

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۱

صبح جمعه

۱۴۰۳/۳/۲۵



آزمون جامع دوم (۲۵ خرداد ۱۴۰۳)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

آزمون ۲۵ خرداد ماه ۱۴۰۳ دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-طاہر دادستانی-محمد رضا راسخ-جمشید عباسی-کامیار علییون محمد گودرزی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سید محمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی مهدیار راشدی-هومن عقیلی-نوید مجیدی-حمیدرضا ملکی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	نوید مجیدی	نوید مجیدی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیر محمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	امیر محمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه برتر	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش مهد خالتي	پارسا نوروزی منش مهد خالتي
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

زمان نقصانی: ۴۵ دقیقه

زمان ذخیره شده: ۲۵ دقیقه

ریاضیات

۱- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 2x^3 - ax + 3$ بر $x+2$ برابر ۱- است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۶

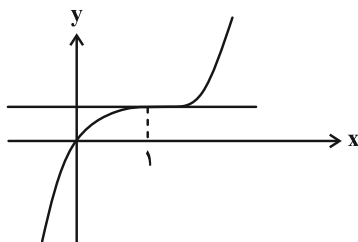
۲- در مثلث ABC ، نقاط $M(1, 1)$ ، $N(2, 3)$ و $P(5, 0)$ به ترتیب وسط‌های اضلاع AB ، BC و AC هستند. فاصله رأس A از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) $2\sqrt{5}$

۳- مجموع اضلاع قائمه مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر ۴ است. بیشترین طول ارتفاع وارد بر وتر آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۱

۴- نمودار تابع $f(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل ab کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۲

۵- دنباله هندسی g_n را با جملات (اعداد) دو رقمی دنباله $a_n = 3(n-1)$ می‌سازیم، به طوری که بیشترین تعداد جمله ممکن را دارد. مجموع جملات g_n کدام است؟

- (۱) ۱۸۰
(۲) ۱۹۲
(۳) ۱۶۰
(۴) ۱۹۸

۶- مجموعه جواب‌های نامعادله $(x+1)(x^2 + ax^2 + b) \geq 0$ برابر $\mathbb{R}$ است. حاصل ab کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) -۱۲
(۲) -۳
(۳) $\frac{1}{5}$
(۴) $\frac{3}{2}$

۷- مجموع مربعات جواب‌های معادله $\frac{5}{x^2 + x} + \frac{10}{x^2 + 4x + 3} = 1$ کدام است؟

- (۱) ۲۹
(۲) ۲۷
(۳) ۳۹
(۴) ۲۰

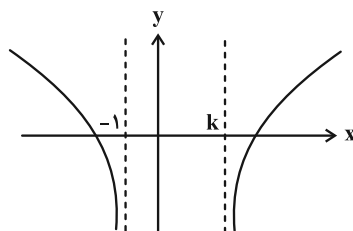
۸- برد تابع $f(x) = \sqrt{1+mx} - 2\sqrt{x}$ بازه $[-1, -\frac{m}{4}]$ است. مقدار $f^{-1}(0)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{8}$
(۴) $\frac{1}{16}$

۹- توابع $f(x) = \frac{3x - [\frac{x}{2}]}{4}$ و $g(x) = 2[2x] + 4x$ مفروض‌اند. اگر مقدار وارون تابع $f \circ g$ در $x = \sqrt{70}$ برابر α باشد، مقدار $f(\alpha)$ با کدام عبارت برابر است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) α
(۲) $\frac{3\alpha+1}{4}$
(۳) $\frac{3\alpha}{4}$
(۴) $\alpha + \frac{1}{3}$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \log(x^2 - ax + b)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $f(4) = 1$ باشد، حاصل $f(-\frac{3}{2}k)$ کدام است؟



$$\log 2 \quad (1)$$

$$-\frac{3}{2} \log 2 \quad (2)$$

$$1 + \log 2 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۱۱- یک مخزن گاز به دلیل نشتی، روزانه ۷ درصد جرم گاز خود را از دست می‌دهد. پس از چند روز گاز باقی‌مانده در مخزن $\frac{1}{3}$

مقدار اولیه است؟ ($\log 3 \approx 0.48$ و $\log 31 \approx 1.5$)

$$24 \quad (4)$$

$$23 \quad (3)$$

$$26 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

۱۲- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{8}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$ باشد، حاصل $\cos(x + \frac{5\pi}{8})$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۳- معادله $\frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \cos x = \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cot x$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 \sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 4}$ کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (1)$$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}} \frac{1}{m^2 x^2 - 6mx + 2m + n} = +\infty$ ، حاصل $m + n$ کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۶- توابع $f(x) = \frac{2mx - [-x]x^2}{2[x]x - m}$ و $g(x) = x - 2x^2$ مفروض‌اند. اگر تابع fog در $x=1$ حد داشته باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} [(gof)(x)]$

کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$-4 \quad (4)$$

$$-45 \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$-46 \quad (1)$$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - a \sin \pi x & ; x < 1 \\ a\sqrt{x} \cos^2 \pi x + bx & ; x \geq 1 \end{cases}$ در $x=1$ خط مماس دارد. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

$$-\frac{\pi+1}{2\pi+1} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2\pi+1} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi+3}{2\pi+1} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

۱۸- پاره‌خطی که نقاط اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x) = kx(\sqrt{1-x^2} + 1)$ را به هم وصل می‌کند، روی نیمساز ربع‌های اول و سوم قرار دارد. مقدار k کدام است؟

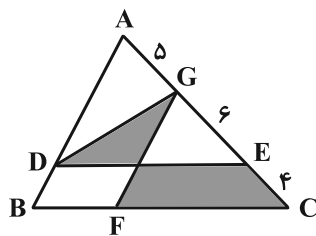
$$1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۱۹- در مثلث ABC ، پاره‌های DE و GF ، به ترتیب موازی با ضلع‌های BC و AB رسم شده‌اند. با توجه به اندازه‌های داده شده، نسبت مساحت چهارضلعی سایه‌زده به مساحت مثلث سایه‌زده برابر کدام است؟



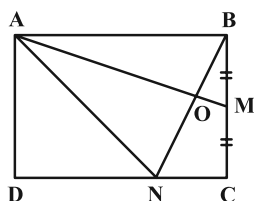
$$(1) \frac{125}{96}$$

$$(2) \frac{48}{25}$$

$$(3) \frac{32}{15}$$

$$(4) \frac{125}{48}$$

۲۰- در مستطیل شکل زیر نقطه M وسط ضلع BC قرار دارد. اگر $S_{\triangle OBM} = 3$ و $S_{\triangle AON} = 13$ باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟



$$(1) 50$$

$$(2) 45$$

$$(3) 40$$

$$(4) 35$$

۲۱- در یک منشور با قاعده n ضلعی، خط شامل یک یال حداکثر با چند خط از بین خطوط شامل یال‌های دیگر متناظر است؟
(n عددی فرد است.)

$$(4) 2n-1$$

$$(3) 2n-2$$

$$(2) 2n-3$$

$$(1) 2n-4$$

۲۲- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه داخلی $\hat{A}$ ، دایره محیطی را در نقطه D قطع می‌کند. D روی کدام جزء مثلث قرار دارد؟

(۲) ارتفاع وارد بر ضلع BC

(۱) نیمساز زاویه خارجی $\hat{B}$

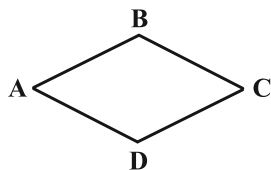
(۴) میانه وارد بر ضلع BC

(۳) عمود منصف ضلع BC

۲۳- در لوزی شکل زیر $\hat{A} = 60^\circ$ است. اگر این لوزی را نخست با دوران ساعتگرد حول A و زاویه 30° به چهارضلعی $A'B'C'D'$ و سپس

سپس $A'B'C'D'$ را با بردار $\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ به چهارضلعی $A''B''C''D''$ تصویر کنیم، آنگاه مساحت ناحیه میان چهارضلعی‌های

تصویر، چه کسری از مساحت لوزی اولیه است؟



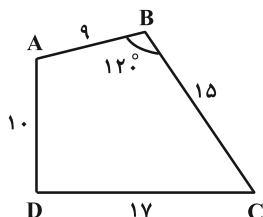
$$(2) 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(1) \sqrt{3} - \frac{3}{2}$$

$$(4) 2 - \sqrt{3}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

۲۴- اگر مساحت چهارضلعی زیر به صورت $a + \frac{\sqrt{3}}{4}b$ باشد، در این صورت $a+b$ کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)



(۱) ۲۱۴

(۲) ۲۱۵

(۳) ۲۱۹

(۴) ۲۲۰

۲۵- در محاسبه دترمینان ماتریس A به روش ساروس، از مدل $\begin{vmatrix} 1 & -1 & c \\ 2 & b & 2 \\ a & 1 & 3 \end{vmatrix}$ استفاده شده است. اگر $|A| = -48$ باشد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۸

(۲) ۱۰

(۱) ۱۲

۲۶- مماس‌های مشترک داخلی و خارجی دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ و $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$ همدیگر را در نقاط A و B قطع می‌کنند. طول پاره‌خط AB کدام است؟

(۴) $4\sqrt{6}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱) $2\sqrt{6}$

۲۷- یک بیضی که طول قطر کوچک، فاصله کانونی و طول قطر بزرگ (با همین ترتیب) تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، در مستطیلی که ضلع‌هایش موازی با محورهای تقارن بیضی‌اند، محاط شده است. اگر مساحت این مستطیل برابر $9/6$ واحد مربع باشد، فاصله کانونی بیضی کدام است؟

(۴) $3/2$ (۳) $2/4$

(۲) ۲

(۱) $1/6$

۲۸- بردار $\vec{a}'$ تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, 0, 1)$ بر بردار $\vec{b}$ است. بردار $\vec{a}'$ کدام می‌تواند باشد؟

(۴) $(1, 0, 0)$ (۳) $(0, 1, -2)$ (۲) $(2, 1, 0)$ (۱) $(0, 0, -1)$

۲۹- اگر زاویه بین بردارهای $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (1, m, 1)$ برابر 60° باشد، حجم متوازی‌السطوحی که توسط بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می‌شود، چقدر است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۲۵

(۲) ۲۷

(۱) ۳۶

۳۰- اگر p و q دو گزاره باشند و ارزش گزاره $(p \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$ درست باشد، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

(۲) ارزش p نادرست و ارزش q درست است.

(۱) ارزش p و q هر دو درست هستند.

(۴) ارزش p و q هر دو نادرست هستند.

(۳) ارزش p درست و ارزش q نادرست است.

۳۱- مجموعه مرجع U، مجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ است. اگر یکی از زیرمجموعه‌های این مجموعه مرجع، مجموعه $A = \{1, 3, 2x-1, x+1\}$ و مجموعه $A \times A'$ دارای ۲۱ عضو باشد، آن‌گاه چند مقدار مختلف برای x وجود دارد؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

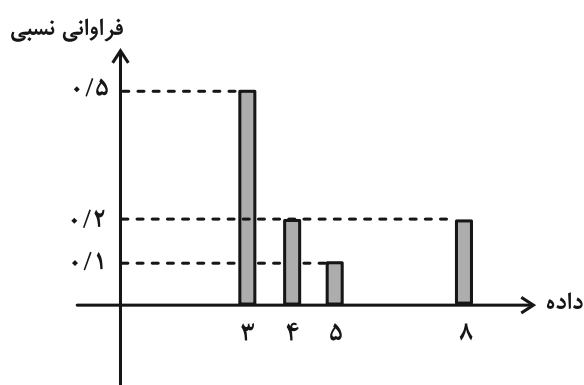
۳۲- دو پیشامد ناسازگار A و B از یک فضای نمونه‌ای مفروض‌اند. اگر $P(A' \mid B') = 0/25$ و $P(A \cup B) = 0/82$ ، آن‌گاه $P(A)$ برابر کدام است؟

- (۱) $0/72$ (۲) $0/60$ (۳) $0/56$ (۴) $0/54$

۳۳- از میان توابعی که از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4\}$ تعریف می‌شوند، تابعی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این تابع، یک‌به‌یک باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{25}{64}$ (۴) $\frac{9}{32}$

۳۴- نمودار میله‌ای مربوط به ۱۰ داده به صورت روبه‌رو است. حاصل ضرب مد و میانه برای این داده‌ها کدام است؟



- (۱) $10/5$

- (۲) ۹

- (۳) $7/5$

- (۴) ۷

۳۵- چند نقطه با مختصات صحیح روی نمودار منحنی $x^2 + y^2 = 519$ وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳۶- اگر دو برابر عدد دو رقمی $\overline{ab}$ را در سمت چپ $\overline{ab}$ قرار دهیم، عدد به دست آمده بر ۱۸۰۹ بخش پذیر خواهد بود، چند عدد $\overline{ab}$ موجود است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۳۷- درجه‌های رأس‌های گراف ساده و همبند G از مرتبه ۷، به صورت ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۴، ۴ هستند. کمترین تعداد دورهای G ، برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- در گراف P_{15} ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم و بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال، چند عضو مشترک دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۹- مجموع درایه آخر سطر دوم و درایه آخر سطر سوم در یک مربع لاتین چرخشی از مرتبه n برابر ۹ است. مجموع کل درایه‌های این مربع لاتین کدام است؟ (سطر اول این مربع لاتین با عدد ۱ شروع شده است.)

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۹۶ (۳) ۱۶۸ (۴) ۱۲۶

۴۰- یک کلاس دهم ۲۹ دانش آموز دارد. در هر زنگ ریاضی، معلم از ۴ دانش آموز سؤال می‌کند. این کلاس ریاضی، حداقل چند جلسه تشکیل شود تا مطمئن باشیم دانش‌آموزی وجود دارد که معلم حداقل ۶ بار از او سؤال کرده است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۳۷ (۳) ۴۱ (۴) ۴۴

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچه شماره ۲

صبح جمعه

۱۴۰۳/۳/۲۵



آزمون جامع دوم (۲۵ خرداد ۱۴۰۳)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه



آزمون ۲۵ خرداد ماه ۱۴۰۳

دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی

(فیزیک و شیمی)

دفترچه سوال

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	علیرضا جبباری-محسن سلماسی-وند-محمدرضا سورچی-مهدی شریفی-ادریس محمدی-آراس محمدی-محمود منصوری-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
شیمی	سعید تیزرو-امیر حاتمیان-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان-زواره-امیرمحمد کنگرانی-رضا مسکن-شهرزاد معرفت-ایزدی-هادی مهدی-زاده-میلاد میرحیدری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه برتر	حسین بصیرتر کمبور	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی محسن دستجردی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

فیزیک

زمان پاسخگویی (مجموع فیزیک و شیمی): ۷۵ دقیقه

زمان نقصانی (مجموع فیزیک و شیمی): ۶۰ دقیقه

زمان ذخیره شده (مجموع فیزیک و شیمی): ۱۵ دقیقه

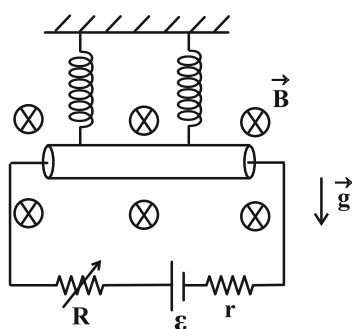
۴۱- یک کشتی دریایی حامل نفت بر اثر حادثه‌ای آسیب دیده است و نفت آن در حال خروج است. اگر مساحت لایه نفت تشکیل شده بر روی دریا، در هر ۱۰ ثانیه، 10^4 یارد مربع افزایش یابد، آهنگ افزایش مساحت لایه نفت، چند کیلو اینچ مربع بر ساعت است؟ (۱۲ اینچ = یک فوت و ۳ فوت = یک یارد)

- (۱) $466/56$ (۲) $129/6$ (۳) $4665/6$ (۴) 1296

۴۲- در ظرفی استوانه‌ای به سطح مقطع 50 cm^2 مقدار 2000 cm^3 از مایعی به چگالی ρ ریخته‌ایم. فشار ناشی از مایع وارد بر کف ظرف چند برابر فشار ناشی از مایع در نقطه‌ای واقع در ارتفاع 16 cm از کف ظرف است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) $2/5$ (۲) $0/4$ (۳) $5/3$ (۴) $23/5$

۴۳- یک میله رسانا که به یک باتری متصل شده، از دو نیروسنج آویزان شده است و در یک میدان مغناطیسی درون سو قرار دارد. با مقاومت رنوستا، اعدادی که نیروسنج‌ها نشان می‌دهند، می‌یابند.



- (۱) افزایش، کاهش
(۲) افزایش، افزایش
(۳) کاهش، کاهش
(۴) گزینه‌های «۲» و «۳»

۴۴- در یک راکتور هسته‌ای، میله‌های کنترل از چه موادی می‌توانند ساخته شوند؟

- (۱) بور، گرافیت (۲) آب سنگین، گرافیت (۳) کادمیم، گرافیت (۴) بور، کادمیم

۴۵- متحرکی در یک مسیر مستقیم، فاصله بین دو نقطه مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. تندی متوسط متحرک در $\frac{1}{3}$

ابتدایی مسیر، $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. اگر تندی متوسط این متحرک در $\frac{1}{4}$ از زمان باقی‌مانده v ، در بقیه مسیر 37 و در کل مسیر $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، v چند متر بر ثانیه است؟

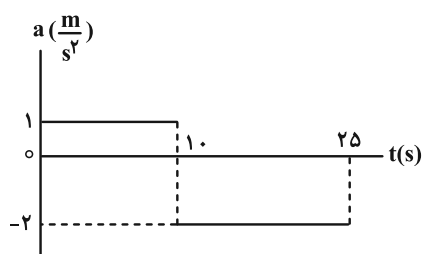
- (۱) 40 (۲) 32 (۳) 20 (۴) 16

۴۶- موتورسواری با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از یک نقطه شروع به حرکت می‌کند و همزمان با آن خودرویی با سرعت ثابت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از کنار

موتورسوار و هم‌جهت با آن عبور می‌کند. در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 60 \text{ s}$ مدت زمان نزدیک شدن دو متحرک به یکدیگر چند برابر مدت زمان دور شدن دو متحرک از یکدیگر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) 2 (۴) 5

۴۷- نمودار شتاب- زمان متحرکی که در مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط



متحرک در بازه زمانی صفر تا ۲۰s چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $2/5$

(۲) $-2/5$

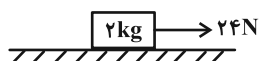
(۳) 5

(۴) -5

۴۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg را با نیروی ثابت و افقی 24 N از حال سکون می‌کشیم. اگر t ثانیه پس از شروع حرکت

نخ پاره شود و $3t$ ثانیه پس از پاره شدن نخ جسم به طور کامل متوقف گردد، به ترتیب از راست به چپ ضریب اصطکاک

جنبشی جسم چقدر و جابه‌جایی جسم در حرکت تندشونده چند برابر جابه‌جایی کل جسم است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۲) $1/4 - 0/3$

(۱) $1/3 - 0/3$

(۴) $1/4 - 0/4$

(۳) $1/3 - 0/4$

۴۹- وزنه‌ای به جرم 2 kg را به انتهای فنری به طول 10 cm که ثابت آن $40 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ است، می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور

آویزان می‌کنیم. نسبت طول فنر در حالتی که آسانسور با سرعت ثابت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ رو به بالا در حرکت است به طول فنر در حالتی که

آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، چقدر است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۴) $105/106$

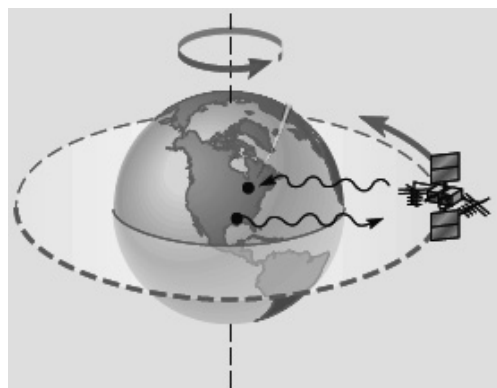
(۳) $105/104$

(۲) $106/105$

(۱) $104/105$

۵۰- مطابق شکل زیر، ماهواره‌ای در یک مدار همگام با زمین، در حال چرخش به دور زمین است. مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین

در SI تقریباً چقدر است؟ (مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش ۲۴ ساعت است و $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$)



$(\pi \approx 3 \text{ و } M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg})$

(۱) $8/3 \times 10^{25}$

(۲) $6/4 \times 10^{20}$

(۳) $8/3 \times 10^{22}$

(۴) $6/4 \times 10^{25}$

۵۱- یک ساعت آونگ‌دار در دمای 77°F زمان را به درستی نشان می‌دهد. اگر ضریب انبساط طولی میله آونگ این ساعت $2/5 \times 10^{-3}$ واحد SI باشد، دمای آونگ را چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر دهیم تا ساعت در هر دقیقه ۲۰s عقب بماند؟ (در دمای 77°F ، با هر نوسان کامل آونگ، ساعت ۱s جلو می‌رود.)

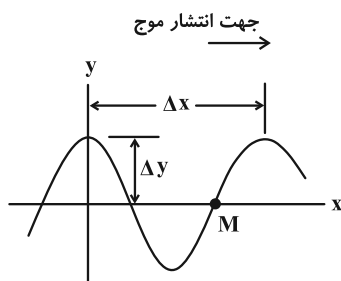
- (۱) ۲۵۰- کاهش (۲) ۲۵۰- افزایش (۳) ۵۰۰- کاهش (۴) ۵۰۰- افزایش

۵۲- دو لوله فلزی و توخالی کاملاً مشابه A و B به ترتیب در محفظه ۱ (پراز هلیم) و محفظه ۲ (پراز متیل الکل) قرار دارند. به یکی از انتهای هر کدام از لوله‌های A و B هم‌زمان ضربه‌ای مشابه وارد می‌کنیم و در انتهای هر یک از لوله‌ها، دو صدا به ترتیب با فاصله زمانی ۰/۳۶s و ۰/۲۸s از یکدیگر شنیده می‌شود. به ترتیب تندی صوت در فلز و طول لوله‌ها چند واحد SI هستند؟ (تندی صوت در هلیم و متیل الکل به ترتیب $1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

- (۱) ۴۸۰-۴۰۰۰ (۲) ۲۴۰-۴۰۰۰ (۳) ۴۸۰-۲۰۰۰ (۴) ۲۴۰-۲۰۰۰

۵۳- در نمودار جابه‌جایی- مکان موج عرضی زیر، $\Delta x = 80\text{cm}$ و $\Delta y = 20\text{cm}$ است. اگر بسامد نوسان‌های چشمه موج 20Hz باشد، طول موج این موج چند متر است، انرژی جنبشی ذره M در مدت $\frac{3}{80}\text{s}$ پس از این لحظه چند بار بیشینه می‌شود و موج

در این مدت چه مسافتی را بر حسب متر طی می‌کند؟

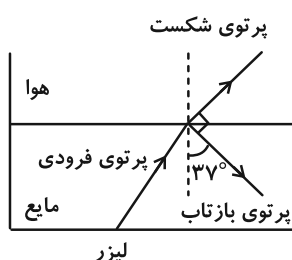


- (۱) ۸۰- دو بار- ۶۰
(۲) ۰/۸- دو بار- ۰/۶
(۳) ۸۰- یک بار- ۶۰
(۴) ۰/۸- یک بار- ۰/۶

۵۴- اگر دامنه و بسامد یک بلندگو، هر یک ۱۰ برابر شوند، در یک فاصله معین از آن تراز شدت صوت ۴۰ درصد افزایش می‌یابد. شدت صوت اولیه بلندگو چند وات بر مترمربع بوده است؟ ($I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

- (۱) 10^{-10} (۲) 10^{-8} (۳) 10^{-4} (۴) 10^{-2}

۵۵- مطابق شکل زیر، یک باریکه نور لیزر از مایع به هوا می‌تابد. بخشی از آن بازتاب شده و بخش دیگر وارد هوا می‌شود. پرتو بازتاب و شکست بر یکدیگر عمودند. ضریب شکست مایع کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$ و $n_{\text{هوا}} = 1$)



- (۱) $\frac{6}{5}$
(۲) $\frac{5}{4}$
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $\frac{3}{2}$

۵۶- در آزمایش یانگ، اگر آزمایش را به جای نور تک‌فام قرمز با نور تک‌فام سبز انجام دهیم، پهنای هر نوار تاریک یا روشن، می‌شود و اگر آزمایش را به جای آن که در هوا انجام دهیم، در آب انجام دهیم، پهنای هر نوار تاریک یا روشن می‌شود.

- (۱) کمتر، بیشتر (۲) بیشتر، بیشتر
(۳) بیشتر، کمتر (۴) کمتر، کمتر

۵۷- اگر الکترون اتم هیدروژن از سومین حالت برانگیخته به مداری برود که انرژی‌اش در آن جا 0.544 eV باشد، شعاع مدار آن

نسبت به قبل چند پیکومتر تغییر می‌کند؟ ($E_R = 13.6 \text{ eV}$ و $a_0 = 5 \times 10^{-11} \text{ m}$)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۵۰
(۳) ۴۵۰ (۴) ۶۰۰

۵۸- در آزمایش فوتوالکتریک که با نوری با طول‌موج λ انجام شده است، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک ها $6/4 \times 10^{-19} \text{ J}$ است. اگر از نوری با طول‌موج 2λ استفاده شود، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک ها ۷۵ درصد کاهش می‌یابد. بسامد آستانه

این فلز چند تراهرتز است؟ ($hc = 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ ، $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- (۱) ۵ (۲) ۶
(۳) ۵۰۰ (۴) ۶۰۰

۵۹- الکترونی در اتم هیدروژن در تراز $n = 4$ قرار دارد. نسبت بلندترین طول‌موج جذبی توسط این الکترون به کوتاه‌ترین طول‌موج

گسیلی آن کدام است؟

- (۱) $\frac{135}{7}$ (۲) $\frac{9}{7}$
(۳) $\frac{125}{3}$ (۴) $\frac{7}{9}$

۶۰- ۸۴ گرم ماده پرتوزا با نیمه‌عمر ۶ روز در اختیار داریم. پس از گذشت ۱۲ روز، چند گرم از ماده پرتوزا کم کنیم تا مقدار ماده

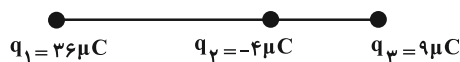
پرتوزای باقی‌مانده در روز ۲۴ ام، $\frac{1}{12}$ برابر مقدار ماده پرتوزای باقی‌مانده در روز ۶ ام باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۷
(۳) ۹ (۴) ۱۲

۶۱- مطابق شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. اگر جای بار q_2 و q_1 عوض شود، بزرگی نیروی

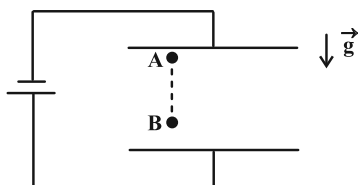
خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 چند برابر بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_1 است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{8}{9}$
(۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$



۶۲- در شکل زیر، ذره‌ای به جرم $4g$ و بار الکتریکی مثبت، از نقطه A بدون تندی اولیه رها می‌شود و به طرف پایین حرکت می‌کند. اگر در طول مسیر AB ، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، $2mJ$ و انرژی پتانسیل گرانشی آن $9mJ$ تغییر کند، تندی

ذره در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟



(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) ۳

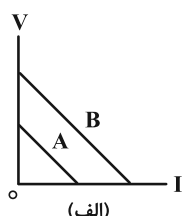
(۴) ۶

۶۳- خازنی مسطح و باردار که از مولد جدا شده است، دارای ظرفیت $6\mu F$ است. اگر $6mC$ بار الکتریکی را از صفحه منفی خازن جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه $9J$ کاهش می‌یابد. بار اولیه خازن چند میلی‌کولن بوده است؟ (با جابه‌جا کردن بارها، علامت بار صفحات خازن تغییر نمی‌کند.)

(۱) 6×10^{-3}

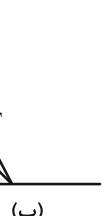
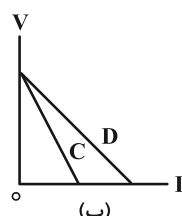
(۲) 12×10^{-3}

۶۴- نمودار تغییرات اختلاف پتانسیل بر حسب جریان برای باتری‌های A تا F در شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد نیروی محرکه ($\mathcal{E}$) و مقاومت درونی (r) این باتری‌ها درست است؟



(۲) $r_E = 2r_F$ ، $r_D < r_C$ ، $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$

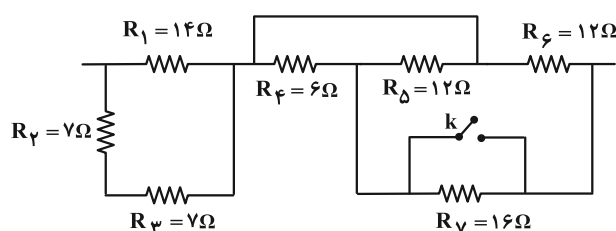
(۴) $r_E = 2r_F$ ، $\mathcal{E}_C = \mathcal{E}_D$ ، $r_A = r_B$



(۱) $\mathcal{E}_F = 2\mathcal{E}_E$ ، $r_D > r_C$ ، $r_A = r_B$

(۳) $r_F = 2r_E$ ، $r_D < r_C$ ، $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$

۶۵- در مدار شکل زیر، با بستن کلید k نسبت توان مصرفی مقاومت R_D به توان مصرفی مقاومت R_1 کدام است؟



(۱) $\frac{2}{7}$

(۲) $\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{3}{14}$

(۴) $\frac{14}{3}$

۶۶- اگر حلقه‌های یک سیملوله آرمانی را به هم نزدیک کنیم تا طول آن ۱۰ درصد کاهش یابد و جریان عبوری از آن را نیز ۱ آمپر افزایش دهیم، میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌های آن ۲۵ درصد تغییر می‌کند. جریان اولیه عبوری از سیملوله، چند آمپر بوده است؟

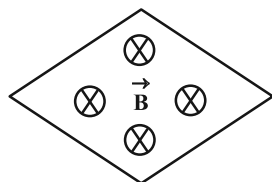
۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۶۷- مطابق شکل زیر، قاب فلزی لوزی شکل به مساحت 10^3 cm^2 که مقاومت الکتریکی هر ضلع آن 2Ω است، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سوی $\vec{B}$ قرار دارد. اگر اندازه میدان مغناطیسی در SI طبق رابطه $B = 0.08t + 0.05$ بر حسب زمان تغییر کند، جریان الکتریکی القایی متوسط در قاب چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟



(۱) ، ساعتگرد

(۲) ، پادساعتگرد

(۳) ، ساعتگرد

(۴) ، پادساعتگرد

۶۸- جریان متناوبی با دوره تناوب ۲۰ میلی‌ثانیه که بیشینه مقدار آن برابر با ۱A است، از رسانایی با مقاومت الکتریکی 10Ω می‌گذرد. اگر در لحظه $t=0$ هیچ جریانی از رسانا عبور نکند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اختلاف پتانسیل دو سر رسانا برای اولین بار برابر با ۵V می‌شود؟

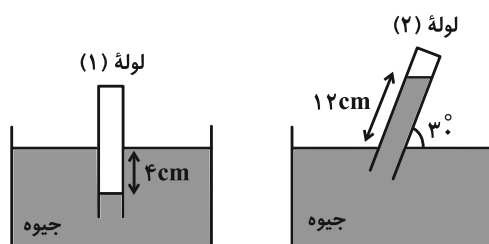
(۲) $\frac{1}{100}$

(۱) $\frac{1}{50}$

(۴) $\frac{1}{600}$

(۳) $\frac{1}{300}$

۶۹- در بارومترهای زیر، نسبت فشار مطلق گاز جمع شده در انتهای لوله ۱ به فشار مطلق گاز جمع شده در انتهای لوله ۲ چقدر است؟ (هر دو بارومتر در یک محیط هستند و $P_0 = 76 \text{ cmHg}$)



(۱) $\frac{8}{7}$

(۲) $\frac{7}{8}$

(۳) $\frac{11}{9}$

(۴) $\frac{9}{11}$

۷۰- جسمی با تندی ۲-۷ در مسیری در حرکت است. در مرحله اول حرکت، تندی جسم از حالت اولیه به ۷+۴ رسیده و انرژی جنبشی آن ۱۲۵J تغییر می‌کند. در مرحله دوم حرکت، تندی از ۷+۴ به ۲۷+۵ رسیده و انرژی جنبشی ۳۷۵J تغییر می‌کند. انرژی جنبشی این جسم هنگامی که با تندی ۴۷ حرکت می‌کند، چند کیلوژول است؟ (تندی‌ها در SI هستند.)

(۲) ۲۷۰۰

(۱) ۲/۷

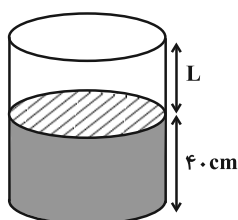
(۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

(۳) ۱/۳۵

۷۱- گلوله‌ای را از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۷/۵ متر با تندی v به سمت پایین پرتاب می‌کنیم و گلوله با تندی $20 \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. اگر همین گلوله را از سطح زمین با همان تندی اولیه به سمت بالا پرتاب کنیم، گلوله به بالای ساختمان می‌رسد. تندی گلوله هنگام رسیدن به بالای ساختمان چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در هر دو حالت ثابت و یکسان فرض شود).

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) $5\sqrt{2}$

۷۲- مطابق شکل زیر، مقداری مایع در یک ظرف استوانه‌ای شکل ریخته‌ایم. اگر دمای مجموعه را به اندازه $100/8^\circ F$ بالا ببریم، مایع شروع به سرریز شدن از ظرف می‌کند. L تقریباً چند سانتی‌متر است؟ ($\beta_{\text{مایع}} = 10^{-3} \frac{1}{K}$ ، $\beta_{\text{ظرف}} = 10^{-3} \frac{1}{K}$)



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- قطعه یخی با دمای $-20^\circ C$ را درون مقداری آب $20^\circ C$ می‌اندازیم. اگر اختلاف کمترین و بیشترین مقدار آب برای این که دمای تعادل صفر درجه سلسیوس شود، برابر با ۴۴۰۰ گرم باشد، جرم قطعه یخ چند گرم است؟

$$c_{\text{یخ}} = 2000 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \text{ و } L_F = 336 \frac{kJ}{kg} \text{ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.}$$

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۱۰۰

۷۴- در یک فرایند هم‌حجم، دمای مقداری معین از یک گاز آرمانی، از $27^\circ C$ به $77^\circ C$ می‌رسد. اگر طی این فرایند، ۴۰۰ ژول گرما به گاز داده باشیم، انرژی درونی گاز در پایان فرایند چند ژول خواهد شد؟

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۲۱۰۰ (۳) ۲۸۰۰ (۴) ۳۲۰۰

۷۵- یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۱۰۰۰ J گرما از منبع دمابالا می‌گیرد و ۷۲۰ ژول گرما به منبع دماپایین می‌دهد و بقیه آن تبدیل به کار می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، بازده این ماشین چند درصد است و اگر هر چرخه ۰/۷ ثانیه طول بکشد، توان خروجی این ماشین چند وات است؟

- (۱) ۴۰۰ ، ۰/۷۲ (۲) ۴۰ ، ۰/۲۸ (۳) ۴۰ ، ۷۲ (۴) ۴۰۰ ، ۲۸

شیمی

۷۶- کدام گزینه درست است؟ ($\text{Ca} = 40$, $N = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) در نمونه‌ای به جرم $\frac{3}{7}$ گرم از کلسیم نیتريد، $\frac{7}{525 \times 10^{21}}$ یون وجود دارد.
 (۲) اگر تفاوت شمار الكترون‌ها با شمار نوترون‌ها در یون پایدار $^{115}\text{X}^{3+}$ برابر ۲۰ باشد، تفاوت شمار دوره و گروه این عنصر برابر ۸ بوده و عناصر قبل و بعد از آن در دو دسته متفاوت جدول دوره‌ای عناصر قرار دارند.
 (۳) در انتقال الكترون از لایه $n+1$ به لایه n ، هر چه مقدار n بزرگ‌تر باشد، طول موج پرتوی آزاد شده کمتر می‌شود.
 (۴) عنصر واسطه Cu ۲۹ در دوره ۴ و گروه ۱۱ جدول دوره‌ای حضور داشته و مطابق اصل آفبا آرایش الكترونی آن به صورت $[\text{Ar}] 3d^{10} 4s^1$ می‌باشد.

۷۷- با توجه به آرایش الكترونی عناصر X ، Y ، Z و W ، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟



الف) اتم X با گرفتن ۲ الكترون به آرایش الكترونی گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسد.

ب) برخلاف عنصر Y ، عنصر Z به دسته s جدول تناوبی تعلق دارد.

پ) در بین ۴ عنصر داده شده، ۲ عنصر وجود دارد که در دسته آن‌ها ۳۶ عنصر وجود دارد.

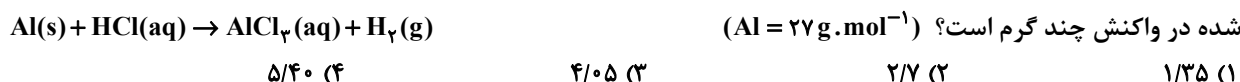
ت) در آرایش الكترونی Y^{3+} ، زیرلایه با $l=2$ دارای ۴ الكترون است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

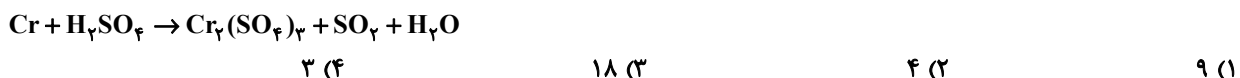
۷۸- نام‌گذاری چه تعداد از ترکیبات زیر نادرست است؟

- AlF_3 : آلومینیم تری فلوئورید
 - N_2O_4 : دی نیتروژن پنتا اکسید
 - $\text{Co}_3(\text{SO}_4)_2$: کبالت (II) سولفات
 - O_2F_2 : دی اکسیژن دی فلوئورید
 - H_2SO_4 : سولفوریک اسید
 - Cu_2S : مس (I) سولفید
- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۷۹- در واکنش موازنه نشده زیر، حجم گاز تولید شده در دمای 91°C و فشار ۲ atm برابر $\frac{1}{12}$ لیتر است. جرم آلومینیم مصرف شده در واکنش چند گرم است؟ ($\text{Al} = 27 \text{g.mol}^{-1}$)



۸۰- پس از موازنه معادله واکنش زیر، مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در این واکنش چند برابر ضریب گاز کربن مونوکسید در واکنش موازنه شده سوختن ناقص گاز متان است؟



۸۱- کدام گزینه نادرست است؟ ($\text{Na} = 23$, $\text{P} = 31$, $\text{S} = 32$, $\text{O} = 16$, $\text{Li} = 7 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) در شرایطی که حجم مولی گازها 20L.mol^{-1} است، چگالی گاز اوزون برابر $2/4 \text{g.L}^{-1}$ است.
 (۲) با در نظر گرفتن چگالی یکسان برای محلول ترکیب‌های یونی سدیم سولفات و سدیم فسفات می‌توان نتیجه گرفت درصد جرمی محلول $0/2$ مولار سدیم فسفات بیشتر از درصد جرمی محلول $0/2$ مولار سدیم سولفات است.
 (۳) با توجه به معادله انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید ($S = 0/3\theta + 27$)، در 68°C گرم از محلول سیر شده این نمک در دمای 30°C ، 180 گرم نمک وجود دارد.
 (۴) در محلولی از لیتیم سولفات، غلظت یون لیتیم برحسب ppm، دو برابر غلظت یون سولفات برحسب ppm است.

۸۲- انحلال پذیری CO_2 در آب در دمای 25°C و فشار 1 atm ، برابر 0.29 گرم است. اگر فشار CO_2 در یک بطری حاوی 2 L نوشیدنی گازدار در بسته تقریباً 3 atm باشد، پس از باز شدن درب بطری و گذشت زمان کافی در دمای 25°C تقریباً چند گرم

گاز CO_2 از بطری خارج می شود؟ (چگالی نوشیدنی: 1 g.mL^{-1})

- (۱) $11/6$ (۲) $23/2$ (۳) $5/8$ (۴) $2/9$

۸۳- درباره انحلال چند ترکیب داده شده در آب، رابطه زیر برقرار است؟ (انحلال مواد در دمای اتاق انجام می شود).

«میانگین قدرت پیوند یونی در ترکیب یونی و پیوند هیدروژنی در آب > نیروی جاذبه یون دوقطبی در محلول»

- | | | | |
|----------------|-----------------------|-----------------|----------------|
| • لیتیم سولفات | • کلسیم فسفات | • منیزیم سولفات | • منیزیم فسفات |
| • باریم سولفات | • آهن (III) هیدروکسید | • منیزیم کلرید | • نقره کلرید |
| (۱) ۶ | (۲) ۳ | (۳) ۵ | (۴) ۲ |

۸۴- اگر غلظت یون کربنات در 1000 گرم از محلول آمونیوم کربنات برابر 200 ppm باشد، تقریباً چند مول یون آمونیوم در این

محلول وجود دارد؟ ($\text{C}=12$, $\text{O}=16$, $\text{N}=14$, $\text{H}=1$: g.mol^{-1})

- (۱) 1×10^{-3} (۲) 6×10^{-3} (۳) 3×10^{-3} (۴) 2×10^{-3}

۸۵- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) به طور کلی هر چه شعاع اتمی یک فلز بزرگتر باشد، راحت تر الکترون به اشتراک می گذارد.

ب) هالیدهای هر دوره با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب دوره خود می رسند.

پ) واکنش برم با گاز هیدروژن در دمای اتاق آرام تر از واکنش کلر در همین شرایط است.

ت) کاهش شعاع اتمی در یک دوره به دلیل افزایش پروتون ها است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

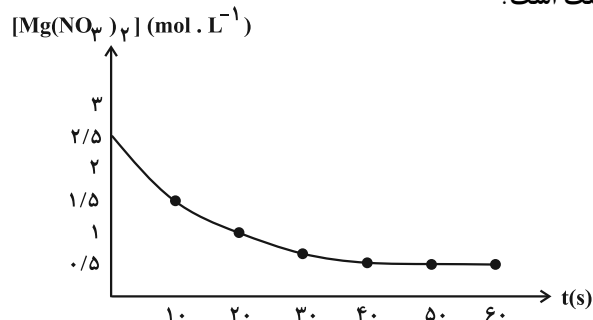
۸۶- از سوختن $4/2$ گرم از یک آلکان راست زنجیر، $6/3$ گرم بخار آب تولید شده است. اختلاف تعداد پیوندهای اشتراکی موجود در

ساختار این آلکان با تعداد ایزومرهای مختلف آن برابر چند است؟ ($\text{C}=12$, $\text{H}=1$, $\text{O}=16$: g.mol^{-1})

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۸۷- اگر نمودار زیر تغییرات غلظت منیزیم نیترات را در واکنش موازنه نشده $\text{Mg(NO}_3)_2(\text{aq}) + \text{K(s)} \rightarrow \text{KNO}_3(\text{aq}) + \text{Mg(s)}$ در

یک ظرف ۵/۰ لیتری بر حسب زمان نشان دهد، کدام عبارت درست است؟



(۱) پس از گذشت ۳۰ ثانیه از شروع واکنش، تمام فلز پتاسیم

مصرف شده است.

(۲) سرعت متوسط مصرف پتاسیم در طول واکنش برابر با ۰/۰۲۵

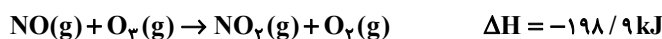
مول بر ثانیه است.

(۳) سرعت متوسط واکنش برابر با ۳ مول بر لیتر بر دقیقه است.

(۴) سرعت متوسط واکنش، ۲ برابر سرعت متوسط مصرف پتاسیم و

ترکیب دارای پتاسیم است.

۸۸- با توجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش $\text{NO(g)} + \text{O(g)} \rightarrow \text{NO}_2(\text{g})$ به تقریب چند کیلوژول است؟



(۱) -۳۰۴ (۲) ۱۵۲ (۳) ۵۵۰ (۴) -۲۲۸

۸۹- با در نظر گرفتن واکنش‌های (I) و (II) کدام گزینه نادرست است؟ ($H = 1, N = 14 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۱) در واکنش (I)، واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فراورده بوده و برای تعیین گرمای مبادله شده در این واکنش قطعاً از روش‌های غیرمستقیم استفاده شده است.

(۲) نسبت تعداد جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در فراورده واکنش (I) کمتر از همین نسبت در فراورده واکنش (II) است.

(۳) میزان گرمای مبادله شده به ازای مصرف ۱۴۰۰ گرم گاز نیتروژن در واکنش (I) را می‌توان از مصرف بیش از ۵۶۰ لیتر گاز N_2H_4 در واکنش (II) به دست آورد. (شرایط هر دو واکنش را استاندارد و یکسان در نظر بگیرید).

(۴) در واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$ ، به ازای تولید ۱۰۲۰ گرم گاز آمونیاک، مقدار $2 / 76 \times 10^6$ ژول انرژی آزاد می‌شود.

۹۰- از واکنش سوختن ۱۸/۴۸ گرم گاز اتیل استات ۴۱۸/۴ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود، درصد ناخالصی گاز اتیل استات کدام است؟

($C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

پیوند	O = O	O - H	C = O	C - C	C - H	C - O
آنتالپی پیوند $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	۴۹۵	۴۶۳	۷۹۹	۳۴۸	۴۱۵	۳۵۷

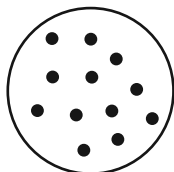
(۱) ۹۵/۲

(۲) ۹۲/۵

(۳) ۴/۸

(۴) ۷/۵

- ۹۱- شکل زیر ظرفی سر بسته به حجم ۳L را در لحظه شروع واکنش $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$ نشان می دهد. اگر بعد از گذشت ۴۵ ثانیه از شروع واکنش در دمای ثابت، فشار گازهای درون ظرف ۶۰٪ افزایش یابد، سرعت متوسط تولید گاز SO_3 در این مدت چند مول بر لیتر بر دقیقه است؟ (هر گوی را معادل ۰/۲ مول گاز در نظر بگیرید).



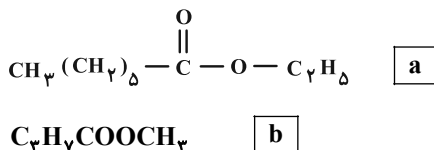
(۱) ۲/۵۶

(۲) ۰/۶۴

(۳) ۱/۲۸

(۴) ۰/۱۶

- ۹۲- با توجه به ساختارهای a و b کدام موارد نادرست هستند؟
 الف) نقطه جوش و انحلال پذیری اسید سازنده ترکیب a در آب بیشتر از انحلال پذیری اسید سازنده ترکیب b در آب است.
 ب) بوی سیب و توت فرنگی به ترتیب ناشی از ترکیبات a و b است.
 پ) از واکنش اسید سازنده ترکیب b با دی متیل آمین، با ساختار $(CH_3)_2NH$ آمیدی با فرمول مولکولی $C_6H_{14}NO$ به دست می آید.



ت) اسید سازنده استر b در واکنش با الکل سازنده استر a، ترکیبی به وجود می آورد که عامل بو و طعم آناناس است.

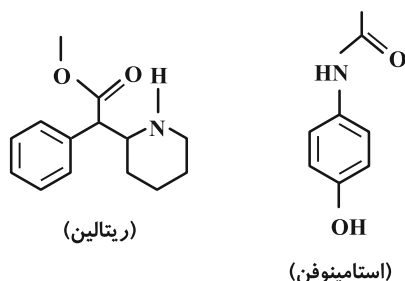
(۴) ب، پ

(۳) الف، ب، پ

(۲) الف، پ

(۱) ب، پ، ت

- ۹۳- با توجه به ساختار داروهای «ریتالین» و «استامینوفن» چه تعداد از موارد زیر در دو ساختار مشابه یکدیگر است؟



(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) ۶

- تعداد اتمهای هیدروژن مورد نیاز برای شکستن پیوندهای $(C=C)$ ساختارها
- تعداد جفت الکترونهای ناپیوندی
- تعداد اتمهایی که تنها به یک اتم هیدروژن متصلند
- جرم برم مورد نیاز برای سیر شدن ساختارها
- تعداد گروههای عاملی
- مجموع عدد اکسایش اتمهای N و O

- ۹۴- کدام عبارت درست است؟

(۱) کلسیم اکسید یک باز آرنیوس است و از حل شدن ۰/۵ مول از آن در آب، ۰/۵ مول یون هیدروکسید در آب تولید می شود.

(۲) حل شدن گاز HBr که از یونهای H^+ و Br^- تشکیل شده است، در آب باعث افزایش غلظت یون هیدرونیوم می شود.

(۳) محلول سدیم کلرید جزو محلولهای الکترولیت است و در غلظت یکسان رسانایی الکتریکی بیشتری از محلول هیدروفلوئوریک اسید دارد.

(۴) در صنعت کشاورزی برای کاهش میزان بازی بودن خاک به آن آهک می افزایند.

- ۹۵- واکنش موازنه شده زیر با $pH = 1/4$ آغاز می شود، در ۲ ثانیه اول سرعت تولید I_3^- برابر 2×10^{-3} مول بر لیتر بر ثانیه است،

pH محلول در پایان ۲ ثانیه چقدر تغییر می کند؟ ($\log 2 \approx 0/3$)



(۴) ۰/۰۰۸

(۳) ۰/۰۳۲

(۲) ۱/۵

(۱) ۰/۱

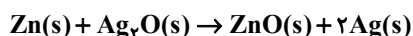
۹۶- ۳۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 2/7$ را با ۲۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 2/3$ مخلوط می کنیم pH محلول نهایی کدام است و اگر ۱۰ میلی لیتر از محلول نهایی را به مقدار کافی نقره نیترات اضافه کنیم، جرم رسوب تولید شده چند میلی گرم خواهد بود؟ (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید). ($\log 5 \approx 0/7$ و $\log 2 \approx 0/3$)

$$(N = 14, O = 16, Ag = 108, Cl = 35/5 : g.mol^{-1})$$

$$2/296 - 2/5 \quad (4) \quad 4/592 - 2/4 \quad (3) \quad 2/296 - 2/4 \quad (2) \quad 4/592 - 2/5 \quad (1)$$

۹۷- واکنش زیر مربوط به باتری دگمه ای روی - نقره است که در ساعت مورد استفاده قرار می گیرد، این باتری دارای ۰/۷۵ گرم روی است و می تواند تا مصرف ۸۰٪ آن کار کند. اگر در هر ثانیه 5×10^{15} الکترون میان آند و کاتد مبادله شود، حداقل تا چند روز می تواند

انرژی الکتریکی مورد نیاز ساعت را تأمین کند؟ ($Zn = 65 g.mol^{-1}$)



$$35 \quad (4) \quad 25 \quad (3) \quad 132 \quad (2) \quad 22 \quad (1)$$

۹۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر واکنش $A(s) + B^{2+}(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + B(s)$ در دمای اتاق انجام پذیر باشد فلزهای A و B به ترتیب می توانند Cu و Al باشند.

(۲) در سلول گالوانی Zn - Ag با گذشت زمان جرم تیغه روی کاهش می یابد.

(۳) نیم واکنش آندی برقکافت آب به صورت $2H_2O(l) \rightarrow 4H^+(aq) + 4e^- + O_2(g)$ می باشد.

(۴) در برقکافت سدیم کلرید مذاب به ازای داد و ستد $6/02 \times 10^{22}$ الکترون مقدار ۱/۱۲ لیتر گاز کلر در شرایط STP تولید می شود.

۹۹- همه عبارت های زیر درست اند به جز:

(۱) برای استخراج منیزیم از آب دریا از فرایندهای فیزیکی و شیمیایی استفاده می شود و چگالی منیزیم مذاب از منیزیم کلرید مذاب کمتر است.

(۲) گاز تولید شده در بخش کاتدی سلول برقکافت آب را می توان از واکنش پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب نیز تهیه کرد.

(۳) ۲۰ درصد اتم های کربن در نفتالن دارای عدد اکسایش صفر می باشند.

(۴) در فرایند تولید آلومینیم به روش هال جنس الکترودهای آند و کاتد همانند برقکافت NaCl مذاب از گرافیت می باشد.

۱۰۰- کدام مقایسه در مورد جامدهای کووالانسی نام برده شده در هر گزینه درست است؟

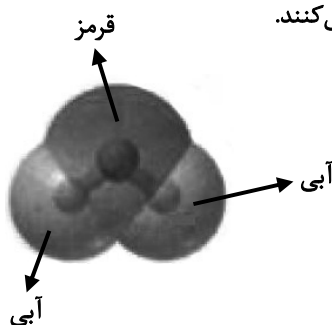
(۱) درجه سختی: $SiC > SiO_2$ (۲) اندازه آنتالپی سوختن: گرافیت < الماس

(۳) آنتالپی پیوند: $Si-C < Si-O$ (۴) چگالی: الماس > گرافیت

۱۰۱- چند مورد از عبارت های زیر درباره مواد مولکولی درست است؟

الف) تنها دسته ای از مواد هستند که در دمای اتاق به حالت گازی وجود دارند.

ب) اگر نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آنها مانند شکل زیر باشد، در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.



پ) در مولکول های دواتمی جوهرسته، توزیع الکترون ها بر روی اتم ها متقارن است.

ت) در مولکول هایی با جرم مولی مشابه، مولکول قطبی، نقطه جوش بالاتری دارد.

$$1 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

۱۰۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درباره یون سیلیکات درست است؟

الف) یکی از مهم‌ترین اجزای سازنده جامدهای کووالانسی است.

ب) اتم مرکزی آن مانند اتم مرکزی یون سولفات و فسفات جزو عناصر اکسیژن دوست است.

پ) در ترکیب با آمونیوم، نمکی پدید می‌آورد که در آن قدرمطلق مجموع اعداد اکسایش اتم‌های سازنده آنیون چهار برابر مجموع اعداد اکسایش اتم‌های سازنده کاتیون است.

ت) اتم مرکزی آن مانند اتم مرکزی یون‌های فسفات و سولفات فاقد خاصیت کاهندگی بوده و فقط می‌تواند در نقش اکسند ظاهر شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۳- واکنش فرضی گرماده $A(g) \rightleftharpoons B(g)$ در شرایط مناسب انجام می‌گیرد، انرژی فعال‌سازی واکنش رفت برابر با a و انرژی

فعال‌سازی واکنش برگشت b و معادله $b = 2a + 2$ بین آن‌ها برقرار است. با استفاده از کاتالیزگر ۲۵٪ انرژی فعال‌سازی را

کاهش می‌دهیم، با فرض این که مقدار عدد آنتالپی واکنش برابر $2a$ باشد. مجموع a و b کدام است؟

۴ (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) -۴ (۴)

۱۰۴- کدام موارد نادرست اند؟

الف) در تعادل گازی $H_2 + I_2 \rightleftharpoons 2HI$ با افزایش فشار، تعادل در جهت برگشت پیش می‌رود.

ب) در تعادل گازی $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$ با افزایش فشار، غلظت گاز N_2 زیاد می‌شود.

پ) در واکنش تعادلی $2SO_3 \rightleftharpoons 2SO_2 + O_2$ با افزایش دما مقدار K افزایش می‌یابد.

ت) کاتالیزگر در واکنش تعادلی در بازده درصدی واکنش تأثیری ندارد و فقط سرعت واکنش تعادلی را زیاد می‌کند.

۱) الف ۲) ب و پ ۳) الف، پ و ت ۴) ب، پ و ت

۱۰۵- همه عبارت‌های داده شده نادرست است به جز

۱) برای جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش فرایند هابر از تفاوت نقطه جوش N_2 با سایر مواد استفاده می‌شود.

۲) در فرایند هابر برای انجام شدن واکنش در دماهای بالاتر و با سرعت مناسب از کاتالیزگر استفاده می‌شود.

۳) به ازای تولید هر مول گاز آمونیاک در فرایند هابر ۶۷/۲ لیتر واکنش‌دهنده گازی در دمای صفر و فشار ۱ atm مصرف می‌شود.

۴) درصد پیشرفت فرایند هابر در دمای ۵۰۰ کلوین، کمتر از درصد پیشرفت آن در دمای ۲۰۰°C است.



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۵ خرداد ماه ۱۴۰۳

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-طاہر دادستانی-محمد رضا راسخ-جمشید عباسی-کامیار علییون محمد گودرزی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-مهدیار راشدی هومن عقیلی-نوید مجیدی-حمیدرضا ملکی-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
علیرضا جباری-محسن سلماسی-وند-محمد رضا سورچی-مهدی شریفی-ادریس محمدی-آراس محمدی-محمود منصوری حسام نادری-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
سعید تیزرو-امیر حاتمیان-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان زواره-امیرمحمد کنگرانی-رضا مسکن-شهرزاد معرفت ایزدی هادی مهدی زاده-میلاد میرحیدری	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	نوید مجیدی	نوید مجیدی	حسام نادری	امیرحسین مسلمی
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی	امیرمحمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	امیرمحمد کریمی نوید مجیدی مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی بهنام شاهنی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه برتر	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش مهبد خالئی	پارسا نوروزی منش مهبد خالئی	حسین بصیر تر کمبور	احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	ماهان زواری
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی محسن دستجردی حسین شاهسواری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-a$ برابر $p(a)$ است. داریم:

$$p(-2) = 2(-8) + 2a + 3 = -1 \Rightarrow a = 6$$

(مسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینه «۴»

(میشیر عباسی)

نقاط M ، N و P به ترتیب میانگین مختصات نقاط « A و « B »، « B و « C » و « A و « C » هستند. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{A+B}{2} \\ N &= \frac{B+C}{2} \\ P &= \frac{A+C}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = M + P - N$$

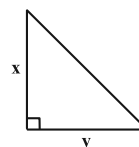
پس مختصات نقطه A به صورت $A(4, -2)$ است که فاصله آن از مبدأ

$$\text{مختصات برابر } \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(مسابان ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۲)

۳- گزینه «۱»

(سعید تن‌آرا)



مثلث بالا را در نظر می‌گیریم، ارتفاع وارد بر وتر از رابطه

$$h = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ به دست می‌آید. حال چون } y = 4 - x \text{ داریم:}$$

$$h(x) = \frac{x(4-x)}{\sqrt{x^2 + (4-x)^2}} = \frac{4x - x^2}{\sqrt{2x^2 - 8x + 16}} = \frac{4 - (x-2)^2}{\sqrt{2}\sqrt{(x-2)^2 + 4}}$$

در جواب معادله $h'(x) = 0$ ، مقدار h بیشترین مقدار خود را دارد:

$$h'(x) = \frac{-(x-2)((x-2)^2 + 12)}{\sqrt{2}\sqrt{((x-2)^2 + 4)^3}} \xrightarrow{h'(x)=0} x=2$$

البته این قابل حدس نیز بود. زمانی شرط مسئله برقرار می‌شود که مثلث

متساوی‌الساقین باشد. در این شرایط وتر $2\sqrt{2}$ و ارتفاع وارد بر آن $\sqrt{2}$ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۴- گزینه «۲»

(مسعود پرملا)

$x=1$ طول نقطه عطف نمودار تابع است که خط مماس در آن افقی است.

$$f'(x) = 3ax^2 - 6x + b; f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + b = 6 \quad (1)$$

$$f''(x) = 6ax - 6; f''(1) = 0 \Rightarrow a = 1 \xrightarrow{(1)} b = 3 \Rightarrow ab = 3$$

نکته: در تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ اگر خط مماس بر نمودار در

نقطه عطف افقی باشد، تساوی $b^2 = 3ac$ برقرار است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۵- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

جملات دنباله a_n به صورت زیر است:

۰، ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ...

اعداد دورقمی این دنباله عبارت‌اند از:

۱۲، ۱۵، ۱۸، ...

حال دنباله هندسی با بیشترین تعداد جمله ممکن با این اعداد، طوری ساخته

می‌شود که جمله اول آن ۱۲ و قدرنسبت آن ۲ باشد:

$g_n: 12, 24, 48, 96$

که مجموع جملات آن برابر است با ۱۸۰.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

در حالت‌های زیر مجموعه جواب‌های نامعادله $\mathbb{R}$ است:

الف) $x^3 + ax^2 + b$ مکعب $x+1$ باشد که امکان‌پذیر نیست.

این معادله دو جواب حقیقی دارد که مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-3)^2 - 2(-15) = 39$$

(مسئله ۱- پیپر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

(ممد رضا راسخ)

۸- گزینه «۳»

اگر $m > 0$ باشد، برد تابع نمی‌تواند بازه محدود $[-1, -\frac{m}{4}]$ باشد، پس

$m < 0$ است و در این شرایط تابع f اکیداً نزولی است؛ زیرا از مجموع دو

تابع اکیداً نزولی تشکیل شده‌است و دامنه تابع نیز بازه $[-\frac{1}{m}, 0]$ است.

$$f(0) = 1$$

$$f(-\frac{1}{m}) = -2\sqrt{-\frac{1}{m}}$$

پس برد تابع بازه $[-2\sqrt{-\frac{1}{m}}, 1]$ خواهد شد و داریم:

$$-\frac{m}{4} = 1 \Rightarrow m = -4 \Rightarrow f(x) = \sqrt{1-4x} - 2\sqrt{x}$$

اگر $f^{-1}(0)$ را a در نظر بگیریم، داریم:

$$f(a) = \sqrt{1-4a} - 2\sqrt{a} = 0 \Rightarrow 1-4a = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(ممد کورری)

۹- گزینه «۳»

ابتدا ضابطه تابع fog را به دست می‌آوریم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{4} \left(2g(x) - \left| \frac{g(x)}{2} \right| \right)$$

$$= \frac{1}{4} (2[2x] + 12x - ([2x] + 2x)) \Rightarrow (fog)(x) = [2x] + 3x$$

حال برای محاسبه مقدار $(fog)^{-1}(\sqrt{70})$ باید معادله $(fog)(x) = \sqrt{70}$

$$\Rightarrow [2x] + 3x = \sqrt{70} \quad (*)$$

را حل کنیم:

ب) $x^3 + ax^2 + b$ حاصل ضرب $(x+1)(x-x_0)^2$ باشد.

$$\Rightarrow x^3 + ax^2 + b = (x+1)(x^2 - 2x_0x + x_0^2)$$

$$= x^3 + (1-2x_0)x^2 + (x_0^2 - 2x_0)x + x_0^2$$

با متحد قراردادن دو عبارت داریم:

$$x_0^2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \text{ یا } 2$$

$$\xrightarrow{x_0=0} a=1, b=0 \Rightarrow ab=0$$

$$\xrightarrow{x_0=2} a=-3, b=4 \Rightarrow ab=-12$$

ب) $x^3 + ax^2 + b$ به صورت حاصل ضرب $x+1$ در یک عبارت درجه

دوم باشد که Δ ی عبارت درجه دوم منفی باشد:

$$\xrightarrow{b=1-a} \Rightarrow x^3 + ax^2 + b = (x+1)(x^2 + (a-1)x + 1-a)$$

دقت کنید که $x = -1$ ریشه $x^3 + ax^2 + b$ است، پس $-1+a+b=0$ است.

$$\Rightarrow \Delta = (a-1)^2 - 4(1-a) = (a-1)(a+3) < 0 \Rightarrow -3 < a < 1$$

حاصل ضرب a و b در این شرایط $a(1-a)$ است:

$$ab = a(1-a) = a - a^2 = \frac{1}{4} - (a - \frac{1}{4})^2$$

$$\xrightarrow{-3 < a < 1} -12 < a - a^2 \leq \frac{1}{4}$$

در نهایت حدود ab بازه $[-12, \frac{1}{4}]$ خواهد شد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

(جوابش نیکنام)

۷- گزینه «۳»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}) + (\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x^2 + 3x} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x = 15 \Rightarrow x^2 + 3x - 15 = 0$$

$$\Rightarrow f(-\frac{3}{2}k) = f(-3) = 1$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و گسسته؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(عادل حسینی)

۱۱- گزینه «۴»

اگر جرم اولیه گاز را M_0 در نظر بگیریم، جرم باقی‌مانده گاز پس از

گذشت n روز از رابطه $M_n = M_0 \cdot (\frac{1}{93})^n$ به دست می‌آید، حال باید

$$n \text{ را طوری پیدا کنیم که } \frac{M_n}{M_0} = \frac{1}{3} \text{ باشد؛}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = (\frac{1}{93})^n \xrightarrow{\log} \log \frac{1}{3} = \log(\frac{1}{93})^n$$

$$\Rightarrow -\log 3 = n(\log 93 - \log 100)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3}{2 - (\log 3 + \log 31)} = \frac{0.48}{2 - 1.48} = \frac{0.48}{0.52} = 0.92$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و گسسته؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(ظاهر درستانی)

۱۲- گزینه «۴»

عبارت‌های داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin(x - \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}) + \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1$$

$$\Rightarrow 2 \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = 1 \Rightarrow \cos(x - \frac{3\pi}{8}) = \frac{1}{2}$$

حال داریم:

$$\cos(x + \frac{5\pi}{8}) = \cos(x - \frac{3\pi}{8} + \pi) = -\cos(x - \frac{3\pi}{8}) = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(محمدرضا راسخ)

۱۳- گزینه «۲»

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\tan x + \cot x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{\sin x \cos x}$$

حال از طرفین تساوی بالا جزء صحیح می‌گیریم، داریم: $[2x] + [3x] = 8$

از طرفی برای عبارت $[2x] + [3x]$ می‌توانیم تساوی‌های زیر را بنویسیم:

$$[2x] + [3x] = \begin{cases} 5n & ; n \leq x < n + \frac{1}{3} \\ 5n+1 & ; n + \frac{1}{3} \leq x < n + \frac{2}{3} \\ 5n+2 & ; n + \frac{2}{3} \leq x < n + 1 \\ 5n+3 & ; n + 1 \leq x < n + 1 \end{cases} ; n \in \mathbb{Z}$$

به ازای $n=1$ تساوی $[2x] + [3x] = 8$ حاصل می‌شود، پس عدد x را

به صورت $x = 1 + p$ در نظر می‌گیریم که در آن p بخش اعشاری عدد

است و در بازه $(\frac{2}{3}, 1)$ قرار دارد.

$$\xrightarrow{(*)} x = \frac{\sqrt{70} - [2x]}{3} = \frac{\sqrt{70} - 3}{3}$$

پس $\alpha = \frac{\sqrt{70} - 3}{3}$ است و مقدار $f(\alpha)$ برابر است با:

$$f(\alpha) = \frac{1}{4} (\sqrt{70} - 3 - [\frac{\sqrt{70} - 3}{6}]) = \frac{\sqrt{70} - 3}{4} = \frac{3\alpha}{4}$$

(مسئله ۱- تابع؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲ و ۶۶ تا ۶۹)

۱۰- گزینه «۴»

(کامیار علیپور)

دامنه تابع $\mathbb{R} - [-1, k]$ است که یعنی $x = -1$ و $x = k$ ریشه‌های

عبارت $x^2 - ax + b$ هستند.

$$\xrightarrow{x=-1} 1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -1 \quad (1)$$

از طرفی $f(4) = 1$ است و داریم:

$$f(4) = \log(16 - 4a + b) = 1 \Rightarrow 16 - 4a + b = 10$$

$$\Rightarrow 4a - b = 6 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید: $a = 1$ و $b = -2$.

$$\Rightarrow f(x) = \log(x^2 - x - 2)$$

$$m^2x^2 - 6mx + 2m + n = m^2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2$$

$$= m^2x^2 - \frac{3}{2}m^2x + \frac{9m^2}{16}$$

از تساوی نظیر به نظیر ضرایب داریم:

$$6m = \frac{3}{2}m^2 \xrightarrow{m \neq 0} m = 4$$

$$2m + n = \frac{9m^2}{16} \xrightarrow{m=4} 8 + n = 9 \Rightarrow n = 1 \Rightarrow m + n = 5$$

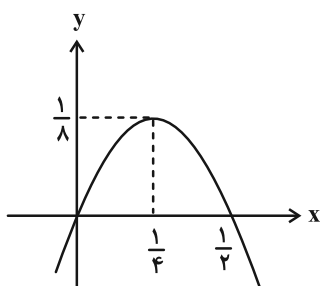
دقت کنید که اگر $m = 0$ باشد، عبارت مخرج، مقدار ثابت می‌شود و در آن صورت حاصل حد نیز مقداری ثابت شده و نمی‌تواند بی‌نهایت شود.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

(عادل حسینی)

۱۶- گزینه «۳»

نمودار تابع g در شکل زیر رسم شده است:



$g(1) = -1$ است و تابع g در $x = 1$ نزولی است. حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2mx - [-x]x^2}{2[x]x - m}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2mx}{-2x - m} = \frac{-2m}{2 - m}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2mx - [-x]x^2}{2[x]x - m}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2mx - x^2}{-2x - m} = \frac{-2m - 1}{4 - m}$$

حدهای چپ و راست باید برابر باشند:

$$\Rightarrow \frac{-2m}{2 - m} = \frac{-2m - 1}{4 - m} \Rightarrow 2m^2 - 8m = 2m^2 - 3m - 2 \Rightarrow m = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{\sin 2x}$$

حال اگر طرفین تساوی را به توان ۲ برسانیم، داریم:

$$1 + \sin 2x = \frac{2}{\sin^2 2x} \Rightarrow \sin^2 2x + \sin^2 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin^2 2x - 1)(\sin^2 2x + 2\sin^2 2x + 2) = 0 \Rightarrow \sin^2 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

فقط باید حواسمان باشد که علامت $\sin 2x$ و $\sin x + \cos x$ یکسان

باشد که فقط در $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ رخ می‌دهد. بنابراین معادله در بازه

$[0, 2\pi]$ فقط ۱ جواب دارد.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(شاهین پروازی)

۱۴- گزینه «۱»

روش اول:

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt[3]{x-1} - 2}{x^2 - 4} \times \frac{x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4}{x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-1) - 8}{(x^2 - 4)(x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x+2)(x^2\sqrt[3]{(x-1)^2} + 2x\sqrt[3]{x-1} + 4)}$$

$$= \frac{20}{4 \times 12} = \frac{5}{12}$$

روش دوم: از قضیه هوییتال کمک می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt[3]{x-1} - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} + \frac{x}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}}{2x}$$

$$= \frac{1 + \frac{2}{3}}{4} = \frac{5}{12}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(محمدرضا راسخ)

۱۵- گزینه «۲»

با توجه به حد داده شده متوجه می‌شویم که $x = \frac{3}{4}$ ریشه مضاعف مخرج

است، در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_-(1) = 2 + a\pi \\ f'_+(1) = \frac{a}{2} + b \end{cases} \xrightarrow{\text{برابر}} 2 + a\pi = \frac{a}{2} + b$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} - \pi\right)a + b = 2 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$a = -\frac{2}{2\pi + 1}, \quad b = \frac{2\pi + 3}{2\pi + 1}$$

در این شرایط شیب خط مماس برابر است با:

$$f'(1) = 2 + a\pi = \frac{a}{2} + b = \frac{2\pi + 2}{2\pi + 1}$$

این خط مماس از نقطه (۱, ۱) می‌گذرد، پس معادله آن به صورت زیر است:

$$y = \frac{2\pi + 2}{2\pi + 1}x - \frac{1}{2\pi + 1}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹ و ۹۴ تا ۹۶)

(پویش نیکنام)

۱۸- گزینه «۲»

ابتدا طول نقاط اکسترم را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = k(\sqrt{1-x^2} + 1) + kx\left(\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\right) = k \frac{1-2x^2 + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0} 2x^2 - 1 = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 4x^4 - 4x^2 + 1 = 1 - x^2$$

$$\Rightarrow 4x^4 - 3x^2 = x^2(4x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{یا} \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$x = 0$ طول اکسترم نسبی نیست؛ زیرا مشتق همسانی آن تغییر علامت

نمی‌دهد. پس $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ طول نقاط اکسترم نسبی تابع هستند و مقادیر

$$f\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = k\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right) \quad \text{تابع در این نقاط برابر است با:}$$

پس برای این که عرض این نقاط نیز $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ شود، باید $k = \frac{2}{3}$ باشد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\frac{4}{5}x - [-x]x^2}{2[x]x - \frac{2}{5}}$$

حال حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1^-} [(g \circ f)(x)]$ را حساب می‌کنیم. در یک همسانی

چپ $x = 1$ ضابطه تابع f به صورت $f(x) = -\frac{5}{2}x^2 - 2x$ است که

در $x = 1$ نزولی است، پس این تابع با مقادیر بیشتر از $-\frac{9}{2}$ به آن نزدیک

می‌شود و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [g(f(x))] = \lim_{x \rightarrow (-\frac{9}{2})^+} [g(x)]$$

تابع $g(x)$ در $x = -\frac{9}{2}$ صعودی است، بنابراین وقتی $x \rightarrow (-\frac{9}{2})^+$

تابع از مقادیر بیشتر از -45 به آن نزدیک می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{9}{2})^+} [g(x)] = [(-45)^+] = -45$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۰)

۱۷- گزینه «۳» (عادل حسینی)

تابع در $x = 1$ مشتق دارد، پس در ابتدا در این نقطه باید پیوسته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - a \sin \pi x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a\sqrt{x \cos^2 \pi x} + bx) = a + b$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a + b = 1 \quad (1)$$

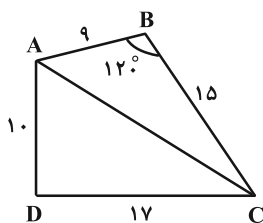
و در ضمن مشتق‌های چپ و راست باید با هم برابر باشند:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - a\pi \cos \pi x & ; x < 1 \\ \frac{a(\cos^2 \pi x - \pi x \sin 2\pi x)}{2\sqrt{x \cos^2 \pi x}} + b & ; x \geq 1 \end{cases}$$

(عمیدرضا ملکی)

۲۴- گزینه «۳»

قطر AC را رسم می کنیم. بنابر قضیه کسینوس ها داریم:



$$AC^2 = 9^2 + 15^2 - 2 \times 9 \times 15 \times \cos 120^\circ$$

$$= 81 + 225 - 2 \times 9 \times 15 \times (-\frac{1}{2}) = 441 \Rightarrow AC = 21$$

حال مساحت مثلث ACD را با دستور هرون محاسبه می کنیم.

$$2P = 10 + 17 + 21 = 48 \Rightarrow P = 24$$

$$S = \sqrt{24 \times 14 \times 7 \times 3} = 84$$

از طرفی داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 9 \times 15 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 135 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین مساحت چهارضلعی برابر است با:

$$S = 84 + 135 \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 84 \\ b = 135 \end{cases} \Rightarrow a + b = 219$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه های ۶۶ تا ۷۶)

(هومن عقیلی)

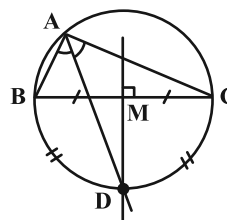
۲۵- گزینه «۱»

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & c & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 2 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 12 - 10 + 2c - (20c + 2 - 6) = -48$$

$$\Rightarrow 2 + 2c - 20c + 4 = -48 \Rightarrow -18c = -54 \Rightarrow c = 3$$

$$a = 5, b = 4 \Rightarrow a + b + c = 12$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)



(هنر سه ۲- دایره: صفحه ۲۹)

۲۳- گزینه «۲»

(نوبر مبیری)

با دوران گفته شده، A' بر A منطبق می شود (مرکز دوران، نقطه ثابت

است) و با انتقال گفته شده نسبت به بردار $\vec{V} = \frac{1}{3} \vec{AC}$ ، نقطه A به

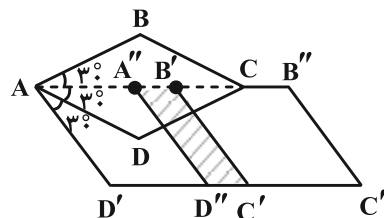
A'' که همان نقطه برخورد قطرهای لوزی است (در لوزی، قطر ها

عمود منصف یکدیگرند)، تصویر می شود. پس اگر اندازه ضلع لوزی را a

بگیریم، آن گاه $AC = a\sqrt{3}$ و در نتیجه $AA'' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ که نتیجه

می دهد $A''B' = (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})a$. حال کافی است مساحت ناحیه میان

چهارضلعی های تصویر شده یعنی متوازی الاضلاع هاشور خورده را بیابیم، داریم:



$$S_{A''B'C'D''} = A''D'' \times A''B' \times \sin \hat{A''}$$

$$= a \times (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})a \times \sin 60^\circ$$

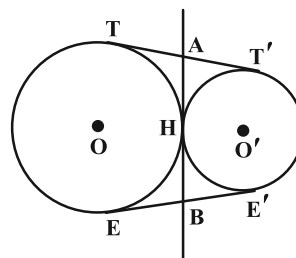
$$\Rightarrow \frac{S_{A''B'C'D''}}{S_{ABCD}} = \frac{a^2 (1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{a^2 \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هنر سی و کاربرد ها: صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

۲۶- گزینه «۱»

(اسحاق اسفندیار)

مرکز و شعاع دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O', r')$ را به دست می آوریم:



$$O(1, 2), r = 3$$

$$O'(-2, -2), r' = 2$$

$$OO' = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

دو دایره مماس خارج اند. $OO' = r + r' \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} AT = AH, AH = AT' &\Rightarrow AH = \frac{1}{2} TT' \\ BH = BE, BH = BE' &\Rightarrow BH = \frac{1}{2} EE' \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow AH + BH = \frac{1}{2} (TT' + EE')$$

$$AB = \frac{1}{2} (2TT') = TT' = \sqrt{5^2 - (3-2)^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۶)

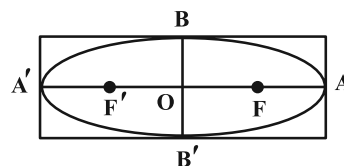
۲۷- گزینه «۴»

(افشین فاضله ثارن)

$$\begin{cases} 2c = a + b \\ c^2 = a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c = a + b \\ \frac{c}{2} = a - b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{4}c \\ b = \frac{3}{4}c \end{cases} \Rightarrow (2a)(2b) = 9/6 \Rightarrow \frac{15}{4}c^2 = 9/6$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{4 \times 9/6}{15} = 2/5 \Rightarrow c = 1/5 \Rightarrow 2c = 2/5$$

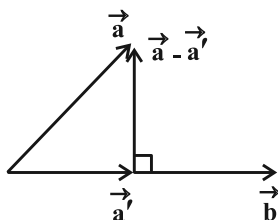


(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۳۷ و ۳۸)

۲۸- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

با توجه به شکل زیر، بردارهای $\vec{a} - \vec{a}'$ و $\vec{a}'$ بر یکدیگر عمودند:



$$(\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{a}' = 0$$

مطابق شکل داریم:

گزینه ها را بررسی می کنیم:

$$(1, 0, 2) \cdot (0, 0, -1) = -2$$

(۱) نادرست

$$(-1, -1, 1) \cdot (2, 1, 0) = -3$$

(۲) نادرست

$$(1, -1, 3) \cdot (0, 1, -2) = -7$$

(۳) نادرست

$$(0, 0, 1) \cdot (1, 0, 0) = 0$$

(۴) درست

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۲۹- گزینه «۲»

(سیرمهرضا حسینی فرد)

$$\cos 60^\circ = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1+m}{\sqrt{6} \sqrt{m^2+2}}$$

$$\Rightarrow 4(1+m)^2 = 6(m^2+2) \Rightarrow 3(m^2+2) - 2(1+m^2+2m) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{a} = (2, 1, -1) \\ \vec{b} = (1, 2, 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (3, -3, 3)$$

$$\text{حجم متوازی السطوح} = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 27$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه های ۷۷ تا ۸۴)

۳۰- گزینه «۴»

(نویز میبری)

می‌دانیم که ارزش گزاره شرطی $r \Rightarrow s$ تنها در صورتی نادرست است که r (مقدم) درست و s (تالی) نادرست باشد. گزاره $(p \wedge \sim p)$ همواره نادرست است، پس گزاره صورت سؤال تنها در صورتی درست است که $\sim p \Rightarrow q$ نادرست باشد. در این صورت $\sim p$ درست و q نادرست است، یعنی هر دو گزاره p و q نادرست هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۳۱- گزینه «۱»

(کیوان دارایی)

$$\begin{aligned} |A| = n &\Rightarrow |A'| = |U| - |A| = 10 - n \\ |A \times A'| = 21 &\Rightarrow |A| \times |A'| = 21 \Rightarrow n(10 - n) = 21 \\ &\Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

با توجه به اعضای مجموعه A ، این مجموعه نمی‌تواند ۷ عضوی باشد؛ بنابراین ۳ عضوی است. پس باید دو عضو آن با هم برابر باشند تا مجموعه A ، یک مجموعه ۳ عضوی شود. ۵ حالت مختلف وجود دارد که همه را بررسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} 1) \quad 2x - 1 = 1 &\Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x + 1 = 2 \Rightarrow A = \{1, 2, 3\} \\ 2) \quad 2x - 1 = 3 &\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow A = \{1, 3\} \end{aligned}$$

این مجموعه دو عضوی است، یعنی جواب مسئله نیست.

$$3) \quad x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 2x - 1 = -1 \Rightarrow A = \{1, -1, 3\}$$

این مجموعه قابل قبول نیست چون زیر مجموعه U نیست.

$$4) \quad x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 3$$

قابل قبول نیست $A = \{1, 3\}$

$$5) \quad x + 1 = 2x - 1 \Rightarrow x = 2$$

قابل قبول نیست $A = \{1, 3\}$

پس تنها یک جواب برای x وجود دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۲- گزینه «۴»

(نویز میبری)

به کمک اصول احتمال و تعریف احتمال شرطی، خواهیم داشت:

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P[(A \cup B)']}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(B')}$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری داده‌ها}} 0/25 = \frac{1 - 0/82}{P(B')}$$

$$\Rightarrow \frac{P(B')}{4} = \frac{18}{100} \Rightarrow P(B') = \frac{18}{25}$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25} = 0/28$$

اما چون A و B ناسازگارند، پس $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ و از این‌رو داریم:

$$0/82 = P(A) + 0/28 \Rightarrow P(A) = 0/54$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۵، ۴۶، ۵۲ تا ۵۴)

۳۳- گزینه «۲»

(مهریار راشدی)

تعداد توابعی که از مجموعه سه عضوی A به مجموعه ۴ عضوی B تعریف

$$\overset{a}{\boxed{4}} \times \overset{b}{\boxed{4}} \times \overset{c}{\boxed{4}} = 64 \quad \text{می‌شود برابر است با:}$$

تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه A به مجموعه B برابر است با:

$$P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$$

بنابراین احتمال این که تابع انتخاب شده، یک‌به‌یک باشد، برابر است با:

$$\frac{24}{64} = \frac{3}{8}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

(ریاضی ۱ - آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۵۲)

۳۴- گزینه «۱»

(نیلوفر مهری)

نکته: داده‌ای که بیشترین فراوانی (یا فراوانی نسبی) را داشته باشد مد نامیده می‌شود.

با توجه به نکته فوق مد داده‌ها برابر ۳ است.

می‌دانیم فراوانی نسبی هر داده برابر نسبت فراوانی آن داده به تعداد کل داده‌ها است، پس داریم:

$$۵ = ۵ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۳$$

$$۲ = ۲ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۴$$

$$۱ = ۱ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۵$$

$$۲ = ۲ \times ۱۰ / ۰ : \text{فراوانی داده } ۸$$

تعداد داده‌ها زوج و برابر ۱۰ است، پس میانه برابر با میانگین داده‌های مرتب شده پنجم و ششم است. داده پنجم عدد ۳ و داده ششم عدد ۴ است. در نتیجه:

$$\text{میانه} = \frac{۳+۴}{۲} = ۳/۵ \Rightarrow \text{حاصل ضرب میانه و مد} = ۳ \times ۳/۵ = ۱۰/۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۳۵- گزینه «۱»

(غریزاد جوادری)

می‌دانیم مربع هر عدد فرد، فرد و مربع هر عدد زوج، زوج می‌شود. چون مجموع دو مربع کامل، عدد فرد ۵۱۹ شده است، نتیجه می‌گیریم از بین x^2 و y^2 یکی فرد و دیگری زوج بوده است، یعنی بین x و y یکی فرد و دیگری زوج بوده است. (مثلاً فرض کنید x فرد و y زوج بوده باشد).

$$\begin{cases} x = 2k+1 \Rightarrow x^2 = 4k^2+4k+1 \\ y = 2k' \Rightarrow y^2 = 4k'^2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 519 \Rightarrow (4k^2+4k+1) + (4k'^2) = 519 \Rightarrow 4k^2+4k'+1 = 518$$

$$4(\underbrace{2k+1}_{q'}) = 518 \Rightarrow 4q'' = 518 \Rightarrow q'' = \frac{518}{4} \notin \mathbb{Z}$$

پس هیچ نقطه‌ای با طول و عرض صحیح روی این منحنی واقع نیست.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۷)

۳۶- گزینه «۳»

(نوبر میبیری)

بنابر داده‌های سؤال و نمایش اعداد در مبنای ۱۰، می‌توانیم بنویسیم:

$$\overline{(2ab)ab} = 1809k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \overline{(2ab)ab} = 2(\overline{ab}) \times 100 + (\overline{ab})$$

$$= 201(\overline{ab}) = 1809k \quad (*)$$

اما از آن‌جا که $1809 = 9 \times 201$ ، پس از رابطه (*) نتیجه می‌گیریم که

$\overline{ab}$ باید مضربی از ۹ باشد؛ یعنی $\overline{ab} = 9m$ که $m \in \mathbb{Z}$ ؛ از این‌رو

حالت‌های ممکن برای رقم‌های a و b عبارتند از:

$$\left\{ \begin{matrix} a=9 \\ b=0 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} a=8 \\ b=1 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} a=7 \\ b=2 \end{matrix} \right\}, \dots, \left\{ \begin{matrix} a=1 \\ b=8 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} a=9 \\ b=9 \end{matrix} \right\}$$

در نتیجه ۱۰ دسته جواب برای a و b ، یا به عبارتی ۱۰ عدد دو رقمی

$\overline{ab}$ وجود دارد. توجه کنید که حالت $b=9$ و $a=0$ پذیرفتنی نیست؛

زیرا در این صورت $\overline{ab}$ دو رقمی نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۷- گزینه «۲»

(نوبر میبیری)

گراف ساده و همبند G از مرتبه ۷ با درجه‌های رئوس مورد نظر را به ۴

حالت زیر می‌توانیم رسم کنیم (گراف‌های G_1 تا G_4) که همان‌گونه که

روشن است در گراف G_4 ، کمترین تعداد دور پدید می‌آید. این دورها

عبارتند از دنباله‌های $abga$ و $befb$ که هر دو با طول ۳ هستند.

از طرفی بزرگ ترین مجموعه احاطه گر مینیمال گراف P_{15} ، شامل ۸ رأس مشخص شده در شکل فوق، یعنی مجموعه $\{a, c, e, g, i, k, m, o\}$ است. اشتراک این دو مجموعه، به صورت $\{e, k\}$ یعنی شامل دو عضو است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴)

۳۹- گزینه «۴» (نیلوفر مهروری)

یک مربع لاتین چرخشی مورد نظر از مرتبه n به صورت زیر است:

۱	۲	۳	...	...	...	$n-1$	n
n	۱	۲	۳	...	...	$n-2$	$n-1$
$n-1$	n	۱	۲	۳	...	$n-3$	$n-2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
۳	۴	۵	...	...	...	۱	۲
۲	۳	۴	...	...	...	n	۱

درایه آخر سطر دوم برابر $n-1$ و درایه آخر سطر سوم برابر $n-2$ است.

$$(n-1) + (n-2) = 9 \Rightarrow 2n-3=9 \Rightarrow 2n=12 \Rightarrow n=6$$

مجموع درایه های یک سطر از مربع لاتین 6×6 برابر است با:

$$1+2+\dots+6 = \frac{6 \times 7}{2} = 21$$

در مربع لاتین 6×6 ، شش سطر وجود دارد پس مجموع کل درایه ها برابر

$$21 \times 6 = 126 \quad \text{است با:}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه ۶۳)

۴۰- گزینه «۲» (مهرادر ملونری)

اگر m جلسه ریاضی را پشت گذاشته باشیم، معلم از $4m$ دانش آموز سؤال کرده است. طبق تعمیم اصل لانه کبوتری داریم:

$$k+1=6 \Rightarrow k=5$$

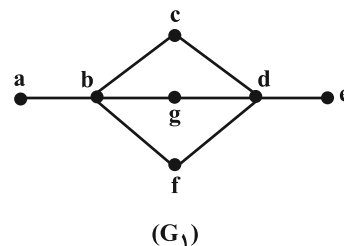
با توجه به فرض $n=29$ است؛ لذا اگر تعداد دانش آموزانی که معلم از آنها سؤال کرده است، حداقل $29 \times 5 + 1 = 146$ تا باشد، آن گاه حکم مورد نظر محقق می شود، پس:

$$4m \geq 146 \Rightarrow m \geq \frac{146}{4} = 36.5 \Rightarrow \min(m) = 37$$

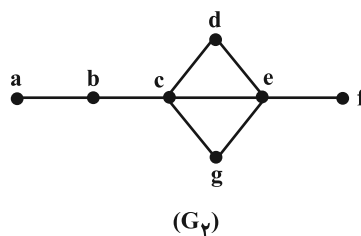
(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

توجه: دقت کنید که یک دور به طول ۴ (برخلاف شبه پروانه

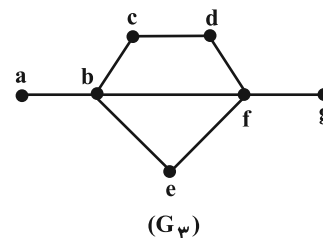
) نیست و نباید به اشتباه آن را دور با طول ۴ به حساب آورید.



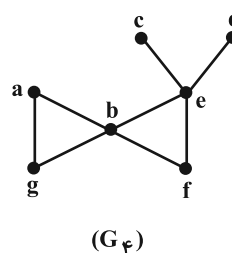
(G_1)



(G_2)



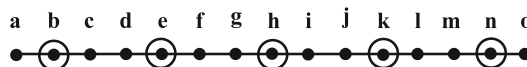
(G_3)



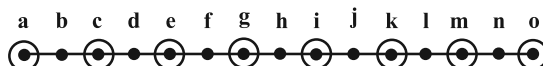
(G_4)

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۳۵ تا ۳۹)

۳۸- گزینه «۳» (امیرمسین ابومنبوب)



در گراف P_{15} ، مجموعه احاطه گر مینیمم، یکتاست و مطابق شکل فوق به صورت $\{b, e, h, k, n\}$ است.



فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(مسام نادری)

ابتدا آهنگ افزایش مساحت را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{10^4 \text{ (یارد)}^2}{10 \text{ s}} = 10^3 \frac{\text{یارد)}^2}{\text{s}}$$

حال به کمک تبدیل زنجیره‌ای عدد به دست آمده را برحسب یکای مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$10^3 \frac{\text{یارد)}^2}{\text{s}} = ? \frac{\text{کیلواینچ)}^2}{\text{h}} \Rightarrow 10^3 \frac{\text{یارد)}^2}{\text{s}} \times \left(\frac{3 \text{ فوت}}{1 \text{ یارد}}\right)^2$$

$$\times \left(\frac{12 \text{ اینچ}}{1 \text{ فوت}}\right)^2 \times \left(\frac{1 \text{ کیلواینچ}}{10^3 \text{ اینچ}}\right)^2 \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 4668 / 6 \frac{\text{کیلواینچ)}^2}{\text{h}}$$

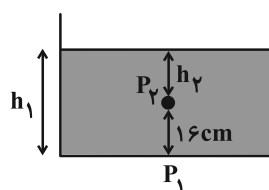
توجه: برای محاسبه تبدیل یکاهای توان‌دار مثل km^2 به m^2 می‌توان ابتدا ضریب تبدیل بین یکاهای بدون توان را نوشت و بعد کل عبارت را به توان مورد نظر رساند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۲- گزینه «۳»

(محمود منشوری)

در ابتدا ارتفاع کل مایع را محاسبه می‌کنیم:



$$V = Ah \Rightarrow h_1 = \frac{V}{A} \Rightarrow h_1 = \frac{2000}{50} = 40 \text{ cm}$$

دقت کنید که برای تعیین فشار ناشی از مایع در هر نقطه به فاصله قائم آن تا سطح آزاد مایع نیاز داریم، یعنی:

$$h_2 = 40 - 16 = 24 \text{ cm}$$

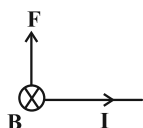
$$P = \rho gh \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho gh_1}{\rho gh_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴۳- گزینه «۴»

(مهری شریفی)

ابتدا با استفاده از قانون دست راست جهت نیروی وارد بر سیم را مشخص می‌کنیم:



با کاهش مقاومت رثوستا، جریان مدار افزایش یافته، F (نیروی مغناطیسی) زیاد می‌شود و عدد نیروسنج کاهش می‌یابد. با افزایش مقاومت رثوستا، جریان مدار کاهش یافته، F کاهش می‌یابد و عدد نیروسنج افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴۴- گزینه «۴»

(مسام نادری)

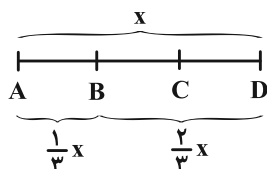
میل‌های کنترل معمولاً از مواد جذب‌کننده نوترون مانند کادمیم و بور ساخته می‌شوند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۵۱)

۴۵- گزینه «۴»

(مبینی نکوئیان)

مطابق با شکل زیر و با توجه به رابطه تندی متوسط $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$ می‌توان نوشت:



$$s_{avAB} = \frac{\overline{AB}}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{\frac{1}{3}x}{\frac{x}{20}} = \frac{x}{60}$$

کل زمان حرکت از B تا D را t در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$s_{avBC} = \frac{\overline{BC}}{\Delta t_{BC}} \xrightarrow{s_{avBC}=v} \overline{BC} = \frac{1}{4} vt$$

$$s_{avCD} = \frac{\overline{CD}}{\Delta t_{CD}} \xrightarrow{s_{avCD}=2v} \overline{CD} = \frac{1}{4} vt$$

(معمور منبوری)

۴۷- گزینه «۱»

ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت ۲۰s محاسبه می‌کنیم. در ۱۰ ثانیه

ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 + 0 \times 10 \Rightarrow \Delta x_1 = 50 \text{ m}$$

سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 10 \text{ s}$ برابر است با:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 1 \times 10 + 0 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۱۰s تا ۲۰s برابر است با:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 10^2 + 10 \times 10 \Rightarrow \Delta x_2 = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{t_1 + t_2} = \frac{50 + 0}{20} \Rightarrow v_{av} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(ارریس معموری)

۴۸- گزینه «۲»

ابتدا حرکت جسم را قبل از پاره شدن طناب بررسی می‌کنیم:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1 \Rightarrow \frac{f_k = \mu_k mg = 20 \mu_k}{\Rightarrow}$$

$$24 - 20 \mu_k = 2a_1 \Rightarrow 12 - 10 \mu_k = a_1 \quad (I)$$

شتاب را نیز از رابطه $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم (v سرعت جسم در

هنگام پاره شدن نخ است):

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow a_1 = \frac{v - 0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{v}{t} \quad (II)$$

$$12 - 10 \mu_k = \frac{v}{t} \quad \text{رابطه‌های (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم:}$$

اکنون به بررسی حرکت جسم بعد از پاره شدن نخ می‌پردازیم. دقت شود در

این حالت تنها نیروی اصطکاک جنبشی به جسم وارد می‌شود.

$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow -f_k = ma_2 \Rightarrow -20 \mu_k = 2a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -10 \mu_k \quad (III)$$

$$\overline{BC} + \overline{CD} = \frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{10}{4}vt = \frac{2}{3}x \Rightarrow t = \frac{4x}{15v}$$

و همین‌طور می‌توان نوشت:

$$s_{avT} = \frac{\ell_T}{\Delta t_T} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} + \Delta t_{CD}}$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{x}{\frac{x}{60} + \frac{4x}{15v}} = \frac{60v}{v + 16} \Rightarrow v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

(معمور سوری)

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا معادله مکان- زمان دو متحرک را می‌نویسیم. سپس معادله $\Delta x - t$

آنها را به دست می‌آوریم:

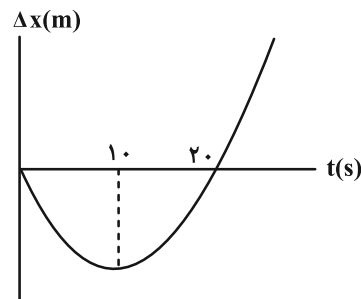
$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{موتورسوار : متحرک (۱)}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} (2) t^2 + 0(t) + x_0 \Rightarrow x_1 = t^2 + x_0$$

$$x = vt + x_0 \quad \text{خودرو : متحرک (۲)} \Rightarrow x_2 = 20t + x_0$$

$$\Delta x = x_1 - x_2 = (t^2 + x_0) - (20t + x_0) = t^2 - 20t$$

اکنون نمودار $\Delta x - t$ را رسم می‌کنیم.



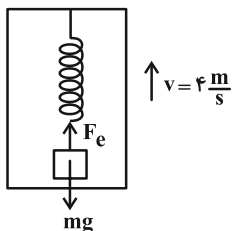
مطابق شکل فاصله دو متحرک ($|\Delta x|$) از ۰s تا ۱۰s افزایش، از ۱۰s

تا ۲۰s کاهش و سپس افزایش می‌یابد. بنابراین نسبت خواسته شده برابر

$$\frac{20 - 10}{(10 - 0) + (60 - 20)} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

است با:

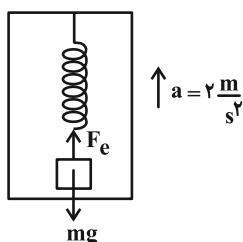
(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)



$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow k\Delta\ell = mg$$

$$\Delta\ell = \frac{2 \times 10}{40} = 0.5 \text{ cm} \Rightarrow \ell - \ell_0 = 0.5 \xrightarrow{\ell_0 = 10 \text{ cm}} \ell = 10.5 \text{ cm}$$

در حالت حرکت شتابدار گفته شده، داریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g + a) = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F_e = k\Delta\ell} 40 \times \Delta\ell = 24 \Rightarrow \Delta\ell = 0.6 \text{ cm} \Rightarrow \ell' - \ell_0 = 0.6 \text{ cm}$$

$$\xrightarrow{\ell = 10 \text{ cm}} \ell' = 10.6 \text{ cm}$$

حال نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\ell}{\ell'} = \frac{10.5}{10.6} = \frac{105}{106}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۳ و ۴۴)

(مسام نادر)

۵۰- گزینه «۳»

مدار همگام با زمین مداری است که در آن دوره گردش ماهواره به دور

زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی $24/0 \text{ h}$

یکسان باشد. حال کافی است روابط دوره گردش ماهواره به دور زمین و

تندی مداری ماهواره را با هم ترکیب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{2\pi r}{v} \\ v_{\text{ماهواره}} &= \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{(GM_e)} \Rightarrow r^3 = \frac{GM_e T^2}{4\pi^2}$$

شتاب جسم را نیز در این مرحله به دست می‌آوریم.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow a_y = \frac{0 - v}{3t} \Rightarrow a_y = -\frac{v}{3t} \quad (\text{IV})$$

(III) و (IV) را برابر قرار می‌دهیم:

$$-10\mu_k = -\frac{v}{3t} \Rightarrow 30\mu_k = \frac{v}{t}$$

با مقایسه روابط به دست آمده، μ_k به راحتی به دست می‌آید:

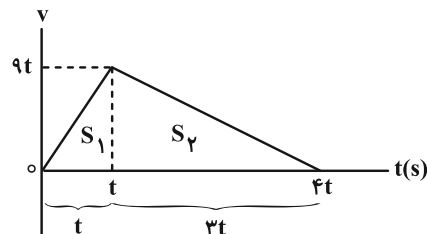
$$\left. \begin{aligned} 12 - 10\mu_k &= \frac{v}{t} \\ 30\mu_k &= \frac{v}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 12 - 10\mu_k = 30\mu_k$$

$$\Rightarrow 40\mu_k = 12 \Rightarrow \mu_k = 0.3$$

حال برای قسمت دوم سؤال، v را برحسب t به دست می‌آوریم:

$$10\mu_k = \frac{v}{3t} \xrightarrow{\mu_k = 0.3} v = 9t$$

سپس نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:



$$S_1 = \frac{9t \times t}{2} = \frac{9}{2} t^2 = 4.5 t^2$$

$$S_2 = \frac{9t \times 3t}{2} = \frac{27}{2} t^2 = 13.5 t^2$$

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{4.5 t^2}{18 t^2} = \frac{45}{180} = \frac{1}{4}$$

خواسته سؤال:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

(مسام نادر)

۴۹- گزینه «۴»

مسئله را در دو حالت گفته شده بررسی می‌کنیم.

در حالت حرکت با سرعت ثابت خواهیم داشت:

$$\Delta t_A = t_{\text{هلیم}} - t_{\text{فلز}} = 0/36s \xrightarrow{t=\frac{d}{v}} \frac{d}{1000} - \frac{d}{v_{\text{فلز}}} = 0/36 \quad (1)$$

$$\Delta t_B = t_{\text{الکل}} - t_{\text{فلز}} = 0/28s \xrightarrow{t=\frac{d}{v}} \frac{d}{1200} - \frac{d}{v_{\text{فلز}}} = 0/28 \quad (2)$$

طبق روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{d}{1000} - 0/36 = \frac{d}{1200} - 0/28$$

$$\Rightarrow \frac{d}{1000} - \frac{d}{1200} = \frac{\lambda}{100} \Rightarrow d = 480m$$

اکنون با جای گذاری d در رابطه (۱) یا (۲) تبدی صوت در فلز را به دست

$$\frac{480}{1000} - \frac{480}{v_{\text{فلز}}} = \frac{36}{100} \Rightarrow v_{\text{فلز}} = 4000 \frac{m}{s} \quad \text{می آوریم:}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

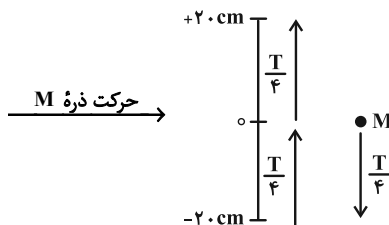
(مسام تارری)

۵۳- گزینه «۴»

فاصله بین دو قله موج همان طول موج است:

$$\left. \begin{aligned} \lambda = \Delta x = 80cm = 0/8m \\ f = 20Hz \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \lambda f = 20 \times 0/8 = 16 \frac{m}{s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} \xrightarrow{\Delta t = \frac{3}{20}s} \Delta t = 3 \frac{T}{4}$$



سرعت در مرکز نوسان بیشینه است، در نتیجه پس از لحظه نشان داده شده

در شکل، یک بار سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی ذره M بیشینه می‌شود.

حال مسافتی را که موج در مدت $\frac{3}{20}s$ طی می‌کند، می‌یابیم:

$$\Delta x = v \Delta t = 16 \times \frac{3}{20} = 0/6m$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

$$\Rightarrow r^3 = \frac{6/67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4(3)^2} = 8/3 \times 10^{22} m^3$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۵۱- گزینه «۴»

(آراس ممبری)

برای این که ساعت عقب بماند، باید دوره تناوب آن افزایش یابد تا کندتر نوسان

کند. طبق سؤال به ازای هر نوسان کامل، ساعت ۱s جلو می‌رود. حال برای آن که

ساعت در هر دقیقه ۲۰s عقب بیفتد، باید به جای ۶۰ نوسان، ۴۰ نوسان انجام

دهد ($60 - 20 = 40$) در نتیجه دوره تناوب آن $\frac{60}{40}$ برابر می‌گردد:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \xrightarrow{\frac{T'}{T} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}} \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$$

از فصل (۴) فیزیک دهم به یاد داریم که:

$$L' - L = L \alpha \Delta \theta \Rightarrow L' = L(1 + \alpha \Delta \theta)$$

طبق رابطه انبساط طولی داریم:

$$\frac{L'}{L} = 1 + \alpha \Delta \theta \xrightarrow{\frac{L'}{L} = \frac{9}{4}, \alpha = 2/5 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ C}} \frac{9}{4} = 1 + 2/5 \times 10^{-3} \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = 2/5 \times 10^{-3} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 500^\circ C$$

با توجه به $\frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$ ، طول میله آونگ افزایش یافته است و در نتیجه

تغییرات دما افزایشی است. توجه کنید دمای اولیه میله آونگ تأثیری در حل

سؤال نداشت.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۲- گزینه «۱»

(آراس ممبری)

در ابتدا به این نکته دقت شود که تبدی صوت در جامدات بیشتر از گازها و

مایعات است پس زمان طی شدن موج در جامدات کمتر است:

طبق قانون عمومی شکست می توان نوشت:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۹۹)

(مسام تدری)

گزینه «۴» -۵۶

پهنای نوارهای تاریک یا روشن در آزمایش ینگ متناسب با طول موج نور به کار رفته است. از آنجایی که طول موج نور سبز از قرمز کمتر است، پس پهنای نوارها کاهش می یابد. طول موج نور در آب کمتر از طول موج نور در هوا است، پس پهنای نوارها کاهش می یابد.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۱۰۴ و ۱۰۵)

(علیرضا جباری)

گزینه «۳» -۵۷

سومین حالت برانگیخته الکترون مربوط به حالتی است که الکترون در مدار چهارم قرار دارد. یعنی $n' = 4$. سپس شماره مدار را به دست می آوریم در آنجا انرژی الکترون -0.544 eV است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \frac{E_n = -0.544 \text{ eV}}{E_R = 13.6 \text{ eV}} \rightarrow -0.544 = -\frac{13.6}{n^2}$$

$$\Rightarrow n^2 = \frac{13.6}{0.544} = 25 \Rightarrow n = 5$$

از طرفی a_0 همان r_1 یعنی شعاع اولین مدار در اتم هیدروژن است و داریم:

$$r_n = n^2 a_0$$

$$r_n - r_{n'} = n^2 a_0 - n'^2 a_0 \xrightarrow{n=5, n'=4} r_5 - r_4 = 25a_0 - 16a_0$$

$$r_5 - r_4 = 9a_0 \xrightarrow{a_0 = 5.1 \times 10^{-11} \text{ m}} r_5 - r_4 = 9 \times 5.1 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$= 4.59 \times 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow r_5 - r_4 = 459 \text{ pm}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه ۱۲۷)

(ریاضی خارج ۱۴۰۰)

گزینه «۳» -۵۸

$$K_{\max_1} = \frac{6.4 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19}} = 4 \text{ eV}$$

$$K_{\max_2} = 0.25 \times K_{\max_1} = 0.25 \times 4 = 1 \text{ eV}$$

(علیرضا جباری)

گزینه «۴» -۵۴

ابتدا نسبت شدت صوت حاصل از بلندگو را در حالت دوم نسبت به حالت

اول پیدا می کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{A_2=10A_1, f_2=10f_1, r_1=r_2}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^2 \times 10^2 = 10^4$$

سپس تراز شدت صوت در حالت اول را حساب می کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \quad \beta_2 = \beta_1 + 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 10^4}$$

$$10 \log \frac{I_2}{I_1} - \beta_1 = 10 \log 10^4 \Rightarrow 40 = \beta_1 \Rightarrow \beta_1 = 40 \text{ dB}$$

در پایان با معلوم بودن شدت صوت مرجع و تراز شدت صوت اولیه می توانیم

شدت صوت در حالت اول را به دست آوریم:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \quad \beta_1 = 40 \text{ dB} \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 40 = 10 \log \frac{I_1}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_1}{10^{-12}} = 4 \Rightarrow \frac{I_1}{10^{-12}} = 10^4 \Rightarrow I_1 = 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۸۰ و ۸۱)

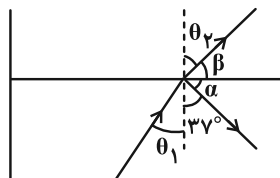
(محمود منصوری)

گزینه «۳» -۵۵

با توجه به قانون عمومی بازتاب و برابری زاویه های تابش و بازتابش می توان

$$\theta_1 = 37^\circ$$

گفت:



$$\alpha + 37^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 53^\circ, \quad \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 37^\circ$$

$$\theta_2 = 90^\circ - \beta = 53^\circ$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = R \frac{15}{16} \Rightarrow \lambda = \frac{16}{15R}$$

سؤال نسبت این طول موجها را خواسته:

$$\frac{\lambda_{\max} \text{ جذب}}{\lambda_{\min} \text{ گسیل}} = \frac{\frac{16 \times 25}{9R}}{\frac{16}{15R}} = \frac{15 \times 25}{9} = \frac{125}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۴)

(آراس مضموری)

۶۰- گزینه «۲»

روش بهتر برای حل این سؤال، استفاده از شکل و طرح‌واره زیر است:

$$84g \xrightarrow{6 \text{ روز}} 42g \xrightarrow{6 \text{ روز}} 21g$$

در این مرحله، X گرم ماده پرتوزا را کم می‌کنیم:

$$21 - X \xrightarrow{6 \text{ روز}} \frac{21 - X}{2} \xrightarrow{6 \text{ روز}} \frac{21 - X}{4}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ماده پرتوزای باقی‌مانده در روز ۲۴ ام} &= \frac{21 - X}{4} \\ \text{ماده پرتوزای باقی‌مانده در روز ۶ ام} &= 42 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق سؤال}} \frac{21 - X}{4} = \frac{1}{12} (42) \Rightarrow 21 - X = 14 \Rightarrow X = 7g$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(ادریس مضموری)

۶۱- گزینه «۲»

با توجه به این که برایندهای نیروهای وارد بر هر سه بار صفر است، داریم:

$$\begin{array}{ccc} & y & x \\ & \text{---} & \text{---} \\ \bullet & & \bullet & & \bullet \\ q_1 = 36 \mu C & & q_2 = -4 \mu C & & q_3 = 9 \mu C \end{array}$$

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{22} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{y^2} = \frac{kq_2q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{36}{y^2} = \frac{9}{x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} y = 2x$$

چون سؤال مقایسه‌ای است برای سادگی در محاسبات $x = 1$ و $y = 2$

در نظر می‌گیریم، حال طبق شکل زیر داریم:

$$K_{\max} = hf - W_e \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_e} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right)$$

$$\begin{cases} K_{\max_1} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \\ K_{\max_2} = hc \left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 1200 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \\ 1 = 1200 \left(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{2 \text{ رابطه را از هم کم می‌کنیم}} 3 = 1200 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{400} = \frac{1}{2\lambda} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

با استفاده از یکی از روابط بالا، طول موج آستانه فلز را حساب کرده و پس از

آن بسامد آستانه فلز را می‌یابیم:

$$4 = 1200 \left(\frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_e}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_e} = \frac{1}{200} - \frac{1}{300} = \frac{1}{600} \Rightarrow \lambda_e = 600 \text{ nm}$$

$$f_e = \frac{c}{\lambda_e} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 500 \text{ THz}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

(مضمور منصوری)

۵۹- گزینه «۳»

جذب هنگامی اتفاق می‌افتد که الکترون به مدار بالاتر برود. بلندترین

طول موج یعنی کمترین انرژی پس الکترون تنها باید به یک تراز بالاتر برود.

پس در اینجا الکترون از $n = 4$ به $n' = 5$ می‌رود که طول موج مربوط به

آن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = R \left(\frac{9}{16 \times 25} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{16 \times 25}{9R}$$

گسیل هنگامی اتفاق می‌افتد که الکترون به مدار پایین‌تر برود و کوتاه‌ترین

طول موج (بیشترین انرژی) برای هنگامی است که الکترون از مدار n به

پایین‌ترین مدار یعنی $n' = 1$ برود که طول موج مربوط به آن برابر است با:

$$\frac{W_E = -3 \times 10^{-3} \text{ J} ; m = 4 \times 10^{-3} \text{ kg}}{W_{mg} = 9 \times 10^{-3} \text{ J} ; v_A = 0} \rightarrow$$

$$(-3 \times 10^{-3}) + (9 \times 10^{-3}) = 2 \times 10^{-3} v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 3 \Rightarrow v_B = \sqrt{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(معمور منموری)

۶۳- گزینه «۳»

اگر $-6mC$ بار از صفحه منفی جدا کنیم بار این صفحه به مقدار

$-6mC$ کم می‌شود و اگر $-6mC$ را به صفحه مثبت بدهیم بار این

صفحه هم به اندازه $-6mC$ خنثی شده و $6mC$ کم می‌شود. در نهایت

می‌توان گفت اندازه بار صفحات $6mC$ کاهش یافته یعنی،

$Q_2 = Q_1 - 6mC$. از طرفی هم به گفته سؤال انرژی خازن $9J$ کاهش

یافته، پس $U_2 = U_1 - 9J$. چون خازن از مولد جدا شده اختلاف پتانسیل

بین صفحات آن ثابت نیست بنابراین بهتر است از بین روابط

$$U = \frac{Q^2}{2C} \quad U = \frac{1}{2} QV \quad U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \text{و} \quad U = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{از رابطه} \quad U = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{که}$$

متغیر V در آن وجود ندارد) کمک بگیریم.

$$\frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} - 9 \Rightarrow \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = -9$$

$$\frac{(Q_2 - Q_1)(Q_2 + Q_1)}{2C} = -9 \quad \frac{Q_2 - Q_1 = -6mC}{C = 6 \mu F = 6 \times 10^{-6} F, \quad Q_1 = x mC = x \times 10^{-3}}$$

$$\frac{(-6 \times 10^{-3})(2x \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3})}{2 \times 6 \times 10^{-6}} = -9$$

$$\Rightarrow \frac{x-3}{3} = 3 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow Q_1 = 12mC$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

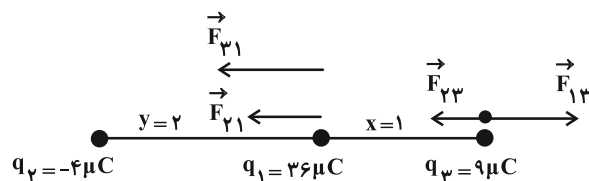
(علیرضا جباری)

۶۴- گزینه «۳»

نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان برای دو سر یک باتری به صورت یک

خط شیبدار است که شیب این خط برابر با $-r$ و عرض از مبدأ آن برابر با

$\mathcal{E}$ و طول از مبدأ آن برابر با $\frac{\mathcal{E}}{r}$ است.



$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow F_{12} = \frac{k \times 36 \times 4}{1^2} \Rightarrow F_{12} = 324k \\ F_{23} &= \frac{kq_2q_3}{r^2} \Rightarrow F_{23} = \frac{k \times 4 \times 9}{2^2} \Rightarrow F_{23} = 4k \end{aligned} \right\} F_{T_2} = 320k$$

$$\left. \begin{aligned} F_{31} &= \frac{kq_3q_1}{r^2} \Rightarrow F_{31} = \frac{k \times 9 \times 36}{1^2} \Rightarrow F_{31} = 324k \\ F_{21} &= \frac{kq_2q_1}{r^2} \Rightarrow F_{21} = \frac{k \times 4 \times 36}{2^2} \Rightarrow F_{21} = 36k \end{aligned} \right\} F_{T_1} = 360k$$

در آخر خواسته سؤال $\left(\frac{F_{T_2}}{F_{T_1}}\right)$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{T_2}}{F_{T_1}} = \frac{320k}{360k} \Rightarrow \frac{F_{T_2}}{F_{T_1}} = \frac{8}{9}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

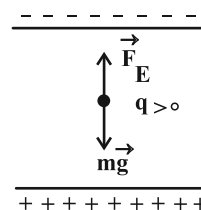
(مجتبی نکل‌پایان)

۶۲- گزینه «۱»

مطابق با شکل زیر، ذره بارداری در جهت نیروی وزن و خلاف جهت نیروی

الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا می‌شود. بنابراین کار نیروی وزن وارد بر ذره،

مثبت و کار نیروی الکتریکی وارد بر آن منفی است، بنابراین داریم:



$$W_{mg} = -\Delta U_g = 9 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_E = -\Delta U_E = -3 \times 10^{-3} \text{ J}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_A^2)$$

از طرفی جریانی که بین مقاومت‌های R_1 و $R_{2,3}$ بخش می‌شود برابر است با $I_4 + I_5 + I_6$ که $4x$ است و چون مقاومت آن‌ها یکسان است پس جریان گذرنده از هر کدام از آن‌ها $2x$ می‌باشد. حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_5}{P_1} = \frac{R_5 I_5^2}{R_1 I_1^2} \xrightarrow{I_5=x, I_1=2x} \frac{P_5}{P_1} = \frac{12 \times x^2}{14 \times 4x^2} = \frac{3}{14}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۶)

(علیرضا جباری)

گزینه «۴» -۶۶

با توجه به رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ میدان مغناطیسی درون یک سیملوله حامل

جریان، با تعداد حلقه‌ها و جریان عبوری از سیملوله، نسبت مستقیم دارد، اما با طول سیملوله نسبت وارون دارد. در اینجا تعداد حلقه‌ها تغییر نکرده است.

بنابراین داریم:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \xrightarrow{I_2=I_1+1, \ell_2=\ell_1-0/1\ell_1=0/9\ell_1} \frac{B_2}{B_1} = \frac{I_1+1}{I_1} \times \frac{\ell_1}{0/9\ell_1}$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی درون سیملوله، افزایش یافته

$$B_2 = B_1 + 0/25B_1 = 1/25B_1 \quad \text{است. پس می‌توان نوشت:}$$

$$\frac{1/25B_1}{B_1} = \frac{I_1+1}{I_1} \times \frac{1}{0/9} \Rightarrow \frac{9}{25} = \frac{I_1+1}{I_1} \Rightarrow I_1 = 8A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

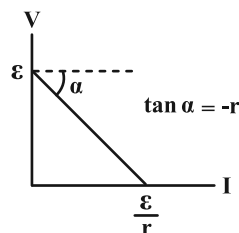
(علیرضا جباری)

گزینه «۲» -۶۷

ابتدا آهنگ متوسط تغییر میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1} = \frac{0/08t_2 + 0/05 - (0/08t_1 + 0/05)}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{0/08(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1)} = 0/08 \frac{T}{s}$$



در شکل (الف)، شیب خط‌ها یکسان است ($r_A = r_B$) اما عرض از مبدأ

باتری B بیشتر است. ($\epsilon_B > \epsilon_A$). در شکل (ب)، اندازه شیب خط C

بیشتر از شیب خط D است ($r_C > r_D$) اما $\epsilon_D = \epsilon_C$ است. در شکل

(پ)، طول از مبدأ باتری‌های E و F یکسان است.

$$\frac{\epsilon_E}{r_E} = \frac{\epsilon_F}{r_F} \xrightarrow{\epsilon_E=10V, \epsilon_F=20V} \frac{10}{r_E} = \frac{20}{r_F} \Rightarrow r_F = 2r_E$$

بنابراین در گزینه «۳» تمامی موارد درست هستند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

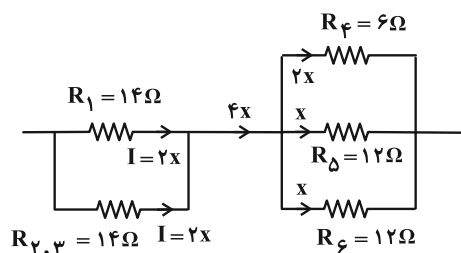
(ادرس ممبری)

گزینه «۳» -۶۵

با بستن کلید k، مقاومت R_4 اتصال کوتاه شده و مقاومت‌های R_4

R_5 و R_6 موازی می‌شوند (چرا؟). از طرفی دو مقاومت R_3 و R_4

متوالی هستند. مدار ساده شده به شکل زیر است:



اگر جریان گذرنده از مقاومت R_6 را x در نظر بگیریم، جریان

مقاومت‌های R_5 و R_6 را نیز می‌توان برحسب x به دست آورد (دقت

شود در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است):

$$V_6 = R_6 I_6 \xrightarrow{R_6=12\Omega, I_6=x} V_6 = 12x$$

$$\begin{cases} V_6 = V_5 \Rightarrow 12x = 12I_5 \Rightarrow I_5 = x \\ V_6 = V_4 \Rightarrow 12x = 6 \times I_4 \Rightarrow I_4 = 2x \end{cases}$$

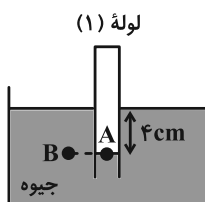
$$\text{اولین بار} \rightarrow 100\pi t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{600} \text{ s}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(مسام نادری)

گزینه «۱» -۶۹

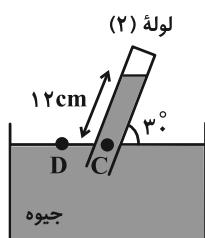
ابتدا فشار گاز درون لوله (۱) را حساب می‌کنیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 + P_{\text{جیوه}} = 76 + 4 = 80 \text{ cmHg}$$

حال فشار گاز درون لوله (۲) را حساب می‌کنیم. توجه شود که ارتفاع عمودی

ستون مایع در محاسبه فشار اهمیت دارد:



$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 + P_{\text{جیوه}} = P_0$$

$$\xrightarrow{P_{\text{جیوه}} = 12 \times \sin 30^\circ = 6 \text{ cmHg}} P_2 = 76 - 6 = 70 \text{ cmHg}$$

$$\text{سؤال} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{80}{70} = \frac{8}{7}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(آراس ممردی)

گزینه «۳» -۷۰

دقت کنید در هر دو مرحله، تغییرات انرژی جنبشی افزایشی است؛ زیرا تندی

افزایش یافته است:

$$\begin{cases} 7 + 4 > 7 - 2 \Rightarrow 4 > -2 \\ 27 + 5 > 7 + 4 \Rightarrow 7 > -1 \end{cases}$$

در اینجا نیروی محرکه القایی و جریان القایی حاصل از آن، ناشی از تغییر میدان مغناطیسی است.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{av} &= -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ \Phi &= BA \cos \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \epsilon_{av} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{N=1, \cos \theta=1} A=10^{-2} \text{ cm}^2=10^{-2} \times 10^{-4} \text{ m}^2=10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\epsilon_{av} = -1 \times 10^{-6} \times 1 \times \frac{\Delta B}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0.8 \frac{\text{T}}{\text{s}}} \epsilon_{av} = -8 \times 10^{-7} \text{ V} = 8 \text{ mV}$$

$$|\epsilon_{av}| = 8 \times 10^{-7} \text{ V} = 8 \text{ mV}$$

جریان الکتریکی القایی متوسط در قاب را حساب می‌کنیم:

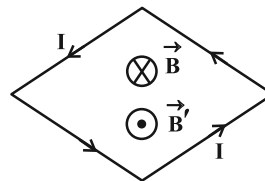
$$I_{av} = \frac{|\epsilon_{av}|}{R} \xrightarrow{\frac{|\epsilon_{av}|}{R} = \frac{8 \text{ mV}}{8 \times 10^{-3} \Omega}} I_{av} = \frac{8}{8} = 1 \text{ mA}$$

با توجه به این که شار مغناطیسی در حال افزایش است، طبق قانون لنز، جهت

میدان مغناطیسی القایی $\vec{B}'$ باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی اولیه $\vec{B}$

باشد تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند. بنابراین با استفاده از قاعده

دست راست معلوم می‌شود که جریان القایی درون قاب، پادساعتگرد است.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۲ و ۱۱۷)

(مممرد منصوری)

گزینه «۴» -۶۸

ابتدا جریان عبوری از رسانا را در لحظه مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$V = RI \Rightarrow 5 = 10 \times I \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

با توجه به رابطه جریان متناوب داریم:

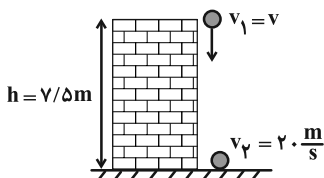
$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{T=20 \text{ ms}=20 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

$$0.5 = 1 \times \sin\left(\frac{2\pi}{0.02} t\right) \Rightarrow \sin(100\pi t) = \frac{1}{2}$$

(ارزیس مموری)

۷۱- گزینه «۳»

چون در هر دو حالت گلوله مسافت یکسانی را طی می کند و نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در دو حالت یکسان فرض شده است، پس کار نیروی مقاومت هوا در دو حالت با یکدیگر برابر است. حال با توجه به شکل های زیر، روابط پایستگی انرژی را برای هر دو حالت می نویسیم:

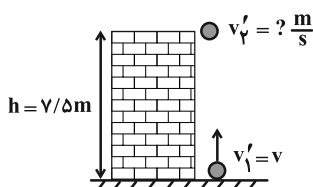


$$W_{fD} = E_2 - E_1 \Rightarrow W_{fD} = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\frac{U_2=0, U_1=mgh}{v_1=v, v_2=2 \cdot \frac{m}{s}} \rightarrow W_{fD} = (0 + \frac{1}{2} m \times v_2^2) - (mgh + \frac{1}{2} m v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{fD} = 200m - 7\Delta m - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow W_{fD} = 12\Delta m - \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$



$$W_{fD} = E_2' - E_1' \Rightarrow W_{fD} = (U_2' + K_2') - (U_1' + K_1')$$

$$W_{fD} = (mgh + \frac{1}{2} m v_2'^2) - (0 + \frac{1}{2} m v_1'^2)$$

$$\frac{h=7\Delta m}{v_1'=v} \rightarrow W_{fD} = 7\Delta m + \frac{1}{2} m v_2'^2 - \frac{1}{2} m v^2 \quad (2)$$

حال از برابر قرار دادن رابطه های (۱) و (۲) داریم:

$$12\Delta m - \frac{1}{2} m v^2 = 7\Delta m + \frac{1}{2} m v_2'^2 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow 50m = \frac{1}{2} m v_2'^2 \Rightarrow v_2'^2 = 100 \Rightarrow v_2' = 10 \cdot \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۷۱ و ۷۲)

همچنین دقت کنید که تندی همواره مثبت است پس قطعاً از ۱- بزرگ تر است.

$$K_2 - K_1 = 12\Delta \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = 12\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m ((v+4)^2 - (v-2)^2) = 12\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (12v + 12) = 12\Delta \quad (1)$$

$$K_2 - K_1 = 37\Delta \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = 37\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m ((2v+5)^2 - (v+4)^2) = 37\Delta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (3v^2 + 12v + 9) = 37\Delta \quad (2)$$

عبارت (۱) را بر (۲) تقسیم می کنیم:

$$\frac{12v+12}{3v^2+12v+9} = \frac{12\Delta}{37\Delta} \Rightarrow \frac{12v+12}{3(v^2+4v+3)} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده سازی و طرفین وسطین}} v^2 + 4v + 3 = 12v + 12$$

$$\Rightarrow v^2 - 8v - 9 = (v-9)(v+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 9 \frac{m}{s} \text{ ق ق} \\ v = -1 \frac{m}{s} \text{ غ ق} \end{cases}$$

برای به دست آوردن انرژی جنبشی خواسته شده، باید $\frac{1}{2} m$ را به دست

آوریم. پس تندی به دست آمده را $(v = 9 \frac{m}{s})$ در عبارت (۱) یا (۲)

جای گذاری می کنیم:

$$\frac{1}{2} m (12)(v+1) = 12\Delta \xrightarrow{v=9} \frac{1}{2} m = \frac{12\Delta}{120} = \frac{25}{24}$$

حال خواسته سؤال را حساب می کنیم:

$$K_2 = \frac{1}{2} m (4v)^2 \xrightarrow{\frac{1}{2} m = \frac{25}{24} \text{ kg}, v = 9 \frac{m}{s}}$$

$$K = \frac{25}{24} \times (36)^2 \Rightarrow K = 1350 \text{ J} = 1/35 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۵۳ و ۵۵)

$$Q_1 = 42000 \text{ m}, Q_F = mL_F = 336000 \text{ m}$$

$$Q_5 = m_p c_p \Delta\theta = m_p \times 4200 \times (0 - 20) = -84000 m_p$$

$$Q_1 + Q_F + Q_5 = 0 \Rightarrow 42000 m + 336000 m - 84000 m_p = 0$$

$$\Rightarrow m + 8m - 2m_p = 0 \Rightarrow m_p = 4/\delta m$$

در نهایت جرم یخ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = 10 m_1 \\ m_p = 4/\delta m \end{cases} \Rightarrow m_p = 4\delta m_1 \xrightarrow{m_p - m_1 = 4400 \text{ g}} \begin{cases} m = 10 m_1 \\ m_p = 4/\delta m \end{cases}$$

$$44 m_1 = 4400 \text{ g} \Rightarrow m_1 = 100 \text{ g} \xrightarrow{m = 10 m_1} m = 1000 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

(مفسر سلامتی و نر)

گزینه «۳» ۷۴

$$\Delta U = W + Q$$

$$W \xrightarrow{\text{در فرایند هم‌حجم}} 0 \Rightarrow \Delta U = Q \Rightarrow U_p - U_1 = Q \quad (I)$$

از طرفی می‌دانیم که انرژی درونی تابع دمای گاز است.

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_p}{U_1} = \frac{T_p}{T_1}$$

$$\frac{U_p}{U_1} = \frac{77 + 273}{27 + 273} = \frac{350}{300} = \frac{7}{6} \Rightarrow U_1 = \frac{6}{7} U_p \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} U_p \left(1 - \frac{6}{7}\right) = 400 \Rightarrow U_p = 2800 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

(مسام ندری)

گزینه «۴» ۷۵

$$\begin{cases} Q_H = 1000 \text{ J} \\ |Q_L| = 720 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_L| = 280 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{280}{1000} = 0.28 \Rightarrow 28\% \text{ بازده}$$

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{280}{0.7} = 400 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

گزینه «۲» ۷۲

(مهمربوار سورپی)

می‌دانیم در لحظه شروع سرریز شدن مایع، حجم ظرف با حجم مایع برابر است. بنابراین طبق رابطه $V_p = V_1(1 + \beta \Delta\theta)$ داریم:

$$V_p = V_2 \Rightarrow V_1 \Delta\theta (1 + \beta) = V_1 \Delta\theta \Rightarrow V_1 \Delta\theta (1 + \beta) = V_1 \Delta\theta$$

$$\xrightarrow{V_1 \Delta\theta = A(40 + L), \beta_{\text{ظرف}} = 10^{-4} \frac{1}{K}, V_1 \Delta\theta = A \times 40, \beta_{\text{مایع}} = 10^{-2} \frac{1}{K}, \Delta\theta = \frac{\Delta F}{9} \times 100/8 = 56^\circ \text{C}}$$

$$A(40 + L)(1 + 10^{-4} \times 56) = A \times 40(1 + 10^{-2} \times 56)$$

$$(40 + L)(1.0056) = 40(1.56) \Rightarrow 40/224 + 1.0056L = 42/24$$

$$\Rightarrow L \approx 2 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

گزینه «۳» ۷۳

(مهمربوار سورپی)

کمترین مقدار آب برای این که دمای تعادل مجموعه صفر درجه سلسیوس شود مربوط به حالتی است که تمام آب یخ بزند، بنابراین داریم:

$$m_1 \text{ آب } 20^\circ \text{C} \xleftarrow{Q_r} m_1 \text{ آب } 0^\circ \text{C} \xleftarrow{Q_r} m_1 \text{ یخ } 0^\circ \text{C}$$

$$m \text{ یخ } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_1} m \text{ یخ } -20^\circ \text{C}$$

$$Q_1 = mc \Delta\theta \Rightarrow Q_1 = m \times 2100 \times (0 - (-20)) = 42000 m$$

$$Q_p = m_p c_p \Delta\theta' \Rightarrow Q_p = m_p \times 4200 \times (0 - 20) = -84000 m_p$$

$$Q_p = -m_p L_F \Rightarrow Q_p = -m_p \times 336000 = -336000 m_p$$

$$Q_1 + Q_p + Q_p = 0 \Rightarrow 42000 m - 84000 m_p - 336000 m_p = 0$$

$$m - 2m_1 - 8m_1 = 0 \Rightarrow m = 10 m_1$$

از طرفی بیشترین مقدار آب برای این که دمای تعادل مجموعه صفر درجه سلسیوس شود، مربوط به حالتی است که تمام یخ ذوب شود، بنابراین داریم:

$$m_p \text{ آب } 20^\circ \text{C} \xleftarrow{Q_\delta} m_p \text{ آب } 0^\circ \text{C}$$

$$m \text{ آب } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_f} m \text{ یخ } 0^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_1} m \text{ یخ } -20^\circ \text{C}$$

شیمی

۷۶- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛

$$\text{یون} = \frac{3/7 \text{ g Ca}_3\text{N}_2 \times \frac{1 \text{ mol Ca}_3\text{N}_2}{148 \text{ g Ca}_3\text{N}_2} \times \frac{5 \times 6 + 0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol Ca}_3\text{N}_2}}{7/525 \times 10^{22}}$$

$$Z = \frac{A - (n - e) + \text{بار یون}}{2} = \frac{115 - 20 + 3}{2} = 49 \quad \text{درست؛}$$

عنصر با عدد اتمی ۴۹، در دوره ۵ و گروه ۱۳ جدول دوره‌ای جای دارد و آرایش الکترونی این عنصر به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 4s^1$ می‌باشد. عناصر قبل و بعد از این عنصر به ترتیب متعلق به دو دسته d و p می‌باشند.

(۳) نادرست؛ با افزایش فاصله از هسته اتم (افزایش مقدار n) اختلاف انرژی بین دو لایه متوالی کاهش و اختلاف طول موج افزایش می‌یابد.

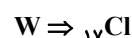
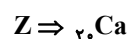
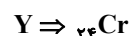
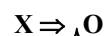
(۴) نادرست؛ آرایش الکترونی عناصر استثناء (Cr^{2+} ، Cu^{2+} و ...) از اصل آفبا پیروی نمی‌کند.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۲۷ تا ۳۲)

۷۷- گزینه «۳»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

موارد (الف) و (ت) نادرست می‌باشند.



بررسی موارد نادرست:

الف) اتم X (اکسیژن) با گرفتن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسد.

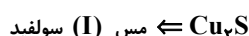
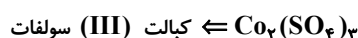
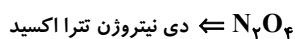


در زیرلایه با $l = 2$ ، ۳ الکترون وجود دارد نه ۴ الکترون.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ و ۳۰ تا ۳۴)

۷۸- گزینه «۳»

(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

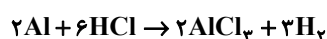


نکته: CO کربن مونوکسید - Co کبالت

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۹- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times V_1}{273} = \frac{2 \times 1/12}{273 + 91}$$

$$\Rightarrow V_1 = 1/68 \text{ L} \quad \text{حجم گاز در شرایط STP}$$

حال جرم Al مصرف شده را با استفاده از حجم گاز تولید شده در شرایط

STP به دست می‌آوریم:

$$\text{g Al} = 1/68 \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22/4 \text{ L H}_2} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol H}_2} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}}$$

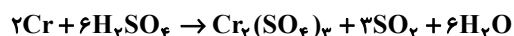
$$= 1/35 \text{ g Al}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۰- گزینه «۱»

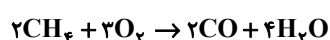
(شهرزاد معرفت‌ایزدی)

معادله به شکل زیر موازنه می‌شود:



که مجموع ضرایب مواد برابر ۱۸ است. از طرفی معادله سوختن ناقص متان

به صورت زیر است:



$$\frac{18}{2} = 9 \quad \text{که ضریب CO برابر ۲ می‌باشد. پس:}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ تا ۸۴)

۸۱- گزینه «۴»

(سعی تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱)

$$O_3 = \frac{\text{جرم مولی } O_3}{\text{حجم مولی } O_3} = \frac{48 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{20 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2.4 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

(۲) با توجه به رابطه $M = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی}}{\text{جرم مولی}}$ می‌توان

نتیجه گرفت در غلظت‌های مولی و چگالی یکسان، درصد جرمی محلولی که جرم مولی بیشتری دارد، بیشتر است.

$$164 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (3 \times 22) + 31 + (4 \times 16)$$

$$142 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (2 \times 22) + 32 + (4 \times 16)$$

(۳)

$$S = 0/3(30) + 27 = 36 \text{ g}$$

$$680 \text{ g} \times \frac{36 \text{ g KCl}}{136 \text{ g محلول}} = 180 \text{ g KCl}$$

(۴) در ترکیب یونی Li_2SO_4 ، دو یون Li^+ وجود دارد. در نتیجه می‌توان

نتیجه گرفت غلظت مولی یون Li^+ دو برابر غلظت مولی یون SO_4^{2-} است، نه درصد جرمی و ppm آن.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛

صفحه‌های ۷۸، ۷۹، ۹۴، ۹۵، ۹۸، ۹۹ و ۱۰۳)

۸۲- گزینه «۱»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0/29} = \frac{3}{1} \Rightarrow S_2 = 3 \times 0/29$$

$$2 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \Rightarrow 2000 \text{ g}$$

در نهایت جرم CO_2 آزاد شده را از فرمول زیر به دست می‌آوریم.

می‌دانیم که اول CO_2 در فشار ۳ atm بوده و بعد با باز کردن درب

بطری فشار به ۱ atm رسیده است.

جرم CO_2 آزاد شده

$$= \frac{(\text{جرم انحلال‌پذیری در دمای ثانویه} - \text{جرم انحلال‌پذیری در دمای اولیه})}{100}$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} \times \frac{3 \times 0/29 - 0/29}{100}$$

خارج شده از بطری CO_2 ۱۱/۶ g

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۸۳- گزینه «۲»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

هنگامی که یک ترکیب یونی در آب انحلال‌پذیر باشد رابطه مورد نظر برقرار است.

نیروی جاذبه یون - دوقطبی در محلول < میانگین نیروی جاذبه بین پیوند یونی در کنار پیوند هیدروژنی در آب

لیتم سولفات و منیزیم کلرید و منیزیم سولفات در آب حل می‌شوند و از جمله داده شده تبعیت می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۸)

شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه ۱۹

شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه ۱۱

۸۴- گزینه «۲»

(هاری مهری‌زاده)

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 200 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{1000} \times 10^6$$

$$\text{جرم حل‌شونده} = 0/2 \text{ g } (CO_3^{2-})$$

$$? \text{ mol } CO_3^{2-} = 0/2 \text{ g } CO_3^{2-} \times \frac{1 \text{ mol } CO_3^{2-}}{60 \text{ g } CO_3^{2-}}$$

$$\approx 0/003 \text{ mol } CO_3^{2-}$$

با توجه به این که فرمول شیمیایی آمونیوم کربنات $(NH_4)_2CO_3$ است، پس:

$$? \text{ mol } NH_4^+ = 2 \times 0/003 = 0/006 \text{ mol } NH_4^+$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۵- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

(الف) نادرست؛ فلزها الکترون از دست می‌دهند و به اشتراک نمی‌گذارند.

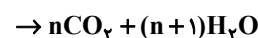
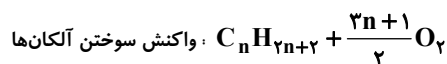
(ب) نادرست؛ این مورد برای هالوژن‌ها درست است، هالیدها یون‌های یک بار منفی هالوژن‌ها هستند.

(پ) نادرست؛ گاز هیدروژن در دمای اتاق با برم واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۸۶- گزینه «۲»

(سعی تیزرو)



$$4/2 g C_nH_{2n+2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}}{(14n+2)g} \times \frac{(n+1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 6/3 g H_2O$$

$$\Rightarrow 21n + 3 = 18n + 18 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow \text{آلکان مورد نظر } C_5H_{12}$$

$$3n + 1 = 16 \Rightarrow 3n = 15 \Rightarrow n = 5$$

$$3n - 4 + 1 = 3 \Rightarrow 3n - 3 = 2 \Rightarrow 3n = 5 \Rightarrow n = 5/3$$

$$\Rightarrow 16 - 3 = 13$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۷۰)

۸۷- گزینه «۳»

(میلار میریدری)

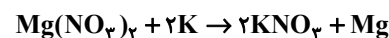
بررسی گزینه‌ها:

(۱) واکنش تا ثانیه ۴۰ ادامه داشته است پس با گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش تمام فلز پتاسیم مصرف شده است.

(۲)

$$\bar{R}_{Mg(NO_3)_2} = \frac{\Delta[Mg(NO_3)_2]}{\Delta t} = \frac{0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1} - 0.25 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{40 \text{ s}}$$

$$= 0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \times (0.5 L) = 0.25 \text{ mol} \cdot s^{-1}$$



$$\frac{\bar{R}_K}{2} = \bar{R}_{Mg(NO_3)_2} \Rightarrow \bar{R}_K = 0.5 \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

(۳)

$$\bar{R} = \bar{R}_{Mg(NO_3)_2} = 0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}}$$

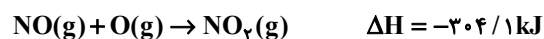
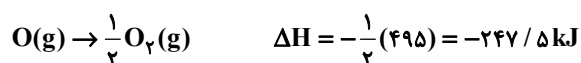
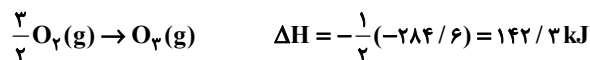
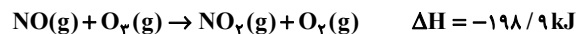
$$= 3 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۴) سرعت متوسط واکنش، نصف سرعت متوسط مصرف پتاسیم و ترکیب دارای پتاسیم است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۸۸- گزینه «۱»

(امیرمهر کنکرائی)



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

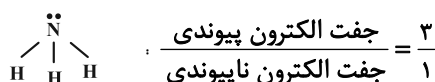
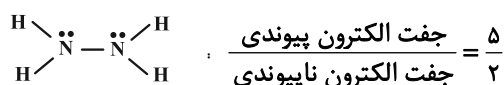
۸۹- گزینه «۳»

(سعی تیزرو)

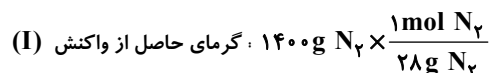
بررسی گزینه‌ها:

(۱) واکنش (I) گرماگیر بوده و در آن واکنش دهنده‌ها پایدارترند. همچنین به دلیل تولید فراورده ناپایدار امکان تعیین گرمای مبادله شده در این واکنش با استفاده از گرماسنج (روش مستقیم) وجود ندارد.

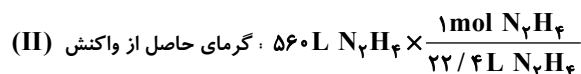
(۲) ساختار لوویس فراورده‌های دو واکنش به صورت زیر است:



(۳)

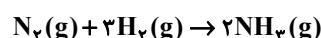


$$\times \frac{91 kJ}{1 \text{ mol } N_2} = 4550 kJ$$



$$\times \frac{183 kJ}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 4575 kJ$$

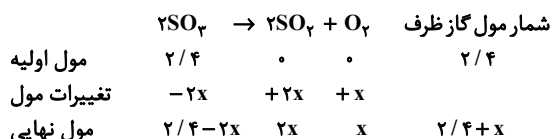
(۴) از جمع واکنش‌های (I) و (II) می‌توان واکنش زیر را به دست آورد:



در نتیجه ΔH این واکنش را می‌توان از جمع ΔH آن دو واکنش به دست آورد:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = 91 - 183 = -92 kJ$$

بعد از ثانیه ۴۵ از شروع واکنش، شمار مول‌های گاز موجود در ظرف برابر ۳/۸۴ مول است.



$$2/4 + x = 3/84 \Rightarrow x = 1/44 \text{ mol}$$

۲x مول (۲/۸۸ مول) گاز SO_2 تولید شده، چون حجم ظرف برابر ۳ L است. غلظت مولار گاز SO_2 برابر ۰/۹۶ مول بر لیتر است.

$$\bar{R}_{SO_2} = \frac{0/96 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{45 \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = \frac{1/28 \text{ mol}}{L \cdot \text{min}} SO_2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۹۲- گزینه «۳» (شهرزاد معرفت‌ایزدی)

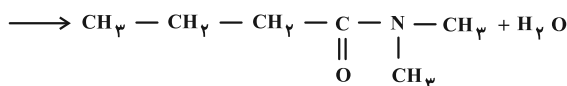
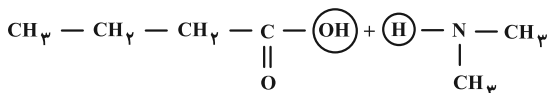
موارد (لف)، (ب) و (پ) نادرست و مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

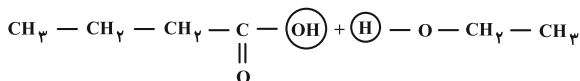
(الف) با افزایش شمار کربن در ترکیبات آلی، نقطه جوش آن‌ها افزایش و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد.

(ب) بوی سیب (متیل بوتانوات) و بوی انگور (اتیل هپتانوات) به ترتیب ناشی از ترکیبات a و b است.

(پ) اسید سازنده ترکیب b، بوتانوئیک اسید (C_3H_7COOH) است که با دی متیل آمین، آمیدی با فرمول $C_6H_{13}NO$ می‌سازد.



(ت) اسید سازنده b، بوتانوئیک اسید بوده که با الکل سازنده a (تانول) واکنش داده و اتیل بوتانوآت حاصل می‌شود که عامل بو و طعم سازنده استر موجود در آناناس است.



گرمای آزاد شده به ازای ۱۰۲۰ گرم NH_3 :

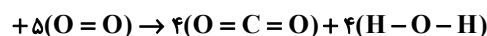
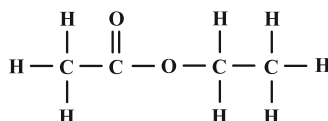
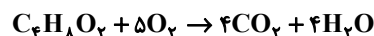
$$1020 \text{ g } NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} \times \frac{92 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } NH_3} = 2760 \text{ kJ}$$

$$= 2/76 \times 10^6 \text{ J}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۲، ۷۲ و ۷۳)

۹۰- گزینه «۳» (امیرمحمدرنگرانی)

(۱) در مرحله اول ΔH واکنش سوختن را حساب می‌کنیم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [8\Delta H_{C-H} + 2\Delta H_{C-C} + 2\Delta H_{C-O} + 5\Delta H_{O=O}]$$

$$- [7\Delta H_{C=O} + 8\Delta H_{O-H}]$$

$$= [(8 \times 415) + (2 \times 348) + (2 \times 357) + (5 \times 495)]$$

$$- [(7 \times 799) + (8 \times 463)] = 7205 - 9297 = -2092 \text{ kJ}$$

(۲) درصد خلوص اتیل استات (P) را به دست می‌آوریم، از ۱۰۰ کم

می‌کنیم تا درصد ناخالصی به دست بیاید:

روش اول:

$$18/48 \text{ g } C_6H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_8O_2}{88 \text{ g } C_6H_8O_2}$$

$$\times \frac{2092 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_6H_8O_2} \times \frac{P}{100} = 418/4 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow P \approx 95/2\% \Rightarrow 100 - P = 4/8\%$$

روش دوم:

$$\frac{\text{گرمای آزاد شده}}{|\Delta H|} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{گرم اتیل استات}}{\text{ضریب استوکیومتری} \times \text{جرم مولی اتیل استات}}$$

$$\frac{18/48 \times P}{88 \times 100} = \frac{418/4}{2092} \Rightarrow P \approx 95/2$$

$$100 - 95/2 = 4/8\% = \text{درصد ناخالصی}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه ۶۷)

۹۱- گزینه «۳» (شهرزاد معرفت‌ایزدی)

در ظرف واکنش به حجم ۳ L، ۱۲ گوی که معادل با ۲/۴ مول گاز SO_3 است وجود دارد. در دمای ثابت فشار گازهای درون ظرف ۶۰٪ افزایش یافته و ۱/۶ فشار اولیه شده است.

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = 3/84 \text{ mol}$$

$$\Delta[H^+] = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot s^{-1} \times 2s = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_{\text{اولیه}} = 1/4 \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+]_{\text{ثانویه}} = 0/04 - 0/008 = 0/032 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH_{\text{ثانویه}} = -\log 2^5 \times 10^{-3} = 1/5$$

$$\Delta pH = 1/5 - 1/4 = 0/1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(امیر هاتمیان)

۹۶- گزینه «۱»

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم هر محلول اسید را حساب می‌کنیم:

$$pH = 2/7 \Rightarrow [H^+]_1 = [HCl]_1 = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{0/3}$$

$$= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = 2/3 \Rightarrow [H^+]_2 = [HCl]_2 = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{0/3}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال با استفاده از فرمول زیر غلظت یون هیدرونیوم نهایی را به دست می‌آوریم:

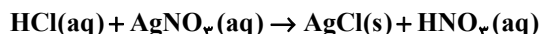
$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{[H^+]_1 \times V_1 + [H^+]_2 \times V_2}{V_1 + V_2}$$

$$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 30 + 5 \times 10^{-3} \times 20}{30 + 20} = 3/2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال pH محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$pH = -\log 3/2 \times 10^{-3} = -(\log 3/2 + \log 10^{-3}) = -(\log 3/2 - 3) = 2/5$$

حال در اثر واکنش هیدروکلریک اسید با نقره نیترات داریم:

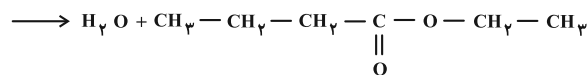


$$? \text{ mg AgCl} = 10 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{1000 \text{ mL HCl}}$$

$$\times \frac{3/2 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol HCl}}$$

$$\times \frac{143/5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} \times \frac{1000 \text{ mg AgCl}}{1 \text{ g AgCl}} = 4/592 \text{ mg}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)



اتیل بوتانوات

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۲ و ۱۱۳)

(سعید تیزرو)

۹۳- گزینه «۲»

تنها مورد سوم نادرست است؛ به ترتیب در ریتالین ۸ اتم و در استامینوفن ۶

اتم تنها به یک اتم H متصل‌اند. هر دو ساختار دارای سه پیوند $C=C$

هستند؛ در نتیجه برای سیر شدن آن‌ها به ۳ مول هیدروژن و ۳ مول برم نیاز

است. هر دو ساختار دو اتم O و یک اتم N دارند که در مجموع ۵ جفت

الکترون ناپیوندی خواهند داشت. همچنین هر کدام از ساختارها دارای دو نوع

گروه عاملی می‌باشند و مجموع عدد اکسایش اتم‌های N و O در دو

ساختار برابر و مساوی ۷- است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(امیر هاتمیان)

۹۴- گزینه «۳»

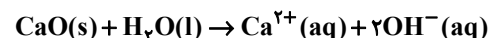
رسانایی این محلول در غلظت یکسان از محلول HF بیشتر است چون به

مقدار بیشتری در آب یونیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کلسیم اکسید یک باز آرنیوس است و از حل شدن ۰/۵ مول از آن، ۱

مول یون هیدروکسید در آب تولید می‌شود.



(۲) HBr ترکیب مولکولی است و از یون‌های H^+ و Br^- تشکیل نشده

است اما وقتی در آب حل می‌شود به یون‌های H^+ و Br^- یونیده می‌شود.

(۴) در صنعت کشاورزی برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک

می‌افزایند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

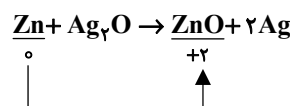
(روزبه رضوانی)

۹۵- گزینه «۱»

$$R_{H^+} = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot s^{-1}$$

۹۷- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)



با توجه به تغییر عدد اکسایش، هر مول روی ۲ مول الکترون از دست می‌دهد.

$$? \text{ روز} = 0.75 \text{ g Zn} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 \text{ g Zn}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mol e}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ s}}{5 \times 10^{15} \text{ e}^-} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ روز}}{24 \text{ h}} = 25/7 \text{ روز}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۶۳)

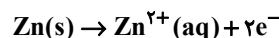
۹۸- گزینه «۱»

(مهمرب عظیمیان زواره)

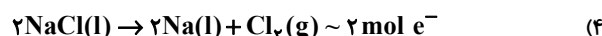
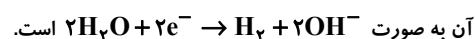
زیرا فلز Al کاتیون دو بار مثبت تشکیل نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) زیرا Zn آند سلول را تشکیل داده و اکسایش می‌یابد.



(۳) زیرا مولکول‌های آب در آند دستگاه اکسایش می‌یابند. نیم‌واکنش کاتدی



$$? \text{ L Cl}_2 = 6.02 \times 10^{23} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{22.4 \text{ L Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 1/12 \text{ L Cl}_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴، ۴۵، ۴۷، ۵۴ و ۵۵)

۹۹- گزینه «۴»

(مهمرب عظیمیان زواره)

با توجه به شکل کتاب در برقافت سدیم کلرید مذاب جنس الکترودهای

کاتد و آند متفاوت است (با رنگ متفاوتی نشان داده شده است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

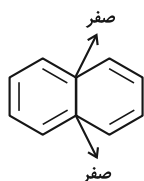
(۱) به عنوان مثال ذوب کردن و خشک کردن، فیزیکی و برقافت یا تبدیل

(۲) به عنوان مثال ذوب کردن و خشک کردن، فیزیکی و برقافت یا تبدیل

۵۶ کتاب درسی چگالی Mg از MgCl_2 مذاب کمتر است.

(۲) گاز H_2 را می‌توان از واکنش Al با محلول سدیم هیدروکسید تهیه نمود. در فصل ۱ محلول پودر Al و NaOH یک پاک‌کننده خورنده بود که علاوه بر تولید گرما گاز H_2 نیز تولید می‌کرد.

(۳) زیرا از ۱۰ اتم کربن در نفتالن دو اتم فاقد H بوده و عدد اکسایش آن‌ها برابر صفر است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۲، ۵۳، ۵۵، ۵۶ و ۶۱)

۱۰۰- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

سطح آنتالپی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۷۲)

۱۰۱- گزینه «۱»

(میلاد میرفیدری)

الف) تمام مواد کووالانسی و یونی در دمای اتاق جامد هستند. از بین فلزها فقط جیوه در دمای اتاق مایع است. اما بسیاری از مواد مولکولی در دمای اتاق به شکل گاز وجود دارند.

ب) با توجه به نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی و توزیع نامتقارن بار الکتریکی، این مولکول قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵، ۷۶ و ۱۰۷)

۱۰۲- گزینه «۳»

(رضا مسکن)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ از اجزای سازنده جامدات یونی است.

ب) درست

پ) درست

ب) با افزایش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کمتر پیش می‌رود و با افزایش فشار و کاهش حجم، غلظت همه گونه‌های گازی در ظرف افزایش می‌یابد.

پ) این تعادل گرماگیر است، پس با افزایش دما، در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

ت) کاتالیزگر تأثیری در جابه‌جایی تعادل ندارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۶ تا ۱۰۸)

۱۰۵- گزینه «۴»

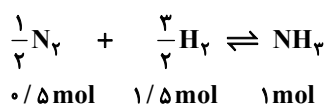
(شهرزاد معرفت‌ایزری)

بررسی گزینه‌ها:

۱) چون نقطه جوش آمونیاک نسبت به N_2 و H_2 بالاتر است، در فرایند هابر برای جداسازی آمونیاک تولید شده از مخلوط واکنش از تفاوت آشکار در نقطه جوش آمونیاک با سایر مواد استفاده می‌شود.

۲) در فرایند هابر با کاهش دما، پیشرفت واکنش و بازده افزایش می‌یابد و سرعت انجام واکنش هم با این تغییرات کم می‌شود. برای انجام شدن این واکنش در دمای کم با سرعت بالا از کاتالیزگر Fe استفاده می‌شود.

۳) به ازای تولید هر مول گاز آمونیاک در واکنش تعادلی $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$ مجموعاً ۲ مول واکنش‌دهنده گازی مصرف می‌شود.



$$\frac{1}{5} + \frac{0}{5} = 2 \text{ mol واکنش‌دهنده} \times \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 44/8 \text{ L}$$

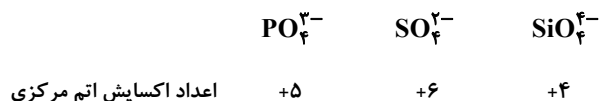
۴) فرایند هابر یک واکنش گرماده ($\Delta H < 0$) است پس می‌توان گفت با افزایش دمای محیط درصد پیشرفت واکنش تولید NH_3 در هابر کاهش می‌یابد. 500 K همان 227°C است و این مقدار از دمای 200°C بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

بار یون = مجموع اعداد اکسایش



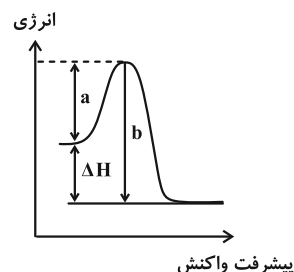
ت) درست



(شیمی ۳- شیمی، فلواید از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۹۰)

۱۰۳- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



$$b = 2a + 2$$

$$|\Delta H| = 2a$$

$$|\Delta H| = b - a = 2a \Rightarrow b = 3a$$

$$\begin{cases} b = 3a \\ b = 2a + 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 6$$

$$a + b = 8$$

با توجه به این که کاتالیزگر مقدار a و b را به یک میزان کاهش می‌دهد، لذا در مقدار آنتالپی تغییری ایجاد نکرده و در محاسبه نیز می‌توان آن را وارد نکرد. به عبارتی کاهش ۲۵٪ انرژی فعال‌سازی توسط کاتالیزگر به عنوان نکته انحرافی مطرح شده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱۰۴- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

الف) افزایش فشار به یک واکنش تعادلی با شمار مول‌های گازی برابر در دو سوی معادله واکنش، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل نخواهد داشت.