

آزمون آزمایشی ۲۶ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱- اگر $\sqrt{5 \sin x + 1} + \sqrt{5 \sin x - 1} = 2$ ، مقدار $\sqrt{5 \sin x + 1} - \sqrt{5 \sin x - 1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۲- اگر $f = \{(2, 3), (-1, 2), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, -1), (4, 3)\}$ ، برد تابع $\frac{f-g}{g \circ f^{-1}}$ شامل کدام عضو است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳- بازه (a, b) بزرگ‌ترین بازه‌ای است که در آن نمودار $f(x) = 2^{(x^2-4x)}$ پایین‌تر از نمودار $g(x) = 4^{x-4}$ قرار دارد. $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- دو ضلع مجاور مستطیلی با محیط ۸، بر دو خط $3x + 4y = 1$ و $4x + ay = b$ منطبق‌اند. اگر $A(1, 2)$ یک رأس غیرواقع بر دو خط مذکور باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۸ و -۸ (۲) ۱۲ و -۸ (۳) -۱۲ و ۸ (۴) ۸ و ۶

۵- حاصل $P = \sqrt[3]{\sqrt[4]{6}} \times 24^{\frac{1}{4}} \times 18^{\frac{1}{6}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) ۶ (۳) $6\sqrt{6}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۶- حاصل عبارت $P = (\log_e 3)^2 + (\log_e 12) \cdot \log_e 108$ برابر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

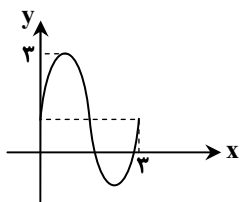
۷- جدول تعیین علامت چندجمله‌ای $P(x) = (a-1)x^3 + 2x^2 - bx - a$ به صورت زیر است. مقدار $b + \alpha$ کدام است؟

x	α			
	+	+	-	+
$P(x)$				

(۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۱) $-\frac{3}{2}$ ۸- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{4x+3}$ و $(f^{-1} \circ \log)(x) = -\frac{x}{2}$ باشد، ضابطه $g^{-1}(x)$ کدام است؟(۴) $\frac{3x+1}{2x-1}$ (۳) $\frac{3x+2}{4x+4}$ (۲) $\frac{-3x+1}{2x-1}$ (۱) $\frac{2x-3}{x+1}$

محل انجام محاسبات:

۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + 2 \sin(b\pi x)$ به صورت روبه‌رو است. حاصل $f(\frac{5}{4})$ کدام است؟



(۱) $1 + \sqrt{3}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{3} - 1$

(۴) $\frac{3}{2}$

۱۰- اگر $\tan(\alpha - \beta) = 1$ و $\tan(\beta - \alpha) = 5$ ، مقدار $\cot 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{12}$

(۲) $-\frac{5}{12}$

(۳) $\frac{12}{5}$

(۴) $-\frac{12}{5}$

۱۱- مجموع جواب‌های معادله $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos x = 0$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3\pi}{2}$

(۲) $\frac{23\pi}{12}$

(۳) $\frac{5\pi}{3}$

(۴) $\frac{5\pi}{6}$

۱۲- تابع $f(x) = \frac{4x^2 + ax + 3}{2x^2 - 4x + 1}$ مجانب افقی خودش را در $x = 1$ قطع می‌کند. نمودار تابع در مجاورت مجانب افقی خودش به کدام صورت است؟



۱۳- اگر تابع f پیوسته بوده و داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - a} = \frac{3}{a}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

(۱) -۴

(۲) -۳

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۴- اگر $g(x) = \frac{3x}{x+2}$ به‌طوری که $(fog)'(1) = -3$ ، مقدار $f'(1)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{9}{2}$

(۴) $\frac{9}{2}$

۱۵- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{2 \sin 2x}{1 + \cos 2x}$ در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{6}$ واقع بر نمودار تابع، خط $y = -3\sqrt{3}$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) $\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$

(۲) $\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$

(۳) $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$

(۴) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$

محل انجام محاسبات:

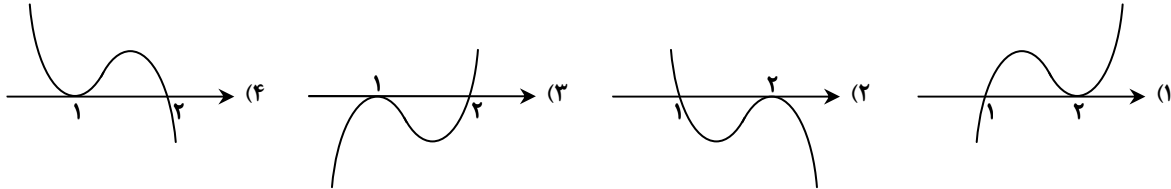
۱۶- اگر x_0 نقطه بحرانی تابع $f(x) = (x^2 - 14)\sqrt[3]{x}$ باشد، مقدار $f(x_0)$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $6\sqrt[3]{2}$ (۲) $12\sqrt[3]{2}$ (۳) $12\sqrt[3]{2}$ (۴) $6\sqrt[3]{2}$

۱۷- مینیمم مطلق تابع $f(x) = x - \sqrt{4x - x^2}$ چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 2$ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) $2 - 2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2} - 4$

۱۸- نقاط $x = 1$ و $x = 2$ به ترتیب طول نقاط ماکزیمم نسبی و عطف تابع f می باشند. نمودار f' به کدام صورت می تواند باشد؟



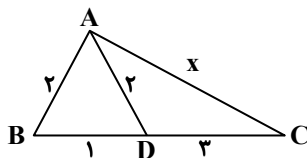
هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱۹- در مثلثی مجموع اندازه های دو زاویه، با اندازه زاویه سوم برابر است. در این مثلث نقطه همرسی ارتفاع ها کجا قرار دارد؟

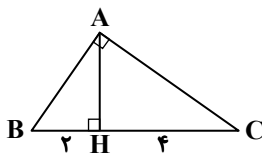
- (۱) وسط یکی از اضلاع (۲) روی یکی از رؤس (۳) خارج مثلث (۴) داخل مثلث

۲۰- در شکل روبه رو، x کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) $\sqrt{6}$
(۳) ۳
(۴) $\sqrt{10}$

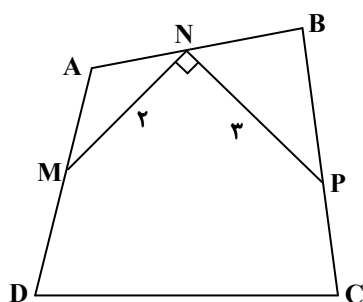
۲۱- در مثلث قائم الزاویه ABC در شکل روبه رو، طول میانه وارد بر کوچک ترین ضلع مثلث کدام است؟



- (۱) $3\sqrt{2}$
(۲) $3\sqrt{3}$
(۳) ۳
(۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۲۲- در شکل روبه‌رو، M، N و P به ترتیب وسط ضلع‌های AD، AB و BC هستند. مساحت چهارضلعی ABCD چقدر است؟



۱۰ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

۲۳- دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ مماس برون هستند. خطی که به موازات خط‌المركزین، به دایره کوچک‌تر مماس باشد، در دایره بزرگ‌تر وتری به طول چند ایجاد می‌کند؟

۶ (۱)

۲ (۲)

۸ (۳)

۴ (۴)

۲۴- سه میانه مثلث ABC در نقطه G هم‌رسانند. اگر رئوس مثلث $A'B'C'$ به ترتیب وسط GA، GB و GC باشد، نسبت تجانس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ کدام می‌تواند باشد؟

 $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۲۵- مساحت مثلث ABC با اضلاع $AB = 4$ و $AC = 6$ و میانه $AM = 3$ چقدر است؟

 $6\sqrt{2}$ (۱)

۱۲ (۲)

 $8\sqrt{2}$ (۳)

۱۶ (۴)

۲۶- اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ باشند و $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $B + A \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} + A \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

صفر (۱)

۲ (۲)

۶ (۳)

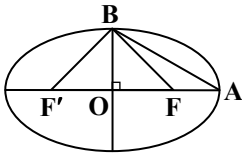
۴ (۴)

۲۷- اگر $2A + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $(A + 4I)^{-1}$ کدام است؟

 $\frac{1}{24} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ (۱) $-\frac{1}{24} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{1}{24} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ (۳) $-\frac{1}{24} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ (۴)

محل انجام محاسبات:

۲۸- در بیضی شکل زیر، مساحت مثلث OAB ، دو برابر مساحت مثلث BFF' است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟



$$\frac{1}{6} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{1}{4} \quad (4)$$

۲۹- زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ حاده بوده و $|\vec{a}| = 6$ ، $|\vec{b}| = 4$ و $|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})| = 48\sqrt{2}$ می باشد، حاصل $\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ کدام است؟

$$24 \quad (4) \quad 12 \quad (3) \quad 20 \quad (2) \quad 40 \quad (1)$$

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴ ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

۳۰- به چند طریق می توان یک رمز ۳ رقمی با ارقام ۱ تا ۹ ساخت به طوری که ارقام آن یکی در میان زوج و فرد باشند؟ (تکرار ارقام مجاز است).

$$140 \quad (1) \quad 180 \quad (2) \quad 200 \quad (3) \quad 250 \quad (4)$$

۳۱- اگر گزاره $p \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، گزاره $(p \vee q) \wedge r$ با کدام یک از گزاره های زیر هم ارز است؟

$$p \quad (1) \quad q \quad (2) \quad r \quad (3) \quad T \quad (4)$$

۳۲- اگر $P(A) = 0/6$ ، $P(B) = 0/7$ و $P(A \cap B') = 0/2$ ، آنگاه $P(B \cap A')$ کدام است؟

$$0/1 \quad (1) \quad 0/3 \quad (2) \quad 0/4 \quad (3) \quad 0/5 \quad (4)$$

۳۳- اگر بخواهیم میانگین جامعه ای با داده های «۰، ۱، ۳، ۴» را برآورد کنیم، چند برآورد متمایز با انتخاب نمونه های دوتایی برای پارامتر جامعه وجود خواهد داشت؟

$$6 \quad (1) \quad 5 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۳۴- اگر داشته باشیم $B - A \subseteq (B - A)'$ ، آنگاه حاصل $B \cup (A \cap B')$ کدام است؟

$$\emptyset \quad (1) \quad U \quad (2) \quad A \quad (3) \quad B \quad (4)$$

۳۵- یک شکارچی ۳ تفنگ دارد. احتمال اینکه تیر هریک از تفنگ ها وقتی کاملاً روی هدف نشانه گیری می شوند، دقیقاً به هدف برخورد کند، $0/6$ ، $0/5$ و $0/7$ است. اگر این شکارچی تفنگی را به تصادف انتخاب کند و پس از نشانه گیری دقیق هدف، تیر را شلیک کند، با چه

احتمالی تیر به هدف برخورد نمی کند؟

$$0/6 \quad (1) \quad 0/2 \quad (2) \quad 0/3 \quad (3) \quad 0/4 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات:

۳۶- ۵ داده با میانگین ۷ و واریانس ۴ و ۳ داده با میانگین ۷ و واریانس ۲ کنار هم قرار می‌دهیم. واریانس کل ۸ داده کدام است؟

- (۱) ۲/۵۲ (۲) ۲/۲۵ (۳) ۳/۲۵ (۴) ۳/۵۲

۳۷- بزرگ‌ترین عدد طبیعی که در تقسیم بر ۵۶، باقی‌مانده‌اش دو برابر مکعب خارج‌قسمت شود، کدام است؟

- (۱) ۳۲۴ (۲) ۱۷۲ (۳) ۴۴۴ (۴) ۲۲۲

۳۸- باقی‌مانده تقسیم $8 + 2^{12n+1} \times 3^{15n+2}$ بر عدد ۱۳ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) ۱ (۲) ۱۲ (۳) صفر (۴) ۴

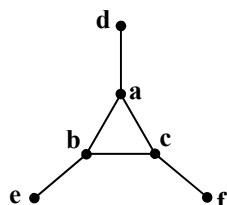
۳۹- گراف روبه‌رو چند زیرگراف از مرتبه ۳ و اندازه ۲ دارد؟

(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۰



۴۰- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ با شرایط $x_1 \geq 5$ و $x_2 \leq 1$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید شاکری سید امیرمحمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل‌زاده	حسین شفیع‌زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سیدمحسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم‌نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف‌خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد کشانی محمد حسین	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور- شهرام شاه‌پرویزی مهداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

آزمون آزمایشی ۲۶ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

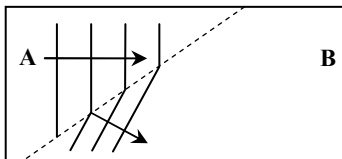
۴۱- یک چتر باز با تندی ثابت، در حال سقوط است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد آن درست است؟

- (۱) انرژی جنبشی چتر باز در حال کاهش است. (۲) کار نیروی وزن روی چتر باز صفر است.
(۳) انرژی مکانیکی چتر باز در حال کاهش است. (۴) کار نیروی وزن روی چتر باز با کار نیروی مقاومت هوا برابر است.

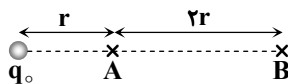
۴۲- تراز شدت صوتی ۱۲ دسی بل است. شدت این صوت بر حسب یکای SI کدام است؟ (شدت صوت مرجع $I_0 = 10^{-6} \frac{\mu W}{m^2}$ و $\log 2 = 0.3$)

- (۱) $10^{-11} / 6$ (۲) $10^{-10} / 6$ (۳) $10^{-11} / 2$ (۴) $10^{-10} / 2$

۴۳- شکل روبه‌رو، وضعیت جبهه‌های موج متوالی را که بر سطح آب یک دریاچه در نزدیکی ساحل در حال پیشروی هستند، نشان می‌دهد. کدام یک از بیان‌های زیر درست است؟



- (۱) عمق قسمت B کمتر است و تندی انتشار موج در این قسمت بیشتر است.
(۲) عمق قسمت B کمتر است و تندی انتشار موج در این قسمت کمتر است.
(۳) عمق قسمت B بیشتر است و تندی انتشار موج در این قسمت بیشتر است.
(۴) عمق قسمت B بیشتر است و تندی انتشار موج در این قسمت کمتر است.

۴۴- در شکل روبه‌رو، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q_0 در نقطه B، به میزان $\frac{N}{C}$ کمتر از اندازه میدان آن درنقطه A است. بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A چند نیوتون بر کولن ($\frac{N}{C}$) است؟

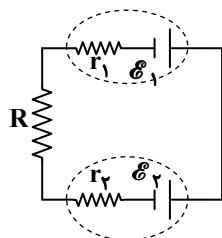
- (۱) 12×10^3 (۲) 15×10^3
(۳) 18×10^3 (۴) 21×10^3

۴۵- صفحه‌های باردار یک خازن تخت بدون دی‌الکتریک را که از باتری جدا شده است، به یک ولت‌سنج وصل می‌کنیم. با وارد کردن یک دی‌الکتریک با ثابت $K=4$ در بین صفحات، مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد، $30V$ کاهش می‌یابد. در این حالت، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۴۶- چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ای فلزی به قطر یک متر، $5 \frac{\mu C}{m^2}$ است. بار الکتریکی موجود در سطح کره چند میکروکولن است؟

- (۱) 5π (۲) $7/5\pi$ (۳) $12/5$ (۴) ۱۵

۴۷- در مدار مقابل، اگر $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ باشد، کدام گزینه در مورد توان الکتریکی درست است؟

- (۱) مجموع توان تولیدی دو باتری (۱) و (۲)، در مقاومت‌های r_1 ، r_2 و R مصرف می‌شود.
(۲) توان تولیدی باتری (۲) را فقط مقاومت R مصرف می‌کند.
(۳) توان خروجی باتری (۱) را مقاومت R و باتری (۲) مصرف می‌کنند.
(۴) توان خروجی باتری (۲) را مقاومت R و باتری (۱) مصرف می‌کنند.

محل انجام محاسبات:

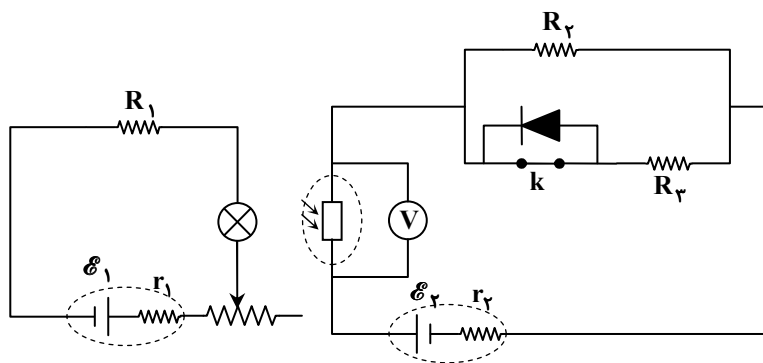
۴۸- مقاومت سیمی به طول L برابر 20Ω است. اگر ۲ متر از سیم را جدا کنیم، مقاومت قسمت باقی مانده 16Ω می شود. طول سیم اولیه (L) چند متر است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)



۴۹- در مدارهای شکل زیر، ابتدا در مدار سمت چپ مقاومت رئوستا را افزایش می دهیم؛ در نتیجه عدد ولتسنج می یابد. سپس در مدار سمت راست کلید k را قطع می کنیم که در این صورت عدد ولتسنج می یابد.

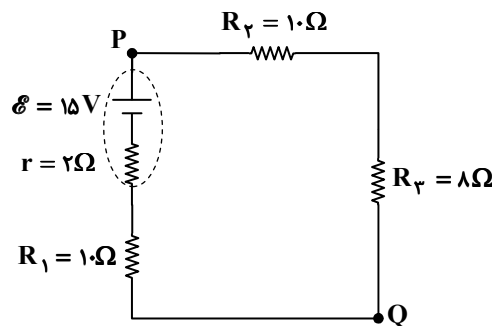
(۱) افزایش - افزایش

(۲) افزایش - کاهش

(۳) کاهش - کاهش

(۴) کاهش - افزایش

۵۰- در شکل روبه رو، وقتی بار $q = +3\mu C$ از P تا Q جابه جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میکروژول کاهش می یابد؟



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۲۲/۵ (۳)

۲۷ (۴)

۵۱- در پیچهای شامل ۲۰۰ دور و مقاومت الکتریکی 10Ω ، شار مغناطیسی به اندازه $10^{-4} Wb$ تغییر می کند. بار الکتریکی خالص عبوری از هر مقطع پیچه در این مدت چند میلی کولن است؟

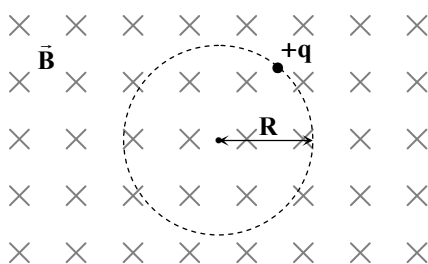
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۲- گلوله باردار به جرم m و بار مثبت q در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سوی $\vec{B}$ با تندی v تحت تأثیر نیروی مرکزگرای میدان مغناطیسی در مسیر دایره ای به شعاع R مطابق شکل می چرخد. در این صورت جهت چرخش گلوله و شعاع دوران آن است. (از نیروی وزن گلوله صرف نظر شود.)



(۲) پادساعت گرد - $\frac{qv}{mB}$

(۱) ساعت گرد - $\frac{mv}{qB}$

(۴) پادساعت گرد - $\frac{mv}{qB}$

(۳) ساعت گرد - $\frac{qB}{mv}$

محل انجام محاسبات:

۵۳- شعاع هر حلقه سیم لوله بدون هسته‌ای، ۱cm و طول سیم سازنده آن ۳۰m است. سیم‌ها دارای روکش هستند، حلقه‌های سیم لوله به هم

چسبیده‌اند و طول سیم لوله ۱m است. ضریب القاوری سیم لوله چند میکرو هانری است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

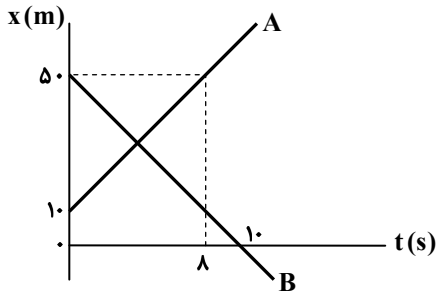
۱۲۰ (۴)

۹۰ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

۵۴- نمودار مکان- زمان دو متحرک که روی یک خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. دو متحرک در چه مکانی بر حسب متر به هم می‌رسند؟



۲۵ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۵۵- سنگی از یک بلندی رها می‌شود و در ۲ ثانیه آخر سقوط، ۸۸ متر را طی می‌کند. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، کل مسافت سقوط سنگ

چند متر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

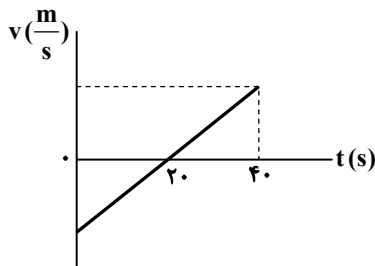
۱۴۵/۸ (۴)

۱۹۹/۸ (۳)

۹۶/۸ (۲)

۲۰۴/۸ (۱)

۵۶- نمودار سرعت- زمان متحرکی که از مکان $x = 0$ روی خط راست به حرکت درمی‌آید، مطابق شکل است. اگر متحرک در $t = 10s$ از نقطه $x = -300m$ عبور کند، در مدت $t = 0$ تا $t = 40s$ ، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) چند متر است؟



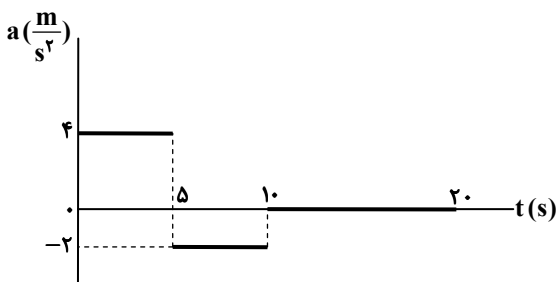
۶۰۰ (۱)

۴۰۰ (۲)

۸۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۴)

۵۷- متحرکی از حال سکون در لحظه $t = 0$ روی خط راست به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب- زمان آن به شکل مقابل است. سرعت متوسط متحرک در مدت $t = 0$ تا $t = 20s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱۰ (۱)

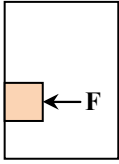
۱۱/۲۵ (۲)

۱۰/۷۵ (۳)

۱۲/۵ (۴)

محل انجام محاسبات:

۵۸- آسانسوری با شتابی به بزرگی $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده در حال پایین رفتن است. شخصی درون آسانسور جسمی به جرم 2 kg را با نیروی افقی $F = 30 \text{ N}$ به دیواره قائم آسانسور می فشارد. اگر در مدت حرکت آسانسور جسم روی دیواره آسانسور نلغزد، نیروی اصطکاک بین جسم و دیواره آسانسور چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



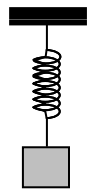
(۱) ۲۰

(۲) ۲۴

(۳) ۲۷

(۴) ۳۰

۵۹- جسمی به جرم m به انتهای فنری آویزان است. اگر نیروهای وارد بر جسم را به ترتیب وزن و نیروی فنر در نظر بگیریم، واکنش این نیروها به ترتیب به و وارد می شود.



(۱) فنر - جسم

(۲) جسم - فنر

(۳) زمین - فنر

(۴) فنر - زمین

۶۰- تندی ماهواره A به دور زمین نصف تندی ماهواره B به دور زمین است. دوره ماهواره A چند برابر دوره ماهواره B است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) ۸

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

۶۱- یک جعبه چوبی به جرم m را روی سطح افقی زمین با سرعت $\frac{2}{3} \frac{m}{s}$ به طرف جلو هل می دهیم و رها می کنیم. از لحظه ای که جعبه را رها می کنیم،

۸۰ سانتی متر روی سطح حرکت می کند و متوقف می شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جعبه و سطح تکیه گاه (زمین) کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{5}$

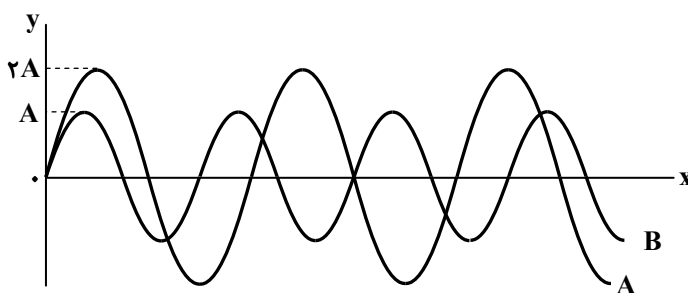
۶۲- وقتی در یک تار دو سر بسته، موج ایستاده با پنج گره تشکیل می شود، طول موج چند برابر طول تار است؟

(۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{2}{9}$

۶۳- نمودار جابه جایی - مکان دو موج عرضی منتشر شده

در یک تار در دو زمان متفاوت، مطابق شکل روبه رو

است. بسامد موج B چند برابر بسامد موج A است؟

(۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ 

محل انجام محاسبات:

۶۴- یک نوسانگر ساده روی پاره خطی به طول 20 cm نوسان می‌کند. اگر در لحظه‌ای که نوسانگر از فاصله 6 سانتی‌متری یک انتهای مسیر عبور می‌کند،

بزرگی شتاب آن برابر $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ باشد، بیشینه تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) $1/5$ (۳) ۱ (۴) $0/5$

۶۵- سطح یک آنتن بشقابی دارای ناهمواری‌هایی است. برای آنکه این آنتن بتواند امواج میکروموج با بسامد حدود 100 GHz را به خوبی دریافت کند، اندازه ناهمواری‌های آن در چه محدوده‌ای می‌تواند باشد؟

- (۱) در حدود 10 میلی‌متر و کوچک‌تر از آن (۲) در حدود 10 میلی‌متر و بزرگ‌تر از آن
(۳) در حدود $0/1$ میلی‌متر و بزرگ‌تر از آن (۴) در حدود $0/1$ میلی‌متر و کوچک‌تر از آن

۶۶- اگر پرتو با طول موج 200 نانومتر بر سطح یک فلز بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها 3 eV می‌شود. اگر پرتو با طول موج 150 نانومتر بر همین فلز بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها چند الکترون‌ولت می‌شود؟ ($hc = 1200\text{ eV} \cdot \text{nm}$)

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۶۷- طول موج سومین خط طیفی اتم هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) بر حسب نانومتر کدام است؟ ($R = 0/01(\text{nm})^{-1}$)

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۱۴۰۶ (۴) ۴۹۰۰

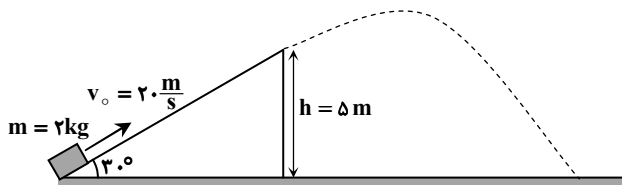
۶۸- در مورد شکافت اورانیم کدام درست است؟

- (۱) نوترون‌های تند (سریع) با احتمال بیشتر، جذب اورانیم 238 می‌شوند و آن‌ها را می‌شکافند.
(۲) یکی از ایزوتوپ‌های اورانیم که فراوانی آن در سنگ معدن بسیار کمتر است، در اثر جذب نوترون‌های کند با احتمال زیادی شکافته می‌شود.
(۳) جرم محصولات شکافت، اندکی بیشتر از جرم هسته مرکب است.
(۴) در فرایند غنی‌سازی اورانیم، درصد اورانیم 238 در یک نمونه را افزایش می‌دهند.

۶۹- نمونه‌ای از یک ماده پرتوزا در لحظه $t = 0$ شامل N_0 هسته و 120 روز بعد از آن شامل 10^{25} هسته و 160 روز بعد از $t = 0$ شامل $10^{24} \times 2/5$ هسته است. تعداد هسته پرتوزای اولیه (N_0) در لحظه $t = 0$ کدام است؟

- (۱) $1/6 \times 10^{25}$ (۲) $1/28 \times 10^{27}$ (۳) 8×10^{25} (۴) $6/4 \times 10^{26}$

۷۰- مطابق شکل، جسمی به جرم 2 kg از پایین سطح شیب‌دار توسط ضربه‌ای با تندی اولیه $20 \frac{m}{s}$ مماس بر سطح رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر جسم مسیری مطابق شکل را طی کند، تندی آن هنگام برخورد به سطح افقی چند متر بر ثانیه است؟ (نیروی اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار $7/6\text{ N}$ و مقاومت هوا در مقابل حرکت جسم ناچیز است.)



- (۱) ۱۵
(۲) ۱۶
(۳) ۱۷
(۴) ۱۸

۷۱- حبابی کروی شکل در کف دریاچه‌ای به عمق 70 m تشکیل می‌شود و شروع به بالا آمدن می‌کند. دمای آب دریاچه در همه جا یکسان است و فشار هوای داخل حباب همان فشار آب پیرامون آن است. شعاع این حباب وقتی به سطح آب می‌رسد، چند برابر شعاع آن در کف دریاچه است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و $P_0 = 10^5\text{ Pa}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات:

۷۲- طول یک میله فلزی ۱۰۰ گرمی، ۲۰ cm است. برای آنکه طول میله ۱ mm / ۰ افزایش یابد، باید چند کیلوژول گرما به آن داده شود؟

$$\left(\alpha = 10^{-5} \frac{1}{K} \text{ و } c = 400 \frac{J}{kg \cdot K} \right) \text{ فلز}$$

۴ (۴)

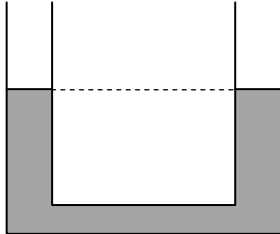
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۳- مطابق شکل، درون یک لوله U شکل، مایعی به چگالی ۸ گرم بر سانتی متر مکعب ریخته شده است. شعاع سطح مقطع لوله‌ها در دو شاخه یکسان و برابر ۵/۰ سانتی متر است. اگر 10 cm^3 آب به شاخه سمت چپ اضافه شود، اختلاف سطح آزاد آب و مایع در دو شاخه لوله چند

$$\text{سانتی متر خواهد شد؟ } \left(g = 10 \frac{m}{s^2} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3} \right)$$



$$\frac{5}{\pi} \quad (1)$$

$$\frac{15}{\pi} \quad (2)$$

$$\frac{25}{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{35}{\pi} \quad (4)$$

۷۴- حجم گاز کاملی را در فشار ثابت ۰.۴ atm، از ۲ لیتر به ۱/۵ لیتر کاهش می‌دهیم. اگر در این فرایند انرژی درونی گاز ۳۰۰ J تغییر کند،

گرما می‌که گاز به محیط داده، چند ژول است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

۷۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۷۵- یک ماشین گرمایی درون سوز با بازده ۴۰ درصد، در هر دقیقه ۶۰ kJ کار انجام می‌دهد. اگر گرمای حاصل از سوزاندن سوخت $50 \frac{kJ}{g}$ باشد،

این ماشین در هر ساعت به چند گرم سوخت نیاز دارد؟

۹۶۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۱۸۰ (۱)



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۷۶- اتم M در مجموع دارای ۲۸۰ ذره زیر اتمی است. اگر شمار نوترون‌ها در اتم M، ۱/۵ برابر شمار پروتون‌ها باشد، نماد شیمیایی این اتم کدام است؟

$${}_{113}^{200}\text{M} \quad (4)$$

$${}_{80}^{200}\text{M} \quad (3)$$

$${}_{113}^{280}\text{M} \quad (2)$$

$${}_{80}^{120}\text{M} \quad (1)$$

۷۷- اتم نئون (Ne) دارای ۳ ایزوتوپ با جرم‌های اتمی و درصد‌های فراوانی زیر است. جرم اتمی میانگین این اتم بر حسب amu کدام است؟

نوع ایزوتوپ	جرم اتمی (amu)	درصد فراوانی
${}^{20}\text{Ne}$	۲۰	۹۰/۵
${}^{21}\text{Ne}$	۲۱	۰/۳
${}^{22}\text{Ne}$	۲۲	۹/۲

$$20/286 \quad (1)$$

$$20/187 \quad (2)$$

$$21/093 \quad (3)$$

$$21/122 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات:

۷۸- در جاهای خالی جدول به جای «الف»، «ب»، «پ» و «ت» به ترتیب کدام عبارت‌ها باید قرار گیرد؟

نماد عنصر	دوره	گروه	آرایش الکترونی فشرده
${}_{11}\text{Na}$	... (الف) ...	اول	$[\text{Ne}] 3s^1$
${}_{35}\text{Br}$	چهارم	... (ب) ...	$[\text{Ar}] 3d^5 4s^2 4p^5$
... (پ) ...	چهارم	دوم	... (ت) ...

(۱) دوم - هفدهم - $[\text{Ar}] 3d^2 4s^2$ - ${}_{22}\text{Ti}$

(۲) سوم - پانزدهم - $[\text{Ar}] 4s^2$ - ${}_{20}\text{Ca}$

(۳) دوم - پانزدهم - $[\text{Ar}] 3d^2 4s^2$ - ${}_{22}\text{Ti}$

(۴) سوم - هفدهم - $[\text{Ar}] 4s^2$ - ${}_{20}\text{Ca}$

۷۹- کدام گزینه موارد «الف»، «ب»، «پ» و «ت» را به ترتیب از راست به چپ (در شرایط STP) نشان می‌دهد؟

نوع گاز	H_2	Ne	CO_2	O_3
مول	... (الف) ...	۰/۴	۰/۷۵	۰/۵
حجم (L)	۵/۶	۸/۹۶	... (ب) ...	۱۱/۲
جرم (g)	۰/۵	۸	۳۳	... (پ) ...

($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Ne} = 20; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۳۲، ۱۴، ۰/۵

(۲) ۲۴، ۱۶/۸، ۰/۵

(۳) ۳۲، ۱۴، ۰/۲۵

(۴) ۲۴، ۱۶/۸، ۰/۲۵

۸۰- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در واکنش زیر پس از موازنه کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۱ (۲)

۹ (۱)

۸۱- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های یونی زیر، نسبت تعداد کاتیون‌ها به تعداد آنیون‌ها بیشتر است؟

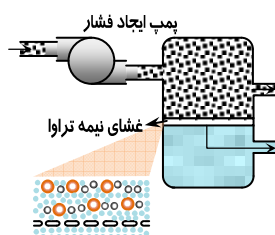
(۴) آهن (II) فسفات

(۳) منیزیم سولفات

(۲) آلومینیم نیترات

(۱) آمونیوم کربنات

۸۲- با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) فرایند اسمز معکوس را نشان می‌دهد.

(۲) از آن برای تصفیه آب دریاها استفاده می‌شود.

(۳) با گذشت زمان، محلول بالای غشای نیمه تراوا رقیق‌تر می‌شود.

(۴) مولکول‌های آب از غشای نیمه تراوا عبور می‌کنند.

۸۳- در ۲ لیتر محلول رقیق سدیم سولفات با غلظت ۳۵۵ ppm، چند مول یون سولفات به صورت محلول وجود دارد؟ (چگالی محلول $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است، $\text{O} = 16, \text{Na} = 23, \text{S} = 32; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

5×10^{-2} (۴)

2×10^{-2} (۳)

10^{-2} (۲)

5×10^{-3} (۱)

۸۴- هرگاه در ۲ کیلوگرم آب، ۰/۴ گرم از نمک A حل شود، یک محلول سیر شده در دمای معین تشکیل می‌شود. انحلال پذیری این نمک در این دما کدام است و نمک A در کدام دسته از مواد محلول، کم محلول یا نامحلول قرار می‌گیرد؟

(۴) ۰/۰۲، کم محلول

(۳) ۰/۲، نامحلول

(۲) ۰/۰۲، نامحلول

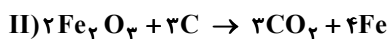
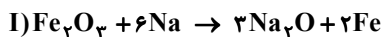
(۱) ۰/۲، کم محلول

محل انجام محاسبات:

۸۵- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در جدول دوره‌ای، از بالا به پایین واکنش پذیری عنصرها بیشتر می‌شود.
 (۲) در جدول دوره‌ای، از پایین به بالا و از چپ به راست خاصیت نافلززی افزایش می‌یابد، پس نافلزترین عنصر در گروه ۱۷ و دوره ۱ قرار دارد.
 (۳) در عنصرهای گروه اول، میزان تمایل به تبدیل شدن به یون و واکنش پذیری، با هم رابطه مستقیم دارند.
 (۴) منیزیم، سریع‌تر از سدیم ولی آهسته‌تر از پتاسیم با آب واکنش نشان می‌دهد.
 ۸۶- یک واحد صنعتی، جرم یکسانی از سنگ معدن با ویژگی‌های مشابه را در دو فرایند زیر مورد استخراج قرار داده است. در صورتی که بازده این دو فرایند با هم برابر نباشد، کدام گزینه در رابطه با مقایسه مقدار آهن استخراج شده طی این دو فرایند درست است؟

$$(Fe = 56, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$



(۱) در (I) بیشتر است.

(۲) در (II) بیشتر است.

(۳) در هر یک می‌تواند بیشتر باشد.

(۴) در هر دو برابر است.

۸۷- نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در آلکانی راست‌زنجیر، برابر با ۲/۴ است. چند مورد از مطالب زیر درباره این آلکان، درست است؟
 ■ دارای ۱۲ پیوند C-H است.
 ■ تعداد هیدروژن‌های آن، ۳ برابر تعداد هیدروژن‌های ساده‌ترین آلکن است.
 ■ در دمای ۲۲°C و فشار ۱ اتمسفر، گران‌روی بیشتری از نونان راست‌زنجیر دارد.
 ■ در دمای ۲۲°C و فشار ۱ اتمسفر، به حالت مایع است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۸۸- مکعبی فلزی به ضلع ۲ cm در اختیار است. اگر چگالی این فلز $2.0 g \cdot mL^{-1}$ و ظرفیت گرمایی ویژه آن $0.13 J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$ باشد، مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای مکعب به اندازه ۱۰°C، چند گرم مایع با ظرفیت گرمایی ویژه $0.14 J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$ را از دمای ۱۰°C به ۹۰°C می‌رساند؟

(۴) ۱۰۰

(۳) ۲۵

(۲) ۵۰

(۱) ۱۲/۵

۸۹- کدام یک از عبارتهای زیر درباره دو ترکیب داده شده درست است؟

(۱) ترکیب (I) دارای گروه عاملی آلدهیدی است که مشابه گروه

عاملی ترکیب آلی موجود در بادام و میخک است.

(۲) ترکیب (II) دارای گروه عاملی اتری است که در ترکیب آلی

موجود در رازیانه نیز وجود دارد.

(۳) ترکیب‌های (I) و (II) ایزومر ساختاری یکدیگر هستند.

(۴) هر دو ترکیب، جزء ترکیب‌های سیر شده هستند.

۹۰- جدول زیر متعلق به واکنش گازی $x A \rightarrow y B$ است. مقدار Z بر حسب مول بر لیتر بر ثانیه کدام است؟ (X و Y ضرایب استوکیومتری مواد A و B هستند).

$\frac{\Delta[B]}{\Delta t}$ y	$\frac{-\Delta[A]}{\Delta t}$ x	[A]	t (s)
z	5×10^{-3}	۶/۱	۰
		۴/۱	۲۰۰

$$(1) x \times 5 \times 10^{-3}$$

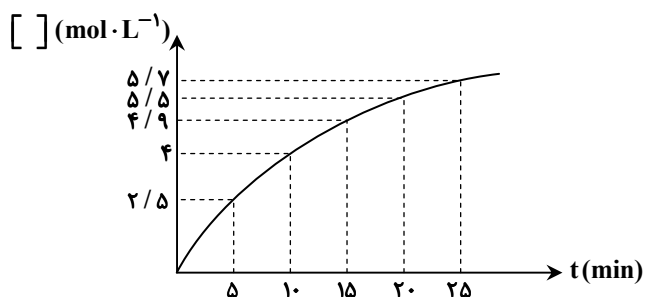
$$(2) 5 \times 10^{-3}$$

$$(3) \frac{5 \times 10^{-3}}{x}$$

$$(4) \frac{5 \times 10^{-3}}{y}$$

محل انجام محاسبات:

۹۱- با توجه به نمودار داده شده که مربوط به یکی از مواد موجود در واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ است، سرعت واکنش در بازه زمانی ۱۰ تا ۱۵ دقیقه، چند $mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$ است؟



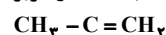
(۱) ۰/۰۱۵

(۲) ۰/۰۹

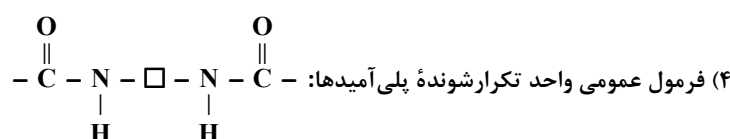
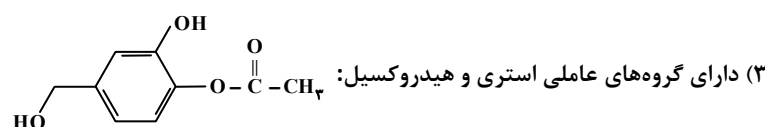
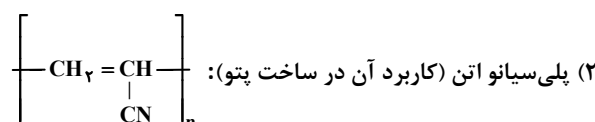
(۳) ۰/۰۰۳

(۴) ۰/۱۸

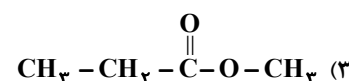
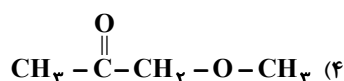
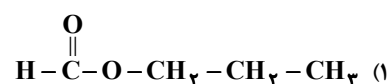
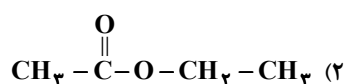
۹۲- در کدام گزینه، توضیح ارائه شده با ساختار مربوطه مطابقت دارد؟



(۱) مونومر سازنده پلی استیرن:



۹۳- از آبکافت استر A با فرمول مولکولی $C_4H_8O_2$ ، الکل B به دست می‌آید. الکل B یک ایزومر الکلی به غیر از خودش دارد. فرمول ساختاری استر A کدام است؟



۹۴- انحلال پذیری یک اسید چرب تک ظرفیتی در آب در دمای معین برابر با ۰/۰۰۵۶۸ گرم است. اگر درجه یونش این اسید در محلول برابر ۰/۲ باشد، pH محلول سیرشده این اسید در این دما کدام است؟ (زنجر هیدروکربنی اسید چرب، سیرشده و دارای ۱۷ اتم کربن است.

چگالی محلول را $1g \cdot mL^{-1}$ در نظر بگیرید. ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$, $\log 2 = 0/3$)

(۴) ۳/۴

(۳) ۶/۷

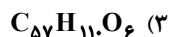
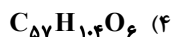
(۲) ۴/۴

(۱) ۲

محل انجام محاسبات:

۹۵- ۴۰۳ گرم از نوعی استر بلندزنجیر طبیعی با سه عامل استری در واکنش با محلول سود سوزآور، $1/5$ مول صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده ایجاد می کند. فرمول مولکولی این استر کدام است؟ (اسیدهای چرب سازنده این استر یکسان است.)

($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



۹۶- در دمای اتاق، ثابت یونش محلول $0/1$ مولار یک نمونه باز یک ظرفیتی با فرمول BOH و $pH = 10/7$ ، به تقریب کدام است؟

($\log 2 = 0/3, \log 5 = 0/7$)

$2/5 \times 10^{-5}$ (۴)

$2/5 \times 10^{-6}$ (۳)

2×10^{-5} (۲)

2×10^{-6} (۱)

۹۷- تیغه ای از جنس فلز روی در 100 میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 2$ قرار می گیرد. زمانی که pH محلول به اندازه $0/3$ تغییر می یابد، غلظت مولی روی کلرید در محلول کدام است؟ ($\log 5 = 0/7$)

5×10^{-4} (۴)

$2/5 \times 10^{-3}$ (۳)

$0/005$ (۲)

$0/025$ (۱)

۹۸- کدام عبارت درباره سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن نادرست است؟

(۱) در آند مولکول های H_2 به یون های H^+ تبدیل می شوند.

(۲) فراورده واکنش، بخار آب است.

(۳) بازده بیشتری نسبت به موتورهای درون سوز با سوخت هیدروژن دارد.

(۴) در غشاء مورد استفاده در آن، یون های H^+ به سمت قطبی منفی حرکت می کنند.

۹۹- کدام عبارت ها درست هستند؟

(الف) در حلبی ها، فلز محافظ، قدرت کاهندگی بیشتری از فلز آهن دارد.

(ب) در فرایند هال، اتم های کربن اکسایش و یون های آلومینیم کاهش می یابند.

(پ) در سلول الکتروشیمیایی آبکاری، جسمی که قرار است آبکاری شود به عنوان کاتد عمل کرده و به قطب منفی مولد متصل می شود.

(ت) اگر قطعه ای از آهن با لایه ای از فلز مس پوشانده شود، آهن مشابه با آنچه که در آهن گالوانیزه رخ می دهد، از خوردگی محافظت می شود.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

۱۰۰- جدول زیر مربوط به نوعی خاک رس است. اگر با حرارت دادن ملایم این خاک، درصد H_2O را به $32/3\%$ کاهش دهیم، درصد جرمی SiO_2 در آن به تقریب، به چند درصد می رسد؟

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Na_2O	Fe_2O_3	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

$74/8$ (۴)

$51/5$ (۳)

$34/7$ (۲)

$44/3$ (۱)

۱۰۱- کدام گزینه درست است؟

(۱) در همه مولکول های سه اتمی، هسته هر سه اتم سازنده بر روی یک خط راست قرار دارد.

(۲) کربنیل سولفید همانند گوگرد تری اکسید، دارای گشتاور دوقطبی صفر است.

(۳) هیچ مولکول خمیده ای گشتاور دوقطبی برابر صفر ندارد.

(۴) با توجه به نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی، بار جزئی اتم مرکزی در مولکول های خطی منفی است.

محل انجام محاسبات:

- ۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد نمک‌های وانادیم در حالت محلول درست است؟
 الف) در تمام نمک‌های رنگی وانادیم حداقل یک الکترون در زیرلایه d وجود دارد.
 ب) در واکنش روی با نمک وانادیم (V)، روی و وانادیم به ترتیب نقش اکسند و کاهنده را دارند.
 پ) در نمک وانادیم (IV) تعداد الکترون‌های ۲ زیرلایه آخر با هم برابر نیست.
 ت) با کاهش عدد اکسایش وانادیم، طول موج رنگ محلول نمک آن بیشتر می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

- ۱۰۳- اختلاف چگالی بار کدام دو یون نسبت به بقیه بیشتر است؟

۱) F^- و Na^+ ۲) K^+ و Cl^- ۳) K^+ و F^- ۴) Cl^- و Na^+

- ۱۰۴- در یک نمونه مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی، $0/4$ گرم آمونیاک توانایی تشکیل چند مول گاز نیتروژن را از واکنش با مخلوط گازهای NO و NO_2 (به نسبت مولی برابر) با بازده ۸۵ درصد دارد؟ ($H = 1, N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$)، در فرآورده‌های این واکنش علاوه بر گاز N_2 ، بخار آب نیز مشاهده می‌شود.

۱) $0/3$ ۲) $0/2$ ۳) $0/4$ ۴) $0/6$

- ۱۰۵- تعادل گازی $A(g) + B(g) \rightleftharpoons C(g)$ با یک مول A ، ۲ مول B و ۴ مول C در یک سامانه ۱ لیتری برقرار است. چنانچه در دمای ثابت به هریک از اجزا ۲ مول اضافه نماییم، باید حجم ظرف را به چند لیتر برسانیم تا تعادل جابه‌جا نشود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد کشتانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور- شهرام شاه‌پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

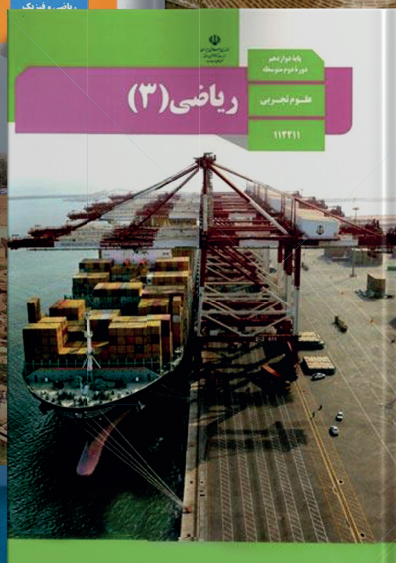
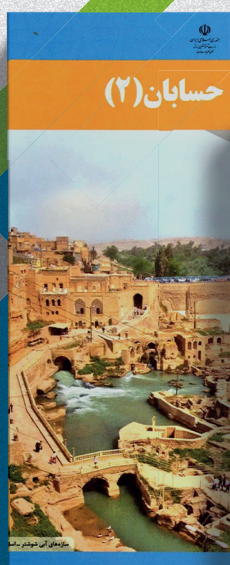
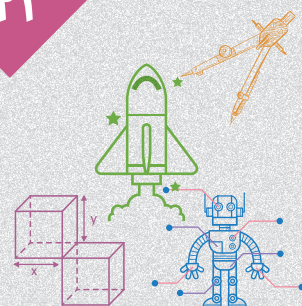
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۶ فروردین ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۱



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

$$\text{نکته (اتحاد مزدوج): } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

فرض می‌کنیم $\sqrt{5 \sin x + 1} - \sqrt{5 \sin x - 1} = A$ باشد، پس با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{5 \sin x + 1} + \sqrt{5 \sin x - 1} = 2 \\ \sqrt{5 \sin x + 1} - \sqrt{5 \sin x - 1} = A \end{cases} \xrightarrow{\text{طرفین را در هم ضرب می‌کنیم.}} (\sqrt{5 \sin x + 1})^2 - (\sqrt{5 \sin x - 1})^2 = 2A$$

$$\Rightarrow (\sin x + 1) - (\sin x - 1) = 2A \Rightarrow 2 = 2A \Rightarrow A = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته:

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \quad D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

نکته: اگر یک تابع وارون‌پذیر به کمک زوج مرتب نمایش داده شده باشد، برای به دست آوردن آن کافی است جای مؤلفه‌های اول و دوم را در زوج مرتب‌ها عوض کنیم.

ابتدا توابع $f-g$ ، f^{-1} و $g \circ f^{-1}$ را با توجه به نکات، به دست می‌آوریم:

$$f-g = \{(2, 3-1), (3, 4-(-1))\} = \{(2, 2), (3, 5)\}$$

$$f^{-1} = \{(3, 2), (2, -1), (4, 3)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(3, 1), (4, -1)\}$$

$$\frac{f-g}{g \circ f^{-1}} = \{(3, 5)\}$$

بنابراین عدد ۵ عضو برد این تابع است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: تابع f را در مجموعه A ($A \subseteq D_f$) صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) \leq f(b)$. در فاصله‌ای که یک تابع صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، روبه پایین نخواهیم رفت.اگر نمودار تابع $f(x)$ پایین‌تر از نمودار $g(x)$ باشد، داریم:

$$f(x) < g(x) \Rightarrow 2^{x^2-4x} < 4^{x-4} \Rightarrow 2^{x^2-4x} < 2^{2x-8} \Rightarrow x^2-4x < 2x-8 \Rightarrow x^2-6x+8 < 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) < 0$$

$$\Rightarrow 2 < x < 4 \Rightarrow a+b=2+4=6$$

(دقت داشته باشید با توجه به نکته، از آنجاکه تابع $y = 2^x$ تابعی اکیداً صعودی است؛ بنابراین اگر $2^a < 2^b$ باشد، نتیجه می‌شود $a < b$ است.)

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۴- پاسخ: گزینه ۳

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{نکته ۱: به طور کلی فاصله نقطه } A(x_0, y_0) \text{ از خط } ax + by + c = 0 \text{ برابر است با:}$$

نکته ۲: اگر خطوط d_1 و d_2 به ترتیب با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آنگاه $m_1 m_2 = -1$ و برعکس.ابتدا فاصله نقطه A را از دو خط داده شده با توجه به نکته ۱، به دست می‌آوریم تا طول و عرض مستطیل به دست آید:

$$3x + 4y - 1 = 0 \Rightarrow d_1 = \frac{|3+8-1|}{5} = \frac{10}{5} = 2 \quad \text{فاصله } A \text{ از خط}$$

چون دو ضلع مجاور مستطیل داده شده است، پس دو خط برهم عمودند و با توجه به نکته ۲، داریم:

$$m_1 = -\frac{3}{4}, \quad m_2 = -\frac{4}{a}$$

$$-\frac{3}{4} \times \left(-\frac{4}{a}\right) = -1 \Rightarrow \frac{3}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

$$4x - 3y - b = 0 \Rightarrow d_2 = \frac{|4-6-b|}{5} = \frac{|b+2|}{5} \quad \text{فاصله } A \text{ از خط}$$

محیط مستطیل ۸ است، پس:

$$2d_1 + 2d_2 = 8 \Rightarrow d_1 + d_2 = 4 \Rightarrow 2 + \frac{|b+2|}{5} = 4 \Rightarrow |b+2| = 10 \Rightarrow \begin{cases} b+2 = 10 \Rightarrow b = 8 \\ b+2 = -10 \Rightarrow b = -12 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn} \quad \text{نکته ۱}$$

نکته ۲: هرگاه $a > 0$ برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیرصحیح $\frac{m}{n}$ را برای a چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

با توجه به نکات، عبارت P را ساده می‌کنیم:

$$P = \sqrt[3]{3 \times 2^4 \times 3^4 \times (2^3 \times 3)^4 \times (3^2 \times 2)^6} = 3^3 \times 2^{12} \times 3^{12} \times 2^4 \times 3^4 \times 3^3 \times 2^6 = 3^{3+12+12+4+3+6} \times 2^{12+4+6} = 3^{36} \times 2^{22} = 6^{32}$$

۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)

$$\log_b a^n = n \log_b a, \log_c ab = \log_c a + \log_c b \quad (a, b, c > 0, b, c \neq 1)$$

با توجه به نکته، عبارت P را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} P &= (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)(\log_6 (12 \times 9)) = (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)(\log_6 12 + \log_6 9) \\ &= (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)^2 + \log_6 12 \cdot \log_6 9 = (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)^2 + \log_6 12 \cdot \log_6 3^2 \\ &= (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)^2 + 2 \log_6 12 \cdot \log_6 3 \stackrel{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}{=} (\log_6 3 + \log_6 12)^2 = (\log_6 36)^2 = 4 \end{aligned}$$

۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

اگر یک چندجمله‌ای درجه سوم دارای ۳ ریشه α, β و γ باشد، جدول آن به یکی از صورت‌های زیر است:

x	α	β	γ
P(x)	-	+	+

x	α	β	γ
P(x)	+	-	-

اگر یک ریشه ساده α و یک ریشه مضاعف β داشته باشد، جدول آن به یکی از صورت‌های زیر است:

x	α	β
P(x)	-	+

x	α	β
P(x)	+	-

با توجه به جدول داده‌شده باید $P(x)$ از درجه ۳ نباشد و دارای ۲ ریشه α و β باشد و یعنی $P(x)$ از درجه ۲ است و ضریب عبارت درجه سوم باید صفر باشد:

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow P(x) = 2x^2 - bx - 1$$

طبق جدول یکی از ریشه‌های $P(x)$ عدد $x = 1$ است:

$$P(1) = 0 \Rightarrow 2 - b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow P(x) = 2x^2 - x - 1 = (x - 1)(2x + 1)$$

ریشه دیگر این عبارت عدد $-\frac{1}{2}$ است که یعنی $\alpha = -\frac{1}{2}$ ؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha + b = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

۸- پاسخ: گزینه ۴

$$\text{نکته ۱: } (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\text{نکته ۲: } f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

نکته ۳: برای محاسبه ضابطه وارون تابع f در صورت وجود در معادله $y = f(x)$ ابتدا x را برحسب y محاسبه می‌کنیم و سپس با تعویض جای x و y ضابطه f^{-1} حاصل می‌شود.

با توجه به فرض داده‌شده و با توجه به نکته ۱ و ۲، داریم:

$$(f^{-1} \circ g)(x) = -\frac{x}{2} \Rightarrow g(x) = f\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow g(x) = \frac{2\left(-\frac{x}{2}\right) - 1}{4\left(-\frac{x}{2}\right) + 3} = \frac{-x - 1}{-2x + 3} = \frac{x + 1}{2x - 3}$$

حال با توجه به نکته ۳، وارون تابع g را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{x + 1}{2x - 3} \Rightarrow 2xy - 3y = x + 1 \Rightarrow x(2y - 1) = 2y + 1 \Rightarrow x = \frac{2y + 1}{2y - 1} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{2x + 1}{2x - 1}$$

۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

مطابق نمودار، بیشترین مقدار تابع ۳ است، پس مطابق نکته:

$$a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی دوره تناوب تابع برابر ۳ است، پس:

$$T = 3 = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = 1 + 2 \sin\left(\frac{2}{3} \pi \times \frac{5}{4}\right) = 1 + 2 \sin \frac{5\pi}{6} = 1 + 1 = 2$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: روابط مجموع و تفاضل زوایا برای تانژانت به صورت زیر است:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

اگر $2\alpha - \beta = x$ و $\beta - \alpha = y$ در نظر بگیریم، با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = x \\ \beta - \alpha = y \end{cases} \Rightarrow \tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1 + 5}{1 - (1 \times 5)} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

بنابراین با توجه به نکته، داریم:

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{-3}{1 - \frac{9}{4}} = \frac{-3}{-\frac{5}{4}} = \frac{12}{5} \Rightarrow \cot 2\alpha = \frac{5}{12}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

۱ نکته: $\cos(\pi - x) = -\cos x$

۲ نکته: $\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \beta \quad (k \in \mathbb{Z})$

با توجه به نکته ۱، معادله را ساده می‌کنیم، سپس آن را به کمک نکته ۲، حل می‌کنیم:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos x \Rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos(\pi - x)$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جواب‌ها در بازه $(0, \pi)$ به صورت $x = \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}$ است که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} = \frac{15\pi + 8\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \text{ برقرار باشد.}$$

با توجه به نکته، مجانب افقی تابع خط $y = 2$ است، پس $x = 1$ ریشه معادله $f(x) = 2$ می‌باشد.

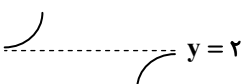
$$\frac{4x^2 + ax + 3}{2x^2 - 4x + 1} = 2 \Rightarrow \frac{4 + a + 3}{2 - 4 + 1} = 2 \Rightarrow a + 7 = -2 \Rightarrow a = -9 \Rightarrow f(x) = \frac{4x^2 - 9x + 3}{2x^2 - 4x + 1}$$

حالا تابع را با خط $y = 2$ مقایسه می‌کنیم، داریم:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 9x + 3}{2x^2 - 4x + 1} = \frac{2(2x^2 - 4x + 1) - x + 1}{2x^2 - 4x + 1} = 2 + \frac{-x + 1}{2x^2 - 4x + 1}$$

حد مخرج کسر حاصل در $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ مثبت و حد صورت آن به ترتیب منفی و مثبت است.

پس نمودار این تابع در مجاورت مجانب افقی خود به صورت زیر خواهد بود:



۱۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۱)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = -f'(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} = f'(a)$$

با توجه به نکته و فرض سؤال داریم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - a} = \frac{3}{a}$ و چون به ازای $x = 2$ صورت حد برابر صفر است، ولی حاصل حد عددی

$$2^2 - a = 0 \Rightarrow a = 4$$

غیر صفر است، پس باید مخرج کسر هم به ازای $x = 2$ صفر شود؛ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} f'(2) \Rightarrow \frac{1}{4} f'(2) = \frac{3}{a} \xrightarrow{a=4} \frac{3}{4} \Rightarrow f'(2) = 3$$

حال می توان نوشت:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} = -f'(2) = -3$$

حال حاصل حد خواسته شده را به دست می آوریم:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

$$(fog)'(1) = g'(1) \cdot f'(g(1)) = -3$$

با توجه به مشتق تابع مرکب، داریم:

$$g(1) = 1, \quad g'(x) = \frac{6}{(x+2)^2} \Rightarrow g'(1) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

حال با توجه به تابع g ، مقادیر مورد نیاز را به دست می آوریم:

$$(fog)'(1) = \frac{2}{3} \times f'(1) = -3 \Rightarrow f'(1) = -\frac{9}{2}$$

بنابراین داریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته ۱: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x, \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\text{نکته ۲: } y = \tan x \Rightarrow y' = 1 + \tan^2 x$$

نکته ۳: مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه ای به طول a است.

با توجه به نکته ۳، ابتدا معادله خط مماس بر نمودار f را در $x = \frac{\pi}{6}$ به دست می آوریم؛ برای این کار با توجه به نکته ۱ ابتدا تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = \frac{3 \sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{6 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = 3 \tan x \Rightarrow f'(x) = 3(1 + \tan^2 x)$$

$$x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{شیب خط مماس بر نمودار تابع } f \text{ در } x = \frac{\pi}{6} = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\left(1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\right) = 3\left(1 + \frac{1}{3}\right) = 4$$

حال، معادله خط مماس را به دست می آوریم. شیب این خط برابر ۴ و از نقطه $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$ می گذرد:

$$y = 4x + b \xrightarrow{\text{از نقطه } \left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \text{ می گذرد}} \sqrt{3} = 4 \times \frac{\pi}{6} + b \Rightarrow b = \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = 4x + \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$$

طول نقطه تقاطع این خط با خط $y = -3\sqrt{3}$ برابر است با:

$$-3\sqrt{3} = 4x + \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 4x = \frac{2\pi}{3} - 4\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{12} - \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: فرض کنیم $c \in D_f$. نقطه ای به طول c را یک نقطه بحرانی

برای تابع f می نامیم، هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد و

یا $f'(c)$ موجود نباشد.

ابتدا مشتق تابع را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 2x\sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x^2 - 14) = \frac{6x^2 + x^2 - 14}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{7(x^2 - 2)}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 7(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

طول نقاط بحرانی $x = 0$ و $x = \pm\sqrt{2}$ است (تابع در $x = 0$ مشتق ندارد). حال مقادیر تابع را به ازای هر کدام به دست می آوریم:

$$f(0) = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = -12\sqrt{2}$$

$$f(-\sqrt{2}) = 12\sqrt{2}$$

با توجه به گزینه ها، گزینه ۲ پاسخ است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: برای یافتن نقاط اکسترمم مطلق ابتدا نقاط بحرانی را مشخص می‌نماییم. در این صورت از بین تمام نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه، نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد، نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.

ابتدا دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$4x - x^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{4x - x^2} \quad \begin{array}{c|ccc} & 0 & 4 & \\ \hline & - & + & - \end{array} \Rightarrow D_f = [0, 4]$$

مشتق تابع را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f'(x) = 1 - \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = \frac{\sqrt{4x-x^2}-2+x}{\sqrt{4x-x^2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{4x-x^2}-2+x=0 \Rightarrow \sqrt{4x-x^2}=2-x$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 4x - x^2 = (2-x)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} * (\text{در معادله صدق نمی‌کند}) \\ x = 2 - \sqrt{2} \checkmark \end{cases}$$

همچنین تابع در $x = 0$ مشتق ندارد، پس مقادیر تابع f را به ازای $x = 0, 2 - \sqrt{2}, 4$ به دست می‌آوریم:

$$f(2 - \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2} - \sqrt{4(2 - \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2})^2} = 2 - 2\sqrt{2}$$

$$f(0) = 0, \quad f(4) = 4$$

بنابراین مینیمم مطلق این تابع برابر $2 - 2\sqrt{2}$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱ (تعریف): اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c (بازه باز شامل نقطه c) باشد که:(الف) به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.(ب) به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \geq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

نکته ۲ (تعریف): فرض کنیم تابع f در نقطه $x = c$ پیوسته است. در این صورت نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:

(الف) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.(ب) جهت تقریر f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.با توجه به نکته ۱ و فرض سؤال، $x = 1$ طول ماکزیمم نسبی f است، پس:

x	۱
f'	$\begin{array}{c c} + & - \end{array}$
	$\nearrow \quad \searrow$
	max نسبی

با توجه به نکته ۲، $x = 2$ نقطه عطف است که مشتق در آن صفر می‌شود، اما تغییر علامت نمی‌دهد.

x	۱	۲
f'	$\begin{array}{c c} + & - \end{array}$	$\begin{array}{c c} - & - \end{array}$
	$\nearrow \quad \searrow$	$\searrow \quad \searrow$
	max	عطف

در نقطه $x = 1$ علامت f' از چپ به راست از مثبت به منفی تغییر می‌کند. در نقطه $x = 2$ یکنوایی تغییر نمی‌کند، پس گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است.

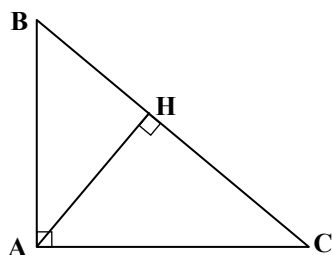
نکته: محل هم‌رسی نیم‌سازها، میانه‌ها، ارتفاع‌ها و عمودمنصف‌های یک مثلث به صورت زیر است:

نوع مثلث	محل هم‌رسی	نیم‌سازها	میانه‌ها	ارتفاع‌ها	عمودمنصف‌ها
مثلث با سه زاویه حاده	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث
مثلث قائم‌الزاویه	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	روی رأس قائمه مثلث	وسط وتر مثلث
مثلث با زاویه منفرجه	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	خارج مثلث	خارج مثلث

طبق فرض $\hat{B} + \hat{C} = \hat{A}$. از طرفی مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است، پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

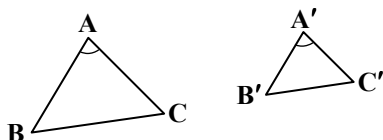
بنابراین مثلث مورد نظر قائمه است. پس با توجه به جدول بالا، گزینه ۲ پاسخ است.



۲۰- پاسخ: گزینه ۱

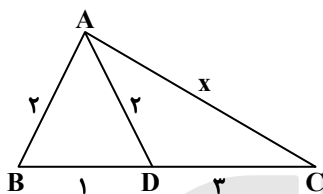
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آن‌ها، هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$\hat{A} = \hat{A}', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

طبق نکته بالا، مثلث‌های ABD و ABC متشابه هستند.



$$\begin{cases} \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} = 2 \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle ABD \sim \triangle ABC$$

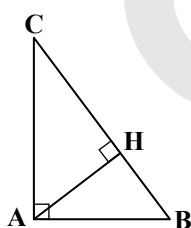
تناسب اضلاع متناظر این دو مثلث متشابه عبارت است از:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AD} = 2 \Rightarrow \frac{AC}{AD} = 2 \Rightarrow AC = 2AD \Rightarrow x = 2 \times 2 \Rightarrow x = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس‌های ۲ و ۳)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اگر ارتفاع وارد بر وتر باشد، روابط طولی زیر برقرار است:



$$AH^2 = BH \times CH$$

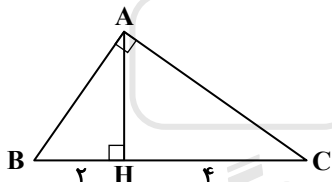
$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

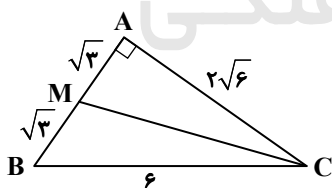
با استفاده از نکته بالا داریم:



$$AB^2 = BH \times BC = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 6 = 24 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6}$$

اندازه میانه وارد بر کوچک‌ترین ضلع (AB) که در واقع بلندترین میانه مثلث است را می‌توان از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ACM به دست آورد:



$$CM^2 = AM^2 + AC^2 = (\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{6})^2 = 27 \Rightarrow CM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

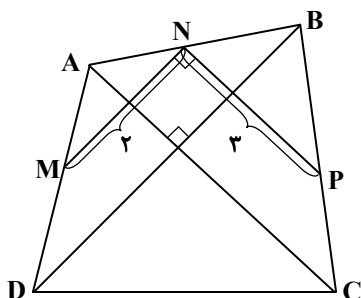
نکته: مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمودند، برابر با نصف حاصل ضرب دو قطر است.

قطرهای AC و BD را رسم می‌کنیم. توجه کنید که MN در مثلث ABD، وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کند، پس $MN \parallel BD$ و $MN = \frac{1}{2}BD$. همین‌طور NP در مثلث ABC،

وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کند، پس $NP \parallel AC$ و $NP = \frac{1}{2}AC$. در نتیجه چون

$\hat{MNP} = 90^\circ$ ، پس قطرهای AC و BD بر هم عمودند و $BD = 2MN = 4$ و

$$AC = 2NP = 6$$



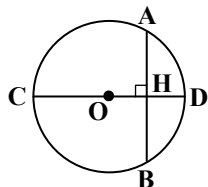
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

بنابراین مطابق نکته، داریم:

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

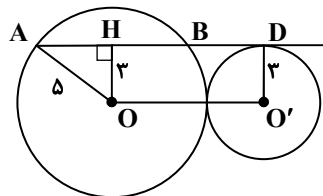
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس های ۱ و ۲)

نکته: اگر CD قطری از دایره باشد که بر وتر AB عمود است، آنگاه قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می کند.



$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$$

با توجه به شکل مقابل، داریم:



$$\begin{cases} OH = O'D = 3 \\ OA = 5 \end{cases} \Rightarrow AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\Rightarrow AB = 2 \times AH = 2 \times 4 = 8$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس ۱، فصل ۲)

نکته: اگر O نقطه ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را متجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطه M, O, M' روی یک خط راست باشند.

$$OM' = |k| \cdot OM \quad (\text{ب})$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر } k \text{ مثبت باشد، } M' \text{ روی نیم خط } OM \text{ و نقاط } M \text{ و } M' \text{ در یک طرف نقطه } O \text{ قرار دارند.} \\ \text{مثال: } k = 2 \quad \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ O \quad M \quad M' \end{array} \quad OM' = 2OM \\ k = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ O \quad M' \quad M \end{array} \quad OM' = \frac{1}{2}OM \\ \text{اگر } k \text{ منفی باشد، نقطه } O \text{ بین نقاط } M \text{ و } M' \text{ قرار می گیرد.} \\ \text{مثال: } k = -2 \quad \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ M' \quad O \quad M \end{array} \quad OM' = 2OM \end{array} \right\} (\text{پ})$$

طبق فرض، A', B', C' به ترتیب وسط GA, GB, GC هستند. پس:

$$\frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2} \quad \text{الف) } A' \text{ و } A, G \text{ روی یک خط راست قرار دارند و}$$

$$\frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2} \quad \text{ب) } B' \text{ و } B, G \text{ روی یک خط راست قرار دارند و}$$

$$\frac{GC'}{GC} = \frac{1}{2} \quad \text{پ) } C' \text{ و } C, G \text{ روی یک خط راست قرار دارند و}$$

بنابراین A', B', C' به ترتیب مجانس نقاط A, B, C در تجانس به مرکز

$$G \text{ و نسبت } k = \frac{1}{2} \text{ هستند.}$$

بنابراین نسبت تجانس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ برابر $\frac{1}{2}$ یا ۲ است. پس گزینه ۱ پاسخ است.

۲۵- پاسخ: گزینه ۳

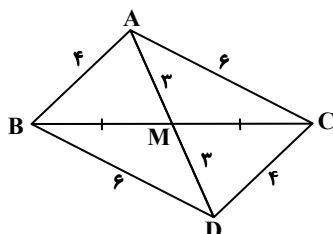
▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

نکته: در مثلث ABC ، که $BC = a$ و $AB = c$ و $AC = b$ مساحت از رابطه زیر به دست می آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (\text{دستور هرون})$$

که در این دستور $P = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث است.

اگر میانه AM را به اندازه خودش از طرف M امتداد دهیم، مطابق شکل، متوازی الاضلاعی حاصل می شود که دو مثلث AMB و MCD در آن با هم هم نهشت اند. پس مساحت مثلث ABC با مساحت مثلث ACD برابر است. بنابراین کافی است مساحت مثلث ACD با اضلاع ۶، ۴ و ۶ را به روش هرون محاسبه کنیم:



$$P = \frac{6+4+6}{2} = 8$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{8 \times 2 \times 4 \times 2} = 8\sqrt{2}$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر I ماتریس همانی مرتبه n و A یک ماتریس $n \times n$ باشد، آنگاه: $AI = IA = A$

نکتہ : $ACB + ADB = A(C + D)B$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$A \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & . \end{bmatrix} B + A \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} B = A \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & . \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \right) B = A \begin{bmatrix} 1 & . \\ . & 1 \end{bmatrix} B = AIB = AB \quad \underline{\underline{\text{طبق فرض}}} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۴ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود) از رابطه زیر به دست می آید.

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} ; |\mathbf{A}| = ad - bc$$

ابتدا ماتریس A و سپس ماتریس $A + 4I$ را به دست می آوریم:

$$2A + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 10 \\ -12 & -14 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + 4I = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

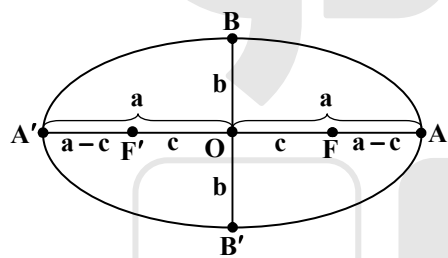
اکنون با استفاده از نکته بالا برای ماتریس $C = A + \epsilon I = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$ داریم:

$$|C| = -6 + 3 \cdot 0 = 24 \Rightarrow C^{-1} = (A + 4I)^{-1} = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 24 & 2 \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: در بیضی شکل زیر داریم:



۱) $AA' = 2a =$ طول قطر بزرگ

۲) $BB' = ۲b =$ طول قطر کوچک

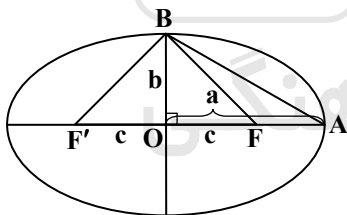
۳) $FF' = 2c$, فاصله کانونی

$$f) \mathbf{a}^T = \mathbf{b}^T + \mathbf{c}^T$$

نکته: در هر بیضی نسبت $\frac{c}{a}$ را خروج از مرکز بیضی می‌گویند و با e نمایش می‌دهند.

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$S_{\triangle OAB} = r \times S_{\triangle PEF'} \Rightarrow \frac{1}{r} b \times a = r \times \frac{1}{r} b \times r c \Rightarrow a = r c \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{r}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته: فرض کنیم $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار غیر صفر و θ زاویه بین این دو بردار باشد، داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} \quad , \quad \vec{a} \times \vec{a} = \vec{0} \quad , \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta \quad , \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \theta \quad , \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

با توجه به فرض مسئله و نکته بالا، داریم:

$$\begin{aligned} |(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{r}\vec{b})| &= \mathfrak{f}\lambda\sqrt{\gamma} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{a} + \vec{r}\vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} - \vec{r}\vec{b} \times \vec{b}| = \mathfrak{f}\lambda\sqrt{\gamma} \Rightarrow |\vec{0} + \vec{r}\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{b} - \vec{0}| = \mathfrak{f}\lambda\sqrt{\gamma} \\ &\Rightarrow |\vec{r}\vec{a} \times \vec{b}| = \mathfrak{f}\lambda\sqrt{\gamma} \end{aligned}$$

با توجه به رابطه اندازه ضرب خارجی دو بردار، داریم:

$$\Rightarrow \mathfrak{r}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta = \mathfrak{f}\lambda\sqrt{\mathfrak{r}} \Rightarrow \mathfrak{r}\times\mathfrak{r}\times\mathfrak{r}\sin\theta = \mathfrak{f}\lambda\sqrt{\mathfrak{r}} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\mathfrak{f}\lambda\sqrt{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{r}\mathfrak{r}} = \frac{\mathfrak{r}\sqrt{\mathfrak{r}}}{\mathfrak{r}}$$

$$\cos^r \theta = 1 - \sin^r \theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}| |\vec{a}| \cos \theta + |\vec{b}|^2 = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

حال، حاصل $\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ را می‌یابیم:

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

نکته: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

با توجه به اینکه میان ارقام ۱ تا ۹، تعداد ۵ رقم فرد و ۴ رقم زوج داریم، دو حالت زیر را می توان در نظر گرفت:

$$۱) \frac{۵}{\text{فرد}} \times \frac{۴}{\text{زوج}} \times \frac{۵}{\text{فرد}} = ۱۰۰$$

$$۲) \frac{۴}{\text{زوج}} \times \frac{۵}{\text{فرد}} \times \frac{۴}{\text{زوج}} = ۸۰$$

بنابراین طبق اصل جمع، کل حالات برابر $۱۰۰ + ۸۰ = ۱۸۰$ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \wedge q$ » که خوانده می شود « p و q » را «ترکیب عطفی» دو گزاره می گوئیم. در اینجا به رابط منطقی « $\wedge$ » عاطف گفته می شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره « $p \wedge q$ » فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

نکته ۲: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \vee q$ یا q یا p » را که به صورت « $p \vee q$ » می نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می گوئیم. در اینجا به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره « $p \vee q$ » فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

نکته ۳: اگر p و q هم ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست)، آنگاه ترکیب دوشرطی « $p \Leftrightarrow q$ » درست و در غیر این صورت نادرست است.

طبق فرض، گزاره « $p \Leftrightarrow q$ » نادرست است، پس دقیقاً یکی از دو گزاره p یا q درست و دیگری نادرست است. بنابراین گزاره مرکب فصلی « $p \vee q$ » درست است. پس گزاره مرکب عطفی « $(p \vee q) \wedge r$ » هم ارز با گزاره r است. بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

$$۱ \text{ نکته: } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$۲ \text{ نکته: } A - B = A \cap B'$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$P(A \cap B') = ۰/۲ \Rightarrow P(A - B) = ۰/۲ \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = ۰/۲ \Rightarrow ۰/۶ - P(A \cap B) = ۰/۲ \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: پارامتر جامعه یک مشخصه عددی است که توصیف کننده جنبه خاصی از جامعه بوده و همواره ثابت است.

نکته ۲: بر آورد نقطه ای پارامتر جامعه برابر با مقدار عددی حاصل از جای گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر است. تمام نمونه های دوتایی را نوشته و میانگین آن ها را حساب می کنیم.

$$\{۰, ۱\}: \frac{۰+۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\{۰, ۳\}: \frac{۰+۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

$$\{۰, ۴\}: \frac{۰+۴}{۲} = ۲$$

$$\{۱, ۳\}: \frac{۱+۳}{۲} = ۲$$

$$\{۱, ۴\}: \frac{۱+۴}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

$$\{۳, ۴\}: \frac{۳+۴}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

واضح است که ۵ بر آورد متمایز وجود دارد؛ زیرا میانگین نمونه های دوتایی، ۵ عدد متمایز است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: برای هر سه مجموعه دلخواه A، B و C داریم:

۱) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

۲) $A \cup A' = U$

۳) $A \cap U = A$

نکته ۲: $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$ از رابطه $B - A \subseteq (B - A)'$ نتیجه می شود $B - A = \emptyset$ ، زیرا تنها مجموعه تهی است که زیرمجموعه متمم خود ($Q' = U$) می باشد.در حالت کلی برای مجموعه D اگر $D \subseteq D'$ ، داریم:

$$\left. \begin{matrix} D \subseteq D' \\ D \subseteq D \end{matrix} \right\} \Rightarrow D \subseteq D' \cap D \Rightarrow \left. \begin{matrix} D \subseteq \emptyset \\ \emptyset \subseteq D \end{matrix} \right\} \Rightarrow D = \emptyset$$

از آنجایی که $B - A = \emptyset$ ، پس یعنی اعضای B در A وجود داشته اند، یعنی $B \subseteq A$ (*)اینک به سراغ ساده کردن عبارت $B \cup (A \cap B')$ می رویم. با توجه به نکته ۱، داریم:

$$(B \cup A) \cap (B \cup B') = (A \cup B) \cap U = A \cup B \xrightarrow[\text{نکته (۲)}]{(*)} A \cup B = A$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

احتمال انتخاب هریک از تفنگ ها $\frac{1}{3}$ است. احتمال اینکه تیر هریک از تفنگ ها به هدف برخورد نکند، برابر $\frac{0}{4}$ ، $\frac{0}{5}$ و $\frac{0}{3}$ است. پس طبق نکته بالا، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{0}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{3} = \frac{1}{3} \times (\frac{0}{4} + \frac{0}{5} + \frac{0}{3}) = \frac{1}{3} \times \frac{0}{2} = \frac{0}{4}$$

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱ (انحراف معیار داده ها): اگر n داده از جامعه به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، انحراف معیار آن ها را با نماد σ نشان می دهیم، که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را انحراف داده i ام از میانگین داده ها می گویند.نکته ۲ (واریانس داده ها): توان دوم انحراف معیار داده ها را واریانس داده ها گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می دهیم.

چون میانگین هر دو گروه ۷ است، پس میانگین کل ۸ داده هم مساوی ۷ است. طبق نکته بالا، داریم:

$$\text{واریانس ۵ داده اول} = \frac{(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_5 - 7)^2}{5} = 4 \Rightarrow (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_5 - 7)^2 = 20$$

$$\text{واریانس ۳ داده دوم} = \frac{(y_1 - 7)^2 + (y_2 - 7)^2 + (y_3 - 7)^2}{3} = 2 \Rightarrow (y_1 - 7)^2 + (y_2 - 7)^2 + (y_3 - 7)^2 = 6$$

$$\text{واریانس ۸ داده} = \frac{(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_5 - 7)^2 + (y_1 - 7)^2 + (y_2 - 7)^2 + (y_3 - 7)^2}{8} = \frac{20 + 6}{8} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3.25$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته (قضیه تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

طبق نکته بالا، داریم:

$$a = 56q + r, \quad r = 2q^3, \quad 0 \leq r < 56 \Rightarrow a = 56q + 2q^3, \quad 0 \leq 2q^3 < 56$$

$$0 \leq q^3 < 28 \Rightarrow \text{Max } q = 3 \Rightarrow \text{Max } a = 56 \times 3 + 2(27) = 222$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: به دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی می‌توان عددی صحیح را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a+c \equiv b+c \\ a-c \equiv b-c \end{cases}$$

نکته ۲: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$$

نکته ۳: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$$

نکته ۴: دو طرف دو رابطه هم‌نهشتی را که پیمانه‌های یکسان داشته باشند، می‌توان با هم جمع یا از هم منهای و یا در هم ضرب کرد.

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bd & (۱) \\ a+c \equiv b+d & (۲) \\ a-c \equiv b-d & (۳) \end{cases}$$

ابتدا داریم:

$$3^3 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان } 5n} 3^{15n} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 3^{15n+2} \equiv 9$$

$$2^6 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان } 2n} 2^{12n} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 2^{12n+1} \equiv 2$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

$$3^{15n+2} \times 2^{12n+1} + 8 \equiv 9 \times 2 + 8 \equiv 26 \equiv 1$$

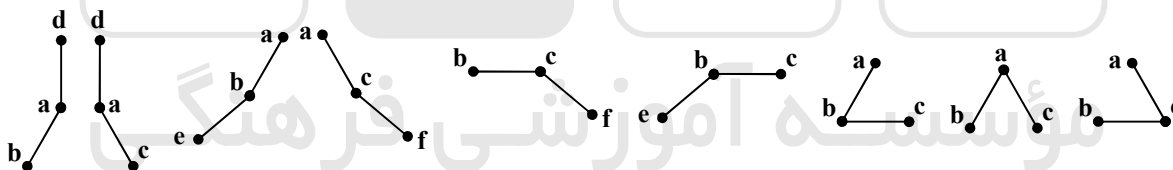
▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱ (دو یال مجاور): دو یال را مجاور گوئیم، هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها به آن متصل باشند.

نکته ۲: هر زیرگراف از گراف G ، گرافی است که مجموعه رئوسش زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس G و مجموعه یال‌هایش نیز زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های G باشد.

در گراف داده شده، هر دو یال مجاور یک زیرگراف با ۳ رأس و ۲ یال ایجاد می‌کند که به شکل‌های زیر هستند:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید تعداد ۹ زیرگراف با شرایط خواسته شده رسم شده است، بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

ابتدا شرط‌های مسئله را بررسی کرده و در هر مرحله، معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$x_1 \geq 5 \Rightarrow x_1 - 5 \geq 0 \Rightarrow y_1 = x_1 - 5 \Rightarrow x_1 = 5 + y_1 \Rightarrow 5 + y_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 5$$

حال مسئله را روی متغیر x_2 حالت‌بندی می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_2 = 1 \Rightarrow y_1 + x_3 = 4 \Rightarrow \binom{4+2-1}{2-1} = 5 \\ x_2 = 0 \Rightarrow y_1 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = 6 \end{cases}$$

تعداد جواب‌های مسئله برابر است با:

$$5 + 6 = 11 = \text{تعداد کل جواب‌ها}$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۳)

گزینه ۱: نادرست؛ انرژی جنبشی چتر باز ثابت است: $K = \frac{1}{2}mv^2$

گزینه ۲: نادرست؛ با سقوط چتر باز، انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش می‌یابد و کار نیروی وزن روی چتر باز مثبت است.

$$W_{\text{وزن}} = -mg\Delta h \text{ و } \Delta U = mg\Delta h \text{ و } \Delta h < 0$$

گزینه ۳: درست؛ انرژی مکانیکی چتر باز که حاصل جمع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است، در حال کاهش است.

گزینه ۴: نادرست؛ کار کل انجام‌شده روی چتر باز صفر است، پس کار وزن قرینه کار نیروی مقاومت هوا است.

$$\Delta K = W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{\text{مقاومت هوا}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$$

$$12 = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 1/2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 4 \log 2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 2^4 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 2^4 = \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow I = 16 I_0 = 16 \times 10^{-12} = 1/6 \times 10^{-11} \frac{W}{m^2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

در آب‌های کم‌عمق هرچه عمق آب کمتر باشد، تندی انتشار موج کمتر می‌شود و طول موج یعنی فاصله جبهه‌های متوالی موج هم کمتر می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{3r}{r}\right)^2 = 9$$

$$E_A - E_B = 16 \times 10^3 \Rightarrow E_A - \frac{1}{9} E_A = 16 \times 10^3 \Rightarrow \frac{8}{9} E_A = 16 \times 10^3 \Rightarrow E_A = 18 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} Q_2 = Q_1 \\ C_2 = \kappa C_1 \\ Q = CV \end{array} \right\} \Rightarrow C_2 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow \kappa C_1 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow 4 V_2 = V_1$$

$$\left. \begin{array}{l} V_2 - V_1 = -30 \\ V_1 = 4 V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = 10 V$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

$$d = 1 \text{ m} \Rightarrow R = \frac{1}{\gamma} \text{ m}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow \delta = \frac{Q}{4\pi \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2} \Rightarrow Q = 4\pi \mu C$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به مدار، دو باتری در خلاف جهت هم متصل شده‌اند و با توجه به اینکه $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ است، پس جهت جریان و توان تولیدی را باتری قوی‌تر یعنی $\mathcal{E}_2$ تعیین می‌کند.

■ باتری (۱) از مدار انرژی می‌گیرد، لذا گزینه ۱ درست نیست.

■ توان تولیدی باتری (۲) را علاوه بر مقاومت R و $\mathcal{E}_1$ ، مقاومت درونی r_1 نیز مصرف می‌کند، لذا گزینه ۲ درست نیست.

■ نیروی محرکه باتری (۱) کمتر از باتری (۲) است، لذا انرژی مصرف می‌کند و توان خروجی ندارد؛ بنابراین گزینه ۳ درست نیست.

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \frac{L}{A} = 20 \Omega \\ R_2 &= \rho \frac{(L-2)}{A} = 16 \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{20}{16} = \frac{L}{L-2} \Rightarrow 5(L-2) = 4L \Rightarrow L = 10 \text{ m}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با افزایش مقاومت رُوستا جریان در مدار سمت چپ کاهش یافته و نور لامپ کم می‌شود؛ بنابراین در مدار سمت راست مقاومت LDR زیاد شده و جریان در مدار سمت راست کم می‌شود.

$$I_{\text{راست}} = \frac{\mathcal{E}_2}{R_{\text{eq راست}} + r_2} \Rightarrow \text{راست } R_{\text{eq}} \text{ افزایش یافته و } I \text{ کاهش می‌یابد}$$

$$\mathcal{E}_2 = V_{\text{ولت‌سنج}} + \underbrace{R_{23} I_{\text{راست}} + r_2 I_{\text{راست}}}_{\text{کاهش}} \Rightarrow \text{ولت‌سنج } V \text{ افزایش یافته است}$$

↓
ثابت

با قطع کلید k چون جریان از دیود نیز نمی‌گذرد، مقاومت R_3 حذف شده و مقاومت معادل مدار سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین جریان در مدار سمت راست کاهش یافته و (با استدلالی مشابه بالا) ولتاژ دو سر ولت‌سنج کم می‌شود.

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{\text{eq}}} = \frac{15}{2 + 10 + 10 + 8} = 0.5 \text{ A}$$

$$V_P - R_1 I - R_3 I = V_Q \Rightarrow V_Q - V_P = -(R_1 + R_3) I = -(10 + 8) \times 0.5 = -9 \text{ V}$$

$$\Delta U = q \cdot \Delta V = q(V_Q - V_P) = 3 \times 10^{-6} \times (-9) = -27 \mu \text{ J}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

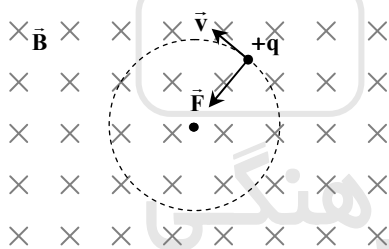
$$|\mathcal{E}_{\text{av}}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\mathcal{E}_{\text{av}}| = 200 \times \frac{10^{-4}}{\Delta t} = \frac{0.02}{\Delta t}$$

$$I_{\text{av}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{av}}}{R} = \frac{0.02}{10 \times \Delta t} = \frac{0.002}{\Delta t}$$

$$q = I_{\text{av}} \Delta t \Rightarrow q = 0.002 \text{ C} = 2 \text{ mC}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۳) و فیزیک ۳ (فصل ۲)



نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا است. طبق قاعده دست راست، جهت چرخش گلوله پادساعت گرد است.

$$F = ma \quad \text{و} \quad a = \frac{v^2}{R}$$

$$|q| v B \sin 90^\circ = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q| B} \xrightarrow{q > 0} R = \frac{mv}{qB}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$N = \frac{L}{\mu_0 \pi r} = \frac{20}{4\pi \times 10^{-7} \pi} = \frac{1500}{\pi}, \quad A = \pi r^2 = 10^{-4} \pi \text{ m}^2$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \left(\frac{1500}{\pi}\right)^2 \times (10^{-4} \pi)}{1} = 4 \times 225 \times 10^{-7} = 9 \times 10^{-5} = 90 \mu \text{ H}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

هر دو نمودار مکان-زمان به صورت خط راست هستند، یعنی هر دو حرکت یکنواخت روی خط راست است.

$$x = vt + x_0$$

$$A: x_0 = +10 \text{ m} \quad \text{و} \quad v = v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50 - 10}{1} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x_A = 40t + 10$$

$$B: x_0 = +50 \text{ m} \quad \text{و} \quad v = v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 50}{1} = -50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x_B = -50t + 50$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 40t + 10 = -50t + 50 \Rightarrow 90t = 40 \Rightarrow t = \frac{4}{9} \text{ s}$$

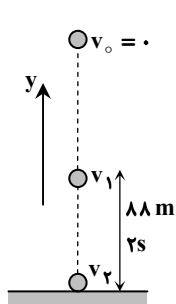
$$x_A = x_B = -50 \times \frac{4}{9} + 50 = 30 \text{ m}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

راه حل اول:

برای ۲ ثانیه آخر سقوط داریم:



$$v_2 = -g\Delta t + v_1 \xrightarrow{\Delta t=2s} v_2 = -20 + v_1$$

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow -1.8 = \frac{v_1 + (v_1 - 20)}{2} \times 2 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -34 \frac{m}{s} \\ v_2 = -54 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_2^2 = -2g\Delta y \text{ کل} \Rightarrow 54^2 \times 54 - 0 = -20 \times \Delta y \text{ کل} \Rightarrow \Delta y \text{ کل} = -145 / 10 \text{ m}$$

$$\ell = |\Delta y \text{ کل}| = 14.5 / 10 \text{ m}$$

راه حل دوم:

اگر کل مدت زمان سقوط t باشد، داریم:

$$y(t-2s) - y_t = 1.8 \Rightarrow -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + \frac{1}{2}gt^2 = 1.8 \Rightarrow -5t^2 + 20t - 20 + 5t^2 = 1.8 \Rightarrow t = 5/4 \text{ s}$$

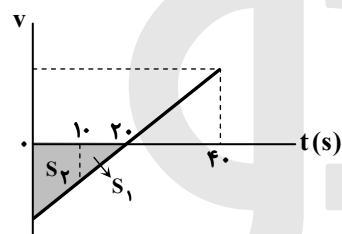
$$y_t = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_t = -\frac{1}{2} \times 10 \times (5/4)^2 = -14.5 / 10 \Rightarrow \ell = 14.5 / 10 \text{ m}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

راه حل اول:

متحرک در مدت $t=0$ تا $t=40$ s یک حرکت با شتاب ثابت دارد. با توجه به تقارن نمودار سرعت-زمان در این ۴۰ ثانیه می توان گفت که در $t=20$ s جهت حرکت (علامت سرعت) عوض می شود. پس بیشترین فاصله متحرک از نقطه شروع در $t=20$ s است.

برای بازه $t=0$ تا $t=10$ s:

$$S_2 = |\Delta x| = 300 \text{ m}$$

با توجه به تشابه مثلث ها، می توان نوشت:

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{10}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + 300} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = 100 \Rightarrow |\Delta x_{(0,20s)}| = S_1 + S_2 = 400 \Rightarrow |x_{20} - x_0| = 400 \text{ m}$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \text{ و } v_{t=20s} = 0 \Rightarrow 20a + v_0 = 0 \\ \Delta x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -300 = 50a + 10v_0 \Rightarrow \Delta a + v_0 = -30 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \text{ و } v_0 = -40 \frac{m}{s}$$

$$x_{t=20s} - x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 + 20 \times (-40) = -400 \text{ m} \Rightarrow |x_{t=20s} - x_0| = 400 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

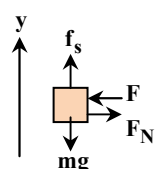
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \Delta x = \frac{v(0) + v(5)}{2} \times 5 + \frac{v(5) + v(10)}{2} \times 5 + v(10) \times 10$$

$$\left. \begin{aligned} v(5) &= 5 \times 4 = 20 \frac{m}{s} \\ v(10) &= 20 - 5 \times 2 = 10 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{0+20}{2} \times 5\right) + \left(\frac{20+10}{2} \times 5\right) + 10 \times 10 = 50 + 75 + 100 = 225 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{225}{20} = 11.25 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{cases} F = F_N \\ f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = m(g+a) \end{cases}$$

چون حرکت کندشونده رو به پایین است، شتاب در خلاف جهت بردار سرعت و رو به بالا است، بنابراین

$$a = +2 \frac{m}{s^2} \text{ است.}$$

$$f_s = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

یکی از نیروی وارد بر جسم، وزن است که واکنش آن به عامل به وجود آورنده آن یعنی زمین وارد می شود و واکنش نیروی فنر به خود فنر که این نیرو را ایجاد کرده است، اعمال می گردد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$v = R_e \sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{1}{4}$$

در حرکت ماهواره ها دور زمین داریم:

$$T^2 \propto r^3 \text{ یا } T \propto r\sqrt{r}$$

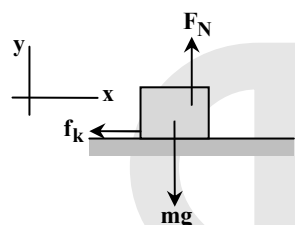
$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{r_A}{r_B} \cdot \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} = 4 \times \sqrt{4} = 8$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2 \times a \times 0.8 \Rightarrow a = -2.5 \frac{m}{s^2}$$

از لحظه ای که جعبه را رها می کنیم نیروهای وارد بر آن، مطابق شکل است.



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

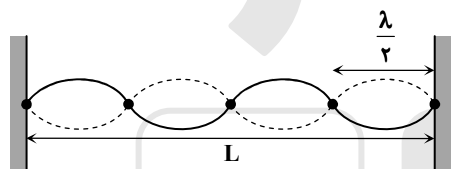
$$\Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow -\frac{5}{2} = -10\mu_k \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{4}$$

توجه کنید که جرم جعبه در محاسبه فوق نقشی ندارد.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

راه حل اول:



فاصله هر دو گره متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است، پس با توجه به شکل روبه رو، طول تار ۲ برابر طول موج است.

$$L = 2\lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{L} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

در یک تار دو سر بسته در حالتی که n شکم تشکیل می شود، (n + 1) گره خواهیم داشت (همانگ n ام).

$$L = \frac{n\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n} \xrightarrow{n=4} \lambda_4 = \frac{2L}{4} = \frac{L}{2}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$2\lambda_B = \frac{4}{3}\lambda_A \Rightarrow \lambda_A = \frac{4}{3}\lambda_B$$

طول موج A برابر $\frac{4}{3}$ طول موج B است:

تندی انتشار به دامنه و بسامد موج بستگی ندارد و تنها به محیط و شرایط فیزیکی محیط وابسته است؛ بنابراین تندی انتشار دو موج در یک محیط برابر است و داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{4}{3}$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$F = -kx = ma \Rightarrow \frac{m}{k} = -\frac{x}{a}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{4 \times 10^{-2}}{1}} = \frac{4\pi}{10} = \frac{2\pi}{5} (s) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} = 5 \frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.1 \times 5 = 0.5 \frac{m}{s}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

برای آنکه سطح آنتن به خوبی امواج را کانونی نماید، باید بازتاب پخشنده اتفاق نیفتد و برای این موضوع لازم است ابعاد ناهمواری‌های سطح در مقایسه با طول موج پرتوها کاملاً کوچک باشد.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^9} = 3 \times 10^{-3} \text{ m} = 3 \text{ mm}$$

طول موج در حدود چند میلی‌متر است. بنابراین با توجه به گزینه‌ها، ناهمواری‌ها می‌تواند حدود ۱ mm و کمتر از آن باشد.

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$K_{\max \gamma} - K_{\max \alpha} = hc \left(\frac{1}{\lambda_{\gamma}} - \frac{1}{\lambda_{\alpha}} \right) = 1200 \left(\frac{1}{150} - \frac{1}{200} \right) = 2 \Rightarrow K_{\max \gamma} - 3 = 2 \Rightarrow K_{\max \gamma} = 5 \text{ eV}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$n = 6: \text{ سومین خط } \Rightarrow n' = 3: \text{ رشته پاشن}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.1 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

^{238}U ایزوتوپ فراوان اورانیوم است که احتمال شکافته شدن آن توسط نوترون بسیار کم است. نوترون‌های تند به احتمال زیاد جذب ^{238}U می‌شوند و در نتیجه شکافت اتفاق نمی‌افتد. نوترون‌های کند می‌توانند باعث شکافت ^{235}U شوند و افزایش درصد این ایزوتوپ در یک نمونه را غنی‌سازی اورانیوم می‌نامند.

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$\frac{N(160)}{N(120)} = \frac{2/5 \times 10^{24}}{10^{25}} = \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{2} \right)^t \Rightarrow \text{فاصله زمانی «روز } t = 120 \text{» تا «روز } t = 160 \text{» شامل دو نیمه‌عمر است.}$$

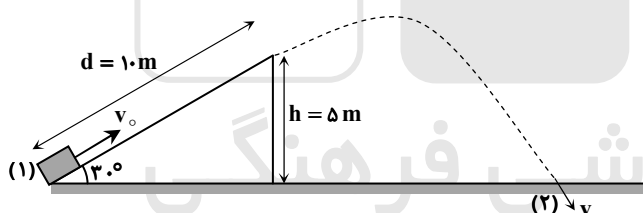
$$40 = 2T \Rightarrow T = 20 \text{ روز}$$

$$n = \frac{120}{20} = 6 \Rightarrow \frac{N(120)}{N_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 \Rightarrow N(120) = \frac{1}{64} \times N_0 \Rightarrow 10^{25} = \frac{1}{64} N_0 \Rightarrow N_0 = 64 \times 10^{25}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته می‌شود.



$$d = \frac{h}{\sin 30^\circ} \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -f_k d \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = -7/6 \times 10$$

$$\Rightarrow v^2 - 400 = -76 \Rightarrow v^2 = 400 - 76 = 324 \Rightarrow v = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$P_{\gamma, \text{ عمیق}} = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 70 = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{ در سطح آب}} = P_0 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 8 \times 10^5 \times \frac{4}{3} \pi r_1^3 = 10^5 \times \frac{4}{3} \pi r_2^3 \Rightarrow 8 r_1^3 = r_2^3 \Rightarrow r_2 = 2 r_1$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\Delta L}{L_0 \alpha} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.2 \times 10^{-5}} = 50^\circ \text{C}$$

$$Q = mc \Delta \theta = 0.1 \times 400 \times 50 = 2000 \text{ J} = 2 \text{ kJ}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

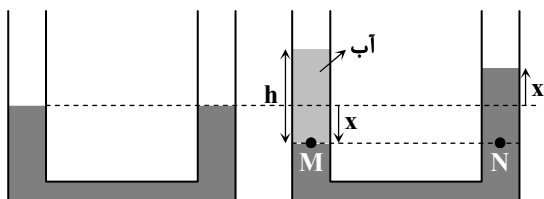
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

با اضافه کردن آب به شاخه سمت چپ، ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ به اندازه x پایین می آید و در شاخه مقابل، نسبت به حالت اول

به اندازه x بالا می رود. ابتدا ارتفاع آب اضافه شده را به دست می آوریم:

$$V = A \times h \Rightarrow 10 = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times h \Rightarrow h = \frac{40}{\pi} \text{ cm}$$

شکل لوله پس از اضافه شدن آب به صورت روبه رو است:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h = \rho_{\text{مایع}} g (2x)$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{40}{\pi} = 2 \times x \Rightarrow x = \frac{20}{\pi} \text{ cm}$$

اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع برابر است با:

$$\Delta h = h - 2x = \frac{40}{\pi} - 2\left(\frac{20}{\pi}\right) = \frac{0}{\pi} \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

$$W = -P \Delta V = -4 \times 10^5 \times (1/5 - 2) \times 10^{-3} = +200 \text{ J}$$

چون فشار ثابت است و حجم کاهش یافته، با توجه به $PV = nRT$ دمای گاز نیز حتماً کاهش یافته و در نتیجه انرژی درونی گاز کم شده است، پس:

$$\Delta U = -300 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = -300 - 200 = -500 \text{ J}$$

یعنی گاز ۵۰۰ J گرما به محیط داده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۵- پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{|W|}{Q_H} = \frac{60}{Q_H} \Rightarrow \frac{60}{Q_H} = 0.4 \Rightarrow Q_H = 150 \text{ kJ} \text{ (در هر دقیقه)}$$

$$Q_H = 150 \times 60 = 9000 \text{ kJ} \text{ (در هر ساعت)}$$

$$x = 9000 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ g}}{50 \text{ kJ}} = 180 \text{ g}$$

شیمی

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

$$x = \text{تعداد الکترون} = \text{تعداد پروتون}$$

$$\text{تعداد نوترون} = 1/5 x$$

$$160 = 80 + 80 = \text{مجموع تعداد الکترون و پروتون} \Rightarrow x = 80 = Z$$

$$200 = 120 + 80 = A = \text{مجموع تعداد نوترون و پروتون} \Rightarrow 120 = 280 - 160 = \text{تعداد نوترون}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

جرم اتمی میانگین اتم نئون ($\bar{M}$) از رابطه زیر قابل محاسبه است:

روش اول:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{(20 \times 90/5) + (21 \times 10/3) + (22 \times 9/2)}{100} = 20.187 \text{ amu}$$

روش دوم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{(M_2 - M_1) F_2}{100} + \frac{(M_3 - M_1) F_3}{100} = 20 + \frac{(21 - 20) \times 10/3}{100} + \frac{(22 - 20) \times 9/2}{100} = 20 + 0.03 + 0.184 = 20.187 \text{ amu}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

نام عنصر	دوره	گروه	آرایش الکترونی فشرده
$_{11}\text{Na}$	سوم	اول	$[\text{Ne}] 3s^1$
$_{35}\text{Br}$	چهارم	هفدهم	$[\text{Ar}] 3d^5 4s^2 4p^5$
$_{20}\text{Ca}$	چهارم	دوم	$[\text{Ar}] 4s^2$

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

$$\text{الف) } H_2 : 0.5 g H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 g H_2} = 0.25 \text{ mol } H_2 \quad \text{یا} \quad 5 / 20 L H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22.4 L H_2} = 0.25 \text{ mol } H_2$$

$$\text{ب) } CO_2 : 0.75 \text{ mol } CO_2 \times \frac{22.4 L CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 16.8 L CO_2$$

$$\text{پ) } O_3 : 0.5 \text{ mol } O_3 \times \frac{48 g O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 24 g O_3$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



که مجموع ضرایب مواد موجود در دو سمت واکنش برابر با ۱۵ است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

فرمول شیمیایی هریک از ترکیب‌های ارائه شده در گزینه‌ها و نسبت تعداد کاتیون‌ها به آنیون‌ها به صورت زیر است:

$$۱) (NH_4)_2CO_3 : \frac{2}{1}$$

$$۲) Al(NO_3)_3 : \frac{1}{3}$$

$$۳) MgSO_4 : \frac{1}{1}$$

$$۴) Fe_3(PO_4)_2 : \frac{3}{2}$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

شکل پدیده اسمز معکوس را نشان می‌دهد که برای تصفیه آب دریاها استفاده می‌شود؛ که بر اثر ایجاد فشار، مولکول‌های آب از محیط بالا با عبور از غشای نیمه‌تراوا وارد محیط پایینی شده و تصفیه می‌شوند و به تدریج با گذشت زمان، محلول قسمت بالای غشای نیمه‌تراوا غلیظ‌تر می‌شود.

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$\text{محلول} : 2L \times \frac{1000 mL}{1L} \times \frac{1g}{1mL} = 2000g$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 355 = \frac{x}{2000g} \times 10^6 \Rightarrow x = 0.71g Na_2SO_4$$



$$0.71g Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142g Na_2SO_4} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol } SO_4^{2-}$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

به بیشترین مقدار از یک نمک که در ۱۰۰ گرم آب در دمای معین حل می‌شود، انحلال پذیری آن می‌گوییم.

$$\text{نمک A} = 100g H_2O \times \frac{0.4g A}{2000g H_2O} = 0.02g A$$

این نمک کم‌محلول است، چون انحلال‌پذیری آن بیشتر از ۰/۰۱ و کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در گروه‌های نافلز (مانند گروه ۱۷)، از بالا به پایین واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: گروه ۱۷ از دوره ۲ آغاز می‌شود، پس در دوره اول هیچ عنصری از گروه ۱۷ وجود ندارد.

گزینه ۴: عناصر گروه ۱ به‌طور کلی از عناصر گروه ۲ جدول دوره‌ای واکنش‌پذیرتر هستند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

بدون در نظر گرفتن اثر بازده، در فرایند (I)، به‌ازای مصرف هر مول Fe_2O_3 ، ۲ مول Fe تولید می‌شود و در فرایند (II)، به‌ازای مصرف هر ۲ مول Fe_2O_3 ، ۴ مول Fe تولید می‌شود؛ بنابراین در فرایند (II) هم به‌ازای مصرف هر مول Fe_2O_3 ، ۲ مول Fe تولید می‌شود. ولی باید در نظر داشت که بازده این دو فرایند با هم برابر نیست؛ بنابراین مقدار آهن تولیدی در دو فرایند هم برابر نیست و در فرایندی که بازده بیشتری دارد، بیشتر است.

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

تنها مورد «سوم»، نادرست است.

فرمول عمومی آلکان‌ها، C_nH_{2n+2} است.

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}}{\text{تعداد اتم‌های کربن}} = \frac{2n+2}{n} = 2/4 \Rightarrow n=5 \rightarrow C_5H_{12}$$

مورد «اول»: در آلکان‌ها، اتم‌های هیدروژن به کربن متصل هستند؛ بنابراین به تعداد اتم‌های هیدروژن، پیوند C-H وجود دارد.

مورد «دوم»: ساده‌ترین آلکن، اتن (C_2H_4) است که ۴ اتم هیدروژن دارد.

مورد «سوم»: با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر، گران‌روی آن‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین گران‌روی پنتان راست‌زنجیر

از نونان راست‌زنجیر (C_9H_{20}) کمتر است.مورد «چهارم»: پنتان در دمای $22^\circ C$ ، مایع است.

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$\text{حجم مکعب} = (2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3 = 8 \text{ mL}$$

$$\text{جرم مکعب} = 8 \text{ mL} \times \frac{20 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 160 \text{ g}$$

$$Q = m \cdot C \cdot \Delta\theta \Rightarrow 160 \times 0.13 \times 10 = 208 \text{ J}$$

$$Q = m \cdot C \cdot \Delta\theta \Rightarrow 208 = m \times 0.104 \times 80 \Rightarrow m = 25 \text{ g}$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

گزینه ۱: ترکیب موجود در میخک (۲- هپتانون) دارای گروه عاملی کتونی است نه آلدیدی.گزینه ۲: ترکیب (II) دارای گروه عاملی الکی است.گزینه ۳: چون فرمول مولکولی یکسانی دارند، $(C_6H_{12}O)$ پس هم‌پار یا ایزومر یکدیگر هستند.گزینه ۴: ترکیب (II) پیوند $C=C$ دارد و سیر نشده است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

در هر واکنش، چنانچه سرعت متوسط هر ماده را به ضریب استوکیومتری آن تقسیم کنیم، عددی به دست می‌آید که آن را سرعت واکنش می‌نامیم و برای همه مواد شرکت‌کننده در واکنش یکسان می‌باشد، بنابراین:

$$\bar{R} = \frac{\bar{R}(A)}{x} = \frac{\bar{R}(B)}{y} = z = 5 \times 10^{-3}$$

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

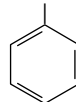
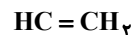
چون نمودار صعودی است، پس مربوط به فرآورده این واکنش (NH_3) است.

$$\bar{R}(NH_3) = \frac{\Delta[NH_3]}{\Delta t} = \frac{4/9 - 4}{300} = 0.003 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \Rightarrow \bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(NH_3)}{\text{ضریب آن در معادله}} = \frac{0.003}{2} = 0.0015 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

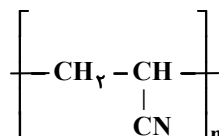
۹۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

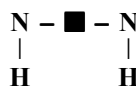
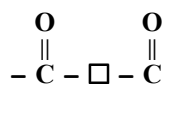
بررسی گزینه‌های نادرست:



گزینه ۱: مونومر سازنده پلی‌استیرن:



گزینه ۲: پلی‌سیانو اتن:



گزینه ۴: فرمول عمومی واحد تکرارشونده پلی‌آمیدها

۹۳- پاسخ: گزینه ۱

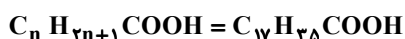
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

در گزینه‌های ۲ و ۳ بخش الکی به ترتیب اتانول و متانول هستند که ایزومر الکی دیگری ندارند.

گزینه ۴ در کل استر نیست، اما در گزینه ۱ بخش الکی ۱- پروپانول است که ایزومر دیگر آن ۲- پروپانول است.

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



$$0.00568 \div 284 = 2 \times 10^{-5} \text{ mol} \xrightarrow{+0.1L} 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

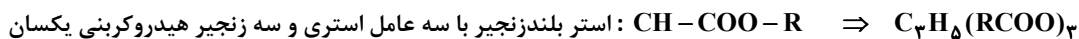
$$[H^+] = M\alpha = 2 \times 10^{-4} \times 0.2 = 4 \times 10^{-5} \Rightarrow pH = 5 - \log 4 = 5 - 2 \log 2 = 5 - 2(0.3) = 4.4$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

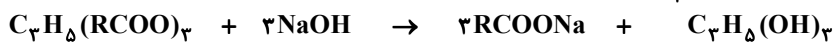
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



|



|



$$\frac{403}{\text{جرم مولی}} = \frac{1/5}{3} \Rightarrow \text{جرم مولی استر} = 806$$

$$\text{جرم مولی استر} = 3R + (6 \times 12) + (6 \times 16) + (5 \times 1) = 806 \Rightarrow R = 211 \Rightarrow C_n H_{2n+1} = 211 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 14n + 1 = 211 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow C_3H_5(C_{15}H_{31}COO)_3 = C_{51}H_{98}O_6$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

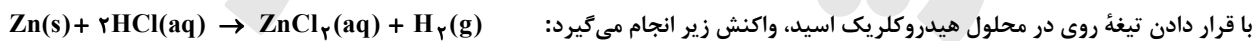
$$pH = 10.7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-10.7} \Rightarrow [H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-10.7}} = 10^{-3.3}$$

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{M - [OH^-]} \Rightarrow \frac{(10^{-3.3})^2}{0.1 - 10^{-3.3}} \approx \frac{(10^{-3.3})^2}{0.1} = \frac{10^{-6.6}}{10^{-1}} = 10^{-5.6}$$

$$K_b = 10^{-5.6} = 10^{-5} \times 10^{-0.6} = 10^{-5} \times (10^{-0.3})^2 = 10^{-5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.25 \times 10^{-5} = 2.5 \times 10^{-6}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

۹۷- پاسخ: گزینه ۳



با قرار دادن تیغه روی در محلول هیدروکلریک اسید، واکنش زیر انجام می‌گیرد: pH محلول اسید در ابتدا برابر ۲ است، پس غلظت محلول هیدروکلریک اسید در ابتدا ۰/۰۱ مول بر لیتر است و در زمان موردنظر با مصرف

شدن اسید، pH به اندازه ۰/۳ افزایش می‌یابد و به ۲/۳ می‌رسد، پس غلظت اسید برابر می‌شود با: $10^{-2.3} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$

بنابراین غلظت HCl به اندازه ۰/۰۰۵ مول بر لیتر کاهش یافته و تعداد مول‌های مصرف شده HCl برابر با $0.005 \times 0.1 = 0.0005 \text{ mol}$

است. طی این مدت، تعداد مول یون‌های روی تولیدشده در محلول به 2.5×10^{-4} می‌رسد؛ در نتیجه غلظت روی کلرید

$$\frac{2.5 \times 10^{-4}}{0.1} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ مولار خواهد بود.}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

غشاء مورد استفاده در سلول سوختی یکی از اجزای اصلی به‌همراه الکتروود آند و کاتد است و تنها مبادله‌گر پروتون است که در آن H^+

تولیدی در آند را به طرف کاتد یا قطب مثبت انتقال می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) در حلی‌ها، فلز محافظ (قلع) قدرت کاهندگی کمتری از فلز آهن دارد.

(ت) اگر قطعه‌ای از آهن با لایه‌ای از فلز مس پوشانده شود، آهن متفاوت با آنچه که در آهن گالوانیزه رخ می‌دهد از خوردگی محافظت می‌شود؛

چون در آهن گالوانیزه، آهن توسط یک فلز واکنش‌پذیرتر (کاهنده‌تر) محافظت می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

اگر جرم اولیه ۱۰۰ گرم در نظر گرفته شود و میزان H_2O جدا شده $x \text{ g}$ باشد:

$$3/32 = \frac{13/32 - x}{100 - x} \times 100 \Rightarrow 332 - 3/32x = 1332 - 100x \Rightarrow 96/68x = 1000 \Rightarrow x \approx 10/34$$

جرم مخلوط جدید برابر می‌شود با:

$$100 - 10/34 = 89/66$$

$$\text{درصد جرمی SiO}_2 \text{ در مخلوط جدید} = \frac{\text{جرم ماده موردنظر}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 = \frac{46/2}{89/66} \times 100 \approx 51/5\%$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

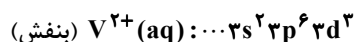
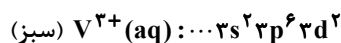
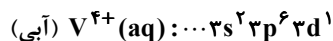
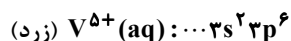
گزینه ۱: هسته اتم‌های سازنده مولکول‌های سه اتمی خمیده، بر روی یک خط راست قرار نمی‌گیرد. مانند H_2O

گزینه ۲: گشتاور دوقطبی کربونیل سولفید (COS) صفر نیست و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

گزینه ۴: بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های خطی، می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



الف) نادرست؛ با توجه به آرایش‌های الکترونی، عبارت «الف» نادرست است.

ب) نادرست؛ فلز روی نقش کاهنده و وانادیم (V) نقش اکسند را دارد.

پ) درست

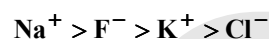
ت) نادرست؛ با کاهش عدد اکسایش وانادیم، طول موج رنگ محلول نمک‌های آن، هم زیاد و هم کم می‌شود.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

با توجه به اینکه مقدار بار الکتریکی هر چهار یون برابر است، پس مقایسه چگالی بار آن‌ها فقط وابسته به شعاع یونی آن‌هاست که هر چه

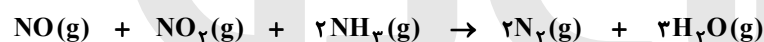
شعاع یون کوچک‌تر باشد چگالی بار آن بیشتر است. پس مقایسه چگالی بار این یون‌ها چنین است:

در نتیجه بیشترین تفاوت چگالی بار مربوط به دو یون Na^+ و Cl^- است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش چنین است:



$$\frac{0.4g \times \frac{18}{100}}{2 \times 17} = \frac{? \text{ mol}}{2 \text{ mol}} \Rightarrow ? = 0.2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳



(۱L = حجم سامانه) ۱ ۲ ۴ : مول‌ها

$$K = \frac{[C]}{[A] \times [B]} = \frac{4}{2 \times 1} = 2$$



(x = حجم سامانه) ۳ ۴ ۶ : مول‌ها

$$K = \frac{[C]}{[A] \times [B]} = \frac{\frac{6}{x}}{\frac{3}{x} \times \frac{4}{x}} = 2 \Rightarrow \frac{6x}{12} = 2 \Rightarrow x = 4L$$