

آزمون آزمایشی ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، با اسکن تصویر روبه‌رو و یا مراجعه به کانال @gozine2 در تلگرام و ایتا می‌توانید پاسخ تشریحی آزمون را دریافت کنید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۳



شبکه‌های اجتماعی: @gozine2



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

۱- در الگوی درجه دوم $2, -1, 2, \dots$ واسطه حسابی بین جملات پنجم و هفتم چقدر با جمله ششم الگو، اختلاف دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- در جدول ارزش گزاره مرکب $(p \vee q) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge \sim p)$ در چند سطر ارزش گزاره نادرست است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $y = 2x + 10$ را در نقاطی به طول ۲ و ۳- و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع می‌کند. محور تقارن سهمی کدام است؟

- (۱) $x = -\frac{1}{2}$ (۲) $x = \frac{1}{2}$ (۳) $x = \frac{3}{2}$ (۴) $x = -\frac{3}{2}$

۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $\alpha x^2 - 7x + 9\beta = 0$ بوده و β عددی مثبت باشد، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۵- اگر $A(0, 4)$ و $B(4, 6)$ و $C(4, 6)$ دو رأس مثلث ABC و $H(1, 5)$ نقطه برخورد ارتفاعات این مثلث باشد، اندازه AH چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{6}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۶- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\sqrt{2x^2 + 2x + 3} + x^2 + x = 6$ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۳۳

۷- برای تابع خطی f رابطه $f(2x+1) + f(x+2) = 3x + f(3)$ همواره برقرار است. دامنه تابع $y = \sqrt{f(x) - x^2}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 2]$ (۲) $[-2, 1]$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[-1, 0]$

۸- اگر $f(x) = x + \sqrt[3]{x-6}$ و $f^{-1}(2a) = 2f^{-1}(a)$ مقدار $[a]$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است).

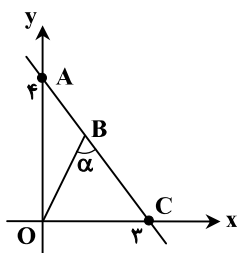
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۴

۹- اگر α و β جواب‌های معادله $\log_2(x-1) + \log_2(4-|x|) = 1$ باشند، مجموعه جواب نامعادله $2^\alpha < (-\frac{1}{5})^{\beta-x}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 5)$ (۲) $(5, +\infty)$ (۳) $(6, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 6)$

۱۰- در شکل زیر، اگر $\tan \alpha$ برابر ۲ باشد، طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{8}{3}$



محل انجام محاسبات:

۱۱- می دانیم $\sin(x + \frac{3\pi}{4}) = 2 \sin x$ حاصل $\tan(x - \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $-\frac{1}{7}$

۱۲- اگر α بزرگترین جواب معادله $\cos x + \sin 2x = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ باشد، حاصل $\sin \alpha + \cos 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۱۳- حاصل حد راست تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-\sin 2x}}{\tan x - \cot x}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۴- تابع $f(x) = \begin{cases} a[x] + b \left[-\frac{4}{x} \right] & x \leq 2 \\ 3x + 2 & x > 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته است. مقدار ab کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۵- اگر $y = b$ و $y = -b$ مجانبهای افقی تابع $f(x) = \frac{|ax+4| - 2x}{b-|x|}$ بوده و b عددی مثبت باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{1}{x} |x^2 + [-x]|$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۴

۱۷- اگر $f(x) = 3x + \sqrt{x+2}$ و $g(x) = f(\frac{4}{x})$ مقدار $g'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{24}$ (۲) $-\frac{13}{24}$ (۳) $\frac{13}{48}$ (۴) $-\frac{13}{48}$

۱۸- تابع $f(x) = x - 3\sqrt{x+2}$ مفروض است. اگر نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $y = a + f(x+b)$ بر مبدأ مختصات واقع باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- شیب خطی که در نقطهٔ عطف تابع $f(x) = |x+2|(x-1)^2$ بر نمودار تابع مماس می‌شود، چقدر است؟

- (۱) -۳ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) -۶

۲۰- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت که زوج و بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ باشد؟

- (۱) ۳۲۰ (۲) ۲۶۰ (۳) ۲۸۰ (۴) ۳۴۰

محل انجام محاسبات:

۲۱- مجموعه $A = \{2, 3, 4, 7, 9, 12, 17\}$ چند زیرمجموعه دارد که از بین کمترین و بیشترین عضو زیرمجموعه یکی زوج و دیگری فرد باشد؟

- (۱) ۶۹ (۲) ۶۴ (۳) ۷۱ (۴) ۷۴

۲۲- واریانس ۴ داده آماری برابر صفر است. اگر اعداد طبیعی زوج و کوچکتر از ۱۰ را به این داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌های جدید برابر ۵ می‌شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

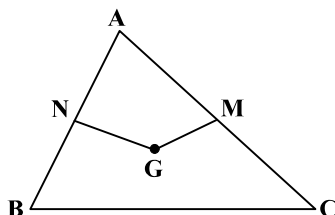
۲۳- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد، دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر این تاس را دو بار پرتاب کنیم، چقدر احتمال دارد که هر دو بار تاس عدد کوچکتر از ۳ بیاید؟

- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{4}{81}$ (۳) $\frac{1}{81}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۲۴- سعید و رضا هر کدام به ترتیب با احتمال $0/7$ و $0/6$ از نمایشگاه کتاب بازدید می‌کنند. اگر رضا از نمایشگاه کتاب بازدید نکند سعید به احتمال $0/75$ از نمایشگاه کتاب بازدید می‌کند. اگر سعید از نمایشگاه کتاب بازدید نکند، چقدر احتمال دارد که رضا نیز از نمایشگاه کتاب بازدید نکند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۵- در شکل زیر M و N وسط‌های اضلاع مثلث G محل هم‌رسمی میانه‌ها است. اگر مساحت پنج‌ضلعی مقعر $NGMCB$ برابر ۶۴ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



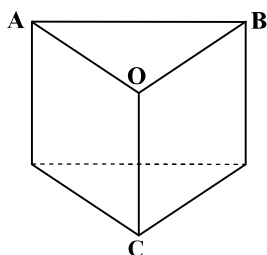
(۱) ۷۲

(۲) ۷۴

(۳) ۸۱

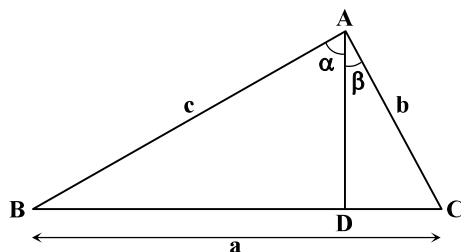
(۴) ۹۶

۲۶- در منشور قائم شکل زیر، طول همه یال‌ها برابر ۶ است. صفحه برشی از سه نقطه A ، B و C گذشته و هرم $OABC$ را از منشور جدا می‌کند. شکل باقی‌مانده چیست و حجم آن کدام است؟

(۱) منشور - $36\sqrt{3}$ (۲) هرم - $24\sqrt{3}$ (۳) منشور - $24\sqrt{3}$ (۴) هرم - $36\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات:

۲۷- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 3\hat{B}$ و نقطه D روی ضلع BC طوری قرار گرفته است که $BD = \frac{a^2 - b^2}{a}$. زاویه α چند برابر زاویه β است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{5}{2}$

۲۸- در مثلث ABC ، کدام گزینه در مورد نسبت $\frac{a^2 \cos^2 B - b^2 \cos^2 A}{a^2 - b^2}$ همواره درست است؟

(۱) بزرگ‌تر از یک است.

(۲) مساوی با یک است.

(۳) کوچک‌تر از یک است.

(۴) هر عددی می‌تواند باشد.

۲۹- از نقطه M وسط کمان AB از یک دایره، دو وتر MN و MP را رسم می‌کنیم تا وتر AB را به ترتیب در نقاط F و E قطع کند. چهارضلعی $EFNP$ همواره چگونه است؟

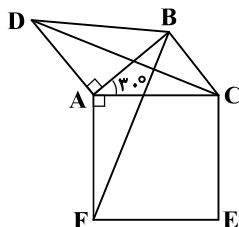
(۱) محیطی است.

(۲) دوزنقه است.

(۳) محاطی است.

(۴) لوزی است.

۳۰- در شکل زیر، بر روی دو ضلع مثلث ABC ، یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین و یک مربع ساخته‌ایم. زاویه بین DC و BF کدام است؟

(۱) 60° (۲) 45° (۳) 90° (۴) 120° 

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A^{1403} = 2^n \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، n کدام است؟

(۴) ۲۸۰۴

(۳) ۱۴۰۵

(۲) ۲۸۰۲

(۱) ۱۴۰۳

۳۲- اگر $\vec{a} = (1, -1, 1)$ و $\vec{b} = (2, 3, 1)$ باشد، اندازه بردار $\vec{b} + 2\vec{a}$ چند برابر اندازه بردار $\vec{b} - 2\vec{a}$ است؟

(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) ۲

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) ۱

محل انجام محاسبات:

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & |A| & 0 \\ 1 & 3 & 2|A| \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $||A|A|A|$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) $(\frac{3}{2})^{13}$ (۲) $(\frac{2}{3})^{11}$ (۳) $(\frac{3}{4})^{14}$ (۴) $(\frac{2}{3})^{13}$

۳۴- در رسم مثلث ABC با معلومات $BC = 18$ ، ارتفاع $AH = 15$ و محیط ۴۸، چند مثلث متمایز قابل رسم است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۳۵- دو سهمی قائم به کانون $F(-1, -1)$ وجود دارد که از نقطه $M(3, 2)$ می گذرند. فاصله رأس های این دو سهمی از یکدیگر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶- برای اعداد طبیعی a و b ، اگر b^5 بر a^8 بخش پذیر باشد، حاصل $[2a^2b, 4b^4]$ کدام است؟

- (۱) $2b^3$ (۲) $4b^4$ (۳) fab^2 (۴) $2a^2b^4$

۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی و دورقمی n ، دو عبارت $2n - 2$ و $7n + 1$ نسبت به هم اول هستند؟

- (۱) ۸۷ (۲) ۸۳ (۳) ۸۶ (۴) ۸۵

۳۸- در گراف ناتهی G با مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ اگر $N_G(a) = N_G(b) = N_G(c) = N_G(d) = N_G(e) = N_G(f)$ باشد، تعداد γ - مجموعه های این گراف کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۳۹- در چند جایگشت از حروف کلمه $soosan$ هیچ دو حرف مشابهی کنار هم نیستند؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۸۴ (۳) ۹۰ (۴) ۱۲۰

۴۰- در یک شهر ۳۰۰۰ نفری، حداقل چند نفر وجود دارد که حرف اول نام آن ها و ماه تولد آن ها یکسان است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید شاکری سید امیرمحمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد کشانی محمد حسین	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

آزمون آزمایشی ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		



دانش آموز گرامی، با اسکن تصویر
روبرو و یا مراجعه به کانال @gozine2
در تلگرام و ایتا می‌توانید پاسخ
تشریحی آزمون را دریافت کنید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو،
آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری
و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

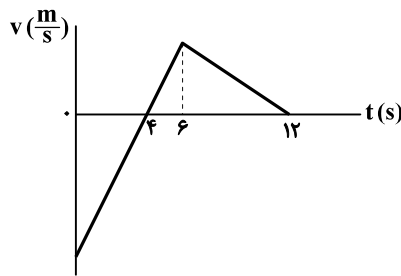
سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

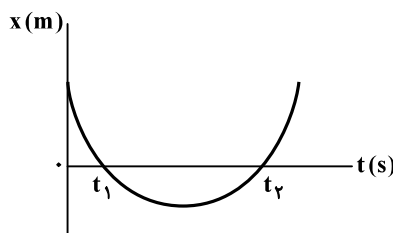
فیزیک

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴



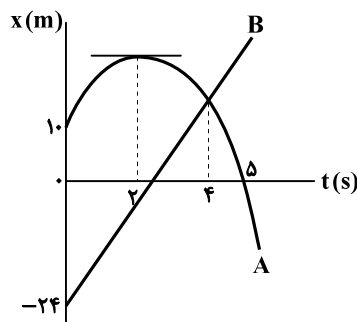
۴۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی در حرکت روی محور x مطابق شکل است. اگر کل مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی صفر تا 12 s برابر با 128 m باشد، بزرگی سرعت متوسط در مدتی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۶



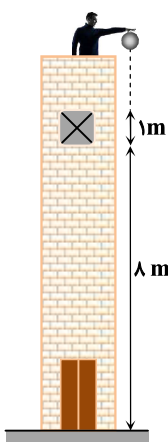
۴۲- معادله مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = 4t^2 - 24t + 27$ و نمودار آن مطابق شکل زیر است. بردار مکان متحرک به مدت چند ثانیه در خلاف جهت محور x است؟

- (۱) $1/5$
- (۲) $4/5$
- (۳) ۳
- (۴) ۶



۴۳- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B، مطابق شکل به ترتیب به صورت سهمی و خط راست است. اگر دو متحرک با تندی‌های برابر از کنار یکدیگر عبور کنند، فاصله دو متحرک در بازه زمانی که هم‌سو با یکدیگر حرکت می‌کنند، چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) 8 m افزایش می‌یابد.
- (۲) 8 m کاهش می‌یابد.
- (۳) 26 m افزایش می‌یابد.
- (۴) 26 m کاهش می‌یابد.



۴۴- گلوله‌ای مطابق شکل، از بالای ساختمانی به ارتفاع H رها می‌شود. این گلوله طول پنجره به ارتفاع 1 m را در مدت 0.2 s طی می‌کند. H چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

- (۱) $9/8$
- (۲) $10/2$
- (۳) $10/8$
- (۴) $11/2$

محل انجام محاسبات:

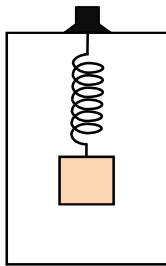
دفترچه شماره ۲- آزمون اختصاصی ۲۳ خرداد ۱۴۰۴ (گروه آزمایش علوم ریاضی)

کد A

۴۵- خودرویی روی خط راست با سرعت ثابت $۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله ۵۰ متری از خود ترمز می‌کند. حرکت خودرو با شتاب ثابت کند شده و خودرو دقیقاً در جلوی مانع متوقف می‌شود. اگر زمان واکنش راننده $۰/۵ \text{ s}$ و جرم راننده ۸۰ kg باشد، بزرگی نیروی خالص وارد بر راننده چند نیوتون است؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۸۰

۴۶- در شکل روبه‌رو، جرم وزنه متصل به فنر ۶ kg است و در حالی که آسانسور با تندی ثابت $۴ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بالا می‌رود، طول فنر ۵۵ cm است. اگر آسانسور با شتاب ثابت و در مدت $۱/۶ \text{ s}$ متوقف شود، فاصله وزنه از کف آسانسور در این مدت ۳ cm تغییر می‌کند. طول اولیه فنر (بدون اتصال به وزنه) چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۴۰

(۲) ۴۱

(۳) ۴۳

(۴) ۴۴

۴۷- توپ بیس‌بالی به جرم ۲۰۰ g با سرعت $\vec{v} = (۲ \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i} - (۴ \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{j}$ به یک گوی ساکن با جرم ۱۰۰ g برخورد می‌کند و گوی با سرعت $\vec{v}' = (۳ \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i} - (۳ \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{j}$ از توپ جدا می‌شود. اگر زمان برخورد توپ و گوی $۰/۲ \text{ s}$ باشد، بزرگی نیروی وارد بر توپ چند نیوتون است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{۲}$ (۲) $۱/۵\sqrt{2}$ (۳) $۳\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

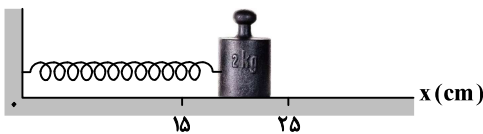
۴۸- شتاب مرکزگرای ماهواره A، چهار برابر شتاب مرکزگرای ماهواره B است. دوره گردش ماهواره A به دور زمین چند برابر دوره گردش ماهواره B به دور زمین است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{۴}$ (۲) $\frac{۱}{۴}$ (۳) $۲\sqrt{2}$ (۴) ۴

۴۹- پسماند نور سبز در خلأ حدود $۶ \times ۱۰^{۱۴} \text{ Hz}$ است. مسافتی که نور سبز در مدت ۱ ns در آب طی می‌کند، چند برابر طول موج نور در خلأ است؟ (تندی انتشار نور در خلأ و هوا به ترتیب $۳ \times ۱۰^۸ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ و $۲/۲۵ \times ۱۰^۸ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ است.)

- (۱) ۴×۱۰^۵ (۲) $۴/۵ \times ۱۰^۵$ (۳) $۱/۳۵ \times ۱۰^۶$ (۴) ۸×۱۰^۵

۵۰- در شکل روبه‌رو، وزنه‌ای به جرم ۲ kg به فنری با ثابت $۱۰۰ \frac{\text{N}}{\text{m}}$ بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و بین دو مکان $x_۱ = ۱۵ \text{ cm}$ و $x_۲ = ۲۵ \text{ cm}$ نوسان می‌کند. در چه مکانی (برحسب سانتی‌متر) شتاب وزنه $\vec{a} = (-۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2})\vec{i}$ است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۹

(۳) ۲۱

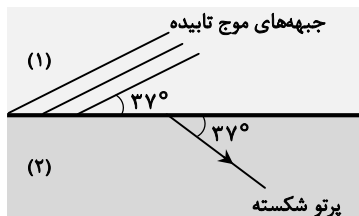
(۴) ۲۴

۵۱- در یک نقطه معین، تراز شدت صوت A، $۱۳/۵$ دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت B است. شدت صوت A چند برابر شدت صوت B است؟ ($\log 5 = ۰/۷$)

- (۱) ۲ (۲) $۲\sqrt{5}$ (۳) $۱۰\sqrt{5}$ (۴) ۲۵

محل انجام محاسبات:

۵۲- یک موج مکانیکی مطابق شکل از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابد. اگر طول موج آن ۵ cm تغییر کند، طول موج در محیط (۱) چند سانتی‌متر است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

۵۳- سیمی به جرم ۲۰ g و طول ۱ m بین دو نقطه ثابت با نیرویی به بزرگی ۱۸ N کشیده شده است. این سیم را به ارتعاش درمی‌آوریم تا در آن موج ایستاده تشکیل شود. کمترین بسامدی از این سیم که در محدوده شنوایی انسان است، چند هرتز است؟

(۴) ۴۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۳۵

۵۴- اختلاف بسامد اولین و دومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشته معین $11 \times 10^{13} \text{ Hz}$ است. این رشته کدام است؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \text{ و } R = 0.1 \text{ nm})^{-1}$$

(۴) پفوند ($n' = 5$)(۳) براکت ($n' = 4$)(۲) پاشن ($n' = 3$)(۱) بالمر ($n' = 2$)

۵۵- چه تعداد از جمله‌های زیر، در مورد لیزر نادرست است؟

الف) براساس گسیل القایی ایجاد می‌شود.

ب) فوتون‌های تشکیل‌دهنده آن، هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فازند.

پ) به شرطی ایجاد می‌شود که وارونی جمعیت الکترون‌ها اتفاق افتاده باشد.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۶- مقدار کربن ۱۴ موجود در یک زغال قدیمی $6/25$ درصد مقدار عادی کربن ۱۴ موجود در زغالی است که تازه تولید شده است. عمر این زغال چند سال است؟ (نیمه‌عمر کربن ۱۴ برابر با 5730 سال است.)

(۴) ۹۱۶۸۰

(۳) ۴۵۸۴۰

(۲) ۲۲۹۲۰

(۱) ۱۱۴۶۰

۵۷- چرا تاکتون نوع تجاری راکتور گداخت هسته‌ای ساخته نشده است؟

(۱) مواد اولیه برای ایجاد واکنش به مقدار بسیار کمی در طبیعت وجود دارند.

(۲) در واکنش گداخت، انرژی آزاد شده به‌ازای هر نوکلئون کم است.

(۳) برای ایجاد این واکنش باید انرژی بسیار زیادی صرف کرد.

(۴) امکان مهار انرژی حاصل از گداخت هسته‌ای وجود ندارد.

۵۸- یک ظرف استوانه‌ای فلزی که مساحت قاعده آن 200 سانتی‌متر مربع و ارتفاع آن 50 سانتی‌متر است، در دمای 10°C محتوی $9/5$ لیتر مایع است. اگر دمای ظرف و مایع را به تدریج بالا ببریم، با چشم‌پوشی از تبخیر مایع، در چه دمایی مایع شروع به بیرون ریختن از ظرف می‌کند؟ ($\frac{1}{K} = 1/1 \times 10^{-3}$ ضریب انبساط حجمی مایع و $\frac{1}{K} = 1/5 \times 10^{-5}$ ضریب انبساط طولی فلز)

(۴) ۴۰

(۳) ۶۰

(۲) ۵۰

(۱) ۷۰

۵۹- در یک ظرف 200 گرم یخ با دمای -10°C همراه با 800 گرم آب با دمای 50°C وارد می‌کنیم و با توان 0.4 کیلووات به آن‌ها گرما می‌دهیم. اگر 8600 ژول گرما از ظرف خارج شده باشد، با چشم‌پوشی از ظرفیت گرمایی ظرف، پس از چند ثانیه دمای مخلوط به 40°C می‌رسد؟ ($L_F = 336 \frac{J}{g}$ و $c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot K}$)

(۴) ۲۸۰

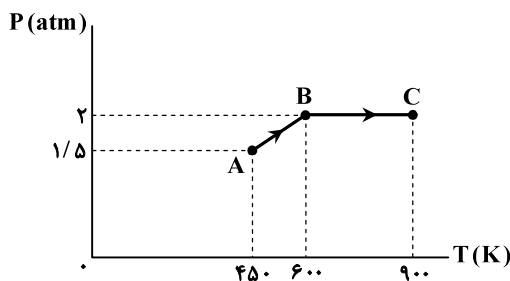
(۳) ۲۴۰

(۲) ۲۰۰

(۱) ۱۸۰

محل انجام محاسبات:

۶۰- ۵ مول گاز آرمانی فرایند ABC شکل مقابل را انجام می‌دهد. گاز در این فرایند چند ژول کار انجام می‌دهد؟ $(R = \frac{25}{3} \frac{J}{mol \cdot K})$



(۱) ۱۰۰۰۰

(۲) ۱۲۵۰۰

(۳) ۱۵۰۰۰

(۴) ۱۷۵۰۰

۶۱- یک ماشین گرمایی با بازده ۳۰ درصد و توان خروجی (مفید) ۷۵۰ وات کار می‌کند و در هر دقیقه ۵۰۰ مرتبه چرخه ماشین انجام می‌شود. دستگاه در هر چرخه چند ژول گرما به چشمه دمایی می‌دهد؟

(۴) ۲۴۰

(۳) ۲۱۰

(۲) ۱۴۰

(۱) ۱۲۰

۶۲- جریان یک مدار را توسط دو آمپرسنج رقمی A و B اندازه‌گیری می‌کنیم. آمپرسنج A جریان مدار را $2510/4 \text{ mA}$ و آمپرسنج B جریان مدار را $3/530 \text{ A}$ نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری آمپرسنج‌های A و B به ترتیب از راست به چپ چند میکروآمپر است؟

(۴) 10^4 ، 10^3 (۳) 10^4 ، 10^2 (۲) 10^3 ، 10^3 (۱) 10^3 ، 10^2

۶۳- موتور یک بالابر با توان ثابت $0/6$ کیلووات، وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم را از سطح زمین در راستای قائم به طرف بالا می‌کشد. پس از ۵ ثانیه، که وزنه به ارتفاع ۴۰ متری از سطح زمین می‌رسد و در حال بالا رفتن است، بالابر وزنه را رها می‌کند. در این لحظه تندی وزنه چند متر بر

ثانیه است؟ (فرض کنید نیروی مقاومت هوای وارد بر وزنه ثابت و برابر ۹ نیوتون باشد و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

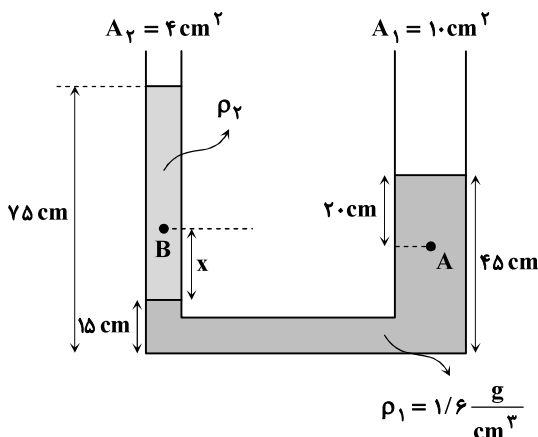
(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

۶۴- در شکل مقابل، دو مایع با چگالی متفاوت در حال تعادل هستند و فشار در نقاط A و B برابر است. x چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۲۵

۶۵- گلوله‌ای به جرم ۲ kg را در شرایط خلأ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. در لحظه مشخص t، انرژی جنبشی گلوله $\frac{1}{4}$ برابر انرژی مکانیکی آن و انرژی پتانسیل گلوله به مقدار ۱۰۰ J کمتر از انرژی مکانیکی آن است. این گلوله تا چه ارتفاعی بر حسب متر بالا می‌رود؟

$(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

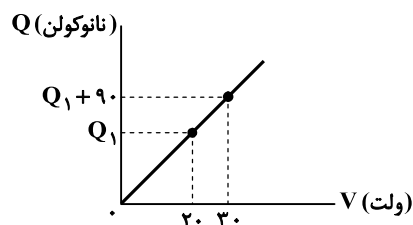
(۲) ۱۵

(۱) ۱۰

محل انجام محاسبات:

۶۶- نمودار شکل مقابل مربوط به خازن مسطحی است که فاصله دو صفحه آن از یکدیگر 0.5 میلی‌متر و ثابت دی‌الکتریک عایق آن ۴ است.

مساحت هر یک از صفحات خازن چند سانتی‌متر مربع است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2})$



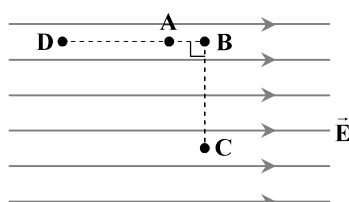
(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۲۵

(۳) ۷۵

(۴) ۱۵۰

۶۷- در شکل مقابل، میدان الکتریکی یکنواخت است و اندازه کار میدان الکتریکی در انتقال $q = -20 \mu C$ از نقطه A به نقطه C برابر ۵ میلی‌ژول است. مقدار $(V_A - V_D)$ چند ولت است؟ ($AB = 10 \text{ cm}$ و $BC = AD = 30 \text{ cm}$)



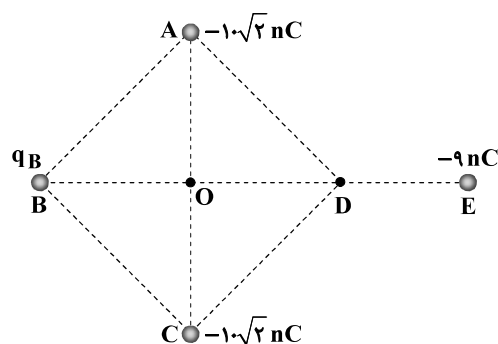
(۱) -۲۵۰

(۲) ۲۵۰

(۳) -۷۵۰

(۴) ۷۵۰

۶۸- چهارضلعی ABCD مربعی به ضلع ۳۰ سانتی‌متر و طول DE برابر $15\sqrt{2}$ سانتی‌متر است. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه D صفر باشد، بزرگی میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع (نقطه O) چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



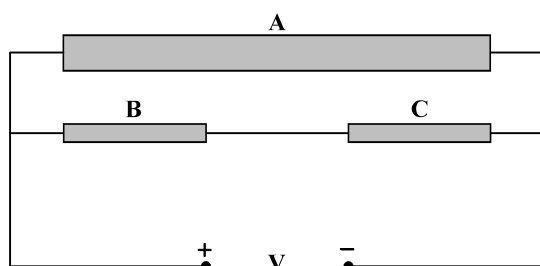
(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۱۲۵۰

(۳) ۱۸۰۰

(۴) ۲۵۰۰

۶۹- در شکل داده‌شده، دو رسانای B و C کاملاً مشابه هستند و توان مصرفی در رسانای C، ۳ برابر توان مصرفی در رسانای A است. اگر قطر مقطع رسانای A دو برابر قطر مقطع رسانای B و طول آن سه برابر طول رسانای B باشد، مقاومت ویژه A چند برابر مقاومت ویژه C است؟



(۱) ۱۸

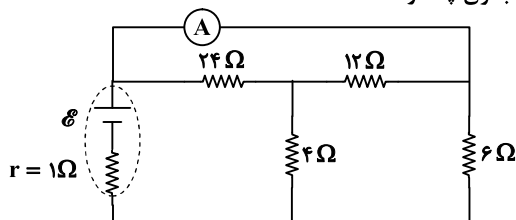
(۲) ۱۲

(۳) ۸

(۴) ۱۶

محل انجام محاسبات:

۷۰- اگر آمپرسنج آرمانی در مدار روبه‌رو مقدار $1/6 A$ را نشان دهد، نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



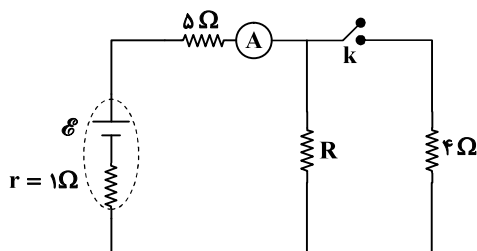
۶ (۱)

۱۸ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

۷۱- با بستن کلید k در مدار شکل زیر، عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۲ برابر می‌شود. R چند اهم است؟



۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

۷۲- چند مورد از جمله‌های زیر دربارهٔ مواد فرومغناطیس سخت درست است؟

(الف) اتم‌ها به‌طور ذاتی دارای دوقطبی مغناطیسی هستند اما این مواد به‌طور طبیعی حوزهٔ مغناطیسی ندارند.

(ب) در یک میدان مغناطیسی خارجی، خاصیت آهنربایی پیدا می‌کنند.

(پ) برای هسته‌های سیم‌پیچ در آهنربای الکتریکی مناسب هستند.

۴ (۳) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۳- در محلی که میدان مغناطیسی یکنواخت به‌صورت افقی به‌طرف جنوب برقرار است،

یک میلهٔ فلزی به طول ۸۰ سانتی‌متر و جرم ۳۰۰ گرم توسط فنرهای مشابهی با جرم

ناچیز از سقف آویخته شده است. طول عادی فنرها ۵۰ سانتی‌متر بوده و در حالت

تعادل میله، طول فنرها ۵۵ سانتی‌متر شده است. اگر از میله، جریان ۵ آمپر عبور

کند، طول فنرها وقتی میله به تعادل برسد، ۵۳ سانتی‌متر می‌شود. بزرگی میدان

مغناطیسی چند گاوس و جهت جریان گذرنده از میله کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s}$)

(۲) ۴۵۰۰، از غرب به شرق (→)

(۱) ۳۰۰۰، از غرب به شرق (→)

(۴) ۴۵۰۰، از شرق به غرب (←)

(۳) ۳۰۰۰، از شرق به غرب (←)

۷۴- اطلاعات مربوط به دو سیم‌لولهٔ آرمانی بدون هسته مطابق جدول زیر است. اگر از سیم‌لولهٔ (۱) جریان $1/2$ آمپر عبور کند، از سیم‌لولهٔ (۲)

چند آمپر جریان عبور کند تا انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله‌ها مساوی شود؟

	سیم‌لولهٔ (۱)	سیم‌لولهٔ (۲)
طول سیم‌لوله	۳۰ cm	۱۲۰ cm
طول سیم	۱۰۰ cm	۴۸۰ cm
قطر سیم‌لوله	۱ cm	۳ cm

۱ (۱)

۲ (۲)

۱/۵ (۳)

۰/۵ (۴)

۷۵- کدام‌یک از یکاهای زیر معادل یکای وبر بر ثانیه ($\frac{Wb}{s}$) است؟

Ω (۴)

A (۳)

V (۲)

 $\frac{V}{A}$ (۱)

محل انجام محاسبات:



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

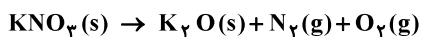
شیمی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

- ۷۶- تفاوت مجموع شمار ذرات زیراتمی در $^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$ و $^{18}_8\text{O}^{2-}$ چند برابر شمار نوترون‌ها در اتم رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن است؟
 ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵/۱
- ۷۷- اگر بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی اتم عنصر X دارای دو الکترون با $l = 0$ و $n = 4$ باشد، بر این اساس کدام توصیف در ارتباط با عنصر X به یقین درست است؟
 ۱) به دسته s تعلق دارد و در اتم آن تمام زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون، پر شده هستند.
 ۲) اتم آن با از دست دادن ۲ الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون دست می‌یابد.
 ۳) در اتم آن ۱۲ الکترون با عدد کوانتومی $l = 1$ وجود دارد.
 ۴) عنصری فلزی و نماد شیمیایی آن دو حرفی است.
- ۷۸- اگر نمونه‌ای به جرم ۲/۲ گرم از ترکیب N_xO_y شامل ۰/۱ مول نیتروژن باشد، فرمول مولکولی ترکیب موردنظر کدام است؟
 ۱) NO_2 ۲) N_2O ۳) N_2O_5 ۴) NO ($\text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- ۷۹- در معادله شیمیایی زیر پس از موازنه، مجموع ضرایب ترکیب‌های یونی چند برابر مجموع ضرایب مواد مولکولی است؟
 $\text{KNO}_3(\text{s}) + \text{C}(\text{s}) + \text{S}(\text{s}) \rightarrow \text{K}_2\text{S}(\text{s}) + \text{N}_2(\text{g}) + \text{CO}_2(\text{g})$
 ۱) ۶/۰ ۲) ۸/۰ ۳) ۵/۰ ۴) ۷۵/۰
- ۸۰- در ساختار لوویس یون MO_3^- ، ۳ جفت الکترون پیوندی وجود دارد و تمام اتم‌ها آرایش الکترونی هشت‌تایی و مشابه گاز نجیب دارند. بر این اساس کدام توصیف در ارتباط با M درست است؟
 ۱) اتم عنصر M دارای ۵ الکترون ظرفیتی است و در ترکیب‌های یونی به صورت M^{3-} یافت می‌شود.
 ۲) ساختار لوویس MO_3^- با ساختار لوویس یون نیترات یکسان است.
 ۳) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در آن برابر ۳ است.
 ۴) فرمول شیمیایی ترکیب دوتایی حاصل از واکنش فلز پتاسیم (K) و عنصر M به صورت KM است.
- ۸۱- برای تولید ۵/۵ گرم فسفر تری کلرید طی فرایندی با معادله شیمیایی زیر (موازنه شود) به چند لیتر گاز کلر در شرایط استاندارد نیاز است؟
 $\text{P}_4(\text{s}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{PCl}_3(\text{l})$ ($\text{P} = 31, \text{Cl} = 35.5 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
 ۱) ۶۸۸/۲ ۲) ۳۴۴/۱ ۳) ۳۴/۴ ۴) ۱۲۵/۳
- ۸۲- در دمایی معین، با افزودن ۳۵ گرم سدیم نیترات خالص به ۴۰ گرم محلولی از این ماده و هم زدن مخلوط به اندازه کافی، ۲/۸ گرم جامد حل نشده در ظرف ته‌نشین می‌شود. غلظت سدیم نیترات در محلول اولیه چند درصد جرمی بوده است؟ (انحلال‌پذیری سدیم نیترات در دمای آزمایش برابر ۹۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است).
 ۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵
- ۸۳- با توجه به توصیف‌های ذکر شده برای سه ماده A، B و C، به ترتیب این سه ماده کدامند؟
 ماده A: در دما و فشار اتاق گاز است و مولکول‌هایش در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
 ماده B: در دما و فشار اتاق گاز است و مولکول‌های ۳ اتمی دارد که در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.
 ماده C: مولکول دو اتمی دارد که در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند و در شرایط معین در مقایسه با ماده B، انحلال‌پذیری کمتری در آب دارد.
 ۱) هیدروژن سولفید - اوزون - اکسیژن ۲) اوزون - کربن دی‌اکسید - نیتروژن مونوکسید
 ۳) کربن مونوکسید - کربن دی‌اکسید - هیدروژن فلئورید ۴) هیدروژن کلرید - گوگرد دی‌اکسید - نیتروژن مونوکسید
- ۸۴- مجموع $n + l$ تمام الکترون‌های عنصر A برابر ۳۸ است. چند مورد از مطالب زیر در مورد آن درست است؟
 ■ با گرفتن سه الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسد.
 ■ نماد شیمیایی آن همانند دو عنصر قبل و بعد از خود، دو حرفی است.
 ■ با عنصری از دوره پنجم و دارای عدد اتمی ۵۰ هم‌گروه است.
 ■ در ساختار لوویس مولکول ACl_4 تمام اتم‌ها به آرایش پایدار هشت‌تایی دست یافته‌اند.
 ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۸۵- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، ۶۰/۶ گرم پتاسیم نیترات ۸۰ درصد خالص باید چند درصد تجزیه شود تا مجموع جرم گازهای تولیدشده برابر ۱۲/۹۶ گرم شود؟ ($N = ۱۴, O = ۱۶, K = ۳۹ : g \cdot mol^{-1}$)



۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۸۶- نام آیوپاک آلکانی به صورت: a- اتیل، b و c- دی متیل پنتان است. کدام مطلب در مورد آن درست است؟ (a، b و c سه عدد متفاوت هستند.)
(۱) مجموع سه عدد a، b و c برابر عدد اتمی اکسندترین عنصر در جدول تناوبی است.

(۲) مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در آن برابر ۳۱ است.

(۳) برای سوختن کامل هر مول از آن به ۱۳ مول گاز اکسیژن نیاز است.

(۴) در ساختار آن هر اتم کربن به دو یا سه اتم هیدروژن متصل است.

۸۷- با توجه به جدول با گرمای آزاد شده از واکنش یک مول اتن با یک مول هیدروژن کلرید، به تقریب چند گرم گرافیت را می توان به الماس تبدیل کرد؟ ($C = ۱۲ : g \cdot mol^{-1}$ و آنتالپی پیوند $H-Cl$ برابر $۴۳۱ kJ \cdot mol^{-1}$ است.)

پیوند	C-C	C=C	C-H	C-Cl
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۳۴۸	۶۱۲	۴۱۲	۳۲۶



۲۷۱/۵ (۴)

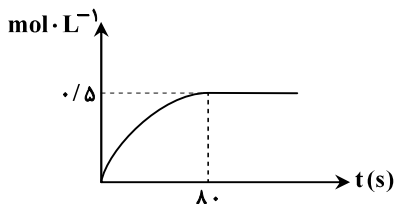
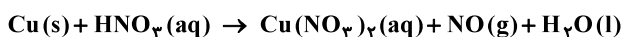
۲۱۷/۵ (۳)



۱۲۷/۵ (۲)

۱۷۲/۵ (۱)

۸۸- تیغه ای به جرم ۱۶ گرم از فلز مس خالص را در ظرفی سر باز حاوی ۴۰۰ میلی لیتر محلول نیتریک اسید قرار می دهیم. اگر نمودار تغییرات غلظت مولی یکی از مواد شرکت کننده در واکنش موازنه نشده زیر به صورت روبه رو باشد، سرعت متوسط واکنش بر حسب $mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$ کدام است؟ ($Cu = ۶۴ g \cdot mol^{-1}$)



۰/۳۷۵ (۱)

۳/۷۵ (۲)

۱/۲۵ (۳)

۰/۱۲۵ (۴)

۸۹- در واکنش فرضی تبدیل $A(g)$ به $B(g)$ سرعت متوسط مصرف A دو برابر سرعت متوسط واکنش و سرعت متوسط تولید B، ۱/۵ برابر سرعت متوسط مصرف A است. بر این اساس کدام مطلب همواره درست است؟

(۱) در هر لحظه از واکنش، غلظت $A(g)$ بیشتر از غلظت $B(g)$ است.

(۲) اگر واکنش با ۲ مول A شروع شود، در پایان واکنش مجموع مولهای گازی درون ظرف برابر ۳ خواهد بود.

(۳) اگر نمودار تغییرات غلظت مولی ماده A به صورت خطی باشد، به یقین نمودار تغییرات غلظت مولی ماده B نیز به صورت خطی خواهد بود.

(۴) با فرض بسته بودن سامانه، واکنش به تعادل می رسد و سرعت تولید و مصرف دو ماده برابر می شود.

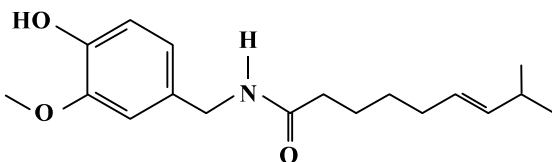
۹۰- کپسایسین ماده شیمیایی موجود در فلفل های تند سبز و قرمز است. با توجه به ساختار این ماده کدام مطلب درست است؟

(۱) در ساختار آن گروه های عاملی آمینی و اتری یافت می شود.

(۲) نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به جفت الکترون های ناپیوندی برابر ۶/۷۵ است.

(۳) از آبکافت آن در شرایط مناسب، کربوکسیلیک اسیدی با فرمول $C_{10}H_{18}O_2$ به دست می آید.

(۴) در ساختار آن سه اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.



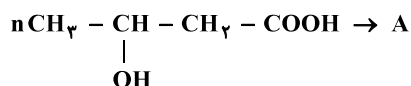
محل انجام محاسبات:

۹۱- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- در ساختار مونومر سازنده پلی وینیل کلرید، سه نوع اتم و سه جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- سلولز نوعی پلیمر طبیعی است که جرم مولی آن با مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن برابر است.
- از آبکافت اتیل فرمات، ساده‌ترین الکل و ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید به دست می‌آید.
- در واحد تکرارشونده کولار گروه عاملی آمیدی وجود دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۲- در کدام گزینه واحد تکرارشونده پلیمر A به درستی نشان داده شده است؟

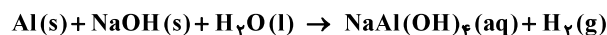


۹۳- اگر بخش آنیونی یک پاک‌کننده غیرصابونی دارای ۵۴ جفت الکترون پیوندی و کاتیون سدیم باشد، جرم مولی پاک‌کننده چند گرم بر مول است و با صابون جامد سیر شده هم‌کربن با آن، در چند اتم هیدروژن اختلاف دارد؟

(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲ : g · mol⁻¹)

۸, ۳۴۸ (۴) ۶, ۳۴۸ (۳) ۶, ۳۸۴ (۲) ۸, ۳۸۴ (۱)

۹۴- واکنش موازنه نشده زیر در کتاب درسی به عنوان یک پاک‌کننده خورنده مطرح شده است. بر این اساس کدام موارد از مطالب زیر دست هستند؟



الف) اگر مخلوط واکنش دهنده را در لوله مسدود شده با چربی بریزیم، احتمال ایجاد نمک اسید چرب به حالت محلول وجود دارد.

ب) در این واکنش برخی از اتم‌های هیدروژن نقش کاهنده را دارند.

پ) سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها پایین تر است.

ت) گاز هیدروژن تولید شده، از طریق واکنش شیمیایی با چربی‌ها باعث رفع گرفتگی لوله می‌شود.

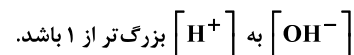
۱) «الف»، «پ» و «ت» ۲) «الف» و «پ»

۳) «ب» و «ت» ۴) «الف»، «ب» و «ت»

۹۵- کدام مورد درست است؟

۱) در اسیدهای آلی با افزایش شمار اتم‌های کربن قدرت اسیدی افزایش می‌یابد.

۲) از بین ترکیب‌های SO_۳، N_۲O_۵، CaO و CO_۲ سه مورد می‌توانند از طریق انحلال در آب محلولی ایجاد کنند که در آن نسبت



۳) با افزودن آب به محلول یک اسید ضعیف درجه یونش، افزایش می‌یابد ولی ثابت یونش تغییر نمی‌کند.

۴) در محلول نیترواسید رابطه $[\text{HNO}_3] > [\text{OH}^-] > [\text{NO}_3^-] = [\text{H}^+]$ برقرار است.

محل انجام محاسبات:

۹۶- $7/04$ گرم از یک کربوکسیلیک یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به 2 لیتر می‌رسانیم تا محلولی با $\text{pH} = 4/4$ به دست آید. اگر ثابت یونش این اسید برابر 4×10^{-8} باشد، در هر مولکول این اسید چند اتم هیدروژن وجود دارد؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

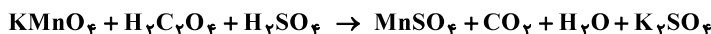
۸ (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴)

۹۷- در سلول گالوانی استاندارد منیزیم-نقره، که با تیغه‌های هم جرم آغاز به فعالیت می‌کند، در صورت مبادله $3/612 \times 10^{21}$ الکترون اختلاف جرم دو تیغه به چند میلی‌گرم می‌رسد و emf این سلول به تقریب چند برابر emf سلول روی-هیدروژن است؟ ($Mg = 24, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1}$)

فلز	Ag^+ / Ag	Mg^{2+} / Mg	Zn^{2+} / Zn
$E^\circ (V)$	۰/۸	-۲/۳۷	-۰/۷۶

۲/۳، ۷۲۰ (۴) ۲/۳، ۵۷۶ (۳) ۴/۱، ۷۲۰ (۲) ۴/۱، ۵۴۶ (۱)

۹۸- اگر در واکنش موازنه نشده زیر $H_4C_4O_4$ یک اسید دو عاملی باشد، کدام گزینه درست است؟



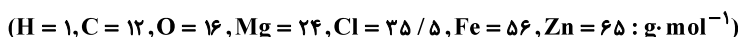
(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها پس از موازنه برابر ۱۲ است.

(۲) سولفوریک اسید نقش اکسنده را دارد.

(۳) به ازای مبادله هر مول الکترون یک مول $CO_2(g)$ تولید می‌شود.

(۴) تغییر عدد اکسایش هر اتم منگنز در این فرایند مشابه تغییر عدد اکسایش پارازیلن و تبدیل آن به ترفتالیک اسید است.

۹۹- در کدام گزینه شمار الکترون‌های مبادله شده در هر دو مورد برابر است؟



(۱) تولید $2/4$ گرم منیزیم در برقکافت $MgCl_2(l)$ و مصرف $2/24$ لیتر گاز در کاتد سلول سوختی در شرایط STP

(۲) تولید $4/4$ گرم کربن دی‌اکسید در فرایند هال و آبکاری $0/4$ مول نقره بر قاشق آهنی

(۳) خوردگی $6/5$ گرم فلز آند در آهن گالوانیزه و تولید $35/5$ گرم گاز در برقکافت $NaCl(l)$

(۴) تولید 4 گرم گاز هیدروژن از برقکافت آب و مصرف 2 مول سیلیسیم در سلول نور الکتروشیمیایی جهت تولید گاز هیدروژن

۱۰۰- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آمونیاک، برخلاف مولکول‌های اکسیژن دی‌فلوئورید و کلروفرم اتم مرکزی به رنگ قرمز است.

(۲) سیلیس، یخ و الماس همگی ساختار سه‌بعدی دارند و هر سه ماده نوعی جامد کووالانسی به‌شمار می‌آیند.

(۳) از بین ترکیب‌های SiC ، CO ، HF ، $NaBr$ ، SiO_2 و K_2SO_4 ، تنها برای دو ترکیب می‌توان فرمول مولکولی را بیان کرد.

(۴) علت سهولت میعان بیشتر دی‌متیل اتر نسبت به پروپان، عدم تقارن در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی است.

۱۰۱- اگر A ، B ، C ، D ، E و F به ترتیب افزایش عدد اتمی از راست به چپ، عناصری از دوره سوم باشند که امکان تشکیل یون پایدار تک اتمی را داشته باشند، کدام مطلب درست است؟

(۱) ترکیب حاصل از C و نافلزترین عنصر جدول تناوبی، در مقایسه با اکسید عنصر B آنتالپی فروپاشی کمتری دارد.

(۲) بیشترین چگالی بار در بین یون‌های این عناصر متعلق به D است.

(۳) بیشترین شعاع یونی در بین یون‌های این عناصر متعلق به F است.

(۴) اگر آنتالپی فروپاشی لیتیم فلئورید برابر $1050 kJ \cdot mol^{-1}$ باشد، آنتالپی فروپاشی فلئورید دو عنصر B و C بیشتر از $1050 kJ \cdot mol^{-1}$ خواهد بود.

محل انجام محاسبات:

۱۰۲- کدام مورد درست است؟

- (۱) فلز تیتانیم به عنوان یک فلز هوشمند در تهیه استنت برای عروق استفاده می شود.
- (۲) هرچه عدد اکسایش وانادیم در ترکیب های دارای آن افزایش یابد، طول موج رنگ محلول حاوی آن نیز بیشتر می شود.
- (۳) از بین رسانایی الکتریکی، چکش خواری و عدد اکسایش متنوع در فلزها دو مورد را می توان با مدل دریای الکترونی توجیه کرد.
- (۴) مقاومت تیتانیم در برابر سایش به طور آشکاری از فولاد بیشتر است.
- ۱۰۳- در ظرفی به حجم یک لیتر، ۰/۴ مول از هر کدام از گازهای کلر و فسفر تری کلرید قرار داده می شود تا پس از مصرف ۵۰٪ از آن ها، تعادل زیر برقرار شود. با افزایش حجم ظرف در دمای ثابت به ۲ لیتر، غلظت گاز PCl_5 به تقریب به چند مولار خواهد رسید؟ $(\sqrt{5} \approx 2/2)$
- $$PCl_3(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons PCl_5(g)$$
- (۱) ۰/۰۴ (۲) ۰/۰۸ (۳) ۰/۲۴ (۴) ۰/۴۸

۱۰۴- کدام مورد درباره واکنش های تعادلی درست است؟

- (۱) اگر افزایش دما باعث افزایش ثابت تعادل شود، سطح انرژی فراورده ها از واکنش دهنده ها پایین تر است.
- (۲) در فرایند هابر علت افزایش دما، افزایش سرعت و بازده فرایند است.
- (۳) در فرایند تولید گاز گوگرد تری اکسید از گازهای گوگرد دی اکسید و اکسیژن، افزایش مقداری O_2 به تعادل سبب افزایش ثابت تعادل می شود.
- (۴) اثر دما بر تولید N_2H_4 و NH_3 از عناصر سازنده شان، تأثیر متفاوتی بر ثابت تعادل دارند.
- ۱۰۵- کاربرد چه تعداد از موارد زیر درست بیان شده است؟

- متانول: بازیافت PET
 - اتیل استات: ضد عفونی کننده سطوح
 - کلرواتان: بی حس کننده موضعی
 - پارازیلن: ماده اولیه تولید کننده مونومر PET
 - محلول آبی رقیق پتاسیم پرمنگنات: اکسنده برای تبدیل اتن به اتیلن گلیکول
- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیر محمد سید شاگردی	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبر زاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبر زاده	علیرضا شریف خطیبی- امید رضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمردی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاء الله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

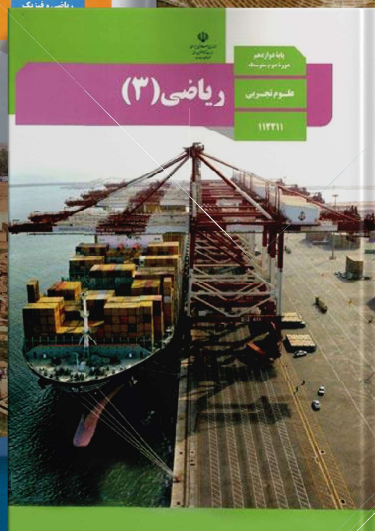
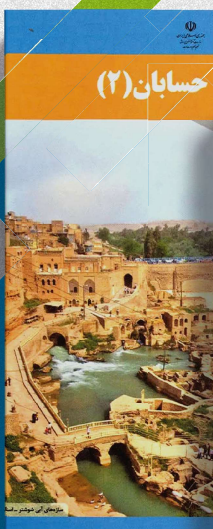
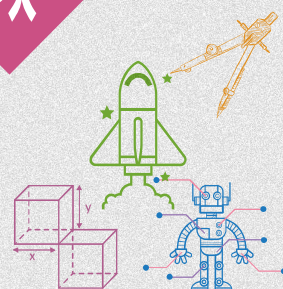
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۳ خرداد ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۸



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس‌های ۳ و ۴)



با توجه به اینکه جمله اول و سوم دنباله با هم برابرند، پس می‌توان جمله عمومی آن را به صورت $a_n = a(n-2)^2 + b$ در نظر گرفت:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \Rightarrow a + b = 2 \\ a_7 = -1 \Rightarrow b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a_n = 3(n-2)^2 - 1$$

بنابراین واسطه حسابی بین جملات پنجم و هفتم برابر است با:

$$\text{واسطه حسابی} = \frac{a_5 + a_7}{2} = \frac{(3(5-2)^2 - 1) + (3(7-2)^2 - 1)}{2} = \frac{26 + 74}{2} = 50$$

همچنین جمله ششم این دنباله برابر ۴۷ است:

$$a_6 = 47 \Rightarrow 3 \text{ واحد با واسطه حسابی اختلاف دارد.}$$

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)



- ترکیب عطفی، فصلی و شرطی دو گزاره به صورت زیر است:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د

- گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که گزاره‌های p و q هم‌ارزش باشند. یعنی هر دو «درست» یا هر دو «نادرست» باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د



جدول ارزش گزاره $((p \Rightarrow q) \wedge \sim p) \Leftrightarrow (p \vee q)$ را تشکیل می‌دهیم:

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim p$	$p \vee q$	$((p \Rightarrow q) \wedge \sim p) \Leftrightarrow (p \vee q)$
د	د	ن	د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	ن

همان‌گونه که مشاهده می‌کنید در سه سطر ارزش گزاره نادرست است.

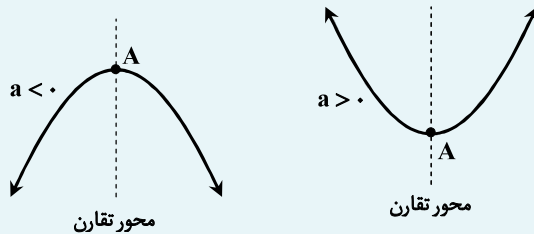
بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)



- نقطه A را در شکل‌های مقابل رأس سهمی می‌گوییم.



- اگر $a > 0$ باشد، A پایین‌ترین نقطه سهمی و اگر $a < 0$ باشد، A بالاترین نقطه سهمی است. همچنین خط عمودی که از رأس سهمی می‌گذرد، خط تقارن سهمی نامیده می‌شود.

چون سهمی، محور عرض‌ها را در $y = 4$ قطع می‌کند، پس $c = 4$ است.

سپس خط و سهمی را تقاطع می‌دهیم:

$$ax^2 + bx + c = 2x + 10 \Rightarrow ax^2 + (b-2)x - 6 = 0$$

ریشه‌های معادله به‌دست آمده همان ۲ و -۳ است، پس:

$$ax^2 + (b-2)x - 6 = (x-2)(x+3) \Rightarrow ax^2 + (b-2)x - 6 = x^2 + x - 6 \Rightarrow a = 1, b = 3$$

$$\Rightarrow \text{معادله سهمی: } y = x^2 + 3x + 4$$

در نتیجه محور تقارن این سهمی به‌صورت زیر است:

$$\text{محور تقارن: } x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۴- پاسخ: گزینه ۱

- به‌طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, P = \frac{c}{a}$$



از روابط مجموع و حاصل‌ضرب در معادله درجه دو استفاده می‌کنیم:

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{7}{\alpha} \quad (1)$$

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = \frac{1\beta}{\alpha} \xrightarrow{\beta \neq 0} \alpha^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \xrightarrow{(1)} \beta = \frac{-7}{3} \times \\ \alpha = -3 \xrightarrow{(1)} \beta = \frac{7}{3} \checkmark \end{cases}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-3 + \frac{7}{3}}{-3 \times \frac{7}{3}} = \frac{7}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

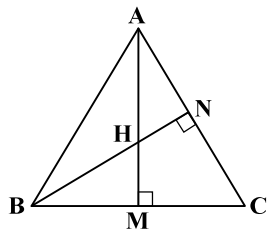
۵- پاسخ: گزینه ۴



اگر خطوط d_1 و d_2 به ترتیب با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آنگاه $m_1 m_2 = -1$ و برعکس.
 - به طور کلی، اگر در صفحه مختصات دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$


به شکل فرضی مقابل توجه کنید. معادله AM و AC را به دست آورده و سپس با هم تقاطع می‌دهیم تا A به دست آید:
 ابتدا شیب خط AM را به دست می‌آوریم:



$$m_{BC} = \frac{6-4}{4-0} \Rightarrow m_{BC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{BC \perp AM} m_{AM} = -2$$

با توجه به مختصات نقطه $H(1, 5)$ ، معادله AM به دست می‌آید:

$$y - 5 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 7$$

اکنون به محاسبه شیب خط AC می‌پردازیم:

$$m_{BH} = \frac{5-4}{1-0} \Rightarrow m_{BH} = 1 \xrightarrow{AC \perp BN} m_{AC} = -1$$

با توجه به مختصات نقطه C ، معادله AC به دست می‌آید:

$$y - 6 = -(x - 4) \Rightarrow y = -x + 10$$

بنابراین مختصات نقطه A به دست می‌آید:

$$\text{نقاط: } \begin{cases} y = -2x + 7 \\ y = -x + 10 \end{cases} \Rightarrow -2x + 7 = -x + 10 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 13 \end{cases} \Rightarrow A(-3, 13)$$

پس طول پاره خط AH برابر است با:

$$AH = \sqrt{(-3-1)^2 + (13-5)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

۶- پاسخ: گزینه ۳



- برخی از معادلات که دارای عبارت‌های رادیکالی از مجهول هستند را معادلات گنگ می‌نامند. برای حل آن‌ها با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم، جواب‌های به دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند، زیرا عملیات توان‌رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.



برای حل معادله از تغییر متغیر $x^2 + x = t$ استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt{2x^2 + 2x + 3} + x^2 + x = 6 \Rightarrow \sqrt{2t + 3} + t = 6 \Rightarrow \sqrt{2t + 3} = 6 - t$$

$$\xrightarrow{6-t \geq 0} 2t + 3 = (6-t)^2 = 36 - 12t + t^2 \Rightarrow t^2 - 14t + 33 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \checkmark \\ t = 11 \text{ غلط} \end{cases}$$

جواب $t = 11$ در محدوده $t \leq 6$ قرار نداشته و در معادله صدق نمی‌کند. پس $t = 3$ و داریم:

$$x^2 + x = 3 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = -3$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۷- پاسخ: گزینه ۳



- هر تابع که بتوان آن را به شکل $y = ax + b$ نمایش داد، یک «تابع خطی» نامیده می‌شود.
 - برای تعیین دامنه تابع $y = \sqrt{f(x)}$ کافی است نامعادله $f(x) \geq 0$ حل شود.



ضابطه تابع خطی $f(x) = ax + b$ را در نظر می‌گیریم؛ بنابراین رابطه داده شده در صورت سؤال به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{cases} f(2x+1) = a(2x+1) + b \\ f(x+2) = a(x+2) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(2x+1) + b = 3x + 3a + b \\ a(x+2) + b = 3x + 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2ax + a + b = 3x + 3a + b \\ ax + 2a + b = 3x + 3a + b \end{cases}$$

عبارت به دست آمده به ازای تمام مقادیر x برقرار است، پس:

$$\begin{cases} 2a = 3 \\ 2b = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x$$

اکنون دامنه تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$y = \sqrt{f(x) - x^2} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{3}{2}x - x^2}$$

$$x - x^2 \geq 0$$

x	0	1
$x - x^2$	$+$	$+$

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

در نتیجه دامنه تابع خواسته شده $[0, 1]$ و گزینه ۳ درست است.

۸- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)**



- اگر رابطه بین دو مجموعه به صورت زوج‌های مرتب داده شده باشد، رابطه‌ای را که از جابجایی دو مؤلفه هر زوج مرتب رابطه به دست می‌آید، وارون آن رابطه می‌نامیم.

- اگر f یک تابع باشد وارون آن را با f^{-1} نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f^{-1} = \{(y, x) | (x, y) \in f\}$$



فرض می‌کنیم $f^{-1}(2a) = 2f^{-1}(a) = b$ ، پس:

$$\begin{cases} f^{-1}(2a) = b \Rightarrow 2a = f(b) \Rightarrow 2a = b + \sqrt[3]{b-6} \\ f^{-1}(a) = \frac{b}{2} \Rightarrow a = f\left(\frac{b}{2}\right) \Rightarrow a = \frac{b}{2} + \sqrt[3]{\frac{b}{2}-6} \Rightarrow 2a = b + 2\sqrt[3]{\frac{b}{2}-6} \end{cases}$$

دو رابطه به دست آمده با یکدیگر برابر هستند:

$$\sqrt[3]{b-6} = 2\sqrt[3]{\frac{b}{2}-6} \xrightarrow{\text{توان ۳}} b-6 = 8\left(\frac{b}{2}-6\right) \Rightarrow b = 14 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow [a] = 7$$

۹- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)**



$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

- قانون ضرب $\log$:



با توجه به شرط $x-1 > 0$ معلوم می‌شود که x مثبت است، پس $|x| = x$.

$$\log_2(x-1) + \log_2(4-x) = 1 \Rightarrow \log_2(x-1)(4-x) = 1 \Rightarrow (x-1)(4-x) = 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

بنابراین α و β برابر ۲ و ۳ هستند. اکنون به حل نامعادله مورد نظر می‌پردازیم:

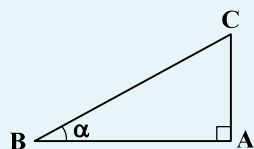
$$2^\alpha < \left(\frac{1}{5}\right)^{\beta-x} \Rightarrow 2^\alpha < 2^{x-\beta} \xrightarrow{2>1} \alpha < x-\beta \Rightarrow x > \alpha + \beta \Rightarrow x > 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۱۰- پاسخ: گزینه ۲



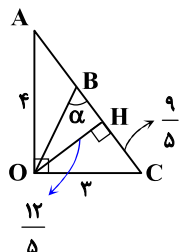
– مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زوایای حاده آن α باشد را در نظر بگیرید. نسبت مثلثاتی تانژانت زاویه α به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$



با استفاده از قضیه فیثاغورس طول وتر AC برابر ۵ است. از نقطه O ضلع بر AC عمود رسم می‌کنیم. با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه AOC داریم:



$$OH \times AC = AO \times OC \Rightarrow OH \times 5 = 4 \times 3 \Rightarrow OH = \frac{12}{5}$$

$$OC^2 = CH \times AC \Rightarrow 9 = CH \times 5 \Rightarrow CH = \frac{9}{5}$$

اکنون تعریف تانژانت را در مثلث قائم‌الزاویه BOH می‌نویسیم:

$$\tan \alpha = \frac{OH}{BH} \Rightarrow \frac{12}{5} = 2 \Rightarrow BH = \frac{6}{5} \Rightarrow AB = 5 - \frac{6}{5} - \frac{9}{5} \Rightarrow AB = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۱



– رابطه تانژانت مجموع (یا تفاضل) زوایا: $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$, $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$



ابتدا با استفاده از فرض داده شده، مقدار $\tan x$ را پیدا می‌کنیم: $\sin(x + \frac{3\pi}{4}) = 2 \sin x \Rightarrow -\cos x = 2 \sin x \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$

بنابراین مقدار $\tan 2x$ برابر است با: $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{-1}{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{4}{3}$

اکنون مقدار خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan(2x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan 2x - 1}{1 + \tan 2x} = \frac{-\frac{4}{3} - 1}{1 - \frac{4}{3}} = 7$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴



- (نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان): $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 – جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.
 – جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.



ابتدا معادله را در بازه $(0, 2\pi)$ حل می‌کنیم:

$$\cos x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \cos x + 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (1 + 2 \sin x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \text{یا} \\ 1 + 2 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

بزرگ‌ترین جواب به‌دست آمده $\frac{11\pi}{6}$ است. پس $\alpha = \frac{11\pi}{6}$ و در نتیجه:

$$\sin \alpha + \cos 2\alpha = \sin \frac{11\pi}{6} + \cos \frac{11\pi}{3} = \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos \left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۳- پاسخ: گزینه ۴



حد تابع f را وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+$ محاسبه می‌کنیم: (توجه شود در همسایگی راست $\frac{\pi}{4}$ ، یعنی در نیمه دوم ربع اول، مقدار سینوس بیشتر از کسینوس است.)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{1 - \sin 2x}}{\tan x - \cot x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{(\sin x - \cos x)^2}}{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{|\sin x - \cos x|}{\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{(\sin x - \cos x) \sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

۱۴- پاسخ: گزینه ۱



ابتدا حد چپ و راست تابع در $x = 2$ و مقدار $f(2)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a \left[2^- \right] + b \left[(-2)^- \right] = a - 3b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x + 2) = 8$$

$$f(2) = 2a - 2b$$

برای آنکه f در $x = 2$ پیوسته باشد، این سه مقدار را با یکدیگر مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a - 3b = 8 \\ 2a - 2b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow ab = -4$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲



خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.



برای محاسبه مجانب‌های افقی تابع f حد این تابع را وقتی $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مجانب‌های افقی: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|a|x - 2x}{-x} = 2 - |a| \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-|a|x - 2x}{x} = -2 - |a| \end{cases}$$

مجانِب‌های افقی تابع دو خط $y = b$ و $y = -b$ هستند. از آنجاکه b عددی مثبت است، پس:

$$\begin{cases} 2 - |a| = b \\ -2 - |a| = -b \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = 2$$

اکنون به محاسبه حد خواسته شده می‌پردازیم:

$$\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - 2x}{2 - |x|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(2 - x)}{2 - x} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۶- پاسخ: گزینه ۴



- (تعریف): مشتق راست و مشتق چپ تابع f در $x = a$ را با $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}, \quad f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

یا به طور معادل (تعریف دوم مشتق):

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \quad f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- به طور کلی اگر n یک عدد صحیح باشد و $f(x) = x^n$ ، آنگاه: $f'(x) = nx^{n-1}$.



ابتدا حد موردنظر را با استفاده از متغیر متغیر $H = -2h$ بر حسب مشتق تابع f پیدا می‌کنیم: (واضح است که وقتی $h \rightarrow 0^+$ آنگاه $H \rightarrow 0^-$).

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h} = \lim_{H \rightarrow 0^-} \frac{f(1+H) - f(1)}{-\frac{H}{2}} = -2 \lim_{H \rightarrow 0^-} \frac{f(1+H) - f(1)}{H} = -2f'_-(1)$$

بنابراین می‌بایست مشتق چپ تابع f در $x = 1$ را محاسبه کنیم.

در همسایگی چپ $x = 1$ داریم:

$$f(x) = \frac{1}{x} \left| x^2 + [(-1)^+] \right| = \frac{1}{x} \left| x^2 - 1 \right| = -\frac{1}{x} (x^2 - 1) = \frac{1-x^2}{x} = \frac{1}{x} - x$$

حال از تابع فوق مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - 1 \Rightarrow f'_-(1) = -2$$

بنابراین حاصل موردنظر برابر است با:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h} = -2f'_-(1) = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۷- پاسخ: گزینه ۴



$$f(x) = \sqrt{ax+b} \text{ و } ax+b > 0, \text{ آنگاه } f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$$

$$y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$

- اگر f تابعی بر حسب u و u تابعی از x باشد:



ابتدا ضابطه f' را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 3 + \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$

اکنون از دو طرف تساوی داده شده طبق قانون $(f(u))' = u'f'(u)$ مشتق می‌گیریم:

$$g(x^3) = f\left(\frac{f}{x}\right) \Rightarrow 3x^2 g'(x^3) = -\frac{f}{x^2} f'\left(\frac{f}{x}\right)$$

با جای گذاری $x = 2$ در رابطه به دست آمده، داریم:

$$x = 2 \Rightarrow 12g'(2) = -f'(2) \Rightarrow g'(2) = -\frac{1}{12} \times \underbrace{\left(2 + \frac{1}{2}\right)}_{f'(2)} \Rightarrow g'(2) = -\frac{13}{48}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۸- پاسخ: گزینه ۳



- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند $I (I \subseteq D_f)$ پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:
اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ ، و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.



ابتدا نقطه مینیمم نسبی تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{3\sqrt[3]{(x+2)^3}} = \frac{\sqrt[3]{(x+2)^3} - 1}{\sqrt[3]{(x+2)^3}}$$

$$f' = 0 \Rightarrow (x+2)^3 = 1 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } -3$$

x	-3	-2	-1
f'	+	-	+
f	↗	↘	↗

min

پس $x = -1$ طول نقطه مینیمم نسبی است و از آنجاکه $f(-1) = -4$ ، پس نقطه $A(-1, -4)$ نقطه مینیمم نسبی است. اگر این نقطه را یک واحد به راست و چهار واحد به بالا انتقال دهیم بر مبدأ منطبق می‌شود، پس $b = -1$ و $a = 4$ و در نتیجه $a + b = 3$.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

۱۹- پاسخ: گزینه ۱



- (تعریف): فرض کنیم تابع f در نقطه $x = c$ پیوسته است. در این صورت نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:
الف) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.
ب) جهت تفرع f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.



ضابطه تابع f را به صورت یک تابع چندضابطه‌ای نوشته و از آن، دو مرتبه مشتق می‌گیریم:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)(x-1)^2 & x \geq -2 \\ -(x+2)(x-1)^2 & x < -2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3(x^2 - 1) & x > -2 \\ -3(x^2 - 1) & x < -2 \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} 6x & x > -2 \\ -6x & x < -2 \end{cases}$$

نقطه $x = 0$ نقطه عطف تابع است؛ زیرا مشتق دوم در این نقطه تغییر علامت داده و $f'(0)$ موجود است، پس برای یافتن شیب خط مماس باید $f'(0)$ را محاسبه کنیم:

$$m = f'(0) = -3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳



- اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $m + n$ روش وجود دارد.

- تعمیم اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل k مرحله باشد؛ به طوری که برای انجام مرحله اول m_1 روش، برای انجام مرحله دوم m_2 روش، ... و برای انجام مرحله k ام m_k روش وجود داشته باشد (با فرض اینکه در هر مرحله انتخاب تمام روش‌های آن مرحله ممکن باشد)، کار مورد نظر با $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$ روش قابل انجام است.



با توجه به اینکه اعداد چهاررقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ را می‌خواهیم، پس هزارگان یکی از ارقام ۳، ۴، ۵ و ۶ است. از طرفی چون اعداد زوج را می‌خواهیم، یکان یکی از ارقام ۰، ۲، ۴ و ۶ است، پس حالات زیر را در نظر می‌گیریم.

الف) یکان ۰ یا ۲ باشد:

$$\frac{۶,۵,۴,۳}{۴} \times \frac{۲ یا ۰}{۲} = ۱۶۰$$

ب) یکان ۴ یا ۶ باشد:

$$\frac{۶ یا ۴}{۳} \times \frac{۵,۳}{۳} \times \frac{۴ یا ۶}{۲} = ۱۲۰$$

$$۱۶۰ + ۱۲۰ = ۲۸۰ = \text{کل حالات}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۱



- فرض کنید A یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر با 2^n است.



حالات زیر را خواهیم داشت:

$$\{۲, ۳\} \Rightarrow \text{حالت ۱}$$

$$\begin{array}{c} ۲, ۳ \\ \downarrow \downarrow \\ ۲ \times ۳ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۴}$$

$$\begin{array}{c} ۲, ۳, ۴, ۷, ۹ \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ ۲ \times ۲ \times ۲ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۸}$$

$$\begin{array}{c} ۲, ۳, ۴, ۷, ۹, ۱۲, ۱۷ \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۳۲}$$

$$\{۳, ۴\} \Rightarrow \text{حالت ۱}$$

$$\begin{array}{c} ۳, ۴, ۷, ۹, ۱۲ \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ ۲ \times ۲ \times ۲ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۸}$$

$$\{۴, ۷\} \Rightarrow \text{حالت ۱}$$

$$\begin{array}{c} ۴, ۷, ۹ \\ \downarrow \downarrow \\ ۲ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۲}$$

$$\begin{array}{c} ۴, ۷, ۹, ۱۲, ۱۷ \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ ۲ \times ۲ \times ۲ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۸}$$

$$\begin{array}{c} ۷, ۹, ۱۲ \\ \downarrow \\ ۲ \end{array} \Rightarrow \text{حالت ۲}$$

$$\{۹, ۱۲\} \Rightarrow \text{حالت ۱}$$

$$\{۱۲, ۱۷\} \Rightarrow \text{حالت ۱}$$

$$۱ + ۴ + ۸ + ۳۲ + ۱ + ۸ + ۱ + ۲ + ۸ + ۲ + ۱ + ۱ = ۶۹$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)



– (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

– (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را انحراف داده نام از میانگین داده‌ها می‌گویند.

– (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را واریانس داده‌ها گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می‌دهیم.

– ضریب تغییرات داده‌ها: معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده‌ها (σ) به میانگین داده‌ها ($\bar{x}$) به دست می‌آید و آن را با نماد CV نشان می‌دهند:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

هر قدر ضریب تغییرات کمتر باشد، میزان پراکندگی داده‌ها کمتر خواهد شد که این موضوع برای ما مطلوب است.

– اگر واریانس یا انحراف معیار برابر صفر باشد، آنگاه تمام داده‌ها برابرند و بالعکس.



واریانس ۴ داده آماری برابر صفر است، پس این ۴ داده با هم برابر هستند و آن‌ها را به صورت x, x, x, x در نظر می‌گیریم. با افزودن اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۱۰ به این داده‌ها، داریم:

$$2, 4, 6, 8, x, x, x, x \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{2+4+6+8+4x}{8} = 5 \Rightarrow \frac{20+4x}{8} = 5 \Rightarrow 20+4x=40 \Rightarrow 4x=20 \Rightarrow x=5$$

حال ضریب تغییرات داده‌های جدید را محاسبه می‌کنیم:

داده‌ها $2, 4, 6, 8, 5, 5, 5, 5 \Rightarrow \text{میانگین} = 5$

$$\sigma^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2 + 4(5-5)^2}{8} = \frac{9+1+1+9}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{5} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)

۲۳- پاسخ: گزینه ۴



– در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (1)$$

$$P(S) = 1 \quad (2)$$

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k) \quad (3)$$

– پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.



با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(2) = P(4) = P(6) = x \Rightarrow P(1) = P(3) = P(5) = 2x$$

حال با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow 2x + x + 2x + x + 2x + x = 1 \Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

پیشامد خواسته شده و احتمال آن به صورت زیر است:

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$$

$$P(A) = 2x \times 2x + 2x \times x + x \times 2x + x \times x = 4x^2 + 2x^2 + 2x^2 + x^2 = 9x^2 \Rightarrow P(A) = 9 \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس های ۱ و ۳)



- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

- برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$

- در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A، «احتمال A به شرط رخ دادن B» (که آن را «P ی A به شرط B» نیز می خوانیم) به شکل زیر تعریف می شود:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



احتمال آنکه سعید از نمایشگاه کتاب بازدید کند را با $P(A)$ و احتمال آنکه رضا از نمایشگاه کتاب بازدید کند را با $P(B)$ نشان می دهیم. با توجه به مفروضات سؤال، داریم:

$$P(A) = 0.7, \quad P(B) = 0.6$$

$$P(A | B') = 0.75 \Rightarrow \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = 0.75 \Rightarrow \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = 0.75 \Rightarrow \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = 0.75$$

$$\Rightarrow \frac{0.7 - P(A \cap B)}{1 - 0.6} = 0.75 \Rightarrow \frac{0.7 - P(A \cap B)}{0.4} = 0.75 \Rightarrow 0.7 - P(A \cap B) = 0.3 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.4$$

خواسته سؤال $P(B' | A')$ است که داریم:

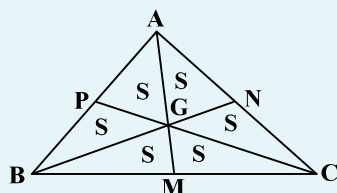
$$P(B' | A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(A \cup B)'}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - 0.7 - 0.6 + 0.4}{1 - 0.7} = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}$$

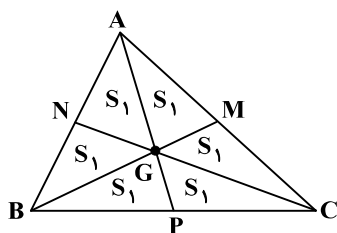
۲۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)



- سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کند.



$$S_{\triangle APG} = S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BPG} = S_{\triangle BMG} = S_{\triangle CMG} = S_{\triangle CNG} = S = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$



طبق ویژگی میانه‌ها، اگر مطابق شکل، سه میانه BM، CN و AP را رسم کنیم، شش مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود که مساحت هر مثلث $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است، پس داریم:

$$S_{NGMGB} = 64 \Rightarrow 4S_1 = 64 \Rightarrow S_1 = 16$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_1 = 6 \times 16 = 96$$

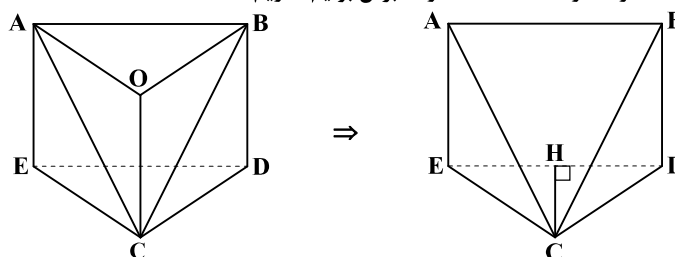
▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۴



$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} \times (\text{مساحت قاعده}) \times (\text{ارتفاع})$$

- حجم هرم از رابطه زیر به دست می‌آید:



اگر منشور قائم را توسط صفحه گذرنده از سه نقطه A، B و C برش بزنیم، داریم:

شکل باقی‌مانده، هرمی به رأس C و قاعده ABDE است، که برای محاسبه حجم آن باید طول ارتفاع CH را به دست آوریم. مثلث CED

$$CH = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

متساوی‌الاضلاع است و ارتفاع این مثلث، از رابطه زیر به دست می‌آید:

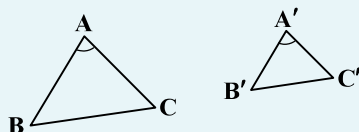
$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} S_{ABDE} \times CH = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۳



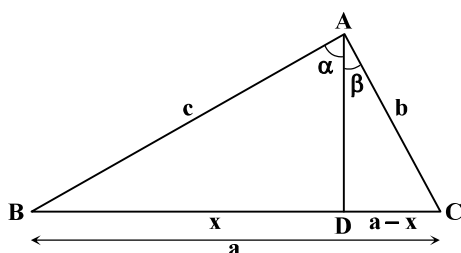
- هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آن‌ها، هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$\hat{A} = \hat{A}', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



با فرض $BD = x$ ، طبق اطلاعات سؤال، داریم:



$$x = BD = \frac{a^2 - b^2}{a}$$

$$ax = a^2 - b^2 \Rightarrow a^2 - ax = b^2$$

$$a(a - x) = b^2 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{a - x}{b}$$

در دو مثلث ABC و ADC ، زاویه C مشترک است و $\frac{b}{a} = \frac{a-x}{b}$ و یا به عبارتی $\frac{AC}{BC} = \frac{DC}{AC}$ ، پس این دو مثلث به حالت تساوی یک زاویه و تناسب اضلاع آن زاویه، با هم متشابه‌اند و در نتیجه:

$$\hat{B} = \beta, \hat{A} = \alpha \Rightarrow \hat{A} = \alpha \Rightarrow \alpha = \alpha, \hat{A} = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = \alpha$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۲۸- پاسخ: گزینه ۲



- (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



بر طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin A} &= \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a^2}{\sin^2 A} = \frac{b^2}{\sin^2 B} \Rightarrow \frac{a^2}{1 - \cos^2 A} = \frac{b^2}{1 - \cos^2 B} \\ \Rightarrow a^2 - a^2 \cos^2 B &= b^2 - b^2 \cos^2 A \\ \Rightarrow a^2 \cos^2 B - b^2 \cos^2 A &= a^2 - b^2 \\ \Rightarrow \frac{a^2 \cos^2 B - b^2 \cos^2 A}{a^2 - b^2} &= 1 \end{aligned}$$

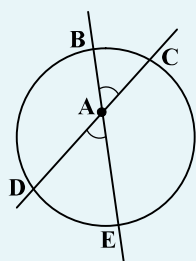
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۳)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

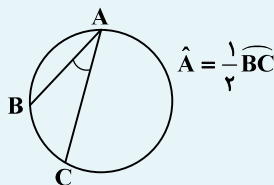


- زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در داخل دایره تشکیل می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

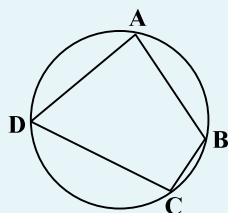
$$\hat{DAE} = \hat{BAC} = \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{DE})$$



- اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.



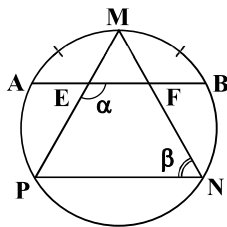
- یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



$$ABCD \text{ محاطی است} \Leftrightarrow \hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$



طبق شکل مقابل، با استفاده از نکات بالا، داریم:



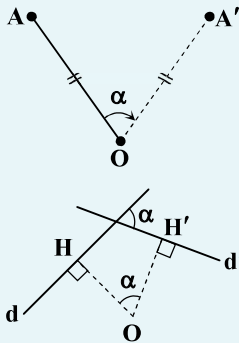
$$\begin{cases} \hat{\alpha} = \frac{\widehat{AM} + \widehat{BNP}}{2} \\ \hat{\beta} = \frac{\widehat{AM} + \widehat{AP}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{\alpha} + \hat{\beta} = \frac{\widehat{2AM} + \widehat{BNP} + \widehat{AP}}{2}$$

M وسط کمان AB است، پس $\widehat{2AM} = \widehat{AB}$ ؛ بنابراین:

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BNP} + \widehat{AP}}{2} = \frac{۳۶۰}{2} = ۱۸۰^\circ$$

پس چهارضلعی EFNP محاطی است.

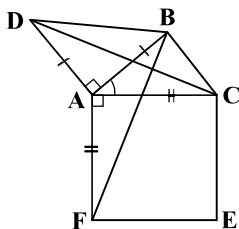
۳۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)



- دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم:

$$OA = OA' \text{ و } \angle AOA' = \alpha$$

- در دوران به مرکز O و زاویه α ، زاویه بین خط و دوران یافته‌اش (زاویه‌ای که مرکز دوران در آن قرار ندارد) برابر با α است.



مطابق شکل، $AB = AD$ ، $AC = AF$ و $\widehat{DAB} = \widehat{CAF} = ۹۰^\circ$ است. بنابراین، C و D دوران یافته B و F در دوران به مرکز A و زاویه ۹۰° هستند. پس دوران یافته BF در دوران به مرکز A و زاویه ۹۰° ، بر پاره خط DC تصویر می‌شود. چون در دوران، زاویه بین خط و دوران یافته‌اش، با زاویه دوران برابر است، پس زاویه بین BF و CD همان زاویه ۹۰° است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)



- توان‌های ماتریس مربعی A به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A^۲ = A \cdot A, A^۳ = A \cdot A^۲ = A^۲ \cdot A, A^۴ = A \cdot A^۳ = A^۲ \cdot A^۲ = A^۳ \cdot A, A^{n+1} = A \cdot A^n = A^n \cdot A$$



ابتدا $A^۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۲ & -۴ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & -۴ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۸ & -۱۶ \\ ۱۲ & -۸ \end{bmatrix} = -۴ \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۳ & ۲ \end{bmatrix}$$

حال $A^۳$ را به دست می‌آوریم:

$$A^۳ = A^۲ \times A = -۴ \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۳ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & -۴ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = -۴ \begin{bmatrix} ۱۶ & ۰ \\ ۰ & ۱۶ \end{bmatrix} = -۴ \times ۱۶ I = -۶۴ I$$

برای محاسبه $A^{۱۴۰۳}$ ، داریم:

$$A^۳ = -۲^۶ I \Rightarrow (A^۳)^{۴۶۷} = (-۲^۶ I)^{۴۶۷} \Rightarrow A^{۱۴۰۱} = (-۲^۶)^{۴۶۷} I \Rightarrow A^{۱۴۰۱} \times A^۲ = -۲^{۲۸۰۲} I \times A^۲$$

$$\Rightarrow A^{۱۴۰۳} = -۲^{۲۸۰۲} A^۲ = -۲^{۲۸۰۲} (-۴) \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۳ & ۲ \end{bmatrix} = ۲^{۲۸۰۴} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۳ & ۲ \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$n = ۲۸۰۴$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۱

- طول هر بردار مانند $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ در $\mathbb{R}^3$ از رابطه زیر به دست می آید.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

بردارهای $\vec{b} + ۲\vec{a}$ و $\vec{b} - ۲\vec{a}$ را یافته و سپس اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{a} = (۱, -۱, ۱), \vec{b} = (۲, ۳, ۱)$$

$$\begin{cases} \vec{b} + ۲\vec{a} = (۲, ۳, ۱) + ۲(۱, -۱, ۱) = (۴, ۱, ۳) \Rightarrow |\vec{b} + ۲\vec{a}| = \sqrt{۱۶ + ۱ + ۹} = \sqrt{۲۶} \\ \vec{b} - ۲\vec{a} = (۲, ۳, ۱) - ۲(۱, -۱, ۱) = (۰, ۵, -۱) \Rightarrow |\vec{b} - ۲\vec{a}| = \sqrt{۰ + ۲۵ + ۱} = \sqrt{۲۶} \end{cases}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{|\vec{b} + ۲\vec{a}|}{|\vec{b} - ۲\vec{a}|} = \frac{\sqrt{۲۶}}{\sqrt{۲۶}} = ۱$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۱

- اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه n باشد، $(۱ \leq n \leq ۳)$ در این صورت دترمینان ماتریس A را با نماد $|A| = \det(A)$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\text{I) } A = [k]_{1 \times 1} \Rightarrow |A| = k$$

$$\text{II) } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc$$

$$\text{III) } A = \begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = a_{۱۱} \times (-1)^{۱+۱} \times \begin{vmatrix} a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{vmatrix} + a_{۱۲} \times (-1)^{۱+۲} \times \begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۳} \end{vmatrix} + a_{۱۳} \times (-1)^{۱+۳} \times \begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۲} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} \end{vmatrix}$$

$$|A| = a_{۱۱} \times \begin{vmatrix} a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{vmatrix} - a_{۱۲} \times \begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۳} \end{vmatrix} + a_{۱۳} \times \begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۲} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} \end{vmatrix}$$

(برای هر ماتریس ۳×۳ دلخواه می‌توان دترمینان A را برحسب هر سطر یا ستونی به دست آورد که حاصل در همه حالت‌ها یکسان خواهد بود.)دترمینان A را با بسط برحسب سطر اول به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} -۱ & |A| & ۰ \\ ۱ & ۳ & ۲|A| \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} -۱ & |A| & ۰ \\ ۱ & ۳ & ۲|A| \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{vmatrix}$$

$$|A| = -1 \times \begin{vmatrix} 3 & 2|A| \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - |A| \begin{vmatrix} 1 & 2|A| \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = -(6 + 2|A|) - |A|(2 - 6|A|) \Rightarrow |A| = -6 - 2|A| - 2|A| + 6|A|^2$$

$$6|A|^2 - 4|A| - 6 = 0 \Rightarrow (2|A| - 3)(3|A| + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = \frac{3}{2} \\ |A| = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

خواسته سؤال را ساده می‌کنیم:

$$||A|A|A| = ||A|^3|A| = |A|^4|A| = (|A|^4)^3|A| = |A|^{13}$$

پس جواب سؤال یا $(\frac{3}{2})^{13}$ یا $(-\frac{2}{3})^{13}$ است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس‌های ۱ و ۳)

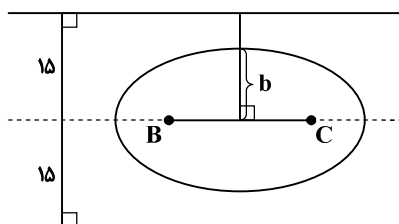
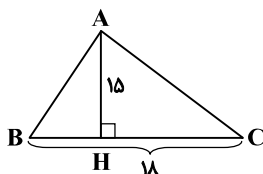


- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ثابت k قرار دارند، دو خط موازی d ، به فاصله k از آن و در دو طرف آن است.
- بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت برابر با مقدار ثابت است و این مقدار ثابت از فاصله دو نقطه ثابت، بیشتر است.
- در بیضی بین a ، b و c همواره رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ برقرار است.



طبق فرض سؤال و شکل فرضی مقابل، داریم:

$$BC = 18, AB + AC + BC = 48 \Rightarrow AB + AC = 30$$



طبق رابطه بالا، مجموع فواصل A از نقاط B و C مقدار ثابت ۳۰ است، پس مکان هندسی رأس A ، بیضی است با کانون‌های B و C و مقدار ثابت ۳۰ و چون ارتفاع $AH = 15$ نیز ثابت است، مکان دوم رأس A ، دو خط موازی BC به فاصله ۱۵ از آن است. پس نقطه A باید محل تلاقی این دو خط با بیضی باشد.

$$BC = 2c = 18 \Rightarrow c = 9$$

$$AB + AC = 2a = 30 \Rightarrow a = 15$$

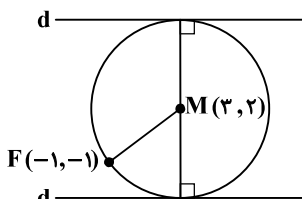
$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$$

مطابق شکل چون $12 < 15$ ، دو خط موازی، بیضی را قطع نمی‌کنند و مثلثی با شرایط گفته شده وجود ندارد.

۳۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

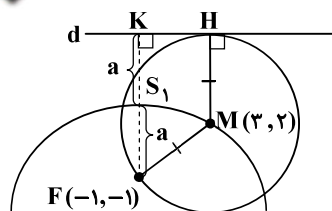


- سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.
- در هر سهمی، فاصله رأس تا کانون با فاصله رأس تا خط هادی برابر است که به این فاصله، فاصله کانونی سهمی می‌گوییم.



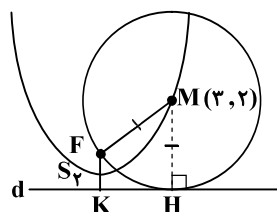
بر طبق تعریف سهمی، فاصله هر نقطه از سهمی تا کانون، با فاصله آن از خط هادی برابر است. پس اگر دایره‌ای به مرکز $M(3, 2)$ و شعاع MF رسم کنیم، خط هادی بر این دایره مماس است.

مطابق شکل، این دایره را رسم کرده‌ایم و چون سهمی قائم است، باید خط هادی، مماسی افقی بر این دایره باشد. دو سهمی مطابق شکل خواهیم داشت:



$$MF = \sqrt{(3+1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

$$MH = MF = 5 \Rightarrow d: y = 2 + 5 = 7 \Rightarrow FK = y_K - y_F = 7 - (-1) = 8 = 2a \Rightarrow a = 4 \Rightarrow S_1(-1, -1+4) \Rightarrow S_1(-1, 3)$$



$$MH = MF = 5 \Rightarrow d: y = 2 - 5 = -3 \Rightarrow FK = y_F - y_K = -1 - (-3) = 2 = 2a$$

$$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow S_2(-1, -1-1) \Rightarrow S_2(-1, -2)$$

فاصله S_1 تا S_2 برابر است با:

$$S_1 S_2 = 3 - (-2) = 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۲



- اگر عدد a عدد b را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیح عدد b را نیز می‌شمارد؛ یعنی:

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

$$a | b \Leftrightarrow a^n | b^n, (n \in \mathbb{N})$$

- در ک.م.م و ب.م.م می‌توان از عامل مشترک فاکتور گرفت؛ یعنی:

$$[ka, kb] = k[a, b] \quad (ka, kb) = k(a, b)$$

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}; a | b \Rightarrow \begin{cases} (a, b) = |a| \\ [a, b] = |b| \end{cases}$$



$$a^{\lambda} | b^{\delta} \Rightarrow a^{\lambda} | b^{\delta} \times b^{\epsilon} \Rightarrow a^{\lambda} | b^{\lambda} \Rightarrow a | b$$

با توجه به فرض سؤال و نکات بالا، داریم:

حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$[2a^3 b, 4b^4] = 2b[a^3, 2b^3]$$

$$a | b \Rightarrow a^2 | b^2 \Rightarrow a^2 | b^2 \times 2b \Rightarrow a^2 | 2b^3 \Rightarrow [a^2, 2b^3] = 2b^3$$

$$2b[a^3, 2b^3] = 2b \times 2b^3 = 4b^4$$

بنابراین:

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

۳۷- پاسخ: گزینه ۳



- عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a, b) = d$ ، هرگاه دو شرط «الف» و «ب» برقرار باشد.

$$d | a, d | b$$

$$\forall m > 0; m | a, m | b \Rightarrow m \leq d$$

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

- اگر عدد a عدد b را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیح عدد b را نیز می‌شمارد؛ یعنی:

$$a | b \wedge a | c \Rightarrow a | b \pm c$$

- هرگاه عددی دو عدد را بشمارد، آنگاه مجموع و تفاضل آن دو عدد را نیز می‌شمارد:

- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$



با فرض اینکه ب.م.م دو عبارت $5n-2$ و $7n+1$ برابر d باشد، داریم:

$$(5n-2, 7n+1) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 5n-2 \xrightarrow{\times 7} d \mid 35n-14 \\ d \mid 7n+1 \xrightarrow{\times 5} d \mid 35n+5 \end{cases} \xrightarrow{-} d \mid 19 \Rightarrow d=1 \text{ یا } d=19$$

پس این دو عدد نسبت به هم اولند یا ب.م.م آنها ۱۹ می شود پس به ازای $d=19$ داریم:

$$19 \mid 5n-2 \Rightarrow 5n-2 \equiv 0 \pmod{19} \Rightarrow 5n \equiv 2 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 5n \equiv 2+2 \times 19 \pmod{19} \Rightarrow 5n \equiv 40 \pmod{19}$$

$$\xrightarrow{+5} \pmod{19} n \equiv 8 \Rightarrow n = 19k + 8$$

اعداد طبیعی دورقمی n را می یابیم.

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 19k+8 \leq 99 \Rightarrow 2 \leq 19k \leq 91 \Rightarrow \frac{2}{19} \leq k \leq \frac{91}{19} \Rightarrow 1 \leq k \leq 4 \Rightarrow k=1,2,3,4$$

بنابراین تعداد اعداد دورقمی n که به ازای آنها دو عبارت $5n-2$ و $7n+1$ نسبت به هم اول هستند، به صورت زیر است.

$$90 - 4 = 86 \Rightarrow \text{تعداد کل اعداد دورقمی} = 86$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس های ۱ و ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲



- مجموعه همسایه های یک رأس: فرض کنیم $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس هایی از گراف G که به رأس v متصل هستند، «همسایگی باز رأس v » می گوئیم و با $N_G(v)$ نمایش می دهیم. اضافه کردن خود رأس v به $N_G(v)$ «همسایگی بسته رأس v » را به دست می دهد که آن را با $N_G[v]$ نمایش می دهیم. می توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

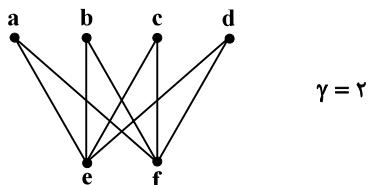
$$N_G(v) = \{u \in V(G); uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$

- در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه ای را عدد احاطه گری گراف G می نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می دهیم.



رأس های a, b, c, d و مجموعه همسایگی باز برابر دارند، در نتیجه هیچ دو رأسی از این رئوس مجاور نیستند و هر چهار رأس به رئوس یکسان متصل هستند. همچنین دو رأس e و f مجموعه همسایگی باز برابر دارند، در نتیجه مجاور نیستند و این دو رأس به رئوس یکسان متصل هستند، بنابراین گراف به صورت زیر است.



با انتخاب یک رأس از ۴ رأس بالایی و یک رأس از ۲ رأس پایینی یک مجموعه احاطه گر مینیمم و همچنین دو رأس پایینی با هم دیگر نیز یک مجموعه احاطه گر مینیمم به دست می آید، پس داریم:

$$\text{تعداد } \gamma - \text{مجموعه ها} = \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} + \binom{2}{2} = 4 \times 2 + 1 = 9$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲)



- قضیه جایگشت باتکرار: اگر n شیء مفروض باشند، به‌طوری که n_1 تای آن‌ها از نوع اول و یکسان و n_2 تای آن‌ها از نوع دوم و یکسان و ... و n_k تای آن‌ها از نوع k ام و یکسان باشند در این صورت تعداد کل جایگشت‌های این اشیاء برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

- برای دو مجموعه A و B از مجموعه مرجع S داریم:

$$1) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$2) |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

$$3) |\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$



فرض می‌کنیم A مجموعه همه جایگشت‌هایی از کلمه داده‌شده هستند که در آن‌ها دو حرف s کنار هم هستند و B مجموعه همه جایگشت‌هایی هستند که دو حرف o کنار هم باشند، داریم:

$$|S| = \frac{6!}{2! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 180$$

$$|A| = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60 \quad \text{ssooan} \Rightarrow \text{دو حرف } s \text{ کنار هم باشند}$$

$$|B| = \frac{5!}{2!} = 60 \quad \text{oo ssan} \Rightarrow \text{دو حرف } o \text{ کنار هم باشند}$$

$$|A \cap B| = 4! = 24 \quad \text{ssooan} \Rightarrow \text{دو حرف } s \text{ کنار هم باشند و دو حرف } o \text{ نیز کنار هم باشند}$$

خواسته سؤال $|\bar{A} \cap \bar{B}|$ است که داریم:

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$\Rightarrow |\bar{A} \cap \bar{B}| = 180 - 60 - 60 + 24 = 84$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۱



- تعمیم اصل لانه کبوتری: هرگاه $(kn + 1)$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل $(k + 1)$ کبوتر در آن قرار گرفته است.



حرف اول نام آن‌ها، ۳۲ حالت و ماه تولد آن‌ها، ۱۲ حالت دارد پس تعداد لانه‌ها به‌صورت زیر است:

$$\text{تعداد لانه‌ها} = 32 \times 12 = 384$$

۳۰۰۰ نفر شهر کبوترها هستند و داریم:

$$\begin{array}{r} 3000 \quad | \quad 384 \\ 2688 \quad | \quad 7 \\ \hline 312 \end{array}$$

بنابراین طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، حداقل $7 + 1 = 8$ نفر وجود دارد که حرف اول نام آن‌ها و ماه تولد آن‌ها یکسان است.

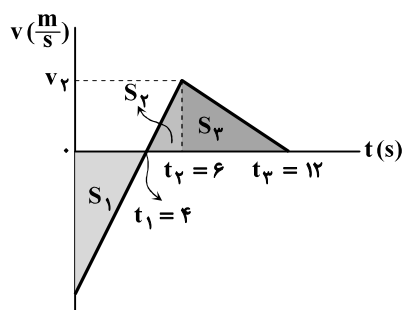
فیزیک

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۱- پاسخ: گزینه ۲



با توجه به شکل روبه‌رو، می‌نویسیم:



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t_1}{t_2 - t_1} \right)^2 = \left(\frac{4}{12 - 4} \right)^2 = 4$$

$$\frac{S_3}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} v_2 (t_2 - t_1)}{\frac{1}{2} v_2 (t_2 - t_1)} = \frac{12 - 4}{12 - 4} = 3$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 128 \Rightarrow 4S_2 + S_2 + 3S_2 = 128$$

$$\Rightarrow 8S_2 = 128 \Rightarrow S_2 = 16$$

$$S_2 = \frac{v_2 (t_2 - t_1)}{2} \Rightarrow 16 = \frac{v_2 (12 - 4)}{2} \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 در جهت محور x حرکت می‌کند. در این مدت، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{v_2 \Delta t}{2} = \frac{v_2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۲- پاسخ: گزینه ۳



در بازه زمانی t_1 تا t_2 مکان متحرک منفی است و بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است. از طرفی در لحظه‌های t_1 و t_2 مکان متحرک صفر است. به این ترتیب کافی است تفريق ریشه‌های معادله مکان را بیابیم که برابر است با:

$$|t_2 - t_1| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \Rightarrow |t_2 - t_1| = \frac{\sqrt{24^2 - 4 \times 4 \times 27}}{4} = 3s$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۳- پاسخ: گزینه ۲



معادله‌های مکان - زمان و سرعت - زمان متحرک A را تعیین می‌کنیم. این متحرک در ۵ ثانیه اول از مکان $x_0 = 10m$ به مبدأ محور ($x = 0$) می‌رسد.

$$\Delta x(., 5s) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 0 - 10 = \frac{1}{2} a \times 5^2 + v_0 \times 5$$

$$\Rightarrow 2/5 a + v_0 = -2 \quad (1) \text{ رابطه}$$

سرعت متحرک A در لحظه $t = 2s$ صفر می‌شود:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 + v_0 \quad (2) \text{ رابطه}$$

از حل معادله‌های (۱) و (۲)، $a = -4 \frac{m}{s^2}$ و $v_0 = 8 \frac{m}{s}$ به دست می‌آیند.

$$v_A = at + v_0 = -4t + 8 \quad x_A = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 = -2t^2 + 8t + 10$$

در لحظه $t = 4s$ که دو متحرک به هم می‌رسند، تندی برابری دارند.

$$v_A = -4 \times 4 + 8 = -16 + 8 = -8 \frac{m}{s}$$

$$v_B = |v_A| = 8 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = v_B t + x_{0B} = 8t - 24$$

سرعت متحرک B همواره مثبت و سرعت متحرک A در ۲ ثانیه اول مثبت است؛ بنابراین این دو متحرک در ۲ ثانیه اول هم‌سو حرکت می‌کنند. فاصله این دو متحرک در مبدأ زمان برابر است با: $d_0 = x_{0A} - x_{0B} = 10 - (-24) = 34 \text{ m}$
فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 2 \text{ s}$ با d نشان می‌دهیم:

$$d = x_{2A} - x_{2B} = (-2 \times 2^2 + 8 \times 2 + 10) - (8 \times 2 - 24) = 18 - (-8) = 26 \text{ m}$$

$$d - d_0 = 26 - 34 = -8 \text{ m}$$

علامت منفی به معنی کاهش فاصله است.

۴۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)



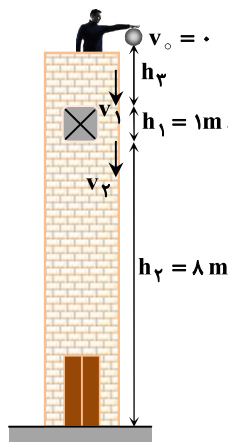
در شکل روبه‌رو، فرض کرده‌ایم گلوله با تندی v_1 از بالای پنجره و با تندی v_2 از پایین پنجره عبور می‌کند. در این صورت:

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 + v_1 t_1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.2^2 + v_1 \times 0.2 \Rightarrow 1 = 0.2 + 0.2 v_1$$

$$\Rightarrow 0.2 v_1 = 0.8 \Rightarrow v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2 g h_2 \Rightarrow 4^2 - 0^2 = 2 \times 10 \times h_2 \Rightarrow 16 = 20 h_2 \Rightarrow h_2 = 0.8 \text{ m}$$

$$H = h_1 + h_2 + h_3 = 1 + 0.8 + 0.8 = 2.6 \text{ m}$$



۴۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)



ابتدا مسافتی را که خودرو در زمان واکنش راننده طی می‌کند، حساب می‌کنیم:

$$L_r = v_0 t_r \quad (v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \rightarrow L_r = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

کل مسافت توقف (L_s) برابر مجموع مسافت‌هایی است که خودرو در زمان واکنش راننده و در مدت ترمز (L_b) طی می‌کند.

$$L_s = L_r + L_b \Rightarrow 50 = 10 + L_b \Rightarrow L_b = 40 \text{ m}$$

با توجه به مسافت ترمز، شتاب حرکت خودرو را در این مدت حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2 a \Delta x \Rightarrow 0^2 - 20^2 = 2 a \times 40 \Rightarrow a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$|F_{\text{net}}| = m |a| = 800 \times 5 = 4000 \text{ N} \quad \text{بزرگی نیروی خالص وارد بر راننده برابر است با:}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



با انتخاب جهت مثبت رو به بالا، داریم:

اگر طول اولیه فنر را L_0 بگیریم، طول فنر با اتصال به وزنه به $L = 55 \text{ cm}$ می‌رسد. وقتی آسانسور با تندی ثابت حرکت می‌کند، شتاب

$$F_e = mg \Rightarrow k(\Delta L) = 6 \times 10 \quad \text{رابطه (۱)} \quad \text{بنابراین داریم:}$$

در حالتی که آسانسور با شتاب ثابت متوقف می‌شود، چون جهت شتاب رو به پایین است، طول فنر 3 cm کاهش می‌یابد و به 52 cm

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 1/6 + 4 \Rightarrow a = -2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{می‌رسد و داریم:}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow k(L - L_0) - mg = ma \Rightarrow k(52 - L_0) - 6 \times 10 = 6 \times (-2/5) \Rightarrow k(52 - L_0) = 45 \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\xrightarrow{\text{(۲) و (۱)}} \begin{cases} k(55 - L_0) = 60 \\ k(52 - L_0) = 45 \end{cases} \Rightarrow L_0 = 43 \text{ cm}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



نیروی وارد بر گوی را به راحتی می توانیم حساب کنیم:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = 0.1 \times \frac{(3\vec{i} - 3\vec{j}) - 0}{0.2} = 1.5\vec{i} - 1.5\vec{j}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{1.5^2 + (-1.5)^2} = 1.5\sqrt{2} \text{ N}$$

مطابق قانون سوم نیوتون، نیروی وارد بر توپ همین اندازه را دارد.

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



شتاب مرکزگرای ماهواره برابر شتاب گرانش در محل قرارگیری ماهواره است.

$$a = g = G \frac{M_c}{r^2} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow r_B = 2r_A$$

مربع دوره گردش ماهواره به دور زمین با توان سوم شعاع دوران ماهواره نسبت مستقیم دارد:

$$T^2 \propto r^3$$

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = \left(\frac{r_A}{2r_A}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

تندی انتشار نور در آب را با v و مسافتی را که در مدت 1 ns در آب طی می کند، با L نشان می دهیم:

$$\begin{cases} L = vt \\ \lambda = \frac{c}{f} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{\lambda} = \frac{vtf}{c} = \frac{(2/25 \times 10^5) \times (10^{-9}) \times (6 \times 10^{14})}{3 \times 10^8} = 4/5 \times 10^5$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



ابتدا بسامد زاویه‌ای وزنه را حساب می کنیم:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow 10 = 2\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 5$$

نقطه تعادل در وسط نقاط بازگشتی قرار دارد:

$$x_o = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{15 + 25}{2} = 20 \text{ cm}$$

جابه جایی نوسانگر از نقطه تعادل را در لحظه‌ای که شتاب آن $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است با Δx و مکان نوسانگر را با x نشان می دهیم:

$$a = -\omega^2 \Delta x \Rightarrow -2 = -5 \Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.4 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

$$x = x_o + \Delta x = 20 + 4 = 24 \text{ cm}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 10 \log \frac{I_A}{I_B} = 13/5 \Rightarrow \log \frac{I_A}{I_B} = 1 + \frac{3}{5} = \log 10 + \frac{1}{5} \log 5 = \log 10 + \log 5^{\frac{1}{5}}$$

$$= \log 10 + \log \sqrt[5]{5} = \log 10 \sqrt[5]{5} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10 \sqrt[5]{5}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



زاویه تابش برابر زاویه‌ای است که جبهه موج با مرز جدایی دو محیط می‌سازد ($\theta_1 = 37^\circ$) و زاویه شکست برابر زاویه‌ای است که پرتو شکسته با خط عمود بر مرز جدایی دو محیط در نقطه شکست می‌سازد:

$$\theta_2 = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

طبق قانون شکست عمومی موج داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{(f_2=f_1)} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4}{3} \lambda_1$$

با توجه به فرض صورت سؤال، داریم:

$$\Delta \lambda = 5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = 5 \Rightarrow \frac{4}{3} \lambda_1 - \lambda_1 = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \lambda_1 = 5 \Rightarrow \lambda_1 = 15 \text{ cm}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



تندی انتشار موج در تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{18 \times 1}{2 \times 10^{-3}}} = \sqrt{900} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بسامدهای تشدید تار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{n \times 30}{2 \times 1} = 15n$$

گوش انسان در صورتی یک صوت را می‌شنود که بسامد آن در محدوده (۲۰ kHz و ۲۰ Hz) باشد:

$$f_n > 20 \text{ Hz} \Rightarrow 15n > 20 \Rightarrow n > \frac{4}{3} \Rightarrow n_{\min} = 2 \Rightarrow f_{\min} = 15 \times 2 = 30 \text{ Hz}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

بسامد اولین خط را با f_1 و بسامد دومین خط را با f_2 نشان می‌دهیم. مطابق رابطه ریذبرگ، داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = Rc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{Rc = (1.09 \times 10^7 \text{ nm}^{-1}) \times (3 \times 10^8 \times 10^{-9} \frac{\text{nm}}{\text{s}})} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}} f = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_1 = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right) \\ f_2 = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} \right) \end{cases}$$

$$f_2 - f_1 = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{(n'+1)^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} \right) \Rightarrow \frac{11}{3} \times 10^{13} = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{(n'+1)^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{(n'+1)^2} - \frac{1}{(n'+2)^2} = \frac{11}{900}$$

رابطه بالا به ازای $n' = 4$ درست است:

$$\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} = \frac{36 - 25}{25 \times 36} = \frac{11}{900}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)



همه جمله‌ها درست بیان شده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۶- پاسخ: گزینه ۲



تعداد هسته‌های کربن ۱۴ باقی‌مانده را با N و تعداد هسته‌های اولیه آن را با N_0 نشان می‌دهیم.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{6/25}{100} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

$$\frac{t}{T_{1/2}} = 4 \Rightarrow \frac{t}{5730} = 4 \Rightarrow t = 22920 \text{ سال}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۷- پاسخ: گزینه ۳



برای ایجاد واکنش گداخت، باید هسته‌ها را علی‌رغم نیروی رانشی فوق‌العاده بین آن‌ها آن قدر به هم نزدیک کرد تا نیروی کوتاه‌برد هسته‌ای بتواند آن‌ها را کنار هم نگه دارد. به همین خاطر انجام این واکنش نیاز به صرف انرژی بسیار زیادی دارد که از لحاظ اقتصادی و فنی قابل توجه نیست.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۸- پاسخ: گزینه ۳



$$V_2 = V_1(1 + \beta \Delta T) \quad \beta_{\text{جامد}} = 3\alpha$$

می‌بایست حجم ثانویه (نهایی) ظرف و مایع را مساوی قرار دهیم تا پیدا کنیم که مایع در چه دمایی از ظرف لبریز می‌شود.

$$9500(1 + 1/1 \times 10^{-3} \Delta \theta) = 200 \times 50(1 + 3 \times 1/5 \times 10^{-5} \Delta \theta) \Rightarrow (1/1 \times 10^{-3} \times 9500 - 10000 \times 10^{-5} \times 4/5) \Delta \theta = 500$$

$$\Rightarrow 10^{-5} [110 \times 9500 - 10000 \times 4/5] \Delta \theta = 500 \Rightarrow [11 \times 95 - 45] \Delta \theta = 5 \times 10^4 \xrightarrow{11 \times 95 = 1045} \Delta \theta = \frac{5 \times 10^4}{1000} = 50^\circ \text{C}$$

$$\theta - 10 = 50 \Rightarrow \theta = 60^\circ \text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۵۹- پاسخ: گزینه ۲



$$Q = \underbrace{200 \times 10 \times 2/1}_{\substack{\text{دمای یخ } -10^\circ\text{C} \\ \text{بالا برده شده}}} + \underbrace{200 \times 336}_{\substack{\text{یخ ذوب شده} \\ \text{بالا برده شده}}} + \underbrace{200 \times 4/2 \times 40}_{\substack{\text{دمای آب از } 0^\circ\text{C} \text{ تا } 40^\circ\text{C} \\ \text{بالا برده شده}}} + \underbrace{800 \times 4/2 \times (-10)}_{\substack{\text{دمای آب از } 50^\circ\text{C} \\ \text{به } 40^\circ\text{C} \text{ رسیده}}} \Rightarrow Q = 200 \times 2/1 + 200 \times 336 = 4200 \times (1 + 16)$$

$$= 17 \times 4200 \text{ J}$$

گرمایی که دستگاه گرم‌کننده تولید کرده علاوه بر این مقدار، ۸۶۰۰ ژول دیگر هم هست که از ظرف خارج شده است.

$$Q = P \cdot \Delta t \Rightarrow 0/4 \times 10^3 \times \Delta t = 17 \times 4200 + 8600 \Rightarrow \Delta t = \frac{17 \times 4200 + 8600}{400} = 17 \times 10/5 + 21/5 = 178/5 + 21/5 = 200 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۰- پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{1/5 V_A}{450} = \frac{2 V_B}{600} \Rightarrow V_A = V_B$$

فرایند AB هم حجم است زیرا علاوه بر اینکه نمودار P-T آن خطی است، V_A و V_B هم برابرند. یعنی نمودار P-T یک خط مبدأ گذر است. توجه کنید که فرایند BC هم فشار است.

$$\text{هم حجم: } W = 0 \Rightarrow W_{ABC} = W_{BC} = -nR\Delta T$$

$$\Rightarrow W_{BC} = -5 \times \frac{25}{3} \times (900 - 600) = -12500 \text{ J}$$

گاز ۱۲۵۰۰ ژول کار انجام می‌دهد.

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)



$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|} = \frac{2}{10} \Rightarrow 10|W| = 2|Q_L| \Rightarrow |Q_L| = \frac{5}{1}|W|$$

کار انجام شده در هر چرخه برابر است با:

$$|W| = P \cdot \Delta t \Rightarrow |W| = 75 \times \frac{60}{500} = 90 \text{ J}$$

$$|Q_L| = \frac{5}{1} \times 90 = 450 \text{ J}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)



دقت دستگاه‌های اندازه‌گیری دیجیتال برابر کمترین ارزش مکانی است که دستگاه نشان می‌دهد؛ بنابراین داریم:

$$I_A = 3510/4 \text{ mA} \Rightarrow \text{دقت آمپرسنج A} = 0/1 \text{ mA} = 10^{-1} \times 10^{-3} \text{ A} = 10^{-4} \text{ A} = 10^{-4} \times 10^6 \mu\text{A} = 10^2 \mu\text{A}$$

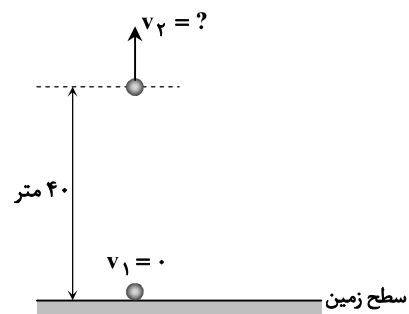
$$I_B = 3/530 \text{ A} \Rightarrow \text{دقت آمپرسنج B} = 0/01 \text{ A} = 10^{-2} \text{ A} = 10^{-2} \times 10^6 \mu\text{A} = 10^4 \mu\text{A}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)



از سطح زمین تا ارتفاع ۴۰ متری از سطح زمین قضیه کار-انرژی جنبشی را برای وزنه می‌نویسیم.



$$W_f = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_{fD} + W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow (-5 \times 10 \times 40) + (-9 \times 40) + (600 \times 5) = \frac{5}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow -2000 - 360 + 3000 = \frac{5}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{5} \times 640 = 4 \times 64$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 \times 8 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)



در ارتفاع ۱۵ سانتی‌متر از کف ظرف فشار دو طرف برابر است.

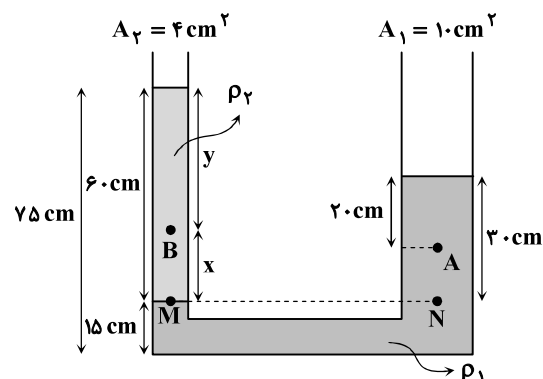
$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \frac{60}{100} \rho_2 g = P_0 + \frac{30}{100} \rho_1 g$$

$$\Rightarrow 60 \rho_2 = 30 \rho_1 \Rightarrow \rho_2 = \frac{1}{2} \rho_1$$

فشار در نقطه A فشار حاصل از ۲۰ سانتی‌متر مایع با چگالی ρ_1 است و فشار در نقطه B فشار حاصل از y سانتی‌متر مایع با چگالی ρ_2 است:

$$P_0 + \rho_2 g y = P_0 + \rho_1 g \times 20 \Rightarrow \rho_2 y = \rho_1 \times 20$$

$$\xrightarrow{\rho_2 = \frac{1}{2} \rho_1} y = 40 \text{ cm} \Rightarrow x = 60 - 40 = 20 \text{ cm}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

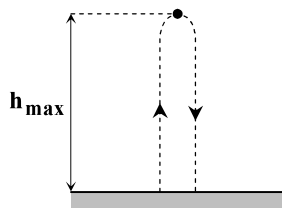
۶۵- پاسخ: گزینه ۳



در لحظه t، انرژی جنبشی گلوله $\frac{1}{4}$ برابر انرژی مکانیکی آن و انرژی پتانسیل گلوله به مقدار ۱۰۰J کمتر از انرژی مکانیکی آن است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{4}E \\ U = E - 100 \end{cases} \Rightarrow K + U = \frac{1}{4}E + (E - 100) \Rightarrow K + U = \frac{5}{4}E - 100 \Rightarrow E = \frac{5}{4}E - 100 \Rightarrow \frac{1}{4}E = 100 \Rightarrow E = 400J$$

در بالاترین نقطه مسیر حرکت گلوله، انرژی جنبشی گلوله برابر صفر و انرژی پتانسیل آن، بیشینه است؛ بنابراین:



$$E = K + U \Rightarrow 400 = 0 + mgh_{\max} \Rightarrow 400 = 2 \times 10 \times h_{\max} \Rightarrow h_{\max} = 20m$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲



$$Q = C \cdot V \Rightarrow Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow 90 = (30 - 20)C \Rightarrow C = 9nF = 9 \times 10^{-9} F$$

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{4 \times 9 \times 10^{-12} \times A}{5 \times 10^{-5}} = 9 \times 10^{-9} \Rightarrow A = \frac{5}{4} m^2 = \frac{500}{4} cm^2 = 125 cm^2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳



$$W_{\text{میدان}} = -\Delta U = -q \cdot \Delta V$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^{-3} = |2 \times 10^{-6} \times (V_A - V_C)| \Rightarrow |V_A - V_C| = \frac{500}{2} = 250V$$

توجه می‌کنیم که BC بر خطوط میدان عمود است؛ پس $V_B = V_C$ و این ۲۵۰ ولت اختلاف پتانسیل میان A و B است. از سوی دیگر می‌دانیم که هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کم می‌شود؛ پس $V_D > V_A > V_B$ است. با توجه به اینکه میدان یکنواخت است ($|\Delta V| = E|\Delta x|$ و Δx جابه‌جایی در امتداد میدان است)، می‌توان نوشت:

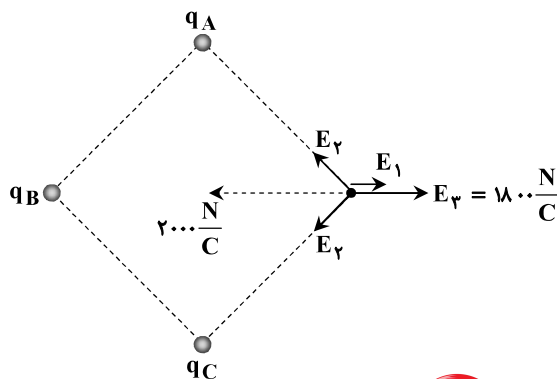
$$\begin{cases} DA = 30cm \\ AB = 10cm \end{cases} \Rightarrow V_D - V_A = 3(V_A - V_B) = 750V \Rightarrow V_A - V_D = -750V$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

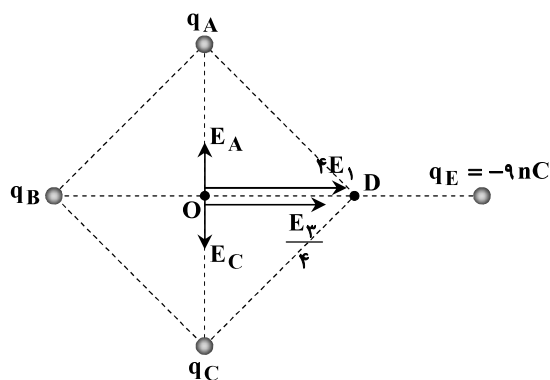


در نقطه D وضعیت میدان‌های الکتریکی به شکل زیر است:



$$\begin{aligned} \text{میدان بار } (-9nC): E_3 &= \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-9}}{(15\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 9 \times 10^4}{15 \times 15 \times 2} \\ &= \frac{0.6 \times 0.6}{2} \times 10^4 = 1800 \frac{N}{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{میدان بارهای } (-10\sqrt{2}nC): E_2 &= \frac{9 \times 10^9 \times 10\sqrt{2} \times 10^{-9}}{3 \times 3 \times 10^{-4}} \\ &= \frac{90\sqrt{2} \times 10^2}{9} = 1000\sqrt{2} \frac{N}{C} \end{aligned}$$



برایند دو تا بردار E_1 می شود $E_1\sqrt{2}$ یعنی $\frac{2000}{C} N$. برای آنکه میدان خالص در D صفر باشد، باید میدان q_B در D برابر $\frac{2000}{C} N$ به طرف راست باشد. در نقطه O وضعیت به شکل مقابل است: برایند میدان حاصل از بارهای q_A و q_C در O صفر است. ضمناً:

$$BO = \frac{1}{4} BD \Rightarrow E_1 \text{ چهار برابر می شود.}$$

$$EO = 2ED \Rightarrow E_3 \text{ تقسیم بر چهار می شود.}$$

$$E_O = 4 \times 200 + \frac{1800}{4} = 1250 \cdot \frac{N}{C}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)



ولتاژ دو سر رسانای A با مجموع ولتاژ دو سر رساناهای B و C برابر است: $V_A = V_B + V_C$ با توجه به آنکه رساناهای B و C کاملاً مشابه اند و به صورت متوالی به هم بسته شده اند، داریم:

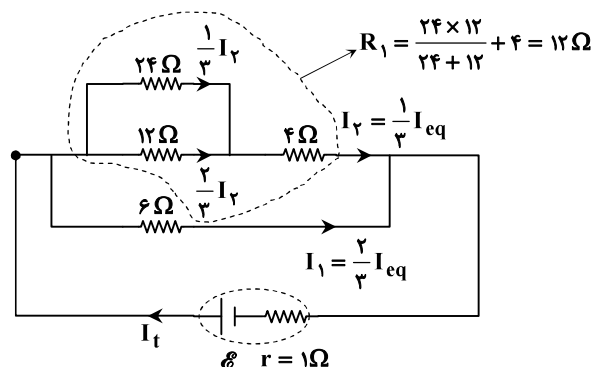
$$R_B = R_C, I_B = I_C \xrightarrow{V=RI} V_B = V_C$$

در نتیجه: $V_A = V_C + V_C = 2V_C$ از نسبت توان های مصرفی رساناهای A و C داریم:

$$P_C = 3P_A \Rightarrow \frac{V_C^2}{R_C} = \frac{3 \times (2V_C)^2}{R_A} \Rightarrow R_A = 12R_C$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_C} = \frac{\rho_A}{\rho_C} \cdot \frac{L_A}{L_C} \cdot \frac{A_C}{A_A} \Rightarrow 12 = \frac{\rho_A}{\rho_C} \times 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_C} = 16$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)



مقاومت آمپر سنج آرمانی ناچیز است یعنی نقش آن در مدار مثل سیم می شود، پس مقاومت های ۱۲ و ۲۴ اهم با هم موازی هستند.

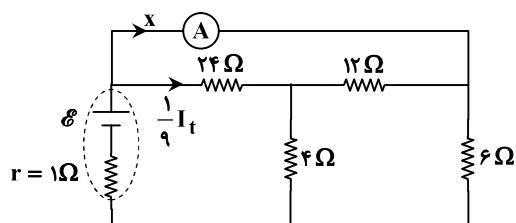
جریان کل I_t بین 6Ω و R_1 به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود.

یعنی $\frac{1}{3} I_{eq}$ از بخش بالایی عبور می کند. به همین ترتیب جریان $\frac{1}{3} I_{eq}$ هم به نسبت ۲ به ۱ بین 12Ω و 24Ω تقسیم می شود.

$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega \Rightarrow I_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{4 + 1} = \frac{\mathcal{E}}{5} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$I_{eq} = x + \frac{1}{9} I_{eq} \Rightarrow x = \frac{8}{9} I_{eq} = 1/6$$

$$\Rightarrow I_{eq} = 1/8 A \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \mathcal{E} = 9V$$



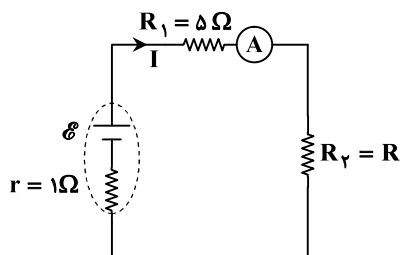
۷۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)



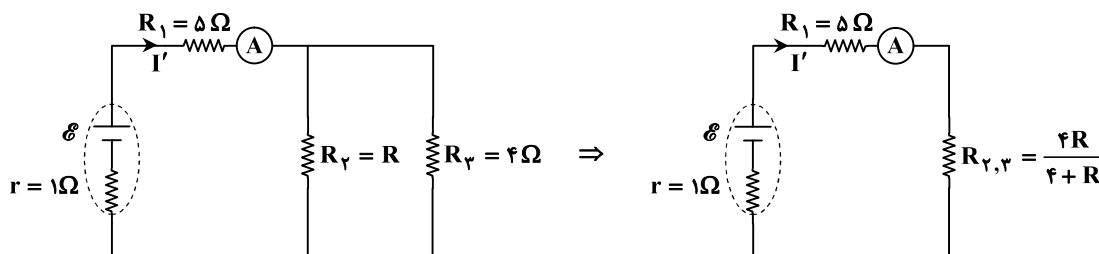
مدار داده شده را در دو حالت بررسی می‌کنیم.

حالت اول: کلید k باز است. در این حالت مدار به شکل مقابل، ساده می‌شود:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{\mathcal{E}}{(R_1 + R_Y) + r} = \frac{\mathcal{E}}{(5 + R) + 1} = \frac{\mathcal{E}}{6 + R}$$

حالت دوم: کلید k بسته است. در این حالت مدار را به شکل زیر، ساده می‌کنیم:



$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{\mathcal{E}}{(R_1 + R_{Y,Z}) + r} = \frac{\mathcal{E}}{5 + R_{Y,Z} + 1} = \frac{\mathcal{E}}{6 + R_{Y,Z}}$$

با توجه به فرض سؤال که پس از بستن کلید k، جریان عبوری از آمپرسنج ۲ برابر می‌شود، داریم:

$$I' = 2I \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{6 + R_{Y,Z}} = 2 \times \frac{\mathcal{E}}{6 + R} \Rightarrow 6 + R = 12 + 2R_{Y,Z} \Rightarrow R = 6 + 2R_{Y,Z} \Rightarrow R = 6 + 2 \times \frac{4R}{4 + R}$$

$$\Rightarrow R = 6 + \frac{8R}{4 + R} \Rightarrow 4R + R^2 = 24 + 6R + 8R \Rightarrow R^2 - 10R - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 12\Omega \checkmark \\ R = -2\Omega \times \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۷۲- پاسخ: گزینه ۱



فقط جمله «ب» درست است.

مواد فرومغناطیس نرم و سخت به‌طور طبیعی دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند.

مواد فرومغناطیس نرم برای هسته سیم‌پیچ در آهنربای الکتریکی مناسب هستند.

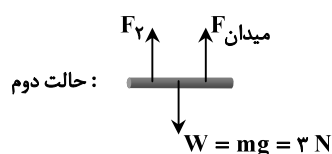
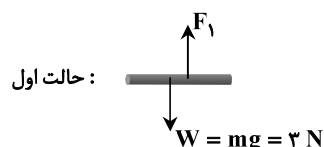
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

نیروی فنر طبق قانون هوک ($F = kx$) متناسب با تغییر طول آن است. در حالت اول تغییر طول فنرها ۵ سانتی‌متر و در حالت دوم ۳

$$\text{سانتی‌متر است، پس: } \frac{F_2}{F_1} = \frac{3}{5}$$

در هر دو حالت نیروی خالص وارد بر میله صفر است.



$$F_1 - 3 = 0 \Rightarrow F_1 = 3 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{3}{5} F_1 = \frac{9}{5} \text{ N}$$

$$F_2 + F_{\text{میدان}} - 3 = 0 \Rightarrow F_{\text{میدان}} = \frac{6}{5} \text{ N}$$

$$F_{\text{میدان}} = BIL \sin \theta \Rightarrow \frac{6}{5} = B \times 5 \times 0.8 \Rightarrow B = \frac{6}{20} \text{ T} = 300 \text{ G}$$

ضمناً طبق قانون دست راست جهت جریان در میله از شرق به غرب (←) است.

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)



انرژی ذخیره شده در سیم لوله از رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ حساب می شود؛ پس ابتدا نسبت $\frac{L_1}{L_2}$ را حساب می کنیم.

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر دور}} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{\frac{100}{\pi \times 1}}{\frac{480}{\pi \times 3}} = \frac{100}{160} = \frac{5}{8}$$

$$A = \pi \times r^2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \times \frac{1}{9} \times \frac{120}{30} = \frac{25 \times 4}{9 \times 64} = \frac{25}{9 \times 16}$$

$$U_1 = U_2 \Rightarrow L_1 I_1^2 = L_2 I_2^2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{9 \times 16} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{3 \times 4} \Rightarrow I_2 = \frac{5}{3 \times 4} \times 1/2 = 0.5 \text{ A}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۵- پاسخ: گزینه ۲



یکای تغییرات شار مغناطیسی در SI، وبر (Wb) و یکای زمان در SI برابر ثانیه (s) است. با توجه به رابطه $\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، یکای وبر بر ثانیه $\left(\frac{\text{Wb}}{\text{s}}\right)$ معادل یکای کمیت نیروی محرکه یعنی ولت (V) است.

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)



در یون $^{24}\text{Mg}^{2+}$ و یون $^{18}\text{O}^{2-}$ به ترتیب، ۳۴ و ۲۸ ذره زیراتمی وجود دارد که تفاوت آن‌ها برابر ۶ است و در رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن (^1H) شمار نوترون‌ها برابر ۲ است. پس نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{6}{2} = 3$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۳



در دوره چهارم جدول تناوبی، بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی در دومین عنصر دسته s (فلز Ca، ۲) و ۸ عنصر از عناصر دسته d (به جز ^{24}Cr و ^{45}Cu) به $4s^2$ پایان می یابد. گزینه ۳؛ درست؛ در اتم عنصر X به یقین ۱۲ الکترون با عدد کوانتومی $l = 1$ ($2p^6$ ، $3p^6$) وجود دارد.



گزینه ۱؛ نادرست؛ اگر عنصر X به دسته s تعلق داشته باشد، آنگاه در اتم آن تمام زیرلایه‌های اشغال شده از الکترون، پر شده هستند ولی اگر به دسته d، تعلق داشته باشد، لزوماً چنین نیست و زیرلایه $3d$ ممکن است پر نشده نباشد. گزینه ۲؛ نادرست؛ اگر عنصر X متعلق به دسته s باشد، اتم‌های عنصر X با از دست دادن ۲ الکترون به کاتیونی با آرایش الکترونی مشابه با آرگون دست می یابند. گزینه ۴؛ نادرست؛ عنصر X به یقین فلز است ولی نماد شیمیایی آن ممکن است تک حرفی (V، ۲۳) باشد.

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)



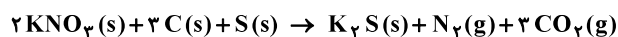
$$\frac{2}{2} \text{g N}_x\text{O}_y \times \frac{1 \text{mol N}_x\text{O}_y}{(14x + 16y) \text{g N}_x\text{O}_y} \times \frac{x \text{mol N}}{1 \text{mol N}_x\text{O}_y} = 0.1 \text{mol N} \Rightarrow x = 2y \Rightarrow \text{N}_2\text{O}$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



معادله موازنه شده به صورت زیر است، که در آن مجموع ضرایب ترکیب‌های یونی (K_2S و KNO_3) برابر ۳ و مجموع ضرایب مواد مولکولی (S ، N_2 و CO_2) برابر ۵ است، پس: $\frac{3}{5} = 0.6$



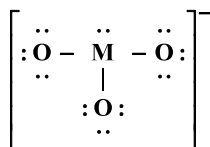
- $\text{C}(\text{s})$ یک جامد کووالانسی است و ماده مولکولی به شمار نمی آید.

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



در ساختار لوویس هر اتم اکسیژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی داشته و با یک پیوند یگانه به اتم M متصل است و اتم M نیز دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است، پس اتم M دارای ۷ الکترون ظرفیتی بوده و به گروه ۱۷ جدول تعلق دارد.

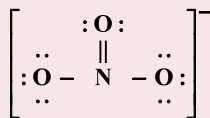


$$\text{M دارای ۷ الکترون ظرفیتی است. } M = 1 \Rightarrow \frac{M + 2 \times 3 - 1}{2} = 3 \Rightarrow \text{بار} + \text{مجموع ظرفیت‌های کووالانسی} = \text{تعداد پیوندهای اشتراکی}$$



گزینه ۱: اتم عنصر M دارای ۷ الکترون ظرفیتی است و در ترکیب‌های یونی به صورت M^{-1} یافت می‌شود.

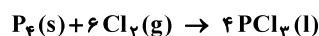
گزینه ۲: ساختار لوویس MO_3^- با ساختار لوویس یون نیترات متفاوت است.



گزینه ۳: در ساختار یون MO_3^- ، ۳ جفت الکترون پیوندی و ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



$$? \text{ LCl}_3 : 5 / 5 \text{ g PCl}_3 \times \frac{1 \text{mol PCl}_3}{137.5 \text{ g PCl}_3} \times \frac{6 \text{mol Cl}_2}{4 \text{mol PCl}_3} \times \frac{22.4 \text{ L Cl}_2}{1 \text{mol Cl}_2} = 1.344 \text{ L Cl}_3$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



با افزودن ۳۵ گرم جامد به ۴۰ گرم محلول، مخلوطی با جرم ۷۵ گرم به دست می آید؛ که پس از هم زدن، ۲/۸ گرم نمک ته نشین شده و محلولی سیر شده به جرم ۷۲/۲ گرم حاصل می شود که با توجه به انحلال پذیری می توان جرم آب این محلول را محاسبه کرد:

$$72/2 \text{ g} \times \frac{100 \text{ g H}_2\text{O}}{190 \text{ g محلول}} = 38 \text{ g H}_2\text{O}$$

پس در محلول اولیه ۲ گرم سدیم نیترات در ۳۸ گرم آب حل شده بود که درصد جرمی آن برابر ۵ درصد می شود:

$$\frac{2}{40} \times 100 = 5 \text{ درصد جرمی}$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)



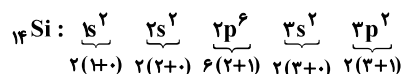
ماده A مولکول قطبی و نقطه جوش کمتر از دمای اتاق دارد. که هر چهار گاز H_2S ، O_3 ، CO و HCl چنین هستند. ماده B مولکول ۳ اتمی و ناقطبی دارد. (کربن دی اکسید) ولی گازهای O_3 و SO_2 قطبی هستند. ماده C مولکول های ۲ اتمی و قطبی (ناجور هسته) دارد و انحلال پذیری کمتری از کربن دی اکسید در آب دارد. (نیتروژن مونواکسید)

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

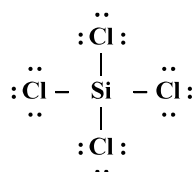


عنصر A، سیلیسیم است که مجموع $n+l$ تمام الکترون های آن برابر ۳۸ است.



مورد «سوم»: درست؛ دو عنصر Si و Sn هم گروه هستند.

مورد «چهارم»: درست؛ در مولکول سیلیسیم تتراکلرید (SiCl_4) تمام اتم ها به آرایش پایداری هشت تایی رسیده اند.



مورد «اول»: نادرست؛ اتم سیلیسیم شبه فلز است و توانایی گرفتن الکترون را ندارد. در ضمن برای رسیدن به آرایش پایداری گاز نجیب به چهار الکترون نیاز دارد.

مورد «دوم»: نادرست؛ نماد شیمیایی عنصر بعد از آن، که فسفر (P) است به صورت تک حرفی است.

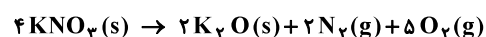
۱۳ Al	۱۴ Si	۱۵ P
-------	-------	------

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)



معادله موازنه شده واکنش چنین است:



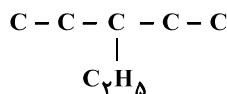
$$\frac{60/6 \text{ g} \times \frac{100}{100} \times \frac{R}{100}}{4 \times 101 \text{ g KNO}_3} = \frac{\text{گاز نیتروژن و اکسیژن } 12/96 \text{ g}}{(2 \times 28 \text{ g نیتروژن}) + (5 \times 32 \text{ g اکسیژن})} \Rightarrow R = 50$$

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

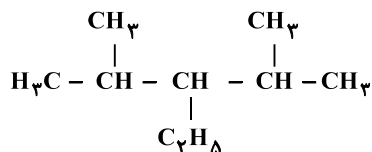
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)



در زنجیر خطی پنتان تنها به شرطی شاخه فرعی اتیل وجود دارد که اتیل به کربن شماره ۳ به صورت زیر وصل باشد:



دو شاخه فرعی متیل با عددهای متفاوت نیز تنها می‌توانند به کربن‌های شماره ۲ و ۴ متصل شوند. پس ساختار آلکان موردنظر به صورت زیر است:



گزینه ۱: درست؛ نام آلکان به صورت ۳-اتیل، ۲ و ۴-دی متیل پنتان است که مجموع سه عدد ذکر شده برابر ۹ است. عدد اتمی عنصر فلور که اکسندترین عنصر است نیز برابر ۹ است.

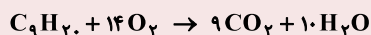


شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها را می‌توان از رابطه « $3n+1$ » به دست آورد که در آن n همان تعداد اتم‌های کربن موجود در ساختار آلکان‌ها است.



گزینه ۲: نادرست؛ مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در آن برابر ۲۸ است.

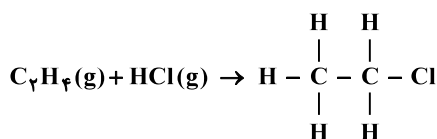
گزینه ۳: نادرست



گزینه ۴: نادرست؛ در ساختار آن سه اتم کربن از زنجیر اصلی که دارای شاخه فرعی هستند تنها به یک اتم هیدروژن متصل هستند.

۸۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)



چهار پیوند C-H در دو سمت معادله یکسان است، پس آن‌ها را در نظر نمی‌گیریم.

$$\Delta H = [\Delta H(\text{C}=\text{C}) + \Delta H(\text{H}-\text{Cl})] - [\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{C}-\text{C}) + \Delta H(\text{C}-\text{Cl})]$$

$$\Delta H = (612 + 431) - (412 + 348 + 326) = -43$$

براساس قانون هس گرمای لازم برای تبدیل گرافیت به الماس برابر است با:

$$\text{C}(\text{s, گرافیت}) \rightarrow \text{C}(\text{s, الماس}) \quad \Delta H = \Delta H(\text{سوختن الماس}) - \Delta H(\text{سوختن گرافیت}) = -393/5 - (-395/4) = +1/9$$

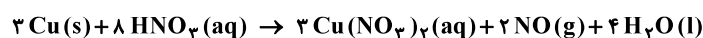
$$43 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol گرافیت}}{1/9 \text{ kJ}} \times \frac{12 \text{ g گرافیت}}{1 \text{ mol گرافیت}} = 271/5$$

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)



معادله موازنه شده واکنش چنین است:



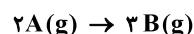
با توجه به اینکه ظرف سرباز است، پس گاز NO از ظرف خارج شده و گزارش غلظت مولی برای آن معنایی ندارد، پس نمودار رسم شده مربوط به مس (II) نیترات است.

$$\bar{R}_{\text{Cu(NO}_3)_2} = \frac{\Delta[\text{Cu(NO}_3)_2]}{\Delta t} = \frac{0.5 \text{ mol}}{L \times 8 \text{ s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{Cu(NO}_3)_2}}{3} = \frac{0.5 \times 60}{8 \times 3} = 0.125 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۳



معادله واکنش چنین است:



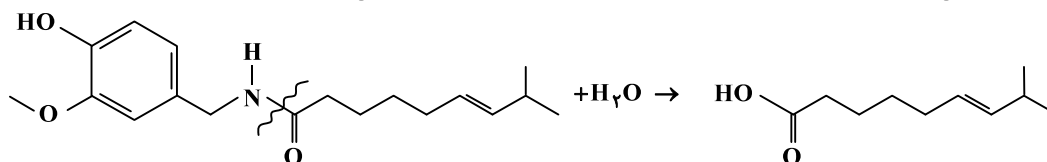
گزینه ۱: نادرست؛ مقایسه غلظت مولی گازهای A و B در زمان‌های متفاوت بستگی به غلظت اولیه A و مقدار مصرف A دارد و ممکن است غلظت A از غلظت B کمتر، بیشتر و یا حتی در لحظه‌ای خاص برابر شود.
گزینه ۲: نادرست؛ اگر واکنش کامل باشد به ازای مصرف ۲ مول A، ۳ مول B تولید می‌شود.
گزینه ۴: نادرست؛ با فرض بسته بودن سامانه، لزومی ندارد که واکنش به تعادل برسد، مگر اینکه واکنش تبدیل B به A امکان‌پذیر و خودبه‌خودی باشد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۰- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۳: درست؛ گروه عاملی آمیدی بر اثر آبکافت به کربوکسیلیک اسید و آمین سازنده تبدیل می‌شود.



فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید تولیدشده $C_{10}H_{18}O_2$ است.



گزینه ۱: نادرست؛ در ساختار این ماده گروه عاملی آمیدی یافت می‌شود.

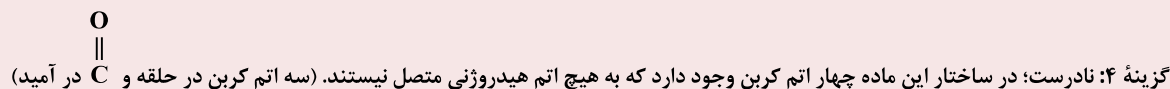
گزینه ۲: نادرست؛ فرمول مولکولی این ماده $C_{18}H_{27}NO_3$ است.

$$\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{\text{مجموع ظرفیت‌های کووالانسی}}{2} = \frac{(18 \times 4) + (27 \times 1) + (1 \times 3) + (3 \times 2)}{2} = 54$$

هر اتم اکسیژن و هر اتم نیتروژن به ترتیب دو و یک جفت الکترون ناپیوندی دارند که در مجموع برابر ۷ می‌شود.

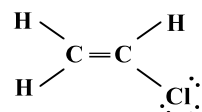
$$\frac{54}{7} = 7 \text{ و } 7$$

پس:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۱- پاسخ: گزینه ۲



مورد «اول»: درست

مورد «چهارم»: درست

نباید سرانگ اینا بری

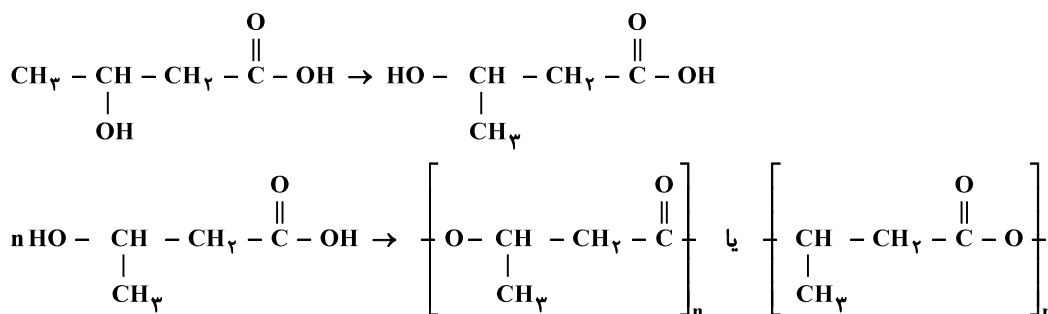
مورد «دوم»: نادرست؛ سلولز نوعی پلیمر طبیعی است ولی جرم مولی آن از مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن (گلوکز) کمتر است؛ زیرا مولکول‌های گلوکز با از دست دادن H_2O به یکدیگر متصل شده‌اند.

مورد «سوم»: نادرست؛ از آبکافت اتیل فرمات، اتانول و فرمیک اسید به دست می‌آید که اتانول ساده‌ترین الکل نیست. ساده‌ترین الکل، متانول است.

۹۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

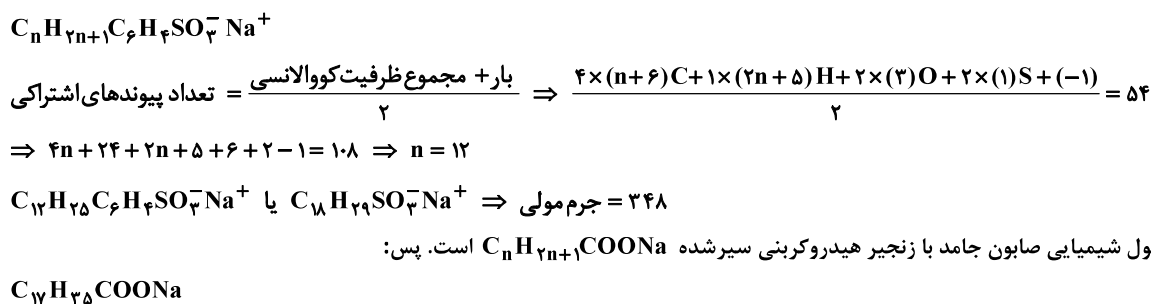
جوابش اینه

مونومر دارای دو گروه عاملی اسیدی و الکلی است؛ بنابراین از پلیمر شدن آن یک پلی‌استر به دست می‌آید.



۹۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه



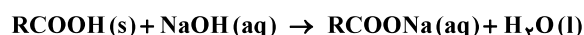
در نتیجه اختلاف شمار اتم‌های H در این دو پاک‌کننده برابر است با:

$$35 - 29 = 6$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

الف) درست



پ) درست؛ واکنش گرماده است.

نباید سرانگ اینا بری

ب) نادرست؛ عدد اکسایش برخی از اتم‌های H از +۱ در واکنش دهنده‌ها به صفر در مولکول H_2 کاهش می‌یابد و اکسند است.

ت) نادرست؛ گاز هیدروژن از طریق ایجاد فشار باعث جدا شدن چربی از سطح لوله می‌شود.

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

نباید سر راغ اینا بری

گزینه ۱: نادرست؛ در مقایسه اسیدهای آلی یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده و فرمول کلی $C_nH_{2n}O_2$ با افزایش شمار اتم‌های کربن، قدرت اسیدی کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: نادرست؛ فقط محلول حاصل از CaO خاصیت بازی دارد.

گزینه ۴: نادرست؛ HNO_2 اسید ضعیف است، پس $[HNO_2] > [H^+] = [NO_2^-] > [OH^-]$

۹۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$pH = 4/4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4/4} = 4 \times 10^{-5}$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \approx \frac{[H^+]^2}{M} \Rightarrow 4 \times 10^{-8} = \frac{(4 \times 10^{-5})^2}{M} \Rightarrow M = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$2L \times \frac{0.4 \text{ mol}}{1L} \times \frac{xg}{1 \text{ mol}} = 7/0.4 g \Rightarrow x = 88 g \cdot \text{mol}^{-1}$$

فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

$$C_nH_{2n}O_2 = 14n + 32 = 88 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow C_4H_8O_2$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه



معادله کلی سلول چنین است:

جرم دو تیغه را در ابتدا m در نظر می‌گیریم که از جرم تیغه آندی کاسته و بر جرم تیغه کاتدی افزوده می‌شود.

$$Mg \text{ جرم تیغه} = m - 72 \Rightarrow m - 72 = 24g \text{ Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{2 \text{ mole } e^-} \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{6/0.2 \times 10^{23} e^-} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1g} = 72$$

$$Ag \text{ جرم تیغه} = m + 648 \Rightarrow m + 648 = 108g \text{ Ag} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{2 \text{ mole } e^-} \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{6/0.2 \times 10^{23} e^-} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1g} = 648$$

$$\text{اختلاف جرم دو تیغه} = (m + 648) - (m - 72) = 648 + 72 = 720$$

$$emf = E^\circ_{\text{آند}} - E^\circ_{\text{کاتد}}$$

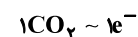
$$emf (Mg - Ag) = 0.8 - (-2/37) = 3/17 \Rightarrow \frac{3/17}{0.76} = 4/1$$

$$emf (Zn - SHE) = 0 - (-0.76 = 0.76)$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه



گزینه ۳: درست؛ هر اتم کربن ۱ واحد تغییر عدد اکسایش دارد، پس:

نباید سر راغ اینا بری

گزینه ۱: نادرست؛ مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها برابر ۱۰ است.

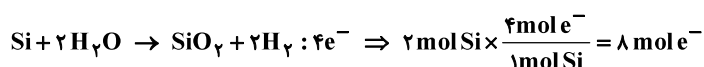
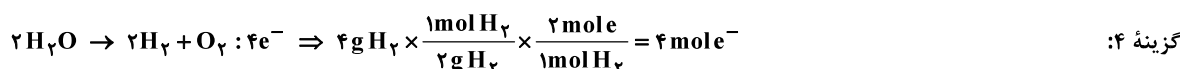
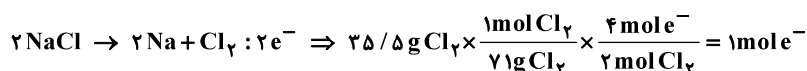
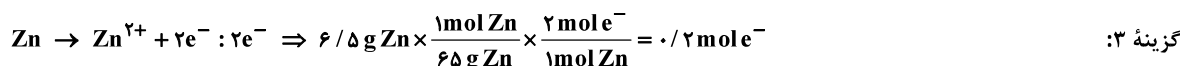
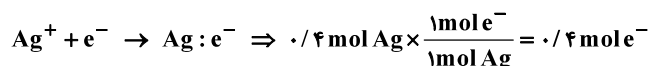
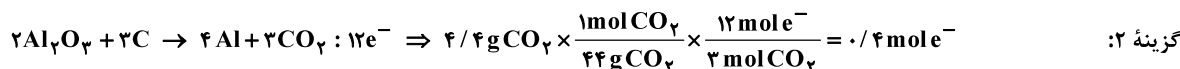
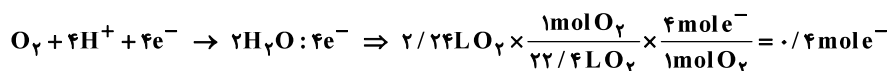
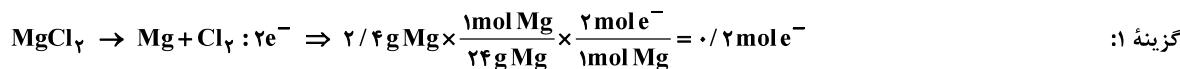
گزینه ۲: نادرست؛ عدد اکسایش اتم‌های H، S و O ثابت و بدون تغییر است.

گزینه ۴: نادرست؛ در این واکنش، عدد اکسایش هر اتم منگنز، ۵ واحد تغییر کرده، ولی در فرایند تبدیل پارازیلین به ترفتالیک اسید هریک

مول MnO_4^- به یک مول MnO_2 تبدیل می‌شود و تغییر عدد اکسایش هر اتم Mn برابر ۳ است.

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۳: درست؛ فقط CO و HF مواد مولکولی هستند.



گزینه ۱: درست؛ در آمونیاک قدرت نافلزاتی اتم مرکزی N از اتمهای جانبی H بیشتر است و بار جزئی منفی دارد ولی در CHCl_3 و OF_2 اتمهای مرکزی اکسیژن و کربن بار جزئی مثبت دارند.

گزینه ۲: نادرست؛ یخ جامدی مولکولی است.

گزینه ۴: درست؛ دی متیل اتر برخلاف پروپان قطبی است و نقطه جوش بالاتری دارد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

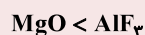


عنصرهای A, B, C, D, E, F به ترتیب Na, Mg, Al, P, S و Cl هستند.

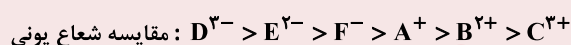
گزینه ۴: درست؛ اگر آنتالپی فروپاشی لیتیم فلوئورید برابر $105.0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ باشد، مقایسه آنتالپی فروپاشی فلوئورید در دو ترکیب B و C به صورت زیر است:



گزینه ۱: نادرست؛ آنتالپی فروپاشی شبکه متناسب با حاصل ضرب بار یونها در شمار یونهای سازنده ترکیب است.

گزینه ۲: نادرست؛ بیشترین مقدار بار مربوط به یونهای Al^{3+} و P^{3-} است. اما شعاع Al^{3+} کمتر و در نتیجه چگالی بار بیشتری دارد.

گزینه ۳: نادرست



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



گزینه ۳: درست؛ عدد اکسایش یک ویژگی شیمیایی است و با مدل دریای الکترونی توجیه نمی‌شود.



گزینه ۱: نادرست؛ آلیاژ نیتینول که از دو فلز Ni و Ti ساخته شده است به آلیاژ هوشمند معروف است.
گزینه ۲: نادرست؛ طول موج نور سبز از نور آبی بیشتر است.

عدد اکسایش	V ^{۲+}	V ^{۳+}	V ^{۴+}	V ^{۵+}
رنگ محلول	بنفش	سبز	آبی	زرد

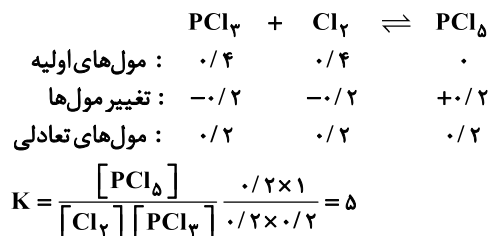
گزینه ۴: نادرست؛ مقاومت در برابر سایش فولاد و تیتانیوم تقریباً برابر است.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲

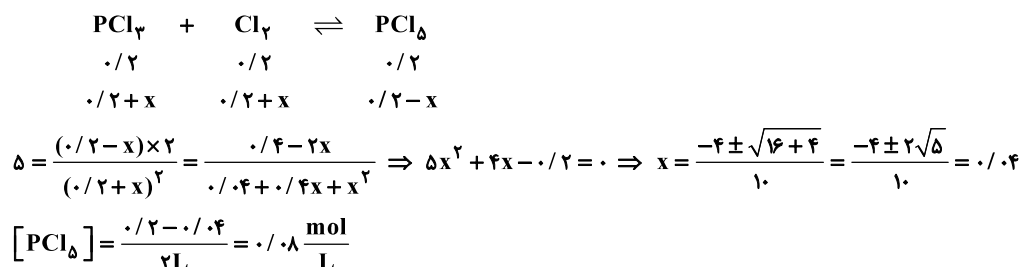
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



ابتدا ثابت تعادل را به دست می‌آوریم:



با افزایش حجم، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود ولی مقدار K ثابت می‌ماند.



۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

گزینه ۴: درست؛ تشکیل N₂H₄ از عنصرهای گازی سازنده‌اش گرماگیر ولی تشکیل آمونیاک از عنصرهای گازی سازنده‌اش گرماده است.گزینه ۱: نادرست؛ $\Delta H > 0$ است. سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است.گزینه ۲: نادرست؛ با افزایش دما درصد مولی NH₃ کم می‌شود.

گزینه ۳: نادرست؛ ثابت تعادل فقط به دما وابسته است.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



کاربرد اتیل استات اشتباه بیان شده است؛ زیرا از آن به عنوان حلال چسب استفاده می‌شود.