوم بالا باید یک ریشه داشته باشد، یعنی $\Delta = 0$

$$\Delta = (6m^2 - 4)^2 - 4(m^2)(9m^2 - 8) = 0$$

$$\Rightarrow 36m^4 - 48m^2 + 16 - 36m^4 + 32m^2 = 0 \Rightarrow 16 = 16m^2 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$m = 1 \rightarrow y = x + 2 \rightarrow (x + 3)^2 = 4(x + 2) \Rightarrow x = -1, (-1, 1)$$

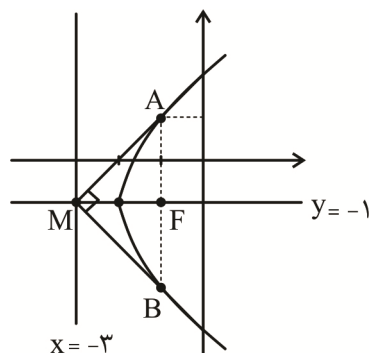
روش دوم:

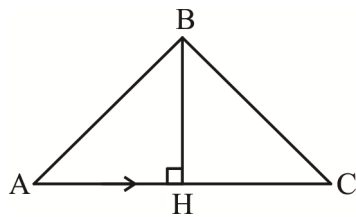
نقطه M نقطه تلاقی محور تقارن خط‌های سهمی است.

مماس‌هایی که از M بر سهمی رسم می‌شوند نقطه تماس روی وتر که از F بر محور تقارن عمود است قرار دارد.

پاره خط AB دارای معادله $x = -1$ است. با جایگذاری در معادله سهمی داریم:

$$\begin{aligned} x = -1 &\Rightarrow y = 1, -3 \\ &(-1, 1) \\ &(-1, -3) \end{aligned}$$





۲۷. گزینه ۲ درست است.

$\vec{AH}$ تصویر قائم بردار $\vec{AB}$ روی ضلع $\vec{AC}$ است.

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (1, -2, -2)$$

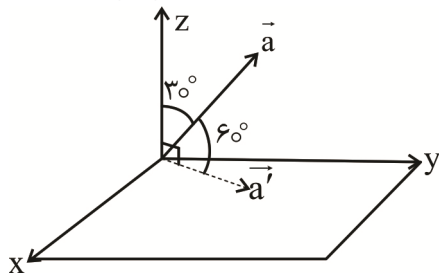
$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = (1, 1, -1)$$

$$\vec{AH} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} \vec{AC} = \frac{1-2+2}{3} (1, 1, -1) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

۲۸. گزینه ۱ درست است.

$$\vec{a} = (0, -2, 2\sqrt{3})$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \gamma = 30^\circ$$



محور Zها بر صفحه XOY عمود است؛ بنابراین زاویه بین بردار و صفحه XOY برابر 60° درجه است.

۲۹. گزینه ۴ درست است.

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها و هم ارزی‌های منطقی خواهیم داشت:
گزینه ۱ همواره درست است.

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	د	د

گزینه ۲ همواره درست است.

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$$

گزینه ۳ همواره درست است

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د

گزینه ۴

$$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim (p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv [\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge [\sim q \vee (p \wedge q)]$$

$$\equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \wedge \underbrace{(\sim p \vee q)}_{p \Rightarrow q} \wedge \underbrace{(\sim q \vee p)}_{q \Rightarrow p} \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_T \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

$$[(A \cup B') \cap (B \cup A')] \cup C' = [(A \cup B') \cap (B \cup A')] \cap C' \\ = [(A \cup B')' \cup (B \cup A')'] \cap C' = [(A' \cap B) \cup (B' \cap A)] \cap C' = [(A - B) \cup (B - A)] - C$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۳ نمودار و متناظر با این مجموعه است.

۳۱. گزینه ۱ درست است.

روش اول:

$$\begin{cases} n(S) = \binom{64}{2} = \frac{64 \times 63}{2} = 32 \times 63 \\ n(A) = \binom{8}{1} \binom{8}{2} = 8 \times \frac{8 \times 7}{2} = 8 \times 28 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{8 \times 28}{32 \times 63} = \frac{8 \times 4 \times 7}{32 \times 9 \times 7} = \frac{1}{9}$$

۲ نفر از ۸ نفر $\rightarrow$ $\leftarrow$ یک صف از ۸ صف

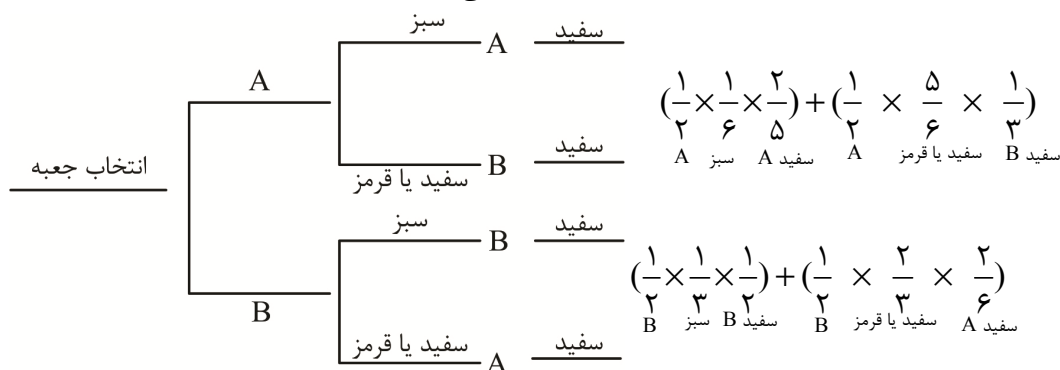
روش دوم: می‌توانیم سربازها را پشت سر هم بدون جایگذاری انتخاب کنیم و سپس با استفاده از قانون ضرب احتمال، احتمال مطلوب را حساب کنیم. برای انتخاب اولین سرباز هیچ قیدی وجود ندارد، پس همه ۶۴ نفر مطلوب هستند. اما برای انتخاب

سرباز دوم، مطلوب آن است که با اولین سرباز، هم‌صف باشد. بنابراین احتمال مطلوب برابر است با: $\frac{64}{64} \times \frac{7}{63} = \frac{1}{9}$

۳۲. گزینه ۱ درست است.

۱ سبز	۱ سبز
۲ سفید	۱ سفید
۳ قرمز	۱ قرمز
A	B

با توجه به نمودار زیر و قانون احتمال کل، احتمال مطلوب به صورت زیر به دست می‌آید:



$$\text{احتمال سفید بودن مهره دوم} = \frac{1}{30} + \frac{5}{36} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{6 + 25 + 15 + 20}{180} = \frac{66}{180} = \frac{11}{30}$$

۳۳. گزینه ۱ درست است.

اگر میانگین داده‌های کوچک‌تر از چارک اول با میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم برابر باشد؛ آنگاه همه داده‌ها با هم برابرند. از طرفی دیگر با اضافه شدن داده‌های ۲۲، ۲۵، ۲۶ و ۲۷ به داده‌های اولیه، میانگین تغییر نمی‌کند، پس میانگین ۱۶ داده اولیه با میانگین ۴ داده جدید برابر است:

$$\bar{x} = \frac{22 + 25 + 26 + 27}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

پس میانگین ۱۶ داده اول برابر ۲۵ است. از طرفی همه این داده‌ها با هم برابرند، پس همه ۱۶ داده اول برابر با ۲۵ هستند. حالا می‌توانیم واریانس ۲۰ داده را به صورت زیر حساب کنیم:

x_i	۲۵	۲۵	...	۲۵	۲۲	۲۵	۲۶	۲۷
$x_i - \bar{x}$	۰	۰		۰	-۳	۰	۱	۲
$(x_i - \bar{x})^2$	۰	۰	...	۰	۹	۰	۱	۴

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{20} = \frac{0+0+\dots+0+9+0+1+4}{20} = \frac{14}{20} = 0.7$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$5a - 1 \equiv a + 1 \Rightarrow 4a \equiv 2 \xrightarrow{\div 2} 2a \equiv 1 \xrightarrow{\div 2} a \equiv 3 \Rightarrow a = 5k + 3$$

$$\xrightarrow{k=19} a = 95 + 3 = 98 \Rightarrow 98 \equiv (-1)^{53} \equiv -1 \equiv 10$$

۳۵. گزینه ۳ درست است.

شرط آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ در Z جواب داشته باشد، آن است که $(a, b) | c$ بنابراین:

$$(2a+3, 3a+1) | 12 \quad \text{فرض: } (2a+3, 3a+1) = d \Rightarrow \begin{cases} d | 2a+3 \\ d | 3a+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d | 6a+9 \\ d | 6a+2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 7 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7$$

با توجه به این که $12 \nmid 7$ بنابراین $d = 1$ است. پس باید اعداد صحیح $2a+3$ و $3a+1$ نسبت به هم اول باشند تا این معادله در Z جواب داشته باشد. برای یافتن تعداد اعداد دو رقمی a به طوری که اعداد $2a+3$ و $3a+1$ نسبت به هم اول باشند، ابتدا فرض می‌کنیم که ب.م.م این دو عدد برابر ۷ باشد و با این فرض تعداد اعداد دو رقمی را پیدا می‌کنیم. سپس این عدد را از تعداد کل اعداد دو رقمی یعنی ۹۰ کم می‌کنیم تا تعداد اعداد مطلوب به دست آید:

$$(2a+3, 3a+1) = 7 \Rightarrow 2a+3 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv -3 \equiv 4 \Rightarrow a \equiv 2$$

$$\Rightarrow a = 7k + 2 \Rightarrow 10 \leq 7k + 2 \leq 99 \Rightarrow 8 \leq 7k \leq 97$$

$$\Rightarrow 2 \leq k \leq 13 \Rightarrow 13 - 2 + 1 = 12$$

پس به ازای ۱۲ عدد دو رقمی ب.م.م $2a+3$ و $3a+1$ برابر ۷ است و در نتیجه تعداد اعداد دو رقمی مطلوب برابر است با:

$$90 - 12 = 78$$

۳۶. گزینه ۲ درست است.

هر گراف C_n ، رأس درجه ۲ دارد و هر گراف P_m دارای $(m-2)$ رأس درجه ۲ و دو رأس درجه ۱ است. بنابراین حاصل ضرب درجات رأس‌های گراف G به صورت زیر است:

$$\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_n \times \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{(m-2)} \times 1 \times 1 = 32$$

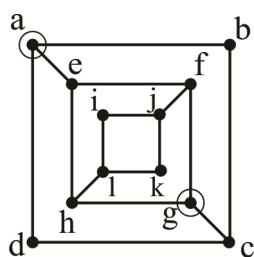
$$\Rightarrow 2^{n+m-2} = 2^5 \Rightarrow n+m-2 = 5 \Rightarrow n+m = 7$$

با توجه به این $n \geq 3$ و $m \geq 2$ است، حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

$$n = 3, m = 4 \Rightarrow \triangle \text{ --- } \text{---}$$

$$n = 4, m = 3 \Rightarrow \square \text{ --- } \text{---}$$

$$n = 5, m = 2 \Rightarrow \text{pentagon} \text{ --- } \text{---}$$



۳۷. گزینه ۳ درست است.

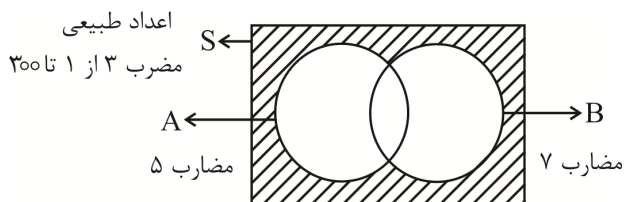
هر ۷- مجموعه شامل رأس‌های a و g، رأس‌های f, c, e, d, b و h را احاطه می‌کند. بنابراین باید رأس‌هایی را انتخاب کنیم تا رأس‌های باقی‌مانده یعنی i, j, k و l احاطه شوند. برای احاطه کردن این ۴ رأس با توجه به شکل به ۲ رأس نیاز داریم. این ۲ رأس عبارتند از:

$$\{i, j\}, \{i, k\}, \{i, l\}, \{j, k\}, \{j, l\}, \{k, l\}, \{j, h\}, \{l, f\}$$

بنابراین ۸ مجموعه احاطه‌گر مینیمم شامل a و g وجود دارد.

۳۸. گزینه ۴ درست است.

اگر مجموعه مرجع را اعداد طبیعی نابیشتر از ۳۰۰ و مضرب ۳ فرض کنیم، آنگاه می‌توانیم تعداد اعداد مطلوب را به صورت زیر به دست آوریم:



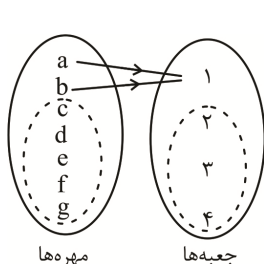
$$S = \{x : x \in \mathbb{N}, x \leq 300, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$A = \{x : x \in S, x = 5k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : x \in S, x = 7k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد اعداد مطلوب} &= |A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = \left[\frac{300}{3} \right] - \left(\left[\frac{300}{15} \right] + \left[\frac{300}{21} \right] - \left[\frac{300}{105} \right] \right) \\ &= 100 - (20 + 14 - 2) = 100 - 32 = 68 \end{aligned}$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.



ابتدا ۲ مهره از ۷ مهره را انتخاب می‌کنیم و در جعبه اول قرار می‌دهیم. این کار به $\binom{7}{2} = 21$ طریق امکان‌پذیر است. حالا ۵ مهره دیگر و ۳ جعبه دیگر داریم و باید مهره‌ها را طوری در جعبه‌ها قرار دهیم که هیچ جعبه‌ای خالی نماند. تعداد حالت‌های ممکن برابر است با تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضوی مهره‌ها به مجموعه ۳ عضوی جعبه‌ها. تعداد توابع پوشا از مجموعه m عضوی به مجموعه ۳ عضوی $(m \geq 3)$ از رابطه $3^m - 3 \times 2^m + 3$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$m = 5 \Rightarrow 3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 243 - 96 + 3 = 150$$

پس تعداد کل حالت‌های مطلوب برابر است با: $21 \times 150 = 3150$

۴۰. گزینه ۲ درست است.

اگر a عددی زوج باشد، آنگاه:

$$a = 2k \Rightarrow 2k = 14q + r \Rightarrow r = 2k - 14q = 2(k - 7q) = 2k'$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم عدد زوج a بر ۱۴ نیز عددی زوج است از طرفی دیگر $0 \leq r < 14$ است.

به عبارت دیگر باقی‌مانده تقسیم عدد زوج a بر ۱۴ می‌تواند یکی از اعداد ۰، ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰ یا ۱۲ باشد. بنابراین براساس اصل لانه کبوتر و با توجه به آن که ۷ باقی‌مانده مختلف (۷ لانه) وجود دارد، حداقل مقدار n (حداقل تعداد کبوترها) برابر است با:

$$n_{\min} = 7 + 1 = 8$$

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

$$F = ILB \sin \theta \rightarrow B = \frac{F}{IL} \rightarrow [B] = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I \rightarrow \mu_0 = \frac{BL}{NI} \rightarrow [\mu_0] = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^2} \cdot \text{m}}{\text{A}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$$

(دهم - فصل ۱)

۴۲. گزینه ۴ درست است.

اتم هیدروژن را کره در نظر می‌گیریم، پس حجم آن از رابطه $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ به دست می‌آید.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1.5 \times 10^{-27}}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1.5 \times 10^{-27}}{4 \times \left(\frac{1}{2} \times 10^{-10}\right)^3} = \frac{1.5 \times 10^{-27}}{4 \times \frac{1}{8} \times 10^{-30}}$$

$$\rho = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(دهم - فصل ۱)

۴۳. گزینه ۳ درست است.

گزاره‌های (الف) و (ب) و (ت) درست هستند.

در گزاره (پ) سطح مایع همانند سطح آب در لوله موئین شیشه‌ای فرو رفته است.

در گزاره (ث) افزایش دما باعث کاهش نیروی بین مولکولی و در نتیجه کوچک شدن قطره‌ها می‌شود. (دهم - فصل ۲)

۴۴. گزینه ۱ درست است.

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 70 = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$F = P \times A = 8 \times 10^5 \times (0.5)^2 = 2 \times 10^5 \text{ N}$$

(دهم - فصل ۲)

۴۵. گزینه ۳ درست است.

با کمک نمودار فشار هوا را در ارتفاع‌های ۳ کیلومتری و ۹ کیلومتری پیدا می‌کنیم:

$$h_1 = 3 \text{ km} \rightarrow P_1 = 70 \text{ kPa} = 70 \times 10^3 \text{ Pa}$$

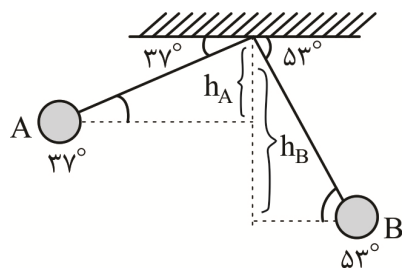
$$h_2 = 9 \text{ km} \rightarrow P_2 = 30 \text{ kPa} = 30 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\Delta P = \bar{\rho} g \Delta h \rightarrow 70 \times 10^3 - 30 \times 10^3 = \bar{\rho} \times 10 \times (9000 - 3000)$$

$$\bar{\rho} = \frac{70 - 30}{10(9 - 3)} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(دهم - فصل ۲)

۴۶. گزینه ۲ درست است.



$$h_A = \ell \sin 37^\circ = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ m}$$

$$h_B = \ell \sin 53^\circ = 2 \times 0.8 = 1.6 \text{ m}$$

$$W_f = \Delta E = \cancel{\Delta K} + \Delta U = mg \Delta h = 2 \times 10 \times (-0.4) = -8 \text{ J}$$

(دهم - فصل ۳)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

دمای دماسنج نامتعارف را y می‌نامیم.

$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = 20^\circ, y_1 = 10 \\ \theta_2 = 40^\circ, y_2 = 50 \end{array} \right\} \rightarrow y = A\theta + B \quad A = \frac{\Delta y}{\Delta \theta} = \frac{50 - 10}{40 - 20} = \frac{40}{20} = 2$$

$$y = 2\theta + B \xrightarrow{\theta=20^\circ, y=10} 10 = 2(20) + B \rightarrow B = -30 \rightarrow y = 2\theta - 30$$

$$y = \theta \rightarrow \theta = 2\theta - 30 \rightarrow \theta = 30^\circ \text{ C}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$L_{Al} = L_{0Al} + \Delta L_{Al} = 2000 + 2000(2.5 \times 10^{-5}) \times 200 = 2010 \text{ mm}$$

$$L_{Cu} = L_{0Cu} + \Delta L_{Cu} = 4000 + 4000(1.5 \times 10^{-5}) \times 200 = 4012 \text{ mm}$$

$$\Delta L = 4012 - 2010 = 2002 \text{ mm}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۹. گزینه ۲ درست است.

فرض کنیم دمای آب به دست آمده $\theta^\circ\text{C}$ باشد.

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_1 L_f + m_1 c_2 \Delta\theta_2$$

$$= 0.16 \times 2100 \times 20 + 0.16 \times 336000 + 0.16 \times 4200 \times \theta$$

$$Q_2 = -m_2 L_v + m_2 c_2 \Delta\theta_2$$

$$= -0.004 \times 2268000 + 0.004 \times 4200 \times (100 - \theta)$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow \theta = 56^\circ\text{C}$$

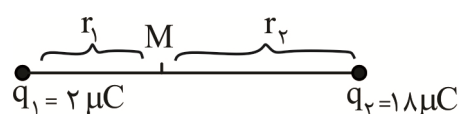
(دهم - فصل ۴)

۵۰. گزینه ۴ درست است.

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2}$$

$$\rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = 3, r_1 + r_2 = 10\text{ cm}$$

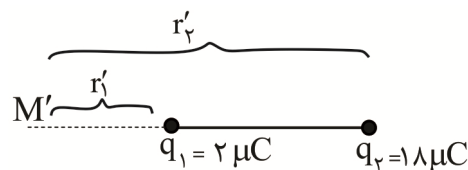
$$\rightarrow r_1 = 2.5\text{ cm}$$



$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1'^2} = \frac{kq_2}{r_2'^2}$$

$$\rightarrow \frac{r_2'}{r_1'} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = 3, r_2' - r_1' = 10\text{ cm} \rightarrow r_1' = 5\text{ cm}$$

$$r_1 + r_1' = 2.5 + 5 = 7.5\text{ cm}$$



(دهم - فصل ۱)

۵۱. گزینه ۲ درست است.

$$E_C = E \cos \theta = \frac{4}{5} E$$

$$E_B = E \sin \theta = \frac{3}{5} E$$

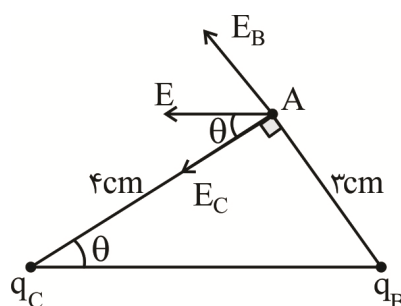
$$\frac{E_B}{E_C} = \frac{\frac{k|q_B|}{r_B^2}}{\frac{k|q_A|}{r_A^2}} \Rightarrow \frac{\frac{3}{5} E}{\frac{4}{5} E} = \frac{\frac{|q_B|}{(0.3)^2}}{\frac{|q_A|}{(0.4)^2}} \rightarrow$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\frac{|q_B|}{3^2}}{\frac{|q_A|}{4^2}} = \frac{q_B}{q_A} \times \frac{4^2}{3^2} \rightarrow \frac{q_B}{q_A} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

$$\frac{q_B}{q_A} = -\frac{27}{64}$$

با توجه به جهت میدان‌های E_C و E_B مشخص می‌شود که q_B و q_A ناهمنام هستند.

(یازدهم - فصل ۱)



۵۲. گزینه ۴ درست است.

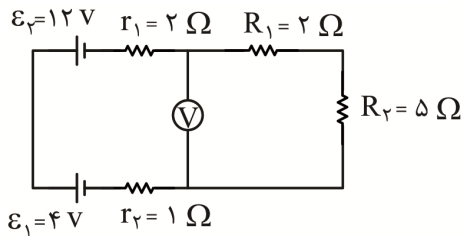
$$\vec{F} = \vec{E}q = -5000 \times (6 \times 10^{-6}) = -30 \times 10^{-3} \text{ N } \vec{i}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-30 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}} = -7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \vec{i}$$

$$t = \left| \frac{V_0}{a} \right| = \left| \frac{90}{-7.5} \right| = 12 \text{ s}$$

(یازدهم - فصل ۱)

۵۳. گزینه ۳ درست است.

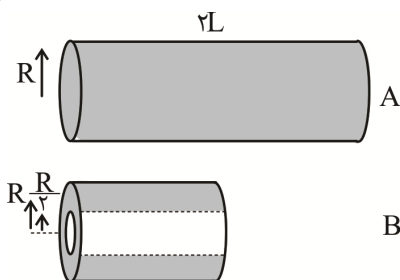


$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{12 - 4}{2 + 5 + 2 + 1} = \frac{8}{10} = 0.8 \text{ A}$$

$$V = R_1 I + R_2 I = 2 \times 0.8 + 5 \times 0.8 = 5.6 \text{ V}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۴. گزینه ۱ درست است.



$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۵. گزینه ۴ درست است.

$$R_1 R_2 = r^2 \rightarrow 0.5 \times R_2 = 2^2 \rightarrow R_2 = \frac{4}{0.5} = 8 \Omega$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۶. گزینه ۳ درست است.

$$qvB \sin \theta = Eq$$

$$vB = E \rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{100}{2} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(یازدهم - فصل ۴)

۵۷. گزینه ۲ درست است.

$$t_1 = \frac{1}{400} \Rightarrow \phi_1 = 5 \times 10^{-2} \cos(200\pi \times \frac{1}{400}) = 0$$

$$t_2 = \frac{1}{200} \Rightarrow \phi_2 = 5 \times 10^{-2} \cos(200\pi \times \frac{1}{200}) = -5 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -60 \times \frac{-5 \times 10^{-2} - 0}{\frac{1}{200} - \frac{1}{400}} = -60 \times \frac{-5 \times 10^{-2}}{\frac{1}{400}} = 1200 \text{ V}$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۸. گزینه ۱ درست است.

$$t_1 = 3s \text{ تا } t_2 = 5s : \Delta x_1 = v_{av_1} \times \Delta t = 6 \times 2 = 12m$$

$$t_3 = 8s \text{ تا } t_2 = 5s : \Delta x_2 = v_{av_2} \times \Delta t = (-2) \times (3) = -6m$$

$$t_3 = 8s \text{ تا } t_1 = 3s : v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12 + (-6)}{5} = \frac{6}{5} = 1.2 \frac{m}{s}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۵۹. گزینه ۲ درست است.

در بازه زمانی ۴s تا ۸s دو متحرک خلاف جهت هم حرکت می کنند.

ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار مکان هر متحرک را در لحظه $t_1 = 4s$ به دست می آوریم.

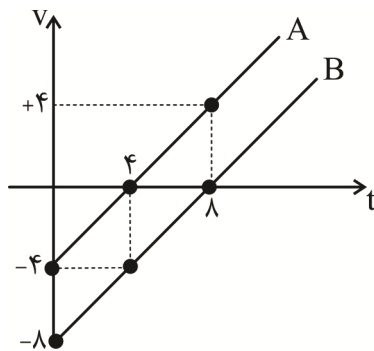
$$x_A = \frac{-4 \times 4}{2} = -8m$$

$$x_B = \frac{-8 + (-4)}{2} \times 4 = -24m$$

سپس با کمک مساحت زیر نمودار جابه جایی هر کدام را در بازه زمانی ۴s تا ۸s حساب می کنیم:

$$\Delta x_A = \frac{4 \times 4}{2} = +8m$$

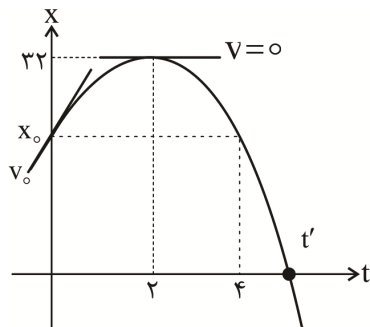
$$\Delta x_B = \frac{-4 \times 4}{2} = -8m$$



(دوازدهم - فصل ۱)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

از رأس سهمی تا ریشه سهمی (t') بردار مکان در جهت محور x و بردار سرعت خلاف جهت آن است. ابتدا معادله سهمی و سپس ریشه آن را به دست می آوریم:



$$t = 4s \text{ تا } t = 0 : l = S_{av} \times \Delta t = 4 \times 4 = 16m = 2 \times (32 - x_0) \rightarrow x_0 = 24m$$

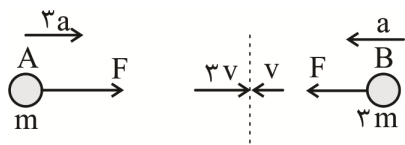
$$t = 2s \text{ تا } t = 0 : \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \rightarrow 8 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 2 \rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s}$$

$$t = 2s \text{ تا } t = 0 : a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 8}{2} = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 = -2t^2 + 8t + 24 \xrightarrow{\text{ریشه}} t' = 6s$$

بازه مورد نظر از $t = 2s$ تا $t' = 6s$ است. (دوازدهم - فصل ۱)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

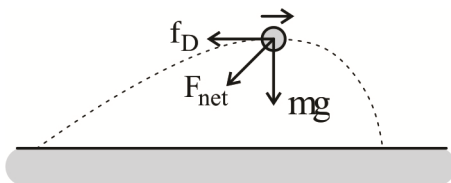


نیروی وارد بر دو گوی هم‌اندازه است، زیرا نیروها عمل و عکس‌العمل هستند.

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{F}{m}}{\frac{F}{3m}} = 3 \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{a_A \Delta t}{a_B \Delta t} = 3 \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{1}{3} \times (3)^2 = 3$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۲. گزینه ۱ درست است.



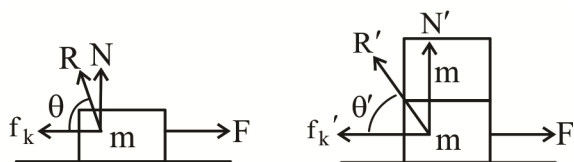
$$F_{\text{net}} = ma = 0.2 \times 26 = 5.2 \text{ N}$$

$$mg = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

$$f_D = \sqrt{F_{\text{net}}^2 - mg^2} = \sqrt{5.2^2 - 2^2} = 4.8 \text{ N}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۳. گزینه ۴ درست است.



$$\tan \theta = \frac{N}{f_k} = \frac{mg}{mg\mu_k} = \frac{1}{\mu_k}$$

$$\tan \theta' = \frac{N'}{f'_k} = \frac{2mg}{2mg\mu_k} = \frac{1}{\mu_k}$$

$$\tan \theta = \tan \theta' \rightarrow \theta = \theta'$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8 \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 12/5 - 0/5 = 12 \text{ s}$$

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow \Delta t = 3 \frac{T}{2}$$

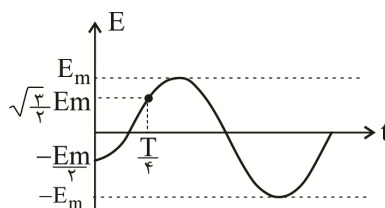
در هر $\frac{T}{4}$ نوسان گر مسافت $2A$ را طی می‌کند؛ بنابراین:

$$l = 3 \times (2A) = 6A = 12 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۵. گزینه ۳ درست است.

ابتدا بردار میدان الکتریکی را در $t_0 + \frac{T}{4}$ به دست می‌آوریم که $\sqrt{\frac{3}{2}} E_{\text{max}} \vec{i}$ می‌شود.



پس اندازه میدان مغناطیسی هم در لحظه $t_0 + \frac{T}{4}$ برابر $\sqrt{\frac{3}{2}} B_{\text{max}}$ می‌شود و

جهت آن از قانون دست راست به دست می‌آید.

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 46 = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 4.6 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$4 + 0.6 = \log 10^4 + \log 2^2 = \log 4 \times 10^4 \rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 4 \times 10^4 \rightarrow I = 4 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2}$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۷. گزینه ۲ درست است.

$$n' = 3 \text{ پاشن: } \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{1}{900} \rightarrow \lambda_{\min} = 900 \text{ nm}$$

$$n' = 2 \text{ بالمر: } \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{9-4}{36} \right) = \frac{5}{3600} \rightarrow \lambda_{\max} = 720 \text{ nm}$$

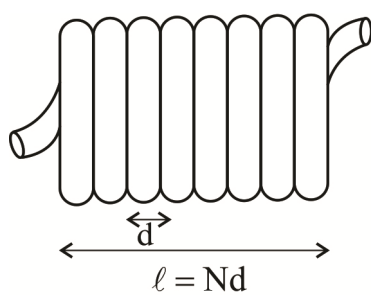
$$900 - 720 = 180 \text{ nm}$$

(دوازدهم - فصل ۵)

۶۸. گزینه ۲ درست است.

بور جذب کننده نوترون است، ولی بقیه گزینه‌ها کند کننده نوترون هستند. (دوازدهم - فصل ۵)

۶۹. گزینه ۳ درست است.



فرض کنید تعداد حلقه‌ها در هر سیملوله N باشد که N برابر حاصل تقسیم طول سیم بر محیط استوانه است و در هر دو سیملوله عدد یکسانی است. طول سیملوله N برابر قطر سیم است؛ پس طول سیملوله A، ۲ برابر B است.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{l_B}{l_A} = \frac{1}{2}$$

(یازدهم - فصل ۵)

۷۰. گزینه ۱ درست است.

$$V_{m_2} = \frac{N_2}{N_1} V_{m_1} = \frac{4}{5} \times 10 = 8 \text{ V}$$

$$u = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 64 = 32 \times 5 = 160 \mu\text{J}$$

(یازدهم - فصل ۵)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

برای به دست آوردن فشار مطلق، فشار پیمانه‌ای را با P_0 جمع می‌کنیم.

$$P_r = 1/2 + 1 = 3/2 \text{ atm}$$

$$P_1 V_1 = P_r V_r + P_r V_r \rightarrow P \times 20 = 2 \times 8 + 2/2 \times 20 \rightarrow P = 3 \text{ atm}$$

(دهم - فصل ۵)

۷۲. گزینه ۴ درست است.

$$E = \frac{40}{100} \times 2000 = 800 \text{ J}$$

$$P = f \times E = 20 \times 800 = 16000 \text{ W} = 16 \text{ kW}$$

(دهم - فصل ۵)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{8 \times 10^7}{5 \times 10^7}\right)^3 = 16^3 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 4^3 = 64$$

$$T_2 = 64 \times T_1 = 64 \times 3 = 192$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

$$f = \frac{nv}{\lambda L} = \frac{4 \times 170}{2 \times 2} = 170 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} = 2 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۴)

۷۵. گزینه ۳ درست است.

$$K_{\max 1} = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0 = \frac{1200}{600} - W_0 = 2 - W_0$$

$$K_{\max 2} = \frac{hc}{\lambda_2} - W_0 = \frac{1200}{400} - W_0 = 3 - W_0$$

$$K_{\max 2} - K_{\max 1} = (3 - W_0) - (2 - W_0) = 1 \text{ eV}$$

(دوازدهم - فصل ۵)

شیمی

۷۶. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} p + n = 52 \\ n + p - 3 = 7(n - p + 3) \end{cases} \Rightarrow p = 24 \Rightarrow {}_{24}^{52}\text{Cr}$$

عبارت اول درست است. بالاترین عدد اکسایش کروم برابر ۶+ و عدد اکسایش کروم در K_2CrO_4 برابر ۶+ است.

عبارت دوم درست است. طبق قاعده آفبا آرایش الکترونی کروم به صورت $[\text{Ar}] 3d^4 4s^2$ است که دارای ۸ الکترون با $l = 0$ است. (البته می‌دانیم که آرایش الکترونی صحیح کروم از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند).

عبارت سوم درست است. کروم یک عنصر واسطه است و ترکیبات رنگین تشکیل می‌دهد.

عبارت چهارم درست است. کروم به دوره ۴ و گروه ۶ جدول تناوبی تعلق دارد. (شیمی ۱ - فصل ۱)

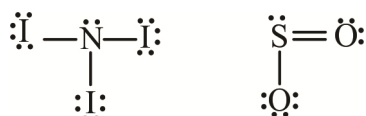
۷۷. گزینه ۳ درست است.

با انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به $n = 1$ در اتم هیدروژن، پرتویی در محدوده فرابنفش ایجاد می‌شود.

آرگون واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد. (شیمی ۱ - فصل ۱)

۷۸. گزینه ۴ درست است.

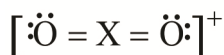
عبارت (الف) درست است. ساختار دو ترکیب به صورت زیر است:



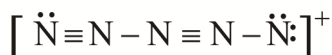
عبارت (ب) درست است. در ترکیب‌های زیر پیوند سه‌گانه وجود دارد.



عبارت (پ) نادرست است. در یون زیر، اتم X باید به گروه ۱۵ تعلق داشته باشد.



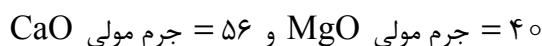
عبارت (ت) درست است. بار یون زیر برابر +۱ است.



(شیمی ۱ - فصل ۱)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

اگر مول آهک را n_1 و مول منیزیم اکسید را n_2 فرض کنیم خواهیم داشت:



$$۵۶n_1 + ۴۰n_2 = ۲۰$$

مجموع مول آهک و منیزیم اکسید با مول CO_2 جذب شده برابر است. یعنی:

$$n_1 + n_2 = \frac{۱۰}{۲۵} = ۰/۴ \text{ mol}$$

با حل این دستگاه داریم:

$$\begin{cases} ۵۶n_1 + ۴۰n_2 = ۲۰ \\ n_1 + n_2 = ۰/۴ \end{cases} \Rightarrow n_1 = ۰/۲۵, \quad n_2 = ۰/۱۵$$

درصد جرمی آهک به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{CaO جرمی} = \frac{۰/۲۵ \times ۵۶}{۲۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۷۰\%$$

با انجام واکنش، CaCO_3 مول ۰/۲۵ و MgCO_3 مول ۰/۱۵ تولید می شود:

$$\text{جرم مخلوط حاصل} = (۰/۲۵ \times ۱۰۰) + (۰/۱۵ \times ۸۴) = ۲۵ + ۱۲/۶ = ۳۷/۶ \text{ g}$$

(شیمی ۱ - فصل ۲)

۸۰. گزینه ۱ درست است.

در ۲ لیتر گاز طبیعی ۰/۱۴ لیتر هلیوم و ۱/۸۶ لیتر متان وجود دارد. ۲۰ لیتر هوا شامل ۴ لیتر اکسیژن و ۱۶ لیتر نیتروژن است. معادله سوختن کامل متان به صورت $\text{CH}_4(\text{g}) + ۲\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + ۲\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ است، که بر این اساس ۱/۸۶L گاز متان با ۳/۷۲ لیتر اکسیژن می سوزد و ۱/۸۶ لیتر گاز CO_2 و ۳/۷۲ لیتر بخار آب تولید می شود. پس کل گازهای خروجی از دودکش به شرح زیر است:

$$۰/۱۴ \text{ L He}, ۰/۲۸ \text{ L O}_2, ۱/۱۶ \text{ L N}_2, ۳/۷۲ \text{ L H}_2\text{O}, ۱/۸۶ \text{ L CO}_2$$

$$\text{درصد حجمی بخار آب} = \frac{۳/۷۲}{۲۲} \times ۱۰۰ \approx ۱۶/۹$$

۸۱. گزینه ۲ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ این پدیده اسمز نیست. در اسمز از غشای نیمه تراوا استفاده می شود نه کاغذ صافی. عبارت دوم درست است. در اسمز معکوس مولکول های آب از محیط غلیظ تر به محیط رقیق تر جابه جا می شوند با ادامه این فرآیند، تفاوت غلظت دو سمت غشاء بیشتر می شود، پس فرآیند سخت تر انجام می شود. عبارت سوم درست است. در فرآیند اسمز هر چه تفاوت غلظت دو محلول بیشتر باشد، تمایل مولکول های آب برای عبور از غشاء بیشتر خواهد بود. عبارت چهارم درست است. اسمز معکوس برای تهیه آب شیرین کاربرد دارد که با گذشت زمان به دلیل مسدود شدن روزه های غشای نیمه تراوا، کارایی کاهش می یابد. عبارت پنجم درست است. با اعمال فشار و انجام اسمز معکوس مولکول های آب به سمت دیگر انتقال می یابند. (شیمی ۱ - فصل ۳)

۸۲. گزینه ۳ درست است.

برای استخراج منیزیم، باید منیزیم را به شکل $Mg(OH)_2$ رسوب دهیم. برای این منظور افزودن موادی با خاصیت بازی همچون آهک مناسب است.

به ازای تشکیل ۱ مول X_2S دو مول الکترون و به ازای تشکیل ۱ مول M_2O_3 شش مول الکترون مبادله می شود.

$$3gX_2S \times \frac{1 \text{ mol } X_2S}{(2X + 32)g} \times \frac{2 \text{ mole}}{1 \text{ mol } X_2S} = 1gM_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } M_2O_3}{(2M + 48)g} \times \frac{6 \text{ mole}}{1 \text{ mol } M_2O_3}$$

$$\frac{6}{2X + 32} = \frac{6}{2M + 48} \Rightarrow 2X + 32 = 2M + 48 \Rightarrow X - M = 8$$

(فصل ۱ - فصل ۳)

۸۳. گزینه ۴ درست است.

۵/۰ لیتر محلول آب اکسیژنه با توجه به چگالی آن 500 g جرم دارد.

$$3 = \frac{x}{500} \times 1000 \Rightarrow x = 1500 \text{ g } H_2O_2$$

با توجه به معادله $2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l) + O_2(g)$ جرم H_2O_2 تجزیه شده برابر است با:

$$4gO_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32gO_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{34gH_2O_2}{1 \text{ mol } H_2O_2} = 136gH_2O_2$$

پس جرم H_2O_2 باقی مانده در محلول $6/5g$ است. (از جرم محلول هم ۴ گرم کم شده است.)

$$\text{درصد جرمی محلول جدید} = \frac{6/5}{496} \times 100 = 1/31$$

$$1/69 = 3 - 1/31 = \text{تغییر درصد جرمی}$$

(شیمی ۱ - فصل ۳)

۸۴. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. آرایش داده شده می تواند مربوط به کاتیون هایی مثل Ca^{2+} و Sc^{3+} ، آنیونی مثل Cl^- و اتم خنثی Ar باشد.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا نخستین عنصر دسته p دارای عدد اتمی ۵ است. عنصر Sn یک فلز است و رسانایی الکتریکی بیشتری نسبت به Ge دارد.

عبارت سوم درست است. عناصر Na و Mg فاقد الکترون زیرلایه 3p در دوره سوم هستند و این دو عنصر دارای شعاع اتمی و خصلت فلزی بیشتری نسبت به S هستند.

عبارت چهارم درست است؛ زیرا عنصر Li بیشترین شعاع اتمی در دوره دوم و Cl بیشترین خصلت نافلزی در دوره سوم را دارد.

(شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۵. گزینه ۲ درست است.

$$\text{جرم سنگ معدن بدون ناخالصی} = 1100 \times \frac{80}{100} = 880 \text{ g}$$

اگر مول CuS را n_1 و مول Cu_2S را n_2 فرض کنیم؛ داریم:

$$96n_1 + 160n_2 = 880 \Rightarrow 12n_1 + 20n_2 = 110$$

هر مول CuS ، یک مول Cu و هر مول Cu_2S ، ۲ مول Cu تولید می کند، پس می توان معادله زیر را در نظر گرفت: (۱۰)
مول Cu تولید شده است.)

$$n_1 + 2n_2 = 10$$

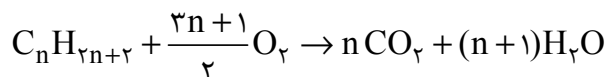
با حل دستگاه زیر داریم:

$$\begin{cases} 12n_1 + 20n_2 = 110 \\ n_1 + 2n_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow n_1 = 5 \text{ mol}, n_2 = 2.5 \text{ mol}$$

پس سنگ معدن دارای $480 \text{ g} = 5 \times 96 \text{ ms}$ (II) سولفید است.

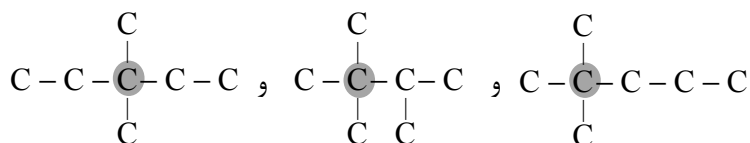
$$\text{درصد خلوص} = \frac{480}{1100} \times 100 \cong 43.64 \quad (\text{شیمی ۲ - فصل ۱})$$

۸۶. گزینه ۲ درست است.



$$44n - (18n + 18) = 164 \Rightarrow 26n = 182 \Rightarrow n = 7$$

برای هپتان می توان سه ایزومر رسم کرد که دارای عدد اکسایش صفر برای کربن باشند.



(شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۷. گزینه ۴ درست است.

اگر جرم مس را m_1 و جرم Zn را m_2 فرض کنیم؛ داریم:

$$m_1 + m_2 = 42$$

$$(m_1 \times 0.4 \times 50) + (m_2 \times 0.5 \times 50) = 970 \Rightarrow 20m_1 + 25m_2 = 970$$

با حل معادلات بالا داریم:

$$m_1 = 16 \text{ g}, m_2 = 26 \text{ g}$$

پس 0.25 mol Cu و 0.4 mol Zn داریم. هر مول از این دو فلز دارای 10 مول الکترون با $l=2$ است.



با توجه به اینکه 0.65 mol از این دو فلز داریم، پس $6/5$ مول الکترون با $l=2$ در مخلوط آن ها وجود دارد.

(شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۸. گزینه ۱ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا ترکیب داده شده آروماتیک نیست.

گزینه (۲) درست است. ترکیب داده شده گروه عاملی آلدهید دارد. (مانند بنزالدهید موجود در بادام)

گزینه (۳) درست است. هر کدام از پیوندهای $C=C$ قادرند با یک مول H_2 واکنش دهند.

گزینه (۴) درست است. تفاوت جرم مولی ترکیبات $C_{10}H_{14}O$ و $C_{10}H_{18}$ برابر 22 گرم است. (شیمی ۲ - فصل ۲)

۸۹. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta H = [4(415) + 242n] - [415(4-n) + 431n + 340n] = -342 \Rightarrow n = 3$$

پس فرآورده واکنش $CHCl_3$ است. (شیمی ۲ - فصل ۲)

۹۰. گزینه ۳ درست است.

ابتدا جرم CaO تولید شده را تعیین می کنیم:

$$10^4 \text{ kg CaCO}_3 \times \frac{100}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 3360 \text{ kg CaO}$$

جرم CO_2 خارج شده برابر است با:

۹۳. گزینه ۲ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا برای تهیه صابون مایع از گرم کردن روغن یا چربی با پتاسیم هیدروکسید استفاده می شود.
گزینه (۲) درست است. همه این موارد کلوئید هستند.
گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به همین دلیل مصرف آن عوارض جانبی کمتری دارد.
گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا علت رسانایی الکتریکی محلول های الکترولیت، جابه جایی یون ها است. (نه مولکول های قطبی)
(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۴. گزینه ۱ درست است.

حل قسمت (الف)

$$[H^+] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$5L HX \times \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol HX}}{1L HX} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol HX}} \times \frac{84 \text{ NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 2.1g$$

حل قسمت (ب)

در آب مقطر غلظت هیدرونیوم 10^{-7} مول بر لیتر است. با توجه فرض سؤال داریم:

$$[OH^-] = 7.00 \times 10^{-7} = 7 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [H^+] = \frac{1}{7} \times 10^{-9}$$

$$pH = -\log\left(\frac{1}{7} \times 10^{-9}\right) = 9.85$$

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۵. گزینه ۳ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا ممکن است اسیدی قوی با غلظت خیلی کم، pH بزرگتری نسبت به محلول یک اسید ضعیف و غلیظ وجود داشته باشد.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا ممکن است شمار یون های آن ها یکسان نباشد مثل H_2SO_4 و $NaOH$

گزینه (۳) درست است. چربی ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا در محلول بازهای قوی هم به مقدار ناچیز یون هیدرونیوم وجود دارد.

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۶. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. با افزایش دمای آب، تعادل در جهت رفت جابه جا می شود و غلظت H^+ و OH^- افزایش می یابد.

عبارت دوم درست است. با افزایش دما، حاصل ضرب $[H^+][OH^-]$ افزایش می یابد، زیرا غلظت این یون ها زیاد شده است.

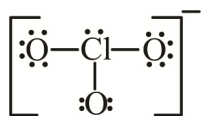
عبارت سوم درست است. چون با افزایش دمای آب غلظت یون H^+ افزایش می یابد، در دماهای بالاتر از $25^\circ C$ ، pH آب خالص کوچکتر از ۷ است.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا آب خالص خنثی است همواره غلظت H^+ در آن با غلظت OH^- برابر است. (شیمی ۳ - فصل ۲)

۹۷. گزینه ۲ درست است.

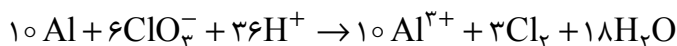
باتوجه به emf واکنش داریم:

$$3/13 = E^\circ_{\text{کاتد}} - (-1/65) \Rightarrow E^\circ_{\text{کاتد}} = 1/48 V \Rightarrow n = 3 \Rightarrow ClO_3^-$$



ساختار ClO_3^- به صورت زیر است.

نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به ناپیوندی در این یون O^{3-} است. معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



در این معادله $3 \times \text{O}$ مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود (تغییر عدد اکسایش آلومینیوم، ضرب در 10).
(شیمی ۳ - فصل ۲)

۹۸. گزینه ۳ درست است.

E° نیم سلول X برابر $-1/18V$ است و M نسبت به X نقش کاتد را دارد؛ پس ممکن است E° آن $0/74 +$ یا $0/74 -$ ولت باشد.

عبارت (الف) نادرست است؛ زیرا اگر $E^\circ(M^{2+}/M)$ برابر $0/74V +$ باشد با محلول اسیدها واکنش نمی‌دهد.
عبارت (ب) درست است. زیرا قدرت کاهندگی M از X کمتر است.

عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا در سلول $M-SHE$ ، اگر $E^\circ(M^{2+}/M)$ برابر $0/74 +$ باشد SHE آند و M کاتد است و اگر $E^\circ(M^{2+}/M)$ برابر $0/74 -$ باشد SHE کاتد و M آند است.
عبارت (ت) درست است.

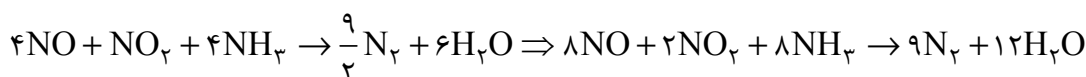
$$emf = -0/74 - (-1/18) = 0/44V$$

$$emf = 0/74 - (-1/18) = 1/92V$$

(شیمی ۳ فصل ۲)

۹۹. گزینه ۲ درست است.

معادله پس از موازنه با توجه به فرض سؤال به صورت زیر است.



مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۳۹ است.

در واکنش انجام شده در مجموع ۲۴ مول الکترون مبادله شده است.

(شیمی ۳ - فصل ۲)

۱۰۰. گزینه ۴ درست است.

عبارت اول درست است. جسمی که آبکاری می‌شود باید به کاتد (قطب منفی) متصل شود.

عبارت دوم نادرست است. از آنجا که می‌خواهیم آهنی را با روی آبکاری کنیم باید محلول، الکترولیت حاوی یون‌های Zn^{2+} باشد.

عبارت سوم درست است. از آنجا که قدرت کاهندگی Fe از Zn کمتر است با قطع جریان واکنشی انجام نمی‌شود.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا فلز مورد نیاز برای تولید آهن سفید (گالوانیزه) فلز روی است.

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

مولکول‌های دو اتمی که از اتم‌های یکسان تشکیل شده‌اند، به یقین ناقطبی هستند.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا CH_2O و HCN مولکول‌های قطبی هستند که اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.

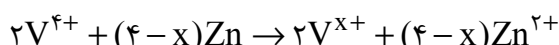
گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا O_3 از اتم‌های یکسان تشکیل شده و قطبی است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا SCO ساختار خطی دارد و قطبی است. (شیمی ۳ - فصل ۳)

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

عدد اکسایش وانادیم در VOSO_4 برابر $+4$ است.

$$x - 2 + 6 - 8 = 0 \Rightarrow x = +4$$



$$0/1L \times \frac{0/4 \text{ mol V}^{4+}}{1L} \times \frac{(4-x) \text{ mol Zn}}{2 \text{ mol V}^{4+}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 1/3 \text{ g} \Rightarrow x = 3$$

V^{3+} سبز رنگ است. (شیمی ۳ - فصل ۳)

۱۰۳. گزینه ۳ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا با تغییر حجم در تعادل (۲)، واکنش به سمتی جابه‌جا نمی‌شود؛ اما غلظت گونه‌ها به دلیل تغییر حجم تغییر می‌کند.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا با افزایش حجم در تعادل (۱) به دلیل کمتر شدن غلظت گاز NO_2 رنگ مخلوط کم رنگ‌تر می‌شود.

گزینه (۳) درست است. با افزایش دما تعادل به سمت مصرف NO_2 جابه‌جا و سبب کاهش رنگ مخلوط تعادلی می‌شود، پس واکنش گرماگیر و علامت ΔH آن مثبت است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا ثابت تعادل فقط به دما بستگی دارد. (شیمی ۳ – فصل ۴)

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی پارازیلن C_8H_{10} و فرمول مولکولی ترفتالیک اسید $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ است. تفاوت جرم مولی این دو ترکیب 60 g.mol^{-1} است. جرم مولی اوره $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ برابر 60 g.mol^{-1} است. (شیمی ۳ – فصل ۴)

۱۰۵. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول درست است. بنزوئیک اسید، یک اسید آلی و اسیدی ضعیف است و بیشتر به صورت مولکولی در آب حل می‌شود. (سولفوریک اسید، اسیدی قوی است.)

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا در آهن سفید خراشیده شده، آهن نقش کاتد و روی نقش آند را دارد.

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا در گروه فلزات قلیایی از بالا به پایین واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد. اما به دلیل افزایش شعاع یون‌ها آنتالپی فروپاشی کلرید آن‌ها کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم نادرست است. این جمله الزاماً درست نیست. شاید 50% درصد واکنش‌دهنده‌ها از سد انرژی E_a عبور کنند، اما به فرآورده مورد نظر ما تبدیل نشوند و یا نتوان همه فرآورده تولید شده را جمع‌آوری کرد.

(شیمی ۳ – فصل ۴)