

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۱

صبح جمعه

۱۴۰۳/۳/۱۸



آزمون جامع اول (۱۸ خرداد ۱۴۰۳)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

آزمون ۱۸ خرداد ماه ۱۴۰۳ دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-شاهین پروازی-عادل حسینی-علی سلامت-محمد گودرزی-حامد معنوی مهرداد ملوندی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مهدیار راشدی سوگند روشنی-فرشاد صدیقی فر-هومن عقیلی-نوید مجیدی-حمیدرضا ملکی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلالی سیدرضا اسلامی	کیوان دارابی	کیوان دارابی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیر محمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	امیر محمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه برتر	پارسا نوروزی منش	مهد خالتي	مهد خالتي
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحسوب	امیر حسین ابومحسوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه

زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- اگر $a = 2\sqrt{3} - 1$ باشد، حاصل عبارت $\frac{11}{a} - 1$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{3} + 1$

(۴) $\sqrt{3} + 1$

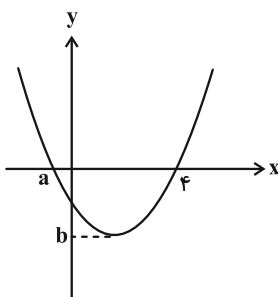
۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{64}{25}(x-a)(x-4)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر b و صفرهای تابع f تشکیل دنباله هندسی دهند، مقدار a کدام است؟

(۱) -1

(۲) -2

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

۳- اگر α و β جوابهای معادله $x^2 + 1 = 4x$ باشند، جوابهای کدام معادله $\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta}$ و $\frac{\sqrt{2\beta}}{\alpha}$ هستند؟

(۱) $x^2 + 6\sqrt{3}x + 1 = 0$

(۲) $x^2 - 6\sqrt{3}x - 2 = 0$

(۳) $x^2 - 6\sqrt{3}x + 2 = 0$

(۴) $x^2 + 6\sqrt{3}x + 2 = 0$

۴- اختلاف جوابهای معادله $8\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} = 6\sqrt[4]{x^2-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{255}$

(۲) $\frac{13}{255}$

(۳) $\frac{17}{255}$

(۴) $\frac{32}{255}$

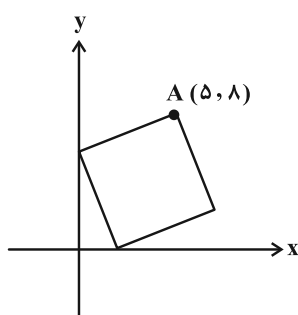
۵- چهارضلعی شکل زیر مربع است. فاصله محل برخورد قطرهای آن از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $5/5$

(۲) $6/5$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $3\sqrt{2}$

۶- اگر $\log_{14} 8 = k$ باشد، حاصل $\log_{98} 56$ برحسب k کدام است؟

(۱) $\frac{2k+1}{2-k}$

(۲) $\frac{2k+3}{k-6}$

(۳) $\frac{2k+1}{k-2}$

(۴) $\frac{2k+3}{6-k}$

۷- تابع $f(x) = \log_2(2^x + 1)$ مفروض است. اگر $x = a$ تنها جواب معادله $f^{-1}(x) + f(x) = x$ باشد، حاصل 2^{a+1} کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5} - 1$ (۴) $2\sqrt{5}$

۸- توابع $f(x) = \begin{cases} 4-x & ; x < 2 \\ x-1 & ; x \geq 2 \end{cases}$ و $g(x) = 2x + |x-4|$ مفروض اند. اگر توابع $g \circ f$ و $f \circ g$ روی بازه $[a, b]$ مساوی باشند،

بیشترین مقدار ممکن برای $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹- تابع $f(x) = x^2 - x - k^2$ مفروض است. نمودار تابع f را ابتدا به اندازه k^2 به سمت راست و سپس به اندازه $k^2 + k^4$ به سمت

پایین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $g(x) = -2k^2x + 1$ را در $x = k$ قطع کند. مقدار k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) چنین k ای پیدا نمی‌شود.

۱۰- اگر x و y زوایای حاده باشند به طوری که $\frac{\sin(2x+y)}{\sin y} = 2$ ، حاصل $\frac{\tan(x+y)}{\tan x}$ کدام است؟

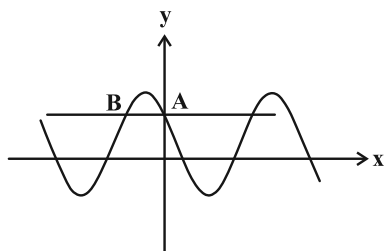
- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۴

۱۱- مجموع جواب‌های معادله $\cos 4x + 6\cos^2 x = 1$ در فاصله $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{2}$ (۲) 4π (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) 6π

۱۲- خط $y = 3$ و بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - 4\cos(bx + \frac{2\pi}{3})$ در شکل زیر رسم شده است. اگر طول پاره خط AB برابر $\frac{4\pi}{3}$

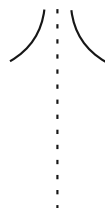
باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

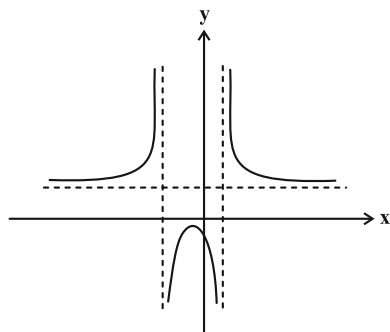
۱۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{a+3|x|}{2x-|x-1|+b}$ در یک همسایگی محذوف $x=1$ به صورت زیر است. چند مقدار صحیح برای a می‌توان

یافت؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)



- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + a}{(x-1)^2(x+b^2)}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b^2 کدام است؟



(۱) اطلاعات ناکافی است.

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۵- معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + 1}$ در مبدأ مختصات کدام است؟

(۴) خط مماس وجود ندارد.

(۳) $x = 3y$

(۲) $x = 6y$

(۱) $x = 0$

۱۶- تابع $f(x) = (x^2 + \sin^2 \frac{\pi}{2} x)^2$ مفروض است. اگر $f(3x) = (\sqrt{x} - 1)g(x) + 1000$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ کدام است؟

(۴) ۱۰۸۰۰

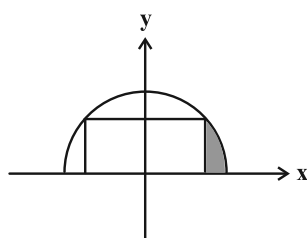
(۳) ۵۴۰۰

(۲) ۳۶۰۰

(۱) ۱۸۰۰

۱۷- در شکل زیر، مستطیلی در سطح بین نمودار تابع $y = \sqrt{4-x^2}$ و محور x ها محاط شده است. اگر مساحت مستطیل بیشترین

مقدار ممکن باشد، مساحت سطح رنگی کدام است؟



(۱) $\frac{2\pi}{3} - 1$

(۲) $\frac{\pi}{2} - 1$

(۳) $\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

۱۸- تعداد نقاط اکسترمم نسبی و عطف نمودار تابع $y = \cos^2 x - 2 \cos x$ ($\pi < x < 3\pi$) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

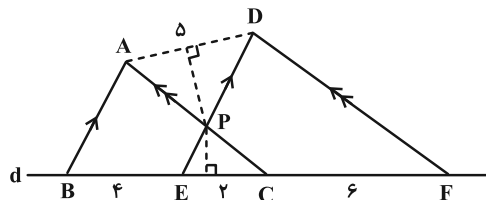
(۴) صفر و ۲

(۳) ۲ و ۱

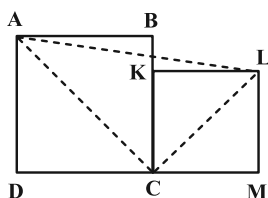
(۲) ۱ و ۲

(۱) ۳ و ۲

- ۱۹- روی خط d ، دو مثلث ABC و DEF بنا شده‌اند که مطابق شکل دو ضلع آن‌ها با هم موازی‌اند. اگر $AD = 5$ باشد، در این صورت نسبت فاصله‌های نقطه P از خط d و پاره خط AD کدام است؟

(۱) $1/8$ (۲) 2 (۳) $2/4$ (۴) $2/5$

- ۲۰- در شکل زیر دو مربع $ABCD$ و $KLMC$ کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر $BK = 1/5$ و مساحت مثلث ALC برابر ۲۷ باشد، طول ضلع مربع بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) $4/5$ (۲) 6 (۳) $6/5$ (۴) 7

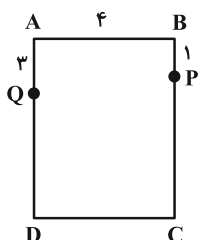
- ۲۱- یک دوزنقه محاطی بر دایره‌ای به قطر $4\sqrt{3}$ محیط شده است، اگر اختلاف طول دو قاعده دوزنقه برابر با ۱۳ باشد، مساحت دوزنقه چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۴) 28 (۳) 36 (۲) 32 (۱) 38

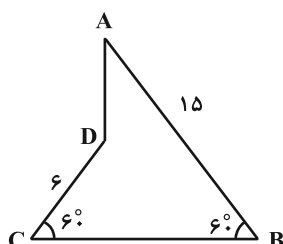
- ۲۲- اندازه مماس مشترک خارجی بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی و دایره محاطی داخلی مثلثی با طول ضلع‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲ چقدر است؟

(۴) $16/5$ (۳) $10/5$ (۲) 12 (۱) 10

- ۲۳- در شکل زیر، دو نقطه P و Q روی طول مستطیلی با ابعاد ۴ و ۱۰ مفروض است. اگر دو نقطه M و N به ترتیب روی ضلع‌های AB و DC طوری در نظر بگیریم که محیط چهارضلعی $MPNQ$ کمترین مقدار را داشته باشد، محیط چهارضلعی $MPNQ$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} + \sqrt{53}$ (۲) $2(2\sqrt{2} + \sqrt{53})$ (۳) $4(\sqrt{2} + \sqrt{17})$ (۴) $2(2\sqrt{2} + \sqrt{17})$

- ۲۴- مساحت چهارضلعی مقعر زیر برابر $\frac{99\sqrt{3}}{4}$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول ضلع BC چقدر است؟

(۱) 9 (۲) $9/5$ (۳) $10/5$ (۴) 11

۲۵- اگر A_{pxp} یک ماتریس وارون پذیر و دو ماتریس A و $A - 3A^{-1}$ وارون یکدیگر باشند، آنگاه ماتریس $(A + A^{-1})^2$ چند برابر I است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{25}{4}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۲۶- آینه‌ای که سطح خارجی‌اش نقره‌اندود شده است، به شکل سهمی افقی و رأس آن روی خط $x - y = 2$ قرار دارد. فاصله کانون تا خط هادی این سهمی برابر ۴ است و از نقطه $(6, 6)$ می‌گذرد. اگر لامپی را در نقطه $(\frac{19}{10}, 6)$ قرار دهیم، پرتوهای بازتابش چگونه‌اند؟ (سهمی رو به راست باز می‌شود).

- (۱) موازی و رو به بالا (۲) موازی و رو به پایین

(۳) در نقطه‌ای با طول مثبت همگرا هستند. (۴) واگرا هستند.

۲۷- نقطه M روی بیضی با قطرهای بزرگ و کوچک به طول ۱۱ و $6\sqrt{2}$ قرار دارد. اگر F و F' کانون‌های بیضی و $\angle FMF' = 60^\circ$ باشد، آنگاه مساحت مثلث FMF' کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{6}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۲۸- سه نقطه $A(1, 1, 1)$ ، $B(-1, -1, -1)$ و M مفروض‌اند. اگر $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 13$ باشد، فاصله نقطه M تا مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۹- بردارهای $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (0, 1, 1)$ و $\vec{c} = (1, 0, 1)$ یک متوازی‌السطوح تشکیل می‌دهند. طول ارتفاع قائم بر سطح شامل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{c}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۳۰- به جای x کدام گزاره را قرار دهیم تا گزاره زیر هم‌ارز گزاره $(q \vee \sim p)$ باشد؟

$$x \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge \sim q)$$

- (۱) $p \vee \sim q$ (۲) $\sim p$ (۳) $\sim q$ (۴) $\sim p \vee q$

۳۱- برای سه مجموعه A ، B و C از گزاره $A \cup (B' - C) \subseteq A \cap C'$ ، کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

- (۱) $A' \cap B' = \emptyset$ (۲) $B \subseteq A \cup C$ (۳) $A \subseteq C'$ (۴) $C \subseteq A \cup B$

۳۲- عدد دو رقمی $\overline{ab}$ را در نظر می‌گیریم. $a \times b$ را به دست می‌آوریم و برای عدد به دست آمده همین کار را انجام می‌دهیم و این کار را آنقدر انجام می‌دهیم تا به یک عدد تک رقمی برسیم؛ اگر در این روند سرانجام به عدد ۲ رسیده باشیم، احتمال آن‌که مجموع ارقام عدد دو رقمی $\overline{ab}$ عددی اول باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۳۳- دو ظرف داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ظرف دوم شامل ۶ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. اگر بخواهیم با برداشتن یک مهره به تصادف از یکی از این دو ظرف، احتمال سیاه بودن مهره خارج شده $\frac{9}{16}$ باشد، چند مهره سیاه باید به ظرف دوم اضافه شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۴- خانواده‌ای یک یا دو فرزند دارد. اگر احتمال این که خانواده k فرزند داشته باشد متناسب با $\frac{1}{k}$ باشد احتمال این که این خانواده فقط یک پسر داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۳۵- از اعداد طبیعی ۱ تا N ، نمونه ۷ تایی ۱۸، ۱۷، ۱۳، ۱۲، ۸، ۶ و ۳ انتخاب شده است، اختلاف برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانه و میانگین چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

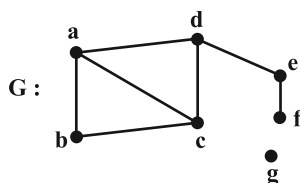
۳۶- چند عدد ۴ رقمی به صورت $\overline{abba}$ و مضرب ۳۶ وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴

۳۷- چند جفت عدد طبیعی a و b وجود دارد به طوری که $7|a+3$ ، $7|b-2$ و $10|b$ و $a+b=1000$ باشد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۳۸- اگر $\bar{G}$ مکمل گراف G و G_1 زیرگرافی از G باشد که با حذف رأس a از G به دست آمده است، آن گاه $q(\bar{G}) + q(G_1)$ برابر است با:



- (۱) ۱۵

- (۲) ۱۷

- (۳) ۱۸

- (۴) ۱۹

۳۹- معادله $x_1 + \sqrt{x_2 + x_3} + x_4 + x_5 = 5$ چند جواب دارد که x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 صحیح نامنفی و x_2, x_3 طبیعی باشند؟

- (۱) ۱۴۷ (۲) ۱۲۳ (۳) ۴۵ (۴) ۶۹

۴۰- چند تابع غیر ثابت و غیر یوشا از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به روی خودش وجود دارد؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۱۵۶ (۳) ۲۵۲ (۴) ۲۲۸

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۲

صبح جمعه

۱۴۰۳/۳/۱۸



آزمون جامع اول (۱۸ خرداد ۱۴۰۳)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه



آزمون ۱۸ خرداد ماه ۱۴۰۳

دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی

(فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت‌ناصري محمدرضا شریفی-مهدی شریفی-ادریس محمدی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم
شیمی	سعید تیزرو-امیر حاتمیان-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان-زواره-امیر محمد کنگرانی-رضا مسکن شهرزاد معرفت ایزدی-هادی مهدی‌زاده-میلاد میرحیدری-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا میلاد میرحیدری امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه برتر	حسین بصیرتر کمبور	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

فیزیک

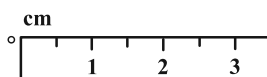
زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

۴۱- در شکل زیر، یک ترازوی رقمی و یک خط‌کش نشان داده شده است. دقت اندازه‌گیری خط‌کش و دقت اندازه‌گیری ترازو است.

26.05 g



(۱) $0.1\text{ g} - 0.5\text{ cm}$

(۲) $1\text{ g} - 0.05\text{ cm}$

(۳) $0.01\text{ g} - 0.5\text{ cm}$

(۴) $0.01\text{ g} - 1\text{ cm}$

۴۲- در برخورد پرتوهای α ، β و γ با ورقه سرب، اگر میزان نفوذ آن‌ها را d_α ، d_β و d_γ بنامیم، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $d_\alpha > d_\beta > d_\gamma$ (۲) $d_\gamma > d_\beta > d_\alpha$ (۳) $d_\alpha = d_\beta < d_\gamma$ (۴) $d_\beta > d_\gamma > d_\alpha$

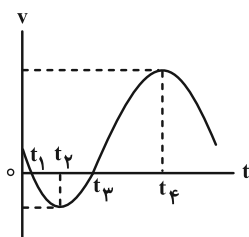
۴۳- نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۱۴ روز است. اگر پس از گذشت ۸۴ روز فقط ۲ g از آن ماده باقی مانده باشد، چند گرم ماده واپاشیده شده است؟

(۱) ۹۳ (۲) ۱۸۹ (۳) ۹۶ (۴) ۱۹۲

۴۴- از یک مبدل برای روشن کردن یک لامپ ۸۸ V با استفاده از برق شهری ۲۲۰ V استفاده می‌کنیم. این مبدل، است و اگر تعداد دور اولیه که به برق شهر وصل می‌شود، برابر با ۵۰۰ دور باشد، تعداد دور ثانویه برابر است با

(۱) ۱۲۵۰ کاهنده، (۲) ۱۲۵۰ افزایشنده، (۳) ۲۰۰ کاهنده، (۴) ۲۰۰ افزایشنده

۴۵- نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



(۱) در بازه زمانی t_1 تا t_4 ، سرعت متوسط در جهت محور X است.

(۲) در بازه زمانی t_1 تا t_3 ، شتاب متوسط در جهت محور X است.

(۳) از لحظه صفر تا t_4 ، متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد.

(۴) شتاب متوسط از لحظه صفر تا t_4 ، خلاف جهت محور X است.

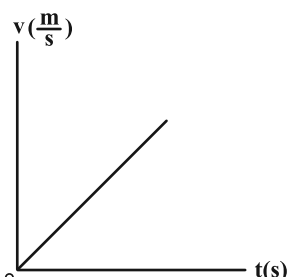
۴۶- جسمی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر این جسم از مکان‌های $\vec{x}_1 = -10(\text{m})\vec{i}$ و $\vec{x}_2 = 14(\text{m})\vec{i}$ به ترتیب

با سرعت‌های $\vec{v}_1 = 8(\frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$ و $\vec{v}_2 = 16(\frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$ عبور کند، در ۴ ثانیه سوم حرکت، سرعت جسم چند متر بر ثانیه تغییر می‌کند؟

(۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۴۷- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در چهار ثانیه اول

حرکت خود ۸ m جابه‌جا شود، سرعت متوسط آن در چهار ثانیه دوم حرکتش چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۴

(۴) ۱۲

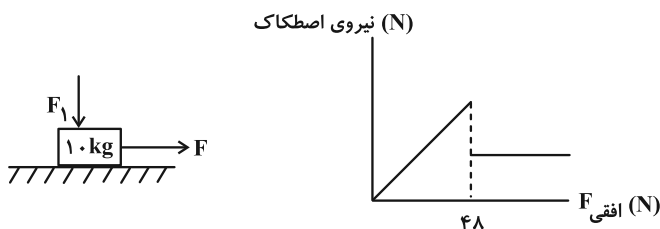
۴۸- دو متحرک A و B با تندی‌های $40 \frac{m}{s}$ و $20 \frac{m}{s}$ مطابق شکل زیر، از نقاط مشخص شده در شکل به سمت هم حرکت می‌کنند و پس از t ثانیه به هم می‌رسند. اگر پس از لحظه به هم رسیدن، اختلاف زمان رسیدن این دو متحرک به انتهای دیگر مسیر خود t' باشد، $\frac{t}{t'}$ مطابق با کدام گزینه است؟



- (۲) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{5}{2}$

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{2}{3}$

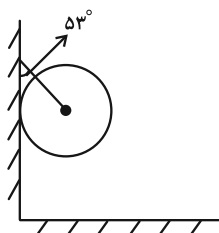
۴۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 10 kg روی سطح افقی با ضرایب اصطکاک $\mu_s = 0/4$ و $\mu_k = 0/2$ در حال سکون قرار دارد و نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی افقی F مطابق شکل زیر است. پس از رسیدن به آستانه حرکت، جسم با یک ضربه کوچک و با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در این حالت نیروی F چند نیوتون خواهد شد؟



($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و F_1 ثابت است.)

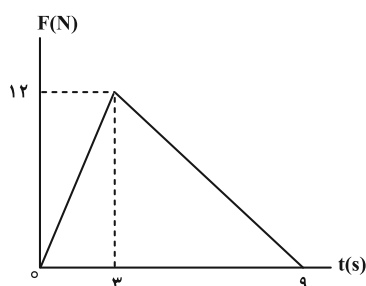
- (۱) ۴۴
(۲) ۴۰
(۳) ۳۴
(۴) ۲۴

۵۰- در شکل زیر، یک کره فلزی به جرم 6 kg توسط نخ به دیوار آویزان است. اگر اصطکاک ناچیز باشد، به ترتیب نیرویی که کره فلزی به دیوار وارد می‌کند و نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟ ($\sin 53^\circ = 0/8$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۱۰۰ ، ۸۰
(۲) ۱۰ ، ۸
(۳) ۱۵۰ ، ۴۵
(۴) ۱۵ ، ۴/۵

۵۱- نمودار نیروی وارد بر یک جسم بر حسب زمان به صورت شکل زیر است. تغییر تکانه جسم در ۲ ثانیه دوم حرکت چند واحد SI است؟



- (۱) ۲۱
(۲) ۸
(۳) ۴۲
(۴) ۱۶

۵۲- جسمی به جرم 500 g گرم را به فنی که طول اولیه‌اش 60 cm است، می‌بندیم و روی یک صفحه افقی حول یک نقطه معین با تندی یکنواخت می‌چرخانیم و طول فنر به 80 cm می‌رسد. اگر جسم در هر دقیقه ۳۰ دور بزند، ضریب سختی فنر چند نیوتون بر متر خواهد بود؟ ($\pi^2 = 10$)

(۴) ۸۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

۵۳- ماهواره‌ای در یک ارتفاع مشخص به دور زمین می‌چرخد. اگر ارتفاع ماهواره ۲ برابر شود، شتاب گرانشی آن ۳۶ درصد تغییر می‌کند. شتاب گرانشی اولیه ماهواره چند برابر شتاب گرانشی در سطح زمین است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{16}{9}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۵۴- معادله مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۲۰ گرم به صورت $x = A \cos(20\pi t)$ است. اگر انرژی این نوسانگر در مرکز نوسان $0.64\pi^2$ ژول باشد، مسافتی که نوسانگر در بازه زمانی $\frac{1}{40} \leq t \leq \frac{3}{40}$ طی می‌کند، برابر سانتی‌متر و نوع حرکت آن در این بازه است.

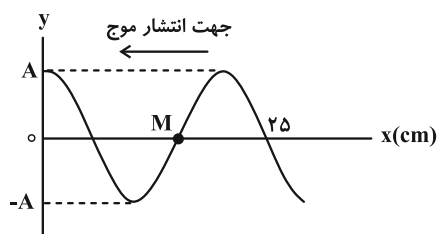
- (۱) -۴۰ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده (۲) -۴۰ ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
(۳) -۸۰ ابتدا کندشونده و سپس تندشونده (۴) -۸۰ ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۵۵- آونگ ساده‌ای در مدت زمان معینی، ۴ نوسان کامل کم‌دامنه انجام می‌دهد. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا در همان مدت و همان مکان، یک نوسان بیشتر انجام دهد؟

- (۱) ۲۵ درصد افزایش دهیم. (۲) ۲۵ درصد کاهش دهیم.
(۳) ۳۶ درصد افزایش دهیم. (۴) ۳۶ درصد کاهش دهیم.

۵۶- شکل زیر، تصویری از یک موج عرضی را در یک ریسمان کشیده شده در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. اگر قطر مقطع این

ریسمان ۲ cm، چگالی آن $3 \frac{g}{cm^3}$ و نیروی کشش آن ۹۰ N باشد، چند ثانیه پس از لحظه $t = 0$ ، اندازه شتاب ذره M برای دومین بار بیشینه می‌شود؟ ($\pi = 3$)



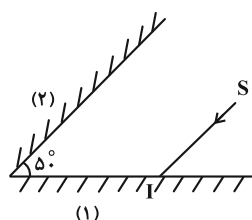
- (۱) $\frac{3}{200}$
(۲) $\frac{7}{200}$
(۳) $\frac{1}{40}$
(۴) $\frac{1}{50}$

۵۷- در شکل زیر، یک گیرنده صوتی ساکن، میان دو چشمه ساکن A و B قرار دارد. بسامد موج صوتی A چند برابر بسامد موج صوتی B باشد تا گیرنده تراز شدت صوت برابری از A و B دریافت کند؟ (دامنه موج صوتی A دو برابر دامنه موج صوتی B است و اتلاف انرژی نداریم.)



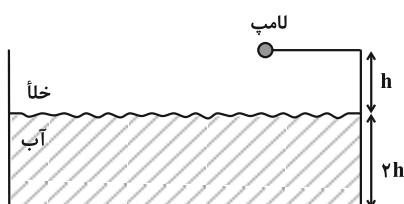
- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) ۴
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۲

۵۸- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگ SI به آینه (۱) برخورد می‌کند. زاویه تابش در این برخورد چند درجه باشد تا پرتوی بازتاب نهایی (بعد از بازتاب از آینه (۲) و پرتو SI بر یکدیگر منطبق شوند؟



- (۱) 30°
(۲) 40°
(۳) 50°
(۴) 60°

- ۵۹- در شکل زیر، کوتاه‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا نور لامپ از هوا به کف ظرف آب برسد، 33 ns است. اگر پرتوی نوری با زاویه تابش 53° از لامپ به سطح آب بتابد، چند نانوثانیه طول می‌کشد تا این پرتوی نور از لامپ به کف ظرف برسد؟



$$(n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}, \sin 53^\circ = 0.8, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

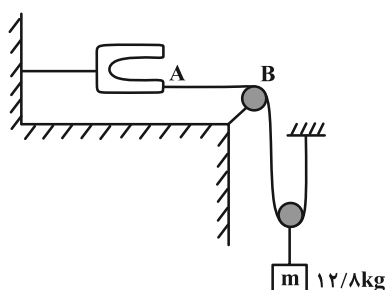
(۱) $37/5$

(۲) $42/25$

(۳) 45

(۴) $51/25$

- ۶۰- در شکل زیر، طول طناب افقی برابر 50 سانتی‌متر و جرم آن 500 g است. اگر بخواهیم در طناب افقی موج ایستاده ایجاد کنیم، بسامد هماهنگ اصلی موج ایستاده‌ای که در طناب می‌توان تشکیل داد، چند هرتز خواهد بود؟ (از جرم ادامه طناب بعد از B و



قرقره صرف نظر شود و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) 4

(۲) 2

(۳) 8

(۴) 1

- ۶۱- تعداد فوتون‌هایی که در مدت 18 ثانیه توسط یک لامپ تک‌رنگ نور قرمز در خلأ گسیل می‌شوند، برابر با 6×10^{21} می‌باشد. اگر

طول موج نور قرمز 660 nm باشد، توان لامپ برحسب وات کدام است؟ ($h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

(۱) 40

(۲) 300

(۳) 250

(۴) 100

- ۶۲- در اتم هیدروژن، الکترون از یک مدار مانا به مدار مانای دیگر گذار می‌کند و فوتونی با طول موج 384 nm در گستره فرابنفش از آن گسیل می‌شود. در این گذار، شعاع مدار الکترون، چند برابر می‌شود؟ ($hc = 1224\text{ eV.nm}$ و $E_R = 13.6\text{ eV}$)

(۱) $\frac{4}{25}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{16}$

(۴) $\frac{1}{9}$

- ۶۳- تعداد نوکلئون‌های یک هسته پرتوزا 195 و اختلاف تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن 49 است. اگر این هسته یک الکترون و دو ذره آلفا گسیل کند، نماد هسته نهایی آن کدام است؟

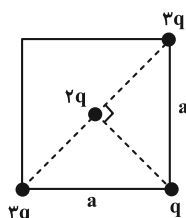
(۱) ${}_{74}^{191}\text{A}$

(۲) ${}_{76}^{191}\text{B}$

(۳) ${}_{73}^{187}\text{C}$

(۴) ${}_{70}^{187}\text{D}$

- ۶۴- در شکل زیر، اندازه برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q تقریباً چند برابر اندازه برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $2q$



می‌باشد؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ، طول هر ضلع مربع a است و $\sqrt{2} \approx 1.4$)

(۱) $2/05$

(۲) $1/64$

(۳) 1

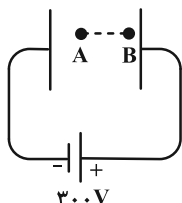
(۴) $1/55$

۶۵- در شکل زیر و در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه به بزرگی $E = 2 \times 10^3 \frac{N}{C}$ ، پروتونی از نقطه A با تندی اولیه

$2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ به طرف صفحه دارای بار مثبت پرتاب شده و سرانجام در نقطه B که مجاور صفحه مثبت است، متوقف می‌شود. اگر

اختلاف پتانسیل دو سر باتری $300V$ باشد، فاصله نقطه A از صفحه منفی چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی وزن و اصطکاک

صرف نظر کنید و بار پروتون $1.6 \times 10^{-19} C$ و جرم آن $1.6 \times 10^{-27} kg$ فرض شود).



۱۵ (۱)

۱۰ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۶۶- اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازنی به ظرفیت $5\mu F$ را ۴ ولت افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در آن $50\mu J$ زیاد می‌شود.

اختلاف پتانسیل دو سر این خازن در ابتدا چند ولت بوده است؟

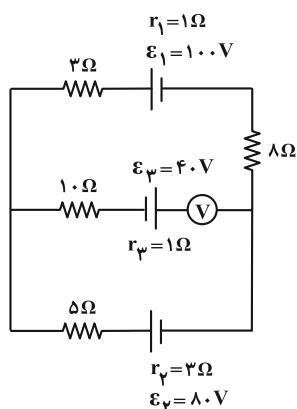
۱۷ (۴)

۱۳ (۳)

۲۳ (۲)

۲۷ (۱)

۶۷- در مدار زیر، ولت‌سنج آرمانی چه عددی را نشان می‌دهد؟



۴۸ (۱)

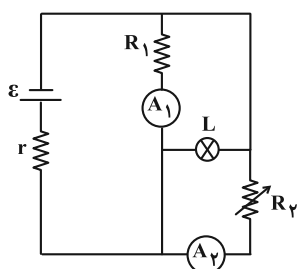
۷۲ (۲)

۱۵۲ (۳)

۱۲۸ (۴)

۶۸- در مدار شکل زیر، مقاومت متغیر R_p را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که لامپ L پرنورتر می‌شود. در این صورت، اعدادی که

آمپرسنج‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهند، به ترتیب چه تغییری خواهند کرد؟ (آمپرسنج‌ها آرمانی‌اند).



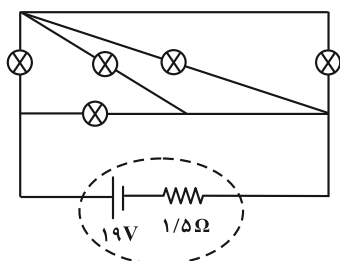
(۱) کاهش - کاهش

(۲) افزایش - کاهش

(۳) کاهش - افزایش

(۴) افزایش - افزایش

۶۹- در مدار شکل زیر، اندازه مقاومت هر یک از لامپها 14Ω است. توان خروجی باتری چند وات است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۲۴

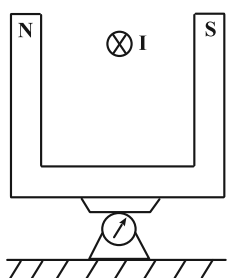
(۳) ۳۲

(۴) ۳۶

۷۰- مطابق شکل زیر، یک سیم راست حامل جریان I به طول 80 cm در دهانه یک آهنربای نعلی شکل که بزرگی میدان

مغناطیسی آن 300 G است قرار دارد. اگر جریان عبوری از سیم 5 A افزایش یابد، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، چگونه

تغییر می‌کند؟



(۱) $1/2\text{ N}$ کاهش می‌یابد.

(۲) $1/2\text{ N}$ افزایش می‌یابد.

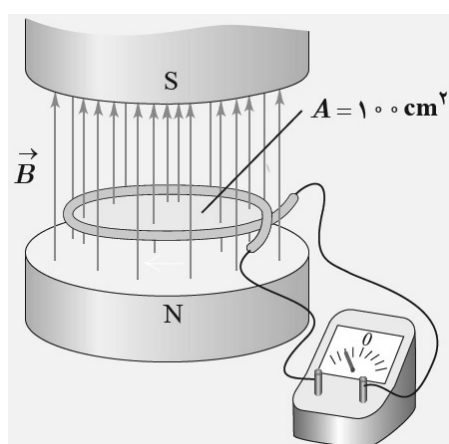
(۳) 12 N کاهش می‌یابد.

(۴) 12 N افزایش می‌یابد.

۷۱- مطابق شکل زیر، پیچهای با 600 حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 0.2 T قرار دارد و سطح آن بر میدان عمود

است. اگر میدان مغناطیسی در مدت 0.3 ثانیه تغییر کند و به مقدار 0.4 T در خلاف جهت اولیه برسد، اندازه جریان القایی

متوسط که از پیچه می‌گذرد، چند آمپر می‌شود؟ (مقاومت پیچه 10 اهم است.)



(۱) 0.4

(۲) $1/2$

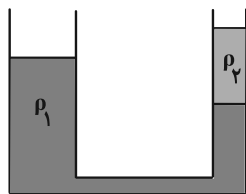
(۳) 0.6

(۴) $1/8$

۷۲- در شکل زیر، داخل لوله U شکلی، دو مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های $\rho_1 = 1/2 \frac{g}{cm^3}$ و ρ_2 ریخته شده‌اند. سطح مقطع

لوله در سمت راست و چپ به ترتیب $2 cm^2$ و $3 cm^2$ و در قسمت افقی ناچیز است. در شاخه سمت راست، چند گرم از مایع

(۲) اضافه کنیم تا سطح مایع در لوله سمت چپ ۴ cm بالا رود؟



(۱) ۱۵

(۲) ۳۴

(۳) ۲۷/۲

(۴) باید چگالی ρ_2 مشخص باشد.

۷۳- گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم را از ارتفاع ۳۰ متری سطح زمین با سرعت $30 \frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. جسم

تا ارتفاع ۵۵ متری سطح زمین بالا می‌رود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شود، تندی جسم در هنگام برخورد با زمین چند

$\frac{m}{s}$ است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۲) $\sqrt{110}$

(۱) $2\sqrt{55}$

(۴) $10\sqrt{5}$

(۳) $5\sqrt{10}$

۷۴- اگر دمای یک ظرف شیشه‌ای خالی را ۶۰ درجه سلسیوس افزایش دهیم، ارتفاع ظرف ۴/۰ درصد افزایش می‌یابد. این ظرف را

به‌طور کامل از مایعی پر می‌کنیم. دمای مجموعه را چند درجه فارنهایت بالا ببریم تا حجم مایع بیرون ریخته شده، برابر با ۸

درصد حجم اولیه ظرف باشد؟ ($\beta_{\text{مایع}} = 1/2 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$)

(۲) ۱۷۶

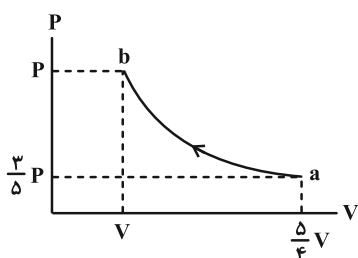
(۱) ۳۵۳

(۴) ۸۰

(۳) ۱۴۴

۷۵- نمودار $P-V$ برای مقدار معینی گاز کامل که فرایند a تا b را می‌پیماید، مطابق شکل زیر است. اگر کاری که روی گاز انجام

می‌شود برابر W باشد، کدام گزینه به ترتیب W و درصد تغییرات انرژی درونی گاز را به درستی نشان می‌دهد؟



(۱) $W < \frac{1}{5} PV$ ، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

(۲) $W > \frac{1}{5} PV$ ، ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) $W < \frac{1}{5} PV$ ، تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

(۴) $W > \frac{1}{5} PV$ ، تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد.

شیمی

۷۶- عنصر A دارای سه ایزوتوپ A^{43} ، A^{45} و A^{47} است. اگر فراوانی سنگین ترین ایزوتوپ برابر با ۴۰ درصد و درصد فراوانی

ایزوتوپ A^{45} ، ۱۰ درصد از A^{43} بیشتر باشد، جرم اتمی میانگین عنصر A بر حسب amu کدام است؟

- (۱) $45/3$ (۲) $45/4$ (۳) $45/5$ (۴) $45/6$

۷۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) طیف نشری خطی نخستین فلز جدول دوره‌ای در محدوده مرئی دارای چهار خط رنگی می‌باشد.
 (۲) عنصری که اتم آن دارای ۱۷ الکترون با $I=1$ است در گروه ۱۷ و دوره چهارم جدول دوره‌ای جای دارد.
 (۳) اگر جرم اتمی میانگین عنصر B (بور) برابر $10/8 \text{ amu}$ باشد از یک مجموعه ۵۰ تایی شامل اتم‌های B^{10} و B^{11} ، ۴۰ اتم آن هر کدام دارای ۵ نوترون می‌باشد.

(۴) نسبت شمار الکترون‌های با $I=2$ در اتم Cu^{2+} به همین شمار در اتم Cr^{2+} با شمار ایزوتوپ‌های طبیعی کلر یکسان است.

۷۸- اگر تعداد الکترون‌های یون A^{3+} ، 108 ، $\frac{2}{3}$ تعداد ذره‌های زیر اتمی بدون بار آن باشد، دوره و گروه اتم A کدام است؟

- (۱) دوره ۵ و گروه ۱۵ (۲) دوره ۶ و گروه ۹ (۳) دوره ۵ و گروه ۹ (۴) دوره ۴ و گروه ۱۵

۷۹- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) در لایه انتهایی هواکره، ذره‌ها به شکل یون وجود دارند.

ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین شمار ذره‌های موجود در واحد حجم هواکره افزایش می‌یابد.

پ) جانداران ذره‌بینی گاز N_2 موجود در هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند.

ت) نسبت گازهای سازنده هواکره، با گذر زمان پیوسته در حال تغییر بوده است.

- (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) الف و ت (۴) ب و پ

۸۰- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در کدام گزینه کمتر از سایرین است؟

- (۱) NO_2^- (۲) ICl_4^+ (۳) PO_4^{3-} (۴) HNO_3

۸۱- از واکنش کامل میان ۲۱g گاز نیتروژن و ۴g گاز هیدروژن، ابتدا گاز N_2H_4 (هیدرازین) تولید شده و در مرحله بعد تمام گاز

هیدروژن باقی مانده با مقداری از هیدرازین تولید شده واکنش داده و گاز NH_3 تولید می‌شود. طی این فرایند چند درصد از

حجم مخلوط نهایی را گاز آمونیاک تشکیل می‌دهد؟ ($N=14$ ، $H=1$: $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

۸۲- معادله انحلال پذیری سدیم نیترات به صورت $S = 0/80 + 72$ است. در چه دمایی، محلول سیرشده این نمک به غلظت ۱۰

مولار با چگالی ۱/۸۵ گرم بر میلی لیتر می‌رسد؟ ($Na=23$ ، $N=14$ ، $O=16$: $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۷/۷۵ (۲) ۱۶/۲۵ (۳) ۳۶/۵ (۴) ۴۳/۷۵

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) هر چهار ترکیب HCl ، HBr ، PH_3 و AsH_3 در دما و فشار اتاق حالت گازی دارند.

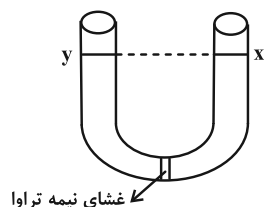
ب) در انحلال استون یا اتانول در آب و انحلال یُد در هگزان، مولکول‌های حل‌شونده ماهیت خود را در محلول حفظ نمی‌کنند.

پ) در میان دو ترکیب مولکولی و فرضی A و B که جرم مولی مشابهی دارند، ترکیبی که در میدان الکتریکی دارای جهت‌گیری است نقطه جوش بالاتری دارد.

ت) به دلیل این‌که گشتاور دوقطبی یُد و هگزان به تقریب برابر صفر است یُد در هگزان به صورت مولکولی حل شده و یک محلول سبز رنگ پدید می‌آورد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۴- جرم‌های برابری از Li_2SO_4 و $NaNO_3$ را به ترتیب در آب خالص موجود در بازوهای x و y ظرف زیر که سطح مایع‌ها در آن‌ها یکسان است حل می‌کنیم، با گذشت زمان ارتفاع محلول موجود در بازوی x می‌یابد و رسانایی محلول موجود در بازوی y می‌شود.



($Na = 23$, $Li = 7$, $N = 14$, $O = 16$, $S = 32$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) افزایش - کمتر

(۲) کاهش - کمتر

(۳) افزایش - بیشتر

(۴) کاهش - بیشتر

۸۵- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) به‌طور معمول عناصر دسته p در جدول دوره‌ای شکننده‌اند و سطح صیقلی ندارند.

ب) به‌طور معمول فلزها واکنش‌پذیری زیاد و تمام نافلزها واکنش‌پذیری کم دارند.

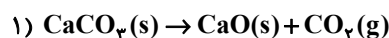
پ) عنصرهایی که در شمار الکترون‌های لایه آخر با هم برابرند هم‌گروه هستند.

ت) از دست دادن الکترون از ویژگی‌های مشترک تمامی نافلزها است.

(۱) الف و ب (۲) فقط الف (۳) ب و پ (۴) الف و ت

۸۶- جرم‌های برابری از $NaHCO_3$ و $CaCO_3$ را براساس معادله‌های زیر تجزیه می‌کنیم. اگر بازده واکنش (۱) دو برابر واکنش (۲) باشد، جرم CO_2 حاصل از واکنش (۱) چند برابر جرم CO_2 حاصل از واکنش (۲) است؟

($Ca = 40$, $Na = 23$, $O = 16$, $C = 12$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)



۱۶/۸ (۱) ۳/۳۶ (۲) ۱/۶۸ (۳) ۳۳/۶ (۴)

۸۷- همه عبارت‌های زیر نادرست‌اند به‌جز ($C = 12$, $O = 16$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) در ۳- اتیل ۲، ۲- دی متیل هگزان، ۸ پیوند یگانه $C-C$ وجود دارد.

(۲) نام درست ۳- متیل ۲- اتیل پنتان به روش آیوپاک، ۲- اتیل ۳- متیل پنتان می‌باشد.

(۳) اگر از سوختن ۱ مول گاز متان در اکسیژن کافی ۳۳ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده باشد بازده درصدی واکنش برابر با ۷۵ درصد می‌باشد.

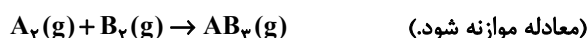
(۴) در هیچ کدام از انواع نفت خام درصد نفت کوره از ۵۰ درصد بیشتر نیست.

۸۸- کدام مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف) با انجام واکنش میان کلسیم کربنات جامد و محلول HCl در یک ظرف در بسته فشار ظرف به مرور کاهش می‌یابد.
 ب) سرعت واکنش سدیم با مولکول‌های گاز فلوئور بیشتر از سرعت واکنش این فلز با گاز کلر است.
 پ) نفخ کردن پس از مصرف کلم و سوختن قند آغشته به خاک باغچه نشان‌دهنده عاملی مشترک بر سرعت واکنش است.
 ت) بنزوئیک اسید یکی از نگهدارنده‌های مواد غذایی بوده که به صورت کامل می‌تواند جلوی فساد مواد غذایی را بگیرد.
- ۱) الف- ت ۲) ب- پ ۳) الف- پ ۴) ب- ت

۸۹- در ظرفی ۴ لیتری و در شرایط STP مقدار ۵/۶ لیتر گاز A با مقدار کافی گاز B وارد واکنش شده و پس از ۳۰۰ ثانیه جرم

گاز A به ۴/۵ گرم می‌رسد. سرعت تولید گاز (AB)_p در این بازه زمانی چند $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ است؟ ($A = 18 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- ۱) $\frac{1}{160}$ ۲) $\frac{1}{40}$ ۳) $\frac{1}{80}$ ۴) $\frac{1}{20}$

۹۰- نمونه‌ای از یک ماده به جرم ۲۴۰g و دمای ۱۱۵°C درون ظرفی حاوی ۳۰۰g آب ۲۵°C قرار داده می‌شود. اگر تمام گرمای از

دست رفته توسط ماده به وسیله آب جذب شده باشد و دمای نهایی آب و ماده بعد از برقراری تعادل گرمایی، ۵۰°C باشد،

ظرفیت گرمایی ویژه ماده مورد نظر به تقریب چند $^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{g}^{-1}$ است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آب $^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{g}^{-1}$ ۴/۲ است.)

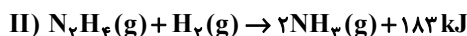
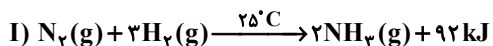
- ۱) ۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۱/۷۵

۹۱- با توجه به واکنش‌های زیر، از سوختن ۱۲۸ گرم هیدرازین مطابق واکنش‌های داده شده، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟



- ۱) ۱۳۴۸ ۲) ۶۷۴ ۳) ۱۰۱۱ ۴) ۵۰۵/۵

۹۲- با توجه به واکنش‌های زیر چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($H = 1, N = 14 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



الف) تفاوت ΔH این دو واکنش برابر ΔH واکنش $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$ است.

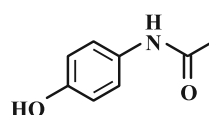
ب) در واکنش (II) به ازای مصرف ۰/۸ گرم هیدرازین به تقریب ۱/۰۹ کیلوکالری گرما آزاد می‌شود.

پ) مجموع انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II) به تقریب دو برابر مجموع انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (I) است.

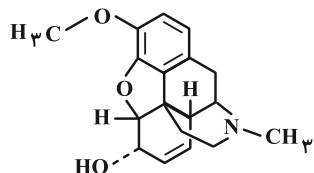
ت) مواد واکنش‌دهنده در معادله (I) نسبت به معادله (II) پایدارترند.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۳- با توجه به ساختارهای زیر که مربوط به استامینوفن و کدئین هستند، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟



(a) استامینوفن



(b) کدئین

• ماده a دارای گروه عاملی آمین است.

• فرمول مولکولی ماده b، $C_{18}H_{23}NO_3$ است.

• اختلاف شمار اتمهای a و b برابر با عدد اتمی سومین

عنصر واسطه دوره چهارم جدول دوره‌ای است.

• نسبت جفت الکترونهای پیوندی به شمار الکترونهای

ناپیوندی در a برابر ۴/۸ است.

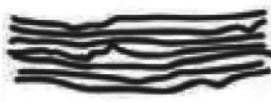
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۴- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به دو نوع پلی اتن می‌باشند، چه تعداد از مقایسه‌های انجام شده درست است؟



(A)



(B)

• شفافیت: $B > A$

• استحکام: $B > A$

• چگالی: $A > B$

• درصد جرمی هیدروژن در مونومر: $A > B$

• نقطه ذوب: $A > B$

• انعطاف‌پذیری: $B > A$

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۹۵- اگر جرم نمونه‌ای از یک پلی سیانواتن ۴۲/۴ کیلوگرم باشد، این نمونه دارای چند واحد تکرار شونده است؟

$$(H = 1, C = 12, N = 14 : g.mol^{-1})$$

۸۶ × ۱۰^{۲۳} (۴)

۴۸ / ۱۶ × ۱۰^{۲۵} (۳)

۸۶ × ۱۰^{۲۵} (۲)

۴۸ / ۱۶ × ۱۰^{۲۳} (۱)

۹۶- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا و آب چشمه یکسان است.

(ب) افزودن ترکیب کلسیم‌دار به صابون‌ها، قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

(پ) یکی از بخش‌های آنیونی صابون، زنجیر هیدروکربنی است که آب‌گریز می‌باشد.

(ت) قدرت پاک‌کنندگی صابون با درصد لکه‌های باقی‌مانده روی پارچه رابطه عکس دارد.

(ث) هیچ کدام از پاک‌کننده‌ها در آب‌های دارای مقادیر چشم‌گیری از یون‌های کلسیم و منیزیم به خوبی کف نمی‌کنند.

(۴) الف، ب، ث

(۳) الف، پ، ت

(۲) ب، پ، ت

(۱) الف، ب، ث

۹۷- بوتیریک اسید با فرمول شیمیایی C_3H_7COOH در کره و پنیر پارمزان وجود دارد. غلظت محلولی از این اسید برابر

$$110 g.L^{-1} \text{ و } pH \text{ آن برابر } 2/3 \text{ است. } K_a \text{ این اسید کدام است؟ } (C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}) \quad (\log 5 \approx 0.7)$$

۳ / ۲ × ۱۰^{-۴} (۴)

۲ × ۱۰^{-۵} (۳)

۱ / ۶ × ۱۰^{-۵} (۲)

۴ × ۱۰^{-۵} (۱)

۹۸- معده یک فرد در حالت استراحت محتوی ۰/۸ L اسیدی با $\text{pH} = ۲/۳$ است. با مصرف ۳۰۰ g از یک نمونه ضد اسید معده‌ای با چگالی $۱ \text{ g.mL}^{-۱}$ که شامل شیر منیزی است، pH محتویات معده این فرد به اندازه ۰/۸ واحد افزایش می‌یابد. غلظت شیر منیزی در این

نمونه از ضد اسید به تقریب برابر با چند ppm است؟ ($\text{Mg} = ۲۴$, $\text{O} = ۱۶$, $\text{H} = ۱$: $\text{g.mol}^{-۱}$) ($\log ۵ \approx ۰/۷$ و $\log ۲ \approx ۰/۳$)

(۱) ۲۵۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۵۰ (۴) ۴۰۰

۹۹- کدام مورد درباره فرایند آبکاری یک قطعه آهنی به وسیله کروم و آند کروم، درست است؟ ($\text{Cr} = ۵۲$, $\text{Fe} = ۵۶$: $\text{g.mol}^{-۱}$)

$$E^{\circ}(\text{Fe}^{۲+} / \text{Fe}) = -۰/۶۶ \text{ V}$$

$$E^{\circ}(\text{Cr}^{۳+} / \text{Cr}) = -۰/۷۳ \text{ V}$$

(۱) قبل از برقراری جریان الکتریکی، اتم‌های Cr اکسید شده و یون‌های $\text{Fe}^{۲+}$ کاهیده می‌شوند.

(۲) امکان انجام این فرایند وجود ندارد چون پتانسیل کاهش نیم سلول آهن از کروم بیشتر است و آهن نمی‌تواند کاهنده باشد.

(۳) با پیشرفت واکنش غلظت یون کروم (III) ثابت می‌ماند.

(۴) با پیشرفت واکنش از جرم قطعه آهنی کاسته می‌شود.

۱۰۰- کدام عبارت نادرست است؟

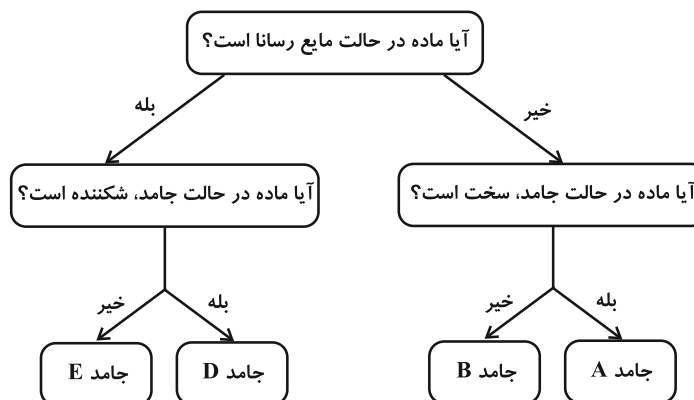
(۱) جهت انتقال الکترون در سلول گالوانی، از آند به کاتد است.

(۲) در کاتد سلول سوختی، واکنش معکوس واکنش اکسایش آب (صرف‌نظر از حالت‌های فیزیکی) انجام می‌شود.

(۳) در فرایند تهیه فلز منیزیم از آب دریا، در دو مرحله مجزا به $\text{MgCl}_۲$ حرارت داده می‌شود.

(۴) در سلول الکترولیتی مورد استفاده برای برقکافت NaCl(I) مانند فرایند هال، تیغه آند در نیم‌واکنش اکسایش شرکت می‌کند.

۱۰۱- با توجه به نمودار زیر کدام مطلب نادرست است؟



(۱) جامد A می‌تواند جامدی باشد که در ساختار عدسی و منشور کاربرد دارد.

(۲) تنوع حالت فیزیکی جامد B در دمای اتاق از سایر جامدها بیشتر است.

(۳) جامد E را می‌توان در عنصرهای هر چهار دسته s، p، d و f جدول دوره‌ای یافت.

(۴) جامد D در گستره دمایی کوچکی به حالت مذاب بوده و محلول آبی آن نیز می‌تواند رسانای برق باشد.

۱۰۲- چند مورد از عبارت‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی با عبارت زیر مطابقت دارند؟

«بعد از سیلیسیم، فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین اکسیژن است.»

- اتم سیلیسیم همانند کربن، تنها با تشکیل پیوندهای کووالانسی به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.
- نیروهای بین مولکولی سیلیس بسیار قوی‌تر از یخ خشک است.
- کربن و سیلیسیم هر دو متعلق به گروه چهاردهم جدول تناوبی هستند که تاکنون یونی از آن‌ها شناخته نشده است.
- اگر آنتالپی پیوندهای C-C و Si-O به ترتیب برابر ۳۴۸ و ۳۶۸ کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی پیوند Si-Si می‌تواند ۳۸۳ کیلوژول بر مول باشد.

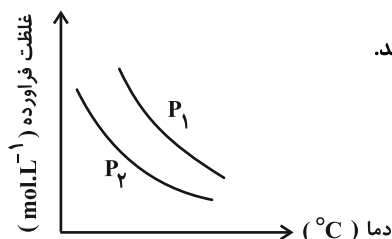
۳ (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۰۳- ۴ مول NH_3 و ۲ مول N_2 و ۳ مول H_2 را وارد یک ظرف با حجم ۴۰۰ میلی‌لیتر می‌کنیم تا تعادل $2\text{NH}_3 \rightleftharpoons \text{N}_2 + 3\text{H}_2$ برقرار شود اگر هنگام برقراری تعادل در مجموع ۸ مول ماده‌ی گازی در ظرف واکنش وجود داشته باشد می‌توان نتیجه گرفت که این واکنش برای رسیدن به تعادل در جهت جابه‌جا شده و ثابت تعادل آن به‌طور تقریبی برابر با است.

۱) رفت - ۲/۱ ۲) رفت - ۱/۲۷ ۳) برگشت - ۱/۲۷ ۴) برگشت - ۲/۱

۱۰۴- کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) می‌توان پروپن را در فرایندی شیمیایی به‌طور مستقیم به استون تبدیل کرد.
 - ۲) ترفتالیک اسید و اتیلن گلیکول در نفت خام وجود ندارند.
 - ۳) برای تولید متانول در مقیاس صنعتی از واکنش کربن مونوکسید و گاز هیدروژن استفاده می‌کنند.
 - ۴) یکی از روش‌های تولید متانول، واکنش متان و اکسیژن در حضور کاتالیزگر است.
- ۱۰۵- با توجه به نمودار زیر که تغییرات غلظت فراورده را برای یک واکنش تعادلی در دو فشار متفاوت P_1 و P_2 ($P_1 > P_2$) نشان می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت:



۱) واکنش تعادلی مورد نظر می‌تواند $\Delta H < 0$; $A_2(g) + B_2(g) \rightleftharpoons 2AB(g)$ باشد.

۲) ثابت تعادل واکنش در دماهای ۵۰ و ۱۰۰ درجه سلسیوس به ترتیب می‌تواند

برابر 4×10^{-7} و $2/5 \times 10^{-5}$ باشد.

۳) مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌ها بزرگ‌تر از فراورده‌هاست.

۴) اگر این واکنش درون سیلندری با پیستون روان به تعادل برسد، با کاهش فشار در دمای ثابت، شمار مول‌های فراورده قطعاً کاهش می‌یابد.



دفترچه پاسخ

آزمون ۱۸ خرداد ماه ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-شاهین پروازی-عادل حسینی-علی سلامت-محمد گودرزی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی-فر-هومن عقیلی-نوید مجیدی-حمیدرضا ملکی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
فیزیک	زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-محمدجواد سورچی-معصومه شریعت-ناصری-محمد رضا شریفی-مهدی شریفی-ادریس محمدی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میر صالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم
شیمی	سعید تیزرو-امیر حاتمیان-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان-زواره-امیرمحمد کنگرانی-رضا مسکن-شهرزاد معرفت ایزدی-هادی مهدی-زاده-میلاد میرحیدری-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی سیدرضا اسلامی	کیوان دارابی	کیوان دارابی	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیرمحمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	امیرمحمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده امیررضا حکمت‌نیا میلاد میرحیدری امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه برتر	پارسا نوروزی‌منش	مهدی خالئی	مهدی خالئی	حسین بصیر	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳۰۰

ریاضیات

گزینه «۱»

(عادل حسینی)

$$\frac{11}{a} - 1 = \frac{11}{2\sqrt{3}-1} - 1 = \frac{11(2\sqrt{3}+1)}{(2\sqrt{3})^2 - 1^2} - 1$$

$$= \frac{11(2\sqrt{3}+1)}{11} - 1 = 2\sqrt{3} + 1 - 1 = 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

گزینه «۱»

(کاظم ابلالی)

صفحه‌های تابع $x=a$ و $x=4$ هستند و با توجه به علامت a و b متوجه می‌شویم که 4 باید واسطه هندسی a و b باشد. (۱) $ab=16$

از طرفی طول رأس سهمی برابر $x_s = \frac{a+4}{2}$ و مقدار تابع در این نقطه برابر b است:

$$\Rightarrow f\left(\frac{a+4}{2}\right) = -\frac{16}{25}(4-a)^2 = b \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$-\frac{16}{25}(4-a)^2 = \frac{16}{a} \Rightarrow -\frac{16}{25}a(4-a)^2 = 16$$

$$\Rightarrow -a(4-a)^2 = 25$$

که با توجه به گزینه‌ها $a=-1$ جواب معادله بالا است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، معادله‌ها و نامعادله‌ها؛

صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ و ۷۸ تا ۸۲)

گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

در معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ داریم:

$$S = \alpha + \beta = 4, \quad P = \alpha\beta = 1$$

حاصل مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\beta} + \frac{\sqrt{2}\beta}{\alpha} = \frac{\sqrt{2}(\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta})}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\alpha^3 + \beta^3 + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta})}{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow S' = \frac{\sqrt{2}(S^3 - 3SP + 2P\sqrt{P})}{P} \xrightarrow{S=4, P=1} S' = \frac{\sqrt{2}(64 - 12 + 4)}{1} = 6\sqrt{2}$$

$$P' = \alpha'\beta' = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\beta} \times \frac{\sqrt{2}\beta}{\alpha} = \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{2}{\sqrt{P}} \xrightarrow{P=1} P' = 2$$

پس معادله مورد نظر سؤال $x^2 - 6\sqrt{2}x + 2 = 0$ است.

(جسبان ۱- فیبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه «۴»

(کاظم ابلالی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$8\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1} = 6\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$$

پس اگر $\sqrt{x-1}$ و $\sqrt{x+1}$ را به ترتیب متغیرهای جدید a و b در نظر بگیریم، داریم:

$$8a^2 + b^2 = 6ab \Rightarrow b^2 - 6ab + 8a^2 = (b-4a)(b-2a) = 0$$

$$\Rightarrow b = 4a \text{ یا } b = 2a$$

حال این دو معادله را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{x+1} = 4\sqrt{x-1} \Rightarrow x+1 = 16(x-1) \Rightarrow x_1 = \frac{257}{255}$$

$$\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x-1} \Rightarrow x+1 = 4(x-1) \Rightarrow x_2 = \frac{17}{15}$$

$$\frac{17}{15} - \frac{257}{255} = \frac{32}{255}$$

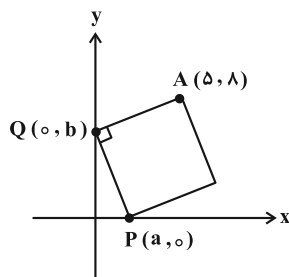
و اختلاف آن‌ها برابر است با:

(جسبان ۱- فیبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه «۳»

(مهریار ملونری)

روش اول: مطابق زیر نقاط روی محورهای P و Q در نظر می‌گیریم.



برای این‌که چهارضلعی مورد نظر مربع باشد، لازم است $AQ = PQ$ و

همچنین $AQ \perp PQ$ باشد. داریم:

$$AQ \perp PQ \xrightarrow{m_{AQ}m_{PQ}=-1} \left(\frac{8-b}{\Delta}\right)\left(-\frac{b}{a}\right) = -1$$

$$\Rightarrow b(8-b) = \Delta a \quad (1)$$

$$AQ = PQ \Rightarrow \sqrt{\Delta^2 + (8-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2)$$

تساوی $8-b = \frac{\Delta a}{b}$ از معادله (۱) را در معادله (۲) جای گذاری می‌کنیم:

$$\sqrt{\Delta^2 + \Delta^2 \left(\frac{a^2}{b^2}\right)} = \frac{\Delta}{b} \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{b} = 1 \Rightarrow b = \Delta$$

و از (۱) به دست می‌آید: $a = 3$.

پس $f^{-1}(x) = \log_7(2^x - 1)$ است و داریم:

$$\log_7(2^x - 1) + \log_7(2^x + 1) = x \Rightarrow \log_7(2^x - 1)(2^x + 1) = x$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 1 = 2^x \Rightarrow (2^x)^2 - 2^x - 1 = 0 \Rightarrow 2^x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$x = a$ جواب معادله است، در نتیجه:

$$2^a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2^{a+1} = 1 + \sqrt{5}$$

(حسابان ۱- تابع، توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۸۵ تا ۹۰)

(لازم اجباری)

۸- گزینه «۳»

$$f(x) = \begin{cases} 4-x, & x < 2, y > 2 \\ x-1, & x \geq 2, y \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x+4, & x < 4, y < 8 \\ 2x-4, & x \geq 4, y \geq 8 \end{cases}$$

پس داریم:

$$(fog)(x) = \begin{cases} -x, & x < -2 \\ x+3, & -2 \leq x < 4 \\ 3x-5, & x \geq 4 \end{cases}$$

$$(gof)(x) = \begin{cases} 8-3x, & x \leq 0 \\ 8-x, & 0 < x < 2 \\ x+3, & 2 \leq x < 5 \\ 3x-7, & x \geq 5 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که دو تابع fog و gof در بازه $[2, 4]$ مساوی‌اند و نمودار آن‌ها بر هم منطبق می‌شود. در نتیجه بیشترین

مقدار $b-a$ برابر $2 = 4-2$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(معمدگورزی)

۹- گزینه «۱»

مختصات نقطه تقاطع $A(k, 1-2k^3)$ است، اگر این نقطه را k^2 واحد

به چپ و $k^4 + k^2$ واحد به بالا انتقال دهیم، مختصا نقطه تبدیل یافته باید

در ضابطه تابع f صدق کند: $A'(k-k^2, 1-2k^3+k^2+k^4)$

پس داریم:

$$k^4 - 2k^3 + k^2 + 1 = f(k-k^2) = (k-k^2)^2 - (k-k^2) - k^2$$

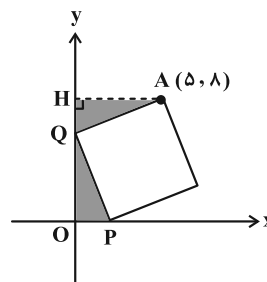
$$\Rightarrow k^4 - 2k^3 + k^2 + 1 = k^4 - 2k^3 + k^2 - k \Rightarrow k = -1$$

البته می‌توانستیم با مفروض گرفتن مقادیر گزینه‌ها، شرط مسئله را بررسی کنیم.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

در نتیجه $P(3, 0)$ است و وسط قطر این مربع نقطه $(4, 4)$ است. فاصله این نقطه از مبدأ مختصات برابر $4\sqrt{2}$ است.

روش دوم: دو مثلث POQ و AHQ در شکل زیر هم‌نهشت هستند و داریم:



$$OQ = AH = x_A = 5$$

از طرفی $OQ + HQ = y_A = 8$ است. $\Rightarrow OP = HQ = 3$

در نتیجه $P(3, 0)$ است و وسط قطر این مربع نقطه $(4, 4)$ است. فاصله این نقطه از مبدأ مختصات برابر $4\sqrt{2}$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

(علی سلامت)

۶- گزینه «۴»

$$k = \log_{14} 8 = \frac{\log 8}{\log 14} = \frac{3 \log 2}{\log 2 + \log 7} = \frac{3}{1 + \log_2 7} = k$$

$$\Rightarrow \log_2 7 = \frac{3}{k} - 1$$

حال سعی می‌کنیم $\log_2 7$ را برحسب $\log_{98} 56$ بنویسیم:

$$\Rightarrow \log_{98} 56 = \frac{\log 56}{\log 98} = \frac{\log 8 + \log 7}{\log 2 + \log 49}$$

$$= \frac{3 \log 2 + \log 7}{\log 2 + 2 \log 7} = \frac{3 + \log_2 7}{1 + 2 \log_2 7}$$

حال $\log_2 7 = \frac{3}{k} - 1$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$\log_{98} 56 = \frac{3 + \frac{3}{k} - 1}{1 + \frac{6}{k} - 2} = \frac{2k + 3}{6 - k}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(علی سلامت)

۷- گزینه «۱»

ابتدا ضابطه تابع f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y = \log_2(2^x + 1) \Rightarrow 2^y = 2^x + 1$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^y - 1 \Rightarrow x = \log_2(2^y - 1)$$

۱۰- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

تساوی $\sin(2x+y) = 2\sin y$ را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم؛ زیرا به نسبت‌های کمان $x+y$ نیاز داریم:

$$\sin((x+y)+x) = 2\sin((x+y)-x)$$

$$\Rightarrow \sin(x+y)\cos x + \cos(x+y)\sin x$$

$$= 2\sin(x+y)\cos x - 2\cos(x+y)\sin x$$

$$\Rightarrow \sin(x+y)\cos x = 3\cos(x+y)\sin x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(x+y)}{\cos(x+y)} = 3 \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \tan(x+y) = 3 \tan x$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۱- گزینه «۴»

(سیدرضا اسلامی)

برحسب $\cos 2x$ می‌نویسیم: $2\cos^2 2x - 1 + 3(\cos 2x + 1) = 1$

$$\Rightarrow 2\cos^2(2x) + 3\cos 2x + 1 = (2\cos 2x + 1)(\cos 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه $(0, 2\pi)$ عبارت‌اند از $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$ و

$\frac{5\pi}{3}$ که مجموع آن‌ها برابر 6π است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۲- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

عرض از مبدأ تابع برابر ۳ است:

$$f(0) = a - 4\cos \frac{2\pi}{3} = a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

طول نقطه B هم یکی از جواب‌های معادله $f(x) = 3$ است، داریم:

$$1 - 4\cos(bx + \frac{2\pi}{3}) = 3 \Rightarrow \cos(bx + \frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} bx + \frac{2\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{b} = \frac{6k\pi}{3b} \\ bx + \frac{2\pi}{3} = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2k\pi - \frac{4\pi}{3}}{b} = \frac{6k\pi - 4\pi}{3b} \end{cases}$$

b منفی است؛ زیرا $f'(0) < 0$ است. در این صورت مقادیر منفی جواب‌های

معادله عبارت‌اند از $\frac{2\pi}{3b}, \frac{4\pi}{3b}, \frac{8\pi}{3b}, \frac{10\pi}{3b}$ و ... که بزرگ‌ترین آن‌ها

یعنی طول نقطه B برابر $\frac{2\pi}{3b}$ است.

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{3b} = -\frac{4\pi}{3} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۳- گزینه «۳»

(حامد معنوی)

تابع در $x=1$ مجانب قائم دارد. پس $x=1$ ریشه مخرج است:

$$\Rightarrow b = -2$$

حال در یک همسایگی $x=1$ می‌توانیم ضابطه‌های تابع را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{3x-3}, & x < 1 \\ \frac{a+3}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a}{3x-3} = \frac{a}{0^-} = +\infty \Rightarrow a < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a+3}{x-1} = \frac{a+3}{0^+} = +\infty \Rightarrow a > -3$$

پس حدود مقادیر a بازه $(-3, 0)$ و شامل ۲ مقدار صحیح است.

(حسابان ۲- فرهای نامتناهی- در ری‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۴- گزینه «۳»

(کاظم ایلالی)

هر دو ریشه مخرج $f(x)$ مجانب قائم هستند و از آنجایی که علامت تابع در

اطراف این مجانب‌ها، تغییر می‌کند، مرتبه هر کدام باید فرد باشد، پس باید

ریشه صورت $x=1$ باشد. داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x-1)^2(x+b^2)} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + (b^2-1)x - b^2}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - \frac{(b^2-2)x - (b^2+1)}{x^2 + (b^2-1)x - b^2} \quad (*)$$

معادله مجانب افقی تابع f خط $y=1$ است و نمودار تابع هم در $-\infty$ و

هم در $+\infty$ با مقادیر بیشتر از ۱ به آن نزدیک می‌شود. این یعنی حد تابع

در $\pm\infty$ وابسته به علامت X نیست و این زمانی امکان‌پذیر است که

ضریب X در صورت کسر (*) صفر شود:

(حسابان ۲- فرهای نامتناهی- در ری‌نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۵- گزینه «۳»

(کلانم ابلالی)

از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم تا شیب خط مماس را پیدا کنیم:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x-1}+1}{x(\sqrt[3]{x^2}+1)}$$

حال x را به صورت $(\sqrt[3]{x-1})^3 + (1)^3$ تجزیه می‌کنیم:

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x-1}+1}{(\sqrt[3]{x^2}+1)(\sqrt[3]{x-1}+1)(\sqrt[3]{x-1}-1)} = \frac{1}{3}$$

پس خط $y = \frac{1}{3}x$ در مبدأ مختصات بر نمودار تابع f مماس است.

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۲ تا ۸۰)

۱۶- گزینه «۴»

(جوانبش نیکنام)

$$g(x) = \frac{f(3x)-1000}{\sqrt{x}-1} = (\sqrt{x}+1) \frac{f(3x)-1000}{x-1}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) \frac{f(3x)-1000}{x-1}$$

چون $f(3) = 1000$ است، داریم:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) \frac{f(3x)-f(3)}{x-1} = 6f'(3) \quad (*)$$

پس کافی است $f'(3)$ را حساب کنیم:

$$f'(x) = 3(x^2 + \sin^2 \frac{\pi}{3} x)^2 (2x + \frac{\pi}{3} \sin \pi x)$$

$$\Rightarrow f'(3) = 3(9+1)^2 (6+0) = 1800$$

$$\xrightarrow{(*)} g(1) = 6 \times 1800 = 10800$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۶)

۱۷- گزینه «۲»

(جوانبش نیکنام)

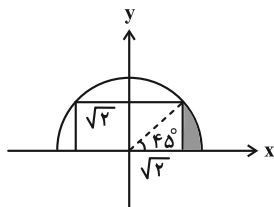
اگر طول مستطیل را 2ℓ بگیریم، عرض آن $h = \sqrt{4-\ell^2}$ است. پس

$$S = 2\ell h \Rightarrow S(\ell) = 2\ell \sqrt{4-\ell^2}$$

در جواب معادله $S'(\ell) = 0$ (همان نقطه بحرانی بازه $(0, 2)$)، مساحت مستطیل بیشترین مقدار ممکن خود است:

$$S'(\ell) = \frac{4(2-\ell^2)}{\sqrt{4-\ell^2}} \xrightarrow{S'(\ell)=0} 2-\ell^2 = 0 \xrightarrow{\ell>0} \ell = \sqrt{2}$$

و در نتیجه $\ell = \sqrt{2}$ به دست می‌آید. البته این را هم از ابتدا می‌توانستیم حدس بزنیم که مساحت هر مستطیل در یک ربع دایره، زمانی بیشترین مقدار است که مربع باشد. حال داریم:



این یعنی مساحت سطح رنگی برابر است با مساحت $\frac{1}{8}$ دایره با شعاع $\sqrt{2}$ منهای مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با طول اضلاع قائمه $\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow S = \frac{1}{8}(4\pi) - \frac{1}{2}(\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{2} - 1$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۸- گزینه «۲»

(جوانبش نیکنام)

برای پیدا کردن نقاط اکسترم نیاز به تابع y' داریم:

$$y' = -\sin 2x + 2 \sin x = 2 \sin x (1 - \cos x)$$

$$\xrightarrow{y'=0} \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

و تنها نقطه به این صورت در بازه $(\pi, 3\pi)$ ، $x = 2\pi$ است. پس تابع در این بازه فقط ۱ اکسترم نسبی دارد. برای پیدا کردن نقطه عطف نیز نیازمند تابع y'' هستیم:

$$y'' = -2 \cos 2x + 2 \cos x = -2(2 \cos^2 x - 1) + 2 \cos x$$

$$= -4 \cos^2 x + 2 \cos x + 2 \Rightarrow y'' = -2(\cos x - 1)(2 \cos x + 1)$$

$$\xrightarrow{y''=0} \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

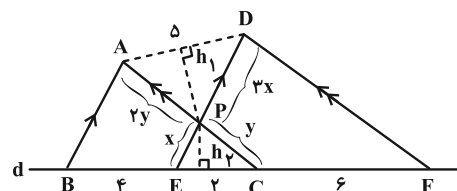
در بازه $(\pi, 3\pi)$ مقادیر $x = \frac{4\pi}{3}$ ، $x = 2\pi$ و $x = \frac{8\pi}{3}$ این ویژگی‌ها را دارند، اما دقت کنید که $x = 2\pi$ طول اکسترم نسبی نمودار تابع است. پس این نمودار ۲ نقطه عطف نیز دارد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

گزینه ۳» ۱۹-

(مهردار ملونری)

اندازه‌های اضلاع PE و PC در مثلث PEC را به ترتیب x و y می‌گیریم و قضیه تالس را در هر یک از مثلث‌های ABC و DEF می‌نویسیم:



$$\triangle ABC : PE \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PC} = \frac{BE}{EC} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow AP = 2y$$

$$\triangle DEF : PC \parallel DF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DP}{PE} = \frac{FC}{CE} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow DP = 3x$$

مساحت هر یک از مثلث‌های APD و PEC را به دو صورت می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 2S_{APD} = AP \times DP \times \sin \hat{APD} = \Delta h_1 \\ 2S_{PEC} = PE \times PC \times \sin \hat{EPC} = 2h_2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\hat{APD} = \hat{EPC}} \frac{2y \cdot 3x}{x \cdot y} = \frac{\Delta}{2} \times \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{2}{5}$$

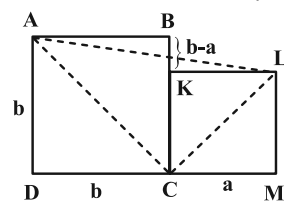
(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

و هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۷۴)

گزینه ۲» ۲۰-

(مهردار ملونری)

طول ضلع مربع‌های کوچک و بزرگ را به ترتیب a و b می‌گیریم. مطابق شکل و فرض سؤال داریم:



$$BK = b - a = 1/5 \quad (1)$$

مساحت مثلث ALC از تفاضل مساحت‌های دو مثلث CLM و ADC از مساحت دوزنقه ALMD به دست می‌آید. داریم:

$$S_{ALC} = 27 \Rightarrow \frac{(a+b)(a+b)}{2} - \frac{a^2 + b^2}{2} = 27 \Rightarrow ab = 27 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a(a + 1/5) = 27 \Rightarrow a^2 + 1/5a - 27 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4/5 \Rightarrow b = 6 \\ a = -6 \end{cases} \text{ غ ق}$$

روش دوم: CA و CL نیمسازهای زوایای دو مربع هستند پس بر هم عمودند. بنابراین:

$$S_{ALC} = \frac{1}{2} CA \times CL = \frac{1}{2} b\sqrt{2} \times a\sqrt{2} = 27 \Rightarrow ab = 27$$

$$BK = b - a = 1/5 \Rightarrow b = a + 1/5$$

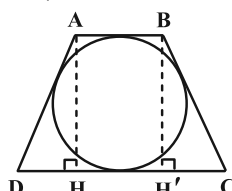
$$\Rightarrow a(a + 1/5) = 27 \Rightarrow a = 4/5, b = 6$$

(هنر سه ۱- هندسه: صفحه ۶۵)

گزینه ۱» ۲۱-

(مهریار راشدری)

دوزنقه مورد نظر، دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین است. در این دوزنقه ارتفاع‌های AH و BH' برابر و BH' و DH = CH' است. پس:



$$HH' = AB = DC - (DH + CH')$$

$$\xrightarrow{DH=CH'} DC - AB = 2DH$$

$$2DH = 13 \Rightarrow DH = \frac{13}{2}$$

از آنجا که $DC - AB = 13$ است، بنابراین:

$$\triangle ADH : AD^2 = AH^2 + DH^2 = (4\sqrt{3})^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{361}{4}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{19}{2}$$

ABCD محیطی است، پس:

$$AB + DC = AD + BC = 2AD \Rightarrow AB + DC = 19$$

پس مساحت ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{AB + DC}{2} \times AH$$

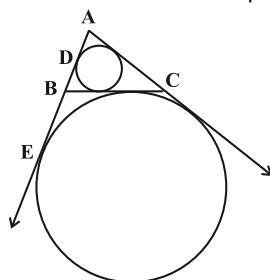
$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{19}{2} \times 4\sqrt{3} = 38\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

گزینه ۲» ۲۲-

(ممیرضا ملکی)

بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث مماس است. در شکل زیر $BC = 12$ ، $CA = 11$ و $AB = 10$ می‌خواهیم طول DE را محاسبه کنیم، می‌دانیم:



$$\begin{cases} AE = p \\ AD = p - a \end{cases} \Rightarrow DE = AE - AD = a = 12$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

گزینه ۳» ۲۳-

(اسحاق اسفندیار)

بازتاب P را نسبت به ضلع‌های AB و DC پیدا می‌کنیم و P' و P'' می‌نامیم. از Q عمودی بر BC رسم می‌کنیم.

$$\Rightarrow (A + A^{-1})^2 = 25 \times \frac{1}{16} \times 4I = \frac{25}{4}I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۱۹ تا ۲۳)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۱» ۲۶-

معادله سهمی افقی با توجه به این که $S(\alpha, \alpha - 2)$ است به صورت زیر

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \quad \text{می باشد؛}$$

$$(y - \alpha + 2)^2 = 4(y)(x - \alpha) = 4(x - \alpha)$$

$$\xrightarrow{(6, 6) \in \text{سهمی}} (\lambda - \alpha)^2 = 4(6 - \alpha)$$

$$\Rightarrow 64 - 16\alpha + \alpha^2 = 4\lambda - 4\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 16 = 0 \Rightarrow (\alpha - 4)^2 = 0 \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\Rightarrow S(4, 2) \Rightarrow F(6, 2)$$

چون لامپ پایین تر از کانون قرار دارد، پرتوهای بازتابش موازی با هم و رو به بالا خواهند بود.

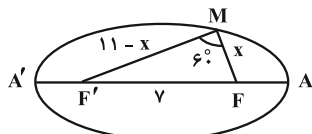
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۰ تا ۵۷)

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

گزینه «۴» ۲۷-

$$\begin{cases} 2a = 11 \\ 2b = 6\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow 2c = \sqrt{121 - 72} = 7 \Rightarrow FF' = 7$$

با فرض $MF = x$ و $MF' = 11 - x$ با استفاده از قضیه کسینوس ها داریم:



$$7^2 = x^2 + (11 - x)^2 - 2(x)(11 - x) \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow x^2 + (121 - 22x + x^2) - (11x - x^2) - 49 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 33x + 72 = 0 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 8 \end{cases}$$

پس $MF = 3$ و $MF' = 8$ و داریم:

$$S_{MFF'} = \frac{1}{2} MF \cdot MF' \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} (3)(8) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 6\sqrt{3}$$

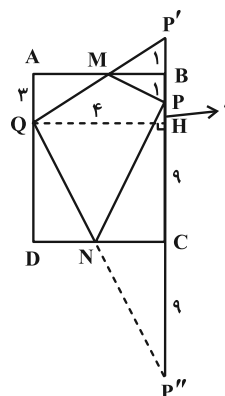
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۷ و ۴۸)

(هومن عقیلی)

گزینه «۲» ۲۸-

$$A(1, 1, 1) \text{ و } B(-1, -1, -1), \quad M(x, y, z)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} 1-x \\ 1-y \\ 1-z \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} -(1+x) \\ -(1+y) \\ -(1+z) \end{pmatrix}$$



$$MP = MP' \text{ و } NP = NP''$$

$$\text{محیط} = MP + MQ + PN + QN$$

$$= MP' + MQ + P''N + QN$$

$$= P'Q + QP'' = \sqrt{4^2 + 4^2} + \sqrt{16^2 + 4^2}$$

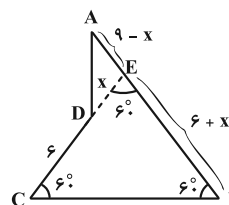
$$= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{17} = 4(\sqrt{2} + \sqrt{17})$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربرد ها؛ صفحه های ۵۲ و ۵۳)

(مهرادر ملونری)

گزینه «۱» ۲۴-

مطابق شکل، CD را امتداد می دهیم تا AB را در E قطع کند. مثلث BCE متساوی الاضلاع است.



با فرض $DE = x$ داریم $BE = 6 + x$ و $AE = 9 - x$. مساحت چهارضلعی مقعر $ABCD$ به صورت زیر به دست می آید:

$$S_{ABCD} = S_{BCE} + S_{ADE} = (6+x)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} (x)(9-x) \sin 120^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (36 + x^2 + 12x + 9x - x^2) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (36 + 21x)$$

طبق فرض باید $36 + 21x = 99$ باشد، پس $x = 3$ و در نتیجه:

$$BC = 6 + x = 9$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۷۴)

(نوبر میبری)

گزینه «۲» ۲۵-

$$\text{طبق فرض: } A - 3A^{-1} = A^{-1} \Rightarrow A = 4A^{-1}$$

$$\Rightarrow (A + A^{-1})^2 = (4A^{-1} + A^{-1})^2$$

$$= (5A^{-1})^2 = 25(A^{-1})^2 = 25\left(\frac{1}{4}A\right)^2$$

$$\Rightarrow (A + A^{-1})^2 = 25 \times \frac{1}{16} A^2$$

$$A = 4A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^2 = 4I$$

از طرفی:

پس ناحیه‌های ۴، ۶ و ۷ تهی هستند و دو مجموعه A و C اشتراکی ندارند. بنابراین:
 $A \cap C = \emptyset \Rightarrow A \subseteq C'$
 (آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۳۲- گزینه «۱» (فرشاد صریقی‌فر)

اعدادی را در نظر می‌گیریم که از ارقام ۱ و ۲ تشکیل شده باشند. مانند ۱۲ و ۲۱ و یا حاصل ضرب ارقام آن‌ها برابر ۱۲ یا ۲۱ شوند. مانند:

۳۷ و ۷۳، ۴۳، ۳۴، ۶۲، ۲۶

$$\Rightarrow S = \{12, 21, 34, 43, 26, 62, 37, 73\}$$

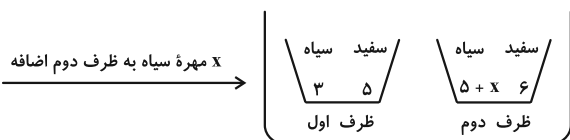
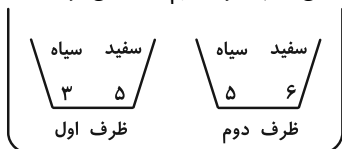
$$A = \{12, 21, 34, 43\}$$

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

۳۳- گزینه «۴» (غفرزاد پورای)

تعداد مهره‌های سیاهی که به ظرف دوم اضافه می‌شوند را x می‌گیریم:



بنابراین فرمول احتمال کل: $P = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{8} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{5+x}{11+x} \right)$ (سیاه بیرون آمدن)

می‌خواهیم احتمال سیاه بیرون آمدن از کیسه، $\frac{9}{16}$ شود.

$$\frac{3}{16} + \frac{5+x}{22+2x} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{5+x}{22+2x} = \frac{6}{16} \Rightarrow x = 13$$

یعنی اگر ۱۳ مهره به ظرف دوم اضافه کنیم احتمال سیاه بیرون آمدن از

کیسه می‌شود: $\frac{9}{16}$

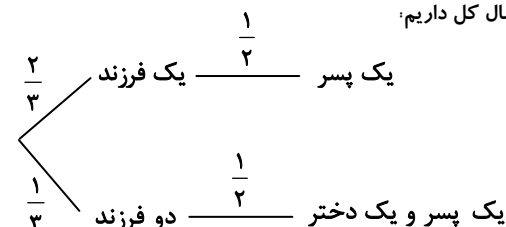
(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۳۴- گزینه «۲» (سوکنر روشنی)

تعداد فرزندان	۱	۲
احتمال	$\frac{x}{1}$	$\frac{x}{2}$

$$x + \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

از قانون احتمال کل داریم:



$$\begin{aligned} \overline{MA} \cdot \overline{MB} &= 13 \Rightarrow -(1-x^2) - (1-y^2) - (1-z^2) = 13 \\ &\Rightarrow -1+x^2 -1+y^2 -1+z^2 = 13 \Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 16 \\ &\Rightarrow OM = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = 4 \end{aligned}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۹- گزینه «۲» (اخشین فاضله‌نار)

ابتدا بردار عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{c}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1, -1, -1) = \vec{a} \times \vec{c}$$

حال تصویر قائم بردار $\vec{b}$ را روی بردار $\vec{a} \times \vec{c}$ به دست می‌آوریم:

$$\vec{b}' = \frac{\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})}{|\vec{a} \times \vec{c}|} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = \frac{0-1-1}{\sqrt{1+1+1}} \cdot (1, -1, -1)$$

$$\Rightarrow \vec{b}' = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow |\vec{b}'| = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه ۸۳)

۳۰- گزینه «۳» (نیلوفر مهوری)

$$x \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge \sim q) \equiv x \Rightarrow ((\sim p \vee q) \wedge \sim q)$$

$$\equiv x \Rightarrow ((\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q))$$

$$\equiv x \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q) \equiv (\sim x) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) \sim (p \vee \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim p \wedge (q \vee \sim q) \equiv \sim p$$

$$۲) \sim (\sim p) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv p \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv (p \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \vee \sim q$$

$$۳) \sim (\sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv q \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv (q \vee \sim p) \wedge (q \vee \sim q) \equiv q \vee \sim p$$

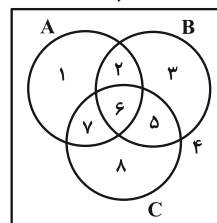
$$۴) \sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv q \wedge (p \vee \sim p) \equiv q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۳۱- گزینه «۳» (سیرمهرضا حسینی‌فرد)

در نمودار شکل زیر ۸ ناحیه جدا از هم وجود دارد:



$$A \cup (B' - C) \subseteq A \cap C' \Rightarrow \{1, 2, 4, 6, 7\} \subseteq \{1, 2\}$$

$$\Rightarrow 10k \leq 142 \Rightarrow k \leq 14$$

$$1 \leq b \Rightarrow 1 \leq 10y + 2 \Rightarrow 0 \leq y \Rightarrow 0 \leq 7k \Rightarrow 0 \leq k$$

$$0 \leq k \leq 14 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = 14 - 0 + 1 = 15$$

بنابراین:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

(غیرزاد پواری)

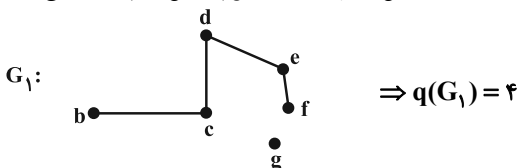
۳۸- گزینه «۳»

برای به دست آوردن $q(\bar{G})$ از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{p}{2} \Rightarrow 7 + q(\bar{G}) = \binom{7}{2}$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = 21 - 7 = 14$$

زیرگراف G_1 از حذف رأس a و یال‌های متصل به رأس a به دست می‌آید:



$$\Rightarrow q(G_1) = 4$$

$$q(\bar{G}) + q(G_1) = 14 + 4 = 18$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

(کیوان دارابی)

۳۹- گزینه «۱»

$x_2 + x_3 \geq 2$ پس حالت‌های زیر را داریم:

$$x_2 + x_3 = 2 \Rightarrow x_1 + 2 + x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow x_1 + x_4 + x_5 = 3$$

$$\text{معادله (I) دارای } \binom{3}{1} \text{ جواب طبیعی و معادله دوم } \binom{5}{2} \text{ جواب صحیح}$$

نامنفی دارد. پس در این حالت $\binom{5}{2} \binom{3}{1} = 30$ جواب به وجود می‌آید.

$$x_2 + x_3 = 3 \Rightarrow x_1 + 3 + x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow x_1 + x_4 + x_5 = 2$$

$$\text{این دستگاه } \binom{8}{1} \times \binom{4}{2} = 48 \text{ جواب دارد.}$$

$$x_2 + x_3 = 4 \Rightarrow x_1 + 4 + x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow x_1 + x_4 + x_5 = 1$$

$$\text{این دستگاه } \binom{15}{1} \times \binom{3}{2} = 45 \text{ جواب دارد.}$$

$$x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow x_1 + 5 + x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow x_1 + x_4 + x_5 = 0$$

$$\text{این دستگاه } \binom{24}{1} \times 1 = 24 \text{ جواب دارد.}$$

پس معادله در کل $30 + 48 + 45 + 24 = 147$ جواب دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(سیرمحمدرضا حسینی فرد)

۴۰- گزینه «۴»

تعداد کل توابع برابر 4^4 و تعداد توابع پوشا و ثابت به ترتیب برابر 24 و 4

$$\text{است. پس: } 4^4 - 24 - 4 = 228$$

تذکر: تعداد توابع پوشا از یک مجموعه n عضو به یک مجموعه n

عضوی برابر $n!$ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

$$P \text{ (یک پسر)} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۵۸ تا ۶۰)

(سیرمحمدرضا حسینی فرد)

۳۵- گزینه «۱»

میانگین نمونه و میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{3+6+8+12+13+17+18}{7} = 11 \\ M = \frac{N+1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N+1}{2} = 11 \Rightarrow N = 21$$

میانۀ نمونه یعنی ۱۲ و میانۀ جامعه را نیز برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{N+1}{2} = 12 \Rightarrow N = 23$$

مشاهده می‌شود که اختلاف برآورد برابر ۲ است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۲۵)

(کیوان دارابی)

۳۶- گزینه «۲»

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{abba} \equiv 0 \Rightarrow \overline{ba} \equiv 0 \\ \overline{abba} \equiv 0 \Rightarrow \overline{abba} \equiv 0 \Rightarrow a + b + b + a \equiv 0 \\ \Rightarrow 2(a + b) \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 0 \end{array} \right.$$

$$\overline{ba} \equiv 0 \Rightarrow \overline{ba} \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 0 \Rightarrow a = 0, 2, 4, 6, 8 \text{ حال:}$$

$$a + b \equiv 0 \xrightarrow{a+b \leq 18} a + b = 9, 18$$

از طرفی $a + b = 18$ فقط برای $a = b = 9$ برقرار است در حالی که a نمی‌تواند ۹ باشد. بنابراین معادله $a + b = 9$ را به ازای مقادیر مختلف a

$$\text{حل می‌کنیم. } a + b = 9, a = 2 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow \overline{ba} = 72, 72 \equiv 0$$

$$\Rightarrow \overline{abba} = 2772$$

$$a + b = 9, a = 4 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow \overline{ba} = 54, 54 \not\equiv 0$$

$$a + b = 9, a = 6 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow \overline{ba} = 36, 36 \equiv 0$$

$$\Rightarrow \overline{abba} = 6336$$

$$a + b = 9, a = 8 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow \overline{ba} = 18, 18 \not\equiv 0$$

بنابراین ۲۷۷۲ و ۶۳۳۶ دو جواب مسئله هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان دارابی)

۳۷- گزینه «۳»

$$7 | a + 3 \Rightarrow a + 3 = 7x \Rightarrow a = 7x - 3$$

$$10 | b - 2 \Rightarrow b - 2 = 10y \Rightarrow b = 10y + 2$$

$$a + b = 1000 \Rightarrow 7x - 3 + 10y + 2 = 1000$$

حال داریم:

$$\Rightarrow 7x + 10y = 1001 \Rightarrow 10y \equiv 1001 \Rightarrow 10y \equiv 1 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 7k$$

$$\Rightarrow 7x + 10(7k) = 1001 \Rightarrow 7x = 1001 - 70k \Rightarrow x = 143 - 10k$$

حال باید توجه داشته که:

$$1 \leq a \Rightarrow 1 \leq 7x - 3 \Rightarrow 1 \leq x \Rightarrow 1 \leq 143 - 10k$$

فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(مجموعه شریعت ناصری)

دقت ابزارهای اندازه گیری مدرج، برابر کمینه درجه بندی آن ابزار است. دقت اندازه گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می خواند، در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \text{ cm} = 0.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 0.1 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۴۲- گزینه «۲»

(مهری شریفی)

طبق متن کتاب درسی نفوذپذیری ذرات آلفا حدود 0.1 mm ، ذرات بتا حدود 1 mm و ذرات گاما حدود 100 mm است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته ای؛ صفحه ۱۴۲)

۴۳- گزینه «۲»

(محمود منصوری)

با توجه به رابطه نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو، می توان نوشت:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{84}{14} = 6$$

$$\frac{m_0}{m} = 2^n \Rightarrow \frac{m_0}{3} = 2^6 \Rightarrow m_0 = 3 \times 64 = 192 \text{ g}$$

$$m' = m_0 - m \Rightarrow m' = 192 - 3 = 189 \text{ g}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته ای؛ صفحه های ۱۴۶ تا ۱۴۷)

۴۴- گزینه «۳»

(مسمن سلامی و نر)

چون ولتاژ خروجی کمتر از ولتاژ ورودی است، پس از مبدل کاهنده استفاده شده است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{88}{220} = \frac{N_2}{500} \Rightarrow N_2 = 200$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و پیرایان متناوب؛ صفحه های ۱۲۶ و ۱۲۷)

۴۵- گزینه «۴»

(محمود منصوری)

بررسی گزینه ها:

(۱) در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، قسمت مثبت مساحت زیر نمودار که همان جابه جایی است، بیشتر است، پس $v_{av} > 0$ است.

(۲) در لحظه t_3 ، سرعت صفر و در لحظه t_4 سرعت منفی است. پس $\Delta v > 0$ است، در نتیجه $a_{av} > 0$ است.

(۳) در لحظات t_1 و t_3 ، سرعت متحرک صفر می شود و تغییر علامت می دهد. پس در این لحظات متحرک تغییر جهت می دهد.

(۴) در لحظه t_4 ، سرعت مثبت و اندازه آن بیشتر از سرعت لحظه صفر است. پس $\Delta v > 0$ یعنی $a_{av} > 0$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۴ تا ۱۳)

۴۶- گزینه «۳»

(محمود سوری)

طبق معادله سرعت- جابه جایی شتاب حرکت جسم را حساب می کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 16^2 - 8^2 = 2a(14 - (-10))$$

$$\Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حالا تغییر سرعت متحرک در ۴ ثانیه سوم حرکت ($t_1 = 8 \text{ s}$) تا $t_2 = 12 \text{ s}$ را به دست می آوریم:

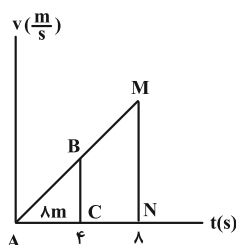
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\Delta v}{12 - 8} \Rightarrow \Delta v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۵ تا ۱۹)

۴۷- گزینه «۱»

(مهری شریفی)

مساحت محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان نشان دهنده جابه جایی است. با توجه به تشابه مثلث ها، داریم:



$$\Delta ABC \sim \Delta AMN$$

$$\left(\frac{AC}{AN}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} \Rightarrow \left(\frac{4}{12}\right)^2 = \frac{1}{4} = \frac{1}{4 + S_{BCNM}}$$

$$\Rightarrow S_{BCNM} = 24 \Rightarrow \text{جابه جایی در ۴ ثانیه دوم} = 24 \text{ m}$$

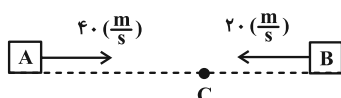
$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{زمان}} = \frac{24}{4} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه ۲۰)

۴۸- گزینه «۳»

(امیرامیر میرسعید)

دو متحرک A و B به سمت هم حرکت کرده و در نقطه فرضی C به هم می رسند. مسافت طی شده توسط متحرک A و متحرک B را به دست می آوریم.

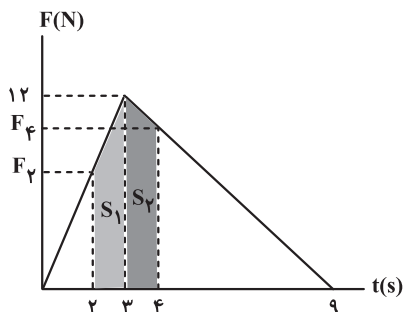


$$BC = 20t, \quad AC = 40t$$

(مفسر سلامتی و نر)

۵۱- گزینه «۱»

منظور از دو ثانیه دوم از لحظه ۲s تا ۴s می باشد. برای یافتن F_2 و F_4 تشابه بین مثلث ها را می نویسیم:



$$\frac{12}{3} = \frac{F_2}{2} \Rightarrow F_2 = 8 \text{ N}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{F_4}{4} \Rightarrow F_4 = 10 \text{ N}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F \cdot \Delta t = \Delta p = F \cdot t$$

$$S_1 + S_2 = \frac{8+12}{2} \times 1 + \frac{12+10}{2} \times 1 = 10 + 11 = 21 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

(علی بزرگر)

۵۲- گزینه «۲»

نیروی فنر نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می کند و چون فنر در نهایت با طول ۸۰ cm می چرخد، پس شعاع مسیر دایره ای برابر ۸۰ cm می شود. لذا

$$F_{\text{فنر}} = F_{\text{مرکزگرا}} \Rightarrow k\Delta L = \frac{mv^2}{r}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{30} = 2 \text{ s}$$

طبق رابطه $T = \frac{t}{n}$ می توان نوشت:

$$\text{از طرفی در رابطه } v = \frac{2\pi r}{T} \text{ داریم:}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times \frac{1}{10} \text{ m}}{2 \text{ s}} = \frac{2\pi \times 0.1}{2} = 0.2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{64}{100} \pi^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

با جای گذاری در رابطه اول خواهیم داشت:

$$k\Delta L = \frac{mv^2}{r} = \frac{\Delta L = \frac{1}{10} \text{ m}, v^2 = 0.64\pi^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{r = \frac{1}{10} \text{ m}, m = \frac{1}{10} \text{ kg}} \Rightarrow k \left(\frac{1}{10} \right) = \frac{(\frac{1}{10})(\frac{64}{100}\pi^2)}{\frac{1}{10}}$$

$$k = 2\pi^2 \frac{\pi^2 = 10}{m} \rightarrow k = 2 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۸ تا ۵۳)

در ادامه مسیر، متحرک A، مسافت BC را می پیماید و متحرک B مسافت AC را طی می کند.

$$AC = v_B t_B \Rightarrow 40t = 20t_B \Rightarrow t_B = 2t$$

$$BC = v_A t_A \Rightarrow 20t = 40t_A \Rightarrow t_A = \frac{t}{2}$$

اختلاف زمانی دو متحرک A و B در رسیدن به انتهای دیگر مسیر را

$$t' = t_B - t_A = 2t - \frac{t}{2} = \frac{3t}{2}$$

محاسبه می کنیم:

$$\frac{t}{t'} = \frac{t}{\frac{3t}{2}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

(امیراعمر میرسعید)

۴۹- گزینه «۱»

با توجه به نمودار می توان نوشت:

$$f_{s, \max} = 48 \text{ N} \Rightarrow \mu_s F_N = 48 \Rightarrow 0.4 F_N = 48 \Rightarrow F_N = 120 \text{ N}$$

حال می توان نیروی اصطکاک جنبشی را محاسبه کرد:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = \frac{2}{10} \times 120 = 24 \text{ N}$$

در گام آخر می توان طبق قانون دوم نیوتون، نوشت:

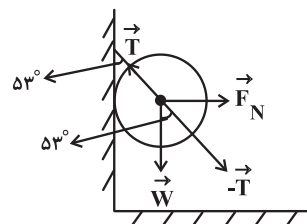
$$F - f_k = ma \Rightarrow F - 24 = 10 \times 2 \Rightarrow F = 44 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۹ تا ۴۳)

(سپیده ملیحه میرصالحی)

۵۰- گزینه «۱»

مطابق شکل نیروهای وارد بر کره را رسم می کنیم. چون اصطکاک کره با سطح ناچیز است، سطح دیواره بر کره فقط نیروی عمودی F_N را وارد می کند. از طرفی چون کره ساکن است، برابری نیروهای وارد بر آن صفر است و داریم:



$$\vec{F}_N + \vec{W} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = -\vec{T}$$

بنابراین از روابط مثلثاتی داریم:

$$\tan 53^\circ = \frac{F_N}{W} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{F_N}{mg} \Rightarrow F_N = \frac{4 \times 60}{3} = 80 \text{ N}$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دیواره به کره وارد می کند هم اندازه با نیرویی است که کره به دیواره وارد می کند. از قضیه فیثاغورس می توان

$$T = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ N}$$

نیروی کشش نخ را به دست آورد:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۴۴ تا ۴۶)

۵۳- گزینه «۴»

(ادرس مموری)

طبق رابطه $g = \frac{GM_e}{r^2}$ با افزایش ارتفاع، شتاب گرانش کاهش می‌یابد.

پس اگر ارتفاع اولیه ماهواره از سطح زمین h_1 باشد، با ۲ برابر شدن این ارتفاع، شتاب گرانشی آن ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. پس داریم:

$$h_2 = 2h_1$$

$$g_2 = g_1 - \frac{36}{100}g_1 \Rightarrow g_2 = \frac{64}{100}g_1$$

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{100}{64}} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{64}{100} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + 2h_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{R_e + h_1}{R_e + 2h_1}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{R_e + h_1}{R_e + 2h_1} \Rightarrow 8R_e + 16h_1 = 10R_e + 10h_1 \Rightarrow R_e = 3h_1$$

حال خواسته سؤال $\frac{g_1}{g_0}$ را به دست می‌آوریم:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{R_e = 3h_1} \frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + \frac{R_e}{3}}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_1}{g_0} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

(فیزیک ۱- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۴- گزینه «۳»

(ادرس مموری)

با توجه به معادله مکان- زمان داده شده بسامد زاویه‌ای نوسانگر 20π رادیان بر ثانیه و جرم آن ۲۰ گرم است. پس داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} 20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

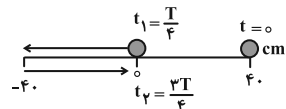
از طرفی می‌دانیم در مرکز نوسان، انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه و انرژی پتانسیل آن صفر است. پس:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \xrightarrow{K_{\max} = 0.64\pi^2 \text{ J}, m = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}} \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 0.64\pi^2 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{0.64\pi^2}{0.01} \Rightarrow v_{\max} = 8\pi \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} 8\pi = A \times 20\pi \Rightarrow A = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

حال بازه زمانی داده شده را برحسب دوره تناوب به دست آورده و سپس با توجه به مسیر حرکت نوسانگر روی پاره خط نوسان خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{1}{40} \text{ s} \xrightarrow{T=0.1 \text{ s}} \frac{t_1}{T} = \frac{\frac{1}{40}}{\frac{1}{10}} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{4}$$

$$t_2 = \frac{3}{40} \text{ s} \xrightarrow{T=0.1 \text{ s}} \frac{t_2}{T} = \frac{\frac{3}{40}}{\frac{1}{10}} \Rightarrow t_2 = \frac{3T}{4}$$


با توجه به مسیر مشخص شده نوسانگر، مسافت طی شده در این بازه زمانی ۸۰ سانتی‌متر و حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(فیزیک ۱- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۵۵- گزینه «۴»

(معمور منموری)

دوره تناوب نوسان‌های کم‌دامنه یک آونگ ساده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به

دست می‌آید. از طرفی طبق رابطه $T = \frac{t}{n}$ نسبت دوره‌ها برابر با عکس

نسبت تعداد نوسان‌ها در مدت زمان معین می‌باشد. از این‌رو داریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{4}{5}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow L_2 = \frac{16}{25}L_1$$

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{L_2 - L_1}{L_1} \times 100$$

$$= \frac{\frac{16}{25}L_1 - L_1}{L_1} \times 100 = -36\%$$

یعنی طول آونگ ساده را باید ۳۶ درصد کاهش دهیم تا در همان مدت یک نوسان بیشتر انجام دهد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۸)

۵۶- گزینه «۱»

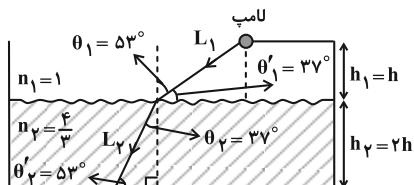
(مبتنی نکوتیان)

ابتدا تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F}{\rho V}} \xrightarrow{V=AL, A=\pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}} v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

$$\xrightarrow{D=2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}, F=90 \text{ N}, \pi=3.14, \rho=\frac{g}{\text{cm}^3} = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} v = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{90}{(3.14)(3 \times 10^3)}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مطابق با شکل زیر و با استفاده از قانون شکست اسنل می توان نوشت:



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow (1) \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} = 0.75 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\sin \theta'_1 = \frac{h_1}{L_1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2}{L_1} \Rightarrow L_1 = 8/3 \text{ m}$$

$$\Delta t'_1 = \frac{L_1}{c} = \frac{8/3}{3 \times 10^8} = 8.89 \times 10^{-9} \text{ s} = 8.89 \text{ ns}$$

$$\sin \theta'_2 = \frac{h_2}{L_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2(2/3)}{L_2} \Rightarrow L_2 = 1 \text{ m}$$

$$\Delta t'_2 = \frac{n_2 L_2}{c} = \frac{4(1)}{3 \times 10^8} = 1.33 \text{ ns}$$

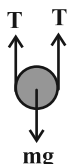
$$\Delta t_T = \Delta t'_1 + \Delta t'_2 = 10.22 \text{ ns}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۳ تا ۹۸)

(معمرد رضا شریفی)

۶- گزینه «۳»

مطابق شکل زیر ابتدا نیروی کشش طناب را می یابیم:



$$2T = mg \Rightarrow 2T = 128 \Rightarrow T = 64 \text{ N}$$

حال می توانیم سرعت انتشار موج را به دست آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \quad , \quad F = T \Rightarrow v = \sqrt{\frac{64 \times 0.5}{0.5}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow[n=1]{\text{همانگ اصلی}} f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{8}{2 \times 0.5} = 8 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(معمرد منصور)

۴- گزینه «۴»

$$P = \frac{E}{t} \quad \text{توان} \quad E = nhf = \frac{nhc}{\lambda}$$

$$P = \frac{nhc}{\lambda t} = \frac{6 \times 10^{21} \times 6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{66 \times 10^{-9} \times 18} \Rightarrow P = 100 \text{ W}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

با توجه به شکل، طول موج و سپس دوره تناوب موج را به دست می آوریم:

$$\frac{\Delta}{4} \lambda = 25 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-1} \text{ m} \quad , \quad \lambda = vT$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-1} = 10 T \Rightarrow T = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

با توجه به جهت انتشار موج، ذره M در حال بالا رفتن است. پس برای دومین بار در مکان $y = -A$ اندازه شتاب ذره M بیشینه می شود که

$$\text{معادل با زمان } \frac{3T}{4} \text{ است. پس:}$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)(2 \times 10^{-2}) = \frac{3}{200} \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۱ تا ۷۳)

۵۷- گزینه «۱» (معمرد شریفی)

برای آن که تراز شدت صوت ها برابر شود، داریم:

$$10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = 1$$

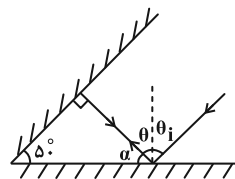
$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{f_B}{f_A} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow 1 = \left(\frac{f_B}{f_A} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{8}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = 4 \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۵۸- گزینه «۳» (معمرد منصور)

پرتوی نور در صورتی روی خودش بازتاب می شود که به صورت عمودی به یک آینه برخورد کند. بنابراین پرتو به صورت عمودی به آینه (۲) تابیده است.



$$90^\circ + \alpha + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ$$

$$\theta_i = \theta = 90^\circ - \alpha = 50^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۱ تا ۹۴)

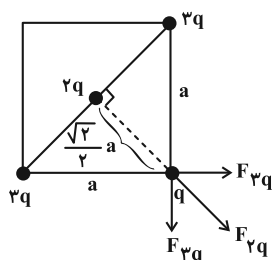
۵۹- گزینه «۳» (مجتبی نگوئیان)

کوتاه ترین زمان برای رسیدن نور لامپ به کف ظرف آب، در کوتاه ترین مسیر طی شده (مسیر حرکت عمودی) به دست می آید. اگر مدت زمان حرکت نور در هوا را با Δt_1 و مدت زمان حرکت نور در آب را با Δt_2 نشان دهیم، طبق رابطه حرکت یکنواخت بر روی خط راست $(\Delta x = v \Delta t)$ داریم:

$$\begin{cases} \Delta t_T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \\ \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \quad ; \quad v = \frac{c}{n} \Rightarrow \Delta t_T = \frac{h}{c} + \frac{2h}{c} = \frac{h(n_1 + 2n_2)}{c} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta t_T = 33 \times 10^{-15} \text{ s}}{c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, n_1 = 1, n_2 = \frac{4}{3}} \rightarrow 33 \times 10^{-15} = \frac{h(1 + \frac{4}{3})}{3 \times 10^8} \Rightarrow h = 2/7 \text{ m}$$

$$\begin{cases} F_{3q} = k \frac{q(3q)}{a^2} = 3F \\ F_{2q} = k \frac{q(2q)}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = 4F \end{cases}$$

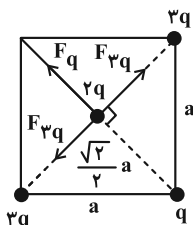


پس:

نیروی برآیند وارد بر q

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\sqrt{2}F \\ 4F \end{cases} \Rightarrow F_T = 4F + 3 \times \sqrt{2}F \xrightarrow{\sqrt{2}=1/4} F_T = 8/2F$$

و برای بار 2q داریم:



$$\begin{cases} F_{3q} \Rightarrow F_T = F_q = 4F \\ F_q = 4F \end{cases}$$

سؤال نسبت نیروهای برآیند را خواسته است، پس:

$$\frac{F_{Tq}}{F_{T2q}} = \frac{8/2F}{4F} = 2/5$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(معمود منتهی)

گزینه «۳»

از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} W &= \Delta K \Rightarrow Eqd_{AB} = \frac{1}{2}mv^2 \\ \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 1/6 \times 10^{-19} \times d_{AB} &= \frac{1}{2} \times 1/6 \times 10^{-27} \times (2 \times 10^5)^2 \\ \Rightarrow d_{AB} &= 0/1m = 10cm \end{aligned}$$

$$\Delta V_{کل} = Ed_{کل} \Rightarrow d_{کل} = \frac{300}{2 \times 10^3} = 0/15 = 15cm$$

پس فاصله نقطه A از صفحه منفی برابر ۵cm است.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(زهره آقاممیری)

گزینه «۳»

با استفاده از معادله گسیل فوتون از اتم هیدروژن داریم:

$$hf = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = -\frac{E_R}{n^2}, E_R = 13/6eV} f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = 13/6 \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \xrightarrow{hc = 1224eV \cdot nm} \lambda = 384nm$$

$$\frac{1224}{384} \times \frac{1}{13/6} = \frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \Rightarrow \frac{90}{384} = \frac{15}{64} = \frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}$$

فوتون‌های گسیلی در سری لیمان ($n_L = 1$) و سری بالمر ($n_L = 2$) در

محدوده فرابنفش قرار دارند. بنابراین دو حالت را بررسی می‌کنیم:

$$n_L = 1 \Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = 1 - \frac{15}{64} = \frac{49}{64} \Rightarrow n_U = \frac{8}{7}$$

$$n_L = 2 \Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = \frac{1}{4} - \frac{15}{64} = \frac{1}{64} \Rightarrow n_U = 8$$

پس الکترون از مدار $n_U = 8$ به مدار $n_L = 2$ می‌رود. شعاع مدارهای

الکترون در اتم هیدروژن برابر $r_n = n^2 a_0$ است، در نتیجه داریم:

$$\frac{r_L}{r_U} = \left(\frac{n_L}{n_U} \right)^2 = \left(\frac{2}{8} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۷)

(علیرضا جباری)

گزینه «۴»

عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) برابر است با مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و تعداد نوترون‌ها (عدد نوترونی). در هسته‌های سنگین $N > Z$ است. بنابراین $N - Z = 49$ است.

$$\begin{cases} N - Z = 49 \\ N + Z = 195 \end{cases} \Rightarrow 2N = 244 \Rightarrow N = 122$$

$$\Rightarrow 122 + Z = 195 \Rightarrow Z = 73$$

بنابراین هسته مادر $^{195}_{73}X$ بوده است. هر ذره آلفا را با نماد $(^4_2\alpha)$ و هر

الکترون را با نماد $(^0_{-1}\beta)$ نمایش می‌دهیم.

$$^{195}_{73}X \rightarrow (^0_{-1}\beta) + (^4_2\alpha) + ^{A'}_{Z'}D$$

$$\begin{cases} 195 = 0 + (2 \times 4) + A' \Rightarrow A' = 187 \\ 73 = -1 + (2 \times 2) + Z' \Rightarrow Z' = 70 \end{cases} \Rightarrow ^{187}_{70}D$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

(معمود منتهی)

گزینه «۱»

برایند نیروهای وارد بر بارهای q و 2q را به‌طور جداگانه حساب می‌کنیم.

$$F = \frac{kqq}{a^2} \text{ باشد خواهیم داشت:}$$

۶۶- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ به دست می آید که در آن C ظرفیت خازن و V اختلاف پتانسیل دو سر خازن است.

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2} CV_2^2 - \frac{1}{2} CV_1^2 = \frac{1}{2} C(V_2^2 - V_1^2)$$

چون انرژی و ظرفیت هر دو برحسب پیشوند میکرو داده شده اند سپس نیازی به تبدیل یکا نیست و پیشوندهای میکرو از دو طرف ساده می شوند.

$$\left. \begin{aligned} U_2 - U_1 &= 50 \mu J \\ C &= 5 \mu F \end{aligned} \right\} \Rightarrow 500 = \frac{1}{2} \times 5 (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\Rightarrow 200 = (V_2 - V_1)(V_2 + V_1)$$

در صورت سؤال $V_2 - V_1 = 4V$ داده شده است. پس داریم:

$$200 = 4(V_2 + V_1) \Rightarrow V_2 + V_1 = 50V$$

اکنون می توانیم با حل دستگاه زیر، مقادیر V_1 و V_2 را به دست آوریم:

$$\left. \begin{aligned} V_2 + V_1 &= 50 \\ V_2 - V_1 &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2V_2 = 54 \Rightarrow V_2 = 27V$$

$$V_1 = 50 - 27 = 23V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه ۳۹)

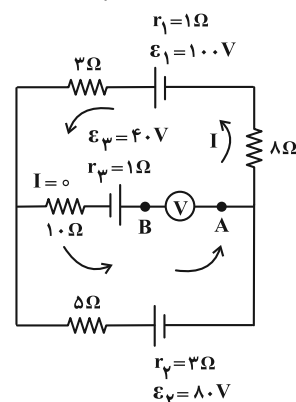
۶۷- گزینه «۴»

(امیراحمد میرسعید)

چون ولت سنج آرمانی است، مقاومت آن بسیار زیاد است و از شاخه وسط جریانی عبور نمی کند. پس:

$$I = \frac{100 - 80}{5 + 3 + 3 + 8 + 1} = \frac{20}{20} = 1A$$

دو سر ولت سنج را A و B قرار می دهیم و در حلقه بالا یک دور می چرخیم و تغییر پتانسیل را محاسبه می کنیم.



$$V_A - 8(1) - 1(1) + 100 - 2(1) + 0 + 40 = V_B$$

$$V_B - V_A = 140 - 12 = 128V$$

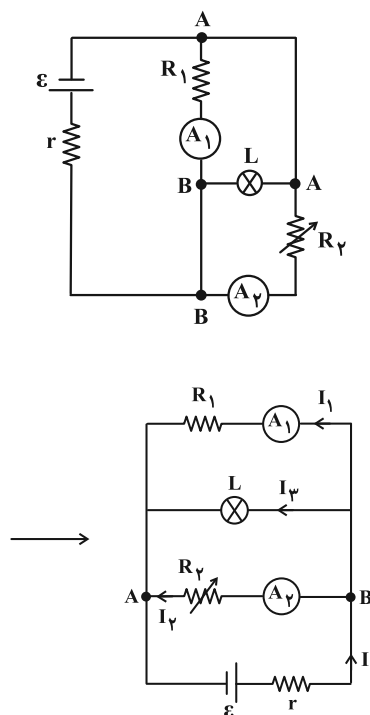
پس ولت سنج $128V$ را نشان می دهد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۴ تا ۶۶)

۶۸- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

ابتدا با مشخص کردن نقاط هم پتانسیل، مدار را به شکل زیر ساده می کنیم:



مشخص است که مقاومت های R_1 و R_2 ولامپ موازی اند و اختلاف پتانسیل هر سه، برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. اگر نور لامپ L افزایش یافته است، پس می توان نتیجه گرفت که اختلاف پتانسیل دو سر آن یعنی اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش یافته است. پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 نیز افزایش می یابد و این به معنی افزایش جریان I_1 است. در نتیجه عدد آمپرسنج (۱) افزایش می یابد. از طرفی طبق رابطه $\varepsilon - Ir = V$ باتری، برای افزایش ولتاژ دو سر باتری، باید جریان عبوری از باتری کاهش یابد:

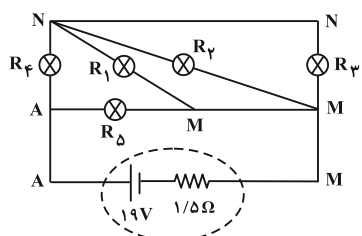
$$I = I_1 + I_2 + I_3 \xrightarrow{I_2 \text{ و } I_3 \text{ افزایش می یابند} \atop I \text{ کاهش می یابد}} \text{عدد آمپرسنج (۲) کاهش می یابد}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

۶۹- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

مقاومت هر یک از لامپ ها را R فرض می کنیم. سپس شکل ساده تری از مدار را رسم کرده و مقاومت معادل مدار را حساب می کنیم.



$$\Delta F_N = F_{N_y} - F_{N_x} = W - F_y - (W - F_x) = F_x - F_y$$

$$\Rightarrow \Delta F_N = I \ell B \sin \theta - (I + \delta) \ell B \sin \theta = -\delta \ell B \sin \theta$$

$$\frac{B=2000 \text{ G}=2000 \times 10^{-4} \text{ T}=0.2 \text{ T}}{\ell=80 \text{ cm}=0.8 \text{ m}, \theta=90^\circ} \Rightarrow \Delta F_N = -0.2 \times 0.8 \times 3 \times 1 = -0.48 \text{ N}$$

علامت منفی تأیید می‌کند که نیروی F_N کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

(مسام نادری)

۷۱- گزینه «۲»

$$I_{av} = \frac{\epsilon_{av}}{R} = -\frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

برای محاسبه جریان القایی کافی است از رابطه استفاده کنیم و توجه شود که میدان مغناطیسی یک کمیت برداری است و وقتی جهت آن تغییر می‌کند یک علامت منفی نسبت به جهت اولیه‌اش در مقدار آن ضرب می‌شود:

$$|I_{av}| = \left| \frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{N}{R} \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| A$$

$$\frac{N=600, B_1=0.2 \text{ T}, B_2=0.4 \text{ T}}{\Delta t=0.2 \text{ s}, R=1.0 \Omega, A=100 \text{ cm}^2} \rightarrow$$

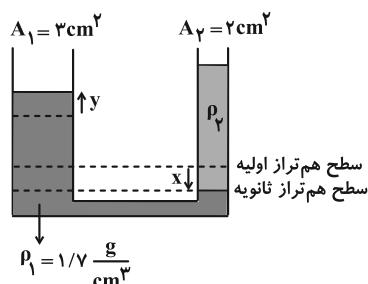
$$|I_{av}| = \left| \frac{600}{1.0} \times \frac{0.4 - 0.2}{0.2} \times 100 \times 10^{-4} \right| = 1.2 \text{ A}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(زهره آقاممیری)

۷۲- گزینه «۲»

فرض می‌کنیم با اضافه کردن مایع (۲)، سطح مایع (۱) در لوله سمت راست به اندازه x پایین رفته و در لوله چپ به اندازه y بالا می‌رود. چون تغییر حجم مایع (۱) در دو طرف یکسان است، داریم:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 y = A_2 x \Rightarrow \frac{A_1 y}{A_2} = x \Rightarrow \frac{3 y}{2} = x \Rightarrow y = \frac{2}{3} x$$

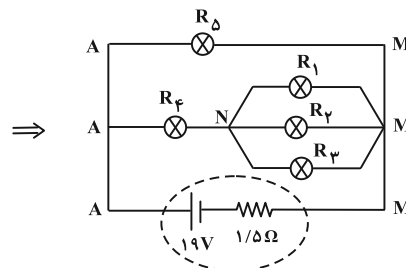
$$3 \times 4 = 2 \times x \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

از طرفی تغییر فشار در دو شاخه برابر است و داریم:

$$\rho_1 g(x + y) = \frac{m_2 g}{A_2} \Rightarrow \rho_1 (x + y) = \frac{m_2}{A_2}$$

$$\frac{\rho_1 = 1/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, x + y = 10 \text{ cm}}{A_2 = 2 \text{ cm}^2} \rightarrow \frac{1}{7} \times 10 = \frac{m_2}{2} \Rightarrow m_2 = 34 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)



$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_{1,2,3} = \frac{R}{3}$$

$$R_{1,2,3,4} = R + \frac{R}{3} = \frac{4}{3} R$$

$$R_{eq} = \frac{\frac{4}{3} R \times R}{\frac{4}{3} R + R} = \frac{4}{7} R \xrightarrow{R=14 \Omega} R_{eq} = \frac{4}{7} \times 14 = 8 \Omega$$

اکنون جریان گذرنده از باتری را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\epsilon=1.9 \text{ V}}{R_{eq}=8 \Omega, r=1/5 \Omega} \Rightarrow I = \frac{1.9}{8 + 1/5} = 2 \text{ A}$$

توان خروجی باتری، همان توان مصرفی مدار است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = R_{eq} \times I^2 \xrightarrow{R_{eq}=8 \Omega, I=2 \text{ A}}$$

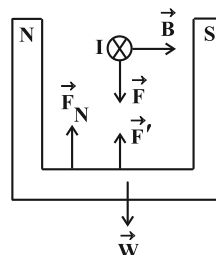
$$P_{\text{خروجی باتری}} = 8 \times 2^2 = 32 \text{ W}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۵، ۶۷، ۶۸ و ۷۱)

(علیرضا جباری)

۷۰- گزینه «۱»

جهت میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N به طرف قطب S است. بنابراین جهت میدان مغناطیسی در محل سیم به طرف راست و عمود بر راستای جریان است. با استفاده از قاعده دست راست معلوم می‌شود که نیروی مغناطیسی وارد بر سیم $(\vec{F})$ به طرف پایین است. از طرفی طبق قانون سوم نیوتون، واکنش این نیرو $(\vec{F}')$ ، رو به بالا بر آهنربا اثر می‌کند.



$$F_N + F' - W = 0 \xrightarrow{F'=F} F_N = W - F$$

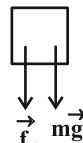
$$F = I \ell B \sin \theta$$

نیروسنج، اندازه $\vec{F}_N$ را نشان می‌دهد. بنابراین با افزایش جریان و در نتیجه افزایش مقدار F ، اندازه F_N کاهش می‌یابد و نیروسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد. اکنون تغییر عددی را که نیروسنج نشان می‌دهد به دست می‌آوریم:

۷۳- گزینه «۱»

(ممنون نوا ندری مقدم)

ابتدا نیروی مقاومت هوا را هنگام بالا رفتن محاسبه می‌نماییم:

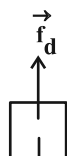


$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_d} = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow 0.1 \times 10 \times (\Delta h - 30) \cos 18^\circ + f_d (\Delta h - 30) \cos 18^\circ$$

$$= 0.1 \times 10 \times 30^2 \Rightarrow -25 - 25 f_d = -45 \Rightarrow f_d = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} N$$

و در هنگام پایین آمدن، داریم:



$$W_{mg} + W_{f_d} = K_f - K_i$$

$$0.1 \times 10 \times 55 \cos 0^\circ + \frac{4}{5} \times 55 \cos 18^\circ = \frac{1}{2} \times 0.1 \times v^2$$

$$55 - 44 = \frac{1}{2} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{22} = 2\sqrt{55} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۷۱)

۷۴- گزینه «۳»

(مجتبی نگوئیان)

با توجه به رابطه انبساط طولی $(\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta)$ ، درصد تغییرات طول را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات طول: } \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta \theta \times 100$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-1} = \alpha (60)(100) \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3} \times 10^{-4} \frac{1}{K}$$

از طرفی برای به دست آوردن حجم مایع بیرون ریخته شده $(\Delta V')$ داریم:

$$\Delta V' = \Delta V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{مایع}} \quad \frac{\Delta V = \beta V_1 \Delta \theta}{\beta_{\text{ظرف}} = 3\alpha_{\text{ظرف}}}$$

$$\Delta V' = (\beta_{\text{مایع}} - 3\alpha_{\text{ظرف}}) V_1 \Delta \theta$$

$$\text{درصد تغییرات حجم مایع بیرون ریخته شده: } \frac{\Delta V'}{V_1} \times 100$$

$$= (\beta_{\text{مایع}} - 3\alpha_{\text{ظرف}}) \Delta \theta \times 100$$

$$\frac{\beta_{\text{مایع}} = 1/2 \times 10^{-3} \frac{1}{K}}{\alpha_{\text{ظرف}} = \frac{2}{3} \times 10^{-4} \frac{1}{K}} \rightarrow \lambda = (12 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-4}) \Delta \theta \times 100$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 80^\circ C$$

و در نهایت طبق رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت داریم:

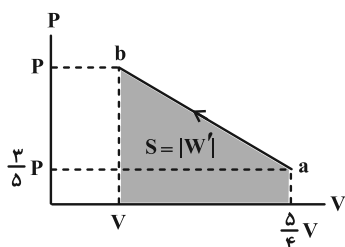
$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta \theta = 80^\circ C} \Delta F = 144^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶، ۹۷ تا ۹۴)

۷۵- گزینه «۳»

(زهرا آقاممیری)

در نمودار $P-V$ یک گاز کامل، مساحت زیر نمودار برابر قدرمطلق کار انجام شده روی گاز است. فرایند فرضی ab را به صورت خط راست در نظر می‌گیریم و مساحت دوزنقه به دست آمده را محاسبه می‌کنیم:



$$S = |W'| = \frac{(P + \frac{3}{5}P) \times (\frac{5}{4}V - V)}{2}$$

$$\Rightarrow |W'| = \frac{1}{5} P \times \frac{1}{4} V \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} PV$$

چون مساحت زیر نمودار در فرایند ab داده شده در صورت سؤال، کمتر از مساحت به دست آمده در فرایند فرضی است، پس کار انجام شده روی گاز کمتر از $|W'|$ است. از طرفی چون فرایند ab یک فرایند تراکمی است، کار انجام شده روی گاز مثبت است. در نتیجه داریم:

$$W < W' = \frac{1}{5} PV$$

برای محاسبه درصد تغییرات انرژی درونی، ابتدا دمای گاز را در حالت‌های a و b با استفاده از معادله حالت گاز کامل حساب می‌کنیم:

$$PV = nRT \xrightarrow{\frac{P_a = \frac{3}{5}P}{V_a = \frac{5}{4}V}} \frac{3}{5} P \times \frac{5}{4} V = nRT_a$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} PV = nRT_a \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\frac{P_b = P}{V_b = V}} PV = nRT_b \quad (2)$$

چون انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، تابع دمای مطلق آن است، داریم:

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{T_b}{T_a} \xrightarrow{(1), (2)} \frac{U_b}{U_a} = \frac{PV}{\frac{3}{5}PV} = \frac{5}{3}$$

در نتیجه درصد تغییرات انرژی درونی گاز برابر است با:

$$\left(\frac{U_b}{U_a} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{5}{3} - 1 \right) \times 100 = \frac{100}{3} \approx 33\%$$

(فیزیک ۲- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰ و ۱۳۴)

شیمی

۷۶- گزینه «۱»

(میلار میریدری)

$${}^{43}_{\text{A}}\text{X}_1 : \begin{cases} \text{X}_1 \\ \text{M}_1 = 43 \text{ amu} \end{cases}$$

$${}^{45}_{\text{A}}\text{X}_2 : \begin{cases} \text{X}_2 \\ \text{M}_2 = 45 \text{ amu} \end{cases}$$

$${}^{47}_{\text{A}}\text{X}_3 : \begin{cases} \text{X}_3 = 40 \\ \text{M}_3 = 47 \text{ amu} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{X}_1 + \text{X}_2 + \text{X}_3 &= 100 \\ \text{X}_3 &= 40 \\ \text{X}_2 - \text{X}_1 &= 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{X}_1 + \text{X}_1 + 10 + 40 = 100$$

$$\Rightarrow 2\text{X}_1 = 50 \Rightarrow \text{X}_1 = 25, \quad \text{X}_2 = 35$$

$$\bar{M} = \frac{\text{M}_1\text{X}_1 + \text{M}_2\text{X}_2 + \text{M}_3\text{X}_3}{\text{X}_1 + \text{X}_2 + \text{X}_3} \Rightarrow \bar{M} = \frac{(25 \times 43) + (35 \times 45) + (40 \times 47)}{100} = 45/3$$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه ۱۵)

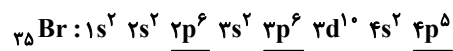
۷۷- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ طیف نشری خطی فلز لیتیم در محدوده مرئی دارای چهار خط رنگی می‌باشد.

(۲) درست؛ عنصر ${}^{79}\text{Br}$ در گروه ۱۷ و دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد:



(۳) نادرست؛ از این مجموعه تعداد ۴۰ اتم آن هر کدام دارای ۶ نوترون خواهد بود.

$$\bar{M} = 10/8 = \frac{(10 \times F_1) + (11 \times (100 - F_1))}{100}$$

$$\Rightarrow F_1 = 20\%, \quad F_{11} = 80\%$$

(۴) درست؛ این نسبت برابر ۲ می‌باشد و کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی می‌باشد.



(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۵، ۲۳، ۲۹ تا ۳۱ و ۳۷)

۷۸- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

$$\begin{cases} p + n = 108 \\ \frac{e}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{e}{n} = \frac{2}{3} \xrightarrow{e=p-3} \\ e = p - 3 \end{cases}$$

$$\frac{p-3}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow n = \frac{3p-9}{2}$$

$$p + n = 108 \xrightarrow{n = \frac{3p-9}{2}} p + \frac{3p-9}{2} = 108$$

$$2p + 3p - 9 = 216 \Rightarrow \begin{cases} p = 45 \\ Z = 45 \end{cases}$$

$${}^{45}_{\text{A}}\text{X}_9 \begin{cases} \text{دوره ۵} \\ \text{گروه ۹} \end{cases}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۹- گزینه «۲»

(میلار میریدری)

موارد (ب) و (ت) نادرست می‌باشند:

(ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین شمار ذره‌های موجود در واحد حجم (غلظت) هواکره و فشار هوا کاهش می‌یابد.

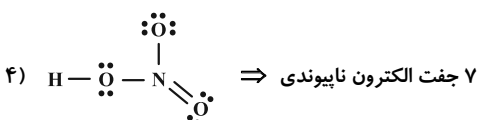
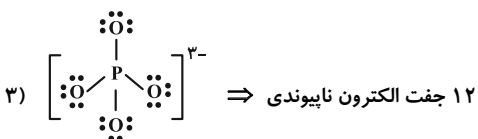
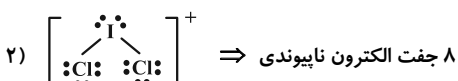
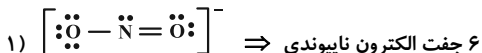
(ت) بررسی‌های دانشمندان برای هوای به دام افتاده در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای هواکره تقریباً ثابت مانده است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۸۰- گزینه «۱»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده به شکل زیر است:

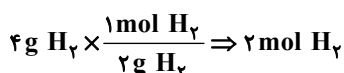
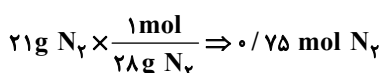
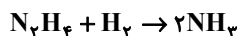
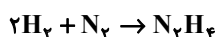


(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

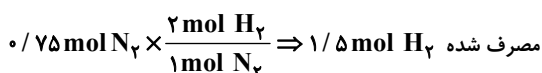
۸۱- گزینه «۲»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

واکنش تولید آمونیاک ۲ مرحله‌ای است.



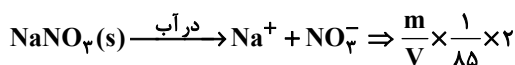
در واکنش اول ۰/۷۵ مول گاز N_2 به همراه مقداری H_2 که طبق راه‌حل زیر محاسبه می‌شود مصرف شده است.



$$\Rightarrow \frac{m}{V} \times \frac{3}{110} \text{ غلظت کل یون ها}$$

$$y \Rightarrow m \text{ g NaNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_3}{85 \text{ g NaNO}_3} = \frac{m}{85} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{m}{85} \text{ mol}}{V} \Rightarrow \frac{m}{V} \times \frac{1}{85} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\Rightarrow \frac{m}{V} \times \frac{2}{85} \text{ غلظت کل یون ها}$$

با هم مخرج کردن ۲ کسر به دست آمده می توان نتیجه گرفت که غلظت مولی کل ذره ها در بازوی X بیشتر از بازوی Y است. پس مقداری آب از محیط رقیق (Y) به محیط غلیظ (X) می رود و در نتیجه ارتفاع محلول موجود در بازوی (Y) کاهش و چون محلول موجود در بازوی X رقیق تر و Y غلیظ می شود، پس رسانایی X کم و رسانایی Y افزایش می یابد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۸۵- گزینه «۲» (شهرزاد معرفت ایزری)

مورد (الف) درست و موارد (ب)، (پ) و (ت) نادرست اند.

بررسی موارد نادرست:

(ب) نافلزها نیز دارای عناصری با واکنش پذیری بالا هستند.

(پ) به عنوان مثال $\text{Zn} : [18\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2$ که در گروه ۱۲ بوده در لایه آخر دو الکترون دارد و عنصر $\text{Ca} : [18\text{Ar}] 4s^2$ نیز دارای دو الکترون در لایه آخر بوده اما در گروه ۲ قرار دارد.

(ت) اشتراک الکترون از ویژگی مشترک نافلزها است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۹ و ۱۰)

۸۶- گزینه «۲» (شهرزاد معرفت ایزری)

جرم NaHCO_3 و CaCO_3 را برابر m گرم و بازده واکنش (۱) را ۲R و بازده واکنش (۲) را R در نظر می گیریم. روش کسر تبدیل:

$$(۱) \text{ واکنش: } m \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{R_1}{100} = x$$

$$(۲) \text{ واکنش: } m \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{R_2}{100} = y$$

$$\frac{R_1 = 2R_2}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2 \times R \times m \times 44 \times 2 \times 84 \times 100}{100 \times 100 \times 44 \times m \times R} = 3/36$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{m}{1 \times 100} \times \frac{2R}{100} = \frac{x}{1 \times 44} \Rightarrow x = \frac{2R \times m \times 44}{100 \times 100} \\ \frac{m}{84 \times 2} \times \frac{R}{100} = \frac{y}{1 \times 44} \Rightarrow y = \frac{44 \times m \times R}{2 \times 84 \times 100} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{x}{y} = 3/36$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

باقی مانده H_2 $\Rightarrow 2 - 1/5 = 0/5 \text{ mol H}_2$ مقدار گاز H_2 باقی مانده

$$\Rightarrow 21 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{1 \text{ mol N}_2 \text{H}_4}{1 \text{ mol N}_2} = 0/75 \text{ mol N}_2 \text{H}_4$$

هر ۰/۵ مول H_2 باقی مانده در واکنش با هیدرازین مصرف می شود و به ازای هر ۰/۵ مول H_2 ، ۰/۵ مول $\text{N}_2 \text{H}_4$ مصرف می شود. پس ۰/۲۵ مول $\text{N}_2 \text{H}_4$ باقی می ماند و ۱ مول NH_3 تولید می شود:

= درصد آمونیاک در مخلوط نهایی

$$\frac{\text{مول NH}_3}{\text{مول NH}_3 + \text{مول هیدرازین}} \times 100 \Rightarrow \frac{1}{1 + 0/25} \times 100 = 80\%$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه های ۸۱ و ۸۲)

۸۷- گزینه «۲» (امیر شاتمیان)

ابتدا جرم نمک و جرم محلول ۱۰ مولار NaNO_3 را محاسبه می کنیم.

$$10 \text{ mol NaNO}_3 \times \frac{85 \text{ g NaNO}_3}{1 \text{ mol NaNO}_3} = 850 \text{ g NaNO}_3$$

$$1 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ ml محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1/85 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} = 1850 \text{ g محلول}$$

$$1850 - 850 = 1000 \text{ g جرم حل شونده - جرم محلول = جرم حلال}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{آب} \\ 1000 \text{ g} \sim 850 \text{ g NaNO}_3 \\ \text{آب} \\ 100 \text{ g} \sim x \end{array} \right] x = 85 \text{ g}$$

$$S = 0/8\theta + 72 \Rightarrow 85 = 0/8\theta + 72 \Rightarrow \theta = 16/25^\circ \text{C}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۳ و ۱۰۴)

۸۸- گزینه «۲» (امیر شاتمیان)

عبارت های الف و پ درست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) ترکیبات هیدروژن دار عناصر گروه ۱۷ و ۱۵ مطابق جدول های صفحه ۱۰۷ کتاب درسی در دما و فشار اتاق به حالت گازی وجود دارند.

(ب) در مخلوط همگن (محلول ها) حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در تمام نقاط مخلوط یکسان است و انحلال استون یا اتانول (مولکول قطبی) در آب (مولکول قطبی) و انحلال ید (مولکول ناقطبی) در هگزان (مولکول ناقطبی) از نوع مولکولی بوده و مواد اولیه ماهیت خود را در محلول حفظ می کنند.

(پ) هر چقدر نقطه جوش ترکیبی بیشتر باشد، آن ترکیب نسبت به ترکیب دیگر با جرم مولی مشابه در میدان الکتریکی دارای جهت گیری بیشتری است.

(ت) محلول ید در هگزان بنفش رنگ است.

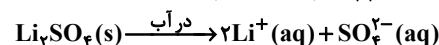
(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۱۰۴ تا ۱۱۶)

۸۹- گزینه «۳» (شهرزاد معرفت ایزری)

باید غلظت مولی کل ذره ها را در هر بازو حساب کنیم. جرم دو نمک را برابر m و حجم هر بازو را برابر با V در نظر می گیریم.

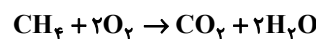
$$x \Rightarrow m \text{ g Li}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Li}_2\text{SO}_4}{110 \text{ g Li}_2\text{SO}_4} = \frac{m}{110} \text{ mol}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{m}{110} \text{ mol}}{V} \Rightarrow \frac{m}{V} \times \frac{1}{110} \text{ mol.L}^{-1}$$



۸۷- گزینه «۳»

(مشمرب عظیمیان/زواره)



$$? \text{ g CO}_2 = 1 \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2}$$

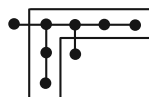
مقدار نظری $\text{CO}_2 = 44 \text{ g}$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{33}{44} \times 100 = 75\%$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) فرمول مولکولی آن C_4H_{10} می‌باشد و شمار پیوندهای C-C در آلکان‌ها برابر $n-1$ و برای این ترکیب ۹ می‌باشد.

(۲) نام درست آن ۳، ۴- دی متیل هگزان می‌باشد.



(۴) در نفت سنگین کشورهای عربی درصد نفت کوره از ۵۰ درصد بیشتر است.

(شیمی ۲- قدر هریای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵، ۳۷ تا ۳۹ و ۴۳)

۸۸- گزینه «۲»

(شهرزاد معرفت/ایزدی)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ طبق واکنش زیر به مرور مقدار گاز در ظرف مخلوط افزایش یافته و باعث افزایش فشار می‌شود.



(ب) درست؛ واکنش پذیری $\text{Cl} < \text{F}$ است پس سرعت واکنش F_2 با Na بیشتر می‌باشد.

(پ) درست؛ برخی افراد پس از مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند زیرا فاقد آنزیم و کاتالیزگری هستند که این مواد را سریع و کامل هضم کند. قند آغشته به خاک باغچه به علت وجود کاتالیزگر مناسب برای سوختن قند در خاک باغچه سریع‌تر می‌سوزد.

(ت) نادرست؛ بنزوتیک اسید باعث کاهش سرعت واکنش‌هایی می‌شود که موجب فساد مواد غذایی می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰، ۸۱، ۸۲ و ۸۵)

۸۹- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)



$$\text{معادله موازنه شده} \quad \text{A}_2 \times \frac{1 \text{ mol A}_2}{22/4 \text{ L A}_2} = \frac{1}{4} \text{ mol A}_2$$

$$\text{A}_2 \times \frac{1 \text{ mol A}_2}{36 \text{ g A}_2} = \frac{1}{8} \text{ mol A}_2$$

$$\Delta n(\text{A}_2) = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$$

$$\bar{R}(\text{A}_2) = \frac{-\Delta[\text{A}_2]}{\Delta t} = \frac{-\frac{1}{8} \text{ mol}}{4 \text{ L} \times 5 \text{ min}} = \frac{1}{160} \text{ mol L}^{-1} \text{ min}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{AB}_3) = 2\bar{R}(\text{A}_2) = 2 \times \frac{1}{160} = \frac{1}{80} \text{ mol L}^{-1} \text{ min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۹۰- گزینه «۱»

(امین نوروزی)

ابتدا گرمای جذب شده توسط آب را حساب کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta = 300 \times 4 / 2 \times (50 - 25) = 31500 \text{ J}$$

این گرما از ماده مورد نظر به دست آمده پس به صورت منفی است.

$$-31500 = 240 \times c \times (50 - 115) \Rightarrow c = \frac{31500}{15600} \approx 2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۹۱- گزینه «۱»

(هاری مهری/زاده)

ابتدا ΔH واکنش مورد نظر را با استفاده از واکنش‌های داده شده و طبق قانون هس محاسبه می‌کنیم. برای این کار، فقط کافی است واکنش (II) را معکوس کنیم.



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_1 + \Delta H_2' + \Delta H_3$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = -187 + 92 - 242 = -337 \text{ kJ}$$

$$\text{گرما} = 128 \text{ g N}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{32 \text{ g N}_2\text{H}_4} \times \frac{337 \text{ kJ}}{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}$$

$$= 1348 \text{ kJ} \text{ گرما}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۹۲- گزینه «۳»

(رضا مسکن)

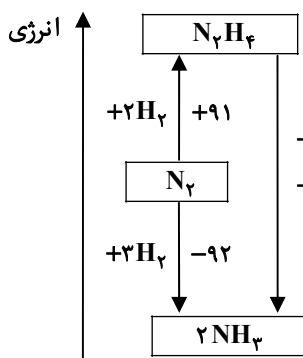
موارد (الف)، (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی مورد نادرست:

تفاوت انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها در واکنش II به تقریب دو برابر تفاوت انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها در واکنش I است.

$$x \text{ kcal} = 0.8 \text{ g N}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{32 \text{ g}} \times \frac{183 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}}$$

$$\times \frac{1 \text{ kcal}}{4.2 \text{ kJ}} = 1.09 \text{ kcal}$$



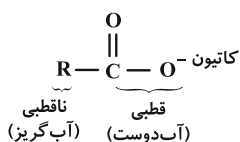
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۶۲)

۹۳- گزینه «۴»

(امین نوروزی)

فرمول مولکولی استامینوفن $\text{C}_8\text{H}_9\text{NO}$ و فرمول مولکولی کدئین $\text{C}_{18}\text{H}_{21}\text{NO}_3$ است.

پ) درست؛ ساختار کلی صابون به صورت زیر است:



ت) درست؛ قدرت پاک کنندگی صابون هر چقدر بیشتر باشد درصد لکه باقی مانده روی پارچه کمتر می شود.

ث) نادرست؛ پاک کننده های غیرصابونی در آب های سخت هم قدرت پاک کنندگی خود را حفظ کرده و کف می کنند.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۶ و ۸ تا ۱۲)

۹۷- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

ابتدا مقدار مول این اسید را در یک لیتر محلول حساب می کنیم:

$$\begin{aligned} n_{\text{C}_7\text{H}_5\text{COOH}} &= \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{110\text{g}}{88} = 1.25\text{mol} \\ M_{\text{C}_7\text{H}_5\text{COOH}} &= \frac{n}{V} = \frac{1.25\text{mol}}{1\text{L}} = 1.25\text{mol.L}^{-1} \\ \text{pH} = 2.3 &\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2.3} = 10^{-3} \times 10^{0.7} = 5 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{[\text{H}^+]}{M} = \frac{5 \times 10^{-3}}{1.25} = 0.004 (\alpha \approx 0) \quad \text{اسید ضعیف} \\ [\text{H}^+] &= \sqrt{K_a M (1 - \alpha)} \xrightarrow{\text{تقریب}} [\text{H}^+] = \sqrt{K_a \times M} \\ \Rightarrow K_a &= \frac{[\text{H}^+]^2}{M} \Rightarrow K_a = \frac{(5 \times 10^{-3})^2}{1.25} = \frac{25 \times 10^{-6}}{1.25} = 2 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی؛ صفحه های ۲۲ تا ۲۸)

۹۸- گزینه «۲» (امین نوروزی)

با مصرف این ضد اسید حجم محتویات معده از ۰/۸L به ۱/۱L و pH آن ها از ۲/۳ به ۳/۱ رسیده است.

$$\begin{aligned} [\text{H}^+]_{\text{اولیه}} &= 10^{-\text{pH}} \\ \Rightarrow [\text{H}^+] &= 10^{-2.3} \Rightarrow 5 \times 10^{-3}\text{mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow \text{H}^+ &= 0.8\text{L} \times 5 \times 10^{-3}\text{mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow \text{H}^+ &= 4 \times 10^{-3} \\ [\text{H}^+]_{\text{نهایی}} &= 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-3.1} \Rightarrow 8 \times 10^{-4}\text{mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow \text{H}^+ &= 0.8\text{L} \times 8 \times 10^{-4}\text{mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow \text{H}^+ &= 0.64 \times 10^{-3} \\ \text{Mg(OH)}_2 + 2\text{HCl} &\rightarrow \text{MgCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O} \\ 4 \times 10^{-3} - 0.64 \times 10^{-3} &= 3.36 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

طی واکنش ۳/۱۲×۱۰^{-۳} مول از اسید موجود در معده خنثی شده است.

$$\begin{aligned} g_{\text{Mg(OH)}_2} &= 3.36 \times 10^{-3}\text{mol HCl} \times \frac{1\text{mol Mg(OH)}_2}{2\text{mol HCl}} \\ &\times \frac{58\text{g Mg(OH)}_2}{1\text{mol Mg(OH)}_2} \approx 0.09\text{g Mg(OH)}_2 \end{aligned}$$

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ استامینوفن (a) گروه عاملی آمیدی (—C—N) دارد.

مورد دوم: نادرست؛ فرمول مولکولی (b) کدئین، C₁₈H₂₁NO₃ می باشد. مورد سوم: درست؛ (a) دارای ۲۰ اتم و (b) دارای ۴۳ اتم است که اختلاف آن ها برابر ۲۳ بوده که برابر عدد اتمی سومین عنصر واسطه یعنی V ۲۳ است.

مورد چهارم: نادرست؛ در شکل a با فرمول C₈H₉NO₂

$$\frac{8 \times 12 + 9 \times 1 + 1 \times 14 + 2 \times 16}{2} \leftarrow \text{C}_8\text{H}_9\text{NO}_2 \text{ جفت الکترون پیوندی}$$

الکترون های ناپیوندی $\Rightarrow (1 \times 1 + 2 \times 2) \times 2 \Rightarrow 10$

الکترون ناپیوندی $\Rightarrow 2 \times \text{جفت الکترون پیوندی} \Rightarrow 24$

پس $\frac{24}{10} = 2.4$

الکترون های ناپیوندی

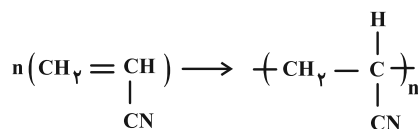
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

۹۴- گزینه «۲» (هاری مهری زاده)

شکل (A) نشان دهنده پلی اتن سنگین و شکل (B) نشان دهنده پلی اتن سبک است. پلی اتن سنگین نسبت به پلی اتن سبک، چگالی، استحکام و نقطه ذوب بیشتری دارد اما انعطاف پذیری و شفافیت آن کمتر است. همچنین درصد جرمی هیدروژن در همه پلی اتن ها یکسان و تقریباً برابر ۱۴/۳٪ است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۹۵- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)



$$n \text{ سیانواتن} = \frac{3 \times 12 + 2 + 1 + 14}{53} n = 53n \text{mol}^{-1}$$

$$n = 42 / 4 \times 10^3 \text{g} \times \frac{1\text{mol سیانواتن}}{53\text{g}}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1\text{mol سیانواتن}} = 4816 \times 10^{23}$$

واحد تکرار شونده ۴۸/۱۶×۱۰^{۲۵}

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپزیر؛ صفحه های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۹۶- گزینه «۴» (امیر هاتمیان)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ قدرت پاک کنندگی صابون در این دو نوع آب یکسان نیست و در آب چشمه بیشتر است.

ب) نادرست؛ صابون با یون های کلسیم و منیزیم تشکیل رسوب داده و قدرت پاک کنندگی آن کاهش می یابد.

(امیرمحمد کلکمرانی)

۱۰۲- گزینه «۱»

عبارت داده شده نادرست است. زیرا پس از اکسیژن، سیلیسیم فراوان ترین عنصر شناخته شده در پوسته جامد زمین است.

بررسی موارد:

مورد اول؛ درست؛ C و Si با تشکیل پیوند کووالانسی به آرایش هشت تایی می‌رسند.

مورد دوم؛ نادرست؛ سیلیس جامد کووالانسی است و نمی‌توان برای آن از اصطلاح نیروی بین مولکولی استفاده کرد.

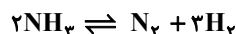
مورد سوم؛ نادرست؛ C و Si هر دو در گروه ۱۴ هستند که تاکنون یون تک اتمی از آن‌ها شناخته نشده است.

مورد چهارم؛ نادرست؛ آنتالپی پیوند Si-Si از آنتالپی پیوندهای C-C و Si-O کمتر است.

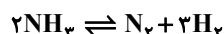
(شیمی ۳-، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲ و ۷۴)

(امین نوروزی)

۱۰۳- گزینه «۳»



مقدار مول در ابتدای ظرف 4mol 2mol 3mol $\rightarrow$ یعنی $9 = 4 + 2 + 3$ مول گاز وجود دارد که در لحظه تعادل به 8mol رسیده است. پس واکنش به سمت تعداد مول گازی کمتر یعنی جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. اگر مقدار x مول گاز N_2 مصرف شود مقدار NH_3 و N_2 و H_2 در حالت تعادل به ترتیب زیر است:



$$\begin{array}{ccc} 4+2x & 2-x & 3-3x \\ 4+2x+2-x+3-3x=8 \Rightarrow x=0/5 \end{array}$$

$$K = \frac{[\text{N}_2][\text{H}_2]^3}{[\text{NH}_3]^2} \Rightarrow \frac{(2-0/5)(1/5)^3}{(4+1)^2} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{n_2-n_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1/5 \times 1/5 \times 1/5 \times 1/5}{5 \times 5} \times \left(\frac{1}{0/4}\right)^{4-2}$$

$$\Rightarrow 1/265 \frac{\text{mol}^2}{\text{L}^2} = 1/27$$

(شیمی ۳-، شیمی، راه به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

(میلاد میرمیرری)

۱۰۴- گزینه «۱»

آلکن‌ها ابتدا به الکل سپس به دیگر فراورده‌های آلی تبدیل می‌شود.

(شیمی ۳-، شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۴، ۱۱۶، ۱۲۰ و ۱۲۱)

(سعید تیزرو)

۱۰۵- گزینه «۱»

مطابق نمودار داده شده، با افزایش دما غلظت فراورده کاهش یافته که این نشان‌دهنده گرماده بودن این فرایند است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

بررسی گزینه «۲»؛ در این واکنش با افزایش دما، واکنش در جهت برگشت پیش می‌رود که در نتیجه ثابت تعادل واکنش کاهش می‌یابد.

بررسی گزینه «۳»؛ بیشتر بودن آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها نسبت به فراورده‌ها نشان‌دهنده گرماگیر بودن واکنش تعادلی است.

بررسی گزینه «۴»؛ با افزایش فشار، غلظت تمامی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های گازی افزایش می‌یابد و ما نمی‌توانیم در مورد تعداد مول گازی سمت فراورده و واکنش‌دهنده نظر قطعی بدهیم. پس نمی‌توانیم بگوییم شمار مول‌های فراورده با کاهش فشار چگونه تغییر می‌کند.

(شیمی ۳-، شیمی، راه به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

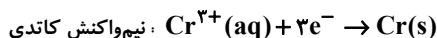
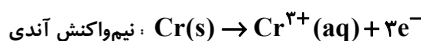
$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0/09}{300} \times 10^6 = 300 \text{ ppm}$$

(شیمی ۳-، مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۹۹- گزینه «۳»

(میلاد میرمیرری)

فرایند آبرکاری در سلول الکترولیتی انجام می‌شود. در فرایند مورد نظر قطعه آهنی به کاتد (قطب منفی باتری) و تیغه کروم به آنود (قطب مثبت باتری) متصل می‌شود و محلول الکترولیت حاوی یون Cr^{3+} است.



بررسی گزینه‌ها:

(۱) اصلاً در محیط واکنش یون Fe^{2+} وجود ندارد. پس این یون‌ها نمی‌توانند کاهیده شوند.

(۲) واکنش‌ها در سلول الکترولیتی به کمک باتری انجام می‌شوند و قدرت اکسندگی و کاهندگی فلزات نسبت به همدیگر تاثیری ندارد.

(۳) با توجه به مصرف شدن Cr^{3+} در کاتد و تولید آن در آنود، غلظت آن ثابت می‌ماند.

(۴) روی تیغه آهنی به وسیله کروم پوشانده می‌شود پس جرم آن افزایش می‌یابد.

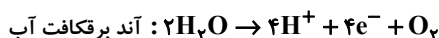
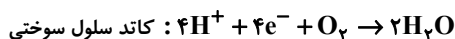
(شیمی ۳-، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۱۰۰- گزینه «۴»

(میلاد میرمیرری)

بررسی گزینه‌ها:

(۲)



(۳) یک بار برای خشک کردن محلول MgCl_2 (بخار شدن آب) و یک بار برای ذوب شدن MgCl_2

(۴) تنها در واکنش‌های آندی در نیم‌واکنش اکسایش شرکت می‌کنند.

(شیمی ۳-، آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴، ۵۱، ۵۴، ۵۵ و ۵۶)

۱۰۱- گزینه «۴»

(محمدر عظیمیان‌زواره)

جامدهای A، B، D و E به ترتیب کووالانسی، مولکولی، یونی و فلزی می‌باشند. جامد D یک جامد یونی بوده و در گستره دمایی بزرگی به حالت مایع (مذاب) باقی می‌ماند زیرا تفاوت نقطه ذوب و جوش جامدهای یونی زیاد است.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) به عنوان مثال SiO_2 یک جامد کووالانسی است و از آن در تهیه عدسی و منشور استفاده می‌شود. (SiO_2 خالص کوارتز نام دارد.)

(۲) تنوع حالت فیزیکی جامدهای مولکولی از سایر جامدها بیشتر است و در دمای اتاق به شکل جامد، مایع و گاز یافت می‌شوند. سایر جامدها به جز جیوه در دمای اتاق فقط حالت فیزیکی جامد دارند.

(شیمی ۳-، شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲، ۷۸ و ۸۳)