



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۸

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

کد کنترل

121

A



دفترچه شماره ۱

جامع شبیه ساز کنکور سراسری



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۵

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه‌های ماز و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- مقادیر $a, 2a+1, 5a$ به ترتیب جملات دوم، چهارم و نهم یک دنباله حسابی هستند. جمع پانزده جمله ابتدایی دنباله کدام است؟

- (۱) ۴۶۵ (۲) ۴۹۵ (۳) ۵۲۵ (۴) ۵۷۵

۲- مجموعه جواب نامعادله $x < 4 - |x|(2x+1)$ بازه $(-\infty, \alpha)$ می باشد. حداکثر مقدار α کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

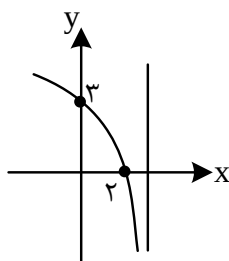
۳- رأس سهمی $f(x) = kx^2 + 4x + 6$ روی خط $y = -3x + 7$ واقع شده است. عرض رأس سهمی چه عددی است؟

- (۱) ۶/۴ (۲) -۷/۲ (۳) -۴/۸ (۴) ۵/۶

۴- a عدد طبیعی و یک رقمی است. اگر جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ عددی صحیح باشد، جمع مقادیر ممکن برای x چه عددی است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۴ (۳) ۳۰ (۴) ۵۵

۵- نمودار تابع $f(x) = a + \log_7^{(bx+c)}$ به شکل مقابل است. مقدار $\log_7^{\frac{-b}{c}}$ کدام است؟



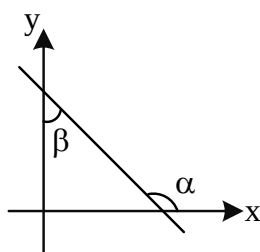
- (۱) ۴

- (۲) $\frac{1}{4}$

- (۳) -۴

- (۴) $-\frac{1}{4}$

۶- در شکل مقابل، $\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ می باشد. مقدار $\tan 2\alpha$ چه عددی است؟



- (۱) $-2\sqrt{5}$

- (۲) $-4\sqrt{5}$

- (۳) $4\sqrt{5}$

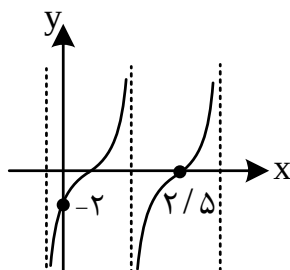
- (۴) $2\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات

۷- مقدار عبارت $A = \sin 15^\circ (1 + \tan 15^\circ \times \tan 7/5^\circ)$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \tan(bx - \frac{\pi}{4})$ در شکل روبه رو آمده است. مقدار ba کدام است؟



- (۱) π
(۲) $\frac{\pi}{2}$
(۳) $\frac{\pi}{5}$
(۴) $\frac{\pi}{8}$

۹- جمع جواب‌های مشترک دو معادله $\sin 2x + \cos x = 0$ و $\cos 2x + \sin x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چه عددی است؟

- (۱) 4π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۱۰- به ازای کدام مقدار a ، نمودار وارون تابع $f(x) = 4x + 2\sqrt{x+3}a$ خط $4y - 2x = 0$ را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{57}{12}$ (۳) $\frac{57}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۱- هرگاه $f(x) = \frac{4x}{x+2}$ و $\log(x) = \frac{4x}{5x-2}$ باشد، مقدار $g^{-1}(1)$ چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۲- حاصل ضرب حد راست و حد چپ تابع $f(x) = \frac{2x + [3x]}{x^2 - [-2x]}$ در $x=2$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۱۳- هرگاه تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 6}{2x + [\frac{x}{2}]}$ در بازه $(0, 6)$ پیوسته باشد، مقدار $f(-2)$ چه عددی است؟

- (۱) -6 (۲) $-\frac{16}{5}$ (۳) $-\frac{18}{5}$ (۴) -5

۱۴- اگر $g(x) = \frac{x-1}{3x+1}$ و $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x}$ باشد، تعداد خطوط مجانب تابع $y = g \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵- با فرض آن که $f(x) = \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{2 + \sin 2x}$ باشد، حاصل $f''(\frac{\pi}{12})$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶- امتداد خط مماس بر نمودار $f(x) = \frac{3-x}{x+2}$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -1 قطع می‌کند. عرض نقطه تماس کدام است؟

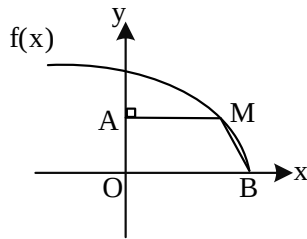
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{7}{2}$

۱۷- اگر در $x=-1$ خطی مماس بر منحنی $f(x) = (x-2\alpha)^2(x+\alpha)$ رسم کنیم این خط مماس در همان نقطه از منحنی عبور می‌کند. طول ماکزیمم نسبی تابع کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -2 (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۱۸- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{12-2x}$ و ذوزنقه محاط شده در آن در شکل مقابل نمایش داده شده است. بیشترین مساحت



ذوزنقه چه عددی است؟

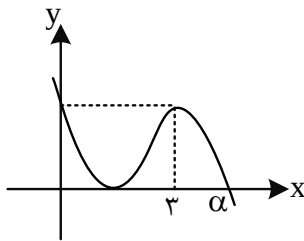
(۱) $16\sqrt{2}$

(۲) $12\sqrt{2}$

(۳) $8\sqrt{2}$

(۴) $9\sqrt{2}$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + 4$ شکل مقابل است. مقدار α کدام است؟



(۱) $4/5$

(۲) $6/5$

(۳) ۴

(۴) ۶

۲۰- اگر $x + \frac{1}{x} = -3$ باشد، حاصل $P = x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) $-\frac{1}{3}$

(۱) ۱

۲۱- شعاع دایره محیطی یک مثلث متساوی الاضلاع ۲ است. شعاع دایره محاطی خارجی آن کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) ۲

۲۲- نقاط $A(6,6)$ و $D(4,-9)$ در دستگاه مختصات مفروض اند. نقاط B و C روی محور y ها و به فاصله ۳ واحد از یکدیگر

به گونه ای قرار دارند که $AB + CD$ کمترین مقدار ممکن را داراست. حاصل ضرب عرض نقاط B و C کدام است؟

(۴) $6/0.8$

(۳) $6/16$

(۲) $5/0.4$

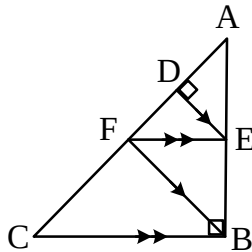
(۱) $5/0.2$

محل انجام محاسبات

۲۳- در مثلث ABC به اضلاع 10 ، 7 و $\sqrt{19}$ طول میانه وارد بر ضلع بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۴- در شکل مقابل، $\hat{D} = \hat{EBC} = 90^\circ$ ، $EF \parallel BC$ و $FB \parallel DE$ است. اگر $DE = 3$ و $AE = 5$ باشد، FC کدام است؟



(۱) $(\frac{5}{2})^2$

(۲) $(\frac{15}{8})^2$

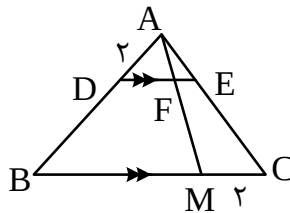
(۳) $\frac{15}{8}$

(۴) $\frac{5}{2}$

۲۵- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $\sqrt{12}$ نقطه D روی ضلع BC و به فاصله ۱ از ضلع AC قرار دارد. فاصله نقطه D از ضلع AB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{12} - 1$ (۲) $\sqrt{11}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۶- شکل مقابل، یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱۰ است. اگر $AD = MC = 2$ باشد، مساحت ذوزنقه $DFMB$ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{1}{64}$

(۲) $\frac{512}{5}$

(۳) $\frac{84}{5}$

(۴) $\frac{768}{5}$

۲۷- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i \geq j \\ i & i < j \end{cases}$ باشد، حاصل $|2A|$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

۲۸- اگر A ماتریس ضرایب معادله $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=0 \end{cases}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، $x+2y$ کدام است؟ $(A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix})$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹- سهمی که خط هادی آن $x=2$ و کانون آن $F(0,1)$ است. در دو نقطه محور y ها را قطع می کند. فاصله این دو نقطه کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۰- $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ و $\vec{d}$ چهار بردارند که اندازه های آنها به ترتیب ۱، ۲، ۳، ۴ است. اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} - \vec{d} = 0$ باشد، آنگاه $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d}$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

۳۱- کدام گزاره با T (گزاره همواره درست) هم ارز نیست؟

(۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ (۲) $p \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge p)$

(۳) $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee (\sim p \wedge q))$ (۴) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)] \vee \sim p$

۳۲- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ باشد، آن گاه $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟

(۱) ۶۲ (۲) ۶۳ (۳) ۶۴ (۴) ۶۵

۳۳- سه تاس را با هم پرتاب می کنیم. سه عدد مختلف رو می شود. احتمال آن که اعداد رو شده (به ترتیب از کوچک به بزرگ) تشکیل یک دنباله حسابی دهند، کدام است؟

(۱) $\frac{11}{36}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{11}{18}$ (۴) $\frac{36}{100}$

محل انجام محاسبات

۳۴- کیسه A دارای یک مهره سفید و ۲ مهره سیاه و کیسه B دارای ۳ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. از کیسه A، ۱ مهره و از کیسه B، ۲ مهره به تصادف برمی‌گزینیم و در یک کیسه خالی می‌ریزیم. حال از کیسه جدید دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره غیرهمرنگ باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۵- یک نمونه آماری از تعدادی داده ۴ و تعدادی صفر تشکیل شده است. اگر میانگین داده‌ها با واریانس داده‌ها برابر و غیرصفر باشد، آن گاه کدام گزاره در مورد میانگین درست است؟

- (۱) میانگین عددی غیرطبیعی است. (۲) میانگین عددی طبیعی و زوج است.

- (۳) میانگین عدد ۳ است. (۴) میانگین از $\frac{16}{5}$ بزرگ‌تر است.

۳۶- عدد زوج و طبیعی a مضرب ۱۵ است. اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۳ برابر ۱۷ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{a}{10}$ بر ۲۳ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- معادله $391x + 323y = 8466$ چند جواب طبیعی به فرم (x, y) با شرط $x < y$ دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۸- گراف G از مرتبه ۱۰، تنها دو مجموعه احاطه‌گر مینیمم تک عضوی دارد. $\Delta(\bar{G})$ حداکثر چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۳۹- ۲۲ عدد جایزه یکسان را به چند طریق می‌توان بین نوید، یاسین، عرشیا، ملیکا و پریسا تقسیم کرد به طوری که یاسین دو جایزه بیشتر از نوید و عرشیا نیز ۲ برابر نوید جایزه دریافت کند؟

- (۱) ۶۳ (۲) ۶۴ (۳) ۶۵ (۴) ۶۶

۴۰- از مجموعه اعداد $\{23, 27, 31, \dots, 803\}$ حداقل چند عدد به تصادف برداریم تا اطمینان داشته باشیم بین اعداد انتخاب شده حداقل ۲ عدد با مجموع ۴۵۰ وجود دارد؟

- (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۴۷ (۴) ۱۴۸

محل انجام محاسبات



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۸

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

کد کنترل

122

A



دفترچه شماره ۲

جامع شبیه ساز کنکور سراسری



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۵

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

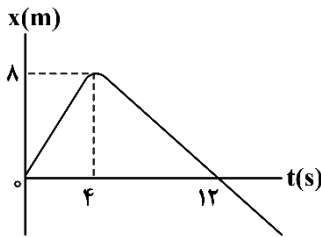
تعداد سؤال: ۶۵

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه های ماز و پاسنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

- ۴۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟



$$-\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

- ۴۲- گلوله ای از ارتفاع h رها می شود و با شتاب ثابت $g = 10 \frac{m}{s^2}$ سقوط می کند. اگر سرعت متوسط آن در $\frac{16}{25}$ پایانی

مسیر $40 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت گلوله در هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟

$$50 \quad (4)$$

$$55 \quad (3)$$

$$45 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

- ۴۳- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند. در بازه زمانی ۱۵ تا ۴۵ جابه جایی متحرک صفر است. اگر سرعت اولیه متحرک $10 \frac{m}{s}$ باشد، متحرک در ۴ ثانیه نخست حرکت مسافت چند متر را می پیماید؟

$$34 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

- ۴۴- متحرک A در مبدأ زمان از مبدأ مکان با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ در جهت محور x از حال سکون شروع به حرکت می کند.

در همین لحظه متحرک B که ۳۰ متر جلوتر از متحرک A با سرعت $(5 \frac{m}{s})\vec{i}$ حرکت می کند، ناگهان با شتاب ثابت

$6 \frac{m}{s^2}$ تندی خود را کاهش می دهد و پس از تغییر جهت حرکت، با همان شتاب به حرکتش ادامه می دهد. چند بار

فاصله این دو متحرک به ۵۰ متر می رسد؟

$$\text{سه} \quad (4)$$

$$\text{دو} \quad (3)$$

$$\text{یک} \quad (2)$$

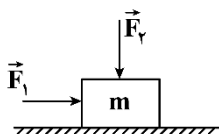
$$\text{صفر} \quad (1)$$

- ۴۵- در شکل زیر، نیروی افقی $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ بر جسم وارد شده و جسم، روی سطح افقی، ساکن است. اگر نیروی $\vec{F}_2$ حذف شود، چه تعداد از موارد زیر، الزاماً درست است؟

الف: جسم شروع به حرکت می کند.

ب: اندازه نیروی خالص وارد بر جسم کاهش می یابد.

پ: اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی کاهش می یابد.



$$3 \quad (4)$$

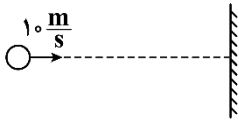
$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

- ۴۶- مطابق شکل، یک توپ پینگ پونگ $2/5$ گرمی با تندی $10 \frac{m}{s}$ به صورت افقی به دیواری برخورد می کند و در همان راستا با تندی $8 \frac{m}{s}$ برمی گردد. اگر زمان برخورد $5ms$ باشد، نیروی متوسط وارد بر توپ در مدت برخورد، چند نیوتون و در کدام جهت است؟

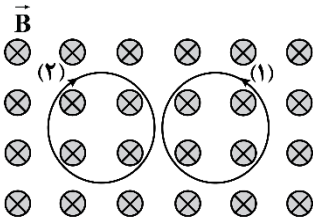


- (۱) $1N$ به سمت چپ
(۲) $9N$ به سمت راست
(۳) $9N$ به سمت چپ
(۴) $1N$ به سمت راست

- ۴۷- ماهواره ای در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد. اگر ارتفاع ماهواره دو برابر شود، نیروی وزن آن 36 درصد کاهش می یابد. ارتفاع h کدام است؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

- (۱) $\frac{1}{3}R_e$ (۲) $\frac{2}{3}R_e$ (۳) R_e (۴) $2R_e$

- ۴۸- در شکل زیر، یک الکترون و یک پروتون درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت، فقط تحت تأثیر نیروی مغناطیسی، بر روی دو دایره با شعاع های یکسان به صورت یکنواخت در حال حرکت اند. کدام یک از موارد زیر درست است؟
الف: ذره (۱)، پروتون است.



- ب: تندی الکترون و پروتون برابر است.
پ: دوره حرکت الکترون و پروتون برابر است.
(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف»
(۳) «ب» و «پ» (۴) «پ»

- ۴۹- اختلاف بسامد هماهنگ های سوم و چهارم یک تار دو انتها بسته 125 هرتز است. اگر طول تار $80cm$ و جرم آن 10 گرم باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

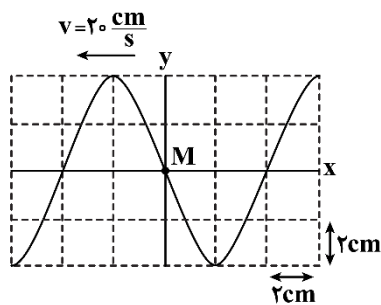
- (۱) 180 (۲) 200 (۳) 250 (۴) 500

- ۵۰- معادله حرکت یک نوسانگر وزنه - فنر به صورت $x = A \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ است. اگر در بازه زمانی 0 تا $\frac{3}{4}T$ ، تندی متوسط و شتاب متوسط نوسانگر به ترتیب، $18 \frac{cm}{s}$ و $12\pi \frac{cm}{s^2}$ باشد، دامنه A چند سانتی متر است؟

- (۱) $4/5$ (۲) 6 (۳) 9 (۴) 12

محل انجام محاسبات

۵۱- شکل زیر، یک تصویر لحظه‌ای از موج عرضی در یک ریسمان کشیده شده را در لحظه $t=0$ نشان می‌دهد. در لحظه $t=0/1s$ ، نقطه M از طناب در چه مختصاتی قرار دارد؟



(۱) $(0, -4cm)$

(۲) $(-2cm, 4cm)$

(۳) $(-2cm, -4cm)$

(۴) $(0, 4cm)$

۵۲- کدامیک از گزینه‌های زیر، از ویژگی‌های مشترک میکروموج و امواج صوتی است؟

(۱) طولی بودن موج

(۲) عرضی بودن موج

(۳) توانایی انتشار در خلأ

(۴) قابلیت ایجادشدن اثر دوپلر در آن‌ها

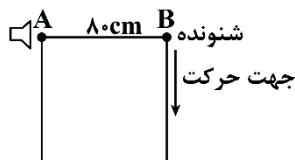
۵۳- در شکل زیر، چشمه صوتی در رأس مربعی (نقطه A) به ضلع $80cm$ قرار دارد و شنونده‌ای در رأس دیگر (نقطه B) قرار گرفته و تراز شدت صوت دریافتی آن $20dB$ است. این شنونده چند متر روی ضلع مربع به سمت پایین حرکت کند تا تراز شدت صوت دریافتی آن $18dB$ شود؟ $\log 2 = 0.3$ و از جذب انرژی توسط محیط، چشم‌پوشی کنید.

(۱) 60

(۲) 80

(۳) 0.6

(۴) 0.8



۵۴- دو مانع A و B به ترتیب با ابعاد $2cm$ و $3cm$ در فاصله 120 متری یک وال عنبر قرار دارند. این وال عنبر برای تشخیص مانع، امواج فراصوت با بسامد $100kHz$ ارسال می‌کند. از لحظه ارسال موج تا برگشت موج به وال، چند میلی ثانیه طول می‌کشد و وال کدامیک از مانع‌ها را تشخیص می‌دهد؟ (تندی صوت در آب دریا $1500 \frac{m}{s}$ است).

(۱) فقط مانع B

(۲) فقط مانع A

(۳) هر دو مانع A و B

(۴) هر دو مانع A و B

محل انجام محاسبات

۵۵- در میان رشته‌های طیف اتم هیدروژن، انرژی مربوط به کوتاه‌ترین طول موج مرئی تقریباً چند eV است؟

$$[R = 0.09 \text{ nm}, hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}]$$

لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند
$n'=1$	$n'=2$	$n'=3$	$n'=4$	$n'=5$

۱۲/۴ (۴)

۲/۷۵ (۳)

۱/۷۲ (۲)

۱/۳۸ (۱)

۵۶- فرض کنید در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد آستانه فلز $1/3 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است. می‌خواهیم از فوتون‌های گسیلی اتم هیدروژن به عنوان نور فرودی برای انجام این آزمایش استفاده کنیم. شکل زیر، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. اگر فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشند، چه تعداد از گذارهای ممکن، منجر به گسیل فوتونی می‌شود که با آن پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)

$$E_{\infty} = 0 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E_f = -0.85 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E_r = -1.51 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E_r = -3.6 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E_1 = -13.6 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۵۷- شکل زیر، نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را بر حسب زمان نشان می‌دهد. کدام یک از موارد زیر، درست است؟

الف: نیمه عمر A بزرگ‌تر از نیمه عمر B است.

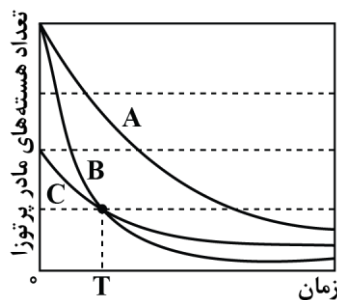
ب: نیمه عمر B و C، یکسان و برابر T است.

(۲) فقط «ب»

(۱) فقط «الف»

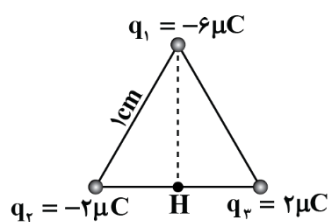
(۴) هیچ کدام

(۳) «الف» و «ب»



محل انجام محاسبات

۵۸- مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای در رأس‌های مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دارند، بزرگی میدان الکتریکی برایند در نقطه H در وسط ضلع مثلث، در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

$$7/2 \times 10^4 \quad (2)$$

$$14/4 \times 10^4 \quad (1)$$

$$7/2\sqrt{3} \times 10^4 \quad (4)$$

$$7/2\sqrt{3} \times 10^4 \quad (3)$$

۵۹- بار $q = -4 \mu C$ از نقطه A با پتانسیل الکتریکی ۸V به نقطه B می‌رود. اگر در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی آن به اندازه ۴۸ میکروژول افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟

$$-12 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۶۰- بار الکتریکی یک خازن تخت $150 \mu C$ است. اگر $30 \mu C$ بار الکتریکی را از صفحه مثبت جدا کرده و به صفحه منفی منتقل کنیم، انرژی خازن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

$$20 \text{ درصد افزایش می‌یابد.} \quad (2)$$

$$36 \text{ درصد کاهش می‌یابد.} \quad (1)$$

$$44 \text{ درصد افزایش می‌یابد.} \quad (4)$$

$$20 \text{ درصد کاهش می‌یابد.} \quad (3)$$

۶۱- در دو سر یک سیم به طول ۲ متر و سطح مقطع 2 mm^2 ، اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت برقرار کرده‌ایم. توان مصرفی در این سیم چند کیلووات می‌شود؟ (مقاومت ویژه این سیم برابر $10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$ است.)

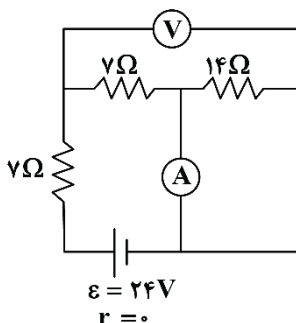
$$8 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$800 \quad (2)$$

$$400 \quad (1)$$

۶۲- در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی عوض شود، کدام مورد درست است؟



$$(1) \text{ آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.}$$

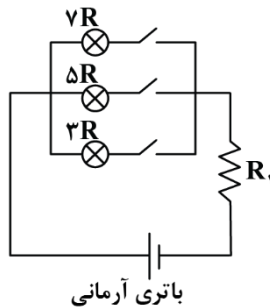
$$(2) \text{ ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد.}$$

$$(3) \text{ عددهایی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، هیچ تغییری نمی‌کند.}$$

$$(4) \text{ عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد تغییر نمی‌کند، اما ولت‌سنج صفر را نشان می‌دهد.}$$

محل انجام محاسبات

۶۳- در شکل زیر، سه لامپ با مقاومت‌های $۳R$ ، $۵R$ و $۷R$ توسط مقاومت R_1 به یک باتری آرمانی متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها را یکی پس از دیگری ببندیم، کدام مورد درباره توان خروجی باتری صحیح است؟



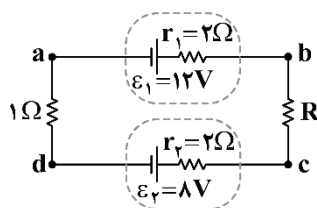
(۱) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۲) پیوسته کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) پیوسته افزایش می‌یابد.

۶۴- در مدار شکل زیر اگر $V_a - V_b = -11V$ باشد، حاصل $V_c - V_d$ برابر چند ولت است؟



(۱) ۷

(۲) -۷

(۳) ۹

(۴) -۹

۶۵- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان‌های یکسان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی حاصل از این سیم‌ها در نقطه A درون سو باشد، کدام گزینه الزاماً درست است؟

سیم (۱) _____

(۱) جهت جریان سیم (۱) به سمت چپ است.

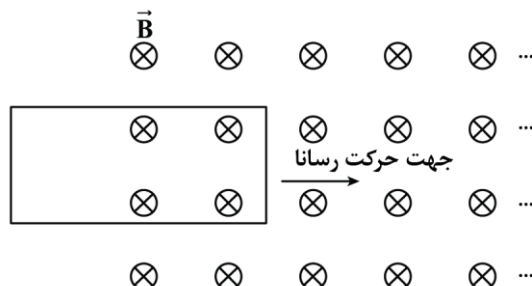
(۲) جهت جریان سیم (۲) به سمت راست است.

(۳) جهت جریان سیم (۲) به سمت چپ است.

(۴) جهت جریان سیم (۱) به سمت راست است.

سیم (۲) _____
A

۶۶- شکل زیر، قاب رسانای مستطیل‌شکلی به مساحت 40 cm^2 را نشان می‌دهد که در حال ورود به درون میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سوی $\vec{B}$ است. بزرگی میدان مغناطیسی 0.5 T است و در لحظه نشان داده‌شده، نیمی از سطح حلقه درون میدان قرار دارد. اگر سطحی از قاب که درون میدان قرار دارد، با آهنگ ثابت $20 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$ در حال افزایش باشد، در لحظه نشان داده‌شده، بزرگی نیروی محرکه القایی و جهت جریان القایی در قاب به ترتیب کدام است؟



(۱) 1 mV ، ساعتگرد

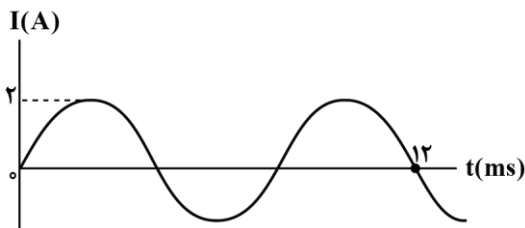
(۲) 1 mV ، پادساعتگرد

(۳) 10 mV ، ساعتگرد

(۴) 10 mV ، پادساعتگرد

محل انجام محاسبات

۶۷- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. در لحظه $t = 3 \text{ ms}$ ، جریان چند آمپر است؟



(۱) ۱

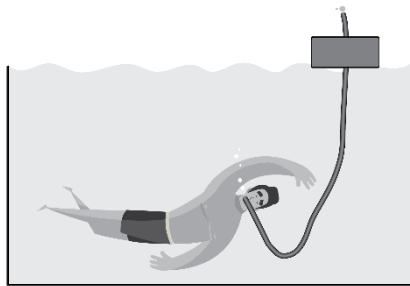
(۲) -۱

(۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۶۸- قد یک کودک در مدت ۲۰۰ روز، ۳ cm افزایش یافته است. آهنگ رشد قدی این کودک بر حسب $\frac{\text{mm}}{\text{h}}$ و به صورت نمادگذاری علمی، کدام است؟

(۴) $6/25 \times 10^{-5}$ (۳) $\frac{1}{16} \times 10^{-1}$ (۲) $\frac{1}{1/6} \times 10^{-2}$ (۱) $6/25 \times 10^{-3}$

۶۹- مطابق شکل، غواصی با قرار دادن یک سر لوله‌ای در دهان خود، درحالی که سر دیگر آن از آب بیرون است، فشار هوای درون ریه خود را با فشار هوای بیرون آب، یکسان می‌کند. اگر فشار وارد بر قفسه سینه او 68 kPa از فشار درون ریه او بیش تر باشد، غواص در عمق چندمتری از سطح آب قرار دارد؟



$$(P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

(۱) ۳/۴

(۲) ۶/۸

(۳) ۱۶/۸

(۴) ۱۳/۴

۷۰- شخصی، گلوله‌ای برفی به جرم 200 g را از سطح زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع ۲ متری، بالا می‌برد و سپس آن را با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص بر روی گلوله برف چند برابر کار نیروی وزن گلوله برف است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و مقاومت هوا ناچیز است.})$$

(۴) -۳/۵

(۳) ۳/۵

(۲) ۲/۵

(۱) -۲/۵

محل انجام محاسبات

۷۱- هواپیمایی که در ارتفاع ۲۵۰ متری از سطح زمین و با تندی $۱۶۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ پرواز می‌کند، بسته‌ای به جرم ۳۰kg را رها می‌کند و بسته با تندی $۳۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین برخورد می‌کند. کار انجام‌شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین چند کیلوژول است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۶۳- (۲) ۸۷- (۳) ۹۹- (۴) ۵۱-

۷۲- اگر به ۱kg آب ۲۰°C به اندازه ۲۱۰kJ گرما دهیم، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

$$(\beta_{\text{آب}} = 0.027 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}})$$

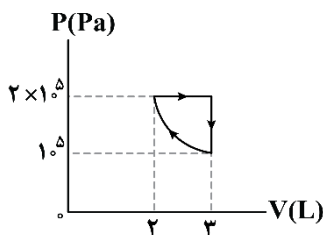
(۱) $۰/۳۵$ درصد کاهش می‌یابد. (۲) $۱/۳۵$ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) $۱/۳۵$ درصد کاهش می‌یابد. (۴) $۰/۳۵$ درصد افزایش می‌یابد.

۷۳- در یک روز سرد زمستان، در چاله کوچکی مقداری آب ۰°C قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی، $۱۶/۵$ گرم از آب درون چاله تبخیر شود و بقیه آن یخ ببندد، جرم آب درون چاله چند گرم بوده است؟ (گرمای نهان ذوب یخ و گرمای نهان تبخیر آب در دمای ۰°C را به ترتیب، $۳۳ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $۲۵۰ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۲۵۰ (۳) ۱۴۱/۵ (۴) ۲۶۶/۵

۷۴- گاز داخل یک استوانه، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. این گاز در این چرخه:



(۱) کمتر از ۵۰ ژول گرما می‌گیرد.

(۲) بین ۵۰ تا ۱۰۰ ژول گرما می‌گیرد.

(۳) بین ۵۰ تا ۱۰۰ ژول گرما از دست می‌دهد.

(۴) بیش‌تر از ۱۰۰ ژول گرما از دست می‌دهد.

۷۵- یک ماشین گرمایی در هر چرخه، ۲۰۰J گرما از منبع دما بالا می‌گیرد و ۱۶۰J گرما به منبع دما پایین می‌دهد و بقیه آن تبدیل به کار می‌شود. اگر هر چرخه $۱/۶ \text{s}$ طول بکشد، توان خروجی این ماشین چند وات است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۲۵

محل انجام محاسبات

۷۶- در کدام موارد، برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده دو گونه، از نماد شیمیایی گازهای نجیب متفاوتی استفاده می‌شود؟

الف: A^{2+} ، C^{-} ب: E^{2-} ، D^{+} پ: G^{2+} ، J^{3+} ت: M^{3-} ، Z^{3+}
 (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

۷۷- کدام مورد درست است؟

- (۱) تمام عناصر نافلزی دوره دوم جدول تناوبی، با از دست دادن الکترون در ساختار ترکیب‌های یونی شرکت می‌کنند.
- (۲) در همه ترکیب‌های یونی، میان یون‌های حاصل از عناصر فلزی و نافلزی پیوندهای یونی برقرار شده است.
- (۳) در ساختار ترکیب‌های یونی هالید حاصل از عناصر فلزی، زیروند آنیون همواره با بار کاتیون برابر است.
- (۴) در ساختار مواد یونی، اتم همه عناصر فلزی به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب دوره قبل خود می‌رسند.

۷۸- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) بازگشت الکترون از لایه چهارم به لایه سوم در اتم هیدروژن، پرتویی با طول موج بیشتر از 410 nm گسیل می‌کند.
- (۲) در جدول تناوبی امروزی، ۱۱۴ عنصر وجود دارند که فاقد زیرلایه الکترونی نیمه‌پر با $n + l = 4$ هستند.
- (۳) تمام الکترون‌های لایه سوم، نسبت به الکترون‌های لایه پنجم الکترونی سطح انرژی پایین‌تری دارند.
- (۴) در یک عنصر، اگر زیرلایه $4s$ به‌طور کامل پر نشده باشد، زیرلایه‌ای با $n + l = 5$ به قطعاً فاقد الکترون است.

۷۹- کدام سطر از جدول زیر، به‌درستی تکمیل شده است؟

سطر	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	نوع ترکیب
۱	کلسیم بنزوات	CaC_6H_5COO	یونی
۲	کبالت (III) کلرید	$CoCl_3$	یونی
۳	کربونیل برمید	$COBr_2$	مولکولی
۴	آمونیم هیدروژن کربنات	NH_4HCO_3	مولکولی

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- چند مورد از موارد زیر به‌درستی بیان شده است؟

- الف: از میان فلزهای دوره سوم جدول تناوبی، کاتیون فلز با عدد اتمی بیشتر، درصد فراوانی بیشتری در آب دریا دارد.
 ب: بخش عمده منابع غیراقتصادی آب‌کره را آب‌های زیرزمینی تشکیل می‌دهند.
 پ: فعالیت‌های آتشفشانی سبب پویایی اجزای سازنده زمین و ارتباط میان سنگ‌کره و هواکره می‌شوند.
 ت: سالانه حجم عظیمی از آب دریاها، بخار و وارد هواکره می‌شود، در نتیجه حجم آب‌های کره زمین رو به کاهش است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۱- در محلولی از منیزیم سولفات، ۲۴ گرم نمک وجود دارد. اگر جرم آب موجود در این محلول، $13/5$ برابر جرم منیزیم

سولفات باشد، غلظت مولی منیزیم سولفات در این محلول به‌تقریب کدام است؟ (چگالی محلول برابر با $1/16$ گرم بر

میلی‌لیتر در نظر گرفته شود. $g \cdot mol^{-1}$: $H = 1$, $O = 16$, $Mg = 24$, $S = 32$)

(۱) $1/67$ (۲) $0/67$ (۳) $1/33$ (۴) $0/33$

محل انجام محاسبات

۸۲- از واکنش میان یک فلز واسطه با واکنش پذیرترین نافلز جدول تناوبی، ترکیب XY_2 تولید می شود. در رابطه با این دو عنصر، چند مورد از عبارات های زیر درست است؟

الف: عدد اکسایش عنصر X در ترکیب XPO_4 ، $1/5$ برابر عدد اکسایش آن در ترکیب XY_2 است.

ب: اگر در جدول تناوبی ۱۳ عنصر میان عناصر X و Y ، وجود داشته باشد، مجموع $n + l$ الکترون های ظرفیتی X برابر ۲۳ است.

پ: عنصرهای هم دوره با عنصر Y که رسانای جریان الکتریسیته هستند، همگی چکش خوار خواهند بود.

ت: عنصر Y نسبت به سایر عنصرهای هم گروه خود دمای ذوب پایین تری دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- پس از اتمام واکنش زیر در ظرفی به حجم ۵ لیتر، غلظت ClO_3^- به 0.16 مول بر لیتر می رسد. اگر طی این واکنش $7/5$ لیتر Cl_2 مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط واکنش، برابر $1/28$ گرم بر لیتر است.)

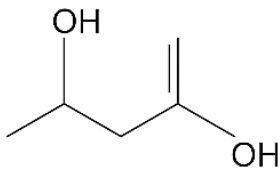
($Cl = 35/5, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

معادله واکنش موازنه شود $Cl_2(g) + OH^-(aq) \rightarrow ClO_3^-(aq) + Cl^-(aq) + H_2O(l)$

(۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۸۴- ساختار داده شده با کدام ترکیب آلی ایزومر است و درصد جرمی کربن در این ماده از درصد جرمی کربن در کدام ترکیب بیشتر است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



(۱) متیل بوتانوات - اتیلن گلیکول

(۲) اتیل پروپیل اتر - پنتانوئیک اسید

(۳) اتیل پروپیل اتر - استون

(۴) متیل بوتانوات - بنزوئیک اسید

۸۵- در واکنش تجزیه کلسیم کربنات با معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ ، حجم گاز تولید شده پس از انتقال به شرایط استاندارد، $3/36$ لیتر است. با توجه به واکنش های زیر، در این واکنش چند کیلوژول انرژی مبادله شده است؟

$2Ca(s) + O_2(g) \rightarrow 2CaO(s)$, $\Delta H_1 = -1271 kJ$

$C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$, $\Delta H_2 = -393/5 kJ$

$2Ca(s) + 2C(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2CaCO_3(s)$, $\Delta H_3 = -2414 kJ$

(۱) $26/7$ (۲) $49/4$ (۳) $112/4$ (۴) 178

محل انجام محاسبات

۸۶- کدام مورد درست است؟

- (۱) در فرایند ذوب یک ماده، نسبت به فرایند میعان همان ماده، انرژی بیشتری مبادله می‌شود.
- (۲) در یک واکنش با $Q > 0$ ، مجموع آنتالپی پیوندها، محتوای انرژی و پایداری واکنش دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است.
- (۳) همواره با تبادل گرما میان دو سامانه، دمای یکی از سامانه‌ها کاهش و دمای سامانه دیگر افزایش می‌یابد.
- (۴) در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی یک فرایند فیزیکی گرماگیر انجام می‌شود که اساس کار دستگاه است.
- ۸۷- واکنش موازنه نشده زیر در ظرفی درباز در حال انجام بوده و سرعت متوسط کاهش جرم مواد جامد $5/4$ گرم بر دقیقه است. اگر سرعت واکنش در طول مدت زمان انجام آن ثابت باشد، در مدت زمان 180 ثانیه، چند گرم KNO_3 ناخالص مصرف شده است؟ (درصد خلوص واکنش دهنده مصرف شده برابر با 60 درصد است. $K = 39, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

معادله واکنش موازنه شود $KNO_3(s) \rightarrow K_2O(s) + N_2(g) + O_2(g)$

(۱) $30/3$ (۲) $27/27$ (۳) $50/5$ (۴) $45/45$

- ۸۸- اگر تفاوت آنتالپی سوختن نمونه‌هایی از گازهای اتان و بوتان برابر با 1340 کیلوژول بوده و ارزش سوختی پروپان 50 کیلوژول بر گرم باشد، از سوختن $11/6$ گرم بوتان، چند کیلوژول انرژی آزاد می‌شود؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) 574 (۲) 306 (۳) 708 (۴) 612

- ۸۹- در رابطه با پلیمرهای مطرح شده، چند مورد از خانه‌های جدول زیر به درستی تکمیل نشده است؟ (مقدار $\frac{n.e}{p.e}$ معادل با نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی است.)

نام پلیمر	ساختار پلیمر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد / ویژگی پلیمر
پلی‌وینیل کلرید		۱	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون		۲	قابلیت انحلال در حلال‌های آلی
پلی‌استیرن		صفر	ماندگاری کم در طبیعت

(۴) ۵

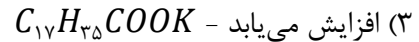
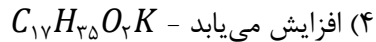
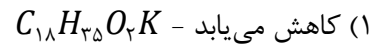
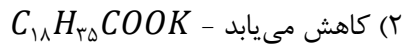
(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

محل انجام محاسبات

۹۰- در یک پاک کننده صابونی با کاتیون سدیم، زنجیره هیدروکربنی سیر شده، ۳۵ اتم هیدروژن دارد. اگر کاتیون این پاک کننده را با یون پتاسیم جایگزین کنیم، نقطه جوش آن چه تغییری می کند و فرمول شیمیایی پاک کننده جدید به چه صورت خواهد شد؟



۹۱- کدام مورد درست است؟ (همه ترکیب ها را سیر شده در نظر بگیرید.)

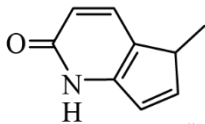
(۱) اگر در یک مولکول اتم اکسیژن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نباشد، این ماده به یقین آلدئید یا کتون است.

(۲) در ساختار هر ترکیب استری، به یقین بیشترین انرژی برای شکستن پیوند $C - C$ مصرف می شود.

(۳) میان اتم های سازنده ساده ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، هیچ دو پیوند اشتراکی یکسانی وجود ندارد.

(۴) در ساختار گروه عاملی استرها، اسیدهای آلی و اترها، اتم اکسیژنی وجود دارد که به دو اتم کربن متصل است.

۹۲- چند مورد از موارد زیر درباره مولکولی با ساختار داده شده، درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



الف: شمار اتم های هیدروژن آن با شمار اتم های هیدروژن مولکول نفتالن برابر است.

ب: گروه عاملی موجود در این ماده، با گروه عاملی مولکول اتیل آمین مشابه است.

پ: شمار اتم های کربن با عدد اکسایش مثبت، دو برابر شمار اتم های کربن با عدد اکسایش صفر است.

ت: شمار حلقه های کربنی این ماده آلی و مولکول ویتامین دی (D) با هم برابر است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۹۳- کدام مورد نادرست است؟

(۱) اساس توجیه خواص اسیدها و بازها طبق نظریه آرنیوس، افزایش غلظت یون های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ است.

(۲) در میان دو محلول اسیدی، همواره محلولی که شمار مول بیشتری از یون هیدرونیوم دارد، pH کمتری دارد.

(۳) با افزودن کلسیم اکسید به آب دریاچه ها، نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید کاهش می یابد.

(۴) رسانایی محلول مولار نیتریک اسید بیشتر از رسانایی محلول مولار نیترو اسید است.

۹۴- دو محلول اسید قوی HX و محلول اسید ضعیف HY ($\alpha = 0.2$)، با $pH = 1/5$ در اختیار داریم. اگر حجم هر

محلول ۲ لیتر باشد، تفاوت جرم اسید حل شده در محلول ها کدام است؟ ($HY = 40, HX = 20 : g.mol^{-1}$)

(۴) ۱۰/۸

(۳) ۵/۴

(۲) ۳/۶

(۱) ۱/۸

محل انجام محاسبات

۹۵- کدام مورد، عبارت زیر را به درستی تکمیل می کند؟

«..... محلول ، همانند محلول»

(۱) معادله یونش - هیدروفلوئوریک اسید - هیدروکلریک اسید، دوطرفه است

(۲) گونه های موجود در $HClN$ - لیتیم هیدروکسید، تنها از یون های آب پوشیده تشکیل شده اند

(۳) pH - سود سوزآور - شیشه پاک کن، بیشتر از pH نوشابه گازدار است

(۴) درجه یونش اسید موجود در - فورمیک اسید - هیدروبرمیک اسید، کمتر از یک است

۹۶- درباره سلول الکتروشیمیایی مقابل، کدام مورد درست است؟

(۱) در سلول الکترولیتی مقابل، الکترون ها در جهت (۲) و از سمت آند به کاتد حرکت می کنند.

(۲) اگر در نیم سلول نقره، غلظت Ag^+ به اندازه ۰/۴ مولار تغییر کند، غلظت یون Zn^{2+} به اندازه

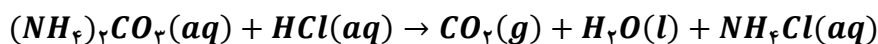
۰/۲ مولار کاهش می یابد.

(۳) در این سلول، آنیون ها در جهت (۱) و به سمت نیم سلول آندی حرکت می کنند.

(۴) برای محاسبه نیروی الکتروموتوری سلول، از رابطه $E^{\circ}(\text{کاتد}) - E^{\circ}(\text{آند}) = emf$ استفاده می شود.

۹۷- پس از موازنه معادله واکنش داده شده، تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب و مجموع ضرایب

استوکیومتری فراورده ها، کدام است؟



(۴) ۳

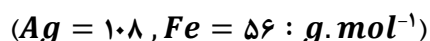
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۹۸- در یک سلول الکترولیتی، قاشق آهنی با فلز نقره آبکاری می شود. طی فرایند آبکاری، جرم قاشق به اندازه ۳۷/۸ گرم افزایش یافته است. اگر تعداد الکترون های مبادله شده در این واکنش، با الکترون های مبادله شده در سلول

گالوانی $Al - Cu$ برابر باشد، در قطب منفی سلول گالوانی به تقریب چند مول کاتیون تولید شده است؟



(۴) ۰/۱۱۷

(۳) ۰/۱۷۵

(۲) ۰/۴۵

(۱) ۰/۶۷۵

۹۹- در رابطه با ویژگی های مواد مولکولی، کدام موارد درست است؟

الف: در مولکول های آب، گوگرد دی اکسید و کربونیل سولفید، اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد.

ب: شمار جفت الکترون های ناپیوندی در ساختار لوویس مولکول های کربن دی اکسید و گوگرد تری اکسید برابر است.

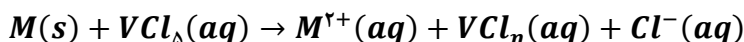
پ: مولکول کربن مونوکسید همانند مولکول هیدروژن سولفید، در میدان الکتریکی جهت گیری می کند.

ت: شمار جفت الکترون های پیوندی مولکول اوزون، با شمار جفت الکترون های پیوندی مولکول نیتروژن برابر است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۱۰۰- در واکنش زیر، ۱۲۰ گرم فلز M با درصد خلوص ۷۵٪ مصرف شده است. با توجه به مقادیر متفاوت n ، کدام گزینه

می تواند مقدار مول وانادیم (V) کلرید مصرف شده در این واکنش باشد؟ ($M = 60 g.mol^{-1}$)



(۴) ۳/۲

(۳) ۱/۵

(۲) ۴

(۱) ۰/۸

محل انجام محاسبات

۱۰۱- به ترتیب، کدام یک از تغییرات زیر، تعادل گازی $CH_4(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO(g) + H_2(g)$ ($\Delta H > 0$) را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند و کدام مورد باعث افزایش مقدار ثابت تعادل می‌شود؟ (معادله واکنش موازنه شود).

الف: تغییر حجم سامانه از ۲ لیتر به ۴ لیتر

ب: افزودن مقداری از واکنش‌دهنده قطبی به ظرف واکنش

پ: تغییر دما از 230K به 20°C

ت: افزایش دو برابری فشار سامانه

(۱) «ت» - «الف» (۲) «ت» - «پ» (۳) «ب» - «پ» (۴) «ب» - «الف»

۱۰۲- کدام مورد درست است؟

(۱) پلی‌اتیلن ترفتالات، پلیمری زیست‌تخریب‌پذیر بوده و بازیافت آن فقط به کمک فرایندهای شیمیایی امکان‌پذیر است.

(۲) ذرات منگنز موجود در محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات، در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، اکسایش می‌یابد.

(۳) گروه عاملی موجود در ساختار پلی‌اتیلن ترفتالات، در ساختار ویتامین (ث) و عامل بو و طعم آناناس نیز یافت می‌شود.

(۴) تنها با افزایش دمای مخلوط واکنش در فرایند تبدیل پارازیلین به ترفتالیک اسید، واکنش به بازدهی مطلوبی می‌رسد.

۱۰۳- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، کدام مورد نادرست است؟

I) $CH_3NH_2(g) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + H_2O(l) + CO_2(g)$ معادله واکنش‌ها موازنه شود

II) $Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) + C(s) \rightarrow P_4(g) + CaSiO_3(l) + CO(g)$

(۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (I)، سه برابر تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (II) است.

(۲) مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (I)، کمتر از مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II) است.

(۳) به ازای مصرف ۴/۸ مول از واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (I)، ۳/۹ مول فراورده تولید می‌شود.

(۴) نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی شرکت‌کننده در دو واکنش به مجموع ضرایب استوکیومتری مواد جامد شرکت‌کننده در دو واکنش، بیشتر از یک است.

۱۰۴- دو محلول ۸۰٪ جرمی و ۶۰٪ جرمی منیزیم سولفات با هم مخلوط می‌شوند. اگر جرم محلول اول، ۳ برابر جرم محلول

دیگر باشد، درصد جرمی یون منیزیم در محلول نهایی کدام است؟ ($S = 32, Mg = 24, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۷۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

۱۰۵- کدام مورد درست است؟

(۱) شربت معده، همانند یک نمونه از ژله، نمونه‌ای از سوسپانسیون است.

(۲) در مخلوطی از چند ماده که پایدار باید، مسیر عبور نور قطعاً به خوبی دیده می‌شود.

(۳) در محلول‌های گازی، همواره حجم حلال بیشتر از حجم حل‌شونده است.

(۴) با دو برابر کردن مقدار حل‌شونده در یک محلول آبی، درصد جرمی آن دقیقاً دو برابر می‌شود.

محل انجام محاسبات



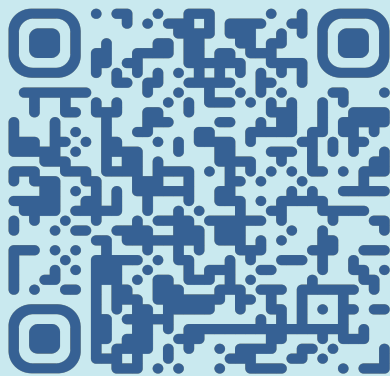
دفترچه پاسخ

جامع شبیه ساز کنکور سراسری



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۸



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۵

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیعی زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان مهرداد اسپیدکار	حسین شفیعی زاده - مهرداد کیوان - نوید یکتا کیوان دارابی - مهرداد اسپیدکار	محسن جواهری - حمیدرضا ولی پور علیرضا ملک حسینی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	مجید رجبی وندچالی - سعید احمدی - سارا قانع احسان ایرانی - محسن قندچلر - مهدی پارسا مهدی یوسفی - محمد باغبان - محمد جواد سورچی	محمد جواد سورچی علیرضا تقی زاده
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - بنیامین بهرامی محمد کهنه پوشی	فرهنگ امیری - عالیہ میرزایی بنامین بهرامی

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش آموزان عزیز ماز
ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون هامون
توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...
- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟
+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	مباحث	تعداد سوال
حسابان	حسابان ۲ حسابان ۱ ریاضی ۱	جبر و معادله‌ها و نامعادله‌ها، مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا	۵
		تابع	۲
		توابع نمایی و لگاریتمی	۱
		مثلثات	۴
		حد و پیوستگی	۳
		مشتق	۲
		کاربردهای مشتق	۳
هندسه	هندسه ۱	ترسیم‌های هندسی و استدلال	۰
		قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن	۱
		چندضلعی‌ها	۲
		تجسم فضایی	۰
		دایره	۱
		تبدیل‌های هندسی و کاربردها	۱
		روابط طولی در مثلث	۱
		ماتریس و کاربردها	۲
		آشنایی با مقاطع مخروطی	۱
		بردارها	۱
هندسه	هندسه ۲	آشنایی با مبانی ریاضیات	۲
		احتمال	۲
		آمار توصیفی	۱
		آمار استنباطی	۰
		آشنایی با نظریه اعداد	۲
		گراف و مدل‌سازی	۱
		ترکیبیات (شمارش)	۲
		آمار و احتمال	۲
		آمار توصیفی	۱
		آمار استنباطی	۰
گسسته و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	آشنایی با مبانی ریاضیات	۲
		احتمال	۲
		آمار توصیفی	۱

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- مقادیر $a, 2a+1, 5a$ به ترتیب جملات دوم، چهارم و نهم یک دنباله حسابی هستند. جمع پانزده جمله ابتدایی دنباله کدام است؟

(۴) ۵۷۵

(۳) ۵۲۵

(۲) ۴۹۵

(۱) ۴۶۵

(متوسط - جبر و معادله - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

جمله عمومی دنباله حسابی $t_n = t_1 + (n-1)d$ می باشد، بنابراین:

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 + d = a \\ t_3 &= t_1 + 2d = 2a + 1 \\ t_4 &= t_1 + 3d = 5a \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} (t_1 + 2d) - (t_1 + d) &= (2a + 1) - a \Rightarrow 2d = a + 1 \quad (I) \\ (t_1 + 3d) - (t_1 + 2d) &= (5a) - (2a + 1) \Rightarrow d = 3a - 1 \quad (II) \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} 2d = a + 1 \\ d = 3a - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ d = 4 \end{cases} \xrightarrow{t_1 + d = a} t_1 + 4 = 7 \Rightarrow t_1 = 3$$

بنابراین مجموع ۱۵ جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2t_1 + (n-1)d) \xrightarrow{t_1=3, d=4} S_{15} = \frac{15}{2}(2 \times 3 + (15-1) \times 4) = \frac{15}{2} \times 62 = 15 \times 31 = 465$$

از دنباله حسابی بدانید

(۱) جمله عمومی دنباله حسابی به فرم $t_n = t_1 + (n-1)d$ می باشد که در آن t_1 جمله اول و d قدرنسبت است.

(۲) مجموع n جمله اول دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n = t_1 + t_2 + \dots + t_n = \frac{n}{2}[t_1 + t_n] = \frac{n}{2}[2t_1 + (n-1)d]$$

گروه آموزشی ماز

۲- مجموعه جواب نامعادله $|x|(2x+1) < 4-x$ بازه $(-\infty, \alpha)$ می باشد. حداکثر مقدار α کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - معادله ها و نامعادله ها - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

نامعادله را در دو حالت $x \geq 0$ و $x < 0$ بررسی می کنیم، ببینید:

$$x \geq 0 \Rightarrow x(2x+1) < 4-x \Rightarrow 2x^2 + x < 4-x \Rightarrow 2x^2 + 2x - 4 < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -2 < x < 1 \xrightarrow{\cap x \geq 0}]0, 1)$$

$$x < 0 \Rightarrow -x(2x+1) < 4-x \Rightarrow -2x^2 - x < 4-x \Rightarrow -2x^2 < 4 \xrightarrow{\text{بدیهی است به ازای هر } x \in \mathbb{R} \text{ برقرار است}} (-\infty, 0)$$

در آخر بین جواب ها در دو حالت اجتماع می گیریم، ببینید:

$$\text{مجموعه جواب نامعادله} = (-\infty, 0) \cup]0, 1) = (-\infty, 1)$$

پس حداکثر مقدار α برابر ۱ است.

گروه آموزشی ماز

۳- رأس سهمی $f(x) = kx^2 + 4x + 6$ روی خط $y = -3x + 7$ واقع شده است. عرض رأس سهمی چه عددی است؟

(۴) ۵/۶

(۳) -۴/۸

(۲) -۷/۲

(۱) ۶/۴

(متوسط - جبر و معادله - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

مختصات رأس سهمی را محاسبه می کنیم، ببینید:

$$f(x) = kx^2 + 4x + 6 \Rightarrow S \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2k} = -\frac{2}{k} \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16-24k}{4k} = 6 - \frac{4}{k} \end{cases}$$

نقطه رأس سهمی روی خط $y = -3x + 7$ قرار دارد، پس:

$$y = -3x + 7 \xrightarrow{S(-\frac{2}{k}, 6 - \frac{4}{k})} 6 - \frac{4}{k} = -3(-\frac{2}{k}) + 7 \Rightarrow 6 - \frac{4}{k} = \frac{6}{k} + 7 \Rightarrow \frac{10}{k} = -1 \Rightarrow k = -10$$

پس مختصات رأس سهمی به صورت $S(\frac{1}{5}, \frac{32}{5})$ می باشد که عرض آن همان $\frac{32}{5}$ یا $6\frac{2}{5}$ است.

در سهمی به فرم $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) مختصات نقطه رأس (S) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$S \left\{ \begin{array}{l} \text{طول نقطه رأس} \\ -\frac{b}{2a} \\ \text{عرض نقطه رأس} \\ f(-\frac{b}{2a}) = -\frac{\Delta}{4a} \end{array} \right.$$

گروه آموزشی ماز

۴- a عدد طبیعی و یک رقمی است. اگر جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ عددی صحیح باشد، جمع مقادیر ممکن برای x چه عددی است؟

(۴) ۵۵

(۳) ۳۰

(۲) ۱۴

(۱) ۵

(متوسط - جبر و معادله - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

تغییری در ظاهر معادله ایجاد می‌کنیم، ببینید:

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ a - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \leq a^2 \end{cases} \rightarrow a \leq x \leq a^2$$

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \Rightarrow x-a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \xrightarrow{a \neq 0} \sqrt{x} = \frac{a+1}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$$

بنابراین:

چون x عددی صحیح است، پس باید a عددی فرد باشد، ببینید:

a	۱	۳	۵	۷	۹
x	۱	۴	۹	۱۶	۲۵

$$1+4+9+16+25=55$$

همه مقادیر x قابل قبول هستند، پس مجموع مقادیر x برابر است با:

گروه آموزشی ماز

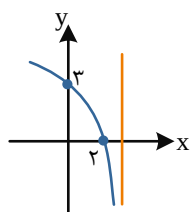
۵- نمودار تابع $f(x) = a + \log_p^{(bx+c)}$ به شکل مقابل است. مقدار $\log_p^{yc}$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) -۴

(۴) $-\frac{1}{4}$



(متوسط - توابع نمایی و لگاریتمی - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار $f(2) = 0$ و $f(0) = 3$ می‌باشد، پس:

$$f(2) = 0 \Rightarrow a + \log_p^{(2b+c)} = 0 \Rightarrow 2b+c = 2^{-a}$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow a + \log_p^c = 3 \Rightarrow \log_p^c = 3-a \Rightarrow c = 2^3 \times 2^{-a}$$

$$2b+c = 2^{-a} \xrightarrow{c=8 \times 2^{-a}} 2b+8 \times 2^{-a} = 2^{-a} \Rightarrow 2b = -7 \times 2^{-a} \Rightarrow b = -\frac{7}{2} \times 2^{-a}, c = 8 \times 2^{-a}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{-\frac{7}{2} \times 2^{-a}}{8 \times 2^{-a}} = \frac{-7}{16} \Rightarrow \frac{-b}{7c} = \frac{1}{16} \Rightarrow \log_p^{(-b/7c)} = \log_p^{1/16} = -4$$

گروه آموزشی ماز

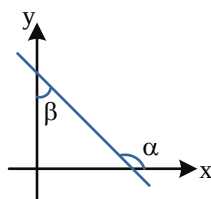
۶- در شکل مقابل، $\cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ می‌باشد. مقدار $\tan 2\alpha$ چه عددی است؟

(۱) $-2\sqrt{5}$

(۲) $-4\sqrt{5}$

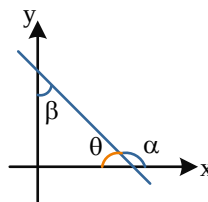
(۳) $4\sqrt{5}$

(۴) $2\sqrt{5}$



با توجه به شکل، توجه کنید β و θ زوایای متمم و α مکمل هستند، پس:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{متم } \theta, \beta} \cos \beta = \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} & \xrightarrow{\text{مکمل } \theta, \alpha} \sin \alpha = \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{9}{5} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}} \\ \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \times (-\frac{\sqrt{5}}{2})}{1 - (-\frac{\sqrt{5}}{2})^2} = \frac{-\sqrt{5}}{1 - \frac{5}{4}} = \frac{-\sqrt{5}}{-\frac{1}{4}} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$



پس $\tan \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{2}$ می‌باشد و داریم:

زوایای متمم

اگر α و β دو زاویه متمم باشند، آنگاه:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta \\ \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

زوایای مکمل

اگر α و β دو زاویه مکمل باشند، آنگاه:

$$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta \\ \cos \alpha = -\cos \beta \\ \tan \alpha = -\tan \beta \\ \cot \alpha = -\cot \beta \end{cases}$$

نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر زاویه

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \begin{cases} 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases} \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}, \quad \cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۷- مقدار عبارت $A = \sin 15^\circ (1 + \tan 15^\circ \times \tan 7/5^\circ)$ کدام است؟

(۴) $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $2 - \sqrt{3}$

(۱) $1 + \sqrt{3}$

بهتر است در ابتدا حاصل عبارت $A = \sin x (1 + \tan x \times \tan \frac{x}{2})$ را ساده کنیم، ببینید:

$$A = \sin x (1 + \frac{\sin x \sin \frac{x}{2}}{\cos x \cos \frac{x}{2}}) = \sin x (\frac{\cos x \cos \frac{x}{2} + \sin x \sin \frac{x}{2}}{\cos x \cos \frac{x}{2}}) = \sin x \times \frac{\cos(x - \frac{x}{2})}{\cos x \cos \frac{x}{2}} = \tan x$$

پس حاصل عبارت $A = \sin 15^\circ (1 + \tan 15^\circ \times \tan 7/5^\circ)$ برابر با $\tan 15^\circ$ است، ببینید:

$$\begin{aligned} \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}, \quad \cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \\ \tan^2 15^\circ = \frac{\sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ} = \frac{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}}{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})} = (2 - \sqrt{3})^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

بنابراین:



تذکره: برای محاسبه $\tan 15^\circ$ به عنوان روش دوم می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم، ببینید:

$$\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \times \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} =$$

$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \times \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})^2}{9 - 3} = \frac{9 + 3 - 6\sqrt{3}}{6} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

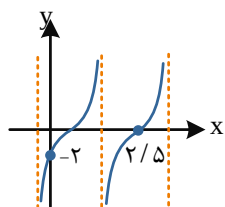
نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زاویه

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

گروه آموزشی ماز



۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \tan(bx - \frac{\pi}{4})$ در شکل روبه رو آمده است. مقدار ba کدام است؟

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۱) π

(۴) $\frac{\pi}{8}$

(۳) $\frac{\pi}{5}$

(متوسط - مثلثات - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار $f(0) = -2$ و $f(2/5) = 0$ می‌باشد، پس:

$$f(0) = -2 \Rightarrow a \tan(-\frac{\pi}{4}) = -2 \Rightarrow a \times (-1) = -2 \Rightarrow a = 2$$

$$f(2/5) = 0 \Rightarrow f(2/5) = 2 \tan(2/5b - \frac{\pi}{4}) = 0 \Rightarrow 2/5b - \frac{\pi}{4} = k\pi \Rightarrow 2/5b - \frac{\pi}{4} = 0, \pi$$

دومین ریشه قبول است

$$\Rightarrow \frac{2}{5}b = \pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2}{5}b = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow b = \frac{\pi}{2}$$

پس $a \times b$ برابر با $2 \times \frac{\pi}{2}$ یعنی π می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۹- جمع جواب‌های مشترک دو معادله $\cos 2x + \sin x = 0$ و $\sin 2x + \cos x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چه عددی است؟

(۴) $\frac{7\pi}{2}$

(۳) 3π

(۲) $\frac{5\pi}{2}$

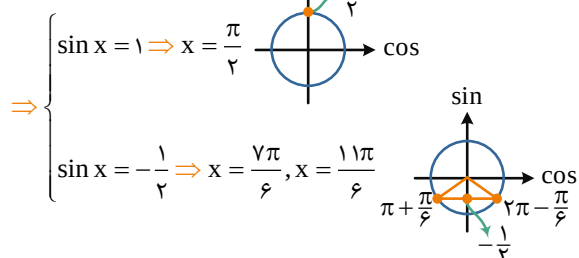
(۱) 4π

(متوسط - مثلثات - محاسباتی - ۱۴۰۲)

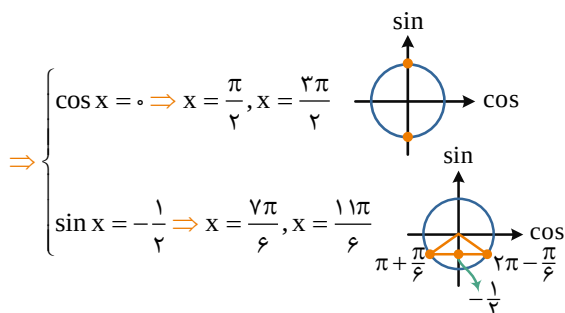
پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

$$\cos 2x + \sin x = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x + \sin x + 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\sin 2x + \cos x = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cos x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (2 \sin x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}$$

پس جواب‌های مشترک دو معادله $x = \frac{\pi}{2}$ ، $x = \frac{7\pi}{6}$ و $x = \frac{11\pi}{6}$ هستند که مجموع آن‌ها برابر است با:

روش دوم:

$$\cos 2x + \sin x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \\ 2x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \end{cases}$$

k	۰	۱	۲	۳	۴
x	$\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$	x
	✓ x	x ✓	تکراری x ✓	x ✓	

$$\sin 2x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\sin 2x \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x = 2k\pi + x \\ \frac{\pi}{2} + 2x = 2k\pi - x \end{cases}$$

k	۰	۱	۲	۳	۴
x	$-\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$	x
	x ✓	x ✓	x ✓	x ✓	

$$\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}$$

جواب‌های مشترک دو معادله $x = \frac{\pi}{2}$ ، $x = \frac{7\pi}{6}$ و $x = \frac{11\pi}{6}$ هستند که مجموع آن‌ها برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۰- به ازای کدام مقدار a ، نمودار وارون تابع $f(x) = 4x + 2\sqrt{x+3a}$ خط $4y - 2x = 0$ را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند؟

$$\frac{9}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{57}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{57}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

(متوسط - اعمال روی توابع - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

اگر عرض نقطه برخورد خط $4y - 2x = 0$ و نمودار تابع $f^{-1}(x)$ برابر ۱- باشد، طول نقطه برخورد برابر است با:

$$4y - 2x = 0 \Rightarrow -4 - 2x = 0 \Rightarrow x = -2$$

↓
-۱

پس تابع $f^{-1}(x)$ و خط $4y - 2x = 0$ در نقطه $A(-2, -1)$ برخورد دارند و می‌توان گفت این نقطه روی تابع $f^{-1}(x)$ نیز قرار دارد، بنابراین نقطه $A'(-1, -2)$ روی خود تابع $f(x)$ است و داریم:

$$f(-1) = -2 \Rightarrow -4 + 2\sqrt{-1+3a} = -2 \Rightarrow 2\sqrt{-1+3a} = 2 \Rightarrow \sqrt{-1+3a} = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

اگر $f^{-1}(x)$ معکوس تابع $f(x)$ باشد، آن گاه:

$$A' \begin{vmatrix} \beta \\ \alpha \end{vmatrix} \in f^{-1} \Leftrightarrow A \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} \in f$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- هرگاه $f(x) = \frac{4x}{x+2}$ و $g(x) = \frac{4x}{5x-2}$ باشد، مقدار $g^{-1}(1)$ چه عددی است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

اگر فرض کنیم $g^{-1}(1) = \alpha$ ، آن گاه $g(\alpha) = 1$ است، بنابراین:

$$f(g(x)) = \frac{4x}{5x-2} \Rightarrow f(g(\alpha)) = \frac{4\alpha}{5\alpha-2} \Rightarrow f(1) = \frac{4\alpha}{5\alpha-2}$$

$$\frac{4\alpha}{5\alpha-2} = \frac{4}{3} \Rightarrow 2\alpha - 1 = 12\alpha \Rightarrow 10\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{10}$$

با توجه به این که $f(1) = \frac{4}{3}$ می باشد، می توان گفت:

بنابراین $g^{-1}(1) = \frac{1}{10}$ می باشد.

روش دوم:

ابتدا تابع $g(x)$ را محاسبه می کنیم، ببینید:

$$f(g(x)) = f\left(\frac{4x}{5x-2}\right) = \frac{4\left(\frac{4x}{5x-2}\right)}{5\left(\frac{4x}{5x-2}\right) - 2} = \frac{16x}{20x - 10x + 4} = \frac{16x}{10x + 4} = \frac{4x}{2.5x + 1}$$

$$2.5xg(x) - g(x) = x \Rightarrow g(x) = \frac{x}{2.5x - 1}$$

با فرض $g^{-1}(1) = \alpha$ داریم $g(\alpha) = 1$ ، بنابراین:

$$g(\alpha) = 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2.5\alpha - 1} = 1 \Rightarrow 2.5\alpha - 1 = \alpha \Rightarrow 1.5\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- حاصل ضرب حد راست و حد چپ تابع $f(x) = \frac{2x + [3x]}{x^2 - [-2x]}$ در $x = 2$ چه عددی است؟

$\frac{9}{8}$ (۴)

$\frac{8}{9}$ (۳)

$\frac{5}{9}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

(متوسط - حد و پیوستگی - محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x + [3x]}{x^2 - [-2x]} = \frac{2 \times 2 + [6^+]}{2^2 - [(-4)^-]} = \frac{4 + 6}{4 + 5} = \frac{10}{9} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x + [3x]}{x^2 - [-2x]} = \frac{2 \times 2 + [6^-]}{2^2 - [(-4)^+]} = \frac{4 + 5}{4 + 4} = \frac{9}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{10}{9} \times \frac{9}{8} = \frac{5}{4}$$

رابطه جزء صحیح و حد

در محاسبه حد، اگر x درون و بیرون براکت قرار داشته باشد، ابتدا حاصل براکت را به دست آورده و بعد به محاسبه حد می پردازیم.

گروه آموزشی ماز

۱۳- هرگاه تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + \left[\frac{x}{2}\right]}$ در بازه $(0, 6)$ پیوسته باشد، مقدار $f(-2)$ چه عددی است؟

-۵ (۴)

$-\frac{18}{5}$ (۳)

$-\frac{16}{5}$ (۲)

-۶ (۱)

تابع $f(x)$ را به صورت $f(x) = (ax^2 + bx + 6) \times \frac{1}{2x + \left[\frac{x}{2}\right]}$ می‌نویسیم، تابع $y = \frac{1}{2x + \left[\frac{x}{2}\right]}$ در نقاط $x = 2$ و $x = 4$ در بازه $(0, 6)$ ناپیوسته است، زیرا درون

براکت عدد صحیح می‌شود، حال $f(x)$ به شرطی در $x = 2$ و $x = 4$ پیوسته است که تابع $y = ax^2 + bx + 6$ در $x = 2$ و $x = 4$ صفر شود، پس:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{x=2} a \times 2^2 + b \times 2 + 6 = 0 &\Rightarrow 4a + 2b = -6 \\ \xrightarrow{x=4} a \times 4^2 + b \times 4 + 6 = 0 &\Rightarrow 16a + 4b = -6 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{9}{2} \\ a = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x + 6\right) \times \frac{1}{2x + \left[\frac{x}{2}\right]}$$

حاصل $f(-2)$ برابر می‌شود با:

$$f(-2) = \left(\frac{3}{4} \times (-2)^2 - \frac{9}{2} \times (-2) + 6\right) \times \frac{1}{2 \times (-2) + \left[-\frac{2}{2}\right]} = 18 \times \frac{1}{-4-1} = -\frac{18}{5}$$

پیوستگی و براکت همیشه به ترکیب خفن

اگر در بررسی پیوستگی تابع $y = f(x)[g(x)]$ در نقطه $x = a$ داخل براکت عدد صحیح ایجاد شود $(g(a) \in \mathbb{Z})$ تابع پیوسته نیست، اما اگر در $x = a$ عبارت پشت براکت یعنی $f(x)$ صفر شود، تابع در این نقطه پیوسته خواهد بود.

به عنوان مثال

تابع $y = [x]$ در $x = 2$ پیوسته نیست، اما تابع $y = (x-2)[x]$ در این نقطه پیوسته است، زیرا $x = 2$ عبارت پشت براکت را صفر می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $g(x) = \frac{x-1}{3x+1}$ و $f(x) = \frac{1}{x^2+4x}$ باشد، تعداد خطوط مجانب تابع $y = \text{gof}(x)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ابتدا تابع $y = \text{gof}(x)$ را تشکیل می‌دهیم و بعد تعداد خطوط مجانب را به دست می‌آوریم:

$$y = \text{gof}(x) = \frac{f(x)-1}{3f(x)+1} = \frac{\frac{1}{x^2+4x}-1}{\frac{3}{x^2+4x}+1} = \frac{-x^2-4x+1}{x^2+4x+3} \Rightarrow \text{gof}(x) = \frac{-x^2-4x+1}{(x+1)(x+3)}$$

$x=-1 \quad x=-3$

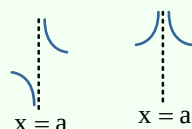
$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \text{gof}(x) &= \infty \\ \lim_{x \rightarrow -3} \text{gof}(x) &= \infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{خطوط } x = -1 \text{ و } x = -3 \text{ مجانب‌های قائم تابع } y = \text{gof}(x) \text{ هستند.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \text{gof}(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2-4x+1}{(x+1)(x+3)} = -1 \quad \text{خط } y = -1 \text{ مجانب افقی تابع است.}$$

تابع $y = \text{gof}(x)$ دارای ۲ مجانب قائم $x = -1$ و $x = -3$ و یک مجانب افقی $y = -1$ است، پس ۳ خط مجانب دارد.

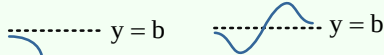
مجاانب قائم

فرض کنید f در حداقل یک همسایگی (چپ یا راست) a تعریف شده باشد، خط $x = a$ را مجانب قائم تابع f می‌نامیم، هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$ یا $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$



برای به دست آوردن مجانب‌های قائم تابع کسری f ، ریشه‌های مخرج کسر را به دست می‌آوریم به شرطی که صورت را صفر نکنند و در حداقل یک همسایگی آن تابع تعریف شود.

مجاانب افقی



خط $y = b$ را مجانب افقی تابع f می‌نامیم، هرگاه: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$

گروه آموزشی ماز

۱۵- با فرض آن که $f(x) = \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{2 + \sin 2x}$ باشد، حاصل $f''(\frac{\pi}{12})$ چه عددی است؟

(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(متوسط - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تابع را ساده می‌کنیم و بعد دوبار از آن مشتق می‌گیریم.

$$f(x) = \frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{2 + \sin 2x} = \frac{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x)}{2 + 2 \sin x \cos x} = \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{2(1 + \sin x \cos x)}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(\sin x - \cos x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}(\cos x + \sin x) \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2}(-\sin x + \cos x)$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2}(\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(x + \frac{\pi}{4})$$

$$f''(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

پس حاصل $f''(\frac{\pi}{12})$ برابر است با:

ساده‌سازی و مشتق‌گیری

اگر بخواهیم مشتق تابع را در نقطه‌ای مانند $x = a$ محاسبه کنیم می‌توانیم ابتدا تابع را ساده کنیم و بعد مشتق بگیریم.

گروه آموزشی ماز

۱۶- امتداد خط مماس بر نمودار $f(x) = \frac{3-x}{x+2}$ محور yها را در نقطه‌ای به عرض -۱ قطع می‌کند. عرض نقطه تماس کدام است؟

(۴) $\frac{y}{2}$

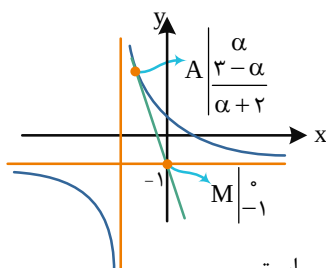
(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(متوسط - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



شکل فرضی:

اگر α طول نقطه تماس باشد، عرض آن $\frac{3-\alpha}{\alpha+2}$ خواهد بود، بنابراین:

خط مماس از نقطه تماس یعنی A و نقطه برخورد با محور yها یعنی M می‌گذرد، پس شیب AM همان شیب خط مماس است.

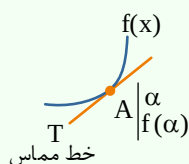
از طرفی، شیب خط مماس برابر مشتق تابع در نقطه تماس است، پس:

$$m_{AM} = f'(\alpha) \Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-5}{(\alpha+2)^2} \Rightarrow \frac{-5}{(\alpha+2)^2} = \frac{\frac{3-\alpha}{\alpha+2} + 1}{\alpha} \Rightarrow (\frac{3-\alpha}{\alpha+2} + 1)(\alpha+2)^2 = -5\alpha$$

$$\Rightarrow (\frac{3-\alpha+\alpha+2}{\alpha+2}) \times (\alpha+2)^2 = -5\alpha \Rightarrow \frac{5}{(\alpha+2)} \times (\alpha+2)^2 = -5\alpha \Rightarrow \alpha+2 = -\alpha \Rightarrow \alpha = -1$$

بنابراین A نقطه تماس بوده و عرض نقطه تماس ۴ می‌باشد.

خط مماس بر منحنی



$$m_T = f'(\alpha)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y - f(\alpha) = f'(\alpha)(x - \alpha)$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر در $x = -1$ خطی مماس بر منحنی $f(x) = (x - 2\alpha)^2(x + \alpha)$ رسم کنیم این خط مماس در همان نقطه از منحنی عبور می کند. طول ماکزیمم نسبی تابع کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) ۴

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

در نقطه عطف، خط مماس از تابع می گذرد، پس $x = -1$ طول نقطه عطف است، بنابراین: $f''(-1) = 0$

$$f'(x) = 2(x - 2\alpha)(x + \alpha) + (x - 2\alpha)^2 = (x - 2\alpha)(2x + 2\alpha + x - 2\alpha) \Rightarrow f'(x) = 3x(x - 2\alpha)$$

$$f''(x) = 3(x - 2\alpha) + 3x \Rightarrow f''(-1) = 3(-1 - 2\alpha) + 3 = 0 \Rightarrow -6\alpha - 6 = 0 \Rightarrow \alpha = -1$$

برای محاسبه طول نقطه ماکزیمم نسبی باید ریشه های $f'(x)$ را به دست آورده و آن را تعیین علامت کنیم. ببینید:

$$f'(x) = 3x(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

پس طول نقطه max نسبی برابر -۲ است.

روش دوم:

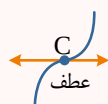
در تابع $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$ طول نقطه عطف برابر $x = \frac{a+b+c}{3}$ می باشد، پس:

$$f(x) = (x - 2\alpha)^2(x + \alpha) = (x - 2\alpha)(x - 2\alpha)(x + \alpha) \Rightarrow \text{طول نقطه عطف} = \frac{2\alpha + 2\alpha - \alpha}{3} = -1 \Rightarrow \alpha = -1$$

ادامه روند حل سوال مانند روش اول می باشد.

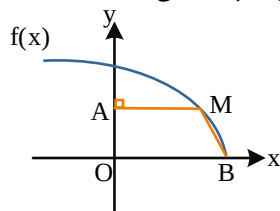
نقطه عطف و خط مماس

خط مماس تنها در نقطه عطف از نمودار عبور می کند.



گروه آموزشی ماز

۱۸- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{12 - 2x}$ و دوزنقه محاط شده در آن در شکل مقابل نمایش داده شده است. بیشترین مساحت دوزنقه چه عددی است؟



(۱) $16\sqrt{2}$

(۲) $12\sqrt{2}$

(۳) $8\sqrt{2}$

(۴) $9\sqrt{2}$

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

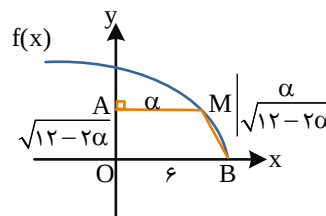
نقطه M روی منحنی است، پس می توانیم مختصات آن را به صورت $M\left(\frac{\alpha}{\sqrt{12-2\alpha}}, \alpha\right)$ در نظر بگیریم، بنابراین:

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{(\alpha + \alpha) \times \sqrt{12 - 2\alpha}}{2} \Rightarrow 0 < \alpha < 6$$

$$S' = \frac{1}{2} \left(1 \times \sqrt{12 - 2\alpha} + \frac{-2}{2\sqrt{12 - 2\alpha}} \times (\alpha + \alpha) \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{12 - 2\alpha - (\alpha + \alpha)}{\sqrt{12 - 2\alpha}} \right) = \frac{6 - 3\alpha}{2\sqrt{12 - 2\alpha}}$$

$$S'(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = 2$$

$$\max(S) = \frac{(\alpha + 2) \times \sqrt{12 - 4}}{2} = 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$



گروه آموزشی ماز

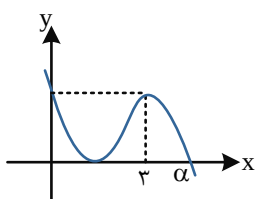
۱۹- نمودار تابع $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + 4$ شکل مقابل است. مقدار α کدام است؟

(۱) ۴/۵

(۲) ۶/۵

(۳) ۴

(۴) ۶



با توجه به نمودار $f(0) = f(3) = 0$ و $f'(3) = 0$ است، پس:

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow f(3) = 4 \Rightarrow f(3) = -27 + 9a + 3b + 4 = 4 \Rightarrow 9a + 3b = 27 \Rightarrow 3a + b = 9 \\ f'(x) = -3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = -27 + 6a + b = 0 \Rightarrow 6a + b = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -9 \end{cases}$$

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ می‌باشد و داریم:

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4 \xrightarrow[\text{عبارت بر } x-1 \text{ بخش پذیر است}]{\text{مجموع ضرایب صفر است}} f(x) = (x-1)(-x^2 + 5x - 4) \Rightarrow f(x) = -(x-1)(x-1)(x-4)$$

α ریشه بزرگ‌تر $f(x)$ است و مقدار آن برابر است با:

$$\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \Rightarrow \alpha = 4 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲۰ - اگر $x + \frac{1}{x} = -3$ باشد، حاصل $P = x^6 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) $-\frac{1}{3}$

(۱) ۱

دو طرف تساوی $P = x^6 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1$ را بر x^2 تقسیم می‌کنیم، ببینید:

$$\frac{P}{x^2} = x^4 + 2x - 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = (-3)^2 - 2 + 2(-3) - 1 = 0$$

حاصل $\frac{P}{x^2} = 0$ شده، پس $P = 0$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۱ - شعاع دایره محیطی یک مثلث متساوی‌الاضلاع ۲ است. شعاع دایره محاطی خارجی آن کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) ۲

طبق درسنامه در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a داریم:

$$\text{شعاع دایره محیطی} = \frac{4S}{3a} = 2 \Rightarrow \frac{S}{a} = \frac{3}{2}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی خارجی} = \frac{2S}{a} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

دوایر محاطی و محیطی در مثلث متساوی‌الاضلاع

در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a داریم:

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی} = \frac{2S}{3a}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی خارجی} = \frac{2S}{a}$$

$$\text{شعاع دایره محیطی مثلث} = \frac{4S}{3a}$$

تمرین

درستی روابط بالا را بررسی و اثبات کنید.

سوال منتخب

در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $7\sqrt{2}$ ، شعاع دایره محیطی چند برابر شعاع دایره محاطی خارجی است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) ۲

(۱) $\frac{2}{3}$

گروه آموزشی ماز

۲۲- نقاط $A(6, 6)$ و $D(4, -9)$ در دستگاه مختصات مفروض اند. نقاط B و C روی محور y ها و به فاصله ۳ واحد از یکدیگر به گونه ای قرار دارند که $AB + CD$ کمترین مقدار ممکن را داراست. حاصل ضرب عرض نقاط B و C کدام است؟

(۴) $6/0.8$

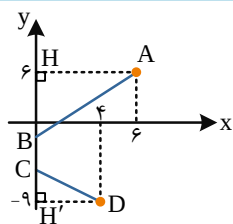
(۳) $6/16$

(۲) $5/0.4$

(۱) $5/0.2$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - تبدیل های هندسی و کاربردها - مفهومی - ۱۱۰۲)



برای این که $AB + CD$ کمترین مقدار ممکن را دارا باشد، باید دو مثلث AHB و CDH' متشابه باشند. پس:

$$\triangle AHB \sim \triangle CDH' \Rightarrow \frac{AH}{DH'} = \frac{BH}{CH'} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{BH}{CH'} \Rightarrow BH = \frac{3}{2} CH'$$

چون $HH' = 15$ و $BC = 3$ می باشد، پس $BH + CH' = 12$ می باشد و داریم:

$$BH + CH' = 12 \Rightarrow \frac{3}{2} CH' + CH' = 12 \Rightarrow \frac{5}{2} CH' = 12 \Rightarrow CH' = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\Rightarrow BH = 7.2 \Rightarrow \begin{cases} B(0, -7.2) \\ C(0, -4.2) \end{cases}$$

$$y_B \times y_C = -7.2 \times -4.2 = 30.24$$

حاصل $y_B \times y_C$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۳- در مثلث ABC به اضلاع 7 و 10 و $\sqrt{19}$ طول میانه وارد بر ضلع بزرگ تر کدام است؟

(۴) 7

(۳) 5

(۲) 4

(۱) 3

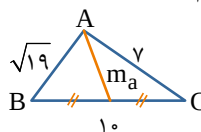
(متوسط - روابط طولی در مثلث - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

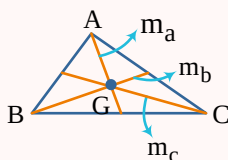
میانه وارد بر ضلع BC به طول 10 را می خواهیم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow \sqrt{19}^2 + 7^2 = 2m_a^2 + \frac{10^2}{2} \Rightarrow 19 + 49 = 2m_a^2 + 50$$

$$\Rightarrow 2m_a^2 = 18 \Rightarrow m_a^2 = 9 \Rightarrow m_a = 3$$



محاسبه اندازه میانه های مثلث



$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

$$a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

سوالات منتخب

در مثلث ABC به اضلاع 7 و 10 و $\sqrt{19}$ زاویه بزرگ تر و میانه وارد بر آن کدام است؟

(۴) 30°

(۳) 45°

(۲) 60°

(۱) 75°

در مثلث ABC به اضلاع 10 و a و $\sqrt{19}$ میانه وارد بر ضلع به طول 10 برابر با 3 است. a کدام است؟

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۲) 7

(۱) 5

گروه آموزشی ماز

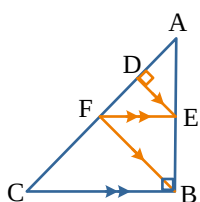
۲۴- در شکل مقابل، $\hat{D} = \hat{EBC} = 90^\circ$ و $FB \parallel DE$ و $EF \parallel BC$ است. اگر $DE = 3$ و $AE = 5$ باشد، FC کدام است؟

(۲) $(\frac{15}{8})^2$

(۱) $(\frac{5}{2})^2$

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{15}{8}$



(متوسط - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

در مثلث ADE که $D = 90^\circ$ است، داریم:

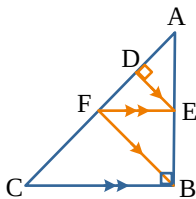
$$AD^2 = AE^2 - DE^2 \Rightarrow AD^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AD = 4$$

از طرفی $EF \parallel BC$ و $\angle EBC = 90^\circ$ ، پس $\angle AEF = 90^\circ$ و مثلث AEF قائم الزاویه است و می توان گفت:

$$AE^2 = AD \times AF \Rightarrow 5^2 = 4 \times AF \Rightarrow AF = \frac{25}{4}$$

$$AF^2 = AD \times AC \Rightarrow \left(\frac{25}{4}\right)^2 = 4 \times AC \Rightarrow AC = \frac{625}{64}$$

$$FC = AC - AF = \frac{625}{64} - \frac{25}{4} = \frac{225}{64} = \left(\frac{15}{8}\right)^2$$



طبق درسنامه نیز می توان گفت:

بنابراین:

روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

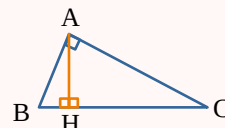
۱) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

۲) $AH \times BC = AB \times AC$

۳) $AH^2 = BH \times HC$

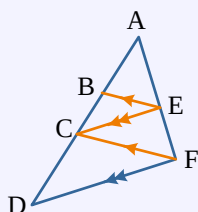
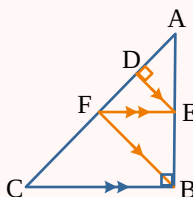
۴) $AB^2 = BH \times BC$

۵) $AC^2 = CH \times BC$



تالس های تو در تو

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel FB \\ EF \parallel BC \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF^2 = AD \times AC$$



سوالات منتخب

در شکل مقابل، $BE \parallel FC$ و $FD \parallel EC$ است. اگر $AB = 4$ و $BC = 2$ باشد، CD کدام است؟

۹ (۱)

۸ (۲)

۳ (۳)

۱ (۴)

گروه آموزشی ماز

۲۵- در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع $\sqrt{12}$ نقطه D روی ضلع BC و به فاصله ۱ از ضلع AC قرار دارد. فاصله نقطه D از ضلع AB کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{11}$ (۲)

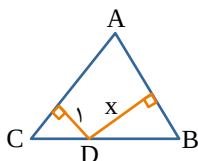
$\sqrt{12} - 1$ (۱)

(متوسط - چند ضلعی ها - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ارتفاع مثلث ABC برابر است با:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{12} = 3$$



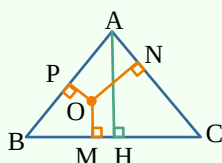
طبق درسنامه مجموع فواصل نقطه D از ۳ ضلع مثلث برابر ارتفاع مثلث یعنی ۳ است.

نقطه D روی ضلع BC بوده، پس فاصله اش از BC برابر صفر و طبق صورت سوال فاصله اش از AC برابر ۱ است، پس فاصله نقطه D از ضلع AB برابر ۲ خواهد بود.

ارتفاع و مساحت مثلث متساوی الاضلاع

در یک مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a ، طول ارتفاع و مساحت مثلث به ترتیب برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ و $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ می باشد.

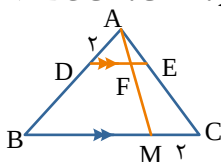
مجموع فواصل هر نقطه درون یا روی اضلاع مثلث متساوی الاضلاع از ۳ ضلع مثلث برابر طول ارتفاع مثلث است.



$$OM + ON + OP = AH$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- شکل مقابل، یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱۰ است. اگر $AD=MC=2$ باشد، مساحت ذوزنقه DFMB چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



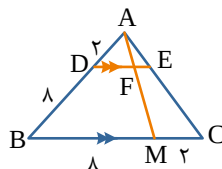
- (۱) ۰/۶۴
(۲) ۰/۵۱۲
(۳) ۰/۸۴
(۴) ۰/۷۶۸

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - چند ضلعی‌ها - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \quad (I)$$

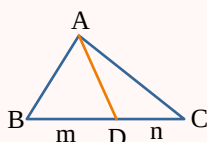
$$\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABM}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{4}{100} \Rightarrow \frac{S_{DFMB}}{S_{\triangle ABM}} = \frac{96}{100} \quad (II)$$



با ضرب (I) و (II) داریم:

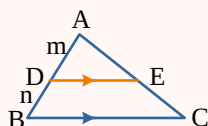
$$(I) \times (II) \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABC}} \times \frac{S_{DFMB}}{S_{\triangle ABM}} = \frac{1}{2} \times \frac{96}{100} \Rightarrow \frac{S_{DFMB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{768}{1000}$$

نکات جالب از مساحت



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{m}{n}$$

(۱)



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{m}{m+n}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{m}{m+n}\right)^2$$

(۲)

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i \geq j \\ i & i < j \end{cases}$ باشد، حاصل $|2A|$ کدام است؟

(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

(متوسط - وارون ماتریس و دترمینان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ماتریس A را با درایه‌هایش نمایش می‌دهیم و بعد دترمینان آن را محاسبه می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (0+4+1) - (0+0+0) = 5$$

$$|2A| = 2^3 |A| = 8 \times 5 = 40$$

بنابراین:

ویژگی مهم دترمینان

اگر A ماتریس مربعی $n \times n$ باشد، داریم: $|kA| = k^n |A|$

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر A ماتریس ضرایب معادله $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=0 \end{cases}$ و $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، $x+2y$ کدام است؟ $(A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix})$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(سخت - وارون ماتریس و دترمینان - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دستگاه را به صورت ماتریسی می‌نویسیم:

$$\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=0 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

دو طرف تساوی را از چپ در $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم، ببینید:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}} \times A \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x+4y=1 \\ x+2y=1 \end{cases}$$

$x+2y=1$ همان خواسته سوال است.

گروه آموزشی ماز

۲۹- سهمی که خط هادی آن $x=2$ و کانون آن $F(0,1)$ است. در دو نقطه محور y ها را قطع می‌کند. فاصله این دو نقطه کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

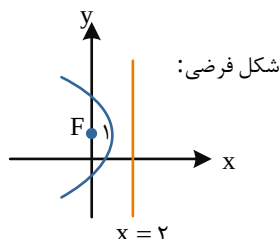
(متوسط - سهمی - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

اولاً سهمی افقی است (چرا؟) و در ضمن می‌توان گفت که دهانه آن به سمت چپ باز می‌شود. ببینید:

کانون سهمی روی محور y ها قرار دارد، پس فاصله دو نقطه‌ای که در آن‌ها سهمی محور y ها را قطع کرده طبق درسنامه، ۴ برابر فاصله کانونی یا ۲ برابر فاصله کانون تا خط هادی سهمی است. فاصله کانون تا خط هادی همان فاصله محور y ها از خط هادی یعنی ۲ است، پس فاصله دو نقطه برخورد سهمی و محور y ها برابر با ۴ است.

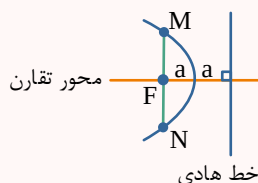


روش دوم:

معادله سهمی را بنویسیم و نقاط برخورد سهمی با محور y ها را تعیین کنیم یعنی در معادله سهمی به جای x ، صفر قرار دهیم تا نقاط برخورد سهمی با محور y ها مشخص شده و سپس فاصله آن‌ها را به دست آوریم که حل با این روش را به شما واگذار می‌کنیم.

وتر کانونی سهمی

اگر خطی موازی خط هادی سهمی از کانون عبور کرده و سهمی را در دو نقطه M و N قطع کند، MN را وتر کانونی سهمی می‌گوییم که اندازه آن ۴ برابر فاصله کانونی سهمی یا ۲ برابر فاصله کانون تا خط هادی است.



$$MN = 4a \text{ (وتر کانونی سهمی)}$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ ، $\vec{c}$ و $\vec{d}$ چهار بردارند که اندازه‌های آن‌ها به ترتیب ۱، ۲، ۳، ۴ است. اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} - \vec{d} = \vec{0}$ باشد، آنگاه $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d}$ کدام است؟

۵ (۱) -۵ (۲) ۱۰ (۳) -۱۰ (۴)

(متوسط - ضرب بردارها - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} - \vec{b} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{d} - \vec{b}| \Rightarrow |\vec{a} + \vec{c}|^2 = |\vec{d} - \vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{b}|^2 + |\vec{d}|^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{d}$$

$$1^2 + 3^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} = 2^2 + 4^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{d} \Rightarrow 10 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} = 20 - 2\vec{b} \cdot \vec{d} \Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{c} + 2\vec{b} \cdot \vec{d} = 10 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d} = 5$$

روشن دوم:

بردارهای $\vec{a} = (-1, 0, 0)$ ، $\vec{b} = (2, 0, 0)$ ، $\vec{c} = (3, 0, 0)$ و $\vec{d} = (4, 0, 0)$ در صورت سوال صدق می کنند. حال حاصل $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d}$ را حساب می کنیم. ببینید:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a} \cdot \vec{c} = -3 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{d} = 8 - 3 = 5$$

فراموش نکن که

$$|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- کدام گزاره با T (گزاره همواره درست) هم ارز نیست؟

- (۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ (۲) $p \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge p)$
(۳) $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee (\sim p \wedge q))$ (۴) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)] \vee \sim p$

(متوسط - منطق ریاضی - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه ها را به ترتیب بررسی می کنیم:

بررسی گزینه ها:

$$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv (p \wedge q \Rightarrow p) \vee (p \wedge q \Rightarrow q) \equiv T \vee T \equiv T$$

$$p \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge p) \equiv p \Leftrightarrow p \equiv T$$

$$(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee (\sim p \wedge q)) \equiv (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv T$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \xrightarrow{\text{در نتیجه}} (\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p) \equiv \sim p$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ باشد، آن گاه $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟

(۴) ۶۵

(۳) ۶۴

(۲) ۶۳

(۱) ۶۲

(متوسط - جبر مجموعه ها - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$|A^2 \cup B^2| = |A^2| + |B^2| - |A^2 \cap B^2| = |A|^2 + |B|^2 - |A \cap B|^2$$

$$\xrightarrow{A \cap B = \{2, 4, 6\}} |A^2 \cup B^2| = 6^2 + 6^2 - 3^2 = 36 + 36 - 9 = 63$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- سه تاس را با هم پرتاب می کنیم. سه عدد مختلف رو می شود. احتمال آن که اعداد رو شده (به ترتیب از کوچک به بزرگ) تشکیل یک دنباله حسابی دهند، کدام است؟

(۴) $\frac{36}{100}$

(۳) $\frac{11}{18}$

(۲) $\frac{3}{10}$

(۱) $\frac{11}{36}$

(متوسط - احتمال - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

از احتمال شرطی استفاده می کنیم. اگر A پیشامد آن باشد که اعداد رو شده تشکیل دنباله حسابی دهند و B پیشامد آن باشد که اعداد رو شده متفاوت باشند، داریم:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{\left[\binom{3}{2} + \binom{3}{2} \right] \times 3!}{6 \times 5 \times 4} = \frac{6 \times 6}{6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{10}$$

روشن دوم:

پیشامد A و فضای نمونه ای کاهش یافته را ببینید.

A: پیشامد آن که اعداد رو شده، دنباله حسابی تشکیل دهند.

فضای نمونه ای کاهش یافته: اعداد رو شده، متمایز باشند که $6 \times 5 \times 4$ حالت داریم.

برای محاسبه پیشامد A، اعداد تاس ها یا دنباله حسابی با قدرنسبت ۱ و یا ۲ می سازند. اعداد تاس ها عبارتند از:

$$\underbrace{(1, 2, 3) \quad (2, 3, 4) \quad (3, 4, 5) \quad (4, 5, 6)}_{\text{قدرنسبت } 1} \quad \underbrace{(1, 3, 5) \quad (2, 4, 6)}_{\text{قدرنسبت } 2}$$

پس ۶ حالت داریم که در هر حالت نیز ۳ عدد به ۳! جایگشت دارند، پس تعداد عضوهای پیشامد A برابر $3! \times 6$ یعنی ۳۶ می باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6 \times 6}{6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{10}$$

احتمال مورد نظر $\Rightarrow$

احتمال شرطی

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ یا } P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- کیسه A دارای یک مهره سفید و ۲ مهره سیاه و کیسه B دارای ۳ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. از کیسه A، ۱ مهره و از کیسه B، ۲ مهره به تصادف برمی گزینیم و در یک کیسه خالی می ریزیم. حال از کیسه جدید دو مهره به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آن که دو مهره غیرهمرنگ باشند، چقدر است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۲)$$

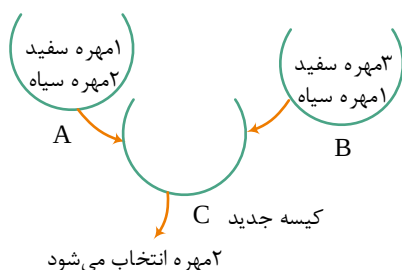
$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

(سخت - احتمال - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با یک مسئله احتمال کل مواجه هستیم.

مهرههایی که از کیسه C خارج می شوند با احتمالهای مختلف از کیسه A و B هستند. در هر کدام از آن حالتها احتمال غیرهمرنگ بودن مهرهها را محاسبه می کنیم. ببینید:



$$\text{احتمال آن که ۲ مهره خارج شده از کیسه C از مهره های کیسه B باشد} = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{3}{2}} = \frac{1}{3} \quad \text{احتمال غیرهمرنگ بودن ۲ مهره} = \frac{\binom{1}{1} \times \binom{3}{1}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{احتمال آن که ۲ مهره خارج شده از کیسه C از مهره های کیسه A و یکی از B باشد} = \frac{\binom{1}{1} \binom{2}{1}}{\binom{3}{2}} = \frac{1}{3} \quad \text{احتمال غیرهمرنگ بودن ۲ مهره} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{12}$$

B و سفید A و سیاه B و سیاه A و سفید

حال اعداد موجود در هر شاخه را در هم ضرب و اعداد را از شاخه ای به شاخه دیگر جمع می کنیم:

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{12} = \frac{1}{6} + \frac{7}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

قانون احتمال کل

در مسائل مربوط به قانون احتمال کل می خواهیم احتمال وقوع پیشامدی مانند A را به دست آوریم به طوری که وقوع این پیشامد به پیشامدهای $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ وابسته است یعنی ممکن است B_1 رخ داده باشد و A رخ دهد یا B_2 رخ داده باشد و A رخ دهد و در نهایت با هم جمع می کنیم. به این فرآیند (قانون احتمال کل) می گوئیم.

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \dots + P(B_n) \times P(A|B_n)$$

استفاده از رسم نمودار درختی نیز مفید است.

گروه آموزشی ماز

۳۵- یک نمونه آماری از تعدادی داده ۴ و تعدادی داده صفر تشکیل شده است. اگر میانگین داده‌ها با واریانس داده‌ها برابر و غیر صفر باشد، آن گاه کدام گزاره در مورد میانگین درست است؟

- (۱) میانگین عددی غیرطبیعی است. (۲) میانگین عددی طبیعی و زوج است. (۳) میانگین عدد ۳ است. (۴) میانگین از $\frac{16}{5}$ بزرگ‌تر است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - آمار توصیفی - محاسباتی - ۱۱۰۳)

$$\underbrace{4, 4, \dots, 4}_{m \text{ تا}}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{n \text{ تا}}$$

فرض کنید m تا ۴ و n تا ۰ داریم:

$$\bar{x} = \frac{m \times 4 + n \times 0}{m + n} = \frac{4m}{m + n} = \frac{\frac{4m}{n}}{\frac{m}{n} + 1} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\bar{x}}{4 - \bar{x}}$$

$$\sigma^2 = \frac{m(4 - \bar{x})^2 + n(0 - \bar{x})^2}{m + n} = \bar{x} \Rightarrow \frac{\frac{m}{n}(4 - \bar{x})^2 + \bar{x}^2}{\frac{m}{n} + 1} = \bar{x} \Rightarrow \frac{m}{n}(4 - \bar{x})^2 + \bar{x}^2 = (\frac{m}{n} + 1)\bar{x}$$

$$\frac{\frac{m}{n} = \frac{\bar{x}}{4 - \bar{x}}}{\frac{m}{n} = \frac{\bar{x}}{4 - \bar{x}}} \Rightarrow \frac{\bar{x}}{4 - \bar{x}}(4 - \bar{x})^2 + \bar{x}^2 = (\frac{\bar{x}}{4 - \bar{x}} + 1)\bar{x} \Rightarrow \bar{x}(4 - \bar{x}) + \bar{x}^2 = \frac{4\bar{x}}{(4 - \bar{x})} \Rightarrow 4\bar{x} = \frac{4\bar{x}}{4 - \bar{x}}$$

دو طرف بر $4\bar{x}$ تقسیم $\frac{1}{4 - \bar{x}} \Rightarrow 4 - \bar{x} = 1 \Rightarrow \bar{x} = 3$

میانگین و واریانس داده‌های آماری

اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ داده‌های آماری باشند، می‌توان گفت:

(۱) میانگین برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

(۲) واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- عدد زوج و طبیعی a مضرب ۱۵ است. اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۳ برابر ۱۷ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{a}{10}$ بر ۲۳ چقدر است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - هم‌نهشتی - محاسباتی - ۱۲۰۱)

چون a عددی زوج و مضرب ۱۵ است، پس a بر 30 بخش‌پذیر است و می‌توانیم آن را $a = 30k$ در نظر بگیریم.

$$a = 30k, a \equiv 17 \pmod{23} \Rightarrow 30k \equiv 17 + 23 \pmod{23} \Rightarrow 30k \equiv 40 \pmod{23} \xrightarrow{\div 10} 3k \equiv 4 \pmod{23} \Rightarrow \frac{a}{10} \equiv 4 \pmod{23}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- معادله $391x + 323y = 8466$ چند جواب طبیعی به فرم (x, y) با شرط $x < y$ دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - هم‌نهشتی - محاسباتی - ۱۲۰۱)

ابتدا طرفین معادله را بر ۱۷ تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$$391x + 323y = 8466 \xrightarrow{\div 17} 23x + 19y = 498$$

شرط وجود جواب آن است که $(23, 19) | 498$ ، پس معادله در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد. حال به حل معادله می‌پردازیم:

$$23x \equiv 498 \pmod{19} \Rightarrow 4x \equiv 4 \pmod{19} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{19} \Rightarrow x = 19k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$x = 19k + 1$ را در معادله $23x + 19y = 498$ جای‌گذاری می‌کنیم. ببینید:

$$23(19k + 1) + 19y = 498 \Rightarrow 23 \times 19k + 19y = 498 - 23 \Rightarrow 23 \times 19k + 19y = 475 \xrightarrow{\div 19} 23k + y = 25 \Rightarrow y = 25 - 23k$$

از آن جایی که جواب‌های طبیعی معادله را با شرط $x < y$ می‌خواهیم، پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \Rightarrow 19k + 1 \geq 1 \Rightarrow k \geq 0 \\ y \geq 1 \Rightarrow 25 - 23k \geq 1 \Rightarrow 23k \leq 24 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq 1 \\ x < y \Rightarrow 19k + 1 < 25 - 23k \Rightarrow 42k < 24 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq 0 \end{array} \right\} \cap \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = 1, y = 25$$

پس مسئله فقط دارای یک جواب با شرایط گفته شده است.

گروه آموزشی ماز

۳۸- گراف G از مرتبه ۱۰، تنها دو مجموعه احاطه‌گر مینیمم تک عضوی دارد. $\Delta(\bar{G})$ حداکثر چقدر است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - گراف و مدل‌سازی - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

چون $\gamma(G) = 1$ است، پس گراف G رأس فول (رأس با درجه $p-1$) دارد. از طرفی گراف دو تا γ مجموعه دارد، پس گراف G دقیقاً دو رأس فول (در این گراف رأس درجه ۹ دارد. بنابراین $\delta(G) \leq 2$).

$$\delta(G) + \Delta(\bar{G}) = p - 1 = 9 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = 9 - \delta(G) \Rightarrow \Delta(\bar{G}) \leq 7$$

رأس فول

در گراف G هر رأس فول (رأس با درجه $p-1$) یک مجموعه احاطه‌گر تک عضوی برای گراف G می‌باشد. اگر گراف n تا رأس فول داشته باشد، حداقل درجات رؤس گراف برابر n است، یعنی: $\delta(G) \geq n$

گروه آموزشی ماز

۳۹- ۲۲ عدد جایزه یکسان را به چند طریق می‌توان بین نوید، یاسین، عرشیا، ملیکا و پریسا تقسیم کرد به طوری که یاسین دو جایزه بیشتر از نوید و عرشیا نیز ۲ برابر نوید جایزه دریافت کند؟

۶۶ (۴)

۶۵ (۳)

۶۴ (۲)

۶۳ (۱)

(متوسط - مباحثی در ترکیبیات - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 را به ترتیب تعداد جوایز نوید، یاسین، عرشیا، ملیکا و پریسا می‌نامیم. بنابراین:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 22 \\ x_2 = x_1 + 2 \\ x_3 = 2x_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + (x_1 + 2) + (2x_1) + x_4 + x_5 = 22 \Rightarrow 4x_1 + x_4 + x_5 = 20$$

چون x_1 ضریب دارد به آن عدد می‌دهیم، ببینید:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow x_4 + x_5 = 20 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{20+2-1}{2-1} = \binom{21}{1} = 21 \\ x_1 = 1 \Rightarrow x_4 + x_5 = 16 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{16+2-1}{2-1} = \binom{17}{1} = 17 \\ x_1 = 2 \Rightarrow x_4 + x_5 = 12 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{12+2-1}{2-1} = \binom{13}{1} = 13 \\ x_1 = 3 \Rightarrow x_4 + x_5 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{8+2-1}{2-1} = \binom{9}{1} = 9 \\ x_1 = 4 \Rightarrow x_4 + x_5 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5 \\ x_1 = 5 \Rightarrow x_4 + x_5 = 0 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{0+2-1}{2-1} = \binom{1}{1} = 1 \end{cases}$$

$$21 + 17 + 13 + 9 + 5 + 1 = 66$$

پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

درسنامه

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

گروه آموزشی ماز

۴۰- از مجموعه اعداد $\{۲۳, ۲۷, ۳۱, \dots, ۸۰۳\}$ حداقل چند عدد به تصادف برداریم تا اطمینان داشته باشیم بین اعداد انتخاب شده حداقل ۲ عدد با مجموع ۴۵۰ وجود دارد؟

۱۴۸ (۴)

۱۴۷ (۳)

۱۴۶ (۲)

۱۴۵ (۱)

(متوسط - روش‌هایی برای شمارش - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

مجموعه داده شده دارای ۱ + $\frac{۸۰۳-۲۳}{۴}$ یعنی ۱۹۶ عضو می‌باشد. حال جفت‌هایی که مجموع آن‌ها ۴۵۰ را می‌سازند، تولید می‌کنیم.

چون عضوهای مجموعه داده شده به صورت $۴k+۳$ هستند، داریم:

$$(۴k+۳) + (۴k'+۳) = ۴۵۰ \Rightarrow ۴(k+k') = ۴۴۴ \Rightarrow k+k' = ۱۱۱$$

$$\left. \begin{array}{l} k+k' = ۱۱۱ \\ ۵ \leq k \\ ۵ \leq k' \end{array} \right\} \Rightarrow n \text{ جدید} = ۱۱۱ - ۲ \times ۵ = ۱۰۱ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{۱۰۲}{۱} = ۱۰۲$$

۱۰۲ عدد یا ۵۱ جفت عدد در مجموعه حضور دارد که مجموع آن‌ها ۴۵۰ می‌شود، ببینید:

۵۱ جفت (۱۰۲ عدد) با جمع ۴۵۰ داریم. $\Rightarrow (۲۳, ۴۲۷), (۲۷, ۴۲۳), \dots, (۲۲۳, ۲۲۷)$

$$۱۹۶ - ۱۰۲ = ۹۴$$

تعداد اعداد غیرجفت که جمع هیچ دوتایی از آن‌ها برابر ۴۵۰ نمی‌شود برابر است با:

حال اگر این ۹۴ عدد را در مجموعه قرار دهیم و از بین هر جفت از ۵۱ جفت (۱۰۲ عدد) یک عدد را هم انتخاب کنیم تا اینجا $۵۱ + ۹۴$ یعنی ۱۴۵ عدد در مجموعه داریم که جمع هیچ‌یک از آن‌ها ۴۵۰ نمی‌شود. $۱۴۵ + ۱$ یعنی ۱۴۶ آمین عدد، خواسته سوال را محقق می‌کند.

گروه آموزشی ماز

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳

ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه

آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



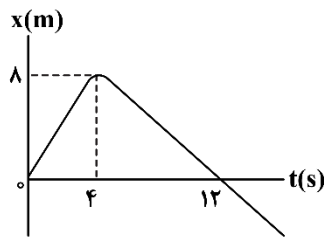
دانش‌آموزان عزیز ماز

رسیدیم به اولین آزمون **جامع شبیه‌ساز کنکور** که قراره کمکتون کنه بفهمین چقدر برای درس فیزیک در کنکور آمادگی دارین و بتونین در روزهای آینده ایراداتتون رو رفع کنین و برای کنکور اردیبهشت‌ماه آماده بشین. در مورد درس فیزیک این آزمون چند تا نکته رو خوبه که بدونین:

- ۱- تلاش کردیم سطح کلی آزمون نزدیک به کنکورهای اخیر باشه.
- ۲- بعضی از ایده‌های سؤالات کنکورهای اخیر، به‌خصوص کنکورهای خارج از کشور رو با تغییرات جزئی در آزمون گذاشتیم، چون سال‌های اخیر سابقه داشته که سؤال‌های کنکور خارج از کشور در کنکور داخل هم تکرار بشن.
- ۳- با توجه به این‌که زمان کمی تا کنکور باقی مونده، حتماً توصیه می‌کنیم از تحلیل ویدیویی آزمون استفاده کنین تا در زمان کمی بتونین مطالب رو مرور و ایراداتتون رو رفع کنین.

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبه ۱ کنکور ۹۲) - مسئولین درس فیزیک پایه دوازدهم آزمون ماز

۴۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟



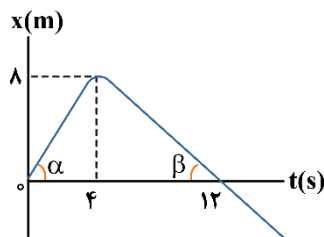
- (۱) $-\frac{1}{4}$
- (۲) $-\frac{1}{12}$
- (۳) ۴
- (۴) صفر

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

یادآوری

شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است.



ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 12$ s را به‌دست می‌آوریم. شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت لحظه‌ای است؛ بنابراین:

$$t_1 = 0: v_1 = \tan \alpha = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 12s: v_2 = -\tan \beta = -\frac{8}{12} = -\frac{1}{3} \frac{m}{s}$$

درنتیجه، شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2 برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-\frac{1}{3}) - 2}{12 - 0} = -\frac{1}{6} \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود و با شتاب ثابت $g = 10 \frac{m}{s^2}$ سقوط می‌کند. اگر سرعت متوسط آن در $\frac{16}{25} h$ پایانی مسیر $40 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت

گلوله در هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۵
- (۴) ۵۰

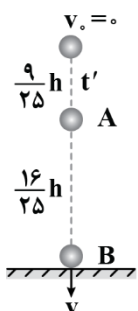
(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

با توجه به شکل مقابل اگر گلوله $\frac{9}{25} h$ ابتدای مسیر را در مدت زمان t' و کل مسیر را در مدت زمان t طی کند، می‌توان نوشت:

$$|\Delta y| = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow \frac{9}{25} h = \frac{1}{2} g (t')^2 \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{t'}{t} \Rightarrow t' = \frac{3}{5} t$$



سرعت در نقاط A و B برابر است با:

$$v = gt \Rightarrow \begin{cases} v_A = gt' = g \times \frac{3}{5} t = 6t \\ v_B = gt = 10t \end{cases}$$

سرعت متوسط هنگام طی کردن $\frac{16}{25}$ پایانی مسیر برابر میانگین v_A و v_B است؛ بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v_A + v_B}{2} \Rightarrow 40 = \frac{6t + 10t}{2} \Rightarrow t = 5s$$

$$\Rightarrow v_B = 10t = 10 \times 5 = 50 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می کند. در بازه زمانی ۱s تا ۴s جابه جایی متحرک صفر است. اگر سرعت اولیه متحرک $10 \frac{m}{s}$ باشد، متحرک

در ۴ ثانیه نخست حرکت مسافت چند متر را می پیماید؟

۳۴ (۴)

۱۷ (۳)

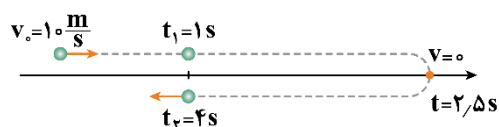
۱۶ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول: گام اول:



با توجه به این که جابه جایی متحرک در بازه ۱s تا ۴s، صفر است؛ بنابراین متحرک در این بازه زمانی تغییر جهت داده و به علت تقارن، لحظه تغییر جهت، همان میانگین این دو لحظه یعنی $t = 2/5s$ است.

گام دوم:

شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{2/5 - 0} = -4 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین سرعت در لحظه $t_2 = 4s$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t_2=4s} v_2 = -4 \times 4 + 10 = -6 \frac{m}{s}$$

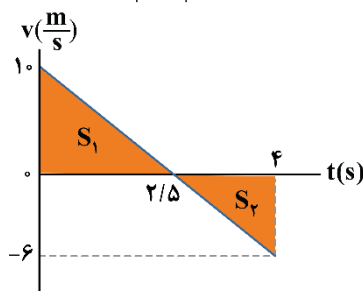
گام آخر:

برای محاسبه مسافت طی شده در بازه ۰ تا ۴s، به دلیل تغییر جهت حرکت باید جابه جایی ها به طور جداگانه محاسبه شوند.

$$\text{بازه صفر تا } 2/5s: \Delta x_1 = \frac{v_0 + v}{2} \times \Delta t_1 = \frac{10 + 0}{2} \times 2/5 = 12/5 m$$

$$\text{بازه } 2/5s \text{ تا } 4s: \Delta x_2 = \frac{v + v_2}{2} \times \Delta t_2 = \frac{0 + (-6)}{2} \times 1/5 = -4/5 m$$

$$\Rightarrow \ell = \Delta x_1 + |\Delta x_2| = 12/5 + 4/5 = 17m$$



$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{10 \times 2/5}{2} + \frac{6 \times 1/5}{2} = 12/5 + 4/5 = 17m$$

روش دوم:

با رسم نمودار سرعت - زمان و استفاده از مساحت زیر آن نیز می توان مسافت طی شده را به دست آورد.

گروه آموزشی ماز

۴۴- متحرک A در مبدأ زمان از مبدأ مکان با شتاب ثابت $\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$ در جهت محور x از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه متحرک B که 30 متر جلوتر از متحرک A با سرعت $(+5 \frac{m}{s}) \vec{i}$ حرکت می‌کند، ناگهان با شتاب ثابت $6 \frac{m}{s^2}$ تندی خود را کاهش می‌دهد و پس از تغییر جهت حرکت، با همان شتاب به حرکتش ادامه می‌دهد. چند بار فاصله این دو متحرک به 50 متر می‌رسد؟

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

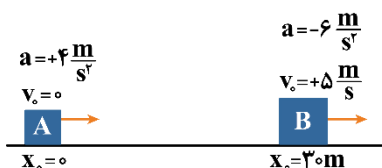
یادآوری

اگر معادله مکان - زمان دو متحرک A و B را داشته باشیم، برای محاسبه فاصله آن‌ها باید قدر مطلق اختلاف مکانشان را به دست آوریم.

$$\text{فاصله} = |x_A - x_B|$$

مسیر زیر، وضعیت دو متحرک را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد.

برای این‌که فاصله دو متحرک به 50 متر برسد، باید:



$$x_A - x_B = \pm 50 \Rightarrow \left(\frac{1}{2} a_A t^2 + v_{A0} t + x_{A0} \right) - \left(\frac{1}{2} a_B t^2 + v_{B0} t + x_{B0} \right) = \pm 50$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} (4) t^2 \right) - \left(\frac{1}{2} (-6) t^2 + 5t + 30 \right) = \pm 50 \Rightarrow 5t^2 - 5t - 30 = \pm 50$$

معادله به دست آمده را یک بار برای علامت مثبت و یک بار برای علامت منفی حل می‌کنیم.

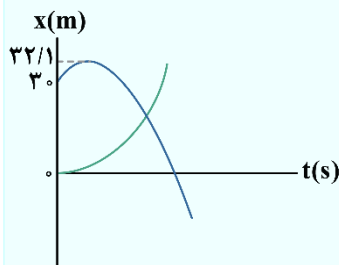
$$1) 5t^2 - 5t - 30 = 50 \Rightarrow 5t^2 - 5t - 80 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{65} + 1}{2} \approx 4.5 \text{ s} \quad (\checkmark) \\ t = \frac{-\sqrt{65} + 1}{2} < 0 \quad (\times) \end{cases}$$

$$2) 5t^2 - 5t - 30 = -50 \Rightarrow 5t^2 - 5t + 20 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{چنین لحظه‌ای وجود ندارد.}$$

در نتیجه فقط یک بار فاصله دو متحرک به 50 متر می‌رسد.

میان‌بر

گاهی رسم نمودار مکان - زمان می‌تواند سریع‌تر ما را به پاسخ چنین سؤالاتی برساند.



$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{A0} t + x_{A0} \Rightarrow x_A = 2t^2$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{B0} t + x_{B0} \Rightarrow x_B = -3t^2 + 5t + 30 \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رأس}} = \frac{5}{6} \text{ s} \\ x_{\text{رأس}} = \frac{25}{12} + 30 \approx 32.1 \text{ m} \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید، قبل از به هم رسیدن دو متحرک فاصله آن‌ها همواره کمتر از 50 متر است؛ بنابراین فقط یک بار پس از رسیدن دو متحرک به یکدیگر، فاصله آن‌ها به 50 متر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل زیر، نیروی افقی $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ بر جسم وارد شده و جسم، روی سطح افقی، ساکن است. اگر نیروی $\vec{F}_2$ حذف شود، چه تعداد از موارد زیر، الزاماً درست است؟

الف: جسم شروع به حرکت می‌کند.

ب: اندازه نیروی خالص وارد بر جسم کاهش می‌یابد.

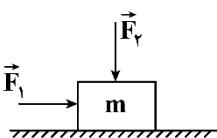
پ: اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی کاهش می‌یابد.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر



(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف

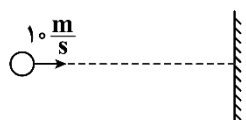
چنانچه نیروی $\vec{F}_1$ همچنان از $f_{s\max}$ کوچک‌تر باشد، جسم همچنان ساکن می‌ماند، زیرا نیروی $\vec{F}_1$ نمی‌تواند آن را به حرکت درآورد. (*)

چنانچه جسم ساکن بماند، طبق قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر آن یا همان نیروی خالص وارد بر آن، صفر خواهد ماند. (*)

با حذف نیروی $\vec{F}_p$ ، اندازه نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ از $mg + F_p$ به mg می‌رسد؛ بنابراین اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s_{max}})$ که برابر با $\mu_s F_N$ است، کاهش می‌یابد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، یک توپ پینگ‌پونگ ۲/۵ گرمی با تندی $10 \frac{m}{s}$ به صورت افقی به دیواری برخورد می‌کند و در همان راستا با تندی $8 \frac{m}{s}$ برمی‌گردد.



اگر زمان برخورد ۵ms باشد، نیروی متوسط وارد بر توپ در مدت برخورد، چند نیوتون و در کدام جهت است؟

(۱) ۱N به سمت چپ

(۲) ۹N به سمت راست

(۳) ۹N به سمت چپ

(۴) ۱N به سمت راست

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

یادآوری

مطابق قانون دوم نیوتون با بیان تکانه، نیروی متوسط خالص وارد بر جسم در یک بازه زمانی برابر آهنگ تغییرات تکانه در آن بازه است.

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

با انتخاب جهت مثبت محور X به سمت راست، داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_f - v_i)}{\Delta t} = \frac{2/5 \times 10^{-3} \times (-8 - 10)}{5 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow F_{av} = -9N$$

بنابراین نیروی وارد بر توپ، ۹N به سمت چپ است.

گروه آموزشی ماز

۴۷- ماهواره‌ای در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد. اگر ارتفاع ماهواره دو برابر شود، نیروی وزن آن ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. ارتفاع h کدام است؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

(۱) $\frac{1}{3} R_e$

(۲) $\frac{2}{3} R_e$

(۳) R_e

(۴) $2R_e$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

شتاب گرانش زمین در ارتفاع h از رابطه $g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$ به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$W_f = 0.64 W_i \Rightarrow m g_f = 0.64 m g_i \Rightarrow \frac{GM_e}{(R_e + 2h)^2} = \frac{64}{100} \times \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{R_e + 2h} = \frac{8}{10} \times \frac{1}{R_e + h} \Rightarrow 8R_e + 16h = 10R_e + 10h$$

$$\Rightarrow 6h = 2R_e \Rightarrow h = \frac{1}{3} R_e$$

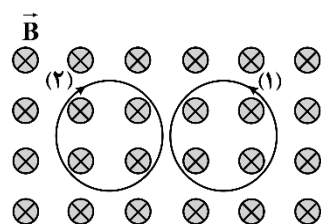
گروه آموزشی ماز

۴۸- در شکل زیر، یک الکترون و یک پروتون درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت، فقط تحت تأثیر نیروی مغناطیسی، بر روی دو دایره با شعاع‌های یکسان به صورت یکنواخت در حال حرکت‌اند. کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف: ذره (۱)، پروتون است.

ب: تندی الکترون و پروتون برابر است.

پ: دوره حرکت الکترون و پروتون برابر است.



(۱) «الف» و «ب»

(۲) «الف»

(۳) «ب» و «پ»

(۴) «پ»

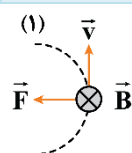
بررسی موارد:

الف

طبق قاعده دست راست، بار ذره (۱) مثبت است. (✓)

ب

برای هر دو ذره، نیروی مرکزگرا همان نیروی مغناطیسی است؛ بنابراین:



$$F_{\text{مرکزگرا}} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow F_B = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow |q|vB \sin 90^\circ = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow v = \frac{|q|Br}{m} \Rightarrow \frac{v_e}{v_p} = \frac{m_p}{m_e} \times \frac{|q_e|}{|q_p|} \xrightarrow{m_p > m_e} \frac{v_e}{v_p} > 1 \quad (*)$$

پ

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \frac{v_e}{v_p} > 1 \quad (*)$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- اختلاف بسامد هماهنگ‌های سوم و چهارم یک تار دو انتها بسته ۱۲۵ هرتز است. اگر طول تار ۸۰cm و جرم آن ۱۰ گرم باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

۵۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار دو سر بسته برابر هماهنگ اول تار است ($f_1 = 125 \text{ Hz}$).

بنابراین تندی انتشار امواج در تار برابر است با:

$$f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 125 = \frac{v}{2 \times 0.8} \Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در نهایت نیروی کشش تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 200 = \sqrt{\frac{F \times 0.8}{0.01}} \Rightarrow 40000 = 80F \Rightarrow F = 500 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- معادله حرکت یک نوسانگر وزنه - فنر به صورت $x = A \cos(\frac{2\pi}{T}t)$ است. اگر در بازه زمانی $\frac{3}{4}T$ ، تندی متوسط و شتاب متوسط نوسانگر به ترتیب،

$18 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ و $12\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ باشد، دامنه A چند سانتی‌متر است؟

۱۲ (۴)

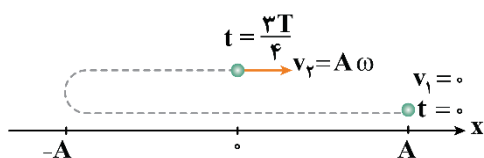
۹ (۳)

۶ (۲)

۴/۵ (۱)

گام اول:

در بازه زمانی $\frac{3}{4}T$ ، نوسانگر مسافت $3A$ را طی می‌کند؛ بنابراین:



$$s_{av} = \frac{3A}{\frac{3}{4}T} = 4 \frac{A}{T} \Rightarrow 18 = 4 \frac{A}{T} \Rightarrow \frac{A}{T} = \frac{9}{2} \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right) \quad (I)$$

گام آخر:

از طرفی، در لحظه $t = 0$ ، سرعت نوسانگر برابر صفر است و در لحظه $t = \frac{3}{4}T$ ، نوسانگر از $x = 0$ عبور می‌کند و سرعت آن، بیشینه و مثبت است؛ بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{max}} - 0}{\frac{3}{4}T} = \frac{A\omega}{\frac{3}{4}T} = \frac{4}{3} \times \frac{A}{T} \times \omega$$

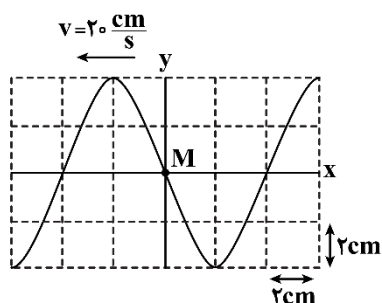
$$\xrightarrow{(I)} 12\pi = \frac{4}{3} \times \frac{9}{2} \times \omega \Rightarrow \omega = 2\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1\text{s}$$

با جایگذاری T در معادله (I) داریم:

$$\frac{A}{T} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{A}{1} = \frac{9}{2} \Rightarrow A = 4.5 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- شکل زیر، یک تصویر لحظه‌ای از موج عرضی در یک ریسمان کشیده شده را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. در لحظه $t = 0.1 \text{ s}$ ، نقطه M از طناب در چه مختصاتی قرار دارد؟



چه مختصاتی قرار دارد؟

- (۱) $(0, -4 \text{ cm})$
- (۲) $(-2 \text{ cm}, 4 \text{ cm})$
- (۳) $(-2 \text{ cm}, -4 \text{ cm})$
- (۴) $(0, 4 \text{ cm})$

(سخت - نموداری/محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

با توجه به نمودار، طول موج برابر ۸ cm است؛ بنابراین:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 20 = \frac{8}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

گام آخر:

دوره تناوب موج برابر ۰/۴ s است؛ بنابراین مدت زمان ۰/۱ s برابر با $\frac{1}{4} T$ است.

با توجه به جهت انتشار موج، نقطه M در حال حرکت به سمت پایین است؛ با توجه به این که نقطه M ابتدا در نقطه تعادل قرار دارد، پس از گذشت $\frac{1}{4} T$ و

حرکت به سمت پایین، به نقطه $y = -A = -4 \text{ cm}$ می‌رسد؛ بنابراین بعد از ۰/۱ s، نقطه M به مختصات $(0, -4 \text{ cm})$ می‌رسد. توجه کنید که در انتشار موج، ذرات محیط در جهت انتشار موج، جابه‌جا نمی‌شوند؛ بلکه در جای خود حرکت نوسانی دارند.

دام تستی

اگر اشتباه فکر می‌کردی ذره M همراه موج حرکت می‌کند و به جلو می‌ره، در دام طراحی می‌افتادی و یکی از گزینه‌های (۲) یا (۳) رو انتخاب می‌کردی!

گروه آموزشی ماز

۵۲- کدام یک از گزینه‌های زیر، از ویژگی‌های مشترک میکروموج و امواج صوتی است؟

- (۱) طولی بودن موج
- (۲) عرضی بودن موج
- (۳) توانایی انتشار در خلأ
- (۴) قابلیت ایجاد شدن اثر دوپلر در آن‌ها

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

امواج الکترومغناطیسی و مکانیکی، هر دو قابلیت ایجاد اثر دوپلر را دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

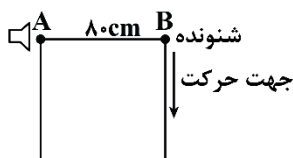
- ۱ امواج الکترومغناطیسی، عرضی هستند. (×)
- ۲ امواج صوتی، طولی هستند. (×)
- ۳ تنها امواج الکترومغناطیسی توانایی منتشر شدن در خلأ را دارند. (×)

نکته

حتماً می‌دونید که میکروموج از امواج الکترومغناطیسی هست.

گروه آموزشی ماز

۵۳- در شکل زیر، چشمه صوتی در رأس مربعی (نقطه A) به ضلع ۸۰ cm قرار دارد و شنونده‌ای در رأس دیگر (نقطه B) قرار گرفته و تراز شدت صوت دریافتی آن ۲۰ dB است. این شنونده چند متر روی ضلع مربع به سمت پایین حرکت کند تا تراز شدت صوت دریافتی آن ۱۸ dB شود؟ ($\log 2 = 0.3$) و از جذب انرژی توسط محیط، چشم‌پوشی کنید.



- (۱) ۶۰
- (۲) ۸۰
- (۳) ۰/۶
- (۴) ۰/۸

یادآوری

شدت صوت با مربع فاصله بین شنونده تا چشمه صوت رابطه عکس دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

گام اول:

ابتدا فاصله نقطه‌ای که تراز شدت به ۱۸dB می‌رسد را از چشمه صوت با استفاده از رابطه $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$ به دست می‌آوریم:

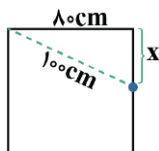
$$\begin{cases} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \\ \left(\frac{I_2}{I_1}\right) = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{\beta_2=18\text{dB}, \beta_1=20\text{dB}, r_1=80} 18-20 = 10 \log\left(\frac{80}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow -2/10 = 2 \log\left(\frac{80}{r_2}\right) \Rightarrow -0.2 = \log 80 - \log r_2 \Rightarrow -0.2 = \log 8 + \log 10 - \log r_2$$

$$\Rightarrow -0.2 = \log 8 + \log 10 - \log r_2 \xrightarrow{\log 2=0.3} -0.2 = 3(0.3) + 1 - \log r_2 \Rightarrow \log r_2 = 2 \Rightarrow r_2 = 100\text{cm}$$

گام آخر:

در فاصله $r_2 = 100\text{cm}$ از چشمه صوت، تراز شدت صوت ۱۸dB می‌باشد که این فاصله در شکل زیر نشان داده شده است. با توجه به شکل می‌توان x را به دست آورد:



$$100^2 = \sqrt{80^2 + x^2} \Rightarrow x = 60\text{cm} = 0.6\text{m}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- دو مانع A و B به ترتیب با ابعاد ۲cm و ۳cm در فاصله ۱۲۰ متری یک وال عنبر قرار دارند. این وال عنبر برای تشخیص مانع، امواج فراصوت با بسامد ۱۰۰kHz ارسال می‌کند. از لحظه ارسال موج تا برگشت موج به وال، چند میلی ثانیه طول می‌کشد و وال کدام یک از مانع‌ها را تشخیص می‌دهد؟ (تندی

صوت در آب دریا $1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

(۴) ۸۰، هر دو مانع A و B

(۳) ۱۶۰، هر دو مانع A و B

(۲) ۸۰، فقط مانع B

(۱) ۱۶۰، فقط مانع B

ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{100 \times 10^3} = 1/5 \times 10^{-2} \text{m} = 1/5 \text{cm}$$

برای تشخیص یک جسم، اندازه آن باید در حدود طول موج به کار رفته یا بزرگتر از آن باشد؛ پس وال، هر دو جسم A و B را می‌تواند تشخیص دهد، چون ابعاد آن‌ها بزرگتر از ۱/۵cm است.

موج در حرکت رفت و برگشت مسافت $2 \times 120\text{m}$ را طی می‌کند، پس:

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{2 \times 120}{1500} = 0.16\text{s} \Rightarrow \Delta t = 160\text{ms}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- در میان رشته‌های طیف اتم هیدروژن، انرژی مربوط به کوتاه‌ترین طول موج مرئی تقریباً چند eV است؟ $[R = 0.01(\text{nm})^{-1}, hc \approx 1240\text{eV} \cdot \text{nm}]$

پفوند	براکت	پاشن	بالمر	لیمان
$n' = 5$	$n' = 4$	$n' = 3$	$n' = 2$	$n' = 1$

(۴) ۱۲/۴

(۳) ۲/۷۵

(۲) ۱/۷۲

(۱) ۱/۳۸

گام اول:

طیف اتم هیدروژن دارای ۴ خط مرئی است که همان ۴ خط ابتدایی رشته بالمر ($n = 3, 4, 5, 6$) می‌باشند. از طرفی، در هر رشته با افزایش n طول موج کاهش می‌یابد؛ بنابراین کوتاه‌ترین طول موج مرئی مربوط به خط چهارم رشته بالمر ($n = 6, n' = 2$) است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 0.01 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = 0.01 \times \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{9}{0.01 \times 2} = 450 \text{ nm}$$

گام آخر:

انرژی مربوط به این طول موج برابر است با:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{450 \text{ nm}} \approx 2.75 \text{ eV}$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- فرض کنید در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد آستانه فلز $1/3 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است. می‌خواهیم از فوتون‌های گسیلی اتم هیدروژن به‌عنوان نور فرودی برای انجام این آزمایش استفاده کنیم. شکل زیر، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. اگر فقط گذارهای $\Delta n = 1$ مجاز باشند، چه

تعداد از گذارهای ممکن، منجر به گسیل فوتونی می‌شود که با آن پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)

$$E_{\infty} = 0 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

(۱) صفر

$$E_4 = -0.85 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

(۲) ۱

$$E_3 = -1.51 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

(۳) ۲

$$E_2 = -3.4 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

(۴) ۳

$$E_1 = -13.6 \text{ eV} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

یادآوری

برای آن‌که پدیده فوتوالکتریک رخ دهد باید بسامد نور فرودی بزرگ‌تر یا مساوی بسامد آستانه باشد، به عبارتی دیگر، انرژی فوتون ورودی باید از انرژی فوتون با بسامد آستانه، بیش‌تر باشد.

ابتدا حداقل انرژی لازم برای رخ دادن پدیده فوتوالکتریک را محاسبه می‌کنیم:

$$hf_{\text{آستانه}} = 4 \times 10^{-15} (\text{eV} \cdot \text{s}) \times 1/3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{\text{s}} \right) = 5/3 \text{ eV}$$

حال باید ببینیم کدام گذارها بین دو تراز متوالی ($\Delta n = 1$) منجر به گسیل فوتونی با انرژی بیش‌تر از $5/3 \text{ eV}$ می‌شود. با توجه به ترازهای انرژی داده‌شده، داریم:

$$\Rightarrow E_{\text{فوتون}} = E_2 - E_1 = (-3.4) - (-13.6) = 10.2 \text{ eV} > 5/3 \text{ eV} \quad (\checkmark)$$

$$\Rightarrow E_{\text{فوتون}} = E_3 - E_2 = (-1.51) - (-3.4) = 1.89 \text{ eV} < 5/3 \text{ eV} \quad (\times)$$

بنابراین گذار n_2 به n_1 قابل قبول است و گذار n_3 به n_2 قابل قبول نیست. از طرفی، با توجه به این‌که با افزایش n ، اختلاف انرژی ترازها کاهش می‌یابد؛ بنابراین بقیه گذارها نیاز به بررسی ندارند و فقط یک گذار ($n_2 \rightarrow n_1$) قابل قبول است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- شکل زیر، نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را برحسب زمان نشان می‌دهد. کدام یک از موارد زیر، درست است؟

الف: نیمه عمر A بزرگ‌تر از نیمه عمر B است.

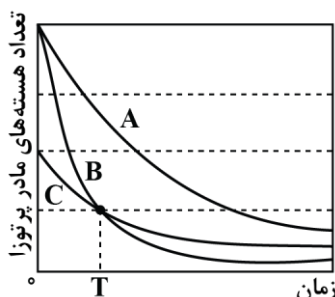
ب: نیمه عمر B و C، یکسان و برابر T است.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) «الف» و «ب»

(۴) هیچ کدام



بررسی موارد:

الف

با توجه به نمودار، نیمه عمر A و نیمه عمر B از تقاطع خط چین وسط با نمودارهای A و B به دست می آید که مقدار آن بر روی محور زمان، برای A بزرگتر از B است. (✓)

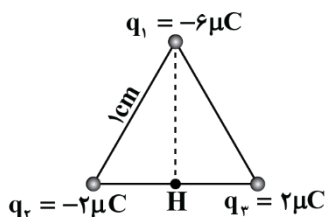
ب

نیمه عمر C برابر با T است اما نیمه عمر B کمتر از T است. (✗)

گروه آموزشی ماز

۵۸- مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای در رأس‌های مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دارند، بزرگی میدان الکتریکی برابند در نقطه H در وسط ضلع مثلث، در SI

کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



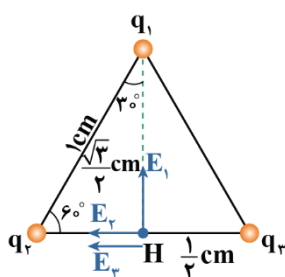
- (۱) $14/4 \times 10^8$
- (۲) $7/2 \times 10^8$
- (۳) $7/2\sqrt{3} \times 10^8$
- (۴) $7/2\sqrt{5} \times 10^8$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هریک از بارها، یعنی E_1 ، E_2 و E_3 را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ضلع آن است.



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 10^{-4}} = 7/2 \times 10^8 \frac{N}{C} \\ E_2 = E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 10^{-4}} = 7/2 \times 10^8 \frac{N}{C} \end{cases}$$

گام آخر:

میدان الکتریکی خالص برابر است با:

$$E_{2,3} = 2 \times 7/2 \times 10^8 = 14/4 \times 10^8 \frac{N}{C}$$

$$E_T = \sqrt{(14/4 \times 10^8)^2 + (7/2 \times 10^8)^2} = 7/2\sqrt{5} \times 10^8 \frac{N}{C}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- بار $q = -4 \mu C$ از نقطه A با پتانسیل الکتریکی ۸V به نقطه B می‌رود. اگر در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی آن به اندازه ۴۸ میکروژول افزایش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟

(۴) -۱۲

(۳) -۶

(۲) -۴

(۱) صفر

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از رابطه $\Delta U = \frac{\Delta V}{q}$ می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 8 = \frac{48}{-4} = -12V$$

$$\Rightarrow V_B = -4V$$

دقت کنید که در محاسبات فوق، چون ΔU و q به ترتیب بر حسب μJ و μC جایگذاری شدند، نیازی به تبدیل واحد نبود و پتانسیل الکتریکی بر حسب ولت به دست آمد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- بار الکتریکی یک خازن تخت $15 \mu C$ است. اگر $3 \mu C$ بار الکتریکی را از صفحه مثبت جدا کرده و به صفحه منفی منتقل کنیم، انرژی خازن چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

(۱) ۳۶ درصد کاهش می یابد. (۲) ۲۰ درصد افزایش می یابد. (۳) ۲۰ درصد کاهش می یابد. (۴) ۴۴ درصد افزایش می یابد.

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

یادآوری

برای محاسبه انرژی خازن از روابط زیر استفاده می کنیم:

۱- اگر بار و ولتاژ خازن را بدانیم:

$$U = \frac{1}{2} qV$$

۲- اگر بار و ظرفیت خازن را بدانیم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

۳- اگر ولتاژ و ظرفیت خازن را بدانیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

گام اول:

با انتقال بار منفی از صفحه مثبت به صفحه منفی، اندازه بار الکتریکی هر صفحه و در نتیجه، بار خازن افزایش می یابد؛ بنابراین:

$$q_2 = q_1 + 3 \mu C = 15 \mu C + 3 \mu C = 18 \mu C$$

گام آخر:

طبق رابطه $U = \frac{q^2}{2C}$ و با توجه به ثابت بودن ظرفیت خازن داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1} \right)^2 = \left(\frac{18}{15} \right)^2 = 1.44 \Rightarrow \text{انرژی خازن ۴۴ درصد افزایش می یابد.}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در دو سر یک سیم به طول ۲ متر و سطح مقطع 2 mm^2 ، اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت برقرار کرده ایم. توان مصرفی در این سیم چند کیلووات می شود؟

(مقاومت ویژه این سیم برابر $10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$ است.)

(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) ۸۰۰

(۱) ۴۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته

گاهی در سؤالات، مقاومت ویژه را به جای $\Omega \cdot \text{m}$ ، بر حسب $\Omega \cdot \text{cm}$ به ما می دهند. برای تبدیل یکای $\Omega \cdot \text{cm}$ به $\Omega \cdot \text{m}$ ، کافی است مقاومت ویژه را به ۱۰۰ تقسیم کنیم.

گام اول:

ابتدا با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، مقاومت را محاسبه می کنیم:

$$\rho = 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm} = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, L = 2 \text{ m}, A = 2 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

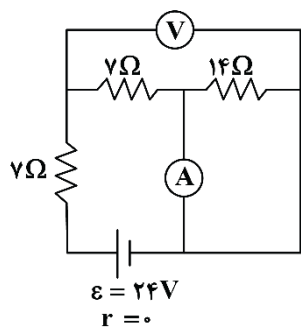
$$\Rightarrow R = \frac{\rho L}{A} = \frac{10^{-6} \times 2}{2 \times 10^{-7}} = 10 \Omega$$

گام آخر:

حال با کمک رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی در سیم را به دست می آوریم:

$$V = 200 \text{ V}, R = 10 \Omega \Rightarrow P = \frac{V^2}{R} = \frac{(200)^2}{10} = 4 \times 10^3 \text{ W} = 4 \text{ kW}$$

گروه آموزشی ماز



۶۲- در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی عوض شود، کدام مورد درست است؟

- (۱) آمپرسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.
- (۲) ولتسنج عدد صفر را نشان می‌دهد.
- (۳) عددی که آمپرسنج و ولتسنج نشان می‌دهند، هیچ تغییری نمی‌کند.
- (۴) عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد تغییر نمی‌کند، اما ولتسنج صفر را نشان می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

حالت اول:

آمپرسنج، آرمانی است و مقاومت آن، صفر است؛ بنابراین دو سر مقاومت ۱۴ اهمی، هم‌پتانسیل شده و این مقاومت، اتصال کوتاه می‌شود. در نتیجه، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{7+7} = \frac{24}{14} \text{ (A)} \rightarrow \text{عدد آمپرسنج}$$

ولتسنج به دو سر مقاومت ۷ اهمی بالایی وصل شده است؛ بنابراین:

$$V = RI = 7 \times \frac{24}{14} = 12 \text{ (V)} \rightarrow \text{عدد ولتسنج}$$

حالت دوم:

وقتی جای آمپرسنج و ولتسنج عوض شود، آمپرسنج که مقاومت آن صفر است، مقاومت‌های ۱۴ اهمی و ۷ اهمی بالایی را اتصال کوتاه می‌کند. از طرفی، با اتصال کوتاه شدن مقاومت ۱۴ اهمی، ولتسنج عملاً به دو نقطه هم‌پتانسیل وصل شده و عدد صفر را نشان می‌دهد. در مورد عدد آمپرسنج داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{7} \text{ (A)}$$

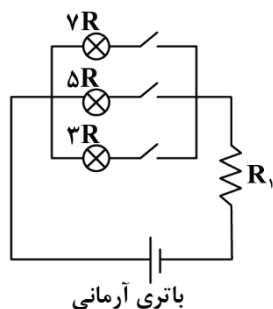
بنابراین عدد آمپرسنج، دو برابر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۳- در شکل زیر، سه لامپ با مقاومت‌های ۳R، ۵R و ۷R توسط مقاومت R_1 به یک باتری آرمانی متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر

کلیدها را یکی پس از دیگری ببندیم، کدام مورد درباره توان خروجی باتری صحیح است؟

- (۱) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
- (۲) پیوسته کاهش می‌یابد.
- (۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- (۴) پیوسته افزایش می‌یابد.



باتری آرمانی

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

در ابتدا جریانی از مدار عبور نمی‌کند؛ بنابراین توان خروجی باتری صفر است. با بستن اولین کلید، جریان الکتریکی در مدار برقرار می‌شود و در نتیجه توان خروجی باتری افزایش می‌یابد.

با بستن کلیدهای بعدی، چون لامپ‌ها با یکدیگر موازی می‌شوند، مقاومت معادل آن‌ها کم می‌شود و در نتیجه جریان خروجی از باتری افزایش می‌یابد.

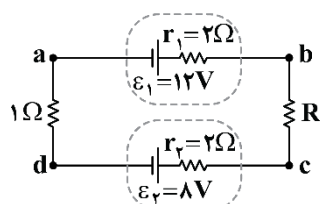
$$\begin{cases} P_{\text{خروجی}} = VI \\ V = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I \xrightarrow{\text{افزایش } I} \text{توان خروجی باتری افزایش می‌یابد.}$$

با توجه به توضیحات فوق، توان خروجی باتری، پیوسته افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

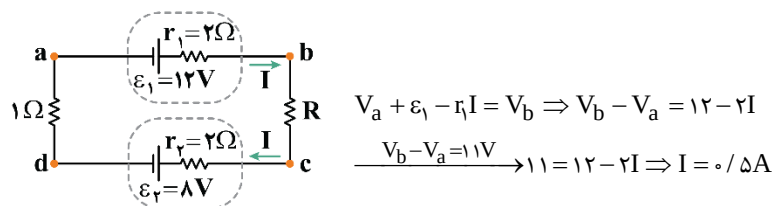
۶۴- در مدار شکل زیر اگر $V_a - V_b = -11 \text{ V}$ باشد، حاصل $V_c - V_d$ برابر چند ولت است؟

- (۱) ۷
- (۲) -۷
- (۳) ۹
- (۴) -۹



گام اول:

با حرکت از نقطه a تا b، جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:



گام آخر:

در ادامه با حرکت از نقطه c تا d داریم:

$$V_c - \varepsilon_2 - r_2 I = V_d \Rightarrow V_c - V_d = \varepsilon_2 + r_2 I$$

$$\Rightarrow V_c - V_d = 8 + 2 \times 0.5 = 9V$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان‌های یکسان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی حاصل از این سیم‌ها در نقطه A درون سو باشد، کدام گزینه الزاماً درست است؟

(۱) سیم

(۲) سیم

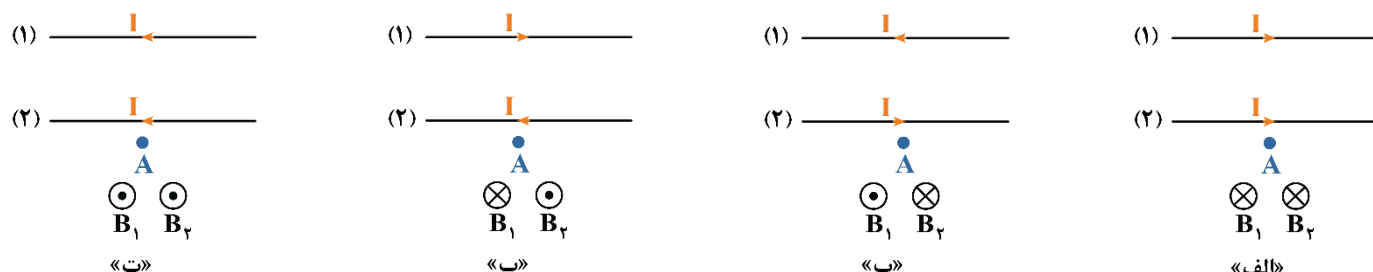


- (۱) جهت جریان سیم (۱) به سمت چپ است.
- (۲) جهت جریان سیم (۲) به سمت راست است.
- (۳) جهت جریان سیم (۲) به سمت چپ است.
- (۴) جهت جریان سیم (۱) به سمت راست است.

یادآوری

بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست حامل جریان الکتریکی با اندازه جریان، رابطه مستقیم و با فاصله از سیم رابطه عکس دارد.

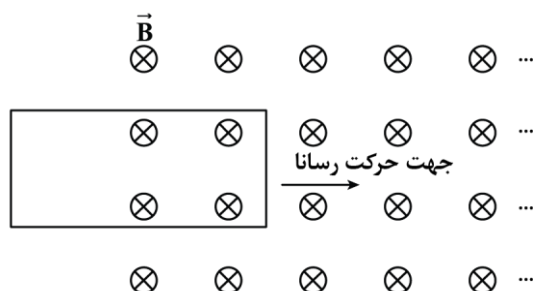
جریان گذرنده از هر دو سیم، یکسان است؛ بنابراین با توجه به این که نقطه A به سیم (۲) نزدیک‌تر است، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۲) ($\vec{B}_2$) در این نقطه، بزرگ‌تر از اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۱) ($\vec{B}_1$) در این نقطه است. برای جهت جریان سیم‌ها، ۴ حالت مختلف وجود دارد:



با توجه به این که $B_2 > B_1$ است، در حالت‌های «الف» و «ب» جهت میدان برایند الزاماً درون سو است؛ بنابراین جهت جریان سیم (۲) الزاماً به سمت راست است، ولی جهت جریان سیم (۱) می‌تواند به سمت راست یا چپ باشد.

گروه آموزشی ماز

۶۶- شکل زیر، قاب رسانای مستطیل‌شکلی به مساحت 40 cm^2 را نشان می‌دهد که در حال ورود به درون میدان مغناطیسی یکنواخت و درون سوی $\vec{B}$ است. بزرگی میدان مغناطیسی 5 T است و در لحظه نشان‌داده‌شده، نیمی از سطح حلقه درون میدان قرار دارد. اگر سطحی از قاب که درون میدان قرار دارد، با آهنگ ثابت $20 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$ در حال افزایش باشد، در لحظه نشان‌داده‌شده، بزرگی نیروی محرکه القایی و جهت جریان القایی در قاب به ترتیب کدام است؟



- (۱) 1 mV ، ساعتگرد
- (۲) 1 mV ، پادساعتگرد
- (۳) 10 mV ، ساعتگرد
- (۴) 10 mV ، پادساعتگرد

طبق قانون القای فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos \theta)}{\Delta t} = -NB \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

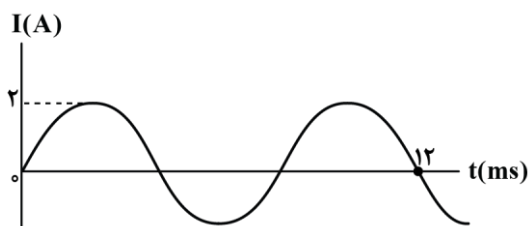
$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -1 \times 0.5 \times \cos 60^\circ \times 20 \times 10^{-4} = -10^{-3} \text{ V} = -1 \text{ mV}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 1 \text{ mV}$$

با توجه به این که شار عبوری از قاب در حال افزایش است، طبق قانون لنز، قاب برای مخالفت با افزایش شار، میدانی در خلاف جهت میدان اصلی ایجاد می کند؛ بنابراین میدان مغناطیسی حاصل از حلقه باید برون سو باشد و طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی در آن پادساعتگرد است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. در لحظه $t = 3 \text{ ms}$ ، جریان چند آمپر است؟



۱ (۱)

-۱ (۲)

$-\sqrt{2}$ (۳)

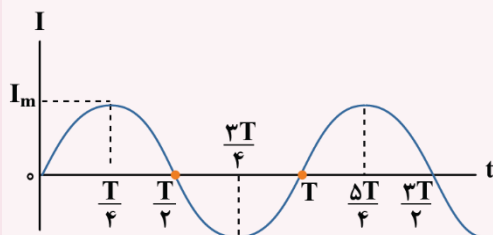
$\sqrt{2}$ (۴)

(آسان - نموداری - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

یادآوری

نمودار جریان متناوب به صورت زیر است:



با توجه به نمودار داریم:

$$3 \times \frac{T}{2} = 12 \text{ ms} \Rightarrow T = 8 \text{ ms} = 8 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{8 \times 10^{-3}} t\right) = 2 \sin(250\pi t)$$

در نتیجه:

$$t = 3 \text{ ms} \Rightarrow I = 2 \sin(250\pi \times 3 \times 10^{-3}) = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow I = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{ A}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- قد یک کودک در مدت ۲۰۰ روز، ۳ cm افزایش یافته است. آهنگ رشد قدی این کودک بر حسب $\frac{\text{mm}}{\text{h}}$ و به صورت نمادگذاری علمی، کدام است؟

۶/۲۵ × ۱۰^{-۵} (۴)

$\frac{1}{16} \times ۱۰^{-۱}$ (۳)

$\frac{1}{۱/۶} \times ۱۰^{-۲}$ (۲)

۶/۲۵ × ۱۰^{-۳} (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

آهنگ تغییر یک کمیت برابر با تغییر آن کمیت نسبت به زمان است؛ بنابراین:

$$\text{آهنگ رشد قدی کودک} = \frac{3 \text{ cm}}{200 \text{ روز}} \times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ روز}}{24 \text{ h}} = \frac{1}{160} \frac{\text{mm}}{\text{h}} = 0.00625 \frac{\text{mm}}{\text{h}} = 6/25 \times 10^{-3} \frac{\text{mm}}{\text{h}}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- مطابق شکل، غواصی با قرار دادن یک سر لوله‌ای در دهان خود، درحالی که سر دیگر آن از آب بیرون است، فشار هوای درون ریه خود را با فشار هوای بیرون آب، یکسان می‌کند. اگر فشار وارد بر قفسه سینه او 68 kPa از فشار درون ریه او بیش تر باشد، غواص در عمق چندمتری از سطح آب قرار دارد؟

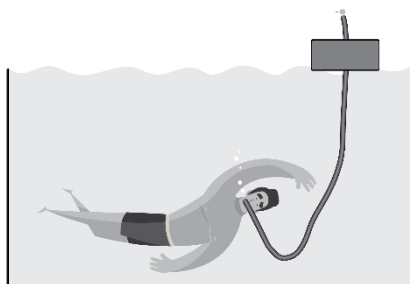
$$(P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۳/۴ (۱)

۶/۸ (۲)

۱۶/۸ (۳)

۱۳/۴ (۴)



(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اختلاف فشار وارد بر قفسه سینه شناگر و فشار درون ریه او همان فشار حاصل از آب است که برابر 68 kPa شده است.

$$P = \rho gh$$

$$\Rightarrow 68 \times 10^3 = 1000 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow 68 = 10h \Rightarrow h = 6.8 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- شخصی، گلوله‌ای برفی به جرم 200 g را از سطح زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع 2 متری، بالا می‌برد و سپس آن را با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌کند. کار

انجام‌شده توسط شخص بر روی گلوله برف چند برابر کار نیروی وزن گلوله برف است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

-۳/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

-۲/۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{mg}} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} + (-mgh) = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$W_{\text{شخص}} - 200 \times 10^{-3} \times 10 \times 2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-3} \times (10^2 - 0)$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} - 4 = 10 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 14 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{W_{\text{شخص}}}{W_{\text{mg}}} = \frac{14 \text{ J}}{-4 \text{ J}} = -3.5$$

یادآوری

توجه کنید که کار نیروی وزن فقط به جابه‌جایی قائم جسم بستگی دارد و مستقل از مسیر حرکت جسم است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- هواپیمایی که در ارتفاع 250 متری از سطح زمین و با تندی $162 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ پرواز می‌کند، بسته‌ای به جرم 30 kg را رها می‌کند و بسته با تندی $35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین برخورد می‌کند. کار انجام‌شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین چند کیلوژول است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

-۵۱ (۴)

-۹۹ (۳)

-۸۷ (۲)

-۶۳ (۱)

روش اول:

سرعت اولیه گلوله در هنگام رها شدن برابر $v_1 = 162 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{mg}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = \Delta K$$

$$+mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$+30 \times 10 \times 250 + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times 30 \times (35^2 - 45^2)$$

$$75000 \text{ J} + W_{\text{مقاومت هوا}} = 15(-10)(80)$$

$$75000 \text{ J} + W_{\text{مقاومت هوا}} = -12000 \text{ J}$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = -87000 \text{ J} = -87 \text{ kJ}$$

روش دوم:

انرژی مکانیکی بسته در ابتدا برابر است با:

$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 30 \times 10 \times 250 + \frac{1}{2} \times 30 \times 45^2$$

$$\Rightarrow E_1 = 75000 + 15 \times 45^2 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی نهایی بسته برابر است با:

$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 30 \times 35^2 = 15 \times 35^2 \text{ J}$$

کار نیروی مقاومت هوا برابر اختلاف انرژی مکانیکی نهایی و اولیه است:

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = E_2 - E_1 = 15 \times 35^2 - (75000 + 15 \times 45^2) = 15 \times (35^2 - 45^2) - 75000$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -15 \times 800 - 75000 = -12000 - 75000 = -87000 \text{ J} = -87 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- اگر به ۱ kg آب 20°C به اندازه ۲۱۰ kJ گرما دهیم، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می کند؟ $(\beta_{\text{آب}} = 0/27 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$)

(۱) ۰/۳۵ درصد کاهش می یابد. (۲) ۱/۳۵ درصد افزایش می یابد. (۳) ۱/۳۵ درصد کاهش می یابد. (۴) ۰/۳۵ درصد افزایش می یابد.

گام اول:

$\Delta\theta$ را محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 210 \times 10^3 = 1 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 50^\circ\text{C}$$

گام آخر:

درصد تغییرات چگالی را محاسبه می کنیم:

$$\Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_1} = -\beta\Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییرات چگالی} = \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = -\beta\Delta\theta \times 100 = -0/27 \times 10^{-3} \times 50 \times 100 = -1/35\%$$

بنابراین چگالی آب به اندازه ۱/۳۵ درصد کاهش می یابد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- در یک روز سرد زمستان، در چاله کوچکی مقداری آب 0°C قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی، ۱۶/۵ گرم از آب درون چاله تبخیر شود و بقیه آن یخ

ببندد، جرم آب درون چاله چند گرم بوده است؟ (گرمای نهان ذوب یخ و گرمای نهان تبخیر آب در دمای 0°C را به ترتیب، $330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $2500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

در نظر بگیرید.)

(۴) ۲۶۶/۵

(۳) ۱۴۱/۵

(۲) ۲۵۰

(۱) ۱۲۵

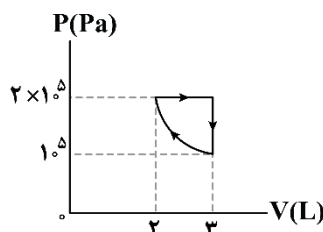
بخشی از آب درون چاله گرما از دست می‌دهد و یخ می‌زند و بخشی دیگر گرما می‌گیرد و بخار می‌شود؛ بنابراین:

$$|Q_{\text{انجماد}}| = |Q_{\text{تبخیر}}| \Rightarrow m_{\text{بخار}} L_F = m_{\text{یخ}} L_V$$

$$m_{\text{یخ}} \times 330 = 16/5 \times 2500 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{16/5 \times 2500}{330} = 125 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم آب درون چاله} = 125 + 16/5 = 141/5 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

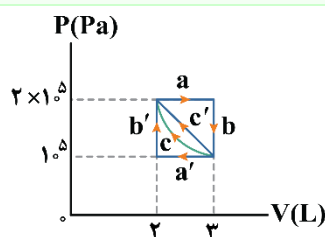


۷۴- گاز داخل یک استوانه، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. این گاز در این چرخه:

- (۱) کم‌تر از ۵۰ ژول گرما می‌گیرد.
- (۲) بین ۵۰ تا ۱۰۰ ژول گرما می‌گیرد.
- (۳) بین ۵۰ تا ۱۰۰ ژول گرما از دست می‌دهد.
- (۴) بیش‌تر از ۱۰۰ ژول گرما از دست می‌دهد.

نکته

اندازه کار انجام‌شده در یک چرخه برابر با مساحت درون چرخه است. اگر چرخه ساعتگرد باشد، $W < 0$ و اگر چرخه پادساعتگرد باشد، $W > 0$ است.



مطابق شکل، فرایندهای چرخه داده‌شده را a، b و c می‌نامیم.

فرایندهای فرضی a'، b' و c' را رسم می‌کنیم. در چرخه‌های abc' و aba'b' داریم:

$$|W_{abc'}| = \text{مساحت درون چرخه} = \frac{1}{2} (2 \times 10^5 - 10^5) \times (3 - 2) \times 10^{-3} = 50 \text{ J}$$

$$|W_{aba'b'}| = \text{مساحت درون چرخه} = (2 \times 10^5 - 10^5) \times (3 - 2) \times 10^{-3} = 100 \text{ J}$$

همان‌طور که پیداست مساحت درون چرخه abc، از چرخه abc' بیش‌تر و از چرخه aba'b' کم‌تر است؛ بنابراین:

$$\underbrace{|W_{abc'}|}_{50 \text{ J}} < |W_{abc}| < \underbrace{|W_{aba'b'}|}_{100 \text{ J}} \xrightarrow{\text{چرخه ساعتگرد}} -100 \text{ J} < W_{abc} < -50 \text{ J}$$

نکته

در چرخه‌ها، دمای ابتدا و انتها یکسان است؛ بنابراین انرژی درونی دستگاه در یک چرخه تغییر نمی‌کند و $\Delta U_{\text{چرخه}} = 0$ است.

$$\text{قانون اول ترمودینامیک: } \Delta U_{abc} = W_{abc} + Q_{abc} \Rightarrow Q_{abc} = -W_{abc}$$

$$\Rightarrow 50 \text{ J} < Q_{abc} < 100 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- یک ماشین گرمایی در هر چرخه، ۲۰۰ J گرما از منبع دما بالا می‌گیرد و ۱۶۰ J گرما به منبع دما پایین می‌دهد و بقیه آن تبدیل به کار می‌شود. اگر هر

چرخه ۱/۶ s طول بکشد، توان خروجی این ماشین چند وات است؟

۲۲۵ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۲۵ (۱)

گام اول:

با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$Q_H = |W| + |Q_C| \Rightarrow 200 = |W| + 160 \Rightarrow |W| = 40 \text{ J}$$

گام آخر:

توان خروجی ماشین طبق رابطه زیر حساب می‌شود:

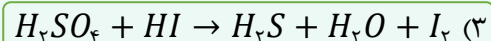
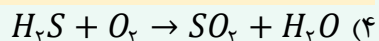
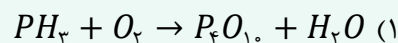
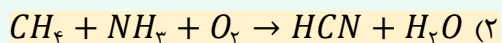
$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{40}{1/6} = 240 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز

شیمی

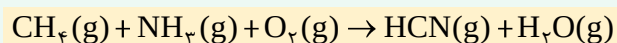
یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



دانش آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالتون خوب باشه و تا به اینجای کار، با موفقیت آزمون‌ها رو پشت سر گذاشته باشید! بالاخره رسیدیم به آزمون‌های جامع و همین‌جا لازمه بهتون یادآوری کنم که مهم‌تر از تراز و رتبه، این مهمه که به واسطه آزمون‌های جامع سعی کنید مهارت آزمون دادن رو درخودتون تقویت کنید و استراتژی نهایی آزمون دادن رو پیدا کنید و روی اون تمرین کنید. اینکه از بین درس‌های هر دفترچه، کدوم رو اول بزنی و چه سؤالاتی رو کنار بذاری و ...، مهارت‌های مهمی هستن که باید اون‌ها رو خیلی خوب یاد بگیرید. علاوه بر این، در آزمون‌های جامع باید سعی کنید نکاتی از مطالب رو که یادتون رفته پیدا کنید و سعی کنید اون‌ها رو مرور کنید. بچه‌ها بهتون توصیه می‌کنم بیش از حد به تراز و رتبه آزمون‌های جامع اهمیت ندید و مدام شرایط خودتون رو با شرایط کنکور مقایسه نکنید. این آزمون‌ها، فرصت مهمی هستن تا شما بتونید شرایط خودتون رو بهبود بدین تا در کنکور نتیجه بهتری به‌دست بیارید. بازه باقیمانده تا کنکور، براتون زمان ارزشمندی رو فراهم می‌کنه تا متن کتاب درسی شیمی رو خیلی خوب بخونید. مراقب باشید که بیش از ۲۰٪ شیمی کنکور، از مباحث حفظی تشکیل شده و شما با مطالعه دقیق متن کتاب درسی، به راحتی می‌تونید به این سؤالات پاسخ بدین!

دکتر فرشاد هادیان فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- در کدام موارد، برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده دو گونه، از نماد شیمیایی گازهای نجیب متفاوتی استفاده می‌شود؟
الف: ${}^{24}\text{Ar}^{2+}$ ، ${}^{17}\text{Cl}^{-}$ ب: ${}^{19}\text{F}^{2-}$ ، ${}^{19}\text{K}^{+}$ پ: ${}^{23}\text{G}^{2+}$ ، ${}^{13}\text{J}^{+}$ ت: ${}^{15}\text{M}^{3-}$ ، ${}^{21}\text{Z}^{2+}$
(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

در نوشتن آرایش الکترونی فشرده یک گونه، از نماد گازهای نجیب استفاده می‌شود. در رابطه با این گازها، داریم:

گاز نجیب	عدد اتمی	شماره تناوب
هلیوم	۲	۱
نئون	۱۰	۲
آرگون	۱۸	۳
کریپتون	۳۶	۴
زنون	۵۴	۵
رادون	۸۶	۶
اوگانسون	۱۱۸	۷

برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده یک گونه، باید از نماد گاز نجیب استفاده کنیم که شمار الکترون‌های کمتری نسبت به آن گونه دارد. برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده یون‌ها در دو مورد (ب) و (پ) از گازهای نجیب متفاوتی استفاده می‌شود. آرایش الکترونی فشرده گونه‌ها به این صورت نوشته می‌شود:

«الف»: آرایش الکترونی این دو یون به‌صورت ${}^{24}\text{Ar}^{2+}:[\text{Ar}]3d^4$ و ${}^{17}\text{Cl}^{-}:[\text{Ar}]3d^5$ است. در هر دو آرایش الکترونی از نماد آرگون استفاده شده است.

«ب»: آرایش الکترونی این دو یون به‌صورت ${}^{19}\text{F}^{2-}:[\text{Ne}]3s^23p^4$ و ${}^{19}\text{K}^{+}:[\text{Ar}]4s^1$ است.

«پ»: آرایش الکترونی این دو گونه شیمیایی به‌صورت ${}^{23}\text{G}^{2+}:[\text{Ar}]3d^3$ و ${}^{13}\text{J}^{+}:[\text{Ne}]3s^23p^1$ است.

«ت»: آرایش الکترونی این دو یون به‌صورت ${}^{15}\text{M}^{3-}:[\text{Ar}]3d^5$ و ${}^{21}\text{Z}^{2+}:[\text{Ar}]3d^9$ است. توجه داریم در هر دو آرایش الکترونی از نماد گاز آرگون استفاده شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام مورد درست است؟

- تمام عناصر نافلزهای دوره دوم جدول تناوبی، با از دست دادن الکترون در ساختار ترکیب‌های یونی شرکت می‌کنند.
- در همه ترکیب‌های یونی، میان یون‌های حاصل از عناصر فلزی و نافلزی پیوندهای یونی برقرار شده است.
- در ساختار ترکیب‌های یونی هالید حاصل از عناصر فلزی، زیروند آنیون همواره با بار کاتیون برابر است.
- در ساختار مواد یونی، اتم همه عناصر فلزی به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب دوره قبل خود می‌رسند.

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰)

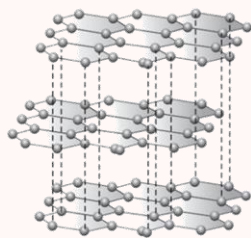
هالوژن‌ها، عناصر موجود در گروه شماره ۱۷ جدول دوره‌ای بوده و در واکنش با عناصر فلزی، یک الکترون می‌گیرند و یون‌هایی با بار ۱- به نام یون هالید را ایجاد می‌کنند. بر این اساس، می‌توان گفت از واکنش فلزها با هالوژن‌ها (عنصرهای گروه هفدهم جدول تناوبی) که آن‌ها را با نماد Y نشان می‌دهیم، همواره ترکیب یونی XY_n تولید می‌شود و مقدار n با اندازه بار کاتیون برابر است. برای مثال، از واکنش فلز منیزیم با گاز کلر، منیزیم کلرید با فرمول شیمیایی $MgCl_2$ تولید می‌شود و همانطور که مشخص است، زیروند یون کلرید در این ترکیب برابر با بار یون منیزیم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

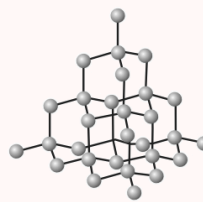
۱ نئون، فلئور، اکسیژن، نیتروژن و کربن، نافلزهای موجود در دوره دوم هستند. از میان نافلزهای دوره دوم جدول تناوبی، عنصرهای نئون (${}^{10}\text{Ne}$) و کربن (${}^{6}\text{C}$) توانایی تولید یون تک‌اتمی را ندارند. نئون به‌عنوان گاز نجیب دوره دوم تمایلی به شرکت در واکنش‌های شیمیایی ندارد و کربن نیز در ترکیب‌های خود فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد و پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

کربن

عنصر کربن با عدد اتمی ۶ در گروه چهاردهم و دوره دوم جدول تناوبی قرار دارد و در لایه ظرفیت خود ۴ الکترون دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت $1s^2, 2s^2 2p^2$ است. از ایزوتوپ کربن-۱۲ (^{12}C) برای تعیین جرم اتمی و تعریف amu استفاده می‌شود. مطابق این مقیاس، $1amu$ برابر با سنجی به جرم $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ ^{12}C است. توجه داریم که رفتارهای منحصر به فرد عنصر کربن، آن را از سایر اتم‌های جدول تناوبی متمایز می‌کند؛ به طوری که ترکیب‌های شناخته شده از اتم کربن، از مجموع ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول تناوبی بیشتر است. اتم کربن می‌تواند با اشتراک الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود (Ne) برسد. این اتم توانایی تشکیل پیوندهای یگانه، دوگانه و سه‌گانه را با خود و برخی اتم‌های دیگر دارد. همچنین توانایی تشکیل زنجیر و حلقه‌های کربنی را دارد. اتم‌های کربن می‌توانند با یکدیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل‌های متفاوتی مانند گرافیت، الماس و ... را نیز ایجاد کنند. گرافیت، دگرشکل پایدارتر کربن است (این ماده به سرب مداد معروف است) و همانطور که می‌دانیم، این ماده سطح تیره‌ای دارد، رسانای جریان الکتریکی است و در اثر ضربه خرد می‌شود. در رابطه با ساختار الماس و گرافیت، داریم:



ساختار گرافیت:

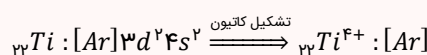
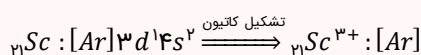


ساختار الماس:

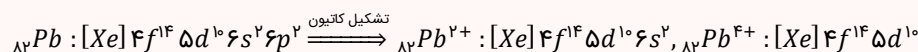
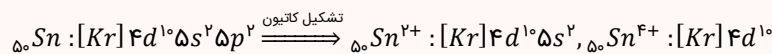
۲ برخی از ترکیب‌های یونی، به‌طور کامل از عنصرهای نافلز تشکیل شده‌اند. برای مثال آمونیوم سولفات با فرمول شیمیایی $(NH_4)_2SO_4$ ، فاقد اتم فلزی در ساختار خود است.

۴ اغلب فلزهای واسطه و برخی از فلزهای اصلی جدول تناوبی، با تشکیل کاتیون به آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نمی‌رسند. برای مثال، گالیم، روی، مس و قلع، هنگام تشکیل کاتیون به آرایش یک گاز نجیب دست پیدا نمی‌کنند.

اغلب فلزهای واسطه با تشکیل کاتیون به آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نمی‌رسند. البته، توجه داریم که استثنائاتی نیز وجود دارد که به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسند. برای مثال، داریم:



همچنین، اغلب فلزهای اصلی با تشکیل کاتیون به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسند. در این مورد نیز موارد استثناء وجود دارد که آرایش الکترونی کاتیون، به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد. برای مثال، داریم:



گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام مورد نادرست است؟

- ۱) بازگشت الکترون از لایه چهارم به لایه سوم در اتم هیدروژن، پرتویی با طول موج بیشتر از $410nm$ گسیل می‌کند.
- ۲) در جدول تناوبی امروزی، ۱۱۴ عنصر وجود دارند که فاقد زیرلایه الکترونی نیمه‌پر با $n + l = 4$ هستند.
- ۳) تمام الکترون‌های لایه سوم، نسبت به الکترون‌های لایه پنجم الکترونی سطح انرژی پایین‌تری دارند.
- ۴) در یک عنصر، اگر زیرلایه $4s$ به‌طور کامل پر نشده باشد، زیرلایه‌ای با $n + l = 5$ به‌طور قطعاً فاقد الکترون است.

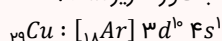
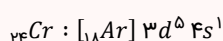
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

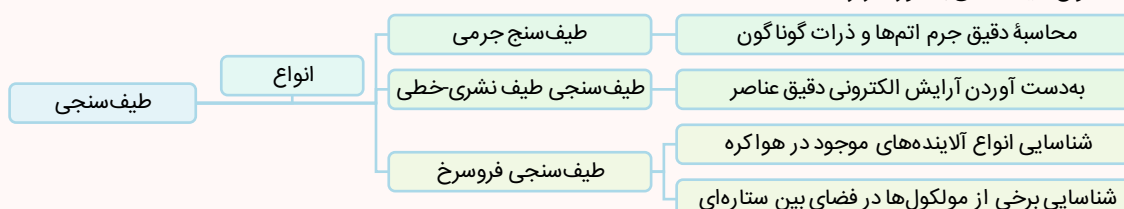
در برخی از فلزهای واسطه دوره چهارم، زیرلایه $4s$ نیمه‌پر است اما زیرلایه $3d$ با $n + l = 5$ نیز دارای الکترون است. برای مثال، در عنصرهای Cr و Cu ، آرایش الکترونی لایه ظرفیت به ترتیب به صورت $3d^5 4s^1$ و $3d^{10} 4s^1$ است. در ساختار اتم‌های سازنده این دو عنصر، زیرلایه $4s$ به‌طور کامل از الکترون پر نشده است.

قاعده آفبا

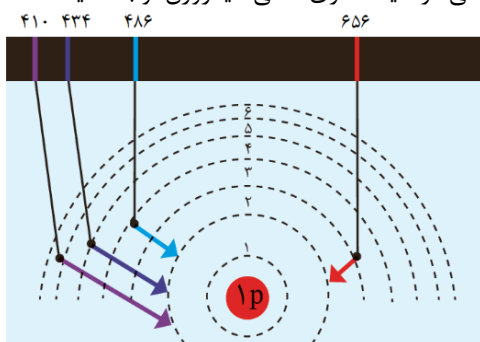
قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را پیش‌بینی می‌کند؛ اما برای اتم برخی عنصرهای جدول دوره‌ای مثل کروم و مس، نارسایی دارد. امروزه به کمک روش‌های طیف سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند. در واقع، روش طیف سنجی می‌تواند آرایش الکترونی دقیق همه عناصر را به دست بیاورد. آرایش الکترونی دقیق کروم و مس که با استفاده از روش‌های طیف سنجی به دست آمده، به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در آرایش الکترونی این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $4s$ به زیرلایه $3d$ منتقل شده است؛ پس این اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند. کاربردهای مختلف انواع طیف سنجی به صورت زیر است:



۱ با افزایش فاصله از هسته، تفاوت سطح انرژی دو لایه متوالی کاهش می‌یابد. بازگشت الکترون از لایه ششم به لایه دوم الکترونی در اتم هیدروژن، پرتویی با طول موج 410 nm گسیل می‌کند. پس بازگشت الکترون از لایه چهارم به سوم الکترونی، پرتویی با انرژی بیشتر و طول موج بیشتر از 410 nm گسیل می‌کند. به چگونگی تشکیل خطوط رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن توجه کنید:

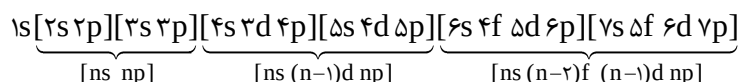


۲ زیرلایه‌های s و p ، زیرلایه‌هایی با $n + l = 4$ هستند. در جدول تناوبی عناصر، ۴ اتم زیر، یکی از دو زیرلایه نیمه‌پر $4s^1$ یا $3p^3$ را دارند:

${}_{29}\text{Cu} : [\text{Ar}] 3d^9 4s^1$ و ${}_{24}\text{Cr} : [\text{Ar}] 3d^5 4s^1$ و ${}_{19}\text{K} : [\text{Ar}] 4s^1$ و ${}_{15}\text{P} : [\text{Ne}] 3s^2 3p^3$

به جز این چهار عنصر، هیچ عنصر دیگری از جدول دوره‌ای دارای چنین شرایطی نخواهد بود. در نتیجه، می‌توان گفت $114 - 4 = 110$ عنصر در جدول تناوبی، فاقد این زیرلایه‌های نیمه‌پر هستند.

۳ مقدار $n + l$ برای زیرلایه‌های موجود در لایه سوم الکترونی حداکثر برابر با ۵ است (مربوط به زیرلایه $3d$)، در حالی که برای زیرلایه‌های موجود در لایه پنجم الکترونی، حداقل این مقدار برابر با ۵ است (برای زیرلایه $5s$). با توجه به عدد کوانتومی اصلی این دو زیرلایه، سطح انرژی زیرلایه $3d$ نیز کمتر از زیرلایه $5s$ است. بر این اساس، می‌توان گفت سطح انرژی تمام زیرلایه‌های لایه پنجم الکترونی، بیشتر از زیرلایه‌های لایه سوم الکترونی است. همچنین طبق قاعده آفبا، زیرلایه‌ها به ترتیب سطح انرژی پر می‌شوند. با توجه به شکل زیر که ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را طبق قاعده آفبا نشان می‌دهد، تمامی زیرلایه‌ها با $n = 5$ بعد از زیرلایه‌ها با $n = 3$ پر می‌شوند:



گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام سطر از جدول زیر، به درستی تکمیل شده است؟

سطر	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	نوع ترکیب
۱	کلسیم بنزوات	$\text{CaC}_6\text{H}_5\text{COO}$	یونی
۲	کبالت (III) کلرید	CoCl_3	یونی
۳	کربونیل برمید	COBr_2	مولکولی
۴	آمونیم هیدروژن کربنات	NH_4HCO_3	مولکولی

۴ (۴)

۳ (۳)

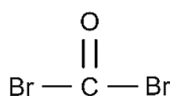
۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

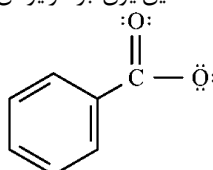
پاسخ: گزینه ۳

کربونیل برمید یک ترکیب مولکولی با ساختار زیر است:



در ساختار این ماده، اتم کربن با پیوند دوگانه به اتم اکسیژن متصل بوده و از دو طرف دیگر نیز به دو اتم برم متصل شده است. بررسی سایر سطرهای جدول:

۱) یون بنزوات یک یون چند اتمی با فرمول شیمیایی $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-$ است. این یون، بر اثر یونش بنزواتیک اسید ایجاد می‌شود. ساختار یون مورد نظر به صورت زیر است:



با توجه به بار الکتریکی یون بنزوات، می توان گفت کلسیم بنزوات یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $Ca(C_6H_5COO)_2$ است. توجه داریم که از انحلال اسیدهای آلی و یونش آن ها در آب، یون هیدروژن و یک آنیون چند اتمی تولید می شود. به نام گذاری این یون ها توجه کنید:

یونش متانوئیک اسید ($HCOOH$) $\rightarrow$ تولید آنیون متانوات ($HCOO^-$)

یونش استیک اسید (CH_3COOH) $\rightarrow$ تولید آنیون استات (CH_3COO^-)

یونش بنزوئیک اسید (C_6H_5COOH) $\rightarrow$ تولید آنیون بنزوات ($C_6H_5COO^-$)

(۲) کبالت (III) کلرید یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $CoCl_3$ است. دقت کنید برای نوشتن نماد دو حرفی عنصرهای شیمیایی، حرف اول به صورت بزرگ و حرف دوم به صورت کوچک نوشته می شود

(۴) یون هیدروژن کربنات یک یون چند اتمی با فرمول شیمیایی HCO_3^- است. پس آمونیوم هیدروژن کربنات یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی NH_4HCO_3 است. که از کنار هم قرار گرفتن یک آنیون و یک کاتیون چند اتمی تشکیل شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- چند مورد از موارد زیر به درستی بیان شده است؟

- الف: از میان فلزهای دوره سوم جدول تناوبی، کاتیون فلز با عدد اتمی بیشتر، درصد فراوانی بیشتری در آب دریا دارد.
- ب: بخش عمده منابع غیر اقیانوسی آب کره را آب های زیرزمینی تشکیل می دهند.
- پ: فعالیت های آتشفشانی سبب پویایی اجزای سازنده زمین و ارتباط میان سنگ کره و هواکره می شوند.
- ت: سالانه حجم عظیمی از آب دریاها، بخار و وارد هواکره می شود، در نتیجه حجم آب های کره زمین رو به کاهش است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

«الف»: از میان فلزهای اصلی دوره سوم جدول تناوبی (Na و Mg و Al)، یون سدیم (Na^+) نسبت به یون منیزیم (Mg^{2+}) درصد فراوانی بیشتری در آب دریا دارد. این در حالی است که عدد اتمی آلومینیم بیشتر از عدد اتمی دو عنصر دیگر است.

نکات زیر را راجع به یون های موجود در آب دریا به خاطر بسپارید:

✓ کاتیون عنصرهای گروه اول و دوم جدول دوره های در آب دریا وجود دارند.

✓ مقدار یون کلرید از بقیه آنیون های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم:

✓ مقدار یون سدیم از بقیه کاتیون های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم:

✓ مقدار آنیون ها: $Cl^- > SO_4^{2-} > CO_3^{2-} > Br^-$

✓ مقدار کاتیون ها: $Na^+ > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+$

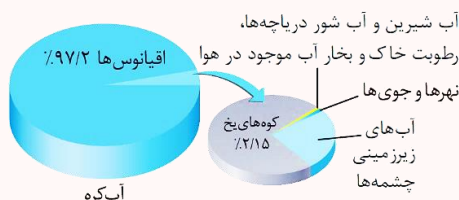
«ب»: به طور کلی، آب های روی کره زمین به دو دسته منابع اقیانوسی و منابع غیر اقیانوسی تقسیم بندی می شوند. بخش عمده منابع غیر اقیانوسی آب کره را کوه های یخ تشکیل می دهند.

آب کره

حدود ۷۵٪ سطح کره زمین را آب تشکیل می دهد اما بخش عمده آب های کره زمین شور است و نمی توان از آن ها برای مصارف کشاورزی، صنعتی و خانگی استفاده کرد. از این رو، تهیه آب شیرین و آشامیدنی، همچنین آب قابل استفاده در کشاورزی، صنعت و دیگر حوزه ها یکی از چالش های اساسی در سطح جهان است. به مقایسه درصد منابع آبی سازنده آب کره توجه کنید:

آب شیرین و شور دریاچه ها، رطوبت خاک و بخار آب موجود در هوا > آب های زیرزمینی > کوه های یخ > اقیانوس ها

در این رابطه، داریم:



«پ»: فعالیت های آتشفشانی سبب می شوند گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد به صورت گرد و غبار وارد هواکره شوند. این فعالیت ها سبب پویایی زمین و ارتباط میان بخش های مختلف آن از جمله سنگ کره و هواکره می شوند.

«ت»: سالانه حجم عظیمی از آب دریاها بخار و وارد هواکره می شود و دوباره به صورت بارش برف، باران و تگرگ به آب کره باز می گردد، در نتیجه حجم آبهای کره زمین به تقریب ثابت است. توجه داریم که بخش های مختلف کره زمین، همواره با هم در ارتباط هستند. در این رابطه، داریم:

۴ بخش اصلی زمین

زیست کره: شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش های آن ها، درشت مولکول ها، نقش اساسی ایفا می کنند.

هواکره: از مولکول های کوچک شامل نیتروژن، اکسیژن و ... تشکیل شده است.

آب کره: از مولکول های کوچک آب، یون ها و ... تشکیل شده است.

سنگ کره: از مواد جامد مانند ماسه، نمک ها و ... تشکیل شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- در محلولی از منیزیم سولفات، ۲۴ گرم نمک وجود دارد. اگر جرم آب موجود در این محلول، $\frac{13}{5}$ برابر جرم منیزیم سولفات باشد، غلظت مولی منیزیم سولفات در این محلول به تقریب کدام است؟ (چگالی محلول برابر با $\frac{1}{16}$ گرم بر میلی لیتر در نظر گرفته شود. $S = 32, Mg = 24, O = 16, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

۰/۳۳ (۴)

۱/۳۳ (۳)

۰/۶۷ (۲)

۱/۶۷ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

هر محلول، از دو بخش حلال و حل شونده تشکیل شده است. در ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده، شمار مول های منیزیم سولفات ($MgSO_4$) و جرم آب (H_2O) موجود در محلول را محاسبه می کنیم:

$$? mol MgSO_4 = 24 g MgSO_4 \times \frac{1 mol MgSO_4}{120 g MgSO_4} = 0.2 mol MgSO_4$$

$$? g H_2O = 24 \times \frac{13}{5} = 312 g H_2O$$

در گام بعد، حجم محلول را پیدا می کنیم:

$$\text{حجم محلول} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{چگالی}} = \frac{\text{جرم منیزیم سولفات} + \text{جرم آب}}{\text{چگالی}} = \frac{312 g + 24 g}{1/16 g \cdot mL^{-1}} = \frac{336}{1/16} = 5376 mL \approx 5.4 L$$

با توجه به حجم محلول و شمار مول های حل شونده موجود در آن، غلظت مولی منیزیم سولفات را محاسبه می کنیم:

$$[MgSO_4] = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0.2}{5.4} \approx 0.037 mol \cdot L^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- از واکنش میان یک فلز واسطه با واکنش پذیرترین نافلز جدول تناوبی، ترکیب XY_3 تولید می شود. در رابطه با این دو عنصر، چند مورد از عبارات های زیر درست است؟

الف: عدد اکسایش عنصر X در ترکیب XPO_4 ، $\frac{1}{5}$ برابر عدد اکسایش آن در ترکیب XY_3 است.

ب: اگر در جدول تناوبی ۱۳ عنصر میان عناصر X و Y ، وجود داشته باشد، مجموع $n + l$ الکترون های ظرفیتی X برابر ۲۳ است.

پ: عنصر های هم دوره با عنصر Y که رسانای جریان الکتریسیته هستند، همگی چکش خوار خواهند بود.

ت: عنصر Y نسبت به سایر عنصر های هم گروه خود دمای ذوب پایین تری دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

واکنش پذیرترین عنصر نافلزی جدول تناوبی، فلئور (F) است. بر این اساس، می توان گفت فرمول شیمیایی ترکیب تولید شده در این فرایند به صورت XF_3 خواهد بود. بر این اساس، عبارات های (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: با در نظر گرفتن بار یون های PO_4^{3-} و F^- ، عدد اکسایش عنصر X در ترکیب های XPO_4 و XY_3 ، به ترتیب برابر با ۳ و ۲ است. همانطور که مشخص است، این عنصر توانایی ایجاد بیش از یک نوع کاتیون را داشته است.

«ب»: طبق فرض سؤال، در جدول تناوبی ۱۳ عنصر میان عناصر X و Y قرار گرفته است. بر این اساس، می توان گفت عدد اتمی X برابر $9 + 13 + 1 = 23$ است. آرایش الکترونی لایه ظرفیت عنصر X به صورت $3d^3 4s^2$ است و همانطور که می دانیم، این عنصر معادل با وانادیم خواهد بود. برای محاسبه مجموع $n + l$ برای این الکترون ها داریم:

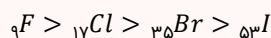
$$n + l = 3 \times (3 + 2) + 2 \times (4 + 0) = 23$$

«پ»: عنصر فلئور در دوره دوم جدول تناوبی قرار دارد. عنصر کربن (C) نافلزی رسانا در دوره دوم است که در برابر ضربه خرد می شود.

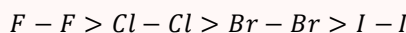
«ت»: عنصر فلئور در گروه هفدهم (هالوژن ها) جدول تناوبی قرار دارد عنصر فلئور کمترین عدد اتمی را در میان هالوژن ها دارد. همانطور که می دانیم، در این گروه با افزایش عدد اتمی، نیروی بین مولکولی، نقطه ذوب و نقطه جوش عناصر افزایش می یابد.

هالوژن‌ها

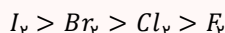
هالوژن‌ها عنصرهای گروه هفدهم جدول تناوبی با آرایش لایه ظرفیت $ns^2 np^5$ هستند. هالوژن‌ها در واکنش با عنصرهای فلزی، با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند و آنیون X^- تشکیل می‌دهند. این عنصرها در واکنش با عنصرهای شبه فلزی و نافلزی، الکترون به اشتراک می‌گذارند و با تشکیل پیوندهای کووالانسی به آرایش الکترونی هشت‌تایی می‌رسند. توجه داریم که در گروه هفدهم با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی بیشتر شده و در نتیجه واکنش‌پذیری عنصرهای نافلزی این گروه، از بالا به پایین کاهش می‌یابد. به مقایسه واکنش‌پذیری این عنصرها توجه کنید:



همچنین با حرکت از سمت بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، آنتالپی پیوند بین دو اتم هالوژن نیز کاهش می‌یابد. آنتالپی پیوند مولکول‌های دواتمی هالوژن‌ها به این صورت مقایسه می‌شود:

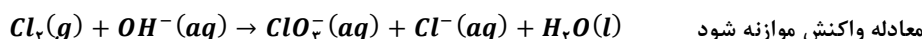
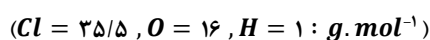


در این گروه، با افزایش عدد اتمی، جرم مولی هالوژن‌ها افزایش می‌یابد و نیروی وان‌دروالسی مولکول‌ها افزایش می‌یابد. پس برای مقایسه نیروهای بین مولکولی، نقطه ذوب و نقطه جوش این مواد، داریم:



گروه آموزشی ماز

۸۳- پس از اتمام واکنش زیر در ظرفی به حجم ۵ لیتر، غلظت ClO_3^- به 0.016 مول بر لیتر می‌رسد. اگر طی این واکنش $7/5$ لیتر Cl_2 مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط واکنش، برابر $1/28$ گرم بر لیتر است.)



۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

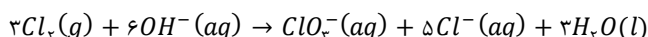
۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا معادله واکنش را به صورت موازنه شده می‌نویسیم:



در گام بعد، با توجه به چگالی گاز اکسیژن، حجم مولی گازها را محاسبه می‌کنیم و بر این اساس، مقدار مول گاز Cl_2 را پیدا می‌کنیم:

$$\text{حجم مولی} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{چگالی}} = \frac{32}{1/28} = 28 \text{ L}$$

$$? \text{ mol } Cl_2 = 7/5 \text{ L } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{28 \text{ L } Cl_2} = 0.13 \text{ mol } Cl_2$$

قانون آووگادرو

حجم یک نمونه گاز به مقدار، دما و فشار آن وابسته است و با تغییر هر یک از این کمیت‌ها، حجم گاز تغییر می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت در دمای ثابت، با افزایش فشار، حجم گاز کاهش می‌یابد و برعکس. همچنین در فشار ثابت، با افزایش دما، حجم گاز افزایش می‌یابد و برعکس. در دما و فشار ثابت، یک مقدار مشخص از هر گاز حجم یکسانی با همین مقدار از گازهای دیگر دارد. به عبارتی، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است. این بیان برای نخستین بار توسط آووگادرو ارائه شد و بعدها به قانون آووگادرو مشهور شد. شیمی‌دان‌ها دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر را به عنوان شرایط استاندارد (STP) در نظر گرفته‌اند که در این شرایط حجم مولی گازها، $22/4$ لیتر است.

در گام بعد، مقدار خالص ClO_3^- و درصد خلوص را محاسبه می‌کنیم. برای استفاده از کسر تبدیل، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$? \text{ mol } ClO_3^- = 0.13 \text{ mol } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } ClO_3^-}{3 \text{ mol } Cl_2} = 0.11 \text{ mol}$$

برای استفاده از روش تناسب، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

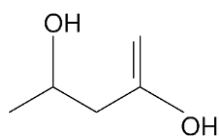
$$\frac{\text{مول } Cl_2}{\text{ضریب } Cl_2} = \frac{\text{مول } ClO_3^-}{\text{ضریب } ClO_3^-} \Rightarrow \frac{0.13}{3} = \frac{\text{مول } ClO_3^-}{1} \Rightarrow \text{مول } ClO_3^- = 0.11$$

طبق فرض سؤال، مقدار عملی ClO_3^- تولید شده در این واکنش شیمیایی برابر با 0.016×5 مول است، پس داریم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{0.016 \times 5}{0.11} \times 100 = 80\%$$

گروه آموزشی ماز

۸۴- ساختار داده شده با کدام ترکیب آلی ایزومر است و درصد جرمی کربن در این ماده از درصد جرمی کربن در کدام ترکیب بیشتر است؟
($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

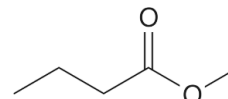


- (۱) متیل بوتانوات - اتیلن گلیکول
- (۲) اتیل پروپیل اتر - پنتانویک اسید
- (۳) اتیل پروپیل اتر - استون
- (۴) متیل بوتانوات - بنزنویک اسید

(متوسط - مفهومی / مسئله - ۱۱۰۲)

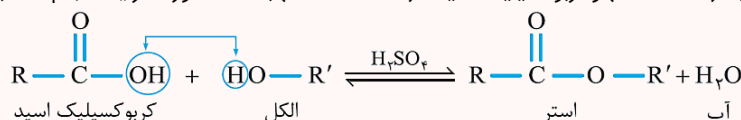
پاسخ: گزینه ۱

ترکیب مورد نظر در ساختار مولکولی خود دارای ۲ گروه عاملی الکلی است. فرمول شیمیایی این الکل دوعاملی به صورت $C_5H_{11}O_2$ است. فرمول شیمیایی متیل بوتانوات و اتیل پروپیل اتر نیز به ترتیب به صورت $C_5H_{10}O_2$ و $C_5H_{10}O$ است. ساختار این دو ترکیب شیمیایی به صورت زیر است:

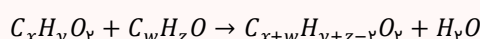


استرها

استرها را می توان از واکنش میان الکلها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) به دست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آنها می شود، اصطلاحاً واکنش آب کافت گفته می شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_2$ و یک الکل با فرمول شیمیایی C_wH_zO به صورت زیر است:



در رابطه با قسمت دوم سؤال، داریم:

درصد جرمی کربن در ساختار ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_5H_{11}O_2$ برابر با $\frac{5 \times 12}{102} \times 100 \approx 58/8$ درصد است. استون با فرمول شیمیایی C_3H_6O ، یک ترکیب کتونی بوده و درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{3 \times 12}{58} \times 100 \approx 62$ درصد است. ساختار استون به صورت زیر است:



پنتانویک اسید با فرمول شیمیایی $C_5H_{10}O_2$ ، نیز نوعی کربوکسیلیک اسید بوده و درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{5 \times 12}{102} \times 100 \approx 58/8$ درصد است. اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ نیز نوعی الکل دوعاملی است که در ضمیمه یافت می شود. درصد جرمی کربن در این ترکیب برابر با $\frac{2 \times 12}{62} \times 100 \approx 39$ درصد است. بنزنویک اسید با فرمول شیمیایی $C_7H_6O_2$ نیز نوعی ترکیب اسیدی است که درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{7 \times 12}{122} \times 100 \approx 69$ درصد است.

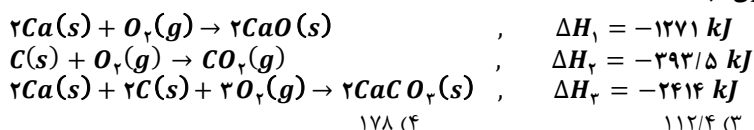
ساختار کلی ترکیب های اتری به صورت زیر است:



در ساختار اترها، یک اتم اکسیژن وجود دارد که از دو طرف به زنجیره های هیدروکربنی متصل شده است. برای نام گذاری اتر، ابتدا نام دو زنجیره هیدروکربنی را آورده و سپس کلمه اتر را می نویسیم. برای مثال اتری با فرمول شیمیایی $CH_3OC_2H_5$ ، اتیل متیل اتر نام دارد. اگر دو زنجیره هیدروکربنی یکسان باشند، از پیشوند (دی) استفاده می کنیم. برای مثال اتری با فرمول شیمیایی $C_2H_5OC_2H_5$ ، دی اتیل اتر نام دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۵- در واکنش تجزیه کلسیم کربنات با معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ ، حجم گاز تولید شده پس از انتقال به شرایط استاندارد، ۳/۳۶ لیتر است. با توجه به واکنش های زیر، در این واکنش چند کیلوژول انرژی مبادله شده است؟



آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی (گرماسنجی مستقیم) اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نشده و تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. در چنین شرایطی، برای اندازه‌گیری گرمای مبادله شده در این واکنش‌ها باید از روش‌های غیرمستقیم مثل قانون هس و ... استفاده کنیم.

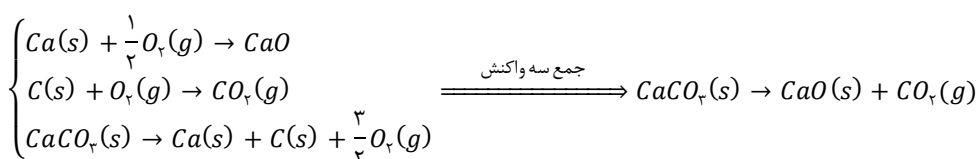
محاسبه غیر مستقیم آنتالپی واکنش

از روش‌های غیرمستقیم برای محاسبه تغییر آنتالپی واکنش‌هایی استفاده می‌شود که تأمین شرایط مورد نیاز برای انجام شدن آن‌ها دشوار است. واکنش‌های زیر، معادله برخی از فرایندهایی را نشان می‌دهد که ΔH آن‌ها را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد:



با توجه به معادله‌های بالا، می‌توان گفت ΔH واکنش‌های تولید هیدرازین (N_2H_4)، گاز متان (CH_4)، کربن مونوکسید (CO) و آب اکسیژنه (هیدروژن پراکسید یا H_2O_2) از عناصر سازنده این مواد را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد.

ابتدا با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم. واکنش اول در $(\frac{1}{2})$ ، واکنش دوم در (1) و واکنش سوم در $(-\frac{1}{2})$ ضرب می‌شوند. بر این اساس، داریم:



پس آنتالپی واکنش برابر است با:

$$\Delta H = \left(\frac{1}{2} \times (-1271) \right) + (-393/5) + \left(-\frac{1}{2} \times (-2414) \right) = 178 \text{ kJ}$$

در گام بعد، گرمای مبادله‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = \text{انرژی } 1 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{178 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CO_2} = 26/7 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۸۶ - کدام مورد درست است؟

- (۱) در فرایند ذوب یک ماده، نسبت به فرایند میعان همان ماده، انرژی بیشتری مبادله می‌شود.
- (۲) در یک واکنش با $Q > 0$ ، مجموع آنتالپی پیوندها، محتوای انرژی و پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فرآورده‌ها است.
- (۳) همواره با تبادل گرما میان دو سامانه، دمای یکی از سامانه‌ها کاهش و دمای سامانه دیگر افزایش می‌یابد.
- (۴) در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی یک فرایند فیزیکی گرماگیر انجام می‌شود که اساس کار دستگاه است.

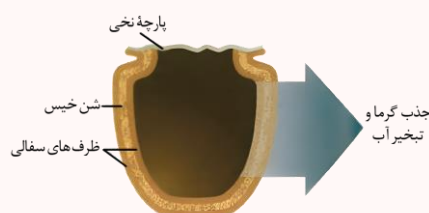
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

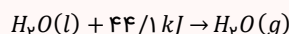
در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی که از جنس سفال است، فرایند گرماگیر تبخیر آب انجام می‌شود این فرایند فیزیکی باعث کاهش سطح انرژی مواد درون یخچال شده و دمای آن‌ها را پایین نگه می‌دارد.

یخچال صحرایی

یخچال صحرایی دستگاهی بسیار ساده و ارزان قیمت است که بدون نیاز به انرژی الکتریکی، مواد غذایی را خنک کرده و برای مدت طولانی‌تری نگه می‌دارد. ساختار این دستگاه به صورت زیر است:

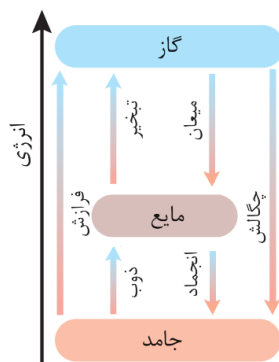


مطابق شکل، در این دستگاه دو ظرف سفالی که از جنس خاک رس ساخته شده‌اند درون یکدیگر قرار گرفته و فضای میان آن‌ها با شن خیس پر می‌شود. درپوش این مجموعه نیز پوششی نخی و مرطوب است که تهویه راه آسانی انجام می‌دهد. با گذشت زمان، به مرور آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی تبخیر می‌شود. معادله فرایند فیزیکی انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، برای تبخیر هر مول آب $44/1$ کیلوژول گرما از محیط جذب می‌شود. فرایند جذب گرما در این دستگاه، فضای داخلی و محتویات درونی آن را خنک کرده و شرایط را برای سالم نگه‌داشتن غذا به مدت طولانی‌تر مناسب می‌کند.

۱ به نمودار زیر در رابطه تبدیل حالت فیزیکی مواد، دقت کنید:



با توجه به نمودار، انرژی مصرف شده در فرایند ذوب یک ماده، کمتر از انرژی آزاد شده در فرایند میعان همان ماده است.

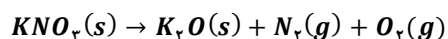
۲ در یک واکنش گرماگیر با $Q > 0$ ، مجموع آنتالپی پیوندها و پایداری واکنش دهنده‌ها بیشتر از فرآورده‌ها است. این در حالی است که در فرایند مورد نظر، محتوای انرژی (آنتالپی) فرآورده‌ها بیشتر از واکنش دهنده‌ها است.

۳ تبادل گرما میان دو سامانه، لزوماً باعث تغییر دما نمی‌شود. برای مثال، در فرایندهای فیزیکی انجماد، ذوب، فرازش و ... انرژی مبادله شده صرف تغییر حالت می‌شود، نه تغییر دمای مواد شرکت کننده در فرایند! به مقایسه ویژگی‌های واکنش‌های گرماده و گرماگیر توجه کنید:



گروه آموزشی ماز

۸۷- واکنش موازنه نشده زیر در ظرفی درباز در حال انجام بوده و سرعت متوسط کاهش جرم مواد جامد $5/4$ گرم بر دقیقه است. اگر سرعت واکنش در طول مدت زمان انجام آن ثابت باشد، در مدت زمان 180 ثانیه، چند گرم KNO_3 ناخالص مصرف شده است؟ (درصد خلوص واکنش دهنده مصرف شده برابر با 60 درصد است. $K = 39, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)



معادله واکنش موازنه شود

۴۵/۴۵ (۴)

۵۰/۵ (۳)

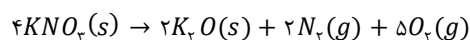
۲۷/۲۷ (۲)

۳۰/۳ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا معادله واکنش را به صورت موازنه شده می‌نویسیم:



مقدار کاهش جرم مواد جامد در این واکنش، برابر با جرم مواد گازی تولید شده است. با یک بار انجام شدن این واکنش، ۵ مول گاز اکسیژن و ۲ مول گاز نیتروژن تولید شده و از ظرف واکنش خارج می‌شود. پس با توجه به معادله موازنه شده، داریم:

$$216 g = (2 \times 28) + (5 \times 32) = \text{جرم اکسیژن تولید شده} + \text{جرم نیتروژن تولید شده} = \text{کاهش جرم مواد جامد}$$

در طول هر دقیقه، $5/4$ گرم از جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش کاسته شده است. بر این اساس، مقدار مول پتاسیم نیترات مصرف شده در هر دقیقه را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol KNO_3 = \frac{\text{کاهش جرم } 5/4 g}{\text{کاهش جرم } 216 g} \times 4 mol KNO_3 = 0.1 mol$$

بر این اساس، سرعت متوسط واکنش را بر حسب مول بر ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta n(KNO_3)}{\Delta t \times \text{ضریب}} = \frac{0.1 mol}{4 \times 60 s} = \frac{1}{2400} mol.s^{-1}$$

در قدم بعد، سرعت متوسط مصرف KNO_3 را بر حسب مول بر ثانیه محاسبه می کنیم:

$$\bar{R}_{KNO_3} = \bar{R}_{واکنش} = 4 \times \frac{1}{2400} = \frac{1}{600} \text{ mol} \cdot s^{-1}$$

در گام آخر، جرم KNO_3 ناخالص را پیدا می کنیم:

$$? g KNO_3 = 180 \cdot s \times \frac{\frac{1}{600} \text{ mol } KNO_3}{1 \cdot s} \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{100 \text{ g } KNO_3 \text{ ناخالص}}{60 \text{ g } KNO_3} = 50.5 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- اگر تفاوت آنتالپی سوختن نمونه هایی از گازهای اتان و بوتان برابر با 1340 کیلوژول بوده و ارزش سوختی پروپان 50 کیلوژول بر گرم باشد، از سوختن

$11/6$ گرم بوتان، چند کیلوژول انرژی آزاد می شود؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

۶۱۲ (۴)

۷۰۸ (۳)

۳۰۶ (۲)

۵۷۴ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

شیمی دان ها آنتالپی سوختن یک ماده را هم ارز با آنتالپی واکنشی می دانند که در آن یک مول ماده در حضور مقدار اکسیژن کافی می سوزد. یکای لازم برای گزارش آنتالپی سوختن مواد، کیلوژول بر مول است. همچنین ارزش سوختی معادل با انرژی حاصل از فرایند سوختن یا اکسایش یک گرم از یک ماده است و با واحد کیلوژول بر گرم گزارش می شود. در هیدروکربن های یک خانواده از مواد آلی، با افزایش شمار کربن ها، مقدار قدرمطلق آنتالپی سوختن افزایش و ارزش سوختی کاهش می یابد. برای مثال، اتان در مقایسه با متان آنتالپی سوختن منفی تر و ارزش سوختی بیشتری دارد. توجه داریم که تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از خانواده آلکان ها، به تقریب ثابت است. برای مثال، به جدول زیر توجه کنید:

آلکان	فرمول شیمیایی	آنتالپی سوختن ($kJ \cdot mol^{-1}$)	ارزش سوختی ($kJ \cdot g^{-1}$)
متان	CH_4	-۸۹۰	۵۵/۶
اتان	C_2H_6	-۱۵۶۰	۵۲
پروپان	C_3H_8	-۲۲۳۰	۵۰/۷

همانطور که گفتیم، آنتالپی سوختن معادل با گرمای آزاد شده در واکنش سوختن یک مول ماده سوختنی است. ارزش سوختی نیز گرمای آزاد شده در واکنش سوختن یک گرم از ماده است. پس طبق این تعاریف، در رابطه با پروپان (C_3H_8) داریم:

$$-2230 \text{ kJ} = \text{آنتالپی سوختن پروپان} \Rightarrow \frac{\text{آنتالپی سوختن پروپان}}{44} = 50 = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{ارزش سوختی}$$

به ازای اضافه شدن هر یک اتم کربن به ساختار آلکان ها، مقدار آنتالپی سوختن این مواد تقریباً به مقدار ثابتی کاهش پیدا می کند. بر این اساس، می توان گفت اگر آنتالپی سوختن اتان (C_2H_6) و بوتان (C_4H_{10}) به ترتیب برابر با x و $x - 1340$ کیلوژول باشد، آنتالپی سوختن پروپان (C_3H_8) برابر با میانگین این دو مقدار است. بر این اساس، داریم:

$$\text{آنتالپی سوختن پروپان} = \frac{(x - 1340) + x}{2} = (-670 + x) \text{ kJ} = -2230 \text{ kJ} \Rightarrow x = -1530 \text{ kJ}$$

در نتیجه آنتالپی سوختن بوتان (C_4H_{10})، برابر است با:

$$\text{آنتالپی سوختن بوتان} = x - 1340 = -1530 - 1340 = -2870 \text{ kJ}$$

برای محاسبه گرمای سوختن $11/6$ گرم بوتان، داریم:

$$? \text{ kJ} = \text{انرژی} = 11/6 \text{ g } C_4H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}}{58 \text{ g } C_4H_{10}} \times \frac{2870 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_4H_{10}} = 574 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۸۹- در رابطه با پلیمرهای مطرح شده، چند مورد از خانه‌های جدول زیر به درستی تکمیل نشده است؟ (مقدار $\frac{n.e}{p.e}$ معادل با نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی است.)

نام پلیمر	ساختار پلیمر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد / ویژگی پلیمر
پلی‌وینیل کلرید		۱	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون		۲	قابلیت انحلال در حلال‌های آلی
پلی‌استیرن		صفر	ماندگاری کم در طبیعت
۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

از میان موارد مطرح شده، ساختار پلیمر پلی‌وینیل کلرید، نسبت $\frac{n.e}{p.e}$ در وینیل کلرید، ویژگی تفلون و ویژگی پلی‌استیرن به درستی بیان نشده است. در جدول زیر همه خانه‌ها به درستی تکمیل شده است:

نام پلیمر	ساختار پلیمر	ساختار مونومر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد / ویژگی
پلی‌وینیل کلرید			۰/۵	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون			۲	انحلال ناپذیری در حلال آلی
پلی‌استیرن			صفر	ماندگاری زیاد در طبیعت

در نتیجه نسبت $\frac{n.e}{p.e}$ در وینیل کلرید، برابر با ۰/۵ است. توجه داریم که تفلون نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد، در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نجسب است. پلی‌استیرن نیز نوعی پلیمر ساخته شده از هیدروکربن‌های سیر نشده است. این پلیمرها واکنش‌پذیری اندکی دارند و تا سال‌های طولانی در طبیعت به صورت دست نخورده باقی می‌مانند.

تفلون

پلانکت و تیم پژوهشی او طی بررسی‌ها و مطالعات خود بر روی انواع سردکننده‌ها، تفلون را به طور اتفاقی کشف کردند. یکی از گازهایی که آن‌ها مصرف می‌کردند، تترافلورو اتن بود. این گاز در شرایط مناسب در کپسول‌های آزمایشگاهی وارد واکنش بسیار شد و به تفلون تبدیل می‌شود. تفلون، نقطه ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و در حلال‌های آلی نیز حل نمی‌شود و نجسب است. این ویژگی‌ها دلیل کاربرد وسیع این پلیمر در صنایع مختلف است. تفلون یک پلیمر ساختگی بوده و از آن در تهیه نخ دندان، ظروف نجسب، کفی اتو و به عنوان نوار آب‌بندی لوله‌ها استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۰- در یک پاک‌کننده صابونی با کاتیون سدیم، زنجیره هیدروکربنی سیر شده، ۳۵ اتم هیدروژن دارد. اگر کاتیون این پاک‌کننده را با یون پتاسیم جایگزین کنیم، نقطه جوش آن چه تغییری می‌کند و فرمول شیمیایی پاک‌کننده جدید به چه صورت خواهد شد؟
 (۱) کاهش می‌یابد - $C_{18}H_{35}OK$
 (۲) کاهش می‌یابد - $C_{18}H_{35}COOK$
 (۳) افزایش می‌یابد - $C_{17}H_{35}COOK$
 (۴) افزایش می‌یابد - $C_{17}H_{35}OK$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

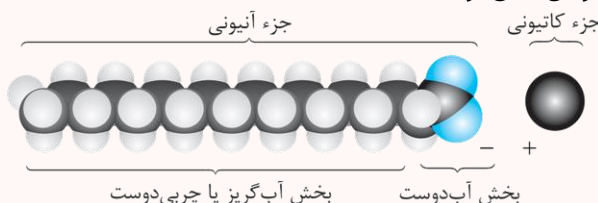
پاک‌کننده صابونی با کاتیون Na^+ ، در دمای اتاق به حالت جامد است. این در حالی است که صابون‌هایی با کاتیون K^+ و NH_4^+ در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شوند. نیروی بین ذره‌ها در صابون‌های مایع، ضعیف‌تر از صابون‌های جامد است. در نتیجه با جایگزینی یون Na^+ با یون K^+ ، نقطه ذوب و نقطه جوش

صابون کاهش می‌یابد. فرمول شیمیایی پاک‌کننده صابونی به صورت $C_nH_{n+1}COOK$ یا $C_mH_{m-1}O_2K$ است. پس فرمول صابون مورد نظر به یکی از دو حالت زیر نوشته می‌شود:

۱) $2n + 1 = 35 \Rightarrow n = 17 \Rightarrow$ فرمول صابون: $C_{17}H_{35}COOK$

۲) $2m - 1 = 35 \Rightarrow m = 18 \Rightarrow$ فرمول صابون: $C_{18}H_{35}O_2K$

یکی از دلایل اسکان انسان در کنار رودها و رودخانه‌ها، این بود که با دسترسی به آب، بدن خود را بشوید و ابزار، ظروف و محیط زندگی خود را تمیز کند. حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه به صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند. هر صابون از یک آنیون ($RCOO^-$) و یک کاتیون ($NH_4^+/K^+/Na^+$) تشکیل شده است. بخش آنیونی صابون‌ها از دو قسمت قطبی (آبدوست) و ناقطبی (آب‌گریز یا چربی‌دوست) تشکیل شده است. بخش ناقطبی صابون همان زنجیره هیدروکربنی است. صابون‌ها از سمت ناقطبی خود به مولکول‌های چربی و آلودگی‌های ناقطبی متصل می‌شوند و از سمت قطبی خود در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شوند. به این ترتیب بخش آنیونی صابون‌ها به عنوان پلی بین مولکول‌های آب و چربی قرار می‌گیرد و سبب پخش شدن چربی‌ها و زدودن آلودگی‌ها می‌شود.



صابون‌های مختلف، همه لکه‌های موجود بر روی پارچه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برند. در واقع هر چه قدر که یک پاک‌کننده صابونی بتواند مقدار بیشتری از آلاینده‌ها و چربی‌های روی لباس را بزداید، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد. قدرت پاک‌کنندگی یک صابون، به عوامل مختلفی از جمله نوع پارچه، دما، نوع آب و مقدار صابون بستگی دارد.

گروه آموزشی ماز

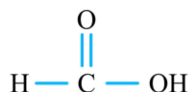
۹۱- کدام مورد درست است؟ (همه ترکیب‌ها را سیر شده در نظر بگیرید.)

- ۱) اگر در یک مولکول اتم اکسیژن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نباشد، این ماده به یقین آلدئید یا کتون است.
- ۲) در ساختار هر ترکیب استری، به یقین بیشترین انرژی برای شکستن پیوند $C - C$ مصرف می‌شود.
- ۳) میان اتم‌های سازنده ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، هیچ دو پیوند اشتراکی یکسانی وجود ندارد.
- ۴) در ساختار گروه عاملی استرها، اسیدهای آلی و اترها، اتم اکسیژنی وجود دارد که به دو اتم کربن متصل است.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

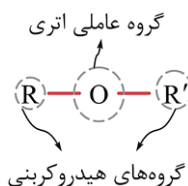
در ساختار ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها (متانوئیک اسید یا فورمیک اسید)، هیچ پیوند اشتراکی تکراری وجود ندارد. به ساختار این اسید آلی که در بدن مورچه نیز یافت می‌شود، دقت کنید:



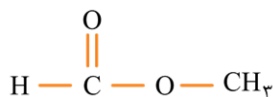
کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل ($COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی (مولکول‌هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می‌توان به صورت $R - COOH$ نشان داد که در آن R نشان‌دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن‌ها کوچک‌تر از ۷ است. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند به طوری که مزه ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوئیک اسید یا همان فورمیک اسید به فرمول شیمیایی $HCOOH$ ، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH ، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیر شده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

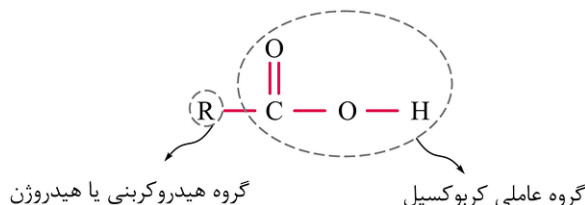
۱ در گروه‌های عاملی اتری، استری، کربوکسیل، آلدئیدی و کتونی، اتم اکسیژنی وجود دارد که به هیچ اتمی هیدروژنی متصل نیست. برای مثال، ساختار گروه عاملی اتری به صورت زیر است:



۲ استرها دارای پیوند دوگانه بوده و این پیوند، دارای بیشترین آنتالپی پیوند است. علاوه بر این، در ساختار اولین عضو خانواده استرها (متیل متانوآت)، پیوند $C - C$ وجود ندارد. ساختار این ماده به صورت زیر است:



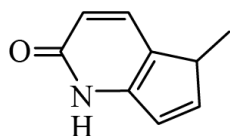
۴ در گروه عاملی استری و اتری، برخلاف گروه عاملی موجود در اسیدهای آلی (کربوکسیل)، اتم اکسیژن متصل به دو اتم کربن یافت می شود. ساختار گروه عاملی کربوکسیل به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۹۲ - چند مورد از موارد زیر درباره مولکولی با ساختار داده شده، درست است؟

($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



الف: شمار اتم های هیدروژن آن با شمار اتم های هیدروژن مولکول نفتالن برابر است.

ب: گروه عاملی موجود در این ماده، با گروه عاملی مولکول اتیل آمین مشابه است.

پ: شمار اتم های کربن با عدد اکسایش مثبت، دو برابر شمار اتم های کربن با عدد اکسایش صفر است.

ت: شمار حلقه های کربنی این ماده آلی و مولکول ویتامین دی (D) با هم برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

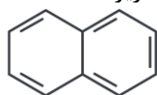
(سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

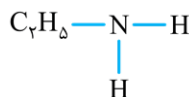
در رابطه با ترکیب داده شده، فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

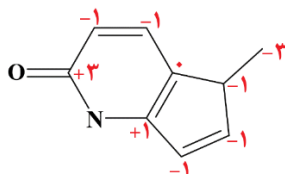
«الف»: فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت C_9H_7NO است. پس شمار اتم های هیدروژن در فرمول شیمیایی نفتالن ($C_{10}H_8$)، با شمار اتم های هیدروژن در فرمول شیمیایی این ماده برابر نیست. ساختار مولکولی نفتالن به صورت زیر است:



«ب»: این مولکول و اتیل آمین، به ترتیب در ساختار خود دارای گروه عاملی آمیدی و آمینی هستند. ساختار مولکولی اتیل آمین به صورت زیر است:



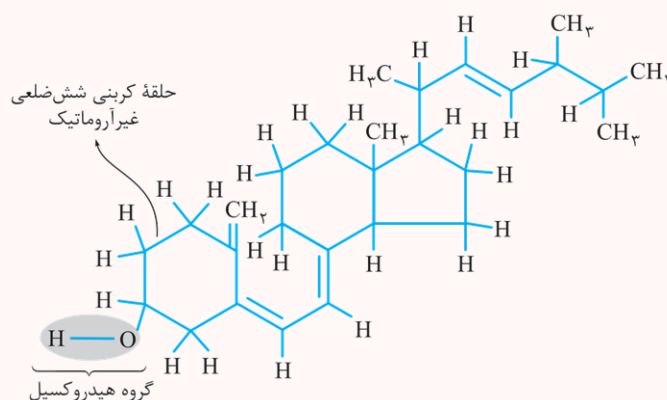
«پ»: در ساختار این ماده آلی، ۲ اتم کربن با عدد اکسایش مثبت و یک اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد. به عدد اکسایش اتم های کربن در ساختار این ترکیب آلی دقت کنید:



«ت»: در ساختار این ماده آلی و ویتامین دی، به ترتیب ۱ و ۳ حلقه کربنی (کاملاً تشکیل شده از اتم های کربن) وجود دارد توجه داریم که در ساختار حلقه دوم این ماده، اتم نیتروژن نیز در کنار اتم های کربن وجود دارد

ویتامین دی

ویتامین دی در ساختار خود فقط یک گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارد. در ساختار این ماده، بخش ناقطبی (بخش هیدروکربنی) بر بخش قطبی (گروه عاملی هیدروکسیل) غلبه دارد. این ویتامین، نوعی ویتامین محلول در چربی است و چون برخلاف ویتامین‌های محلول در آب، این ماده به راحتی از طریق ادرار دفع نمی‌شود، مصرف مقادیر زیاد آن برای بدن مشکل ایجاد می‌کند. فرمول شیمیایی این ویتامین به صورت $C_{28}H_{44}O$ است و با داشتن گروه عاملی هیدروکسیل، نوعی الکل به شمار می‌رود. ساختار این ویتامین به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۹۳- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) اساس توجیه خواص اسیدها و بازها طبق نظریه آرنیوس، افزایش غلظت یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ است.
- (۲) در میان دو محلول اسیدی، همواره محلولی که شمار مول بیشتری از یون هیدرونیوم دارد، pH کمتری دارد.
- (۳) با افزودن کلسیم اکسید به آب دریاچه‌ها، نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید کاهش می‌یابد.
- (۴) رسانایی محلول مولار نیتریک اسید بیشتر از رسانایی محلول مولار نیترو اسید است.

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

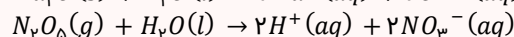
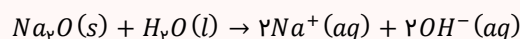
پاسخ: گزینه ۲

مقدار pH هر محلول، با غلظت یون هیدرونیوم در آن محلول رابطه عکس دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در میان دو محلول اسیدی، محلولی که غلظت بیشتری از یون هیدرونیوم دارد، مقدار pH کمتری دارد. به بیان دیگر، مقدار pH با غلظت یون هیدرونیوم رابطه معکوس دارد، نه شمار مول‌های این یون چراکه ما اطلاعاتی از حجم دو محلول نداریم!

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم و هیدروکسید را افزایش می‌دهند به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند. اساس نظریه آرنیوس، بر مبنای تغییر غلظت این دو یون در محلول مطرح شده است.
- ۳ کلسیم اکسید با فرمول شیمیایی CaO به عنوان یک باز آرنیوس، پس از انحلال در آب غلظت یون هیدروکسید را افزایش و غلظت یون هیدرونیوم را کاهش می‌دهد. بر این اساس، می‌توان گفت با انحلال این ماده در محلول، نسبت $\frac{[H^+]}{[OH^-]}$ کاهش می‌یابد.

به طور کلی، اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی و اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌نامند؛ زیرا از واکنش اغلب آن‌ها با آب به ترتیب باز آرنیوس و اسید آرنیوس تولید می‌شود. به عبارت دیگر، با افزودن اکسیدهای فلزی و نافلزی به آب، به ترتیب غلظت یون هیدروکسید و هیدرونیوم در آب افزایش پیدا می‌کند. برای مثال به تولید یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید در واکنش‌های زیر توجه کنید:



به همین دلیل برخی کشاورزان کلسیم اکسید (آهک) را به عنوان اکسید فلزی برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به خاک می‌افزایند تا با ایجاد خاصیت بازی، مقدار و نوع مواد معدنی در دسترس گیاه تغییر کند. همچنین از کلسیم اکسید برای کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه‌ها استفاده می‌شود. کربن دی‌اکسید نیز به عنوان یک اکسید نافلزی باعث افزایش خاصیت اسیدی آب می‌شود در نتیجه افزایش مقدار کربن دی‌اکسید در آب، باعث از بین رفتن کیسه‌تنان با اسکلت آهکی می‌شود.

- ۴ نیتریک اسید یک اسید قوی با درجه یونش یک است، در حالی که نیترو اسید یک اسید ضعیف است و در آب به طور کامل یونش نمی‌یابد و مقدار یون‌های بسیار کمتری را در محلول تولید می‌کند. پس از بین محلول‌هایی با غلظت برابر از این دو اسید، غلظت یون‌ها در محلول نیتریک اسید بیشتر است و این محلول، رسانایی بالاتری دارد. توجه داریم که محلول مولار از یک ماده، معادل با محلول یک مولار از آن ماده در نظر گرفته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۴- دو محلول اسید قوی HX و محلول اسید ضعیف HY ($\alpha = 0.2$) با $pH = 1/5$ در اختیار داریم. اگر حجم هر محلول ۲ لیتر باشد، تفاوت جرم اسید حل شده در محلول‌ها کدام است؟ ($HY = 40$, $HX = 20$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱۰/۸ (۴)

۵/۴ (۳)

۳/۶ (۲)

۱/۸ (۱)

تفاوت اسیدهای ضعیف و قوی در میزان یونش آن‌ها در محلول آن‌ها است. در واقع در اسیدهای قوی، تمام مولکول‌های اسید حل‌شده در آب یونش می‌یابند و هیچ مولکول یونش‌نیافته‌ای در آن محلول وجود ندارد. این در حالی است که در اسیدهای ضعیف، برخی از مولکول‌های اسید یونش یافته و برخی یونش نیافته‌اند. در واقع در محلول این اسیدها، مولکول‌های یونش‌نیافته اسید، یون هیدرونیوم و آنیون تولیدشده از اسید، در کنار هم قرار دارند. در گام اول غلظت اسید را در دو محلول محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{HX محلول: } [H^+] &= 10^{-pH} = 10^{-1/5} = 10^{-1/5} \times 10^{-2} = 0.3 \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{\alpha=1} [HX] = [H^+] = 0.3 \text{ mol.L}^{-1} \\ \text{HY محلول: } [H^+] &= 10^{-pH} = 10^{-1/5} = 10^{-1/5} \times 10^{-2} = 0.3 \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{\alpha=0.12} [HY] = \frac{[H^+]}{\alpha} = \frac{0.3 \text{ mol.L}^{-1}}{0.12} = 2.5 \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

در گام بعد، جرم اسیدهای حل شده در محلول‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? \text{ mol HX} &= [HX] \times V = 0.3 \times 2 = 0.6 \text{ mol HX} \xrightarrow{\times 20 \text{ g.mol}^{-1}} 12 \text{ g HX} \\ ? \text{ mol HY} &= [HY] \times V = 2.5 \times 2 = 5 \text{ mol HY} \xrightarrow{\times 40 \text{ g.mol}^{-1}} 100 \text{ g HY} \end{aligned}$$

تفاوت جرم اسید حل شده در دو محلول برابر است با:

$$100 - 12 = 88 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام مورد، عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«..... محلول، همانند محلول»

- ۱) معادله یونش - هیدروفلوئوریک اسید - هیدروکلریک اسید، دوطرفه است
- ۲) گونه‌های موجود در HCN - لیتیم هیدروکسید، تنها از یون‌های آب پوشیده تشکیل شده‌اند
- ۳) pH - سود سوزآور - شیشه پاک‌کن، بیشتر از pH نوشابه گازدار است
- ۴) درجه یونش اسید موجود در - فورمیک اسید - هیدروبرمیک اسید، کمتر از یک است

محلول سود سوزآور (NaOH) همانند محلول شیشه پاک‌کن (محلول آبی حاوی NH_3)، خاصیت بازی دارد. نوشابه گازدار به خاطر گاز کربن دی‌اکسید حل شده در آن، خاصیت اسیدی دارد؛ پس قطعاً pH کمتری از محلول‌هایی با خاصیت بازی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هیدروفلوئوریک اسید، برخلاف هیدروکلریک اسید، یک اسید ضعیف است. در نتیجه معادله یونش HF و HCl ، به ترتیب دوطرفه و یک‌طرفه است. رابطه با این دو محلول، داریم:



۲) هیدروسیانیک اسید یک اسید ضعیف است و در محلول آن علاوه بر یون‌های آب پوشیده H^+ و CN^- ، شماری زیادی از مولکول‌های HCN نیز وجود دارد. این در حالی است که لیتیم هیدروکسید یک باز قوی است و محلول آن حاوی یون‌های آب پوشیده Li^+ و OH^- است. در این محلول، هیچ ذره باز تفکیک‌نشده‌ای وجود ندارد.

۴) فورمیک اسید برخلاف هیدروبرمیک اسید، یک اسید ضعیف است، پس درجه یونش این دو اسید به ترتیب کمتر از یک و مساوی با یک است.

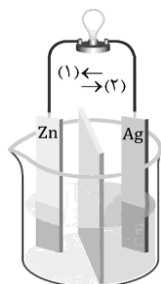
ثابت یونش اسیدی

برای هر واکنش تعادلی، یک ثابت تعادل وجود دارد که ویژه همان واکنش است و فقط تابع دما است. ثابت تعادل برای واکنش یونش اسیدهای ضعیف، به ثابت یونش اسید معروف است و با K_a نشان داده می‌شود. ثابت یونش یک اسید، بیانی از میزان پیشرفت فرایند یونش تا رسیدن به تعادل است. در دمای معین، هرچه ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد، آن اسید قوی‌تر است. به مقایسه ثابت یونش (K_a) برخی اسیدها در دمای اتاق توجه کنید:



دقت کنید با تغییر غلظت محلول یک اسید ضعیف، درجه یونش تغییر می‌کند، اما ثابت یونش چون فقط به دما بستگی دارد، ثابت می‌ماند. با توجه به رابطه $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ که در آن، M مؤلفه‌های α و به ترتیب نماد غلظت اولیه اسید و درجه یونش هستند، در دمای ثابت غلظت محلول اسید ضعیف، با درجه یونش آن تقریباً رابطه عکس دارد. برای مثال اگر M یک چهارم برابر شود، α^2 چهار برابر و در نتیجه α دو برابر می‌شود.

گروه آموزشی ماز



۹۶- درباره سلول الکتروشیمیایی مقابل، کدام مورد درست است؟

- (۱) در سلول الکترولیتی مقابل، الکترون‌ها در جهت (۲) و از سمت آند به کاتد حرکت می‌کنند.
- (۲) اگر در نیم‌سلول نقره، غلظت Ag^+ به اندازه ۰/۴ مولار تغییر کند، غلظت یون Zn^{2+} به اندازه ۰/۲ مولار کاهش می‌یابد.
- (۳) در این سلول، آنیون‌ها در جهت (۱) و به سمت نیم‌سلول آندی حرکت می‌کنند.
- (۴) برای محاسبه نیروی الکتروموتوری سلول، از رابطه $E^{\circ}(\text{کاتد}) - E^{\circ}(\text{آند}) = emf$ استفاده می‌شود.

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

قدرت کاهندگی فلز روی (Zn)، بیشتر از فلز نقره (Ag) است و بر این اساس، در سلول گالوانی مورد نظر، نیم‌سلول روی و نقره به ترتیب در نقش آند و کاتد حضور دارند. در سلول‌های گالوانی، آنیون‌ها از سمت کاتد به آند و کاتیون‌ها از سمت آند به کاتد حرکت می‌کنند.

سلول الکتروشیمیایی

سلول‌های گالوانی و الکترولیتی، دو نوع از سلول‌های الکتروشیمیایی هستند که در آن‌ها واکنش‌های اکسایش-کاهش انجام می‌شود. از سلول‌های گالوانی برای تهیه انرژی الکتریکی استفاده می‌شود، در حالی که در سلول‌های الکترولیتی با استفاده از باتری، فرایندهای برق‌کافت، آبکاری و ... انجام می‌شود. در جدول زیر مهم‌ترین ویژگی‌های این سلول‌ها با هم مقایسه می‌شود:

سلول	قطب مثبت	قطب منفی	جهت حرکت آنیون‌ها	جهت حرکت کاتیون‌ها	محل انجام نیم‌واکنش اکسایش	محل انجام نیم‌واکنش کاهش
گالوانی	کاتد	آند	به سمت آند	به سمت کاتد	آند	کاتد
الکترولیتی	آند	کاتد	به سمت آند	به سمت کاتد	آند	کاتد

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱- در سلول مورد نظر، در مجاورت با تیغه روی نیم‌واکنش اکسایش اتفاق افتاده و الکترون تولید می‌شود. در این سلول، الکترون‌های تولید شده در جهت (۲) و از سمت آند به کاتد حرکت می‌کنند. توجه داریم که سلول مورد نظر از نوع گالوانی است، نه الکترولیتی!
- ۲- نیم‌واکنش اکسایش در نیم‌سلول آندی و نیم‌واکنش کاهش در نیم‌سلول کاتدی به صورت زیر انجام می‌شوند:

$$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$

$$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$$
 با توجه به اینکه ضریب الکترون در نیم‌واکنش اکسایش، ۲ برابر ضریب آن در نیم‌واکنش کاهش است، تغییر غلظت یون Ag^+ ۲ برابر یون Zn^{2+} است. دقت کنید در نیم‌سلول آندی، یون روی مصرف شده و بر این اساس، غلظت یون Zn^{2+} افزایش می‌یابد، نه کاهش!
- ۴- برای محاسبه نیروی الکتروموتوری در سلول‌های گالوانی از رابطه $E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد}) = emf$ استفاده می‌کنیم.

نیروی الکتروموتوری

نیروی الکتروموتوری (emf) در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که یک سلول می‌تواند به وجود بیاورد. برای پیدا کردن مقدار emf یک سلول گالوانی، از روش‌های زیر می‌توان کمک گرفت:

۱. نیم‌سلول‌های سازنده سلول را به یکدیگر متصل کرده و مقدار emf را به کمک ولت‌سنج اندازه‌گیری می‌کنیم. مقدار emf به دست آمده از این روش، مقدار عملی emf سلول را نشان می‌دهد. در این رابطه داریم:

بازده درصدی سلول $\times$ نظری emf = عملی emf

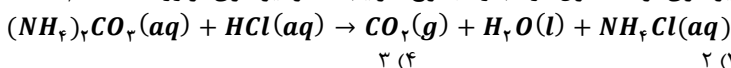
۲. ابتدا آند و کاتد سلول گالوانی مورد نظر را پیدا کرده و پس از آن E° آند (الکترودی که E° کوچک‌تری دارد) را از E° کاتد (الکترودی که E° بزرگ‌تری دارد) کم می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$emf = E^{\circ}(\text{آند}) - E^{\circ}(\text{کاتد})$$

توجه داریم که مقدار emf برای سلول‌های گالوانی همواره مقداری مثبت است. چنانچه ولت‌سنج مقدار E° یک سلول را با عددی منفی نشان داد و یا این که پس از محاسبه emf سلول، یک عدد منفی به دست آوردید، فقط به این معاست که موقعیت آند و کاتد سلول را به اشتباه تشخیص داده و قطب‌های ناهم‌نام سلول گالوانی و ولت‌سنج را به یکدیگر وصل کرده‌اید.

گروه آموزشی ماز

۹۷- پس از موازنه معادله واکنش داده‌شده، تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها، کدام است؟



۳ (۴)

۲ (۳)

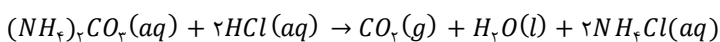
۱ (۲)

صفر (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش به این صورت موازنه می‌شود:



برای موازنه این واکنش به روش وارسی، باید ابتدا ضریب یک را به $(NH_4)_2CO_3$ بدهیم. مجموع ضرایب محلول در آب (۴)، برابر با $1 + 2 + 2 = 5$ و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با $1 + 1 + 2 = 4$ است.

۹۸- در یک سلول الکترولیتی، قاشق آهنی با فلز نقره آبکاری می‌شود. طی فرایند آبکاری، جرم قاشق به اندازه $\frac{37}{8}$ گرم افزایش یافته است. اگر تعداد الکترون‌های مبادله شده در این واکنش، با الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی $Al - Cu$ برابر باشد، در قطب منفی سلول گالوانی به تقریب چند مول کاتیون تولید شده است؟ ($Ag = 108, Fe = 56; g. mol^{-1}$)

(۴) ۰/۱۱۷

(۳) ۰/۱۷۵

(۲) ۰/۴۵

(۱) ۰/۶۷۵

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

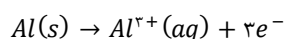
در فرایند آبکاری این قاشق، واکنش $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$ در سمت کاتد انجام می‌شود و باعث افزایش جرم قاشق می‌شود. بر این اساس، تعداد الکترون‌های مبادله شده در این سلول آبکاری را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه مقدار الکترون مبادله شده با استفاده از کسر تبدیل، داریم:

$$? mol e^- = \frac{37}{8} g Ag \times \frac{1 mol e^-}{108 g Ag} = 0.35 mol e^-$$

برای محاسبه مقدار الکترون مبادله شده با استفاده از تناسب، داریم:

$$\frac{\text{جرم } Ag}{\text{جرم مولی } Ag} = \frac{\text{مول } e^-}{\text{ضریب } e^-} \Rightarrow \frac{37/8}{108 \times 1} = \frac{\text{مول } e^-}{1} \Rightarrow \text{مول } e^- = 0.35$$

چون آلومینیم در مقایسه با مس پتانسیل کاهشی استاندارد کمتری دارد، در سلول گالوانی $Al - Cu$ ، فلز آلومینیم در نقش آند خواهد بود. در گام بعد، نیم‌واکنش انجام شده در قطب منفی (آند) سلول گالوانی $Al - Cu$ را می‌نویسیم:

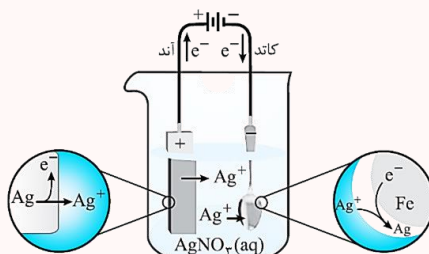


با توجه به نیم‌واکنش اکسایش و تعداد الکترون‌های مبادله شده، داریم:

$$? mol Al^{3+} = 0.35 mol e^- \times \frac{1 mol Al^{3+}}{3 mol e^-} \approx 0.117 mol$$

آبکاری

در زندگی روزانه از وسایل و ابزار گوناگونی مانند وسایل آشپزخانه، شیرآلات ساختمان، دستگیره در و ... استفاده می‌شود که فلز اصلی سازنده آن‌ها آهن یا مس است. خوردگی این فلزها از یک سو سبب از بین رفتن زیبایی وسیله می‌شود و از سوی دیگر به سلامتی بدن آسیب می‌رساند. به همین دلیل، سطح اغلب این وسایل فلزی را به کمک فرایند آبکاری و با فلزهایی مانند نقره، کروم، نیکل و طلا می‌پوشانند. با پوشش دادن به سطح این فلزها، وسایل ساخته شده از آن‌ها در مقابل خوردگی محافظت می‌شوند. در فرایند آبکاری به کمک یک سلول الکترولیتی، یک جسم با لایه‌ای نازک از یک فلز دیگر پوشانده می‌شود. جسمی که به عنوان کاتد قرار دارد باید رسانای جریان الکتریسیته باشد و محلول الکترولیت باید دارای یون‌های فلزی باشد که قرار است لایه‌ای از آن روی جسم قرار گیرد. برای مثال، در سلول آبکاری زیر قاشق آهنی با فلز نقره آبکاری می‌شود. در این فرایند فلز نقره در نقش آند (قطب مثبت) و قاشق آهنی در نقش کاتد (قطب منفی) قرار دارد. محلول الکترولیت نیز دارای یون‌های نقره است.



گروه آموزشی ماز

۹۹- در رابطه با ویژگی‌های مواد مولکولی، کدام موارد درست است؟

الف: در مولکول‌های آب، گوگرد دی‌اکسید و کربونیل سولفید، اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد.

ب: شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار لوویس مولکول‌های کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید برابر است.

پ: مولکول کربن مونوکسید همانند مولکول هیدروژن سولفید، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

ت: شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول اوزون، با شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول نیتروژن برابر است.

(۴) «ب» و «پ»

(۳) «الف» و «ت»

(۲) «پ» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

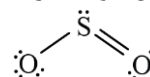
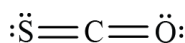
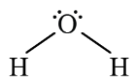
پاسخ: گزینه ۲

موارد (پ) و (ت) به درستی بیان شده‌اند.

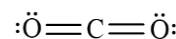
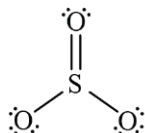
بررسی موارد:

«الف»: در ساختار یک ترکیب مولکولی، اتمی با خاصیت نافلزی کمتر، الکترون‌های پیوندی را به سمت خود جذب کرده و بر این اساس، بار جزئی مثبت دارد. خاصیت نافلزی اتم اکسیژن (O) از گوگرد (S) بیشتر است و در مولکول گوگرد دی‌اکسید (SO_2)، اتم مرکزی (S) بار جزئی مثبت دارد. خاصیت نافلزی اتم‌های اکسیژن (O) و گوگرد (S) از اتم کربن (C) بیشتر است و در مولکول کربونیل سولفید (SCO) نیز اتم مرکزی (C) بار جزئی مثبت دارد. خاصیت

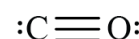
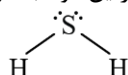
نافلز اتم اکسیژن (O) از اتم هیدروژن (H) بیشتر است و در مولکول آب (H_2O)، اتم مرکزی (O) بار جزئی منفی دارد. پس اتم مرکزی در مولکول های گوگرد دی اکسید و کربونیل سولفید، برخلاف مولکول آب بار جزئی مثبت دارد. ساختار این مواد به صورت زیر است:



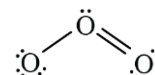
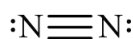
«پ»: در ساختار لوویس مولکول های کربن دی اکسید (CO_2) و گوگرد تری اکسید (SO_3)، به ترتیب ۴ و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد در رابطه با ساختار این دو ماده، داریم:



«پ»: مولکول کربن مونوکسید (CO)، یک مولکول دواتمی ناجورهسته است. اتم مرکزی در ساختار مولکول هیدروژن سولفید (H_2S) دارای جفت الکترون ناپیوندی است. پس هر دو مولکول CO و H_2S قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند. ساختار این مواد به صورت زیر است:

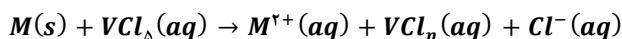


«ت»: هر دو مولکول اوزون (O_3) و نیتروژن (N_2) در ساختار لوویس خود ۳ جفت الکترون پیوندی دارند. ساختار این مواد به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۱۰۰- در واکنش زیر، ۱۲۰ گرم فلز M با درصد خلوص ۷۵٪ مصرف شده است. با توجه به مقادیر متفاوت n ، کدام گزینه می تواند مقدار مول وانادیم (V) کلرد مصرف شده در این واکنش باشد؟ ($M = 60 \text{ g.mol}^{-1}$)



۳/۲ (۴)

۱/۵ (۳)

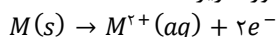
۴ (۲)

۰/۸ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

این سؤال، به سبک سؤال شماره ۱۰۲ کنکور تیر ۱۴۰۳ در رشته تجربی طراحی شده است! در این واکنش فلز M در نقش کاهنده، باعث کاهش عدد اکسایش عنصر وانادیم (V) می شود. در گام اول، شمار الکترون های مبادله شده را محاسبه می کنیم. معادله نیم واکنش اکسایش فلز M به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } e^- = 120 \text{ g } M \times \frac{75 \text{ g } M \text{ خالص}}{100 \text{ g } M \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } M}{60 \text{ g } M} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } M} = 2 \text{ mol } e^-$$

عدد اکسایش وانادیم در این واکنش از ۵+ به عددی صحیح بین ۲+ تا ۴+ می رسد. با استفاده از حداقل و حداکثر تغییر عدد اکسایش این عنصر، مقدار یون وانادیم و وانادیم (V) کلرد را محاسبه می کنیم. بر این اساس، خواهیم داشت:

حالت اول) اگر عدد اکسایش وانادیم از ۵+ به ۴+ برسد، داریم:

$$? \text{ mol } VCl_5 = 2 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } VCl_5}{1 \text{ mol } e^-} = 2 \text{ mol}$$

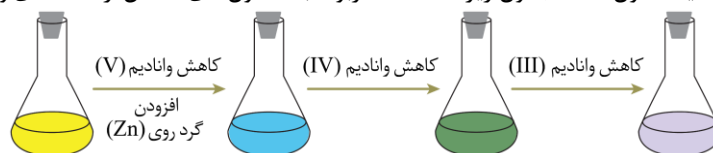
حالت دوم) اگر عدد اکسایش وانادیم از ۵+ به ۳+ برسد، داریم:

$$? \text{ mol } VCl_5 = 2 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } VCl_5}{2 \text{ mol } e^-} = 1/2 \text{ mol}$$

حالت سوم) اگر عدد اکسایش وانادیم از ۵+ به ۲+ برسد، داریم:

$$? \text{ mol } VCl_5 = 2 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } VCl_5}{2 \text{ mol } e^-} = 1 \text{ mol}$$

در نتیجه، مقدار VCl_5 معادل ۱ یا ۱/۵ یا ۳ مول است. جدول زیر، اطلاعات مربوط به محلول های حاصل از نمک های وانادیم را نشان می دهد:



محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (II)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتیمی است.	$[18Ar]3d^2$	$[18Ar]3d^3$

مطابق تصویر بالا، محلولی از نمک وانادیم (V)، با یک عامل کاهنده مثل فلز روی واکنش داده و سبز رنگ می شود.

۱۰۱- به ترتیب، کدام یک از تغییرات زیر، تعادل گازی $CH_4(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO(g) + 3H_2(g)$ ($\Delta H > 0$) را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند و کدام مورد باعث افزایش مقدار ثابت تعادل می‌شود؟ (معادله واکنش موازنه شود).

الف: تغییر حجم سامانه از ۲ لیتر به ۴ لیتر

ب: افزودن مقداری از واکنش‌دهنده قطبی به ظرف واکنش

پ: تغییر دما از $230K$ به $-20^\circ C$

ت: افزایش دو برابری فشار سامانه

(۴) «ب» - «الف»

(۳) «ب» - «پ»

(۲) «ت» - «پ»

(۱) «ت» - «الف»

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به معادله واکنش گرماگیر $Q + CH_4(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO(g) + 3H_2(g)$ ، مورد (ت) واکنش را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند و مورد (پ) باعث پیشرفت واکنش در جهت رفت و افزایش مقدار ثابت تعادل می‌شود.

بررسی موارد:

«الف»: با افزایش حجم سامانه، طبق اصل لوشاتلیه واکنش در جهت تولید مول‌های گازی بیشتر (جهت رفت) پیش می‌رود. توجه داریم که این فرایند، مقدار ثابت تعادل را تغییر نمی‌دهد، زیرا مقدار ثابت تعادل واکنش تنها به دما وابسته است.

«ب»: بخار آب، واکنش‌دهنده قطبی مصرف شده در این فرایند شیمیایی است. با افزودن مقداری H_2O به ظرف واکنش، تعادل در جهت مصرف آن پیش می‌رود. پس تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود در این مورد نیز چون دما تغییر نکرده است، مقدار ثابت تعادل تغییر نمی‌کند.

«پ»: با تغییر دما از $230K$ به $-20^\circ C$ ($253K - 20 = 273 - 20$)، دمای سامانه افزایش پیدا کرده است. در یک واکنش گرماگیر، با افزایش دما، واکنش در جهت رفت پیش می‌رود و مقدار ثابت تعادل نیز افزایش می‌یابد.

«ت»: با افزایش فشار سامانه، طبق اصل لوشاتلیه واکنش در جهت تعداد مول‌های گازی کمتر (جهت برگشت) پیش می‌رود. در این حالت، فشار گازهای موجود در سامانه مجدداً کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

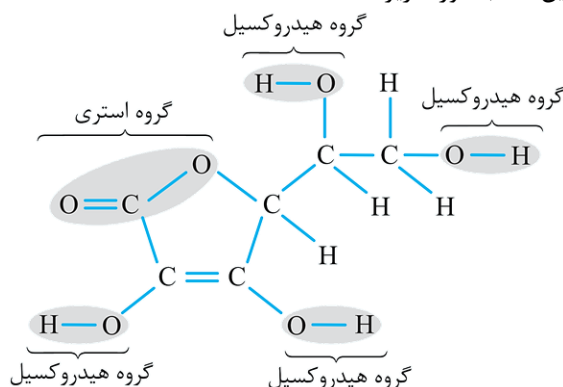
۱۰۲- کدام مورد درست است؟

- ۱) پلی‌اتیلن ترفتالات، پلیمری زیست‌تخریب‌پذیر بوده و بازیافت آن فقط به کمک فرایندهای شیمیایی امکان‌پذیر است.
- ۲) ذرات منگنز موجود در محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات، در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، اکسایش می‌یابد.
- ۳) گروه عاملی موجود در ساختار پلی‌اتیلن ترفتالات، در ساختار ویتامین (ث) و عامل بو و طعم آناناس نیز یافت می‌شود.
- ۴) تنها با افزایش دمای مخلوط واکنش در فرایند تبدیل پارازیلن به ترفتالیک اسید، واکنش به بازدهی مطلوبی می‌رسد.

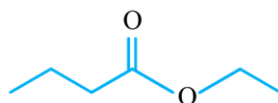
(آسان - حفظی/مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گروه عاملی موجود در ساختار پلی‌اتیلن ترفتالات، گروه عاملی استری است. این گروه عاملی در ساختار ویتامین (ث) و عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس (اتیل بوتانوات) نیز وجود دارد. ساختار مولکول ویتامین (ث) به صورت زیر است:



ساختار مولکولی اتیل بوتانوات نیز به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

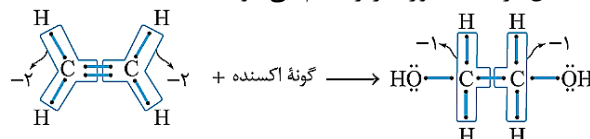
۱) برای بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات که یک پلیمر زیست‌تخریب‌ناپذیر است و به سادگی در طبیعت به مواد ساده‌تر تجزیه نمی‌شود، از فرایندهای فیزیکی و شیمیایی استفاده می‌شود.

بازیافت پلی اتیلن ترفتالات

استفاده بی رویه و بیش از حد پلاستیک‌ها در صنایع گوناگون و زیست تخریب ناپذیر بودن آن‌ها سبب شده که این مواد در جای جای کره زمین یافت شوند؛ پس باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، مواد و وسایل ساخته شده از این پلیمر را باید به طور جداگانه جمع‌آوری کرده و پس از آن، با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. برای بازیافت پلی اتیلن ترفتالات از روش‌های زیر استفاده می‌شود:

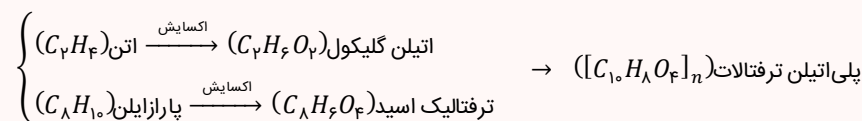
۱. مواد ساخته شده از پلی اتیلن ترفتالات را می‌توان پس از شست و شو و تمیز کردن، ذوب کرده و دوباره از آن‌ها برای تولید وسایل و ابزار استفاده کرد.
۲. این مواد را می‌توان پس از شست و شو خرد کرده و به تکه‌های کوچک به نام پرک تبدیل و در تولید مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد.
۳. این مواد و پسماندها را می‌توان به کمک واکنش‌های شیمیایی به مونومرهای سازنده یا مواد اولیه ارزشمند تبدیل کرد. البته، توجه داریم که برگرداندن پسماندها به مونومرهای سازنده کار دشواری است و به فناوری‌های پیشرفته‌ای نیاز دارد.

۲ در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات به عنوان اکسنده حضور دارد. در نتیجه، اتم‌های منگنز موجود در ساختار پتاسیم پرمنگنات در این واکنش، کاهش می‌یابد. این فرایند به صورت زیر انجام می‌شود:



پلی اتیلن ترفتالات

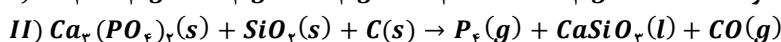
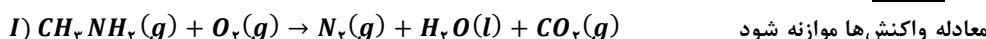
پلی اتیلن ترفتالات (PET)، پلیمر سازنده بطری‌های آب است. PET یک پلی استر است که از مونومرهای اتیلن گلیکول (الکل دوعاملی) و ترفتالیک اسید (کربوکسیلیک اسید دوعاملی) تولید می‌شود. مونومرهای سازنده این پلیمر را نمی‌توان به طور مستقیم از نفت خام استخراج کرد. برای تهیه این مواد، از واکنش اتن و پارازیلن با مواد اکسنده استفاده می‌شود. گاز اتن در واکنش با محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات در شرایط مناسب به اتیلن گلیکول تبدیل می‌شود. همچنین محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات به عنوان اکسنده باعث تبدیل پارازیلن به ترفتالیک اسید می‌شود. با وجود غلظت بالای این محلول، باز هم شرایط این واکنش مطلوب نیست و با افزایش دما شرایط واکنش تأمین می‌شود. استفاده از اکسیژن هوا و کاتالیزگرهای مناسب می‌تواند در افزایش بازدهی این واکنش مؤثر باشد. تصویر زیر، نمایی از فرایند تولید پلی اتیلن ترفتالات را نشان می‌دهد:



۴ تأمین شرایط واکنش تبدیل پارازیلن به ترفتالیک اسید، دشوار است. افزایش دمای مخلوط اگرچه شرایط واکنش را تأمین می‌کند اما همچنان بازده واکنش مورد نظر مطلوب نیست.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- با توجه به واکنش‌های داده شده، کدام مورد نادرست است؟

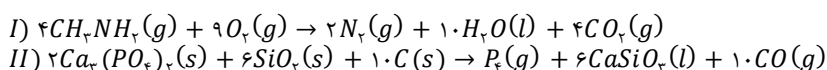


- ۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (I)، سه برابر تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (II) است.
- ۲) مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (I)، کمتر از مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در واکنش (II) است.
- ۳) به ازای مصرف ۴/۸ مول از واکنش دهنده‌ها در واکنش (I)، ۳/۹ مول فراورده تولید می‌شود.
- ۴) نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی شرکت کننده در دو واکنش به مجموع ضرایب استوکیومتری مواد جامد شرکت کننده در دو واکنش، بیشتر از یک است.

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش‌ها به این صورت موازنه می‌شوند:



در واکنش (I)، به ازای مصرف ۴/۸ مول از واکنش دهنده‌ها، به تقریب ۵/۹ مول فراورده تولید می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$\frac{۱۶ \text{ mol فراورده}}{۱۳ \text{ mol واکنش دهنده}} \times ۴/۸ \text{ mol واکنش دهنده} = ۵/۹ \text{ mol}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (I) و واکنش (II)، به ترتیب برابر با ۳ و ۱ است. بر این اساس، مقدار نسبت خواسته شده برابر با ۳ = ۳/۱ است.
- ۲) مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها در واکنش (I) و مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در واکنش (II)، به ترتیب برابر با ۱۶ و ۱۸ است.
- ۴) نسبت خواسته شده برابر با ۳/۱۸ است که بیشتر از یک است.

۱۰۴- دو محلول ۸۰٪ جرمی و ۶۰٪ جرمی منیزیم سولفات با هم مخلوط می‌شوند. اگر جرم محلول اول، ۳ برابر جرم محلول دیگر باشد، درصد جرمی یون منیزیم در محلول نهایی کدام است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: ۱۶ : ۲۴, $O = ۱۶$, $Mg = ۲۴$, $S = ۳۲$)

۷۵ (۱) ۷۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

جرم یکی از محلول‌ها را برابر با x در نظر گرفته و جرم محلول دیگر را برابر با $3x$ در نظر می‌گیریم. در گام اول، درصد جرمی منیزیم سولفات را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{(3x \times ۸۰) + (x \times ۶۰)}{(3x + x)} = ۷۵$$

در گام بعد، درصد جرمی منیزیم را در محلول مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی منیزیم} = \frac{\text{جرم مولی منیزیم}}{\text{جرم مولی منیزیم سولفات}} = \frac{۲۴}{۱۲۰} \Rightarrow \text{درصد جرمی منیزیم} = ۱۵\%$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- کدام مورد درست است؟

- (۱) شربت معده، همانند یک نمونه از ژله، نمونه‌ای از سوسپانسیون است.
- (۲) در مخلوطی از چند ماده که پایدار باشد، مسیر عبور نور قطعاً به خوبی دیده می‌شود.
- (۳) در محلول‌های گازی، همواره حجم حلال بیشتر از حجم حل‌شونده است.
- (۴) با دو برابر کردن مقدار حل‌شونده در یک محلول آبی، درصد جرمی آن دقیقاً دو برابر می‌شود.

(آسان - مفهومی / حفظی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

در محلول‌های گازی، ماده‌ای که مول بیشتری دارد حلال است. در شرایط یکسان از نظر دما و فشار، حجم همه گازها با مول گاز رابطه مستقیم دارد. در نتیجه حلال موجود در محلول‌های گازی، نسبت به سایر گازهای موجود در آن مخلوط حجم بیشتری دارد. برای مثال، هواکره نوعی محلول همگن گازی بوده و گاز نیتروژن، در آن نقش حلال را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ شربت معده و ژله به ترتیب سوسپانسیون و کلوئید هستند. توجه داریم که شربت معده، ناپایدار است و با گذشت زمان، مواد موجود در آن ته‌نشین می‌شوند و به همین خاطر است که پیش از مصرف، باید آن را تکان داد.

مخلوط‌ها از دو یا چند ماده مختلف تشکیل شده‌اند و خواص متفاوتی دارند. محلول‌ها، مخلوط‌های همگن هستند و حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن‌ها یکسان است، در حالی که انواعی از مخلوط‌های ناهمگن نیز وجود دارد. سوسپانسیون‌ها و کلوئیدها نمونه‌هایی از مخلوط‌های ناهمگن هستند. به مقایسه ویژگی‌های این مخلوط‌ها دقت کنید:

ویژگی	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند	نور را پخش می‌کند	نور را عبور می‌دهد
همگن / ناهمگن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری (ته‌نشین نشدن)	ناپایدار	پایدار	پایدار
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریز ماده	توده‌های مولکولی و یونی	یون‌ها و مولکول‌های کوچک
مثال	شربت خاکشیر و شربت معده	مخلوط آب و روغن و صابون، شیر، ژله، سس مایونز و رنگ	مخلوط آب و صابون، گلاب، محلول ضدیخ و هوای پاک

۲ محلول‌ها، مخلوط‌های همگن و پایدار هستند، اما مسیر عبور نور در آن‌ها دیده نمی‌شود.

۴ برای محاسبه درصد جرمی یک محلول، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حلال} + \text{جرم حل‌شونده}} \times ۱۰۰$$

با دو برابر کردن جرم حل‌شونده، جرم کل محلول نیز کمی افزایش می‌یابد. در نتیجه درصد جرمی حل‌شونده در محلول جدید کمتر از دو برابر درصد جرمی آن در محلول اولیه است.

گروه آموزشی ماز