

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۱ تیر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۲۲

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- اگر m بزرگ‌ترین عدد صحیح باشد، که به‌ازای آن معادله $mx^2 - 2(m+6)x - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است، آنگاه مجموع مربعات این دو ریشه کدام است؟

- (۱) ۷۴ (۲) ۸۵ (۳) ۸۶ (۴) ۹۴

۲- در یک الگوی خطی، مجموع $2n$ جمله اول برابر ۲۴۵ و مجموع $2n$ جمله اول برابر ۵۸۸ است. مجموع n جمله اول این الگو کدام است؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۱۶۶/۶ (۳) ۶۴/۶ (۴) ۵۶

۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2}{|x-1|-1} \geq 8$ به‌صورت $(-\infty, a] \cup (b, +\infty)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) ۴

۴- ریشه‌های معادله $x - \sqrt{4x-5} = 1$ برابر α و β می‌باشند. ریشه‌های کدام معادله زیر برابر $1 + \frac{2}{\alpha}$ و $1 + \frac{2}{\beta}$ است؟

- (۱) $3x^2 + 12x + 11 = 0$ (۲) $3x^2 - 12x + 11 = 0$

- (۳) $3x^2 + 12x - 11 = 0$ (۴) $3x^2 - 12x - 11 = 0$

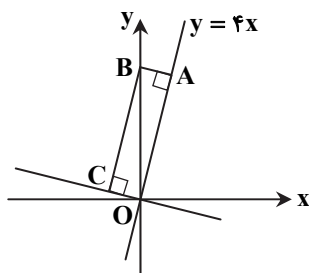
۵- در شکل روبه‌رو مساحت مستطیل $OABC$ برابر ۳۶ است. محیط مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۲۴

- (۲) ۲۷

- (۳) ۳۰

- (۴) ۳۳



۶- تابع f خطی و تابع $y = f \circ f(x+2)$ همانی است. مجموعه جواب نامعادله $f(2x) < f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty)$

۷- با فرض $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ، نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ ، نمودار وارون خود را در نقاط α و β قطع می‌کند. حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۸- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_2 x + \log_3 x = 1$ باشد، حاصل $\log_\alpha 2 \times \log_\alpha 3$ برابر کدام است؟

- (۱) $\log_\alpha 5$ (۲) $\log_\alpha 6$ (۳) $2 \log_\alpha 2$ (۴) $2 \log_\alpha 5$

محل انجام محاسبات

۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x+a}$ بر وارون خود منطبق است. اگر قرینه نمودار f نسبت به محور y ها را g بنامیم و $g(\sqrt[3]{2}) = \sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{m}$ باشد،

مجموع مقادیر طبیعی m و n کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۰- اگر θ حاده و $\cos 2\theta = -\frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\tan^2(\theta + \frac{3\pi}{4})$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

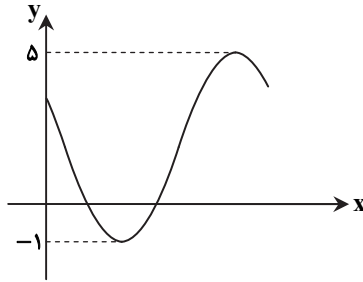
$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - b \sin(bx + \frac{\pi}{4})$ به صورت مقابل است. تابع $y = [f(x)]$ در کدام نقطه زیر حد دارد ولی پیوسته نیست؟

([] نماد جزء صحیح است.)



$x = \frac{5\pi}{12}$ (۱)

$x = \frac{7\pi}{12}$ (۲)

$x = \frac{2\pi}{3}$ (۳)

$x = \frac{4\pi}{3}$ (۴)

۱۲- مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $\sin 2x + \cos 4x = 1$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

$\frac{\pi}{2}$ (۴)

$\frac{5\pi}{4}$ (۳)

$\frac{3\pi}{2}$ (۲)

π (۱)

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{2x - x^2}}}{x^2 - 1}$ کدام است؟

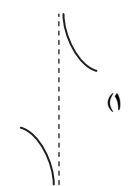
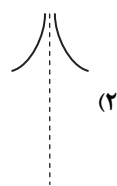
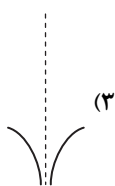
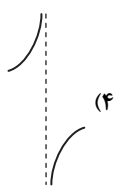
$\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۴)

$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۳)

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

۱۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + x - 12}{x^2 + 2x + a}$ مجانب افقی خود را در نقطه‌ای به طول -2 قطع می‌کند. نمودار تابع f در مجاورت مجانب قائم سمت راست محور y ها چگونه است؟



محل انجام محاسبات

۱۵- تابع f در $x = 2$ پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^3(x) - 8}{x^2 - 4} = \frac{3}{2}$ است. اگر $g(x) = x + \sqrt[3]{4x}$ باشد، حاصل مشتق تابع $y = g \circ f(x)$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

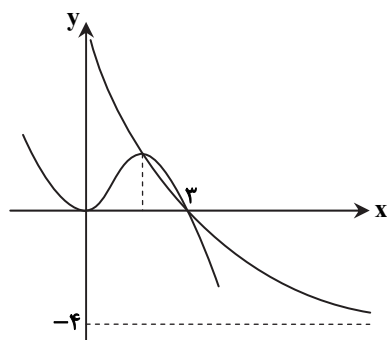
۱۶- تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ مفروض است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) + |x| & x < -2 \\ f'(x) + |x| & x \geq -2 \end{cases}$ در $x = -2$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۱۷- مینیمم مطلق تابع غیر ثابت $f(x) = 2\sqrt{ax+2} - \sqrt{2ax+1}$ برابر $f(2)$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۸- در شکل روبه‌رو نمودار تابع درجه سوم f و قسمتی از نمودار تابع هموگرافیک g رسم شده است. مقدار $f'(3)$ چقدر است؟



- (۱) $-\frac{9}{2}$ (۲) $-\frac{7}{2}$ (۳) -۳ (۴) -۴

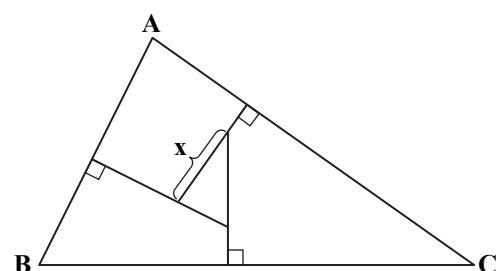
هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۱۹- در یک دوزنقه متساوی الساقین، ساق‌ها با قاعده کوچک برابرند و هر قطر بر یک ساق عمود می‌باشد. یکی از زوایای دوزنقه کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 15° (۴) 60°

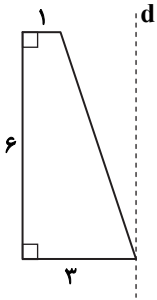
۲۰- در مثلث ABC شکل مقابل، سه تا چهارضلعی با زوایای روبه‌روی 90° ، داخل مثلث قرار دارند. اگر $x = 3$ و $AC = 6$ باشد، مجموع مساحت این سه تا چهارضلعی، چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

محل انجام محاسبات

۲۱- اگر دوزنقه شکل روبه‌رو را حول خط d که عمود بر قاعده دوزنقه است دوران دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟



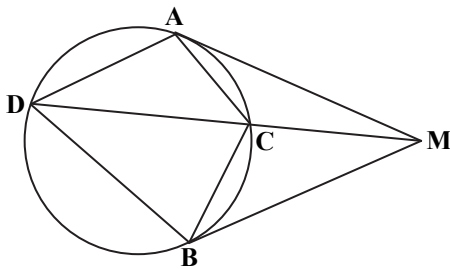
(۱) ۳۶π

(۲) ۴۲π

(۳) ۴۶π

(۴) ۵۴π

۲۲- در شکل روبه‌رو MA و MB بر دایره مماس هستند. اگر $AC = ۳$ ، $BD = ۸$ و $AD = ۴$ باشد، طول BC کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

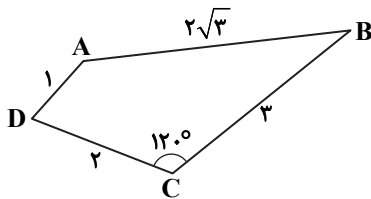
۲۳- در چهارضلعی $ABCD$ روبه‌رو، زاویه A چند برابر زاویه C است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{۳}{۲}$

(۳) $\frac{۵}{۴}$

(۴) $\frac{۹}{۸}$



۲۴- مجموع ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} x & ۲ & ۱ \\ ۱ & -x & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۳

(۲) -۳

(۱) ۲

محل انجام محاسبات

۲۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2|A|^2 & |A| \\ |A|^2 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ است. که به صورت $AX = B$ نوشته شده است.

ماتریس B کدام باشد تا مجموع جواب‌های این دستگاه برابر ۵ باشد؟ ($|A| \neq 0$)

- (۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای وتر ثابت است. مکان هندسی نقطه وسط میانه وارد بر وتر کدام می‌باشد؟

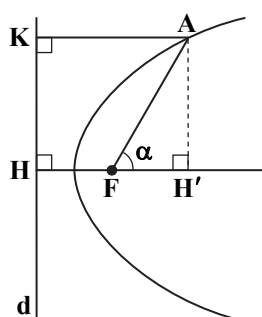
- (۱) دو نیم‌دایره (۲) دو خط (۳) یک نیم‌دایره (۴) یک خط

۲۷- در یک بیضی با خروج از مرکز e و کانون‌های F و F'، نقطه M روی بیضی قرار دارد. اگر بیشترین مقدار $MF - MF'$ برابر x و کمترین

مقدار $MF + MF'$ برابر y باشد، نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) e (۲) $1 - e$ (۳) e^2 (۴) $1 - e^2$

۲۸- در سهمی شکل روبه‌رو به کانون F و خط هادی d، $\hat{\alpha} = 60^\circ$ و $FH' = 1$ است. مساحت ذوزنقه AFHK کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

۲۹- a، b و c طول اضلاع مثلث ABC است. حاصل $\overline{BA} \cdot \overline{CA} + \overline{AB} \cdot \overline{CB} + \overline{AC} \cdot \overline{BC}$ کدام است؟

- (۱) $a^2 + b^2 + c^2$ (۲) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ (۳) $-(a^2 + b^2 + c^2)$ (۴) $-\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۳۰- چند عدد سه‌رقمی زوج می‌توان نوشت به طوری که «صدگان < دهگان < یکان» باشد؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۶۵ (۴) ۷۵

۳۱- برای چهار مجموعه غیر تهی A، B، C و D اگر $A \times B \subseteq C \times D$ باشد، حاصل $[(A \cup C) \cap (A - C')] \cup [(B - D) \cup (B \cap D)]$ کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) $C \cap D$ (۴) $C \cup D$

محل انجام محاسبات

۳۲- با حروف کلمه «creams» یک کلمه ۶ حرفی ساخته ایم. با کدام احتمال دو حرف e و a کنار هم هستند ولی دو حرف r و s کنار هم نیستند؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۳۳- در کیسه‌ای ۳ مهره به شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ موجود است. یک مهره از کیسه خارج کرده و به تعداد عدد روی آن تاس می‌ریزیم. اگر همه برآمدها مضرب ۳ باشند، با چه احتمالی مهره شماره ۳ از کیسه خارج شده است؟

- (۱) $\frac{1}{13}$ (۲) $\frac{13}{27}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۳۴- جدول عیدی و پاداش ۳۱ نفر کارمند یک شرکت خصوصی برحسب میلیون تومان مطابق زیر است. اگر بخواهیم میانگین عیدی و پاداش این شرکت را با یک نمونه n تایی برآورد کنیم، مقدار n چقدر باشد تا طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برآورد میانگین برابر $\sqrt{\frac{32}{5}}$ باشد؟

مبلغ عیدی و پاداش	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰ (۱)	۳۰ (۲)
تعداد (نفر)	۴	۱۲	۲	۶	۷	۱۵ (۳)	۲۵ (۴)

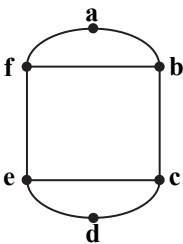
۳۵- اگر $d \neq 1$ عدد یک‌رقمی فرد بوده و داشته باشیم $d = (a^3 - 4a^2 + 5a - 4)$ ، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $d^2 - 3d$ بر ۶ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶- با توجه به معادله سیاله $9x + 25y = 113$ اگر باقی‌مانده تقسیم x بر ۵ برابر r باشد، باقی‌مانده تقسیم $47^{2017} + 7$ بر $2r + 7$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

۳۷- گراف شکل روبه‌رو دارای چند ۷- مجموعه است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۹

۳۸- ۱۲ خودکار یکسان را بین سه نفر تقسیم کرده‌ایم. اگر بدانیم به هر نفر حداقل یک خودکار رسیده است، احتمال آن که به هر نفر حداقل ۲ خودکار رسیده باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{24}{55}$ (۲) $\frac{28}{55}$ (۳) $\frac{37}{110}$ (۴) $\frac{21}{110}$

۳۹- داخل یک شهرک ۵ سوپرمارکت وجود دارد. به چند طریق ۴ نفر می‌توانند از این سوپرمارکت‌ها خرید کنند به‌طوری که دقیقاً از دو سوپرمارکت هیچ فردی خرید نکند؟

- (۱) ۱۰۲۴ (۲) ۶۲۵ (۳) ۳۳۶ (۴) ۳۶۰

۴۰- کتابی دارای m صفحه است. حداقل مقدار m چقدر باشد تا به یقین بتوان گفت حداقل ۴ صفحه از این کتاب دارای حرف ابتدا و انتهای یکسانی هستند؟

- (۱) ۴۰۹۷ (۲) ۴۰۹۶ (۳) ۳۰۷۳ (۴) ۳۰۷۲

محل انجام محاسبات

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی ۱ تیر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۴۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) $60 \frac{\mu\text{J}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min}}$ در SI معادل 10^{-2} است.

ب) جریان الکتریکی و دما از کمیت‌های اصلی هستند.

پ) یکای نجومی و سال نوری مربوط به کمیت طول هستند.
ت) یکای توان برحسب یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۲- فشار در عمق ۳ متری مایعی 200 cmHg است. فشار در ۶ متر پایین‌تر از این عمق چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$)

۴۰۰ (۴)

۳۷۵ (۳)

۲۵۰ (۲)

۴۵۰ (۱)

۴۳- در شکل روبه‌رو، نیرویی که سیم حامل جریان به آهن‌ربا وارد می‌کند، به کدام سمت است؟

(۱) صفر است.

(۲) برون‌سو است.

(۳) درون‌سو است.

(۴) به سمت چپ است.

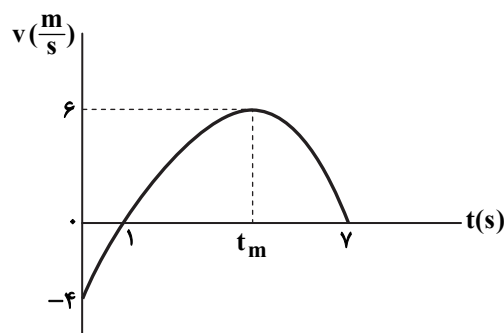
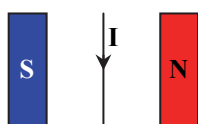
۴۴- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند

به شکل روبه‌رو است. اگر در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 7 \text{ s}$ متحرکبه مدت 3 s به صورت کندشونده حرکت کرده باشد، اندازه شتاب متوسطمتحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = t_m$ چند واحد SI است؟(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{10}{3}$

(۴) ۵

۴۵- دو متحرک A و B به ترتیب با تندیه‌های ثابت $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بر روی مسیر مستقیم به سمت یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند. اگر این دو متحرک

در فاصله ۱۲۰ متری از مکان اولیه متحرک B به یکدیگر برسند، چند ثانیه پس از این لحظه، متحرک B به مکان اولیه متحرک A می‌رسد؟

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

۴۶- متحرکی بر روی مسیر مستقیم و با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند

برابر سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۴۷- نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت

می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه،

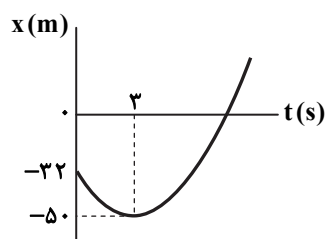
از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

(۱) ۵

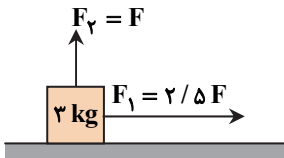
(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸



محل انجام محاسبات



۴۸- مطابق شکل زیر، بر جسمی به جرم 3 kg نیروهای F_1 و F_2 وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی به حرکت درمی‌آید. اگر اندازه نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود $10\sqrt{5}$ نیوتون باشد، شتاب حرکت جسم، چند متر بر مربع ثانیه است؟
($\mu_k = 0.5$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۹- توبی به جرم 800 g از ارتفاع $3/2$ متری از سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شود. اگر این توپ پس از برخورد به زمین با تندی $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برگردد و مدت زمان برخورد توپ به زمین 0.4 s باشد، نیروی خالص متوسط وارد بر توپ در مدت برخورد، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۴۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۸۰

۵۰- متحرک‌های A و B به ترتیب بر روی دایره‌هایی به شعاع r و $2r$ حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهند. اگر اندازه نیروی مرکزگرای متحرک A، ۴ برابر اندازه نیروی مرکزگرای متحرک B باشد، انرژی جنبشی متحرک A، چند برابر انرژی جنبشی متحرک B است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

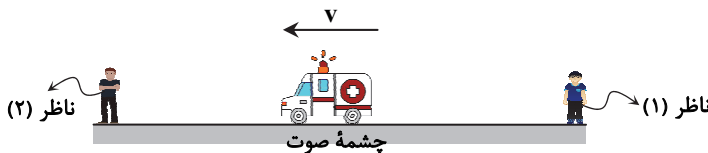
۵۱- وزنه‌ای به جرم 100 g به فنری با ثابت $40 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ متصل است و در راستای افقی بر روی پاره‌خطی به طول 10 cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ کمتر از مقدار بیشینه تندی نوسانگر است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند میلی‌ژول است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

۵۲- شخصی در فاصله ۳۰ متری از یک بلندگو قرار دارد. این شخص چند متر دیگر از بلندگو دور شود تا صدای بلندگو را 12 dB آهسته‌تر بشنود؟ ($\log 2 = 0.3$)

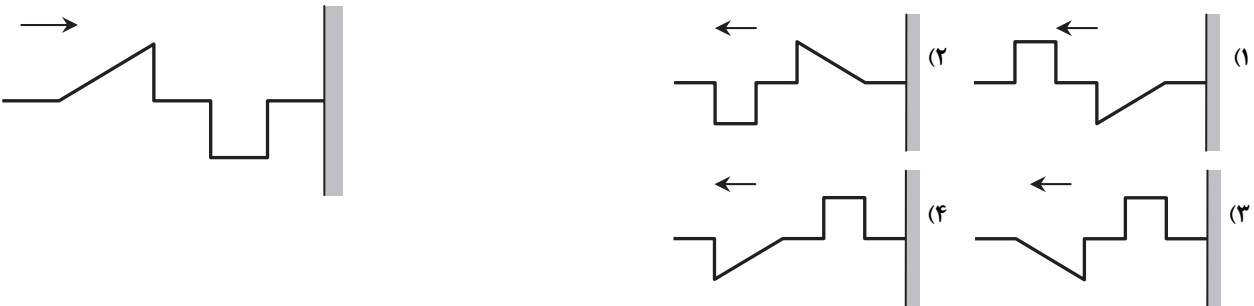
- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۵۳- در شکل زیر، چشمه صوتی با تندی ثابت v به سمت چپ در حرکت است و ناظرهای (۱) و (۲) ساکن هستند. اگر طول موج و بسامد دریافتی توسط ناظر (۱) را با λ_1 و f_1 و طول موج و بسامد دریافتی توسط ناظر (۲) را با λ_2 و f_2 نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟

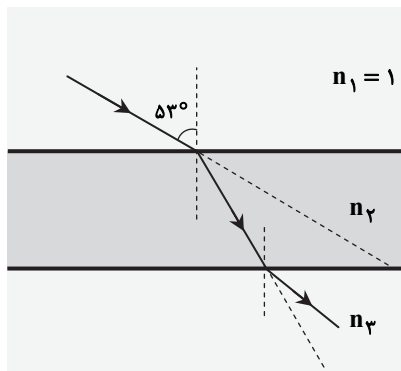


- (۱) $f_1 < f_2$ و $\lambda_1 < \lambda_2$
(۲) $f_1 < f_2$ و $\lambda_2 < \lambda_1$
(۳) $f_2 < f_1$ و $\lambda_1 < \lambda_2$
(۴) $f_2 < f_1$ و $\lambda_2 < \lambda_1$

۵۴- مطابق شکل زیر، تپی در یک ریسمان کشیده شده که یک سر آن در نقطه‌ای ثابت شده است، در حال پیشروی است. بازتاب این تپ به شکل کدام گزینه است؟



محل انجام محاسبات



۵۵- پرتو نور تک‌رنگی مطابق شکل زیر از هوا وارد محیط‌های شفاف می‌شود و شکست می‌یابد. اگر زاویه انحراف پرتو در ورود از محیط (۱) به محیط (۲) برابر 23° و زاویه انحراف پرتو در ورود از محیط (۲) به محیط (۳) برابر 7° باشد، تندی نور در محیط (۳) چند برابر تندی نور در محیط (۲) است؟ $(\sin 53^\circ = 4/5)$

- (۱) $\frac{3}{2}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{5}{4}$
(۴) $\frac{6}{5}$

۵۶- در یک آزمایش فوتوالکتریک، طول موج نور تابیده‌شده به سطح فلز $\frac{1}{4}$ برابر طول موج آستانه فلز است. اگر بیشینه انرژی جنبشی

فوتوالکترن‌های خارج‌شده از سطح فلز 6 eV باشد، بسامد قطع فلز چند تراهرتز است؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})$

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۶۰۰

۵۷- در یک اتم هیدروژن، الکترون از ترازی با انرژی $-0.4 E_R$ به ترازی که شعاع آن $4a_0$ است، جابه‌جا می‌شود. طول موج فوتون خارج‌شده

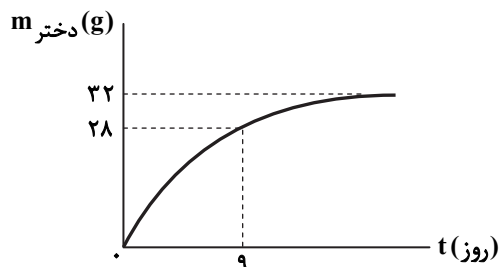
از اتم هیدروژن، چند میکرومتر است؟ $(a_0 = 0.05 \text{ nm})$

- (۱) $\frac{10}{21}$ (۲) $\frac{100}{21}$ (۳) $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{160}{3}$

۵۸- هسته پرتوزای X با تابش m عدد ذره آلفا و یک ذره بتای منفی به هسته Y تبدیل می‌شود. اگر تعداد نوترون‌های هسته دختر ۷ عدد کمتر از تعداد نوترون‌های هسته مادر باشد، m کدام است؟

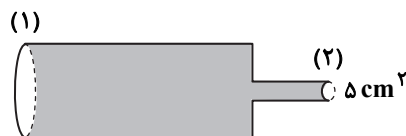
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۹- در واپاشی گاما از یک ماده پرتوزا، جرم هسته‌های دختر بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. در پایان روز هجدهم، جرم هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده چند گرم است؟



- (۱) ۰/۵
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

۶۰- در شکل روبه‌رو، مایع تراکم‌ناپذیر با آهنگ ۱۲۰ لیتر بر دقیقه از مقطع (۱) وارد لوله می‌شود. تندی خروج مایع از مقطع (۲) چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

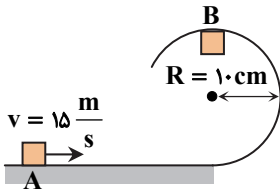
محل انجام محاسبات

۶۱- کدام گزینه برای یک گاز کامل (آرمانی) در فرایند ایستوار درست است؟

- (۱) در فرایند بی‌درروی تراکمی، گاز به محیط گرما می‌دهد.
- (۲) در فرایند هم‌فشار انبساطی، ΔU مثبت و اندازه آن کمتر از Q است.
- (۳) در موتورهای درون‌سوز، فرایند ضربه بدون مبادله کار انجام می‌شود.
- (۴) اگر در یک ماشین گرمایی $|Q_L| = \frac{3}{5}|W|$ باشد، بازده ۶۰ درصد است.

۶۲- در شکل روبه‌رو جسم به جرم ۱۰۰ گرم از نقطه A با تندی ۱۵ متر بر ثانیه در راستای افق به سمت راست پرتاب شده و پس از طی بخشی از

مسیر دایره‌ای با تندی ۵ متر بر ثانیه به نقطه B می‌رسد. گرمای تولیدی در اثر اصطکاک در مسیر AB چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۹/۸

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۴/۸

۶۳- دمای مایعی ۵۲ درجه سلسیوس است. دمای آن را به چند کلوین برسانیم تا چگالی آن دو درصد افزایش یابد؟ ($\beta = 5 \times 10^{-4} K^{-1}$)

(۴) ۲۸۵

(۳) ۲۹۸

(۲) ۳۲۱

(۱) ۳۶۵

۶۴- مخزنی به حجم V لیتر محتوی ۲ مول گاز آرمانی با دمای ۳۲۷ درجه سلسیوس و فشار 2×10^5 پاسکال است. هنگامی که ۸۰ گرم گاز

اکسیژن نیز وارد مخزن می‌کنیم، فشار داخل مخزن به 5×10^5 پاسکال می‌رسد. دمای گاز داخل مخزن چند کلوین می‌شود؟

($R = \frac{25}{3} \frac{J}{mol \cdot K}$ و $32g =$ جرم مولی اکسیژن)

(۴) ۷۵۰

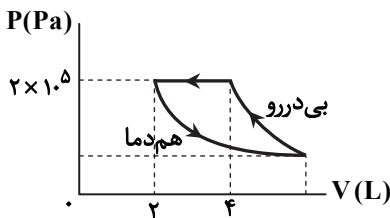
(۳) $\frac{2500}{3}$

(۲) ۱۵۰۰

(۱) $\frac{2000}{3}$

۶۵- در چرخه مقابل که مربوط به گاز آرمانی است، بزرگی گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در فرایند هم‌فشار ۱۰۰۰ ژول است. کار انجام‌شده

روی گاز در فرایند بی‌دررو چند ژول است؟



(۱) ۱۴۰۰

(۲) ۱۰۰۰

(۳) ۶۰۰

(۴) ۸۰۰

۶۶- به کره فلزی بارداری به شعاع $\frac{5}{3}$ سانتی‌متر، 5×10^7 الکترون افزوده می‌شود، اما بزرگی چگالی سطحی بار کره تغییر نمی‌کند. چگالی

سطحی بار کره در حالت اولیه چند پیکوکولن بر سانتی‌متر مربع بوده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$ و $\pi = 3$)

(۴) ۰/۴۸

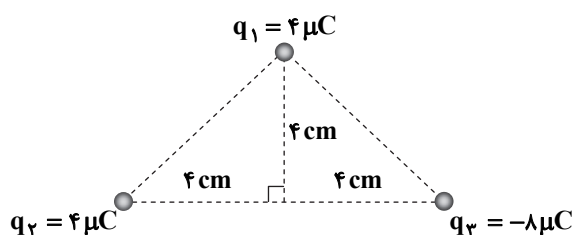
(۳) ۰/۲۴

(۲) ۰/۱۶

(۱) ۰/۱۲

محل انجام محاسبات

۶۷- سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث قرار گرفته‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 چند نیوتون است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

۴۵ (۱)

۴۵√۳ (۲)

۴۵√۵ (۳)

۹۰ (۴)

۶۸- ذره‌ای با بار $q = -4.0 \mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت در جهت میدان، بین دو نقطه که بزرگی اختلاف پتانسیل بین آن‌ها ۲۰ ولت است، با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل ذره چگونه تغییر کرده و کار نیروهای خارجی روی آن چه قدر است؟ (از اثر نیروی وزن و نیروهای اتلافی چشم‌پوشی کنید.)

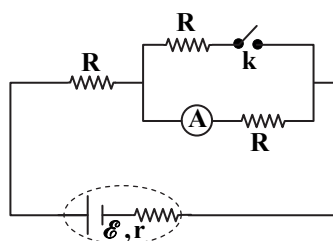
(۱) ۰/۸ میلی‌ژول کاهش یافته و کار نیروهای خارجی صفر است.

(۲) ۰/۴ میلی‌ژول افزایش یافته و کار نیروهای خارجی -0.4 mJ است.

(۳) ۰/۴ میلی‌ژول کاهش یافته و کار نیروهای خارجی $+0.4 \text{ mJ}$ است.

(۴) ۰/۸ میلی‌ژول افزایش یافته و کار نیروهای خارجی $+0.8 \text{ mJ}$ است.

۶۹- در شکل روبه‌رو با وصل کردن کلید k ، عدد آمپرسنج آرمانی $\frac{5}{8}$ برابر می‌شود. نسبت $\frac{R}{r}$ کدام است؟



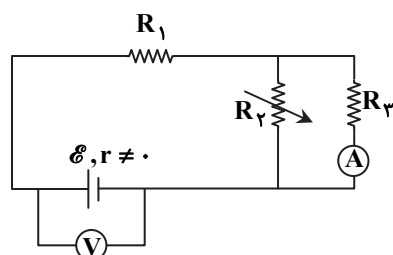
۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۷۰- در مدار شکل مقابل، با افزایش مقدار مقاومت متغیر R_2 ، عدد نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) افزایش - کاهش

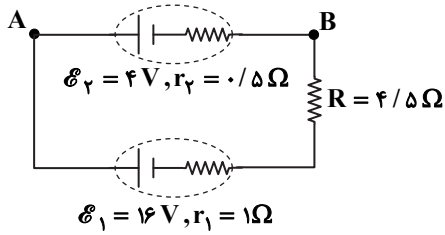
(۲) کاهش - افزایش

(۳) افزایش - افزایش

(۴) کاهش - کاهش

محل انجام محاسبات

۷۱- در مدار شکل روبه‌رو، بار الکتریکی که در مدت ۵ ثانیه از نقطه A تا نقطه B شارش می‌یابد، چند ژول انرژی از دست می‌دهد؟



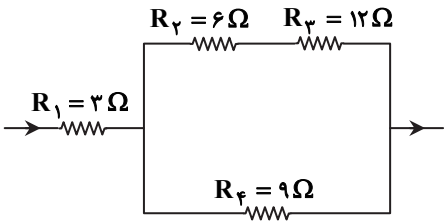
(۱) ۱۰

(۲) ۵۰

(۳) ۵

(۴) ۲۰

۷۲- در مدار روبه‌رو، اگر توان مصرفی مقاومت R_3 برابر با ۱۲۰ وات باشد، توان مصرفی کل مجموعه چند وات است؟



(۱) ۵۴۰

(۲) ۴۵۰

(۳) ۸۱۰

(۴) ۲۷۰

۷۳- مطابق شکل، جریان ۲ آمپر از یک سیم‌لوله آرمانی به طول 2π متر با تعداد ۱۰۰ دور عبور می‌کند. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره

باردار ($q = -5\mu C$) که با سرعت $\vec{v} = (10^6 \frac{m}{s})\hat{j}$ درون سیم‌لوله حرکت می‌کند، چند میلی‌نیوتون است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

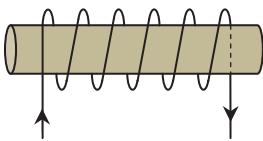


(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۲

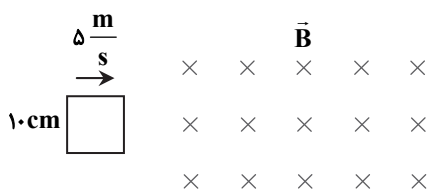
(۳) ۰/۳

(۴) ۰/۴



۷۴- قاب مربع شکل داده‌شده با مقاومت ۰/۲۵ اهم و تندی ثابت وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $1000G$ شده و سپس از آن خارج می‌شود.

هنگام خروج، جریان القایی در قاب چند آمپر و در چه جهتی است؟



(۱) ۰/۲ - پادساعتگرد

(۲) ۰/۲ - ساعتگرد

(۳) ۰/۱ - پادساعتگرد

(۴) ۰/۱ - ساعتگرد

۷۵- یک مبدل (ترانسفورماتور) به دو مصرف‌کننده مشابه متوالی، هر یک به مقاومت ۸۰ اهم که توان ۲۰ وات مصرف می‌کنند، متصل است. اگر

ولتاژ اولیه مبدل ۲۰۰ ولت باشد، تعداد دور اولیه مبدل چند برابر تعداد دور ثانویه آن است؟

(۴) ۲/۵

(۳) ۰/۲

(۲) ۰/۴

(۱) ۵

محل انجام محاسبات

۷۶- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

■ در یون X^{2+}_{56} اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها، $\frac{1}{4}$ شمار الکترون‌ها است.■ مس دو ایزوتوپ $^{63}_{29}\text{Cu}$ و $^{65}_{29}\text{Cu}$ دارد. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر سه برابر ایزوتوپ سنگین‌تر باشد، جرم اتمی میانگین مس برابر $63/5$ است.■ در یون $^{35}_{17}\text{Cl}^{-}$ تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها با هم برابر است.■ در اتم $^{40}_{20}\text{Ca}$ شمار الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها با هم برابر است.

۴ (۱)	۳ (۲)	۲ (۳)	۱ (۴)
-------	-------	-------	-------

۷۷- جرم اتمی میانگین عنصری که دارای دو ایزوتوپ می‌باشد، برابر $24/3 \text{ amu}$ ثبت شده است. اگر ایزوتوپ دوم از ایزوتوپ اول یک نوترون بیشتر داشته باشد و فراوانی ایزوتوپ اول ۷۰ درصد باشد، عدد جرمی ایزوتوپ دوم کدام است؟

۲۲ (۱)	۲۳ (۲)	۲۴ (۳)	۲۵ (۴)
--------	--------	--------	--------

۷۸- رنگ شعله چه تعداد از ترکیب‌های زیر به ترتیب سبز و سرخ است؟

■ سدیم سولفات	■ Na_2CO_3	■ لیتیم نیترات
■ NaNO_3	■ مس (II) کلرید	■ Li_2SO_4
۱، ۲ (۱)	۲، ۲ (۲)	۲، ۱ (۳)
۱، ۳ (۴)		

۷۹- پاسخ عددی دو پرسش زیر به ترتیب در کدام گزینه به درستی آمده است؟

■ اختلاف حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای که مقدار l برای آن ۳ است با ظرفیت پذیرش حداکثر شمار الکترون در زیرلایه‌ای با $l = 4$ کدام است؟

۱۳، ۲ (۱)	۱۳، ۴ (۲)	۳۱، ۲ (۳)	۳۱، ۴ (۴)
-----------	-----------	-----------	-----------

■ عدد اتمی عنصری که در حالت پایه تنها یکی از الکترون‌هایش در زیرلایه $4p$ قرار دارد؟

۸۰- چند عبارت در مورد هلیوم نادرست است؟

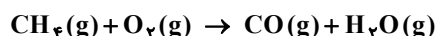
■ نقطه جوش آن از آرگون و اکسیژن کمتر است.

■ سبک‌ترین گاز نجیب، بی‌رنگ و بی‌بو می‌باشد.

■ برای تهیه هلیوم در مقیاس صنعتی بهتر است از منابع زمینی آن که ناچیز است استفاده نشود و از هواکره که مقدار بیشتری هلیوم دارد استفاده شود.

■ در کپسول‌های غواصی و بالن‌های هواشناسی از آن استفاده می‌شود.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۸۱- حجم گاز کربن مونوکسید حاصل از سوختن ناقص ۴۸ گرم متان مطابق واکنش زیر چند لیتر است؟ (چگالی گاز کربن مونواکسید $1/2$ گرم بر لیتر می‌باشد).(واکنش موازنه شود). $(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$ 

۲۰ (۱)	۲۵ (۲)	۷۰ (۳)	۷۵ (۴)
--------	--------	--------	--------

۸۲- در ترکیب شمار کاتیون‌ها، X برابر شمار آنیون‌ها و در ترکیب شمار آنیون‌ها، X برابر شمار کاتیون‌ها است.

(۱) آمونیوم کلرید - پتاسیم کربنات	(۲) آمونیوم سولفات - کلسیم نیترات
(۳) آلومینیم کربنات - آمونیوم هیدروکسید	(۴) لیتیم سولفات - منیزیم کربنات

محل انجام محاسبات

۸۳- مقداری کلسیم کلرید را در آب حل کرده و با افزودن آب خالص محلولی به حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر با چگالی ۱/۱۱ گرم بر میلی‌لیتر تهیه کرده‌ایم که غلظت یون کلرید آن $0.8 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ است. به ترتیب، غلظت محلول حاصل چند درصد جرمی و مقدار کلسیم کلرید حل شده در این محلول چند گرم است؟ ($\text{Cl} = 35.5, \text{Ca} = 40.0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۱/۱۱، ۰/۲ (۲) ۲/۲۲، ۰/۴ (۳) ۱/۱۱، ۰/۴ (۴) ۲/۲۲، ۰/۲

۸۴- در دمایی معین، مقداری از ماده A را با ۴۰ گرم آب خالص مخلوط کرده و پس از هم زدن مخلوط به اندازه کافی، ۲ گرم از ماده A ته ظرف باقی مانده است. با افزودن آب خالص به این مخلوط، محلولی سیر شده که درصد جرمی A در آن ۲۰ درصد است حاصل می‌شود، بر این اساس جرم محلول سیر شده نهایی چند گرم است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۵ (۴) ۶۰

۸۵- چند مورد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

- هیدروژن سولفید در مقایسه با آب گشتاور دوقطبی و نقطه جوش کمتری دارد.
- در شرایط معین، انحلال پذیری کربن دی‌اکسید در مقایسه با نیتروژن مونوکسید در آب کمتر است.
- قانون هنری تأثیر دما بر انحلال پذیری گازها در آب را نشان می‌دهد.
- مقایسه $\text{HF} > \text{HCl} > \text{HBr}$ را می‌توان به نقطه جوش این مواد در فشار ۱ atm نسبت داد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- عنصری با عدد اتمی ۲۵ در گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد و تعداد الکترون‌های ظرفیت آن با Ca برابر است.
- در بین ۱۸ عنصر اول جدول تناوبی، ۹ عنصر نافلز وجود دارند که تمایل به اشتراک الکترون با سایر عناصر را دارند.
- یون‌های Cu^{2+} ، Zn^{2+} و Ga^{3+} همگی آرایش الکترونی مشابه با Ni دارند.
- اگر FeCl_3 محلول زرد رنگ باشد، در واکنش با سدیم هیدروکسید رسوب سبز رنگ تشکیل می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۷- براساس واکنش‌های زیر کدام گزینه نادرست است؟ ($\text{Zn} = 65 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$)

- I) $3\text{A} + 2\text{Fe}_2\text{O}_3 \rightarrow 4\text{Fe} + 3\text{AO}_2$
 II) $\text{Zn(s)} + \text{MSO}_4(\text{aq}) \rightarrow \text{ZnSO}_4(\text{aq}) + \text{M(s)}$
 III) $\text{H}_2(\text{g}) + \text{X}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HX(g)}$
 IV) $\text{Zn(s)} + \text{X}_2(\text{g}) \rightarrow \text{ZnX}_2(\text{s})$

(۱) در واکنش (I)، A می‌تواند یک نافلز از دسته p یا یک فلز واسطه با ۴ الکترون ظرفیت باشد.
 (۲) در واکنش (II)، اگر محلول اولیه به رنگ آبی باشد و به تدریج رنگ آبی محلول کمتر شود، M(s) می‌تواند عنصری باشد که در بیرونی‌ترین لایه خود ۱ الکترون با $n=4$ و $l=0$ دارد.

(۳) اگر واکنش (III) در دمای کمتر از 200°C انجام پذیر نباشد، عنصر X_2 در دمای اتاق به حالت مایع است.

(۴) در واکنش (IV) از واکنش ۱۵۰g فلز روی ناخالص با خلوص ۳۲/۵٪ با هالوژن X_2 کافی، ۳ مول الکترون برای تولید فراورده مبادله می‌شود.

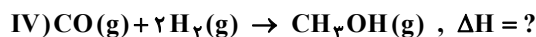
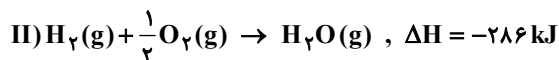
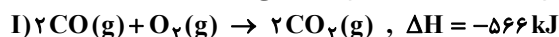
۸۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نفتالن نسبت به بنزن یک حلقه و ۳ پیوند C-C بیشتر دارد.
- (۲) درصد جرمی کربن در آلکان‌ها برخلاف آلکین‌ها با تعداد کربن رابطه مستقیم دارد.
- (۳) در ترکیب‌های ۳ اتیل-۲ و ۴ دی‌متیل‌هگزان و ۲، ۳، ۴ تری‌متیل‌پنتان به ترتیب ۱ و ۲ گروه CH_3 وجود دارد.
- (۴) در هیدروکربن‌های با کربن و هیدروژن برابر ترکیب حلقوی نسبت به ترکیب غیرحلقوی پیوند C-C بیشتری دارد.

محل انجام محاسبات

۸۹- اگر بدانیم میانگین آنتالپی پیوندهای $C-H$ ، $O-H$ ، $C-O$ برابر ۴۶۳ ، ۳۸۰ و ۴۱۵ کیلوژول بر مول و آنتالپی پیوند $H-H$ برابر ۴۳۶ کیلوژول بر مول باشد، براساس واکنش‌های زیر آنتالپی پیوند $C \equiv O$ چند کیلوژول بر مول است و اگر گرمای آزادشده در واکنش

(IV) به ۲ کیلوگرم ماده با گرمای ویژه $۰.۷۲ J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ داده شود، دمای آن چند درجه سلسیوس تغییر می‌کند؟



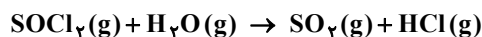
۱۰ و ۸۷۶ (۴)

۱۰ و ۱۰۷۶ (۳)

۱۰۰ و ۸۷۶ (۲)

۱۰۰ و ۱۰۷۶ (۱)

۹۰- براساس واکنش موازنه نشده زیر چه تعداد از موارد زیر درست است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲, Cl = ۳۵.۵ : g \cdot mol^{-1}$)



■ اگر واکنش در ظرف ۲ لیتری انجام شود و طی ۱۰ دقیقه، جرم $SOCl_2$ از $۳۵/۷$ گرم اولیه به $۲۳/۸$ برسد، سرعت گاز هیدروژن کلرید برابر با $\frac{mol}{L \cdot min}$ $۱۰^{-۳}$ خواهد بود.

■ شیب نمودار غلظت زمان HCl در هر بازه زمانی قبل از پایان واکنش دو برابر شیب نمودار غلظت زمان SO_2 است.

■ اگر سرعت واکنش در ۳۰ دقیقه ابتدایی برابر $\frac{mol}{L \cdot min}$ $۱۰^{-۴} \times ۵/۲$ باشد، سرعت تولید HCl در ۳۰ دقیقه دوم واکنش می‌تواند $\frac{mol}{L \cdot s}$ $۱۰^{-۶} \times ۵$ باشد.

■ شیب نمودار مول-زمان سه ماده از مواد شرکت‌کننده در واکنش فوق مشابه به یکدیگر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۱- کدام دو عبارت زیر درست هستند؟

(الف) در ساختار مولکول همه درشت مولکول‌ها، می‌توان توالی شمار بسیار زیادی از یک بخش معین را در نظر گرفت.

(ب) درشت مولکول‌هایی مانند پلی‌اتن، نایلون و تفلون در طبیعت یافت نمی‌شوند و ساختگی هستند.

(پ) با بررسی ساختار پلی‌اتن و تفلون می‌توان نتیجه گرفت هیدروکربن‌هایی سیرنشده هستند.

(ت) اگر در مولکول یک نوع پلی‌استیرن فرضی ۵۰۰ واحد تکرار شونده وجود داشته باشد، در هر مولکول این پلیمر ۴۰۰۰ اتم هیدروژن وجود دارد.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

۹۲- در شرایط مناسب مقدار $۳/۷$ گرم از سبک‌ترین الکل یک عاملی راست زنجیر که می‌توان از آن محلولی سیرشده در آب تهیه کرد با مقدار

کافی استیک اسید واکنش داده است، بر این اساس ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) پس از پایان واکنش $۵/۸$ گرم فراورده آلی تولید می‌شود.

(۲) فراورده آلی حاصل از این واکنش را می‌توان برای تولید شوینده‌هایی با بوی آناناس استفاده کرد.

(۳) فرمول مولکولی فراورده آلی حاصل از این واکنش $C_6H_{12}O$ است.

(۴) طی این فرایند آب نیز تولید می‌شود که جرم آن ۰.۲۵ برابر جرم فراورده آلی واکنش است.

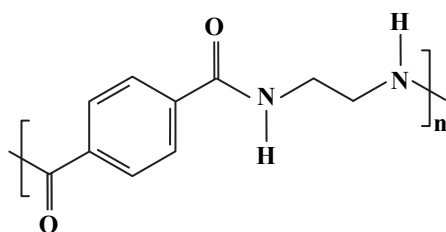
۹۳- ساختار نمایش داده شده بخشی از ساختار مولکول یک نوع پلیمر است، با توجه به آن کدام توصیف درست است؟

(۱) نوعی پلی‌استر است که از مخلوط کردن دو ماده در شرایط مناسب تهیه می‌شود.

(۲) پلیمری هم‌خانواده با کولار است که در تهیه آن از یک دی‌الکل به‌عنوان مونومر استفاده می‌شود.

(۳) شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول یکی از مونومرهای سازنده این پلیمر ۲ واحد بیشتر از شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول مونومر دیگر است.

(۴) از خانواده پلی‌آمیدها بوده و تجربه نشان می‌دهد به‌طور معمول در اثر واکنش با آب به سرعت به مونومرهایش تجزیه می‌شود.



محل انجام محاسبات

۹۴- چند مورد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- با افزایش شمار اتمهای کربن در زنجیر مولکول الکل، نیروهای وان دروالسی بین مولکولهای الکل قوی تر می شوند.
- هرچه مولکول الکل شمار اتمهای کربن بیشتری داشته باشد، تفاوت انحلال پذیری الکل در آب با انحلال پذیری آلکان هم کربنش در آب بیشتر است.
- اسیدی که از آبکافت اتیل استات تولید می شود را می توان از آبکافت اتیل پروپانوات نیز به دست آورد.
- شمار اتمهای هیدروژن در مولکول ساده ترین کربوکسیلیک اسید با شمار اتمهای کربن در مولکول پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید در زندگی روزانه برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۵- کدام گزینه نادرست است؟

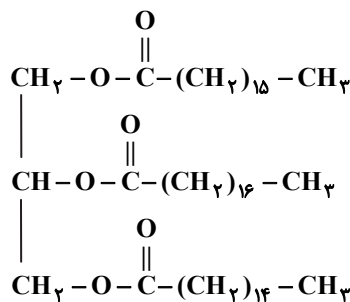
- (۱) فرمول شیمیایی $C_{18}H_{39}O_7N$ را می توان به صابون مایعی با زنجیر آلکیل ۱۷ کربنی نسبت داد.
- (۲) از واکنش جوش شیرین با جوهرنمک، سه ترکیب با حالت های فیزیکی متفاوت تشکیل می شوند.
- (۳) در هر شرایطی رسانایی الکتریکی محلول بنزوئیک اسید به طور آشکاری از رسانایی الکتریکی محلول پتاس سوزآور کمتر است.
- (۴) گل ادریسی در خاکی که غلظت یون هیدروکسید در آن 4×10^{-5} مولار است به رنگ سرخ دیده می شود.

۹۶- با توجه به فرمول ساختاری نوعی چربی که به شکل روبهرو است کدام موارد زیر درست هستند؟

- (الف) از واکنش آن با محلول سود سوزآور، سه صابون جامد متفاوت به دست می آید.
- (ب) از واکنش سوختن کامل 0.2 مول از آن در STP به تقریب ۴۱۲ لیتر گاز کربن دی اکسید تولید می شود.

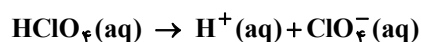
(پ) نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به جفت الکترون های ناپیوندی در آن برابر $14/8$ است.

(ت) مخلوط به دست آمده از آن با آب و صابون، پایدار است.



- (۱) «الف» و «ب»
- (۲) «الف» و «پ»
- (۳) «الف» و «ت»
- (۴) «پ» و «ت»

۹۷- معادله یونش پرکلریک اسید به صورت زیر است. تفاوت pH محلول 0.005 مولار آن با pH محلول 0.035 مولار باریوم هیدروکسید برابر چند است؟



۱۰/۵۵ (۴) ۱۰/۱۵ (۳) ۹/۵۵ (۲) ۹/۱۵ (۱)

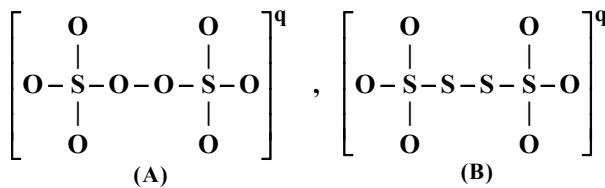
۹۸- کدام موارد در مورد سلول سوختی «هیدروژن-اکسیژن» درست است؟ ($H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- (الف) به ازای مبادله هر مول الکترون در مدار بیرونی ۹ گرم بخار آب در کاتد تولید می شود.
- (ب) emf سلول با پتانسیل کاهش استاندارد نیم واکنش کاتدی برابر است.
- (پ) جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی همانند سلول گالوانی و برخلاف سلول الکترولیتی از آنند به کاتد است.
- (ت) در این سلول همانند سلول های گالوانی، کاتیون ها پس از مهاجرت به سمت کاتد، مصرف می شوند.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «پ»، «ب» و «ت» (۳) «الف» و «ب» (۴) «الف»، «ب» و «ت»

محل انجام محاسبات

۹۹- با توجه به ساختارهای رسم شده که در آن همه اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) بار الکتریکی هر دو یون یکسان است.
 (۲) عدد اکسایش اتم‌های گوگرد در ساختار A یکسان و برابر +۶ است.
 (۳) در ساختار B اتم‌های گوگرد دو نوع عدد اکسایش +۵ و +۲ دارند.
 (۴) یون A برخلاف یون B در واکنش‌های اکسایش-کاهش همواره نقش اکسندگی دارد.

۱۰۰- چند مورد از عبارت‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی مشابه با عبارت زیر نیستند؟

«فرمول شیمیایی یک پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $\text{C}_7\text{H}_{15}\text{SO}_3\text{Na}$ است.»

- برای تهیه فلز سدیم می‌توان از برقکافت محلول آبی سدیم کلرید استفاده کرد.
- شمار مول الکترون‌های مبادله‌شده به‌ازای تولید هر مول آلومینیم در فرایند هال برابر ۱۲ است.
- عدد اکسایش اتم اکسیژن در مولکول HOF با عدد اکسایش اتم کربن در مولکول CH_4O برابر است.
- قدرت کاهندگی فلزهای دسته p از قدرت کاهندگی فلزهای دسته d کمتر است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۱- اگر غلظت یون منیزیم در یک نمونه آب دریا برابر 2500 ppm باشد، برای تهیه هر کیلوگرم فلز منیزیم خالص چند لیتر از این نمونه آب

دریا لازم است؟ (بازده درصدی واکنش برقکافت برابر ۸۰٪ است و چگالی آب دریا را $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ در نظر بگیرید.) ($\text{Mg} = 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۳۲۰ (۴) ۶۲۲/۲

۱۰۲- کدام مطلب در مورد خوردگی آهن درست است؟

- (۱) شدت خوردگی آهن در محیط اسیدی افزایش می‌یابد؛ زیرا پتانسیل آهن در این محیط منفی‌تر می‌شود.
- (۲) اتم‌های آهن با از دست دادن الکترون وارد قطره آب شده و الکترون‌ها از درون فلز خود را به اکسیژن می‌رسانند.
- (۳) در معادله کلی زنگ زدن آهن، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش برابر ۱۸ است.
- (۴) مهم‌ترین روش صنعتی برای جلوگیری از خوردگی آهن، روکش کردن آن با روش آبکاری است.

۱۰۳- در بین عبارت‌های زیر چند عبارت درست است؟

- در ساختار مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی از آمونیاک استفاده می‌شود.
- آلاینده CO خروجی از مبدل‌های بنزینی پس از عبور از مبدل به شکل CO_2 خارج می‌شود.
- از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند CO و NO استفاده نمود.
- در واکنش‌های شیمیایی با استفاده از کاتالیزگر می‌توان ΔH واکنش را تغییر داد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- تعادل $\text{A(s)} + \text{B(g)} \rightleftharpoons \text{C(s)}$ با ۱/۱ مول A، ۱/۱ مول B و ۰/۵ مول C در سامانه‌ای ۲ لیتری برقرار است. چنانچه در دمای ثابت به

این سامانه ۰/۵ مول B افزوده شود، کدام گزینه درست است؟

- (۱) تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و ثابت تعادل جدید با ثابت تعادل اولیه برابر است.
- (۲) A به‌طور کامل مصرف می‌شود و تعادل جدیدی ایجاد نمی‌شود.
- (۳) تعادل جابه‌جا نمی‌شود و ثابت تعادل نیز دچار تغییر نمی‌شود.
- (۴) تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و غلظت تعادلی B و C در تعادل جدید بیشتر خواهد بود.

۱۰۵- در بین عبارت‌های زیر چند عبارت درست است؟

- در فرایند اکسایش پارازیلین ۶ اتم کربن تغییر عدد اکسایش ندارند.
- اتن در مجاورت پتاسیم پرمنگنات غلیظ به اتیلن گلیکول تبدیل می‌شود.
- در بازیافت فیزیکی PET مقدار قابل توجهی متانول مصرف می‌شود.
- یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی سودمند است که کلیه مواد به فرآورده تبدیل شوند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

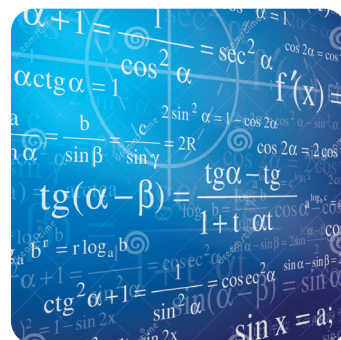
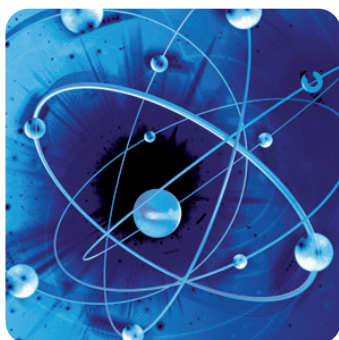
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۱ تیر ۱۴۰۳ (مرحله ۲۲)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی



ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته: به‌طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

اگر S و P مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله باشند، شرایط زیر باید برقرار باشد تا معادله دارای دو ریشه حقیقی منفی باشد:

$$۱) \Delta > 0 \Rightarrow 4(m+6)^2 - 4m(-3) > 0 \Rightarrow m^2 + 15m + 36 > 0 \Rightarrow m < -12 \text{ یا } m > -3$$

$$۲) S < 0 \Rightarrow \frac{2(m+6)}{m} < 0 \Rightarrow -6 < m < 0$$

$$۳) P > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m} > 0 \Rightarrow m < 0$$

از اشتراک سه شرط بالا، به رابطه $-3 < m < 0$ می‌رسیم.

بزرگ‌ترین مقدار صحیح m برابر -1 است و به‌ازای این مقدار داریم:

$$-x^2 - 10x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 3 = 0$$

مجموع مربعات ریشه‌های این معادله برابر است با:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 100 - 6 = 94$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۱، فصل ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \text{ یا } S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

الگوی خطی همان دنباله حسابی است. با استفاده از نکته و اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} S_{3n} = \frac{3n}{2}(a_1 + a_{3n}) \\ S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \end{cases} \Rightarrow \frac{2S_{3n}}{3} + \frac{2S_n}{1} = n(2a_1 + a_n + a_{3n})$$

چون $\frac{a_n + a_{3n}}{2} = a_{2n}$ و $S_{2n} = \frac{2n}{2}(a_1 + a_{2n})$ ، پس:

$$\frac{2}{3}S_{3n} + 2S_n = n(2a_1 + a_n + a_{3n}) = n(2a_1 + 2a_{2n}) = 2n(a_1 + a_{2n}) = 2S_{2n}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times 588 + 2S_n = 2 \times 245 \Rightarrow S_n = 245 - 196 = 49$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۴)

۳- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به قدرمطلق مخرج کسر، دو حالت برای x در نظر می‌گیریم:

$$۱) x < 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1-x-1} \geq 8 \Rightarrow -\frac{x^2}{x} \geq 8 \xrightarrow{x \neq 0} -x \geq 8 \Rightarrow x \leq -8$$

پس بازه $[-8, -\infty)$ بخشی از مجموعه جواب است.

$$۲) x \geq 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x-1-1} \geq 8 \Rightarrow \frac{x^2}{x-2} - 8 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 8x + 16}{x-2} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-4)^2}{x-2} \geq 0 \xrightarrow{(x-4)^2 \geq 0} x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

بازه $(2, +\infty)$ نیز بخشی دیگر از مجموعه جواب است. در حالت کلی مجموعه جواب به‌صورت $[-8, -\infty) \cup (2, +\infty)$ است. بنابراین:

$a = -8$ و $b = 2$ و داریم:

$$a + b = -8 + 2 = -6$$

۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

نکته: برخی از معادلات که دارای عبارت‌های رادیکالی از مجهول هستند را معادلات گنگ می‌نامند. برای حل آن‌ها با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم. جواب‌های به‌دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند؛ زیرا عملیات توان‌رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.

نکته: به‌طور کلی اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند. عبارت رادیکالی را در یک طرف تساوی تنها می‌کنیم و سپس دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{4x-5} = x-1 \xrightarrow[x \geq 1]{\text{به توان ۲}} 4x-5 = (x-1)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 6 \\ \alpha\beta = 6 \end{cases}$$

حال معادله جدید را تشکیل می‌دهیم:

$$S = 1 + \frac{2}{\alpha} + 1 + \frac{2}{\beta} = 2 + \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = 2 + \frac{2 \times 6}{6} = 4 \quad P = (1 + \frac{2}{\alpha})(1 + \frac{2}{\beta}) = 1 + \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} + \frac{4}{\alpha\beta} = 1 + \frac{2 \times 6}{6} + \frac{4}{6} = \frac{11}{3}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + \frac{11}{3} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 11 = 0$$

بنابراین:

تذکر: دقت شود که در صورت حل معادله اصلی به دو جواب بزرگ‌تر از ۱ می‌رسیم، پس هر دو قابل قبول‌اند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۱)

۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: به‌طور کلی اگر در صفحه مختصات دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نکته: اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آنگاه $mm' = -1$ و برعکس.

راه حل اول: فرض کنید $A(a, 4a)$ باشد، شیب AB برابر $-\frac{1}{4}$ است. معادله آن را می‌نویسیم و مختصات نقطه B را مشخص می‌کنیم:

$$\text{معادله } AB: y - 4a = -\frac{1}{4}(x - a)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{17}{4}a \Rightarrow B(0, \frac{17}{4}a)$$

حال طول اضلاع OA و AB را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} OA = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = a\sqrt{17} \\ AB = \sqrt{a^2 + (\frac{17}{4}a - 4a)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{16}a^2} = \frac{a\sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

مطابق فرض سؤال، مساحت این مستطیل برابر ۳۶ است، پس:

$$S = OA \times AB \Rightarrow a\sqrt{17} \times \frac{a\sqrt{17}}{4} = 36 \Rightarrow a = \frac{12}{\sqrt{17}}$$

حال داریم:

$$\text{محیط} = 2(a\sqrt{17} + \frac{a\sqrt{17}}{4}) = \frac{5}{2}a\sqrt{17} = \frac{5}{2} \times \frac{12}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17} = 30$$

راه حل دوم: شیب خط OA برابر ۴ است، پس $OA = 4AB$ و داریم:

$$S = OA \times AB = 4AB^2 = 36 \Rightarrow AB = 3 \Rightarrow OA = 12 \Rightarrow \text{محیط} = 30$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس‌های ۳ و ۴، فصل ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

نکته: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

فرض کنید $f(x) = ax + b$ باشد:

$$f(x+2) = a(x+2) + b = ax + 2a + b$$

$$f \circ f(x+2) = a(ax + 2a + b) + b = a^2x + 2a^2 + ab + b$$

به شرطی تابع به‌دست آمده با تابع همانی ($y = x$) برابر است که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a^2 = 1 \\ 2a^2 + ab + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow 2 + b + b = 0 \Rightarrow b = -1 \\ a = -1 \Rightarrow 2 - b + b = 0 \Rightarrow \text{تناقض} \end{cases}$$

پس $f(x) = x - 1$ و در نتیجه $f^{-1}(x) = x + 1$ است، حال داریم:

$$f(2x) < f^{-1}(x) \Rightarrow 2x - 1 < x + 1 \Rightarrow x < 2$$

نکته: اگر f یک تابع یک به یک باشد، برای به دست آوردن نمودار تابع f^{-1} ، کافی است قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به دست آوریم.

نکته: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

ابتدا تابع $f \circ f(x)$ را تشکیل می دهیم:

$$f \circ f(x) = \frac{2\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)+1}{\frac{2x+1}{x-1}-1} = \frac{4x+2+x-1}{2x+1-x+1} = \frac{5x+1}{x+2}$$

طبق نکته اول می توان نتیجه گرفت هر تابعی (به جز به فرم $xy = k$) اگر وارونش را قطع کند، آن را روی خط $y = x$ قطع می کند، پس برای یافتن نقاط برخورد تابع $f \circ f$ با وارون خود، کافی است نمودار $f \circ f$ را با نیمساز $y = x$ تقاطع دهیم، داریم:

$$\frac{5x+1}{x+2} = x \Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-1} = -3$$

نکته: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

$x = \alpha$ را در معادله داده شده جای گذاری می کنیم، داریم:

$$x = \alpha \Rightarrow \log_7 \alpha + \log_3 \alpha = 1$$

دو طرف تساوی را بر $\log_7 \alpha \times \log_3 \alpha$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{\log_7 \alpha}{\log_7 \alpha \log_3 \alpha} + \frac{\log_3 \alpha}{\log_7 \alpha \log_3 \alpha} = \frac{1}{\log_7 \alpha \log_3 \alpha} \Rightarrow \log_\alpha 7 + \log_\alpha 3 = \log_\alpha 7 \log_\alpha 3$$

$$\Rightarrow \log_\alpha 6 = \log_\alpha 7 \log_\alpha 3$$

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

نکته: به شرطی تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ با وارون خود برابر است که $a = -d$ باشد. پس با توجه به نکته، به شرطی $f = f^{-1}$ است که $a = -1$ باشد. حال داریم:

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه}} g(x) = f(-x) = \frac{-x+2}{-x-1} = \frac{x-2}{x+1}$$

حال $g(\sqrt[3]{2})$ را به دست می آوریم:

$$g(\sqrt[3]{2}) = \frac{\sqrt[3]{2}-2}{\sqrt[3]{2}+1} = \frac{(\sqrt[3]{2}-2)(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)}{(\sqrt[3]{2}+1)(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)} = \frac{2-\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{4}+2\sqrt[3]{2}-2}{2+1} = \frac{3(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4})}{3} = \sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}$$

پس $n=2$ و $m=4$ و $n+m=6$ است.

نکته: $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

چون θ حاده است، پس $\sin 2\theta$ مثبت است و در نتیجه $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$ است، حال داریم:

$$\tan^2\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sin^2\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{\frac{1}{2}(1-\cos(2\theta + \frac{3\pi}{2}))}{\frac{1}{2}(1+\cos(2\theta + \frac{3\pi}{2}))} = \frac{1-\sin 2\theta}{1+\sin 2\theta} = \frac{1-\frac{4}{5}}{1+\frac{4}{5}} = \frac{1}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{cases} \max = a + |b| = 5 \\ \min = a - |b| = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ |b| = 3 \end{cases}$$

$$f(x) > 0 \Rightarrow a - \frac{b\sqrt{2}}{2} > 0 \Rightarrow b < 2\sqrt{2} \Rightarrow b = -3 \Rightarrow f(x) = 2 + 3 \sin(-3x + \frac{\pi}{4})$$

تابع $y = [f(x)]$ در نقطه‌ای حد دارد ولی پیوسته نیست که f ماکزیمم باشد و چون ضریب سینوس مثبت است، پس کافی است $\sin(-3x + \frac{\pi}{4})$ برابر ۱ باشد، داریم:

$$-3x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow -3x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{-2k\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{k=-1} x = \frac{7\pi}{12}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

طبق نکته داریم:

$$\sin 2x + \cos 4x = 1 \Rightarrow \sin 2x + 1 - 2\sin^2 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x - 2\sin^2 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x(1 - 2\sin 2x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = \pi \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \Rightarrow \text{مجموع} = \pi$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۵)

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

حد ابهام $\frac{0}{0}$ دارد. برای رفع ابهام، صورت و مخرج را در مزدوج عبارت زیر رادیکال ضرب می‌کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-\sqrt{2x-x^2}}}{(x-1)(x+1)} \times \frac{\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}}}{\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}}} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-2x+x^2}}{(\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}})(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{(\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}})(x+1)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{(\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}})(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{(\sqrt{1+\sqrt{2x-x^2}})(x+1)(x-1)} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۳)

۱۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

خط $y = 2$ مجانب افقی است، پس نمودار f از نقطه $(-2, 2)$ عبور می‌کند:

$$f(-2) = 2 \Rightarrow \frac{8-2-12}{4-4+a} = 2 \Rightarrow \frac{-6}{a} = 2 \Rightarrow a = -3$$

حال داریم:

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{2x^2 + x - 12}{(x+3)(x-1)}$$

مجانب قائم مثبت تابع $x = 1$ است، پس داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \frac{-9}{+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \frac{-9}{-} = +\infty \end{aligned}$$

نکته (تعریف مشتق): مشتق تابع f در $x = \alpha$ برابر است با:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

نکته: $(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x))$

چون f در $x = 2$ پیوسته است به شرطی حاصل حد وجود دارد که $f(2) = 2$ باشد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 2)(f'(x) + 2f(x) + 4)}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) + 2f(x) + 4}{x + 2} = \frac{12}{4} f'(2) = 3f'(2) \Rightarrow 2f'(2) = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{2}$$

اکنون عبارت خواسته شده برابر است با:

$$(g \circ f)'(2) = f'(2) g'(f(2)) = f'(2) g'(2)$$

حال از تابع g مشتق می‌گیریم تا $g'(2)$ را محاسبه کنیم:

$$g'(x) = 1 + \frac{4}{3\sqrt[3]{16x^2}} \Rightarrow g'(2) = 1 + \frac{4}{12} = \frac{4}{3}$$

بنابراین:

$$(g \circ f)'(2) = f'(2) \cdot g'(2) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۴)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a پیوسته است.

با توجه به اینکه در یک همسایگی $x = -2$ مقدار x منفی است، پس $|x| = -x$ است، داریم:

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b - x & x < -2 \\ 3x^2 + a - x & x \geq -2 \end{cases}$$

$$g'(x) = \begin{cases} 3x^2 + a - 1 & x < -2 \\ 6x - 1 & x \geq -2 \end{cases}$$

شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = g(-2) \Rightarrow -6 - 2a + b = 14 + a \Rightarrow -3a + b = 20$

شرط برابری مشتق چپ و راست: $g'_-(-2) = g'_+(-2) \Rightarrow 11 + a = -13 \Rightarrow a = -24 \Rightarrow b = -52 \Rightarrow a - b = 28$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

۱۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته: برای یافتن نقاط اکسترمم مطلق ابتدا نقاط بحرانی را مشخص می‌کنیم. در این صورت از بین تمام نقاط بحرانی و نقاط انتهایی بازه، نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط، مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است. ابتدا مشتق f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{a}{\sqrt{ax+2}} - \frac{a}{\sqrt{2ax+1}}$$

نقاط بحرانی این تابع ریشه‌های $f'(x) = 0$ و ریشه‌های مخرج کسرها هستند. ابتدا به‌ازای ریشه‌های مخرج مقدار f را به‌دست می‌آوریم:

تعریف نشده $x = -\frac{2}{a} \Rightarrow f(-\frac{2}{a})$

$x = -\frac{1}{2a} \Rightarrow f(-\frac{1}{2a}) = 2\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{6}$

حال $f'(x)$ را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f'(x) = \frac{a}{\sqrt{ax+2}} - \frac{a}{\sqrt{2ax+1}} = 0 \Rightarrow \sqrt{ax+2} = \sqrt{2ax+1} \Rightarrow ax+2 = 2ax+1 \Rightarrow x = \frac{1}{a}$$

$$f(\frac{1}{a}) = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

پس $f(\frac{1}{a}) = \sqrt{3}$ مینیمم است و در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۳، فصل ۵)

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

نکته: تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ را که در آن $c \neq 0$ است یک تابع هموگرافیک می‌نامیم.

نکته: در تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، خط $y = \frac{a}{c}$ مجانب افقی و خط $x = -\frac{d}{c}$ مجانب قائم آن است.

در تابع درجه سوم f ، $x=0$ ریشه مضاعف و $x=3$ ریشه ساده است، پس $f(x) = kx^2(x-3)$ است. این تابع در نقطه $x=0$ و در نقطه دیگری که با تابع هموگرافیک متقاطع شده، دارای اکسترمم نسبی است. طول آن را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = k(3x^2 - 6x) \xrightarrow{f'=0} x=0, x=2$$

پس طول نقطه ماکزیمم نسبی f برابر ۲ است.

در تابع هموگرافیک g ، مجانب قائم $x=0$ و مجانب افقی $y=-4$ است، پس:

$$g(x) = \frac{-4x+a}{x} \Rightarrow g(2) = 0 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow g(x) = \frac{-4x+12}{x}$$

در نقطه $x=2$ نمودار دو تابع متقاطع‌اند، پس:

$$f(2) = g(2) \Rightarrow -4k = 2 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

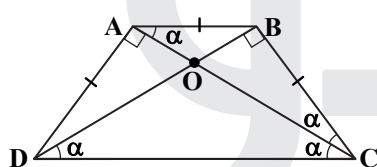
بنابراین:

$$f'(x) = k(3x^2 - 6x) \Rightarrow f'(3) = -\frac{1}{2}(27 - 18) = -\frac{9}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۱، فصل ۳ و درس ۲، فصل ۱)

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

با در نظر گرفتن شکل مقابل و با توجه به فرض سؤال داریم:



$$AB = BC = AD \Rightarrow \hat{BAC} = \hat{ACB} = \alpha$$

$$AB \parallel DC \Rightarrow \hat{BAC} = \hat{ACD} = \alpha$$

$$\triangle AOD \cong \triangle BOC \Rightarrow OD = OC \Rightarrow \hat{ODC} = \hat{OCD} = \alpha$$

$$\triangle BDC: \alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \hat{BCD} = 2\alpha = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (درس ۳، فصل ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

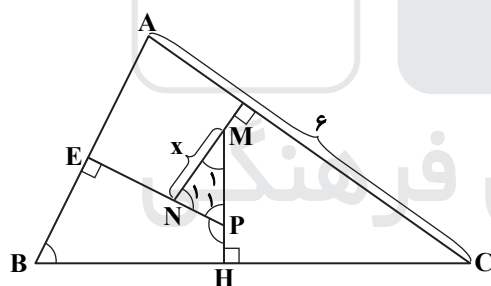
در چهارضلعی BEPH، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{EPH} + \hat{B} &= 180^\circ \\ \hat{EPH} + \hat{P_1} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{P_1} = \hat{B}$$

به همین ترتیب داریم:

$$\hat{M_1} = \hat{C}, \hat{N_1} = \hat{A}$$

پس دو مثلث ABC و MNP متشابه‌اند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با توان دوم نسبت تشابه است.



$$\frac{S_{\triangle MNP}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{MN}{AC}\right)^2 = \left(\frac{x}{6}\right)^2 = \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

چون مساحت مثلث MNP یک چهارم مساحت مثلث ABC است، پس مجموع مساحت سه تا چهارضلعی، $\frac{3}{4}$ مساحت مثلث ABC می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۴)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

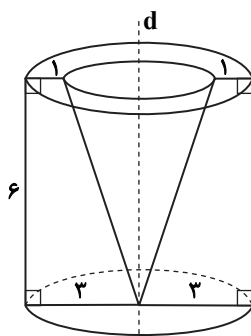
باید مطابق شکل، حجم یک مخروط را از حجم یک استوانه کم کنیم:

$$r_{\text{مخروط}} = 3 - 1 = 2$$

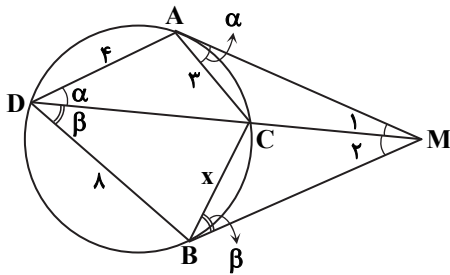
$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 6 = 8\pi$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi$$

$$\text{حجم شکل حاصل} = 54\pi - 8\pi = 46\pi$$



مثلث‌های MAC و MAD متشابه‌اند؛ زیرا:



$$\left. \begin{aligned} \widehat{ADM} &= \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ محاطی} \\ \widehat{MAC} &= \frac{\widehat{AC}}{2} \text{ ظلی} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{MAC} = \alpha \Rightarrow \widehat{MAC} \sim \widehat{MAD}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{MC}{MA} \quad (I)$$

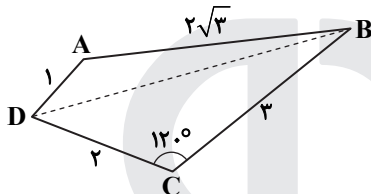
مثلث‌های MBC و MDB نیز متشابه‌اند؛ زیرا:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{MDB} &= \frac{\widehat{CB}}{2} \text{ محاطی} \\ \widehat{MBC} &= \frac{\widehat{CB}}{2} \text{ ظلی} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{MDB} = \widehat{MBC} = \beta \Rightarrow \widehat{MCB} \sim \widehat{MDB} \Rightarrow \frac{BC}{BD} = \frac{MC}{MB} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{MC}{MB} \quad (II)$$

طول مماس‌های MA و MB برابرند. پس طبق (I) و (II) داریم:

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{8} \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = 6$$

بر طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث BDC داریم:



$$BD^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 3 \cos 120^\circ = 9 + 4 + 6 = 19$$

حال قضیه کسینوس‌ها را در مثلث ABD نوشته و داریم:

$$BD^2 = 1^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 1 \times 2\sqrt{3} \cos \hat{A} \Rightarrow 19 = 1 + 12 - 4\sqrt{3} \cos \hat{A} \Rightarrow 13 - 4\sqrt{3} \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-6}{4\sqrt{3}} = -\frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 150^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{\hat{C}} = \frac{150}{120} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$[-1 \ 2 \ 1] \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$[-x+1 \ -2x-1 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -x^2 + x - 4x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 = 5 > 0 \rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

ابتدا $|A|$ را یافته و ماتریس A را مشخص می‌کنیم:

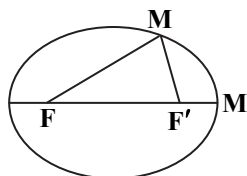
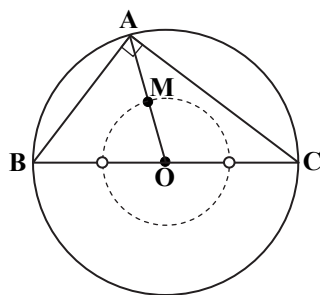
$$A = \begin{bmatrix} 2|A|^2 & |A| \\ |A|^2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 2|A|^2 - |A|^2 \xrightarrow{+|A|} 1 = 2|A| - |A|^2 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0 \Rightarrow (|A| - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow |A| = 1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A ماتریس ضرایب دستگاه معادلات خطی می‌باشد، پس معادلات دستگاه به صورت زیر است:

$$\begin{cases} 2x + y = c \\ x + y = c' \end{cases}$$

مجموع جواب‌های دستگاه، در معادله دوم ($x + y = c'$) آن دیده می‌شود، پس باید از بین گزینه‌ها، ماتریس B را طوری بیابیم که $c' = 5$ باشد که فقط گزینه ۴ به این صورت است.



۲۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (درس ۱، فصل ۲)

چون وتر BC ثابت است، پس مکان رأس A دایره‌ای به قطر BC است. نقطه M وسط میانه وارد بر وتر است.

$$MO = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}BC\right) = \frac{1}{4}BC$$

فاصله M از وسط BC همواره ثابت است، ضمناً وتر BC هم ثابت است، پس نقطه O (وسط BC) نیز ثابت است، پس مکان M دایره‌ای به مرکز وسط BC و شعاع $\frac{BC}{4}$ است

که دارای دو نقطه توخالی است؛ بنابراین مکان نقطه M دو نیم‌دایره است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

طبق نامساوی مثلثی، در مثلث MFF' داریم:

$$MF - MF' \leq FF'$$

حالت تساوی مربوط به قرار گرفتن M روی رأس کانونی است که در این حالت داریم:

$$MF - MF' = FF' = 2c$$

پس:

$$x = 2c$$

در بیضی همواره $MF + MF' = 2a$ است، پس کمترین مقدار $MF + MF'$ نیز همان $2a$ می‌باشد؛ لذا $y = 2a$ و خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{x}{y} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = e$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

با توجه به شکل مقابل، در مثلث AFH' داریم:

$$\triangle AFH': \begin{cases} \tan 60^\circ = \frac{AH'}{FH'} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AH'}{1} \Rightarrow AH' = \sqrt{3} \\ \sin 60^\circ = \frac{AH'}{AF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AF} \Rightarrow AF = 2 \end{cases}$$

بر طبق تعریف سهمی داریم:

$$AK = AF = 2$$

اندازه FH برابر است با:

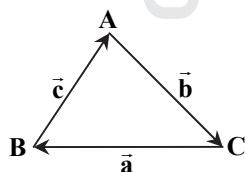
$$FH = HH' - FH' = AK - FH' = 2 - 1 = 1$$

$$S_{AFHK} = \left(\frac{AK + FH}{2}\right)AH' = \left(\frac{2+1}{2}\right) \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۳)

بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را مطابق شکل با جهت‌های نشان داده‌شده فرض می‌کنیم. در این صورت:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{O}$$



حاصل عبارتی که باید محاسبه کنیم را برحسب این سه بردار می‌نویسیم:

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{c} \cdot (-\vec{b}) + (-\vec{c}) \cdot (\vec{a}) + \vec{b} \cdot (-\vec{a}) = -(\vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{a})$$

حال عبارت $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a})$$

چون $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{O}$ داریم:

$$0 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -\frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2)$$

چون $|\vec{a}| = a$ ، $|\vec{b}| = b$ و $|\vec{c}| = c$ ، پس حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$-(\vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{a}) = -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$$

از آنجایی که رقم یکان باید عددی زوج باشد، حالت‌های زیر می‌تواند برای رقم یکان وجود داشته باشد:

(۱) صفر در یکان باشد: برای دهگان و صدگان بایستی دو رقم از میان ۹ رقم ۱ تا ۹ انتخاب کرده و عدد بزرگ‌تر را در صدگان قرار دهیم.

$$\binom{9}{2} = 36$$

(۲) ۲ در یکان باشد: برای دهگان و صدگان بایستی دو رقم از میان ۷ رقم ۳ تا ۹ انتخاب کرده و عدد بزرگ‌تر را در صدگان قرار دهیم.

$$\binom{7}{2} = 21$$

(۳) ۴ در یکان باشد: برای دهگان و صدگان بایستی دو رقم از میان ۵ رقم ۵ تا ۹ انتخاب کرده و عدد بزرگ‌تر را در صدگان قرار دهیم.

$$\binom{5}{2} = 10$$

(۴) ۶ در یکان باشد: برای دهگان و صدگان بایستی دو رقم از میان ۳ رقم ۷ تا ۹ انتخاب کرده و عدد بزرگ‌تر را در صدگان قرار دهیم.

$$\binom{3}{2} = 3$$

با توجه به اینکه باید صدگان از دهگان بزرگ‌تر باشد، پس رقم یکان نمی‌تواند ۸ باشد. پس تعداد کل اعداد با شرایط مسئله برابر است با:

$$36 + 21 + 10 + 3 = 70$$

از رابطه $A \times B \subseteq C \times D$ نتیجه می‌شود: $A \subseteq C$ و $B \subseteq D$

$$B \subseteq D \Rightarrow \begin{cases} B - D = \emptyset \\ B \cap D = B \end{cases} \text{ و } A \subseteq C \Rightarrow \begin{cases} A \cup C = C \\ A \cap C = A \end{cases}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$[(A \cup C) \cap (A - C')] \cup [(B - D) \cup (B \cap D)] = (C \cap A) \cup (\emptyset \cup B) = A \cup B$$

پس خواهیم داشت:

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

$$n(S) = 6!$$

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

اگر پیشامد آنکه دو حرف a و e کنار هم باشند را A و پیشامد آنکه دو حرف r و s کنار هم باشند را B در نظر بگیریم، بایستی مقدار

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$n(A - B)$ را حساب کنیم که برابر است با:

پس داریم:

$$A : cr \boxed{ea} ms : n(A) = 2! \times 5!$$

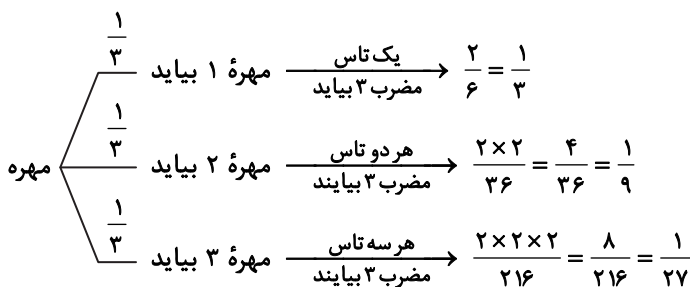
$$A \cap B : c \boxed{rs} \boxed{ea} m : n(A \cap B) = 2! \times 2! \times 4!$$

$$n(A - B) = 2! \times 5! - 2! \times 2! \times 4! = 2! \times 5 \times 4! - 2 \times 2! \times 4! = 2! \times 4! (5 - 2) = 2 \times 4! \times 3 = 6 \times 4!$$

$$P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{6 \times 4!}{6!} = \frac{6 \times 4!}{6 \times 5 \times 4!} = \frac{1}{5}$$

پس احتمال مورد نظر برابر است با:

ابتدا مسئله را به کمک نمودار درختی، مدل سازی می‌کنیم:



حال اگر پیشامد انتخاب مهره ۱ را B_1 ، پیشامد انتخاب مهره ۲ را B_2 ، پیشامد انتخاب مهره ۳ را B_3 و پیشامد اینکه همه برآمدهای

تاس‌ها مضرب ۳ باشند، را A در نظر بگیریم، به کمک قاعده بیز، خواهیم داشت:

$$P(B_3 | A) = \frac{P(B_3) \times P(A | B_3)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{27}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{27}} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{27}}{\frac{1}{3} (\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27})} = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{13}{27}} = \frac{1}{13}$$

می‌دانیم طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی بر آورد میانگین برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است. پس کفایت مقدار انحراف معیار داده‌ها را به دست آوریم:

$$\bar{x} = \frac{4 \times 10 + 12 \times 12 + 2 \times 14 + 6 \times 16 + 7 \times 18}{31} = \frac{40 + 144 + 28 + 96 + 126}{31} = \frac{434}{31} = 14$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4(10-14)^2 + 12(12-14)^2 + 2(14-14)^2 + 6(16-14)^2 + 7(18-14)^2}{31}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times 16 + 12 \times 4 + 0 + 6 \times 4 + 7 \times 16}{31}} = \sqrt{\frac{248}{31}} = \sqrt{8}$$

طول بازه اطمینان مطابق با فرض مسئله برابر $\sqrt{\frac{32}{5}}$ است. پس خواهیم داشت:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{32}{5}} \Rightarrow \frac{4\sqrt{8}}{\sqrt{n}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{n}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{n} = 2\sqrt{5} \Rightarrow n = 20$$

با توجه به تعریف ب.م.م دو عدد صحیح و به کمک ویژگی‌های عاقد کردن، داریم:

$$(a-4, a^3 + 5a^2 - 4) = d \Rightarrow \begin{cases} d | a - 4 \\ d | a^3 + 5a^2 - 4 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} d | a - 4 \xrightarrow{\times a^2} d | a^3 - 4a^2 \\ d | a^3 + 5a^2 - 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{(-)} d | 9a^2 - 4 \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} d | a - 4 \xrightarrow{\times 9a} d | 9a^2 - 36a \\ (*) : d | 9a^2 - 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{(-)} d | 36a - 4 \quad (**)$$

$$\left. \begin{array}{l} d | a - 4 \xrightarrow{\times 36} d | 36a - 144 \\ (**): d | 36a - 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{(-)} d | 140 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 4 \text{ یا } 5 \text{ یا } 7 \text{ یا } 10 \text{ یا } 14 \text{ یا } 20 \dots$$

با توجه به اینکه $d \neq 1$ عددی یک‌رقمی و فرد است، پس:

$$d = 5 \text{ یا } d = 7$$

حال باقی‌مانده تقسیم $d^2 - 3d$ بر ۶ را به دست می‌آوریم:

$$d = 5 \Rightarrow d^2 - 3d = 25 - 15 = 10 \Rightarrow \text{باقی‌مانده } 10 \text{ بر } 6 = 4$$

$$d = 7 \Rightarrow d^2 - 3d = 49 - 21 = 28 \Rightarrow \text{باقی‌مانده } 28 \text{ بر } 6 = 4$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

معادله سیاله $9x + 25y = 113$ را به معادله هم‌نهشتی بر حسب x تبدیل کرده و معادله را حل می‌کنیم:

$$9x \equiv 113 \pmod{25} \Rightarrow 9x \equiv 113 - 2 \times 25 \pmod{25} \Rightarrow 9x \equiv 63 \pmod{25} \xrightarrow{\div 9} x \equiv 7 \pmod{(9,25)=1}$$

و به کمک ویژگی کاهش پیمانه در هم‌نهشتی، داریم:

$$x \equiv 7 \Rightarrow x \equiv 7 - 5 \equiv 2$$

یعنی باقی‌مانده x برابر ۲ است، پس $r = 2$.

اینک بایستی باقی‌مانده تقسیم 47^{47} بر ۱۱ را حساب کنیم. پس داریم:

$$47 \equiv 47 - 4 \times 11 \Rightarrow 47 \equiv 3 \xrightarrow{\text{توان } 2} 47^2 \equiv 9 \equiv -2 \xrightarrow{\text{توان } 5} 47^{10} \equiv -32 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 4} 47^{40} \equiv 1 \quad (1)$$

$$47^2 \equiv -2 \xrightarrow{\text{توان } 3} 47^6 \equiv -8 \equiv 3 \xrightarrow{\text{ضرب می‌کنیم}} 47^7 \equiv 9 \quad (2)$$

با ضرب طرفین روابط (۱) و (۲) در هم، خواهیم داشت:

$$47^{47} \equiv 9$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

ابتدا عدد احاطه‌گری گراف را به دست می‌آوریم:

$$n = 6, \Delta = 3$$

$$\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq \left\lceil \frac{6}{3+1} \right\rceil = 2 \Rightarrow \gamma \geq 2$$

و از آنجایی که مجموعه $\{a, d\}$ احاطه‌گر است پس $\gamma = 2$ است.

از طرفی مجموعه‌های زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمم هستند:

$$\{a, d\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{f, e\}, \{f, d\}, \{f, c\}$$

یعنی ۹ مجموعه احاطه‌گر مینیمم وجود دارد.

تذکر: برای نوشتن γ - مجموعه، باید یکی از ۳ رأس a, b, f و یکی از ۳ رأس c, e, d را انتخاب کنیم. پس طبق اصل ضرب، داریم:

$$3 \times 3 = 9 \text{ تعداد } \gamma\text{-مجموعه}$$

با استفاده از مفهوم فضای نمونه‌ای کاهش یافته در محاسبه احتمال شرطی «پیشامد آنکه به هر نفر حداقل یک خودکار برسد» را فضای

نمونه‌ای کاهش یافته در نظر گرفته و احتمال آن را حساب می‌کنیم که «به هر نفر حداقل ۲ خودکار برسد». پس داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12, x_i \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \\ n=12 \end{cases} : n(S) = \binom{n-1}{k-1} = \binom{12-1}{3-1} = \binom{11}{2} = 55$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12, x_i \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \\ n=12 \end{cases} : n(A) = \binom{n+k-1-(2+2+2)}{k-1} = \binom{12+3-1-6}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{28}{55}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

ابتدا دو سوپرمارکتی که قرار است هیچ‌کس از آن‌ها خرید نکند را انتخاب می‌کنیم، که تعداد حالات این کار برابر است با:

$$\binom{5}{2} = 10$$

اینک قرار است ۴ نفر از ۳ سوپرمارکت باقی‌مانده خرید کنند، پس تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را حساب می‌کنیم:

$$3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 81 - 3 \times 16 + 3 = 36$$

و در نهایت به کمک اصل ضرب، تعداد کل حالات برابر است با:

$$10 \times 36 = 360$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به تعمیم اصل لانه کبوتری، داریم:

$$\left. \begin{aligned} k+1=4 &\Rightarrow k=3 \\ \text{تعداد لانه‌ها} &= 32 \times 32 = 1024 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = kn + 1 = (3 \times 1024) + 1 = 3073$$

$\downarrow$ حرف ابتدایی
 $\downarrow$ حرف انتهایی

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۴

$$60 \cdot \frac{\mu\text{J}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min}} = \frac{60 \cdot (10^{-6})}{(10^{-4})(60)} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = 10^{-2}$$

درستی گزاره «الف»:

درستی گزاره «ب»: طول، جرم، دما، زمان، شدت جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده، کمیت‌های اصلی هستند.

درستی گزاره «پ»: یکای نجومی میانگین فاصله زمین تا خورشید است و سال نوری مسافتی است که نور در خلأ در مدت یک سال طی می‌کند.

$$P = \frac{W \rightarrow J}{t \rightarrow s} \Rightarrow \frac{N \cdot m}{s} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}}{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

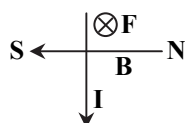
درستی گزاره «ت»:

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار حاصل از مایع در عمق ۳ متری: $P' = 125 \text{ cmHg}$ ؛ فشار کل در عمق ۳ متری: $P = P_0 + P' = 200$ ؛ فشار حاصل از مایع در عمق ۹ متری: $P = 3P' = 375 \text{ cmHg}$ ؛ فشار کل در عمق ۹ متری: $P = P_0 + 3P' = 75 + 375 = 450 \text{ cmHg}$

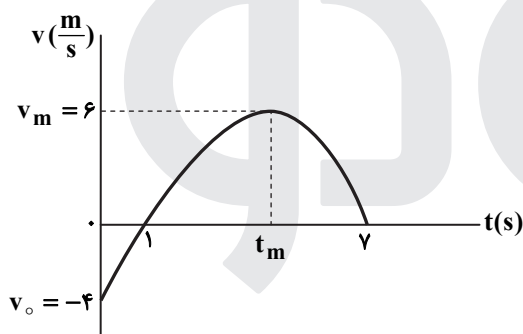
۴۳- پاسخ: گزینه ۲



مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

نیروی مغناطیسی از طرف میدان مغناطیسی آهن‌ریا به سیم حامل جریان، طبق قانون دست راست، درون سیم است و طبق قانون سوم نیوتون، واکنش آن یعنی نیرویی که سیم به آهن‌ریا وارد می‌کند، برون سیم است.

۴۴- پاسخ: گزینه ۲



مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

تندی متحرک در بازه‌های زمانی $t = 0$ تا $t = 1\text{s}$ و $t = t_m$ تا $t = 7\text{s}$ به طور مرتب در حال کاهش است و بنابراین حرکت متحرک در این بازه‌ها کندشونده است؛ پس:

$$\Delta t_{\text{کندشونده}} = (1-0) + (7-t_m) = 8-t_m$$

$$\Rightarrow 3 = 8-t_m \Rightarrow t_m = 5\text{s}$$

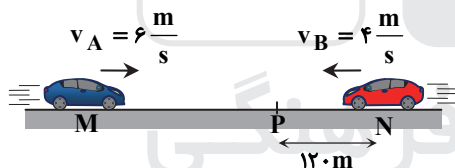
اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = t_m$ برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_m - v_0}{t_m - t_0} = \frac{6 - (-4)}{5 - 0} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

مطابق شکل زیر و با فرض اینکه متحرک‌های A و B در لحظه $t = 0$ به ترتیب از نقاط M و N شروع به حرکت کنند و در لحظه t در نقطه P به یکدیگر برسند، داریم:



$$\overline{NP} = v_B t = 4t \Rightarrow 120 = 4t \Rightarrow t = 30\text{s}$$

$$\overline{MP} = v_A t = 6t = 6 \times 30 = 180\text{m}$$

بنابراین مدت زمان لازم برای آنکه متحرک B از نقطه P به نقطه M برسد، برابر است با:

$$\overline{MP} = v_B \cdot \Delta t \Rightarrow 180 = 4\Delta t \Rightarrow \Delta t = 45\text{s}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در ابتدا سرعت متحرک را در لحظات $t = 2\text{s}$ ، $t = 4\text{s}$ و $t = 6\text{s}$ به دست می‌آوریم. چون حرکت، شتابدار ثابت است، پس:



$$v = at + v_0$$

$$t = 2\text{s} \Rightarrow v_2 = 2a + 0 = 2a$$

$$t = 4\text{s} \Rightarrow v_4 = 4a + 0 = 4a$$

$$t = 6\text{s} \Rightarrow v_6 = 6a + 0 = 6a$$

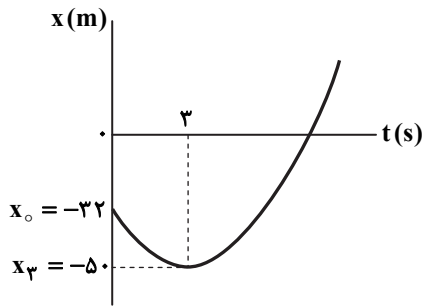
اکنون می‌توان سرعت متوسط متحرک را در ۲ ثانیه اول و ۲ ثانیه سوم حرکت به دست آورد و در پایان خواسته تست را محاسبه نمود:

$$v_{av(0,2)} = \frac{v_0 + v_2}{2} = \frac{0 + 2a}{2} = a$$

$$v_{av(2,6)} = \frac{v_4 + v_6}{2} = \frac{4a + 6a}{2} = 5a$$

$$\frac{v_{av(2,6)}}{v_{av(0,2)}} = \frac{5a}{a} = 5$$

با توجه به نمودار زیر، سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 3$ s به دست می آوریم:



$$v_{av(0,3)} = \frac{x_3 - x_0}{t_3 - t_0} = \frac{-50 - (-32)}{3 - 0} = -\frac{18}{3} = -6 \frac{m}{s}$$

از طرفی چون حرکت از نوع شتاب دار است، داریم:

$$-6 = \frac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

شتاب متحرک، ثابت و برابر شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه، مثلاً بازه $t = 0$ تا $t = 3$ s است؛ بنابراین:

$$a = a_{av(0,3)} = \frac{v_3 - v_0}{t_3 - t_0} = \frac{0 - (-12)}{3 - 0} = \frac{12}{3} = 4 \frac{m}{s^2}$$

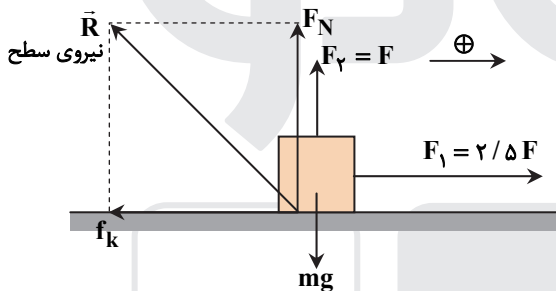
اکنون می توان، معادله مکان- زمان متحرک را به دست آورد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(4)t^2 - 12t - 32 \Rightarrow x = 2t^2 - 12t - 32$$

و در پایان برای محاسبه لحظه ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می کند، داریم:

$$x = 0 \Rightarrow 2t^2 - 12t - 32 = 0 \Rightarrow t^2 - 6t - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8s \checkmark \\ t = -2s \times \end{cases}$$

در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و سپس قانون دوم نیوتون را در دو راستای افقی و عمودی می نویسیم:



$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 2/5 F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow 2/5 F - 0/5 F_N = 2a \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N + F_2 - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_N + F - 3 \times 10 = 0$$

$$\Rightarrow F_N = 30 - F \quad (2) \text{ رابطه}$$

از طرف سطح بر جسم دو نیروی $\vec{f}_k$ و $\vec{F}_N$ وارد می شود که براین دو نیرو برابر $\vec{R}$ است، بنابراین:

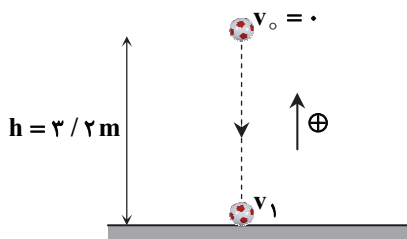
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{F_N^2 + (\mu_k F_N)^2} = \sqrt{1 + \mu_k^2} F_N \Rightarrow 10\sqrt{5} = \sqrt{1 + (0/5)^2} F_N \Rightarrow 10\sqrt{5} = \sqrt{1/25} F_N$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} F_N \Rightarrow 10\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} F_N \Rightarrow F_N = 20 \text{ N} \xrightarrow{\text{رابطه (2)}} 30 - F = 20 \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

و در پایان با استفاده از رابطه (۱)، شتاب حرکت جسم را به دست می آوریم:

$$2/5 F - 0/5 F_N = 2a \Rightarrow 2/5 \times 10 - 0/5 \times 20 = 2a \Rightarrow 25 - 10 = 2a \Rightarrow a = \frac{15}{2} = 7.5 \frac{m}{s^2}$$

در ابتدا تندی توپ قبل از برخورد به زمین را محاسبه می کنیم:



$$v_1^2 - v_0^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times 10 \times 3/2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 64 \Rightarrow v_1 = 8 \frac{m}{s}$$

و در ادامه چون تندی توپ پس از برخورد به زمین $v_2 = 6 \frac{m}{s}$ می شود، نیروی خالص متوسط وارد بر توپ در مدت برخورد برابر است با:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = 0.4 \frac{6 - (-8)}{0.04} = \frac{0.4 \times 14}{0.04} = 20 \times 14 = 280 \text{ N}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

اندازه نیروی مرکزگرای متحرک A، ۴ برابر اندازه نیروی مرکزگرای متحرک B است، بنابراین:

$$F_A = 4F_B \Rightarrow \frac{m_A v_A^2}{r_A} = 4 \frac{m_B v_B^2}{r_B} \Rightarrow \frac{m_A v_A^2}{r} = \frac{4 m_B v_B^2}{2r} \Rightarrow m_A v_A^2 = 2 m_B v_B^2 \Rightarrow \frac{v_A^2}{v_B^2} = 2 \frac{m_B}{m_A} \quad (1) \text{ رابطه}$$

نسبت انرژی جنبشی متحرک A به انرژی جنبشی متحرک B برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{v_A^2}{v_B^2} \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{2 m_B}{m_A} = 1 \times 2 = 2$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

در ابتدا دامنه نوسان و بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست آورده و سپس با استفاده از آن‌ها، انرژی مکانیکی و تندی بیشینه نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$2A = 10 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0.1}} = \sqrt{400} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (0.05)^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 25 \times 10^{-4} = 0.5 \text{ J} = 50 \text{ mJ}$$

$$v_{\max} = A\omega = 0.05 \times 20 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سپس انرژی جنبشی نوسانگر را در لحظه‌ای که تندی نوسانگر به مقدار $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ کمتر از تندی بیشینه نوسانگر است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = v_{\max} - 0.2 = 1 - 0.2 = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (0.8)^2 = 0.032 \text{ J} = 32 \text{ mJ}$$

و در پایان، محاسبه خواسته تست:

$$E = K + U \Rightarrow 50 = 32 + U \Rightarrow U = 18 \text{ mJ}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

مطابق شکل زیر، شخص در نقطه A به فاصله ۳۰ متری از بلندگوی S قرار دارد. چنانچه شخص x متر دیگر از بلندگو دور شود و در نقطه B قرار گیرد، صدای بلندگو را ۱۲ dB آهسته‌تر از نقطه A می‌شنود، بنابراین:

$$\beta_A - \beta_B = 12 \text{ dB} \Rightarrow 10 \log \frac{I_A}{I_B} = 12 \xrightarrow{(10 \log \frac{1}{r^2})} 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 12$$

$$2 \log \frac{r_B}{r_A} = 12 \Rightarrow \log \frac{r_B}{r_A} = 6 = 2 \times 3 = 2 \log 10 = \log 100$$

$$\Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 100 \Rightarrow \frac{30+x}{30} = 100 \Rightarrow 30+x = 3000 \Rightarrow x = 2970 \text{ m}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جبهه‌های موج در سمت ناظر (۲) متراکم‌تر از سمت ناظر (۱) است، بنابراین:

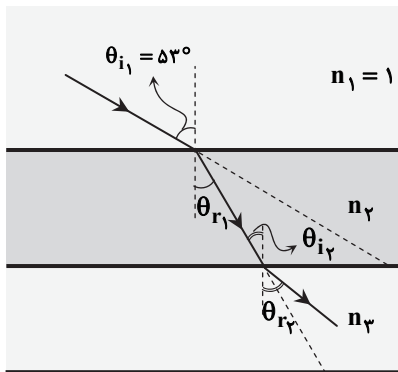
$$\lambda_2 < \lambda_1$$

از طرفی چون سرعت انتشار صوت در محیط ثابت است، با توجه به رابطه بالا، داریم:

$$\lambda_2 < \lambda_1 \Rightarrow \frac{v}{f_2} < \frac{v}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{f_2} < \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 < f_2$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

با توجه به شکل داده‌شده، در صورت تست، بخش مربعی تپ زودتر از بخش مثلثی آن به دیوار رسیده و بنابراین زودتر بازتاب می‌شود و در نتیجه در تپ بازتاب در سمت چپ آن قرار می‌گیرد؛ بنابراین یکی از گزینه‌های ۱ یا ۲ درست است. از طرفی در شکل داده‌شده در صورت تست، بخش مربعی تپ پایین‌تر از نقطه تعادل قرار دارد و بنابراین هنگامی که به دیوار می‌رسد، نیروی رو به پایینی به دیوار وارد می‌کند و مطابق قانون سوم نیوتون، دیوار نیز نیرویی در خلاف جهت و در نتیجه رو به بالا بر طناب وارد می‌کند. همین موضوع در مورد بخش مثلثی تپ نیز برقرار است و بنابراین گزینه ۱ درست است.



پرتو نور هنگامی که از محیط (۱) به محیط (۲) وارد می‌شود، به خط عمود نزدیک می‌شود، بنابراین:

$$D_1 = \theta_{i1} - \theta_{r1} \Rightarrow 23^\circ = 53^\circ - \theta_{r1} \Rightarrow \theta_{r1} = 30^\circ$$

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} \Rightarrow \theta_{i2} = 30^\circ$$

پرتو نور هنگامی که از محیط (۲) به محیط (۳) وارد می‌شود، از خط عمود دور می‌شود؛ بنابراین:

$$D_2 = \theta_{r2} - \theta_{i2} \Rightarrow 7^\circ = \theta_{r2} - 30^\circ \Rightarrow \theta_{r2} = 37^\circ$$

اکنون با نوشتن قانون شکست اسنل برای حالتی که نور از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شود و همچنین برای حالتی که نور از محیط (۲) به محیط (۳) وارد می‌شود، داریم:

$$\frac{\sin \theta_{i1}}{\sin \theta_{r1}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow \frac{0.8}{0.5} = n_2 \Rightarrow n_2 = 1.6$$

$$\frac{\sin \theta_{i2}}{\sin \theta_{r2}} = \frac{n_3}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{n_3}{1.6} \Rightarrow \frac{0.5}{0.6} = \frac{n_3}{1.6} \Rightarrow n_3 = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}$$

طول موج نور تابیده شده به سطح فلز $\frac{1}{4}$ برابر طول موج آستانه فلز است، بنابراین:

$$\lambda = \frac{1}{4} \lambda_0 \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{4} \xrightarrow{(\lambda = \frac{c}{f})} \frac{f_0}{f} = \frac{1}{4} \Rightarrow f = 4f_0 \quad (۱) \text{ رابطه}$$

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردهای خارج شده از سطح فلز ۶ eV است؛ پس:

$$K_{\max} = hf - hf_0 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} K_{\max} = 4hf_0 - hf_0 = 3hf_0 \Rightarrow 6 = 3 \times (4 \times 10^{-15}) f_0$$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{6}{12 \times 10^{-15}} = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz} = 50 \times 10^{12} \text{ Hz} = 50 \text{ THz}$$

در ابتدا شماره مدارهایی که الکترون بین آن‌ها جابه‌جا شده است را به دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -0.4 E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n^2 = \frac{1}{0.4} = 2.5 \Rightarrow n = 5$$

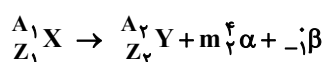
$$r_{n'} = n'^2 a_0 \Rightarrow 4a_0 = n'^2 a_0 \Rightarrow n'^2 = 4 \Rightarrow n' = 2$$

سپس طول موج فوتون خارج شده از اتم هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) = \frac{R \times 21}{100}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{100}{21R} = \frac{100}{21 \times 0.01} = \frac{10^4}{21} \text{ nm} = \frac{10^{-5}}{21} \text{ m} = \frac{10}{21} \mu\text{m}$$

در ابتدا واکنش پرتوزایی هسته را با توجه به داده‌های تست، می‌نویسیم:



سپس قانون بقای بار و جرم را برای واکنش بالا نوشته و در ادامه روابط به دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_2 + 4m \\ Z_1 &= Z_2 + 2m - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1 - Z_1 = A_2 - Z_2 + 2m + 1 \xrightarrow{(N=A-Z)} N_1 = N_2 + 2m + 1$$

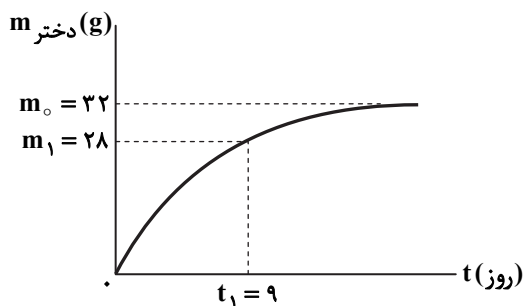
$$\Rightarrow N_1 - N_2 = 2m + 1$$

$$\Rightarrow 7 = 2m + 1 \Rightarrow m = 3$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

جرم هسته‌های دختر همان جرم هسته‌های واپاشیده شده است، بنابراین:

$$m_{\text{دختر}} = \Delta m = m_0 - m = m_0 - \frac{m_0}{2^n} = m_0 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$$



با توجه به نمودار، پس از گذشت ۹ روز، جرم هسته‌های دختر برابر ۲۸ g می‌شود، بنابراین:

$$m_1 = m_0 \left(1 - \frac{1}{2^{n_1}}\right) \Rightarrow 28 = 32 \left(1 - \frac{1}{2^{n_1}}\right) \Rightarrow 1 - \frac{1}{2^{n_1}} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{1}{2^{n_1}} = \frac{1}{8} \Rightarrow 2^{n_1} = 8 = 2^3 \Rightarrow n_1 = 3 \Rightarrow \frac{t_1}{T} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{9}{T} = 3 \Rightarrow T = 3 \text{ روز}$$

جرم هسته‌های فعال باقی‌مانده پس از گذشت ۱۸ روز برابر است با:

$$n_2 = \frac{t_2}{T} = \frac{18}{3} = 6$$

$$m_2 = \frac{m_0}{2^{n_2}} = \frac{32}{2^6} = \frac{32}{64} = 0.5 \text{ g}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{120 \cdot L}{\text{min}} = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{120 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{60 \cdot s} = (5 \times 10^{-4}) v_2 \Rightarrow v_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

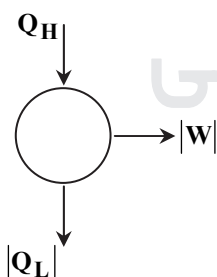
نادرستی گزینه ۱: در فرایند بی‌دررو، گرمای مبادله شده صفر است.

درستی گزینه ۲:

$$\begin{cases} P_{\text{ثابت}} V = nRT \xrightarrow{V \uparrow} T \uparrow \Rightarrow \Delta U > 0 \\ \Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U > 0, W < 0} Q > 0, |Q| > |W| \Rightarrow \Delta U < Q \end{cases}$$

نادرستی گزینه ۳: در فرایند ضربه، پیستون جابه‌جا می‌شود و با انجام کار همراه است.

نادرستی گزینه ۴:



$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

$$Q_H = |W| + |Q_L| = \frac{5}{3} |Q_L| + |Q_L| = \frac{8}{3} |Q_L|$$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} = 62.5\%$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow -mgh + W_f = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow -0.1 \times 10 \times 0.2 + W_f = \frac{1}{2} \times 0.1 (25 - 225) = -10 \Rightarrow W_f = -10 + 0.2 = -9.8 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q = |W_f| = 9.8 \text{ J}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta \theta} = \rho_1 (1 - \beta \Delta \theta) = \rho_1 - \rho_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 = -\rho_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow +0.02 \rho_1 = -\rho_1 \beta \Delta \theta$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-2} = -5 \times 10^{-4} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -40 = \theta_2 - 52 \Rightarrow \theta_2 = 12^\circ \text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + 12 = 285 \text{ K}$$

$$\frac{P_1 V}{T_1} = n_1 R \Rightarrow \frac{2 \times 10^5 \times V}{(327 + 273)} = 2 \times \frac{25}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^5 V = 10^4 \Rightarrow V = 5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$n' = \frac{m}{M} = \frac{80}{32} = 2.5 \text{ mol}$$

$$n_2 = 2 + 2.5 = 4.5 \text{ mol}$$

$$\frac{P_2 V}{T_2} = n_2 R \Rightarrow \frac{5 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-2}}{T_2} = 4.5 \times \frac{25}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{25 \times 3 \times 10^3}{25 \times 4.5} = 2000 \text{ K}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta U = \Delta U_{\text{دررو}} + \Delta U_{\text{همفشار}} + \Delta U_{\text{همدم}} = 0 \Rightarrow W_{\text{دررو}} + Q_{\text{همفشار}} + W_{\text{همفشار}} = 0$$

در تراکم همفشار کار انجام شده روی گاز مثبت و گاز گرما از دست می دهد ($Q = -1000 \text{ J}$).

$$W_{\text{همفشار}} = +S = 2 \times 10^5 \times (4 - 2) \times 10^{-3} = 400 \text{ J}$$

$$W_{\text{دررو}} - 1000 + 400 = 0 \Rightarrow W_{\text{دررو}} = 600 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

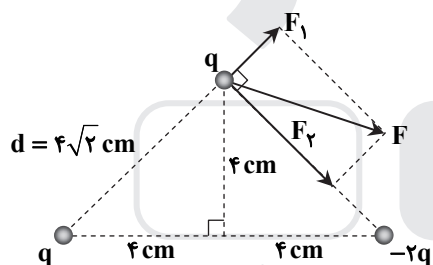
$$\Delta q = ne = 5 \times 10^7 \times (-1.6 \times 10^{-19}) = -8 \times 10^{-12} = -8 \text{ pC}$$

$$q_2 = q_1 + \Delta q = -q_1 \Rightarrow 2q_1 = -\Delta q = 8 \text{ pC} \Rightarrow q_1 = 4 \text{ pC}$$

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{A} = \frac{4 \text{ pC}}{4\pi R^2} = \frac{1}{3 \times \frac{25}{9}} = \frac{3}{25} = 0.12 \frac{\text{pC}}{\text{cm}^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳



$$F_1 = \frac{kq^2}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-12}}{(4\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{k \times 2q^2}{d^2} = 45 \times 2 = 90 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{45^2 + (2 \times 45)^2}$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{45^2 (1 + 4)} = 45\sqrt{5} \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

پتانسیل الکتریکی نقاط در جابه جایی در جهت میدان، کاهش می یابد.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -20 = \frac{\Delta U}{-40 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U = 8 \times 10^{-4} = 0.8 \text{ mJ}$$

$$W_{F \text{ میدان}} = -\Delta U = -0.8 \text{ mJ}$$

$$W_t = W_{F \text{ میدان}} + W_{\text{خارجی}} = \Delta K \Rightarrow -0.8 \text{ mJ} + W_{\text{خارجی}} = 0 \Rightarrow W_{F \text{ خارجی}} = 0.8 \text{ mJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱

$$I_{\text{کلید قطع}} = \frac{\mathcal{E}}{2R + r}$$

$$I'_{\text{کلید وصل}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{3}{2}R + r} \xrightarrow{\text{جریان عبوری از آمپرمنج}} \frac{I'}{2} = \frac{\mathcal{E}}{2R + 2r}$$

$$\frac{I'}{2} = \frac{\mathcal{E}}{2R + 2r} = \frac{2R + r}{2R + 2r} = \frac{5}{8} \Rightarrow 16R + 8r = 15R + 10r \Rightarrow R = 2r \Rightarrow \frac{R}{r} = 2$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با افزایش R_p ، مقاومت معادل مدار افزایش و در نتیجه جریان کل مدار کاهش می‌یابد:

$$R_p \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \Rightarrow \downarrow I = \frac{\mathcal{E}}{\uparrow R_{eq} + r}$$

$$V_{مولد} = V_v \uparrow = \mathcal{E} - I \downarrow r$$

ولتاژ دو سر مولد برابر با مجموع ولتاژ دو سر R_1 و مقاومت‌های R_p و R_3 است:

$$\uparrow V_{مولد} = \downarrow V_{R_1} + V_{R_p} \uparrow$$

$$V_{R_p} \uparrow = I_p \underbrace{R_p}_{\text{ثابت}} \Rightarrow I_p \uparrow$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$V_A - 4 - 0.5I - 4.5I - I + 16 = V_A \Rightarrow 12 = 6I \Rightarrow I = 2A$$

$$\Delta V_{AB} = \mathcal{E}_r + Ir_p = 4 + 0.5 \times 2 = 5V$$

$$P_{AB \text{ مصرفی}} = \Delta V_{AB} \times I = 5 \times 2 = 10W$$

$$W_{AB} = P_{AB} \times t = 10 \times 5 = 50J$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$\frac{I_1=I_3}{P=RI^2} \rightarrow P_r = \frac{1}{r} P_1 = \frac{1}{r} (120) = 60W$$

$$\frac{V_{r,3}=V_f}{P=\frac{V^2}{R}} \rightarrow P_f = 2P_{(r,3)} = 2(60 + 120) = 360W$$

$$R_{r,3,f} = \frac{(6+12)(9)}{(6+12)+9} = \frac{18 \times 9}{18+9} = 6\Omega$$

$$\frac{I_1=I_{r,3,f}}{P=RI^2} \rightarrow P_1 = \frac{1}{r} P_{r,3,f} = \frac{1}{r} (540) = 270W$$

$$P_{کل} = 270 + 540 = 810W$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \times (100) \times (2)}{2\pi} = 4 \times 10^{-5} T$$

$$F = |q|vB \sin \theta \Rightarrow F = (5 \times 10^{-6}) \times (10^6) \times (4 \times 10^{-5}) \times \sin 90^\circ = 2 \times 10^{-4} N = 0.2 \times 10^{-3} N = 0.2 mN$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

زمان لازم برای ورود کامل قاب به میدان یا خروج کامل از آن:

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow \Delta = \frac{0.1}{t} \Rightarrow t = \frac{1}{50} s$$

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta BA}{\Delta t} = \frac{(\frac{1}{100}) \times (100 \times 10^{-4})}{(\frac{1}{100})} = \frac{1}{20} V$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{\mathcal{E}}}{R} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{5} A = 0.2A$$

طبق قانون لنز، هنگام خروج قاب از میدان، جهت جریان القایی باید ساعتگرد باشد تا با ایجاد میدان القایی درون سو (⊗)، با کاهش میدان B مخالفت کند.

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$P_{هر مقاومت} = 20 = \frac{V^2}{80} \Rightarrow V = 40V$$

$$V_r = 2V_1 = 80V$$

$$\frac{V_r}{V_1} = \frac{N_r}{N_1} \Rightarrow \frac{80}{200} = \frac{N_r}{N_1} = 0.4 \Rightarrow \frac{N_1}{N_r} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

عبارت اول: درست

$${}_{26}^{56}\text{X}^{2+} \Rightarrow \begin{cases} n = 56 - 26 = 30 \\ e = 26 - 2 = 24 \end{cases} \Rightarrow 30 - 24 = 6$$

$$\frac{n-e}{e} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

عبارت دوم: درست

$$M = \frac{(63 \times 3) + (65 \times 1)}{4} = 63.5 \text{ amu}$$

عبارت سوم: درست

$${}_{17}^{35}\text{Cl}^{-} : \begin{cases} e = 17 + 1 = 18 \\ n = 35 - 17 = 18 \end{cases}$$

عبارت چهارم: درست

$${}_{20}^{40}\text{Ca} : \begin{cases} n = 40 - 20 = 20 \\ e = 20 \\ p = 20 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

ایزوتوپ اول با X و ایزوتوپ دوم را با Y نشان می‌دهیم:

$$\begin{matrix} A & A+1 \\ Z & Z \end{matrix} \begin{matrix} X & Y \end{matrix}$$

فراوانی: ۷۰٪ ۳۰٪

$$24/3 = \frac{[(A \times 70)] + [(A+1) \times 30]}{100} \Rightarrow A = 24 \Rightarrow A+1 = 25$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ تا ۳)

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

رنگ شعله نمک‌های مس (II) و فلز مس سبزرنگ هستند. رنگ شعله نمک‌های لیتیم (Li^+) و فلز لیتیم سرخ رنگ هستند. رنگ شعله نمک‌های سدیم (Na^+) و فلز سدیم زرد رنگ هستند.

■ تنها مس (II) کلرید (CuCl_2) رنگ شعله سبز دارد. (۱ مورد)

■ لیتیم نیترات (LiNO_3) و لیتیم سولفات (Li_2SO_4) هم رنگ شعله سرخ دارند. (۲ مورد)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

حداکثر گنجایش الکترون زیرلایه‌ها را از رابطه $(4l+2)$ می‌توان به‌دست آورد:

مورد اول:

$$l=3 \rightarrow \text{زیرلایه } f \rightarrow \text{گنجایش } 14 \text{ الکترون}$$

$$l=4 \rightarrow (4 \times 4) + 2 = 18 \text{ الکترون}$$

$$18 - 14 = 4 \text{ الکترون}$$

مورد دوم: آرایش الکترونی باید به $4p^1$ ختم شود که در مورد عنصر ${}_{31}\text{Ga}$ به‌صورت زیر است:

$${}_{31}\text{Ga} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^1$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۰- پاسخ: گزینه ۱

عبارت اول: درست

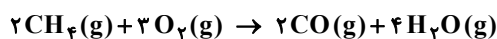
$$\text{O}_2 > \text{Ar} > \text{He} \\ -182 \quad -186 \quad -269$$

عبارت دوم و چهارم هم درست هستند.

عبارت سوم نادرست است. مقدار هلیوم در منابع زمینی از هواکره بیشتر است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



$$x \text{ L CO} = 48 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{2 \text{ mol CO}}{2 \text{ mol CH}_4} \times \frac{28 \text{ g CO}}{1 \text{ mol CO}} \times \frac{1 \text{ L CO}}{1/2 \text{ g CO}} = 70 \text{ L CO}_2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

(۱) NH_4Cl (نسبت شمار کاتیون به آنیون ۱ به ۱) - K_2CO_3 (نسبت شمار آنیون به کاتیون ۱ به ۲)

(۲) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ (نسبت شمار کاتیون به آنیون ۲ به ۱) - $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ (نسبت شمار آنیون به کاتیون ۲ به ۱)

(۳) $\text{Al}(\text{CO}_3)_3$ (نسبت شمار کاتیون به آنیون ۲ به ۳) - NH_4OH (نسبت شمار آنیون به کاتیون ۱ به ۱)

(۴) Li_2SO_4 (نسبت شمار کاتیون به آنیون ۲ به ۱) - MgCO_3 (نسبت شمار آنیون به کاتیون ۱ به ۱)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جرم کلسیم کلرید حل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$500 \text{ mL} \times \frac{0.08 \text{ mol Cl}^-}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{2 \text{ mol Cl}^-} \times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2} = 2/22 \text{ g CaCl}_2$$

با توجه به چگالی محلول، حجم آن را به جرم تبدیل می‌کنیم و سپس درصد جرمی حل‌شونده را محاسبه می‌کنیم:

$$500 \text{ mL} \times \frac{1/11 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 555 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{2/22}{555} \times 100 = 0/4$$

راه حل دوم:

$$[\text{CaCl}_2] = \frac{[\text{Cl}^-]}{2} = 0/04 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$M = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0/04 = \frac{10 \times a \times 1/1}{111} \Rightarrow a = 0/4$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

جرمی از ماده A که به ۴۰ گرم آب اضافه شده است را x گرم در نظر بگیریم و با توجه به رابطه محاسبه درصد جرمی مقدار x را می‌توان محاسبه کرد:

$$\frac{x-2}{40+(x-2)} \times 100 = 20 \Rightarrow \frac{x-2}{38+x} = 0/2 \Rightarrow x = 12 \text{ g}$$

با توجه به درصد جرمی A در محلول نهایی می‌توان جرم آن را محاسبه کرد:

$$\frac{12}{m} \times 100 = 20 \Rightarrow m = 60 \text{ g}$$

راه حل دوم:

$$\text{محلول‌های سیر شده: } \frac{x-2}{40} = \frac{x}{m+40} = \frac{20}{80} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ m = 8 \end{cases}$$

$$\text{محلول نهایی} = x + 40 + m = 60$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۵- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت اول درست است؛ زیرا H_2O توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد.

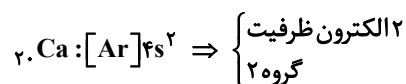
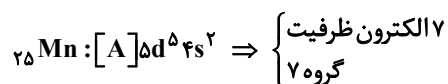
بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: در شرایط معین، انحلال‌پذیری کربن دی‌اکسید در مقایسه با نیتروژن مونوکسید در آب بیشتر است. (به دلیل انجام واکنش با آب)

عبارت سوم: قانون هنری تأثیر فشار گاز بر انحلال‌پذیری گازها در آب را در دمایی معین نشان می‌دهد.

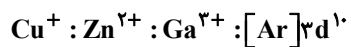
عبارت چهارم: مقایسه $\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$ را می‌توان به نقطه جوش این مواد در فشار ۱ atm نسبت داد.

عبارت اول: نادرست

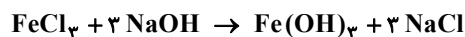
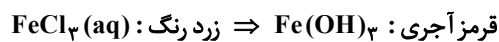


عبارت دوم: نادرست؛ H, C, N, O, F, P, S و Cl (۸ عنصر)

عبارت سوم: نادرست



عبارت چهارم: نادرست



(۱) درست: A می تواند C باشد.

(۲) درست: CuSO_4 : محلول آبی رنگ



یک الکترون با $n=4$ و $l=0$ دارد.

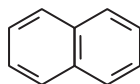
(۳) درست: X_2 برم است و در دمای اتاق مایع است.

(۴) نادرست



$$150\text{g Zn} \times \frac{32/5\text{g Zn خالص}}{100\text{g Zn خالص}} \times \frac{1\text{mol Zn}}{65\text{g Zn}} \times \frac{2\text{mole}^-}{1\text{mol Zn}} = \frac{3}{5} = 0.6\text{mole}^-$$

(۱) درست



دو حلقه

۶ پیوند C-C



یک حلقه

۳ پیوند C-C

(۲) درست

$$\text{درصد کربن در آلکان ها} = \frac{12n}{14n+2} \times 100$$

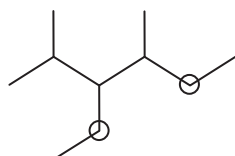
$n \uparrow \Rightarrow \text{درصد کربن} \uparrow$

$$\text{درصد کربن در آلکین ها} = \frac{12n}{14n-2} \times 100$$

$n \uparrow \Rightarrow \text{درصد کربن} \downarrow$

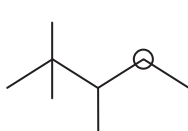
(۳) نادرست (به ترتیب ۲ و ۱ گروه CH_2 دارند).

۳ اتیل - ۲، ۴ دی متیل هگزان



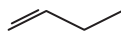
۲ گروه CH_2

۲، ۲، ۳ تری متیل پنتان



۱ گروه CH_2

(۴) درست: تعداد H و C برابر دارند، پس ایزومر هستند. غیر حلقوی دوگانه بیشتر و یگانه کمتر دارد. مثلاً:



C_4H_6
 $2(\text{C}=\text{C})$



C_4H_8
 $4(\text{C}-\text{C})$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۱

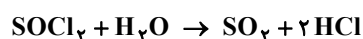
براساس قانون هس ΔH واکنش (IV) را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\Delta H_f &= \frac{1}{2}\Delta H_1 + 2\Delta H_2 - \frac{1}{2}\Delta H_3 = -283 + (-572) + 715 = -140 \text{ kJ} \\ -140 &= (\Delta H_{C\equiv O} + 2\Delta H_{H-H}) - (3\Delta H_{C-H} + \Delta H_{C-O} + \Delta H_{O-H}) \\ -140 &= (\Delta H_{C\equiv O} + 2 \times 436) - (3 \times 415 + 380 + 463) \\ -140 &= \Delta H_{C\equiv O} + 872 - (1245 + 380 + 463) \Rightarrow \Delta H_{C\equiv O} = 1076 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \\ 140 \text{ kJ} &= 2 \text{ kg} \times 0.7 \frac{\text{J}}{\text{g}^\circ\text{C}} \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ\text{C}\end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



عبارت اول: نادرست

$$35/7 - 23/8 = 11/9 \text{ g SOCl}_2$$

$$R_{\text{SOCl}_2} = \frac{11/9 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol SOCl}_2}{119 \text{ g SOCl}_2}}{2 \text{ L} \times 10 \text{ min}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}}$$

$$R_{\text{HCl}} = 2 R_{\text{SOCl}_2} = 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}}$$

عبارت دوم: درست؛ هر دو فراورده هستند و ضریب مولی HCl دو برابر SO₂ است.

عبارت سوم: درست

$$R_{\text{HCl}} \times 10^{-6} < 2 R_{\text{SO}_2}$$

$$\Rightarrow R_{\text{HCl}} < 2 \times 2/5 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{5}{6} \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{s}}$$

$$5 \times 10^{-6} < \frac{5}{6} \times 10^{-5}$$

عبارت چهارم: نادرست؛ شیب SO₂ قرینه شیب H₂O و SOCl₂ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

بررسی عبارت «ت»: فرمول استیرین به صورت $(C_8H_8)_n$ است، اگر $n = 500$ در نظر گرفته شود، در هر مولکول $500 \times 8 = 4000$ اتم هیدروژن وجود خواهد داشت.

بررسی عبارت‌های نادرست:

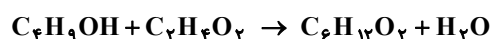
(الف) ساختار مولکول برخی از مواد درشت مولکول را می‌توان شمار بسیار زیادی از یک بخش معین (واحد تکرار شونده) در نظر گرفت.

(پ) با بررسی ساختار پلی‌اتن می‌توان نتیجه گرفت ترکیبی سیر شده است و تفلون هیدروکربن نیست!

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

فرمول مولکولی سبک‌ترین الکل یک عاملی که از آن می‌توان محلولی سیر شده در آب تهیه کرد (۱- بوتانول) C_4H_9OH است. در اثر واکنش این الکل با استیک اسید (اتانویک اسید CH_3COOH)، آب و استری به نام بوتیل اتانوات ($C_6H_{12}O_2$) حاصل می‌شود.



$$3/7 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{74 \text{ g A}} \times \frac{1 \text{ mol E}}{1 \text{ mol A}} \times \frac{116 \text{ g E}}{1 \text{ mol E}} = 5/8 \text{ g E}$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) از اتیل بوتانوات برای تولید شوینده‌هایی با بوی آناناس استفاده می‌شود. (نه بوتیل اتانوات)

(۳) فرمول مولکولی فراورده آلی حاصل از این واکنش $C_6H_{12}O_2$ است.

(۴) طی این فرایند آب نیز تولید می‌شود که جرم آن (۰/۹ g) حدود ۰/۱۵ برابر جرم فراورده آلی واکنش (۵/۸ g) است.

۹۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

بخشی از ساختار یک پلی آمید نمایش داده شده است که فرمول مولکولی دی آمین سازنده آن $C_7H_8N_2$ و فرمول مولکولی دی اسید سازنده آن $C_8H_6O_4$ است.

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) نوعی پلی آمید است که از مخلوط کردن دو ماده (دی آمین و دی اسید) در شرایط مناسب تهیه می شود.

(۲) پلیمری هم خانواده با کولار است که در تهیه آن از یک دی آمین (و یک دی اسید) به عنوان مونومر استفاده می شود.

(۴) از خانواده پلی آمیدها بوده و تجربه نشان می دهد به طور معمول در اثر واکنش با آب به کندی به مونومرهایش تجزیه می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

بررسی عبارت های درست:

عبارت اول: با افزایش شمار اتم های کربن، بخش ناقطبی الکل (زنجیره هیدروکربنی) که دارای نیروی وان دروالسی است قوی تر می شود.

عبارت چهارم: ساده ترین کربوکسیلیک اسید CH_3COOH (فورمیک اسید) است و پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید C_6H_5COOH (استیک اسید) است.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت دوم: هرچه مولکول الکل شمار اتم های کربن بیشتری داشته باشد، تفاوت انحلال پذیری الکل در آب با انحلال پذیری آلکان هم کربنش در آب کمتر است. (آلکان ها در آب نامحلول هستند).

عبارت سوم: اسیدی که از آبکافت اتیل استات تولید می شود (استیک اسید) از آبکافت اتیل پروپانوات (اسید حاصل از آبکافت: پروپانویک اسید) تولید نمی شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

(۱) درست: فرمول شیمیایی همگانی صابون های مایع نیتروژن دار با زنجیر آلکیل به صورت $C_nH_{2n+1}COONH_4$ است، پس:

(۲) درست



حالت فیزیکی هر سه فراورده متفاوت است.

(۳) نادرست: رسانایی الکتریکی افزون بر قدرت الکترولیت به غلظت مولی وابسته است و با نداشتن غلظت مولی نمی توان در مورد رسانایی الکتریکی محلول اظهار نظر کرد.

(۴) درست: گل ادریسی در محیط های بازی به رنگ سرخ دیده می شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

(الف) درست: زنجیرهای هیدروکربنی سازنده آن دارای شمار اتم های متفاوتی است از این رو در واکنش چربی با محلول سود سوزآور سه نوع صابون جامد به دست می آید.

(ب) نادرست: فرمول مولکولی چربی $C_{54}H_{104}O_6$ است.

$$\frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} = \frac{? \text{ L}}{54 \times 22.4 \text{ L}} \Rightarrow ? = 241/92$$

(پ) نادرست

$$\text{شمار جفت الکترون های پیوندی} = \frac{(54 \times 4) + (104 \times 1) + (6 \times 2)}{2} = 166$$

هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس:

$$6 \times 2 = 12$$

$$\frac{166}{12} = 13/8$$

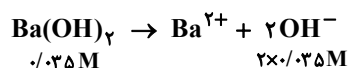
(ت) درست: مخلوط آب و چربی و صابون نوعی کلوئید و پایدار است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به معادله یونش درمی یابیم که پرکلریک اسید، اسید قوی است؛ زیرا یونش آن یک طرفه است.

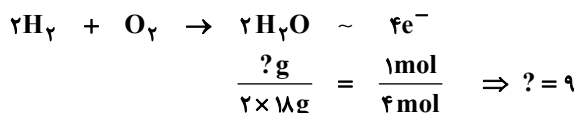
$$pH = -\log 5 \times 10^{-3} = 3 - 0.7 = 2.3$$



$$pOH = -\log 7 \times 10^{-2} = 2 - 0.85 = 1.15 \Rightarrow pH = 14 - 1.15 = 12.85$$

تفاوت pH دو محلول برابر است با:

$$12.85 - 2.3 = 10.55$$



(ب) درست: پتانسیل نیم واکنشی آندی برابر صفر است؛ زیرا همان نیم واکنش SHE است.

$$emf = E^\circ_{\text{آند}} - E^\circ_{\text{کاتد}}$$

(پ) نادرست؛ جهت حرکت الکترون در هر دو نوع سلول گالوانی و الکترولیتی از آند به کاتد است.

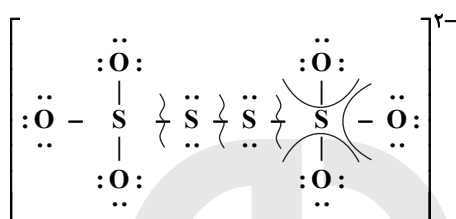
(ت) نادرست؛ در سلول گالوانی کاتیون ها پس از مهاجرت به سمت کاتد، مصرف نمی شوند ولی در سلول سوختی کاتیون های H^+ پس از عبور از غشاء در بخش کاتدی با گاز اکسیژن واکنش می دهند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

(۱) درست: بار الکتریکی هر دو یون برابر «-۲» است.

(۲) درست

(۳) نادرست



عدد اکسایش اتم S متصل به اتم های اکسیژن برابر است با: $6 - 1 = +5$

عدد اکسایش اتم S متصل به اتم S برابر است با: $6 - 6 = 0$

(۴) درست؛ عدد اکسایش اتم های S در یون A برابر ۶+ است که برابر با بالاترین عدد اکسایش اتم گوگرد است. از این رو یون A همواره نقش اکسندگی دارد ولی در یون B عدد اکسایش اتم های S برابر ۶+ نیست و فاقد این ویژگی است.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

فرمول شیمیایی همگانی پاک کننده های غیرصابونی با زنجیر آلکیل به صورت زیر است:



پس عبارت داده شده نادرست است.

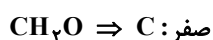
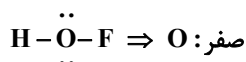
مورد اول: نادرست؛ برای تهیه فلز سدیم نمی توان از برق کافت محلول های آبی سدیم کلرید استفاده کرد و از سدیم کلرید مذاب استفاده می شود.

مورد دوم: نادرست



به ازای تولید هر مول Al، سه مول الکترون مبادله می شود.

مورد سوم: درست



مورد چهارم: نادرست؛ قدرت کاهندگی فلزی مانند Al (دسته p) از قدرت کاهندگی بسیاری از فلزهای دسته d بیشتر است، ولی قدرت کاهندگی فلزی مانند قلع از قدرت کاهندگی برخی از فلزهای دسته d کمتر است.

پس تنها مورد سوم از نظر درستی یا نادرستی با عبارت داده شده متفاوت است.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

با توجه به چگالی آب دریا که برابر $1g \cdot mL^{-1}$ است، پس:

$$2500ppm = \frac{2500mg \text{ منیزیم}}{1L \text{ آب دریا}}$$

$$\frac{2/5gMg^{2+}}{1L} = \frac{1000gMg^{2+}}{?L} \Rightarrow ? = 400L$$

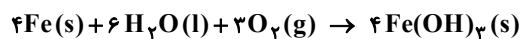
با توجه به اینکه بازده درصدی برق کافت برابر ۸۰ درصد است، پس به مقدار بیشتری از آب دریا نیاز است:

$$400 \times \frac{100}{80} = 500$$

(۱) نادرست؛ در محیط اسیدی پتانسیل کاهش اکسیژن مثبت تر می شود ولی پتانسیل کاهش فلز آهن تغییر نمی کند.

(۲) درست

(۳) نادرست؛ مجموع ضرایب برابر ۱۷ است.



(۴) نادرست؛ مهم ترین روش صنعتی برای جلوگیری از خوردگی آهن، حفاظت کاتدی یا متصل کردن فلزهایی با پتانسیل منفی تر از پتانسیل آهن به فلز آهن است.

عبارت های «اول» و «چهارم» نادرست هستند.

عبارت اول: از آمونیاک در مبدل خودروهای دیزلی استفاده می شود.

عبارت چهارم: کاتالیزگر ΔH واکنش را تغییر نمی دهد.

A و C جامد هستند و K فقط به [B] مرتبط است: $K = \frac{1}{[B]}$ پس همه B باید مصرف شود. در نتیجه باید مقدار B اضافه شده کمتر از

مقدار A موجود باشد تا مجدداً تعادل ایجاد شود؛ بنابراین A به طور کامل مصرف می شود و تعادل جدیدی ایجاد نمی شود.

فقط عبارت «اول» درست است.

عبارت دوم: در اکسایش اتن از KMnO_4 رقیق استفاده می شود.

عبارت سوم: در بازیافت شیمیایی PET از متانول استفاده می شود.

عبارت چهارم: به صرفه بودن از دیدگاه اتمی به معنی تبدیل بیشتر اتم ها به فرآورده های سودمند است.

