

آزمون آزمایشی ۲۲ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱- در دنباله هندسی a_n ، روابط $a_6 = 10 - a_4$ و $a_8 = 24 + a_6$ برقرار است. اگر قدرنسبت این دنباله مثبت باشد، جمله چهارم کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- نمودار سهمی $y = -x^2 - 2x + m$ همواره زیر دو خط $y = 2x + 7$ و $y = -4x + 2m$ قرار دارد. دقیق ترین محدوده برای m کدام است؟

- (۱) $2 < m < 4$ (۲) $1 < m < 2$ (۳) $2 < m < 3$ (۴) $1 < m < 3$

۳- اگر $1 + \frac{1}{\alpha}$ و $1 + \frac{1}{\beta}$ ریشه‌های معادله $x^2 - 9x + 9 = 0$ باشند، حاصل $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{6}$

۴- فاصله نقطه $A(a, 2)$ از محور عرض‌ها با فاصله آن از خط $3x + 4y = 4$ برابر است. حاصل جمع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۵- با فرض $f(x) = \sqrt{2x+a}$ و $g(x) = \frac{x+3}{x-1}$ ، دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ برابر بازه $(1, +\infty)$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۶- اگر $\frac{1}{4} \cos^2 x = \sin x \cos x - \sin^2 x$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $6/25$ (۲) $4/75$ (۳) $4/25$ (۴) $6/75$

۷- اگر $\log_2 |x-3| = 4 + \log_2 \frac{1}{3-x}$ باشد، کوچک ترین عدد صحیح بزرگ تر از $\log_2 (1-7x)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{1-2x}{x+3}$ را ۲ واحد در راستای افقی به سمت راست انتقال داده و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در نهایت۳ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. تابع نهایی را g می‌نامیم. مجموع طول نقاط برخورد تابع g با وارون خود، چقدر است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۹- چندجمله‌ای $P(x) = x^4 + bx^3 + 6x^2 - 3ax + 4$ بر $x-2$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $(x-2)^2$ برابر $ax+b$ است. حاصلا $a+b$ کدام است؟

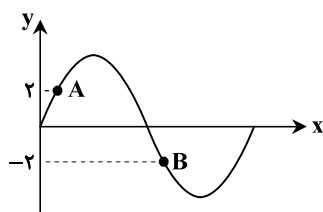
- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۰- در مثلث ABC ، اگر $\tan(B-C) = 3$ باشد، حاصل $P = \frac{3-5 \sin(B+C)}{\sin C \cos B}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) -۱۰ (۳) -۲۰ (۴) $-\frac{25}{4}$

محل انجام محاسبات:

۱۱- نمودار تابع $f(x) = 3 \sin ax$ به صورت مقابل است. به ازای کدام مقدار a ، شیب پاره خط AB برابر $\frac{-3}{\pi}$ است؟



$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

۱۲- اگر α و β جواب‌های معادله $\tan x = \tan x + \Delta \cos 2x$ در بازه $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ باشند، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt{1-2x}}{\sqrt{1-\cos 2x}}$ کدام است؟

$$-\frac{3}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

۱۴- تابع اکیداً نزولی $f(x) = ax + |x - 2|$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \frac{16}{9}$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$-\frac{5}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{7}{3} \quad (1)$$

۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2 + 4bx + c}}{|x-1|} & x \neq 1 \\ ax + b & x = 1 \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. حاصل $\frac{ab}{c}$ کدام است؟ ($c \neq 0$)

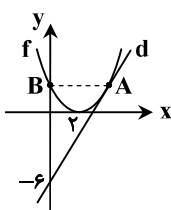
$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۶- در شکل مقابل، خط d در نقطه A بر نمودار سهمی f مماس است. اگر خط AB افقی باشد، یکی از اکستریم‌های نسبی تابع $y = xf(x)$ کدام است؟



$$-\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{8}{3} \quad (1)$$

$$\frac{16}{9} \quad (4)$$

$$\frac{16}{27} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات:

۱۷- اگر $f(x) = -x + \sqrt[3]{(x-10)^2}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x^2 - 4} = \frac{3}{2}$ ، حاصل $(g \circ f)'(2)$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۲ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۱۸- خطی که از نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2 + k$ می‌گذرد، از مبدأ مختصات نیز عبور می‌کند. مقدار k کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۶

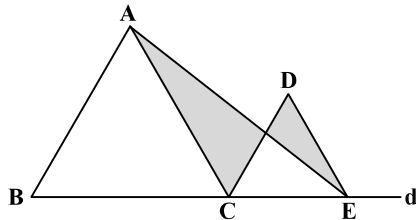
هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱۹- هر زاویه داخلی یک ۱۲ ضلعی منتظم، چند برابر هر زاویه خارجی آن است؟

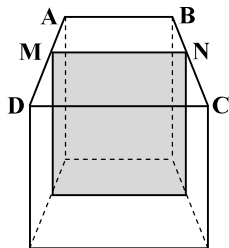
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۰- دو مثلث متساوی‌الاضلاع ABC و CDE طبق شکل روی خط d قرار گرفته‌اند. اگر نسبت مساحت‌های این دو مثلث، برابر ۴ باشد، نسبت مساحت دو قسمت هاشورزده کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۹

۲۱- قاعده‌های یک منشور قائم، دوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌های ۷ و ۱۱ است. طبق شکل، برشی قائم گذرنده از وسط ساق‌ها زده‌ایم. نسبت حجم دو قسمت حاصل کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) $\frac{5}{6}$

محل انجام محاسبات:

۲۲- $C(O, 2)$ دایره محیطی مثلث ABC و تبدیل S ، بازتاب نسبت به BC است. اگر $S(O) = O'$ و $OO' = BC$ باشد، زاویه A کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

۲۳- مربع $ABCD$ به طول ضلع $2a$ مفروض است. به مرکز A دایره‌ای رسم می‌کنیم که از اواسط اضلاع BC و CD بگذرد. طول مماسی که از رأس C بر این دایره رسم می‌شود کدام است؟

- (۱) a (۲) $\sqrt{3}a$ (۳) $2a$ (۴) $\sqrt{5}a$

۲۴- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۷ و ۸ از محل هم‌مرسی نیمسازهای داخلی، خطی موازی ضلع کوچک‌تر رسم کرده‌ایم به طوری که دو ضلع دیگر را در M و N قطع کرده است. طول MN کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $3/25$

- (۳) $2/45$ (۴) $3/75$

۲۵- A ماتریسی 3×3 است که وارون آن $I - A$ می‌باشد، دترمینان ماتریس A^4 کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۱۶ (۴) ۸۱

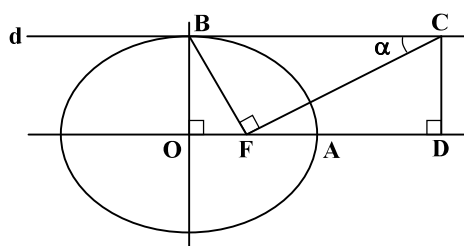
۲۶- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & a+1 \\ 2b & a \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -a & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، بزرگ‌ترین عدد اول n که به‌ازای آن A^n یک ماتریس اسکالر باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۷- از نقطه $M(1, 0)$ بر کوچک‌ترین دایره گذرنده از نقاط $A(5, 2)$ و $B(3, -4)$ ، مماسی رسم کرده‌ایم. کدام نقطه زیر روی این خط مماس قرار دارد؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(4, -2)$

۲۸- در بیضی شکل زیر، خط d در نقطه B بر بیضی مماس است. پاره‌خط BF را رسم کرده و در نقطه F عمودی بر BF رسم کرده‌ایم تا خط d را در C قطع کند. از C نیز عمود CD را بر امتداد OA کشیده‌ایم. اگر $\alpha = 30^\circ$ باشد، نسبت $\frac{AD}{AF}$ کدام است؟ (فانون بیضی است.)



(۱) ۱

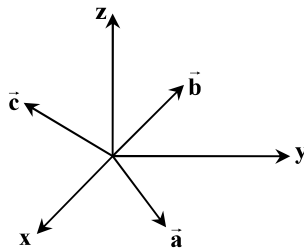
(۲) ۲

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات:

۲۹- در شکل زیر، هریک از بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ ، نیمساز یکی از زوایای بین محورهای مختصات اند. اگر $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 2|\vec{a}| = 4\sqrt{2}$ باشد، حجم متوازی السطوح بنا شده بر بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ کدام است؟



(۱) $64\sqrt{2}$

(۲) ۳۲

(۳) $32\sqrt{2}$

(۴) ۶۴

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴ ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

۳۰- در چند زیرمجموعه ۳ عضوی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 15\}$ کوچک ترین عضو برابر ۶ و بزرگ ترین عضو برابر ۱۳ است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۶

(۱) ۵

۳۱- اگر گزاره های $p \Rightarrow (r \vee q)$ و $p \wedge \sim q$ همواره درست باشند، کدام گزاره نادرست است؟

(۴) $r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$

(۳) $r \Rightarrow (p \wedge q)$

(۲) $(\sim r \wedge q) \Rightarrow \sim p$

(۱) $\sim r \Rightarrow p$

۳۲- یک تاس به گونه ای ساخته شده که $P(1), P(2), \dots, P(5), P(6)$ دنباله ای حسابی تشکیل داده اند و $P(4) = \frac{7}{36}$ است. اگر این تاس را

پرتاب کنیم، احتمال ظاهر شدن عدد ۲ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{24}$

(۳) $\frac{1}{24}$

(۲) $\frac{5}{12}$

(۱) $\frac{1}{12}$

۳۳- در جامعه $\{1, 3, 4, 5, 7, 8\}$ احتمال اینکه یک نمونه تصادفی از اندازه ۲، میانگین جامعه را برابر ۴ برآورد کند چند برابر احتمال آن است که یک نمونه ۳ عضوی، میانگین جامعه را ۴ برآورد کند؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{8}{9}$

(۲) $\frac{7}{9}$

(۱) $\frac{5}{9}$

۳۴- در جعبه اول ۴ سیب زرد و ۵ سیب قرمز و در جعبه دوم ۵ سیب زرد و ۲ سیب قرمز داریم. از جعبه اول به تصادف دو سیب برداشته و در جعبه دوم قرار می دهیم. حال یک سیب از جعبه دوم برمی داریم. احتمال آنکه این سیب قرمز باشد، کدام است؟

(۴) $\frac{28}{75}$

(۳) $\frac{19}{36}$

(۲) $\frac{28}{81}$

(۱) $\frac{25}{81}$

محل انجام محاسبات:

۳۵- در یک گراف p رأسی، اگر همسایگی بسته هر رأس، p عضو داشته باشد و تعداد یال‌های این گراف از ۳ برابر تعداد رأس‌هایش ۴ واحد بیشتر باشد، در این صورت δ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۳۶- گراف C_7 دارای چند مجموعه احاطه‌گر ۴ عضوی است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۱ (۳) ۲۸ (۴) ۲۵

۳۷- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = ۱۲$ چند جواب صحیح و مثبت با شرط $x_i \geq i + ۱$ به ازای $۱ \leq i \leq ۳$ دارد؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۲۱

۳۸- حداقل چند نقطه از بازه $(\frac{۱}{۵}, \frac{۸}{۱})$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم که فاصله ۲ تا از این نقاط کمتر از $\frac{۷۵}{۱۰}$ می‌باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۹- به ازای چند عدد دورقمی طبیعی n ، دو عدد $۷n + ۵$ و $۱۱n + ۲$ نسبت به هم اول‌اند؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۸۷ (۳) ۹۶ (۴) ۹۷

۴۰- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد دورقمی طبیعی a که در رابطه $a + ۲۶^{۳۰۱} \mid ۱۹$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۹

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیر محمد سید شاگری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

آزمون آزمایشی ۲۲ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۴۱- از کدام یک از مواد زیر به عنوان کندساز نوترون‌ها در راکتور شکافت هسته‌ای استفاده می‌شود؟

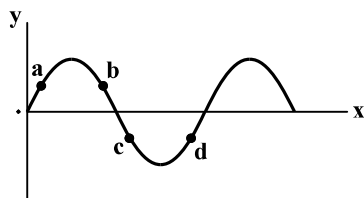
- (۱) کادمیم (۲) گرافیت (۳) بور (۴) اورانیم

۴۲- یک سیم‌لوله آرمانی به طول ۲۰ سانتی‌متر شامل ۲۰۰ دور، حامل جریان $5/0$ A است. بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند گاوس است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$$

- (۱) 4π (۲) 40π (۳) 20π (۴) 2π

۴۳- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از یک موج سینوسی است که در جهت مثبت محور x پیش می‌رود. بردارهای سرعت و شتاب کدام یک از نقاط نشان داده شده در شکل، در جهت مثبت محور y هستند؟

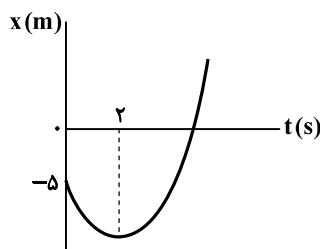


- (۱) a
(۲) b
(۳) c
(۴) d

۴۴- طول تار دو انتها بسته‌ای ۶۰ cm و تندی انتشار امواج عرضی در آن $120 \frac{m}{s}$ است. اگر موج ایستاده‌ای با بسامد ۶۰۰ Hz در تار تشکیل شود، چند گره در آن ایجاد می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۴۵- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر متحرک در ثانیه پنجم حرکت، ۵ m در جهت محور x جابه‌جا شود، تندی آن در لحظه عبور از مبدأ محور چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۶
(۲) $6\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{5}$
(۴) ۱۰

۴۶- اتومبیل A در لحظه $t = 0$ ، با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون از مبدأ مکان شروع به حرکت می‌کند. اتومبیل B با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند و در لحظه $t = 2$ s با سرعت $8 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. فاصله بین دو اتومبیل در بازه زمانی $t = 4$ s تا $t = 8$ s چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) همواره افزایش می‌یابد. (۲) همواره کاهش می‌یابد.
(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. (۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

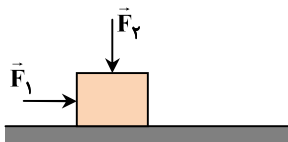
محل انجام محاسبات:

۴۷- گلوله A از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد، گلوله B از همان نقطه رها می‌شود. در لحظه‌ای که گلوله A به سطح زمین

می‌رسد، گلوله B در فاصله چند متری از سطح زمین قرار می‌گیرد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۶۰

۴۸- در شکل روبه‌رو، جعبه روی یک سطح افقی ساکن است. اگر بزرگی نیروی قائم $\vec{F}_y$ افزایش یابد، چه تعداد از کمیت‌های زیر افزایش می‌یابند؟



(الف) نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه

(ب) نیروی اصطکاک وارد بر جعبه

(پ) نیروی سطح وارد بر جعبه

(ت) نیروی خالص وارد بر جعبه

(ث) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۹- نردبانی به جرم 5 kg به دیوار قائمی تکیه دارد و پایه آن روی سطح افقی در آستانه سر خوردن است. اگر نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند،

$\vec{R} = (3 \cdot N)\vec{i} + (1 \cdot N)\vec{j}$ باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح افقی چقدر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۵۰- نیروی خالص 10 N در مدت 5 s بر جسمی که در ابتدا ساکن است، وارد می‌شود و انرژی جنبشی آن در پایان این مدت به 5 kJ می‌رسد.

جرم جسم چند گرم است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۵۰۰

۵۱- گلوله‌ای به جرم 200 g با آهنگ ثابت 150 rpm روی مسیر دایره‌ای به شعاع 5 m حرکت می‌کند. اندازه تغییر تکانه گلوله در مدت 0.5 s

چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

- (۱) $10\sqrt{2}$ (۲) $10\sqrt{2}\pi$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}\pi$

۵۲- معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = A \cos \frac{10\pi t}{3}$ است. در بازه زمانی $t = 0$ تا t_1 برای اولین بار، تندی متوسط نوسانگر ۷ برابر

بزرگی سرعت متوسط آن می‌شود. t_1 چند ثانیه است؟

- (۱) 0.45 (۲) 0.5 (۳) 0.525 (۴) 0.55

۵۳- فاصله شنونده‌ای از یک چشمه صوت 60 m افزایش می‌یابد و تراز شدت صوتی که می‌شنود، 12 dB تغییر می‌کند. فاصله اولیه شنونده از

چشمه چند متر است؟ (از جذب انرژی صوت توسط محیط صرف‌نظر کنید و $\log 2 = 0.3$)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۵۴- در شکل روبه‌رو، پرتو نور پس از بازتاب از آینه تخت (۱)

بر سطح آینه تخت (۲) فرود می‌آید. جبهه‌های موج نور در

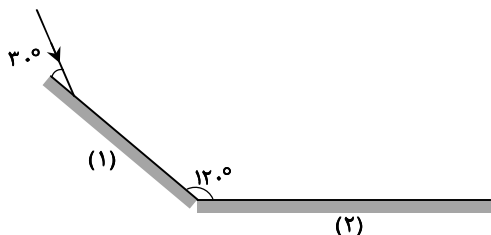
بازتاب از آینه (۲) زاویه چند درجه با سطح آن می‌سازند؟

- (۱) ۱۵

- (۲) ۳۰

- (۳) ۴۵

- (۴) ۶۰



محل انجام محاسبات:

۵۵- ضریب شکست شیشه $1/6$ و ضریب شکست الماس 2 است. اگر نور از شیشه وارد الماس شود، تندی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲۰ درصد کاهش (۲) ۲۰ درصد افزایش (۳) ۲۵ درصد کاهش (۴) ۲۵ درصد افزایش

۵۶- طول موج یکی از خطوط طیف اتم هیدروژن 4652 nm است. این خط متعلق به کدام رشته از طیف اتم هیدروژن است؟

$$(R = 0.11 \text{ nm})^{-1}$$

- (۱) بالمر ($n' = 2$) (۲) پاشن ($n' = 3$) (۳) براکت ($n' = 4$) (۴) پفوند ($n' = 5$)

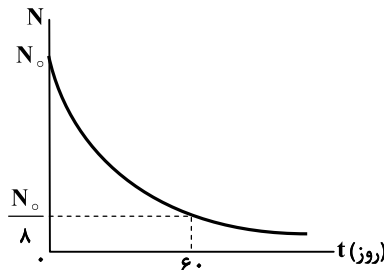
۵۷- در یک اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n = 5$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اختلاف انرژی مربوط به فوتون‌هایی که

بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج گسیلی را دارند، چند ژول است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) $4/56 \times 10^{-19}$ (۲) $1/58 \times 10^{-18}$ (۳) $2/04 \times 10^{-18}$ (۴) $4/22 \times 10^{-18}$

۵۸- نمودار تعداد هسته‌های یک ماده پرتوزا در یک نمونه برحسب زمان مطابق شکل زیر است. پس از چند روز $93/75$ درصد از این ماده

واپاشی می‌شود؟



(۱) ۸۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۶۰

۵۹- چند مورد از عبارات‌های زیر، صحیح است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(الف) اگر از گلوله فلزی دارای بار $q = -2 \text{ nC}$ ، تعداد 10^9 الکترون جدا کنیم، بار آن مثبت می‌شود.

(ب) بار $q' > 0$ از کره رسانای دارای بار مثبت دور می‌شود؛ در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

(پ) در نقطه‌ای بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 میدان الکتریکی خالص صفر است. اگر بار q_3 را از این نقطه به سمت بار q_1 حرکت داده و

سپس آن را رها کنیم، به سمت همان بار q_1 می‌رود، چون هر سه بار همان‌اند.

(ت) تمام نقاط روی سطح و داخل کره رسانای باردار هم‌پتانسیل هستند.

(ث) هنگامی که دو گلوله فلزی باردار را با سیم نازک به هم وصل می‌کنیم، هیچ انتقال باری بین دو گلوله رخ نمی‌دهد؛ زیرا چگالی سطحی بار

دو گلوله یکسان است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۰- در شکل مقابل، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر با E است. اگر بزرگی یکی از بارهای نقطه‌ای دو برابر شود، بزرگی میدان

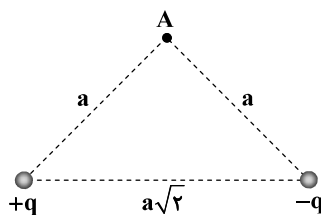
الکتریکی خالص در نقطه A چند برابر E می‌شود؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



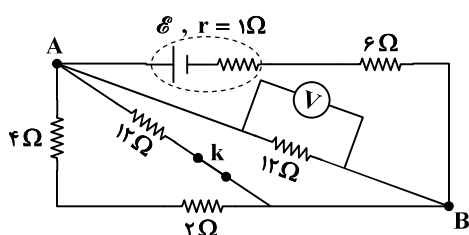
محل انجام محاسبات:

۶۱- بر روی یک خازن دو عدد $4V$ و $10\mu F$ نوشته شده است. در لحظه‌ای که انرژی ذخیره شده در خازن $61/25$ میکروژول است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن را 2 ولت افزایش می‌دهیم. انرژی ذخیره شده در خازن چند میکروژول خواهد شد؟

- (۱) ۸۰ (۲) $101/25$ (۳) $161/25$ (۴) صفر

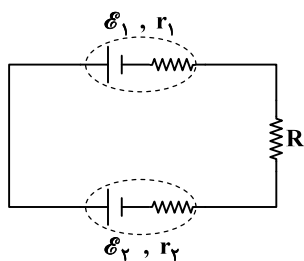
۶۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) سرعت سوق حرکت الکترون‌ها در مدار الکتریکی در حدود 10^6 متر بر ثانیه است.
 (۲) در دماسنج مقاومت پلاتینی از پلاتین استفاده می‌کنند که نقطه ذوب بالایی دارد.
 (۳) با افزایش دمای یک نیم‌رسانا، مقاومت آن افزایش می‌یابد.
 (۴) با تابش نور بر روی LED، مقاومت آن کاهش می‌یابد.
- ۶۳- با قطع کلید k در مدار شکل مقابل، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند برابر می‌شود؟



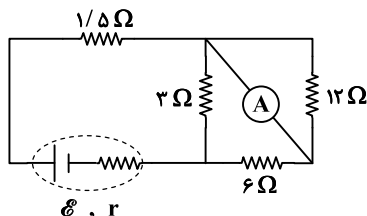
- (۱) $\frac{10}{9}$
 (۲) $\frac{11}{10}$
 (۳) $\frac{40}{33}$
 (۴) $\frac{4}{3}$

۶۴- در مدار شکل مقابل $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است و توان ورودی باتری $\mathcal{E}_2$ ، ۷۵ درصد توان مفید باتری $\mathcal{E}_1$ است. توان مصرفی مقاومت R چند برابر توان ورودی باتری $\mathcal{E}_2$ است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

۶۵- در مدار روبه‌رو، عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد $0/2$ آمپر است. توان مفید مولد چند وات است؟



- (۱) $1/26$
 (۲) $1/44$
 (۳) $1/0.8$
 (۴) $0/75$

۶۶- شار مغناطیسی گذرنده از سیم‌پیچی شامل ۱۰۰ دور، در مدت $0/2s$ از $0/02Wb$ به $-0/04Wb$ می‌رسد. اگر مقاومت سیم‌پیچ 12 اهم باشد، جریان القایی متوسط عبوری از آن در این مدت چند آمپر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۵

محل انجام محاسبات:

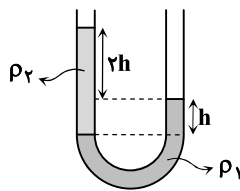
۶۷- تعداد دور در واحد طول دو القاگر A و B یکسان و تعداد دور القاگر A دو برابر القاگر B است. اگر مساحت حلقه‌های دو القاگر یکسان باشد و فضای داخل آن‌ها هوا باشد، ضریب القاوری القاگر A چند برابر القاگر B است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۸- مکعب جامدی به ضلع ۵ سانتی‌متر روی سطح مایعی به چگالی $1/2$ گرم بر سانتی‌متر مکعب شناور است. اگر چگالی ماده تشکیل‌دهنده مکعب $1/5$ گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد، حجم حفره داخل مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

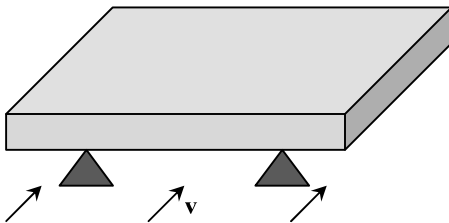
- (۱) بزرگ‌تر از ۲۰ سانتی‌متر مکعب (۲) ۲۴ سانتی‌متر مکعب
(۳) کوچک‌تر از ۲۰ سانتی‌متر مکعب (۴) بزرگ‌تر از ۲۵ سانتی‌متر مکعب

۶۹- در شکل مقابل، دو مایع مخلوط‌نشدنی درون لوله U شکل در حال تعادل قرار دارند. در شاخه سمت راست لوله، مایع با چگالی ρ_3 می‌ریزیم؛ به طوری که پس از تعادل، سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان شود. اگر در این حالت ارتفاع مایع با چگالی ρ_3 برابر با $\frac{5}{3}h$ شود، نسبت $\frac{\rho_3}{\rho_2}$ چقدر است؟



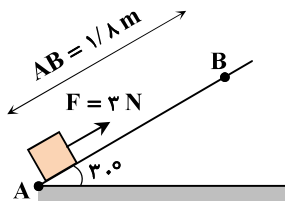
- (۱) $0/2$ (۲) $0/4$ (۳) $0/6$ (۴) $0/8$

۷۰- صفحه نازکی به وزن W روی دو پایه قرار دارد. هوای بالای صفحه آرام و هوای زیر صفحه با تندی v در حال حرکت است. فشار هوا در زیر صفحه از فشار هوای بالای صفحه است و برای بلند کردن صفحه، نیروی لازم است.



- (۱) بیشتر - بیشتر از W
(۲) کمتر - بیشتر از W
(۳) بیشتر - کمتر از W
(۴) کمتر - کمتر از W

۷۱- مطابق شکل مقابل، جسمی به جرم ۲۰۰ گرم توسط نیروی $F = 3\text{ N}$ از حال سکون (از نقطه A) روی سطح شیب‌دار به حرکت درآمده و با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه B می‌گذرد. بزرگی کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی از A تا B چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) ۲ (۲) $3/2$ (۳) $1/6$ (۴) $3/4$

محل انجام محاسبات:

۷۲- هنگامی که دمای ورقه فلزی A به اندازه $\Delta\theta$ افزایش می‌یابد، مساحت آن یک درصد افزایش می‌یابد. اگر کره فلزی توپر B به همان اندازه افزایش دما یابد، حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟ (ضریب انبساط طولی فلز B دو برابر ضریب انبساط طولی فلز A است.)

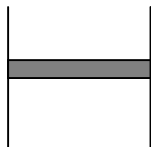
- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۷۳- ۲۵۰ گرم آب 60°C را روی m گرم یخ -20°C می‌ریزیم. دمای تعادل 50°C درجه فارنهایت می‌شود. اگر در مدت تبادل گرما، ۲۰ درصد از گرمایی که آب گرم از دست می‌دهد به محیط بیرون داده شود، m چند گرم است؟

$$\left(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۵۰

۷۴- در شکل مقابل، مقداری گاز آرمانی درون استوانه‌ای که رسانای گرماست، زیر پیستونی بدون اصطکاک قرار دارد. اگر پیستون را به سرعت، مقداری بالا بکشیم، دمای گاز چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) کاهش می‌یابد.

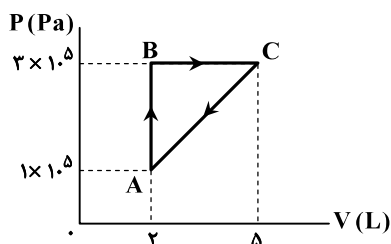
(۲) تغییر نمی‌کند.

(۳) افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد تا به مقدار اولیه بازگردد.

۷۵- نمودار $P-V$ مربوط به چرخه‌ای که یک گاز آرمانی طی می‌کند، مطابق شکل است.

اگر گرمای داده شده به گاز در فرایند هم‌حجم 600 ژول و در فرایند هم‌فشار 2250 ژول باشد، گرما در فرایند CA چند ژول است؟



(۱) ۲۸۵۰

(۲) -۲۵۵۰

(۳) ۳۱۵۰

(۴) -۲۲۵۰



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۷۶- اگر در یون $^{32}\text{X}^{3-}$ تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۱۷ باشد، اتم X در کدام گروه و دوره جدول دوره‌ای است؟
(۱) گروه ۱۵، دوره پنجم (۲) گروه ۱۵، دوره سوم (۳) گروه ۱۳، دوره پنجم (۴) گروه ۱۳، دوره سوم

۷۷- پاسخ عددی سه پرسش زیر به ترتیب در کدام گزینه از راست به چپ آورده شده است؟

الف) در دوره چهارم جدول تناوبی نسبت شمار فلزهای واسطه به شمار فلزهای اصلی کدام است؟

ب) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم ^{34}Se چند برابر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم ^{21}Sc است؟

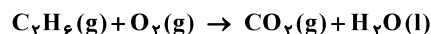
پ) در هشتمین عنصر دوره چهارم جدول تناوبی مجموع شمار الکترون‌های دارای $l=0$ و $l=2$ کدام است؟

- (۱) $14, 2, \frac{1}{3}$ (۲) $12, 6, \frac{1}{3}$ (۳) $14, 6, 5$ (۴) $12, 2, 5$

محل انجام محاسبات:

۷۸- مخلوطی از گازهای اتان و اکسیژن به حجم ۶۰ لیتر در شرایط STP به طور کامل واکنش موازنه نشده زیر با هم واکنش می‌دهند و

به طور کامل مصرف می‌شوند. جرم گاز CO_2 تولید شده در این واکنش به تقریب چند گرم است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۴) ۲۶/۱۹

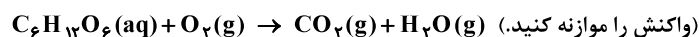
(۳) ۵۲/۳۸

(۲) ۱۰۴/۷۶

(۱) ۲۰۹/۵۲

۷۹- با مصرف ۳۶ گرم گلوکز در واکنش اکسایش زیر چند لیتر گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؟ (چگالی CO_2 در شرایط آزمایش

$1/2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ است و $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



(۴) ۸۸

(۳) ۶۶

(۲) ۴۴

(۱) ۲۲

۸۰- غلظت یون نیترات در یک نمونه آب ۱۰۰ ppm است. یک صافی حداکثر می‌تواند ۳ مول یون نیترات را جذب کند. به کمک این صافی

حداکثر می‌توان چند لیتر از این نمونه آب را تصفیه کرد؟ (چگالی آب $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است.) ($\text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۴) ۴۰۰

(۳) ۸۰۰

(۲) ۸۶۰

(۱) ۱۸۶۰

۸۱- در ۵۰۰ میلی لیتر محلول ۴۰ درصد جرمی کلسیم هیدروکسید در آب چند گرم حلال و چند مول حل‌شونده وجود دارد؟

($\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Ca} = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $d_{\text{محلول}} = 1/5 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$)

(۲) ۴/۰۵، ۴۵۰

(۱) ۵/۰۴، ۴۵۰

(۳) ۵/۰۴، ۳۰۰

(۳) ۴/۰۵، ۳۰۰

۸۲- اگر معادله انحلال پذیری نمکی به صورت $S = 0/8\theta + 72$ باشد، در چه دمایی می‌توان حداکثر ۸۰ گرم از این نمک را در ۱۰۰ گرم آب حل

کرده و انحلال پذیری آن در دمای ۳۰ درجه سلسیوس چند گرم است؟

(۴) $96, 10^\circ\text{C}$ (۳) $86, 20^\circ\text{C}$ (۲) $96, 20^\circ\text{C}$ (۱) $86, 10^\circ\text{C}$

۸۳- برای استخراج منیزیم از آب دریا در مرحله نخست منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول رسوب می‌دهند و در مرحله نهایی

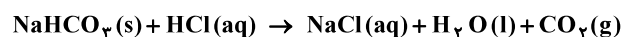
ترکیب مذاب را به کمک جریان برق به فلز منیزیم تبدیل می‌کنند.



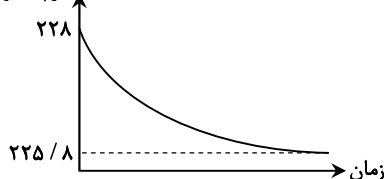
۸۴- نمونه‌ای از جوش شیرین (NaHCO_3) به جرم ۸ گرم را درون ۲۰۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید می‌ریزیم. نمودار زیر تغییر جرم مخلوط

مواد طی انجام این واکنش را نشان می‌دهد. بر این اساس درصد خلوص NaHCO_3 در نمونه اولیه چند درصد بوده است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش

شرکت نمی‌کنند و جوش شیرین موجود در نمونه به طور کامل مصرف شده است.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



جرم مخلوط (گرم)



(۱) ۴۶/۵

(۲) ۶۳/۵

(۳) ۵۷/۵

(۴) ۵۲/۵

محل انجام محاسبات:

۸۵- فرمول فشرده هیدروکربنی به صورت $\text{CH}_3\text{CH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{CH}_3$ است، با توجه به آن کدام عبارت درست است؟

- (۱) هیدروکربن موردنظر از دسته آلکانها است و با هگزان فرمول مولکولی یکسانی دارد.
 - (۲) در اثر واکنش با گاز هیدروژن به ترکیبی به نام ۳-متیل پنتان تبدیل می شود.
 - (۳) برای سوزاندن کامل یک مول از این هیدروکربن $9/5$ مول گاز اکسیژن لازم است.
 - (۴) با یک هیدروکربن سیرشده و حلقوی دارای ۵ اتم کربن، فرمول مولکولی یکسانی دارد.
- ۸۶- برای تبدیل $15/6$ گرم از گاز AX_2 به اتمهای سازنده، 60 کیلوژول گرما لازم است. بر این اساس، A-X در ساختار این مولکول کیلوژول بر مول است. (جرم مولی عناصر A و X به ترتیب، ۸ و ۳۵ گرم بر مول در نظر گرفته شود).

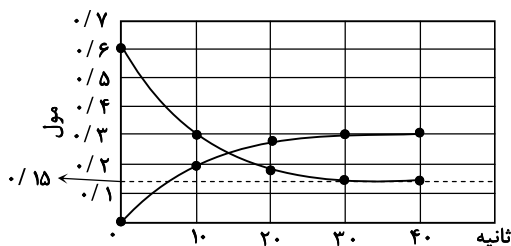
- (۱) آنتالپی پیوند، ۱۵۰ (۲) آنتالپی پیوند، ۲۵۰ (۳) میانگین آنتالپی پیوند، ۱۵۰ (۴) میانگین آنتالپی پیوند، ۲۵۰
- ۸۷- در شرایط معین، از سوزاندن کامل ۲ گرم گاز اتان 106 کیلوژول گرما آزاد شده است. بر این اساس در همین شرایط، آنتالپی سوختن کامل

گاز اتان چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, C = 17 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) -1950 (۲) -3900 (۳) -3180 (۴) -1590

۸۸- نمودار زیر شمار مول دو ماده شرکت کننده در واکنش $2\text{A(g)} + 3\text{B(g)} \rightarrow \text{C(g)} + 2\text{D(g)}$ در 40 ثانیه آغازی واکنش نشان داده است.

با توجه به آن، سرعت واکنش ($\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$) در 40 ثانیه آغازی چند برابر سرعت متوسط تولید D ($\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$) در بازه 10 تا 30 ثانیه، پس از آغاز واکنش است؟



(۱) $0/04$

(۲) $0/15$

(۳) $0/75$

(۴) $0/02$

۸۹- با توجه به داده های جدول که به انجام واکنش در ظرفی ۵ لیتری مربوط است. معادله واکنش انجام شده کدام است و پس از گذشت 10 دقیقه از آغاز واکنش شمار مول گازهای موجود در ظرف واکنش نسبت به شمار مول مواد موجود در ظرف در آغاز فرایند، چه تغییری کرده است؟

t (min)	۰	۵	۱۰
غلظت (M)			
A	X	$0/2$	$0/16$
D	$0/4$	$0/34$	Y
E	۰	$0/18$	$0/24$

(۱) $\text{A} + 2\text{D} \rightarrow 3\text{E}$ ، تغییری نکرده است.

(۲) $\text{A} + 2\text{D} \rightarrow 3\text{E}$ ، $1/6$ مول افزایش یافته است.

(۳) $2\text{A} + \text{D} \rightarrow 3\text{E}$ ، تغییری نکرده است.

(۴) $2\text{A} + \text{D} \rightarrow 3\text{E}$ ، $1/6$ مول افزایش یافته است.

۹۰- چند مورد از عبارت های زیر درست هستند؟

- (الف) در ساختار گروه های عاملی هیدروکسیل و اتری، اتم اکسیژن به ترتیب، به یک و به دو کربن متصل شده است.
- (ب) اگر در مولکول ترکیبی با ساختار زنجیری سیرشده تنها یک گروه عاملی کربونیل وجود داشته باشد، فرمول مولکولی آن از الگوی $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$ پیروی می کند.

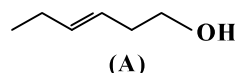
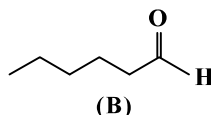
(پ) ۲-هپتانول، بنزآلدئید و بنزونیتریک اسید دارای گروه های عاملی اکسیژن دار و هر سه از نوع ترکیب هایی آروماتیک هستند.

(ت) در ساختار ساده ترین کتون، ساده ترین کربوکسیلیک اسید و ساده ترین الکل، به ترتیب، ۳، ۲ و ۱ اتم کربن وجود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

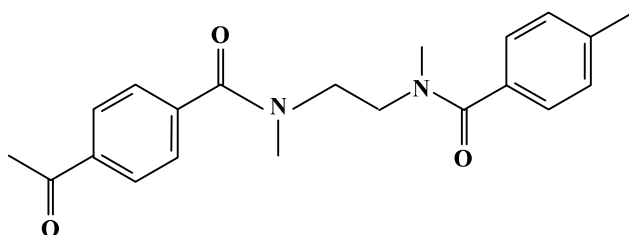
محل انجام محاسبات:

۹۱- با توجه به ساختارهای داده شده کدام عبارت درست است؟



- (۱) هر دو ترکیب آلی فرمول مولکولی $C_6H_{12}O$ داشته و ایزومر (همپار) محسوب می شوند.
 (۲) به ازای سوزاندن یک مول از هر یک از آن ها در شرایط معین، مقدار گرمای یکسانی حاصل می شود.
 (۳) از واکنش ترکیب A با گاز هیدروژن، الکی حاصل می شود که در دمای اتاق کم محلول در آب است.
 (۴) از آنجایی که شمار و نوع اتم ها در مولکول های این دو ترکیب یکسان است، مجموع آنتالپی های پیوندها برای هر دو ماده یکسان است.
 ۹۲- کدام عبارت درست است؟

- (۱) برخی از درشت مولکول ها مانند پلی اتن، نایلون و نشاسته در طبیعت یافت نمی شوند و از واکنش بسیار در صنعت تولید می شوند.
 (۲) درشت مولکول ها شمار اتم بسیار زیادی دارند و برای هیچ یک از آن ها نمی توان جرم مولی و فرمول مولکولی معینی در نظر گرفت.
 (۳) واحد تکرارشونده در ساختار مولکول پلیمرها به نام مونومر یا تکپار شناخته می شود.
 (۴) هر ترکیب آلی که پیوند دوگانه کربن-کربن در زنجیر کربنی مولکول خود داشته باشد می تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.
 ۹۳- با توجه به شکل نشان داده شده که بخشی از ساختار یک نوع پلیمر را نمایش می دهد، کدام عبارت درست است؟



- (۱) از دسته پلی آمین ها محسوب می شود و در شرایط مناسب بر اثر واکنش با آب به مولکول های ساده تر تجزیه می شود.
 (۲) گروه های عاملی مشابهی با کولار دارد و از واکنش دی الکل و دی اسید در شرایط مناسب تهیه می شود.
 (۳) طی تولید این پلیمر، آب نیز به عنوان فراورده جانبی طی فرایند استری شدن تولید می شود.
 (۴) در ساختار مولکول مونومر آروماتیک مربوط به این پلیمر در مقایسه با مولکول بنزوئیک اسید، یک اتم کربن و دو اتم اکسیژن بیشتر وجود دارد.

- ۹۴- از واکنش $17/6$ گرم از یک اسید آلی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده با مقدار کافی از اتانول طی فرایندی با بازده 75% درصد، $17/4$ گرم ترکیب آلی حاصل شده است. کدام فرمول ساختاری را می توان برای اسید آلی در نظر گرفت؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)
 (۱) CH_3CH_2COOH (۲) $(CH_3)_2CHCOOH$ (۳) $CH_3(CH_2)_3COOH$ (۴) CH_3COOH
 ۹۵- برای سوختن کامل یک اسید چرب یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده 116 گرم گاز اکسیژن لازم است. اگر در طی این واکنش 45 گرم بخار آب تولید شده باشد، جرم مولی صابون جامد تهیه شده از این اسید چرب چند گرم بر مول خواهد بود؟

($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, K = 39 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) 312 (۲) 315 (۳) 334 (۴) 350

- ۹۶- در محلول $0/3$ مولار یک اسید ضعیف تک پروتون دار، درجه یونش برابر با $0/2$ است. ثابت یونش و درجه یونش این اسید در محلول $0/05$ مولار آن (در دما و فشار یکسان) چقدر خواهد بود؟

- (۱) $0/4, 1/2 \times 10^{-2}$ (۲) $0/4, 1/5 \times 10^{-2}$ (۳) $0/7, 1/2 \times 10^{-2}$ (۴) $0/7, 1/5 \times 10^{-2}$

- ۹۷- pH محلولی که از مخلوط کردن 400 میلی لیتر محلول باریم هیدروکسید $0/4$ مولار و 800 میلی لیتر محلول نیتریک اسید $0/1$ مولار به دست آمده است، برابر چند است؟

- (۱) $13/3$ (۲) 13 (۳) $1/7$ (۴) $1/5$

محل انجام محاسبات:

۱۰۴- انرژی فعالسازی واکنش گرماده $2N_2O(g) \rightarrow 2N_2(g) + O_2(g)$ برابر با ۲۴۵ کیلوژول است. اگر تفاوت سطح انرژی واکنش دهنده و فراورده‌ها در این واکنش برابر با ۱۶۴ کیلوژول باشد، کدام مطلب درست است؟

الف) اگر با استفاده از یک کاتالیزگر، انرژی فعالسازی واکنش نصف شود، گرمای حاصل از واکنش افزایش خواهد یافت.

ب) انرژی فعالسازی واکنش در جهت برگشت ۴۰۹- کیلوژول بوده و سطح انرژی فراورده‌ها به قله واکنش نزدیک‌تر است.

پ) با تولید ۰/۲۵ مول گاز نیتروژن در این واکنش ۲۰/۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

ت) استفاده از کاتالیزگر منجر به افزایش تعداد N_2O تبدیل شده به N_2 و O_2 در واحد زمان خواهد شد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۱۰۵- در چند مورد از واکنش‌های موازنه نشده زیر، تأثیر کاهش دما و کاهش فشار بر روی تعادل با یکدیگر هم‌جهت است؟

- $NOCl(g) \rightleftharpoons NO(g) + Cl_2(g) \quad \Delta H > 0$
- $C_2H_4(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons C_2H_6(g) + O_2(g) \quad \Delta H > 0$
- $NO(g) + O_3(g) \rightleftharpoons NO_2(g) + O_2(g) \quad \Delta H < 0$
- $NH_3(g) + O_2(g) \rightleftharpoons NO(g) + H_2O(g) \quad \Delta H < 0$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل‌زاده	حسین شفیع‌زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سیدمحسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم‌نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف‌خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاه‌مرادی- احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دری‌کوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور- شهرام شاه‌پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

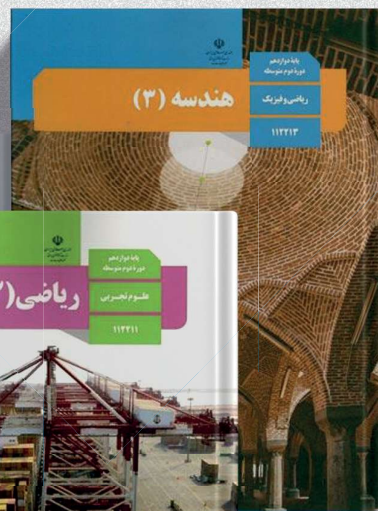
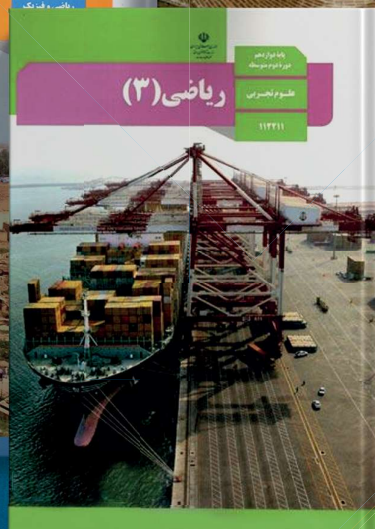
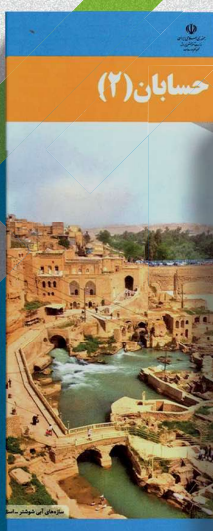
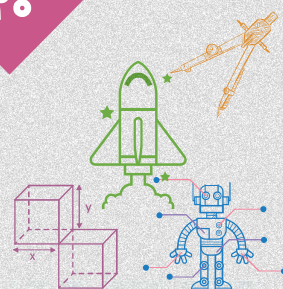
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۲ فروردین ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۰



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)



– جمله n ام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می باشد. ($t_1, r \neq 0$)



با استفاده از جمله عمومی دنباله هندسی، روابط داده شده را ساده می کنیم:

$$\begin{cases} a_6 + a_7 = 10 \Rightarrow a_1 q^5 + a_1 q^6 = 10 \Rightarrow a_1 q^5 (q + 1) = 10 & (1) \\ a_8 - a_6 = 24 \Rightarrow a_1 q^7 - a_1 q^5 = 24 \Rightarrow a_1 q^5 (q^2 - 1) = 24 & (2) \end{cases}$$

رابطه (۱) را بر رابطه (۲) تقسیم می کنیم و با استفاده از تغییر متغیر معادله را حل می کنیم:

$$\frac{q^5 (q^2 - 1)}{q^5 (q + 1)} = \frac{24}{10} \xrightarrow{q^5 = t} \frac{t(t-1)}{t+1} = \frac{12}{5} \Rightarrow 5t^2 - 12t - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (t-4)(5t+3) = 0 \xrightarrow{t>0} t = 4 \Rightarrow q^5 = 4 \xrightarrow{q>0} q = 2$$

$$a_1 q^5 (q + 1) = 10 \xrightarrow{q=2} a_1 = \frac{1}{4}$$

مقدار $q = 2$ را در رابطه (۱) جایگذاری می کنیم تا a_1 به دست آید:

$$a_7 = a_1 q^6 = 2$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)



– اگر معادله $P(x) = 0$ دارای $\Delta < 0$ باشد، در این صورت معادله $P(x) = 0$ ریشه حقیقی ندارد و علامت عبارت $P(x)$ برای x های مختلف از جدول زیر تعیین می شود:

x	برای هر $x \in \mathbb{R}$
$P(x)$	موافق علامت a



با توجه به فرض سؤال، دو نامعادله زیر باید همواره برقرار باشند:

$$\begin{cases} -x^2 - 2x + m < 2x + 7 \\ -x^2 - 2x + m < -4x + 2m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + (7 - m) > 0 \\ x^2 - 2x + m > 0 \end{cases}$$

در هر دو رابطه به شرطی نامعادله همواره برقرار است که Δ منفی بوده و ضریب جمله درجه دوم مثبت باشد (توجه کنید که در نامعادله های فوق، ضریب x^2 مثبت است):

$$\begin{cases} \Delta_1 < 0 \Rightarrow 16 - 4(7 - m) < 0 \Rightarrow m < 3 \\ \Delta_2 < 0 \Rightarrow 4 - 4m < 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases}$$

از اشتراک دو نامساوی به دست آمده، محدوده $1 < m < 3$ به دست می آید.

۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)



– به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه ها S و ضرب ریشه ها P باشد، این روابط برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, P = \frac{c}{a}$$



روابط مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را می‌نویسیم. فرض کنید $\alpha + \beta = S$ و $\alpha\beta = P$ ؛ بنابراین اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - 9x + 9 = 0$ را S' و P' بنامیم، داریم:

$$S' = 1 + \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} \Rightarrow S' = 2 + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \Rightarrow S' = 2 + \frac{S}{P} \xrightarrow{S'=9} S = 7P$$

$$P' = (1 + \frac{1}{\alpha})(1 + \frac{1}{\beta}) \Rightarrow P' = 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta} \Rightarrow P' = 1 + \frac{S + 1}{P} \xrightarrow{P'=9} S + 1 = 8P$$

از حل دستگاه فوق متوجه می‌شویم که $S = 7$ و $P = 1$ اکنون به محاسبه مقدار خواسته شده می‌پردازیم:

$$A = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \Rightarrow A^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \Rightarrow A^2 = S + 2\sqrt{P} \Rightarrow A^2 = 7 + 2 \Rightarrow A^2 = 9 \xrightarrow{A>0} A = 3$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۴- پاسخ: گزینه ۴



- فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ است.



فاصله نقطه $A(a, 2)$ از خط $3x + 4y - 4 = 0$ برابر است با:

$$\frac{|3a + 8 - 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|3a + 4|}{5}$$

مقدار به دست آمده با فاصله نقطه $A(a, 2)$ از محور عرض‌ها (خط $x = 0$) برابر است:

$$|a| = \text{فاصله } A \text{ از محور عرض‌ها}$$

$$\Rightarrow \frac{|3a + 4|}{5} = |a| \Rightarrow \begin{cases} 3a + 4 = 5a \Rightarrow a = 2 \\ 3a + 4 = -5a \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموع مقادیر ممکن برای a برابر $\frac{3}{2} + (-\frac{1}{2}) = 1$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۵- پاسخ: گزینه ۱



- برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$



ابتدا ضابطه وارون تابع g را محاسبه می‌کنیم:

$$y = \frac{x+3}{x-1} \Rightarrow xy - y = x + 3 \Rightarrow xy - x = y + 3 \Rightarrow x(y-1) = y+3 \Rightarrow x = \frac{y+3}{y-1}$$

بنابراین $g^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-1}$ یعنی دو تابع g و g^{-1} برابر یا یکدیگر هستند.

پس به جای محاسبه دامنه تابع $f \circ g$ ، دامنه تابع f و g به صورت زیر است:

$$D_f = \left[-\frac{a}{2}, +\infty\right) \quad , \quad D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

بنابراین دامنه تابع مرکب fog به صورت زیر است:

$$D_{fog} = \left\{ x \neq 1 \mid \frac{x+3}{x-1} \geq -\frac{a}{2} \right\} \Rightarrow D_{fog} = \left\{ x \neq 1 \mid \frac{x+3}{x-1} + \frac{a}{2} \geq 0 \right\} \Rightarrow D_{fog} = \left\{ x \neq 1 \mid \frac{2(x+3) + a(x-1)}{2(x-1)} \geq 0 \right\}$$

$$\Rightarrow D_{fog} = \left\{ x \neq 1 \mid \frac{(2+a)x + 6-a}{2(x-1)} \geq 0 \right\}$$

به شرطی جواب نامعادله بالا به صورت $(1, +\infty)$ است که صورت کسر برابر با یک عدد ثابت نامنفی باشد، پس:

$$\begin{cases} 2+a=0 \\ 6-a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۱



$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$

-

-



دو طرف تساوی داده شده را بر $\sin x \cos x$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{\sin x \cos x}{\sin x \cos x} - \frac{\sin^2 x}{\sin x \cos x} \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} - \cot x = 1 - \tan x$$

برای حل این معادله از تغییر متغیر $\tan x = a$ استفاده می کنیم:

$$\tan x = a \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 1 - a \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} - \cot x = 1 - a \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = 1 - a \Rightarrow \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = 1 - a \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{\sin x \cos x} = 1 - a \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 1 - a \Rightarrow \tan x = 1 - a$$

با توجه به تغییر متغیر، $\tan x = \frac{1}{2}$ است، پس:

$$\begin{cases} 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \xrightarrow{\cot x = 2} 1 + 4 = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} = 5 \\ 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۷- پاسخ: گزینه ۴



$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

-

-



با توجه به دامنه تعریف لگاریتم، $3-x$ مثبت است، پس $x < 3$ ؛ بنابراین $|x-3| = 3-x$ و داریم:

$$\log_7(3-x) = 4 + \log_7(3-x)^{-1} \Rightarrow \log_7(3-x) = 4 - \log_7(3-x)$$

$$\Rightarrow 2 \log_7(3-x) = 4 \Rightarrow \log_7(3-x) = 2$$

$$\Rightarrow 3-x = 4 \Rightarrow x = -1$$

جواب به دست آمده قابل قبول است؛ بنابراین مقدار $\log_7(1-7x)$ برابر است با:

$$\log_7(1-7x) = \log_7 8 = 3$$

کوچک ترین عدد صحیح بزرگ تر از ۳، برابر ۴ است.

۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)



- برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ ، اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.

- برای رسم نمودار $y = f(x + k)$ ، اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

- اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.



به ترتیب تبدیلات موردنظر را انجام می‌دهیم:

$$f(x) \xrightarrow{\text{دو واحد به راست}} f(x-2) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت محور عرض‌ها}} f(-x-2) \xrightarrow{\text{سه واحد به پایین}} f(-x-2)-3$$

بنابراین ضابطه تابع g به صورت زیر است:

$$g(x) = f(-x-2)-3 \Rightarrow g(x) = \frac{1-2(-x-2)}{-x-2+3}-3 \Rightarrow g(x) = \frac{2x+5}{-x+1}-3 \Rightarrow g(x) = \frac{5x+2}{-x+1}$$

برای یافتن نقاط برخورد تابع g با g^{-1} کافی است تابع g را با خط $y = x$ تقاطع دهیم:

$$g(x) = x \Rightarrow \frac{5x+2}{-x+1} = x \Rightarrow x^2 + 4x + 2 = 0 \xrightarrow{S = \frac{-b}{a}} x_1 + x_2 = -4$$

۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)



- قضیه تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها: اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آنگاه چندجمله‌ای‌های منحصر به فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به طوری که:

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از $r(x) = f\left(\frac{-b}{a}\right)$.

چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-2$ بخش پذیر است، پس:

$$P(2) = 0 \Rightarrow 16 + 8b + 24 - 6a + 4 = 0 \Rightarrow 4b - 3a = -22$$

از طرفی قضیه تقسیم را برای تقسیم دوم می‌نویسیم:

$$P(x) = (x-2)^2 g(x) + ax + b \quad P(2) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$$

$$\begin{cases} 4b - 3a = -22 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \text{ به جواب‌های } a = 2 \text{ و } b = -4 \text{ می‌رسیم؛ در نتیجه } a + b = -2.$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)



$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$

- اگر α زاویه دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \end{cases} \text{ یا}$$

تذکر: در رابطه‌های فوق، علامت نسبت مثلثاتی زاویه α با توجه به ناحیه‌ای که زاویه α در آن قرار دارد، تعیین می‌شود.



ابتدا با توجه به مقدار داده شده برای $\tan(B-C)$ ، مقدار $\sin(B-C)$ را پیدا می‌کنیم:

$$1 + \tan^2(B-C) = \frac{1}{\cos^2(B-C)} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2(B-C)} \Rightarrow \cos^2(B-C) = \frac{16}{25} \Rightarrow 1 - \sin^2(B-C) = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \sin^2(B-C) = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin(B-C) = \pm \frac{3}{5}$$

توجه شود که B و C زوایای حاده بوده و $\tan(B-C)$ مثبت است، پس $\sin(B-C)$ نیز حتماً مقداری مثبت است، پس:

$$\sin(B-C) = \frac{3}{5}$$

اکنون به محاسبه مقدار خواسته شده می‌پردازیم و به جای $\frac{3}{5}$ ، $\sin(B-C)$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$P = \frac{\Delta(\frac{3}{5} - \sin(B+C))}{\sin C \cos B} = \frac{\Delta(\sin(B-C) - \sin(B+C))}{\sin C \cdot \cos B} = \frac{\Delta(\sin B \cos C - \cos B \sin C - \sin B \cos C - \cos B \sin C)}{\sin C \cdot \cos B}$$

$$= \frac{-10 \cos B \sin C}{\sin C \cdot \cos B} = -10$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۱- پاسخ: گزینه ۳



- توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



طول نقاط A و B را α و β فرض می‌کنیم. مطابق نمودار فاصله طولی دو نقطه A و B ، برابر نصف دوره تناوب تابع f است. پس از آنجا که دوره

تناوب تابع f برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ بوده و a عددی مثبت است (مطابق شکل نمودار)، در نتیجه $\beta - \alpha = \frac{\pi}{a}$ است. شیب پاره خط AB برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{-2 - 2}{\beta - \alpha} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-4}{\frac{\pi}{a}} \Rightarrow m_{AB} = -\frac{4a}{\pi}$$

شیب پاره خط AB برابر $-\frac{3}{\pi}$ است، یعنی $-\frac{4a}{\pi} = -\frac{3}{\pi}$ ؛ بنابراین:

$$a = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۱



- رابطه تانژانت مجموع زوایا:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$



سعی می‌کنیم عبارت $\cos^2 x$ را بر حسب $\tan x$ بنویسیم:

$$\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x \xrightarrow{\text{تقسیم بر } \cos^2 x} \cos^2 x = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 - (\frac{\sin x}{\cos x})^2}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

اکنون از رابطه $\cos^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ استفاده کرده و معادله را حل می‌کنیم:

$$1 + \Delta \cos^2 x = \tan x \Rightarrow 1 + \frac{\Delta(1 - \tan^2 x)}{1 + \tan^2 x} = \tan x \Rightarrow \frac{\Delta(1 - \tan^2 x)}{1 + \tan^2 x} = -1 + \tan x \Rightarrow \frac{\Delta(1 - \tan x)(1 + \tan x)}{1 + \tan^2 x} = -(1 - \tan x)$$

عامل $1 - \tan x$ را از دو طرف تساوی ساده می‌کنیم. از آنجاکه $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ است، پس $1 - \tan x \neq 0$ است؛ بنابراین:

$$\frac{\Delta(1 + \tan x)}{1 + \tan^2 x} = -1 \Rightarrow \tan^2 x + \Delta \tan x + \epsilon = 0 \Rightarrow \tan x = -2 \text{ یا } -3$$

پس $\tan \alpha = -2$ و $\tan \beta = -3$ ، پس مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{-2 - 3}{1 - 6} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۳- پاسخ: گزینه ۴



$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

- برای رفع ابهام حالت $\frac{\pi}{2}$ رادیکالی، ابتدا مزدوج رادیکال را در آن ضرب می‌کنیم، سپس با تبدیل به چندجمله‌ای، آن را تجزیه می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$



$$\sqrt{1 - \cos 2x} = \sqrt{2\sin^2 x} = \sqrt{2}|\sin x|$$

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی، ابتدا مخرج کسر را ساده می‌کنیم:

اکنون به محاسبه حد موردنظر می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + 4x} - \sqrt{1 - 2x}}{\sqrt{2}|\sin x|} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sqrt{1 + 4x} - \sqrt{1 - 2x})(\sqrt{1 + 4x} + \sqrt{1 - 2x})}{(-\sqrt{2}\sin x)(\sqrt{1 + 4x} + \sqrt{1 - 2x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + 4x - 1 + 2x}{-2\sqrt{2}\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{6x}{-2\sqrt{2}\sin x} = -\frac{3}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۴



- اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_m} x^{n-m}$$



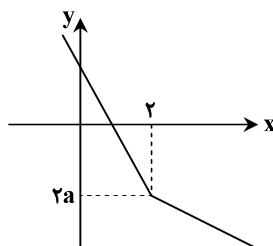
ابتدا تابع f را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} ax - x + 2 & x < 2 \\ ax + x - 2 & x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} (a-1)x + 2 & x < 2 \\ (a+1)x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

به شرطی f اکیداً نزولی است که شیب هر دو ضابطه منفی باشد، پس $a < -1$ و نمودار f مطابق

شکل روبه‌رو می‌باشد:

بنابراین ضابطه وارون تابع f به صورت زیر است:



$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{a-1}(x-2) & x > 2a \\ \frac{1}{a+1}(x+2) & x < 2a \end{cases}$$

پس با توجه به مقدار حد داده شده، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \frac{16}{9} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+1)x - 2}{\frac{1}{a-1}(x-2)} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{a+1}{a-1} = \frac{16}{9} \Rightarrow a^2 - 1 = \frac{16}{9} \Rightarrow a^2 = \frac{25}{9} \xrightarrow{a < -1} a = -\frac{5}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

۱۵- پاسخ: گزینه ۳



– (پیوستگی در نقطه): تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.



برای آنکه تابع f روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته باشد، باید دامنه آن برابر $\mathbb{R}$ بوده و در $x = 1$ نیز پیوسته باشد. پس تابع f باید در $x = 1$ حد داشته باشد. به علت وجود عبارت $|x - 1|$ در ضابطه تابع، حد راست و چپ تابع در $x = 1$ قرینه یکدیگر است، پس به شرطی ضابطه اول در $x = 1$ حد دارد که صورت کسر، مضربی از $|x - 1|$ باشد، پس باید زیر رادیکال مضربی از $(x - 1)^2$ باشد، یعنی:

$$ax^2 + 4bx + c = a(x - 1)^2 \Rightarrow ax^2 + 4bx + c = ax^2 - 2ax + a \Rightarrow \begin{cases} 4b = -2a \Rightarrow b = -\frac{1}{2}a \\ c = a \end{cases}$$

ضمناً باید حد تابع و مقدار تابع در $x = 1$ با یکدیگر برابر باشد، تا تابع در $x = 1$ پیوسته باشد، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{a(x-1)^2}}{|x-1|} = a + b \Rightarrow \sqrt{a} = a - \frac{1}{2}a \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow a = 4$$

با جایگذاری مقدار a در معادلات قسمت قبل؛ بنابراین $b = -2$ و $c = 4$ است و مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{ab}{c} = \frac{4(-2)}{4} = -2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۶- پاسخ: گزینه ۳



– (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند I ($I \subseteq D_f$) پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.

ب) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.

پ) اگر f' در نقطه c تغییر علامت ندهد، به طوری که f' در هر دو طرف c مثبت یا هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه $f(c)$ نه مینیمم نسبی و نه ماکزیمم نسبی است.



ابتدا معادله f را محاسبه می‌کنیم. سهمی f در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور طول‌ها مماس است، پس ضابطه f را به صورت $f(x) = a(x - 2)^2$ در نظر می‌گیریم. در این صورت $f(0) = 4a$ به دلیل تقارن سهمی، طول نقطه A برابر ۴ است. پس $A(4, 4a)$ ، مختصات نقطه A است. حال، مشتق تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 2a(x - 2) \Rightarrow m = f'(4) = 4a$$

پس شیب خط گذرنده از دو نقطه $(4, 4a)$ و $(0, -6)$ برابر $4a$ است:

$$\frac{-6 - 4a}{0 - 4} = 4a \Rightarrow -12a = -6 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

بنابراین $f(x) = \frac{1}{4}(x - 2)^2$. اکنون به محاسبه اکستریم‌های تابع $y = xf(x)$ می‌پردازیم:

$$y = xf(x) = \frac{1}{4}x(x - 2)^2$$

$$y' = \frac{1}{4}((x - 2)^2 + 2x(x - 2)) = \frac{1}{4}(x - 2)(3x - 2)$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } \frac{2}{3}$$

پس نقاطی به طول ۲ یا $\frac{2}{3}$ اکستریم‌های نسبی تابع $y = x f(x)$ هستند. عرض این نقاط اکستریم برابر است با:

$$\begin{cases} x=2 \Rightarrow y=2f(2) \Rightarrow y=2 \times \frac{1}{3}(2-2)^2 \Rightarrow y=0 \\ x=\frac{2}{3} \Rightarrow y=\frac{2}{3}f\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow y=\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}-2\right)^2 \Rightarrow y=\left(-\frac{4}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} \Rightarrow y=\frac{16}{27} \end{cases}$$

با توجه به اینکه $\frac{16}{27}$ در گزینه ۳ آمده است، پس این گزینه درست است.

۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)



$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- تعریف مشتق تابع:

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

- اگر f و g دو تابع مشتق‌پذیر باشند، در این صورت تابع مرکب fog مشتق‌پذیر است و داریم:



ابتدا مشتق توابع f و g در $x=2$ را به‌طور جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} g'(2) = \frac{3}{2} \Rightarrow g'(2) = 6$$

$$2) f(x) = -x + (x-1)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x) = -1 + \frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = -1 + \frac{2}{3\sqrt[3]{x-1}} \Rightarrow f'(2) = -1 + \frac{2}{3 \times (-2)} \Rightarrow f'(2) = -\frac{4}{3}$$

$$(gof)'(2) = f'(2) \times g'(f(2)) = f'(2) \times g'(2) = -\frac{4}{3} \times 6 = -8$$

بنابراین مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$f(2) = -2 + \sqrt[3]{(2-1)^2} = -2 + \sqrt[3]{-8} = -2 + (-2) = -4$$

توجه کنید که $f(2)$ را این‌گونه محاسبه کرده‌ایم:

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)



- (تعریف): فرض کنیم تابع f در نقطه $x=c$ پیوسته است. در این صورت نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:

الف) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.

ب) جهت تقعر f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.



نقاط عطف تابع درجه چهارم f همان ریشه‌های ساده معادله $f''(x) = 0$ است.

ابتدا مشتق دوم تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 48x + 36 \Rightarrow f''(x) = 12(x^2 - 4x + 3)$$

سپس معادله $f''(x) = 0$ را حل می‌کنیم:

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=k+11 \\ x=3 \Rightarrow y=k+27 \end{cases}$$

خط گذرنده از نقاط عطف و مبدأ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(k+27) - (k+11)}{3-1} = 8$$

معادله خط گذرنده از نقاط عطف و مبدأ $y = 8x$:

حال، کافی است یکی از نقاط عطف را در معادله صدق می‌دهیم تا مقدار k به‌دست آید:

$$y = 8x \xrightarrow{(1, k+11)} k+11 = 8 \times 1 \Rightarrow k = -3$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

- مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی برابر است با:

$$(n-2)180^\circ$$

- هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم برابر است با:

$$\frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

- مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی برابر است با:

$$360^\circ$$

- هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم برابر است با:

$$\frac{360^\circ}{n}$$



طبق نکات بالا، خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{\left(\frac{12-2}{12}\right)180^\circ}{\frac{360^\circ}{12}} = \frac{10 \times 180^\circ}{2 \times 180^\circ} = \frac{10}{2} = 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

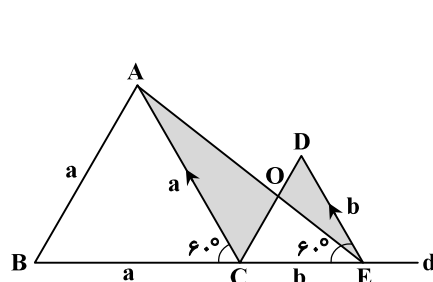
۲۰- پاسخ: گزینه ۲

- اگر مثلث‌های $A'B'C'$ و ABC متشابه باشند و نسبت تشابه آن‌ها k باشد $\left(\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k\right)$ ، آنگاه:

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2 \text{ است. یعنی } k^2 \text{ نسبت تشابه یعنی } k^2.$$



هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع، متشابه‌اند و نسبت مساحت‌های آن‌ها، مجذور نسبت اضلاع دو مثلث می‌باشد. اگر اندازه ضلع مثلث ABC را a و اندازه ضلع مثلث CDE را b در نظر بگیریم، داریم:



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CDE}} = 4 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

$$\hat{ACB} = 60^\circ, \hat{DEC} = 60^\circ \Rightarrow DE \parallel AC \Rightarrow \begin{cases} \hat{EDO} = \hat{OCA} \\ \hat{DEO} = \hat{OAC} \end{cases}$$

پس دو مثلث OAC و ODE به حالت تساوی دو زاویه، متشابه‌اند و داریم:

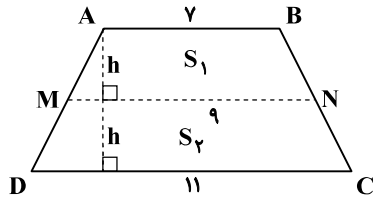
$$\frac{S_{\triangle OAC}}{S_{\triangle ODE}} = \left(\frac{AC}{DE}\right)^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2^2 = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳



- حجم منشور قائم برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع.



اندازه ارتفاع منشور را H در نظر می‌گیریم. در قاعده ABCD، طبق شکل مقابل، داریم:

$$MN = \frac{AB + DC}{2} = \frac{7 + 11}{2} = 9$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2}(9 + 7) \times h = \frac{16}{2}h = 8h \\ S_2 = \frac{1}{2}(9 + 11) \times \frac{h}{2} = \frac{20}{2} \times \frac{h}{2} = 5h \end{cases} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{5} = \frac{4}{5}$$

حال نسبت حجم دو قسمت به وجود آمده را به‌دست می‌آوریم:

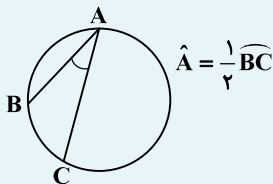
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1 \cdot H}{S_2 \cdot H} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل‌های ۱ و ۲، درس ۱)

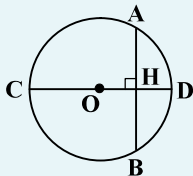
۲۲- پاسخ: گزینه ۲



- اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.

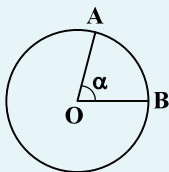


- اگر CD قطری از دایره باشد که بر وتر AB عمود است، آنگاه قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند.



$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$$

- اندازه کمان، همان اندازه زاویه مرکزی مقابل به آن کمان تعریف می‌شود و واحد آن درجه است.



$$\widehat{AB} = \hat{AOB} = \alpha$$

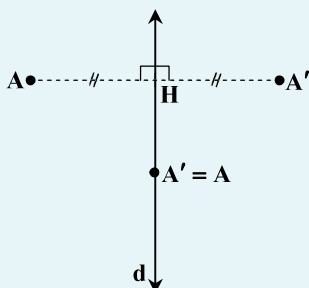
- برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d، کافی است از نقطه A به خط داده‌شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به‌اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا A' به‌دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم:

$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمودمنصف پاره‌خط AA' خواهد بود.

خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می‌شود.

اگر نقطه‌ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می‌شود؛ به عبارتی A' همان A است.





طبق شکل، O' بازتاب O نسبت به BC است و داریم:

$$S(O) = O' \Rightarrow OH = HO'$$

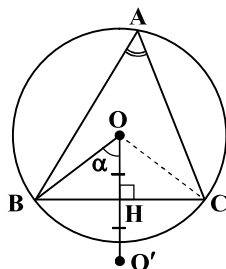
$$\frac{OO'}{2} = OH, \quad \frac{BC}{2} = BH$$

$$OO' = BC \Rightarrow OH = BH$$

مثلث OBH ، قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. پس زاویه α در شکل 45° است.

$$\hat{\alpha} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 90^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

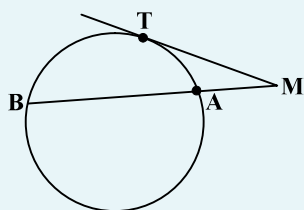


▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۲۳- پاسخ: گزینه ۲



- هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع



$$MT^2 = MA \cdot MB$$



شکل مقابل را در نظر بگیرید. شعاع دایره را R فرض کرده و داریم:

$$R = AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a$$

$$R = AE = AM \Rightarrow AE = \sqrt{5}a \Rightarrow R = AF = \sqrt{5}a$$

$$CE = AC - AE = \sqrt{2}(2a) - \sqrt{5}a = (2\sqrt{2} - \sqrt{5})a$$

$$CF = AC + AF = \sqrt{2}(2a) + \sqrt{5}a = (2\sqrt{2} + \sqrt{5})a$$

حال طبق رابطه طولی در دایره، داریم:

$$CT^2 = CE \times CF = (2\sqrt{2} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + \sqrt{5})a^2 = (8 - 5)a^2 = 3a^2$$

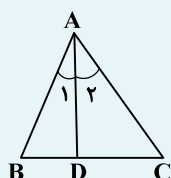
$$CT = \sqrt{3}a$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۴



- در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



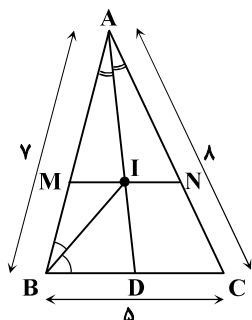
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



در مثلث ABC، AD نیمساز است، پس داریم:

$$\triangle ABC: \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{BD}{DB+DC} = \frac{7}{7+8} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{7}{15} \Rightarrow \frac{BD}{5} = \frac{7}{15}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{7}{15} \times 5 = \frac{7}{3}$$



در مثلث ABD نیز، BI نیمساز است، پس داریم:

$$\triangle ABD: \frac{AI}{ID} = \frac{AB}{BD} = \frac{7}{\frac{7}{3}} = 3 \Rightarrow \frac{AI}{ID} = 3 \Rightarrow \frac{AI}{AI+ID} = \frac{3}{1+3} \Rightarrow \frac{AI}{AD} = \frac{3}{4}$$

حال در مثلث ABC با توجه به موازی بودن MN با BC، از تالس استفاده می‌کنیم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AI}{AD} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{MN}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow MN = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۱



- برای هر ماتریس مربعی مانند A، وارون ماتریس A (در صورت وجود) ماتریسی است چون B به طوری که $A \times B = B \times A = I$. در این صورت B را وارون A می‌نامیم و با A^{-1} نشان می‌دهیم:

$$A \times B = B \times A = I \Rightarrow A^{-1} = B$$

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}| \text{ و } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}, |A^n| = |A|^n$$

- اگر A ماتریس مربعی مرتبه n باشد، داریم:



وارون ماتریس A، ماتریس I - A است، پس داریم:

$$A^{-1} = I - A \Rightarrow A \cdot A^{-1} = I \Rightarrow A(I - A) = I \Rightarrow A - A^2 = I$$

$$A^2 = A - I \Rightarrow A^4 = (A - I)^2 = A^2 - 2A + I, A^2 = A - I \Rightarrow A^4 = A - I - 2A + I$$

$$A^4 = -A \Rightarrow |A^4| = |-A| \Rightarrow |A|^4 = (-1)^3 |A| = -|A|$$

$$|A|^3 = -1 \Rightarrow |A| = -1$$

چون A وارون پذیر است، پس $|A| \neq 0$ و لذا از رابطه $|A|^4 = -|A|$ داریم:

$$|A|^4 = |A|^4 = (-1)^4 = 1$$

خواسته سؤال برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

۲۶- پاسخ: گزینه ۱



- ماتریس مربعی A قطری است هرگاه تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن برابر صفر باشند.
- (ضرب ماتریس در ماتریس): اگر A ماتریسی $m \times p$ و B ماتریسی $p \times n$ باشد (تعداد ستون‌های ماتریس A با تعداد سطرهای B برابر باشد)، در این صورت $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n} = [c_{ij}]$ می‌کنیم. اگر فرض کنیم $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ ماتریس C ماتریسی $m \times n$ بوده که درایه روی سطر iام و ستون jام در آن یعنی، c_{ij} از ضرب سطر iام A در ستون jام B به دست می‌آید، یعنی:

$$c_{ij} = \text{سطر } i\text{ام A} \times \text{ستون } j\text{ام B} \Rightarrow c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ip} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{pj} \end{bmatrix} = a_{i1} \times b_{1j} + a_{i2} \times b_{2j} + \dots + a_{ip} \times b_{pj}$$

- اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس اسکالر می‌نامیم.

$$\text{ماتریس اسکالر مرتبه ۲} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$$



چون A ماتریس قطری است، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} a & a+1 \\ 2b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a^2 + 4a + 4 & -a+1 \\ -2ab+4a & a-2b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -a+1=0 \\ 4a-2ab=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

حال A^n را به ازای n های مختلف محاسبه می کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 49I : \text{ به ازای } n=2 \text{ اسکالر است}$$

$$A^2 = 49I \xrightarrow{\times A} A^3 = 49A = \begin{bmatrix} 49 \times 1 & 0 \\ 0 & -49 \times 1 \end{bmatrix} : \text{ به ازای } n=3 \text{ اسکالر نیست}$$

$$A^2 = 49I \Rightarrow A^4 = (49)^2 I = \begin{bmatrix} 49^2 & 0 \\ 0 & 49^2 \end{bmatrix} : \text{ به ازای } n=4 \text{ اسکالر است}$$

بنابراین به ازای n های زوج، ماتریس A^n اسکالر است، پس خواسته سؤال، $n=2$ است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

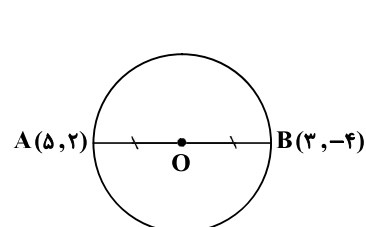


- با داشتن مختصات مرکز و طول شعاع دایره، می توان معادله آن را تعیین کرد و برعکس با داشتن معادله دایره می توان مختصات مرکز و طول شعاع آن را به دست آورد.

$$r = \text{شعاع دایره}, O'(\alpha, \beta) : \text{مرکز دایره} \Rightarrow (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$



کوچک ترین دایره گذرنده از نقاط $A(5,2)$ و $B(3,-4)$ ، دایره ای به قطر AB است؛ بنابراین معادله دایره به صورت زیر است.



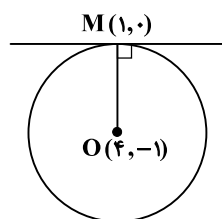
$$\text{مرکز } O = \frac{A+B}{2} \Rightarrow O(4, -1)$$

$$R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(5-3)^2 + (2+4)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{40} = \sqrt{10}$$

$$\text{معادله دایره: } (x-4)^2 + (y+1)^2 = 10$$

مختصات نقطه $M(1,0)$ در این دایره صدق می کند:

$$(1-4)^2 + (0+1)^2 = 9+1 = 10$$



بنابراین معادله خط مماس بر دایره در نقطه M به صورت زیر است:

$$\text{شیب } OM = \frac{-(-1)}{1-4} = -\frac{1}{3}$$

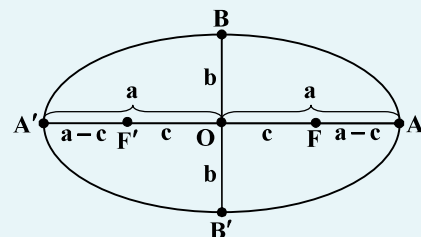
$$\text{شیب خط مماس} = 3 \Rightarrow y-0 = 3(x-1) \Rightarrow y = 3x-3$$

$y = 3x-3$ معادله خط مماس است که از بین نقاط گزینه ها، فقط نقطه $(2,3)$ روی این خط قرار دارد.

۲۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)



- در بیضی شکل زیر داریم:



$$1) AA' = 2a = \text{طول قطر بزرگ}$$

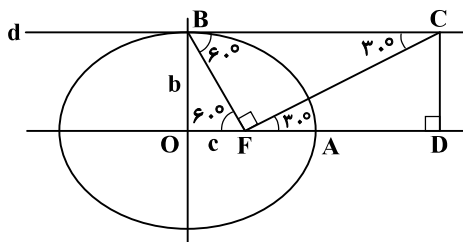
$$2) BB' = 2b = \text{طول قطر کوچک}$$

$$3) FF' = 2c = \text{فاصله کانونی}$$

$$4) a^2 = b^2 + c^2$$



با توجه به شکل، داریم:



$$\widehat{BCF} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CBF} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \widehat{CBF} = \widehat{BFO}$$

$$\Rightarrow \widehat{BFO} = 60^\circ$$

$$OB = b, OF = c \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{b}{c} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow b = c\sqrt{3}, a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 3c^2 + c^2 = 4c^2$$

$$\Rightarrow a = 2c$$

حال در مثلث FCD، داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{CD}{FD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow FD = \sqrt{3}CD, CD = OB = b \Rightarrow FD = \sqrt{3}b$$

$$FD = \sqrt{3}(c\sqrt{3}) = 3c \Rightarrow AD = FD - FA = 3c - (a - c) = 4c - a$$

خواسته سؤال برابر است با:

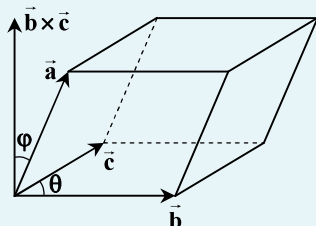
$$\frac{AD}{AF} = \frac{4c - a}{a - c} = \frac{4c - 2c}{2c - c} = \frac{2c}{c} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

- طول هر بردار مانند $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ در $\mathbb{R}^3$ از رابطه زیر به دست می آید.

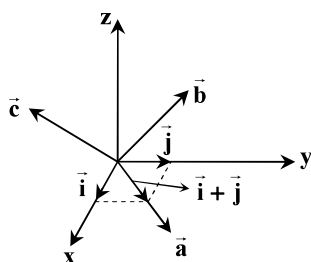
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

- حجم متوازی السطوح ساخته شده بر روی سه بردار $\vec{a}, \vec{b}$ و $\vec{c}$ به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{حجم متوازی السطوح} = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$



بردار $\vec{i} + \vec{j}$ بردار قطر مربع بنا شده بر $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است که در راستای نیمساز زاویه بین محور x و محور y قرار می گیرد. پس بردار $\vec{a}$ باید مضرب $\vec{i} + \vec{j}$ باشد. به همین ترتیب بردار $\vec{b}$ مضرب $\vec{j} + \vec{k}$ و بردار $\vec{c}$ مضرب $\vec{i} + \vec{k}$ است؛ بنابراین بردارهای $\vec{a}, \vec{b}$ و $\vec{c}$ به صورت زیر هستند:



$$\vec{a} = (m, m, 0), \vec{b} = (0, n, n), \vec{c} = (p, 0, p)$$

$$\begin{cases} |\vec{a}| = 2\sqrt{2} = \sqrt{m^2 + m^2} = \sqrt{2}m \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \vec{a} = (2, 2, 0) \\ |\vec{b}| = 4\sqrt{2} = \sqrt{n^2 + n^2} = \sqrt{2}n \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \vec{b} = (0, 4, 4) \\ |\vec{c}| = 4\sqrt{2} = \sqrt{p^2 + p^2} = \sqrt{2}p \Rightarrow p = 4 \Rightarrow \vec{c} = (4, 0, 4) \end{cases}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 2(16 - 0) - 2(0 - 16) = 64 \Rightarrow V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 64$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)



- تعداد ترکیب‌های n تایی از n شیء متمایز با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نشان داده می‌شود.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$



کوچک‌ترین عضو زیرمجموعه برابر ۶ و بزرگ‌ترین عضو آن برابر ۱۳ است. پس عضو سوم باید از بین اعضای ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ انتخاب شود که تعداد حالات آن برابر است با:

$$\binom{6}{1} = 6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳



- جدول ارزش برای نقیض یک گزاره که تمام حالت‌های ممکن را برای درستی یا نادرستی گزاره در نظر می‌گیرد، به صورت زیر است:

p	~ p
د	ن
ن	د

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \wedge q$ » که خوانده می‌شود «p و q» را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\wedge$ » عاطف گفته می‌شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره « $p \wedge q$ » فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد و در بقیه حالات ارزش « $p \wedge q$ » نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب «p یا q» را که به صورت « $p \vee q$ » می‌نویسند، ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره « $p \vee q$ » فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش « $p \vee q$ » درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

- جدول ارزش گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ » به صورت زیر است:

(۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزاره q بستگی ندارد.
(۲) ارزش گزاره « $p \Rightarrow q$ » وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د



گزاره $p \wedge \sim q$ درست است، پس هر دو گزاره p و $\sim q$ درست هستند و داریم:

$$p \equiv T, \sim q \equiv T \Rightarrow q \equiv F$$

گزاره شرطی $p \Rightarrow (r \vee q)$ نیز درست است و چون p درست است، باید گزاره $r \vee q$ درست باشد. پس داریم:

$$r \vee q \equiv T, q \equiv F \Rightarrow r \equiv T$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ گزینه: $\sim r \Rightarrow p \equiv \sim T \Rightarrow T \equiv F \Rightarrow T \equiv T$

۲ گزینه: $(\sim r \wedge q) \Rightarrow \sim p \equiv (\sim T \wedge F) \Rightarrow \sim T \equiv (F \wedge F) \Rightarrow F \equiv F \Rightarrow F \equiv T$

۳ گزینه: $r \Rightarrow (p \wedge q) \equiv T \Rightarrow (T \wedge F) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

۴ گزینه: $r \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv T \Rightarrow (T \wedge \sim F) \equiv T \Rightarrow (T \wedge T) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۱



- در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (۱)$$

$$P(S) = 1 \quad (۲)$$

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k) \quad (۳)$$



مقادیر $P(۱), P(۲), \dots, P(۶)$ تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت d می‌دهند، فرض می‌کنیم، $P(۱) = x$ ، پس داریم:

$$P(۲) = x + d, P(۳) = x + 2d, P(۴) = x + 3d, P(۵) = x + 4d, P(۶) = x + 5d$$

چون $P(۴) = \frac{۷}{۳۶}$ ، پس:

$$x + 3d = \frac{۷}{۳۶} \Rightarrow x = \frac{۷}{۳۶} - 3d \quad (۱)$$

از طرفی داریم:

$$P(۱) + P(۲) + \dots + P(۶) = 1 \Rightarrow x + x + d + x + 2d + x + 3d + x + 4d + x + 5d = 1$$

$$\Rightarrow 6x + 15d = 1 \xrightarrow{(۱)} 6\left(\frac{۷}{۳۶} - 3d\right) + 15d = 1 \Rightarrow \frac{۷}{۶} - 18d + 15d = 1$$

$$\Rightarrow -3d = 1 - \frac{۷}{۶} \Rightarrow -3d = -\frac{۱}{۶} \Rightarrow d = \frac{۱}{۱۸} \xrightarrow{(۱)} x = \frac{۷}{۳۶} - 3 \times \frac{۱}{۱۸}$$

$$x = \frac{۷}{۳۶} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳۶}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$P(۲) = x + d = \frac{۱}{۳۶} + \frac{۱}{۱۸} = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳



- برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جایگذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.



$$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

تعداد نمونه‌های ۲ عضوی جامعه $\{1, 3, 4, 5, 7, 8\}$ برابر است با:

برای آنکه نمونه دو عضوی $\{x_1, x_2\}$ میانگین جامعه را برابر ۴ برآورد کند، باید داشته باشیم:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 8$$

$$P_1 = \frac{2}{15} : \text{مقدار احتمال} \Rightarrow \{1, 7\}, \{3, 5\} : \text{نمونه‌های ۲ عضوی}$$

$$\binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

تعداد نمونه‌های ۳ عضوی جامعه $\{1, 3, 4, 5, 7, 8\}$ برابر است با:

برای آنکه نمونه سه عضوی $\{x_1, x_2, x_3\}$ میانگین جامعه را برابر ۴ برآورد کند، باید داشته باشیم:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

$$P_2 = \frac{3}{20} : \text{مقدار احتمال} \Rightarrow \{1, 3, 8\}, \{1, 4, 7\}, \{3, 4, 5\} : \text{نمونه‌های ۳ عضوی}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{3}{20}} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9}$$

خواسته سؤال برابر است با:

۳۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)



- فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$



برحسب دو سببی که از جعبه اول برداشته و داخل جعبه دوم قرار داده‌ایم، حالات زیر را داریم:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} \text{جعبه اول:} \\ \text{۴ سیب زرد} \\ \text{۵ سیب قرمز} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{هر دو سیب زرد باشند} \\ \text{یک سیب زرد و یک سیب قرمز باشد} \\ \text{هر دو سیب قرمز باشند} \end{array} \right. \\ & \left(\frac{4}{2} \right) \Rightarrow \left(\frac{4}{9} \right) \Rightarrow \left(\frac{2}{2} \right) \Rightarrow \text{احتمال قرمز بودن سیب} = \frac{2}{9} \\ & \left(\frac{4}{1} \right) \left(\frac{5}{1} \right) \Rightarrow \left(\frac{20}{9} \right) \Rightarrow \left(\frac{6}{3} \right) \Rightarrow \text{احتمال قرمز بودن سیب} = \frac{3}{9} \\ & \left(\frac{5}{2} \right) \Rightarrow \left(\frac{5}{9} \right) \Rightarrow \left(\frac{4}{2} \right) \Rightarrow \text{احتمال قرمز بودن سیب} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

حال طبق قانون احتمال کل، داریم:

$$P(\text{قرمز بودن سیب}) = \left(\frac{4}{9} \right) \times \frac{2}{9} + \left(\frac{4}{9} \right) \left(\frac{5}{9} \right) \times \frac{3}{9} + \left(\frac{5}{9} \right) \times \frac{4}{9} = \frac{6 \times 2 + 20 \times 3 + 10 \times 4}{9 \times 9} = \frac{12 + 60 + 40}{81} = \frac{112}{81}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۳۵- پاسخ: گزینه ۳



- مجموعه همسایه‌های یک رأس: فرض کنیم $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس‌هایی از گراف G که به رأس v متصل هستند، «همسایگی باز رأس v » می‌گوییم و با $N_G(v)$ نمایش می‌دهیم. اضافه کردن خود رأس v به $N_G(v)$ «همسایگی بسته رأس v » را به دست می‌دهد که آن را با $N_G[v]$ نمایش می‌دهیم. می‌توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G); uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$

- گراف کامل: گرافی را که هر رأس آن با تمام رئوس دیگر مجاور باشد، گراف کامل می‌نامیم. گراف کامل n رأسی را با K_n نمایش می‌دهیم. می‌توان گفت K_n یک گراف n رأسی و $n-1$ - منتظم است.

نکته: در هر گراف کامل p رأسی تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$



با توجه به اینکه همسایگی بسته هر رأس دارای p عضو است، می‌توان نتیجه گرفت که هر رأس به تمام رئوس دیگر متصل است و گراف کامل است. بنابراین طبق فرض سؤال، داریم:

$$q = 3p + 4 \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} = 3p + 4 \Rightarrow p^2 - p = 6p + 8$$

$$\Rightarrow p^2 - 7p - 8 = 0 \Rightarrow (p+1)(p-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = -1 \\ p = 8 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

بنابراین گراف مورد نظر، گراف کامل K_8 است و در این گراف داریم:

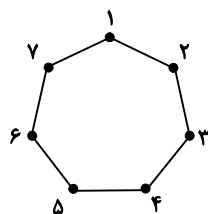
$$\delta = \Delta = p - 1 = 8 - 1 = 7$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳



- زیر مجموعه D از مجموعه رئوس گراف G را مجموعه احاطه‌گر می‌نامیم هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.



همان گونه که مشاهده می‌کنید همه زیر مجموعه‌های ۴ عضوی از رئوس این گراف به جز ۴ رأس متوالی، مجموعه احاطه‌گر هستند. از طرفی ۷ مجموعه با ۴ رأس متوالی وجود دارد که احاطه‌گر نیستند و عبارت‌اند از:

$$\{1, 2, 3, 4\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{3, 4, 5, 6\}, \{4, 5, 6, 7\}, \{5, 6, 7, 1\}, \{6, 7, 1, 2\}, \{7, 1, 2, 3\}$$

پس تعداد کل مجموعه‌های احاطه‌گر ۴ عضوی این گراف عبارت‌اند از:

$$\binom{7}{4} - 7 = 35 - 7 = 28$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۳۷- پاسخ: گزینه ۱



- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با تعداد انتخاب‌های دلخواه n شاخه گل از بین k نوع گل

$$\text{یعنی برابر است با } \binom{n+k-1}{k-1}$$



با توجه به شرط مسئله داریم:

$$i=1 \Rightarrow x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 - 2 \geq 0, y_1 = x_1 - 2 \Rightarrow x_1 = y_1 + 2$$

$$i=2 \Rightarrow x_2 \geq 3 \Rightarrow x_2 - 3 \geq 0, y_2 = x_2 - 3 \Rightarrow x_2 = y_2 + 3$$

چون جواب صحیح و مثبت معادله را می‌خواهیم، پس باید $x_3 \geq 1$ و داریم:

$$x_3 - 1 \geq 0, y_3 = x_3 - 1 \Rightarrow x_3 = y_3 + 1$$

با جایگذاری روابط بالا در معادله، داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12 \Rightarrow y_1 + 2 + y_2 + 3 + y_3 + 1 = 12$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 6, n=6, k=3 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{2}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳



- اصل لانه کبوتری: اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.



بازه $(1, 8/5)$ را به صورت زیر به بازه‌هایی با طول $0/75$ تقسیم می‌کنیم.

$$[1, 1/75), [1/75, 2/75), [2/75, 3/75), [3/75, 4/75), [4/75, 5/75), [5/75, 6/75), [6/75, 7/75), [7/75, 8/75)$$

هرکدام از بازه‌های بالا را یک لانه در نظر می‌گیریم. اگر انتخاب هر عدد از هر بازه را یک کبوتر در نظر بگیریم، با انتخاب حداقل $10 + 1 = 11$ کبوتر یعنی با انتخاب حداقل ۱۱ عدد، دست‌کم دو عدد داخل یک بازه قرار دارند و تفاضل آن دو عدد کمتر از $0/75$ می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

۳۹- پاسخ: گزینه ۲



- اگر عدد a عدد b را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیح عدد b را نیز می‌شمارد؛ یعنی:

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

- هرگاه عددی دو عدد را بشمارد، آنگاه مجموع و تفاضل آن دو عدد را نیز می‌شمارد.

$$a | b \wedge a | c \Rightarrow a | b \pm c$$

- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر $b.m$ آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$



فرض می‌کنیم ب.م.م دو عدد $7n+5$ و $11n+2$ برابر d باشد، داریم:

$$(7n+5, 11n+2) = d$$

$$d \mid 7n+5 \Rightarrow d \mid 11(7n+5) \Rightarrow d \mid 77n+55$$

$$d \mid 11n+2 \Rightarrow d \mid 7(11n+2) \Rightarrow d \mid 77n+14$$

$$\Rightarrow d \mid 77n+55 - (77n+14) \Rightarrow d \mid 41 \Rightarrow d = 1, 41$$

اگر $d = 41$ باشد، داریم:

$$41 \mid 7n+5 \Rightarrow 7n+5 \equiv 0 \pmod{41} \Rightarrow 7n \equiv -5 \pmod{41} \Rightarrow 7n \equiv 36 \pmod{41} \Rightarrow n \equiv 11 \pmod{41} \Rightarrow n = 41q + 11$$

تعداد اعداد دورقمی طبیعی n به صورت زیر به دست می‌آید.

$$10 \leq 41q + 11 \leq 99 \Rightarrow -1 \leq 41q \leq 88 \Rightarrow \frac{-1}{41} \leq q \leq \frac{88}{41} \Rightarrow q = 0, 1, 2$$

بنابراین به ازای ۳ عدد طبیعی دورقمی n ، ب.م.م دو عبارت $7n+5$ و $11n+2$ برابر ۴۱ است. در نتیجه تعداد اعداد طبیعی دورقمی n که به ازای آن‌ها دو عدد $7n+5$ و $11n+2$ نسبت به هم اول هستند یعنی $d = 1$ است، به صورت زیر است.

$$87 = 90 - 3 = \text{خواسته سؤال} \Rightarrow \text{تعداد کل اعداد دورقمی} = 90$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۴۰- پاسخ: گزینه ۱



- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$$



رابطه $19 \mid 26^{301} + a$ را می‌توان به صورت $26^{301} + a \equiv 0 \pmod{19}$ نوشت. حال داریم:

$$26 \equiv 26 - 19 \Rightarrow 26 \equiv 7 \pmod{19} \xrightarrow{\times 26} 26^2 \equiv 182 \pmod{19} \Rightarrow 26^2 \equiv 182 - 9 \times 19 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 26^2 \equiv 11 \pmod{19} \xrightarrow{\times 26} 26^3 \equiv 11 \times 26 \pmod{19} \Rightarrow 26^3 \equiv 286 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 26^3 \equiv 286 - 15 \times 19 \pmod{19} \Rightarrow 26^3 \equiv 286 - 285 \equiv 1 \pmod{19}$$

طرفین رابطه بالا را به توان ۱۰۰ می‌رسانیم:

$$(26^3)^{100} \equiv 1^{100} \pmod{19} \Rightarrow 26^{300} \equiv 1 \pmod{19} \xrightarrow{\times 26} 26^{301} \equiv 26 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 26^{301} + a \equiv 26 + a \pmod{19} \Rightarrow 26 + a \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow a \equiv -26 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow a \equiv -26 + 2 \times 19 \equiv 12 \pmod{19} \Rightarrow a = 19k + 12$$

کوچک‌ترین عدد دورقمی طبیعی a به ازای $k = 0$ به دست می‌آید.

$$a = 12 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 2 = 3$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)



از آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت می‌توان به‌عنوان کندساز نوترون‌ها در راکتور شکافت هسته‌ای استفاده کرد.

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

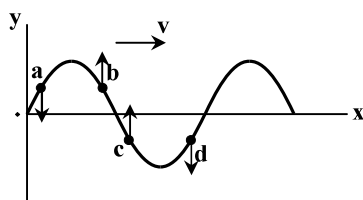
▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)



$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 0.5}{0.2} = 2\pi \times 10^{-4} \text{ T} = 2\pi \text{ G}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)



هر یک از ذرات محیط نوسان می‌کنند. اگر ذره‌ای در مکان‌های منفی باشد ($y < 0$) شتاب آن مثبت است. بنابراین از بین نقاط رسم‌شده در شکل، فقط شتاب نقاط c و d مثبت است. از طرفی در شکل روبه‌رو با توجه به موقعیت نقاطی که در همسایگی نقاط a, b, c و d قرار دارند و موج را زودتر دریافت می‌کنند، جهت حرکت این نقاط را نشان داده‌ایم. با توجه به شکل، $v_d < 0$ و $v_c > 0$ ، $v_b > 0$ ، $v_a < 0$ است. بنابراین نقطه c تنها نقطه‌ای است که سرعت و شتاب آن، هر دو مثبت‌اند.

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \Rightarrow 600 = \frac{n \times 120}{2 \times 0.6} \Rightarrow n = 6$$

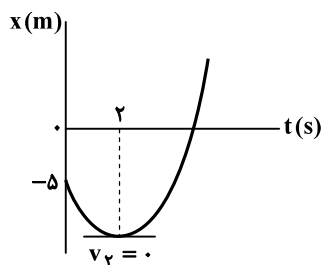
ابتدا عدد هماهنگ ایجادشده را به‌دست می‌آوریم:

تعداد گره‌های ایجادشده در تار که دو انتهای آن بسته است، یک واحد بیشتر از عدد هماهنگ تار است.

$$n + 1 = 6 + 1 = 7 \text{ تعداد گره‌ها}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



می‌خواهیم شتاب متحرک را حساب کنیم. دو کار می‌توانیم انجام دهیم. یکی اینکه حرکت را از لحظه $t = 2 \text{ s}$ بررسی کنیم. در این لحظه سرعت متحرک صفر است ($v_2 = 0$). بازه زمانی ۴ s تا ۵ s (یعنی ثانیه پنجم) معادل ثانیه سوم پس از لحظه تغییر جهت است. جابسه‌جایی متحرک در این مدت برابر است با:

$$\Delta x_n = (n - 0.5)a + v_0$$

$$\Delta x_3 = (3 - 0.5)a + v_2 \Rightarrow 5 = 2.5a + 0 \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

یک کار دیگر هم می‌توانستیم انجام دهیم. سرعت متوسط در ثانیه پنجم برابر سرعت آن در وسط ثانیه پنجم (یعنی لحظه ۴/۵ s) است؛ بنابراین داریم:

$$v_{4/5} = v_{av}(4.5, 5) \Rightarrow v_{4/5} = \frac{\Delta x(4.5, 5)}{5 - 4} = \frac{5}{1} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{4/5} - v_{2s}}{4.5 - 2} = \frac{5 - 0}{2.5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{حالا سرعت اولیه متحرک را می‌یابیم:}$$

تندی عبور متحرک از مبدأ مکان را با v' نشان می‌دهیم. در این صورت:

$$v'^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v'^2 - (-4)^2 = 2 \times 2 \times (0 - (-5)) \Rightarrow v' = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)



معادله مکان- زمان دو اتومبیل را تعیین می‌کنیم:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} = \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2} t^2$$

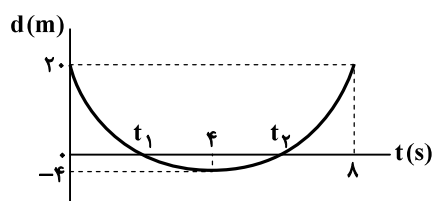
$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow 0 = -2 \times 2 + v_{0B} \Rightarrow v_{0B} = \frac{4}{s}$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} = \frac{1}{2} \times (-2) \times t^2 + 4t + x_{0B} \xrightarrow{(t=2s, x=0)} 0 = -2 \times 2 + 4 \times 2 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -2 \cdot m$$

$$\Rightarrow x_B = -t^2 + 4t - 2$$

اختلاف مکان اتومبیل A نسبت به اتومبیل B را با d نشان می‌دهیم:

$$d = x_A - x_B \Rightarrow d = \frac{1}{2} t^2 - (-t^2 + 4t - 2) = \frac{3}{2} t^2 - 4t + 2$$



نمودار $d-t$ مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌شود. مطابق شکل، در بازه زمانی (t_1, t_2) فاصله دو متحرک کاهش و در بازه زمانی (t_2, t_3) فاصله آن‌ها افزایش می‌یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳



ابتدا زمان حرکت گلوله A را به دست می‌آوریم:

$$h_A = \frac{1}{2} g t_A^2 \Rightarrow 18 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_A^2 \Rightarrow t_A^2 = 3.6 \Rightarrow t_A = 1.8 \text{ s}$$

گلوله B با ۲ s تأخیر نسبت به گلوله A رها شده است؛ پس داریم:

$$t_B = t_A - 2 = 1.8 - 2 = -0.2 \text{ s}$$

$$h_B = \frac{1}{2} g t_B^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.2^2 = 0.2 \text{ m}$$

گلوله B تا لحظه $t_B = 4 \text{ s}$ به اندازه 8 m سقوط کرده است؛ بنابراین فاصله آن از سطح زمین برابر است با:

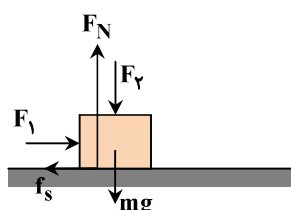
$$h_A - h_B = 18 - 0.2 = 17.8 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۸- پاسخ: گزینه ۳



شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد. جسم ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است.



$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_s = F_1$$

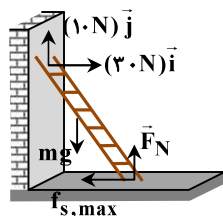
$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N = F_y + mg$$

مطابق روابط بالا، با افزایش F_y ، نیروی عمودی سطح، بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$) و نیرویی که سطح به جسم

وارد می‌کند ($R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$)، افزایش می‌یابند، اما نیروی خالص وارد بر جسم کمترین صفر و بزرگی نیروی اصطکاک، برابر F_1 است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۱



شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر نردبان را نشان می‌دهد. چون نردبان ساکن است، برابری نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow 30 - f_{s,\text{max}} = 0 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = 30 \cdot N$$

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow 10 + F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = 5 \times 10 - 10 = 40 \cdot N$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow 30 = \mu_s \times 40 \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

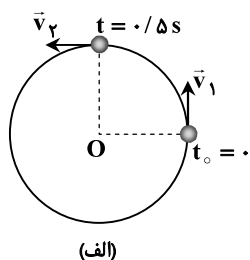


$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = 5 \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \Rightarrow p_2 - p_1 = 50 \Rightarrow p_2 - 0 = 50 \Rightarrow p_2 = 50 \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow 500 = \frac{50^2}{2m} \Rightarrow m = 0.25 \cdot \text{kg} = 250 \cdot \text{g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۴



$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 150 = \frac{60}{T} \Rightarrow T = 0.4 \cdot \text{s}$$

ابتدا دوره حرکت گلوله را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 5}{0.4} = 25\pi \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی دوران گلوله برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{0.5}{0.4} = 1.25$$

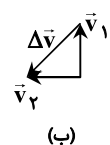
تعداد دوران‌های گلوله در مدت ۰/۵ s برابر است با:

(الف)

بنابراین گلوله پس از ۰/۵ s در راستایی عمود بر راستای اولیه قرار می‌گیرد (مثل شکل «الف»). با توجه به شکل «ب» بزرگی تغییر بردار سرعت گلوله برابر است با:

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \xrightarrow{v_1=v_2=v} \Delta v = \sqrt{2}v = 25\sqrt{2}\pi \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = m\Delta v = 0.2 \times 25\sqrt{2}\pi = 5\sqrt{2}\pi \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$



(ب)

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

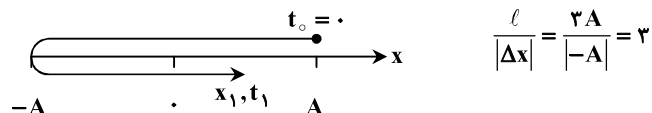
۵۲- پاسخ: گزینه ۲



از اینکه تندی متوسط ۷ برابر بزرگی سرعت متوسط است، نتیجه می‌گیریم مسافت طی شده توسط نوسانگر ۷ برابر بزرگی جابه‌جایی آن است.

$$s_{\text{av}} = 7|v_{\text{av}}| \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} = 7 \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow \ell = 7|\Delta x|$$

نوسانگر در لحظه $t = \frac{3T}{4}$ برای دومین بار از مرکز نوسان می‌گذرد. در بازه $(0, \frac{3T}{4})$ ، مسافت طی شده ۳ برابر بزرگی جابه‌جایی می‌شود.



بنابراین t_1 در بازه زمانی $(\frac{3T}{4}, T)$ قرار دارد. مکان نوسانگر را در لحظه t_1 با x_1 نشان می‌دهیم؛ بنابراین داریم:

$$\ell = 7|\Delta x| \Rightarrow 3A + x_1 = 7(A - x_1) \Rightarrow 3A + x_1 = 7A - 7x_1 \Rightarrow 8x_1 = 4A \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}A$$

$$x = A \cos \frac{10\pi}{3} t \Rightarrow \frac{1}{2}A = A \cos \frac{10\pi}{3} t_1 \Rightarrow \cos \frac{10\pi}{3} t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{10\pi}{3} t_1 = 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{10\pi}{3} t_1 = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t_1 = 0.5 \cdot \text{s}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



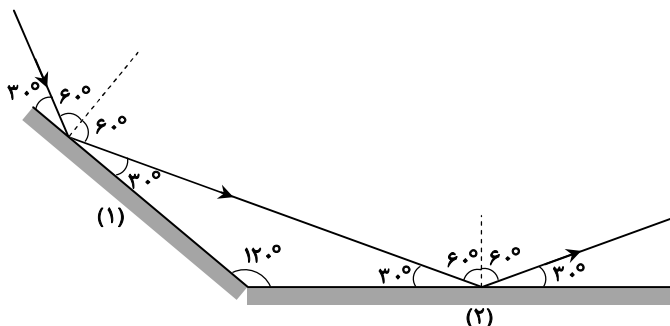
$$\begin{cases} \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 20 \log \frac{r_1}{r_2}$$

چون فاصله شنونده از چشمه افزایش یافته، تراز شدت صوتی که به گوش شنونده می‌رسد، کاهش می‌یابد ($\Delta\beta = -12 \text{ dB}$).

$$\begin{aligned} -12 &= 20 \log \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \log \frac{r_2}{r_1} = \frac{12}{20} = 0.6 = 2 \times 0.3 = 2 \log 2 = \log 2^2 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 4 \Rightarrow \frac{r_1 + 60}{r_1} = 4 \Rightarrow r_1 + 60 = 4r_1 \\ \Rightarrow 3r_1 &= 60 \Rightarrow r_1 = 20 \text{ m} \end{aligned}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)



شکل روبه‌رو، مسیر پرتو را نشان می‌دهد. پرتو با زاویه بازتاب 60° از آینه (۲) بازمی‌تابد. زاویه‌ای که جبهه‌های موج با سطح آینه می‌سازند برابر زاویه‌ای است که پرتو نور با خط عمود بر سطح می‌سازد. پس جبهه موج با زاویه 60° نسبت به آینه (۲) بر سطح آن فرود و از سطح آن بازمی‌تابد.

۵۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



ویژگی‌های شیشه و الماس را به ترتیب با زیروند g و d نشان می‌دهیم.

$$\begin{aligned} v &= \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{v_d}{v_g} = \frac{n_g}{n_d} = \frac{1/6}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow v_d = \frac{1}{10} v_g \\ \Delta v &= v_d - v_g = \frac{1}{10} v_g - v_g = -\frac{9}{10} v_g \Rightarrow \frac{\Delta v}{v_g} \times 100 = -90\% \end{aligned}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



طول موج 4652 nm است و امکان ندارد یکی از خطوط رشته بالمر باشد (خطوط بالمر در ناحیه مرئی و فرابنفش اند). طول موج بیشینه خطوط پاشن، براکت و پفوند را به ترتیب با پاشن λ ، براکت λ و پفوند λ نشان می‌دهیم. بلندترین طول موج هر رشته با جایگذاری $n = n' + 1$ در رابطه ریدبرگ مربوط به آن رشته به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{\text{پاشن}}} &= R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{11}{1000} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{77}{144000} \Rightarrow \lambda_{\text{پاشن}} = \frac{144000}{77} \approx 1870 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\text{براکت}}} &= \frac{11}{1000} \times \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{99}{400000} \Rightarrow \lambda_{\text{براکت}} = \frac{400000}{99} \approx 4040 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\text{پفوند}}} &= \frac{11}{1000} \times \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{121}{900000} \Rightarrow \lambda_{\text{پفوند}} = \frac{900000}{121} \approx 7438 \text{ nm} \end{aligned}$$

با توجه به محاسبات فوق، طول موج 4652 nm قطعاً متعلق به رشته پفوند است.

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



وقتی الکترون از تراز $n = 5$ به دورترین تراز ($n' = 1$) سقوط می‌کند، کوتاه‌ترین طول موج ممکن را تابش می‌کند. انرژی فوتون تابشی در این حالت برابر است با:

$$\Delta E = E_5 - E_1$$

وقتی الکترون از تراز $n = 5$ به نزدیک‌ترین تراز ($n' = 4$) سقوط می‌کند، بلندترین طول موج ممکن را تابش می‌کند. انرژی فوتون تابشی در این حالت برابر است با:

$$\Delta E' = E_5 - E_4$$

آنچه سؤال از ما خواسته عبارت است از:

$$\Delta E - \Delta E' = (E_5 - E_1) - (E_5 - E_4) = E_4 - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) = \frac{15}{16} E_R = \frac{15}{16} \times 13.6 \text{ eV} = \frac{15}{16} \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$= 2.04 \times 10^{-18} \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱



نیمه‌عمر را با T نشان می‌دهیم. با توجه به نمودار رسم‌شده در صورت سؤال داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{t}{T} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{60}{T} = 3 \Rightarrow \frac{60}{T} = 3 \Rightarrow T = 20 \text{ day}$$

در شرایطی که $93/75$ درصد ماده واپاشیده می‌شود، داریم:

$$N = N_0 - \frac{93}{100} N_0 = \frac{7}{100} N_0 = \frac{1}{16} N_0$$

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{1}{16} N_0 = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{t}{T} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{t}{20} = 4 \Rightarrow t = 80 \text{ day}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۹- پاسخ: گزینه ۱



الف) نادرست است؛ زیرا:

$$\Delta q = +n|e| = 1.9 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.04 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_2 = q_1 + \Delta q = -2 \times 10^{-9} + 3.04 \times 10^{-19} = -1.9999999999999999 \times 10^{-9} \text{ C}$$

ب) نادرست است؛ چون کار نیروی الکتریکی بین دو بار مثبت بوده و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی منفی است.

$$\Delta U = -W_E$$

پ) نادرست است؛ میدان الکتریکی خالص در فاصله بین دو بار q_1 و q_2 صفر است؛ پس q_1 و q_2 همنام‌اند ولی با حرکت q_3 به سمت یکی از بارها، به سمت آن بار فرار می‌کند؛ یعنی q_3 مخالف بارهای q_1 و q_2 است.

ت) درست است.

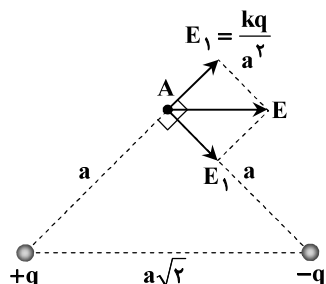
ث) نادرست است؛ دو گلوله هم‌پتانسیل هستند که بین آن‌ها جریان ایجاد نمی‌شود. مثل همه نقاط رسانای دوکی شکل درحالی‌که الزاماً چگالی سطحی بار در همه نقاط آن یکسان نیست.

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

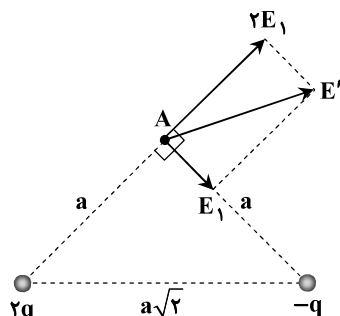


با توجه به برقراری رابطه فیثاغورس، نتیجه می‌گیریم زاویه رأس A، ۹۰ درجه است.
حالت اول:



$$E = E_1 \sqrt{2}$$

حالت دوم:



$$E' = \sqrt{(2E_1)^2 + E_1^2} = \sqrt{5} E_1$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\sqrt{5} E_1}{\sqrt{2} E_1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)



اعداد نوشته شده بر روی خازن، ظرفیت خازن و حداکثر ولتاژ قابل تحمل آن است.
در حالت اول:

$$U_1 = \frac{1}{2} C V_1^2 \Rightarrow 61/25 = \frac{1}{2} \times 10 \times V_1^2 \Rightarrow V_1^2 = 12/25 \Rightarrow V_1 = 3/5 \text{ V}$$

در لحظه موردنظر، خازن به اختلاف پتانسیل ۳/۵ V وصل است. اگر ولتاژ دو سر خازن را ۲ ولت افزایش دهیم، به ۵/۵ V می‌رسد. چون ولتاژ دو سر خازن بیشتر از حداکثر ولتاژ قابل تحمل آن می‌شود، فروریزش رخ می‌دهد؛ در نتیجه خازن می‌سوزد و انرژی آن صفر می‌شود.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)



گزینه ۲ درست است.



گزینه ۱: سرعت سوق الکترون‌ها در مدار در حدود $10^{-5} \frac{m}{s}$ یا $10^{-4} \frac{m}{s}$ است.

گزینه ۳: افزایش دما باعث کاهش مقاومت نیم‌رسانا می‌شود.

گزینه ۴: تابش نور روی مقاومت نوری (LDR) باعث کاهش مقاومت آن می‌شود.

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۱۲ اهمی همان اختلاف پتانسیل دو سر AB است.

$$V_V = V_{AB} = I_{\text{کل}} \times R_{AB} \quad \text{رابطه (۱)}$$

وقتی کلید وصل است:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4+2} \Rightarrow R_{AB} = 3\Omega \Rightarrow R_{eq} = 3+6 = 9\Omega$$

$$I_{کل} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{\mathcal{E}}{9+1} = \frac{\mathcal{E}}{10} A \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} V = V_{AB} = I_{کل} \times R_{AB} = \frac{\mathcal{E}}{10} \times 3 = \frac{3}{10} \mathcal{E}$$

وقتی کلید قطع می‌شود:

$$\frac{1}{R'_{AB}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4+2} \Rightarrow R'_{AB} = 4\Omega \Rightarrow R'_{eq} = 4+6 = 10\Omega$$

$$I'_{کل} = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{\mathcal{E}}{10+1} = \frac{\mathcal{E}}{11} A \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} V'_{AB} = I'_{کل} \times R'_{AB} = \frac{\mathcal{E}}{11} \times 4 = \frac{4}{11} \mathcal{E}$$

$$\frac{V'_{AB}}{V_{AB}} = \frac{\frac{4}{11} \mathcal{E}}{\frac{3}{10} \mathcal{E}} = \frac{40}{33}$$

نسبت V'_{AB} به V_{AB} را می‌یابیم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳



کل توان تولیدی توسط باتری $\mathcal{E}_1$ است $(\mathcal{E}_1 I)$ که به اندازه $I^2 r_1$ آن توسط مقاومت درونی خودش تلف شده است؛ بنابراین توان مفید این مولد $\mathcal{E}_1 I - I^2 r_1$ است که این توان مفید برابر با مجموع توان ورودی باتری $\mathcal{E}_2 (I + I^2 r_2)$ و توان مصرفی مقاومت R است و چون $\mathcal{E}_2 I + I^2 r_2 = 0.75(\mathcal{E}_1 I - I^2 r_1)$ است، داریم:

$$I^2 R = 0.25(\mathcal{E}_1 I - I^2 r_1)$$

حالا نسبت خواسته شده را می‌یابیم:

$$\frac{I^2 R}{\mathcal{E}_2 I + I^2 r_2} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

چون آمپرسنج آرمانی و مقاومتش صفر است، مقاومت 12 اهمی اتصال کوتاه و حذف می‌شود و مقاومت‌های 6 و 3 اهمی موازی‌اند.

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \Rightarrow R' = 2\Omega \Rightarrow R_{eq} = 1/5 + 2 = 3/5\Omega$$

$$6 \times 0.2 = 3 \times I_{3\Omega} \Rightarrow I_{3\Omega} = 0.4 A$$

$$I_{کل} = 0.2 + 0.4 = 0.6 A$$

$$P_{\text{مفید مولد}} = \mathcal{E}I - I^2 r = R_{eq} I_{کل}^2 = 3/5 \times (0.6)^2 = 1/26 W$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۶- پاسخ: گزینه ۳



$$\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -100 \times \frac{(-0.04 - 0.02)}{0.2} = 30 V$$

$$I_{av} = \frac{\mathcal{E}_{av}}{R} = \frac{30}{12} = 2.5 A$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{N_A}{\ell_A} = \frac{N_B}{\ell_B} \xrightarrow{N_A = 2N_B} \ell_A = 2\ell_B$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)



چون مکعب روی سطح مایع شناور است، یعنی چگالی آن کمتر از مایع است.

$$V_{\text{مکعب}} = d^3 = 125 \text{ cm}^3$$

$$\text{رابطه (۱)} \quad \rho_{\text{مکعب}} = \frac{m_{\text{مکعب}}}{V_{\text{مکعب}}} < \rho_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{مکعب}}}{125 \text{ cm}^3} < 1/2 \frac{g}{\text{cm}^3} \Rightarrow m_{\text{مکعب}} < 150 \text{ g}$$

$$\text{رابطه (۲)} \quad \rho_{\text{مکعب}} = \frac{m_{\text{مکعب}}}{V_{\text{مکعب}}} = \frac{m_{\text{ماده}}}{V_{\text{ماده}}} \Rightarrow 1/5 \frac{g}{\text{cm}^3} = \frac{m_{\text{مکعب}}}{V_{\text{مکعب}}} \Rightarrow m_{\text{مکعب}} = 1/5 V_{\text{مکعب}} = \text{ماده تشکیل دهنده مکعب}$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\text{رابطه (۳)} \quad 150 > m_{\text{مکعب}} = 1/5 V_{\text{مکعب}} \Rightarrow V_{\text{مکعب}} < 100 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{مکعب}} - V_{\text{حفره}} < 100 \text{ cm}^3 \Rightarrow 125 - V_{\text{حفره}} < 100 \Rightarrow V_{\text{حفره}} > 25 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{حفره}} > 25 \text{ cm}^3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۳



قبل از اضافه شدن مایع ρ_3 داریم:

$$\text{رابطه (۱)} \quad \rho_1 g h = \rho_2 g \times 3h \Rightarrow \rho_1 = 3\rho_2$$

بعد از ریختن مایع ρ_3 ، در حال تعادل داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 g \times 3h = \rho_1 g \frac{h}{2} + \rho_3 g \times \frac{\Delta h}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \rho_2 g \times 3h = (3\rho_2) g \frac{h}{2} + \rho_3 g \times \frac{\Delta h}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \rho_2 g h = \rho_3 g \times \frac{\Delta h}{2} \Rightarrow 3\rho_2 = \Delta \rho_3 \Rightarrow \frac{\rho_3}{\rho_2} = \frac{3}{\Delta} = 0/6$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲



طبق اصل برنولی، فشار هوا بالای صفحه، بیشتر از فشار هوا در زیر صفحه است؛ بنابراین برای بلند کردن صفحه، نیروی بیشتر از وزن صفحه (W) لازم است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱



طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

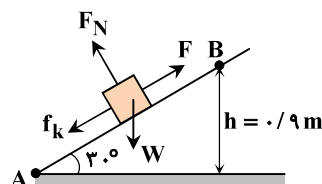
$$W_{\text{کل نیروها}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{F_N} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$(3 \times 1/8 \times \cos 30^\circ) + (-mgh) + 0 + W_{f_k} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow 5/4 - 0/2 \times 10 \times 0/9 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 0/2 \times 16$$

$$\Rightarrow 5/4 - 1/8 + W_{f_k} = 1/6 \Rightarrow W_{f_k} = 1/6 + 1/8 - 5/4 = -2J$$

$$\Rightarrow |W_{f_k}| = 2J$$



۷۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)



$$\Delta A_A = A_1 \times \alpha_A \Delta \theta = 0.01 A_1 \Rightarrow \alpha_A \Delta \theta = 0.01$$

$$\Delta V_B = V_1 \times \alpha_B \Delta \theta = V_1 \times 2 \times \alpha_A \times \Delta \theta = 0.02 V_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_B}{V_1} \times 100 = 0.02 \times 100 = 2\%$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)



$$F = 1/8 \theta + 32 \Rightarrow 50 = 1/8 \theta + 32 \Rightarrow \theta = 10^\circ \text{C}$$

$$Q_B = m c_B \Delta \theta_B = 0.25 \times 4200 \times (10 - 60) = -52500 \text{ J}$$

دمای تعادل بر حسب درجه سلسیوس:
گرمایی که آب از دست می‌دهد:

$$Q_{\text{آب}} = 42000 \text{ J} \text{ گرمایی که به یخ می‌رسد، } \frac{A}{10} \times |Q_{\text{آب}}| = 42000 \text{ J است.}$$

$$Q_{\text{یخ}} = (mc \Delta \theta)_{\text{یخ}} + mL_F + (mc \Delta \theta)_{\text{یخ ذوب شده}} \Rightarrow 42000 = m \times 2100 \times (0 - (-20)) + m \times 336000 + m \times 4200 \times (10 - 0)$$

$$\Rightarrow 42000 = 42000m + 336000m + 42000m \Rightarrow 42 = 420m \Rightarrow m = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)



با حرکت سریع پیستون، انبساط بی‌دررو رخ داده و دمای گاز کاهش می‌یابد و چون استوانه در چشمه گرما، یعنی هوای اطراف قرار دارد، از طریق بدنه رسانا طی فرایند انبساط هم‌فشار از هوای اطراف (چشمه گرما) گرما دریافت می‌کند تا دمای آن افزایش یافته و به مقدار اولیه برسد.

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)



$$W_{\text{دو چرخه}} = -S = \frac{-2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{2} = -300 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{دو چرخه}} = W + Q = 0 \Rightarrow Q = +300 \text{ J}$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \Rightarrow 300 = 600 + 2250 + Q_{CA} \Rightarrow Q_{CA} = 300 - 2850 = -2550 \text{ J}$$

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)



$${}^{132}_{52}\text{X}^{3-} \Rightarrow \begin{cases} n + p = 132 \\ e = p + 3 \\ n - e = 17 \Rightarrow n - (p + 3) = 17 \Rightarrow n - p = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n + p = 132 \\ (n - p) = 20 \end{cases} \Rightarrow 2n = 142 \Rightarrow n = 71 \Rightarrow p = 71 - 20 = 51$$

عنصر ${}^{132}_{51}\text{Sb}$ در دوره پنجم و گروه ۱۵ جدول قرار دارد.

$$\text{اختلاف شمار نوترون و پروتون - بار + عدد جرمی} = \text{تعداد پروتون}$$

$$P = \frac{132 + (-3) - 17}{2} = 51$$

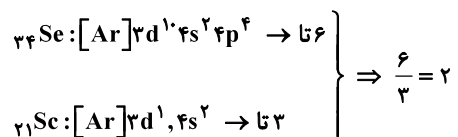
۷۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

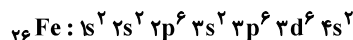


الف) در دوره چهارم جدول دوره‌ای از عنصر ۲۱ الی ۳۰ ده عنصر واسطه وجود دارد و فلزهای اصلی شامل سه عنصر K، Ca، و Ga است که نسبت آن‌ها برابر $\frac{10}{3}$ می‌شود.

ب) در اتم Se الکترون‌های s و p الکترون‌های ظرفیت و در اتم Sc الکترون‌های s و d الکترون‌های ظرفیت می‌باشند.



پ) هشتمین عنصر دوره چهارم جدول تناوبی، عنصر Fe ۲۶ است.



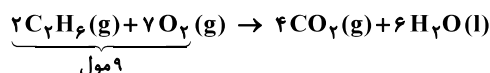
$l = 0$ (s) $\rightarrow$ الکترون ۸ ، $l = 2$ (d) $\rightarrow$ الکترون ۶ $\Rightarrow 8 + 6 = 14$

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)



واکنش موازنه شده در شرایط STP:

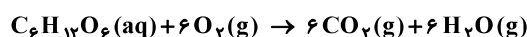


مخلوط گازهای O_2 و C_2H_6 را با نماد (Gas) نشان می‌دهیم:

$$? \text{ g CO}_2 = 60 \text{ L Gas} \times \frac{1 \text{ mol Gas}}{22.4 \text{ L Gas}} \times \frac{4 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol Gas}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 52.38 \text{ g CO}_2$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



$$(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = G = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$? \text{ L CO}_2 = 36 \text{ g G} \times \frac{1 \text{ mol G}}{180 \text{ g G}} \times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol G}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ L CO}_2}{1/2 \text{ g CO}_2} = 44 \text{ L CO}_2$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



$$? \text{ g NO}_3^- = 3 \text{ mol NO}_3^- \times \frac{62 \text{ g NO}_3^-}{1 \text{ mol NO}_3^-} = 186 \text{ g NO}_3^-$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\text{ppm} = \frac{186}{\text{جرم آب}} \times 10^6 = 100 \Rightarrow \text{جرم آب} = 186 \times 10^4 \text{ g}$$

$$\text{حجم آب} = 186 \times 10^4 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 1860 \text{ L}$$

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



ابتدا جرم محلول را حساب می کنیم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 1/5 \times 500 = 750 \text{ g محلول}$$

$$\text{جرم } \text{Ca(OH)}_2 = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{درصد جرمی}} \times 100 \Rightarrow 40 = \frac{x \text{ g}}{750} \times 100$$

$$x = 300 \text{ g Ca(OH)}_2$$

$$? \text{ mol Ca(OH)}_2 = 300 \text{ g Ca(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ mol Ca(OH)}_2}{74 \text{ g Ca(OH)}_2} = 4/05 \text{ mol Ca(OH)}_2$$

$$\text{جرم حلال} = 750 - 300 = 450 \text{ g} \Rightarrow \text{جرم حل شونده} - \text{جرم محلول} = \text{جرم حلال}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۲- پاسخ: گزینه ۴



پاسخ قسمت اول:

$$S = 0/8\theta + 72$$

$$80 = 0/8\theta + 72 \Rightarrow 0/8\theta = 8 \Rightarrow \theta = 10^\circ \text{C}$$

پاسخ قسمت دوم:

$$S = 0/8\theta + 72$$

$$S = (0/8 \times 30) + 72 \Rightarrow S = 96 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۳- پاسخ: گزینه ۲



یون Mg^{2+} محلول در آب دریا با یون OH^- به شکل Mg(OH)_2 نامحلول رسوب داده می شود و در واکنش با HCl به شکل نمک MgCl_2 درمی آید. از برکافت MgCl_2 مذاب فلز منیزیم استخراج می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۴- پاسخ: گزینه ۴



کاهش جرم مخلوط با جرم گاز تولید شده (کربن دی اکسید) برابر است. در پایان واکنش ۲/۲ گرم کربن دی اکسید (۲۲۵/۸ - ۲۲۸) تولید شده است:

$$\text{خالص } \text{NaHCO}_3 = 2/2 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 4/2 \text{ g NaHCO}_3$$

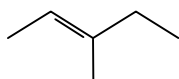
$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{مقدار NaHCO}_3 \text{ خالص}}{\text{مقدار NaHCO}_3 \text{ ناخالص}} \times 100 = \frac{4/2}{8} \times 100 = 52/5\%$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۵- پاسخ: گزینه ۲



ساختار پیوند خط هیدروکربن موردنظر به صورت زیر است:

پس همانند سایر آلکن ها با گاز هیدروژن (H_2) واکنش داده و سیر می شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: هیدروکربن مورد نظر از دسته آلکن‌ها است و فرمول مولکولی آن C_6H_{12} است. پس نمی‌تواند با هگزان ایزومر باشد.
گزینه ۳: برای سوزاندن کامل یک مول از این هیدروکربن ۹ مول گاز اکسیژن لازم است.



گزینه ۴: با یک هیدروکربن سیر شده و حلقوی دارای ۶ اتم کربن، فرمول مولکولی یکسانی دارد.

۸۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

جوابش اینه

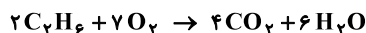
در هر مول از AX_2 ، ۲ مول پیوند شیمیایی وجود دارد و برای گزارش آنتالپی این پیوندها از «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود:

$$1 \text{ mol } (A-X) \times \frac{1 \text{ mol } AX_2}{2 \text{ mol } (A-X)} \times \frac{78 \text{ g } AX_2}{1 \text{ mol } AX_2} \times \frac{6 \text{ kJ}}{15/6 \text{ g } AX_2} = 150 \text{ kJ}$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

جوابش اینه

در معادله شیمیایی واکنش سوختن کامل گاز اتان، ضریب مولی آن برابر ۲ است، پس آنتالپی این واکنش به ازای سوزاندن کامل ۲ مول از گاز اتان گزارش می‌شود:



$$2 \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{30 \text{ g } C_2H_6}{1 \text{ mol } C_2H_6} \times \frac{106 \text{ kJ}}{2 \text{ g } C_2H_6} = 3180 \text{ kJ}$$

پس آنتالپی واکنش سوختن اتان -1590 کیلوژول بر مول است.

۸۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

نمودار نزولی مربوط به ماده B و نمودار صعودی مربوط به ماده D است؛ زیرا نمودار نزولی از $0/6$ مول به $0/15$ مول و در نتیجه $0/45$ مول کاهش یافته است؛ ولی نمودار صعودی از صفر به $0/3$ مول افزایش یافته است که نسبت $\frac{0/45}{0/3} = \frac{3}{2}$ است.

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_B : \frac{0/45 \text{ mol}}{\frac{40}{60} \text{ min}} &= \frac{0/45}{\frac{2}{3}} = \frac{0/45 \times 3}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_B}{3} = \frac{0/45 \times 3}{3 \times 2} = 0/225 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \\ \bar{R}_D : \frac{0/1 \text{ mol}}{\frac{20}{60} \text{ min}} &= \frac{0/1}{\frac{1}{3}} = 0/3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{R}_{\text{واکنش}}}{\bar{R}_D} : \frac{0/225}{0/3} = 0/75$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

جوابش اینه

با توجه به تغییر غلظت مواد، A و D واکنش دهنده‌ها و E فراورده واکنش است.

در بازه زمانی ۰ تا ۵، اندازه تغییر غلظت E، ۳ برابر D است، پس ضریب مولی E، ۳ برابر D است.

در بازه زمانی ۵ تا ۱۰، اندازه تغییر غلظت E، $1/5$ برابر A است، پس ضریب مولی E، $3/5$ و ضریب مولی A برابر ۲ است:



بر این اساس، با گذشت زمان شمار مول مواد موجود در ظرف واکنش تغییری نمی‌کند؛ زیرا مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در دو سمت معادله یکسان است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

نباید سراغ اینا بری

پ) بنزآلدهید و بنزوئیک اسید دارای گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار و ترکیب‌هایی آروماتیک هستند.
ت) در ساختار ساده‌ترین کتون (C_3H_6O)، ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید (CH_2O_2) و ساده‌ترین الکل (CH_4O)، به ترتیب، ۳، ۱ و ۱ اتم کربن وجود دارد.

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

جوابش اینه

گزینه ۳: از واکنش ترکیب A با گاز هیدروژن، ۱- هگزانول حاصل می‌شود که در دمای اتاق کم محلول در آب است.

نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: نادرست؛ هر دو ترکیب آلی فرمول مولکولی $C_4H_{10}O$ داشته و ایزومر (همپار) محسوب می‌شوند.
گزینه ۲: نادرست؛ به دلیل محتوای انرژی متفاوت، به ازای سوزاندن یک مول از هریک از آن‌ها در شرایطی معین، مقدار گرمای متفاوتی حاصل می‌شود.
گزینه ۴: نادرست؛ با اینکه شمار و نوع اتم‌ها در مولکول‌های این دو ترکیب یکسان است، به دلیل تفاوت در پیوندها، مجموع آنتالپی‌های پیوندها برای دو ماده متفاوت است.

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

نباید سراغ اینا بری

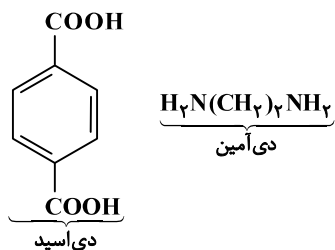
گزینه ۱: برخی از درشت مولکول‌ها مانند پلی‌اتن و نایلون ساختگی بوده و در طبیعت یافت نمی‌شوند و از واکنش بسیاری در صنعت تولید می‌شوند.
گزینه ۲: درشت مولکول‌ها شمار اتم بسیار زیادی دارند و برای برخی از آن‌ها نمی‌توان جرم مولی و فرمول مولکولی معینی در نظر گرفت.
گزینه ۳: مونومر یا تکپار، واکنش‌دهنده‌ها در واکنش پلیمری شدن هستند.

۹۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

جوابش اینه

ساختار به یک پلی آمید مربوط است که از واکنش دی آمین و دی اسید (آروماتیک است) حاصل می‌شود.
فرمول مونومر آروماتیک $C_8H_6O_4$ بوده که در مقایسه با مولکول $C_7H_6O_4$ ، یک اتم کربن و دو اتم اکسیژن بیشتر دارد.



نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: از دسته پلی آمیدها محسوب می‌شود و در شرایط مناسب در اثر واکنش با آب به مولکول‌های ساده‌تر تجزیه می‌شود.
گزینه ۲: گروه‌های عاملی مشابهی با کولار دارد و از واکنش دی آمین و دی اسید در شرایط مناسب تهیه می‌شود.
گزینه ۳: طی تولید این پلیمر، آب نیز به عنوان فراورده جانبی طی فرایند آمیدی شدن تولید می‌شود.

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)



فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده $C_nH_{2n}O_2$ و جرم مولی آن‌ها $(14n + 32)$ گرم است که در واکنش استری شدن با از دست دادن گروه $-OH$ به میزان ۱۷ گرم از جرم مولی کاسته می‌شود. اتانول نیز با از دست دادن یک اتم H و جرم مولی $(1 - 46)$ گرم در ساختار استر شرکت می‌کند.

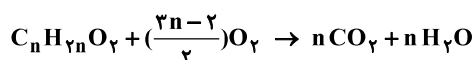
$$\begin{aligned} \text{آب} + \text{استر} &\rightarrow \text{اتانول} + \text{اسید} \\ \frac{17/6 \times \frac{75}{100}}{14n + 32} &= \frac{17/4g}{14n + 15 + 45} \Rightarrow n = 4 \end{aligned}$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)



معادله کلی واکنش سوختن اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده یک عاملی به صورت زیر است:



$$\frac{\text{جرم } O_2 \text{ مصرف شده}}{\text{جرم } H_2O \text{ تولید شده}} = \frac{116}{45} \Rightarrow \frac{\left(\frac{3n-2}{2}\right) \times 32}{n \times 18} = \frac{116}{45} \Rightarrow n = 2$$

به این ترتیب فرمول مولکولی اسید چرب یک عاملی توصیف شده به صورت $C_2H_4O_2$ بوده و صابون جامد حاصل از آن نیز

$C_2H_3O_2Na$ بوده که جرم مولی آن $74 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



با توجه به ثابت بودن دما، مقدار K_a برای هر دو محلول $(\frac{1}{3})$ مولار و $(\frac{1}{5})$ مولار یکسان است؛ بنابراین برای به دست آوردن K_a می‌توان گفت:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{(\frac{1}{3})(\frac{1}{2})^2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{5} \times 10^{-2}$$

حال برای تعیین درجه یونش که برخلاف K_a به غلظت وابسته است، در محلول $(\frac{1}{5})$ مولار این اسید خواهیم داشت:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \frac{1}{5} \times 10^{-2} = \frac{(\frac{1}{5})\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \frac{1}{5} \times 10^{-2} (1-\alpha) = \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 + \frac{1}{5} \times 10^{-2} \alpha - \frac{1}{5} \times 10^{-2} = 0 \Rightarrow \alpha \approx \frac{1}{4}$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



ابتدا لازم است غلظت یون OH^- موجود در مخلوط اولیه را به شکل زیر محاسبه کنیم:

$$[OH^-] = \frac{n_b M_b V_b - n_a M_a V_a}{V_b + V_a} = \frac{(2 \times \frac{1}{4} \times 40) - (1 \times \frac{1}{2} \times 80)}{40 + 80} = \frac{20}{120} \Rightarrow [OH^-] = \frac{1}{6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{1/6} = 6 \times 10^{-14} \Rightarrow pH = -\log 6 \times 10^{-14} = 14 - 0.78 = 13.22$$



$$pOH = -\log [OH^-] = -\log 2 \times 10^{-1} = 1 - 0.3 = 0.7 \Rightarrow pH = 14 - 0.7 = 13.3$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



گزینه ۲: درست؛ اختلاف قدرت کاهندگی دو فلز B و A بیشتر از اختلاف قدرت کاهندگی دو فلز C و A است، پس ولتاژ سلول گالوانی (B - A) بیشتر از ولتاژ سلول گالوانی (C - A) است.



گزینه ۱: نادرست؛ از آنجاکه هر چه تغییر دمای محلول بیشتر باشد، قدرت کاهندگی فلز قرار گرفته در آن بیشتر است، پس می توان گفت: B > C > A : قدرت کاهندگی
گزینه ۳: نادرست؛ با توجه به اینکه در سری الکتروشیمیایی طلا بالاتر از نقره قرار دارد، اگر تیغه Au در محلول AgNO₃ قرار داده شود، واکنشی بین آن ها صورت نگرفته و در نتیجه دما نیز تغییری نمی کند.
گزینه ۴: نادرست؛ در سلول گالوانی متشکل از نیم سلول های B و C، الکتروود B با قدرت کاهندگی بیشتر نقش آند را داشته و الکتروود C نیز کاتد خواهد بود. در این سلول آنیون ها از مدار درونی از سمت کاتد (C) به سمت آند (B) حرکت می کنند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



برای پاسخ به این سؤال ابتدا موقعیت گونه های داده شده را در سری الکتروشیمیایی از پتانسیل مثبت تر به منفی تر مرتب می کنیم:

$$\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^- \rightleftharpoons 2\text{Cl}^-(\text{aq}) \quad E^\circ = +1/36 \text{ V}$$

$$\text{Fe}^{3+}(\text{aq}) + \text{e}^- \rightleftharpoons \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) \quad E^\circ = +0/77 \text{ V}$$

$$\text{I}_2(\text{s}) + 2\text{e}^- \rightleftharpoons 2\text{I}^-(\text{aq}) \quad E^\circ = +0/54 \text{ V}$$

$$2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{H}_2(\text{g}) \quad E^\circ = 0/0 \text{ V}$$

$$\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Sn}(\text{s}) \quad E^\circ = -0/14 \text{ V}$$

$$\text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Fe}(\text{s}) \quad E^\circ = -0/41 \text{ V}$$

$$\text{Ce}^{4+}(\text{aq}) + \text{e}^- \rightleftharpoons \text{Ce}^{3+}(\text{aq}) \quad E^\circ = -1/72 \text{ V}$$

واکنش هایی انجام پذیر هستند که در آن ها گونه کاهنده تر (پایین و سمت راست) با گونه اکسنده تر (بالا و سمت چپ) در سری الکتروشیمیایی واکنش بدهد. به این ترتیب تنها واکنش انجام پذیر به صورت خودبه خودی واکنش آخر خواهد بود و سایر واکنش ها انجام پذیر نیستند.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



در این فرایند، کلید آهنی به عنوان کاتد عمل کرده و نقره نیز نقش آند را دارد. جرم نقره ای که بر روی کلید می نشیند به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s}) \quad ? \text{ g Ag } 0/15 \text{ mole } \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mole } \text{e}^-} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 16/2 \text{ g Ag}$$

این مقدار نقره به جرم کلید آهنی اضافه شده و از جرم تیغه آند کاسته خواهد شد؛ بنابراین می توان گفت:

$$\left. \begin{aligned} \text{جرم کلید پس از آبکاری} &= 30 + 16/2 = 46/2 \\ \text{جرم تیغه نقره پس از آبکاری} &= 60 - 16/2 = 43/8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{46/2}{43/8} \approx 1/05$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)



گرافیت یک جامد کووالانسی است ولی بلور آن دویعدی است.



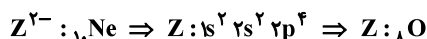
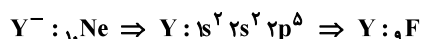
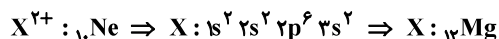
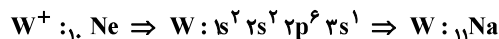
گزینه ۱: درست؛ در سیلیس اتم های Si و O به شکل Si - O - Si و یک درمیان به هم متصل هستند.
گزینه ۲: درست؛ نیروی جاذبه بین اتم ها در هر لایه از گرافیت از نوع کووالانسی ولی جاذبه های بین اتم های کربن بین لایه ها از نوع جاذبه ضعیف واندروالسی است.
گزینه ۳: درست

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

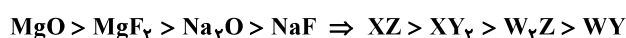
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)



با توجه به یکسان بودن آرایش الکترونی یون‌های داده‌شده با آرایش الکترونی ${}_1\text{Ne}$ (که به صورت $1s^2 2s^2 2p^6$ است) می‌توان گفت:



به این ترتیب با استفاده از این یون‌ها می‌توان چهار ترکیب یونی NaF ، MgF_2 ، Na_2O و MgO را ساخت که ترتیب آنتالپی فروپاشی شبکه بلور آن‌ها عبارت است از:

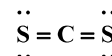
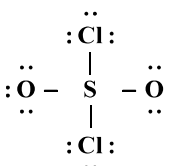
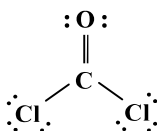
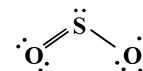
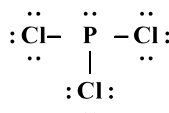
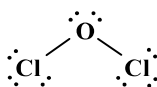


▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱



اگر توزیع الکترون‌ها در اطراف اتم مرکزی کاملاً متقارن باشد، آن مولکول ناکطبی خواهد بود. برای این منظور لازم است اتم مرکزی در اطراف خود فاقد الکترون‌های ناپیوندی بوده و از طرفی تمام اتم‌های اطراف آن یکسان باشند. در بین مولکول‌های داده‌شده (با ساختارهای لوویس زیر) فقط CS_2 چنین شرایطی دارد:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴



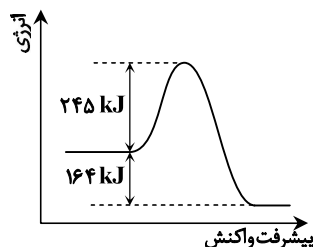
با توجه به اطلاعات داده‌شده، نمودار انرژی - پیشرفت این واکنش به صورت زیر خواهد بود:
(الف) نادرست: استفاده از کاتالیزگر تأثیری در گرمای حاصل از واکنش ندارد و ΔH واکنش بدون تغییر خواهد ماند.

(ب) نادرست: انرژی فعال‌سازی واکنش در جهت برگشت مقداری مثبت و برابر $+40.9 \text{ kJ}$ است. از سویی در واکنش‌های گرماده سطح انرژی واکنش‌دهنده (ها) به قله نزدیک‌تر است.

(پ) درست: توجه داشته باشید که در این واکنش N_2 تولید می‌شود. مقدار گرمای حاصل از تولید 25 mol N_2 نیز عبارت است از:

$$25 \text{ mol N}_2 \times \frac{164 \text{ kJ}}{2 \text{ mol N}_2} = 2050 \text{ kJ}$$

(ت) درست

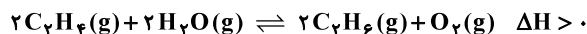
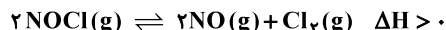


۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



در ابتدا لازم است واکنش‌های داده‌شده را موازنه کنیم:



در واکنش‌های گرماگیر (واکنش‌های اول و دوم) کاهش دما منجر به جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت می‌شود، درحالی‌که در واکنش‌های گرماده (واکنش‌های سوم و چهارم) با کاهش دما تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

از طرفی با کاهش فشار (افزایش حجم)، تعادل در جهت رسیدن به تعداد مول‌های گازی بیشتر جابه‌جا خواهد شد؛ بنابراین با کاهش فشار در واکنش‌های اول و چهارم، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و در واکنش دوم در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. اما در واکنش سوم، به دلیل برابر بودن تعداد مول‌های گازی در دو طرف واکنش، تغییر فشار تأثیری بر روی جابه‌جایی تعادل ندارد. به این ترتیب تأثیر کاهش دما و کاهش فشار در واکنش‌های دوم و چهارم هم‌جهت است.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * دین و زندگی ۲ (درس ۱۲)

- پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله: «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقتان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند.»
- پیامبر اکرم صلی الله علیه و آله: «کسی که ازدواج کند، نصف دین خود را حفظ کرده است؛ پس باید برای نصف دیگر، از خدا پروا داشته باشد.»

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * دین و زندگی ۲ (درس ۱۲)

- از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، با ایمان بودن اوست.
- پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخاب درست برسیم.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * دین و زندگی ۲ (درس ۱۱)

- اگر کالای گران‌قیمتی، مانند طلا (یا وجود آدمی) داشته باشیم، اما ارزش و قیمت آن را ندانیم، به آسانی فریب می‌خوریم و آن را به بهای اندک می‌فروشیم.
- هر انسانی در درون خود گاه و بیگاه با تمایلات و خواسته‌هایی روبه‌رو می‌شود که پاسخ مثبت دادن به آن‌ها، عزت نفس را ضعیف می‌کند و انسان را به سوی خواری و ذلت سوق می‌دهد.

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ (درس ۸)

- از امیرالمؤمنین علی علیه السلام پرسیدند: زیرک‌ترین انسان کیست؟ فرمود: کسی که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد و این حساب کشیدن در واقع همان محاسبه و ارزیابی است.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ (درس ۹)

- علی علیه السلام می‌فرماید: «ارزش هر انسانی، به اندازه چیزی است که دوست می‌دارد.» که با این بیت تناسب معنایی دارد.

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ (درس ۱۰)

- یاد خدا (لذکر الله) ثمره برتر (اکبر) نماز است.
- دقت کنید که نماز دارای دو ثمره است، یکی دور شدن از گناه و دیگری یاد خدا که یاد خدا مهم‌تر است.

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ (درس ۱۱)

- زن مظهر جمال و زیبایی است ← نعمت زیبایی بیشتری دارد ← مسئولیت بیشتری در قبال آن دارد.

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ (درس ۱۲)

- قرآن کریم و پیشوایان معصوم علیهم السلام حدود حجاب را مشخص و ما را به رعایت عفاف دعوت کرده‌اند.
- چگونگی و نوع پوشش، تا حدود زیادی تابع آداب و رسوم ملت‌ها و اقوام است.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۱ (درس ۱۱)

- امام صادق (ع): «لباس نازک و بدن نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانه سستی و ضعف در دینداری فرد است.»
- احساسات لطیف زن که بیانگر زیبایی‌های درونی وی است، ...

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ (درس ۱۱)

گوینده این سخن، حضرت زینب (س) است و ایشان از اسوه‌های عزت در برابر ستمگری است که با تأسی از این آیه شریفه «من کان یرید ... هرکس عزت می‌خواهد، (بداند) که هر چه عزت است، از آن خداست.» این سخن را فرموده‌اند.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ (درس ۱۱)

در آیه شریفه «لذین احسنوا الحسنی و زیاده و لا یرهق وجوههم قتر» و لا ذلّة، برای کسانی که نیکوکاری پیشه کردند، پاداشی نیک و چیزی افزون‌تر است و بر چهره آنان غبار خواری و ذلت نمی‌نشیند.» راه پیشنهادی قرآن برای رسیدن به عزت، «نیکوکاری» عنوان شده است.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ (درس ۱۲)

در آیه شریفه «و من آیاته ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً لتسکنوا الیها و جعل بینکم مودّة و رحمة ...» به یک ویژگی مهم که بعد از ازواج ایجاد می‌شود اشاره شده که همان آرامش «لتسکنوا» می‌باشد.

■ مهم‌ترین معیار همسر شایسته از دیدگاه قرآن کریم، با ایمان بودن است.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * دین و زندگی ۲ (درس ۱۲)

کلمات «انس»، «انسان» و «بنی آدم» در قرآن اختصاص به جنس خاصی ندارد و هر آیه‌ای که با این کلمات همراه باشد، به زن و مرد، هر دو مربوط می‌شود؛ زیرا حقیقت انسان را روح او تشکیل می‌دهد و روح انسان نه مذکر است و نه مؤنث.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی (فصل ۱)

مهندسی که کشف معدن می‌کند ← شبیه معلمی که کشف استعداد می‌کند.

مهندسی که استخراج مواد می‌کند ← شبیه معلمی که شاگرد را از انحراف خارج می‌کند.

مهندسی که ذوب مواد می‌کند ← شبیه معلمی که ایجاد علاقه به درس می‌کند.

مهندسی که قطعه‌سازی و طراحی می‌کند ← شبیه معلمی که با تدریس شاگرد می‌سازد.

مهندسی که مونتاژ قطعات و نظارت می‌کند ← شبیه معلمی که با سعه‌صدر تربیت‌شدگان را متصل می‌کند و جامعه می‌سازد.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * مهارت معلمی (فصل ۱)

قرآن کریم در این آیه، وظیفه انبیاء را رهاسازی افکار جامعه از غل و زنجیرها برمی‌شمرد که به آن گرفتار شده‌اند و می‌فرماید «و از آنان بار گران (تکالیف سخت) و بندهایی را که بر آنان بوده است برمی‌دارد و آزادشان می‌کند.»

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۱: آیاتش مربوط به غفلت است
- «غافلون»
 - «ینسوه الله» ← غفلت از خدا
 - «سوا یوم الحساب» ← غفلت از روز قیامت
 - «کذلک ... فَتَنَسِيْهَا» ← غفلت از آیات
 - «و لم نک نطعم المسکین» ← غفلت از محرومان
- گزینه ۲: آیاتش مربوط به ماندگاری و زمان می‌باشد
- «واجعل ... الی الاخرین»
 - «و جعلها کلمة باقية»
 - «سپه‌دین»
 - «کلمة باقية فی عقبه ...»
- گزینه ۴: آیاتش به «حیاء» اشاره دارد
- «یا ایها الذین آمنوا ... یحیکم»
 - «مَنْ عَمِلْ صَالِحاً ... فَلْتُحْیِیْهِ حَیْةً طَیِّبَةً ...»

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی (فصل ۲)

بی تکلفی

- در پیامبر ﷺ: «ما آنا مِنَ الْمُتَكَلِّفِینَ» بی تکلفی در
- نوع غذا
- معاشرت با مستضعفین
- شوخی کردن
- مسابقات شتردوانی
- چرا از من ترسیدی؟
- در امام علی (ع): پیراهن خود را وصله زد و گفت: قلب را خاشع می‌کند و مؤمنان از آن الگو می‌گیرند.
- در معلمان: نباید با خواسته‌های غیرمعقول و خارج از عرف، مردم را دچار زحمت کند.

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی (فصل ۲)

انصاف یعنی اگر به فردی انتقاد داریم، نقاط قوت او را هم بگوییم.
آیات:

(الف) ﴿وَمِنْ أَهْلِ الْكِتَابِ﴾

(ب) قرآن کریم غالباً با کلمه «منهم» از بعضی افراد انتقاد می‌کند.

(ج) قرآن کریم غالباً حساب خوبان را با «أَلَا» استثنا می‌کند.

(د) قرآن کریم اگر تجلیل و تقدیر می‌کند، همه را مشمول آن نمی‌داند مثلاً ﴿فَإِنَّ اللَّهَ أَعَدَّ لِلْمُحْسِنَاتِ مِنْكُنَّ أَجْرًا عَظِيمًا﴾: همه زنان پیامبر نیکوکار نبودند.

(ه) قرآن هنگام تحریم قمار و شراب به منافع آن اشاره می‌کند.

(و) امام صادق علیه السلام به شاگردانش گفت: اشکال شما این است که گاهی به خاطر تعصب حرف حق طرف مقابل را نمی‌پذیری.

(ز) انسان مطالبی را که از دیگران آموخته به خودش نسبت ندهد.

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی (فصل ۳)

■ اگر در سؤال گفته شده: ﴿قَوْلًا سَدِيدًا﴾ موجب ۱- اصلاح عمل ۲- بخشش گناهان
در گزینه ۴ هم گفته شد ﴿ادْفَعِ بِالَّتِي هِيَ أَحْسَنُ﴾، کینه و دشمنی را به دوستی و گرمی تبدیل می‌کند.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اشاره به قاطعیت در راه حق و نترسیدن از سرزنش‌ها

گزینه ۲: اشاره به احترام به همکاران و پیشکسوتان

گزینه ۳: اشاره به شهامت در گفتن نمی‌دانم

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * مهارت معلمی (فصل ۳)

بر اساس این آیه اگر در بحبوحه جنگ یکی از مشرکین برای تحقیق از ما امان درخواست کرد، پس باید به او پناه بدهیم تا کلام خدا را بشنود
یعنی حتی در شرایط جنگی هم باید به رشد فکری افراد اهمیت بدهیم.

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * مهارت معلمی (فصل ۳)

■ دشمن‌شناسی از وظایف معلم است و بر اساس آیات قرآن می‌توان شگردهای دشمن را شناخت:

(الف) فساد «خبالا» (ب) فشار «عَنْتُمْ» (ج) نفاق «ما تخفی صدورهم»
■ آرزوهای دشمن برای ما «وَدَّ»

(الف) غفلت از سلاح و سرمایه ﴿وَدَّ الَّذِينَ ... عَنْ أَسْلِحَتِكُمْ وَ أَمْنَتِكُمْ﴾

(ب) ضعف و سازش کاری ﴿وَدَّوْا لَوْ تَدَّهِنُ ...﴾

هوش و استعداد معلّمی

۱۲۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هوش کلامی

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش کلامی

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هوش کلامی

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هوش کلامی

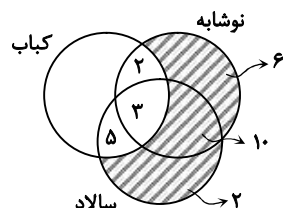
۱۳۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هوش کلامی

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هوش کلامی

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هوش کلامی

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

نقاط اشتراک نوشابه و سالاد با کباب را حذف می‌کنیم.



۲ نفر فقط سالاد خورده‌اند.

$$\begin{cases} 20 - (5 + 3 + 10) = 2 \\ 21 - (2 + 3 + 10) = 6 \end{cases} \Rightarrow 6 + 10 + 2 = \boxed{18}$$

۶ نفر فقط نوشابه خورده‌اند.

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

۲۱ نفر در صف را با شماره‌های ۱ تا ۲۱ شماره‌گذاری می‌کنیم. دو حالت برای نفر اول در نظر می‌گیریم. (یا راست‌گو است و یا دروغ‌گو)
حالت اول (نفر اول راست‌گو باشد): بنابراین حرفش درست است و تمام افرادی که پشت سر او هستند، دروغ‌گو هستند. حال از بین تمام افراد پشت سر او به نفر ۲۱ توجه کنید. او نیز دروغ‌گو است. برای درست شدن صحبتش، حرفش را متمم کنید. یعنی کسی که جلوی من ایستاده راست‌گو است. بنابراین نفر ۲۰ راست‌گو می‌شود. با تشکیل الگو متوجه می‌شویم که نفرات فرد دروغ‌گو و نفرات زوج راست‌گو هستند. یعنی نفر ۱ که فرد است باید دروغ‌گو باشد ولی با فرض اول در تناقض است. پس این حالت حذف می‌شود.
حالت دوم (نفر اول دروغ‌گو باشد): با حذف حالت اول، متوجه می‌شویم این حالت قطعاً صحیح است. اگر نفر اول دروغ‌گو باشد بنابراین نفر دوم که گفته است جلوی من دروغ‌گو است، حرفش درست است و راست‌گو می‌شود. بنابراین شماره‌های فرد دروغ‌گو و شماره‌های زوج راست‌گو می‌شوند. (با تشکیل الگو)

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

۷۰	?
۱۰۰	۳۰

$$\Rightarrow \frac{70 \times 30}{100} = 21 = \text{سؤال}$$

حدنصاب سؤال‌های صحیح
کل سوالات

از آنجایی که به ۵ سؤال کمتر از حدنصاب پاسخ درست داده، بنابراین از ۲۱ سؤال کم می‌شود. $21 - 5 = 16$

۱۳۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

عقربه ساعت‌شمار هر ساعت، ۳۰ درجه و عقربه دقیقه‌شمار هر ساعت ۳۶۰ درجه حرکت می‌کنند. از ۳:۳۵ تا ۵:۱۵، یک ساعت و ۴۰ دقیقه است که برابر ۱۰۰ دقیقه است.

درجه زمان	۶۰	۳۰
	۱۰۰	?

$$\Rightarrow \frac{100 \times 30}{60} = 50$$

۱۳۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

اگر قیمت اولیه این مدل خاص از خودرو را x در نظر بگیریم:

$$x \times \frac{80}{100} \times \frac{150}{100} \Rightarrow x \times \frac{120}{100} = 1/2x$$

$1/2x$ همان $120x\%$ یا $(100+20)x$ است که معنی افزایش ۲۰٪ در فروش را می‌دهد.

۱۳۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

بعد از تشکیل الگو و پیدا کردن رابطه به فرمول زیر می‌رسیم:

$$(n \text{ تعداد خط}) \frac{n \times (n-1)}{2} \xrightarrow{n=10} \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

۱۳۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

چون حروف الفبا هر ۲۲ تا تکرار می‌شوند پس ۱۶۶ را بر ۲۲ تقسیم می‌کنیم. بنابراین در گام آخر باید ۶ تا حرف جلو برویم که به حرف «ج» می‌رسیم.

۱۶۶	۲۲
- ۱۶۰	۵
۶	

۵ بار الفبا را به صورت کامل جلو رفتیم و
۶ تای دیگه هم باید جلو ببریم.

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

$$(1) \quad 25 = (10 + 9 + 8) - 2 = \text{شکل (۱)}$$

$$(2) \quad 14 = (5 + 8 + 4) - 3 = \text{شکل (۲)}$$

$$(3) \quad 4 = (2 + 7 + 1) - 6 = \text{شکل (۳)}$$

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

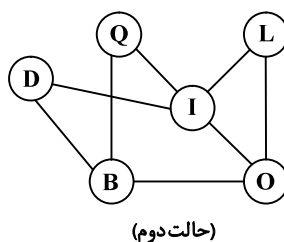
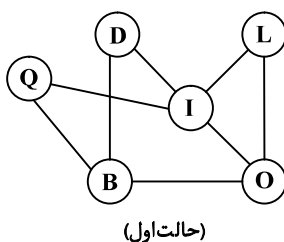
جهت نوشتن اعداد مهم است.

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)



با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ صحیح است.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

در هر ردیف با برداشتن خانه‌های رنگی ستون‌های چپ و راست، خانه‌های رنگی ستون وسط مشخص می‌شود.

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * استعداد تحلیلی (استعداد تحلیلی)

در هر ردیف و هر ستون تنها یک‌بار از هر شکل آمده است. جهت فلش در ردیف‌های اول و سوم هر بار ۹۰ درجه پادساعتگرد و در ردیف وسط، ۹۰ درجه ساعتگرد دوران می‌کند.