



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۴/۱۴



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی – مرحله ۲۱

آزمون اختصاصی – دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات مجاز نیست. تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

۱- حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) -۲

۲- نمودار سهمی $y = (a-1)x^2 + (2a+2)x + a$ فقط از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی کند. a چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

۳- مجموع ریشه های معادله $\frac{5}{x^2-x} + \frac{1}{(x-4)(x+3)} = \frac{6}{7}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۴- به ازای چند عدد طبیعی یک رقمی برای m در معادله درجه دوم $x^2 - (2m+1)x + m - 3 = 0$ یکی از ریشه ها کوچک تر از ۱۰ و ریشه دیگر بزرگ تر از ۱۰ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۲

۵- بیشترین مقدار عدد طبیعی n که به ازای آن مجموع n جمله اول دنباله حسابی $7x+10, 9x-7, 4x+25, \dots$ مثبت می باشد، کدام است؟

- (۱) ۳۹ (۲) ۴۱ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۶- در مثلثی با رئوس $A(2, -2)$ ، $B(6, 0)$ و $C(-2, 4)$ طول ارتفاع BH چند برابر طول میانه AM است؟

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{13}}$

۷- اگر $27^b = 625$ و $5^a = \sqrt[3]{3}$ باشد، حاصل عبارت $\log_6^{ab} 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{27}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{125}{3}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۸- نمودار تابع $f(x) = (4x-3)^3$ را در راستای محور x ها ۳ واحد به چپ و در راستای محور y ها ۲ واحد به بالا منتقل می کنیم. سپس طول تمام نقاط را در راستای محور x ها نصف کرده و در نهایت نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. حاصل $g(1) + g'(1)$ کدام است؟

- (۱) -۱۹ (۲) -۲۱ (۳) صفر (۴) ۲

محل انجام محاسبات



۹- اگر $f(x) = 6 + \sqrt{x+a}$ و $g(x) = -2x + \sqrt{4x+17}$ باشد و طول نقطه برخورد نمودار تابع $y = f^{-1} \circ g(x)$ با خط $y + x - 1 = 0$ برابر a باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۰- باقی مانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $2x+1$ و $3x+1$ به ترتیب برابر ۷ و -۱ است. اگر باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $6x^2 + 5x + 1$ را $R(x)$ بنامیم، $R(1)$ کدام است؟

(۱) ۲۱ (۲) ۵۵ (۳) -۳۱ (۴) -۶۵

۱۱- اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{17}}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام یک از مقادیر زیر می تواند باشد؟

(۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

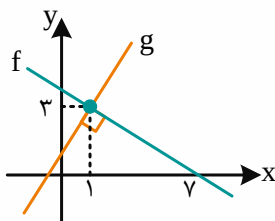
۱۲- تعداد جواب های معادله $\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 2 \cos 2x$ در بازه $[0, \frac{3\pi}{2}]$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) فاقد جواب

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+15} - \sqrt{3x+a}}{\sqrt{x}-1} = \frac{9}{b+1}$ باشد، حاصل $\frac{a+1}{b}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۴- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g \circ f(x)}{g^{-1}(x)}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) -۲
(۴) ۲

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{(x+2)(x^2+2x-6)}{(2x+a)(9x^2-6x+1)}$ دارای دقیقاً ۲ خط مجانب است. مجموع مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

(۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{22}{3}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x-8} + mx^2 + 1$ در بازه $[9, 12]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه ابتدای بازه برابر است. m کدام است؟

(۴) $\frac{1}{18}$

(۳) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{24}$

(۱) $\frac{1}{36}$

۱۷- اگر $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-6}\sqrt{x-9} - \sqrt{x+6}\sqrt{x-9}}$ باشد، مقدار $f'(13)$ کدام است؟

(۴) موجود نیست

(۳) $\frac{1}{16}$

(۲) $-\frac{1}{16}$

(۱) صفر

۱۸- اگر نقطه $A(a, b)$ نقطه ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 6x^3 + 8$ روی بازه $[-2, \sqrt{2}]$ باشد، مقدار ab کدام است؟

(۴) -80

(۳) -8

(۲) -10

(۱) صفر

۱۹- روی کدام بازه نمودار تابع $f(x) = x^2 |2x - 3|$ نزولی است و تقعر رو به بالا دارد؟

(۴) $(\frac{3}{2}, +\infty)$

(۳) $(-\infty, 0)$

(۲) $(1, \frac{3}{2})$

(۱) $(0, \frac{3}{2})$

۲۰- داخل نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی با محیط ماکزیمم محاط شده است. محیط این مستطیل کدام است؟

(۴) $32\sqrt{5}$

(۳) $\frac{144}{\sqrt{5}}$

(۲) $\frac{72}{\sqrt{15}}$

(۱) $\frac{72}{\sqrt{5}}$

۲۱- عدد مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، ۳ برابر تعداد نقاط مرزی آن است. کمترین مقدار حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

(۴) ۹۶

(۳) ۵۰

(۲) ۴۴

(۱) ۱۵

۲۲- مساحت مثلثی با اندازه ارتفاع‌های ۴، ۴، ۶ کدام است؟

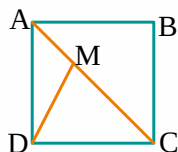
(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲) $9\sqrt{2}$

(۱) $6\sqrt{3}$

۲۳- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD مربع و $\widehat{CMD} = 75^\circ$ است. اگر $AB = \sqrt{6}$ باشد، طول پاره خط CM کدام است؟



(۱) $3(\sqrt{3}-1)$

(۲) $\sqrt{3}+1$

(۳) $2(2-\sqrt{2})$

(۴) $\sqrt{2}+1$

محل انجام محاسبات

۲۴- در یک دوزنقه متساوی الساقین به طول قاعده‌های ۲ و ۸، نیمسازهای زوایای داخلی در یک نقطه هم‌رس هستند. مجموع فواصل این نقطه از اضلاع دوزنقه کدام است؟

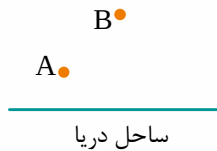
۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۲۵- مطابق شکل زیر، دو شهر A و B به فاصله ۱۰ کیلومتر از یکدیگر و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۹ کیلومتر از ساحل دریا قرار دارند. اگر بخواهیم جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین این دو شهر احداث کنیم، به گونه‌ای که ۳ کیلومتر از جاده در کنار ساحل باشد، طول جاده بین A و B کدام است؟



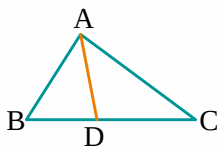
۱۴ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۷ (۴)

۲۶- در شکل زیر، اگر $BD = \frac{AC}{2} = 3$ ، $AB = 4$ و $DC = 5$ باشد، طول پاره خط AD کدام است؟



$\sqrt{34}$ (۲)

$\frac{\sqrt{34}}{2}$ (۱)

$\sqrt{17}$ (۴)

$\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۳)

۲۷- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} kx + (1-2k)y = a \\ -(k+2)x + 2ky = b \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، آن‌گاه تعداد جواب‌های دستگاه

چگونه است؟ $\begin{cases} ax + ky = k - 2 \\ bx + (-2k - 1)y = k + 2 \end{cases}$

(۱) همواره جواب منحصر به فرد دارد.

(۲) بی‌شمار جواب دارد یا فاقد جواب است.

(۳) جواب منحصر به فرد دارد یا بی‌شمار جواب دارد.

(۴) جواب منحصر به فرد دارد یا فاقد جواب است.

۲۸- فرض کنید دایره C بزرگ‌ترین دایره مماس بر دو محور مختصات باشد که از مرکز دایره C' به معادله $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ عبور می‌کند. معادله وتر مشترک دو دایره C و C' کدام است؟

$3x + 2y = 6$ (۴)

$2x + 3y = 6$ (۳)

$4x + 3y = 12$ (۲)

$3x + 4y = 12$ (۱)

۲۹- قطر دایره C بر قطر بزرگ $AA' = 18$ از یک بیضی منطبق است. از دو سر قطر کوچک $BB' = 14$ ، مماس‌هایی بر بیضی رسم می‌کنیم. مساحت چهارضلعی محدبی که رئوس آن، نقاط برخورد مماس‌ها با دایره C هستند، کدام است؟

$96\sqrt{2}$ (۴)

$112\sqrt{2}$ (۳)

۱۰۸ (۲)

۱۲۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۰- اگر $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یک‌محوره‌ای باشند، حاصل عبارت $\vec{i} \cdot (\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{i})) + \vec{j} \cdot (\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})) + \vec{k} \cdot (\vec{j} \times (\vec{j} \times \vec{k}))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۱- اگر گزاره‌های p و q به ترتیب به صورت زیر تعریف شوند:
 p : به ازای هر دو مجموعه A و B تساوی $B \cap (A' \cup B) - B = \emptyset$ برقرار است.
 q : تساوی $\{a, \{a\}\} - \{a\} = \{a\}$ برقرار است.

آنگاه ارزش گزاره‌های $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \vee p)$ و $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \vee \sim p)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) T, T (۲) F, T (۳) T, F (۴) F, F

۳۲- از فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ زیرمجموعه‌ای ۵ عضوی مانند B انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که B و پیشامد $A = \{1, 2, 3, 4\}$ مستقل باشند، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{10}{21}$ (۴) $\frac{5}{14}$

۳۳- تاسی چنان ساخته شده است که احتمال وقوع هر وجه آن متناسب با وارون عددی است که بر روی آن وجه حک شده است. تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر عددی اول ظاهر شود آن‌گاه دو سکه و در غیر این صورت سه سکه پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که دقیقاً یک سکه رو شده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{503}{1176}$ (۲) $\frac{491}{1176}$ (۳) $\frac{501}{1176}$ (۴) $\frac{489}{1176}$

۳۴- حداقل مقدار طبیعی ممکن برای a چه عددی باشد تا واریانس داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، a بیشتر از ۸ باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۵- بازه اطمینان بالای ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار $4/8$ به صورت $(4/4, 5/6)$ بیان شده است. تعداد اعضای نمونه کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۶۴ (۴) ۲۵۶

۳۶- رقم دهگان کوچک‌ترین مقدار طبیعی ممکن برای n کدام است به شرط آن که بزرگ‌ترین شمارنده مشترک اعداد $5n+19$ و $7n-11$ عددی اول و فرد باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

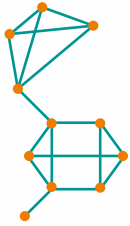
۳۷- اعداد $624a$ و $3b74$ به ترتیب مضارب ۱۵ و ۱۱ هستند. حاصل $3b+7a$ کدام رقم یکان را دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

محل انجام محاسبات



۳۸- در گراف مقابل تعداد دورهای به طول ۴ را m و عدد احاطه‌گری را n می‌نامیم. مجموع ارقام $3m + 7n$ کدام است؟



۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)

۳۹- از بین تمام مربع‌های لاتین از مرتبه ۳، به تعداد n مربع لاتین انتخاب می‌کنیم. حداقل مقدار n چقدر باشد تا مطمئن شویم در بین مربع‌های لاتین حداقل یک جفت مربع لاتین متعامد وجود داشته باشد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۵ (۱)

۴۰- معادله $x + y + \frac{z+5}{3} = 12$ در مجموعه اعداد طبیعی دارای m دسته جواب است. رقم دهگان m کدام است؟

۳ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



کد کنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۴/۱۴



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۲۱

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سوال ۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

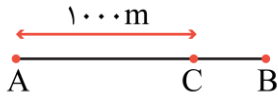
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات مجاز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

۴۱- در لحظه $t=0$ ، دو متحرک با تندی ثابت از نقاط A و B به سمت هم شروع به حرکت می کنند و در نقطه C از کنار هم می گذرند. اگر مدت زمانی که طول می کشد تا متحرک کندتر فاصله C تا A را طی کند، ۴ برابر مدت زمانی باشد که متحرک سریع تر فاصله C تا B را طی می کند، فاصله اولیه دو متحرک چند متر بوده است؟



۱۵۰۰ (۲)

۱۲۵۰ (۱)

۱۲۰۰ (۴)

۱۷۵۰ (۳)

۴۲- معادله مکان-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 12t - 10$ است. چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

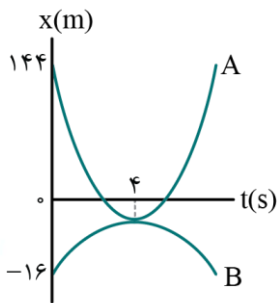
۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۴۳- نمودار مکان-زمان دو متحرک که با شتاب ثابت حرکت می کنند، مطابق شکل است. اگر بزرگی شتاب متحرک A، ۴ برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد، اندازه شتاب متحرک B چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (نمودارها در رأس خود بر هم مماس هستند.)



۲/۵ (۱)

۴ (۲)

۱۶ (۳)

۳۲ (۴)

۴۴- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می شود. اگر سنگ در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، تندی سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۳۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۴۵- ماهواره ها در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره ای به دور زمین می چرخند. اگر جرم ماهواره 200 kg و فاصله آن از سطح زمین 3200 km باشد، تندی مداری ماهواره چند کیلومتر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $R_e = 6400 \text{ km}$)

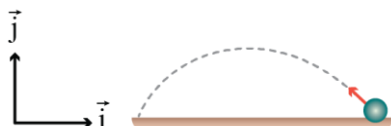
$\frac{6\sqrt{6}}{3}$ (۴)

$\frac{6\sqrt{2}}{3}$ (۳)

$\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (۲)

$\frac{8\sqrt{6}}{3}$ (۱)

۴۶- تویی به جرم 600 g از سطح زمین در مسیری مطابق شکل پرتاب می شود. اگر بزرگی شتاب در بالاترین نقطه مسیرش $10\sqrt{2} \frac{m}{s^2}$ باشد، بردار نیروی مقاومت هوا در این نقطه بر حسب یکای SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



$-6\vec{i}$ (۲)

$6\vec{i}$ (۱)

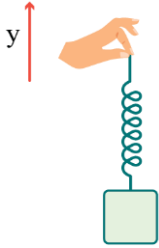
$-10\vec{i}$ (۴)

$10\vec{i}$ (۳)

محل انجام محاسبات

۴۷- مطابق شکل، جسمی به جرم 5 kg به فنری سبک با ثابت $\frac{N}{\text{cm}}$ و طول اولیه 48 cm وصل شده است و در شرایط خلأ به صورت تاندشونده و با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر در طی حرکت، طول فنر به 54 cm برسد، بردار شتاب متحرک در SI کدام

است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



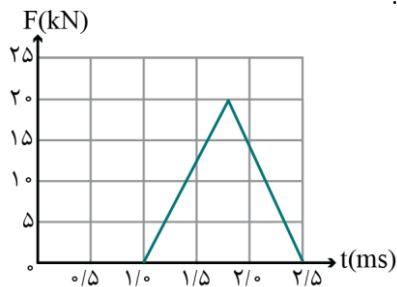
(۱) $2/8 \vec{j}$

(۲) $-2/8 \vec{j}$

(۳) $5/4 \vec{j}$

(۴) $-5/4 \vec{j}$

۴۸- شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. در بازه $1\text{ ms} < t < 2/5\text{ ms}$ ، نیروی خالص متوسط وارد بر توپ چند نیوتون است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۱۰۰۰۰

(۴) ۲۰۰۰۰

۴۹- به فنری سبک با ثابت $400 \frac{N}{m}$ ، بار اول جسمی به جرم m و بار دوم جسمی به جرم $4m$ متصل می‌کنیم تا با دامنه یکسان، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. بیشینه تکانه و بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر در حالت اول، به ترتیب چند برابر بیشینه تکانه و بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر در حالت دوم است؟

(۱) $1, \frac{1}{4}$

(۲) $1, 2$

(۳) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{4}, 2$

۵۰- معادله مکان-زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.04 \cos(20\pi t)$ است. در مدت یک دوره، چند ثانیه انرژی جنبشی نوسانگر در حال افزایش است؟

(۱) $\frac{1}{10}$

(۲) $\frac{1}{20}$

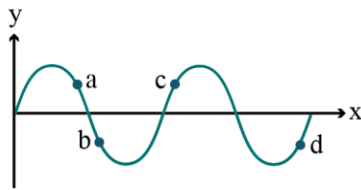
(۳) $\frac{1}{40}$

(۴) $\frac{1}{80}$

محل انجام محاسبات



۵۱- درون یک طناب، موج عرضی تشکیل شده که قسمتی از آن در نمودار زیر، نشان داده شده است. چه تعداد از عبارات زیر در مورد ذرات a، b، c و d در لحظه نشان داده شده، صحیح است؟



الف: اگر حرکت ذره a تندشونده باشد، اندازه بردار شتاب ذره d در حال افزایش است.

ب: اگر انرژی جنبشی ذره c در حال افزایش باشد، جهت حرکت ذره b در جهت محور y است.

پ: اگر اندازه تکانه ذره b در حال افزایش باشد، ذره d در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان خود است.

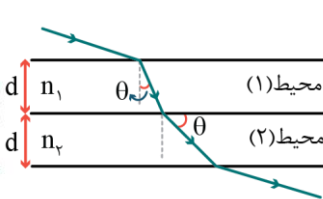
ت: اگر شتاب و سرعت ذره c دارای علامت خلاف یکدیگر باشند، ذره a در حال حرکت به سمت نقطه‌ای است که تندی‌اش در آن بیشینه می‌شود.

- (۱) یک مورد (۲) دو مورد (۳) سه مورد (۴) چهار مورد

۵۲- یک بلندگو با توان متوسط $10W$ ، صوت را به‌طور یکنواخت در همه جهات پخش می‌کند. اگر تراز شدت صوت در محل یک گیرنده صوتی در فاصله ۵ متری از این بلندگو $103dB$ باشد، چند درصد از توان تولیدی بلندگو تا رسیدن به گیرنده جذب محیط شده است؟ ($\log 2 \approx 0.3$, $I_0 = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$, $\pi \approx 3$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

۵۳- شکل زیر، مسیر عبور یک پرتو تکفام نور را از چند محیط شفاف نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟



الف: نسبت بسامد نور در محیط (۱) به بسامد نور در محیط (۲) برابر $\frac{n_2}{n_1}$ است.

ب: نسبت طول موج نور در محیط (۱) به طول موج نور در محیط (۲) برابر $\frac{n_1}{n_2}$ است.

پ: نسبت زمان عبور این پرتو از محیط (۱) به زمان عبور پرتو از محیط (۲) برابر $(\frac{n_1}{n_2})^2$ است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۴- وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیش‌تر باشند. در این ترازها، الکترون‌ها مدت‌زمان بسیار نسبت به حالت برانگیخته معمولی باقی می‌مانند.

- (۱) برانگیخته - کوتاه‌تری (۲) برانگیخته - طولانی‌تری
(۳) شبه پایدار - کوتاه‌تری (۴) شبه پایدار - طولانی‌تری

۵۵- در اتم هیدروژن الکترون در تراز $n=5$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز باشند. در این صورت اختلاف بسامد مربوط به فوتون‌هایی که بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج گسیلی را دارند، چند تراهرتز است؟

$$(E_R = 13.6 \text{ eV}, h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s})$$

- (۱) $2473/5$ (۲) $2527/5$ (۳) 2550 (۴) 2420

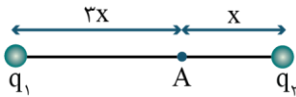
محل انجام محاسبات



۵۶- هسته پرتوزای ${}^{240}_{Z}X$ ابتدا ۵ ذره آلفا گسیل می کند و سپس با گسیل ۲ الکترون (β^-) به هسته ${}^{A'}_{Z'}Y$ تبدیل می شود. اگر نسبت تعداد نوترون ها به پروتون ها در هسته های X و Y یکسان باشد، اختلاف تعداد نوترون ها و پروتون های هسته Y چقدر است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۴۶ (۳) ۴۴ (۴) ۵۲

۵۷- در شکل زیر، میدان الکتریکی برآیند در نقطه A برابر $\vec{E}$ است. اگر بار q_2 را حذف کنیم، جهت میدان در این نقطه برعکس شده و اندازه آن نصف می شود. در چه فاصله ای از بار q_2 ، میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو بار، صفر می شود؟



- (۱) $2(\sqrt{3}-1)x$ (۲) $(\sqrt{3}-1)x$ (۳) $\sqrt{3}x$ (۴) $2\sqrt{3}x$

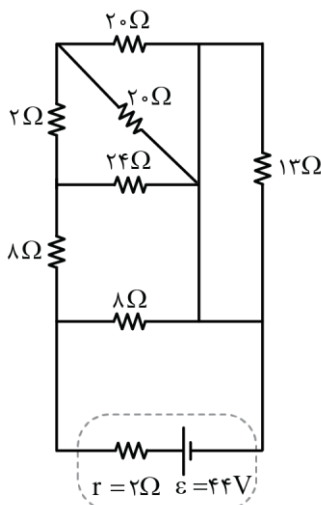
۵۸- ذره ای به جرم $7\mu g$ و بار $10nC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A با پتانسیل $20V$ - رها می شود و تا نقطه B با پتانسیل $120V$ فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی جابه جا می شود. تندی ذره در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) $\sqrt{\frac{2000}{7}}$ (۴) $\sqrt{\frac{4000}{7}}$

۵۹- ظرفیت خازنی ۱۲ میکروفاراد و اختلاف بار الکتریکی دو صفحه آن q است. اگر $8\mu C$ بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه $6\mu J$ زیاد می شود. q چند میکروکولن است؟

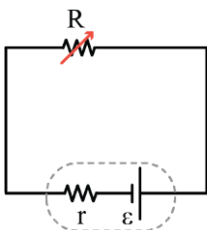
- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۶۰- در شکل زیر، ولتاژ دو سر باتری چند ولت است؟



- (۱) ۳۲ (۲) ۲۸ (۳) ۳۶ (۴) ۳۰

۶۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را از $2r$ به r کاهش دهیم، توان خروجی باتری چند برابر می شود؟



- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات



۶۲- قطر مقطع و جرم سیم مسی A، ۳ برابر قطر مقطع و جرم سیم مسی B است. این دو مقاومت الکتریکی را یک بار به صورت متوالی و بار دوم به صورت موازی به ولتاژ ثابت V متصل می کنیم. آهنگ مصرف انرژی در مجموعه دو سیم در حالت اول، چند برابر آهنگ مصرف انرژی در مجموعه دو سیم در حالت دوم است؟

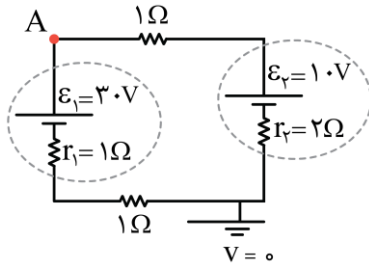
(۴) $\frac{1}{784}$

(۳) $\frac{1}{28}$

(۲) $\frac{27}{28}$

(۱) $\frac{27}{784}$

۶۳- در مدار زیر، پتانسیل الکتریکی نقطه A و توان ورودی باتری (۲) به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟



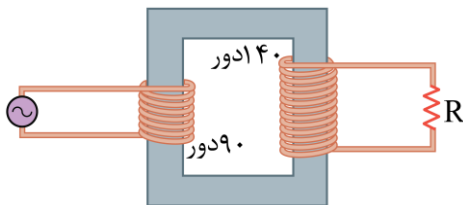
(۱) ۷۲، ۲۲

(۲) ۸، ۲۲

(۳) ۸، ۸

(۴) ۷۲، ۸

۶۴- در مبدل آرمانی شکل زیر، اگر بیشینه ولتاژ دو سر مقاومت R برابر ۲۸۰V باشد، بیشینه ولتاژ مولد چقدر است؟



(۱) ۱۰۰

(۲) ۲۸۰

(۳) ۱۸۰

(۴) ۲۲۰

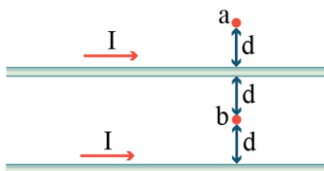
۶۵- جهت میدان مغناطیسی برآیند (خالص) ناشی از سیم های موازی و بلند حامل جریان در هر یک از نقطه های a و b به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $\otimes$ ، $\odot$

(۲) $\odot$ ، میدان در نقطه b صفر است.

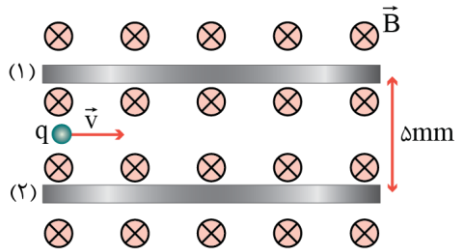
(۳) $\otimes$ ، $\otimes$

(۴) $\otimes$ ، میدان در نقطه b صفر است.



محل انجام محاسبات

۶۶- مطابق شکل، ذره‌ای باردار با تندی $v = 20 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ وارد فضای بین دو صفحه رسانای بزرگ و باردار می‌شود. اگر در فضای بین دو صفحه، میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 200 \text{ G}$ در جهت نشان داده شده برقرار باشد و ذره بدون انحراف در مسیر مستقیم به حرکت خود ادامه دهد، پتانسیل الکتریکی صفحه (۱)، ولت از پتانسیل الکتریکی صفحه (۲) است. (نیروی وزن ناچیز است.)



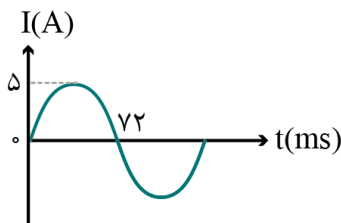
(۱) ۱ - بیش تر

(۲) ۱ - کم تر

(۳) ۲ - کم تر

(۴) ۲ - بیش تر

۶۷- نمودار جریان عبوری از یک القاگر بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. اگر ضریب القاوری این القاگر ۱۶ میلی هانری باشد، در چه لحظه‌ای پس از $t=0$ ، برای اولین بار انرژی ذخیره شده در سیملوله برابر 100 mJ می‌شود؟



(۱) ۱۸ ms

(۲) ۳۶ ms

(۳) ۱۲ ms

(۴) ۲۴ ms

۶۸- یکای فرعی کمیت «ضریب القاوری» در SI کدام است؟

$$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2} \quad (۴)$$

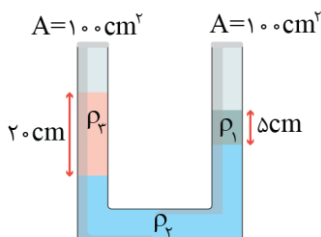
$$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \text{s}} \quad (۳)$$

$$\frac{\text{kg.m}}{\text{A}^2 \text{s}^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\text{kg.m}}{\text{A}^2 \text{s}} \quad (۱)$$

۶۹- در شکل زیر، چند لیتر از مایع (۱) به چگالی $\rho_1 = 0.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را به شاخه سمت راست اضافه کنیم تا سطح مایع (۲) در دو طرف

لوله در یک تراز قرار بگیرد؟ $(\rho_2 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



(۱) ۳/۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۰- در لوله‌ای پر از آب مطابق شکل زیر، آب از چپ به راست در جریان است. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟



(۱) تندی آب در قسمت B در حال کاهش است.

(۲) فشار در قسمت A بیش تر از فشار در قسمت C است.

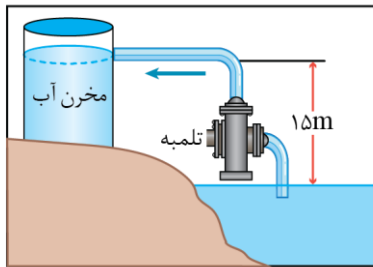
(۳) تندی آب در قسمت C، کم تر از تندی آب در قسمت E است.

(۴) انرژی جنبشی یک قطره آب در قسمت D در حال افزایش است.

محل انجام محاسبات

۷۱- مطابق شکل، تلمبه‌ای با توان ورودی 20 kW در هر ثانیه 80 لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی $\frac{1000\text{ kg}}{\text{m}^3}$ را تا ارتفاع 15 متری

مخزنی بالا برده و با تندی $\frac{6\text{ m}}{\text{s}}$ پمپاژ می‌کند. بازده تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



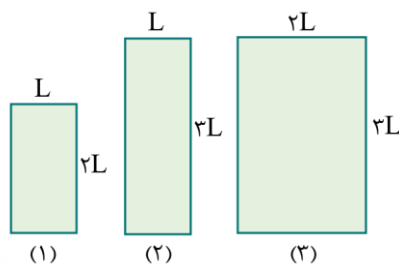
(۱) $67/2$

(۲) 60

(۳) $54/6$

(۴) 50

۷۲- شکل زیر سه صفحه فلزی هم جنس به اضلاع متفاوت را در یک دما نشان می‌دهد. اگر دمای همه آن‌ها را به اندازه یکسان زیاد کنیم، مساحت کدام یک بیش‌تر افزایش پیدا می‌کند؟



(۱) (۱)

(۲) (۲)

(۳) (۳)

(۴) مساحت هر سه صفحه به یک اندازه افزایش پیدا می‌کند.

۷۳- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $2100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ آب 4 kg در دمای 40°C در حال تعادل است. گلوله‌ای فلزی به جرم 2 kg با دمای 100°C را درون آب می‌اندازیم و پس از رسیدن به تعادل، دمای مجموعه 70°C می‌شود. در این مدت چند ژول گرما تلف شده

است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$, $c_{\text{فلز}} = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$)

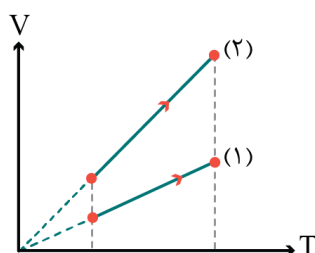
(۴) گرمایی تلف نشده است.

(۳) 24800

(۲) 40000

(۱) 36300

۷۴- مقدار برابری از گازهای کامل و مشابه (۱) و (۲) فرایندهایی هم فشار را مطابق شکل طی می‌کنند. اگر در فرایندهای (۱) و (۲)، فشار گازها به ترتیب P_1 و P_2 و کار انجام شده توسط گازها به ترتیب W_1 و W_2 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟



(۱) $W_2 = W_1, P_2 > P_1$

(۲) $W_2 = W_1, P_2 < P_1$

(۳) $W_2 > W_1, P_2 > P_1$

(۴) $W_2 > W_1, P_2 < P_1$

۷۵- بازده یک ماشین درون سوز بنزینی 18 درصد است. این ماشین در هر چرخه 3240 J کار انجام می‌دهد. گرمای حاصل از سوخت در هر چرخه چند کیلوژول است؟

(۴) 32

(۳) $32/4$

(۲) 20

(۱) 18

محل انجام محاسبات

۷۶- در میان ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی، چند عنصر وجود دارد که عدد اتمی آن ها دو برابر تعداد الکترون های با $l = 1$ در آرایش الکترونی آن عنصر بوده و چند مورد از این عنصرها، در واکنش های شیمیایی می توانند آنیون تشکیل بدهند؟
 (۱) ۱، ۵ (۲) ۲، ۵ (۳) ۱، ۴ (۴) ۲، ۴

۷۷- چند مورد از مطالب زیر، در رابطه با عنصر تکنسیم درست است؟
 • نماد آن دو حرفی است و مانند نماد گاز نجیب هم دوره آن، به حرف e ختم می شود.
 • با عنصر منگنز هم گروه بوده و اتم های آن به صورت طبیعی در محیط یافت نمی شوند.
 • از جمله عنصرهای دسته d تناوب پنجم است و نسبت شمار نوترون به پروتون آن کمتر از $1/5$ است.
 • نخستین عنصری است که در واکنشگاه هسته ای ساخته شد و در تصویربرداری غده تیروئید استفاده می شود.
 • یون تکنسیم با یون چنداتی که حاوی اتم ید است، هم اندازه بوده و به همین دلیل، غده تیروئید این یون را جذب می کند.
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- درباره عنصرهای ${}^{27}_{13}Al$ و ${}^{27}_{14}Si$ ، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟
 آ: تفاوت شماره گروه عنصر D و E برابر با تعداد زیرلایه های اشغال شده در آرایش الکترونی عنصر A است.
 ب: عدد اکسایش هر سه عنصر داده شده، در واکنش با گاز اکسیژن ضمن دادوستد کامل الکترون، افزایش می یابد.
 پ: در یون پایدار حاصل از عناصر E و A ، برخلاف یون پایدار عنصر D ، کل ظرفیت آخرین لایه از الکترون اشغال شده است.
 ت: اختلاف تعداد پروتون و نوترون در عنصر E ، دو برابر تعداد نوترون ها در فراوان ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم است.
 (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ت

۷۹- تعادل $2NO(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g) + O_2(g)$ ، $\Delta H = 250 kJ$ ، در طول مدت ۱۰ دقیقه با ورود ۳ مول گاز NO_2 به یک ظرف ۵۰۰ میلی لیتری برقرار شده است. اگر گرمای مصرف شده تا رسیدن به تعادل، برابر با گرمای آزاد شده طی تغییر دمای $31/25^\circ C$ کیلوگرم طلا به مقدار $31/25^\circ C$ باشد، مقدار ثابت تعادل چقدر بوده و سرعت متوسط تولید NO چند گرم بر ثانیه است؟
 ($c_{Au} = 0/128 J g^{-1} ^\circ C^{-1}$ و $O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)
 (۱) ۰/۰۵، ۰/۲۵ (۲) ۰/۱۲۵، ۰/۰۵ (۳) ۰/۱، ۰/۲۵ (۴) ۰/۱۲۵، ۰/۱

۸۰- ایزوتوپ های یک عنصر در چند مورد زیر با هم تفاوت دارند؟
 • $A - Z$ پایدار
 • واکنش پذیری فراوانی
 • پتانسیل کاهش استاندارد نیم سلول
 • چگالی بار یون تک اتمی
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۱- سه محلول سیر شده از KNO_3 در دماهای متفاوت، در اختیار داریم. درصد جرمی محلول اول در دمای $40^\circ C$ برابر $37/5$ درصد است. جرم محلول دوم در دمای $20^\circ C$ برابر 91 گرم بوده و این محلول شامل 21 گرم نمک است و نسبت جرم نمک به جرم آب موجود محلول سوم در دمای $10^\circ C$ برابر $0/195$ است. اگر معادله انحلال پذیری این نمک به صورت $S = a\theta^2 + b\theta + c$ باشد، نسبت ضریب θ به ضریب θ^2 برای این نمک، کدام است؟
 (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

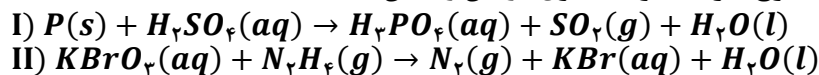
۸۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ ($S = 32, Al = 27, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)
 آ: عبور جریان برق از محلول آبی منیزیم کلرید، آخرین مرحله از استخراج فلز منیزیم از آب دریا است.
 ب: یون های کلرید، سولفات و فسفات به ترتیب برای شناسایی کاتیون های Ag^+ ، Ba^{2+} و Ca^{2+} به کار می روند.
 پ: اگر در دمای اتاق انحلال پذیری آلومینیم سولفات $68/4 g$ باشد، در $250 g$ آب حداکثر $0/5$ مول از این ماده حل می شود.
 ت: اگر گلوکومتر عدد ۱۰۰ را نشان دهد و حجم خون $5 L$ باشد، از اکسایش 60% گلوکز موجود در خون، $2/24 L$ گاز CO_2 در شرایط STP تولید می شود.
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۸۳- در ساختار نوعی هیدروکربن، ۳۵ جفت الکترون پیوندی وجود داشته و جرم کربن موجود در آن، ۱۸ برابر جرم اتم‌های هیدروژن است. در $\frac{3}{8}$ گرم از این ترکیب، چند اتم کربن وجود داشته و حداکثر شمار پیوندهای دوگانه در آن چند برابر شمار پیوندهای $C-H$ موجود در آن است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) $1/1, 1/806 \times 10^{23}$ (۲) $1/1, 1/806 \times 10^{22}$
(۳) $1/4, 1/806 \times 10^{23}$ (۴) $1/4, 1/806 \times 10^{22}$

۸۴- پس از موازنه معادله‌های زیر، نسبت مجموع ضرایب مواد در واکنش I به مجموع ضرایب مواد در واکنش II کدام است و مجموع ضرایب مواد گازی در این دو واکنش، چند برابر مجموع ضرایب مواد محلول در این واکنش‌ها است؟

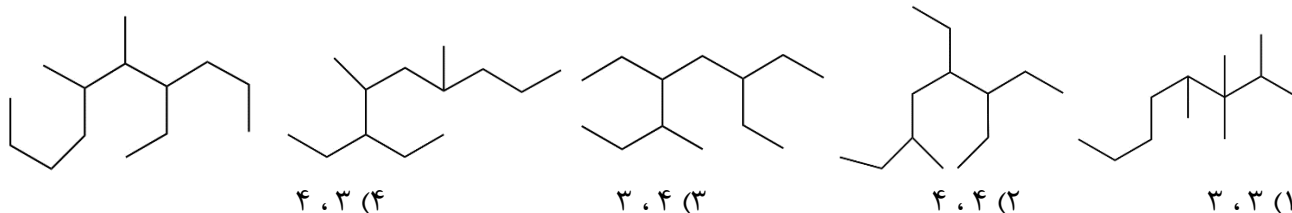


- (۱) ۱، ۲ (۲) ۰/۱، ۱ (۳) ۰/۱، ۲ (۴) ۱، ۱

۸۵- چند مورد از مطالب زیر درباره مولکول AD_3 می‌تواند درست باشد؟ (همه اتم‌ها به آرایش هشت تایی رسیده‌اند).
• اگر مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در آن برابر ۲۴ باشد، این مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.
• عنصرهای A و D می‌توانند در ساختار موادی شرکت کنند که در حالت مذاب و محلول رسانای جریان الکتریسیته باشند.
• اگر تعداد پیوندهای اشتراکی AD_3 برابر با تعداد پیوندهای اشتراکی HCN باشد، مدل فضا پرکن آن مانند آمونیاک است.
• اگر شمار جفت الکترون ناپیوندی در AD_3 ، $\frac{2}{5}$ برابر این الکترون‌ها در اوره باشد، مخلوط این دو ماده نور را پخش نمی‌کند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- از میان آلکان‌های داده شده، چند ماده با هم ایزومر بوده و مجموع شماره اتم‌های کربن از زنجیر اصلی که شاخه‌های فرعی روی آن‌ها قرار می‌گیرند، در چند ترکیب برابر با تعداد اتم‌های کربن آن آلکان است؟



۸۷- چند عبارت زیر، می‌تواند جای خالی موجود در جمله زیر را به درستی پر کند؟
«..... در مولکول پارازیلن، در مقایسه با مولکول نفتالن بیشتر است.»

- گشتاور دوقطبی
 - درصد جرمی اتم‌های هیدروژن
 - تعداد پیوندهای دوگانه
 - نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به شمار پیوندهای $C-C$
 - شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر
 - نقطه جوش
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۸- اگر آنتالپی سوختن متان و متانول به ترتیب برابر با -۸۹۰ و -۷۲۵ کیلوژول بر مول باشد، کدام مطلب نادرست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ارزش سوختی متان به تقریب $\frac{2}{45}$ برابر ارزش سوختی متانول است.
(۲) مقدار CO_2 تولید شده از سوختن یک گرم متان، ۲ برابر CO_2 تولید شده از سوختن یک گرم متانول است.
(۳) در واکنش سوختن متانول به ازای مصرف $10/08$ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP، $21/75$ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.
(۴) سوختن $0/5$ مول متان می‌تواند دمای 100 کیلوگرم از یک فلز با گرمای ویژه $0/445 Jg^{-1}C^{-1}$ را $10^\circ C$ افزایش دهد.

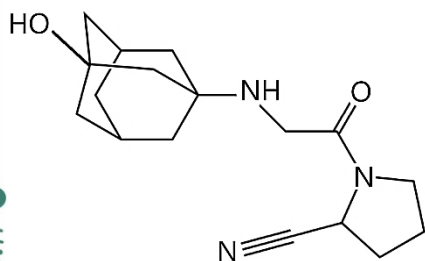
محل انجام محاسبات

۸۹- اگر A, D, E و X به ترتیب ساده ترین آلدهید، کتون، اسید و استر باشند، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟
($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- آ: مواد E و X ، برخلاف A و D ، با هم ایزومر هستند.
ب: عدد اکسایش یکی از اتم‌های کربن در X ، برابر با عدد اکسایش یک اتم کربن در D است.
پ: نسبت درصد جرمی اکسیژن به کربن در X ، برابر با این نسبت در ترفتالیک اسید است.
ت: نسبت شمار اتم (های) کربن به شمار اتم (های) هیدروژن در هر چهار ترکیب، برابر با $5/10$ است.
- (۱) ب، ت (۲) آ، پ (۳) پ، ب (۴) آ، ت

۹۰- با توجه به واکنش‌های ترموشیمی زیر، اگر 16 گرم مس در واکنش $2NF_3(g) + Cu(s) \rightarrow N_2F_4(g) + CuF_2(s)$ با بازده 80% درصد مصرف شود، چند کیلوژول انرژی مبادله می‌شود؟ ($Cu = 64 g.mol^{-1}$)

- I) $2NF_3(g) + 2NO(g) \rightarrow N_2F_4(g) + 2ONF(g)$, $\Delta H = -82/9 kJ$
II) $NO(g) + \frac{1}{2}F_2(g) \rightarrow ONF(g)$, $\Delta H = -156/9 kJ$
III) $Cu(s) + F_2(g) \rightarrow CuF_2(s)$, $\Delta H = -531 kJ$
- (۱) $70/0.2$ (۲) $60/0.2$ (۳) $30/0.1$ (۴) $90/75$



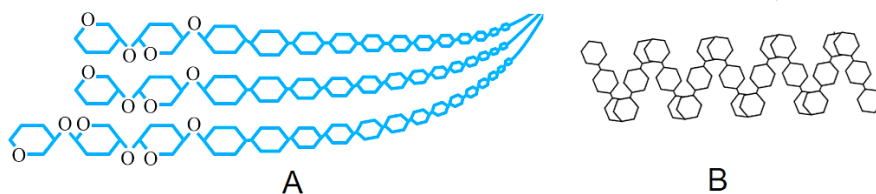
۹۱- با توجه به ساختار زیر، کدام موارد داده شده درست هستند؟
آ: در آن اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود ندارد.
ب: همانند سیانواتن، می‌تواند در واکنش بسپارش شرکت کند.
پ: لکه حاصل از آن را برخلاف لکه حاصل از وازلین، می‌توان با آب زدود.
ت: تعداد جفت الکترون ناپیوندی آن برابر با اختلاف تعداد اتم H و C است.
ث: یکی از گروه‌های عاملی موجود در آن، در یکی از ترکیب‌های آلی موجود در گشنیز نیز وجود دارد.

- (۱) آ - پ - ث (۲) پ - ث (۳) ب - پ - ث (۴) آ - ت

۹۲- چند مورد از عبارت‌های زیر، درست است؟ ($1/8 \times 10^{-5} = K_a$ اتانویک اسید و $H = 1 : g.mol^{-1}$ و $O = 16$)

- آ: طبق نظریه آرنیوس، ترکیبی که در ساختار خود گروه هیدروکسیل دارد، قطعاً باز آرنیوس است.
ب: در دمای ثابت، با افزایش غلظت یک اسید ضعیف در محلول آبی آن، درجه یونش اسید تغییر نمی‌کند.
پ: همه پاک‌کننده‌های خورنده $pH < 7$ داشته و در واکنش با آلاینده‌ها، فرآورده‌هایی با پایداری بیشتر تولید می‌کنند.
ت: از واکنش $350 mL$ محلول اتانویک اسید با $pH = 2/5$ با مقدار کافی از ساده ترین آمین، $3/15 g$ آب تولید می‌شود.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۳- با توجه به پلیمرهای زیر، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- (۱) مونومر سازنده این دو ترکیب، با انحلال در آب، نوعی الکترولیت ضعیف ایجاد می‌کند.
(۲) مونومر سازنده هر دو ترکیب داده شده یکسان بوده و دارای گروه عاملی اتری و آمینی است.
(۳) الیاف پنبه از ماده B ساخته شده و ترکیب A در گندم یافت شده و در محیط گرم و مرطوب، به آرامی تجزیه می‌شود.
(۴) شمار اتم‌های سازنده هر دو مولکول، برخلاف شمار اتم‌ها در ساختار نفتالن و چربی موجود در کوهان شتر، بسیار زیاد است.

محل انجام محاسبات

۹۴- در نیم واکنش تبدیل یون پرمنگنات به منگنز (IV) اکسید، یون پرمنگنات در نقش بوده و نماد الکترون در معادله این نیم واکنش در سمت قرار گرفته و عدد اکسایش اتم منگنز در این فرایند به اندازه واحد تغییر می کند.
(۱) کاهنده - راست - ۴ (۲) اکسنده - چپ - ۴ (۳) کاهنده - راست - ۳ (۴) اکسنده - چپ - ۳

۹۵- کدام مورد از مطالب زیر درست است؟
آ: در سلول برقکافت آب، حجم گاز تولید شده در سمت آند بیشتر از سمت کاتد است.
ب: انرژی شبکه بلور ماده ای که برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید به آن افزوده می شود، از سدیم کلرید بیشتر است.
پ: فراورده حاصل در قطب مثبت فرایند برقکافت $NaCl(l)$ ، با فراورده کاتدی برقکافت آب، در دمای اتاق واکنش می دهند.
ت: واکنش سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، عکس واکنش برقکافت آب بوده و جهت جریان H^+ در غشای مبادله کننده از کاتد به آند است.

(۱) ب - پ (۲) آ - ت (۳) آ - ب - ت (۴) پ - ت

۹۶- دمای ماده ای که در حالت جامد نارسا است را تا حدود $1420^{\circ}C$ افزایش می دهیم تا به طور کامل ذوب شود. اگر این ماده در حالت مذاب رسانای جریان الکتریسیته باشد،
(۱) با عبور جریان، در این ماده یک واکنش شیمیایی انجام می شود.
(۲) رسانایی این ماده در حالت مذاب از نوع الکترونی است.
(۳) در حالت جامد، این ماده از مدل دریای الکترونی پیروی می کند.
(۴) در بلور جامد آن، امکان مشاهده پیوند اشتراکی وجود ندارد.

۹۷- اگر pH محلول پتاسیم هیدروکسید برابر ۱۱ و pH محلول نیترواسید ($K_a = 4/5 \times 10^{-4}$) برابر pH محلول 0.003 مولار هیدرویدیک اسید باشد، نسبت جرم هیدروژن برمید مورد نیاز به سدیم هیدروکسید مورد نیاز که به ترتیب باید به آنها اضافه شود تا هر یک را به $pH = 7$ برساند، کدام است؟ (حجم محلول پتاسیم هیدروکسید و نیترواسید به ترتیب ۲۳ و ۹ لیتر است. $Br = 80, Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) 0.27 (۲) 0.135 (۳) 0.101 (۴) 0.225

۹۸- نوعی پاک کننده صابونی جامد با جرم مولی $302 g.mol^{-1}$ ، دارای ۳ پیوند دوگانه در ساختار خود است. در اسید چرب سازنده این پاک کننده، حداقل چند اتم کربن با عدد اکسایش ۲- وجود دارد و $18/12$ گرم از این پاک کننده با چند گرم محلول که حاوی یون کلسیم با غلظت $4000 ppm$ و یون منیزیم با درصد جرمی $1/2\%$ است، واکنش می دهد؟

($Ca = 40, Mg = 24, Na = 23, O = 16, C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) $50, 13$ (۲) $100, 12$ (۳) $100, 13$ (۴) $50, 12$

۹۹- جرم آب حاصل از واکنش موازنه نشده $Cr_2O_7^{2-}(aq) + H^+(aq) + H_2S(g) \rightarrow Cr^{3+}(aq) + S(s) + H_2O(l)$ به ازای مصرف $20/4$ گرم H_2S ، برابر جرم آب مصرف شده در سلول نور الکتروشیمیایی است. تعداد الکترون مبادله شده در واکنش اول چند مول است و در سلول نور الکتروشیمیایی، چند گرم سیلیسیم مصرف می شود؟

($S = 32, Si = 28, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) $39/2, 3/6$ (۲) $19/6, 3/6$ (۳) $19/6, 1/2$ (۴) $39/2, 1/2$

۱۰۰- اگر در سلول های گالوانی تشکیل شده از فلزهای A, D و M ، مشخص شود که emf سلول $A - D$ با کاتد فلزی D ، از همه کمتر بوده و در سلول حاصل از عناصر A و M ، فلز A نقش آند را دارد، کدام مقایسه درباره مقدار E° این الکترودها درست است و emf سلول تشکیل شده از کدام دو الکتروده، بزرگ تر است؟

(۱) $\langle A - M \rangle, M > D > A$ (۲) $\langle M - D \rangle, D > A > M$
(۳) $\langle M - A \rangle, A > D > M$ (۴) $\langle D - M \rangle, M > A > D$

محل انجام محاسبات

۱۰۱- کدام یک در سرعت واکنش تبدیل مالتوز به گلوکز، تاثیری ندارد؟

- (۱) تغییر دما (۲) افزودن کاتالیزگر (۳) تغییر غلظت (۴) تغییر فشار

۱۰۲- کدام مورد درباره واکنش مربوط به حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی (واکنش I) و واکنش تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن (واکنش II) نادرست است؟

- (۱) در واکنش I برخلاف واکنش II، گاز آمونیاک مصرف و گاز نیتروژن تولید می شود.
(۲) عدد اکسایش همه اتم های نیتروژن در واکنش I، همانند واکنش II، کاهش می یابد.
(۳) واکنش I همانند واکنش تشکیل اوزون تروپوسفری و برخلاف واکنش II، برگشتناپذیر است.
(۴) مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه شده واکنش I، ۱/۵ برابر مجموع ضرایب در واکنش II است.

۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟ ($Al = 27 : g.mol^{-1}$)

- (۱) الگوی ساختار گرافن مشابه کندوی زنبور عسل بوده و مقاومت کششی یک نمونه از آن، حدود ۱۰ برابر فولاد است.
(۲) حالت فیزیکی اکسید دو عنصر نخست گروه ۱۴ در دمای اتاق، برخلاف حالت فیزیکی خود این عناصر، متفاوت از هم است.
(۳) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی SO_3 و SCO ، رنگ اتم مرکزی مشابه بوده و هر دو مولکول، ۴ پیوند اشتراکی دارند.
(۴) رنگ محلول حاصل از واکنش کامل ۰/۰۹ گرم پودر آلومینیم و ۵۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مول بر لیتر وانادیم(V)، آبی است.

۱۰۴- کدام مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در ساختار ترفتالیک اسید، تعداد اتم های کربن فاقد اتم هیدروژن برابر تعداد اتم های کربن دارای یک اتم هیدروژن است.
(۲) یکی از فراورده های حاصل از واکنش گاز متان با بخار آب در دمای بالا را می توان از برقکافت آب نیز به دست آورد.
(۳) در فرایند تولید ترفتالیک اسید از پارازیلین، از پتاسیم پرمنگنات به عنوان کاتالیزگر استفاده می شود.
(۴) پارازیلین و بنزن را برخلاف اتیلن گلیکول، می توان از تقطیر نفت خام به دست آورد.

۱۰۵- با توجه به مواد داده شده، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه آمده است؟

برم ، نفتالن ، سیلیس ، گرافیت ، سیلیسیم کربید ، منیزیم کلرید

آ: درصد جرمی اتم های سیلیسیم در ساختار سیلیس کمتر از سیلیسیم کربید است.

ب: برای چهار ماده نمی توان واژه فرمول مولکولی را به کار برد و از میان این مواد، دو جامد مولکولی وجود دارد.

پ: یکی از این مواد در حالت جامد و یکی در حالت محلول، می تواند رسانای جریان الکتریسیته باشد.

ت: در ساختار سه ماده، اتم کربن وجود داشته و یکی از این مواد، باعث استحکام و ماندگاری سازه های سنگی می شود.

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - نادرست

(۳) نادرست - نادرست - درست - درست

محل انجام محاسبات



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۴/۱۴



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۲۱

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	محدثه شیخعلی	محمد پورسعید - رسول حاجی زاده - سوگند روشنی	مهرداد اسپیدکار - حمیدرضا ولی پور رضا قانع
فیزیک	سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده - مهدی شریفی - محسن قندچلر سعید احمدی - ارسلان رحمانی	محمدجواد سورچی - نرجس تیمناک علیرضا ملک حسینی - فریده قزوینی
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری سعیده محبی - امیر بصراوی	فرهنگ امیری - رامین رزمجو محمد داوودآبادی - فراهانی - علی اصغر رضایی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

حتماً توی فیلم‌ها یا داستان‌های تاریخی دیدی یا شنیدی که بعضی‌ها توی جنگ‌ها تا لحظه آخر می‌جنگن، عقب نمی‌رن. به قول معروف: «شاید ایستاده بمیرن، اما زانو زده تسلیم نمی‌شن».

یک سال گذشت؛ یک سال زحمت کشیدی، یک سال رنج کشیدی، از خوابت زدی، از استراحتت زدی، از خوش‌گذرونی‌ها ت گذشتی. واقعیتش اینه که توی یه جنگ بودی؛ جنگ واسه رسیدن به هدفی که داشتی. راستش خیلی بهت افتخار می‌کنیم؛ تو می‌تونستی وقتت رو با تنبلی بگذرونی، می‌تونستی بشینی و بگی «سخته!»، بگی «من نمی‌تونم!»، می‌تونستی با خوش‌گذرونی و تفریح سرت رو گرم کنی، اما تو موندی. تو تلاش کردی. چرا؟ چون به خودت، به توانایی‌ها و به استعدادت باور داشتی. فارغ از هر نتیجه‌ای، تو قابل احترامی. اونی که تا لحظه آخر می‌جنگه، اونی که تا لحظه آخر تسلیم نمی‌شه، از هزاران سال پیش تا الان، اون فرد قابل احترامه؛ چون جا نزده، چون نترسیده، چون مونده و می‌خواد تا لحظه آخر برای هدفش بجنگه. فارغ از هر نتیجه‌ای، بهت افتخار می‌کنیم که هنوز موندی، هنوز تلاش می‌کنی و می‌خوای تا لحظه آخر بجنگی، تا لحظه‌ای که به چیزی که حقته برسی. تو قابل احترامی و باز هم می‌گیم: «ما بهت افتخار می‌کنیم».

تو این یه سالی که گذشت، ما تو بخش محتوا و آزمون ماز، بیش از ۲۰ هزار صفحه محتوا تولید کردیم، بیش از ۴۰۰ نفر برای آماده کردن این آزمون‌ها زحمت کشیدن. ما تا جایی که تونستیم، سعی کردیم بهترین خودمون واسه تو باشیم:

- بحث کنکور فرهنگیان پیش اومد، بلافاصله دفترچه کنکور فرهنگیان رو اضافه کردیم.

- بحث جمع‌بندی برای کنکور زود هنگام اردیبهشت پیش اومد، برنامه آزمون رو واسه کنکور اردیبهشت مناسب‌سازی کردیم.

- بحث تأثیر امتحانات تشریحی و سختی امتحانات نهایی پیش اومد، امتحانات شبیه‌ساز نهایی براتون برگزار کردیم، حتی با تصحیح توسط مصححین!

و خیلی چیزهای دیگه که با فهرست‌کردنشون سرت رو درد نمی‌آریم؛ اما باید بدونی که هر جا که نیاز بود، تمام توانمون رو گذاشتیم و ذره‌ای دریغ نکردیم، ذره‌ای خسته نشدیم، چون انرژی‌مون رو از موفقیت و خوشحالی تو می‌گیریم، از اینکه بعد از کنکور بگین «تونستم!» و ماز بهم کمک کرد که بتونم». همین واسه ما کافیه.

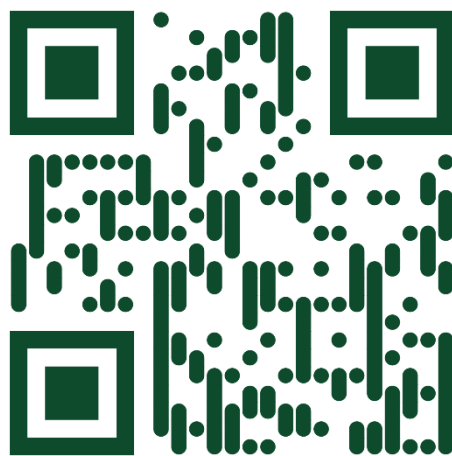
تا جایی که تونستیم هزینه آزمون رو تو کمترین حالت ممکن قرار دادیم و از تبلیغات آن‌چنانی گذشتیم. چرا؟ چون تو، حمایت، نظرات همیشه مثبت و قشنگت، و رضایتی که از کارمون داشتی، واسه ما کافیه، واسه ما بهترین تبلیغه. پس ما ازت ممنونیم، ممنونیم که همیشه انرژی مثبت بهمون دادی و همراهمونی.

از تِه تِه دل، به «دیدین تونستم» ذوق زده برات آرزو می‌کنیم.
ما بهت افتخار می‌کنیم.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون ها کمک می کنی (:



<https://B2n.ir/h78038>

مازی ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)
 آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

۱- حاصل عبارت $\frac{2\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) ۲

(۱) $-2\sqrt{3}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

گویا کردن مخرج کسرها:

اگر در مخرج کسر، دو عبارت رادیکالی با فرجه دو و یا یک عبارت رادیکالی با فرجه دو و یک عدد غیر رادیکالی داشته باشیم باید از اتحاد مزدوج برای گویا کردن مخرج کسر استفاده کنیم.

اتحاد چاق و لاغر $(a \mp b)(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \mp b^3$ اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$\frac{A}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}$$

$$\frac{A}{\sqrt{a} \pm b} \times \frac{\sqrt{a} \mp b}{\sqrt{a} \mp b}$$

پاسخ ششگانه

$$A = \frac{2\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

ابتدا تک تک کسرها را گویا کرده و بعد به محاسبه عبارت A می پردازیم:

$$\frac{2\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3})^2-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}^2+\sqrt{3}+1)}{4+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)(4+\sqrt{3})}{4+\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}^2-1^2} = \sqrt{3}+1$$

$$A = (\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1) = -2$$

گروه آموزشی ماز

۲- نمودار سهمی $y = (a-1)x^2 + (2a+2)x + a$ فقط از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی کند. a چند مقدار صحیح می تواند داشته باشد؟

(۴) هیچ

(۳) ۳

(۲) ۲

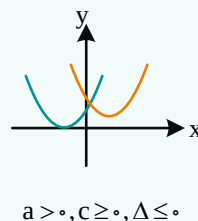
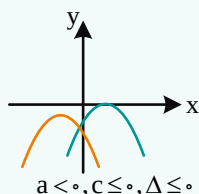
(۱) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

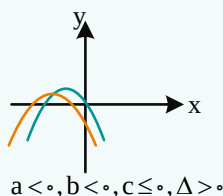
عبور سهمی از نواحی دستگاه مختصات:

اگر معادله سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ باشد، داریم:

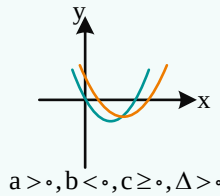


عبور سهمی از ۳ ناحیه:

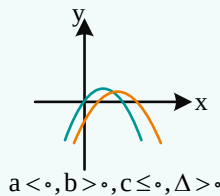
عبور از نواحی دوم، سوم و چهارم



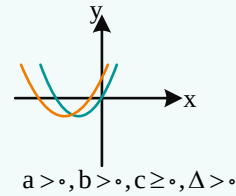
عبور از نواحی اول، دوم و چهارم



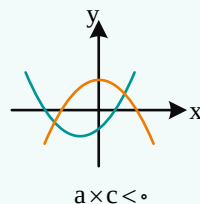
عبور از نواحی اول، سوم و چهارم



عبور از نواحی اول، دوم و سوم



عبور سهمی از ۴ ناحیه:





$$a < 0, b > 0, c \leq 0, \Delta > 0$$

می خواهیم نمودار سهمی از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نکند، پس:

$$y = \underset{a}{(a-1)}x^2 + \underset{b}{(2a+2)}x + \underset{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} a: a-1 < 0 \Rightarrow a < 1 \\ b: 2a+2 > 0 \Rightarrow a > -1 \\ c: a \leq 0 \\ \Delta: (2a+2)^2 - 4a(a-1) > 0 \Rightarrow 4a^2 + 8a + 4 - 4a^2 + 4a > 0 \Rightarrow 12a > -4 \Rightarrow a > -\frac{1}{3} \end{cases}$$

بین تمام محدوده های a اشتراک می گیریم

$$\Rightarrow a < 1 \cap a > -1 \cap a \leq 0 \cap a > -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} < a \leq 0$$

فقط به ازای $a = 0$ نمودار سهمی از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی کند.

گروه آموزشی ماز

۳- مجموع ریشه های معادله $\frac{5}{x^2-x} + \frac{1}{(x-4)(x+3)} = \frac{6}{7}$ کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

روش تغییر متغیر برای حل معادلات:

برای حل برخی معادلات که ظاهری شبیه معادله درجه دوم دارند، می توان با عوض کردن متغیر، معادله را به یک معادله درجه دوم تبدیل و بعد آن را حل کرد و بعد متغیر را به حالت اول بازگرداند تا جواب های معادله اولیه به دست آید.

حواس به معادلات گویا باشد: توجه کنید بعد از حل معادله، جواب هایی که به دست می آید نباید ریشه مخرج باشند.



$$\frac{5}{x^2-x} + \frac{1}{(x-4)(x+3)} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{5}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-x-12} = \frac{6}{7}$$

با کمک روش تغییر متغیر و فرض $x^2 - x = t$ داریم:

$$\frac{5}{t} + \frac{1}{t-12} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{5(t-12) + t}{t(t-12)} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{6t-60}{t^2-12t} = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{6(t-10)}{t^2-12t} = \frac{6}{7} \Rightarrow t^2-12t = 7t-70 \Rightarrow t^2-19t+70=0 \Rightarrow (t-5)(t-14)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=14 \end{cases}$$

$$t = x^2 - x \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x = 5 \Rightarrow x^2 - x - 5 = 0 \Rightarrow S' = x_1 + x_2 = 1 \\ x^2 - x = 14 \Rightarrow x^2 - x - 14 = 0 \Rightarrow S'' = x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

توجه کنید هیچ کدام از جواب های معادلات $x^2 - x - 5 = 0$ و $x^2 - x - 14 = 0$ باعث صفر شدن مخرج کسر معادله اولیه نمی شوند یعنی هر چهار جواب قابل قبول بوده و مجموع آن ها برابر ۲ است.

گروه آموزشی ماز

۴- به ازای چند عدد طبیعی یک رقمی برای m در معادله درجه دوم $x^2 - (2m+1)x + m - 3 = 0$ یکی از ریشه ها کوچک تر از ۱۰ و ریشه دیگر بزرگ تر از ۱۰ است؟

۲ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

روابط بین ریشه های معادله درجه دوم:

اگر α و β ریشه های حقیقی معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، داریم:

۱) $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

۲) $P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$

۳) $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

۴) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

۵) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$

۶) $\sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$

یکی از ریشه‌ها از ۱۰ کوچک‌تر و ریشه دیگر از ۱۰ بزرگ‌تر است. پس داریم:

$$\begin{cases} x_1 < 10 \\ x_2 > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 10 < 0 \\ x_2 - 10 > 0 \end{cases} \Rightarrow (x_1 - 10)(x_2 - 10) < 0$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 - 10x_1 - 10x_2 + 100 < 0 \Rightarrow x_1 x_2 - 10(x_1 + x_2) + 100 < 0 \Rightarrow P - 10S + 100 < 0$$

$$\xrightarrow[P=m-3]{S=(2m+1)} m - 3 - 10(2m+1) + 100 < 0 \Rightarrow -19m + 87 < 0 \Rightarrow 19m > 87 \Rightarrow m > \frac{87}{19} \approx 4.57$$

بنابراین m می‌تواند مقادیر طبیعی و یک رقمی ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ را اختیار کند که تعداد آن‌ها برابر ۵ است.

گروه آموزشی ماز

۵- بیشترین مقدار عدد طبیعی n که به ازای آن مجموع n جمله اول دنباله حسابی $7x+10, 9x-7, 4x+25, \dots$ مثبت می‌باشد، کدام است؟

۴۲ (۴)

۴۰ (۳)

۴۱ (۲)

۳۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

مجموع n جمله اول دنباله حسابی:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

از دست دنباله حسابی:

اگر a, b, c و $a + c = 2b$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن‌گاه:

$$7x+10, 9x-7, 4x+25, \dots \Rightarrow 2(9x-7) = 7x+10 + 4x+25 \Rightarrow 18x-14 = 11x+35 \Rightarrow 7x = 49 \Rightarrow x = 7$$

$$59, 56, 53, \dots \Rightarrow d = -3$$

بنابراین جملات دنباله به صورت مقابل می‌باشد:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow \frac{n}{2}(2 \times 59 + (n-1) \times (-3)) > 0 \Rightarrow \frac{n}{2}(121 - 3n) > 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}, \frac{n}{2} > 0} 121 - 3n > 0$$

$$\Rightarrow 3n < 121 \Rightarrow n < \frac{121}{3} \Rightarrow n < 40.33 \dots \Rightarrow \max(n) = 40$$

گروه آموزشی ماز

۶- در مثلثی با رئوس $A(2, -2)$ ، $B(6, 0)$ و $C(-2, 4)$ طول ارتفاع BH چند برابر طول میانه AM است؟

$\frac{2}{\sqrt{13}}$ (۴)

$\frac{4}{\sqrt{13}}$ (۳)

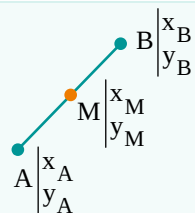
$\frac{4}{\sqrt{5}}$ (۲)

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

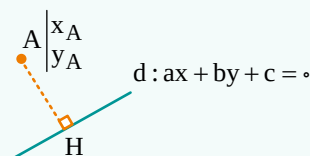
پاسخ: گزینه ۳

مختصات نقطه وسط پاره خط AB :

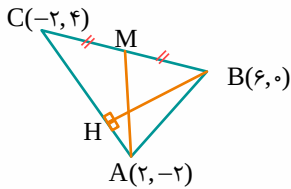


$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

فاصله نقطه از خط:



$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:

مختصات نقطه M وسط پاره خط BC را به دست می آوریم:

$$M \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) \Rightarrow M \left(\frac{-2 + 6}{2}, \frac{0 + 4}{2} \right) = (2, 2)$$

برای محاسبه طول میانه AM کافی است فاصله نقاط A و M را به دست آوریم. ببینید:

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(2 - 2)^2 + (2 - (-2))^2} = 4 \Rightarrow AM = 4$$

برای محاسبه ارتفاع BH می توانیم فاصله رأس B از ضلع AC را به دست آوریم. ابتدا معادله ضلع AC را می نویسیم:

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4 - (-2)}{-2 - 2} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + 2 = -\frac{3}{2}(x - 2) \Rightarrow y + \frac{3}{2}x - 1 = 0 \xrightarrow{\times 2} 2y + 3x - 2 = 0$$

حال فاصله نقطه B از ضلع AC را محاسبه می کنیم:

$$BH = \frac{|2 \times 0 + 3 \times 6 - 2|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{16}{\sqrt{13}}$$

بنابراین جواب برابر است با:

$$\frac{BH \text{ طول ارتفاع}}{AM \text{ طول میانه}} = \frac{\frac{16}{\sqrt{13}}}{4} = \frac{4}{\sqrt{13}}$$

گروه آموزشی ماز

۷- اگر $27^b = 625$ و $5^a = \sqrt[3]{3}$ باشد، حاصل عبارت $\log_4^{ab}$ کدام است؟

۴) $\frac{4}{9}$

۳) $\frac{125}{3}$

۲) $\frac{5}{9}$

۱) $\frac{8}{27}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

چند ویژگی مهم لگاریتم:

۱) $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ ۲) $a^x = b \Rightarrow x = \log_a b$ ۳) $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$



$$\left. \begin{aligned} 27^b = 625 &\Rightarrow b = \log_{27} 625 = \log_{3^3} 5^4 = \frac{4}{3} \log_3 5 \Rightarrow b = \frac{4}{3} \log_3 5 \\ 5^a = \sqrt[3]{3} &\Rightarrow a = \log_5 \sqrt[3]{3} = \log_5 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_5 3 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \log_5 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow ab = \frac{4}{3} \log_3 5 \times \frac{1}{3} \log_5 3 = \frac{4}{9}$$

حال به محاسبه $\log_4^{ab}$ می پردازیم. ببینید:

$${}_4 \log^{ab} = (ab) \log_4^{\frac{4}{9}} = (ab) \log_{2^2}^{\frac{4}{9}} = (ab) \log_{2^2}^{\frac{1}{3} \log_5 3} = (ab)^{\frac{1}{3} \log_5 3} = (ab)^{\frac{1}{3} \log_5 3} = \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{3} \log_5 3} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{\frac{1}{3} \log_5 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3} \log_5 3} = \frac{8}{27}$$

گروه آموزشی ماز

- ۸- نمودار تابع $f(x) = (4x-3)^3$ را در راستای محور x ها ۳ واحد به چپ و در راستای محور y ها ۲ واحد به بالا منتقل می کنیم. سپس طول تمام نقاط را در راستای محور x ها نصف کرده و در نهایت نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. حاصل $g(1) + g'(1)$ کدام است؟
- (۱) -۱۹ (۲) -۲۱ (۳) صفر (۴) ۲

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



$$f(x) = (4x-3)^3 \xrightarrow{x \rightarrow x+3} y = (4(x+3)-3)^3 \xrightarrow{+2} y = (4x+9)^3 + 2 \xrightarrow{x \rightarrow (2x)} y = (4(2x)+9)^3 + 2$$

$$y = (4(2x)+9)^3 + 2 \xrightarrow{x \rightarrow -x} g(x) = (-8x+9)^3 + 2 \Rightarrow g'(x) = (-8) \times 3 \times (-8x+9)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(1) = 1^3 + 2 = 3 \\ g'(1) = (-8) \times 3 \times 1 = -24 \end{cases} \Rightarrow g(1) + g'(1) = -24 + 3 = -21$$

گروه آموزشی ماز

- ۹- اگر $f(x) = 6 + \sqrt{x+a}$ و $g(x) = -2x + \sqrt{4x+17}$ باشد و طول نقطه برخورد نمودار تابع $y = f^{-1} \circ g(x)$ با خط $y+x-1=0$ برابر a باشد، مقدار a کدام است؟
- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

خواست به تابع معکوس باشد:

$$A \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} \in f^{-1} \Leftrightarrow A' \begin{vmatrix} \beta \\ \alpha \end{vmatrix} \in f \text{ یا } f^{-1}(\alpha) = \beta \Leftrightarrow f(\beta) = \alpha$$



اگر a طول نقطه برخورد تابع $y = f^{-1} \circ g(x)$ با خط $y = -x + 1$ باشد، در این صورت $(f^{-1} \circ g)(a) = -a + 1$ است. پس:

$$(f^{-1} \circ g)(a) = -a + 1 \Rightarrow f^{-1}(g(a)) = -a + 1 \Rightarrow f(-a + 1) = g(a) \Rightarrow 6 + \sqrt{-a+1+a} = -2a + \sqrt{4a+17} \Rightarrow 7+2a = \sqrt{4a+17}$$

با شرط $7+2a \geq 0$ یعنی $a \geq -\frac{7}{2}$ طرفین را به توان ۲ می رسانیم. ببینید:

$$49 + 28a + 4a^2 = 4a + 17 \Rightarrow 4a^2 + 24a + 32 = 0 \xrightarrow{\div 4} a^2 + 6a + 8 = 0 \Rightarrow (a+2)(a+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \text{ قی} \\ a = -4 \text{ غ قی} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

- ۱۰- باقی مانده تقسیم چندجمله ای $P(x)$ بر $x+1$ و $3x+1$ به ترتیب برابر ۷ و -۱ است. اگر باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $5x+1$ و $6x^2$ را $R(x)$ بنامیم، $R(1)$ کدام است؟
- (۱) ۲۱ (۲) ۵۵ (۳) -۳۱ (۴) -۶۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

تقسیم:

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \\ \uparrow \\ A(x) \end{array} \begin{array}{r} \text{مقسوم} \\ \uparrow \\ B(x) \end{array} \Rightarrow A(x) = B(x) \times Q(x) + R(x)$$

خارج قسمت $Q(x)$

$R(x)$
باقی مانده

باید درجه باقی مانده $(R(x))$ از درجه مقسوم علیه $(B(x))$ کمتر باشد.

یه چیز دوست داشتنی از تقسیم:

اگر مقسوم علیه درجه اول باشد، برای محاسبه باقی مانده کافی است ریشه مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم.



$$\begin{array}{l} P(x) \quad \frac{2x+1}{q_1(x)} \Rightarrow R = P(-\frac{1}{2}) = 7 \\ \vdots \\ \hline 7 \end{array}$$

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $2x+1$ برابر ۷ است. پس:

$$\begin{array}{l} P(x) \quad \frac{3x+1}{q_2(x)} \Rightarrow R = P(-\frac{1}{3}) = -1 \\ \vdots \\ \hline -1 \end{array}$$

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $3x+1$ برابر -۱ است. پس:

باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $6x^2 + 5x + 1$ حداکثر درجه اول است. پس باقی مانده به شکل $R(x) = ax + b$ است. بنابراین:

$$\begin{array}{l} P(x) \quad \frac{6x^2 + 5x + 1}{Q(x)} \Rightarrow P(x) = (6x^2 + 5x + 1) \times Q(x) + ax + b \Rightarrow P(x) = (2x+1)(3x+1)Q(x) + ax + b \\ \vdots \\ \hline ax + b \end{array}$$

$$P(-\frac{1}{2}) = 7 \Rightarrow -\frac{1}{2}a + b = 7$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{6}a = 8 \Rightarrow a = -48 \Rightarrow b = -17$$

$$P(-\frac{1}{3}) = -1 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + b = -1$$

پس باقی مانده تقسیم به شکل $R(x) = -48x - 17$ است و خواهیم داشت:

$$R(1) = -48 - 17 = -65$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{17}}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ کدام یک از مقادیر زیر می تواند باشد؟

$$-\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



نسبت های مثلثاتی ۲ برابر زاویه:



$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm \sin 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$



$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{17}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \sin 2\alpha = \frac{9}{17} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{-8}{17}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = -\frac{8}{17} \Rightarrow 8(1 + \tan^2 \alpha) = -34 \tan \alpha \Rightarrow 4 \tan^2 \alpha + 17 \tan \alpha + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (4 \tan \alpha + 1)(\tan \alpha + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = -4 \\ \tan \alpha = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- تعداد جواب های معادله $\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 2 \cos 2x$ در بازه $[0, \frac{3\pi}{2}]$ کدام است؟

(۴ فاقد جواب

(۳

(۲

(۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل ۲ زاویه:



$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

حل معادله مثلثاتی:



$$\cos x = \cos y \Rightarrow x = 2k\pi \pm y$$

دو طرف معادله $\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 2 \cos 2x$ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$$\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 2 \cos 2x \xrightarrow{\div 2} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos 2x \Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \times \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{\pi}{3} \times \sin \frac{x}{2} = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) = \cos 2x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{4k\pi}{5} + \frac{2}{15}\pi \\ \frac{3}{2}x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{4k\pi}{3} - \frac{2}{9}\pi \end{cases}$$

k	x
۰	$\frac{2}{15}\pi$ ✓
۱	$\frac{14}{15}\pi$ ✓
۲	$\frac{26}{15}\pi$ ✗

بنابراین معادله داده شده در بازه $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ دارای ۳ جواب است. $\Rightarrow$

k	x
۰	$-\frac{2}{9}\pi$ ✗
۱	$\frac{10}{9}\pi$ ✓
۲	$\frac{22}{9}\pi$ ✗

گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+15} - \sqrt{2x+a}}{\sqrt{x}-1} = \frac{9}{b+1}$ باشد، حاصل $\frac{a+1}{b}$ کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

متمناً این نکته یادته‌ن باشه:

اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ برابر عدد مشخص و حقیقی k باشد، در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{g(a)} = k \Rightarrow \text{حدی}^0$$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $\left(\frac{0}{0}\right)$ شود در نتیجه صورت کسر یعنی $f(a)$ هم صفر می‌شود. (۰ حدی)

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{حدی}^0}{g(a)} = k \neq 0 \Rightarrow$$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $\left(\frac{0}{0}\right)$ شود در نتیجه مخرج کسر یعنی $g(a)$ هم صفر می‌شود. (۰ حدی)

قضیه هوییتال:

اگر f و g توابعی مشتق‌پذیر و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ حدی $\frac{0}{0}$ (مبهم) باشد برای رفع ابهام می‌توانیم از قضیه هوییتال به صورت زیر استفاده کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$



چون حد مخرج در نقطه $x=1$ برابر صفر است، پس باید حد صورت کسر هم برابر صفر باشد تا حد به حالت مبهم $\frac{0}{0}$ برسد و پس از رفع ابهام حاصل حد برابر یک عدد حقیقی شود، بنابراین داریم:

$$x=1 \xrightarrow{\text{جای گذاری در صورت کسر}} \sqrt{16} - \sqrt{3+a} = 0 \Rightarrow \sqrt{3+a} = \sqrt{16} \Rightarrow 3+a=16 \Rightarrow a=13$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+15} - \sqrt{3x+13}}{\sqrt{x}-1} \xrightarrow[\div]{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+15}} - \frac{3}{2\sqrt{3x+13}}}{\frac{1}{6\sqrt{x^5}}} = \frac{\frac{1}{8} - \frac{3}{8}}{\frac{1}{6}} = \frac{-2}{2}$$

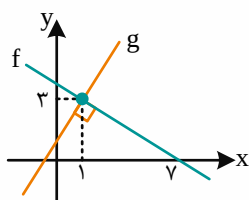
$$\Rightarrow \frac{a}{b+1} = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -7$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{b} = \frac{14}{-7} = -2$$

بنابراین جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۴- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g \circ f(x)}{g^{-1}(x)}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) -2
- (۴) 2

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



ضابطه توابع f و g را می نویسیم. ببینید:
تابع f از نقطه $(1, 3)$ و $(4, 0)$ می گذرد. پس:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{4 - 1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$$

تابع خطی g بر f عمود است، پس شیب آن ۳ است. بنابراین:

$$m = 3 \Rightarrow y - 3 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x$$

بنابراین ضابطه توابع f و g به صورت $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$ و $g(x) = 3x$ می باشد. حال ضابطه تابع $g^{-1}(x)$ را محاسبه می کنیم:

$$g(x) = 3x \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x}{3}$$

از طرفی، ضابطه تابع $y = g \circ f(x)$ به صورت زیر است:

$$y = g \circ f(x) = g(f(x)) = 3f(x) = 3\left(-\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}\right) = -x + 10 \Rightarrow g \circ f(x) = -x + 10$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g \circ f(x)}{g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + 10}{\frac{1}{3}(x - 1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\frac{1}{3}x} = -3$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{(x+2)(x^2+2x-6)}{(2x+a)(9x^2-6x+1)}$ دارای دقیقاً ۲ خط مجانب است. مجموع مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{22}{3}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

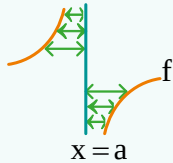
$\frac{1}{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

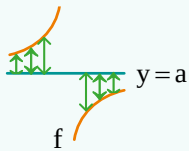
مجانِب قائم:

خط $x = a$ را مجانب قائم تابع $f(x)$ می‌گوییم هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$. نمودار تابع به مجانب قائم نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. $x = a$ زمانی مجانب قائم تابع است که حداقل در یک همسایگی آن، تابع تعریف شود. برای به دست آوردن مجانب قائم، ریشه‌های مخرج تابع کسری را به دست می‌آوریم البته در صورتی که صورت را صفر نکند. توابعی مانند $y = \sin x$ که برد محدود دارند، مجانب قائم ندارند.



مجانِب افقی:

خط $y = a$ را مجانب افقی تابع $f(x)$ می‌گوییم هرگاه $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$. نمودار تابع به مجانب افقی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. برای به دست آوردن مجانب افقی باید $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ را به دست آوریم. اگر حاصل این حد، عدد مشخص a شود، $y = a$ مجانب افقی تابع است. توابعی مانند $y = \sqrt{4-x^2}$ که دامنه محدود دارند، مجانب افقی ندارند.



پاسخ تشریحی:

چون صورت و مخرج هم درجه هستند، پس تابع یک مجانب افقی دارد. ببینید:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)(x^2+2x-6)}{(2x+a)(9x^2-6x+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{18x^3} = \frac{1}{18} \Rightarrow y = \frac{1}{18}$$

$y = \frac{1}{18}$ مجانب افقی تابع است.

چون تابع ۲ خط مجانب دارد و یکی از مجانب‌های آن افقی است، پس مجانب دیگر آن قائم است. یعنی تابع $f(x)$ فقط یک مجانب قائم دارد. بنابراین:

$$f(x) = \frac{(x+2)(x+1-\sqrt{7})(x+1+\sqrt{7})}{(2x+a)(3x-1)^2}$$

چند حالت وجود دارد:

(الف) ریشه عبارت $(3x-1)^2$ همان ریشه عبارت $2x+a$ است. پس:

$$3x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3} \Rightarrow 2x+a \Big|_{x=\frac{1}{3}} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}+a=0 \Rightarrow a=-\frac{2}{3}$$

(ب) $x=-2$ ریشه مشترک صورت و مخرج است. پس:

$$2x+a \Big|_{x=-2} = 0 \Rightarrow a=4$$

(ج) $x=\sqrt{7}-1$ ریشه مشترک صورت و مخرج است. پس:

$$2x+a \Big|_{x=\sqrt{7}-1} = 0 \Rightarrow 2(\sqrt{7}-1)+a=0 \Rightarrow a=2-2\sqrt{7}$$

(د) $x=-\sqrt{7}-1$ ریشه مشترک صورت و مخرج است. پس:

$$2x+a \Big|_{x=-\sqrt{7}-1} = 0 \Rightarrow 2(-\sqrt{7}-1)+a=0 \Rightarrow a=2\sqrt{7}+2$$

بنابراین مجموع مقادیر قابل قبول برای a به صورت زیر است:

$$a = -\frac{2}{3} + 4 + 2 - 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} + 2 = \frac{22}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x-8} + mx^2 + 1$ در بازه $[9, 12]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه ابتدای بازه برابر است. m کدام است؟

(۴) $\frac{1}{18}$

(۳) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{24}$

(۱) $\frac{1}{36}$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

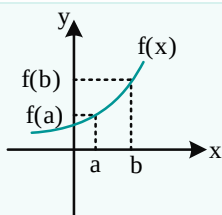


آهنگ تغییرات تابع:



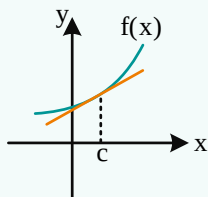
آهنگ تغییر متوسط:

$$\text{شیب خط قاطع} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \text{آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه } [a, b]$$



آهنگ تغییر لحظه‌ای:

$$\text{شیب خط مماس} = f'(c) = \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در } x = c$$



پاسخ تشریحی:

ابتدا آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[9, 12]$ را محاسبه می‌کنیم. پس:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f = \frac{f(12) - f(9)}{12 - 9} = \frac{(2 + 144m + 1) - (1 + 81m + 1)}{3} = \frac{63m + 1}{3} = 21m + \frac{1}{3}$$

$$f(x) = \sqrt{x-8} + mx^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-8}} + 2mx$$

$$x=9 \text{ در آهنگ تغییر لحظه‌ای } f'(9) = \frac{1}{4} + 18m$$

$$\Rightarrow 21m + \frac{1}{3} = 18m + \frac{1}{4} \Rightarrow 3m = \frac{1}{6} \Rightarrow m = \frac{1}{18}$$

بنابراین طبق فرض داریم:

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-6}\sqrt{x-9} - \sqrt{x+6}\sqrt{x-9}}$ باشد، مقدار $f'(13)$ کدام است؟

(۴) موجود نیست

(۳) $\frac{1}{16}$

(۲) $-\frac{1}{16}$

(۱) صفر

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



مشتق تابع رادیکالی با فرجه دو:



u عبارتی بر حسب x است.

$$y = \sqrt{u} \Rightarrow y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا رادیکال‌ها را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x+6}\sqrt{x-9} &= \sqrt{x-9+6\sqrt{x-9}+9} = \sqrt{(\sqrt{x-9}+3)^2} = |\sqrt{x-9}+3| = \sqrt{x-9}+3 \\ \sqrt{x-6}\sqrt{x-9} &= \sqrt{x-9-6\sqrt{x-9}+9} = \sqrt{(\sqrt{x-9}-3)^2} = |\sqrt{x-9}-3| \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{|\sqrt{x-9}-3| - (\sqrt{x-9}+3)}$$

حال تابع $f(x)$ را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم. توجه داریم $D_f = (9, +\infty)$ است.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3} & x \geq 18 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-9}} & 9 < x < 18 \end{cases}$$

برای محاسبه $f'(13)$ از ضابطه پایین مشتق می گیریم. ببینید:

$$f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x-9}} \Rightarrow f'(x) = \frac{0 \times \sqrt{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x-9}} \times 1}{\sqrt{x-9}^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2(x-9)\sqrt{x-9}} \Rightarrow f'(13) = \frac{1}{2 \times 4 \times \sqrt{4}} = \frac{1}{16}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر نقطه $A(a, b)$ نقطه ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 6x^3 + 8$ روی بازه $[-2, \sqrt{2}]$ باشد، مقدار ab کدام است؟

(۴) -80

(۳) -8

(۲) -10

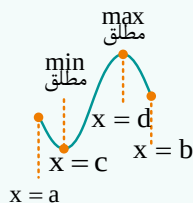
(۱) صفر

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

نقاط اکسترمم مطلق:

برای به دست آوردن نقاط $\max$ و $\min$ مطلق تابع پیوسته $f(x)$ در بازه $[a, b]$ کافی است نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را در این بازه به دست آوریم و عرض نقاط بحرانی که شامل $x = a$ و $x = b$ نیز می شود را محاسبه کرده و با هم مقایسه کنیم. هر کدام بیشتر بود $\max$ مطلق و هر کدام کمتر بود $\min$ مطلق است.



پاسخ سریعی:

نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را محاسبه می کنیم:

$$f(x) = 2x^5 - 2x^4 - 6x^3 + 8 \Rightarrow f'(x) = 10x^4 - 8x^3 - 18x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2(10x^2 - 8x - 18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 10x^2 - 8x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{18}{10} = \frac{9}{5} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \text{نقاط بحرانی} = \{-2, -1, 0, \sqrt{2}\}$$

عرض تمامی نقاط بحرانی را با هم مقایسه می کنیم:

$$f(-2) = -64 - 32 + 48 + 8 = -40$$

$$f(-1) = -2 - 2 + 6 + 8 = 10$$

$$f(0) = 8$$

$$f(\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} - 8 - 12\sqrt{2} + 8 = -4\sqrt{2}$$

پس نقطه $A(-1, 10)$ نقطه ماکزیمم مطلق تابع f است. یعنی $a = -1$ و $b = 10$ است، پس: $ab = -10$

گروه آموزشی ماز

۱۹- روی کدام بازه نمودار تابع $f(x) = x^2 |2x - 3|$ نزولی است و تقعر رو به بالا دارد؟

(۴) $(\frac{3}{2}, +\infty)$

(۳) $(-\infty, 0)$

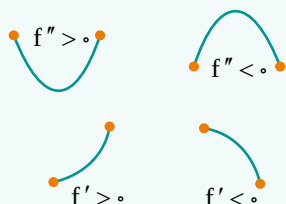
(۲) $(1, \frac{3}{2})$

(۱) $(0, \frac{3}{2})$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

درسنامه:



برای تشخیص تقعر تابع پیوسته و مشتق پذیر $f(x)$ کافی است مشتق دوم تابع را تعیین علامت کنیم:

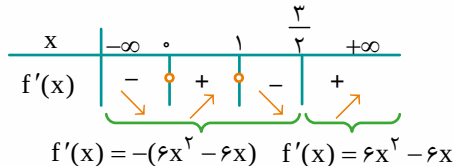
برای تشخیص یکنوایی تابع پیوسته $f(x)$ کافی است مشتق اول تابع را تعیین علامت کنیم:



ابتدا تابع را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

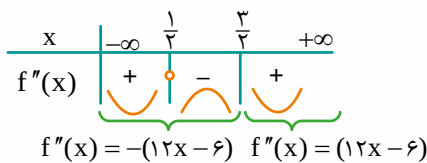
$$f(x) = x^2 |2x - 3| = \begin{cases} 2x^3 - 3x^2 & x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x^3 - 3x^2) & x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 6x^2 - 6x & x > \frac{3}{2} \\ -(6x^2 - 6x) & x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \begin{cases} 12x - 6 & x > \frac{3}{2} \\ -(12x - 6) & x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

شرط نزولی بودن این است که $f'(x) < 0$ باشد و شرط تقعر رو به بالا این است که $f''(x) > 0$ باشد. $f'(x)$ و $f''(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم.



بنابراین تابع f در بازه $(-\infty, 0) \cup (1, \frac{3}{2})$ نزولی است.

بنابراین تابع f در بازه $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ تقعر رو به بالا دارد.



از اشتراک بازه‌های مذکور، می‌توان نتیجه گرفت که تابع f در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی بوده و تقعر رو به بالا دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- داخل نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی با محیط ماکزیمم محاط شده است. محیط این مستطیل کدام است؟

۳۲√۵ (۴)

۱۴۴/√۵ (۳)

۷۲/√۱۵ (۲)

۷۲/√۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

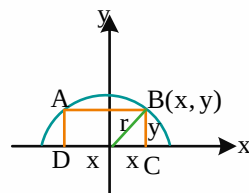
بهینه‌سازی:

در مسائل مربوط به بهینه‌سازی به دنبال محاسبه $\max$ یا $\min$ عبارتی هستیم که به آن تابع هدف می‌گوییم. تابع هدف معمولاً شامل دو یا چند متغیر است که ابتدا باید با روابط ریاضی تعداد متغیرها را به یکی کاهش دهیم و بعد $\max$ یا $\min$ تابع هدف را محاسبه کنیم.



اگر فرض کنیم $B(x, y)$ یکی از رئوس مستطیل است، طبق شکل محیط مستطیل برابر است با:

$$P = 2(2x + y) = 4x + 2y$$



طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$r^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 256 \Rightarrow y = \sqrt{256 - x^2}$$

$$P = 4x + 2\sqrt{256 - x^2} \Rightarrow P' = 4 + 2 \times \frac{-2x}{2\sqrt{256 - x^2}} = 0 \Rightarrow 4\sqrt{256 - x^2} = 2x \Rightarrow 4(256 - x^2) = x^2 \Rightarrow 5x^2 = 4 \times 256$$

$$x = \frac{32}{\sqrt{5}} \Rightarrow \max(P) = 4 \times \frac{32}{\sqrt{5}} + 2 \times \sqrt{256 - \frac{1024}{5}} = \frac{128}{\sqrt{5}} + 2 \times \sqrt{\frac{256}{5}} = \frac{128}{\sqrt{5}} + \frac{32}{\sqrt{5}} = \frac{160}{\sqrt{5}} = 32\sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز



۲۱- عدد مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، ۳ برابر تعداد نقاط مرزی آن است. کمترین مقدار حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

۹۶ (۴)

۵۰ (۳)

۴۴ (۲)

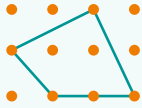
۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نقاط شبکه‌ای و مساحت:

نقاط شبکه‌ای نقاطی هستند که در صفحه روی خطوط افقی و عمودی قرار دارند و فاصله‌شان از هم ۱ واحد است. چندضلعی شبکه‌ای، چندضلعی است که رئوس آن روی نقاط شبکه‌ای باشد.



مطابق فرمول پیک، مساحت هر چندضلعی شبکه‌ای از رابطه $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به دست می‌آید که در آن b تعداد نقاط مرزی یا همان تعداد نقاط روی اضلاع می‌باشد و i تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای است.

پاسخ شریعی:

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی به ترتیب برابر b و i باشد، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{S=3b} 3b = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{5}{2}b = i - 1 \Rightarrow b = \frac{2}{5}(i - 1) \xrightarrow{b \geq 3} \frac{2}{5}(i - 1) \geq 3 \Rightarrow i - 1 \geq \frac{15}{2} \Rightarrow i \geq \frac{17}{2}$$

$$i = 9 \Rightarrow b = \frac{16}{5} \text{ غ ق ق}$$

$$i = 10 \Rightarrow b = \frac{18}{5} \text{ غ ق ق}$$

$$i = 11 \Rightarrow b = 4 \text{ ق ق ق} \Rightarrow \min(b \times i) = 4 \times 11 = 44$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- مساحت مثلثی با اندازه ارتفاع‌های ۴، ۴، ۶ کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

$9\sqrt{2}$ (۲)

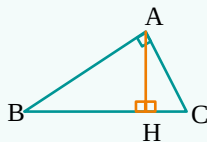
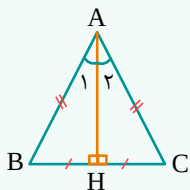
$6\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ویژگی مهم در مثلث متساوی الساقین:

اگر در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ($AB = AC$) ارتفاع وارد بر ضلع BC (که ساق مثلث نیست) را رسم کنیم، این ارتفاع، میانه و عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه رأس A است.

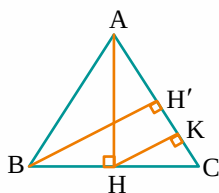


مثلث قائم‌الزاویه را فراموش نکن: اگر ارتفاع وارد بر وتر یک مثلث قائم‌الزاویه باشد، آن‌گاه:

$$AH^2 = BH \times HC$$

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$



اندازه دو ارتفاع برابر ۴ است. پس این مثلث متساوی الساقین است. مطابق شکل ارتفاع $AH = 6$ ، میانه ضلع BC نیز هست. از نقطه H ، عمود HK را بر ساق AC رسم می‌کنیم که طول آن (بر اساس قضیه تالس) نصف ارتفاع $BH' = 4$ ، یعنی برابر ۲ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث AHK داریم:

$$AK^2 = AH^2 - HK^2 = 36 - 4 = 32 \Rightarrow AK = 4\sqrt{2}$$

پاسخ شریعی:

از طرفی، طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه $\hat{A}HC$ داریم:

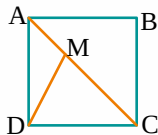
$$AH^2 = AK \times AC \Rightarrow AC \times 4\sqrt{2} = 6^2 \Rightarrow AC = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BH' \times AC = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۳- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ مربع و $\hat{CMD} = 75^\circ$ است. اگر $AB = \sqrt{6}$ باشد، طول پاره خط CM کدام است؟

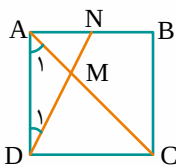


- (۱) $3(\sqrt{3}-1)$
(۲) $\sqrt{3}+1$
(۳) $2(2-\sqrt{2})$
(۴) $\sqrt{2}+1$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:



زاویه $\hat{CMD}$ برای مثلث $\hat{AMD}$ زاویه خارجی است. از طرفی، هر قطر مربع با اضلاع آن زاویه 45° می‌سازد، بنابراین داریم:

$$\hat{CMD} = \hat{A}_1 + \hat{D}_1 \Rightarrow 75^\circ = 45^\circ + \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_1 = 30^\circ$$

مطابق شکل DM را از سمت M امتداد می‌دهیم تا ضلع AB را در نقطه N قطع کند. می‌دانیم طول ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در یک مثلث قائم الزاویه نصف طول وتر است. بنابراین اگر طول ضلع مربع را a در نظر بگیریم، داریم:

$$\hat{AND}: DN^2 = AD^2 + AN^2 \Rightarrow (2AN)^2 = a^2 + AN^2 \Rightarrow 3AN^2 = a^2 \Rightarrow AN^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow AN = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

با توجه به موازی بودن CD و AB ، دو مثلث $\hat{AMN}$ و $\hat{CMD}$ متشابه هستند و داریم:

$$\frac{CM}{AM} = \frac{CD}{AN} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CM}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow CM = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} AC \Rightarrow CM = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \times (\sqrt{2} \times \sqrt{6})$$

$$\Rightarrow CM = \frac{6}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = 3(\sqrt{3}-1)$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در یک دوزنقه متساوی الساقین به طول قاعده‌های ۲ و ۸، نیمسازهای زوایای داخلی در یک نقطه هم‌رس هستند. مجموع فواصل این نقطه از اضلاع دوزنقه کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

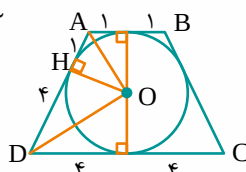
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

هرگاه نیمسازهای زوایای داخلی یک چندضلعی در یک نقطه هم‌رس باشند، آن چند ضلعی محیطی است. بنابراین دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ محیط بر یک دایره است و نقطه هم‌رسی نیمسازهای زوایای داخلی آن، مرکز دایره محاطی دوزنقه است و در نتیجه فاصله آن از اضلاع دوزنقه یکسان است. در دوزنقه متساوی الساقین زوایای مجاور به ساق مکمل یکدیگرند، پس نیمسازهای آن‌ها بر هم عمود و در نتیجه مثلث $\hat{OAD}$ قائم الزاویه است. طبق روابط طولی در این

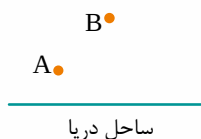
$$OH^2 = AH \times DH = 1 \times 4 = 4 \Rightarrow OH = r = 2$$



مثلث قائم الزاویه داریم:

بنابراین مجموع فواصل نقطه O از اضلاع دوزنقه برابر $8 = 4 \times 2$ است.

۲۵- مطابق شکل زیر، دو شهر A و B به فاصله ۱۰ کیلومتر از یکدیگر و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۹ کیلومتر از ساحل دریا قرار دارند. اگر بخواهیم جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین این دو شهر احداث کنیم، به گونه‌ای که ۳ کیلومتر از جاده در کنار ساحل باشد، طول جاده بین A و B کدام است؟

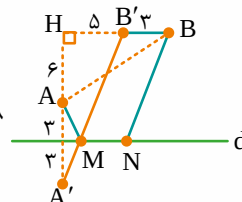


- (۱) ۱۴
(۲) ۱۵
(۳) ۱۶
(۴) ۱۷

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:



$$A'H'B: AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + BH^2 \Rightarrow BH^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = 8$$

از نقطه B، خطی به طول ۳ کیلومتر موازی با خط d (ساحل دریا) رسم می‌کنیم تا نقطه B' حاصل شود. سپس از نقطه A' (بازتاب نقطه A نسبت به خط d) به B' وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. اگر N نقطه‌ای به فاصله ۳ کیلومتر از M روی خط d باشد، آن‌گاه مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

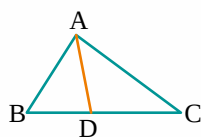
$$AMNB \text{ مسیر } = AM + MN + NB = A'M + BB' + MB' = (A'M + MB') + BB' = A'B' + BB'$$

$$A'H'B': A'B'^2 = A'H^2 + B'H^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow A'B' = 13$$

بنابراین طول جاده بین A و B، برابر ۱۳ + ۳ یعنی ۱۶ کیلومتر است.

گروه آموزشی ماز

۲۶- در شکل زیر، اگر $BD = \frac{AC}{2} = 3$ ، $AB = 4$ و $DC = 5$ باشد، طول پاره خط AD کدام است؟



$$\sqrt{34} \quad (۲)$$

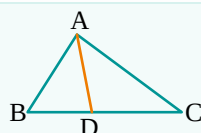
$$\sqrt{17} \quad (۴)$$

- (۱) $\frac{\sqrt{34}}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

قضیه استوارت:



$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

پاسخ تشریحی:

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC \Rightarrow 4^2 \times 5 + 6^2 \times 3 = AD^2 \times 8 + 3 \times 5 \times 8$$

$$\Rightarrow 16 \times 5 + 36 \times 3 = 8AD^2 + 120 \Rightarrow 8AD^2 = 68 \Rightarrow AD^2 = \frac{68}{8} = \frac{17}{2} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

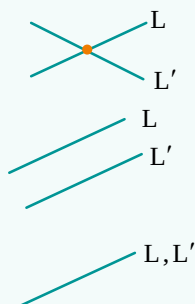
گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} kx + (1-2k)y = a \\ -(k+2)x + 3ky = b \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، آن‌گاه تعداد جواب‌های دستگاه $\begin{cases} ax + ky = k-2 \\ bx + (-2k-1)y = k+2 \end{cases}$ چگونه است؟

- (۱) همواره جواب منحصر به فرد دارد.
(۲) بی‌شمار جواب دارد یا فاقد جواب است.
(۳) جواب منحصر به فرد دارد یا بی‌شمار جواب دارد.
(۴) جواب منحصر به فرد دارد یا فاقد جواب است.

بحث در مورد جواب‌های دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول:

دستگاه معادلات را به صورت $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در نظر می‌گیریم. هر کدام از معادلات داده شده معادله یک خط هستند. نقاط برخورد ۲ خط، جواب‌های دستگاه را نشان می‌دهد.



$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

دو خط دارای ۳ وضعیت نسبت به هم هستند، بنابراین دستگاه معادلات دارای ۳ وضعیت زیر است. ببینید:

دو خط متقاطع بوده، پس دستگاه دارای ۱ جواب (جواب منحصر به فرد) است.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

دو خط موازی (غیرمنطبق) هستند، پس دستگاه جواب ندارد.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

دو خط موازی و منطبق هستند، پس دستگاه دارای بی‌شمار جواب است.

پاسخ تشریحی:

ابتدا شرط بی‌شمار جواب را برای دستگاه اول می‌نویسیم. بنابراین:

$$\frac{k}{-k-2} = \frac{1-2k}{3k} = \frac{a}{b}$$

از برابری دو کسر سمت چپ داریم:

$$\frac{k}{-k-2} = \frac{1-2k}{3k} \Rightarrow 3k^2 = 2k^2 + 3k - k - 2 \Rightarrow k^2 - 2k + 2 = 0 \Rightarrow (k-2)(k-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=1 \end{cases}$$

$$\text{if: } k=1 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{-1-2} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{if: } k=2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{-2-2} = -\frac{1}{2}$$

اگر $k=1$ و $\frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$ باشد، دستگاه دوم دارای وضعیت زیر است:

$$\frac{-1}{3} = \frac{1}{-3} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \text{بنابراین دستگاه بی‌شمار جواب دارد.}$$

اگر $k=2$ و $\frac{a}{b} = -\frac{1}{2}$ باشد، دستگاه دوم دارای وضعیت زیر است:

$$\frac{-1}{2} \neq \frac{2}{-5} \neq 0 \Rightarrow \text{بنابراین دستگاه دارای جواب منحصر به فرد است.}$$

بنابراین دستگاه معادلات دوم یا بی‌شمار جواب دارد و یا جواب منحصر به فرد دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۸- فرض کنید دایره C بزرگ‌ترین دایره مماس بر دو محور مختصات باشد که از مرکز دایره C' به معادله $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ عبور می‌کند. معادله وتر مشترک دو دایره C و C' کدام است؟

$$3x + 2y = 6 \quad (4)$$

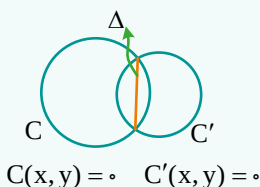
$$2x + 3y = 6 \quad (3)$$

$$4x + 3y = 12 \quad (2)$$

$$3x + 4y = 12 \quad (1)$$

وتر مشترک دو دایره متقاطع:

معادله وتر مشترک دو دایره متقاطع C و C' را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:



$$\Delta(x, y) : C(x, y) - C'(x, y) = 0$$

$$C(x, y) = 0 \quad C'(x, y) = 0$$



برای پیدا کردن معادله وتر مشترک دو دایره متقاطع C و C' باید ضرایب x^2 و y^2 در معادله دو دایره یکی باشد، تا وقتی معادلات دو دایره را از هم کم می‌کنیم با هم ساده شوند.



مختصات مرکز دایره C' به صورت $O'(2, 1)$ است، یعنی مرکز این دایره در ناحیه اول دستگاه مختصات قرار دارد. معادله دایره مماس بر هر دو محور مختصات در ناحیه اول به صورت $(x-R)^2 + (y-R)^2 = R^2$ است (R شعاع دایره می‌باشد). با قرار دادن مختصات نقطه O' در معادله این دایره داریم:

$$(2-R)^2 + (1-R)^2 = R^2 \Rightarrow 4 - 4R + R^2 + 1 - 2R + R^2 = R^2 \Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow (R-1)(R-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R=1 \\ R=5 \end{cases}$$

چون C طبق فرض بزرگ‌ترین دایره مماس بر دو محور مختصات است، پس $R=5$ قابل قبول است و در نتیجه داریم:

$$C: (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$$

برای به دست آوردن معادله وتر مشترک دو دایره C و C'، معادلات دو دایره را از هم کم می‌کنیم:

$$(x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1) - (x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25) = 0 \Rightarrow 6x + 8y - 24 = 0 \Rightarrow 6x + 8y = 24 \xrightarrow{\div 2} 3x + 4y = 12$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- قطر دایره C بر قطر بزرگ $AA' = 18$ از یک بیضی منطبق است. از دو سر قطر کوچک $BB' = 14$ ، مماس‌هایی بر بیضی رسم می‌کنیم. مساحت چهارضلعی محدبی که رئوس آن، نقاط برخورد مماس‌ها با دایره C هستند، کدام است؟

۱۲۶ (۱) ۱۰۸ (۲) $112\sqrt{2}$ (۳) $96\sqrt{2}$ (۴)

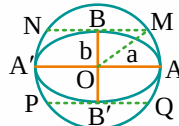
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



متطابق شکل، مماس‌های رسم شده از نقاط B و B'، موازی قطر بزرگ بیضی هستند. یکی از نقاط برخورد مماس‌ها با دایره C، مثلاً نقطه M را در نظر بگیرید. M روی دایره C واقع است، پس $OM = \frac{AA'}{2} = a$ می‌باشد، از طرفی $OB = b$ ، در نتیجه طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OBM داریم:

$$BM^2 = OM^2 - OB^2 = a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow BM = c$$



با توجه به تقارن موجود در شکل، چهارضلعی MNPQ مستطیل بوده و طول اضلاع آن به صورت $MN = 2BM = 2c$ و $MQ = 2OB = 2b$ است و در نتیجه مساحت آن برابر $(2b) \times (2c) = 4bc \times c$ خواهد بود. داریم:

$$\begin{cases} 2a = 18 \Rightarrow a = 9 \\ 2b = 14 \Rightarrow b = 7 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 81 - 49 = 32 \Rightarrow c = 4\sqrt{2}$$

$$S_{MNPQ} = 4bc = 4 \times 7 \times 4\sqrt{2} = 112\sqrt{2}$$

پس:

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یک‌محورهای مختصات باشند، حاصل عبارت $\vec{i} \cdot (\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{i})) + \vec{j} \cdot (\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})) + \vec{k} \cdot (\vec{j} \times (\vec{j} \times \vec{k}))$ کدام است؟

۱ (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) \quad , \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

ضرب داخلی ۲ بردار، یک عدد است. ببینید:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

زاویه بین دو بردار

ضرب خارجی ۲ بردار، یک بردار است. ببینید:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$$

زاویه بین دو بردار

ضرب داخلی بردارهای یک:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = |\vec{i}| |\vec{i}| \cos 0^\circ = 1 \times 1 \times 1 = 1 \xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} \vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = |\vec{i}| |\vec{j}| \cos 90^\circ = 1 \times 1 \times 0 = 0 \xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

ضرب خارجی بردارهای یک:

$$|\vec{i} \times \vec{i}| = |\vec{i}| |\vec{i}| \sin 0^\circ = 1 \times 1 \times 0 = 0 \xrightarrow{\text{به همین ترتیب}} \vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

برای ضرب خارجی بردارهای یک غیریکسان مطابق شکل، اگر در جهت ساعتگرد حرکت کنیم ضرب خارجی هر دو بردار یک، برابر بردار بعدی و اگر در جهت پادساعتگرد حرکت کنیم، ضرب خارجی هر دو بردار یک، قرینه بردار بعدی است. ببینید:

	$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$	$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$
	$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$	$\vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}$
	$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$	$\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$

پاسخ تشریحی:

توجه کنید که $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ و $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$ می باشد. ببینید:

$$\vec{i} \cdot (\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{i})) + \vec{j} \cdot (\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})) + \vec{k} \cdot (\vec{j} \times (\vec{j} \times \vec{k})) = \vec{i} \cdot (-\vec{i}) + \vec{j} \cdot (-\vec{j}) + \vec{k} \cdot (-\vec{k}) = -\vec{i} \cdot \vec{i} - \vec{j} \cdot \vec{j} - \vec{k} \cdot \vec{k} = -3$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- اگر گزاره های p و q به ترتیب به صورت زیر تعریف شوند:

p : به ازای هر دو مجموعه A و B تساوی $A \cap (A' \cup B) - B = \emptyset$ برقرار است.

q : تساوی $\{a, \{a\}\} - \{a\} = \{a\}$ برقرار است.

آن گاه ارزش گزاره های $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \vee p)$ و $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \vee \sim p)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

F, F (۴)

T, F (۳)

F, T (۲)

T, T (۱)

(متوسط - مفهومی / ترکیبی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا درستی یا نادرستی گزاره های p و q را مشخص می کنیم:

$$A \cap (A' \cup B) - B = ((A \cap A') \cup (A \cap B)) - B = (A \cap B) - B = (A \cap B) \cap B' = \emptyset \Rightarrow p \equiv T$$

$$\{a, \{a\}\} - \{a\} = \{\{a\}\} \neq \{a\} \Rightarrow q \equiv F$$

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv (T \Rightarrow F) \wedge (T \vee T) \equiv F$$

$$(q \vee \sim p) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv (F \vee F) \Leftrightarrow (T \wedge F) \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

پس گزینه ۳ پاسخ مورد نظر می باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۲- از فضای نمونه ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ زیرمجموعه ای ۵ عضوی مانند B انتخاب می کنیم. احتمال آن که B و پیشامد $A = \{1, 2, 3, 4\}$ مستقل باشند، کدام است؟

$\frac{5}{14}$ (۴)

$\frac{1}{21}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

پیشامدهای مستقل:

اگر دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S مستقل از هم باشند، وقوع یا عدم وقوع یکی روی رخ دادن یا رخ ندادن دیگری تاثیری ندارد. برای دو پیشامد مستقل A و B داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

پاسخ شریعی:

شرط لازم و کافی برای آن که دو پیشامد A و B مستقل از هم باشند آن است که $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ باشد. چون $P(A) = \frac{4}{10}$ و $P(B) = \frac{5}{10}$ ، بنابراین $P(A \cap B)$ باید $\frac{2}{10}$ باشد. به عبارتی دیگر باید $A \cap B$ مجموعه‌ای ۲ عضوی باشد:

$$n(\text{مطلوب}) = \binom{4}{2} \times \binom{6}{3} = 6 \times 20 = 120$$

$$n(S) = \binom{10}{5} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252 \Rightarrow P(\text{مطلوب}) = \frac{120}{252} = \frac{10}{21}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- تاسی چنان ساخته شده است که احتمال وقوع هر وجه آن متناسب با وارون عددی است که بر روی آن وجه حک شده است. تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر عددی اول ظاهر شود آن گاه دو سکه و در غیر این صورت سه سکه پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که دقیقاً یک سکه رو شده باشد، کدام است؟

$$\frac{489}{1176} \quad (4)$$

$$\frac{501}{1176} \quad (3)$$

$$\frac{491}{1176} \quad (2)$$

$$\frac{503}{1176} \quad (1)$$

احتمال غیرهم‌شانس:

اگر پیشامدهای $S_1, S_2, S_3, \dots$ از فضای نمونه‌ای $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots\}$ احتمال برابر نداشته باشند، آن‌گاه پیشامدهای غیرهم‌شانس هستند. در مسائل مربوط به احتمال غیرهم‌شانس همواره جمع احتمالات برابر ۱ است. ببینید:

$$P(S_1) + P(S_2) + \dots = 1$$

پاسخ شریعی:

$$P(1) = \frac{t}{1}, P(2) = \frac{t}{2}, P(3) = \frac{t}{3}, P(4) = \frac{t}{4}, P(5) = \frac{t}{5}, P(6) = \frac{t}{6}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(S) = 1 \Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow \frac{t}{1} + \frac{t}{2} + \frac{t}{3} + \frac{t}{4} + \frac{t}{5} + \frac{t}{6} = 1$$

$$\Rightarrow t \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = 1 \Rightarrow t = \frac{60}{147}$$

احتمال آن که دقیقاً یک بار رو ظاهر شود، برابر است با:

$$P(\text{دو سکه پرتاب می‌کنیم}) = P\{2, 3, 5\} = \left(\frac{30}{147} + \frac{20}{147} + \frac{12}{147} \right) = \frac{62}{147} \rightarrow \text{احتمال آن که دقیقاً یک بار رو ظاهر شود.}$$

تاس ۲ یا ۳ یا ۵ بیاید.

$$P(\text{سه سکه پرتاب می‌کنیم}) = P\{1, 4, 6\} = \left(\frac{60}{147} + \frac{15}{147} + \frac{10}{147} \right) = \frac{85}{147} \rightarrow \text{احتمال آن که دقیقاً یک بار رو ظاهر شود.}$$

تاس ۱ یا ۴ یا ۶ بیاید.

بنابراین جواب برابر است با:

$$\text{جواب} = \frac{62}{147} \times \frac{2}{4} + \frac{85}{147} \times \frac{3}{8} = \frac{248 + 255}{147 \times 8} = \frac{503}{1176}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- حداقل مقدار طبیعی ممکن برای a چه عددی باشد تا واریانس داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، a بیشتر از ۸ باشد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

محاسبه واریانس داده‌ها:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$\bar{x}$ میانگین داده‌هاست.

روش اول:

میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$a, 4, 3, 2, 1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+2+3+4+a}{5} = \frac{10+a}{5} = 2 + \frac{a}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-2-\frac{a}{5})^2 + (2-2-\frac{a}{5})^2 + (3-2-\frac{a}{5})^2 + (4-2-\frac{a}{5})^2 + (a-2-\frac{a}{5})^2}{5}$$

بنابراین:

$$\sigma^2 = \frac{1 + \frac{2a}{5} + \frac{a^2}{25} + \frac{a^2}{25} + 1 - \frac{2a}{5} + \frac{a^2}{25} + 4 - \frac{4a}{5} + \frac{a^2}{25} + 4 - \frac{4a}{5} + \frac{16}{25}a + \frac{16}{25}a^2}{5} = \frac{10 - 4a + \frac{4}{5}a^2}{5} = \frac{4}{25}a^2 - \frac{4}{5}a + 2$$

$$\sigma^2 > 8 \Rightarrow \frac{4}{25}a^2 - \frac{4}{5}a + 2 > 8 \xrightarrow{\times 25} 4a^2 - 20a - 150 > 0 \xrightarrow{+2} 4a^2 - 20a - 150 > 0$$

$$\frac{\Delta(1-\sqrt{7})}{2} \quad \frac{\Delta(1+\sqrt{7})}{2} \quad +\infty \Rightarrow a > \frac{\Delta(1+\sqrt{7})}{2} \Rightarrow a > 9/11 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a \geq 10$$

روش دوم:

می‌توانستیم گزینه‌ها را امتحان کنیم که البته زمان‌بر بود!

گروه آموزشی ماز

۳۵- بازه اطمینان بالای ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار ۴/۸ به صورت (۴/۴، ۵/۶) بیان شده است. تعداد اعضای نمونه کدام است؟

۲۵۶ (۴)

۶۴ (۳)

۱۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:

$$\text{بازه} = (\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$$

بازه اطمینان برابر است با:

$$\text{بازه} = (\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) \Rightarrow \begin{cases} 4/4 = \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \\ 5/6 = \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \end{cases} \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 1/2 \Rightarrow \frac{4 \times 4/8}{\sqrt{n}} = 1/2 \Rightarrow \sqrt{n} = 16 \Rightarrow n = 256$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- رقم دهگان کوچک‌ترین مقدار طبیعی ممکن برای n کدام است به شرط آن که بزرگ‌ترین شمارنده مشترک اعداد $5n+19$ و $7n-11$ عددی اول و فرد باشد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} d|7n-11 \times (-5) &\Rightarrow d|-35n+55 \\ d|5n+19 \times (7) &\Rightarrow d|35n+133 \\ &\Rightarrow d|(-35n+55) + (35n+133) \Rightarrow d|188 \Rightarrow d|2^3 \times 47 \\ &\Rightarrow d_{\text{مطلوب}} = 47 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$7n - 11 \equiv 0 \Rightarrow 7n \equiv 11 \equiv 58 \equiv 105 \xrightarrow{\div 7} n \equiv 15 \Rightarrow n = 47k + 15$$

$$\text{if } k = 0 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow \begin{cases} 7n - 11 = 94 \\ 5n + 19 = 94 \end{cases} \Rightarrow (94, 94) = 94 \Rightarrow \times \text{ ب م م } 94 \text{ و } 94 \text{ عددی فرد نیست.}$$

$$\text{if } k = 1 \Rightarrow n = 62 \Rightarrow \begin{cases} 7n - 11 = 423 \\ 5n + 19 = 329 \end{cases} \Rightarrow (423, 329) = 47 \Rightarrow \checkmark \text{ رقم دهگان } n \text{ برابر } 6 \text{ می باشد.}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اعداد $624a$ و $3b74$ به ترتیب مضارب ۱۵ و ۱۱ هستند. حاصل $3b + 7a$ کدام رقم یکان را دارد؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



بلدید باقی مانده ها رو به صورت ذهنی حساب کنید؟!

اگر $A = a_n a_{n-1} \dots a_1$ عددی n رقمی باشد:

$$A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1} \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 \equiv r$$

روش تعیین باقی مانده تقسیم اعداد بر ۳:

برای تعیین باقی مانده تقسیم عدد A بر ۳، مجموع ارقام آن عدد را بر ۳ تقسیم می کنیم.

$$A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1} \equiv a_n \equiv r$$

روش تعیین باقی مانده تقسیم اعداد بر ۵:

برای تعیین باقی مانده تقسیم عدد A بر ۵، باقی مانده تقسیم یکان آن عدد بر ۵ مشخص می کنیم.

$$A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1} \equiv (a_1 + a_3 + \dots) - (a_2 + a_4 + \dots) \equiv r$$

روش تعیین باقی مانده تقسیم اعداد بر ۱۱:

برای تعیین باقی مانده تقسیم عدد A بر ۱۱، ارقام از یکان را تا آخرین ارقام سمت چپ یک در میان با هم جمع کرده (I) و همچنین ارقام از دهگان را تا آخرین ارقام سمت چپ یک در میان جمع کرده (II) و اختلاف این دو مقدار (I - II) را بر ۱۱ تقسیم می کنیم.

پاسخ تشریحی:

$$\overline{624a} \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} \overline{624a} \equiv 0 \Rightarrow a \in \{0, 5\} \\ \overline{624a} \equiv 0 \Rightarrow a \in \{0, 3, 6, 9\} \end{cases} \Rightarrow a = 0$$

$$\overline{3b74} \equiv 0 \Rightarrow (4 + b) - (7 + 3) \equiv 0 \Rightarrow b - 6 \equiv 0 \Rightarrow b = 6$$

$$3b + 7a = 18 + 0 = 18 \Rightarrow \text{رقم یکان} = 8$$

بنابراین حاصل $3b + 7a$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

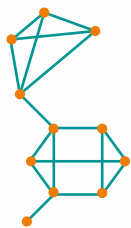
۳۸- در گراف مقابل تعداد دورهای به طول ۴ را m و عدد احاطه گری را n می نامیم. مجموع ارقام $3m + 7n$ کدام است؟

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)

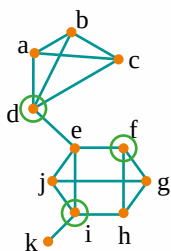


(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی:



هر یک از دو قسمت بالایی و پایینی گراف ۳ دور به طول ۴ داشته و بنابراین تعداد دورهای به طول ۴ برابر ۶ می شود. ($m = 6$)
عدد احاطه گری نیز مطابق شکل مقابل برابر ۳ است. ($n = 3$)

$$D = \{d, f, i\} \text{ مجموعه احاطه گر مینیمم}$$

پس حاصل $3m + 7n$ برابر است با:

$$3m + 7n = 3 \times 6 + 7 \times 3 = 39$$

بنابراین مجموع ارقام $3m + 7n$ یا همان ۳۹ برابر ۱۲ است.

گروه آموزشی ماز

۳۹- از بین تمام مربع‌های لاتین از مرتبه ۳، به تعداد n مربع لاتین انتخاب می‌کنیم. حداقل مقدار n چقدر باشد تا مطمئن شویم در بین مربع‌های لاتین حداقل یک جفت مربع لاتین متعامد وجود داشته باشد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۵ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



در کل ۱۲ مربع لاتین 3×3 وجود دارد که در ۶ تا از آن‌ها قطر اصلی درایه‌های یکسان (گروه A) و در ۶ تا از آن‌ها قطر فرعی دارای درایه‌های یکسان (گروه B) است. اگر ۶ تا یا کمتر مربع لاتین انتخاب کنیم، آن‌گاه ممکن است همه آن‌ها از گروه A یا همگی از گروه B باشند که در بین آن‌ها هیچ دو مربع لاتین متعامدی نخواهد بود ولی اگر ۷ مربع لاتین انتخاب کنیم، آن‌گاه طبق اصل لانه کبوتری از هر دو گروه منتخب خواهیم داشت و می‌دانیم هر مربعی از گروه A با هر مربعی از گروه B متعامد است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- معادله $x + y + \frac{z+5}{3} = 12$ در مجموعه اعداد طبیعی دارای m دسته جواب است. رقم دهگان m کدام است؟

۳ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n+k-1}{k-1}$ است.

تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.

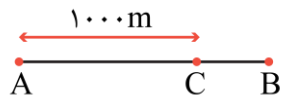


می‌توان $\frac{z+5}{3}$ را z' در نظر گرفته و معادله متناظر با معادله داده شده به صورت $x + y + z' = 12$ را در N با شرط $z' \geq 2$ حل کنیم که تعداد جواب‌هایش برابر

$\binom{10}{2}$ یعنی ۴۵ است، پس رقم دهگان تعداد جواب‌ها یعنی m برابر ۴ است.

گروه آموزشی ماز

۴۱- در لحظه $t=0$ ، دو متحرک با تندی ثابت از نقاط A و B به سمت هم شروع به حرکت می کنند و در نقطه C از کنار هم می گذرند. اگر مدت زمانی که طول می کشد تا متحرک کندتر فاصله C تا A را طی کند، ۴ برابر مدت زمانی باشد که متحرک سریع تر فاصله C تا B را طی می کند، فاصله اولیه دو متحرک چند متر بوده است؟



۱۵۰۰ (۲)

۱۲۵۰ (۱)

۱۲۰۰ (۴)

۱۷۵۰ (۳)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ سریعی:

فرض کنیم طول BC برابر d باشد. در مدتی که متحرک سریع تر فاصله ۱۰۰۰ متری A تا C را طی می کند، متحرک کندتر مسافت d را از B تا C می پیماید، بنابراین می توان نوشت:

$$\Delta x_1 = v_1 t \Rightarrow 1000 = v_1 t$$

$$\Delta x_2 = v_2 t \Rightarrow d = v_2 t$$

با تقسیم ۲ رابطه بالا برهم داریم:

$$\frac{d}{1000} = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{رابطه (۱)}$$

در ادامه متحرک سریع تر فاصله d را در مدت Δt طی می کند و متحرک کندتر فاصله ۱۰۰۰ متری را در مدت $4\Delta t$ طی می کند و می توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{متحرک سریع تر: } d = v_1 \Delta t \\ \text{متحرک کندتر: } 1000 = v_2 \times 4\Delta t \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم رابطه ها}} \frac{1000}{d} = \frac{4v_2}{v_1}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \frac{1000}{d} = 4 \times \frac{d}{1000}$$

$$\Rightarrow 10^6 = 4d^2 \Rightarrow 10^3 = 2d \Rightarrow d = 500 \text{ m}$$

بنابراین فاصله اولیه دو متحرک ۱۵۰۰ m بوده است.

گروه آموزشی ماز

۴۲- معادله مکان-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 12t - 10$ است. چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور X است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

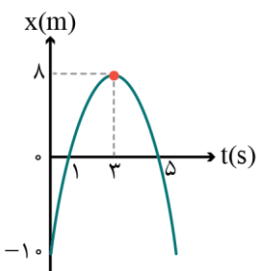
(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

در حرکت بر روی محور X، در بازه زمانی که $x > 0$ باشد، بردار مکان متحرک در جهت محور X و در بازه زمانی که $x < 0$ باشد، بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور X است.

پاسخ سریعی:



$$x = -2t^2 + 12t - 10$$

$$\Rightarrow x = -2(t^2 - 6t + 5)$$

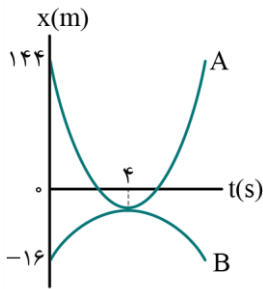
$$\Rightarrow x = -2(t-1)(t-5)$$

همان طور که می بینید، در بازه $1s < t < 5s$ به مدت ۴ ثانیه، $x > 0$ است و بردار مکان در جهت محور X است.

گروه آموزشی ماز



۴۳- نمودار مکان-زمان دو متحرک که با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. اگر بزرگی شتاب متحرک A، ۴ برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد، اندازه شتاب متحرک B چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (نمودارها در رأس خود بر هم مماس هستند).



(۱) ۲/۵

(۲) ۴

(۳) ۱۶

(۴) ۳۲

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر معادله مکان-زمان دو متحرک A و B که با شتاب ثابت حرکت می‌کند به صورت $x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{A0} t + x_{A0}$ و $x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{B0} t + x_{B0}$ باشد، معادله مکان-زمان حرکت نسبی به دو صورت زیر است: (a و v و x با علامت نوشته شود).
۱- اگر متحرک A ساکن فرض شود:

۲- اگر متحرک B ساکن فرض شود:

$$x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} (a_B - a_A) t^2 + (v_{B0} - v_{A0}) t + (x_{B0} - x_{A0})$$

$$x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} (a_A - a_B) t^2 + (v_{A0} - v_{B0}) t + (x_{A0} - x_{B0})$$

پاسخ شریعی:

اگر بزرگی شتاب متحرک B را a فرض کنیم، بزرگی شتاب نسبی دو متحرک Δa خواهد بود. با در نظر گرفتن حرکت نسبی دو متحرک به شکل معکوس از لحظه $t = 0$ تا $t = 4$ s خواهیم داشت:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} a_{\text{نسبی}} \Delta t^2 + v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow 144 + 16 = \frac{1}{2} \times \Delta a \times 16 + 0$$

$$\Rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times \Delta a \times 16 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times \Delta a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. اگر سنگ در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، تندی سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۳۵

(۳) ۵۰

(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ شریعی:

اگر سرعت سنگ در لحظه برخورد به زمین v باشد، ۲ ثانیه قبل، سرعت آن برابر $v - 20$ است و با استفاده از معادله مستقل از شتاب می‌توان نوشت:

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 60 = \frac{(v - 20) + v}{2} \times 2 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- ماهواره‌ها در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. اگر جرم ماهواره 200 kg و فاصله آن از سطح زمین 3200 km باشد، تندی مداری ماهواره چند کیلومتر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $R_E = 6400 \text{ km}$)

(۴) $\frac{6\sqrt{6}}{3}$

(۳) $\frac{6\sqrt{2}}{3}$

(۲) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$

شتاب گرانش در محل ماهواره برابر است با:

$$g = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g}{g_0} = \left(\frac{6400}{6400 + 3200} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow g = \frac{4}{9} \frac{m}{s^2}$$

گام دوم:

شتاب مرکزگرای وارد بر ماهواره همان شتاب گرانش در محل ماهواره است و داریم:

$$a_C = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{v^2}{(6400 + 3200) \times 10^3} \Rightarrow v^2 = \frac{4 \times 96}{9} \times 10^6$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{128}{3} \times 10^6 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{128}{3}} \times 10^3 \frac{m}{s} = \sqrt{\frac{128}{3}} \frac{km}{s} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{km}{s} = \frac{8\sqrt{6}}{3} \frac{km}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- توپی به جرم ۶۰۰g از سطح زمین در مسیری مطابق شکل پرتاب می‌شود. اگر بزرگی شتاب در بالاترین نقطه مسیرش $10\sqrt{2} \frac{m}{s^2}$ باشد، بردار نیروی

مقاومت هوا در این نقطه بر حسب یکای SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۲) $-6\vec{i}$

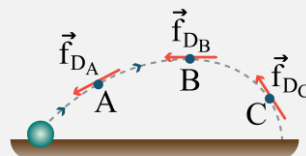
(۱) $6\vec{i}$

(۴) $-10\vec{i}$

(۳) $10\vec{i}$

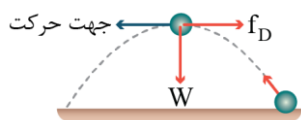
نکته:

نیروی مقاومت هوا، همواره در خلاف جهت حرکت جسم است. به شکل زیر که پرتاب توپ در هوا را نشان می‌دهد، دقت کنید. جهت نیروی مقاومت هوا در نقاط A، B و C به صورت زیر است:



پاسخ تشریحی:

در بالاترین نقطه مسیر، نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت است، پس طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma = 0.6 \times 10\sqrt{2} = 6\sqrt{2} N$$

نیروی خالص، برآیند دو نیروی عمود برهم وزن و مقاومت هوا است:

$$F_{net}^2 = W^2 + f_D^2 \Rightarrow f_D^2 = 36 \times 2 - 6^2$$

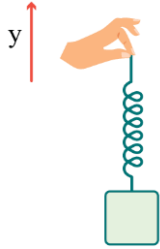
$$f_D^2 = 72 - 36 \Rightarrow f_D^2 = 36$$

$$\Rightarrow f_D = 6 N \Rightarrow \vec{f}_D = (6 N) \vec{i}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل، جسمی به جرم 5 kg به فنری سبک با ثابت $6 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ و طول اولیه 48 cm وصل شده است و در شرایط خلأ به صورت تندی شروع و با شتاب

ثابت در حال حرکت است. اگر در طی حرکت، طول فنر به 54 cm برسد، بردار شتاب متحرک در SI کدام است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



(۲) $-2/8 \vec{j}$

(۱) $2/8 \vec{j}$

(۴) $-5/4 \vec{j}$

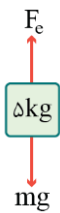
(۳) $5/4 \vec{j}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

نیروی فنر و نیروی وزن به جسم وارد می شوند و می توان نوشت:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\Rightarrow k\Delta L - mg = ma$$

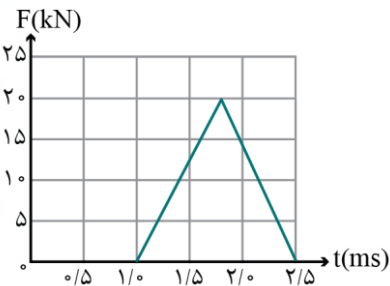
$$\Rightarrow 600 \times (54 - 48) \times 10^{-2} - 5 \times 10 = 5a$$

$$\Rightarrow 36 - 50 = 5a \Rightarrow a = -2/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین شتاب به سمت پایین است و بردار شتاب آن در SI به صورت $\vec{a} = -2/8 \vec{j}$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۸- شکل زیر، منحنی نیروی خالص برحسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می دهد. در بازه $0 < t < 2/5\text{ ms}$ ، نیروی خالص متوسط وارد بر توپ چند نیوتون است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۱۰۰۰۰

(۴) ۲۰۰۰۰

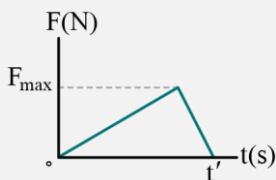
(آسان - نموداری - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

اگر نمودار نیروی خالص برحسب زمان در یک بازه زمانی طوری باشد که مساحت محصور نمودار با محور t یک مثلث باشد، نیروی خالص متوسط در این بازه زمانی برابر است با نصف ارتفاع مثلث (F_{max}) .

به شکل زیر دقت کنید:



$$F_{\text{av}} = \frac{1}{2} F_{\text{max}}$$

گام اول:

محاسبه تغییرات تکانه با کمک سطح زیر نمودار:

$$\Delta p = S \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times (2/5 - 0) \times 10^{-3} = 15 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

گام دوم:

محاسبه نیروی متوسط:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{15}{1/5 \times 10^{-3}} = 10000 \text{ N}$$



روش تستی

طبق نکته بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$(1 - 2/5 \text{ ms}) F_{av} = \frac{1}{2} F_{max} = \frac{1}{2} \times 20000 = 10000 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- به فیزی سبک با ثابت $\frac{400 \text{ N}}{\text{m}}$ ، بار اول جسمی به جرم m و بار دوم جسمی به جرم $4m$ متصل می‌کنیم تا با دامنه یکسان، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. بیشینه تکانه و بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر در حالت اول، به ترتیب چند برابر بیشینه تکانه و بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر در حالت دوم است؟

$\frac{1}{4}, 2$ (۴)

$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ (۳)

$1, 2$ (۲)

$1, \frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



نکته:

در نوسانگر جرم-فنر اگر دامنه نوسان (A) و ثابت فنر (k) تغییر نکند، انرژی مکانیکی نوسانگر تغییر نمی‌کند ($E = \frac{1}{2} k A^2$).

گام اول:

مقایسه بیشینه تکانه در دو حالت:

$$\begin{cases} p_{max} = mv_{max} \\ v_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow p_{max} = mA\sqrt{\frac{k}{m}} = A\sqrt{km} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{k, A \text{ یکسان}} \frac{p_{max_1}}{p_{max_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

گام دوم:

مقایسه بیشینه انرژی جنبشی (انرژی مکانیکی):

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{A, k \text{ یکسان}} E_1 = E_2$$

دقت کنید که بیشینه انرژی جنبشی در واقع همان انرژی مکانیکی نوسانگر است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- معادله مکان-زمان نوسانگری در SI به صورت $x = 0.04 \cos(20\pi t)$ است. در مدت یک دوره، چند ثانیه انرژی جنبشی نوسانگر در حال افزایش است؟

$\frac{1}{80}$ (۴)

$\frac{1}{40}$ (۳)

$\frac{1}{20}$ (۲)

$\frac{1}{10}$ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



نکته:

در یک دوره تناوب از حرکت هماهنگ ساده، مدت زمان $\frac{T}{2}$ نوسانگر به صورت تندشونده و مدت زمان $\frac{T}{2}$ نوسانگر به صورت کندشونده حرکت می‌کند.

گام اول:

دوره نوسان برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = \frac{1}{10} \text{ s}$$

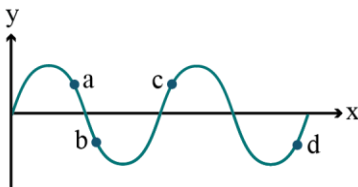
گام دوم:

در هر دوره، در مدت نصف دوره متحرک در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل است و تندی و انرژی جنبشی آن در حال افزایش می باشد؛ بنابراین پاسخ این سؤال برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{40} \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- درون یک طناب، موج عرضی تشکیل شده که قسمتی از آن در نمودار زیر، نشان داده شده است. چه تعداد از عبارات زیر در مورد ذرات a, b, c و d در لحظه نشان داده شده، صحیح است؟



- الف: اگر حرکت ذره a تندشونده باشد، اندازه بردار شتاب ذره d در حال افزایش است.
 ب: اگر انرژی جنبشی ذره c در حال افزایش باشد، جهت حرکت ذره b در جهت محور y است.
 پ: اگر اندازه تکانه ذره b در حال افزایش باشد، ذره d در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان خود است.
 ت: اگر شتاب و سرعت ذره c دارای علامت یکدیگر باشند، ذره a در حال حرکت به سمت نقطه‌ای است که تندی‌اش در آن بیشینه می شود.

(۴) چهار مورد

(۳) سه مورد

(۲) دو مورد

(۱) یک مورد

(سخت - نموداری - ۱۲۰۳)

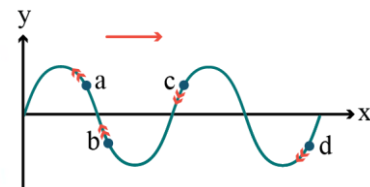
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

اگر انرژی جنبشی ذره c در حال افزایش باشد و یا اندازه تکانه ذره b در حال افزایش باشد، می توان نتیجه گرفت موج در جهت محور x منتشر می شود، پس برای بررسی عبارت های (ب) و (پ)، فرض می کنیم جهت انتشار موج به سمت راست باشد.

بررسی سایر موارد:

ب: صحیح ← ذره c در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است و هم زمان ذره b در حال حرکت به سمت بالا است. (✓)

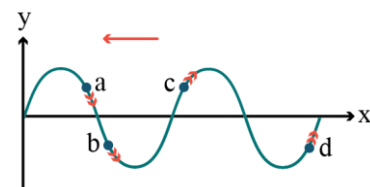


پ: غلط ← ذره b در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است اما هم زمان ذره d در حال دور شدن از مرکز نوسان است. (✗)

اگر حرکت ذره a تندشونده باشد و یا شتاب و سرعت ذره c، علامت مخالف هم داشته باشد، می توان نتیجه گرفت که موج در خلاف جهت محور x منتشر می شود، پس برای بررسی عبارت های (الف) و (ت)، فرض می کنیم جهت انتشار موج به سمت چپ باشد.

بررسی سایر موارد:

الف: غلط ← ذره a در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است و هم زمان ذره d نیز در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است و در نتیجه اندازه شتاب آن در حال کاهش می باشد. (✗)



ت: صحیح ← ذره c در حال نزدیک شدن به دامنه است و در نتیجه دارای حرکت کندشونده می باشد، هم زمان ذره a نیز در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان و در نتیجه تندی بیشینه است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۵۲- یک بلندگو با توان متوسط 10 W ، صوت را به طور یکنواخت در همه جهتها پخش می کند. اگر تراز شدت صوت در محل یک گیرنده صوتی در فاصله 5 متری از این بلندگو 103 dB باشد، چند درصد از توان تولیدی بلندگو تا رسیدن به گیرنده جذب محیط شده است؟

$$(\log 2 \approx 0.3, I_0 = 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \pi \approx 3)$$

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

شدت صوت در فاصله 5 متری بلندگو برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 103 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 10.3 = 10 + 0.3 = \log 10^3 + \log 2 = \log 2 \times 10^3$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 2 \times 10^3 \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} I = 2 \times 10^{-9} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

گام دوم:

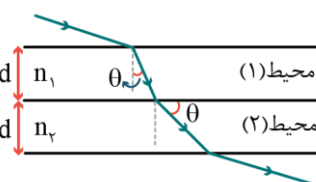
توان صوتی که به کره ای با شعاع 5 m می رسد، برابر است با:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 2 \times 10^{-9} = \frac{P}{4 \times 3 \times 5^2} \Rightarrow P = 6\text{ W}$$

بنابراین از 10 W توان چشمه صوت، 6 W به گیرنده صوتی می رسد و 4 W در مسیر، تلف و جذب محیط شده است. پس می توان گفت 40 درصد توان چشمه جذب محیط شده است.

گروه آموزشی ماز

۵۳- شکل زیر، مسیر عبور یک پرتو تکفام نور را از چند محیط شفاف نشان می دهد. چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟



الف: نسبت بسامد نور در محیط (۱) به بسامد نور در محیط (۲) برابر $\frac{n_2}{n_1}$ است.

ب: نسبت طول موج نور در محیط (۱) به طول موج نور در محیط (۲) برابر $\frac{n_1}{n_2}$ است.

پ: نسبت زمان عبور این پرتو از محیط (۱) به زمان عبور پرتو از محیط (۲) برابر $(\frac{n_1}{n_2})^2$ است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

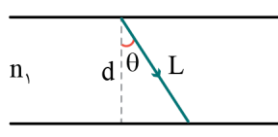
بررسی موارد:

الف: بسامد نور به محیط بستگی ندارد، بنابراین بسامد در هر دو محیط یکسان است. (×)

ب: برای مقایسه طول موج نور می توان نوشت:

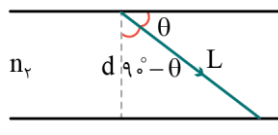
$$\begin{cases} \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \\ v = \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\times)$$

پ: برای مقایسه زمان عبور پرتو از هر محیط می توان نوشت:



$$L = \frac{d}{\cos \theta}, \quad v = \frac{c}{n_1}$$

$$\Delta t_1 = \frac{L}{v} = \frac{\frac{d}{\cos \theta}}{\frac{c}{n_1}} = \frac{n_1 d}{c \cos \theta}$$



$$L = \frac{d}{\cos(90^\circ - \theta)} = \frac{d}{\sin \theta}, \quad v = \frac{c}{n_2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{L}{v} = \frac{\frac{d}{\sin \theta}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2 d}{c \sin \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{n_1 d}{c \cos \theta}}{\frac{n_2 d}{c \sin \theta}} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \xrightarrow{\text{قانون اسنل}} \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\sin \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1 \quad (\times)$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- وارونی جمعیت الکترون ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون ها در ترازهایی موسوم به ترازهای نسبت به تراز پایین تر بسیار بیش تر باشند. در این ترازها، الکترون ها مدت زمان بسیار نسبت به حالت برانگیخته معمولی باقی می مانند.

(۱) برانگیخته - کوتاه تری

(۲) برانگیخته - طولانی تری

(۳) شبه پایدار - کوتاه تری

(۴) شبه پایدار - طولانی تری

(آسان - خط به خط کتاب درسی - ۱۳۰۵)

پاسخ: گزینه ۴



جمله کامل که از متن کتاب درسی انتخاب شده به صورت زیر است:

وارونی جمعیت الکترون ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین تر بسیار بیش تر باشند. در این ترازها، الکترون ها مدت زمان بسیار طولانی تری (10^{-3} s) نسبت به حالت برانگیخته معمولی (10^{-8} s) باقی می مانند. این زمان طولانی تر، فرصت بیش تری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می کند.

گروه آموزشی ماز

۵۵- در اتم هیدروژن الکترون در تراز $n=5$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز باشند. در این صورت اختلاف بسامد مربوط به فوتون هایی که

بلندترین و کوتاه ترین طول موج گسیلی را دارند، چند تراز تر است؟ ($h=4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$, $E_R=13/6 \text{ eV}$)

۲۴۲۰ (۴)

۲۵۵۰ (۳)

۲۵۲۷/۵ (۲)

۲۴۷۳/۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۳۰۵)

پاسخ: گزینه ۱



بلندترین طول موج برای گذار از $n=5$ به $n'=4$ است.

$$E_{\text{فوتون}} = E_5 - E_4 = \frac{-E_R}{25} - \left(\frac{-E_R}{16} \right) = \frac{9E_R}{400}$$

$$\Rightarrow hf = \frac{9E_R}{400} \Rightarrow 4 \times 10^{-15} f = \frac{9 \times 13/6}{400}$$

$$\Rightarrow f = 7/65 \times 10^{13} \text{ Hz} = 76/5 \text{ THz}$$

گام دوم:

کوتاه ترین طول موج مربوط به گذار الکترون از $n = 2$ به $n' = 1$ است.

$$E_{\text{فوتون}} = E_2 - E_1 = \frac{-E_R}{4} - \left(\frac{-E_R}{1}\right) = \frac{3E_R}{4}$$

$$\Rightarrow hf' = \frac{3E_R}{4} \Rightarrow 4 \times 10^{-15} f' = \frac{3 \times 13/6}{4}$$

$$\Rightarrow f' = 2/55 \times 10^{15} \text{ Hz} = 255 \cdot \text{THz}$$

گام سوم:

بنابراین اختلاف این دو بسامد برابر است با:

$$f' - f = 2550 - 76/5 = 2473/5 \text{ THz}$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- هسته پرتوزای ${}^{24}_{10}\text{X}$ ابتدا ۵ ذره آلفا گسیل می کند و سپس با گسیل ۲ الکترون (β^-) به هسته ${}^{A'}_{Z'}\text{Y}$ تبدیل می شود. اگر نسبت تعداد نوترون ها به پروتون ها در هسته های X و Y یکسان باشد، اختلاف تعداد نوترون ها و پروتون های هسته Y چقدر است؟

۵۲ (۴)

۴۴ (۳)

۴۶ (۲)

۴۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

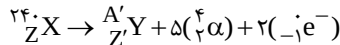
تعداد نوترون ها و پروتون ها در هسته مادر ${}^{24}_{10}\text{X}$ برابر است با:

تعداد پروتون ها: Z

تعداد نوترون ها: $24 - Z$

گام دوم:

معادله واپاشی را می نویسیم و تعداد پروتون ها و نوترون های هسته دختر را به دست می آوریم.



پایستگی عدد جرمی: $24 = A' + 5 \times 4 + 0 \Rightarrow A' = 22$

پایستگی عدد اتمی: $Z = Z' + 5 \times 2 + 2 \times (-1) \Rightarrow Z' = Z - 8$

بنابراین تعداد پروتون ها و نوترون های هسته دختر برابر است با:

تعداد پروتون ها: $Z - 8$

تعداد نوترون ها: $22 - (Z - 8) = 228 - Z$

گام سوم:

طبق فرض سؤال، نسبت تعداد پروتون ها به نوترون ها در هر دو حالت یکسان است، بنابراین داریم:

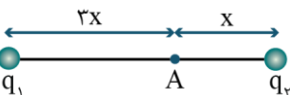
$$\frac{Z}{240 - Z} = \frac{Z - 8}{228 - Z} \Rightarrow 228Z - Z^2 = -Z^2 + 248Z - 1920$$

$$\Rightarrow 20Z = 1920 \Rightarrow Z = 96$$

بنابراین هسته Y دارای $Z - 8 = 88$ پروتون و $228 - Z = 132$ نوترون است که اختلاف آن ها ۴۴ است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- در شکل زیر، میدان الکتریکی برآیند در نقطه A برابر $\vec{E}$ است. اگر بار q_2 را حذف کنیم، جهت میدان در این نقطه برعکس شده و اندازه آن نصف می شود. در چه فاصله ای از بار q_2 ، میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو بار، صفر می شود؟



$$(\sqrt{3} - 1)x \quad (2)$$

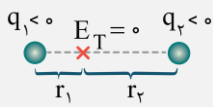
$$2\sqrt{3}x \quad (4)$$

$$2(\sqrt{3} - 1)x \quad (1)$$

$$\sqrt{3}x \quad (3)$$

نکته:

اگر دو بار الکتریکی هم نام داشته باشیم، میدان الکتریکی برآیند در نقطه‌ای بر روی خط واصل دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر صفر خواهد شد. به مثال زیر دقت کنید:

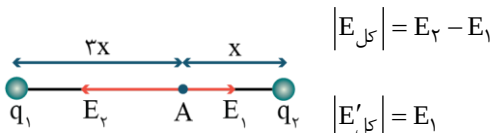


$$|q_2| > |q_1|$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}$$

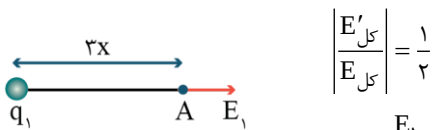
گام اول:

شکل زیر وضعیت میدان‌های الکتریکی در نقطه A را در دو حالت نشان می‌دهد (با توجه به شرایط توصیف‌شده، q_1 و q_2 هم نام هستند).



$$|E_{\text{کل}}| = E_2 - E_1$$

$$|E'_{\text{کل}}| = E_1$$



$$\frac{|E'_{\text{کل}}|}{|E_{\text{کل}}|} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2 - E_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_2 = 3E_1$$

بنابراین برای مقایسه دو بار می‌توان نوشت:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{q_2}{q_1} \times 3^2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{3}$$

پس اگر بار q_2 برابر q باشد، بار q_1 برابر $3q$ است.

گام دوم:

محل صفر شدن میدان در فاصله بین آن‌ها و نزدیک به بار کوچک‌تر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{3q}{(4x-y)^2} = \frac{q}{y^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4x-y} = \frac{1}{y} \Rightarrow \sqrt{3}y = 4x - y$$

$$\Rightarrow y(\sqrt{3} + 1) = 4x \Rightarrow y = \frac{4x}{\sqrt{3} + 1} = \frac{4}{\sqrt{3} + 1}(\sqrt{3} - 1)x = 2(\sqrt{3} - 1)x$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- ذره‌ای به جرم $7 \mu\text{g}$ و بار -10 nC در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A با پتانسیل -20 V رها می‌شود و تا نقطه B با پتانسیل 120 V فقط تحت

تأثیر میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود. تندی ذره در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟

$$\sqrt{\frac{4000}{7}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{2000}{7}} \quad (3)$$

$$40 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

گام اول:

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$\Delta U = q\Delta V = -10 \times 10^{-9} \times (120 - (-20)) = -1/4 \times 10^{-6} \text{ J}$$

گام دوم:

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی می توان نوشت:

$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U = 1/4 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 1/4 \times 10^{-6} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 7 \times 10^{-9} \times v^2 = 1/4 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- ظرفیت خازنی ۱۲ میکروفاراد و اختلاف بار الکتریکی دو صفحه آن q است. اگر $8 \mu\text{C}$ بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه $6 \mu\text{J}$ زیاد می شود. q چند میکروکولن است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

اگر بار ذخیره شده در خازنی q باشد به این معناست که بار صفحه مثبت $+q$ و بار صفحه منفی $-q$ است؛ بنابراین اختلاف بار دو صفحه خازن برابر $2q$ خواهد بود.

پاسخ تشریحی:

اگر اختلاف بار دو صفحه برابر q باشد، بار صفحه مثبت برابر $\frac{q}{2}$ و بار صفحه منفی برای $\frac{-q}{2}$ است، بنابراین بار ذخیره شده در خازن برابر $\frac{q}{2}$ است و انرژی ذخیره شده در آن برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} \frac{(\frac{q}{2})^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{q^2}{4 \times 12} = \frac{q^2}{96} \mu\text{J}$$

در حالت دوم، با جابه جا کردن $8 \mu\text{C}$ بار الکتریکی، بار خازن به $8 \mu\text{C} + \frac{q}{2}$ می رسد و داریم:

$$U' = \frac{1}{2} \frac{(\frac{q}{2} + 8)^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(\frac{q}{2} + 8)^2}{12} = \frac{\frac{q^2}{4} + 8q + 64}{24} = \frac{q^2}{96} + \frac{q}{3} + \frac{8}{3} \mu\text{J}$$

$$\Rightarrow U' - U = \frac{q}{3} + \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{q}{3} + \frac{8}{3} = 6 \Rightarrow q = 10 \mu\text{C}$$

گروه آموزشی ماز

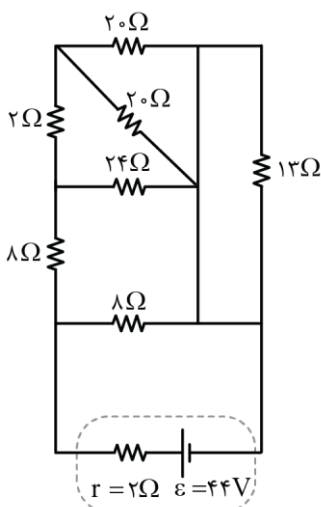
۶۰- در شکل زیر، ولتاژ دو سر باتری چند ولت است؟

۳۲ (۱)

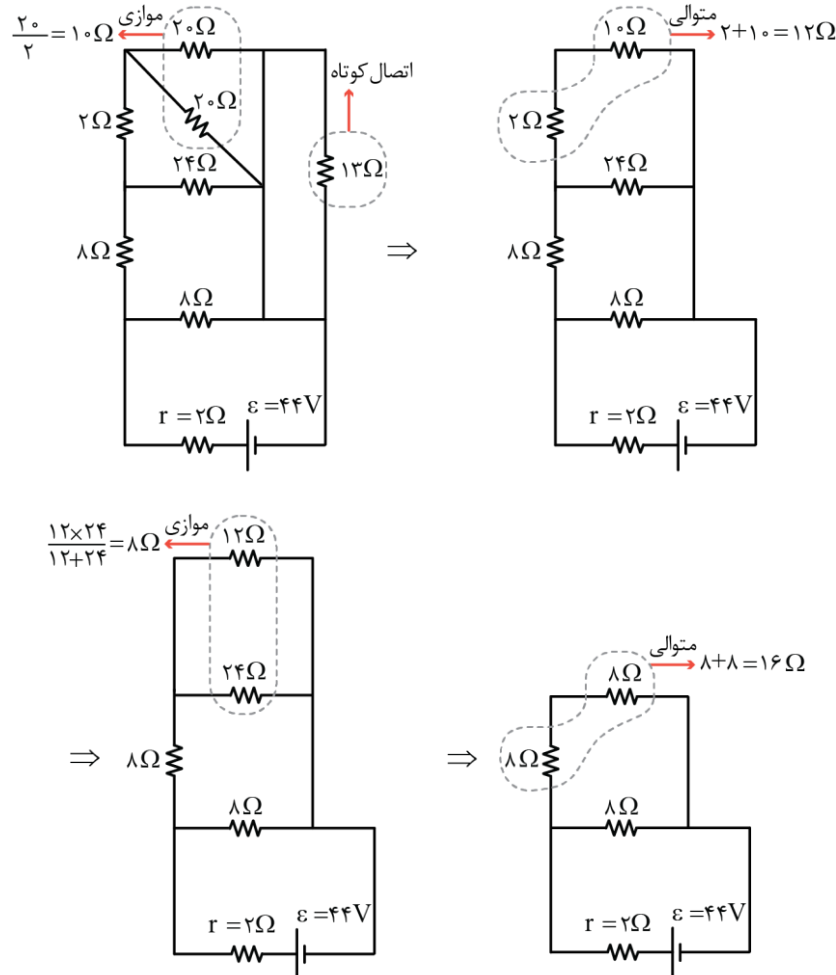
۲۸ (۲)

۳۶ (۳)

۳۰ (۴)



مدار را مرحله به مرحله ساده می کنیم تا مقاومت معادل به دست بیاید.



$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{8 \times 16}{8 + 16} = \frac{16}{3} \Omega$$

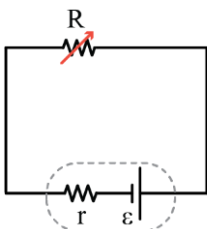
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{44}{2 + \frac{16}{3}} = \frac{44}{\frac{22}{3}} = 6A$$

$$\Rightarrow V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = 44 - 2 \times 6 = 32V$$

حال جریان مدار و ولتاژ دو سر باتری را به دست می آوریم.

گروه آموزشی ماز

۶۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوس را از $2r$ به r کاهش دهیم، توان خروجی باتری چند برابر می شود؟



$$\frac{9}{8} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{8}{9} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

رابطه‌ای کلی برای توان خروجی باتری به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \\ P_{خروجی} = R_{eq} I^2 \end{cases} \Rightarrow P_{خروجی} = R_{eq} \left(\frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2 R_{eq}}{(r + R_{eq})^2}$$

پاسخ ششگانه

با توجه به نکته فوق، دو حالت را مقایسه می‌کنیم:

$$R_{eq} = 2r \Rightarrow P_{خروجی} = \frac{\varepsilon^2 \times 2r}{(r + 2r)^2} = \frac{2}{9} \frac{\varepsilon^2}{r}$$

$$R'_{eq} = r \Rightarrow P'_{خروجی} = \frac{\varepsilon^2 \times r}{(r + r)^2} = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{P'_{خروجی}}{P_{خروجی}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{9}} = \frac{9}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- قطر مقطع و جرم سیم مسی A، ۳ برابر قطر مقطع و جرم سیم مسی B است. این دو مقاومت الکتریکی را یک بار به صورت متوالی و بار دوم به صورت موازی به ولتاژ ثابت V متصل می‌کنیم. آهنگ مصرف انرژی در مجموعه دو سیم در حالت اول، چند برابر آهنگ مصرف انرژی در مجموعه دو سیم در حالت دوم است؟

$$\frac{1}{784} \quad (4)$$

$$\frac{1}{28} \quad (3)$$

$$\frac{27}{28} \quad (2)$$

$$\frac{27}{784} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

مقایسه مقاومت دو سیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{L = \frac{V}{A} = \frac{m}{\rho A}} R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$$

ρ' : چگالی

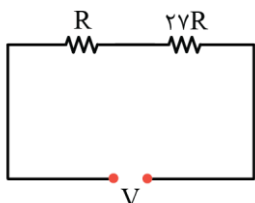
ρ : مقاومت ویژه

$$\xrightarrow{\text{سیم‌ها هم جنس چگالی و مقاومت ویژه برابر}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{A_B}{A_A} \right)^2 = 3 \times \left(\frac{1}{9} \right)^2 = \frac{1}{27}$$

دقت کنید که چون قطر مقطع سیم A، ۳ برابر سیم B است، بنابراین مساحت مقطع آن ۹ برابر مساحت مقطع سیم B است. با توجه به این توضیحات، اگر مقاومت A برابر R باشد، مقاومت B برابر ۲۷R است.

گام دوم:

بررسی حالت متوالی:

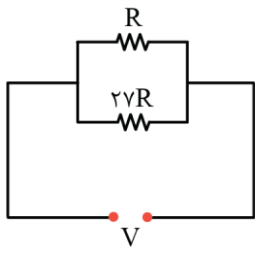


$$R_{eq} = R + 27R = 28R$$

$$\Rightarrow P = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{V^2}{28R}$$

گام سوم:

بررسی حالت موازی:



$$R'_{eq} = \frac{R \times 27R}{R + 27R} = \frac{27}{28}R$$

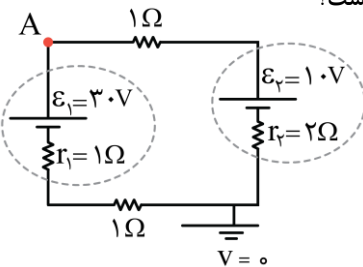
$$\Rightarrow P' = \frac{V^2}{R'_{eq}} = \frac{V^2}{\frac{27}{28}R}$$

بنابراین برای مقایسه دو حالت می توان نوشت:

$$\frac{P}{P'} = \frac{\frac{V^2}{28R}}{\frac{V^2}{\frac{27}{28}R}} = \frac{27}{28} = \frac{27}{784}$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- در مدار زیر، پتانسیل الکتریکی نقطه A و توان ورودی باتری (۲) به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟



- (۱) ۷۲، ۲۲
- (۲) ۸، ۲۲
- (۳) ۸، ۸
- (۴) ۷۲، ۸

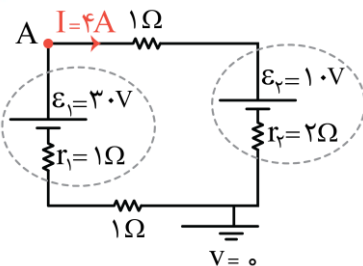
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{3 - 10}{1 + 2 + 2} = \frac{-7}{5} = -1.4A$$



$$V_A - 4 \times 1 - \epsilon_2 - r_2 \times 4 = 0$$

$$\Rightarrow V_A - 4 - 10 - 2 \times 4 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 22V$$

گام دوم:

پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر است با:

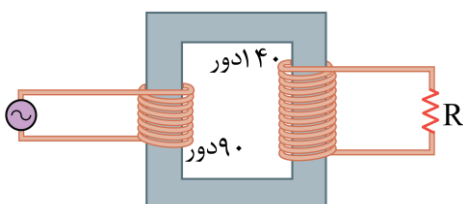
گام سوم:

توان ورودی باتری (۲) برابر است با:

$$|P_2| = \epsilon_2 I + r_2 I^2 = 10 \times 4 + 2 \times 4^2 = 72W$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- در مبدل آرمانی شکل زیر، اگر بیشینه ولتاژ دو سر مقاومت R برابر ۲۸۰V باشد، بیشینه ولتاژ مولد چقدر است؟



- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۲۸۰
- (۳) ۱۸۰
- (۴) ۲۲۰

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

بیشینه ولتاژ مولد برابر است با:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{140}{90} = \frac{280}{V_1} \Rightarrow V_1 = 180 \text{ V}$$

گروه آموزشی ماز

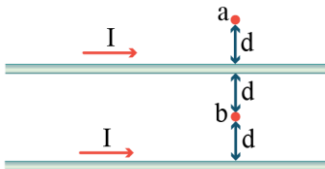
۶۵- جهت میدان مغناطیسی برآیند (خالص) ناشی از سیم‌های موازی و بلند حامل جریان در هر یک از نقطه‌های a و b به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $\odot$ ، $\odot$

(۲) $\odot$ ، میدان در نقطه b صفر است.

(۳) $\otimes$ ، $\otimes$

(۴) $\otimes$ ، میدان در نقطه b صفر است.

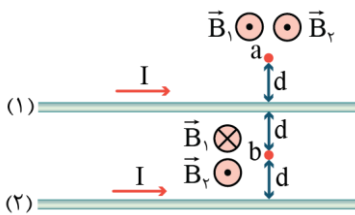


(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

شکل زیر جهت میدان مغناطیسی را با استفاده از قاعده دست راست نشان می‌دهد.

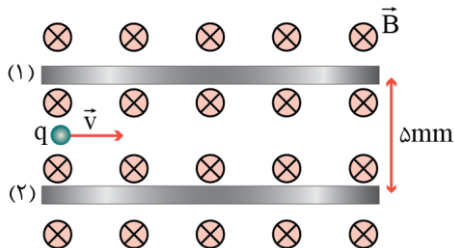


در نقطه a، میدان برآیند برون سو ($\odot$) است و در نقطه B، میدان‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند، پس میدان برآیند صفر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۶- مطابق شکل، ذره‌ای باردار با تندی $v = 20 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ وارد فضای بین دو صفحه رسانای بزرگ و باردار می‌شود. اگر در فضای بین دو صفحه، میدان مغناطیسی

یکنواخت $B = 200 \text{ G}$ در جهت نشان داده شده برقرار باشد و ذره بدون انحراف در مسیر مستقیم به حرکت خود ادامه دهد، پتانسیل الکتریکی صفحه (۱)، ولت از پتانسیل الکتریکی صفحه (۲) است. (نیروی وزن ناچیز است).



(۱) ۱ - بیشتر

(۲) ۱ - کمتر

(۳) ۲ - کمتر

(۴) ۲ - بیشتر

(متوسط - محاسباتی / ترکیبی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

اگر یک ذره باردار متحرک با جرم ناچیز تحت تأثیر دو نیروی الکتریکی و مغناطیسی بدون انحراف در جهت عمود بر میدان مغناطیسی به مسیر خود ادامه دهد (در حال تعادل باشد)، داریم:

$$E = vB$$

B: میدان مغناطیسی (T)

v: تندی ذره ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)

E: میدان الکتریکی ($\frac{\text{N}}{\text{C}}$)

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم بار ذره مثبت باشد. طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی به سمت بالا بر آن وارد می‌شود و برای آن که ذره بدون انحراف حرکت کند، باید نیروی الکتریکی به سمت پایین بر آن وارد شود، پس صفحه (۱)، صفحه مثبت و صفحه (۲)، صفحه منفی است و پتانسیل صفحه (۱) بیش‌تر از صفحه (۲) است.

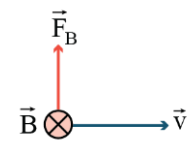
$$F_B = qvB$$

$$F_B = F_E \Rightarrow qvB = qE$$

$$\Rightarrow vB = E \Rightarrow E = 2.0 \times 10^{-4} = 4.0 \frac{V}{m}$$

$$F_E = qE$$

$q > 0$

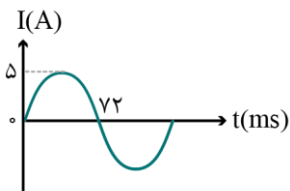


اختلاف پتانسیل بین دو صفحه برابر است با:

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \Delta V = 4.0 \times 5 \times 10^{-3} = 2V$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- نمودار جریان عبوری از یک القاگر بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. اگر ضریب القاوری این القاگر ۱۶ میلی‌هانری باشد، در چه لحظه‌ای پس از $t=0$ ، برای اولین بار انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله برابر ۱۰۰ mJ می‌شود؟



۳۶ ms (۲)

۱۸ ms (۱)

۲۴ ms (۴)

۱۲ ms (۳)

(متوسط - نموداری - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

برای آن که انرژی سیم‌لوله برابر ۱۰۰ mJ شود، جریان گذرنده از آن باید برابر باشد با:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 16 I^2 \Rightarrow I = \frac{5\sqrt{2}}{2} A$$

گام دوم:

بنابراین می‌خواهیم جریان برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ بیشینه آن باشد. اگر کمی از دانش خود در فصل نوسان استفاده کنیم، به یاد داریم که در لحظه $t = \frac{T}{8}$ برای اولین بار جریان $\frac{\sqrt{2}}{2}$ بیشینه خواهد شد.

$$\frac{T}{8} = 72 \text{ ms} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{72}{2} = 18 \text{ ms}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- یکای فرعی کمیت «ضریب القاوری» در SI کدام است؟

$$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \text{s}} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\text{kg.m}}{\text{A}^2 \text{s}^2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\text{kg.m}}{\text{A}^2 \text{s}} \text{ (۱)}$$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

با استفاده از فرمول $U = \frac{1}{2} LI^2$ می‌توان نوشت:

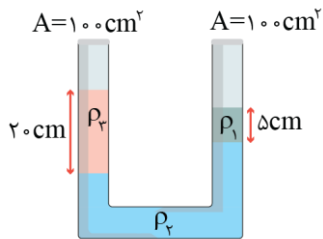
$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow J = [L] \times A^2 \Rightarrow [L] = \frac{J}{A^2}$$

طبق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، یکای ژول (J) معادل $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ است، پس:

$$[L] = \frac{\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}}{A^2} = \frac{\text{kg.m}^2}{A^2 \text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- در شکل زیر، چند لیتر از مایع (۱) به چگالی $\rho_1 = 0.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را به شاخه سمت راست اضافه کنیم تا سطح مایع (۲) در دو طرف لوله در یک تراز قرار



بگیرد؟ ($\rho_2 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۱) ۳/۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

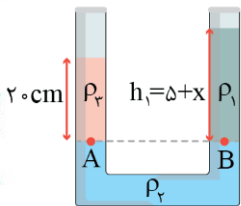
(۴) ۴

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ شش‌پایه

با اضافه کردن مایع به شاخه سمت راست، وضعیت مایعات به شکل زیر درمی‌آید:



$$P_B = P_A$$

$$P_1 + \rho_1 g h_1 = P_2 + \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$0.4 \times (5 + x) = 0.8 \times 20$$

$$2 + 0.4x = 16 \Rightarrow 0.4x = 14 \Rightarrow x = 35 \text{ cm}$$

$$\text{حجم} = A \times h = 100 \text{ cm}^2 \times 35 \text{ cm} = 3500 \text{ cm}^3$$

$$\frac{3500}{1000} = 3.5 \text{ Lit}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در لوله‌ای پر از آب مطابق شکل زیر، آب از چپ به راست در جریان است. کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟



(۱) تندی آب در قسمت B در حال کاهش است.

(۲) فشار در قسمت A بیش‌تر از فشار در قسمت C است.

(۳) تندی آب در قسمت C، کم‌تر از تندی آب در قسمت E است.

(۴) انرژی جنبشی یک قطره آب در قسمت D در حال افزایش است.

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

ترکیب اصل برنولی و معادله پیوستگی در مسیر حرکت آب در لوله‌ای با قطر مقطع متفاوت: هرچه مقطع لوله کوچک‌تر باشد، تندی جریان آب بیش‌تر و فشار آب کم‌تر است و برعکس؛ هرچه مقطع لوله بزرگ‌تر باشد، تندی جریان آب کم‌تر و فشار آب بیش‌تر است.

بررسی گزینه‌ها:

۱ در قسمت B، لوله به تدریج در حال باریک شدن است، پس تندی آب به تدریج افزایش می‌یابد. (×)

۲ مساحت مقطع قسمت A، بزرگ‌تر از مساحت مقطع قسمت C است، پس طبق معادله پیوستگی، تندی آب در A، کم‌تر از تندی آب در C است، بنابراین

با توجه به اصل برنولی، فشار در قسمت A، بیش‌تر از فشار در قسمت C است. (✓)

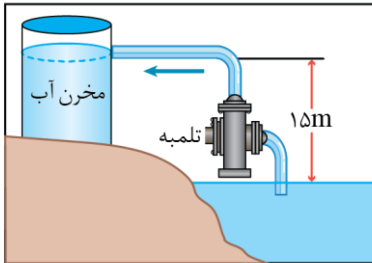
۳ قسمت C باریک‌تر از قسمت E است، پس تندی آب در قسمت C، بیش‌تر از قسمت E است. (×)

۴

در قسمت D، مساحت مقطع لوله به تدریج در حال افزایش است، پس تندی آب در حال کاهش است و در نتیجه انرژی جنبشی یک قطره آب، در حال کاهش می باشد. (x)

گروه آموزشی ماز

۷۱- مطابق شکل، تلمبه ای با توان ورودی ۲۰ kW در هر ثانیه ۸۰ لیتر آب دریاچه ای به چگالی $1000 \frac{kg}{m^3}$ را تا ارتفاع ۱۵ متری مخزنی بالا برده و با تندی $\frac{m}{s}$ پمپاژ می کند. بازده تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۶۷/۲

(۲) ۶۰

(۳) ۵۴/۶

(۴) ۵۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

کار مفیدی که پمپ بر روی آب داخل لوله انجام می دهد برابر است با جمع جبری تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی پتانسیل آب:

$$W_{\text{پمپ}} = \Delta K + \Delta U$$

پاسخ تشریحی:

کار تلمبه صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی و جنبشی آب می شود، بنابراین داریم:

$$m = \rho V = 1000 \frac{kg}{m^3} \times 80 \times 10^{-3} m^3 = 80 kg$$

$$W = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 80 \times 10 \times 15 + \frac{1}{2} \times 80 \times 6^2$$

$$\Rightarrow W = 12000 + 1440 = 13440 J$$

توان مفید برابر است با:

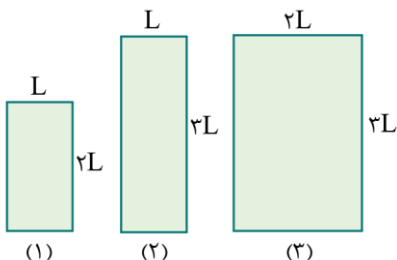
$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{13440}{1} = 13440 W = 13.44 kW$$

بنابراین بازده تلمبه برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow Ra = \frac{13.44}{20} = \frac{67.2}{100} = 67.2 \%$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- شکل زیر سه صفحه فلزی هم جنس به اضلاع متفاوت را در یک دما نشان می دهد. اگر دمای همه آن ها را به اندازه یکسان زیاد کنیم، مساحت کدام یک بیش تر افزایش پیدا می کند؟



(۱) (۱)

(۲) (۲)

(۳) (۳)

(۴) مساحت هر سه صفحه به یک اندازه افزایش پیدا می کند.

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

در اثر تغییر دمای یکسان چند جسم متفاوت هم جنس، هر چه مساحت اولیه یک جسم، بزرگ تر باشد، تغییر مساحت آن بیش تر است ولی درصد تغییر مساحت همه آن ها یکسان است.



طبق رابطه $\Delta\theta = A_1(2\alpha)\Delta A$ ، با افزایش دمای یکسان، مساحت صفحه‌ای بیش‌تر افزایش پیدا می‌کند که مساحت اولیه آن بزرگ‌تر باشد؛ بنابراین مساحت صفحه (۳) بیش‌تر از بقیه افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $2100 \frac{J}{K}$ ، ۴ kg آب در دمای $40^\circ C$ در حال تعادل است. گلوله‌ای فلزی به جرم ۲ kg با دمای $100^\circ C$ را درون آب می‌اندازیم و پس از رسیدن به تعادل، دمای مجموعه $7^\circ C$ می‌شود. در این مدت چند ژول گرما تلف شده است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.K}, c_{\text{فلز}} = 500 \frac{J}{kg.K})$$

- (۱) ۳۶۳۰۰ (۲) ۴۰۰۰۰ (۳) ۲۴۸۰۰ (۴) گرمایی تلف نشده است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)



گرمایی که آب و گرماسنج می‌گیرند تا به دمای $7^\circ C$ برسند، برابر است با:

$$Q_1 = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + C_{\text{گرماسنج}} \Delta\theta_{\text{گرماسنج}} = 4 \times 4200 \times (7 - 4) + 2100 \times (7 - 4)$$

$$\Rightarrow Q_1 = 12 \times 4200 + 3 \times 2100 = 56700 J$$

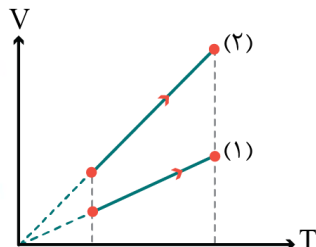
گرمایی که فلز از دست می‌دهد تا به دمای $7^\circ C$ برسد، برابر است با:

$$|Q_2| = m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} |\Delta\theta_{\text{فلز}}| = 2 \times 500 \times (100 - 7) = 93000 J$$

بنابراین در این مدت، گرمای $93000 - 56700 = 36300 J$ تلف شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- مقدار برابری از گازهای کامل و مشابه (۱) و (۲) فرایندهایی هم‌فشار را مطابق شکل طی می‌کنند. اگر در فرایندهای (۱) و (۲)، فشار گازها به ترتیب P_1 و P_2 و کار انجام‌شده توسط گازها به ترتیب W_1 و W_2 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟



$$W_2 = W_1, P_2 > P_1 \quad (1)$$

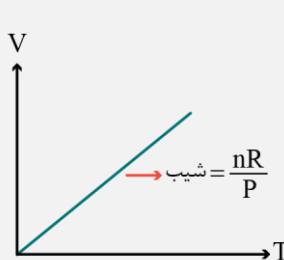
$$W_2 = W_1, P_2 < P_1 \quad (2)$$

$$W_2 > W_1, P_2 > P_1 \quad (3)$$

$$W_2 > W_1, P_2 < P_1 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - نموداری - ۱۰۰۵)

نکته:



نمودار $V-T$ یک گاز کامل در فرایند هم‌فشار، خطی است که امتداد آن از مبدأ می‌گذرد و شیب آن برابر $\frac{nR}{P}$ است.

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow V = \underbrace{\left(\frac{nR}{P} \right)}_{\text{شیب خط}} T$$



با توجه به نکته فوق، چون شیب نمودار (۲) بیش‌تر است، فشار آن کم‌تر خواهد بود. ($P_2 < P_1$)
برای محاسبه کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند هم‌فشار می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |W| = |P\Delta V| \\ PV = nRT \end{cases} \Rightarrow |W| = |nR\Delta T|$$

چون مقدار گازها و تغییر دمای آن‌ها یکسان است، کار انجام‌شده توسط گازها نیز باهم برابر است. ($W_2 = W_1$)

گروه آموزشی ماز



۷۵- بازده یک ماشین درون سوز بنزینی ۱۸ درصد است. این ماشین در هر چرخه ۳۲۴۰ J کار انجام می دهد. گرمای حاصل از سوخت در هر چرخه چند کیلوژول است؟

۳۲ (۴)

۳۲/۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی:

با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow 0.18 = \frac{3240}{Q_H}$$

$$Q_H = 18000 \text{ J} = 18 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز



۷۶- در میان ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی، چند عنصر وجود دارد که عدد اتمی آن‌ها دو برابر تعداد الکترون‌های با $l = 1$ در آرایش الکترونی آن عنصر بوده و چند مورد از این عناصر، در واکنش‌های شیمیایی می‌توانند آنیون تشکیل بدهند؟

۲، ۴ (۴)

۱، ۴ (۳)

۲، ۵ (۲)

۱، ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

آرایش الکترونی ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی به صورت زیر است:

$H: 1s^1$	$Ne: 1s^2 2s^2 2p^6$	$K: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 s^1$	$Ni: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^8 4s^2$
$He: 1s^2$	$Na: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$	$Ca: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 s^2$	$Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^1$
$Li: 1s^2 2s^1$	$Mg: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$	$Sc: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^1 4s^2$	$Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2$
$Be: 1s^2 2s^2$	$Al: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$	$Ti: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^2 4s^2$	$Ga: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^1$
$B: 1s^2 2s^2 2p^1$	$Si: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$	$V: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^3 4s^2$	$Ge: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^2$
$C: 1s^2 2s^2 2p^2$	$P: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$	$Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^5 4s^1$	$As: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^3$
$N: 1s^2 2s^2 2p^3$	$S: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$	$Mn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^5 4s^2$	$Se: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^4$
$O: 1s^2 2s^2 2p^4$	$Cl: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$	$Fe: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^6 4s^2$	$Br: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^5$
$F: 1s^2 2s^2 2p^5$	$Ar: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	$Co: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^7 4s^2$	$Kr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^{10} 4s^2 4p^6$

در میان ۳۶ عنصر اول جدول دوره‌ای، تعداد الکترون‌های موجود در زیر لایه p (الکترون‌های با $l = 1$) چهار عنصر اکسیژن، منیزیم، کروم و کریپتون، نصف عدد اتمی این عناصر است. در میان این چهار عنصر، تنها اکسیژن قادر است با گرفتن دو الکترون به آنیون تبدیل شود. منیزیم و کروم الکترون از دست داده و کاتیون تولید می‌کنند و کریپتون گاز نجیب است و یون تشکیل نمی‌دهد.

- اتم ساختار لایه‌ای داشته و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته قرار می‌گیرند. برای مشخص کردن لایه‌های الکترونی از عدد کوانتومی اصلی که با نماد n نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. هر لایه الکترونی از بخش‌های کوچک‌تری به نام زیرلایه تشکیل شده است. به هر زیرلایه یک عدد کوانتومی فرعی با نماد l نسبت می‌دهند. بر این اساس، هر زیرلایه را با نماد nl نشان می‌دهند.
- کاربردهای عدد کوانتومی اصلی (n) عبارت هستند از:
- عدد کوانتومی اصلی (n)، تعداد زیرلایه‌های یک لایه را نیز مشخص می‌کند.
 - به کمک مقدار n ، حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه را می‌توان محاسبه کرد. برای محاسبه گنجایش الکترونی لایه‌ها از رابطه $2n^2$ استفاده می‌شود.
 - کاربردهای عدد کوانتومی فرعی (l)، نیز عبارت هستند از:
 - به کمک عدد کوانتومی فرعی (l)، حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه را می‌توان بدست آورد. برای محاسبه حداکثر مقدار گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l + 2$ استفاده می‌شود. همان‌طور که مشخص است، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.
 - به کمک عدد کوانتومی فرعی، می‌توان سطح انرژی زیرلایه‌های مختلف موجود در یک لایه را مقایسه کرد.

گروه آموزشی ماز

۷۷- چند مورد از مطالب زیر، در رابطه با عنصر تکنسیم درست است؟

- نماد آن دو حرفی است و مانند نماد گاز نجیب هم دوره آن، به حرف e ختم می‌شود.
- با عنصر منگنز هم‌گروه بوده و اتم‌های آن به صورت طبیعی در محیط یافت نمی‌شوند.
- از جمله عنصرهای دسته d تناوب پنجم است و نسبت شمار نوترون به پروتون آن کمتر از $1/5$ است.
- نخستین عنصری است که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شد و در تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود.
- یون تکنسیم با یون چنداتی که حاوی اتم id است، هم‌اندازه بوده و به همین دلیل، غده تیروئید این یون را جذب می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰)

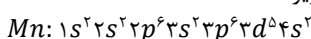
پاسخ تشریحی:

موارد دوم، سوم و چهارم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: نماد تکنسیم، به صورت Tc است. نماد شیمیایی این عنصر فلزی، برخلاف نماد گاز نجیب زنون (Xe)، به حرف c ختم می‌شود.

مورد دوم: عدد اتمی تکنسیم برابر با ۴۳ است و ۷ واحد از عدد اتمی کریپتون (گاز نجیب دوره قبل از تکنسیم) بیشتر است، پس می‌توان نتیجه گرفت که این عنصر در گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد و با منگنز با عدد اتمی ۲۵ هم‌گروه است. آرایش الکترونی منگنز به صورت زیر است:



توجه داریم که تکنسیم به صورت طبیعی وجود نداشته و در صورت نیاز، باید به صورت مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای تولید شود. به همین خاطر است که در خانه مربوط به این عنصر در جدول دوره‌ای، تنها یک داده عددی (عدد اتمی) وجود دارد و جرم اتمی میانگین تکنسیم در جدول دوره‌ای نوشته نشده است.

مورد سوم: تکنسیم (${}^{99}_{44}\text{Tc}$) از جمله عنصرهای دسته d تناوب پنجم است. نسبت شمار نوترون به پروتون در رادیوایزوتوپ تکنسیم برابر است با:

$$n = 99 - 43 = 56 \quad \text{و} \quad \frac{56}{43} \approx 1/3$$

مورد چهارم: تکنسیم، نخستین عنصری بود که در واکنشگاه هسته‌ای و به کمک واکنش‌های هسته‌ای ساخته شد. این رادیوایزوتوپ برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود.

مورد پنجم: یون یدید با ترکیبی که حاوی تکنسیم است، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید، امکان تصویربرداری از این غده، فراهم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۸- درباره عنصرهای ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{27}_{13}\text{Al}$ و ${}^{31}_{15}\text{P}$ کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

آ: تفاوت شماره گروه عنصر D و E برابر با تعداد زیرلایه‌های اشغال شده در آرایش الکترونی عنصر A است.

ب: عدد اکسایش هر سه عنصر داده شده، در واکنش با گاز اکسیژن ضمن دادوستد کامل الکترون، افزایش می‌یابد.

پ: در یون پایدار حاصل از عناصر E و A ، برخلاف یون پایدار عنصر D ، کل ظرفیت آخرین لایه از الکترون اشغال شده است.

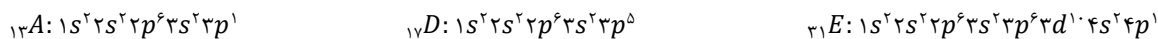
ت: اختلاف تعداد پروتون و نوترون در عنصر E ، دو برابر تعداد نوترون‌ها در فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم است.

(۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

آرایش الکترونی این سه عنصر به صورت زیر است:

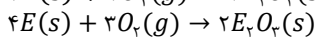
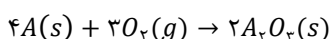


این عناصر، به ترتیب معادل با آلومینیم، کربن و گالیم هستند. در رابطه با این عناصر، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

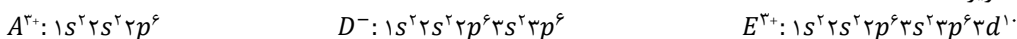
آ: با توجه به آرایش الکترونی داده شده، عنصر D به گروه ۱۲ و عنصر E به گروه ۱۳ جدول دوره‌ای تعلق دارد. بر این اساس، می‌توان گفت تفاوت شماره گروه این دو عنصر برابر با ۴ واحد است. این در حالی است که عنصر A ، در آرایش الکترونی خود ۵ زیرلایه دارد.

ب: دادوستد کامل الکترون، حین تشکیل ترکیب‌های یونی از عناصر سازنده آن‌ها رخ می‌دهد. عدد اکسایش دو عنصر A و E ، طبق معادله‌های زیر، در واکنش با گاز اکسیژن ضمن دادوستد کامل الکترون، افزایش می‌یابد:



توجه داریم که عنصر D (کربن)، یک نافلز است و در دمای اتاق به صورت دو اتمی و گازی شکل است و در واکنش با گاز اکسیژن الکترون به اشتراک می‌گذارد. طی این فرایند، هیچ الکترونی به طور کامل بین دو گونه دادوستد نمی‌شود.

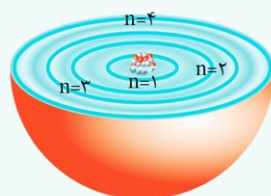
پ: آرایش الکترونی این سه یون، به صورت زیر است:



در یون پایدار A و E ، برخلاف یون پایدار حاصل از عنصر D ، کل ظرفیت آخرین لایه از الکترون اشغال شده است. در یون D^{-} ، زیرلایه $3d$ از الکترون اشغال نشده است، بنابراین آخرین لایه الکترونی در این یون، کاملاً پر نیست.

ت: عنصر لیتیم در طبیعت دارای دو ایزوتوپ ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ است. بیشترین درصد فراوانی لیتیم مربوط به ${}^7\text{Li}$ است که ۴ نوترون دارد. عنصر ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ ، در ساختار خود ۳۹ نوترون دارد و اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها در آن برابر با ۸ است.

در ساختار لایه‌ای، اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌هایی پیرامون هسته توزیع می‌شوند. این لایه‌ها را از هسته به سمت بیرون شماره‌گذاری می‌کنند و شماره هر لایه را با n نمایش می‌دهند. تصویر زیر، نمایی از ساختار لایه‌ای اتم را نشان می‌دهد:



در این مدل، n معادل با عدد کوانتومی اصلی است. لایه‌های با $n > 1$ ، از چند زیرلایه مجزا تشکیل شده‌اند که در مدل کوانتومی اتم به هر نوع زیرلایه یک عدد کوانتومی نسبت می‌دهند و آن را با نماد l نشان می‌دهند و عدد کوانتومی فرعی نامیده می‌شود. مقادیر معین و مجاز l به این صورت است:

$$l = 0, 1, \dots, n-1$$

توجه داریم که سطحی‌ترین الکترون‌های موجود در هر اتم، الکترون‌های ظرفیتی آن اتم را تشکیل داده و خواص شیمیایی آن اتم را تعیین می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g) + O_2(g)$ ، $\Delta H = 25.0 \text{ kJ}$ در طول مدت ۱۰ دقیقه با ورود ۳ مول گاز NO_2 به یک ظرف ۵۰۰ میلی‌لیتری برقرار شده است. اگر گرمای مصرف شده تا رسیدن به تعادل، برابر با گرمای آزاد شده طی تغییر دمای ۳۱/۲۵ کیلوگرم طلا به مقدار ۳۱/۲۵°C باشد، مقدار ثابت تعادل چقدر بوده و سرعت متوسط تولید NO چند گرم بر ثانیه است؟

$$(O = 16, N = 14 : g.mol^{-1} \text{ و } c_{Au} = 0.128 J g^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1})$$

$$0.1, 0.125 \text{ (۴)}$$

$$0.1, 0.125 \text{ (۳)}$$

$$0.05, 0.125 \text{ (۲)}$$

$$0.05, 0.125 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)



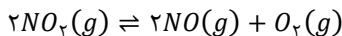
گرمای مصرف شده تا رسیدن به تعادل برابر با مقدار گرمای آزاد شده طی تغییر دمای ۳۱/۲۵ کیلوگرم طلا به مقدار ۳۱/۲۵°C است. ابتدا مقدار گرمای مبادله شده را حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow Q = (31/25 \times 1000) \times 0.128 \times 31/25 = 125000 \text{ J} \sim 125 \text{ kJ}$$

معادله واکنش شیمیایی انجام شده به صورت $2NO_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g) + O_2(g)$ ، $\Delta H = 25.0 \text{ kJ}$ است. با توجه به واکنش تعادلی می‌توان مقدار NO_2 مصرف شده را محاسبه کرد. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } NO_2 = 125 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol } NO_2}{25.0 \text{ kJ}} = 1 \text{ mol}$$

بر این اساس، داریم:



۳	۰	۰	تعداد مول اولیه:
-۲x	+۲x	+x	تغییر مول:
۲	۱	۰/۵	تعداد مول تعادلی:

$$\rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = 0.5$$

حجم ظرف برابر ۰/۵ لیتر است، پس غلظت تعادلی مواد برابر است با:

$$[NO_2] = 4 \text{ mol.L}^{-1}, [NO] = 2 \text{ mol.L}^{-1}, [O_2] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

بر این اساس، مقدار ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[NO]^2 \times [O_2]}{[NO_2]^2} = \frac{2^2 \times 1}{4^2} = 0.125 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال سرعت مصرف گاز NO را بر حسب گرم بر ثانیه حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g.s}^{-1} = 1 \text{ mol } NO \times \frac{30 \text{ g } NO}{1 \text{ mol } NO} \times \frac{1}{10 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.05$$

برای محاسبه سرعت متوسط تولید گاز نیتروژن مونوکسید، به صورت زیر نیز می‌توانستیم عمل کنیم:

$$\bar{R}_{NO} = \frac{\text{تغییر جرم } NO}{\Delta t} = \frac{1 \text{ mol } NO \times \frac{30 \text{ g } NO}{1 \text{ mol } NO}}{10 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 0.05$$

گروه آموزشی ماز

۸۰- ایزوتوپ‌های یک عنصر در چند مورد زیر با هم تفاوت دارند؟

• پتانسیل کاهشی استاندارد نیم سلول	• پایداری	• $A - Z$
• چگالی بار یون تک اتمی	• فراوانی	• واکنش پذیری
۴ (۴)	۲ (۲)	۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)



ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای Z یکسان اما A متفاوت هستند. به دیگر سخن، ایزوتوپ‌ها اتم‌های یک عنصر هستند که در شمار نوترون‌ها با یکدیگر تفاوت دارند. از آنجا که خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی (Z) آن وابسته است، پس می‌توان گفت ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی (مثل میزان

واکنش پذیری، پتانسیل کاهشی استاندارد، نوع یون های پایدار و ... یکسانی دارند و در جدول دوره ای تنها یک مکان را اشغال می کنند. این در حالی است که همین ایزوتوپ ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند. علاوه بر این، میزان پایداری و درصد فراوانی ایزوتوپ های یک عنصر با هم تفاوت دارد. بر این اساس می توان گفت ایزوتوپ ها در سه مورد $A - Z$ ، پایداری و فراوانی متفاوت از هم هستند، اما واکنش پذیری، پتانسیل کاهشی استاندارد نیم سلول و چگالی بار یون تک اتمی آن ها یکسان است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- سه محلول سیر شده از KNO_3 در دماهای متفاوت، در اختیار داریم. درصد جرمی محلول اول در دمای $40^\circ C$ برابر $37/5$ درصد است. جرم محلول دوم در دمای $20^\circ C$ برابر 91 گرم بوده و این محلول شامل 21 گرم نمک است و نسبت جرم نمک به جرم آب موجود محلول سوم در دمای $10^\circ C$ برابر $0/195$ است. اگر معادله انحلال پذیری این نمک به صورت $S = a\theta^2 + b\theta + c$ باشد، نسبت ضریب θ به ضریب θ^2 برای این نمک، کدام است؟

۲۵ (۴)

۳۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۰۰۳)



معادله انحلال پذیری پتاسیم نیترات به صورت درجه دوم $(S = a\theta^2 + b\theta + c)$ است. انحلال پذیری این نمک در دماهای مختلف را محاسبه می کنیم. باید هر کدام از شرایط دمایی داده شده را به صورت مجزا تحلیل کنیم:

دمای $40^\circ C$: در این دما درصد جرمی محلول سیر شده پتاسیم نیترات برابر $37/5\%$ است، یعنی در $62/5$ گرم آب، مقدار $37/5$ گرم پتاسیم نیترات حل شده است. بر این اساس مقدار انحلال پذیری (مقدار نمکی که در 100 گرم آب حل می شود) را محاسبه می کنیم:

$$\text{نمک } 37/5 \text{ g} \times \frac{100 \text{ g آب}}{62/5 \text{ g آب}} = 60 \text{ g نمک}$$

در دمای $40^\circ C$ مقدار 60 گرم نمک در 100 گرم آب حل می شود، بنابراین داریم:

$$S = 1600a + 40b + c = 60$$

دمای $20^\circ C$: در این دما 21 گرم نمک در 70 گرم آب حل شده است و 91 گرم محلول سیر شده را ایجاد کرده است، پس انحلال پذیری آن برابر است با:

$$\text{نمک } 21 \text{ g} \times \frac{100 \text{ g آب}}{70 \text{ g آب}} = 30 \text{ g نمک}$$

در دمای $20^\circ C$ مقدار 30 گرم نمک در 100 گرم آب حل می شود، بنابراین داریم:

$$S = 400a + 20b + c = 30$$

دمای $10^\circ C$: در این دما جرم نمک حل شده، $0/195$ برابر جرم آب است، بنابراین $19/5$ گرم پتاسیم نیترات در 100 گرم آب حل می شود:

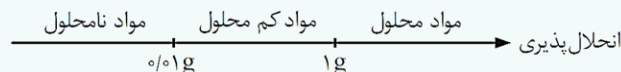
$$S = 100a + 10b + c = 19/5$$

تا به اینجا کار، سه معادله و سه مجهول داریم. بر این اساس، داریم:

$$\begin{cases} 1600a + 40b + c = 60 \\ 400a + 20b + c = 30 \\ 100a + 10b + c = 19/5 \end{cases} \rightarrow a = 0/015, b = 0/6, c = 12$$

بنابراین معادله انحلال پذیری پتاسیم نیترات به صورت $S = 0/015\theta^2 + 0/6\theta + 12$ است و نسبت ضریب θ به ضریب θ^2 برابر 40 است.

بیشترین مقدار از یک حل شونده که در 100 گرم حلال و در دمای معین حل می شود، معادل با مقدار انحلال پذیری آن ماده است. طبیعی است که در چنین حالتی، یک محلول سیر شده ایجاد می شود که توانایی حل کردن مقدار بیشتری از حل شونده را ندارد. تغییر دما، از جمله عوامل موثر بر تغییر مقدار انحلال پذیری مواد مختلف در آب است. افزایش دما، می تواند موجب افزایش مقدار انحلال پذیری برخی از مواد (مواد با انحلال گرماگیر) شده و در نقطه مقابل، می تواند موجب کاهش مقدار انحلال پذیری برخی از مواد (مواد با انحلال گرماده) دیگر شود. با توجه به مقدار انحلال پذیری مواد در آب، این مواد را مطابق نمودار زیر در سه گروه مختلف قرار می دهند:



گروه آموزشی ماز

۸۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ $(S = 32, Al = 27, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$

آ: عبور جریان برق از محلول آبی منیزیم کلرید، آخرین مرحله از استخراج فلز منیزیم از آب دریا است.

ب: یون های کلرید، سولفات و فسفات به ترتیب برای شناسایی کاتیون های Ca^{2+} ، Ag^+ ، Ba^{2+} به کار می روند.

پ: اگر در دمای اتاق انحلال پذیری آلومینیم سولفات $68/4g$ باشد، در $250g$ آب حداکثر $0/5$ مول از این ماده حل می شود.

ت: اگر گلوکومتر عدد 100 را نشان دهد و حجم خون $5L$ باشد، از اکسایش 6% گلوکز موجود در خون، $2/24L$ گاز CO_2 در شرایط STP تولید می شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

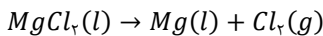
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

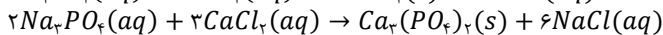
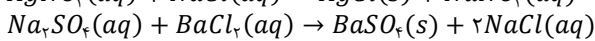
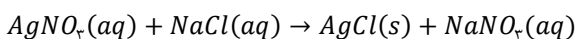
موارد (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: فلز منیزیم ماده ارزشمندی است که در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. یکی از منابع تهیه این فلز، آب دریا است. منیزیم در آب دریا به شکل $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد. برای استخراج و جداسازی آن، در مرحله نخست منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می دهند، سپس آن را به منیزیم کلرید تبدیل می کنند. در پایان با استفاده از جریان برق منیزیم کلرید مذاب را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می کنند. معادله واکنش انجام شده، به صورت زیر است:



ب: یون های کلرید، سولفات و فسفات به ترتیب برای شناسایی کاتیون های Ag^+ ، Ba^{2+} و Ca^{2+} به کار می روند. از واکنش میان هر دو جفت یون، رسوب ایجاد می شود. معادله واکنش ها در زیر آورده شده است:

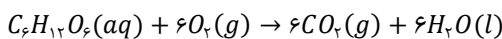


پ: در این دما در ۱۰۰ گرم آب، ۶۸/۴ گرم آلومینیم سولفات حل می شود. مقدار آلومینیم حل شده در ۲۵۰ گرم آب را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 = 250 \text{ g آب} \times \frac{68.4 \text{ g } Al_2(SO_4)_3}{100 \text{ g آب}} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3} = 0.5 \text{ mol}$$

بنابراین حداکثر ۰/۵ مول آلومینیم سولفات در ۲۵۰ گرم آب در این دما حل می شود.

ت: معادله اکسایش گلوکز به صورت زیر است:



مقدار گلوکز مصرف شده در واکنش بالا در حالتی که ۲/۲۴ لیتر گاز کربن دی اکسید بخواهد تولید شود را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g } C_6H_{12}O_6 = 2.24 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22.4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{6 \text{ mol } CO_2} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 3 \text{ g}$$

۶۰ درصد گلوکز موجود در ۵ لیتر خون برابر ۳ گرم است، پس در کل ۵ گرم گلوکز در ۵ لیتر خون وجود دارد. می دانیم که گلوکومتر، مقدار میلی گرم گلوکز موجود در هر دسی لیتر خون را نشان می دهد، پس می توان گفت ۵۰۰ میلی گرم گلوکز در ۵۰ دسی لیتر خون فرد وجود دارد، بنابراین دستگاه گلوکومتر عدد ۱۰۰ را نشان می دهد.

گروه آموزشی ماز

۸۳- در ساختار نوعی هیدروکربن، ۳۵ جفت الکترون پیوندی وجود داشته و جرم کربن موجود در آن، ۱۸ برابر جرم اتم های هیدروژن است. در ۳/۸ گرم از این ترکیب، چند اتم کربن وجود داشته و حداکثر شمار پیوندهای دوگانه در آن چند برابر شمار پیوندهای $C-H$ موجود در آن است؟

$$(C = 12, H = 1 : g. mol^{-1})$$

$$1/1, 1/8.06 \times 10^{23} \quad (2)$$

$$1/4, 1/8.06 \times 10^{23} \quad (4)$$

$$1/1, 1/8.06 \times 10^{23} \quad (1)$$

$$1/4, 1/8.06 \times 10^{23} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

فرمول کلی هیدروکربن ها به صورت C_xH_y بوده و تعداد پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار آن ها طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{4x + y}{2} = 35 \rightarrow 4x + y = 70$$

جرم اتم های کربن موجود در این هیدروکربن، ۱۸ برابر جرم اتم های هیدروژن آن است. پس می توان نوشت:

$$12x = 18y \rightarrow x = 1.5y$$

تا به اینجا کار، دو معادله و دو مجهول داریم. بر این اساس، مقدار هر مولفه را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} 4x + y = 70 \\ x = 1.5y \end{cases} \rightarrow y = 10 \text{ و } x = 15$$

بنابراین فرمول هیدروکربن مورد نظر به صورت $C_{15}H_{10}$ است. سپس تعداد اتم های کربن موجود در ۳/۸ گرم از این هیدروکربن را حساب می کنیم:

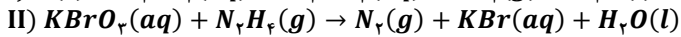
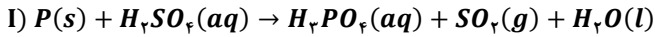
$$? \text{ atom } C = 3/8 \text{ g } C_{15}H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_{15}H_{10}}{190 \text{ g } C_{15}H_{10}} \times \frac{15 \text{ mol } C}{1 \text{ mol } C_{15}H_{10}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom } C}{1 \text{ mol } C} = 1/8.06 \times 10^{23}$$

سپس تعداد حداکثر پیوند دوگانه این ترکیب را محاسبه می‌کنیم:

$11 = 22 \div 2 = \text{حداکثر تعداد پیوند دوگانه} \rightarrow 22 - 10 = 32 \rightarrow 32 - 2 = 30 \times 2 = 60$ تعداد اتم هیدروژن در هیدروکربن سیر شده پس نوعی هیدروکربن با فرمول شیمیایی $C_{15}H_{30}$ ، حداکثر می‌تواند ۱۱ پیوند دوگانه در ساختار خود داشته باشد. همچنین این ترکیب آلی، دارای ۱۰ پیوند اشتراکی $C-H$ بوده و نسبت تعداد پیوند دوگانه به تعداد پیوندهای $C-H$ در آن برابر با $1/1$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- پس از موازنه معادله‌های زیر، نسبت مجموع ضرایب مواد در واکنش I به مجموع ضرایب مواد در واکنش II کدام است و مجموع ضرایب مواد گازی در این دو واکنش، چند برابر مجموع ضرایب مواد محلول در این واکنش‌ها است؟



۱، ۱ (۴)

۰/۱، ۲ (۳)

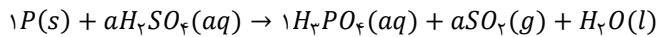
۰/۱، ۱ (۲)

۱، ۲ (۱)

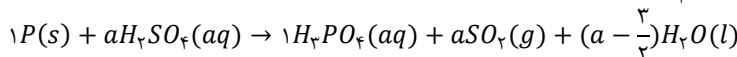
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۰۰٪)

پاسخ تشریحی:

در واکنش اول، پیچیده‌ترین ترکیب H_2PO_4 است. به همین دلیل برای موازنه ضریب ۱ را به H_2PO_4 می‌دهیم. ضریب $P(s)$ نیز برابر با یک می‌شود. چون موازنه به بن‌بست می‌خورد، ضریب H_2SO_4 و SO_2 را برابر با a قرار می‌دهیم تا تعداد اتم گوگرد نیز در دو سمت برابر شود. در این حالت، معادله واکنش به صورت زیر در می‌آید:



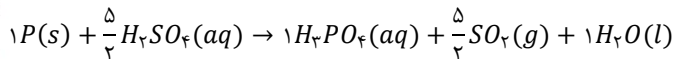
به منظور موازنه تعداد اتم هیدروژن در معادله واکنش، ضریب آب را نیز برابر با $a - \frac{3}{2}$ قرار می‌دهیم. بر این اساس، داریم:



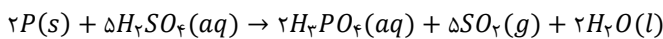
در قدم بعد، معادله مربوط به موازنه تعداد اتم اکسیژن در دو سمت این واکنش را تشکیل می‌دهیم تا مقدار a بدست بیاید. در این رابطه، داریم:

$$4a = 4 + 2a + (a - \frac{3}{2}) \implies a = 2/5$$

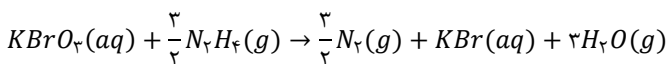
بر این اساس، معادله مورد نظر به صورت زیر می‌شود:



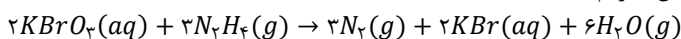
اتم‌های موجود در دو طرف معادله واکنش موازنه شده‌اند. کافی است همه ضرایب را در ۲ ضرب کنیم تا ضرایب کسری از بین برود. بر این اساس، داریم:



برای موازنه واکنش دوم، ابتدا ضریب ۳ را قبل از H_2O و ضریب $\frac{3}{2}$ را نیز قبل از N_2 و N_2H_4 قرار می‌دهیم. در این حالت، طبق معادله زیر همه اتم‌ها در دو طرف موازنه می‌شوند:



برای از بین بردن ضرایب کسری دو طرف معادله را ۲ ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:



مجموع ضرایب مواد در هر دو واکنش برابر با ۱۶ و مجموع ضرایب مواد گازی و محلول هم برابر ۱۱ است.

گروه آموزشی ماز

۸۵- چند مورد از مطالب زیر درباره مولکول AD_3 می‌تواند درست باشد؟ (همه اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند).

- اگر مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در آن برابر ۲۴ باشد، این مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.
- عنصرهای A و D می‌توانند در ساختار موادی شرکت کنند که در حالت مذاب و محلول رسانای جریان الکتریسیته باشند.
- اگر تعداد پیوندهای اشتراکی AD_3 برابر با تعداد پیوندهای اشتراکی HCN باشد، مدل فضا پرکن آن مانند آمونیاک است.
- اگر شمار جفت الکترون ناپیوندی در AD_3 ، $2/5$ برابر این الکترون‌ها در اوره باشد، مخلوط این دو ماده نور را پخش نمی‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

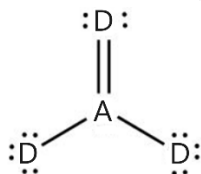
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰٪)

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که همه اتم‌ها در AD_3 به آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند، عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

مورد اول: اگر مجموع شمار الکترون های موجود در لایه ظرفیت اتم ها در AD_3 برابر با ۲۴ عدد باشد، ساختار این گونه شیمیایی به صورت زیر است:



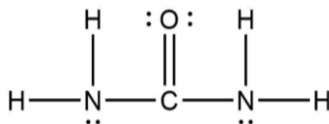
ساختار مورد نظر، یک مولکول ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند.

مورد دوم: عنصرهای A و D هر دو نافلز هستند و می توانند در واکنش با فلزات ترکیب های یونی مختلفی را تشکیل دهند. ترکیب های یونی در حالت مذاب و محلول، رسانای جریان الکتریسته هستند.

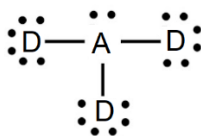
مورد سوم: مولکول HCN با همان هیدروژن سیانید، دارای ۴ پیوند اشتراکی است. اگر مولکول AD_3 نیز در ساختار خود ۴ پیوند اشتراکی داشته باشد، ساختار آن معادل با ساختاری می شود که بالاتر رسم شد. در این ساختار، اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی است به همین دلیل مدل فضا پرکن آن نمی تواند مانند آمونیاک و به صورت برآمده باشد. مدل فضاپرکن آمونیاک به صورت زیر است:



مورد چهارم: با توجه به ساختار اوره که در زیر آمده است، این مولکول دارای دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی است.



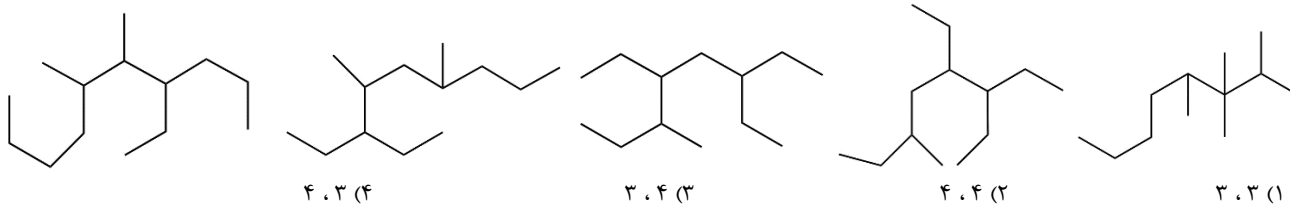
پس AD_3 دارای ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی ($4 \times 2/5 = 10$) است و ساختار آن به شکل زیر است:



اتم مرکزی در ساختار داده شده دارای یک جفت الکترون ناپیوندی بوده و این ذره، یک مولکول قطبی است و به همین دلیل در اوره محلول است. چون این دو ماده محلول در یکدیگر هستند، مسیر عبور نور در مخلوط AD_3 و اوره مشخص نیست. به عبارت دیگر مخلوط این دو ترکیب نور را پخش نمی کند.

گروه آموزشی ماز

۸۶- از میان آلکان های داده شده، چند ماده با هم ایزومر بوده و مجموع شماره اتم های کربن از زنجیر اصلی که شاخه های فرعی روی آن ها قرار می گیرند، در چند ترکیب برابر با تعداد اتم های کربن آن آلکان است؟



پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ شریعی:

نام آلکان های داده شده از راست به چپ به صورت ۴،۳،۳،۲-ترامتیل اوکتان، ۴،۳-دی اتیل ۶-متیل اوکتان، ۶،۴-دی اتیل ۳-متیل اوکتان، ۳-اتیل ۶،۴-دی متیل نونان و ۴-اتیل ۶،۵-دی متیل دکان است. آلکان های دوم، سوم و چهارم با هم ایزومر هستند. توجه داریم که ایزومرها فرمول مولکولی یکسان، اما فرمول ساختاری متفاوت دارند. فرمول مولکولی این سه آلکان به صورت $C_{13}H_{28}$ است، اما نحوه اتصال اتم ها در آن ها تفاوت دارد.

بخش عمده هیدروکربن های موجود در نفت خام را آلکان ها تشکیل می دهند. آلکان ها جز هیدروکربن های سیر شده بوده و تمایل چندانی به انجام واکنش های شیمیایی ندارند. در آلکان ها همه پیوندهای موجود در بین اتم ها یگانه هستند. با توجه به سیر شده بودن مولکول های سازنده آلکان ها، این مواد تمایل چندانی به انجام واکنش های شیمیایی با مواد دیگر ندارند. این ویژگی سبب می شود تا میزان سمی بودن آلکان ها کمتر شده و استنشاق آنها بر شش ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد. البته، استنشاق آلکان ها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دمی شده و از انتقال گازهای تنفسی در شش ها جلوگیری می کند و به همین خاطر، نفس کشیدن دشوار می شود. بر این اساس، اگر میزان بخارهای وارد شده به شش ها زیاد باشد، حتی می تواند سبب مرگ فرد شود.

مجموع شماره اتم‌های شاخه‌دار در این آلکان‌ها به ترتیب برابر با ۱۲، ۱۳، ۱۳ و ۱۵ می‌باشد، پس می‌توان گفت که در آلکان‌های شماره اول، دوم، سوم و چهارم، مجموع شماره کربن‌های شاخه‌دار برابر با تعداد اتم‌های کربن است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- چند عبارت زیر، می‌تواند جای خالی موجود در جمله زیر را به درستی پر کند؟

«..... در مولکول پارازایلن، در مقایسه با مولکول نفتالن بیشتر است.»

- گشتاور دوقطبی
- درصد جرمی اتم‌های هیدروژن
- تعداد پیوندهای دوگانه
- نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به شمار پیوندهای $C-C$
- شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر
- نقطه جوش

۴ (۴)

۳ (۳)

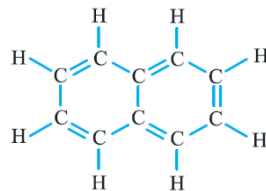
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ تشریحی:

دو مورد از موارد داده شده (درصد جرمی اتم‌های هیدروژن و نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به شمار پیوندهای $C-C$) در مولکول پارازایلن بیشتر از نفتالن است. فرمول مولکولی پارازایلن و نفتالن به ترتیب $C_{10}H_8$ و $C_{10}H_{12}$ بوده و ساختار این دو ترکیب در زیر آورده شده است.

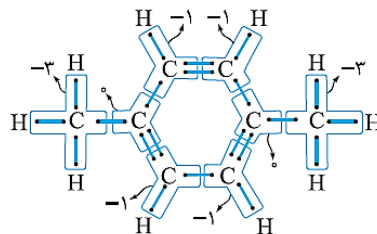


بررسی موارد:

مورد اول: هر دو ترکیب هیدروکربن هستند و همانطور که می‌دانیم، گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر است.

مورد دوم: پارازایلن در ساختار مولکولی خود ۳ پیوند دوگانه و نفتالن ۵ پیوند دوگانه دارد.

مورد سوم: هر دو ترکیب، دو اتم کربن با عدد اکسایش صفر در ساختار مولکولی خود دارند. تصویر زیر، ساختار باز پارازایلن و عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در آن را نشان می‌دهد:



مورد چهارم: درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در پارازایلن ($C_{10}H_{12}$) و نفتالن ($C_{10}H_8$) را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{10}{106} \times 100 \approx 9.43 \quad \text{پارازایلن}$$

$$\frac{8}{128} \times 100 = 6.25 \quad \text{نفتالن}$$

مورد پنجم: نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به شمار پیوندهای $C-C$ در پارازایلن برابر ۲ و این نسبت در نفتالن برابر $1/3$ است.

مورد ششم: جرم مولی نفتالن بیشتر از پارازایلن است و همانطور که می‌دانیم، در ترکیبات ناقطبی هر چه جرم مولی بیشتر باشد، نقطه جوش بیشتر است.

پارازایلن یک هیدروکربن حلقوی سیرنشده و آروماتیک با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{12}$ است که از تقطیر نفت خام به دست می‌آید. با توجه به ساختار پارازایلن، ترفتالیک اسید را می‌توان از اکسایش این ماده به دست آورد. در فرایند تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، از محلول بنفش رنگ حاوی پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) به عنوان عامل اکسند استفاده می‌شود. توجه داریم که در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، یون پرمنگنات (یونی که عدد اکسایش اتم منگنز در آن برابر با +۷ بوده و فرمول شیمیایی آن به صورت MnO_4^- است) کاهش یافته و به منگنز (IV) اکسید یا همان MnO_2 تبدیل می‌شود. طی این فرایند، عدد اکسایش منگنز به اندازه ۳ واحد تغییر می‌کند. با وجود غلظت بالای پتاسیم پرمنگنات در محلول، باز هم شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی‌شود؛ مگر آنکه دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. با توجه به این قسمت از متن کتاب درسی، می‌توان گفت در دمای بالا شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۸- اگر آنتالپی سوختن متان و متانول به ترتیب برابر با -۸۹۰ و -۷۲۵ کیلوژول بر مول باشد، کدام مطلب نادرست است؟

$$(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-1})$$

۱) ارزش سوختی متان به تقریب $۲/۴۵$ برابر ارزش سوختی متانول است.

۲) مقدار CO_2 تولید شده از سوختن یک گرم متان، ۲ برابر CO_2 تولید شده از سوختن یک گرم متانول است.

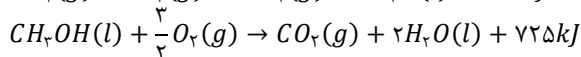
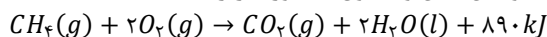
۳) در واکنش سوختن متانول به ازای مصرف $۱۰/۰۸$ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP ، $۲۱/۷۵$ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

۴) سوختن $۰/۵$ مول متان می‌تواند دمای ۱۰۰ کیلوگرم از یک فلز با گرمای ویژه $۰/۴۴۵ J g^{-1} ^\circ C^{-1}$ را $۱۰^\circ C$ افزایش دهد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ شریعی

آنتالپی سوختن، مقدار گرمای آزاد شده به ازای مصرف یک مول از ماده را نشان می‌دهد. واکنش سوختن متان و متانول به صورت زیر است:



مقدار انرژی آزاد شده به ازای مصرف $۱۰/۰۸$ لیتر گاز اکسیژن در واکنش سوختن متانول را به دست می‌آوریم:

$$انرژی = \frac{-۷۲۵ kJ}{۱/۵ mol O_2} \times \frac{۱ mol O_2}{۲۲/۴ L O_2} \times ۱۰/۰۸ L O_2 = -۲۱۷/۵ kJ$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ارزش سوختی، نشان‌دهنده مقدار انرژی آزاد شده به ازای سوختن یک گرم از یک ماده است. با توجه به جرم مولی متان و متانول می‌توان ارزش سوختی این دو ماده را به دست آورد. در این رابطه، داریم:

$$ارزش سوختی متان = \frac{|\Delta H|}{جرم مولی} = \frac{۸۹۰}{۱۶} \approx ۵۵/۶ kJ \cdot g^{-1}$$

$$ارزش سوختی متانول = \frac{|\Delta H|}{جرم مولی} = \frac{۷۲۵}{۳۲} \approx ۲۲/۷ kJ \cdot g^{-1}$$

نسبت این دو ارزش سوختی برابر با:

$$\frac{۵۵/۶}{۲۲/۷} \approx ۲/۴۵$$

۲) چون جرم مولی متان نصف جرم مولی متانول است، پس اگر یک گرم از این دو ماده در اختیار داشته باشیم، شمار مول‌های متانول نصف شمار مول‌های متان می‌شود. با توجه به معادله موازنه شده سوختن، مقدار گاز CO_2 تولید شده به ازای سوختن یک گرم متان، دو برابر یک گرم متانول خواهد شد.

۴) آنتالپی سوختن متان برابر با -۸۹۰ کیلوژول بر مول است. بر این اساس، می‌توان گفت گرمای آزاد شده به ازای مصرف $۰/۵$ مول متان برابر -۴۴۵ کیلوژول است. طبق رابطه زیر، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow -۴۴۵ = ۱۰۰ \times ۰/۴۴۵ \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = ۱۰^\circ C$$

به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک ماده سوختنی، ارزش سوختی گفته می‌شود. به عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتین ۵۰ کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با ۵۰ کیلوژول بر گرم ($kJ \cdot g^{-1}$) است. برای محاسبه ارزش سوختی یک نمونه ماده، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$ارزش سوختی = \frac{\text{مقدار انرژی آزاد شده بر حسب کیلوژول}}{\text{جرم نمونه‌ی ماده بر حسب گرم}}$$

بین آنتالپی سوختن یک ماده و ارزش سوختی آن رابطه زیر برقرار است:

$$ارزش سوختی (kJ \cdot g^{-1}) = \frac{|\text{آنتالپی سوختن (kJ} \cdot \text{mol}^{-1})|}{\text{جرم مولی (g} \cdot \text{mol}^{-1})}$$

ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها با هم برابر بوده و مقدار آن کمتر از ارزش سوختی چربی‌ها است. میزان انرژی مورد نیاز بدن هر فرد به وزن، سن و میزان فعالیت‌های روزانه‌ی او بستگی دارد. با توجه به ارزش سوختی بالاتر چربی‌ها در مقایسه با سایر مواد غذایی، مقدار اضافی از مواد و انرژی دریافتی از مواد غذایی عمدتاً به شکل چربی درآمده و در بدن ذخیره می‌شود و چاقی را به دنبال دارد. البته از آنجا که فرایند گوارش و جذب کربوهیدرات‌ها در مقایسه با پروتئین‌ها و چربی‌ها با سرعت بسیار بیشتری انجام می‌شود، اگر بدن فردی نیاز فوری و ضروری به تأمین انرژی داشته باشد، باید مواد غذایی را به آن فرد بدهیم که درصد بالایی از کربوهیدرات‌ها را در خود داشته باشند.

۸۹- اگر A ، D و E به ترتیب ساده ترین آلدهید، کتون، اسید و استر باشند، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

($O = 16$, $C = 12$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

آ: مواد E و X برخلاف A و D با هم ایزومر هستند.

ب: عدد اکسایش یکی از اتم های کربن در X برابر با عدد اکسایش یک اتم کربن در D است.

پ: نسبت درصد جرمی اکسیژن به کربن در X برابر با این نسبت در ترفتالیک اسید است.

ت: نسبت شمار اتم (های) کربن به شمار اتم (های) هیدروژن در هر چهار ترکیب، برابر با 0.5 است.

(۴) آ، ت

(۳) پ، ب

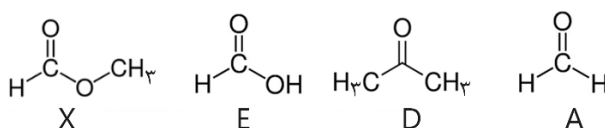
(۲) آ، پ

(۱) ب، ت

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی

ترکیب های A ، D و E به ترتیب معادل با فرمالدهید (CH_2O)، استون (C_3H_6O)، فورمیک اسید (CH_2O_2) و متیل متانوات ($C_2H_4O_2$) هستند، که ساختار آن ها در زیر آورده شده است.

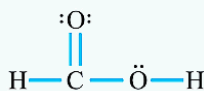


در رابطه با این ۴ ماده، عبارت های (آ) و (پ) نادرست هستند.

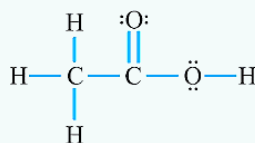
بررسی موارد

آ: فرمول مولکولی E و X یکسان نیست و این دو ترکیب مانند A و D ایزومر نیستند.

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب های آلی هستند که در ساختار آن ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی (مولکول هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می توان به صورت $R-COOH$ نشان داد که در آن R نشان دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره ی هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن ها کوچکتر از ۷ است. این ترکیب ها مزه ی ترش دارند به طوری که مزه ی ترش میوه هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول هایی در این میوه ها نسبت می دهند. متانوئیک اسید یا همان فورمیک اسید به فرمول شیمیایی $HCOOH$ اولین عضو خانواده ی کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه ی سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می شود. ساختار مولکول های این ماده به صورت زیر است:



اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH ، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده ی کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانواده ی کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. ساختار مولکولی این ماده به صورت زیر است:



توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیر شده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

ب: عدد اکسایش کربن موجود در ساختار گروه عاملی در مواد X و D برابر با $+2$ است.

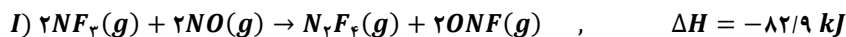
پ: فرمول مولکولی ترفتالیک اسید به صورت $C_8H_6O_4$ و نسبت درصد جرمی اکسیژن به کربن در آن برابر است با 0.66 است. مقدار این نسبت در ساختار ترکیب X نیز برابر با $1/33 = \frac{2 \times 16}{3 \times 12}$ است.

ت: نسبت شمار اتم های کربن به شمار اتم های هیدروژن در هر چهار ترکیب برابر با 0.5 است.

گروه آموزشی ماز

۹۰- با توجه به واکنش های ترموشیمی زیر، اگر 16 گرم مس در واکنش $2NF_3(g) + Cu(s) \rightarrow N_2F_4(g) + CuF_2(s)$ با بازده 80 درصد مصرف شود،

چند کیلوژول انرژی مبادله می شود؟ ($Cu = 64 \text{ g} \cdot mol^{-1}$)



۹۰/۷۵ (۴)

۳۰/۰۱ (۳)

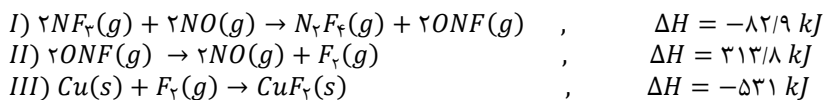
۶۰/۰۲ (۲)

۷۰/۰۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

برای محاسبه مقدار تغییر آنتالپی واکنش $2NF_3(g) + Cu(s) \rightarrow N_2F_4(g) + CuF_2(s)$ باید واکنش اول را بدون تغییر نوشته، واکنش دوم را معکوس و در ۲ ضرب کرده و با واکنش سوم جمع کنیم. معادله واکنش های جدید ایجاد شده به صورت زیر است:



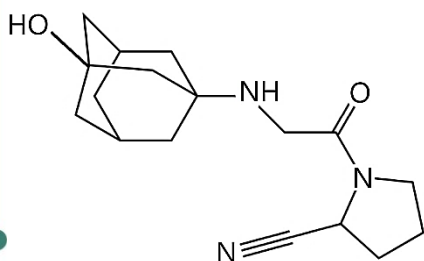
بر این اساس، داریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = -82/9 + 313/8 - 531 = -300/1 \text{ kJ}$$

سپس گرمای آزاد شده به ازای مصرف ۱۶ گرم مس، در واکنش با بازده ۸۰ درصد را حساب می کنیم:

$$? \text{ kJ} = 16 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{-300/1 \text{ kJ}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{80 \text{ مقدار عملی}}{100 \text{ مقدار نظری}} = -60/02$$

گروه آموزشی ماز



(۴) آ - ت

(۳) ب - پ - ث

(۲) پ - ث

(۱) آ - پ - ث

۹۱- با توجه به ساختار زیر، کدام موارد داده شده درست هستند؟

آ: در آن اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود ندارد.

ب: همانند سیانواتن، می تواند در واکنش بسپارش شرکت کند.

پ: لکه حاصل از آن را برخلاف لکه حاصل از وازلین، می توان با آب زدود.

ت: تعداد جفت الکترون ناپیوندی آن برابر با اختلاف تعداد اتم H و C است.

ث: یکی از گروه های عاملی موجود در آن، در یکی از ترکیب های آلی موجود در گشنیز نیز وجود

دارد.

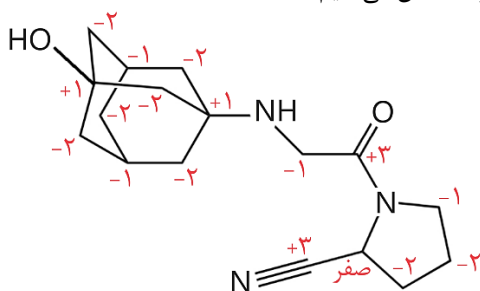
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{17}H_{25}N_2O_2$ است. با توجه به ساختار این ماده، موارد (پ) و (ث) درست هستند.

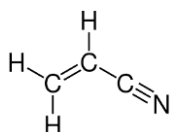
بررسی موارد:

آ: عدد اکسایش اتم های کربن در ساختار این ماده را مشخص می کنیم:



همانطور که مشخص است، عدد اکسایش یکی از اتم های کربن آن برابر صفر است.

ب: برای اینکه ترکیبی بتواند در واکنش بسپارش شرکت کند، باید در زنجیر هیدروکربنی خود دارای پیوند $C = C$ باشد. این ترکیب فاقد این ویژگی است و برخلاف سیانواتن نمی تواند در واکنش بسپارش شرکت کند. ساختار سیانواتن در زیر آورده شده است:



توجه داریم که در ساختار ترکیب مورد نظر، گروه های آمینی و اسیدی نیز به صورت هم زمان وجود ندارند و به همین خاطر، این ماده در واکنش تولید پلی آمیدها نیز نمی تواند شرکت کند.

پ: وازلین ترکیبی ناقطبی است در حالی که ترکیب داده شده به علت دارا بودن گروه‌های عاملی الکلی، آمینی و آمیدی، یک ترکیب قطبی محسوب می‌شود و لکه حاصل از آن را برخلاف وازلین می‌توان با آب پاک کرد.

مولکول‌های سازنده برخی از ترکیب‌ها از جمله الکل‌ها، آمین‌ها و کربوکسیلیک اسیدها، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده است. در این گروه از مواد، بین بخش قطبی و ناقطبی رقابت ایجاد شده و رفتارهای کلی مولکول‌های سازنده به میزان قدرت هر بخش بستگی دارد. در این گروه از مولکول‌ها، اگر قدرت بخش قطبی نسبت به بخش ناقطبی بیشتر باشد (بخش قطبی بر بخش ناقطبی غلبه کند)، مولکول در مجموع قطبی بوده و در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شود. در نقطه مقابل، اگر در این مولکول‌ها قدرت بخش ناقطبی نسبت به بخش قطبی بیشتر باشد (بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کند)، مولکول در مجموع ناقطبی بوده و در حلال‌های ناقطبی مثل بنزین و چربی حل می‌شود.

ت: اتم نیتروژن و اکسیژن به ترتیب دارای یک جفت و دو جفت الکترون ناپیوندی هستند. بنابراین ترکیب مورد نظر، دارای ۷ جفت الکترون ناپیوندی است، اما اختلاف تعداد اتم‌های هیدروژن و کربن آن برابر با ۸ است.

ث: در یکی از ترکیبات آلی موجود در برگ گیاه گشنیز، گروه عاملی الکلی (هیدروکسیل) وجود دارد که این گروه عاملی در ترکیب مطرح شده در صورت سوال نیز مشاهده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- چند مورد از عبارت‌های زیر، درست است؟ ($1/8 \times 10^{-5} = K_a$ اتانویک اسید و $H = 1$ و $O = 16$)

آ: طبق نظریه آرنیوس، ترکیبی که در ساختار خود گروه هیدروکسیل دارد، قطعاً باز آرنیوس است.

ب: در دمای ثابت، با افزایش غلظت یک اسید ضعیف در محلول آبی آن، درجه یونش اسید تغییر نمی‌کند.

پ: همه پاک‌کننده‌های خورنده $pH < 7$ داشته و در واکنش با آلاینده‌ها، فراورده‌هایی با پایداری بیشتر تولید می‌کنند.

ت: از واکنش 350 mL محلول اتانویک اسید با $pH = 2/5$ با مقدار کافی از ساده‌ترین آمین، $3/15 \text{ g}$ آب تولید می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

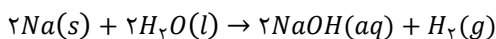
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)



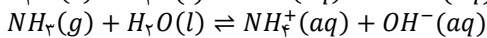
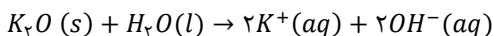
تنها مورد (ت) درست است.



آ: طبق نظریه آرنیوس، مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید را افزایش می‌دهند، به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند. اکسیدهای فلزی و برخی از عناصر فلزی با حل شدن در آب، یون هیدروکسید تولید می‌کنند و باز آرنیوس محسوب می‌شوند. به عنوان مثال، فلز سدیم یک باز آرنیوس محسوب می‌شود و واکنش شیمیایی آن با آب، به صورت زیر است:



یک نمونه از NaOH نیز با حل شدن در آب تفکیک شده و باعث افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود و یک باز آرنیوس محسوب می‌شود. ترکیباتی مثل NH_3 و K_2O نیز طبق معادله‌های زیر در آب حل می‌شوند:



این مواد، در ساختار خود یون هیدروکسید ندارند، اما می‌توانند با حل شدن در آب به ترتیب تفکیک و یونیده شده و یون هیدروکسید تولید کنند، به همین دلیل باز آرنیوس محسوب می‌شوند. توجه داریم که هر ترکیبی که در ساختار خود گروه هیدروکسیل (گروه عاملی الکلی) داشته باشد، نمی‌تواند باز آرنیوس باشد. به عنوان مثال، الکل‌های یک عاملی یا چند عاملی که در ساختار خود گروه هیدروکسیل دارند، با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را تغییر نمی‌دهند و باز آرنیوس نیستند.

آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. او بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد. یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، اما میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نبوده و هر محلول، رسانایی الکتریکی متفاوتی با سایر محلول‌ها دارد. البته، توجه داریم که شواهد تاریخی نشان می‌دهند پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با برخی از واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.

ب: درجه یونش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}}$$

اسیدها را می‌توان بر مبنای میزان یونش آن‌ها در آب در دو دسته قوی و ضعیف جای داد. میزان یونش اسیدهای قوی در آب را می‌توان کامل در نظر گرفت ($\alpha \cong 1$). اسیدهای ضعیف در آب به میزان جزئی یونیده می‌شوند ($\alpha < 1$) و شمار یون‌ها در محلول آن‌ها کم است. مقدار α علاوه بر دما، به غلظت اولیه اسید نیز بستگی دارد. این در حالی است که ثابت یونش اسیدی (K_a) فقط به دما بستگی دارد. به همین دلیل، K_a برای مقایسه قدرت اسیدی مناسب‌تر است.

توجه داریم که غلظت اسید، با α^2 رابطه عکس دارد. بر این اساس، می‌توان گفت با افزایش غلظت یک اسید ضعیف در محلول آن در دمای ثابت، درجه یونش آن کاهش می‌یابد. در این رابطه، داریم:

$$K_a = M\alpha^{\gamma} \rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

پ: برخی از پاک‌کننده‌های خورنده مانند محلول لوله بازکن (سدیم هیدروکسید) خاصیت بازی ($pH > 7$) دارند، اما برخی مانند جوهر نمک (هیدروکلریک اسید) خاصیت اسیدی ($pH < 7$) دارند. همه پاک‌کننده‌های خورنده، مواد فعال بوده و طی واکنش‌های خودبه‌خودی، فرآورده‌هایی پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها را تولید می‌کنند.

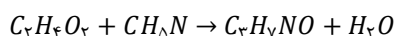
ت: ابتدا غلظت یون هیدرونیوم و اتانویک اسید را حساب می کنیم:

$$pH = -\log[H^+] \rightarrow [H^+] = 1 \cdot 10^{-7.5} = 3.16 \times 10^{-8}$$

$$K_a = \frac{[H^+] \times [H_2C_2O_4]}{[HC_2O_4^-]} = \frac{[H^+] \times [H_2C_2O_4]}{[HC_2O_4^-]} = 10^{-4.25} = 5.62 \times 10^{-5}$$

$$\rightarrow 10^{-4.25} = \frac{3.16 \times 10^{-8} \times [H_2C_2O_4]}{[HC_2O_4^-]} \rightarrow [HC_2O_4^-] = \frac{3.16 \times 10^{-8} \times [H_2C_2O_4]}{5.62 \times 10^{-5}} \rightarrow [HC_2O_4^-] = 0.56 \times 10^{-3} = 5.6 \times 10^{-4}$$

واکنش اتانویک اسید یا متیل آمین به صورت زیر است:



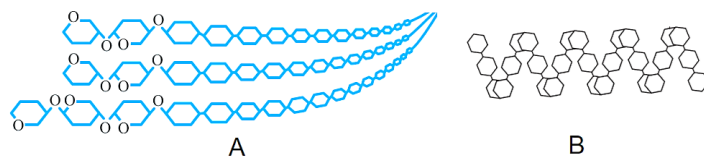
بر این اساس، داریم:

$$? g \text{ H}_2\text{O} = .175 \text{ L} \times \frac{.1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{O}_2}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{O}_2} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 3.15 \text{ g}$$

هر روز، در بخش‌های مختلف زندگی روزمره، مقادیر متفاوتی از مواد شیمیایی گوناگون مصرف می‌شوند که در اغلب آن‌ها اسیدها و بازها نقش مهمی دارند. اسیدها مزه ترش دارند و در تماس با پوست، سبب ایجاد سوزش می‌شوند. بازها نیز مزه تلخ داشته و در سطح پوست، همانند صابون احساس لیزی ایجاد می‌کنند. اغلب اسیدهایی که در زندگی روزمره با آن‌ها سروکار داریم، در دسته اسیدهای ضعیف قرار می‌گیرند. به عنوان مثال، اسیدهای موجود در سرکه سیب، انگور، ریواس و مرکبات مانند پرتقال و لیمو از جمله اسیدهای خوراکی و ضعیف هستند.

گروه آموزشی ماز

۹۳- با توجه به پلیمرهای زیر، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- (۱) مونومر سازندهٔ این دو ترکیب، با انحلال در آب، نوعی الکترولیت ضعیف ایجاد می‌کند.
- (۲) مونومر سازندهٔ هر دو ترکیب داده شده یکسان بوده و دارای گروه عاملی اتری و آمینی است.
- (۳) الیاف پنبه از ماده B ساخته شده و ترکیب A در گندم یافت شده و در محیط گرم و مرطوب، به آرای تجزیه می‌شود.
- (۴) شمار اتم‌های سازندهٔ هر دو مولکول، برخلاف شمار اتم‌ها در ساختار نفتالن و جریب، موجود در کوهان شتر، بسیار زیاد است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

شکل A و B، به ترتیب پلیمرهای سلولز و نشاسته را نشان می‌دهد. سلولز و نشاسته برخلاف نفتالن ($C_{10}H_8$) و چربی موجود در کوهان شتر ($C_{57}H_{110}O_6$) پلیمر محسوب می‌شوند و شمار اتم‌های موجود در ساختار آن‌ها به ده‌ها هزار می‌رسد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) مونومر سازنده هر دو مولکول گلوکز است و همان طور که می دانیم، گلوکز با برقراری پیوند هیدروژنی در آب حل شده و یونیده نمی شود و محلول آبی آن غیرالکترولیت است. این محلول، جریان الکتریسیته را از خود عبور نمی دهد.
- ۲) مونومر سازنده سلولز و نشاسته، گلوکز است. گلوکز در ساختار خود گروه عاملی اتری و هیدروکسیل دارد، اما این ماده فاقد گروه عاملی آمینی و اتم های نیتروژن است.
- ۳) سلولز در پنبه و نشاسته در گندم وجود دارد. شیمی دان ها بر اساس یافته های تجربی دریافته اند که مولکول های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب یا کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب به آرامی به مونومر های سازنده خود (گلوکز) تجزیه می شوند و مزه شیرین ایجاد می کنند.

پنبه و پشم انواعی از الیاف طبیعی هستند که در طبیعت یافت می‌شوند. آمارها نشان می‌دهد که حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود. از پنبه افزون بر تولید پوشاک، در تولید رویهٔ مبلی، پرده، تور ماهیگیری و گاز استریل نیز استفاده می‌شود. پنبه از الیاف سلولز تشکیل شده است و هر رشته سلولز نیز زنجیر بسیار بلندی است که از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر ساخته می‌شود. واحد تکرارشونده این پلیمر توسط گروه عاملی اتری به واحد کناری متصل شده است.

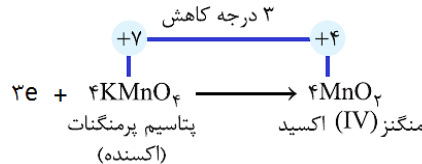
۹۴- در نیم واکنش تبدیل یون پرمنگنات به منگنز (IV) اکسید، یون پرمنگنات در نقش بوده و نماد الکترون در معادله این نیم واکنش در سمت قرار گرفته و عدد اکسایش اتم منگنز در این فرایند به اندازه واحد تغییر می کند.

- (۱) کاهنده - راست - ۴ (۲) اکسنده - چپ - ۴ (۳) کاهنده - راست - ۳ (۴) اکسنده - چپ - ۳

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

عدد اکسایش منگنز در یون پرمنگنات برابر با +۷ است. بخشی از معادله نیم واکنش انجام شده نیز به صورت زیر خواهد بود:



طی این فرایند، یون پرمنگنات کاهش پیدا کرده است، پس این یون به عنوان گونه ی اکسنده ایفای نقش کرده است. طی این فرایند، عدد اکسایش هر اتم منگنز به اندازه ی ۳ واحد کاهش پیدا کرده است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام مورد از مطالب زیر درست است؟

- آ: در سلول برقکافت آب، حجم گاز تولید شده در سمت آند بیشتر از سمت کاتد است.
ب: انرژی شبکه بلور ماده ای که برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید به آن افزوده می شود، از سدیم کلرید بیشتر است.
پ: فراورده حاصل در قطب مثبت فرایند برقکافت $\text{NaCl}(l)$ ، با فراورده کاتدی برقکافت آب، در دمای اتاق واکنش می دهند.
ت: واکنش سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، عکس واکنش برقکافت آب بوده و جهت جریان H^+ در غشای مبادله کننده از کاتد به آند است.

- (۱) ب - پ (۲) آ - ت (۳) آ - ب - ت (۴) پ - ت

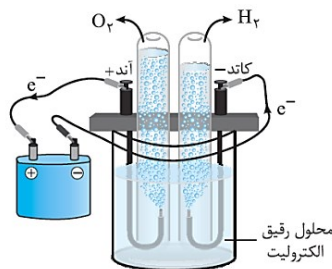
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

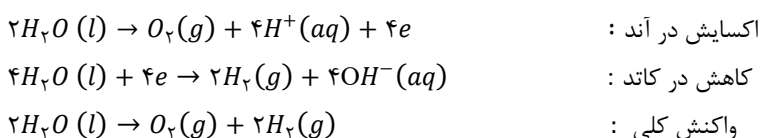
موارد (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: سلول های الکتروشیمیایی که در آن با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از درون یک الکترولیت می توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش راند، سلول های الکترولیتی نام دارند. برقکافت آب، یک نمونه از واکنش هایی است که در سلول های الکترولیتی انجام می شود. شکل زیر دستگاهی را نشان می دهد که در آن با عبور جریان الکتریکی آب به عنصرهای سازنده اش تجزیه می شود:



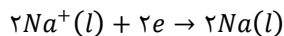
نیم واکنش های انجام شده هنگام برقکافت آب به صورت زیر است:



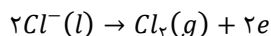
مطابق واکنش کلی از تجزیه دو مول آب یک مول گاز اکسیژن در آند و دو مول گاز هیدروژن در کاتد تولید می شود. به دلیل تولید گاز بیشتر، سطح آب در بخش کاتدی پایین تر از آندی قرار دارد.

ب: سدیم کلرید خالص در 801°C ذوب می شود. افزودن مقداری کلسیم کلرید به آن دمای ذوب را تا حدود 578°C پایین می آورد. در کلسیم کلرید (CaCl_2) بار کاتیون به اضافه قدر مطلق بار آنیون برابر با ۳ و در سدیم کلرید (NaCl) این مقدار برابر ۲ است. به همین دلیل، می توان گفت انرژی شبکه بلور کلسیم کلرید از سدیم کلرید بیشتر است.

پ: نیم واکنش های کاتدی و آندی در فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب به صورت زیر است:

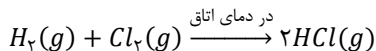


کاهش در کاتد :

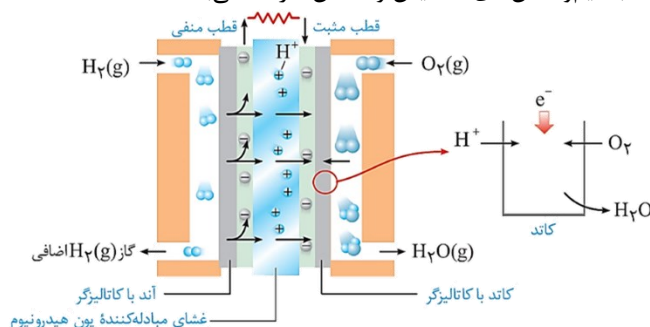


اکسایش در آند :

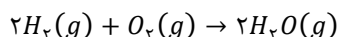
در سلول های الکترولیتی برخلاف سلول های گالوانی کاتد قطب منفی و آند قطب مثبت است. فراورده قطب مثبت در برقکافت سدیم کلرید مذاب گاز کلر است که می تواند در دمای اتاق با فراورده کاتد برقکافت آب یعنی گاز هیدروژن، به آرامی واکنش دهد. معادله این واکنش به صورت زیر است:



ت: سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است که شیمی دان ها برای تامین انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست پیشنهاد می دهند. این سلول ها افزون بر کارایی بیشتر می توانند، رد پای کربن دی اکسید را کاهش دهند و منبع انرژی سبز به حساب می آیند. رایج ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن-اکسیژن است. دستگاهی که در آن گاز هیدروژن با گاز اکسیژن به صورت کنترل شده واکنش می دهد و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می شود. همان گونه که شکل نشان می دهد هر سلول سوختی سه جز اصلی دارد به طوری که شامل یک غشاء، الکترود آند و الکترود کاتد است. در این سلول، آند و کاتد دارای کاتالیزگرهایی هستند، که به نیم واکنش های اکسایش و کاهش سرعت می بخشند.



واکنش کلی در چنین سلولی به صورت زیر است:



صرف نظر از حالت فیزیکی H_2O ، واکنش کلی در این سلول را می توان عکس واکنش کلی برقکافت آب در نظر گرفت. مطابق شکل بالا جهت جریان H^+ در غشای مبادله کننده از سمت آند به کاتد است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- دمای ماده ای که در حالت جامد نارسانا است را تا حدود $1420^\circ C$ افزایش می دهیم تا به طور کامل ذوب شود. اگر این ماده در حالت مذاب رسانای جریان

الکتریسیته باشد،

- (۱) با عبور جریان، در این ماده یک واکنش شیمیایی انجام می شود.
- (۲) رسانایی این ماده در حالت مذاب از نوع الکترونی است.
- (۳) در حالت جامد، این ماده از مدل دریای الکترونی پیروی می کند.
- (۴) در بلور جامد آن، امکان مشاهده پیوند اشتراکی وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

جدول زیر، ویژگی های متنوعی از جامدهای بلوری را نشان می دهد:

نوع ماده	کووالانسی	مولکولی	یونی	فلزی
ذرات سازنده	اتم های نافلزی و شبه فلزی	مولکول ها شامل اتم های نافلزی	کاتیون و آنیون	اتم های فلزی
نیروهای بین ذره ای	پیوند اشتراکی (کووالانسی)	پیوند اشتراکی (کووالانسی) و نیروهای بین مولکولی	پیوند یونی	پیوند فلزی (مدل دریای الکترونی)
ساختار ماده	شبکه بلور کووالانسی	مولکول های مجزا و جدا از هم	شبکه بلور یونی	شبکه بلور فلزی
رسانایی الکتریکی	نارسانا (به جز گرافیت و گرافن)	نارسانا	در حالت محلول و مذاب رسانا	رسانا
مثال	SiO_2 - Si - الماس گرافیت - گرافن - SiC و ...	Cl_2 ، F_2 ، SO_2 ، CO_2 ، H_2O ، I_2 ، Br_2 و ...	Na_2SO_4 ، MgO ، $NaCl$ و ... NH_4Cl و ...	فلزهای اصلی مانند Na ، Al ، Ca ، Mg و ... فلزهای واسطه مانند Fe ، Cr ، V ، Mn و ...

مطابق داده‌های موجود در جدول بالا، فلزها و ترکیب‌های یونی در حالت مذاب رسانا هستند، اما مواد مولکولی و کووالانسی در حالت مایع رسانایی الکتریکی نخواهند داشت. توجه داریم که مواد یونی، مثل ترکیب داده شده در صورت سوال، در حالت جامد نارسانا هستند، اما مواد فلزی در حالت جامد رسانای جریان برق خواهند بود. بر این اساس، می‌توان گفت ترکیب مدنظر صورت سوال، یک ماده یونی است. اگر مواد یونی را به حالت مذاب درآورده و جریان الکتریسیته را از آن‌ها عبور بدهیم، یون‌های موجود در این مواد به سمت الکترودهای موجود در محلول رفته و در نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش شرکت می‌کنند. در چنین شرایطی، ترکیب مورد نظر به عناصر سازنده خود تجزیه می‌شود. توجه داریم که رسانایی الکتریکی مواد یونی در حالت مذاب و یا محلول، بخاطر وجود یون‌های موجود در این مواد است، پس مواد یونی در حالت مذاب و یا محلول از جمله رساناهای یونی به شمار می‌روند. این مواد از مدل دریای الکترونی پیروی نکرده و در ساختار برخی از انواع آن‌ها پیوند اشتراکی یافت می‌شود. به عنوان مثال، در ساختار ذره‌ای آنیون‌های موجود در بلور منیزیم سولفات، پیوند اشتراکی یافت می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۷- اگر pH محلول پتاسیم هیدروکسید برابر ۱۱ و pH محلول نیترواسید ($K_a = 4/5 \times 10^{-4}$) برابر pH محلول 0.03 مولار هیدرویدیک اسید باشد، نسبت جرم هیدروژن برمید مورد نیاز به سدیم هیدروکسید مورد نیاز که به ترتیب باید به آن‌ها اضافه شود تا هر یک را به $pH = 7$ برساند، کدام است؟ (حجم محلول پتاسیم هیدروکسید و نیترواسید به ترتیب ۲۳ و ۹ لیتر است. $H = 1, O = 16, Na = 23, Br = 80, g.mol^{-1}$)

۰/۲۲۵ (۴)

۰/۱۰۱ (۳)

۰/۱۳۵ (۲)

۰/۲۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ شریعی

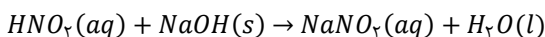
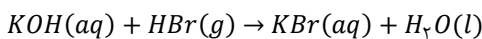
ابتدا غلظت هر محلول را محاسبه می‌کنیم. در رابطه با غلظت پتاسیم هیدروکسید، داریم:

$$pH = 11 \rightarrow pOH = 14 - 11 = 3 \rightarrow [OH^-] = 10^{-3} mol.L^{-1}$$

مقدار pH محلول نیترواسید برابر pH محلول 0.03 مولار اسید قوی هیدرویدیک اسید است. بر این اساس، می‌توان گفت غلظت یون هیدرونیوم در هر دو محلول برابر 0.03 مولار است. با استفاده از ثابت یونش نیترواسید، غلظت اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[H^+]}{[HNO_2]_{\text{اولیه}} - [H^+]} \rightarrow \frac{0.03 \times 0.03}{[HNO_2]_{\text{اولیه}} - 0.03} = 4/5 \times 10^{-4} \rightarrow [HNO_2]_{\text{اولیه}} = 0.023 mol.L^{-1}$$

حجم محلول پتاسیم هیدروکسید و نیترواسید به ترتیب ۲۳ و ۹ لیتر است. محلول پتاسیم هیدروکسید با هیدروژن برمید و محلول نیترواسید با سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود. معادله خنثی‌سازی این مواد به صورت زیر است:



نسبت جرم هیدروژن برمید مورد نیاز به جرم سدیم هیدروکسید مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$? g HBr = 23 L \text{ محلول} \times \frac{10^{-3} mol KOH}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{1 mol HBr}{1 mol KOH} \times \frac{81 g HBr}{1 mol HBr} = 1863 g$$

$$? g NaOH = 9 L \text{ محلول} \times \frac{23 \times 10^{-3} mol HNO_2}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{1 mol NaOH}{1 mol HNO_2} \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH} = 828 g$$

سپس نسبت جرم هیدروژن برمید به جرم سدیم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1863 g}{828 g} = 0.225 \text{ برابر}$$

گروه آموزشی ماز

۹۸- نوعی پاک‌کننده صابونی جامد با جرم مولی $302 g.mol^{-1}$ دارای ۳ پیوند دوگانه در ساختار خود است. در اسید چرب سازنده این پاک‌کننده، حداقل چند اتم کربن با عدد اکسایش ۲- وجود دارد و $18/12$ گرم از این پاک‌کننده با چند گرم محلول که حاوی یون کلسیم با غلظت $4000 ppm$ و یون منیزیم با درصد جرمی $1/2\%$ است، واکنش می‌دهد؟

$$(Ca = 40, Mg = 24, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۵۰، ۱۲ (۴)

۱۰۰، ۱۳ (۳)

۱۰۰، ۱۲ (۲)

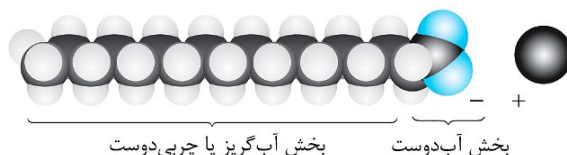
۵۰، ۱۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ شریعی

صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب و صابون مایع، نمک پتاسیم یا آمونیم اسیدهای چرب است. زنجیر هیدروکربنی صابون‌ها ناقطبی و آب‌گریز است و بنابراین، صابون در حلال‌های ناقطبی حل می‌شود.

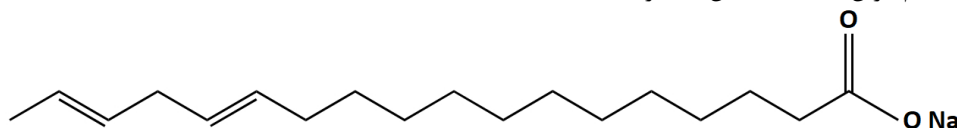
ساختار نوعی از صابون های جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت زیر است:



فرمول شیمیایی صابون های جامد سیر شده به صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ است. با توجه به اینکه در ساختار صابون مورد نظر یک پیوند دوگانه $C=O$ و دو پیوند دوگانه $C=C$ بین اتم های کربن (مجموعاً ۳ پیوند دوگانه) وجود دارد، پس فرمول شیمیایی این صابون به صورت $C_nH_{2n-3}COONa$ می شود. طبق صورت سوال، جرم مولی این صابون جامد برابر ۳۰۲ است. بنابراین داریم:

$$C_nH_{2n-3}COONa : 14n + 64 = 302 \rightarrow n = 17$$

بنابراین فرمول صابون مورد نظر به صورت $C_{17}H_{31}COONa$ است. برای اینکه تعداد کربن های با عدد اکسایش ۲- کمترین باشد، باید اولین کربن زنجیره هیدروکربنی پیوند یگانه داشته باشد و پیوندهای دوگانه از هم فاصله داشته باشند. شکل زیر نمونه ای از یکی از ساختارها با کمترین تعداد کربن با عدد اکسایش ۲- را نشان می دهد که ۱۲ اتم کربن با عدد اکسایش ۲- دارد:



پاک کننده های صابونی، از جمله موادی هستند که از آن ها برای پاک کردن لکه ها و قطره های چربی استفاده می شود. به نمک سدیم، پتاسیم و یا آمونیوم اسیدهای چرب دراز زنجیر، صابون گفته می شود. در واقع، صابون های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب و صابون های جامد نیز نمک سدیم اسیدهای چرب هستند. از آنجا که صابون های جامد دمای ذوب بالاتری دارند، پس می توان گفت اگر یون Na^+ موجود در نوعی صابون را با کاتیون آمونیوم و یا کاتیون K^+ جایگزین کنیم، دمای ذوب آن کاهش می یابد. نقش پاک کنندگی صابون باعث شد تا کاربرد آن از پاکیزگی و تأمین بهداشت فردی و محیط خانه، به مراکز صنعتی، بیمارستانی و اداری نیز گسترش پیدا کند. این روند، سبب رشد چشمگیر صابون سازی و تبدیل آن به یک صنعت بزرگ در جهان شد. این صنعت، نقش چشمگیری در کاهش بیماری گوناگون و افزایش سطح بهداشت در جهان داشته است. در این زمان، عوامل زیر، چون سدی بر سر راه صنعت صابون سازی قرار گرفتند:

- ۱- با افزایش جمعیت جهان، مصرف صابون نیز افزایش یافت.
 - ۲- برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به میزان زیادی چربی به عنوان مواد اولیه نیاز بود و تأمین این میزان چربی، به یک چالش تبدیل شد.
 - ۳- تأمین صابون مورد نیاز جهان به روش های سنتی تقریباً ناممکن بود.
 - ۴- پاک کننده های صابونی در همه شرایط به خوبی عمل نمی کردند و استفاده از آن ها در برخی از موقعیت ها مثل سفرهای دریایی و صنایعی که از آب شور استفاده می کردند، پاسخگوی نیاز انسان نبود.
- نگرانی هایی از این دست، سبب شد تا شیمی دان ها برای شناسایی و تولید دیگر پاک کننده ها ترغیب شوند. شیمی دان ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک کنندگی بالا، بتوان آن ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی دان ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون ها، ساختاری دوگانه دوست (هم چربی دوست و هم آب دوست) داشته باشد. سرانجام آن ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه تولید شده در صنایع پتروشیمی، پاک کننده های غیرصابونی را بسازند.

در قدم بعد، باید غلظت مول های یون کلسیم و یون منیزیم موجود در این آب سخت را حساب کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{ppm \times d}{1000M} \Rightarrow \frac{4000 \times 1}{1000 \times 40} = 0.1 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10ad}{M} \Rightarrow \frac{10 \times 1/2 \times 1}{24} = 0.5 \text{ mol. L}^{-1}$$

بنابراین در هر لیتر محلول مجموعاً ۰/۶ مول یون کلسیم و منیزیم وجود دارد. واکنش انجام شده بین یون های کلسیم و منیزیم با صابون جامد مورد نظر به صورت زیر است:



به آب هایی مانند آب دریا که حاوی مقادیر زیادی از یون های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می شود. صابون های جامد و مایع هر دو با این یون ها تشکیل رسوب می دهند که به صورت لکه های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن ها باقی می ماند. برای مثال واکنش صابون های جامد با یون های Ca^{2+} و Mg^{2+} به صورت زیر است:



هر مول منیزیم یا کلسیم با ۲ مول صابون واکنش می دهد، بنابراین هر لیتر از آب سخت که حاوی ۰/۶ مول یون کلسیم و منیزیم است با ۱/۲ مول صابون واکنش می دهد. بر این اساس، جرم آب مورد نیاز برای واکنش کامل با ۱۸/۱۲ گرم صابون را حساب می کنیم:

$$? g \text{ آب سخت} = 18/12 g C_{17}H_{31}COONa \times \frac{1 \text{ mol } C_{17}H_{31}COONa}{302 g C_{17}H_{31}COONa} \times \frac{1 \text{ L سخت آب}}{1/2 \text{ mol } C_{17}H_{31}COONa} \times \frac{1000 g \text{ سخت آب}}{1 \text{ L سخت آب}} = 50 g$$

بنابراین ۱۸/۱۲ گرم از این صابون جامد با ۵۰ گرم آب سخت به طور کامل واکنش می دهد.

۹۹- جرم آب حاصل از واکنش موازنه نشده $Cr_2O_7^{2-}(aq) + H^+(aq) + H_2S(g) \rightarrow Cr^{3+}(aq) + S(s) + H_2O(l)$ به ازای مصرف ۲۰/۴ گرم H_2S ، برابر جرم آب مصرف شده در سلول نور الکتروشیمیایی است. تعداد الکترون مبادله شده در واکنش اول چند مول است و در سلول نور الکتروشیمیایی، چند گرم سیلیسیم مصرف می‌شود؟

$$(S = 32, Si = 28, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$39/2, 1/2 (4)$$

$$19/6, 1/2 (3)$$

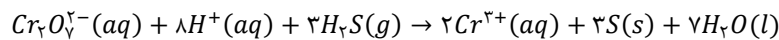
$$19/6, 3/6 (2)$$

$$39/2, 3/6 (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی

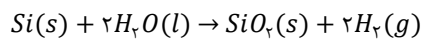
ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



در این واکنش عدد اکسایش کروم از ۶+ به ۳+ رسیده است و عدد اکسایش گوگرد نیز از ۲- به صفر رسیده است. بر این اساس، می‌توان گفت به ازای یک بار انجام شدن این واکنش شیمیایی، مجموعاً ۶ عدد الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود. سپس تعداد مول آب تولید شده به ازای مصرف ۲۰/۴ گرم هیدروژن سولفید را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol H_2O = 20/4 g H_2S \times \frac{1 mol H_2S}{34 g H_2S} \times \frac{7 mol H_2O}{3 mol H_2S} = 1/4 mol$$

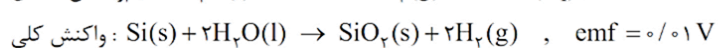
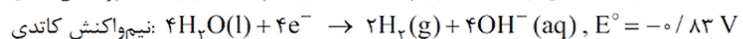
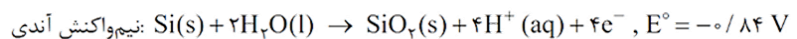
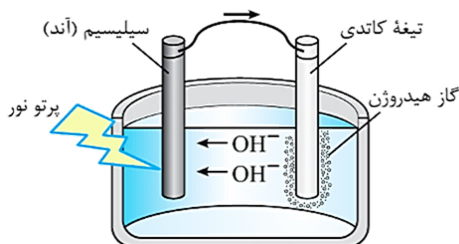
مقدار ۱/۴ مول آب در این واکنش تولید شده است. واکنش انجام شده در سلول نور الکتروشیمیایی به صورت زیر است:



جرم سیلیسیم مصرف شده در این سلول به ازای مصرف ۱/۴ مول آب را محاسبه می‌کنیم:

$$? g Si = 1/4 mol H_2O \times \frac{1 mol Si}{2 mol H_2O} \times \frac{28 g Si}{1 mol Si} = 19/6 g$$

تصویر زیر، نمایی از سلول نورالکتروشیمیایی استفاده شده برای تجزیه‌ی آب را نشان می‌دهد:



در واکنش کلی انجام شده در این سلول، سیلیسیم به عنوان گونه کاهنده (گونه‌ای که اکسید می‌شود) و آب نیز به عنوان گونه اکسنده (گونه‌ای که کاهش پیدا می‌کند) مصرف می‌شوند. برای محاسبه emf این سلول از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (-0/82) - (-0/84) = 0/01 V$$

در این واکنش عدد اکسایش هر کروم از ۶+ به ۳+ رسیده است و عدد اکسایش هر گوگرد نیز از ۲- به صفر (۳ × ۲) رسیده است. بنابراین به ازای تولید ۷ مول آب، ۶ مول الکترون مبادله شده است. تعداد الکترون مبادله شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol e = 1/4 mol H_2O \times \frac{6 mol e}{2 mol H_2O} = 1/2 mol$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- اگر در سلول‌های گالوانی تشکیل شده از فلزهای A ، D و M ، مشخص شود که emf سلول $A - D$ با کاتد فلزی D ، از همه کمتر بوده و در سلول حاصل از عناصر A و M ، فلز A نقش آند را دارد، کدام مقایسه درباره مقدار E° این الکترودها درست است و emf سلول تشکیل شده از کدام دو الکترودها بزرگ‌تر است؟

$$\langle M - D \rangle, D > A > M (2)$$

$$\langle D - M \rangle, M > A > D (4)$$

$$\langle A - M \rangle, M > D > A (1)$$

$$\langle M - A \rangle, A > D > M (3)$$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی

فلز A در هر دو سلول $A - D$ و $A - M$ نقش آند را دارد، بنابراین E° آن از E° دو فلز D و M کوچک‌تر است. با توجه به اینکه مقدار emf سلول $A - D$ از بقیه کمتر است، بنابراین E° فلز D به فلز A نزدیک‌تر است و مقایسه E° این فلزها به صورت $M > D > A$ است. با توجه به اینکه تفاوت E° دو فلز A و M بیشتر است، نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی حاصل از این دو فلز از همه بیشتر است و تغییرات دمای آن بیشتر است.

آنچه که موجب پیوند شیمی و الکتریسیته می‌شود، الکترون است. در واقع، واکنش‌های الکتروشیمیایی نوعی از واکنش‌ها هستند که در آن‌ها الکترون از یک گونه شیمیایی به گونه دیگر منتقل می‌شود. در این واکنش‌ها، اکسایش به معنای از دست دادن الکترون توسط یک گونه شیمیایی و کاهش به معنای گرفتن الکترون توسط یک گونه شیمیایی است. شیمی‌دان‌ها هر یک از فرایندهای گرفتن و از دست دادن الکترون را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند. به نیم‌واکنشی که از دست دادن الکترون را نشان می‌دهد، نیم‌واکنش اکسایش و به نیم‌واکنشی که گرفتن الکترون را نشان می‌دهد، نیم‌واکنش کاهش گفته می‌شود. به طور کلی، هر فلزی که کاهنده‌تر از هیدروژن باشد (در مقایسه با هیدروژن تمایل بیشتری به اکسید شدن (از دست دادن الکترون) داشته باشد)، در سری الکتروشیمیایی در موقعیت پایین‌تری در مقایسه با هیدروژن قرار می‌گیرد. پتانسیل کاهش استاندارد فلزهایی که در سری الکتروشیمیایی در مقایسه با هیدروژن در موقعیت پایین‌تری قرار دارند، منفی است. در نقطه مقابل، فلزهایی که در مقایسه با هیدروژن قدرت کاهندگی کمتری دارند (طلا، پلاتین، نقره و مس)، در سری الکتروشیمیایی در مقایسه با هیدروژن در موقعیت بالاتری قرار داشته و پتانسیل کاهش آن‌ها نیز بزرگ‌تر از صفر است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام یک در سرعت واکنش تبدیل مالتوز به گلوکز، تاثیری ندارد؟

(۴) تغییر فشار

(۳) تغییر غلظت

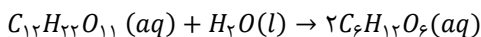
(۲) افزودن کاتالیزگر

(۱) تغییر دما

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

عواملی مانند افزایش دما، افزایش سطح تماس، افزایش غلظت یا استفاده از کاتالیزگر، سرعت واکنش‌های شیمیایی را افزایش می‌دهد. کاتالیزگر با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش موجب افزایش سرعت واکنش می‌شود. افزایش فشار، سرعت واکنش‌هایی که در آن‌ها واکنش دهنده (های) گازی وجود داشته باشد را افزایش می‌دهد اما بر سایر واکنش‌های شیمیایی تاثیری نخواهد داشت. قند موجود در جوانه گندم (مالتوز) مطابق واکنش زیر به گلوکز تبدیل می‌شود:



هیچ‌کدام از واکنش‌دهنده‌ها گازی شکل نیستند. به همین دلیل افزایش فشار تاثیری بر سرعت واکنش ندارد.

به حداقل مقدار انرژی مورد نیاز برای شروع شدن یک واکنش شیمیایی، انرژی فعال‌سازی گفته می‌شود. به عبارت دیگر، برای آغاز شدن یک واکنش شیمیایی، واکنش‌دهنده‌ها باید مقدار معینی انرژی داشته باشند. یکی از راه‌های تأمین انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، دادن گرما به واکنش‌دهنده‌ها است. به عنوان مثال، با کشیدن نوک کبریت بر روی سطح زبر قوطی کبریت، مقداری گرما تولید می‌شود. این گرما انرژی فعال‌سازی واکنش را تأمین کرده و سبب سوختن کبریت می‌شود. انرژی فعال‌سازی واکنش‌های شیمیایی را با نماد E_a نشان داده و مقدار آن را با یکای کیلوژول گزارش می‌کنند. به هر اندازه که انرژی فعال‌سازی یک واکنش بزرگ‌تر باشد، آن واکنش در شرایط دشوارتر و در دماهای بالاتری انجام می‌شود و این یعنی برای تأمین شرایط مورد نیاز جهت آغاز شدن آن واکنش، باید انرژی بیشتری را مصرف کنیم. بر این اساس، به هنگام استفاده از کاتالیزگرها، انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها کمتر شده و این واکنش‌ها در دمای کمتری انجام می‌شوند؛ پس برای تأمین شرایط مورد نیاز جهت آغاز شدن این واکنش‌ها، انرژی کمتری مصرف می‌شود و این معادل با استفاده کمتر از سوخت‌ها و کاهش میزان آلودگی‌های ایجاد شده توسط آن‌ها است. توجه داریم که برخی از واکنش‌ها در صنعت فقط در دما و فشارهای بالا انجام می‌شوند و تولید فراورده‌ها در آن‌ها صرفه اقتصادی ندارد. در این شرایط، با استفاده از کاتالیزگر مناسب می‌توان این واکنش‌ها را در دماها و فشارهای پایین‌تر و با صرفه اقتصادی بیشتر به انجام رساند. کاتالیزگرها در واکنش‌های شیمیایی شرکت کرده و با کاهش مقدار انرژی فعال‌سازی، سرعت این واکنش‌ها را افزایش می‌دهند؛ اما این مواد در پایان واکنش، در ظرف واکنش باقی می‌مانند. از این رو می‌توان کاتالیزگرها را بارها و بارها به کار برد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- کدام مورد دربارهٔ واکنش مربوط به حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی (واکنش I) و واکنش تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن (واکنش II) نادرست است؟

(۱) در واکنش I برخلاف واکنش II، گاز آمونیاک مصرف و گاز نیتروژن تولید می‌شود.

(۲) عدد اکسایش همهٔ اتم‌های نیتروژن در واکنش I، همانند واکنش II، کاهش می‌یابد.

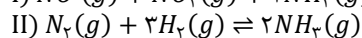
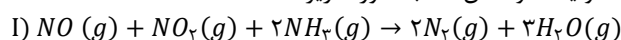
(۳) واکنش I همانند واکنش تشکیل اوزون تروپوسفری و برخلاف واکنش II، برگشت‌ناپذیر است.

(۴) مجموع ضرایب مواد در معادلهٔ موازنه شده واکنش I، ۱/۵ برابر مجموع ضرایب در واکنش II است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

واکنش انجام شده درون مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی (واکنش I) و واکنش تولید آمونیاک (واکنش II) به صورت زیر است:

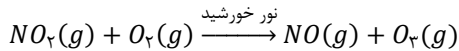


عدد اکسایش نیتروژن در NO ، NO_2 ، NH_3 و N_2 ، به ترتیب برابر با +۲، +۴، -۳ و صفر است. بنابراین عدد اکسایش برخی اتم‌های نیتروژن در واکنش I کاهش و برخی دیگر افزایش یافته است و در واکنش II عدد اکسایش همهٔ اتم‌های نیتروژن کاهش یافته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به معادله‌های داده شده مشخص است که گاز آمونیاک در واکنش I برخلاف واکنش II مصرف و گاز نیتروژن تولید می‌شود.

۳ واکنش تشکیل اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:



واکنش I همانند واکنش اوزون تروپوسفری و برخلاف واکنش تولید آمونیاک (واکنش II) برگشتناپذیر است.

۴ مجموع ضرایب مواد در واکنش I و واکنش II به ترتیب برابر با ۹ و ۶ است و نسبت آن‌ها برابر ۱/۵ است.

شیمی‌دان‌ها با قراردادن کاتالیزگرهای مناسب بر سر راه گازهای خروجی از موتور خودروها، توانستند واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌های تولیدشده در موتور خودروها را با سرعت بالاتری به انجام برسانند و با این روش، مقدار زیادی از گازهای آلاینده را به فراورده‌های بی‌خطر یا کم‌خطر تبدیل کنند. کاتالیزگرهای استفاده‌شده توسط شیمی‌دان‌ها شامل رودیم، پالادیم و پلاتین هستند که در قالب مبدل‌های کاتالیستی بر سر راه گازهای خروجی از موتور خودروها قرار می‌گیرند. کارایی مبدل‌های کاتالیستی، به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن‌ها و شرایط استفاده از کاتالیزگرها بستگی دارد. به عنوان مثال، این مبدل‌ها را می‌توان به شکل یک قطعه سرامیکی ساخت که به شکل توری درآمده و فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین بر روی آن‌ها نشانداده شده است. کارایی مبدل‌های کاتالیستی، به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن‌ها و شرایط استفاده از کاتالیزگرها بستگی دارد. به عنوان مثال، سرامیک موجود در این مبدل‌ها را می‌توان به شکل مش (دانه)‌های ریز درآورده و کاتالیزگرهای فلزی را بر روی سطح دانه‌ها پخش کرد. بدیهی است که در این حالت (ساختن سرامیک موجود در مبدل به صورت مش)، سطح تماس کاتالیزگرها با گازهای آلاینده افزایش پیدا کرده و مقدار بیشتری از گازهای آلاینده توسط مبدل کاتالیستی حذف می‌شوند و در نتیجه کارایی مبدل افزایش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟ ($Al = 27 : g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) الگوی ساختار گرافن مشابه کندوی زنبور عسل بوده و مقاومت کششی یک نمونه از آن، حدود ۱۰ برابر فولاد است.
- ۲) حالت فیزیکی اکسید دو عنصر نخست گروه ۱۴ در دمای اتاق، برخلاف حالت فیزیکی خود این عناصر، متفاوت از هم است.
- ۳) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی SO_3 و SCO ، رنگ اتم مرکزی مشابه بوده و هر دو مولکول، ۴ پیوند اشتراکی دارند.
- ۴) رنگ محلول حاصل از واکنش کامل ۰/۰۹ گرم پودر آلومینیم و ۵۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مول بر لیتر وانادیم(V)، آبی است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی

گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که در آن، اتم‌های کربن ساختارهای شش گوشه تشکیل داده‌اند. ساختار گرافن، الگویی مشابه کندوی زنبور عسل دارد و استحکام ویژه‌ای دارد. مقاومت کششی آن، حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. از آن‌جا که ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است انتظار می‌رود که شفاف و انعطاف‌پذیر باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

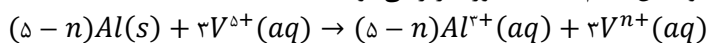
۲) اکسید حاصل از دو عنصر نخست گروه ۱۴ به ترتیب CO_2 و SiO_2 هستند که حالت فیزیکی اولی گاز و دومی جامد است، در حالی که حالت فیزیکی این دو عنصر (کربن و سیلیسیم) در دمای اتاق جامد است.

سیلیس (SiO_2) یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و همچنین شن و ماسه است. وجود این ماده، باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی و نقشکندگی روی آن‌ها شده است. سیلیس نوعی جامد کووالانسی محسوب می‌شود و همانطور که می‌دانیم، در ساختار جامدهای کووالانسی، مولکول‌های مجزا وجود ندارد و این مواد، شامل شمار بسیار زیادی اتم بوده که با پیوند اشتراکی به هم متصل شده و ساختاری به هم پیوسته و غول‌آسا را تشکیل داده‌اند. با توجه به توضیحات داده شده، برای توصیف جامدهای کووالانسی نمی‌توان از واژه مولکول استفاده کرد.

۳) شیمی‌دان‌ها برای نمایش توزیع الکترون‌ها و بررسی تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های سازنده یک گونه شیمیایی، از شکل‌هایی به نام نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی استفاده می‌کنند. در این نقشه‌ها، رنگ آبی تراکم کم‌تر الکترون‌ها (بار جزئی مثبت) و رنگ قرمز تراکم بیشتر الکترون‌ها (بار جزئی منفی) را نشان می‌دهد. اتم مرکزی در گوگرد تری‌اکسید و کربنیل سولفید به ترتیب گوگرد و کربن است و هر دو بار جزئی مثبت دارند و رنگ آن‌ها در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی آبی است. شکل‌های زیر نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی این دو مولکول را نشان می‌دهد. در ساختار هر دو ماده، چهار پیوند اشتراکی وجود دارد.



۴ اگر کاتیون وانادیم تولید شده در این فرایند به صورت V^{n+} باشد، معادله واکنش انجام شده به صورت زیر می‌شود:



بر این اساس، داریم:

$$? g Al = 50 \cdot ml V^{5+} \times \frac{1 L}{1000 ml} \times \frac{0.2 mol V^{5+}}{1 L V^{5+}} \times \frac{(\Delta - n) mol Al}{3 mol V^{5+}} \times \frac{27 g Al}{1 mol Al} = 0.9 g \rightarrow n = 4$$

بنابراین در این واکنش، یون V^{4+} تولید شده است. می‌دانیم که رنگ محلول حاوی یون V^{4+} آبی است.

شکل زیر رنگ محلول های حاوی یون های وانادیم را نشان می دهد:

	کاهش وانادیم (V) افزودن گرد روی (Zn)	کاهش وانادیم (IV)	کاهش وانادیم (III)
			
محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	$[_{18}Ar]3d^2$

گروه آموزشی ماز

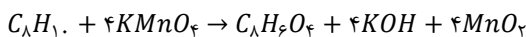
۱۰۴- کدام مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- در ساختار ترفتالیک اسید، تعداد اتم های کربن فاقد اتم هیدروژن برابر تعداد اتم های کربن دارای یک اتم هیدروژن است.
- یکی از فراورده های حاصل از واکنش گاز متان با بخار آب در دمای بالا را می توان از برق کافت آب نیز به دست آورد.
- در فرایند تولید ترفتالیک اسید از پارازیلین، از پتاسیم پرمنگنات به عنوان کاتالیزگر استفاده می شود.
- پارازیلین و بنزن را برخلاف اتیلن گلیکول، می توان از تقطیر نفت خام به دست آورد.

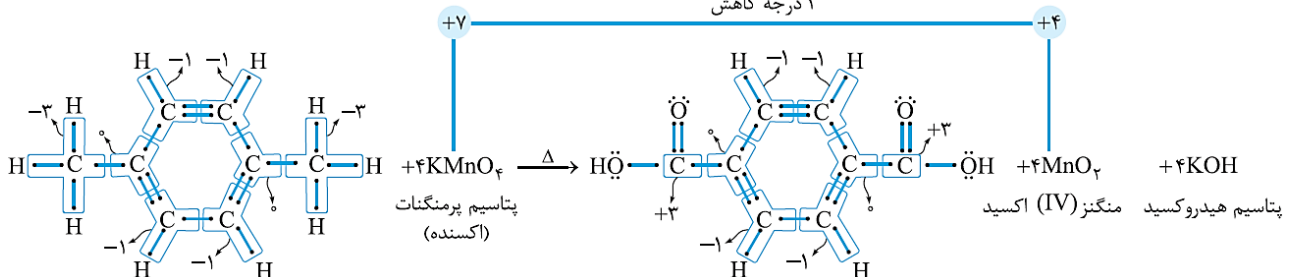
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

برای تولید ترفتالیک اسید با بازده نسبتا خوب، پارازیلین را به کمک محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات که یک اکسنده است، طبق واکنش زیر اکسید می کنند:



در این واکنش، عدد اکسایش دور مورد از اتم های کربن از ۳- در پارازیلین به ۳+ در ترفتالیک اسید می رسد. معادله ساختاری این واکنش به صورت زیر است:

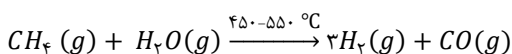


در این واکنش یون پرمنگنات به منگنز (IV) اکسید، تبدیل می شود. تغییر عدد اکسایش اتم منگنز در این واکنش ۳- واحد است $(+4 - (+7) = -3)$. توجه داریم که پتاسیم پرمنگنات در این واکنش، جزئی از واکنش دهنده ها است و کاتالیزگر نیست.

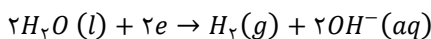
با وجود غلظت بالای یون پرمنگنات، باز هم شرایط تبدیل پارازیلین به ترفتالیک اسید تامین نمی شود، مگر آن که دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. با افزایش دما اگر چه شرایط انجام واکنش تامین شده است، اما بازده همچنان مطلوب نیست. همه این ها نشان می دهد که اکسایش پارازیلین به ترفتالیک اسید دشوار است. شیمی دان ها با پژوهش های فراوان دریافته اند که استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب می تواند راهگشا باشد. البته پژوهش ها برای یافتن واکنش پربازده و با صرفه اقتصادی همچنان ادامه دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

- در مولکول ترفتالیک اسید ۴ اتم کربن فاقد اتم هیدروژن و ۴ اتم کربن دارای یک اتم هیدروژن است.
- واکنش گاز متان با بخار آب در دمای بالا به صورت زیر است:

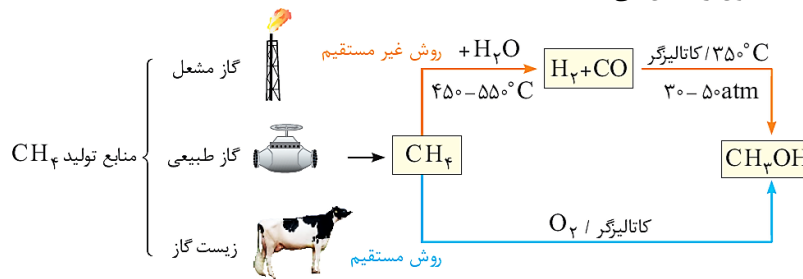


یکی از فراورده های این واکنش گاز هیدروژن است. همان طور که می دانیم این گاز در کاتد سلول برق کافت آب مطابق واکنش زیر تولید می شود.

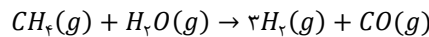


گاز متان مورد نیاز برای تولید صنعتی متانول (ساده ترین عضو خانواده الکل ها) به روش های مستقیم و غیرمستقیم، با استفاده از گاز مشعل، گاز طبیعی و یا زیست گاز تامین می شود.

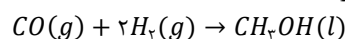
تصویر زیر، نمایی از فرایند تولید متانول را نشان می دهد:



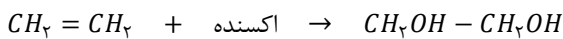
برای تهیه غیرمستقیم متانول از متان، ابتدا متان را در حضور گرمای زیاد و کاتالیزگر مناسب به گازهای هیدروژن و کربن مونوکسید تبدیل می کنند. واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در صنعت، گاز کربن مونوکسید و گاز هیدروژن تولید شده در مرحله قبل را در دما و فشار مناسب و در مجاورت با کاتالیزگر با یکدیگر وارد واکنش می کنند تا متانول به دست بیاید. واکنش انجام شده به صورت زیر است:



پارازایلن، اتن و بنزن را می توان از تقطیر نفت خام به دست آورد، اما اتیلن گلیکول در نفت خام وجود ندارد و آن را می توان از اکسایش گاز اتن به کمک محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات در شرایط مناسب تولید کرد. واکنش تولید آن به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۱۰۵- با توجه به مواد داده شده، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه آمده است؟

برم ، نفتالن ، سیلیس ، گرافیت ، سیلیسیم کربید ، منیزیم کلرید

آ: درصد جرمی اتم های سیلیسیم در ساختار سیلیس کمتر از سیلیسیم کربید است.

ب: برای چهار ماده نمی توان واژه فرمول مولکولی را به کار برد و از میان این مواد، دو جامد مولکولی وجود دارد.

پ: یکی از این مواد در حالت جامد و یکی در حالت محلول، می تواند رسانای جریان الکتریسیته باشد.

ت: در ساختار سه ماده، اتم کربن وجود داشته و یکی از این مواد، باعث استحکام و ماندگاری سازه های سنگی می شود.

(۱) درست - نادرست - درست - نادرست

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - نادرست - درست - درست

(۴) نادرست - درست - درست - نادرست

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

عبارتهای (آ) و (پ) درست است.

بررسی موارد:

آ: فرمول شیمیایی سیلیس و سیلیسیم کربید به ترتیب عبارت از SiO_2 و SiC است. جرم مولی اکسیژن از کربن بیشتر است و در ساختار سیلیس نیز به ازای هر اتم سیلیسیم، دو اتم اکسیژن وجود دارد؛ پس درصد جرمی سیلیسیم در سیلیس کمتر از سیلیسیم کربید است.

ب: برای چهار ماده سیلیس، گرافیت، سیلیسیم کربید و منیزیم کلرید، نمی توان واژه فرمول مولکولی را به کار برد. در واقع، سیلیس، گرافیت و سیلیسیم کربید جامد کووالانسی بوده و منیزیم کلرید جامد یونی است. تنها یک جامد مولکولی (نفتالن) در این میان وجود دارد. توجه داریم که حالت فیزیکی برم مایع است.

پ: گرافیت یکی از دگرشکل های کربن است و در حالت جامد رسانای جریان برق است. منیزیم کلرید و دیگر ترکیب های یونی در حالت مذاب و محلول می تواند جریان برق را از خود عبور دهد.

گرافیت یک جامد کووالانسی سیاه رنگ و کدر است که چینش اتم های کربن در آن به صورت دو بعدی است. در واقع، گرافیت ساختار لایه ای دارد و در هر لایه از آن، اتم های کربن مطابق با یک ساختار دوبعدی به یکدیگر متصل شده اند. از آن جا که بین لایه های مختلف سازنده گرافیت نیروی ضعیف وان دروالسی وجود دارد، این لایه ها می توانند به راحتی بر روی یکدیگر بلغزند و به همین خاطر، گرافیت برخلاف الماس ماده بسیار نرمی است. با توجه به فاصله نسبتاً زیاد میان لایه های کربنی موجود در ساختار گرافیت، تراکم اتم های کربن در این ماده کمتر از تراکم اتم های کربن در الماس است و به همین خاطر، چگالی گرافیت کمتر از چگالی الماس خواهد بود.

ت: در ساختار نفتالن، گرافیت، سیلیسیم کربید و منیزیم کلرید، عنصر کربن وجود دارد، اما ماده ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه های سنگی می شود، سیلیس (SiO_2) است که در ساختار آن کربن وجود ندارد.



سیلیس (سیلیسیم دی اکسید)، سیلیسیم، سیلیسیم کربید، گرافیت و الماس در دسته مواد کووالانسی قرار می گیرند. این گروه از مواد شامل شمار بسیار زیادی از اتم ها می شوند که توسط پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده اند. از آن جا که این مواد در دما و فشار اتاق به حالت جامد هستند، آن ها را با نام جامدهای کووالانسی نیز می خوانند. یافته های تجربی نشان می دهند که عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم هستند. علاوه بر کربن و سیلیسیم، عنصر اکسیژن نیز در ساختار برخی از جامدهای کووالانسی وجود دارد. کربن یک عنصر نافلزی و سیلیسیم نیز یک عنصر شبه فلزی از گروه چهاردهم جدول تناوبی است. اتم های این عناصر در واکنش با سایر اتم ها، الکترون به اشتراک گذاشته و پیوند کووالانسی (اشتراکی) تشکیل می دهند و به همین خاطر، از آن ها تاکنون یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

گروه آموزشی ماز

در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبه یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سؤالات خود را متفاوت از سال گذشته طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

روند طراحی سؤالات در این ۳ آزمون جامع باقی‌ماندهٔ ماز به نحو‌یست که با توجه به **سطح** **کنکور اردیبهشت**، هر سه حالت **آسان؛ متوسط و سخت** را برای هر درس خواهیم داشت تا تمامی حالت‌ها مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گیرد و شما برای هر موقعیت احتمالی در کنکور آماده باشید.