آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله بیست‌ویکم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۳۰/خرداد/۱۴۰۴

دفترچه شماره یک

حسابان و ریاضیات پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال
ریاضی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۷۰	هندسه (۱) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶	ریاضی (۱) فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰
حسابان (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	هندسه (۲) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵	آمار و احتمال کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱
حسابان (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	هندسه (۳) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	ریاضیات گسسته کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴

بودجه‌بندی دروس

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

آزمون جامع - مطابق با کنکور سراسری

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- اگر a، $2a+2$ و $3a-1$ به ترتیب جملات دوم، چهارم و پنجم یک دنبالهٔ حسابی باشند، جملهٔ دهم آن کدام است؟

۱) ۴۳ ۲) ۴۸ ۳) ۵۴ ۴) ۵۸

۲- اگر متمم مجموعهٔ $[A\cup(A\cap B)]\cap[B\cup(B\cap C)]$ برابر مجموعهٔ C باشد، کدام نتیجه‌گیری درست نیست؟

۱) $C'\subseteq A$ ۲) $B'\subseteq C$

۳) $A'\subseteq B$ ۴) $A\cap B=C'$

۳- بازهٔ $(2,a)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع $f(x)=x|x-b|$ روی آن نزولی است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

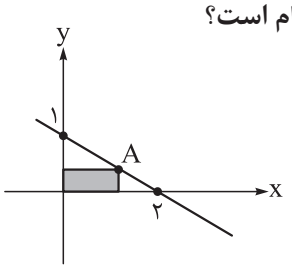
۴- اگر $r(x)$ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^7+3x^6+2x^3-x^2+1$ بر چندجمله‌ای x^2-1 باشد، مقدار $r(3)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۵- معادلهٔ $x^2-2mx+m+6=0$ دو جواب منفی دارد. m چند مقدار صحیح دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶- در شکل زیر، طول مستطیل ۳ برابر عرض آن است. مجموع طول و عرض نقطهٔ A کدام است؟



۱) ۱/۶

۲) ۱/۸

۳) ۱/۲

۴) ۱/۴

۷- نقاط $A(2,4)$ و $C(-6,2)$ دو رأس غیرمجاور از مربع $ABCD$ هستند. اگر رأس D در ناحیهٔ سوم دستگاه مختصات باشد، عرض آن کدام است؟

۱) -1 ۲) -3 ۳) -5 ۴) -7

۸- برد تابع $f(x)=\begin{cases}x^2-2x & ;\ x\le 3\\ x-5 & ;\ x>3\end{cases}$ کدام است؟

۱) $[-3,-1]$ ۲) $(-2,-1]$

۳) $[-1,+\infty)$ ۴) $(-2,+\infty)$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

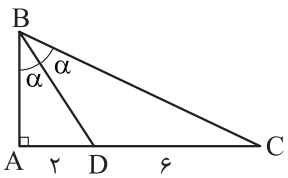
۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x+۳}{x-۱}$ نمودار وارون خود را در نقاطی به طول α و β قطع می‌کند. حاصل $f(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) $\frac{۹}{۲}$

۱۰- اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\log_۲(x-۲)+۲=\log_۲(۴-|x|)$ باشد، حاصل $\log_۲(۵\alpha+۴)$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۱- در شکل مقابل، مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۲- اگر α و β دو زاویهٔ حاده و $\tan(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل عبارت $P=\frac{۴-۵\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

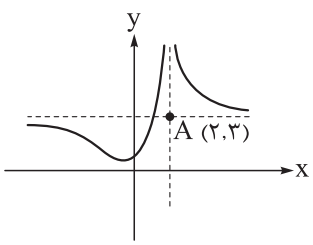
۱۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۳\tan(x+\frac{\pi}{۴})\cot(\frac{\pi}{۴}-x)=۱$ در بازهٔ $(۰,\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۴) ۲π

۱۴- اگر $\lim\limits_{x\to۱}\frac{ax+\sqrt{bx+۱}}{x-۱}=-\frac{۵}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۵- با توجه به نمودار تابع $f(x)=\frac{a(x^۲+۱)}{۲x^۲+bx+c}$ در شکل زیر، حاصل $a+b+c$ کدام است؟



۱) ۶
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- تابع $f(x)=\begin{cases} ax+3 & ; |x-1|<2 \\ x^3+bx^2-3 & ; |x-1|\geq 2 \end{cases}$ روی مجموعهٔ اعداد حقیقی، پیوسته است. حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

۱۷- اگر $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ و $g(x)=\tan x$ باشد، حاصل $g'(\frac{\pi}{8})(f'og)(\frac{\pi}{8})$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\sqrt{3}$

۱۸- تابع $f(x)=ax^2+bx+2$ مفروض است. اگر تابع $g(x)=\begin{cases} f(x) & ; |x|<1 \\ f'(x) & ; |x|\geq 1 \end{cases}$ دارای دو نقطهٔ گوشه‌ای باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) -2 ۲) ۲ ۳) -3 ۴) ۳

۱۹- $x=1$ طول یک نقطهٔ بحرانی تابع $f(x)=x^4+ax^3+bx^2$ است. اگر این نقطه، اکسترمم نسبی نباشد، حاصل $3a-b$ کدام است؟

۱) -4 ۲) -6 ۳) -8 ۴) -10

۲۰- ده دادهٔ آماری داریم و یک دادهٔ دیگر به آن‌ها اضافه می‌کنیم به طوری که میانگین ثابت مانده، ولی واریانس داده‌ها ۱ واحد تغییر می‌کند. واریانس این ۱۱ داده کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۰

۲۱- در جریان یک مسابقهٔ تیراندازی، شرکت‌کننده‌ای با احتمال ۰/۷ تیر اول را به هدف ۱۰ امتیازی می‌زند. در این صورت احتمال این‌که تیر بعدی را هم به هدف ۱۰ امتیازی بزند ۰/۹ و در غیر این صورت ۰/۴ است. این شرکت‌کننده ۵ تیر پرتاب می‌کند. با کدام احتمال، لااقل یک بار تیر را به هدف ۱۰ امتیازی می‌زند؟

۱) $\frac{2896}{3125}$ ۲) $\frac{2892}{3125}$ ۳) $\frac{6007}{6250}$ ۴) $\frac{6011}{6250}$

۲۲- خانواده‌ای دارای پنج فرزند است. اگر حداقل سه فرزند دختر داشته باشد، احتمال آن‌که فقط یک پسر داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{5}{16}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{5}{32}$ ۴) $\frac{15}{32}$

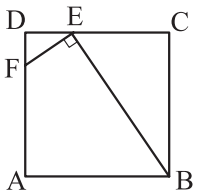
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳- در مثلث متساوی‌الساقین $ABC(AB = AC)$، رابطهٔ $\hat{A} > \hat{B}$ برقرار است. اگر محیط این مثلث برابر ۱۲ باشد، طول هر ساق آن کدام می‌تواند باشد؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۳ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) ۴

۲۴- در شکل زیر، $ABCD$ مربعی به ضلع ۲۰ و $BE = 25$ است. اندازهٔ پاره‌خط EF کدام است؟

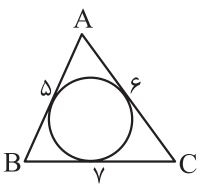


۱) ۶ / ۲۵
۲) ۶ / ۷۵
۳) ۶ / ۵
۴) ۶

۲۵- در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازهٔ ارتفاع وارد بر قاعده برابر ۳ و اندازهٔ میانهٔ وارد بر ساق برابر $3\sqrt{2}$ است. طول ساق مثلث کدام است؟

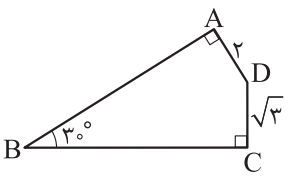
۱) $2\sqrt{3}$ ۲) ۴ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{5}$

۲۶- مطابق شکل، دایره‌ای بر هر سه ضلع مثلثی به اضلاع ۵، ۶ و ۷ مماس است. شعاع این دایره چند برابر $\sqrt{6}$ است؟



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۲۷- با توجه به شکل، فاصلهٔ نقطهٔ برخورد عمود منصف‌های اضلاع AB و BC از نقطهٔ D کدام است؟

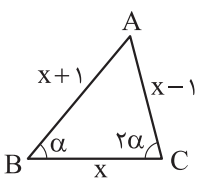


۱) $\sqrt{10}$ ۲) $\sqrt{11}$
۳) $\sqrt{13}$ ۴) $\sqrt{14}$

۲۸- در کدام تبدیل، شیب خط همواره تغییر می‌کند؟

۱) بازتاب ۲) دوران با زاویهٔ 90°
۳) تجانس معکوس ۴) انتقال

۲۹- در شکل مقابل، با توجه به اندازه‌های روی شکل، مقدار x کدام است؟



۱) ۳ ۲) ۴
۳) ۵ ۴) ۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- اگر دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix} a & ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ -۲ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ برابر یک باشد، سطر دوم ماتریس $A^{۳}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۸ \end{bmatrix}$
۲) $\begin{bmatrix} -۳ & ۴ & ۹ \end{bmatrix}$
۳) $\begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۸ \end{bmatrix}$
۴) $\begin{bmatrix} -۵ & ۴ & ۹ \end{bmatrix}$

۳۱- خط به معادلهٔ $y-۲x=m$ بر دایره به معادلهٔ $x^{۲}+y^{۲}+m=۴x-۲y$ مماس است. مجموع مقادیر قابل قبول برای شعاع دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$
۲) $۳\sqrt{۵}$
۳) ۵
۴) ۱۵

۳۲- دو نقطهٔ F و F' کانون‌های یک بیضی هستند. اگر خط هادی یک سهمی به رأس F و کانون F'، بر بیضی مماس باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳۳- اگر $|\vec{a}|=|\vec{b}|=۲$ و بردارهای $\vec{a}-۲\vec{b}$ و $۲\vec{a}-\vec{b}$ بر هم عمود باشند، آن‌گاه حاصل $|(\vec{a}+۲\vec{b})\times(\vec{a}-۳\vec{b})|$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۳۶

۳۴- برای سه نقطهٔ A، B و C در دستگاه مختصات $\mathbb{R}^{۳}$ داریم: $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+۳\vec{j}-۲\vec{k}$، $\overrightarrow{OB}=-\vec{i}+۲\vec{j}+\vec{k}$ و $\overrightarrow{OC}=\vec{i}-\vec{j}$. فاصلهٔ نقطهٔ A از صفحهٔ شامل دو بردار $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ کدام است؟

۱) ۴
۲) $۳\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۲\sqrt{۳}$

۳۵- عدد صحیح a، مضرب ۲۴ و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۷۱ برابر ۳۵ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $\frac{a}{۸}$ بر ۷۱ کدام است؟

۱) ۳۵
۲) ۳۴
۳) ۳۱
۴) ۳۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶- اگر عدد طبیعی سه‌رقمی m دارای حداقل مقدار ممکن و معادلهٔ $51x+85y=m$ در $\mathbb{Z}$ جواب داشته باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $\frac{m}{2}$ بر ۱۱ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۷

۳۷- یک مجموعه به تصادف از بین زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $A=\{2,3,7,9,12,13,14,18\}$ انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعهٔ انتخاب‌شده، به پیمانهٔ ۵ هم‌نهشت هستند؟

۱) $\frac{27}{128}$
۲) $\frac{29}{128}$
۳) $\frac{55}{256}$
۴) $\frac{57}{256}$

۳۸- حداقل چند عضو از مجموعهٔ اعداد طبیعی اول کوچک‌تر از ۵۰ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم لااقل مجموع ارقام یکی از اعداد انتخاب‌شده، برابر ۵ است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۳
۳) ۱۴
۴) ۱۵

۳۹- تعداد اعداد طبیعی دورقمی که نسبت به ۲۱ اول باشند، کدام است؟

۱) ۵۰
۲) ۵۱
۳) ۵۲
۴) ۵۳

۴۰- در گراف همبند G با کم‌ترین تعداد رأس داریم $\Delta(\bar{G})-\delta(\bar{G})=3$، کم‌ترین مقدار برای $q(G)$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | مرحله بیست‌ویکم

سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳ | تاریخ برگزاری: ۳۰/خرداد/۱۴۰۴

دفترچه شماره دو

فیزیک	شیمی
فیزیک (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹	شیمی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
فیزیک (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	شیمی (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳
فیزیک (۳) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	شیمی (۳) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳

بودجه‌بندی دروس

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

آزمون جامع - مطابق با کنکور سراسری

Azmoon.kheilisabz.com

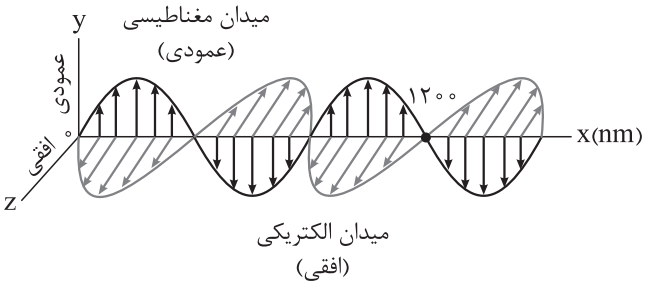
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- در واکنش شکافت هسته‌ای زیر، چه تعداد نوترون تولید می‌شود؟

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{133}_{50}Sn + {}^{101}_{42}Mo + \text{نوترون‌ها}$$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۲- تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر شده در لحظه‌ای به شکل زیر است. به ترتیب، جهت انتشار موج و بسامد آن برحسب تراهرتز، کدام است؟ $(c = 3\times10^{8}\,m/s)$



۱) $+x$ ، ۳۷۵
۲) $-x$ ، ۳۷۵
۳) $+x$ ، ۷۵۰
۴) $-x$ ، ۷۵۰

۴۳- آونگ ساده‌ای در هر دقیقه ۲۴ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر طول این آونگ را $\frac{9}{16}m$ کاهش دهیم، دورهٔ آن چند ثانیه خواهد شد؟ $(g = 10 = \pi^2 m/s^2)$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

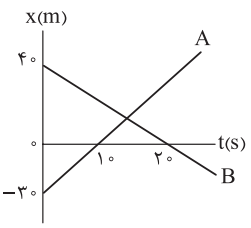
۴۴- در کدام‌یک از موارد زیر، نور با عبور از شکافی به اندازهٔ $1\,\mu m$ بیشتر به اطراف پراشیده می‌شود؟

۱) نور سبز در هوا ۲) نور سبز در آب ۳) نور زرد در هوا ۴) نور زرد در آب

۴۵- سرعت متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در مبدأ زمان برابر $(4\,m/s)\vec{i}$ است. جهت حرکت این متحرک در لحظهٔ $t_1 = 6\,s$ تغییر می‌کند. اگر شتاب متوسط متحرک در $10\,s$ نخست برابر $(-2\,m/s^2)\vec{i}$ باشد، شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 6\,s$ تا $t_2 = 10\,s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $4\vec{i}$ ۲) $-4\vec{i}$ ۳) $6\vec{i}$ ۴) $-6\vec{i}$

۴۶- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. در چه مکانی برحسب متر، دو متحرک به هم می‌رسند؟

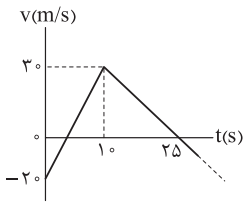


۱) $12\vec{i}$
۲) $14\vec{i}$
۳) $16\vec{i}$
۴) $18\vec{i}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر این متحرک در مبدأ زمان از مکان $x_0 = 14\,m$ عبور کند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، برای سومین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

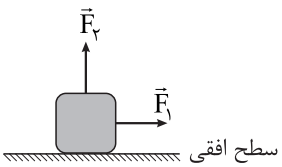


۱) ۴۲
۲) ۱۷
۳) ۳۵
۴) ۵۴

۴۸- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر تندی متوسط گلوله در ۳۶ m پایانی مسیر قبل از رسیدن به سطح زمین برابر ۳۰ m/s باشد، h برابر چند متر است؟ ($g = 10\,m/s^2$)

۱) ۱۰۹/۶
۲) ۱۲۹/۶
۳) ۵۴/۸
۴) ۶۴/۸

۴۹- در شکل زیر، به جسمی به جرم ۴kg، نیروی افقی $F_1 = 20N$ و نیروی قائم $F_2 = 20N$ وارد می‌شود و جسم ساکن است. اگر بدون تغییر اندازه، جهت نیروی F_2 قرینه شود، اندازهٔ نیروی اصطکاک و نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، به ترتیب از راست به چپ، چند برابر می‌شود؟ ($g = 10\,N/kg$)



۱) $\sqrt{5}$، ۱
۲) ۱، $\sqrt{10}$
۳) $\sqrt{5}$، ۳
۴) ۳، $\sqrt{10}$

۵۰- چتربازی به جرم ۶۰kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به ۷۲۰N افزایش می‌یابد. به ترتیب، اندازهٔ شتاب چترباز در این لحظه چند متر بر مربع ثانیه و حرکت چترباز بلافاصله پس از این لحظه چگونه است؟ ($g = 10\,N/kg$)

۱) ۲، رو به بالا به صورت تندشونده
۲) ۲، رو به پایین به صورت کندشونده
۳) ۱۲، رو به بالا به صورت تندشونده
۴) ۱۲، رو به پایین به صورت کندشونده

۵۱- اگر اندازهٔ تکانهٔ جسمی به جرم ۲/۵ kg از $20\frac{kg.m}{s}$ به $80\frac{kg.m}{s}$ برسد، انرژی جنبشی آن چند ژول تغییر می‌کند؟

۱) ۱۲۰۰
۲) ۲۴۰۰
۳) ۷۲۰
۴) ۱۴۴۰

۵۲- ماهوارهٔ A به جرم m در فاصلهٔ $1/25R_e$ از سطح زمین و ماهوارهٔ B به جرم ۲ m در فاصلهٔ h از سطح زمین به دور آن می‌چرخند. اگر اندازهٔ تکانهٔ این دو ماهواره برابر باشد، h چند برابر R_e است؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) ۳/۵
۲) ۴/۵
۳) ۸
۴) ۹

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳- فنری قائم با جرم ناچیز و ثابت $k = ۳۲۰\ N/m$ از یک نقطه آویزان است. جسمی به جرم $۲۰۰\ g$ را به انتهای دیگر فنر بسته و در همان حالتی که فنر طول عادی خود را دارد، جسم را رها می‌کنیم. از این لحظه، مسافتی که جسم در مدت $۱/۵\ s$ طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ ، $\pi = ۳$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۸/۷۵ ۳) ۲۵ ۴) ۳۷/۵

۵۴- سیمی با چگالی $۷/۸\ g/cm^۳$ و سطح مقطع $۰/۵\ mm^۲$ بین دو نقطه کشیده شده است. در این سیم موجی با طول موج $۵۰\ cm$ تشکیل می‌شود. اگر بسامد موج $۴۰۰Hz$ باشد، نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟

۱) ۳/۹ ۲) ۱۵/۶ ۳) ۳۹ ۴) ۱۵۶

۵۵- پرتوی نور تک‌رنگی با زاویهٔ تابش ۵۳° از هوا به سطح یک محیط شفاف می‌تابد. قسمتی از این پرتو شکسته شده و وارد محیط شفاف می‌شود و قسمتی از آن نیز از سطح جداکنندهٔ هوا و محیط بازتاب می‌شود. اگر زاویهٔ بین پرتو شکست و پرتو بازتاب ۸۲° باشد، ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟ ($\cos ۵۳^\circ = ۰/۶$ و $n_{هوا} = ۱$)

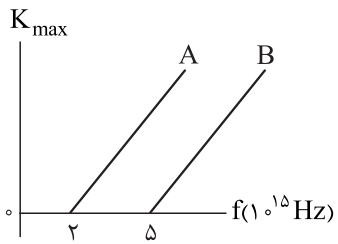
۱) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۶}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۵}$

۳) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۸}$ ۴) $\frac{۴\sqrt{۲}}{۵}$

۵۶- در طیف اتمی هیدروژن، بسامد دومین خط کدام رشته برابر $۵۶۲/۵THz$ است؟ ($c = ۳\times۱۰^۸\ m/s$ و $R = \frac{۱}{۱۰۰}\ nm^{-۱}$)

۱) لیمان $(n' = ۱)$ ۲) بالمر $(n' = ۲)$ ۳) پاشن $(n' = ۳)$ ۴) براکت $(n' = ۴)$

۵۷- در آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح دو فلز A و B برحسب بسامد نور تابیده به آن‌ها، به شکل زیر است. اگر در حالتی که نوری با بسامد f به سطح دو فلز می‌تابد، بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح فلز A، ۲ برابر بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح فلز B باشد، f برابر چند هرتز است؟

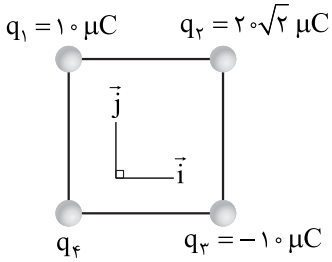


۱) ۶×۱۰^{۱۵}
۲) ۷×۱۰^{۱۵}
۳) ۸×۱۰^{۱۵}
۴) ۹×۱۰^{۱۵}

محل انجام محاسبات

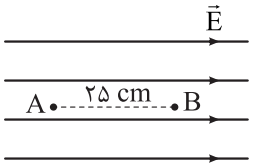
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس‌های مربعی به ضلع ۱۰ cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ برابر $(۳۶۰\sqrt{۲}\,N)\vec{i}$ باشد، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ چند نیوتون است؟ $(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



۱) ۲۷۰
۲) ۳۱۵
۳) $۴۵\sqrt{۶۵}$
۴) ۴۰۵

۵۹- در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۵۰\ kV/m$، ذره‌ای به جرم $۰/۵\ g$ و بار الکتریکی $۴\ \mu C$ از نقطهٔ A با سرعت $۲۰\ m/s$ در جهت میدان الکتریکی پرتاب می‌شود. ذره با تندی چند متر بر ثانیه از نقطهٔ B عبور می‌کند؟ (وزن ذره و نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) $۱۰\sqrt{۲}$
۲) $۱۰\sqrt{۳}$
۳) $۱۰\sqrt{۵}$
۴) $۱۰\sqrt{۶}$

۶۰- یک خازن تخت به باتری بسته شده است. پس از مدتی، خازن را از باتری جدا کرده و سپس فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟

الف) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها تغییری نمی‌کند.

ب) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها نصف می‌شود.

پ) انرژی ذخیره‌شده در خازن دو برابر می‌شود.

ت) بار روی صفحه‌ها نصف می‌شود.

۱) الف و پ
۲) الف و ب
۳) ب و پ
۴) پ و ت

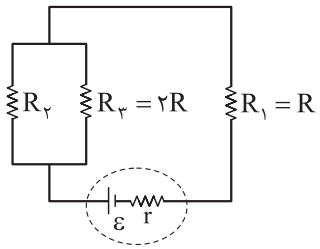
۶۱- المنت یک اجاق برقی شامل سیمی به طول $۱\ m$ و سطح مقطع $۳\ mm^{۲}$ است. اگر مقاومت ویژهٔ مادهٔ سازندهٔ سیم در دمای $۲۵^{\circ}C$ برابر $۶\times۱۰^{-۵}\ \Omega.m$ و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ آن $۴\times۱۰^{-۳}\ K^{-۱}$ باشد، مقاومت الکتریکی سیم در دمای $۱۰۰^{\circ}C$ برابر چند اهم است؟

۱) ۲۰/۶
۲) ۲۶
۳) ۲۰۶
۴) ۲۶۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت R_1، دو برابر توان مصرفی مقاومت R_2 باشد، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ کدام است؟



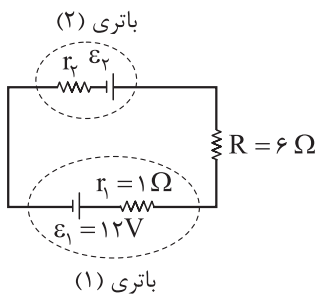
۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) ۴

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۲

۶۳- در مدار شکل زیر، اگر توان ورودی باتری (۱) برابر ۲۸W باشد، توان خروجی باتری (۲) چند وات است؟



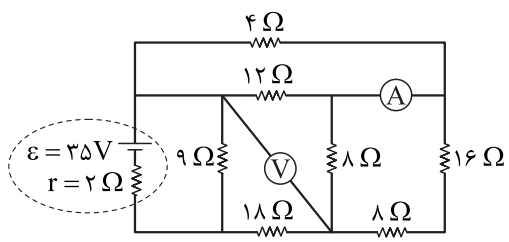
۱) ۳۶

۲) ۴۸

۳) ۵۲

۴) ۷۲

۶۴- در مدار شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، آمپرسنج آرمانی چند آمپر و ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهند؟



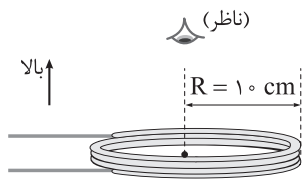
۱) ۹ ،۰/۵

۲) ۲۷ ،۰/۵

۳) ۹ ،۱/۵

۴) ۲۷ ،۱/۵

۶۵- در شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از پیچه ۱۶A و میدان مغناطیسی حاصل از آن در مرکز پیچه ۲۰ G و به سمت بالاست. طول سیم استفاده‌شده برای ساختن این پیچه چند متر و جریان عبوری از آن از دید ناظر مشخص‌شده در شکل در چه جهتی است؟ ($\mu_0 = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A}$)



۱) ۱۲/۵، ساعتگرد

۲) ۱۲/۵، پادساعتگرد

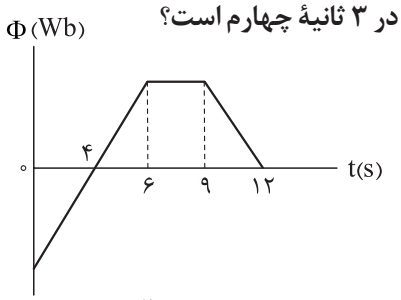
۳) ۱۵، ساعتگرد

۴) ۱۵، پادساعتگرد

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ رسانا برحسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه در ۴ ثانیهٔ اول، چند برابر اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در آن در ۳ ثانیهٔ چهارم است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

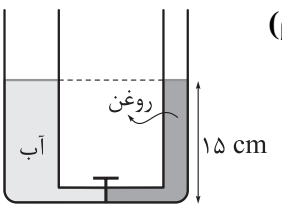
۶۷- از سیم‌لولهٔ آرمانی بدون هسته‌ای به طول $۲۰\ cm$ که شامل ۲۰۰۰ حلقهٔ نزدیک به هم با مساحت $۱۵\ cm^۲$ است، جریان الکتریکی چند آمپری عبور کند تا $۴/۵\ mJ$ انرژی در آن ذخیره شود؟ $(\mu_۰ = ۱۲\times ۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۰/۲۵
۲) ۲/۵
۳) ۰/۵
۴) ۵

۶۸- در ظرفی استوانه‌ای که مساحت مقطع آن $۴\ cm^۲$ است، $۱۸۰\ cm^۳$ از مایعی به چگالی $۳\ g/cm^۳$ و $۸۰\ cm^۳$ از مایعی به چگالی $۴\ g/cm^۳$ وجود دارد. به این ظرف چند گرم روغن به چگالی $۰/۸\ g/cm^۳$ اضافه کنیم تا فشار پیمانه‌ای در کف ظرف ۲۰ درصد افزایش یابد؟

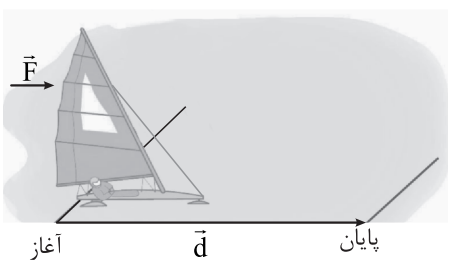
۱) ۲۱۵
۲) ۱۴۸
۳) ۱۵۶
۴) ۱۷۲

۶۹- در شکل زیر، دو ظرف استوانه‌ای به وسیلهٔ لولهٔ رابط بسیار باریکی به هم متصل‌اند. قطر مقطع لولهٔ سمت چپ، ۲ برابر قطر مقطع لولهٔ سمت راست است. اگر شیر ارتباطی بین دو لوله را باز کنیم، پس از رسیدن به حالت تعادل، سطح آزاد روغن نسبت به حالت اولیه چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ $(\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳, \rho_{روغن} = ۰/۸\ g/cm^۳)$



۱) ۱/۸
۲) ۰/۶
۳) ۲/۴
۴) ۳

۷۰- در شکل زیر، قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم کل $۴۰۰\ kg$ روی دریاچهٔ افقی و بدون اصطکاکی قرار دارد. با وزیدن باد، نیروی ثابت و افقی $\vec{F}$ به قایق وارد می‌شود. اگر قایق از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از جابه‌جایی $d = ۹۰\ m$ با تندی $۵۴\ km/h$ از خط پایان بگذرد، بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟



۱) ۴۰۰
۲) ۴۵۰
۳) ۵۰۰
۴) ۶۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

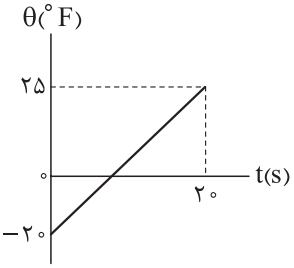
۷۱- جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن $۶۰۰\ kg$ و توان مصرفی آن $۵\ kW$ است. اگر این بالابر، در مدت $۱۲\ s$ از طبقهٔ همکف به طبقهٔ سوم در ارتفاع $۹\ m$ از طبقهٔ همکف برود، بازدهٔ آن چند درصد است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

۱) ۹۰ ۲) ۸۰ ۳) ۷۵ ۴) ۶۵

۷۲- یک ظرف سربی با دمای $۳۰^\circ C$ به طور کامل از گلیسرین در همان دما پر شده است. اگر دمای ظرف و گلیسرین را $۷۲^\circ F$ افزایش دهیم، چند درصد از حجم اولیهٔ گلیسرین از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی سرب $۳\times۱۰^{-۵} K^{-۱}$ و ضریب انبساط حجمی گلیسرین $۴/۹\times۱۰^{-۴} K^{-۱}$ است.)

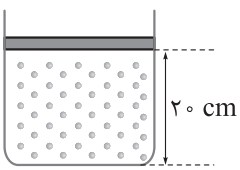
۱) ۱/۶۰ ۲) ۱/۸۴ ۳) ۱/۹۶ ۴) ۲/۸۸

۷۳- به جسم جامدی توسط یک گرمکن با توان $۹۰۰ W$ گرما می‌دهیم. نمودار تغییرات دمای این جسم برحسب زمان به شکل زیر است. ظرفیت گرمایی این جسم در SI کدام است؟ (تمام گرمایی که گرمکن ایجاد می‌کند به جسم منتقل می‌شود.)



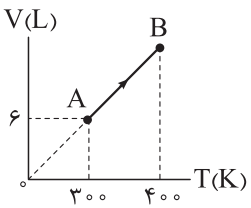
۱) ۴۰
۲) ۴۰۰
۳) ۷۲
۴) ۷۲۰

۷۴- در شکل زیر، $۰/۲\ mol$ گاز کامل زیر یک پیستون بدون اصطکاک به وزن $۲۴۰\ N$ و مساحت قاعدهٔ $۸۰\ cm^۲$ قرار دارد. اگر فشار هوای محیط $۱۰^۵ Pa$ باشد، دمای گاز چند درجهٔ سلسیوس است؟ $(R = ۸ \frac{J}{mol.K})$



۱) −۱۴۳
۲) ۱۳
۳) −۲۶۰
۴) ۱۳۰

۷۵- نمودار $V-T$ مقدار معینی گاز کامل در طی فرایند ایستاوار AB به شکل زیر است. اگر در حالت B فشار گاز برابر $۲\ atm$ و انرژی درونی آن $۲۴۰۰\ J$ باشد، گرمای دریافتی گاز در فرایند AB چند ژول است؟ $(R = ۸ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۲۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۸۰۰
۴) ۱۰۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- کدام مورد درست است؟

۱) در تشکیل ترکیب یونی منیزیم اکسید، اتم منیزیم با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسد.

۲) در تشکیل پیوند کووالانسی، همهٔ اتم‌ها با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب می‌رسند.

۳) در اتم‌های عناصر گروه ۱۳ جدول تناوبی، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت برابر با ۳ است.

۴) در ترکیب‌های یونی، همواره کاتیون از یک اتم فلزی و آنیون از یک اتم نافلزی تشکیل شده است.

۷۷- کدام مطلب نادرست است؟

۱) در آرایش الکترونی چهارمین عنصر گروه ۱۴، ۲۰ الکترون با عدد کوانتومی $l = ۱$ وجود دارد.

۲) عنصر $_{۲۴}Cr$ دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

۳) در آرایش الکترونی پانزدهمین عنصر دستهٔ p، مجموع $n + l$ برای الکترون‌های ظرفیتی برابر ۱۸ است.

۴) طبق اصل آفبا، الکترون‌ها بعد از پرشدن زیرلایهٔ ۶s، وارد زیرلایه‌ای می‌شوند که مجموع $n + l$ آن برابر ۷ باشد.

۷۸- کدام مورد درست است؟

۱) در سدیم سولفید، نسبت تعداد آنیون به تعداد کاتیون برابر ۲ است.

۲) فرمول مولکولی یک ترکیب، چگونگی و ترتیب وصل‌شدن اتم‌ها به یکدیگر را مشخص می‌کند.

۳) در ترکیب $MSO_۴$، در صورتی‌که M فلزی اصلی باشد، به یقین، کاتیون آن به آرایش گاز نجیب رسیده است.

۴) اگر عدد اتمی عنصر A ، ۳ واحد بیشتر از عنصر B باشد، A و B به ترتیب می‌توانند اکسید اسیدی و اکسید بازی تشکیل دهند.

۷۹- کدام موارد زیر درست هستند؟

الف) نیتروژن و اکسیژن روی هم رفته، بیش از ۹۹ درصد حجمی هواکرهٔ پاک و خشک را تشکیل می‌دهند.

ب) انحلال گاز کربن دی‌اکسید در آب‌های کرهٔ زمین، یک فرایند صرفاً فیزیکی و برگشت‌پذیر است.

پ) یون کلرید (Cl^-)، فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریاها و اقیانوس‌ها محسوب می‌شود.

ت) بخش عمدهٔ آب‌های موجود در آب‌کره به صورت آب شیرین در یخچال‌های طبیعی و آب‌های زیرزمینی وجود دارد.

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ ت ۳) الف ـ ب ۴) پ ـ ت

۸۰- ۳/۷۶ گرم نمک $X(NO_۳)_۲$ را به صورت جداگانه از ۳ ظرف A، B و C که به ترتیب حاوی نیترات نمک‌هایی با کاتیون‌های $Mg^{۲+}$، $Ca^{۲+}$ و $Cu^{۲+}$ می‌باشند، برداشته و در آب خالص حل می‌کنیم تا سه محلول با غلظت ۹۴ ppm از حل‌شونده به دست آید. بر این اساس، کدام مورد نادرست است؟

$(N = ۱۴ , O = ۱۶ , Mg = ۲۴ , Ca = ۴۰ , Cu = ۶۴ : g.mol^{-۱})$

۱) حجم آب استفاده‌شده برای نمک ظرف C از دو ظرف دیگر بیشتر است.

۲) کم‌ترین غلظت ppm برای کاتیون‌ها، مربوط به کاتیون نمک ظرف A است.

۳) اختلاف غلظت ppm برای یون نیترات حاصل از نمک‌های ظرف‌های B و C حدود ۹ است.

۴) غلظت یون منیزیم در ظرف A، حدود ۱۵/۲۴ ppm است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱- کدام موارد از مطالب زیر در ارتباط با «آلکن‌ها» درست است؟

الف) آلکن‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌های سیرنشده هستند که در ساختار خود، حداقل یک پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن دارند.

ب) اگر فراوردهٔ واکنش آلکنی با آب، دارای ۱۲ اتم در هر مولکول خود باشد، نام آلکن واکنش‌دهنده، پروپن است.

پ) ذکر شمارهٔ شاخه‌های فرعی در نام‌گذاری فراوردهٔ حاصل از واکنش کامل اتن با تنها هالوژن مایع جدول در دما و فشار اتاق، ضروری است.

ت) چگالی سومین عضو این خانواده در شرایط STP، برابر با چگالی نخستین عضو خانوادهٔ سیکلوآلکان‌هاست.

۱) ب و پ ۲) الف و پ ۳) الف و ت ۴) ب و ت

۸۲- با توجه به واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، اگر از تجزیهٔ ۱۳/۶ گرم H_2O_2، ۳/۸۴ لیتر گاز اکسیژن در شرایط آزمایش تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط آزمایش برابر ۱/۲۵ گرم بر لیتر است، واکنش، موازنه نشده است.) ($H=1, O=16 : g.mol^{-1}$)

$$H_2O_2(aq) \rightarrow H_2O(l) + O_2(g)$$

۱) ۶۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

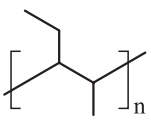
۸۳- براساس ساختارهای داده‌شده، کدام مطلب نادرست است؟

$(CH_3)_2C(CH_2)_2CH(CH_3)_2$ 

(d) (c) (b) (a)

۱) ترکیب‌های (a) و (d) و نیز ترکیب‌های (b) و (c) با یکدیگر ایزومر (هم‌پار) هستند.

۲) در ساختار (a) تعداد گروه‌های CH، ۳ برابر گروه‌های CH_2 است.

۳) ساختار پلیمرِ حاصل از ترکیب (c) را می‌توان به صورت  نشان داد.

۴) نام ترکیب (d)، ۲، ۲، ۵ ـ تری‌متیل هگزان است.

۸۴- با توجه به معادله‌های زیر، مقدار آنتالپی واکنش تشکیل یک مول بوتان گازی (C_4H_{10}) از عناصر سازندهٔ آن در حالت پایدار (کربن به شکل گرافیت و گاز هیدروژن) چند کیلوژول است؟

$$1)\ 2C_4H_{10}(g) + 13O_2(g) \rightarrow 8CO_2(g) + 10H_2O(l) \quad \Delta H_1 = -5754kJ$$

$$2)\ C(s, \text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \quad \Delta H_2 = -393/5kJ$$

$$3)\ H_2O(g) \rightarrow H_2O(l) \quad \Delta H_3 = -44kJ$$

$$4)\ H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(g) \quad \Delta H_4 = -241/8\ kJ$$

۱) −۱۲۶ ۲) −۱۷۰/۸ ۳) +۱۲۶ ۴) +۱۷۰/۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- برای کدام پیوند زیر در مولکول داده‌شده، از مفهوم میانگین آنتالپی پیوند استفاده نمی‌شود؟

۱) پیوند $O-H$ در متانول
۲) پیوند $C-H$ در متان
۳) پیوند $F-F$ در مولکول فلوئور
۴) پیوند $C=C$ در اتن

۸۶- در واکنش سوختن کامل گاز پروپان در یک محفظهٔ ۵ لیتری، اگر سرعت متوسط مصرف پروپان برابر ۰/۱۲ مول بر لیتر بر دقیقه باشد، پس از گذشت چند ثانیه، ۱۳/۲ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید خواهد شد؟
$(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۸۷- اگر آنتالپی سوختن متانول و اتانول به ترتیب برابر ۷۲۶- و ۱۳۶۸- کیلوژول بر مول باشد، اختلاف گرمای آزادشده از سوختن مقداری اتانول و مقدار دیگری ۱ـ پروپانول که هر کدام یک مول کربن دی‌اکسید آزاد کنند، چند کیلوژول است؟

۱) ۱۴ ۲) ۶۴۲ ۳) ۳۲۱ ۴) ۲۱

۸۸- از پلیمر (I) برای ساخت کیسهٔ خون و از پلیمر (II) برای ساخت پتوی مسافرتی استفاده می‌شود. کدام مورد در ارتباط با این پلیمرها نادرست است؟

۱) در ساختار پلیمر (II) برخلاف پلیمر (I)، پیوند سه‌گانه وجود دارد.
۲) شمار عنصرهای سازندهٔ پلیمرهای (I) و (II)، برابر است.
۳) در صورت یکسان‌بودن تعداد واحدهای تکرارشونده در ساختار مولکول‌های دو پلیمر، شمار گروه‌های CH_2 در آن‌ها برابر خواهد بود.
۴) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار مونومرهای سازندهٔ دو پلیمر، یک واحد بیشتر از شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در ساختار مونومر سازندهٔ پلیمر (I) است.

۸۹- در ساختار یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، یک زنجیر آلکیل خطی و سیرشده با ۱۱ اتم کربن وجود دارد. چنان‌چه در این ترکیب، سه اتم از هیدروژن‌های حلقه بنزن، هر یک با یک گروه متیل جایگزین گردند، جرم مولی پاک‌کنندهٔ حاصل، به تقریب چند درصد نسبت به حالت اولیه افزایش خواهد یافت؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ۹/۸ ۲) ۱۲/۶ ۳) ۱۵/۲ ۴) ۱۶/۸

۹۰- با در نظر گرفتن تمامی ترکیبات آلی غیرحلقوی با فرمول مولکولی C_4H_6O، کدام عبارت در مورد این ترکیبات نادرست است؟

۱) ایزومری از آن‌ها وجود دارد که در اثر اکسایش، می‌تواند به یک کربوکسیلیک اسید با همان تعداد اتم کربن تبدیل شود.
۲) تمامی ایزومرهای آن دارای حداقل یک پیوند دوگانه هستند.
۳) ایزومری از آن‌ها یافت می‌شود که هم دارای گروه عاملی هیدروکسیل است و هم با محلول برم در یک حلال آلی واکنش نمی‌دهد.
۴) حداقل یکی از ایزومرهای آن، یک کتون است که در آن، اتم اکسیژن گروه کربونیل، دو جفت‌الکترون پیوندی دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱- دو محلول اسیدی در دمای اتاق موجود است:

محلول A: محلول ۰/۰۱ مولار از اسید قوی HX

محلول B: محلول ۰/۱ مولار از اسید ضعیف HY با ثابت یونش اسیدی $K_a = ۱/۰ \times ۱۰^{-۵}$

کدام عبارت در مورد این دو محلول نادرست است؟

۱) pH محلول A از pH محلول B کم‌تر است.

۲) اگر حجم‌های مساوی از دو محلول A و B را در نظر بگیریم، تعداد یون‌های H^+ در نمونهٔ محلول A، ده برابر تعداد یون‌های H^+ در نمونهٔ محلول B است.

۳) برای خنثی‌سازی کامل ۵۰ میلی‌لیتر از محلول A، دقیقاً به همان مقدار مول باز قوی NaOH نیاز است که برای خنثی‌سازی کامل ۵ میلی‌لیتر از محلول B لازم است.

۴) در محلول B، غلظت یون Y^- بیشتر از غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ HY است.

۹۲- اگر pH محلولی از فرمیک اسید در دمای معین برابر ۲ باشد و درجهٔ یونش این اسید در محلول مذکور ۵ درصد باشد، ۳/۲ گرم از فرمیک اسید در چند میلی‌لیتر از این محلول حل شده است؟ $(H = ۱ , C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰

۹۳- با در نظر گرفتن ویژگی‌های اسیدها و بازها در محلول آبی، در دمای معین، کدام عبارت درست است؟

۱) در محلول ۰/۱ مولار آمونیاک $(NH_۳)$، غلظت یون آمونیوم $(NH_۴^+)$ بیشتر از غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ آمونیاک است.

۲) ثابت یونش فرمیک اسید $(HCOOH)$ در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس، با رقیق کردن محلول آن با آب مقطر، افزایش می‌یابد.

۳) افزودن سدیم استات جامد $(CH_۳COONa)$ به محلول استیک اسید $(CH_۳COOH)$، باعث کاهش pH محلول و افزایش درجهٔ یونش استیک اسید می‌شود.

۴) اگرچه هیدروفلوئوریک اسید (HF) یک اسید ضعیف است، اما در غلظت‌های بسیار پایین، درجهٔ یونش آن به طور قابل توجهی افزایش یافته و به سمت یونش کامل میل می‌کند.

۹۴- دربارهٔ یک سلول گالوانی استاندارد که از قراردادن یک تیغهٔ روی (Zn) در محلول ۱ مولار روی سولفات و یک تیغهٔ مس (Cu) در محلول ۱ مولار مس (II) نیترات در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس تشکیل شده است، کدام موارد زیر درست است؟ $(Cu = ۶۳/۵ , Zn = ۶۵/۴ : g.mol^{-۱})$

$(E^\circ(Zn^{۲+} / Zn) = -۰/۷۶ V , E^\circ(Cu^{۲+} / Cu) = +۰/۳۴ V)$

الف) نیروی الکتروموتوری استاندارد این سلول برابر ۱/۱ ولت است و در مدار خارجی، الکترون‌ها از الکترود مس به سمت الکترود روی حرکت می‌کنند.

ب) به ازای مصرف هر ۳۲/۷ گرم فلز روی در آند، ۳۱/۷۵ گرم فلز مس بر روی کاتد رسوب می‌کند.

پ) اگر در ابتدا حجم محلول مس (II) نیترات در نیم‌سلول کاتدی ۲۰۰ میلی‌لیتر باشد، پس از عبور ۰/۲ مول الکترون از مدار خارجی، غلظت یون‌های $Cu^{۲+}$ در این نیم‌سلول به ۰/۵ مولار کاهش می‌یابد.

ت) در این سلول، یون‌های مس (II) از نیم‌سلول کاتدی به سمت نیم‌سلول آندی مهاجرت می‌کنند.

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ پ ۳) پ ـ ت ۴) الف ـ ت

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر ۰/۲۵ مول از گونهٔ اکسنده در واکنش مصرف شود، چند مول الکترون مبادله می‌گردد؟

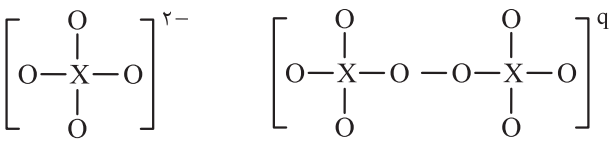
$$MnO_2(s) + NO(g) + H^+(aq) \rightarrow Mn^{2+}(aq) + NO_3^-(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۱۶، ۰/۵ ۲) ۱۶، ۱ ۳) ۹، ۰/۵ ۴) ۹، ۱

۹۶- از آلیاژ مس و نقره به جرم ۳۰۰ گرم به عنوان آند و از محلول مس (II) سولفات به عنوان الکترولیت برای آبکاری یک قطعهٔ آهن استفاده می‌کنیم. شمار مول‌های مس در آلیاژ، ۳ برابر شمار مول‌های نقره است. اگر در پایان این فرایند، جرم قطعهٔ آهنی، ۵۰ درصد و درصد جرمی نقره در آلیاژ، ۲۴ واحد تغییر کند، جرم اولیهٔ تیغهٔ آهنی چند گرم بوده و تعداد مول الکترون‌های مبادله‌شده در این سلول کدام است؟ (در آند سلول، فقط مس مصرف می‌شود؛ $Cu = 64 , Ag = 108 : g.mol^{-1}$)

۱) ۱۸۰ ـ ۱/۸۷۵ ۲) ۱۸۰ ـ ۳/۷۵ ۳) ۲۴۰ ـ ۳/۷۵ ۴) ۲۴۰ ـ ۱/۸۷۵

۹۷- نافلز X با اکسیژن دو نوع آنیون با ساختارهای زیر تشکیل می‌دهد. با توجه به این‌که در ساختارهای داده‌شده همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشتایی پیروی می‌کنند، q کدام است؟



۱) ۱- ۲) ۲- ۳) ۳- ۴) ۴-

۹۸- تعادل گازی زیر که مربوط به تشکیل دی‌نیتروژن تتراکسید از نیتروژن دی‌اکسید است، در یک ظرف سربستهٔ ۲۰ لیتری در دمای معین برقرار است:

$$2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g) + Q$$

کدام موارد زیر در مورد این سامانهٔ تعادلی درست است؟

الف) اگر دمای سامانه افزایش یابد، رنگ مخلوط گازی روشن‌تر شده و مقدار عددی ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

ب) اگر با ثابت نگه‌داشتن دما، حجم ظرف به ۱۰ لیتر کاهش یابد، تعادل به سمت تولید گاز N_2O_4 جابه‌جا شده و غلظت هر دو گاز NO_2 و N_2O_4 نسبت به حالت اولیهٔ قبل از تغییر حجم، افزایش می‌یابد.

پ) با افزودن مقداری گاز نئون به ظرف در حجم و دمای ثابت، تعادل به سمت واکنش با تعداد مول گازی کم‌تر جابه‌جا می‌شود.

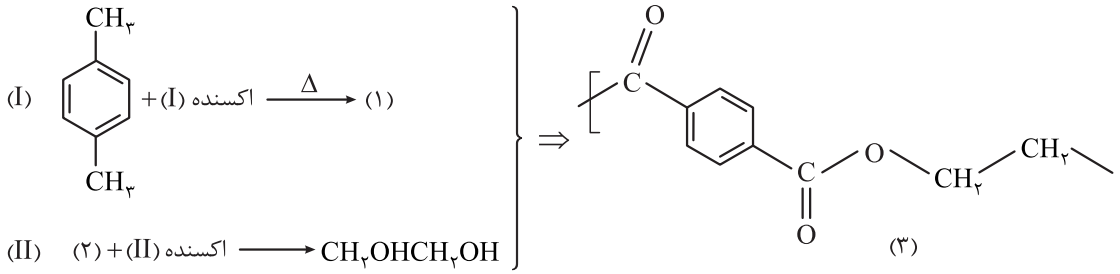
ت) اگر در حالت تعادل، ۰/۱ مول گاز N_2O_4 از ظرف خارج شود، میزان تغییر مول گاز NO_2 کم‌تر از ۰/۲ مول خواهد بود.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ ت ۴) پ ـ ت

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹- مراحل زیر نمایش تشکیل یک پلیمر در زندگی روزانهٔ ما را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟



۱) پلیمر (۳) همانند پلیمرهای سنتزی، ماندگاری زیادی دارد و در طبیعت به کندی تجزیه می‌شود و پسماند آن‌ها تهدیدی جدی برای زندگی روی کرهٔ زمین به شمار می‌آید.

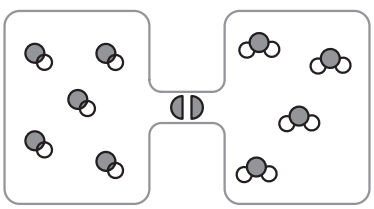
۲) فرمول ترکیبات (۱) و (۲) به ترتیب به صورت $C_۸H_۶O_۴$ و $C_۲H_۴$ است و هر دو ترکیب را می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۳) بر اثر اکسایش واکنش‌دهندهٔ آلی واکنش I در حضور اکسندهٔ قوی، عدد اکسایش ۲۵ درصد از اتم‌های کربن تغییر می‌کند.

۴) واکنش II نسبت به واکنش I دشوارتر انجام می‌شود و برای انجام هر دو واکنش از محلول یک اکسندهٔ یکسان با غلظت‌های متفاوت می‌توان استفاده کرد.

۱۰۰- گازهای CO و $H_۲O$ در دو ظرف یک‌لیتری جداگانه مطابق شکل زیر نگه‌داری می‌شوند. پس از بازشدن شیر ارتباطی، گازها با یکدیگر مخلوط شده و واکنش تعادلی گازی زیر در دمای معینی برقرار می‌گردد:

$$CO(g) + H_۲O(g) \rightleftharpoons CO_۲(g) + H_۲(g) \quad , \quad K = ۱$$



پس از رسیدن به تعادل، مجموع تعداد مول‌های کل گازهای موجود در سیستم و غلظت مولی گاز کربن دی‌اکسید، به ترتیب کدام است؟ (هر ذرهٔ نمایش‌داده‌شده در شکل، معادل ۰/۱ مول از آن گاز می‌باشد.)

۱) ۰/۹ ،۰/۱۱۱
۲) ۰/۹ ،۰/۲۲۲
۳) ۰/۵ ،۰/۱۱۱
۴) ۰/۹ ،۰/۰۵۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱- با توجه به واکنش تجزیهٔ آمونیوم دی‌کرومات (پس از موازنه)، کدام مورد نادرست است؟

$(H = ۱ , N = ۱۴ , O = ۱۶ , Cr = ۵۲ : g.mol^{-۱})$

$(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷(s) \rightarrow Cr_۲O_۳(s) + N_۲(g) + H_۲O(g)$

۱) اگر مجموع جرم فراورده‌های گازی تولیدشده برابر ۲۵ گرم باشد، جرم فراوردهٔ جامد تولیدشده برابر ۳۸ گرم خواهد بود.

۲) با فرض کامل‌بودن واکنش، اگر در شرایط STP، ۲۸ لیتر گاز نیتروژن تولید شود، ۳۱۵ گرم واکنش‌دهنده مصرف شده است.

۳) در لحظه‌ای که جرم گاز $N_۲$ تولیدشده با جرم واکنش‌دهندهٔ باقی‌مانده برابر است، ۴۸/۶ گرم آب تولید می‌شود. (جرم اولیهٔ واکنش‌دهنده ۱۸۹ گرم می‌باشد.)

۴) به ازای تولید ۱۴۰ گرم گاز $N_۲$، میزان کاهش جرم واکنش‌دهنده، کم‌تر از جرم فراوردهٔ جامد تولیدشده است.

۱۰۲- در شرایطی که چگالی گاز کربن مونوکسید برابر ۱/۴ گرم بر لیتر است، از تجزیهٔ ۴۰/۴ گرم پتاسیم نیترات مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر، چند لیتر گاز تولید می‌شود؟ $(C = ۱۲ , N = ۱۴ , O = ۱۶ , K = ۳۹ : g.mol^{-۱})$

$KNO_۳(s) \rightarrow K_۲O(s) + N_۲(g) + O_۲(g)$

۱) ۳/۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰/۵ ۴) ۱۴

۱۰۳- مخلوطی گازی شامل کریپتون (Kr)، متان ($CH_۴$) و نئون (Ne) در یک ظرف، در ابتدا در دمای اتاق قرار دارد. این مخلوط به تدریج سرد می‌شود. با توجه به اطلاعات زیر، کدام مورد نادرست است؟

- **کریپتون: $-۱۵۳/۴\ ^\circ C$ = نقطهٔ جوش، $-۱۵۷/۴\ ^\circ C$ = نقطهٔ ذوب**
- **متان: $-۱۶۱/۵\ ^\circ C$ = نقطهٔ جوش، $-۱۸۲/۵\ ^\circ C$ = نقطهٔ ذوب**
- **نئون: $-۲۴۶/۰۸\ ^\circ C$ = نقطهٔ جوش، $-۲۴۸/۵۹\ ^\circ C$ = نقطهٔ ذوب**

۱) در دمای $-۱۷۰\ ^\circ C$، هر سه ماده حالت فیزیکی متفاوتی از یکدیگر دارند.

۲) در دمای $-۱۹۰\ ^\circ C$، متان به صورت جامد و کریپتون به صورت مایع است.

۳) در دمای $-۲۵۰\ ^\circ C$، سه ماده به صورت جامد هستند.

۴) اگر این مخلوط را در دمای اتاق سرد کنیم، اولین ماده‌ای که به مایع تبدیل می‌شود، همانند اولین ماده‌ای که به جامد تبدیل می‌شود، کریپتون است.

۱۰۴- درصد جرمی محلولی از سدیم هیدروکسید برابر ۴۰ درصد است. اگر ۲۵ درصد از آب موجود در این محلول تبخیر شود، درصد جرمی سدیم هیدروکسید به تقریب به چه عددی می‌رسد؟

۱) ۴۷ ۲) ۵۳ ۳) ۵۷ ۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵- کدام مورد در رابطه با مخلوط‌ها و محلول‌ها، همواره درست است؟

۱) در هر محلول مایع که از انحلال یک جامد در یک مایع تشکیل شده، حجم محلول نهایی همواره برابر با مجموع حجم اولیهٔ جامد و مایع است.

۲) افزایش دما همواره باعث افزایش انحلال‌پذیری یک مادهٔ جامد در یک حلال مایع می‌شود.

۳) هر محلول واقعی، مانند هوا به عنوان محلول گاز در گاز، یا آلیاژ فولاد به عنوان محلول جامد در جامد، همواره یک مخلوط همگن در حالت نهایی خود می‌باشد.

۴) در یک سوسپانسیون، مانند شربت معده، ذرات جامد به طور دائمی و یکنواخت، در مایع پراکنده باقی می‌مانند.

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

آزمون جامع ـ مطابق با کنکور سراسری

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | مرحله بیست‌ویکم

سال تحصیلی ۰۴ـ۱۴۰۳ | تاریخ برگزاری: ۲۰/تیر/۱۴۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری ـ حسین هاشمی طاهری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ حمید گلزاری ـ سروش موئینی
فیزیک	علیرضا آذری ـ امین امینی ـ یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ مجید ساکی ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی علیرضا عبداللهی ـ حسین عبدوی‌نژاد ـ احسان محمدی ـ محمدرضا یاری ـ محمدمهدی یوسفی
شیمی	یاسر راش ـ عباس سرمایه ـ سروش عبادی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده محمدسجاد نقیه	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر علیرضا کاظمی‌بقا
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی مریم نظری	فرزانه خاکپاش منصور زرکش اصفهانی علیرضا کاظمی‌بقا
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	امین امینی	امین امینی	مسعود خندانی مدیا عیدی مریم گلی حسن‌لو امیر محمودی انزابی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	یاسر راش	رامین آزادی یاسر عبداللهی	رامین آزادی امیرحسین رحیمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ اگر a، $2a+2$ و $3a-1$ به ترتیب جملات دوم، چهارم و پنجم یک دنبالهٔ حسابی باشند، جملهٔ دهم آن کدام است؟

۱) ۴۳ ۲) ۴۸ ۳) ۵۴ ۴) ۵۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box دنبالهٔ خطی با جملهٔ عمومی $a_n = a_1 + (n-1)d$، حسابی است که در آن a_1 جملهٔ اول و d قدرنسبت دنباله است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق جملهٔ عمومی که در درس‌باکس اشاره کردیم، جملات دوم، چهارم و پنجم را می‌نویسیم:

$$a_1 + d = a$$

$$a_1 + 3d = 2a + 2$$

$$a_1 + 4d = 3a - 1$$

اختلاف جملات چهارم و پنجم برابر قدرنسبت است:

$$(a_1 + 4d) - (a_1 + 3d) = d = 3a - 1 - (2a + 2) = a - 3$$

گام دوم: حالا جملهٔ اول و مقدار a را می‌یابیم:

$$a_1 + d = a_1 + a - 3 = a \Rightarrow a_1 = 3$$

$$\Rightarrow \text{جملهٔ چهارم} = a_1 + 3d = 3 + 3(a-3) = 3a - 6 = 2a + 2 \Rightarrow a = 8$$

گام سوم: در این دنباله، جملهٔ عمومی را می‌نویسیم:

$$a_1 = 3 \ , \ d = 8 - 3 = 5$$

$$\Rightarrow a_n = 3 + (n-1) \times 5 = 5n - 2$$

در این دنباله، جملهٔ دهم برابر است با:

$$a_{10} = 5 \times 10 - 2 = 48$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ اگر متمم مجموعهٔ $[A\cup(A\cap B)]\cap[B\cup(B\cap C)]$ برابر مجموعهٔ C باشد، کدام نتیجه‌گیری درست نیست؟

۱) $C'\subseteq A$
۲) $B'\subseteq C$
۳) $A'\subseteq B$
۴) $A\cap B=C'$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته قوانین جذب:

۱) $A\cup(A\cap B)=A$

۲) $A\cap(A\cup B)=A$

- $A\cap B=C \Rightarrow C\subseteq A\,,\,C\subseteq B$
- $A'\subseteq B \Rightarrow B'\subseteq A$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ابتدا به کمک قوانین جذب، مجموعه را ساده‌تر می‌کنیم:

$$[\underbrace{A\cup(A\cap B)}_{A}]\cap[\underbrace{B\cup(B\cap C)}_{B}]=A\cap B$$

گام دوم: حال متمم مجموعهٔ خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

گزینهٔ (۱):

$$C'=A\cap B \Rightarrow C'\subseteq A$$

گزینهٔ (۲):

$$C'=A\cap B \Rightarrow C'\subseteq B \Rightarrow B'\subseteq C$$

گزینهٔ (۴):

$$(A\cap B)'=C \Rightarrow C'=A\cap B$$

ولی از $A\cap B=C'$ نمی‌توان $A'\subseteq B$ را نتیجه گرفت.

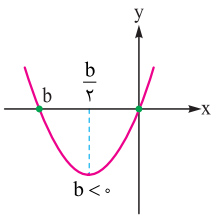
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

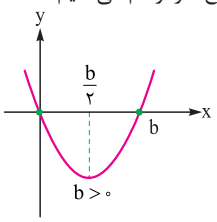
۳ بازهٔ $(۲,a)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع $f(x)=x|x-b|$ روی آن نزولی است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

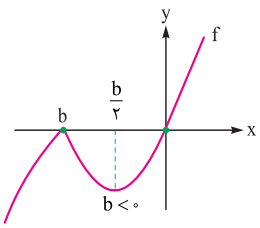
پاسخ: گزینهٔ ۲

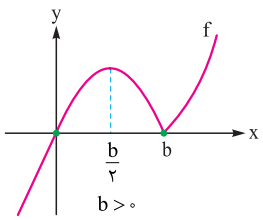
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک سهمی $y=x(x-b)$ نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:





و سپس با تأثیر قدرمطلق داریم:





گام دوم: بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع روی آن نزولی است، با این شرط که در xهای مثبت رخ داده باشد، بازهٔ $(\frac{b}{۲},b)$ است (در نمودار $b>۰$). این بازه باید با بازهٔ مفروض سؤال یکسان باشد:

$$(\frac{b}{۲},b)=(۲,a)=\begin{cases}\frac{b}{۲}=۲ \Rightarrow b=۴\\ a=b=۴\end{cases} \Rightarrow a+b=۸$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ اگر $r(x)$ باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^{۷}+۳x^{۶}+۲x^{۳}-x^{۲}+۱$ بر چندجمله‌ای $x^{۲}-۱$ باشد، مقدار $r(۳)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

- رابطهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر عبارت درجهٔ یک $x-a$ به صورت زیر است:

$$p(x)=(x-a)q(x)+r$$

که $q(x)$ خارج قسمت و r باقی‌ماندهٔ تقسیم است.

در این رابطه r برابر $p(a)$ است.

- رابطهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر عبارت درجه‌دوم $(x-x_۱)(x-x_۲)$ به صورت زیر است:

$$p(x)=(x-x_۱)(x-x_۲)q(x)+ax+b$$

که در آن باقی‌مانده حداکثر از درجهٔ یک، چندجمله‌ای $ax+b$ است. ضرایب a و b را از حل دستگاه زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ax_۱+b=p(x_۱) \\ ax_۲+b=p(x_۲) \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: رابطهٔ تقسیم را می‌نویسیم و از آن‌جا که مقسوم‌علیه یک چندجمله‌ای درجه‌دوم است، $r(x)$ را به صورت $ax+b$ در نظر می‌گیریم:

$$x^{۷}+۳x^{۶}+۲x^{۳}-x^{۲}+۱=(x-۱)(x+۱)q(x)+ax+b$$

طبق درس‌باکس، $x=-۱$ و $x=۱$ را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x=-۱:\ -۱+۳-۲-۱+۱=۰ \Rightarrow -a+b=۰$$

$$x=۱:\ ۱+۳+۲-۱+۱=۶ \Rightarrow a+b=۶$$

گام دوم: از حل دستگاه سادهٔ بالا، $b=۳$ و $a=۳$ به دست می‌آید:

$$\Rightarrow r(x)=۳x+۳$$

پس داریم:

$$r(۳)=۹+۳=۱۲$$

یه‌جور دیگه

چندجمله‌ای مقسوم را برحسب $x^{۲}$ بسط می‌دهیم:

$$x^{۷}+۳x^{۶}+۲x^{۳}-x^{۲}+۱=(x^{۲})^{۳}x+۳(x^{۲})^{۳}+۲(x^{۲})x-(x^{۲})+۱$$

و $x^{۲}$ را برابر ۱ قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow r(x)=۱^{۳}\times x+۳(۱)^{۳}+۲(۱)x-(۱)+۱=۳x+۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ معادلهٔ $x^۲ - ۲mx + m + ۶ = ۰$ دو جواب منفی دارد. m چند مقدار صحیح دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ پارامترهای S و P را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$S = -\frac{b}{a} \quad , \quad P = \frac{c}{a}$$

که اگر معادله دو جواب حقیقی داشته باشد، S مجموع جواب‌ها و P حاصل‌ضرب جواب‌هاست. حال وضعیت علامت جواب‌های معادله را می‌توانیم در جدول زیر خلاصه کنیم:

$\Delta < ۰$	معادله جواب حقیقی ندارد.		
$\Delta = ۰$	معادله فقط یک جواب (مضاعف) دارد که آن هم برابر $x_s = -\frac{b}{۲a}$ است.		
$\Delta > ۰$	$P > ۰$	$S > ۰$	معادله دو جواب مثبت دارد.
		$S < ۰$	معادله دو جواب منفی دارد.
	$P < ۰$		معادله دو جواب غیرهم‌علامت دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق جدول درس‌باکس، هر سه شرط $\Delta > ۰$، $P > ۰$ و $S < ۰$ باید برقرار باشند تا معادله، ۲ جواب منفی داشته باشد:

$$\Delta = (-۲m)^۲ - ۴(۱)(m+۶) = ۴(m^۲ - m - ۶) = ۴(m+۲)(m-۳)$$

$$\xrightarrow{\Delta > ۰} (m+۲)(m-۳) > ۰ \Rightarrow m < -۲ \quad \text{یا} \quad m > ۳ \quad (I)$$

گام دوم: شرط‌های $P > ۰$ و $S < ۰$ را نیز بررسی می‌کنیم:

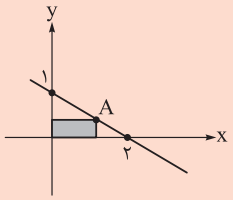
$$P = m + ۶ > ۰ \Rightarrow m > -۶ \quad (II)$$

$$S = ۲m < ۰ \Rightarrow m < ۰ \quad (III)$$

گام سوم: از اشتراک شرط‌های (I)، (II) و (III) حدود m بازهٔ $(-۲, -۶)$ به دست می‌آید که شامل ۳ عدد صحیح -۵، -۴ و -۳ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ در شکل زیر، طول مستطیل ۳ برابر عرض آن است. مجموع طول و عرض نقطهٔ A کدام است؟



۱) ۱/۶

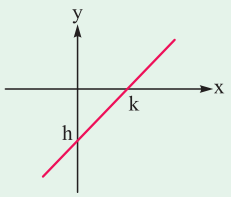
۲) ۱/۸

۳) ۱/۲

۴) ۱/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته اگر طول از مبدأ و عرض از مبدأ یک خط به ترتیب k و h باشند، معادلهٔ آن از تساوی $\frac{x}{k}+\frac{y}{h}=1$ به دست می آید:



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طبق نکته معادلهٔ خط را می‌نویسیم:

$$\frac{x}{۲}+\frac{y}{۱}=۱ \Rightarrow y=-\frac{x}{۲}+۱$$

گام دوم: طول و عرض مستطیل به ترتیب طول و عرض نقطهٔ A هستند. اگر مختصات نقطهٔ A را به صورت $A(\alpha,\beta)$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases}\beta=-\frac{\alpha}{۲}+۱\\ \alpha=۳\beta\end{cases}$$

گام سوم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\alpha=۳\beta} \beta=-\frac{۳\beta}{۲}+۱ \Rightarrow \frac{۵\beta}{۲}=۱ \Rightarrow \beta=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$
$$\xrightarrow{\alpha=۳\beta} \alpha=۱/۲$$

پس $\alpha+\beta=۱/۶$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ نقاط $A(۲,۴)$ و $C(-۶,۲)$ دو رأس غیرمجاور از مربع **ABCD** هستند. اگر رأس **D** در ناحیهٔ سوم دستگاه مختصات باشد، عرض آن کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۳

۳) -۵ ۴) -۷

طول و عرض منفی است.

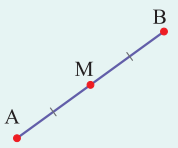
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

- فاصلهٔ دو نقطه با مختصات $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ در دستگاه مختصات از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

- نقطهٔ میانی: نقطهٔ وسط پاره‌خط AB که دو سر پاره‌خط نقاط $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ هستند، از روابط زیر به دست می‌آید:

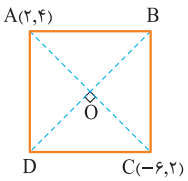


$$\left.\begin{array}{l} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{۲} \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{۲} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{اصطلاحاً}} M=\frac{A+B}{۲}$$

- حاصل‌ضرب شیب‌های دو خط عمود بر هم برابر -۱ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل مقابل را داریم:



نقطهٔ D روی عمودمنصف پاره‌خط AC قرار دارد، پس ابتدا معادلهٔ این عمودمنصف را پیدا می‌کنیم:

محل تقاطع قطرها: $O=\dfrac{A+C}{۲} \Rightarrow O(-۲,۳)$

شیب قطر AC: $m_{AC}=\dfrac{۲-۴}{-۶-۲}=\dfrac{-۲}{-۸}=\dfrac{۱}{۴} \Rightarrow m_{BD}=\dfrac{-۱}{\frac{۱}{۴}}=-۴$

قطر BD خطی است که از نقطهٔ $O(-۲,۳)$ با شیب -۴ می‌گذرد:

$$\xrightarrow{y-y_۰=m(x-x_۰)} y-۳=-۴(x+۲) \Rightarrow \text{معادلهٔ قطر BD: } y=-۴x-۵$$

گام دوم: اگر طول نقطهٔ D را α بگیریم، عرض آن $-۴\alpha-۵$ خواهد شد. حال چون چهارضلعی ABCD مربع است، طول قطر AC باید $\sqrt{۲}$ برابر طول اضلاع باشد، پس ابتدا طول قطر را حساب می‌کنیم:

$$AC=\sqrt{(۲-(-۶))^۲+(۴-۲)^۲}=\sqrt{۶۴+۴}=\sqrt{۶۸}$$

$$\Rightarrow AD=\frac{AC}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۶۸}}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۳۴}$$

گام سوم: طول ضلع AD را برابر $\sqrt{۳۴}$ قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} A(۲,۴) \\ D(\alpha,-۴\alpha-۵) \end{cases} \Rightarrow AD=\sqrt{(\alpha-۲)^۲+(-۴\alpha-۵-۴)^۲}$$

$$\Rightarrow AD=\sqrt{\alpha^۲-۴\alpha+۴+۱۶\alpha^۲+۷۲\alpha+۸۱}=\sqrt{۱۷\alpha^۲+۶۸\alpha+۸۵}$$

$$\xrightarrow{AD=\sqrt{۳۴}} ۱۷\alpha^۲+۶۸\alpha+۸۵=۳۴ \Rightarrow ۱۷\alpha^۲+۶۸\alpha+۵۱=۰$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \alpha=-۱,\alpha=-\frac{۵۱}{۱۷}=-۳$$

گام چهارم: به ازای هر دو مقدار α، عرض نقطهٔ D را پیدا می‌کنیم:

$$x_D=\alpha=-۱ \xrightarrow{y=-۴\alpha-۵} y_D=-۱$$

$$x_D=\alpha=-۳ \xrightarrow{y=-۴\alpha-۵} y_D=۷$$

که نقطهٔ $(-۱,-۱)$ در ناحیهٔ سوم قرار دارد، بنابراین عرض نقطهٔ D برابر -۱ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ برد تابع $f(x)=\begin{cases} x^2-2x & ; \ x\le 3 \\ x-5 & ; \ x>3 \end{cases}$ کدام است؟

۱) $[-3,-1]$

۲) $(-2,-1]$

۳) $[-1,+\infty)$

۴) $(-2,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۴

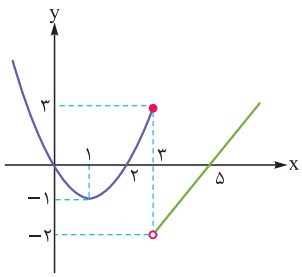
Hint نمودار رسم کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا ضابطهٔ بخش $x\le 3$ را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$x^2-2x=(x-1)^2-1$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} (x-1)^2-1 & ; \ x\le 3 \\ x-5 & ; \ x>3 \end{cases}$$

گام دوم: حالا برای پیداکردن برد تابع، بهتر است نمودار آن را رسم کنیم:



که مشخص است، برد آن بازهٔ $(-2,+\infty)$ است.

یه‌جور دیگه برد هر ضابطه را به صورت جبری به دست می‌آوریم:

$$x\le 3 \Rightarrow x-1\le 2 \Rightarrow (x-1)^2\ge 0 \Rightarrow (x-1)^2-1\ge -1 \Rightarrow R_1=[-1,+\infty)$$

$$x>3 \Rightarrow x-5>-2 \Rightarrow R_2=(-2,+\infty)$$

برد تابع f، اجتماع R_1 و R_2 است:

$$R_f=R_1\cup R_2=(-2,+\infty)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x+۳}{x-۱}$ نمودار وارون خود را در نقاطی به طول α و β قطع می‌کند. حاصل $f(\alpha+\beta)$ کدام است؟

هموگرافیک

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) $\frac{۹}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته اگر تابع f اکیداً صعودی یا هموگرافیکی باشد که در نقاط محدود نمودار وارون خود را قطع می‌کند، جواب‌های معادلهٔ $f(x)=f^{-۱}(x)$ همان جواب‌های معادلهٔ $f(x)=x$ هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: براساس نکته، کافی است معادلهٔ $f(x)=x$ را حل کنیم:

$$\frac{۲x+۳}{x-۱}=x \Rightarrow x^۲-x=۲x+۳ \Rightarrow x^۲-۳x-۳=۰$$

گام دوم: معادلهٔ بالا دو جواب حقیقی دارد؛ زیرا Δ ی آن مثبت است. جواب‌های این معادله α و β هستند و طبق درس‌باکس سؤال ۴ داریم:

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=۳$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$f(\alpha+\beta)=f(۳)=\frac{۹}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\log_۲(x-۲)=۲+\log_۲(۴-|x|)$ باشد، حاصل $\log_۲(۵\alpha+۴)$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

ویژگی‌های لگاریتم:

ردیف	ویژگی	مثال
۱	$\log_x a+\log_x b=\log_x ab$ $\log_x a-\log_x b=\log_x \frac{a}{b}$	$\log ۲+\log ۵=\log ۱۰=۱$ $\log_۲ ۲۴-\log_۲ ۳=\log_۲ ۸=۳$
۲	$\log_{x^n} a^m=\frac{m}{n}\log_x a$	$\log_{۲۷} ۸۱=\log_{۳^۳} ۳^۴=\frac{۴}{۳}\log_۳ ۳=\frac{۴}{۳}$
۳	$\log_x a=\frac{\log_c a}{\log_c x}$	$\log_۲ ۳=\frac{\log ۳}{\log ۲}=\frac{\log_۵ ۳}{\log_۵ ۲}$
۴	$\log_b a\times\log_c b\times\log_d c=\log_d a$ نتیجه: $\log_b a=\frac{۱}{\log_a b}$	$\log_۸ ۲۷\times\log_۵ ۸\times\log_۳ ۵=\log_۳ ۲۷=۳$
۵	$b^{\log_x a}=a^{\log_x b}$	$۱۶^{\log_۲ \sqrt{۳}}=(\sqrt{۳})^{\log_۲ ۱۶}=۹$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا محدودهٔ متغیر x را پیدا می‌کنیم:

$$\log_۲(x-۲):\ x-۲>۰ \Rightarrow x>۲ \quad (۱)$$

$$\log_۲(۴-|x|):\ ۴-|x|>۰ \Rightarrow |x|<۴ \Rightarrow -۴<x<۴ \quad (۲)$$

از اشتراک (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم، $۲<x<۴$ است.

گام دوم: در این بازه، x مثبت است و داریم: $|x|=x$، پس معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\log_۲(۴-x)=۲+\log_۲(x-۲) \Rightarrow \log_۲(۴-x)-\log_۲(x-۲)=۲$$

$$\xrightarrow{\text{طبق ویژگی‌ها}} \log_۲\frac{۴-x}{x-۲}=۲ \Rightarrow \frac{۴-x}{x-۲}=۲^۲=۴$$

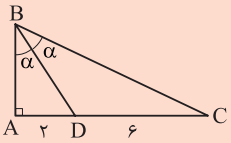
$$\Rightarrow ۴-x=۴x-۸ \Rightarrow ۵x=۱۲ \Rightarrow x=\frac{۱۲}{۵}$$

گام سوم: پس $\alpha=\frac{۱۲}{۵}$ جواب معادله است و خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$\log_۲(۵\alpha+۴)=\log_۲(۱۲+۴)=\log_۲ ۲^۴=۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ در شکل مقابل، مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اتحاد مثلثاتی تانژانت مجموع و تفاضل کمان:

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{۱\mp\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\Rightarrow \tan ۲\theta=\frac{۲\tan\theta}{۱-\tan^{۲}\theta}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اول فرض می‌کنیم $\tan\alpha$ برابر x باشد، آن‌گاه در مثلث ABD داریم:

$$\tan\alpha=x=\frac{AD}{AB}=\xrightarrow{AD=۲} AB=\frac{۲}{x}$$

در مثلث ABC نیز داریم:

$$\tan ۲\alpha=\frac{AC}{AB}=\frac{۸}{\frac{۲}{x}}=۴x$$

گام دوم: حالا طبق اتحاد تانژانت دو برابر کمان داریم:

$$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha}\xrightarrow[\tan ۲\alpha=۴x]{\tan\alpha=x} ۴x=\frac{۲x}{۱-x^{۲}}$$

بدیهی است که $x=\tan\alpha$ مخالف صفر است، پس با تقسیم طرفین تساوی بر $۲x$ داریم:

$$۲=\frac{۱}{۱-x^{۲}}\Rightarrow ۱-x^{۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x^{۲}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{x>۰} x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ اگر α و β دو زاویهٔ حاده و $\tan(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل عبارت $P=\frac{۴-۵\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اتحادهای مثلثاتی مجموع و تفاضل کمان

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر α و β حاده باشند، $\alpha-\beta$ نیز حاده است (البته با توجه به این فرض که $\alpha>\beta$)؛ زیرا $\tan(\alpha-\beta)$ مثبت است.

پس داریم:

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\begin{cases}\sin(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۵}\\ \cos(\alpha-\beta)=\frac{۴}{۵}\end{cases}$$

گام دوم: با توجه به حضور عبارت $\cos(\alpha+\beta)$ و پیش‌بینی ساده‌شدن عبارات، به جای عدد ۴ در صورت عبارت P، عبارت $۵\cos(\alpha-\beta)$ را قرار می‌دهیم:

$$P=\frac{۵\cos(\alpha-\beta)-۵\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

و حالا طبق روابط درس‌باکس داریم:

$$P=\frac{۵((\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)-(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta))}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$\Rightarrow P=\frac{۱۰\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}=۱۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ مجموع جواب‌های معادلهٔ $۳\tan(x+\frac{\pi}{۴})\cot(\frac{\pi}{۴}-x)=۱$ در بازهٔ $(۰,\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۴) ۲π

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint $\frac{\pi}{۴}-x$ و $\frac{\pi}{۴}+x$ متمم هستن.

درس Box جواب معادلهٔ $\tan\square=\tan\theta$ به صورت زیر است:
$\square=k\pi+\theta$.

نکته اگر دو زاویهٔ α و β متمم باشند، داریم:
$$\begin{cases}\sin\alpha=\cos\beta\\ \cos\alpha=\sin\beta\end{cases}\quad,\quad\begin{cases}\tan\alpha=\cot\beta\\ \cot\alpha=\tan\beta\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** کمان‌های $\frac{\pi}{۴}-x$ و $\frac{\pi}{۴}+x$ متمم هستند، زیرا مجموعشان برابر $\frac{\pi}{۲}$ می‌شود.

پس طبق نکته سؤال، می‌توانیم به جای $\cot(\frac{\pi}{۴}-x)$، عبارت $\tan(\frac{\pi}{۴}+x)$ را جای‌گذاری کنیم:

$$\Rightarrow ۳\tan^۲(\frac{\pi}{۴}+x)=۱$$

گام دوم: از تساوی بالا نتیجه می‌گیریم که $\tan^۲(\frac{\pi}{۴}+x)=\frac{۱}{۳}$ است و داریم:

$$\begin{cases}\tan(\frac{\pi}{۴}+x)=-\frac{۱}{\sqrt{۳}}\\ \text{یا}\\ \tan(\frac{\pi}{۴}+x)=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\end{cases}$$

از آن‌جا که $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ برابر $\tan\frac{\pi}{۶}$ است، طبق درس‌باکس داریم:

$$\begin{cases}\frac{\pi}{۴}+x=k\pi-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=k\pi-\frac{۵\pi}{۱۲}\\ \text{یا}\\ \frac{\pi}{۴}+x=k\pi+\frac{\pi}{۶}\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲}\end{cases}\quad;k\in\mathbb{Z}$$

گام سوم: به ازای $k=۱$ در دستهٔ جواب‌های بالا، جواب‌های بازهٔ $(۰,\pi)$ به دست می‌آیند. این جواب‌ها عبارت‌اند از: $\frac{۷\pi}{۱۲}$ و $\frac{۱۱\pi}{۱۲}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{۳\pi}{۲}=\frac{۱۸\pi}{۱۲}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{ax+\sqrt{bx+۱}}{x-۱}=-\frac{۵}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رفع ابهام در حد صفرصفرم:

برای محاسبهٔ $\lim\limits_{x\to x_۰}\frac{f(x)}{g(x)}$، اگر حدهای صورت و مخرج در $x=x_۰$ هر دو برابر صفر باشند با یک حد مبهم آن هم از نوع صفرصفرم $(\frac{۰}{۰})$ روبه‌رو هستیم. برای محاسبهٔ حاصل آن باید رفع ابهام کنیم در سه حالت زیر:

۱) تجزیهٔ چندجمله‌ای:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۲x^۲-۵x+۲}{x^۳-۸}=\frac{۰}{۰}\Rightarrow \lim_{x\to ۲}\frac{۲x^۲-۵x+۲}{x^۳-۸}=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(۲x-۱)}{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)}=\lim_{x\to ۲}\frac{۲x-۱}{x^۲+۲x+۴}=\frac{۱}{۴}$$

جمله‌مشترک — چاق و لاغر

۲) اتحاد مزدوج:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۳-\sqrt{x+۷}}{x-۲}=\frac{۰}{۰}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۲}\frac{۳-\sqrt{x+۷}}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\left(\frac{۳-\sqrt{x+۷}}{x-۲}\times\frac{۳+\sqrt{x+۷}}{۳+\sqrt{x+۷}}\right)=\lim_{x\to ۲}\frac{۹-(x+۷)}{(x-۲)(۳+\sqrt{x+۷})}=\lim_{x\to ۲}\frac{-(x-۲)}{(x-۲)(۳+\sqrt{x+۷})}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{-۱}{۳+\sqrt{x+۷}}=-\frac{۱}{۶}$$

۳) اتحاد چاق و لاغر:

چاق

$$\lim_{x\to ۲}\left(\frac{\sqrt[۳]{x-۱}-۱}{x^۲-۴}\times\frac{\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+\sqrt[۳]{x-۱}+۱}{\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+\sqrt[۳]{x-۱}+۱}\right)=\lim_{x\to ۲}\frac{x-۲}{(x^۲-۴)(\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+\sqrt[۳]{x-۱}+۱)}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{x-۲}{(x-۲)(x+۲)(\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+\sqrt[۳]{x-۱}+۱)}=\frac{۱}{۱۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: حد مخرج در $x=۱$ صفر است، اما حاصل حد در $x=۱$ عددی حقیقی و مخالف صفر شده است؛ این یعنی حد صورت هم صفر بوده است:

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۱}(ax+\sqrt{bx+۱})=۰$$

$$\Rightarrow a+\sqrt{b+۱}=۰\Rightarrow \sqrt{b+۱}=-a\xrightarrow{a<۰} b=a^۲-۱\quad (*)$$

گام دوم: طبق درس‌باکس حاصل حد را به دست می‌آوریم و برابر $-\frac{۵}{۴}$ قرار می‌دهیم:

$$L=\lim_{x\to ۱}\left(\frac{ax+\sqrt{bx+۱}}{x-۱}\times\frac{ax-\sqrt{bx+۱}}{ax-\sqrt{bx+۱}}\right)$$

$$=\lim_{x\to ۱}\frac{a^۲x^۲-bx-۱}{(x-۱)(ax-\sqrt{bx+۱})}$$

قطعاً $x-۱$ عامل عبارت صورت است:

$$\Rightarrow L=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(a^۲x+۱)}{(x-۱)(ax-\sqrt{bx+۱})}=\lim_{x\to ۱}\frac{a^۲x+۱}{ax-\sqrt{bx+۱}}$$

$$=\frac{a^۲+۱}{a-\sqrt{b+۱}}\xrightarrow{\sqrt{b+۱}=-a} L=\frac{a^۲+۱}{۲a}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: حاصل حد را برابر $-\frac{۵}{۴}$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{a^۲+۱}{۲a}=-\frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{a^۲+۱}{a}=-\frac{۵}{۲} \Rightarrow ۲a^۲+۲=-۵a$$

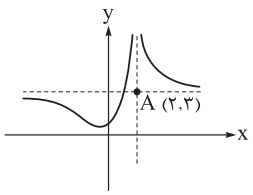
$$\Rightarrow ۲a^۲+۵a+۲=۰ \Rightarrow (۲a+۱)(a+۲)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{۱}{۲} \xrightarrow{(*)} b=\frac{۱}{۴}-۱=-\frac{۳}{۴} \\ a=-۲ \xrightarrow{(*)} b=۳ \end{cases}$$

پس نسبت $\frac{a}{b}$ می‌تواند $\frac{۲}{۳}$ یا $-\frac{۲}{۳}$ باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ با توجه به نمودار تابع $f(x)=\frac{a(x^۲+۱)}{۲x^۲+bx+c}$ در شکل مقابل، حاصل $a+b+c$ کدام است؟



۱) ۶
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

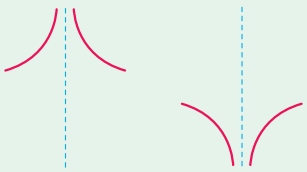
حد در بی‌نهایت: در تابع چندجمله‌ای $f(x)=a_nx^n+a_{n-۱}x^{n-۱}+\dots$، حد تابع در $\pm\infty$ با حد جملهٔ با بزرگ‌ترین درجه در $\pm\infty$ برابر است:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty} a_nx^n$$

این هم‌ارزی به هم‌ارزی پرتوان مشهور است.

نکته

در توابع گویا، اگر در همسایگی $x=x_۰$ نمودار تابع به یکی از صورت‌های زیر باشد، $x=x_۰$ ریشهٔ مرتبهٔ زوج عبارت مخرج است؛ در حالت درجه‌دوم، ریشه باید مضاعف باشد:



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به طول نقطهٔ A، حد تابع f در همسایگی $x=۲$ برابر $+\infty$ شده است، این یعنی $x=۲$ ریشهٔ مضاعف عبارت مخرج است:

$$۲x^۲+bx+c=۲(x-۲)^۲=۲x^۲-۸x+۸ \Rightarrow \begin{cases} b=-۸ \\ c=۸ \end{cases}$$

گام دوم: هم‌چنین با توجه به عرض نقطهٔ A، حد تابع وقتی $x\to\pm\infty$ برابر ۳ شده است، پس داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^۲}{۲x^۲}=\frac{a}{۲}=۳ \Rightarrow a=۶$$

در نهایت خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$a+b+c=۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ تابع $f(x)=\begin{cases} ax+3 & ; |x-1|<2 \\ x^3+bx^2-3 & ; |x-1|\geq 2 \end{cases}$ روی مجموعهٔ اعداد حقیقی، پیوسته است. حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته مجموعه جواب‌های نامعادلهٔ $|k|<k$ به صورت $-k<k<k$ است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا نامعادلهٔ $|x-1|<2$ را حل می‌کنیم:

$$-2<x-1<2 \Rightarrow -1<x<3$$

پس داریم:

$$f(x)=\begin{cases} ax+3 & ; -1<x<3 \\ x^3+bx^2-3 & ; x\leq -1 \text{ یا } x\geq 3 \end{cases}$$

گام دوم: هر کدام از ضابطه‌ها روی دامنه‌شان پیوسته‌اند، پس برای این‌که f روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، کافی است در $x=-1$ و $x=3$ پیوسته باشد. داریم:

$$x=-1: \begin{cases} f(-1)=\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-1+b-3=b-4 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}(ax+3)=-a+3 \end{cases} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} b-4=-a+3 \Rightarrow a+b=7 \quad (1)$$

$$x=3: \begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}(ax+3)=3a+3 \\ f(3)=\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=27+9b-3 \end{cases} \xrightarrow{\text{پیوستگی}} 3a+3=27+9b-3 \Rightarrow a-3b=7 \quad (2)$$

گام سوم: دستگاه معادلات را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a+b=7 \\ a-3b=7 \end{cases} \Rightarrow b=0 \Rightarrow a=7$$

$$\Rightarrow a-b=7$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ اگر $f(x)=\frac{x}{۱+x^۲}$ و $g(x)=\tan x$ باشد، حاصل $g'(\frac{\pi}{۸})(f'og)(\frac{\pi}{۸})$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مشتق توابع مثلثاتی:

$y=\sin x \Rightarrow y'=\cos x$

$y=\cos x \Rightarrow y'=-\sin x$

$y=\tan x \Rightarrow y'=(۱+\tan^۲ x)$

مشتق تابع مرکب:

$(fog)'(x)=g'(x)(f'og)(x)$

نکته

$\sin ۲x=\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x}$

$\cos ۲x=\frac{۱-\tan^۲ x}{۱+\tan^۲ x}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: خواستهٔ سؤال، مشتق تابع fog در $x=\frac{\pi}{۸}$ است، پس ابتدا ضابطهٔ تابع fog را به دست می‌آوریم:

$(fog)(x)=\frac{\tan x}{۱+\tan^۲ x}=\frac{۱}{۲}\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x}=\frac{۱}{۲}\sin ۲x$

گام دوم: حالا داریم:

$(fog)'(x)=\cos ۲x$

$\Rightarrow (fog)'(\frac{\pi}{۸})=\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ تابع $f(x)=ax^۲+bx+۲$ مفروض است. اگر تابع $g(x)=\begin{cases} f(x) & ; |x|<۱ \\ f'(x) & ; |x|\geq ۱ \end{cases}$ دارای دو نقطهٔ گوشه‌ای باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مشتق چپ و راست: مشتق راست و چپ تابع f در $x=a$ را با $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ نمایش می‌دهیم و به صورت زیر آن‌ها را تعریف می‌کنیم:

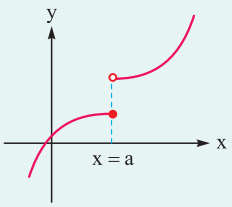
$$f'_+(a)=\lim_{h\to ۰^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \qquad f'_-(a)=\lim_{h\to ۰^-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

یا به طور معادل:

$$f'_+(a)=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \qquad f'_-(a)=\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

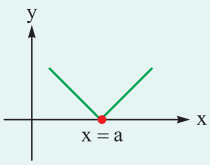
مشتق‌پذیری: اگر تابع f در $x=a$ هر یک از شرایط زیر را داشته باشد، در این صورت در این نقطه، مشتق‌پذیر نیست:

۱) f در a پیوسته نباشد:

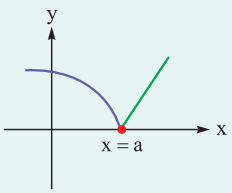


۲) f در a پیوسته باشد و مشتق چپ و راست در $x=a$:

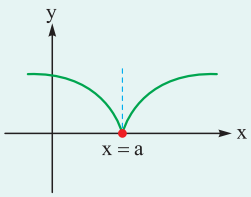
الف) هر دو موجود (متناهی) ولی نابرابر باشند (نقطهٔ گوشه‌ای):



ب) یکی متناهی و دیگری نامتناهی باشد (نقطهٔ گوشه‌ای):



پ) هر دو نامتناهی باشند(نقطهٔ بازگشتی):



قواعد مشتق‌گیری:

مشتق توابع خاص:

$f(x)$	$f'(x)$
c	۰
ax^n	$nax^{n-۱}$
$\sqrt[n]{ax+b}$	$\frac{a}{n\sqrt[n]{(ax+b)^{n-۱}}}$
$\frac{۱}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+۱}}$
$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ad-bc}{(cx+d)^۲}$
$u^n(x)$	$nu'(x)u^{n-۱}(x)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

قضایای مشتق در جبر توابع:

مشتق	تابع
$f' \pm g'$	$f \pm g$
$f'g + g'f$	$f \times g$
$\frac{f'g - g'f}{g^2}$	$\frac{f}{g}$
$g' \times f'og$	fog

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع g را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & ; \ -1 < x < 1 \\ 2ax + b & ; \ x \le -1 \ \text{یا} \ x \ge 1 \end{cases}$$

هر کدام از ضابطه‌های تابع g روی دامنه‌شان مشتق‌پذیرند، پس اگر تابع g بخواهد ۲ نقطهٔ گوشه‌ای داشته باشد، طول آن نقاط باید -1 و $+1$ باشد.

گام دوم: طبق تعریف نقطهٔ گوشه‌ای، تابع g باید در $x = \pm 1$ پیوسته اما مشتق‌ناپذیر باشد، پس ابتدا شرط پیوستگی را در هر دو نقطه بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \to -1^-} g(x) = g(-1) = \lim_{x \to -1} (2ax + b) = -2a + b$$

$$\lim_{x \to -1^+} g(x) = \lim_{x \to -1^+} (ax^2 + bx + 2) = a - b + 2$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی در } x=-1} a - b + 2 = -2a + b \Rightarrow 2b - 3a = 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \to 1^-} g(x) = \lim_{x \to 1^-} (ax^2 + bx + 2) = a + b + 2$$

$$\lim_{x \to 1^+} g(x) = \lim_{x \to 1^+} (2ax + b) = g(1) = 2a + b$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی در } x=1} a + b + 2 = 2a + b \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در (1)}} b = 4$$

تا این‌جا خواستهٔ سؤال را پیدا کرده‌ایم:

$$a - b = 2 - 4 = -2$$

گام سوم: حالا مشتق‌پذیری تابع g در $x = \pm 1$ را چک می‌کنیم:

$$g(x) = \begin{cases} 2(x+1)^2 & ; \ -1 < x < 1 \\ 4(x+1) & ; \ x \le -1 \ \text{یا} \ x \ge 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \begin{cases} 4(x+1) & ; \ -1 < x < 1 \\ 4 & ; \ x < -1 \ \text{یا} \ x > 1 \end{cases}$$

که می‌بینیم تابع در $x = \pm 1$ مشتق‌ناپذیر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ $x=۱$ طول یک نقطهٔ بحرانی تابع $f(x)=x^۴+ax^۳+bx^۲$ است. اگر این نقطه، اکسترمم نسبی نباشد، حاصل $۳a-b$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۶ ۳) -۸ ۴) -۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته در توابع مشتق‌پذیر، اگر نقطه بحرانی باشد، اما اکسترمم نسبی نباشد، قطعاً مشتق دوم تابع هم در این نقطه صفر است، به بیان ساده‌تر نمودار تابع به یکی از صورت‌های زیر است:



درس Box

تعریف: گوییم تابع f در نقطه‌ای به طول $c\in D_f$ ماکزیمم نسبی دارد، هرگاه یک همسایگی از c، مانند $I\subseteq D_f$ باشد که برای هر $x\in I$ داشته باشیم، $f(c)\geq f(x)$. در این حالت $f(c)$ را مقدار ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

آزمون مشتق اول: فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز، مانند $I\subseteq D_f$ پیوسته باشد و $c\in I$ یک نقطهٔ بحرانی تابع f باشد. هرگاه f بر این بازه (به‌جز احتمالاً در نقطهٔ c) مشتق‌پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به ازای همهٔ مقادیر x در بازه‌ای، مانند (a,c) داشته باشیم $f'(x)>۰$ و به ازای همهٔ مقادیر x در بازه‌ای، مانند (c,b) داشته باشیم $f'(x)<۰$، یعنی f' در $x=c$ از مثبت به منفی تغییر علامت دهد، آن‌گاه $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی تابع f است.

ب) اگر به ازای همهٔ مقادیر x در بازه‌ای، مانند (a,c) داشته باشیم $f'(x)<۰$ و به ازای همهٔ مقادیر x در بازه‌ای، مانند (c,b) داشته باشیم $f'(x)>۰$، یا به عبارت ساده‌تر f' در $x=c$ از منفی به مثبت تغییر علامت دهد، آن‌گاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی تابع f است.

پ) اگر f' در $x=c$ تغییر علامت ندهد (f' در هر دو طرف $x=c$، مثبت یا منفی باشد)، آن‌گاه $f(c)$ نه مینیمم نسبی است و نه ماکزیمم نسبی.

مثال: نقطهٔ $x=۰$، نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x)=\frac{x^۴}{۴}+\frac{x^۲}{۲}$ است؛ زیرا $f'(x)=\frac{۴}{۴}x^۳+\frac{۲}{۲}x=x^۳+x$ و در نتیجه $f'(x)=x(x^۲+۱)$. با توجه به این‌که $x^۲+۱$ یک عبارت همیشه مثبت است، پس برای $x<۰$ علامت f' منفی و برای $x>۰$ علامت f' مثبت است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا تابع مشتق را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=۴x^۳+۳ax^۲+۲bx$$

از آن‌جا که تابع f چندجمله‌ای است و $x=۱$ طول یکی از نقاط بحرانی آن است، نتیجه می‌گیریم $f'(۱)$ برابر صفر است:

$$f'(۱)=۴+۳a+۲b=۰ \Rightarrow ۳a+۲b=-۴ \quad (۱)$$

گام دوم: حالا طبق نکتهٔ سؤال، مشتق دوم را هم در $x=۱$ باید برابر صفر قرار دهیم:

$$f''(x)=۱۲x^۲+۶ax+۲b \xrightarrow{f''(۱)=۰} ۱۲+۶a+۲b=۰ \Rightarrow ۳a+b=-۶ \quad (۲)$$

گام سوم: دستگاه معادلات (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}۳a+۲b=-۴\\ ۳a+b=-۶\end{cases} \Rightarrow b=۲ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} ۳a=-۸$$

و خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$۳a-b=-۸-۲=-۱۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ ده دادهٔ آماری داریم و یک دادهٔ دیگر به آن‌ها اضافه می‌کنیم به طوری که میانگین ثابت مانده، ولی واریانس داده‌ها ۱ واحد تغییر می‌کند. واریانس این ۱۱ داده کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اگر با اضافه‌شدن داده‌ای، میانگین تغییری نکند، آن داده با میانگین برابر است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با اضافه‌شدن یک داده، میانگین تغییری نکرد، بنابراین این داده برابر میانگین است.

گام دوم:

$$\sigma_1^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+\cdots+(x_{10}-\bar{x})^2}{10}\Rightarrow (x_1-\bar{x})^2+\cdots+(x_{10}-\bar{x})^2=10\sigma_1^2$$

$$\sigma_2^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+\cdots+(x_{10}-\bar{x})^2+\cancel{(\bar{x}-\bar{x})^2}^{0}}{11}\Rightarrow \sigma_2^2=\frac{10\sigma_1^2}{11}\qquad (*)$$

گام سوم: واریانس داده‌ها یک واحد کم‌تر شده، بنابراین:

$$\sigma_2^2=\sigma_1^2-1\xrightarrow{(*)}\frac{10\sigma_1^2}{11}=\sigma_1^2-1\Rightarrow 1=\frac{\sigma_1^2}{11}$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2=11\Rightarrow \sigma_2^2=10$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ در جریان یک مسابقهٔ تیراندازی، شرکت‌کننده‌ای با احتمال ۰/۷ تیر اول را به هدف ۱۰ امتیازی می‌زند. در این صورت احتمال این‌که تیر بعدی را هم به هدف ۱۰ امتیازی بزند ۰/۹ و در غیر این صورت ۰/۴ است. این شرکت‌کننده ۵ تیر پرتاب می‌کند. با کدام احتمال، لااقل یک بار تیر را به هدف ۱۰ امتیازی می‌زند؟

۱) $\frac{۲۸۹۶}{۳۱۲۵}$ ۲) $\frac{۲۸۹۲}{۳۱۲۵}$

۳) $\frac{۶۰۰۷}{۶۲۵۰}$ ۴) $\frac{۶۰۱۱}{۶۲۵۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

$P(A)=۱-P(A')$

درس Box

قانون ضرب احتمال برای سه پیشامد:

اگر $A_۱$، $A_۲$ و $A_۳$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، آن‌گاه:

$$P(A_۱\cap A_۲\cap A_۳)=P(A_۱)P(A_۲\mid A_۱)P(A_۳\mid (A_۱\cap A_۲))$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پیشامد اصابت به هدف ۱۰ امتیازی در پرتاب iاُم را A_i می‌نامیم.

می‌خواهیم لااقل یک بار تیر به هدف ۱۰ امتیازی بخورد، به کمک متمم، احتمال این‌که هیچ تیری به هدف ۱۰ امتیازی نخورد را به دست می‌آوریم.

گام دوم:

$$P(A_۱'\cap A_۲'\cap A_۳'\cap A_۴'\cap A_۵')=P(A_۱')P(A_۱'\mid A_۲')P(A_۳'\mid (A_۱'\cap A_۲'))$$
$$P(A_۴'\mid (A_۱'\cap A_۲'\cap A_۳'))P(A_۵'\mid (A_۱'\cap A_۲'\cap A_۳'\cap A_۴'))$$

$$\Rightarrow P(A_۱'\cap A_۲'\cap A_۳'\cap A_۴'\cap A_۵')=۰/۳\times ۰/۶\times ۰/۶\times ۰/۶\times ۰/۶=\frac{۳^۵\times ۱۶}{۱۰^۵}=\frac{۲۴۳}{۶۲۵۰}$$

گام سوم:

احتمال این‌که لااقل یک تیر به هدف بخورد $=۱-$ احتمال این‌که هیچ تیری به هدف نخورد $=۱-\frac{۲۴۳}{۶۲۵۰}=\frac{۶۰۰۷}{۶۲۵۰}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ خانواده‌ای دارای پنج فرزند است. اگر حداقل سه فرزند دختر داشته باشد، احتمال آن‌که فقط یک پسر داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۱۵}{۳۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

احتمال شرطی: برای هر پیشامد A «احتمال A به شرط رخ‌دادن پیشامد B» به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: پیشامد B را حداقل سه فرزند دختر و پیشامد A را فقط یک فرزند پسر تعریف می‌کنیم.

گام دوم: احتمال شرطی $P(A \mid B)$، یعنی احتمال آن‌که فقط یک پسر داشته باشد به شرط آن‌که بدانیم حداقل سه فرزند، دختر هستند.

پس داریم:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

گام سوم:

$$P(B) = \frac{\binom{۵}{۳} + \binom{۵}{۴} + \binom{۵}{۵}}{۲^۵} = \frac{۱۶}{۳۲}$$

(۳ دختر، ۴ دختر، ۵ دختر؛ حداقل سه دختر)

پیشامد A (داشتن یک فرزند پسر) زیرمجموعهٔ پیشامد B (داشتن حداقل سه دختر است)، پس داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{\binom{۵}{۱}}{۲^۵} = \frac{۵}{۳۲}$$

($A \cap B$: یک پسر، حداقل سه دختر؛ A: یک پسر و ۴ دختر؛ $\binom{۵}{۱}$: یک فرزند پسر از ۵ فرزند)

گام چهارم:

$$P(A \mid B) = \frac{\frac{۵}{۳۲}}{\frac{۱۶}{۳۲}} = \frac{۵}{۱۶}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ در مثلث متساوی‌الساقین $ABC(AB = AC)$، رابطهٔ $\hat{A} > \hat{B}$ برقرار است. اگر محیط این مثلث برابر ۱۲ باشد، طول هر ساق آن کدام می‌تواند باشد؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۳ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) ۴

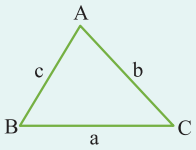
پاسخ: گزینهٔ (۳)

Hint با توجه به مقدار محیط مثلث، طول قاعده را برحسب طول ساق بنویسید.

درس Box

نامساوی‌های هندسی:

۱) **قضیهٔ نامساوی مثلثی:** در هر مثلث، مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازهٔ ضلع سوم بزرگ‌تر است.



$$\begin{cases} a+b>c \\ a+c>b \\ b+c>a \end{cases}$$

۲) **قضیهٔ ضلع برتر:** در هر مثلث، اگر دو ضلع نابرابر باشند، اندازهٔ زاویهٔ روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از زاویهٔ روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.

$$\overset{\triangle}{ABC}: AC > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

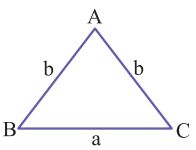
۳) **قضیهٔ زاویهٔ برتر:** در هر مثلث، اگر دو زاویهٔ نابرابر باشند، اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.

$$\overset{\triangle}{ABC}: \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل، مثلث متساوی‌الساقین ABC را در نظر بگیرید.

مطابق فرض $\hat{A} > \hat{B} = \hat{C}$ و $a + 2b = 12$ است، بنابراین $a = 12 - 2b$ خواهد بود.



گام دوم: طبق قضیهٔ زاویهٔ برتر در این مثلث داریم:

$$\overset{\triangle}{ABC}: \hat{A} > \hat{B} \Rightarrow a > b \Rightarrow 12 - 2b > b \Rightarrow 3b < 12 \Rightarrow b < 4$$

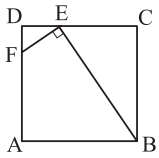
گام سوم: قضیهٔ نامساوی مثلثی را برای اضلاع مثلث در نظر می‌گیریم. بدیهی است که مجموع قاعده و هر ساق از ساق دیگر بزرگ‌تر است، پس کافی است مجموع دو ساق را بزرگ‌تر از قاعده قرار دهیم.

$$\overset{\triangle}{ABC}: BC < AB + AC \Rightarrow a < 2b \Rightarrow 12 - 2b < 2b \Rightarrow 4b > 12 \Rightarrow b > 3$$

گام چهارم: با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از گام‌های اول و دوم، $3 < b < 4$ است که تنها مقدار $b = 2\sqrt{3}$ در این نامساوی صدق می‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ در شکل زیر، **ABCD** مربعی به ضلع ۲۰ و **BE = ۲۵** است. اندازهٔ پاره‌خط **EF** کدام است؟



۱) ۶/۲۵
۲) ۶/۷۵
۳) ۶/۵
۴) ۶

مشاوره سؤالات مربوط به تشابه مثلث‌ها یکی از پرتکرارترین سؤالات هندسهٔ پایه در کنکور هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

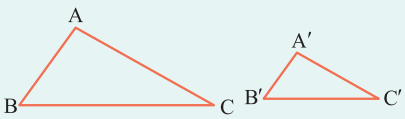
Hint دو مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویهٔ حادهٔ برابر داشته باشند، متشابه‌اند.

درس Box

حالت‌های تشابه دو مثلث:

دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را در نظر بگیرید.

این دو مثلث در هر یک از سه حالت زیر متشابه‌اند:



۱) هرگاه دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند:

$$\hat{B}=\hat{B}' \text{ و } \hat{C}=\hat{C}' \Rightarrow A\hat{B}C \sim A'\hat{B}'C'$$

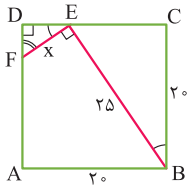
۲) هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویهٔ بین آن‌ها هم‌اندازه باشند:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'} \text{ و } \hat{A}=\hat{A}' \Rightarrow A\hat{B}C \sim A'\hat{B}'C'$$

۳) هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'} \Rightarrow A\hat{B}C \sim A'\hat{B}'C'$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا نشان می‌دهیم دو مثلث قائم‌الزاویهٔ BCE و EDF متشابه‌اند.



$$\left.\begin{array}{l} B\hat{C}E:\hat{C}=90^\circ \Rightarrow C\hat{B}E+B\hat{E}C=90^\circ \\ B\hat{E}F=90^\circ \Rightarrow D\hat{E}F+B\hat{E}C=90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow C\hat{B}E=D\hat{E}F$$

$$\left.\begin{array}{l} C\hat{B}E=D\hat{E}F \\ \hat{C}=\hat{D}=90^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} B\hat{C}E \sim E\hat{D}F$$

گام دوم: طول قطعات ایجادشده روی ضلع CD را محاسبه می‌کنیم:

$$B\hat{C}E: CE^2=BE^2-BC^2=25^2-20^2=225 \Rightarrow CE=15$$

$$DE=CD-CE=20-15=5$$

گام سوم: نسبت اضلاع متناظر را در دو مثلث متشابه BCE و EDF می‌نویسیم:

$$\frac{EF}{BE}=\frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{25}=\frac{5}{20} \Rightarrow x=\frac{25}{4}=6/25$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵ در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازهٔ ارتفاع وارد بر قاعده برابر ۳ و اندازهٔ میانهٔ وارد بر ساق برابر $۳\sqrt{۲}$ است. طول ساق مثلث کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) ۴
۳) $۳\sqrt{۲}$
۴) $۲\sqrt{۵}$

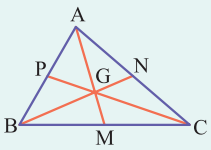
مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۲ کنکور ریاضی داخل نوبت اول ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint به کمک ویژگی نقطهٔ همرسی میانه‌ها، اندازهٔ قطعات ایجادشده روی میانهٔ وارد بر ساق و قاعده را به دست آورید.

درس Box

همرسی میانه‌ها:



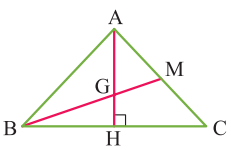
میانه‌های هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث همرس‌اند. نقطهٔ همرسی میانه‌ها هر کدام از میانه‌ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند، یعنی فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها از هر رأس، $\frac{۲}{۳}$ اندازهٔ میانهٔ نظیر آن رأس و فاصلهٔ این نقطه از وسط هر ضلع، $\frac{۱}{۳}$ اندازهٔ میانهٔ نظیر آن ضلع است.

$$\triangle ABC:\begin{cases} AG = ۲GM = \frac{۲}{۳}m_a \\ BG = ۲GN = \frac{۲}{۳}m_b \\ CG = ۲GP = \frac{۲}{۳}m_c \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بنا به فرض، $AH = h_a = ۳$ و $BM = m_b = ۳\sqrt{۲}$ است.

در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ارتفاع AH میانهٔ وارد بر قاعدهٔ BC نیز می‌باشد، پس در شکل زیر، G نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث است.



گام دوم: می‌دانیم نقطهٔ همرسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند، پس داریم:

$$BG = \frac{۲}{۳}BM = \frac{۲}{۳}\times ۳\sqrt{۲} = ۲\sqrt{۲}$$

$$GH = \frac{۱}{۳}AH = \frac{۱}{۳}\times ۳ = ۱$$

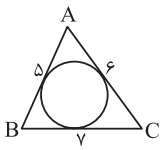
گام سوم: به کمک قضیهٔ فیثاغورس، ابتدا BH و سپس AB را محاسبه می‌کنیم:

$$\triangle BGH: BH^۲ = BG^۲ - GH^۲ = (۲\sqrt{۲})^۲ - ۱^۲ = ۷$$

$$\triangle ABH: AB^۲ = AH^۲ + BH^۲ = ۳^۲ + ۷ = ۱۶ \Rightarrow AB = ۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ مطابق شکل، دایره‌ای بر هر سه ضلع مثلثی به اضلاع ۵، ۶ و ۷ مماس است. شعاع این دایره چند برابر $\sqrt{۶}$ است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۰ کنکور ریاضی داخل مرحلهٔ دوم ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint مساحت مثلث را به کمک قضیهٔ هرون محاسبه کنید.

درس Box

فرض کنید S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC به اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ باشند.

۱) شعاع دایرهٔ محاطی داخلی (r) و شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC (r_a) در این مثلث از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$r = \frac{S}{P} \text{ و } r_a = \frac{S}{P-a}$$

۲) طبق قضیهٔ هرون، مساحت مثلث از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** ابتدا نصف محیط مثلث و سپس طبق قضیهٔ هرون، مساحت مثلث را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{۵+۶+۷}{۲} = ۹$$

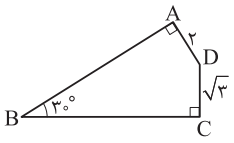
$$S = \sqrt{۹(۹-۵)(۹-۶)(۹-۷)} = \sqrt{۹\times۴\times۳\times۲} = ۶\sqrt{۶}$$

گام دوم: دایرهٔ مورد نظر، دایرهٔ محاطی داخلی مثلث ABC است، بنابراین شعاع آن برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۶\sqrt{۶}}{۹} = \frac{۲}{۳}\sqrt{۶}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ با توجه به شکل، فاصلهٔ نقطهٔ برخورد عمود منصف‌های اضلاع **AB** و **BC** از نقطهٔ **D** کدام است؟



۱) $\sqrt{۱۰}$
۲) $\sqrt{۱۱}$
۳) $\sqrt{۱۳}$
۴) $\sqrt{۱۴}$

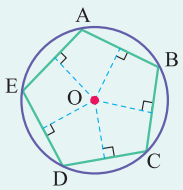
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به ویژگی‌های زوایای ۳۰° و ۶۰° در مثلث قائم‌الزاویه دقت کنید.

درس Box

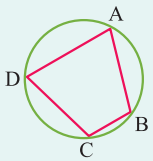
چندضلعی محاطی:

۱) یک چندضلعی را محاطی می‌گوییم، اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که از همهٔ رئوس آن بگذرد. در این صورت، دایره را دایرهٔ محیطی آن چندضلعی می‌نامیم.



۲) یک چندضلعی محاطی است؛ اگر و فقط اگر عمود منصف‌های همهٔ ضلع‌های آن در یک نقطه (مرکز دایرهٔ محیطی) همرس باشند.

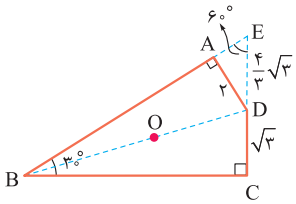
۳) یک چهارضلعی محاطی است؛ اگر و فقط اگر هر دو زاویهٔ مقابل آن مکمل یکدیگر باشند.



$$\begin{cases} \hat{A}+\hat{C}=۱۸۰^\circ \\ \hat{B}+\hat{D}=۱۸۰^\circ \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا اضلاع AB و CD را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطهٔ E قطع کنند.



می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول وتر است، پس داریم:

$$\overset{\Delta}{CBE}: \hat{B}=۳۰^\circ, \hat{C}=۹۰^\circ \Rightarrow \hat{E}=۶۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{ADE}: \hat{E}=۶۰^\circ \Rightarrow AD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}DE \Rightarrow ۲=\frac{\sqrt{۳}}{۲}DE \Rightarrow DE=\frac{۴}{۳}\sqrt{۳}$$

$$CE=CD+DE=\sqrt{۳}+\frac{۴}{۳}\sqrt{۳}=\frac{۷}{۳}\sqrt{۳}$$

گام دوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCE، $\hat{B}=۳۰^\circ$ است، بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{BCE}: \hat{B}=۳۰^\circ \Rightarrow \tan ۳۰^\circ=\frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{\frac{۷}{۳}\sqrt{۳}}{BC} \Rightarrow BC=۷$$

گام سوم: ABCD محاطی است $(\hat{A}+\hat{C}=۱۸۰^\circ)$، پس عمود منصف‌های اضلاع آن در یک نقطه همرس‌اند، یعنی محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع AB و BC، همان مرکز دایرهٔ محیطی چندضلعی است.

با توجه به این‌که دایرهٔ محیطی چهارضلعی ABCD، همان دایرهٔ محیطی مثلث قائم‌الزاویهٔ BCD است، پس نقطهٔ O وسط وتر BD است:

$$\overset{\Delta}{BCD}: BD^۲=CD^۲+BC^۲=(\sqrt{۳})^۲+۷^۲=۵۲ \Rightarrow BD=۲\sqrt{۱۳} \Rightarrow OD=\sqrt{۱۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ در کدام تبدیل، شیب خط همواره تغییر می‌کند؟

۱) بازتاب

۲) دوران با زاویهٔ 90°

۳) تجانس معکوس

۴) انتقال

مشاوره فصل تبدیل‌های هندسی، بیش از هر فصل دیگری در هندسهٔ پایه شامل تعاریف و ویژگی‌ها است. احتمال طرح سؤالاتی براساس این تعاریف دقیقاً مشابه کنکور مرحلهٔ اول ۱۴۰۳ را دست کم نگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint در انتخاب گزینهٔ درست، به واژهٔ «همواره» دقت کنید، بعضی از تبدیل‌ها ممکن است در حالت‌های خاصی، شیب خط‌ها را ثابت نگه دارند.

درس Box

۱) انتقال با بردار $\vec{V}$، همواره شیب خط را حفظ می‌کند.

۲) تجانس در هر دو حالت مستقیم و معکوس، شیب خط را حفظ می‌کند.

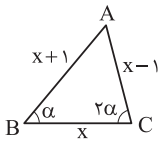
۳) بازتاب، در حالتی که خط موازی با محور بازتاب و یا عمود بر آن باشد، شیب خط را حفظ می‌کند.

۴) دوران در حالتی که زاویهٔ دوران مضربی از 180° باشد، شیب خط را حفظ می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به توضیحات درس‌باکس، انتقال و تجانس معکوس، همواره شیب خط را حفظ می‌کنند. هم‌چنین در بازتاب، شیب خطی که موازی با محور بازتاب یا عمود بر آن باشد، ثابت می‌ماند ولی در دوران با زاویهٔ 90°، شیب تمام خطوط صفحه تغییر می‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹ در شکل مقابل، با توجه به اندازه‌های روی شکل، مقدار x کدام است؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

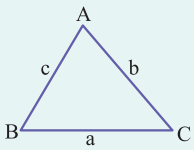
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint رابطهٔ $\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$ را به خاطر داشته باشید.

درس Box

۱) قضیهٔ سینوس‌ها:

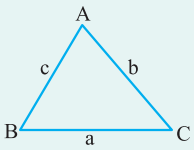
در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازهٔ هر ضلع به سینوس زاویهٔ روبه‌روی آن، برابر است با قطر دایرهٔ محیطی مثلث؛ بنابراین اگر اندازه‌های اضلاع مثلث ABC، برابر $BC = a$، $AC = b$ و $AB = c$ و شعاع دایرهٔ محیطی مثلث برابر R باشد، آن‌گاه داریم:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = ۲R$$

۲) قضیهٔ کسینوس‌ها:

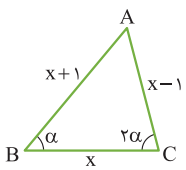
در هر مثلث، مربع اندازهٔ هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل‌ضرب اندازه‌های آن دو ضلع در کسینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



$$\begin{cases} a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A \\ b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac\cos B \\ c^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab\cos C \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:



$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{x-۱}{\sin\alpha} = \frac{x+۱}{\sin ۲\alpha} \Rightarrow \frac{x-۱}{\sin\alpha} = \frac{x+۱}{۲\sin\alpha\cos\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{x+۱}{۲(x-۱)}$$

گام دوم: طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac\cos B \Rightarrow (x-۱)^۲ = x^۲ + (x+۱)^۲ - ۲x(x+۱)\times\frac{x+۱}{۲(x-۱)}$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲ - x^۲ = (x+۱)^۲\left(۱ - \frac{x}{x-۱}\right) \Rightarrow -۲x+۱ = (x+۱)^۲ \times \frac{-۱}{x-۱}$$

$$\Rightarrow (۲x-۱)(x-۱) = (x+۱)^۲ \Rightarrow ۲x^۲ - ۳x + ۱ = x^۲ + ۲x + ۱$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۵x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۵ \end{cases}$$

گام سوم: چون طول یک ضلع مثلث برابر $x-۱$ است و طول ضلع مثلث عددی مثبت است، پس باید $x > ۱$ باشد و در نتیجه تنها مقدار $x = ۵$ قابل قبول است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ اگر دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix} a & ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ -۲ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ برابر یک باشد، سطر دوم ماتریس $A^۳$ کدام است؟

۱) $[۸ \quad -۱ \quad ۳]$

۲) $[۹ \quad ۴ \quad -۳]$

۳) $[۸ \quad -۱ \quad ۲]$

۴) $[۹ \quad ۴ \quad -۵]$

مشاوره محاسبهٔ توان دوم یا سوم یک ماتریس ۳×۳ یکی از سؤالات پرتکرار کنکورهای چند سال اخیر است و مشابه این سؤال (محاسبهٔ یک سطر از ماتریس $A^۲$) را می‌توان در کنکور ریاضی داخل ۹۹ مشاهده کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint در ستون دوم، دو درایهٔ صفر وجود دارد، پس می‌توان دترمینان ماتریس A را با بسط برحسب ستون دوم محاسبه کرد.

درس Box

۱) **روش بسط برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس ۳×۳:**

دترمینان هر ماتریس ۳×۳ را می‌توان به کمک بسط برحسب هر سطر یا ستون دلخواه به دست آورد.

به عنوان مثال داریم:

$$A=\begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{برحسب سطر اول}}$$

$$|A|=a_{۱۱}\times(-۱)^{۱+۱}\begin{vmatrix} a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{vmatrix}+a_{۱۲}\times(-۱)^{۱+۲}\begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۳} \end{vmatrix}+a_{۱۳}\times(-۱)^{۱+۳}\begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۲} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} \end{vmatrix}$$

۲) برای محاسبهٔ یک سطر یا یک ستون یا یک درایهٔ خاص در ماتریس AB می‌توان به روش زیر عمل کرد:

سطر i ام ماتریس AB = سطر i ام ماتریس A × ماتریس B

ستون j ام ماتریس AB = ماتریس A × ستون j ام ماتریس B

درایهٔ سطر i و ستون j در ماتریس AB = سطر i ام ماتریس A × ستون j ام ماتریس B

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دترمینان ماتریس را با بسط برحسب ستون دوم به دست می‌آوریم:

$$|A|=(-۱)\times(-۱)^{۲+۲}\begin{vmatrix} a & ۱ \\ -۲ & -۱ \end{vmatrix}=-(-a+۲)=a-۲\Rightarrow a-۲=۱\Rightarrow a=۳$$

گام دوم: ابتدا سطر دوم ماتریس $A^۲$ را پیدا می‌کنیم:

$$\text{سطر دوم } A^۲=[۲ \quad -۱ \quad ۱]\begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ -۲ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}=[۲ \quad ۱ \quad ۰]$$

گام سوم: حال سطر دوم ماتریس $A^۳$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{سطر سوم } A^۳=[۲ \quad ۱ \quad ۰]\begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۱ \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ -۲ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}=[۸ \quad -۱ \quad ۳]$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ خط به معادلهٔ $y-۲x=m$ بر دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲+m=۴x-۲y$ مماس است. مجموع مقادیر قابل قبول برای شعاع دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $۳\sqrt{۵}$ ۳) ۵ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

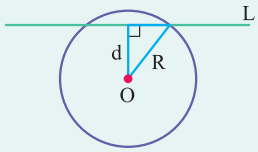
Hint فاصلهٔ مرکز دایره را از خط داده‌شده به دست آورید.

درس Box

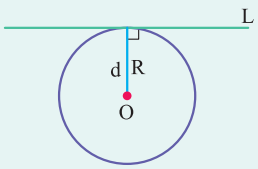
وضعیت خط و دایره:

خط L و دایرهٔ $C(O,R)$ را در نظر بگیرید. اگر فاصلهٔ نقطهٔ O از خط L، برابر d باشد، آن‌گاه یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

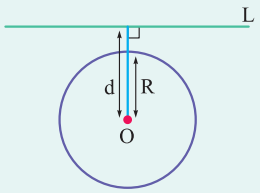
۱) اگر $d<R$ باشد، خط و دایره در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.



۲) اگر $d=R$ باشد، خط بر دایره مماس است.



۳) اگر $d>R$ باشد، خط و دایره نقطهٔ اشتراکی ندارند.



نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط به معادلهٔ $ax+by+c=۰$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$d=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا مرکز و شعاع دایره را تعیین کرده و سپس فاصلهٔ مرکز دایره را از خط داده‌شده پیدا می‌کنیم.

$$x^۲+y^۲-۴x+۲y+m=۰$$

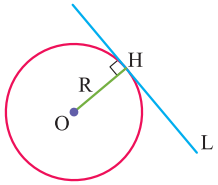
مرکز: $O(۲,-۱)$

شعاع: $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{(-۴)^۲+۲^۲-۴m}=\sqrt{۵-m}$

معادلهٔ خط را به صورت $۲x-y+m=۰$ می‌نویسیم، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط برابر است با:

$$d=\frac{|۲(۲)-(-۱)+m|}{\sqrt{۲^۲+(-۱)^۲}}=\frac{|۵+m|}{\sqrt{۵}}$$

گام دوم: طبق فرض، خط داده‌شده بر دایره مماس است، پس داریم:



$$d=R\Rightarrow\frac{|۵+m|}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۵-m}\Rightarrow|۵+m|=\sqrt{۵}\sqrt{۵-m}\xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$(۵+m)^۲=۵(۵-m)\Rightarrow۲۵+۱۰m+m^۲=۲۵-۵m$$

$$\Rightarrow m^۲+۱۵m=۰\Rightarrow m(m+۱۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۰\\m=-۱۵\end{cases}$$

گام سوم: به ازای هر مقدار m، شعاع دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}m=۰\Rightarrow R_۱=\sqrt{۵-۰}=\sqrt{۵}\\m=-۱۵\Rightarrow R_۲=\sqrt{۵-(-۱۵)}=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}\end{array}\right\}\Rightarrow R_۱+R_۲=۳\sqrt{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ دو نقطهٔ F و F' کانون‌های یک بیضی هستند. اگر خط هادی یک سهمی به رأس F و کانون F'، بر بیضی مماس باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

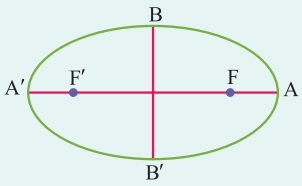
Hint

رأس سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله است.

درس Box

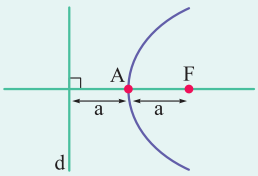
۱) در هر بیضی مطابق شکل، $AA' = ۲a$ قطر بزرگ، $BB' = ۲b$ قطر کوچک و $FF' = ۲c$ فاصلهٔ کانونی نامیده می‌شود.

رابطهٔ $a^۲ = b^۲ + c^۲$ همواره در بیضی برقرار است.



۲) مقدار $e = \frac{c}{a}$ خروج از مرکز بیضی نامیده می‌شود که عددی بین صفر و یک است و میزان کشیدگی بیضی را مشخص می‌کند به گونه‌ای که هر چه‌قدر خروج از مرکز به صفر نزدیک‌تر باشد، بیضی به دایره شبیه‌تر است و هر چه‌قدر خروج از مرکز به یک نزدیک‌تر باشد، بیضی به یک پاره‌خط شبیه‌تر است.

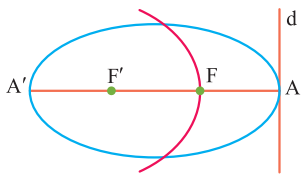
۳) سهمی، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصلهٔ آن‌ها از یک نقطه و یک خط ثابت همواره برابر است. نقطهٔ ثابت، کانون و خط ثابت، خط هادی نامیده می‌شود. رأس سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله بوده که مقدار آن برابر فاصلهٔ کانونی سهمی است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا سهمی و بیضی را با هم رسم می‌کنیم.

می‌دانیم رأس سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله است، پس مطابق شکل داریم: $AF = FF'$



گام دوم: FF' همان فاصلهٔ کانونی بیضی است، پس $FF' = ۲c$، از طرفی فاصلهٔ هر یک از رئوس کانونی (دو سر قطر بزرگ) از نزدیک‌ترین کانون، برابر $a - c$ است، پس $AF = a - c$.

گام سوم: با جای‌گذاری مقادیر در رابطهٔ گام اول داریم:

$$a - c = ۲c \Rightarrow a = ۳c \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ اگر $|\vec{a}|=|\vec{b}|=۲$ و بردارهای $\vec{a}-۲\vec{b}$ و $۲\vec{a}-\vec{b}$ بر هم عمود باشند، آن‌گاه حاصل $|(\vec{a}+۲\vec{b})\times(\vec{a}-۳\vec{b})|$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint حاصل‌ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم، برابر صفر است.

درس Box

۱) اگر زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر θ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases}\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\\ |\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta\end{cases}$$

۲) دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند، اگر و تنها اگر $\vec{a}.\vec{b}=۰$ باشد.

۳) برای هر بردار دلخواه $\vec{a}$ داریم:

$$\begin{cases}\vec{a}.\vec{a}=|\vec{a}|^۲\\ \vec{a}\times\vec{a}=\vec{o}\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: بردارهای $\vec{a}-۲\vec{b}$ و $۲\vec{a}-\vec{b}$ بر هم عمودند، پس با فرض این‌که زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر θ باشد، داریم:

$$(۲\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}-۲\vec{b})=۰\Rightarrow ۲|\vec{a}|^۲-۴\vec{a}.\vec{b}-\vec{a}.\vec{b}+۲|\vec{b}|^۲=۰\Rightarrow ۲|\vec{a}|^۲-۵|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta+۲|\vec{b}|^۲=۰$$

$$\Rightarrow ۲(۲)^۲-۵(۲)(۲)\cos\theta+۲(۲)^۲=۰\Rightarrow ۲۰\cos\theta=۱۶\Rightarrow\cos\theta=\frac{۴}{۵}$$

گام دوم: مقدار $\sin\theta$ را به دست می‌آوریم:

$$\sin\theta=\sqrt{۱-\cos^۲\theta}=\sqrt{۱-\frac{۱۶}{۲۵}}=\sqrt{\frac{۹}{۲۵}}=\frac{۳}{۵}$$

گام سوم: حاصل عبارت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$|(\vec{a}+۲\vec{b})\times(\vec{a}-۳\vec{b})|=|\underbrace{\vec{a}\times\vec{a}}_{\vec{o}}-۳\vec{a}\times\vec{b}+۲\vec{b}\times\vec{a}-۶\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{\vec{o}}|=|-۳\vec{a}\times\vec{b}-۲\vec{a}\times\vec{b}|=|-۵\vec{a}\times\vec{b}|=۵|\vec{a}\times\vec{b}|$$

$$=۵|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta=۵\times۲\times۲\times\frac{۳}{۵}=۱۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ برای سه نقطهٔ A، B و C در دستگاه مختصات $\mathbb{R}^3$ داریم: $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$، $\overrightarrow{OB}=-\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ و $\overrightarrow{OC}=\vec{i}-\vec{j}$. فاصلهٔ نقطهٔ A از صفحهٔ شامل دو بردار $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{3}$

مشاوره: این سؤال مشابه سؤال ۳۶ کنکور ریاضی داخل مرحلهٔ اول ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

حجم هر متوازی‌السطوح برابر حاصل‌ضرب مساحت قاعده در ارتفاع آن است.

درس Box

۱) مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته‌شده روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر است با: $S=|\vec{a}\times\vec{b}|$

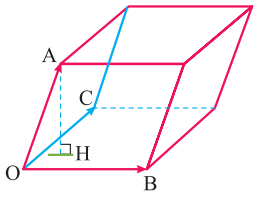
۲) حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با: $V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|$

اگر $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$، $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ و $\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)$ باشند، آن‌گاه داریم:

$$\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})=\begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده روی سه بردار $\overrightarrow{OA}$، $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ را به دست می‌آوریم:



$$\overrightarrow{OA}=(1,3,-2),\ \overrightarrow{OB}=(-1,2,1),\ \overrightarrow{OC}=(1,-1,0)$$

$$\overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC})=\begin{vmatrix}1 & 3 & -2\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{vmatrix}=(0+3-2)-(-4-1+0)=6$$

حجم متوازی‌السطوح: $|\overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC})|=6$

گام دوم: مساحت قاعده (متوازی‌الاضلاع ساخته‌شده روی $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$) را محاسبه می‌کنیم:

$$\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{vmatrix}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\Rightarrow S=|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}|=\sqrt{3}$$

گام سوم: اندازهٔ ارتفاع AH برابر است با:

$$AH=\frac{\text{حجم متوازی‌السطوح}}{\text{مساحت قاعده}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ عدد صحیح a، مضرب ۲۴ و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر ۷۱ برابر ۳۵ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $\frac{a}{8}$ بر ۷۱ کدام است؟

۱) ۳۵ ۲) ۳۴ ۳) ۳۱ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

۱) $a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a \pm c \overset{m}{\equiv} b \pm c$

۲) $a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a \overset{m}{\equiv} b \pm mk$

۳) $a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow ac \overset{m}{\equiv} bc$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عدد صحیح a مضرب ۲۴ است، بنابراین $k \in \mathbb{Z}$ وجود دارد به طوری که: $a = 24k$

گام دوم:

$$a \overset{71}{\equiv} 35 \Rightarrow 24k \overset{71}{\equiv} 35 \Rightarrow 24k \overset{71}{\equiv} 35 - 71 \Rightarrow 24k \overset{71}{\equiv} -36 \quad , \quad (12,71) = 1 \Rightarrow 2k \overset{71}{\equiv} -3$$

$$\Rightarrow 2k \overset{71}{\equiv} 68 \quad , \quad (2,71) = 1 \Rightarrow k \overset{71}{\equiv} 34$$

گام سوم:

$$\frac{a}{8} = \frac{24k}{8} = 3k$$

$$k \overset{71}{\equiv} 34 \Rightarrow 3k \overset{71}{\equiv} 102 \overset{71}{\equiv} 31 \Rightarrow \frac{a}{8} \overset{71}{\equiv} 31$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ اگر عدد طبیعی سه‌رقمی m دارای حداقل مقدار ممکن و معادلهٔ $51x+85y=m$ در $\mathbb{Z}$ جواب داشته باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $\frac{m}{2}$ بر ۱۱ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته شرط لازم و کافی برای آن‌که معادلهٔ سیالهٔ $ax+by=c$ دارای جواب باشد، این است که $(a,b)\mid c$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شرط لازم و کافی برای آن‌که معادلهٔ سیالهٔ $51x+85y=m$ در $\mathbb{Z}$ جواب داشته باشد، برابر $(51,85)\mid m$ است.

$$(51,85)=17 \Rightarrow 17\mid m \Rightarrow m=17k$$

گام دوم: حداقل مقدار ممکن برای عدد طبیعی سه‌رقمی m به ازای $k=6$ رقم می‌خورد که برابر $m=17\times6=102$ است.

گام سوم: باقی‌ماندهٔ تقسیم $\frac{m}{2}$ بر ۱۱ را می‌خواهیم:

$$\frac{m}{2}=\frac{102}{2}=51 \Rightarrow 51\overset{11}{\equiv}51-44=7$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ یک مجموعه به تصادف از بین زیرمجموعه‌های مجموعهٔ $A=\{2,3,7,9,12,13,14,18\}$ انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو مجموعهٔ انتخاب‌شده، به پیمانهٔ ۵ هم‌نهشت هستند؟

۱) $\frac{27}{128}$ ۲) $\frac{29}{128}$ ۳) $\frac{55}{256}$ ۴) $\frac{57}{256}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:**

$2\overset{5}{\equiv}7 \Rightarrow 2,3,7 \Rightarrow 2^1$

می‌تواند باشد یا نباشد.

$2\overset{5}{\equiv}12 \Rightarrow 2,3,7,9,12 \Rightarrow 2^3$

می‌توانند باشند یا نباشند.

$3\overset{5}{\equiv}13 \Rightarrow 3,7,9,12,13 \Rightarrow 2^3$

$3\overset{5}{\equiv}18 \Rightarrow 3,7,9,12,13,14,18 \Rightarrow 2^5$

$7\overset{5}{\equiv}12 \Rightarrow 7,9,12 \Rightarrow 2^1$

$9\overset{5}{\equiv}14 \Rightarrow 9,12,13,14 \Rightarrow 2^2$

$13\overset{5}{\equiv}18 \Rightarrow 13,14,18 \Rightarrow 2^1$

پس در $58=2+2^2+2+2^3+2^3+2^5+2$ زیرمجموعهٔ کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو به پیمانهٔ ۵ هم‌نهشت هستند.

گام دوم: تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعهٔ ۸ عضوی برابر 2^8 است، بنابراین:

$$P(A)=\frac{58}{2^8}=\frac{29}{128}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ حداقل چند عضو از مجموعهٔ اعداد طبیعی اول کوچک‌تر از ۵۰ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم لااقل مجموع ارقام یکی از اعداد انتخاب‌شده، برابر ۵ است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مجموعهٔ اعداد طبیعی اول کوچک‌تر از ۵۰ دارای ۱۵ عضو است و برابر است با:

$$\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47\}$$

گام دوم: از بین این ۱۵ عضو فقط مجموع ارقام اعداد اول ۵، ۲۳ و ۴۱ برابر ۵ است، پس در بدترین حالت ممکن با انتخاب ۱۲ عدد دیگر این مجموعه، مجموع ارقام برابر ۵ نیست؛ پس با انتخاب عدد ۱۳اُم مطمئن هستیم لااقل مجموع ارقام یک عدد برابر ۵ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ تعداد اعداد طبیعی دورقمی که نسبت به ۲۱ اول باشند، کدام است؟

۱) ۵۰ ۲) ۵۱ ۳) ۵۲ ۴) ۵۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اصل شمول برای دو مجموعه: اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعهٔ مرجع S باشند، در این صورت:

$$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$$

با توجه به تعریف متمم داریم: $|(A\cup B)'|=|\overline{A\cup B}|=|S|-|A\cup B|$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: اگر مجموعهٔ اعداد طبیعی دورقمی که بر ۳ بخش‌پذیرند A و اعداد طبیعی دورقمی بخش‌پذیر بر ۷ را B بنامیم، در این صورت $A\cup B$ اعداد طبیعی دورقمی است که بر ۳ یا ۷ بخش‌پذیرند.

گام دوم: اعداد طبیعی دورقمی که نسبت به ۲۱ اول هستند، یعنی اعداد طبیعی دورقمی که نه بر ۳ بخش‌پذیرند و نه بر ۷، پس ما به دنبال $|A'\cap B'|$ هستیم.

طبق تعریف متمم و فرمول اصل شمول داریم:

$$|A'\cap B'|=|S|-|A\cup B|=|S|-|A|-|B|+|A\cap B|$$

گام سوم:

$$|S|=۹۹-۹=۹۰$$

$$|A|=[\frac{۹۹}{۳}]-[\frac{۹}{۳}]=۳۳-۳=۳۰$$

$$|B|=[\frac{۹۹}{۷}]-[\frac{۹}{۷}]=۱۴-۱=۱۳$$

$$|A\cap B|=[\frac{۹۹}{۲۱}]-[\frac{۹}{۲۱}]=۴-۰=۴$$

بنابراین:

$$|A'\cap B'|=۹۰-۳۰-۱۳+۴=۵۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ در گراف همبند G با کم‌ترین تعداد رأس داریم $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = ۳$، کم‌ترین مقدار برای $q(G)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته در گراف G با p رأس، داریم:

۱) $\Delta(\bar{G}) + \delta(G) = p - ۱$

۲) $\delta(\bar{G}) + \Delta(G) = p - ۱$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:**

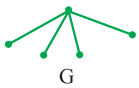
$$\delta(\bar{G}) + \Delta(G) = p - ۱ \Rightarrow \delta(\bar{G}) = p - ۱ - \Delta(G) \quad (۱)$$

$$\Delta(\bar{G}) + \delta(G) = p - ۱ \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = p - ۱ - \delta(G) \quad (۲)$$

گام دوم:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = \Delta(G) - \delta(G) = ۳$$

گام سوم: کم‌ترین مقدار $q(G)$ در گراف همبند G، برابر است با:



$$\delta(G) = ۱ , \Delta(G) = ۴ \Rightarrow p = ۵ , q = ۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ در واکنش شکافت هسته‌ای زیر، چه تعداد نوترون تولید می‌شود؟

$$_{0}^{1}n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{50}^{133}Sn + {}_{42}^{101}Mo + \text{نوترون‌ها}$$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint پایستگی عدد جرمی را برای اجزای دو طرف فرایند بنویسید تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس Box

در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

- پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها): مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است.
- پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها): مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

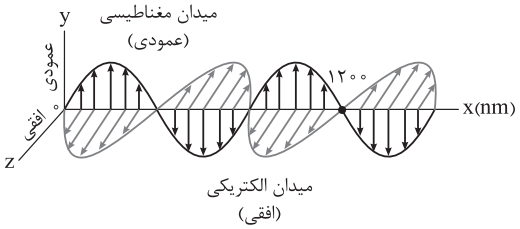
پاسخ خیلی تشریحی پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها) را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

$$_{0}^{1}n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{50}^{133}Sn + {}_{42}^{101}Mo + m\,{}_{0}^{1}n$$

پایستگی عدد جرمی: $1 + 235 = 133 + 101 + (m \times 1) \Rightarrow 236 = 234 + m \Rightarrow m = 2$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر شده در لحظه‌ای به شکل زیر است. به ترتیب، جهت انتشار موج و بسامد آن برحسب تراهرتز، کدام است؟ $(c = ۳\times۱۰^{۸}\,m/s)$



۱) $+x$ ، ۳۷۵

۲) $-x$ ، ۳۷۵

۳) $+x$ ، ۷۵۰

۴) $-x$ ، ۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

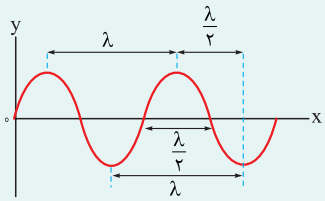
جهت انتشار موج الکترومغناطیسی را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین کنید. از روی نقش موج، طول موج و سپس به کمک رابطهٔ طول موج و بسامد، بسامد موج را حساب کنید.

درس Box

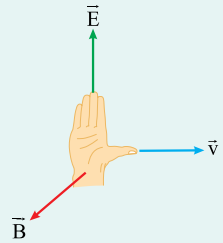
۱) بین تندی انتشار موج الکترومغناطیسی، بسامد موج و طول موج آن، رابطهٔ مقابل برقرار است:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

۲) شکل زیر را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج به خاطر بسپارید:

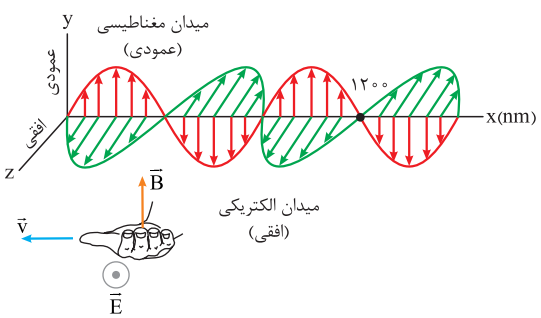


۳) **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی:** طبق این قاعده، چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی $(\vec{E})$ طوری قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود. در این حالت انگشت شست، جهت انتشار موج الکترومغناطیسی $(\vec{v})$ را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. به این صورت که مطابق شکل مقابل، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی در یک نقطه قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی در آن نقطه از کف دستمان خارج شود. در این حالت شست دست جهت انتشار موج را نشان می‌دهد که برای این موج در جهت $-x$ است.



گام دوم: مقدار نشان‌داده‌شده روی محور x برابر $\frac{۳\lambda}{۲}$ است؛ بنابراین:

$$\frac{۳\lambda}{۲} = ۱۲۰۰\,nm \Rightarrow \lambda = \frac{۲۴۰۰}{۳} = ۸۰۰\,nm \xrightarrow{۱\,nm = ۱۰^{-۹}\,m} \lambda = ۸\times۱۰^{-۷}\,m$$

گام سوم: بسامد موج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۸\times۱۰^{-۷}} = ۳۷۵\times۱۰^{۱۲}\,Hz \xrightarrow{۱۰^{۱۲}\,Hz = ۱\,THz} f = ۳۷۵\,THz$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ آونگ ساده‌ای در هر دقیقه ۲۴ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر طول این آونگ را $\frac{۹}{۱۶}$ m کاهش دهیم، دورهٔ آن چند ثانیه خواهد شد؟ $(g = ۱۰ = \pi^۲ m/s^۲)$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا به کمک تعداد نوسان‌ها و مدت‌زمان، دورهٔ تناوب اولیهٔ آونگ را حساب کنید، سپس به کمک رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده، طول اولیهٔ آونگ را به دست آورید. در ادامه می‌توانید طول ثانویهٔ آونگ را محاسبه کرده و به کمک آن دورهٔ تناوب ثانویهٔ آونگ را به دست آورید.

درس Box

۱) دورهٔ تناوب آونگ ساده:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ ← طول آونگ ← شتاب گرانش

۲) دورهٔ تناوب نوسانگری که در مدت Δt، n نوسان انجام می‌دهد:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دورهٔ تناوب اولیهٔ آونگ را حساب می‌کنیم:

$$T_۱ = \frac{\Delta t_۱}{n_۱} \xrightarrow[n_۱=۲۴]{\Delta t_۱=۱\,min=۶۰s} T_۱ = \frac{۶۰}{۲۴} = ۲/۵\ s$$

گام دوم: طول اولیهٔ آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T_۱ = ۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}} \Rightarrow ۲/۵ = ۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{\pi^۲}} \Rightarrow ۲/۵ = ۲\sqrt{L_۱}$$

$$\xrightarrow{(\ )^۲} ۶/۲۵ = ۴L_۱ \Rightarrow L_۱ = \frac{۶/۲۵}{۴}\ m$$

گام سوم: طول ثانویهٔ آونگ برابر است با:

$$L_۲ = L_۱ - \frac{۹}{۱۶} = \frac{۶/۲۵}{۴} - \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۵-۹}{۱۶} = \frac{۱۶}{۱۶} = ۱\ m$$

گام چهارم: دورهٔ تناوب ثانویهٔ آونگ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_۲ = ۲\pi\sqrt{\frac{L_۲}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{\pi^۲}} = ۲\pi \times \frac{۱}{\pi} = ۲\ s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ در کدام‌یک از موارد زیر، نور با عبور از شکافی به اندازهٔ $1\ \mu m$ بیشتر به اطراف پراشیده می‌شود؟

۱) نور سبز در هوا
۲) نور سبز در آب
۳) نور زرد در هوا
۴) نور زرد در آب

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

برای یک شکاف با پهنای معین، هر چه طول موج نور تابیده‌شده بیشتر باشد، نور بیشتر به اطراف پراشیده می‌شود (پراش بارزتر است)، پس باید بفهمیم که از بین نورهای داده‌شده در گزینه‌ها، کدام‌یک طول موج بیشتری دارد. اول این‌که طول موج نور زرد بیشتر از طول موج نور سبز است و دوم این‌که طول موج نور در هوا بیشتر از طول موج نور در آب است. براساس این دو موردی که گفتیم، طول موج نور زرد در هوا بیشتر از بقیه بوده و در نتیجه بیشتر به اطراف پراشیده می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ سرعت متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در مبدأ زمان برابر $(۴\,m/s)\vec{i}$ است. جهت حرکت این متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۶\,s$ تغییر می‌کند. اگر شتاب متوسط متحرک در ۱۰ s نخست برابر $(-۲\,m/s^۲)\vec{i}$ باشد، شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۶\,s$ تا $t_۲ = ۱۰\,s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۶\,s$ صفر می‌شود.

۱) $۴\vec{i}$ ۲) $-۴\vec{i}$

۳) $۶\vec{i}$ ۴) $-۶\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا رابطهٔ شتاب متوسط را برای بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s بنویسید تا سرعت متحرک در لحظهٔ ۱۰ s به دست آید. سپس با نوشتن رابطهٔ شتاب متوسط برای بازهٔ زمانی ۶ s تا ۱۰ s به جواب تست برسید.

درس Box شتاب متوسط:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$ ← تغییرات سرعت / ← مدت زمان

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: رابطهٔ شتاب متوسط را برای ۱۰ ثانیهٔ نخست می‌نویسیم تا سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۲ = ۱۰\,s$ به دست آید:

$$\vec{a}_{av(۰,۱۰s)} = \frac{\Delta\vec{v}_{(۰,۱۰s)}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{۱۰s} - \vec{v}_۰}{۱۰ - ۰} \Rightarrow -۲\vec{i} = \frac{\vec{v}_{۱۰s} - ۴\vec{i}}{۱۰}$$

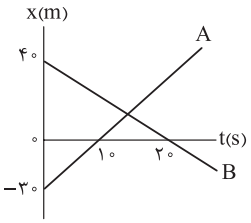
$$\Rightarrow \vec{v}_{۱۰s} = -۲۰\vec{i} + ۴\vec{i} = (-۱۶\,m/s)\vec{i}$$

گام دوم: متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۶\,s$ تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین سرعتش در این لحظه برابر صفر است. رابطهٔ شتاب متوسط را برای بازهٔ زمانی $t_۱ = ۶\,s$ تا $t_۲ = ۱۰\,s$ می‌نویسیم:

$$\vec{a}_{av(۶s,۱۰s)} = \frac{\Delta\vec{v}_{(۶s,۱۰s)}}{\Delta t'} = \frac{\vec{v}_{۱۰s} - \vec{v}_{۶s}}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۱۶\vec{i} - ۰}{۱۰ - ۶} = (-۴\,m/s^۲)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک **A** و **B** که در راستای محور **x** حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. در چه مکانی برحسب متر، دو متحرک به هم می‌رسند؟



۱) $۱۲\vec{i}$

۲) $۱۴\vec{i}$

۳) $۱۶\vec{i}$

۴) $۱۸\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

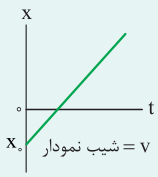
Hint

به کمک شیب نمودار، سرعت هر یک از متحرک‌ها را به دست آورید. سپس معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را تعیین کنید. در ادامه با برابر قرار دادن معادله‌ها، لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک را حساب کنید. در پایان با قراردادن لحظهٔ به هم رسیدن در یکی از معادله‌های مکان ـ زمان، مکان به هم رسیدن دو متحرک به دست می‌آید.

درس Box

در حرکت با سرعت ثابت:

الف) نمودار مکان ـ زمان به صورت یک خط راست است. شیب این نمودار برابر با سرعت متحرک و عرض از مبدأ آن برابر با مکان اولیهٔ متحرک است.



ب) معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک به صورت روبه‌رو است: $x = vt + x_۰$

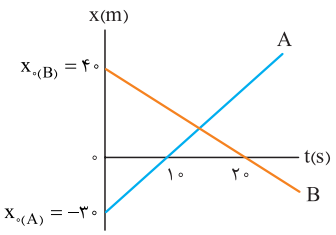
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نمودار $(x-t)$ هر دو متحرک به شکل خط راست است؛ بنابراین سرعت هر دو متحرک ثابت است و به کمک نمودار، معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_A = A \text{ شیب نمودار} = \frac{۰-(-۳۰)}{۱۰} = ۳\ m/s \quad , \quad v_B = B \text{ شیب نمودار} = \frac{۰-۴۰}{۲۰} = -۲\ m/s$$

$$x_A = v_A t + x_{۰(A)} = ۳t - ۳۰$$

$$x_B = v_B t + x_{۰(B)} = -۲t + ۴۰$$



گام دوم: وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، مکان‌هایشان یکسان می‌شود؛ بنابراین لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک برابر است با:

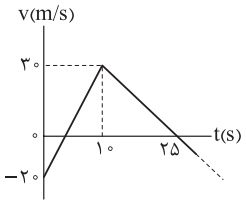
$$x_A = x_B \Rightarrow ۳t - ۳۰ = -۲t + ۴۰ \Rightarrow ۵t = ۷۰ \Rightarrow t = ۱۴\ s$$

با جای‌گذاری t به‌دست‌آمده در هر یک از معادله‌های مکان ـ زمان متحرک‌های A یا B، مکان به هم رسیدن دو متحرک به دست می‌آید:

$$x_B = x_A = ۳\times(۱۴) - ۳۰ = ۱۲\ m \Rightarrow \vec{x}_{\text{به هم رسیدن}} = (۱۲\ m)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر این متحرک در مبدأ زمان از مکان $x_0 = 14\ m$ عبور کند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، برای سومین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟



۱) ۴۲ ۲) ۱۷

۳) ۳۵ ۴) ۵۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

برای بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s، ابتدا شتاب متحرک را به کمک نمودار به دست آورید و سپس معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را بنویسید و برابر صفر قرار دهید. نتیجهٔ به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که متحرک در این بازهٔ زمانی دو بار از مبدأ مکان عبور کرده است. در ادامه برای بعد از لحظهٔ ۱۰ s هم همین کارها را انجام دهید تا لحظهٔ سومین عبور متحرک از مبدأ مکان به دست آید.

درس Box

۱) درس‌باکس تست ۴۵ را بخوانید.

۲) **معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:**

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

شتاب $= a$

زمان $= t$

سرعت اولیه $= v_0$

مکان اولیه $= x_0$

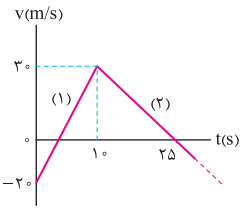
مکان متحرک در لحظهٔ $t = x$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شتاب متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s را به دست می‌آوریم:

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{30-(-20)}{10} = 5\ m/s^2$$

گام دوم: ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در این بازهٔ زمانی را می‌نویسیم و سپس برابر صفر قرار می‌دهیم تا لحظه‌های عبور متحرک از مبدأ مکان به دست آید:



$$x = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}\times 5t^2 + (-20)t + 14 = \frac{5}{2}t^2 - 20t + 14$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{5}{2}t^2 - 20t + 14 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4(\frac{5}{2})(14) = 400 - 140 = 260$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{20 \pm \sqrt{260}}{5}$$

لازم نیست مقدار tها را به دست آورید. فقط این نکته را بدانید که دو جواب مثبت و قابل قبول برای t به دست می‌آید که بیانگر اولین و دومین عبور متحرک از مبدأ مکان است.

گام سوم: به مکان متحرک در لحظهٔ ۱۰ s نیاز داریم. از معادلهٔ مکان ـ زمان که در گام اول به دست آوردیم، کمک می‌گیریم:

$$x_{10s} = \frac{5}{2}(10)^2 - 20(10) + 14 = 250 - 200 + 14 = 64\ m$$

شتاب متحرک پس از لحظهٔ ۱۰ s به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta v_{(10s,25s)}}{\Delta t_2} = \frac{0-30}{25-10} = -2\ m/s^2$$

گام چهارم: معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در این بخش از حرکت را تعیین می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}a_2 t^2 + v_{10s}t + x_{10s} = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 30t + 64 = -t^2 + 30t + 64$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

x را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow -t^2 + 30t + 64 = 0$$

$$\Delta = (30)^2 - 4(-1)(64) = 900 + 256 = 1156$$

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{1156}}{-2} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{-30+34}{-2} = -2\ s \text{ غ‌ق‌ق} \\ t = \frac{-30-34}{-2} = 32\ s \text{ ق‌ق} \end{cases}$$

بنابراین متحرک $32\ s$ بعد از لحظهٔ $10\ s$ یعنی در لحظهٔ $42\ s$ برای سومین بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. اگر تندی متوسط گلوله در $36\ m$ پایانی مسیر قبل از رسیدن به سطح زمین برابر $30\ m/s$ باشد، h برابر چند متر است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۱۰۹/۶ ۲) ۱۲۹/۶ ۳) ۵۴/۸ ۴) ۶۴/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ تندی متوسط، مدت‌زمان سقوط گلوله در $36\ m$ پایانی مسیر را به دست آورید. سپس به کمک معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان، سرعت گلوله در ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین را محاسبه کنید. در ادامه به سراغ بازهٔ زمانی بین رهاشدن گلوله تا رسیدن به ارتفاع ۳۶ متری سطح زمین بروید و با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان برای این مدت، جابه‌جایی گلوله را در این مدت به دست آورید. در پایان همه‌چیز برای محاسبهٔ ارتفاع h آماده است.

درس Box

۱) **رابطهٔ تندی متوسط:** $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ ← مسافت طی شده

۲) **معادلهٔ جابه‌جایی زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه:** $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$

۳) **معادلهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه:** $v^2 = -2g\Delta y$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک رابطهٔ تندی متوسط، مدت‌زمانی که گلوله، $36\ m$ پایانی مسیر را طی می‌کند، حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{|\Delta y|}{\Delta t} \Rightarrow 30 = \frac{36}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{36}{30} = 1/2\ s$$

گام دوم: معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان را برای $36\ m$ پایانی مسیر می‌نویسیم تا سرعت گلوله هنگامی که در ارتفاع ۳۶ متری زمین قرار دارد (v_1)، به دست آید:

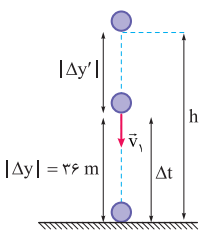
$$\Delta y = -\frac{1}{2}g(\Delta t)^2 + v_1\Delta t \Rightarrow -36 = -5\times(1/2)^2 + v_1\times(1/2) \Rightarrow 1/2v_1 = -36 + 7/2$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{-28/8}{1/2} = -24\ m/s$$

گام سوم: جابه‌جایی گلوله از لحظهٔ رهاشدن تا لحظه‌ای که سرعتش به v_1 برسد را به دست می‌آوریم:

$$v_1^2 = -2g\Delta y' \Rightarrow (-24)^2 = -20\Delta y' \Rightarrow \Delta y' = \frac{24^2}{-20} = -28/8\ m$$

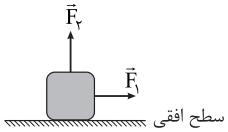
با توجه به شکل مقابل، h برابر است با:



$$h = |\Delta y'| + |\Delta y| = 28/8 + 36 = 64/8\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ در شکل زیر، به جسمی به جرم $4kg$، نیروی افقی $F_1 = 20N$ و نیروی قائم $F_2 = 20N$ وارد می‌شود و جسم ساکن است. اگر بدون تغییر اندازه، جهت نیروی F_2 قرینه شود، اندازهٔ نیروی اصطکاک و نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، به ترتیب از راست به چپ، چند برابر می‌شود؟ $(g = 10\,N/kg)$



۱) ۱، $\sqrt{5}$
۲) ۱، $\sqrt{10}$
۳) ۳، $\sqrt{5}$
۴) ۳، $\sqrt{10}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

در هر دو حالت، جسم ساکن و در نتیجه نیروی خالص وارد بر آن صفر است. بر این اساس، ابتدا اندازهٔ نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح وارد بر جسم و سپس برایند این دو نیرو (اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند) را به دست آورید. در پایان نسبت‌های خواسته‌شده به راحتی حساب می‌شود.

درس Box

۱) **قانون اول نیوتون:** اگر جسمی ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند، به آن نیروی خالصی وارد نمی‌شود.

۲) وقتی جسمی با یک سطح در تماس است، اگر با وجود نیروی محرکی که به آن وارد می‌شود، هم‌چنان ساکن بماند، نیروی اصطکاک وارد بر آن، ایستایی $(\vec{f}_s)$ است. اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی فرمول خاصی ندارد و برابر با اندازهٔ نیروی محرکی است که به جسم وارد می‌شود.

۳) جسم به سطح دو نیرو وارد می‌کند، نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و اصطکاک $(\vec{f})$. این دو نیرو بر یکدیگر عمودند. اندازهٔ نیرویی که سطح و جسم به هم وارد می‌کنند، برایند این دو نیرو است، پس:

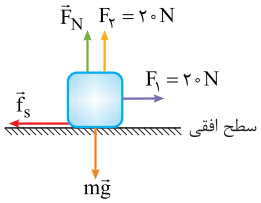
$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حالت اول مطابق شکل (الف) است. چون جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی به آن وارد می‌شود. اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی عمودی سطح وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$\text{جسم ساکن است} \Rightarrow \begin{cases} F_{net(\text{افقی})} = 0 \Rightarrow F_1 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F_1 = 20N \\ F_{net(\text{قائم})} = 0 \Rightarrow F_2 + F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg - F_2 = (4\times10) - 20 = 20N \end{cases}$$

اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند برابر با برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_s$ است:



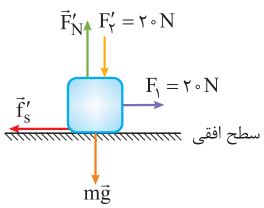
(الف)

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}N$$

گام دوم: حالت دوم مطابق شکل (ب) است. با قرینه‌شدن نیروی $\vec{F}_2$ جهت آن رو به پایین می‌شود. همین موضوع باعث می‌شود که اندازهٔ نیروی عمودی سطح و در نتیجه طبق رابطهٔ $f_{s,max} = \mu_s F_N$، اندازهٔ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی افزایش یابد؛ بنابراین نیروی $\vec{F}_1$ هم‌چنان نمی‌تواند باعث حرکت جسم شود و جسم باز هم ساکن می‌ماند. اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی و اندازهٔ نیروی عمودی سطح را برای حالت دوم نیز به دست می‌آوریم:

$$\text{جسم ساکن است} \Rightarrow \begin{cases} F_{net(\text{افقی})} = 0 \Rightarrow F_1 - f'_s = 0 \Rightarrow f'_s = F_1 = 20N \\ F_{net(\text{قائم})} = 0 \Rightarrow F'_N - F'_2 - mg = 0 \Rightarrow F'_N = mg + F'_2 = (4\times10) + 20 = 60N \end{cases}$$

در حالت دوم، اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند برابر است با:



(ب)

$$R' = \sqrt{F_N'^2 + f_s'^2} = \sqrt{60^2 + 20^2} = \sqrt{20^2(3^2 + 1^2)} = 20\sqrt{10}N$$

گام سوم: نسبت‌های خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{20\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5} \qquad \text{و} \qquad \frac{f'_s}{f_s} = \frac{20}{20} = 1$$

گول نخوری

هواستون باشه! با قرینه‌شدن $\vec{F}_2$، F_N و در نتیجه $f_{s,max}$، ۳ برابر می‌شه، ولی f_s تغییر نمی‌کنه!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰ چتربازی به جرم $۶۰kg$ مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به $۷۲۰N$ افزایش می‌یابد. به ترتیب، اندازهٔ شتاب چترباز در این لحظه چند متر بر مربع ثانیه و حرکت چترباز بلافاصله پس از این لحظه چگونه است؟ $(g = ۱۰ N/kg)$

۱) ۲، رو به بالا به صورت تندشونده
۲) ۲، رو به پایین به صورت کندشونده
۳) ۱۲، رو به بالا به صورت تندشونده
۴) ۱۲، رو به پایین به صورت کندشونده

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint به کمک قانون دوم نیوتون، اندازهٔ شتاب چترباز را به دست آورید و با توجه به جهت شتاب و سرعت چترباز، نوع حرکت آن را تعیین کنید.

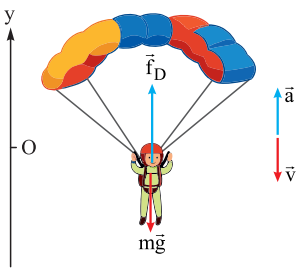
درس Box

۱) **قانون دوم نیوتون:** $F_{net} = ma$

۲) اگر شتاب و سرعت متحرک هم‌جهت باشند، حرکت آن تندشونده و اگر در خلاف جهت یکدیگر باشند، حرکت آن کندشونده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق شکل زیر، به چترباز دو نیرو وارد می‌شود؛ نیروی رو به پایین وزن و نیروی مقاومت هوا که در خلاف جهت حرکت چترباز، یعنی رو به بالا است. قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم تا اندازهٔ شتاب چترباز به دست آید:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow ۷۲۰ - (۶۰ \times ۱۰) = ۶۰a \Rightarrow ۱۲۰ = ۶۰a \Rightarrow a = ۲ m/s^۲$$



چون $f_D > mg$ است، شتاب چترباز در این لحظه رو به بالا است. از طرفی چترباز **رو به پایین** حرکت می‌کند، پس سرعتش رو به پایین است. شتاب و سرعت در خلاف جهت یکدیگرند؛ بنابراین حرکت چترباز بلافاصله پس از این لحظه **کندشونده** است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ اگر اندازهٔ تکانهٔ جسمی به جرم $2/5\ kg$ از $20\frac{kg.m}{s}$ به $80\frac{kg.m}{s}$ برسد، انرژی جنبشی آن چند ژول تغییر می‌کند؟

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۲۴۰۰

۳) ۷۲۰ ۴) ۱۴۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ انرژی جنبشی و تکانه:

$$K = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \text{جرم جسم}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2m}(p_2^2 - p_1^2) = \frac{1}{2\times 2/5}\times(80^2 - 20^2) = \frac{1}{5}\times \underbrace{(80-20)}_{60}\underbrace{(80+20)}_{100}$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{6000}{5} = 1200\ J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ ماهوارهٔ **A** به جرم **m** در فاصلهٔ $۱/۲۵R_e$ از سطح زمین و ماهوارهٔ **B** به جرم **۲ m** در فاصلهٔ **h** از سطح زمین به دور آن می‌چرخند. اگر اندازهٔ تکانهٔ این دو ماهواره برابر باشد، **h** چند برابر R_e است؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) ۳/۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۸ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا رابطهٔ تکانه را به صورت نسبتی بنویسید و نسبت تندی دو ماهواره را حساب کنید. سپس رابطهٔ تندی ماهواره را به صورت نسبتی بنویسید و h را به دست آورید.

درس Box

۱) **تکانه:**

$\vec{p} = m\vec{v}$ → سرعت جسم

↓ جرم جسم

۲) **تندی ماهواره:**

$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ (جرم زمین، ثابت گرانش عمومی؛ ↓ فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین)

$r = R_e + h$ → فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین

↓ شعاع زمین

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: رابطهٔ تکانه را به شکل نسبتی می‌نویسیم تا نسبت تندی دو ماهواره به دست آید:

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow ۱ = \frac{m}{۲m} \times \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = ۲$$

گام دوم: حالا رابطهٔ تندی ماهواره را به شکل نسبتی می‌نویسیم تا h به دست آید:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \xrightarrow{M_e \text{ و } G \text{ یکسان}} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \xrightarrow[r_A = R_e + ۱/۲۵R_e = ۲/۲۵R_e]{r_B = R_e + h} ۲ = \sqrt{\frac{R_e + h}{۲/۲۵R_e}}$$

$$\xrightarrow{(\ )^۲} ۴ = \frac{R_e + h}{۲/۲۵R_e} \Rightarrow R_e + h = ۹R_e \Rightarrow h = ۸R_e$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ فنری قائم با جرم ناچیز و ثابت $k = ۳۲۰\ N/m$ از یک نقطه آویزان است. جسمی به جرم $۲۰۰\ g$ را به انتهای دیگر فنر بسته و در همان حالتی که فنر طول عادی خود را دارد، جسم را رها می‌کنیم. از این لحظه، مسافتی که جسم در مدت $۱/۵\ s$ طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ ، $\pi = ۳$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۸/۷۵

۳) ۲۵ ۴) ۳۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

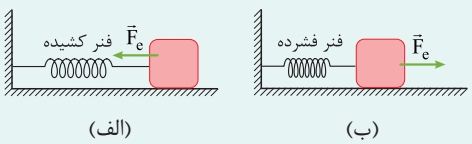
Hint ابتدا دامنهٔ نوسان را که برابر با فاصلهٔ بین نقطهٔ رهاکردن جسم و نقطهٔ تعادل است، حساب کنید. سپس دورهٔ تناوب جسم را به دست آورید و مدت‌زمان داده‌شده را برحسب آن بنویسید. در پایان مسافت طی‌شده در مدت‌زمان داده‌شده به راحتی به دست می‌آید.

درس Box

۱) **قانون هوک:** اگر فنری نسبت به حالت عادی خود، به اندازهٔ x کشیده یا فشرده شود، فنر به جسم متصل به خود نیروی کشسانی وارد می‌کند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$F_e = \underset{\text{ثابت فنر}}{\underset{\downarrow}{k}}\, x$$

۲) فنر کشیده، جسم متصل به خود را می‌کشد و فنر فشرده، جسم متصل به خود را هل می‌دهد. شکل‌های زیر را ببینید؛ در این شکل‌ها، $\vec{F}_e$ نیرویی است که فنر به جسم وارد می‌کند.



(الف) (ب)

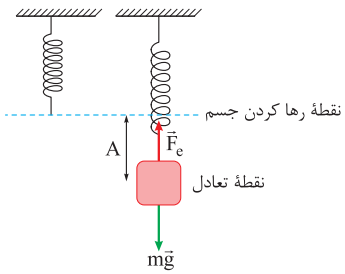
۳) دورهٔ تناوب نوسانگر جرم ـ فنر:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{جرم نوسانگر} \\ \rightarrow \text{ثابت فنر} \end{matrix}$$

۴) درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۶ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: دامنهٔ نوسان جسم را می‌خواهیم. باید ببینیم که فاصلهٔ نقطهٔ رهاکردن جسم تا نقطهٔ تعادل چه‌قدر است. این فاصله برابر با مقدار کشیدگی فنر تا رسیدن به نقطهٔ تعادل است؛ بنابراین با توجه به شکل‌های مقابل می‌توان نوشت:



$$F_{net} = ۰ \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow kx = mg \xrightarrow{x=A} kA = mg$$

$$\xrightarrow{m=۲۰۰g=۰/۲kg} ۳۲۰\times A = ۰/۲\times ۱۰ \Rightarrow A = \frac{۲}{۳۲۰} = \frac{۱}{۱۶۰}\,m$$

$$\Rightarrow A = \frac{۱۰۰}{۱۶۰}\,cm = \frac{۵}{۸}\,cm$$

گام دوم: دورهٔ تناوب جسم را به دست می‌آوریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\times ۳\times\sqrt{\frac{۰/۲}{۳۲۰}} = ۶\sqrt{\frac{۱}{۱۶۰۰}} = ۶\times\frac{۱}{۴۰} = \frac{۳}{۲۰}\,s$$

بازهٔ زمانی $\Delta t = ۱/۵\ s$ را برحسب T حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۱/۵}{\frac{۳}{۲۰}} = \frac{۳۰}{۳} \Rightarrow \Delta t = ۱۰T$$

گام سوم: نوسانگر در هر دوره (T) مسافت $۴A$ را می‌پیماید؛ بنابراین مسافتی که نوسانگر در مدت $۱/۵\ s$ $(۱۰T)$ می‌پیماید، برابر است با:

$$l = ۱۰\times(۴A) = ۴۰\times\frac{۵}{۸} = ۲۵\ cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ سیمی با چگالی $7/8\ g/cm^3$ و سطح مقطع $0/5\ mm^2$ بین دو نقطه کشیده شده است. در این سیم موجی با طول موج $50\ cm$ تشکیل می‌شود. اگر بسامد موج $400Hz$ باشد، نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟

۱) $3/9$ ۲) $15/6$

۳) 39 ۴) 156

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با استفاده از طول موج و بسامد، تندی انتشار موج در سیم را به دست آورید، سپس به کمک رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی در سیم، نیروی کشش سیم را حساب کنید.

درس Box

۱) **تندی انتشار موج عرضی در ریسمان (فنر و ...) تحت کشش:**

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$ F: نیروی کشش، A: سطح مقطع، ρ: چگالی

۲) **رابطهٔ بین تندی انتشار موج، طول موج و بسامد موج:**

$$\lambda=\frac{v}{f}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow v=\lambda f \xrightarrow{\lambda=50cm=0/5m} v=0/5\times 400=200\ m/s$$

گام دوم: نیروی کشش سیم به صورت زیر حساب می‌شود:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow[A=0/5mm^2=0/5\times10^{-6}m^2]{\rho=7/8g/cm^3=7/8\times10^3kg/m^3} 200=\sqrt{\frac{F}{7/8\times10^3\times0/5\times10^{-6}}}$$

$$\xrightarrow{(\ )^2} 4\times10^4=\frac{F}{3/9\times10^{-3}}\Rightarrow F=15/6\times10=156N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ پرتوی نور تک‌رنگی با زاویهٔ تابش 53° از هوا به سطح یک محیط شفاف می‌تابد. قسمتی از این پرتو شکسته شده و وارد محیط شفاف می‌شود و قسمتی از آن نیز از سطح جداکنندهٔ هوا و محیط بازتاب می‌شود. اگر زاویهٔ بین پرتو شکست و پرتو بازتاب 82° باشد، ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0/6$ و $n_{هوا} = 1$)

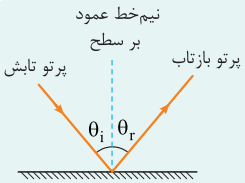
۱) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ ۲) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ۳) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ۴) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا براساس قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ بازتابش را به دست آورید. سپس با کمی کمک‌گرفتن از هندسه، زاویهٔ شکست به دست می‌آید. در پایان قانون شکست اسنل را بنویسید و ضریب شکست محیط شفاف را حساب کنید.

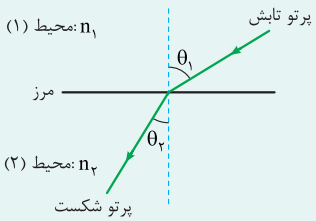
درس Box

۱) **قانون بازتاب عمومی:** در هر تابش، زاویهٔ تابش با زاویهٔ بازتابش برابر است.



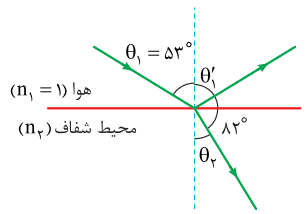
$$\theta_i = \theta_r$$

۲) **قانون شکست اسنل:** اگر پرتو نوری از محیطی به ضریب شکست n_1 وارد محیطی به ضریب شکست n_2 شود، داریم:



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با توجه به داده‌های تست، پرتوها را به صورت شکل زیر رسم می‌کنیم. زاویهٔ بازتابش برابر با زاویهٔ تابش است، پس:



$$\theta'_1 = \theta_1 \Rightarrow \theta'_1 = 53^\circ$$

با توجه به شکل، زاویهٔ شکست به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta'_1 + 82^\circ + \theta_2 = 180^\circ \Rightarrow 53^\circ + 82^\circ + \theta_2 = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$

گام دوم: قانون شکست اسنل را می‌نویسیم تا ضریب شکست محیط شفاف به دست آید:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = n_2 \times \sin 45^\circ \Rightarrow 1 \times 0/8 = n_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{0/8 \times 2}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{10} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ در طیف اتمی هیدروژن، بسامد دومین خط کدام رشته برابر $۵۶۲/۵\text{THz}$ است؟ ($R=\frac{۱}{۱۰۰}\text{nm}^{-۱}$ و $c=۳\times۱۰^{۸}\text{m/s}$)

۱) لیمان $(n'=۱)$
۲) بالمر $(n'=۲)$
۳) پاشن $(n'=۳)$
۴) براکت $(n'=۴)$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا طول موج را به دست آورید و سپس به کمک معادلهٔ ریدبرگ رشتهٔ مورد نظر را تعیین کنید.

درس Box

۱) **رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:**

$$\lambda=\frac{c}{f} \qquad (c=۳\times۱۰^{۸}\text{m/s}:\text{تندی نور در خلأ})$$

۲) **معادلهٔ ریدبرگ:** طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right) \qquad (R\simeq ۰/۰۱\,(\text{nm})^{-۱}:\text{ثابت ریدبرگ و } n>n')$$

(n': شمارهٔ رشته)

- در این رابطه طول موج (λ)، برحسب نانومتر است.
- شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n')	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طول موج خط طیفی را حساب می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{c}{f}\xrightarrow{f=۵۶۲/۵\text{THz}=۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}\text{Hz}}\lambda=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}}=\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۷}=\frac{۱۶۰۰}{۳}\times۱۰^{-۹}\text{m}$$

$$\xrightarrow{۱۰^{-۹}\text{m}=۱\text{nm}}\lambda=\frac{۱۶۰۰}{۳}\text{nm}$$

گام دوم:

نکته در اتم هیدروژن شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ n' از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

شمارهٔ خط طیفی در رشتهٔ $n'=n-n'$

براساس نکتهٔ بالا شمارهٔ مدار مبدأ برابر است با:

$$۲=n-n'\Rightarrow n=n'+۲$$

حالا معادلهٔ ریدبرگ را می‌نویسیم:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)\Rightarrow\frac{۱}{\frac{۱۶۰۰}{۳}}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{(n'+۲)^{۲}}\right)\Rightarrow\frac{۳}{۱۶}=\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{(n'+۲)^{۲}}$$

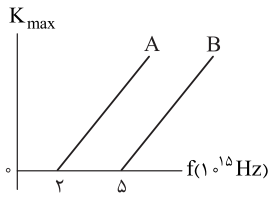
حدس‌زدن مقدار n' به جای حل معادلهٔ بالا، خیلی راحت‌تر و سریع‌تر ما را به جواب می‌رساند:

$$n'=۲\Rightarrow\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۴^{۲}}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۶}=\frac{۴-۱}{۱۶}=\frac{۳}{۱۶}\quad\checkmark$$

تیزبازی طول موج در حدود ۵۳۳ nm است. می‌دانیم که این طول موج در محدودهٔ نور مرئی $(۴۰۰\text{nm}$ تا $۷۵۰\text{nm})$ قرار دارد و بنابراین رشتهٔ مورد نظر حتماً بالمر $(n'=۲)$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ در آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح دو فلز **A** و **B** برحسب بسامد نور تابیده به آن‌ها، به شکل زیر است. اگر در حالتی که نوری با بسامد **f** به سطح دو فلز می‌تابد، بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح فلز **A**، ۲ برابر بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های گسیلی از سطح فلز **B** باشد، **f** برابر چند هرتز است؟



۱) 6×10^{15}

۲) 7×10^{15}

۳) 8×10^{15}

۴) 9×10^{15}

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از روی نمودار، بسامد آستانهٔ فلزها را به دست آورید. سپس به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی، نسبت بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب کنید. در پایان معادلهٔ فوتوالکتریک را به صورت نسبتی بنویسید تا بسامد نور فرودی محاسبه شود.

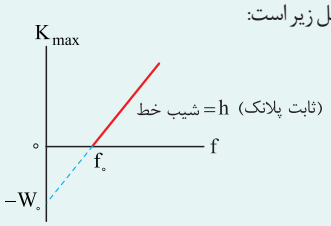
درس Box

۱) **معادلهٔ فوتوالکتریک:** بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K_{max} = hf - W_{\circ} = hf - hf_{\circ}$$

انرژی فوتون فرودی — بسامد فوتون فرودی — تابع کار فلز — بسامد آستانهٔ فلز

۲) نمودار بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده برحسب بسامد نور فرودی به شکل زیر است:



۳) برای محاسبهٔ تندی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$K_{max} = \frac{1}{2} m_e v_{max}^2$$

جرم الکترون

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طول از مبدأ نمودار بیشینهٔ انرژی جنبشی برحسب بسامد $(K_{max} - f)$، بیانگر بسامد آستانهٔ فلزها است، پس با توجه به نمودار داریم:

$$f_{\circ(A)} = 2\times10^{15}Hz \ , \ f_{\circ(B)} = 5\times10^{15}Hz$$

گام دوم: نسبت بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$K_{max} = \frac{1}{2} m_e v_{max}^2 \Rightarrow \frac{K_{max(A)}}{K_{max(B)}} = \left(\frac{v_{max(A)}}{v_{max(B)}}\right)^2 \xrightarrow{v_{max(A)}=2v_{max(B)}} \frac{K_{max(A)}}{K_{max(B)}} = 2^2 = 4$$

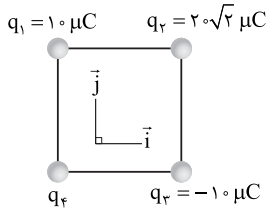
گام سوم: معادلهٔ فوتوالکتریک را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$K_{max} = hf - W_{\circ} = hf - hf_{\circ} = h(f - f_{\circ}) \Rightarrow \frac{K_{max(A)}}{K_{max(B)}} = \frac{f - f_{\circ(A)}}{f - f_{\circ(B)}} \Rightarrow 4 = \frac{f - 2\times10^{15}}{f - 5\times10^{15}}$$

$$\Rightarrow 4f - 20\times10^{15} = f - 2\times10^{15} \Rightarrow 3f = 18\times10^{15} \Rightarrow f = 6\times10^{15}Hz$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس‌های مربعی به ضلع ۱۰ cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ برابر $۳۶۰\sqrt{۲}\,\text{N})\vec{i}$ باشد، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ چند نیوتون است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) ۲۷۰

۲) ۳۱۵

۳) $۴۵\sqrt{۶۵}$

۴) ۴۰۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا به کمک قانون کولن، بزرگی نیروهای الکتریکی‌ای که بارهای $q_۱$ و $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کنند و سپس بزرگی برایند آن‌ها را به دست آورید. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را دارید، پس ابتدا بزرگی نیروی الکتریکی‌ای که بار $q_۴$ به بار $q_۲$ وارد می‌کند و سپس $q_۴$ را حساب کنید. در ادامه به سراغ بار $q_۱$ بروید و بزرگی نیروهای الکتریکی وارد بر آن را به کمک قانون کولن محاسبه کنید و در پایان بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ را به دست آورید.

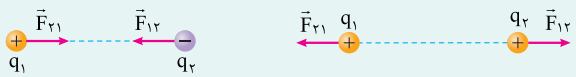
درس Box ۱) **قانون کولن**: دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \qquad (\text{ثابت کولن}: k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$$

تکنیک محاسباتی ۹۰: چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا، کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید.

$$F(\text{برحسب N}) = ۹۰\times\frac{|q_۱||q_۲|\ (\text{برحسب }\mu C)}{r^۲\ (\text{برحسب cm})}$$

۲) مطابق شکل‌های زیر، بارهای هم‌نام یکدیگر را دفع و بارهای ناهم‌نام یکدیگر را جذب می‌کنند.

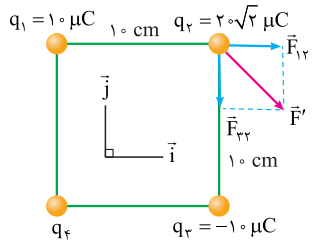


پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: مطابق شکل (الف)، نیروهای الکتریکی‌ای که بارهای $q_۱$ و $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کنند را رسم کرده و اندازهٔ هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$F_{۱۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} F_{۱۲} = ۹۰\times\frac{۱۰\times۲۰\sqrt{۲}}{۱۰^۲} = ۱۸۰\sqrt{۲}\ \text{N}$$

$$\begin{cases}|q_۳| = |q_۱| \\ r_{۳۲} = r_{۱۲}\end{cases} \Rightarrow F_{۳۲} = F_{۱۲} \Rightarrow F_{۳۲} = ۱۸۰\sqrt{۲}\ \text{N}$$

$\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ بر هم عمودند؛ بنابراین برایند آن‌ها برابر است با:



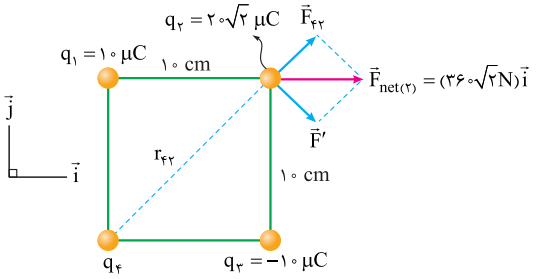
(الف)

$$F' = \sqrt{F_{۱۲}^۲ + F_{۳۲}^۲} \xrightarrow{F_{۱۲}=F_{۳۲}} F' = \sqrt{۲}F_{۱۲} = \sqrt{۲}\times۱۸۰\sqrt{۲} = ۳۶۰\ \text{N}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 در جهت محور x است؛ بنابراین با توجه به $\vec{F}'$، نیروی الکتریکی‌ای که بار q_4 به بار q_2 وارد می‌کند، باید اولاً در جهت نشان‌داده‌شده در شکل (ب) و ثانیاً هم‌اندازه با $\vec{F}'$ باشد. با این توضیحات، بار q_4 باید مثبت باشد که q_2 را دفع کند. داریم:

$$r_{42} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ cm$$



(ب)

$$F_{42} = F' \Rightarrow k\frac{|q_4||q_2|}{r_{42}^2} = F' \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} 90\times\frac{|q_4|\times 20\sqrt{2}}{(10\sqrt{2})^2} = 360$$

$$\Rightarrow |q_4|\times 1800\sqrt{2} = 36000\times 2 \Rightarrow |q_4| = \frac{36000\times\cancel{2}^{\sqrt{2}}}{1800\times\cancel{\sqrt{2}}} = 20\sqrt{2}\ \mu C \xrightarrow{q_4>0} q_4 = 20\sqrt{2}\ \mu C$$

گام سوم: حالا مطابق شکل (پ)، نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 را رسم می‌کنیم و اندازهٔ هر یک را حساب می‌کنیم:

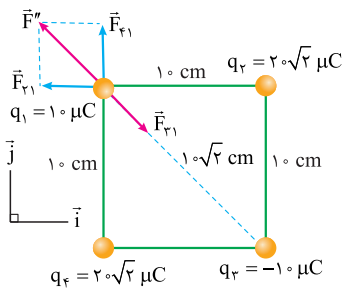
$$\begin{cases}|q_2| = |q_4| \\ r_{41} = r_{21}\end{cases} \Rightarrow F_{21} = F_{41} = k\frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} F_{21} = F_{41} = 90\times\frac{20\sqrt{2}\times 10}{10^2} = 180\sqrt{2}\ N$$

$$F_{31} = k\frac{|q_1||q_3|}{r_{31}^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} F_{31} = 90\times\frac{10\times 10}{(10\sqrt{2})^2} = \frac{90}{2} = 45N$$

گام چهارم: ابتدا بزرگی برایند دو نیروی $\vec{F}_{41}$ و $\vec{F}_{21}$ و سپس بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:

$$F'' = \sqrt{F_{21}^2 + F_{41}^2} \xrightarrow{F_{21}=F_{41}} F'' = \sqrt{2}F_{21} = \sqrt{2}\times 180\sqrt{2} = 360N$$

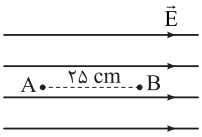
$$F_{net(1)} = F'' - F_{31} = 360 - 45 = 315N$$



(پ)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $50\ kV/m$، ذره‌ای به جرم $0/5\ g$ و بار الکتریکی $4\ \mu C$ از نقطهٔ A با سرعت $20\ m/s$ در جهت میدان الکتریکی پرتاب می‌شود. ذره با تندی چند متر بر ثانیه از نقطهٔ B عبور می‌کند؟ (وزن ذره و نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) $10\sqrt{2}$

۲) $10\sqrt{3}$

۳) $10\sqrt{5}$

۴) $10\sqrt{6}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای ذره بنویسید و به کمک داده‌های تست به جواب برسید.

درس Box

۱) اگر ذرهٔ بارداری فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی مکانیکی‌اش پایسته می‌ماند. در این حالت رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta U_E + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta U_E = -\Delta K$$

(ΔU_E: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، ΔK: تغییر انرژی جنبشی ذره)

۲) **تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ باردار q:**

$$\Delta U_E = -E|q|d\cos\theta$$

(E: میدان الکتریکی، d: جابه‌جایی، θ: زاویهٔ بین نیروی الکتریکی و جابه‌جایی)

۳) **انرژی جنبشی:**

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

(m: جرم جسم، v: تندی جسم)

پاسخ خیلی تشریحی به ذره فقط نیروی الکتریکی وارد می‌شود؛ بنابراین به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = E|q|d\cos\theta$$

$$\xrightarrow[E=50\,kV/m=5\times10^4\,V/m,\ d=25\,cm=\frac{1}{4}m,\ \theta=0^\circ]{m=0/5\,g=5\times10^{-4}\,kg,\ q=4\,\mu C=4\times10^{-6}\,C} \frac{1}{2}\times5\times10^{-4}\times(v_B^2-20^2)=5\times10^4\times4\times10^{-6}\times\frac{1}{4}\times\underbrace{\cos0^\circ}_{1}$$

$$\Rightarrow v_B^2 - 400 = 200 \Rightarrow v_B^2 = 600 \xrightarrow{\sqrt{\ }} v_B = 10\sqrt{6}\ m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ یک خازن تخت به باتری بسته شده است. پس از مدتی، خازن را از باتری جدا کرده و سپس فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم.

بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند.

کدام موارد زیر درست است؟

الف) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها تغییری نمی‌کند.

ب) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها نصف می‌شود.

پ) انرژی ذخیره‌شده در خازن دو برابر می‌شود.

ت) بار روی صفحه‌ها نصف می‌شود.

۱) الف و پ ۲) الف و ب

۳) ب و پ ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با:

$$C = \frac{Q}{V}$$

۲) ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

(A: مساحت هر یک از صفحه‌های خازن، d: فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن، κ: ثابت دی‌الکتریک، $\varepsilon_0 = 8/85 \times 10^{-12}\ F/m$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

۳) اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$E = \frac{V}{d}$$

۴) انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی خازن از باتری جدا شده است؛ بنابراین بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ثابت می‌ماند. *(نادرستی ت)*.

ببینیم چه بر سر اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها می‌آید:

$C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ (d: ۲ برابر) $\Rightarrow$ C نصف می‌شود

$C = \frac{Q}{V}$ (Q: ثابت) $\Rightarrow$ V دو برابر می‌شود *(نادرستی ب)*

تیزبازی با نگاهی به گزینه‌ها، می‌توان فهمید که گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴) نادرست و گزینهٔ (۱) جواب تست است.

حل تست را کامل می‌کنیم. چگونگی تغییرات بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌های خازن و انرژی ذخیره‌شده در خازن را بررسی می‌کنیم.

$E = \frac{V}{d}$ (V: ۲ برابر، d: ۲ برابر) $\Rightarrow$ E ثابت می‌ماند *(درستی الف)*

$U = \frac{Q^2}{2C}$ (Q: ثابت، C: نصف) $\Rightarrow$ U دو برابر می‌شود *(درستی پ)*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ المنت یک اجاق برقی شامل سیمی به طول $1\ m$ و سطح مقطع $3\ mm^2$ است. اگر مقاومت ویژهٔ مادهٔ سازندهٔ سیم در دمای $25^\circ C$ برابر $6\times10^{-5}\ \Omega . m$ و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ آن $4\times10^{-3}\ K^{-1}$ باشد، مقاومت الکتریکی سیم در دمای $100^\circ C$ برابر چند اهم است؟

۱) ۲۰/۶ ۲) ۲۶ ۳) ۲۰۶ ۴) ۲۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ مقاومت ویژه با دما، مقاومت ویژهٔ سیم را در دمای $100^\circ C$ حساب کنید، سپس به کمک رابطهٔ مقاومت الکتریکی، مقاومت الکتریکی سیم در دمای $100^\circ C$ را به دست آورید.

درس Box

۱) رابطهٔ مقاومت ویژه با دما:

$\rho = \rho_\circ[1+\alpha(T-T_\circ)]$

ρ: مقاومت ویژه در دمای T — $\rho_\circ$: مقاومت ویژه در دمای $T_\circ$ — α: ضریب دمایی مقاومت ویژه

۲) مقاومت الکتریکی سیم:

$R=\rho\frac{L}{A}$

R: مقاومت الکتریکی — ρ: مقاومت ویژه — L: طول — A: سطح مقطع

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مقاومت ویژهٔ سیم را در دمای $100^\circ C$ حساب می‌کنیم:

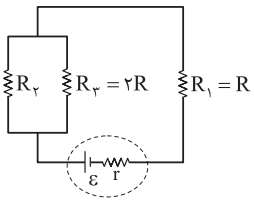
$$\rho=\rho_\circ[1+\alpha(T-T_\circ)]=6\times10^{-5}\times[1+4\times10^{-3}\underbrace{(100-25)}_{75}]=6\times10^{-5}\times1/3=7/8\times10^{-5}\ \Omega.m$$

گام دوم: مقاومت الکتریکی سیم در دمای $100^\circ C$ برابر است با:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[L=1m]{A=3mm^2=3\times10^{-6}m^2}R=7/8\times10^{-5}\times\frac{1}{3\times10^{-6}}=26\ \Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت R_1، دو برابر توان مصرفی مقاومت R_2 باشد، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) ۴

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۲

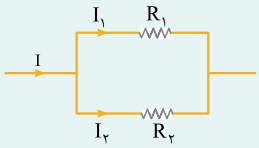
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

ابتدا نسبت جریان الکتریکی عبوری از مقاومت‌های R_2 و R_3 و سپس به کمک اصل پایستگی بار الکتریکی، نسبت جریان الکتریکی عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_2 را به دست آورید. در پایان، رابطهٔ $P = RI^2$ را به صورت نسبتی بنویسید و پس از حل معادله، نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ را حساب کنید.

درس Box

۱) مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$
- اصل پایستگی بار الکتریکی: $I = I_1 + I_2$

۲) اگر جریان عبوری از مقاومت R برابر I باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $P = RI^2$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دو مقاومت R_2 و R_3 موازی‌اند؛ بنابراین نسبت جریان عبوری از آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_3}{I_2} = \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_2}{۲R} \xrightarrow{R_1 = R} \frac{I_3}{I_2} = \frac{R_2}{۲R_1} \Rightarrow I_3 = \frac{R_2}{۲R_1} I_2 \qquad (۱)$$

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، جریان عبوری از مقاومت R_1 برابر با مجموع جریان عبوری از مقاومت‌های R_2 و R_3 است؛ بنابراین:

$$I_1 = I_2 + I_3 \xrightarrow{(۱)} I_1 = I_2 + \frac{R_2}{۲R_1} I_2 = I_2 (۱ + \frac{R_2}{۲R_1})$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = ۱ + \frac{R_2}{۲R_1} \qquad (۲)$$

گام دوم: توان مصرفی مقاومت R_1، ۲ برابر توان مصرفی مقاومت R_2 است، پس:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} \times (\frac{I_1}{I_2})^2 \xrightarrow{(۲)} ۲ = \frac{R_1}{R_2} (۱ + \frac{R_2}{۲R_1})^2 = \frac{R_1}{R_2} (۱ + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2^2}{۴R_1^2})$$

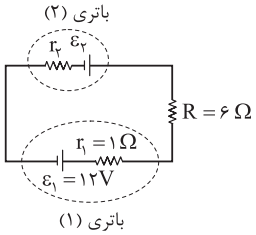
$$\Rightarrow ۲ = \frac{R_1}{R_2} + ۱ + \frac{R_2}{۴R_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{۴R_1} = ۱ \xrightarrow{\frac{R_1}{R_2} = x} x + \frac{۱}{۴x} = ۱ \xrightarrow{\times ۴x} ۴x^2 + ۱ = ۴x$$

$$\Rightarrow ۴x^2 - ۴x + ۱ = ۰ \Rightarrow (۲x - ۱)^2 = ۰ \Rightarrow ۲x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\frac{R_1}{R_2} = x} \frac{R_1}{R_2} = \frac{۱}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ در مدار شکل زیر، اگر توان ورودی باتری (۱) برابر $۲۸W$ باشد، توان خروجی باتری (۲) چند وات است؟



۱) ۳۶

۲) ۴۸

۳) ۵۲

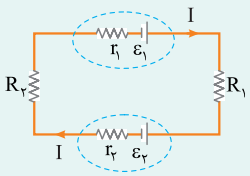
۴) ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

رابطهٔ توان ورودی را برای باتری (۱) بنویسید و جریان عبوری از آن را حساب کنید. با داشتن جریان مدار، می‌توانید توان مصرفی مقاومت R را به دست آورید. در پایان با نوشتن اصل پایستگی انرژی برای توان‌های تولیدی و مصرفی در مدار، توان خروجی باتری (۱) را حساب کنید.

درس Box



مدار شکل روبه‌رو، شامل باتری‌های $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ $(\varepsilon_۱ > \varepsilon_۲)$ است که در جهت‌های مخالف بسته شده‌اند. در مورد، این مدار باید موارد زیر را بدانید:

- تعیین جهت جریان عبوری از مدار به عهدهٔ باتری $\varepsilon_۱$ (که نیروی محرکهٔ الکتریکی بزرگ‌تری دارد) است.
- باتری $\varepsilon_۱$ تولیدکنندهٔ انرژی است:

$\varepsilon_۱$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری : $V_۱ = \varepsilon_۱ - r_۱I$

$\varepsilon_۱$ توان تولیدی باتری : $P_{\varepsilon_۱} = V_۱I = \varepsilon_۱I - r_۱I^۲$

- باتری $\varepsilon_۲$ مصرف‌کنندهٔ انرژی است:

$\varepsilon_۲$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری : $V_۲ = \varepsilon_۲ + r_۲I$

$\varepsilon_۲$ توان مصرفی باتری : $P_{\varepsilon_۲} = V_۲I = \varepsilon_۲I + r_۲I^۲$

- توان مصرفی هر یک از مقاومت‌های خارجی:

$P_۱ = R_۱I^۲ , P_۲ = R_۲I^۲$

- اصل پایستگی انرژی برای توان‌های تولیدی و مصرفی در یک مدار:

$P_{\varepsilon_۱} = P_{\varepsilon_۲} + P_۱ + P_۲$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک رابطهٔ توان ورودی، جریان عبوری از باتری (۱) را به دست می‌آوریم:

$$P_۱ = \varepsilon_۱I + r_۱I^۲ \Rightarrow ۲۸ = ۱۲I + ۱\times I^۲ \Rightarrow I^۲ + \underset{\text{جمع}}{۱۲}\,I \underset{\text{ضرب}}{-۲۸} = ۰ \Rightarrow (I-۲)(I+۱۴) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I = ۲A & \text{ق ق} \\ I = -۱۴A & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

گام دوم: جریان عبوری از مقاومت R هم برابر با $I = ۲A$ است؛ بنابراین توان مصرفی این مقاومت برابر است با:

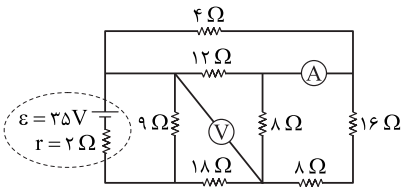
$$P_R = RI^۲ = ۶\times ۲^۲ = ۲۴W$$

گام سوم: توان خروجی باتری (۲) برابر با مجموع توان مصرفی مقاومت R و توان ورودی به باتری (۱) است، پس:

$$P_۲ = P_۱ + P_R = ۲۸ + ۲۴ = ۵۲W$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ در مدار شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، آمپرسنج آرمانی چند آمپر و ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهند؟



۱) ۹ ،۰/۵

۲) ۲۷ ،۰/۵

۳) ۹ ،۱/۵

۴) ۲۷ ،۱/۵

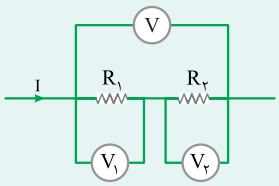
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

ابتدا مقاومت معادل مدار و جریان الکتریکی کل عبوری از مدار را حساب کنید. سپس با توجه به محل قرارگیری آمپرسنج در مدار، جریان الکتریکی عبوری از برخی مقاومت‌ها، که به آن‌ها نیاز دارید را حساب کرده و جریان عبوری از آمپرسنج را به دست آورید. در پایان، با توجه به محل قرارگیری ولت‌سنج در مدار، عددی که نشان می‌دهد را محاسبه کنید.

درس Box

۱) مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



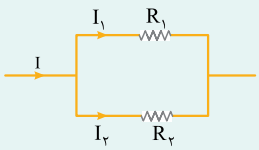
- مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

- اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است:

$$V = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I$$

۲) مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد:

$$R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$$

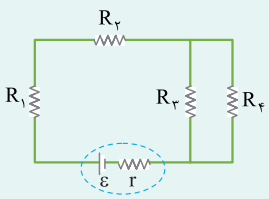
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

- اصل پایستگی بار الکتریکی:

$$I = I_1 + I_2$$

۳) جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مدار را به شکل زیر دوباره رسم می‌کنیم تا راحت‌تر بتوانیم محل قرارگیری اجزای مدار را تشخیص دهیم. به سراغ محاسبهٔ مقاومت معادل مدار می‌رویم. مطابق با شکل‌های (الف) تا (پ) داریم:

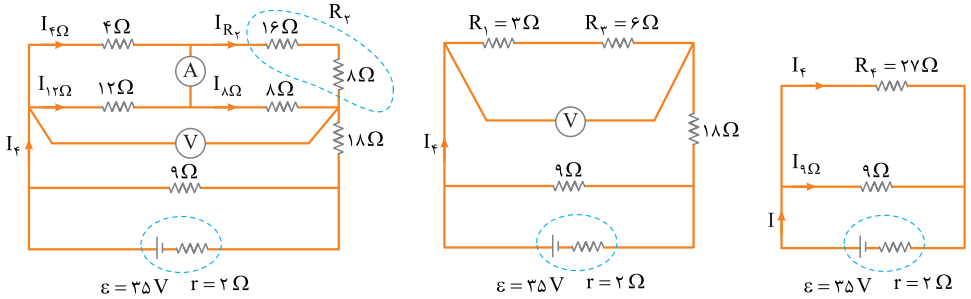
مقاومت‌های 12Ω و 4Ω موازی‌اند: $R_1=\frac{12\times4}{12+4}=\frac{48}{16}=3\Omega$ (یا: $12=\overset{n}{(3)}\times4 \Rightarrow R_1=\frac{12}{n+1}=\frac{12}{3+1}=\frac{12}{4}=3\Omega$)

مقاومت‌های 16Ω و 8Ω سمت راست متوالی‌اند: $R_2=16+8=24\Omega$

مقاومت‌های R_2 و 8Ω پایینی موازی‌اند: $R_3=\frac{8R_2}{8+R_2}=\frac{8\times24}{8+24}=6\Omega$ (یا: $R_2=24=\overset{n}{(3)}\times8 \Rightarrow R_3=\frac{24}{n+1}=\frac{24}{3+1}=6\Omega$)

مقاومت‌های R_3 و R_1 و 18Ω متوالی‌اند: $R_4=R_1+R_3+18=3+6+18=27\Omega$

مقاومت‌های R_4 و 9Ω موازی‌اند: $R_{eq}=\frac{9R_4}{9+R_4}=\frac{9\times27}{9+27}=\frac{\overset{1}{\cancel{9}}\times27}{\underset{4}{\cancel{36}}}=6/75A$



گام دوم: جریان الکتریکی کل عبوری از مدار (جریان الکتریکی عبوری از باتری) برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{35}{6/75+2}=4A$$

گام سوم: جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R_4 در شکل (پ) را حساب می‌کنیم:

مقاومت‌های R_4 و 9Ω موازی‌اند: $\frac{9}{R_4}=\frac{I_4}{I_{9\Omega}} \Rightarrow \frac{9}{27}=\frac{I_4}{I_{9\Omega}} \Rightarrow I_{9\Omega}=3I_4$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_{9\Omega}+I_4 \Rightarrow 4=3I_4+I_4 \Rightarrow I_4=\frac{4}{4}=1A$

گام چهارم: جریان الکتریکی I_4 همان جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_3 در شکل (ب) و در نتیجه همان جریان الکتریکی عبوری از مجموعهٔ مقاومت‌های 12Ω و 4Ω و همچنین مجموعهٔ مقاومت‌های $R_2=24\Omega$ و 8Ω در شکل (الف) است. با توجه به شکل (الف)، $I_{12\Omega}$ و $I_{8\Omega}$ را به دست می‌آوریم:

مقاومت‌های 12Ω و 4Ω موازی‌اند: $\frac{I_{4\Omega}}{I_{12\Omega}}=\frac{12}{4} \Rightarrow I_{4\Omega}=3I_{12\Omega}$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I_4=I_{12\Omega}+I_{4\Omega} \Rightarrow 1=I_{12\Omega}+3I_{12\Omega} \Rightarrow I_{12\Omega}=\frac{1}{4}=0/25\ A$

مقاومت‌های $R_2=24\Omega$ و 8Ω موازی‌اند: $\frac{I_{R_2}}{I_{8\Omega}}=\frac{8}{R_2}=\frac{8}{24} \Rightarrow I_{R_2}=\frac{1}{3}I_{8\Omega}$

اصل پایستگی بار الکتریکی: $I_4=I_{R_2}+I_{8\Omega} \Rightarrow 1=\frac{1}{3}I_{8\Omega}+I_{8\Omega} \Rightarrow 1=\frac{4}{3}I_{8\Omega} \Rightarrow I_{8\Omega}=\frac{3}{4}=0/75\ A$

شکل (الف) را دوباره ببینید. $I_{8\Omega}$ به مقدار $0/5\ A$ بیشتر از $I_{12\Omega}$ است؛ بنابراین طبق اصل پایستگی بار الکتریکی جریان عبوری از آمپرسنج برابر $0/5\ A$ و رو به پایین است:

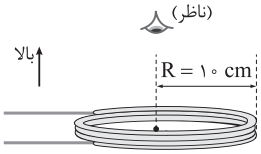
$$I_{\text{آمپرسنج}}=0/5\ A$$

گام پنجم: شکل (ب) را ببینید. ولت‌سنج، مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_3 را نشان می‌دهد، پس:

$$V_{\text{ولت‌سنج}}=R_1I_4+R_3I_4=3\times1+6\times1=9V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ در شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از پیچه ۱۶A و میدان مغناطیسی حاصل از آن در مرکز پیچه ۲۰G و به سمت بالاست. طول سیم استفاده‌شده برای ساختن این پیچه چند متر و جریان عبوری از آن از دید ناظر مشخص‌شده در شکل در چه جهتی است؟ $(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) ۱۲/۵، ساعتگرد

۲) ۱۲/۵، پادساعتگرد

۳) ۱۵، ساعتگرد

۴) ۱۵، پادساعتگرد

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

جهت جریان الکتریکی عبوری از پیچه را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین کنید. به کمک رابطهٔ اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز پیچه، تعداد حلقه‌های پیچه را حساب کنید و سپس تعداد حلقه‌ها را در محیط هر حلقه ضرب کنید تا طول سیم به‌کاررفته در پیچه به دست آید.

درس Box

۱) **اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح حامل جریان:**

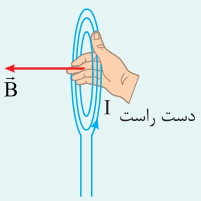
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

N: تعداد حلقه‌ها، I: جریان عبوری از حلقه، R: شعاع حلقه

$(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$: تراوایی مغناطیسی خلأ$)$

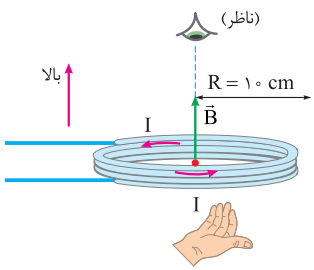
۲) **جهت میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح حامل جریان:**

اگر مطابق شکل روبه‌رو شست دست راست را در جهت جریان عبوری از حلقه‌های پیچه قرار دهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی در داخل پیچه را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل مقابل برای تعیین جهت جریان الکتریکی در پیچه از قاعدهٔ دست راست کمک می‌گیریم. همان‌طور که مشخص است، جریان الکتریکی عبوری از پیچه از دید ناظر مشخص‌شده در شکل، در جهت پادساعتگرد است.



گام دوم: به کمک رابطهٔ بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه، تعداد حلقه‌های پیچه را حساب می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \xrightarrow[R=10cm=0/1m]{B=20G=20\times10^{-4}T} 20\times10^{-4} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times N\times16}{2\times0/1}$$

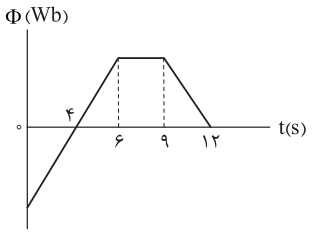
$$\Rightarrow N = \frac{4\times10^{-4}}{4\pi\times10^{-7}\times16} = \frac{10^3}{16\pi}$$

گام سوم: طول سیم استفاده‌شده برای ساخت پیچه برابر با حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌ها در محیط هر حلقه است؛ بنابراین:

$$l = N\times2\pi R = \frac{10^3}{16\pi}\times2\pi\times0/1 = \frac{200}{16} = \frac{100}{8} = 12/5\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶ نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ رسانا برحسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه در ۴ ثانیهٔ اول، چند برابر اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در آن در ۳ ثانیهٔ چهارم است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۸}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

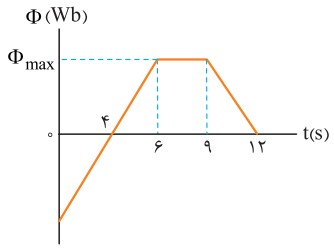
قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این حلقه از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ ← آهنگ تغییر شار مغناطیسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل مقابل، بیشینهٔ شار مغناطیسی عبوری از حلقه را برابر Φ_{max} در نظر می‌گیریم. ۴ ثانیهٔ اول، یعنی بازهٔ زمانی صفر تا ۴ s را بررسی می‌کنیم. چون نمودار $\Phi - t$ در بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s به صورت خط راست است، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در ۴ ثانیهٔ اول با اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در ۶ ثانیهٔ اول و با اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ زمانی ۴ s تا ۶ s برابر است؛ بنابراین:



$$|\varepsilon_{av(۰,۴\,s)}| = |\varepsilon_{av(۴s,۶\,s)}| \Rightarrow |\varepsilon_{av(۰,۴\,s)}| = \left|\frac{\Delta\Phi_{(۴s,۶s)}}{۶-۴}\right| = \left|\frac{\Phi_{max}-۰}{۶-۴}\right| = \frac{\Phi_{max}}{۲}$$

گام دوم: حالا به سراغ ۳ ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ زمانی ۹ s تا ۱۲ s می‌رویم:

$$|\varepsilon_{av(۹s,۱۲s)}| = \left|\frac{\Delta\Phi_{(۹s,۱۲s)}}{\Delta t}\right| = \left|\frac{۰-\Phi_{max}}{۱۲-۹}\right| = \frac{\Phi_{max}}{۳}$$

گام سوم: نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{|\varepsilon_{av(۰,۴s)}|}{|\varepsilon_{av(۹s,۱۲s)}|} = \frac{\frac{\Phi_{max}}{۲}}{\frac{\Phi_{max}}{۳}} = \frac{۳}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ از سیم‌لولهٔ آرمانی بدون هسته‌ای به طول ۲۰ cm که شامل ۲۰۰۰ حلقهٔ نزدیک به هم با مساحت ۱۵ cm^2 است، جریان الکتریکی چند آمپری عبور کند تا ۴/۵ mJ انرژی در آن ذخیره شود؟ $(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T\cdot m}{A})$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا ضریب القاوری سیم‌لوله را حساب کنید و سپس به کمک رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله، جریان عبوری از آن را به دست آورید.

درس Box

۱) **ضریب القاوری سیم‌لولهٔ آرمانی و بدون هسته:**

تعداد حلقه‌های سیم‌لوله

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$$

$N^2 A$ ← سطح مقطع سیم‌لوله

ℓ ← طول سیم‌لوله

۲) **انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله:** ضریب القاوری سیم‌لوله

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

I ← جریان عبوری از سیم‌لوله

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ضریب القاوری سیم‌لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \xrightarrow[\ell = 20cm = 0/2m]{A = 15cm^2 = 15\times10^{-4} m^2} L = 12\times10^{-7} \times \frac{(2000)^2 \times 15\times10^{-4}}{0/2} = \frac{12\times4\times15}{2}\times10^{-4}$$

$$= 36\times10^{-3} H \xrightarrow{10^{-3} H = 1mH} L = 36\ mH$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله، جریان عبوری از آن را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow 4/5 = \frac{1}{2}\times36\times I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\sqrt{}} I = \frac{1}{2} = 0/5\ A$$

خواستون باشه، در رابطهٔ بالا، انرژی سیم‌لوله و ضریب القاوری اون رو برحسب یکاهای میلی‌دار جای‌گذاری کردیم تا بدون نیاز به تبدیل یکا، یکاهای دو طرف تساوی سازگار باشن.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ در ظرفی استوانه‌ای که مساحت مقطع آن $4\ cm^2$ است، $180\ cm^3$ از مایعی به چگالی $3\ g/cm^3$ و $80\ cm^3$ از مایعی به چگالی $4\ g/cm^3$ وجود دارد. به این ظرف چند گرم روغن به چگالی $0/8\ g/cm^3$ اضافه کنیم تا فشار پیمانه‌ای در کف ظرف ۲۰ درصد افزایش یابد؟

۱) ۲۱۵ ۲) ۱۴۸ ۳) ۱۵۶ ۴) ۱۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

در حالت اول، ابتدا ارتفاع هر یک از مایع‌ها و سپس فشار ناشی از مایع‌ها در کف ظرف را حساب کنید. اختلاف فشار ناشی از مایع‌ها در حالت دوم نسبت به حالت اول برابر با فشار ناشی از روغن اضافه‌شده است. بر همین اساس می‌توانید جرم روغن را به دست آورید.

درس Box

۱) **فشار در عمق h از یک مایع:**

$$P = P_0 + \rho gh$$

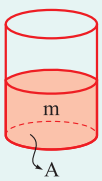
(چگالی مایع ↑، فشار هوا ↓)

- در تست‌ها، واژه‌های فشار، فشار کل و فشار مطلق معادل یکدیگرند.

۲) **فشار پیمانه‌ای:** اختلاف فشار مطلق و فشار هوا است:

$$\underbrace{P - P_0}_{P_g\ (\text{فشار پیمانه ای})} = \rho gh$$

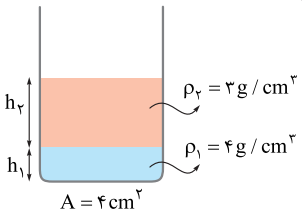
۳) اگر مطابق شکل روبه‌رو، درون ظرفی استوانه‌ای‌شکل که سطح مقطع آن برابر A است، جرم m از مایعی را بریزیم، فشار ناشی از مایع (فشار پیمانه‌ای) در کف ظرف از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$P_{\text{مایع}} = \frac{mg}{A}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حالت اول به صورت شکل (الف) است. ارتفاع ستون هر یک از مایع‌ها را به دست می‌آوریم:



(الف)

$$V_1 = Ah_1 \Rightarrow 80 = 4h_1 \Rightarrow h_1 = 20\ cm$$

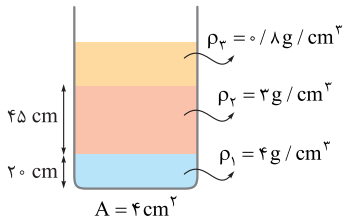
$$V_2 = Ah_2 \Rightarrow 180 = 4h_2 \Rightarrow h_2 = 45\ cm$$

گام دوم: فشار پیمانه‌ای در کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{پیمانه ای}\ (1)} = P_{\text{مایع}\ (1)} + P_{\text{مایع}\ (2)} = \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 = 4 \times g \times 20 + 3 \times g \times 45 = 215\ g$$

گام سوم: حالت دوم مطابق شکل (ب) است. با ریختن روغن، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، پس:

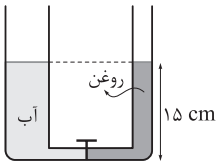
$$P_{\text{پیمانه‌ای}\ (2)} - P_{\text{پیمانه‌ای}\ (1)} = 0/2 P_{\text{پیمانه‌ای}\ (1)} \Rightarrow P_{\text{روغن}} = 0/2 \times 215\ g \Rightarrow \frac{m_{\text{روغن}}\, g}{A} = 43\ g \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 4 \times 43 = 172\ g$$



(ب)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ در شکل زیر، دو ظرف استوانه‌ای به وسیلهٔ لولهٔ رابط بسیار باریکی به هم متصل‌اند. قطر مقطع لولهٔ سمت چپ، ۲ برابر قطر مقطع لولهٔ سمت راست است. اگر شیر ارتباطی بین دو لوله را باز کنیم، پس از رسیدن به حالت تعادل، سطح آزاد روغن نسبت به حالت اولیه چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1\,g/cm^3, \rho_{\text{روغن}} = 0/8\,g/cm^3)$



۱) ۱/۸

۲) ۰/۶

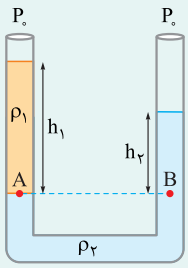
۳) ۲/۴

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز: در نقطه‌های هم‌تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. برای مثال در لولهٔ U شکل مقابل، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار این دو نقطه با هم برابر است.

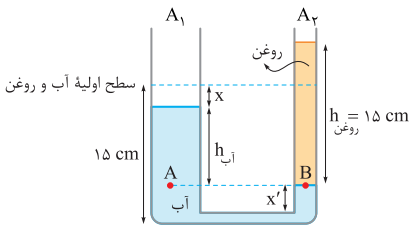


$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

توجه داشته باشید که در این رابطه فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پس از بازکردن شیر ارتباطی، با توجه به این‌که لولهٔ رابط بین دو ظرف باریک است، حجم آب پایین‌آمده در ظرف سمت چپ برابر با حجم آب بالاآمده در ظرف سمت راست است؛ بنابراین اگر فرض کنیم که مطابق شکل مقابل سطح آب در ظرف سمت چپ به اندازهٔ x پایین برود، سطح آب در ظرف سمت راست به اندازهٔ x' بالا می‌رود، که مقدار x' به صورت زیر حساب می‌شود:



$$V_{\text{پایین آمده}} = V_{\text{بالا آمده}} \Rightarrow A_1 x = A_2 x' \xrightarrow{A \propto d^2} d_1^2 x = d_2^2 x' \xrightarrow{d_1 = 2d_2} (2d_2)^2 x = d_2^2 x'$$

$$\Rightarrow 4 d_2^2 x = d_2^2 x' \Rightarrow x' = 4x$$

گام دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B را برابر قرار می‌دهیم تا $h_{\text{آب}}$ به دست آید:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}}$$

$$\Rightarrow 1 \times h_{\text{آب}} = 0/8 \times 15 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 12\,cm$$

گام سوم: با توجه به شکل، مجموع x، $h_{\text{آب}}$ و x' برابر 15 cm است؛ بنابراین:

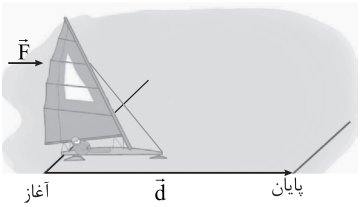
$$x + h_{\text{آب}} + x' = 15 \Rightarrow x + 12 + 4x = 15 \Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = 0/6\,cm$$

در ظرف سمت راست، سطح آزاد روغن نسبت به حالت اولیه به همان اندازه بالاتر رفته است که سطح آب در این ظرف بالا آمده، یعنی:

$$x' = 4x = 4 \times 0/6 = 2/4\,cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ در شکل زیر، قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم کل $۴۰۰\ kg$ روی دریاچهٔ افقی و بدون اصطکاکی قرار دارد. با وزیدن باد، نیروی ثابت و افقی $\vec{F}$ به قایق وارد می‌شود. اگر قایق از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از جابه‌جایی $d = ۹۰\ m$ با تندی $۵۴\ km/h$ از خط پایان بگذرد، بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟



۱) ۴۰۰

۲) ۴۵۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با نوشتن قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی به راحتی به جواب می‌رسید.

درس Box قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱$$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان هر مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی نیروی خالص وارد بر قایق همان نیروی $\vec{F}$ است؛ بنابراین قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_F} Fd\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[\theta = ۰^\circ]{v_۲ = ۵۴\,km/h = ۵۴\times\frac{۱}{۳/۶} = ۱۵\,m/s} F\times ۹۰\times\underbrace{\cos ۰^\circ}_{۱} = \frac{۱}{۲}\times ۴۰۰\times(۱۵^۲ - ۰^۲)$$

$$\Rightarrow F = \frac{۲۰۰\times ۲۲۵}{۹۰} = ۵۰۰\,N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن ۶۰۰ kg و توان مصرفی آن ۵ kW است. اگر این بالابر، در مدت ۱۲ s از طبقهٔ همکف به طبقهٔ سوم در ارتفاع ۹ m از طبقهٔ همکف برود، بازدهٔ آن چند درصد است؟ $(g = 10 N/kg)$

۱) ۹۰ ۲) ۸۰ ۳) ۷۵ ۴) ۶۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا کار موتور بالابر و سپس توان خروجی آن را حساب کنید. سپس به کمک رابطهٔ بازده، خواستهٔ تست را به دست آورید.

درس Box

۱) **تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم:**

$$\Delta U = m g \Delta h$$

جرم جسم، شتاب گرانش، تغییر ارتفاع جسم

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h > 0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h < 0$ است.

۲) انرژی مکانیکی یک جسم برابر با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است:

$$E = K + U$$

۳) اگر به جسمی نیروی F وارد کنیم و انرژی مکانیکی آن تغییر کند، کار نیروی F از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W_F = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

۴) **توان متوسط:**

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

۵) **بازده:**

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کاری که موتور بالابر انجام می‌دهد برابر با تغییر انرژی مکانیکی بالابر و بار آن است. بالابر در طبقهٔ همکف و سوم ساکن است؛ بنابراین تغییر انرژی جنبشی بالابر برابر صفر است. داریم:

$$W = \Delta E = \Delta K + \Delta U \xrightarrow{\Delta K = 0} W = mg\Delta h = 600 \times 10 \times 9 = 54000 W$$

گام دوم: توان خروجی بالابر برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{54000}{12} = 4500 W \xrightarrow{1000W = 1kW} P_{\text{خروجی}} = 4/5 kW$$

گام سوم: بازده بالابر به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 = \frac{4/5}{5} \times 100 = \%90$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ یک ظرف سربی با دمای $30^\circ C$ به طور کامل از گلیسرین در همان دما پر شده است. اگر دمای ظرف و گلیسرین را $72^\circ F$ افزایش دهیم، چند درصد از حجم اولیهٔ گلیسرین از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی سرب $3\times10^{-5}K^{-1}$ و ضریب انبساط حجمی گلیسرین $4/9\times10^{-4}K^{-1}$ است.)

۱) $1/60$ ۲) $1/84$

۳) $1/96$ ۴) $2/88$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا تغییر دما را برحسب درجهٔ سلسیوس حساب کنید. سپس به کمک روابط انبساط حجمی ظرف و مایع به خواستهٔ تست برسید.

درس Box

۱) **رابطهٔ بین تغییرات دما در مقیاس‌های فارنهایت، کلوین و سلسیوس:**

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta=\frac{9}{5}\Delta T$$

۲) **رابطهٔ انبساط حجمی:**

$\Delta V = V_1 3\alpha \Delta T$ (ΔT: تغییر دما برحسب K یا $^\circ C$؛ V_1: حجم اولیه؛ ΔV: تغییر حجم؛ α: ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ C}$)

برای انبساط حجمی مایع‌ها، کافی است در رابطهٔ بالا به جای 3α، ضریب انبساط حجمی مایع (β) را قرار دهید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** تغییر دما را برحسب درجهٔ سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \cancel{72}^{8}=\frac{\cancel{9}^{1}}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=40^\circ C$$

گام دوم: چون ظرف پر از گلیسرین است، حجم گلیسرینی که پس از افزایش دما از ظرف بیرون می‌ریزد به صورت زیر به دست می‌آید (V_1 حجم اولیهٔ گلیسرین و ظرف است):

$$\Delta V=\Delta V_{\text{مایع}}-\Delta V_{\text{ظرف}}=V_1(\beta-3\alpha)\Delta\theta=V_1[4/9\times10^{-4}-(3\times3\times10^{-5})]\times40=V_1\times4\times10^{-4}\times40$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1}=16\times10^{-3}$$

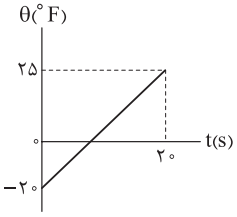
گام سوم: درصد خواسته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times100=16\times10^{-3}\times100=\%1/6$$

گول نخوری اگر تغییر دما را به اشتباه برحسب درجهٔ فارنهایت جای‌گذاری کنید، جوابتان گزینهٔ (۴) می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ به جسم جامدی توسط یک گرمکن با توان ۹۰۰W گرما می‌دهیم. نمودار تغییرات دمای این جسم برحسب زمان به شکل زیر است. ظرفیت گرمایی این جسم در SI کدام است؟ (تمام گرمایی که گرمکن ایجاد می‌کند به جسم منتقل می‌شود.)



۱) ۴۰

۲) ۴۰۰

۳) ۷۲

۴) ۷۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از روی نمودار تغییر دما را برحسب درجهٔ فارنهایت به دست آورده و آن را برحسب درجهٔ سلسیوس حساب کنید. رابطهٔ توان گرمایی را بنویسید و ظرفیت گرمایی را محاسبه کنید.

درس Box ۱) درس‌باکس شمارهٔ ۱ تست ۷۲ را بخوانید.

۲) **گرمای لازم برای تغییر دما:**

ظرفیت گرمایی

$$Q = C\Delta T \rightarrow \text{تغییر دما برحسب } K \text{ یا } ^\circ C$$

۳) **توان گرمایی:**

$$P = \frac{Q}{\Delta t}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به نمودار، دمای جسم در مدت ۲۰ s از $-۲۰^\circ F$ به $۲۵^\circ F$ رسیده است. تغییر دمای جسم را برحسب درجهٔ سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow ۲۵-(-۲۰) = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \frac{۴۵}{۵} = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۲۵^\circ C$$

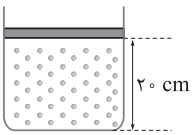
گام دوم: رابطهٔ توان گرمایی را می‌نویسیم و ظرفیت گرمایی جسم را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{C\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow ۹۰۰ = \frac{C\times ۲۵}{۲۰} \Rightarrow C = ۷۲۰\ J/K$$

گول نخوری گزینهٔ (۲) برای کسانی قرار داده شده که محاسباتشان را به اشتباه با تغییر دما برحسب درجهٔ فارنهایت انجام دهند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ در شکل زیر، $0/2\ mol$ گاز کامل زیر یک پیستون بدون اصطکاک به وزن $240\ N$ و مساحت قاعدهٔ $80\ cm^2$ قرار دارد. اگر فشار هوای محیط $10^5\ Pa$ باشد، دمای گاز چند درجهٔ سلسیوس است؟ $(R = 8\ \frac{J}{mol.K})$



۱) -143

۲) 13

۳) -260

۴) 130

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا فشار گاز که برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون است را حساب کنید. سپس به کمک قانون گازهای کامل، دمای گاز را برحسب کلوین به دست آورید. در پایان دمای گاز را به درجهٔ سلسیوس تبدیل کنید.

درس Box

۱) **قانون گازهای کامل:**

$$PV = nRT \quad (R \simeq 8\ \frac{J}{mol.K}: \text{ثابت عمومی گازها})$$

P: فشار گاز، V: حجم گاز، n: تعداد مول گاز، T: دمای گاز برحسب کلوین (K)

- در این رابطه، P فشار مطلق گاز است (نه فشار پیمانه‌ای).
- در این رابطه، T حتماً باید برحسب کلوین باشد (نه سلسیوس و نه فارنهایت).

۲) **رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی کلوین و سلسیوس:**

$$T = 273 + \theta$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فشار گاز زیر پیستون برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون است؛ بنابراین:

$$P = P_0 + P_{\text{پیستون}} = P_0 + \frac{W}{A} \xrightarrow{A=80\,cm^2=80\times10^{-4}\,m^2} P = 10^5 + \frac{240}{80\times10^{-4}} = 10^5 + 0/3\times10^5 \Rightarrow P = 1/3\times10^5\ Pa$$

گام دوم: قانون گازهای کامل را می‌نویسیم تا دمای گاز برحسب کلوین به دست آید:

$$PV = nRT \Rightarrow P(Ah) = nRT \xrightarrow{h=20\,cm=0/2\,m} 1/3\times10^5\times(80\times10^{-4}\times0/2) = 0/2\times8\times T$$
$$\Rightarrow 208 = 1/6T \Rightarrow T = 130\ K$$

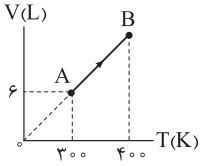
گام سوم: دمای گاز را برحسب درجهٔ سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$T = 273 + \theta \Rightarrow 130 = 273 + \theta \Rightarrow \theta = -143^\circ C$$

گول نخوری گزینهٔ (۴) جواب تست نیست، چون دمای گاز برحسب درجهٔ سلسیوس خواسته شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ نمودار $V-T$ مقدار معینی گاز کامل در طی فرایند ایستاوار **AB** به شکل زیر است. اگر در حالت **B** فشار گاز برابر **۲ atm** و انرژی درونی آن **۲۴۰۰ J** باشد، گرمای دریافتی گاز در فرایند **AB** چند ژول است؟ $(R = 8\ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۲۰۰

۲) ۴۰۰

۳) ۸۰۰

۴) ۱۰۰۰

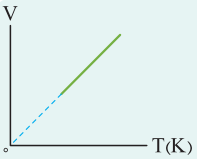
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

از روی نمودار $V-T$ می‌توان فهمید که فرایند، هم‌فشار است. بر همین اساس، حجم گاز متناسب با دمای مطلق آن است و می‌توانید حجم گاز در حالت **B** را به دست آورید. حالا همه‌چیز برای محاسبهٔ کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد آماده است. با توجه به متناسب‌بودن انرژی درونی گاز کامل با دمای مطلق آن، انرژی درونی گاز در حالت **A** را به دست آورید. در پایان قانون اول ترمودینامیک را بنویسید و به کمک W و ΔU که قبلاً به دست آوردید، Q را حساب کنید.

درس Box

۱) در فرایند هم‌فشار مقدار معینی گاز کامل، نمودار حجم گاز برحسب دمای مطلق آن $(V-T)$ به صورت خط راستی است که امتداد آن از مبدأ مختصات می‌گذرد:



- در این فرایند، حجم گاز با دمای مطلق آن متناسب است:

$$PV = nRT \Rightarrow V = \overbrace{\frac{nR}{P}}^{\text{ثابت}} T \Rightarrow V \propto T$$

- در این فرایند، کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد از رابطهٔ روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$W = -P\Delta V$$

۲) انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، متناسب با دمای مطلق گاز است:

$$U \propto T$$

۳) **قانون اول ترمودینامیک:**

$$\Delta U = Q + W$$

ΔU: تغییرات انرژی درونی گاز

Q: گرمایی که گاز می‌گیرد

W: کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: امتداد نمودار $V-T$ از مبدأ مختصات می‌گذرد؛ بنابراین فرایند **AB** هم‌فشار است. در فرایند هم‌فشار، حجم مقدار معینی گاز کامل با دمای مطلق آن متناسب است. بر این اساس حجم گاز در حالت **B** را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow \frac{V_B}{۶} = \frac{۴۰۰}{۳۰۰} \Rightarrow V_B = \frac{۶ \times ۴}{۳} = ۸L$$

گام دوم: کار محیط روی گاز در فرایند هم‌فشار **AB** به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W = -P\Delta V = -P(V_B - V_A) \xrightarrow[V_A = ۶L = ۶\times۱۰^{-۳}\,m^۳,\ V_B = ۸L = ۸\times۱۰^{-۳}\,m^۳]{P = ۲atm = ۲\times۱۰^۵\,Pa} W = -۲\times۱۰^۵ \times (۸-۶)\times۱۰^{-۳} = -۴۰۰\,J$$

گام سوم: انرژی درونی گاز کامل متناسب با دمای مطلق آن است، پس:

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow \frac{۲۴۰۰}{U_A} = \frac{۴۰۰}{۳۰۰} \Rightarrow U_A = \frac{۳ \times ۲۴۰۰}{۴} = ۱۸۰۰\,J$$

گام چهارم: قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_B - U_A = Q + W \Rightarrow ۲۴۰۰ - ۱۸۰۰ = Q + (-۴۰۰)$$

$$\Rightarrow Q = ۶۰۰ + ۴۰۰ = ۱۰۰۰\,J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ کدام مورد درست است؟

۱) در تشکیل ترکیب یونی منیزیم اکسید، اتم منیزیم با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسد.

۲) در تشکیل پیوند کووالانسی، همهٔ اتم‌ها با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب می‌رسند.

۳) در اتم‌های عناصر گروه ۱۳ جدول تناوبی، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت برابر با ۳ است.

۴) در ترکیب‌های یونی، همواره کاتیون از یک اتم فلزی و آنیون از یک اتم نافلزی تشکیل شده است.

مشاوره این تیپ سؤال‌ها خیلی تو کنکور تکرار می‌شه. کلید موفقیت تو این سؤالات اینه که مفاهیم پایه‌ای شیمی مثل پیوند یونی، پیوند کووالانسی، قاعدهٔ اکتت (هشت‌تایی)، جدول تناوبی و الکترون‌های ظرفیت رو خوبِ خوب فهمیده باشی.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) **تشکیل پیوند یونی:** پیوند یونی معمولاً بین یک فلز و یک نافلز تشکیل می‌شود. اتم فلز با از دست دادن یک یا چند الکترون به کاتیون (یون مثبت) تبدیل می‌شود. اتم نافلز با گرفتن یک یا چند الکترون به آنیون (یون منفی) تبدیل شده و به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسد. نیروی جاذبهٔ الکترواستاتیک قوی بین کاتیون‌ها و آنیون‌ها، اساس پیوند یونی است.

مثال: تشکیل منیزیم اکسید (MgO): اتم منیزیم (Mg) با عدد اتمی ۱۲ و آرایش الکترونی ($[Ne]\,3s^2$ یا $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2$)، دو الکترون لایهٔ ظرفیت خود را از دست می‌دهد و به کاتیون Mg^{2+} با آرایش الکترونی ($[Ne]$ یا $1s^2\,2s^2\,2p^6$)، مشابه گاز نجیب نئون (Ne)، تبدیل می‌شود. اتم اکسیژن (O) با عدد اتمی ۸ و آرایش الکترونی ($[He]\,2s^2\,2p^4$ یا $1s^2\,2s^2\,2p^4$)، دو الکترون می‌گیرد و به آنیون O^{2-} با آرایش الکترونی ($[Ne]$ یا $1s^2\,2s^2\,2p^6$)، مشابه گاز نجیب نئون (Ne)، تبدیل می‌شود.

۲) **تشکیل پیوند کووالانسی و قاعدهٔ هشت‌تایی:** پیوند کووالانسی از اشتراک الکترون بین دو اتم (معمولاً نافلز) حاصل می‌شود. هدف از اشتراک الکترون، رسیدن اتم‌ها به آرایش الکترونی پایدار، مشابه گازهای نجیب (معمولاً ۸ الکترون در لایهٔ ظرفیت، معروف به قاعدهٔ هشت‌تایی) است. **استثنائات قاعدهٔ هشت‌تایی:**

- اتم‌هایی که با کم‌تر از ۸ الکترون پایدار می‌شوند (مانند H با ۲ الکترون، Be در $BeCl_2$ با ۴ الکترون، B در BF_3 با ۶ الکترون).
- اتم‌های عناصر تناوب سوم به بعد که می‌توانند بیش از ۸ الکترون در لایهٔ ظرفیت خود جای دهند (مانند P در PCl_5 با ۱۰ الکترون، S در SF_6 با ۱۲ الکترون).

۳) **جدول تناوبی و الکترون‌های لایهٔ ظرفیت:** برای عناصر گروه‌های اصلی (گروه‌های ۱، ۲ و ۱۳ تا ۱۸)، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت برابر با یکان شمارهٔ گروه است (برای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸، عدد ۱۰ را از شمارهٔ گروه کم می‌کنیم). به عنوان مثال:

- گروه ۱: ۱ الکترون ظرفیت (ns^1)
- گروه ۲: ۲ الکترون ظرفیت (ns^2)
- گروه ۱۳: ۳ الکترون ظرفیت (ns^2np^1)
- گروه ۱۴: ۴ الکترون ظرفیت (ns^2np^2)
- ...
- گروه ۱۸: ۸ الکترون ظرفیت (ns^2np^6) (به‌جز هلیم با ۲ الکترون، $1s^2$)

۴) **ساختار ترکیبات یونی:** ترکیبات یونی از اجتماع تعداد زیادی کاتیون و آنیون تشکیل شده‌اند که در یک شبکهٔ بلوری منظم قرار گرفته‌اند. در حالت کلی، کاتیون‌ها از اتم‌های فلزی و آنیون‌ها از اتم‌های نافلزی به وجود می‌آیند (مانند CaF_2، MgO، $NaCl$). با این حال، یون‌های چندتایی نیز وجود دارند که خود از چند اتم متصل به هم با پیوند کووالانسی تشکیل شده و دارای بار الکتریکی کلی (مثبت یا منفی) هستند. این یون‌های چندتایی می‌توانند در ساختار ترکیبات یونی شرکت کنند. مثال:

- آمونیوم کلرید (NH_4Cl): کاتیون آمونیوم (NH_4^+)، یک یون چندتایی است.
- سدیم هیدروکسید ($NaOH$): آنیون هیدروکسید (OH^-)، یک یون چندتایی است.
- کلسیم سولفات ($CaSO_4$): آنیون سولفات (SO_4^{2-})، یک یون چندتایی است.
- آمونیوم نیترات (NH_4NO_3): هم کاتیون (NH_4^+) و هم آنیون (NO_3^-)، چندتایی هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): منیزیم، فلز است و الکترون از دست می‌دهد، نه این‌که بگیرد. در ضمن منیزیم ($_{12}Mg$) با از دست دادن الکترون، به آرایش گاز نجیب نئون ($_{10}Ne$) می‌رسد و نه آرگون ($_{18}Ar$).

گزینهٔ (۲): هیدروژن به آرایش هلیم (۲ الکترون) می‌رسد و عناصری مانند بریلیم و بور که با کم‌تر از ۸ الکترون پایدار می‌شوند.

گزینهٔ (۳): عناصر گروه ۱۳ جدول تناوبی دارای آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت به صورت کلی ns^2np^1 هستند. مجموع الکترون‌های لایهٔ آخر (n) برابر با $3 = 1 + 2$ است؛ بنابراین، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن‌ها ۳ می‌باشد.

گزینهٔ (۴): این گزینه ادعا می‌کند که در ترکیبات یونی، کاتیون همواره از اتم فلزی و آنیون همواره از اتم نافلزی است. این گزاره درست نیست؛ وجود یون‌های چندتایی این قاعده را نقض می‌کند. به عنوان مثال، در آمونیوم کلرید (NH_4Cl)، کاتیون آمونیوم (NH_4^+) از اتم‌های نافلز نیتروژن و هیدروژن تشکیل شده است. در سدیم سولفات (Na_2SO_4)، آنیون سولفات (SO_4^{2-}) از اتم‌های نافلز گوگرد و اکسیژن تشکیل شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ کدام مطلب نادرست است؟

۱) در آرایش الکترونی چهارمین عنصر گروه ۱۴، ۲۰ الکترون با عدد کوانتومی $l=1$ وجود دارد.

۲) عنصر $_{24}Cr$ دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

۳) در آرایش الکترونی پانزدهمین عنصر دستهٔ p، مجموع $n+l$ برای الکترون‌های ظرفیتی برابر ۱۸ است.

۴) طبق اصل آفبا، الکترون‌ها بعد از پرشدن زیرلایهٔ 6s، وارد زیرلایه‌ای می‌شوند که مجموع $n+l$ آن برابر ۷ باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عنصر قلع (Sn) با عدد اتمی ۵۰، چهارمین عنصر گروه ۱۴ جدول دوره‌ای عناصر است. قلع در دورهٔ پنجم این گروه جای گرفته است و دارای آرایش الکترونی $[_{36}Kr]: 4d^{10}5s^25p^2$ است. برای تعیین تعداد الکترون‌های با عدد کوانتومی $l=1$ (الکترون‌های p)، باید تمام لایه‌های الکترونی این عنصر را بررسی کنیم:

لایهٔ $n=1$: زیرلایهٔ 1p وجود ندارد، پس صفر الکترون با $l=1$ دارد.

لایهٔ $n=2$: زیرلایهٔ 2p دارای ۶ الکترون با $l=1$ است.

لایهٔ $n=3$: زیرلایهٔ 3p دارای ۶ الکترون با $l=1$ است.

لایهٔ $n=4$: زیرلایهٔ 4p دارای ۶ الکترون با $l=1$ است.

لایهٔ $n=5$: زیرلایه 5p دارای ۲ الکترون با $l=1$ است.

بنابراین، شمار کل الکترون‌های با عدد کوانتومی $l=1$ در اتم قلع برابر با $2+6+6+6+2=20$ الکترون است.

گزینهٔ (۲): آرایش الکترونی عنصر کروم $(_{24}Cr)$ به صورت زیر است:

$$_{24}Cr:[_{18}Ar]:\underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{۶ الکترون ظرفیت}}$$

گزینهٔ (۳): عناصر دستهٔ p جدول تناوبی، عناصری هستند که آخرین الکترون آن‌ها در زیرلایهٔ p قرار می‌گیرد. با شروع از دورهٔ دوم، هر دوره، شش عنصر در دستهٔ p دارد. برای یافتن پانزدهمین عنصر این دسته، می‌توان به این‌صورت شمارش کرد: دورهٔ دوم (۶ عنصر: بور تا نئون)، دورهٔ سوم (۶ عنصر: آلومینیم تا آرگون) که مجموعاً ۱۲ عنصر می‌شود؛ بنابراین پانزدهمین عنصر دستهٔ p در دورهٔ چهارم قرار دارد. با نگاهی به جدول تناوبی، سومین عنصر دستهٔ p در دورهٔ چهارم، عنصر گروه ۱۵ با عدد اتمی ۳۳ یا همان آرسنیک (As) است و آرایش الکترونی آن به $4s^24p^3$ ختم می‌شود. حالا می‌توان مجموع $n+l$ الکترون‌های ظرفیتی آرسنیک را حساب کرد:

$4s^24p^3$ الکترون‌های $n+l$ مجموع $=2(4+0)+3(4+1)=23$

گزینهٔ (۴): طبق اصل آفبا، بعد از زیر لایه 6s، زیرلایه 4f از الکترون اشغال می‌شود که $(n+l)$ آن برابر $4+3=7$ است.

نکته ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها طبق قاعدهٔ آفبا را می‌توان با فرمول زیر نشان داد:

$$\underset{n\geq 1}{ns} \rightarrow \underset{n\geq 6}{(n-2)f} \rightarrow \underset{n\geq 4}{(n-1)d} \rightarrow \underset{n\geq 2}{np}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ کدام مورد درست است؟

۱) در سدیم سولفید، نسبت تعداد آنیون به تعداد کاتیون برابر ۲ است.

۲) فرمول مولکولی یک ترکیب، چگونگی و ترتیب وصل‌شدن اتم‌ها به یکدیگر را مشخص می‌کند.

۳) در ترکیب MSO_4، در صورتی‌که M فلزی اصلی باشد، به یقین، کاتیون آن به آرایش گاز نجیب رسیده است.

۴) اگر عدد اتمی عنصر A، ۳ واحد بیشتر از عنصر B باشد، A و B به ترتیب می‌توانند اکسید اسیدی و اکسید بازی تشکیل دهند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در سدیم سولفید (Na_2S)، نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها برابر با $\frac{1}{2} = 0/5$ است.

گزینهٔ (۲): فرمول مولکولی یک ترکیب شیمیایی، فقط نوع و تعداد اتم‌های موجود در هر مولکول را نشان می‌دهد، اما اطلاعاتی دربارهٔ نحوهٔ اتصال این اتم‌ها به یکدیگر و آرایش فضایی آن‌ها ارائه نمی‌دهد. به عبارت دیگر فرمول مولکولی، ایزومرهای مختلف یک ترکیب را از هم متمایز نمی‌کند. به عنوان مثال هر دو ترکیب اتانول و دی‌متیل اتر با فرمول مولکولی C_2H_6O، اتم‌های یکسانی با تعداد یکسان دارند، اما نحوهٔ اتصال اتم‌ها در آن‌ها کاملاً متفاوت است.

گزینهٔ (۳): در ترکیب MSO_4، اگر M یک فلز اصلی باشد، نمی‌توان به طور قطع گفت که آرایش الکترونی کاتیون فلز M به آرایش گاز نجیب رسیده است. فلزات قلیایی (گروه ۱) و قلیایی خاکی (گروه ۲) معمولاً با از دست دادن الکترون‌های لایهٔ ظرفیت خود به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود می‌رسند. به عنوان مثال منیزیم (Mg) با از دست دادن دو الکترون و تشکیل Mg^{2+} به آرایش نئون $([Ne])$ می‌رسد. اما فلزات اصلی سنگین‌تر مانند قلع (Sn) و سرب (Pb) پس از تشکیل کاتیون‌های پایدار(Pb^{4+}، Pb^{2+}، Sn^{4+} و Sn^{2+}) آرایشی شبیه گاز نجیب ندارند. این یون‌ها، لایهٔ d پرشده دارند و به آرایش پایدار هشت‌تایی نمی‌رسند؛ بنابراین رسیدن به آرایش گاز نجیب در کاتیون فلزات اصلی بستگی به موقعیت فلز در جدول دوره‌ای دارد.

گزینهٔ (۴): اگر عدد اتمی عنصر A، سه واحد بیشتر از عنصر B باشد، بسته به جایگاهشان در جدول دوره‌ای، A می‌تواند نافلزی با اکسید اسیدی و B فلزی با اکسید بازی باشد. برای نمونه، منیزیم (B) با عدد اتمی ۱۲، فلز قلیایی خاکی است و اکسید آن (MgO)، یک اکسید با خاصیت بازی است، به طوری که با اسیدها واکنش می‌دهد. فسفر (A) با عدد اتمی ۱۵ (سه واحد بیشتر از منیزیم) یک نافلز است و اکسیدهایی مانند P_4O_{10} تشکیل می‌دهد که خاصیت اسیدی دارند و با آب واکنش داده و اسید تولید می‌کنند؛ بنابراین اختلاف سه واحدی در عدد اتمی بین منیزیم و فسفر، منجر به تشکیل اکسیدهایی با ماهیت بازی (MgO) و اسیدی (P_4O_{10}) می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ کدام موارد زیر درست هستند؟

الف) نیتروژن و اکسیژن روی هم رفته، بیش از ۹۹ درصد حجمی هواکرهٔ پاک و خشک را تشکیل می‌دهند.

ب) انحلال گاز کربن دی‌اکسید در آب‌های کرهٔ زمین، یک فرایند صرفاً فیزیکی و برگشت‌پذیر است.

پ) یون کلرید (Cl^-)، فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریاها و اقیانوس‌ها محسوب می‌شود.

ت) بخش عمدهٔ آب‌های موجود در آب‌کره به صورت آب شیرین در یخچال‌های طبیعی و آب‌های زیرزمینی وجود دارد.

۱) الف ـ پ
۲) ب ـ ت
۳) الف ـ ب
۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

هواکره: لایه‌ای از گازها که اطراف کرهٔ زمین را فرا گرفته است. بخش عمدهٔ هواکره که نزدیک به سطح زمین است، تروپوسفر نام دارد. هوای پاک و خشک (بدون در نظر گرفتن بخار آب و آلاینده‌ها) عمدتاً از گاز نیتروژن (N_2) با درصد حجمی حدود ۷۸٪ و گاز اکسیژن (O_2) با درصد حجمی حدود ۲۱٪ تشکیل شده است. گازهای دیگر مانند آرگون (Ar)، کربن دی‌اکسید (CO_2) و مقادیر ناچیزی از سایر گازها، حدود ۱٪ باقی‌مانده را تشکیل می‌دهند.

انحلال گازها در آب: انحلال، فرایندی است که طی آن ذرات یک ماده (حل‌شونده) در میان ذرات مادهٔ دیگر (حلال) پخش می‌شوند. انحلال گازها در آب معمولاً یک فرایند فیزیکی و برگشت‌پذیر است و تحت تأثیر عواملی مانند دما و فشار قرار دارد. با این حال، برخی گازها مانند کربن دی‌اکسید (CO_2) و آمونیاک (NH_3)، علاوه بر انحلال فیزیکی، با آب واکنش شیمیایی نیز می‌دهند که این امر انحلال‌پذیری آن‌ها را افزایش می‌دهد.

- واکنش CO_2 با آب: $CO_2(g) + H_2O(l) \rightleftharpoons H_2CO_3(aq)$ (تشکیل کربنیک اسید).
- کربنیک اسید، خود یک اسید ضعیف است و یونیده می‌شود: $H_2CO_3(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCO_3^-(aq)$

آب‌کره و آب دریا: آب‌کره شامل تمام آب‌های موجود در سطح، زیر سطح و جو زمین است. بخش اعظم آب‌کره (بیش از ۹۷٪) به صورت آب شور در اقیانوس‌ها و دریاها وجود دارد. آب دریا محلولی است حاوی نمک‌های حل‌شدهٔ مختلف که عمدتاً به صورت یون در آب وجود دارند. فراوان‌ترین یون‌ها در آب دریا عبارت‌اند از:

کاتیون‌ها: سدیم Na^+، منیزیم Mg^{2+}، کلسیم Ca^{2+}، پتاسیم K^+

آنیون‌ها: کلرید Cl^-، سولفات SO_4^{2-}، کربنات CO_3^{2-}، یون برمید Br^-

یون کلرید (Cl^-) فراوان‌ترین آنیون و یون سدیم (Na^+) فراوان‌ترین کاتیون در آب دریا است.

آب شیرین: کم‌تر از ۳٪ کل آب‌های کرهٔ زمین آب شیرین است. (حدود ۲/۸٪) بخش عمدهٔ این آب شیرین (۲/۱۵٪) به صورت یخ در یخچال‌های طبیعی و کوه‌های یخ ذخیره شده است. بخش قابل توجه دیگری نیز به صورت آب‌های زیرزمینی وجود دارد و فقط درصد بسیار کمی از آب شیرین به صورت آب‌های سطحی (رودخانه‌ها، دریاچه‌ها) در دسترس است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی تک‌تک موارد:

بررسی مورد «الف»: هواکرهٔ پاک و خشک، عمدتاً از نیتروژن (حدود ۷۸٪) و اکسیژن (حدود ۲۱٪) تشکیل شده است. مجموع درصد حجمی این دو گاز روی هم رفته بیش از ۹۹ درصد حجمی هواکرهٔ پاک و خشک را تشکیل می‌دهند (مقادیر دقیق‌تر حدود ۷۸/۰۸٪ برای N_2 و ۲۰/۹۵٪ برای O_2 است که مجموع آن‌ها ۹۹/۰۳٪ می‌شود)؛ این عبارت درست است.

بررسی مورد «ب»: انحلال گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) در آب، فقط یک فرایند فیزیکی نیست. CO_2 با آب واکنش داده و کربنیک اسید (H_2CO_3) تشکیل می‌دهد که خود می‌تواند به یون‌های هیدروژن (H^+) و هیدروژن کربنات (HCO_3^-) یونیده شود. این واکنش شیمیایی باعث می‌شود CO_2 نسبت به گازهایی مانند اکسیژن یا نیتروژن که عمدتاً به صورت فیزیکی حل می‌شوند، انحلال‌پذیری بیشتری در آب داشته باشد. قید «صرفاً فیزیکی» این عبارت را **نادرست** می‌کند.

بررسی مورد «پ»: آب دریا محلولی غلیظ از نمک‌های مختلف است. در میان آنیون‌های اصلی حل‌شده در آب دریا (کلرید Cl^-، سولفات SO_4^{2-}، کربنات CO_3^{2-} و ...)، یون کلرید Cl^- دارای بیشترین مقدار است و فراوان‌ترین آنیون محسوب می‌شود؛ این عبارت **درست** است.

بررسی مورد «ت»: بخش اعظم آب‌های موجود در آب‌کره (بیش از ۹۷ درصد) آب شور موجود در اقیانوس‌ها و دریاها است. آب شیرین فقط کسر کوچکی (کم‌تر از ۳ درصد) از کل آب‌های زمین را تشکیل می‌دهد. اگرچه بخش قابل توجهی از آب شیرین در یخچال‌ها و آب‌های زیرزمینی یافت می‌شود، اما این منابع «بخش عمدهٔ آب‌های موجود در آب‌کره» نیستند، بلکه بخش عمدهٔ «آب شیرین» را تشکیل می‌دهند؛ بنابراین، این عبارت **نادرست** است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ ۳/۷۶ گرم نمک $X(NO_3)_2$ را به صورت جداگانه از ۳ ظرف A، B و C که به ترتیب حاوی نیترات نمک‌هایی با کاتیون‌های Mg^{2+}، Ca^{2+} و Cu^{2+} می‌باشند، برداشته و در آب خالص حل می‌کنیم تا سه محلول با غلظت ppm ۹۴ از حل‌شونده به دست آید. بر این اساس، کدام مورد نادرست است؟ $(N=14, O=16, Mg=24, Ca=40, Cu=64 : g.mol^{-1})$

۱) حجم آب استفاده‌شده برای نمک ظرف C از دو ظرف دیگر بیشتر است.

۲) کم‌ترین غلظت ppm برای کاتیون‌ها، مربوط به کاتیون نمک ظرف A است.

۳) اختلاف غلظت ppm برای یون نیترات حاصل از نمک‌های ظرف‌های B و C حدود ۹ است.

۴) غلظت یون منیزیم در ظرف A، حدود ppm ۱۵/۲۴ است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با استفاده از رابطهٔ زیر (رابطهٔ ppm) جرم محلول‌های تهیه‌شده را حساب می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

جرم محلول ← جرم حل‌شونده + جرم آب

$$94 = \frac{3/76}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم محلول} = 40000\ g \Rightarrow \text{جرم آب اضافه‌شده} = 40000 - 3/76 = 39996/24\ g\ H_2O$$

از آن‌جایی‌که جرم حل‌شونده در مقابل جرم محلول بسیار ناچیز است؛ بنابراین می‌توان جرم آب اضافه‌شده برای تهیهٔ محلول را به تقریب برابر با جرم محلول به‌دست‌آمده در نظر گرفت. از طرف دیگر با توجه به یکسان‌بودن جرم نمونهٔ اولیه و غلظت ppm تهیه‌شده از نمک‌ها، جرم آب مصرف‌شده برای تهیهٔ هر سه محلول، یکسان است.

برای تعیین مقدار یون‌های موجود در یک محلول با غلظت مشخص از یک نمک، می‌توانیم از نسبت‌های جرمی اجزای آن نمک استفاده کنیم. به عنوان مثال، در نمک منیزیم نیترات با جرم مولی ۱۴۸ گرم بر مول، ۲۴ گرم آن مربوط به منیزیم و ۱۲۴ گرم آن مربوط به یون نیترات است. اگر یک محلول ppm ۱۴۸ از این نمک داشته باشیم به این معنی است که ۱۴۸ قسمت از یک میلیون قسمت محلول، منیزیم نیترات است؛ بنابراین، از این ۱۴۸ قسمت، ۲۴ قسمت آن منیزیم و ۱۲۴ قسمت آن یون نیترات خواهد بود. حال اگر غلظت محلول منیزیم نیترات ppm ۹۴ باشد، برای یافتن غلظت هر یون، کافی است همین نسبت‌های جرمی را در این غلظت اعمال کنیم. در نتیجه غلظت یون منیزیم برابر با $\frac{24}{148} \times 94$ یا حدود ppm ۱۵/۲۴ و غلظت یون نیترات برابر با $\frac{124}{148} \times 94$ یا حدود ppm ۷۸/۷۶ خواهد بود. این روش نشان می‌دهد که چگونه می‌توان غلظت کل نمک را به غلظت اجزای یونی آن در محلول مرتبط ساخت.

به همین ترتیب غلظت یون‌های موجود در دو محلول دیگر را نیز حساب می‌کنیم:

$$Ca(NO_3)_2 : 164\ g.mol^{-1} \Rightarrow \begin{cases} ppm_{(Ca^{2+})} = \frac{1(40)}{164} \times 94 \simeq 22/93 \\ ppm_{(NO_3^-)} = \frac{2(62)}{164} \times 94 \cong 71/07 \end{cases}$$

$$Cu(NO_3)_2 : 188\ g.mol^{-1} \Rightarrow \begin{cases} ppm_{(Cu^{2+})} = \frac{1(64)}{188} \times 94 = 32 \\ ppm_{(NO_3^-)} = \frac{2(62)}{188} \times 94 = 62 \end{cases}$$

نادرستی گزینهٔ (۱) و درستی گزینه‌های (۲) و (۴) محرز است. در رابطه با درستی گزینهٔ (۳) نیز می‌توان نوشت:

اختلاف غلظت ppm یون نیترات در محلول‌های تهیه‌شده از نمک‌های B و C $= |62 - 71/07| \simeq 9\ ppm$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ کدام موارد از مطالب زیر در ارتباط با «آلکن‌ها» درست است؟

الف) آلکن‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌های سیرنشده هستند که در ساختار خود، حداقل یک پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن دارند.

ب) اگر فراوردهٔ واکنش آلکنی با آب، دارای ۱۲ اتم در هر مولکول خود باشد، نام آلکن واکنش‌دهنده، پروپن است.

پ) ذکر شمارهٔ شاخه‌های فرعی در نام‌گذاری فراوردهٔ حاصل از واکنش کامل اتن با تنها هالوژن مایع جدول در دما و فشار اتاق، ضروری است.

ت) چگالی سومین عضو این خانواده در شرایط STP، برابر با چگالی نخستین عضو خانوادهٔ سیکلوآلکان‌هاست.

۱) ب و پ ۲) الف و پ

۳) الف و ت ۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت «الف»: آلکن‌ها نوعی هیدروکربن هستند که در ساختارشان فقط یک پیوند دوگانه بین دو اتم کربن وجود دارد. اگر مولکولی بیش از یک پیوند دوگانه داشته باشد، دیگر آلکن محسوب نمی‌شود و در دسته‌های دیگری از خانوادهٔ هیدروکربن‌ها قرار می‌گیرد؛ بنابراین آلکن‌ها به طور خاص با داشتن یک پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن شناخته می‌شوند.

عبارت «ب»: فراوردهٔ واکنش یک آلکن با فرمول عمومی C_nH_{2n} با آب، یک الکل است، واکنش زیر را ببینید:

$$C_nH_{2n} + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4(aq)} C_nH_{2n+2}O$$

بنابراین اگر مجموع شمار اتم‌ها در فراوردهٔ واکنش بالا برابر ۱۲ باشد، می‌توان نوشت:

$$n + 2n + 2 + 1 = 12 \Rightarrow n = 3$$

آلکن مورد نظر دارای ۳ اتم کربن بوده و در واقع همان پروپن با فرمول مولکولی C_3H_6 است.

عبارت «پ»: در نام‌گذاری فراوردهٔ حاصل از واکنش اتن با برم در دما و فشار اتاق، ذکر شمارهٔ شاخه‌های فرعی (اتم‌های برم متصل به اتم‌های کربن) ضروری است، زیرا برم می‌تواند به دو اتم کربن پیوند دوگانهٔ اتن متصل شده و فراورده‌های ساختاری متفاوتی ایجاد کند. به عنوان مثال، افزودن برم به اتن می‌تواند منجر به تشکیل ۱، ۲- دی برومو اتان شود که در آن هر اتم کربن پیوند دوگانهٔ سابق در اتن، یک اتم برم دریافت کرده است. با این حال، اگر واکنش به گونه‌ای پیش برود که هر دو اتم برم به یک اتم کربن متصل شوند (که این واکنش خاص اتن با برم، در شرایط معمول رخ نمی‌دهد، اما برای نشان‌دادن اهمیت شماره‌گذاری در نام‌گذاری ایزومرهای ساختاری مشابه بیان می‌شود)، فراورده ۱، ۱- دی‌برومو اتان خواهد بود. از آن‌جا که این دو فراورده ایزومرهای ساختاری هستند و خواص فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند، تعیین دقیق محل قرارگیری اتم‌های برم با استفاده از شماره‌گذاری در نام‌گذاری آیوپاک ضروری است تا ساختار منحصربه‌فرد هر فراورده به درستی مشخص شود و از هرگونه ابهامی جلوگیری گردد.

عبارت «ت»: سومین عضو آلکن‌ها، بوتن با فرمول C_4H_8 و نخستین عضو سیکلوآلکان‌ها، سیکلوپروپان با فرمول C_3H_6 است؛ از اون‌جایی که جرم مولی این دو ترکیب متفاوت است، چگالی آن‌ها در شرایط STP، یکسان نمی‌باشد.

گول نخوری ✘ هر چیز آلکان‌ها و سیکلوآلکان‌ها، فرمول عمومی یکسانی (C_nH_{2n}) دارند، اما نخستین عضو آن‌ها و در نتیجه n امین عضو آن‌ها، یکسان نیست.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ با توجه به واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، اگر از تجزیهٔ ۱۳/۶ گرم H_2O_2، ۳/۸۴ لیتر گاز اکسیژن در شرایط آزمایش تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط آزمایش برابر ۱/۲۵ گرم بر لیتر است، واکنش، موازنه نشده است.) $(H = 1 , O = 16 : g.mol^{-1})$

$$H_2O_2(aq) \rightarrow H_2O(l) + O_2(g)$$

۱) ۶۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

مشاوره این یه سؤال کلاسیک استوکیومتری با چاشنی بازده درصدیه. اول از همه حواست باشه که صورت سؤال گفته واکنش موازنه نشده! پس اولین قدمت باید موازنه‌کردن واکنش باشه.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گزینهٔ (۱): **موازنهٔ معادلهٔ واکنش**؛ با قراردادن ضریب ۲ برای H_2O_2 و H_2O، معادله موازنه می‌شود:

$$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$$

گزینهٔ (۲): **محاسبهٔ مقدار نظری گاز اکسیژن** (O_2)؛ مقدار نظری، حداکثر مقدار فراورده‌ای است که با فرض بازده ۱۰۰٪ از مقدار معین واکنش‌دهنده به دست می‌آید. با استفاده از روش کسر تبدیل و با شروع از جرم H_2O_2 داده‌شده (۱۳/۶ گرم)، مقدار نظری O_2 برحسب گرم محاسبه می‌شود:

$$g\ O_2(\text{نظری}) = 13/6\ g\ H_2O_2 \times \left(\frac{1\ mol\ H_2O_2}{34\ g\ H_2O_2}\right) \times \left(\frac{1\ mol\ O_2}{2\ mol\ H_2O_2}\right) \times \left(\frac{32\ g\ O_2}{1\ mol\ O_2}\right) = 6/4\ g$$

بنابراین، مقدار نظری اکسیژن برابر با ۶/۴ گرم است.

گزینهٔ (۳): **محاسبهٔ مقدار عملی گاز اکسیژن** (O_2)؛ مقدار عملی، مقداری از فراورده است که واقعاً در آزمایش به دست آمده است. در این‌جا حجم گاز اکسیژن تولیدشده (۳/۸۴ لیتر) و چگالی آن (۱/۲۵ گرم بر لیتر) داده شده است. جرم عملی اکسیژن با استفاده از فرمول چگالی ($m = \rho \times V$) یا کسر تبدیل محاسبه می‌شود:

$$g\ O_2(\text{عملی}) = 3/84\ L\ O_2 \times \left(\frac{1/25\ g\ O_2}{1\ L\ O_2}\right) = 4/8\ g$$

بنابراین، مقدار عملی اکسیژن برابر با ۴/۸ گرم است.

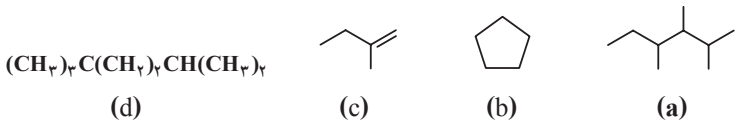
گزینهٔ (۴): **محاسبهٔ بازده درصدی**؛ بازده درصدی از تقسیم مقدار عملی بر مقدار نظری و ضرب در ۱۰۰ به دست می‌آید:

$$\text{بازده درصدی} = \left(\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\right) \times 100 = \left(\frac{4/8\ g}{6/4\ g}\right) \times 100 = ٪75$$

بنابراین، بازده درصدی واکنش ٪۷۵ است.

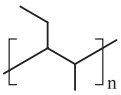
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ براساس ساختارهای داده‌شده، کدام مطلب نادرست است؟



۱) ترکیب‌های (a) و (d) و نیز ترکیب‌های (b) و (c) با یکدیگر ایزومر (هم‌پار) هستند.

۲) در ساختار (a) تعداد گروه‌های CH، ۳ برابر گروه‌های CH_2 است.

۳) ساختار پلیمرِ حاصل از ترکیب (c) را می‌توان به صورت  نشان داد.

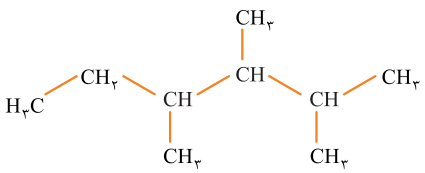
۴) نام ترکیب (d)، ۲، ۲، ۵ ـ تری‌متیل هگزان است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

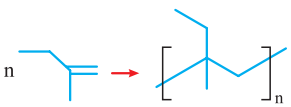
گزینهٔ (۱): ترکیب‌های (a) و (d) مربوط به دو آلکان متفاوت هستند که هر کدام ۹ اتم کربن دارند؛ بنابراین این دو ترکیب، ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند. هم‌چنین دو ترکیب (b) و (c) که به ترتیب مربوط به یک سیکلوآلکان و آلکن (هر دو با پنج اتم کربن) هستند نیز با یکدیگر ایزومرند، زیرا ترکیب (b) دارای یک حلقه و ترکیب (c) دارای یک پیوند دوگانه است که هر دو عامل (حلقه و پیوند دوگانه) باعث کاهش شمار اتم‌های هیدروژن به اندازهٔ دو اتم نسبت به هیدروکربن سیرشده می‌شوند.

گزینهٔ (۲): ساختار ترکیب (a) را به صورت زیر نیز می‌توان نشان داد:

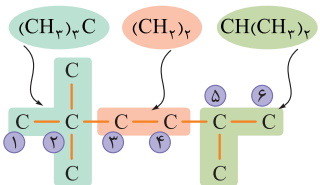


همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در ساختار این ترکیب، یک گروه CH_2 و سه گروه CH دیده می‌شود.

گزینهٔ (۳): شاخه‌های فرعی در واحد تکرارشوندهٔ پلیمر، باید به کربن متصل باشند.



گزینهٔ (۴): ساختار گستردهٔ ترکیب d را به صورت زیر نیز می‌توان نمایش داد:



نام این آلکان، ۲، ۲، ۵ ـ تری‌متیل هگزان است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ با توجه به معادله‌های زیر، مقدار آنتالپی واکنش تشکیل یک مول بوتان گازی (C_4H_{10}) از عناصر سازندهٔ آن در حالت پایدار (کربن به شکل گرافیت و گاز هیدروژن) چند کیلوژول است؟

۱) $2C_4H_{10}(g)+13O_2(g) \rightarrow 8CO_2(g)+10H_2O(l)$ $\Delta H_1 = -5754kJ$

۲) $C(s,\text{گرافیت})+O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ $\Delta H_2 = -393/5kJ$

۳) $H_2O(g) \rightarrow H_2O(l)$ $\Delta H_3 = -44kJ$

۴) $H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(g)$ $\Delta H_4 = -241/8\ kJ$

۱) -126 ۲) $-170/8$

۳) $+126$ ۴) $+170/8$

مشاوره سؤال قانون هس از اون مدل سؤالات محاسباتیه که شاید اولش کمی ترسناک به نظر بیاد، ولی قلقش دستت بیاد خیلی راحت می‌شه. کل داستان اینه که تو باید با این واکنش‌هایی که بهت داده، مثل پازل بازی کنی تا به واکنش اصلی (واکنش هدف) برسی. فقط باید حواست به حالت فیزیکی مواد (جامد، مایع، گاز) باشه. یه ذره دقت کنی حله!

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قانون هس: این قانون بیان می‌کند که تغییر آنتالپی کل برای یک واکنش شیمیایی، مستقل از مسیر انجام واکنش است و فقط به حالت‌های اولیه (واکنش‌دهنده‌ها) و نهایی (فراورده‌ها) بستگی دارد. به عبارت دیگر، اگر یک واکنش را بتوان به صورت مجموعه‌ای از چند واکنش دیگر نوشت، تغییر آنتالپی واکنش کلی برابر با مجموع جبری تغییر آنتالپی‌های واکنش‌های تشکیل‌دهندهٔ آن است.

دستکاری واکنش‌های شیمیایی و ΔH:

- **معکوس‌کردن واکنش:** اگر جهت واکنشی معکوس شود، علامت ΔH آن نیز قرینه می‌شود.
- **ضرب‌کردن واکنش در یک عدد (n):** اگر ضرایب استوکیومتری یک واکنش در عدد n ضرب شوند، مقدار ΔH آن واکنش نیز در همان عدد n ضرب می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

هدف، محاسبهٔ ΔH واکنش زیر است:

$$4C(s,\text{گرافیت})+5H_2(g) \rightarrow C_4H_{10}(g) \quad \Delta H = ?$$

برای رسیدن به این واکنش هدف با استفاده از واکنش‌های داده‌شده (۱ تا ۴)، باید هر یک از واکنش‌ها را به نحو مناسبی دستکاری کنیم:

۱) **بررسی واکنش (۱):** $2C_4H_{10}(g)+13O_2(g) \rightarrow 8CO_2(g)+10H_2O(l) \quad \Delta H_1 = -5754\ kJ$

در واکنش هدف، $C_4H_{10}(g)$ در سمت راست (فراورده) با ضریب ۱ قرار دارد، اما در واکنش (۱) در سمت چپ (واکنش‌دهنده) و با ضریب ۲ است؛ بنابراین باید واکنش (۱) را معکوس و تقسیم بر ۲ کنیم.

معکوس و تقسیم بر ۲ واکنش (۱):

$$4CO_2(g)+5H_2O(l) \rightarrow C_4H_{10}(g)+\frac{13}{2}O_2(g),\ \Delta H_1' = -\Delta H_1 = +2877\ kJ$$

۲) **بررسی واکنش (۲):**

$$C(s,\text{گرافیت})+O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \quad \Delta H_2 = -393/5\ kJ$$

در واکنش هدف، ۴ مول $C(s,\text{گرافیت})$ در سمت چپ قرار دارد. واکنش (۲) دارای ۱ مول $C(s,\text{گرافیت})$ در سمت چپ است؛ بنابراین باید واکنش (۲) را در ضریب ۴ ضرب کنیم.

۴ × واکنش (۲):

$$4C(s,\text{گرافیت})+4O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g),\ \Delta H_2' = 4\times\Delta H_2 = 4\times(-393/5\ kJ) = -1574\ kJ$$

۳) **بررسی واکنش (۴):**

$$H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(g) \quad \Delta H_4 = -241/8\ kJ$$

در واکنش هدف، ۵ مول $H_2(g)$ در سمت چپ قرار دارد. واکنش (۴) دارای ۱ مول $H_2(g)$ در سمت چپ است؛ بنابراین، باید واکنش (۴) را در ضریب ۵ ضرب کنیم.

۵ × واکنش (۴):

$$5H_2(g)+\frac{5}{2}O_2(g) \rightarrow 5H_2O(g),\ \Delta H_4' = 5\times\Delta H_4 = 5\times(-241/8\ kJ) = -1209\ kJ$$

۴) **بررسی فرایند (۳):**

$$H_2O(g) \rightarrow H_2O(l) \quad \Delta H_3 = -44\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تا این‌جا، در واکنش (۱) معکوس‌شده، $۵H_۲O(l)$ در سمت چپ داریم و در واکنش (۴) ضرب‌شده در ۵، $۵H_۲O(g)$ در سمت راست داریم. این دو باید حذف شوند. برای حذف کامل آب، باید $۵H_۲O(g)$ تولیدشده در مرحلهٔ قبل را به $۵H_۲O(l)$ تبدیل کنیم تا با $۵H_۲O(l)$ موجود در واکنش (۱) معکوس‌شده، ساده شود؛ بنابراین، معادلهٔ (۳) را در ۵ ضرب می‌کنیم.

۵ × معادله (۳):

$$۵H_۲O(g) \rightarrow ۵H_۲O(l)\ ,\ \Delta H'_۳ = ۵ \times \Delta H_۳ = ۵ \times (-۴۴kJ) = -۲۲۰\ kJ$$

۵) **جمع معادله‌های دستکاری‌شده**: اکنون معادله‌های دستکاری‌شده و ΔHهای مربوطه را با هم جمع می‌کنیم:

$$(۱')\ ۴CO_۲(g) + ۵H_۲O(l) \rightarrow C_۴H_{۱۰}(g) + \frac{۱۳}{۲}O_۲(g) \qquad \Delta H'_۱ = +۲۸۷۷kJ$$

$$(۲')\ ۴C(s, \text{گرافیت}) + ۴O_۲(g) \rightarrow ۴CO_۲(g) \qquad \Delta H'_۲ = -۱۵۷۴kJ$$

$$(۴')\ ۵H_۲(g) + \frac{۵}{۲}O_۲(g) \rightarrow ۵H_۲O(g) \qquad \Delta H'_۴ = -۱۲۰۹kJ$$

$$(۳')\ ۵H_۲O(g) \rightarrow ۵H_۲O(l) \qquad \Delta H'_۳ = -۲۲۰kJ$$

واکنش نهایی:

$$۴C(s\ ,\ \text{گرافیت}) + ۵H_۲(g) \rightarrow C_۴H_{۱۰}(g)$$

محاسبهٔ ΔH نهایی (ΔH):

$$\Delta H = \Delta H'_۱ + \Delta H'_۲ + \Delta H'_۴ + \Delta H'_۳ = (+۲۸۷۷) + (-۱۵۷۴) + (-۱۲۰۹) + (-۲۲۰) = -۱۲۶\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ برای کدام پیوند زیر در مولکول داده‌شده، از مفهوم میانگین آنتالپی پیوند استفاده نمی‌شود؟

۱) پیوند $O-H$ در متانول
۲) پیوند $C-H$ در متان
۳) پیوند $F-F$ در مولکول فلوئور
۴) پیوند $C=C$ در اتن

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

این سؤال یه نکتهٔ مفهومی ریز در مورد آنتالپی پیوند داره. ببین، مقادیری که برای آنتالپی پیوند تو جدول‌های کتاب می‌بینی، معمولاً یه عدد میانگین هستن. مثلاً انرژی پیوند $C-H$ تو مولکول‌های مختلف (متان، اتان، پروپان و ...) یا حتی تو خود متان موقع شکستن پیوندهای اول تا چهارم، کمی با هم فرق می‌کنه. شیمی‌دان‌ها اومدن یه میانگین از انرژی این پیوند تو ترکیبات مختلف گرفتن و به عنوان «آنتالپی پیوند $C-H$» تو جدول گذاشتن. همین قضیه برای $O-H$ هم هست (تو آب یه انرژی داره، تو الکل‌ها یه انرژی دیگه، پس میانگینش رو می‌ذارن تو جدول). حالا سوال می‌پرسه کدوم یکی از این پیوندها، مقداری که براش تو جدول میاد، دیگه میانگین نیست؟ یعنی یه مقدار دقیق و مشخصه؟

پاسخ خیلی تشریحی

سؤال در مورد این است که مقدار آنتالپی کدام‌یک از پیوندهای داده شده که معمولاً در جداول یافت می‌شود، یک مقدار میانگین نیست، بلکه یک مقدار دقیق (آنتالپی تفکیک پیوند) برای آن مولکول خاص است.

گزینهٔ (۱): (**پیوند $O-H$ در متانول** (CH_3OH))، پیوند $O-H$ در مولکول‌های بسیاری مانند آب (H_2O)، الکل‌ها (ROH) و اسیدهای کربوکسیلیک $(RCOOH)$ وجود دارد. استحکام و انرژی این پیوند به دلیل تفاوت در محیط شیمیایی اطراف آن در این مولکول‌ها، اندکی متفاوت است؛ بنابراین، مقداری که به عنوان آنتالپی پیوند $O-H$ در جداول عمومی ارائه می‌شود، یک **مقدار میانگین** حاصل از بررسی تعداد زیادی از این ترکیبات است. پس برای این گزینه از مفهوم میانگین استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۲): (**پیوند $C-H$ در متان** (CH_4))، پیوند $C-H$ یکی از رایج‌ترین پیوندها در شیمی آلی است و در مولکول‌های بی‌شماری یافت می‌شود (آلکان‌ها، آلکن‌ها، آلکین‌ها، ترکیبات آروماتیک و ...). انرژی تفکیک پیوند $C-H$ در یک مولکول (مانند تفاوت انرژی شکستن اولین $C-H$ با دومین $C-H$ در متان) متغیر است. مقدار آنتالپی پیوند $C-H$ که در جداول مشاهده می‌شود، قطعاً یک **مقدار میانگین** از انرژی این پیوند در ترکیبات مختلف است. پس برای این گزینه از مفهوم میانگین استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۳): (**پیوند $F-F$ در مولکول فلوئور** (F_2))، مولکول فلوئور (F_2) یک مولکول دواتمی ساده است که فقط از دو اتم فلوئور تشکیل شده و فقط یک پیوند یگانه $F-F$ دارد. هیچ مولکول دیگری وجود ندارد که بتوان انرژی پیوند $F-F$ آن را با این مولکول میانگین گرفت. انرژی لازم برای شکستن این پیوند یگانه و تبدیل $F_2(g)$ به $2F(g)$، آنتالپی تفکیک پیوند F_2 نامیده می‌شود و یک مقدار کاملاً مشخص و دقیق است؛ بنابراین، مقداری که برای آنتالپی پیوند $F-F$ در جداول ارائه می‌شود، میانگین نیست، بلکه همان آنتالپی تفکیک پیوند است، پس برای این گزینه، از مفهوم میانگین آنتالپی پیوند **استفاده نمی‌شود.**

نکته

برای مولکول‌های دواتمی عنصرها (مانند H_2, N_2, O_2, F_2, Cl_2 و غیره) که فقط یک پیوند بین دو اتم یکسان دارند، آنتالپی پیوند گزارش‌شده در جداول، همان آنتالپی تفکیک پیوند آن مولکول است و یک مقدار دقیق محسوب می‌شود، نه میانگین. زیرا مولکول دیگری برای میانگین‌گیری وجود ندارد.

گزینهٔ (۴): (**پیوند $C=C$ در اتن** (C_2H_4))، پیوند دوگانه کربن-کربن $(C=C)$ در تمام آلکن‌ها وجود دارد. اگرچه ساختار اصلی پیوند دوگانه مشابه است، اما استحکام و انرژی آن می‌تواند تحت تأثیر گروه‌های متصل به کربن‌های درگیر در پیوند دوگانه، کمی تغییر کند (مثلاً در اتن، پروپن، بوتن‌ها و ...). مقداری که به عنوان آنتالپی پیوند $C=C$ در جداول گزارش می‌شود، معمولاً یک **مقدار میانگین** از انرژی این پیوند در آلکن‌های گازی مختلف است، پس برای این گزینه، از مفهوم میانگین استفاده می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ در واکنش سوختن کامل گاز پروپان در یک محفظهٔ ۵ لیتری، اگر سرعت متوسط مصرف پروپان برابر ۰/۱۲ مول بر لیتر بر دقیقه باشد، پس از گذشت چند ثانیه، ۱۳/۲ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید خواهد شد؟ $(H = ۱ , C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۲۰

مشاوره این یه سؤال ترکیبی از استوکیومتری و سینتیکه که خیلی هم رایگه. خواست باشه آفرش زمان رو به ثانیه تبدیل کنی عجله نکن و مرحله‌به‌مرحله پیش برو.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

ارتباط سرعت واکنش مواد مختلف: برای واکنش کلی $aA + bB \rightarrow cC + dD$، رابطهٔ بین سرعت مصرف و تولید مواد به صورت زیر است:

$$\frac{۱}{a} \times R_A = \frac{۱}{b} \times R_B = \frac{۱}{c} \times R_C = \frac{۱}{d} \times R_D$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: (موازنهٔ معادلهٔ واکنش): معادلهٔ واکنش سوختن کامل پروپان به صورت زیر است:

$$C_۳H_۸(g) + ۵O_۲(g) \rightarrow ۳CO_۲(g) + ۴H_۲O(g)$$

گام دوم (محاسبهٔ مول $CO_۲$ تولیدشده):

$$n(CO_۲) = ۱۳/۲g \times \frac{۱mol}{۴۴g} = ۰/۳mol$$

گام سوم (محاسبهٔ مول $C_۳H_۸$ مصرف‌شده با استفاده از استوکیومتری):

$$n(C_۳H_۸ \text{ مصرفی}) = ۰/۳ \text{ mol } CO_۲ \times (\frac{۱ \text{ mol } C_۳H_۸}{۳ \text{ mol } CO_۲}) = ۰/۱ \text{ mol } C_۳H_۸$$

گام چهارم (محاسبهٔ سرعت مصرف پروپان بر حسب مول بر دقیقه (نه مول بر لیتر بر دقیقه)): حجم محفظهٔ واکنش $V = ۵ L$ است.

$$R(C_۳H_۸) = R[C_۳H_۸] \times V = ۰/۱۲ \text{ mol.L}^{-۱}.\text{min}^{-۱} \times ۵ \text{ L} = ۰/۶ \text{ mol.min}^{-۱}$$

گام پنجم (محاسبهٔ زمان لازم بر حسب دقیقه): ما ۰/۱ مول پروپان مصرف کرده‌ایم و سرعت مصرف آن ۰/۶ مول بر دقیقه است.

$$\text{زمان } (\Delta t) = \frac{n(C_۳H_۸ \text{ مصرفی})}{R_n(C_۳H_۸)} = \frac{۰/۱ \text{ mol}}{۰/۶ \text{ mol.min}^{-۱}} = \frac{۱}{۶} \text{ min}$$

گام ششم (تبدیل زمان به ثانیه): سؤال زمان را بر حسب ثانیه خواسته است.

$$\Delta t \text{ (ثانیه)} = (\frac{۱}{۶}) \text{ min} \times ۶۰ \frac{\text{s}}{\text{min}} = ۱۰ \text{ s}$$

بنابراین، پس از گذشت ۱۰ ثانیه، ۱۳/۲ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید خواهد شد.

یه‌جور دیگه

می‌شه محاسبات رو در یک مرحله هم نوشت:

$$\Delta t(s) = ۰/۳ \text{ mol } CO_۲ \times (\frac{۱ \text{ mol } C_۳H_۸}{۳ \text{ mol } CO_۲}) \times (\frac{۱ \text{ min}}{(۰/۱۲ \text{ mol } C_۳H_۸ . L^{-۱} \times ۵ \text{ L})}) \times (\frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ min}}) = ۱۰ \text{ s}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ اگر آنتالپی سوختن متانول و اتانول به ترتیب برابر ۷۲۶− و ۱۳۶۸− کیلوژول بر مول باشد، اختلاف گرمای آزادشده از سوختن مقداری اتانول و مقدار دیگری ۱ـ پروپانول که هر کدام یک مول کربن دی‌اکسید آزاد کنند، چند کیلوژول است؟

۱) ۱۴ ۲) ۶۴۲ ۳) ۳۲۱ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا با استفاده از آنتالپی سوختن متانول و اتانول و با توجه به تفاوت در شمار اتم‌های سازندهٔ آن‌ها، آنتالپی سوختن ۱ـ پروپانول را حساب کرده و در ادامه با توجه به مقدار کربن دی‌اکسید آزادشده از سوختن اتانول و ۱ـ پروپانول، تفاوت میان گرمای آزادشده از سوختن الکل‌ها را حساب می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** آنتالپی سوختن ۱ـ پروپانول را حساب می‌کنیم:

$$\underset{CH_3OH}{-۷۲۶} \xrightarrow{-۶۴۲} \underset{C_2H_5OH}{-۱۳۶۸} \xrightarrow{-۶۴۲} \underset{C_3H_7OH}{-۲۰۱۰}$$

اتانول یک کربن بیشتر از متانول دارد و آنتالپی سوختن اتانول، به اندازهٔ ۶۴۲ کیلوژول بیشتر از آنتالپی سوختن متانول است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که آنتالپی سوختن ۱ـ پروپانول نیز با یک اتم کربن بیشتر از اتانول، به اندازهٔ ۶۴۲ کیلوژول بیشتر از آنتالپی سوختن اتانول است.

گام دوم: بر اثر سوختن هر مول اتانول و تولید ۲ مول CO_2، ۱۳۶۸ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود؛ بنابراین اگر بر اثر سوختن مقداری اتانول که با تولید یک مول CO_2 همراه است، به اندازهٔ نصف ۱۳۶۸، یعنی ۶۸۴ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود.

گام سوم: بر اثر سوختن هر مول ۱ـ پروپانول و تولید ۳ مول CO_2، ۲۰۱۰ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود؛ بنابراین اگر بر اثر سوختن مقداری ۱ـ پروپانول که با تولید یک مول CO_2 همراه است، به اندازهٔ یک‌سوم ۲۰۱۰ یعنی ۶۷۰ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود.

گام چهارم: تفاوت مقدار گرمای آزادشده برابر اختلاف دو عدد ۶۷۰ و ۶۸۴ و برابر با ۱۴ کیلوژول است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ از پلیمر **(I)** برای ساخت کیسهٔ خون و از پلیمر **(II)** برای ساخت پتوی مسافرتی استفاده می‌شود. کدام مورد در ارتباط با این پلیمرها نادرست است؟

۱) در ساختار پلیمر (II) برخلاف پلیمر (I)، پیوند سه‌گانه وجود دارد.

۲) شمار عنصرهای سازندهٔ پلیمرهای (I) و (II)، برابر است.

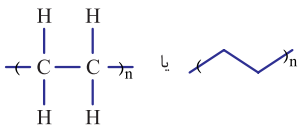
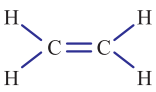
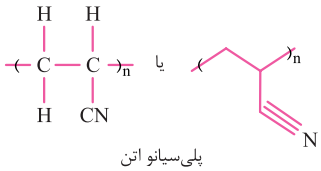
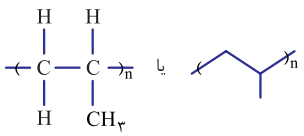
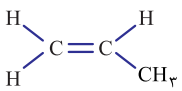
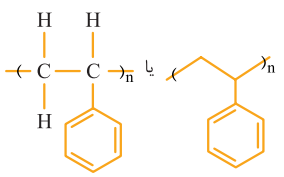
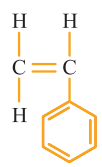
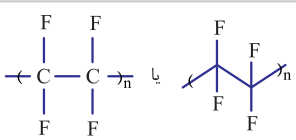
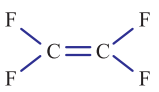
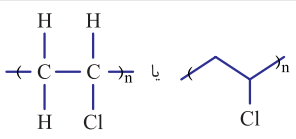
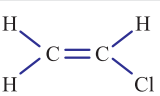
۳) در صورت یکسان‌بودن تعداد واحدهای تکرارشونده در ساختار مولکول‌های دو پلیمر، شمار گروه‌های CH_2 در آن‌ها برابر خواهد بود.

۴) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار مونومرهای سازندهٔ دو پلیمر، یک واحد بیشتر از شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در ساختار مونومر سازندهٔ پلیمر (I) است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

از آن‌جا که کتاب درسی، شما را با پلی‌اتن، پلی‌سیانواتن، پلی‌پروپن، پلی‌استیرن، تفلون و پلی‌وینیل کلرید آشنا کرده، بر شما واجب است که ویژگی‌ها و کاربردهای این پلیمرها را به طور کامل بلد باشین!

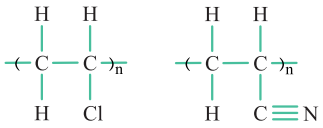
کاربرد	نام و ساختار پلیمر	نام و ساختار مونومر
کیسه‌های پلاستیکی، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی	 پلی‌اتن	 اتن
فرش، پارچه، پتو	 پلی‌سیانو اتن	 سیانو اتن
به عنوان پلاستیک در تجهیزات آزمایشگاهی و پزشکی مانند سرنگ	 پلی‌پروپن	 پروپن
به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یک بارمصرف	 پلی‌استیرن	 استیرن
ظروف نچسب، نخ دندان، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها	 پلی‌تترافلوئورو اتن یا تفلون	 تترافلوئورو اتن
لوله‌های انتقال آب، فاضلاب و گاز، کیسهٔ خون	 پلی‌وینیل کلرید	 وینیل کلرید (کلرو اتن)

پلیمرهای (I) و (II) به ترتیب پلی‌ونیل کلرید $+C_2H_3Cl+_n$ و پلی‌سیانواتن $+C_3H_3N+_n$ هستند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ حالا، یکی‌یکی گزینه‌ها رو بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): ساختار این دو پلیمر را با هم ببینیم.



در پلی‌سیانو اتن، در ساختار گروه $(-CN)$ یک پیوند سه‌گانه بین اتم‌های کربن و نیتروژن $(-C\equiv N)$ وجود دارد؛ در حالی‌که پلی‌ونیل کلرید، فاقد پیوند سه‌گانه در ساختار خود است.

گزینهٔ (۲): پلی‌سیانوتن، از عنصرهای H، C و N و پلی‌ونیل کلرید، از عنصرهای H، C و Cl تشکیل شده‌اند؛ بنابراین هر دوی آن‌ها، دارای سه عنصر در ساختار خود هستند.

گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که در ساختار واحد تکرارشوندهٔ هر دو پلیمر، یک گروه CH_2 وجود دارد؛ در نتیجه می‌توان گفت که اگر این دو پلیمر، شمار واحدهای تکرارشوندهٔ برابری داشته باشند، شمار گروه‌های CH_2 نیز در آن‌ها برابر خواهد بود.

گزینهٔ (۴): شمار پیوندهای اشتراکی در سیانو اتن و وینیل کلرید برابر است با:

سیانو اتن: $(C_3H_3N) = \frac{(3\times4)+(3\times1)+(1\times3)}{2} = \frac{18}{2} = 9$

وینیل کلرید: $(C_2H_3Cl) = \frac{(2\times4)+(3\times1)+(1\times1)}{2} = \frac{12}{2} = 6$

بنابراین تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در این دو مولکول، برابر ۳ است؛ هم‌چنین وینیل کلرید نیز سه جفت‌الکترون ناپیوندی در ساختار خود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ در ساختار یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، یک زنجیر آلکیل خطی و سیرشده با ۱۱ اتم کربن وجود دارد. چنان‌چه در این ترکیب، سه اتم از هیدروژن‌های حلقه بنزن، هر یک با یک گروه متیل جایگزین گردند، جرم مولی پاک‌کنندهٔ حاصل، به تقریب چند درصد نسبت به حالت اولیه افزایش خواهد یافت؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ۹/۸
۲) ۱۲/۶
۳) ۱۵/۲
۴) ۱۶/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (تعیین فرمول شیمیایی و جرم مولی پاک‌کنندهٔ اولیه): پاک‌کنندهٔ مورد نظر یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با زنجیر آلکیل خطی و سیرشده دارای ۱۱ اتم کربن است؛ زنجیر آلکیل ۱۱کربنه: $C_{11}H_{23}$.

بنابراین، فرمول پاک‌کنندهٔ اولیه عبارت است از: $C_{11}H_{23}-C_6H_4-SO_3Na$

جرم مولی اولیه (M_1):

$$M_1 = (17\times12)+(27\times1)+(1\times32)+(3\times16)+(1\times23) = 204+27+32+48+23 = 334\ g.mol^{-1}$$

گام دوم (محاسبهٔ تغییر در جرم مولی): در این ترکیب، سه اتم از هیدروژن‌های حلقه بنزن، هر یک با یک گروه متیل $(-CH_3)$ جایگزین می‌شوند. جرم یک اتم هیدروژن، $(H) = 1\ g.mol^{-1}$ و جرم یک گروه متیل، $(CH_3) = 12+(3\times1) = 15\ g.mol^{-1}$ هنگامی که یک اتم H با یک گروه CH_3 جایگزین می‌شود، تغییر جرم برای هر کدام برابر است با: $14\ g.mol^{-1}$. چون سه اتم هیدروژن با سه گروه متیل جایگزین می‌شوند، کل افزایش جرم (ΔM) برابر است با:

$$\Delta M = 3\times14\ g.mol^{-1} = 42\ g.mol^{-1}$$

گام سوم (محاسبهٔ درصد افزایش جرم مولی):

$$\text{افزایش درصد} = \left(\frac{\Delta M}{M_1}\right)\times100 = \left(\frac{42\ g.mol^{-1}}{334\ g.mol^{-1}}\right)\times100 \approx 12/6\%$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ با در نظر گرفتن تمامی ترکیبات آلی غیرحلقوی با فرمول مولکولی C_4H_6O، کدام عبارت در مورد این ترکیبات نادرست است؟

۱) ایزومری از آن‌ها وجود دارد که در اثر اکسایش، می‌تواند به یک کربوکسیلیک اسید با همان تعداد اتم کربن تبدیل شود.

۲) تمامی ایزومرهای آن دارای حداقل یک پیوند دوگانه هستند.

۳) ایزومری از آن‌ها یافت می‌شود که هم دارای گروه عاملی هیدروکسیل است و هم با محلول برم در یک حلال آلی واکنش نمی‌دهد.

۴) حداقل یکی از ایزومرهای آن، یک کتون است که در آن، اتم اکسیژن گروه کربونیل، دو جفت‌الکترون پیوندی دارد.

مشاوره این‌جور سؤال‌ها کمی چالش‌برانگیزه، چون باید هم‌زمان حواست به فرمول مولکولی ایزومرهای مختلف و خواص هر کدوم از اون‌ها باشه.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

ابتدا ایزومرهای غیرحلقوی ممکن برای فرمول مولکولی C_4H_6O را بررسی می‌کنیم. چون ترکیبات غیرحلقوی مد نظر هستند و ترکیب مورد نظر، دو اتم هیدروژن نسبت به آلکان هم کربن کم‌تر دارد، در ساختار آن، یک پیوند دوگانه وجود دارد. ایزومرهای ممکن عبارت‌اند از:

۱) CH_3-CH_2-CHO

۲) (استون): $CH_3-CO-CH_3$

۳) $CH_2=CH-CH_2-OH$

۴) $CH_2=CH-O-CH_3$

۵) $CH_3CH=CH-OH$

۶) $CH_2=C(OH)-CH_3$

حال به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): چون می‌تواند ایزومر الکلی داشته باشد (مثلاً ایزومر ۳)، می‌تواند به کربوکسیلیک اسید با همان تعداد کربن تبدیل شود.

گزینهٔ (۲): همان‌طور که دیدیم، تمامی ایزومرهای غیرحلقوی C_4H_6O، دارای یک پیوند دوگانه ($C=O$ یا $C=C$) هستند.

گزینهٔ (۳): برای این‌که یک ترکیب C_4H_6O غیرحلقوی دارای گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) باشد، باید یک الکل باشد. فرمول عمومی یک الکل غیرحلقوی سیرشده $C_nH_{2n+2}O$ است. برای $n=3$، این فرمول C_3H_8O خواهد بود. از آن‌جایی که فرمول مولکولی ما C_4H_6O است (یعنی ۲ هیدروژن کم‌تر از حالت سیرشده)، الکل مورد نظر باید دارای یک پیوند دوگانه کربن ـ کربن باشد تا غیرحلقوی بماند. تنها الکل غیرحلقوی پایدار با فرمول C_4H_6O، $CH_2=CH-CH_2-OH$ است. به دلیل داشتن پیوند دوگانه کربن-کربن ($C=C$)، با برم واکنش داده و آن را بی‌رنگ می‌کند؛ بنابراین، هیچ ایزومر الکلی غیرحلقوی از C_4H_6O وجود ندارد که با برم واکنش ندهد.

گزینهٔ (۴): استون ($CH_3-CO-CH_3$) یک ایزومر کتونی از C_4H_6O است. در گروه عاملی کربونیل ($C=O$) در کتون‌ها، اتم اکسیژن دو جفت‌الکترون پیوندی دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ دو محلول اسیدی در دمای اتاق موجود است:

محلول A: محلول ۰/۰۱ مولار از اسید قوی HX

محلول B: محلول ۰/۱ مولار از اسید ضعیف HY با ثابت یونش اسیدی $K_a = ۱/۰ \times ۱۰^{-۵}$

کدام عبارت در مورد این دو محلول نادرست است؟

۱) pH محلول A از pH محلول B کم‌تر است.

۲) اگر حجم‌های مساوی از دو محلول A و B را در نظر بگیریم، تعداد یون‌های H^+ در نمونهٔ محلول A، ده برابر تعداد یون‌های H^+ در نمونهٔ محلول B است.

۳) برای خنثی‌سازی کامل ۵۰ میلی‌لیتر از محلول A، دقیقاً به همان مقدار مول باز قوی NaOH نیاز است که برای خنثی‌سازی کامل ۵ میلی‌لیتر از محلول B لازم است.

۴) در محلول B، غلظت یون Y^- بیشتر از غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ HY است.

مشاوره این سؤال از اون مدل سؤالات مقایسه‌ایه که باید حواست به تفاوت اسید قوی و ضعیف باشه. کلیدش اینه که برای هر محلول، بتونی غلظت یون هیدرونیوم و pH رو حساب کنی و بعدش گزینه‌ها رو یکی‌یکی چک کنی.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اسیدهای قوی: اسیدهایی هستند که در محلول آبی به طور کامل یونیده می‌شوند. برای یک اسید قوی تک‌پروتونه مانند HX، غلظت یون هیدرونیوم $[H_۳O^+]$ (یا به اختصار $[H^+]$) برابر با غلظت اولیه اسید (M) است.

$$HX(aq) \rightarrow H^+(aq) + X^-(aq) \quad , \quad [H^+] = M \quad , \quad pH = -\log[H^+]$$

اسیدهای ضعیف: اسیدهایی هستند که در محلول آبی به طور جزئی یونیده می‌شوند و یک تعادل بین مولکول‌های یونیده‌نشده و یون‌های حاصل برقرار است. برای یک اسید ضعیف تک‌پروتونه مانند HY داریم:

$$HY(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + Y^-(aq)$$

ثابت یونش اسیدی (K_a) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_a = \frac{([H^+][Y^-])}{[HY]}$$

اگر درجه یونش (α) کوچک باشد، می‌توان غلظت $[H^+]$ را از رابطهٔ تقریبی زیر محاسبه کرد:

$$[H^+] \approx \sqrt{K_a \times M}$$

$$[Y^-] = [H^+]$$

غلظت تعادلی مولکول‌های یونیده نشده:

$$[HY] = M - [H^+]$$

خنثی‌سازی اسید ـ باز: در واکنش خنثی‌سازی کامل یک اسید توسط یک باز، تعداد مول‌های یون H^+ قابل دسترس از اسید با تعداد مول‌های یون OH^- (یا معادل آن از باز) برابر است:

$$\underset{\text{ظرفیت اسید}}{a} \times \underset{\text{مول اسید}}{n_a} = \underset{\text{ظرفیت باز}}{b} \times \underset{\text{مول باز}}{n_b}$$

این رابطه برای خنثی‌سازی کامل، صرف نظر از قوی یا ضعیف بودن اسید یا باز برقرار است.

پاسخ خیلی تشریحی

ابتدا مشخصات هر محلول را به طور جداگانه بررسی می‌کنیم:

محلول A: ۰/۰۱ مولار اسید قوی HX

چون HX یک اسید قوی است، به طور کامل یونیده می‌شود:

$$HX \rightarrow H^+ + X^-$$

بنابراین، غلظت یون هیدروژن برابر با غلظت اولیهٔ اسید است:

$$[H^+]_A = ۰/۰۱ = ۱ \times ۱۰^{-۲} \quad , \quad \text{محلول A} \; pH : pH_A = -\log[H^+]_A = -\log(۱ \times ۱۰^{-۲}) = ۲/۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

محلول B: ۰/۱ مولار اسید ضعیف HY با $K_a = ۱/۰\times۱۰^{-۵}$

برای اسید ضعیف HY، تعادل یونش به صورت زیر است:

$$HY \rightleftharpoons H^+ + Y^-$$

غلظت یون هیدروژن را با استفاده از ثابت یونش محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+]_B = \sqrt{Ka\times M} = \sqrt{(۱/۰\times۱۰^{-۵})\times(۰/۱)} = \sqrt{۱/۰\times۱۰^{-۶}}$$

$$= ۱/۰\times۱۰^{-۳} \quad , \quad B \text{ محلول } pH : pH_B = -\log[H^+] = -\log(۱/۰\times۱۰^{-۳}) = ۳/۰$$

در محلول B، غلظت یون Y^- برابر با غلظت H^+ است:

$$[Y^-]_B \approx [H^+]_B = ۱/۰\times۱۰^{-۳}$$

غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ HY در حالت تعادل:

$$[HY] = M - [H^+]_B = ۰/۱ - ۰/۰۰۱ = ۰/۰۹۹$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): $pH_B = ۳/۰$ ، $pH_A = ۲/۰$ ، این عبارت درست است.

گزینهٔ (۲): فرض کنید حجم مساوی برابر V لیتر باشد. تعداد مول یون H^+ در محلول A:

$$n(H^+)_A = [H^+]_A \times V = (۰/۰۱)\times V$$

تعداد مول یون H^+ در محلول B:

$$n(H^+)_B = [H^+]_B \times V = (۰/۰۰۱)\times V$$

نسبت تعداد یون‌های H^+ :

$$\frac{n(H^+)_A}{n(H^+)_B} = \frac{(۰/۰۱\times V)}{(۰/۰۰۱\times V)} = \frac{۰/۰۱}{۰/۰۰۱} = ۱۰$$

گزینهٔ (۳): مقدار مول اسید HX در ۵۰ میلی‌لیتر (۰/۰۵ لیتر) از محلول A:

$$n_{HX} = M_A \times V_A = (۰/۰۱ \text{ mol/L})\times(۰/۰۵ \text{ L}) = ۰/۰۰۰۵ \text{ mol}$$

این مقدار مول اسید برای خنثی‌سازی کامل به ۰/۰۰۰۵ mol از NaOH نیاز دارد.

مقدار مول اسید HY در ۵ میلی‌لیتر (۰/۰۰۵ لیتر) از محلول B:

$$n_{HY} = M_B \times V_B = (۰/۱ \text{ mol/L})\times(۰/۰۰۵ \text{ L}) = ۰/۰۰۰۵ \text{ mol}$$

این مقدار مول اسید برای خنثی‌سازی کامل به ۰/۰۰۰۵ mol از NaOH نیاز دارد. مقدار مول مورد نیاز NaOH برای هر دو حالت برابر است.

گزینهٔ (۴): در محلول B:

$$[Y^-]_B = ۱/۰\times۱۰^{-۳} = ۰/۰۰۱ \quad , \quad [HY] = ۰/۰۹۹$$

غلظت یون Y^- کم‌تر از غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HY است؛ بنابراین این عبارت **نادرست** است.

نکته

- برای خنثی‌سازی کامل، آن‌چه اهمیت دارد تعداد مول‌های اسید قابل دسترس است، نه قدرت اسید.
- در محلول یک اسید ضعیف، غلظت گونهٔ یونیده‌نشده (مولکول اولیهٔ اسید) معمولاً به مراتب بیشتر از غلظت یون‌های حاصل از یونش است، مگر این‌که محلول اسید، بسیار رقیق یا ثابت یونش آن نسبتاً بزرگ باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ اگر pH محلولی از فرمیک اسید در دمای معین برابر ۲ باشد و درجهٔ یونش این اسید در محلول مذکور ۵ درصد باشد، ۲/۳ گرم از فرمیک اسید در چند میلی‌لیتر از این محلول حل شده است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

۱) **غلظت یون هیدروژن $[H^+]$:** اولین قدم اینه که از pH داده‌شده، غلظت یون هیدروژن رو پیدا کنی. یادته که $pH=-\log[H^+]$.

۲) **غلظت اولیهٔ اسید (M):** برای اسید ضعیف، می‌دونیم که $[H^+]=\alpha\times M$ که α درجهٔ یونش (همون ٪۵ یا ۰/۰۵) و M غلظت اولیهٔ اسیده. $[H^+]$ و α رو داری، پس راحت می‌تونی M رو حساب کنی.

۳) **مول فرمیک اسید:** جرم اسید حل‌شده (۲/۳ گرم) رو بهت داده. جرم مولی اسید فرمیک (HCOOH) رو هم از جرم مولی‌ها حساب کن. بعدش تعداد مول اسید حل‌شده رو به دست بیار.

۴) **حجم محلول:** حالا که هم غلظت مولی اسید (M) رو داری و هم تعداد مول اسید، از فرمول معروف غلظت مولی $(M=\frac{n}{V})$ می‌تونی حجم محلول رو برحسب لیتر پیدا کنی. آخر کار یادت نره به میلی‌لیتر تبدیلش کنی، چون گزینه‌ها برحسب میلی‌لیتر هستن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: محاسبهٔ غلظت یون هیدروژن $[H^+]$

pH محلول داده‌شده برابر ۲ است.

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-2}$$

گام دوم: محاسبهٔ غلظت اولیهٔ اسید فرمیک (M)

درجهٔ یونش اسید:

$$(\alpha)=٪۵=\frac{۵}{۱۰۰}=۰/۰۵$$

برای اسید ضعیف تک‌پروتونه HCOOH، رابطهٔ $[H^+]=\alpha\times M$ برقرار است.

$$10^{-2}=۰/۰۵\times M\Rightarrow M=\frac{10^{-2}}{۰/۰۵}=\frac{10^{-2}}{(۵\times10^{-2})}=۰/۲$$

گام سوم: محاسبهٔ تعداد مول فرمیک اسید (HCOOH) حل‌شده

$$HCOOH(n)=\frac{\text{جرم HCOOH}}{\text{جرم مولی HCOOH}}=\frac{۲/۳g}{۴۶\frac{g}{mol}}=۰/۰۵\ mol$$

گام چهارم: محاسبهٔ حجم محلول

$$(M)\text{غلظت مولی}=\frac{\text{تعداد مول HCOOH(n)}}{\text{حجم محلول V}}\Rightarrow ۰/۲\frac{mol}{L}=\frac{۰/۰۵\ mol}{V_L}\Rightarrow V_L=\frac{۰/۰۵\ mol}{۰/۲\frac{mol}{L}}=۰/۲۵\ L=۲۵۰\ mL$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ با در نظر گرفتن ویژگی‌های اسیدها و بازها در محلول آبی، در دمای معین، کدام عبارت درست است؟

مشاوره این سؤال می‌خواد مفاهیم عمیق‌تری از اسیدها و بازهای ضعیف رو به چالش بکشه. گول ظاهر سادهٔ بعضی گزینه‌ها رو نخور!

۱) در محلول ۰/۱ مولار آمونیاک (NH_3)، غلظت یون آمونیوم (NH_4^+) بیشتر از غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ آمونیاک است.

۲) ثابت یونش فرمیک اسید ($HCOOH$) در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس، با رقیق‌کردن محلول آن با آب مقطر، افزایش می‌یابد.

۳) افزودن سدیم استات جامد (CH_3COONa) به محلول استیک اسید (CH_3COOH)، باعث کاهش pH محلول و افزایش درجهٔ یونش استیک اسید می‌شود.

۴) اگرچه هیدروفلوئوریک اسید (HF) یک اسید ضعیف است، اما در غلظت‌های بسیار پایین، درجهٔ یونش آن به طور قابل توجهی افزایش یافته و به سمت یونش کامل میل می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

- **الکترولیت‌های ضعیف:** اسیدها و بازهای ضعیف، الکترولیت‌های ضعیف هستند، به این معنی که در محلول آبی به طور ناقص یونیده می‌شوند و بخش عمده‌ای از آن‌ها به صورت مولکولی باقی می‌ماند.

برای یک باز ضعیف، مانند آمونیاک ($NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$)، در حالت تعادل، غلظت $[NH_3]$ معمولاً بسیار بیشتر از $[NH_4^+]$ و $[OH^-]$ است.

- **ثابت یونش (K_a برای اسیدها، K_b برای بازها):** این ثابت، معیاری از قدرت یک اسید یا باز ضعیف است و در دمای ثابت، مقداری ثابت است و با تغییر غلظت اولیهٔ اسید یا باز تغییر نمی‌کند.

- **درجهٔ یونش (α):** کسری از مولکول‌های اولیهٔ اسید یا باز است که یونیده شده‌اند. درجهٔ یونش برای الکترولیت‌های ضعیف به غلظت وابسته است. با کاهش غلظت (افزایش رقیق‌سازی)، درجهٔ یونش یک الکترولیت ضعیف افزایش می‌یابد.

- **اثر یون مشترک:** افزودن یک یون مشترک به محلول یک الکترولیت ضعیف، تعادل یونش آن را به سمت چپ (به سمت واکنش‌دهنده‌ها) جابه‌جا می‌کند و در نتیجه درجهٔ یونش الکترولیت ضعیف کاهش می‌یابد.

مثال: افزودن سدیم استات (CH_3COONa، که CH_3COO^- تولید می‌کند) به محلول استیک اسید (CH_3COOH)، باعث کاهش یونش استیک اسید و در نتیجه کاهش $[H^+]$ (افزایش pH) می‌شود.

- برای یک الکترولیت ضعیف، با افزایش رقیق‌سازی (کاهش غلظت)، درجهٔ یونش (α) افزایش می‌یابد. در غلظت نزدیک به صفر، درجهٔ یونش به سمت ۱ میل می‌کند (یونش کامل).

$$K_a = \frac{(\alpha^2 M)}{(1-\alpha)}$$

که M غلظت اولیه است. اگر M بسیار کوچک باشد، برای ثابت‌ماندن K_a، α باید به ۱ نزدیک شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): آمونیاک (NH_3) یک باز ضعیف است و در آب طبق تعادل زیر یونیده می‌شود:

$$NH_3(g) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + OH^-(aq)$$

از آن‌جایی که آمونیاک یک باز ضعیف است، تنها بخش کوچکی از مولکول‌های NH_3 یونیده می‌شوند، بنابراین، در حالت تعادل، غلظت مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ NH_3 به مراتب بیشتر از غلظت یون آمونیوم (NH_4^+) و یون هیدروکسید (OH^-) است، پس این عبارت **نادرست** است.

گزینهٔ (۲): ثابت یونش یک اسید (K_a) یا باز (K_b) یک ثابت تعادل است که مقدار آن فقط به دما بستگی دارد. رقیق‌کردن محلول (تغییر غلظت) باعث تغییر درجهٔ یونش (α) می‌شود، اما مقدار K_a در دمای ثابت، بدون تغییر باقی می‌ماند، پس این عبارت **نادرست** است.

گزینهٔ (۳): استیک اسید (CH_3COOH) یک اسید ضعیف است:

$$CH_3COOH(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + CH_3COO^-(aq)$$

سدیم استات (CH_3COONa) یک نمک است که در آب به طور کامل تفکیک شده و یون استات (CH_3COO^-) تولید می‌کند. یون استات، یون مشترک با تعادل یونش استیک اسید است. طبق اصل لوشاتلیه، افزایش غلظت یون مشترک (CH_3COO^-) باعث جابه‌جایی تعادل به سمت چپ (مصرف H^+ و CH_3COO^- و تولید CH_3COOH) می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

- **اثر بر $[H^+]$ و pH**: با جابه‌جایی تعادل به چپ، غلظت $[H^+]$ کاهش می‌یابد، بنابراین pH محلول افزایش می‌یابد.
- **اثر بر درجهٔ یونش (α)**: از آن‌جایی که تعادل به سمت مولکول‌های یونیده‌نشده جابه‌جا می‌شود، درجهٔ یونش استیک اسید کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): این عبارت برای الکترولیت‌های ضعیف درست است. برای یک اسید ضعیف مانند HF:

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$

$$K_a = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} = \frac{\alpha^2 M}{1-\alpha}$$

هنگامی که غلظت اولیهٔ اسید به سمت صفر میل می‌کند (رقیق‌سازی بی‌نهایت)، برای این‌که K_a مقداری ثابت و غیرصفر باقی بماند، درجهٔ یونش (α) باید به سمت ۱ (یونش کامل) میل کند؛ بنابراین در غلظت‌های بسیار پایین، اسیدهای ضعیف درجهٔ یونش بالاتری از خود نشان می‌دهند، پس این عبارت **درست** است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ دربارهٔ یک سلول گالوانی استاندارد که از قراردادن یک تیغهٔ روی (Zn) در محلول ۱ مولار روی سولفات و یک تیغهٔ مس (Cu) در محلول ۱ مولار مس (II) نیترات در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس تشکیل شده است، کدام موارد زیر درست است؟ $(Cu = 63/5 , Zn = 65/4 : g.mol^{-1})$

$(E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0/76\ V , E^\circ(Cu^{2+}/Cu) = +0/34\ V)$

الف) نیروی الکتروموتوری استاندارد این سلول برابر ۱/۱ ولت است و در مدار خارجی، الکترون‌ها از الکترود مس به سمت الکترود روی حرکت می‌کنند.

ب) به ازای مصرف هر ۳۲/۷ گرم فلز روی در آند، ۳۱/۷۵ گرم فلز مس بر روی کاتد رسوب می‌کند.

پ) اگر در ابتدا حجم محلول مس (II) نیترات در نیم‌سلول کاتدی ۲۰۰ میلی‌لیتر باشد، پس از عبور ۰/۲ مول الکترون از مدار خارجی، غلظت یون‌های Cu^{2+} در این نیم‌سلول به ۰/۵ مولار کاهش می‌یابد.

ت) در این سلول، یون‌های مس (II) از نیم‌سلول کاتدی به سمت نیم‌سلول آندی مهاجرت می‌کنند.

۱) الف ـ ب
۲) ب ـ پ
۳) پ ـ ت
۴) الف ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

سلول گالوانی: وسیله‌ای است که انرژی شیمیایی حاصل از یک واکنش اکسایش ـ کاهش خودبه‌خودی را به انرژی الکتریکی تبدیل می‌کند.

آند و کاتد: در سلول گالوانی، آند الکترودی است که در آن اکسایش رخ می‌دهد (از دست دادن الکترون) و قطب منفی سلول است. کاتد الکترودی است که در آن کاهش رخ می‌دهد (گرفتن الکترون) و قطب مثبت سلول است. الکترون‌ها در مدار خارجی از آند به کاتد حرکت می‌کنند.

پتانسیل استاندارد سلول ($E^\circ cell$):

اختلاف پتانسیل بین دو نیم‌سلول استاندارد.

$$E^\circ cell = E^\circ(cathode) - E^\circ(anode)$$

- $E^\circ cell$ مثبت نشان‌دهنده یک واکنش خودبه‌خودی است.

حرکت یون‌ها: برخی یون‌ها برای حفظ خنثی الکتریکی در نیم‌سلول‌ها حرکت می‌کنند. آنیون‌ها به سمت نیم‌سلول آندی و کاتیون‌ها به سمت نیم‌سلول کاتدی مهاجرت می‌کنند.

نیم‌واکنش‌ها در سلول روی ـ مس:

- آند (اکسایش): $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^- \quad (E^\circ = -0/76\ V)$
- کاتد (کاهش): $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s) \quad (E^\circ = +0/34\ V)$
- واکنش کلی: $Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) پتانسیل استاندارد نیم‌سلول روی (آند، زیرا E° آن کم‌تر است): $E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0/76\ V$

پتانسیل استاندارد نیم‌سلول مس (کاتد): $E^\circ(Cu^{2+}/Cu) = +0/34\ V$

$$E^\circ cell = E^\circ(Cu^{2+}/Cu) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = (+0/34\ V) - (-0/76\ V)$$

$$= 0/34\ V + 0/76\ V = 1/10\ V$$

از آن‌جایی که روی اکسید می‌شود (آند) و مس کاهش می‌یابد (کاتد)، الکترون‌ها در مدار خارجی از الکترود روی به سمت الکترود مس حرکت می‌کنند. بنابراین، عبارت «الف» **نادرست** است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ب) $\text{مول روی مصرف‌شده} = \frac{۳۲/۷\ g}{۶۵/۴\ g/mol} = ۰/۵\ mol\ Zn$

نیم‌واکنش آندی: $Zn(s) \rightarrow Zn^{۲+}(aq) + ۲e^-$

از مصرف ۰/۵ مول Zn، تعداد $۰/۵\ mol\ Zn \times \frac{۲\ mol\ e^-}{۱\ mol\ Zn} = ۱/۰\ mol\ e^-$ الکترون تولید می‌شود.

نیم‌واکنش کاتدی: $Cu^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Cu(s)$

این ۱/۰ مول الکترون باعث کاهش $۱/۰\ mol\ e^- \times \frac{۱\ mol\ Cu}{۲\ mol\ e^-} = ۰/۵\ mol\ Cu$ می‌شود.

$\text{جرم مس رسوب‌کرده} = ۰/۵\ mol\ Cu \times ۶۳/۵ \frac{g}{mol} = ۳۱/۷۵\ g\ Cu$

بنابراین، عبارت (ب) **درست** است.

پ) $\text{حجم اولیهٔ محلول } CuNO_۳ = ۲۰۰\ mL = ۰/۲\ L$

$\text{مول } Cu^{۲+} = \text{غلظت} \times \text{حجم} = ۱\ mol.L^{-۱} \times ۰/۲\ L = ۰/۲\ molCu^{۲+}$

پس از عبور ۰/۲ مول الکترون: از نیم‌واکنش کاتدی $(Cu^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Cu(s))$، برای هر ۲ مول الکترون، ۱ مول $Cu^{۲+}$ مصرف می‌شود؛ بنابراین:

$\text{مول } Cu^{۲+} \text{مصرف‌شده} = ۰/۲\ mol\ e^- \times (\frac{۱\ mol\ Cu^{۲+}}{۲\ mol\ e^-}) = ۰/۱\ mol\ Cu^{۲+}$

$\text{مول } Cu^{۲+} \text{ باقی‌مانده} = \text{مول اولیه} - \text{مول مصرف‌شده} = ۰/۲\ mol - ۰/۱\ mol = ۰/۱\ mol\ Cu^{۲+}$

$[Cu^{۲+}] \text{ غلظت نهایی} = \frac{\text{مول باقی‌مانده}}{\text{حجم}} = \frac{۰/۱\ mol}{۰/۲\ L} = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$

بنابراین، عبارت «پ» **درست** است.

ت) در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد می‌روند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر ۰/۲۵ مول از گونهٔ اکسنده در واکنش مصرف شود، چند مول الکترون مبادله می‌گردد؟

$$MnO_2(s) + NO(g) + H^+(aq) \rightarrow Mn^{2+}(aq) + NO_3^-(aq) + H_2O(l)$$

۱) ۱۶، ۰/۵ ۲) ۱۶، ۱ ۳) ۹، ۰/۵ ۴) ۹، ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: موازنهٔ واکنش:

واکنش داده‌شده: $MnO_2(s) + NO(g) + H^+(aq) \rightarrow Mn^{2+}(aq) + NO_3^-(aq) + H_2O(l)$

تعیین اعداد اکسایش:

- Mn در MnO_2 دارای عدد اکسایش ۴+ و در Mn^{2+} دارای عدد اکسایش ۲+ است. (کاهش، MnO_2 اکسنده است.)
- N در NO دارای عدد اکسایش ۲+ و در NO_3^- دارای عدد اکسایش ۵+ است. (اکسایش، NO کاهنده است.)

برابرکردن تعداد الکترون‌ها: تعداد الکترون در نیم‌واکنش کاهش ۲ و در نیم‌واکنش اکسایش ۳ است. کوچک‌ترین مضرب مشترک ۶ است. نیم‌واکنش کاهش را در ۳ ضرب کرده و نیم‌واکنش اکسایش را در ۲ ضرب می‌کنیم.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ نهایی:

$$3MnO_2(s) + 2NO(g) + 4H^+(aq) \rightarrow 3Mn^{2+}(aq) + 2NO_3^-(aq) + 2H_2O(l)$$

گام دوم: محاسبهٔ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد:

$2 + 2 + 3 + 4 + 2 + 3 = 16$

گام سوم: شناسایی گونهٔ اکسنده: گونهٔ اکسنده MnO_2 است، زیرا عدد اکسایش Mn از ۴+ به ۲+ کاهش یافته است.

گام چهارم: محاسبهٔ مول الکترون مبادله‌شده: به ازای هر ۱ مول MnO_2 مصرفی، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود. اگر ۰/۲۵ مول از گونهٔ اکسنده (MnO_2) مصرف شود، خواهیم داشت:

$$\text{مول الکترون} = 0/25 \text{ mol } MnO_2 \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } MnO_2} = 0/5 \text{ mol } e^-$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ از آلیاژ مس و نقره به جرم ۳۰۰ گرم به عنوان آند و از محلول مس (II) سولفات به عنوان الکترولیت برای آبکاری یک قطعهٔ آهن استفاده می‌کنیم. شمار مول‌های مس در آلیاژ، ۳ برابر شمار مول‌های نقره است. اگر در پایان این فرایند، جرم قطعهٔ آهنی، ۵۰ درصد و درصد جرمی نقره در آلیاژ، ۲۴ واحد تغییر کند، جرم اولیهٔ تیغهٔ آهنی چند گرم بوده و تعداد مول الکترون‌های مبادله‌شده در این سلول کدام است؟ (در آند سلول، فقط مس مصرف می‌شود؛ $Cu = ۶۴ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-1}$)

۱) ۱۸۰ ـ ۱/۸۷۵

۲) ۱۸۰ ـ ۳/۷۵

۳) ۲۴۰ ـ ۳/۷۵

۴) ۲۴۰ ـ ۱/۸۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا شمار مول‌ها و جرم فلزهای Ag و Cu را در آلیاژ اولیه حساب کن! پس با توجه به الکترولیت سلول، چون در این سلول، فلز Cu مصرف شده و فلز Ag دست‌نخورده باقی می‌ماند! درصد جرمی Ag را در آلیاژ، قبل و بعد از فرایند آبکاری به دست بیاور. سپس جرم Cu مصرف‌شده در فرایند را که معادل افزایش جرم قطعهٔ آهنی است، محاسبه کن و در نهایت جرم اولیهٔ قطعهٔ آهن و تعداد مول‌های مبادله‌شده در این فرایند ابکاری را به دست بیاور!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** شمار مول‌ها و جرم هر یک از فلزهای مس (Cu) و نقره (Ag) را در آلیاژ اولیه به دست می‌آوریم:

اگر شمار مول‌های Cu و Ag را در این آلیاژ، به ترتیب x و y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\left.\begin{matrix}(I)\ x = ۳y \\ (II)\ ۶۴x + ۱۰۸y = ۳۰۰\end{matrix}\right\} \Rightarrow (I),(II): \underbrace{۶۴(۳y)}_{۱۹۲y} + ۱۰۸y = ۳۰۰ \Rightarrow ۳۰۰y = ۳۰۰ \Rightarrow y = ۱ , x = ۳$$

بنابراین جرم فلزهای Cu و Ag در آلیاژ اولیه، به ترتیب برابر با ۱۹۲ و ۱۰۸ گرم می‌باشد.

گام دوم: درصد جرمی فلز Ag را در آلیاژ، قبل و بعد از انجام فرایند آبکاری محاسبه می‌کنیم:

درصد جرمی فلز Ag در آلیاژ اولیه برابر است با:

$$\text{درصد جرمی فلز Ag در آلیاژ اولیه} = \frac{\text{جرم فلز Ag}}{\text{جرم آلیاژ اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۸}{۳۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۳۶$$

از آن‌جایی‌که $CuSO_۴(aq)$، الکترولیت سلول آبکاری را تشکیل می‌دهد، در نتیجه هر دو نیم‌واکنش اکسایش و کاهش، مربوط به فلز Cu بوده و به همین دلیل این فلز مصرف شده و ورقهٔ نازکی از جنس این فلز، قطعهٔ آهنی را می‌پوشاند؛ بنابراین در پایان فرایند آبکاری و با مصرف مقداری از فلز Cu، درصد جرمی فلز Ag در آلیاژ، افزایش خواهد یافت و به ٪۶۰ = ۲۴ + ۳۶ خواهد رسید.

نیم‌واکنش اکسایش: $Cu(s) \rightarrow Cu^{۲+}(aq) + ۲e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $Cu^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Cu(s)$

گام سوم: جرم فلز Cu مصرف‌شده در این فرایند را می‌حسابیم که *معادل با مقدار افزایش جرم قطعهٔ آهنی هم هست!*

اگر جرم فلز Cu مصرف‌شده در این فرایند را برابر با a در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی فلز Ag در آلیاژ در پایان آبکاری} = \frac{\text{جرم فلز Ag}}{\text{جرم آلیاژ نهایی}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۰/۶} = \frac{\overset{۱۸۰}{۱۰۸}}{۳۰۰ - a} \Rightarrow a = ۱۲۰\ g\ Cu$$

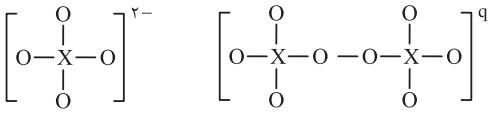
گام چهارم: جرم اولیهٔ قطعهٔ آهنی و تعداد مول الکترون‌های مبادله‌شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

از آن‌جا که جرم قطعهٔ آهنی، ۵۰٪ افزایش یافته، در نتیجه جرم اولیهٔ قطعهٔ آهنی، ۲۴۰ گرم بوده است. در نهایت از آن‌جا که به ازای مصرف ۱ مول فلز Cu در این سلول، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود، شمار مول‌های الکترون‌های مبادله‌شده در این فرایند برابر است با:

$$?\ mol\ e^- = \overset{۱۵}{\cancel{۱۲۰}}\ g\ Cu \times \frac{۱\ mol\ Cu}{\underset{۸}{\cancel{۶۴}}\ g\ Cu} \times \frac{۲\ mol\ e^-}{۱\ mol\ Cu} = \frac{۱۵}{۴}\ mol\ e^- = (\underbrace{\frac{۱۲}{۴}}_{۳} + \underbrace{\frac{۳}{۴}}_{۰/۷۵})\ mol\ e^- = ۳/۷۵\ mol\ e^-$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ نافلز X با اکسیژن دو نوع آنیون با ساختارهای زیر تشکیل می‌دهد. با توجه به این‌که در ساختارهای داده‌شده همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشتایی پیروی می‌کنند، q کدام است؟



۱) ۱− ۲) ۲− ۳) ۳− ۴) ۴−

پاسخ: گزینهٔ ۲

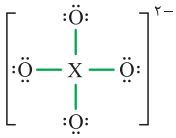
Hint

همهٔ اتم‌های شرکت‌کننده در ساختار آنیون‌ها را با اضافه‌کردن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی هشتایی کنید و در ادامه با استفاده از رابطهٔ زیر، شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X را به دست آورید. در نهایت با استفاده از اطلاعات به‌دست‌آمده تا به این‌جا، بار q را حساب کنید.

$$q = [\text{شمار الکترون‌های ظرفیت همهٔ اتم‌ها}] - [\text{مجموع الکترون‌ها در ساختار لوویس}]$$

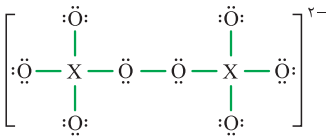
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:



$$\Rightarrow -۲ = [x + (۴ \times ۶)] - [۳۲] \Rightarrow x = ۶$$

گام دوم:



$$\Rightarrow q = [۱۰ \times ۶] - [۶۲] \Rightarrow q = -۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ تعادل گازی زیر که مربوط به تشکیل دی‌نیتروژن تترااکسید از نیتروژن دی‌اکسید است، در یک ظرف سربستهٔ ۲۰ لیتری در دمای معین برقرار است:

$$2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g) + Q$$

کدام موارد زیر در مورد این سامانهٔ تعادلی درست است؟

الف) اگر دمای سامانه افزایش یابد، رنگ مخلوط گازی روشن‌تر شده و مقدار عددی ثابت تعادل کاهش می‌یابد.

ب) اگر با ثابت نگه‌داشتن دما، حجم ظرف به ۱۰ لیتر کاهش یابد، تعادل به سمت تولید گاز N_2O_4 جابه‌جا شده و غلظت هر دو گاز NO_2 و N_2O_4 نسبت به حالت اولیهٔ قبل از تغییر حجم، افزایش می‌یابد.

پ) با افزودن مقداری گاز نئون به ظرف در حجم و دمای ثابت، تعادل به سمت واکنش با تعداد مول گازی کم‌تر جابه‌جا می‌شود.

ت) اگر در حالت تعادل، ۰/۱ مول گاز N_2O_4 از ظرف خارج شود، میزان تغییر مول گاز NO_2 کم‌تر از ۰/۲ مول خواهد بود.

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ ت
۴) پ ـ ت

مشاوره این سؤال می‌خواد دانشت رو در مورد تعادل‌های شیمیایی گازی و این‌که چه‌طور تغییرات مختلف روی اون‌ها اثر می‌ذاره، بسنجه. با دقت به هر کدوم از این عوامل و اثرشون روی تعادل فکر کن. مخصوصاً عبارت «ب» یه کم چالش‌برانگیزه!

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اصل لوشاتلیه: اگر تغییری در شرایط یک سامانهٔ در حال تعادل (مانند دما، فشار، یا غلظت) ایجاد شود، سامانه در جهتی جابه‌جا می‌شود که اثر آن تغییر را کاهش دهد یا با آن مقابله کند.

اثر تغییر دما بر تعادل:

- **واکنش گرماده ($\Delta H < 0$)**: افزایش دما، تعادل را به سمت واکنش‌دهنده‌ها (چپ) جابه‌جا می‌کند و مقدار ثابت تعادل کاهش می‌یابد. کاهش دما، تعادل را به سمت فراورده‌ها (راست) جابه‌جا کرده و K افزایش می‌یابد.
- **واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$)**: افزایش دما، تعادل را به سمت فراورده‌ها (راست) جابه‌جا می‌کند و مقدار K افزایش می‌یابد. کاهش دما، تعادل را به سمت واکنش‌دهنده‌ها (چپ) جابه‌جا کرده و K کاهش می‌یابد.

اثر تغییر فشار (یا حجم) بر تعادل گازی: تغییر فشار (معمولاً با تغییر حجم) تنها بر تعادل‌هایی مؤثر است که در آن‌ها تعداد کل مول‌های گازی واکنش‌دهنده‌ها با تعداد کل مول‌های گازی فراورده‌ها متفاوت باشد ($\Delta n_{gas} \neq 0$).

- افزایش فشار (یا کاهش حجم): تعادل به سمتی جابه‌جا می‌شود که تعداد مول‌های گازی کم‌تری دارد.
- کاهش فشار (یا افزایش حجم): تعادل به سمتی جابه‌جا می‌شود که تعداد مول‌های گازی بیشتری دارد.
- اگر $\Delta n_{gas} = 0$، تغییر فشار یا حجم تأثیری بر جابه‌جایی تعادل ندارد (اما غلظت‌ها تغییر می‌کنند).

اثر افزودن گاز بی‌اثر:

- **در حجم ثابت:** افزودن گاز بی‌اثر، فشار کل را افزایش می‌دهد، اما غلظت گازهای واکنش‌دهنده و فراورده را تغییر نمی‌دهد؛ بنابراین تعادل جابه‌جا نمی‌شود.
- **در فشار ثابت:** افزودن گاز بی‌اثر، حجم را افزایش می‌دهد و در نتیجه غلظت گازهای واکنش‌دهنده و فراورده کاهش می‌یابد. تعادل به سمتی جابه‌جا می‌شود که تعداد مول‌های گازی بیشتری دارد.

اثر تغییر غلظت:

افزودن یک واکنش‌دهنده یا خارج‌کردن یک فراورده: تعادل به سمت راست (تولید فراورده) جابه‌جا می‌شود.

افزودن یک فراورده یا خارج‌کردن یک واکنش‌دهنده: تعادل به سمت چپ (تولید واکنش‌دهنده) جابه‌جا می‌شود.

تغییر غلظت، مقدار ثابت تعادل را تغییر نمی‌دهد (به شرط ثابت‌بودن دما).

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت های «ب» و «ت» درست هستند.

واکنش تعادلی: $2NO_2(g)$ (قهوه‌ای) $\rightleftharpoons N_2O_4(g)$ (بی‌رنگ) $\Delta H < 0$ (گرماده)

بررسی تک‌تک عبارت ها:

الف) چون واکنش گرماده است ($\Delta H < 0$)، افزایش دما طبق اصل لوشاتلیه تعادل را به سمت چپ (به سمت واکنش‌دهنده‌ها، یعنی تولید NO_2 بیشتر) جابه‌جا می‌کند. NO_2 قهوه‌ای‌رنگ است، پس با تولید بیشتر آن، رنگ مخلوط گازی **تیره‌تر** می‌شود، نه روشن‌تر. هم‌چنین، برای واکنش گرماده، با افزایش دما، مقدار K **کاهش** می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ب) کاهش حجم (افزایش فشار) تعادل را به سمتی جابه‌جا می‌کند که تعداد مول‌های گازی کم‌تری دارد. در این واکنش، سمت چپ ۲ مول گاز ($2NO_2$) و سمت راست ۱ مول گاز (N_2O_4) دارد، بنابراین، تعادل به سمت راست (تولید N_2O_4) جابه‌جا می‌شود.

اثر بر غلظت‌ها: هنگامی که حجم از ۲۰ لیتر به ۱۰ لیتر کاهش می‌یابد (نصف می‌شود)، غلظت لحظه‌ای هر دو گاز قبل از جابه‌جایی تعادل، دوبرابر می‌شود، سپس تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود:

غلظت N_2O_4 : ابتدا دو برابر می‌شود و سپس به دلیل جابه‌جایی تعادل به راست، مقداری بیشتر هم تولید می‌شود، پس غلظت نهایی N_2O_4 قطعاً بیشتر از غلظت اولیه (در حجم ۲۰ لیتر) خواهد بود.

غلظت NO_2 : ابتدا دو برابر می‌شود، اما سپس به دلیل جابه‌جایی تعادل به راست (مصرف NO_2)، مقداری از آن کاهش می‌یابد. با این حال، اثر افزایش غلظت ناشی از کاهش حجم، بر اثر کاهش غلظت ناشی از جابه‌جایی تعادل غلبه می‌کند، مگر در شرایط خاص. در این حالت، غلظت NO_2 نیز نسبت به حالت اولیه (در ۲۰ لیتر) افزایش می‌یابد.

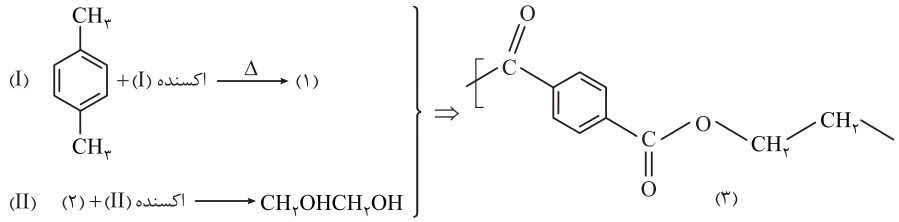
بنابراین، تعادل به سمت تولید N_2O_4 جابه‌جا شده و غلظت هر دو گاز افزایش می‌یابد.

پ) افزودن گاز بی‌اثر در حجم و دمای ثابت، غلظت گازهای واکنش‌دهنده و فراورده را تغییر نمی‌دهد؛ بنابراین هیچ تغییری در موقعیت تعادل ایجاد نمی‌شود.

ت) اگر در حالت تعادل، ۰/۱ مول گاز N_2O_4 (فراورده) از ظرف خارج شود، برای رسیدن به تعادل جدید و جبران این کاهش، میزان تغییر مولی گاز NO_2 (واکنش‌دهنده) کم‌تر از ۰/۲ مول خواهد بود. اگر ۰/۱ مول N_2O_4 خارج شود، تعادل به سمت راست می‌رود تا بخشی از آن را تولید کند. برای تولید ۰/۱ مول N_2O_4، به مصرف ۰/۱×۲ = ۰/۲ مول NO_2 نیاز است، اگر واکنش کامل به راست برود، اما چون تعادل است و واکنش کامل نیست، مقدار NO_2 مصرفی برای جبران بخشی از ۰/۱ مول N_2O_4 خارج‌شده، کم‌تر از ۰/۲ مول خواهد بود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ مراحل زیر نمایش تشکیل یک پلیمر در زندگی روزانهٔ ما را نشان می‌دهد. با توجه به آن کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟



۱) پلیمر (۳) همانند پلیمرهای سنتزی، ماندگاری زیادی دارد و در طبیعت به کندی تجزیه می‌شود و پسماند آن‌ها تهدیدی جدی برای زندگی روی کرهٔ زمین به شمار می‌آید.

۲) فرمول ترکیبات (۱) و (۲) به ترتیب به صورت $C_8H_6O_4$ و C_2H_4 است و هر دو ترکیب را می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

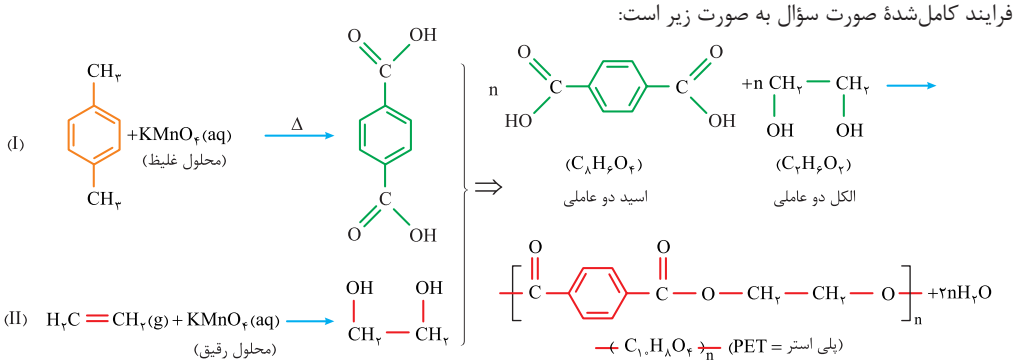
۳) بر اثر اکسایش واکنش‌دهندهٔ آلی واکنش I در حضور اکسندهٔ قوی، عدد اکسایش ۲۵ درصد از اتم‌های کربن تغییر می‌کند.

۴) واکنش II نسبت به واکنش I دشوارتر انجام می‌شود و برای انجام هر دو واکنش از محلول یک اکسندهٔ یکسان با غلظت‌های متفاوت می‌توان استفاده کرد.

پاسخ: گزینهٔ (۲)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۲) برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

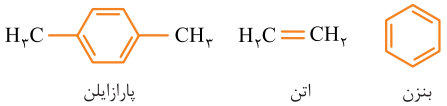
فرایند کامل‌شدهٔ صورت سؤال به صورت زیر است:



بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): این عبارت به یکی از بزرگ‌ترین مشکلات پلاستیک PET اشاره می‌کند. PET یا پلی‌اتیلن ترفتالات، نوعی پلاستیک است که به طور گسترده در تولید بطری‌های پلاستیکی برای نگه‌داری و بسته‌بندی آب آشامیدنی استفاده می‌شود. این پلیمر به دلیل ساختار شیمیایی پایدار خود، ماندگاری زیادی در طبیعت دارد و می‌تواند به مشکلات زیست‌محیطی جدی منجر شود. با این حال، با استفاده از راه‌حل‌های مختلف، مانند بازیافت، استفاده از جایگزین‌ها و کاهش مصرف، می‌توانیم اثرات منفی PET بر محیط زیست را کاهش دهیم.

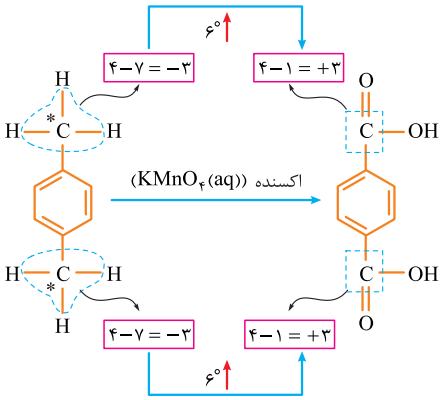
گزینهٔ (۲): بررسی‌ها نشان می‌دهند که می‌توان موارد زیر را طی فرایندهایی از نفت خام به دست آورد.



ترفتالیک اسید را نمی‌توان مستقیماً از نفت خام به دست آورد، زیرا نفت خام مخلوط پیچیده‌ای از هیدروکربن‌ها است و ترفتالیک اسید به طور طبیعی در آن وجود ندارد. با این حال، ترفتالیک اسید را می‌توان از نفت خام طی مراحلی سنتز کرد (مثل اکسایش پارازایلن که به طور طبیعی در نفت خام وجود دارد).

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ (۳): مطابق طرح زیر، عدد اکسایش دو اتم کربن ستاره‌دار در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، ۶ واحد افزایش می‌یابد و عدد اکسایش سایر اتم‌های کربن پارازایلن (۶ عدد) بدون تغییر باقی مانده است.



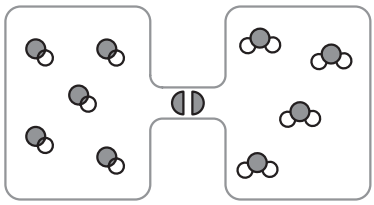
بنابراین از میان ۸ اتم کربن در پارازایلن، تنها عدد اکسایش دوتای آن‌ها (معادل ۲۵ درصد اتم‌های کربن) تغییر کرده است.

گزینهٔ (۴): اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید (واکنش I) سخت‌تر از اکسایش اتن به اتیلن گلیکول (واکنش II) است؛ زیرا برای واکنش I از اکسندهٔ غلیظ (محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات) استفاده شده یا واکنش در دمای بالا انجام می‌شود، در حالی که برای واکنش II از اکسندهٔ رقیق (محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات) استفاده می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ گازهای CO و H_2O در دو ظرف یک‌لیتری جداگانه مطابق شکل زیر نگه‌داری می‌شوند. پس از بازشدن شیر ارتباطی، گازها با یکدیگر مخلوط شده و واکنش تعادلی گازی زیر در دمای معینی برقرار می‌گردد:

$$CO(g)+H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g)+H_2(g) \quad , \quad K=1$$



پس از رسیدن به تعادل، مجموع تعداد مول‌های کل گازهای موجود در سیستم و غلظت مولی گاز کربن دی‌اکسید، به ترتیب کدام است؟ (هر ذرهٔ نمایش‌داده‌شده در شکل، معادل ۰/۱ مول از آن گاز می‌باشد.)

۱) ۰/۹ ، ۰/۱۱۱ ۲) ۰/۹ ، ۰/۲۲۲

۳) ۰/۵ ، ۰/۱۱۱ ۴) ۰/۹ ، ۰/۰۵۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint این سؤال یه مسئلهٔ تعادل گازی چندمرحله‌ایه. بیا با هم قدم‌به‌قدم حلش کنیم:

۱) محاسبهٔ مول‌های اولیه: اول از همه، با توجه به شکل، تعداد مول اولیهٔ هر کدوم از گازهای CO و H_2O رو حساب کن.

۲) حجم کل: وقتی شیر باز می‌شه، گازها در حجم کل دو ظرف پخش می‌شن. حجم کل رو حساب کن.

۳) جدول برای مول‌ها (یا غلظت‌ها): چون Δn واکنش صفره، می‌تونی از مول‌ها مستقیماً در عبارت ثابت تعادل (با کمی احتیاط) استفاده کنی یا از غلظت‌ها استفاده کنی. جدول (اولیه، تغییر، تعادلی) رو برای مول‌های مواد بنویس. بذار x مقدار مصرفی مول CO باشه که واکنش می‌ده.

۴) عبارت ثابت تعادل (K): عبارت K رو برای واکنش بنویس و مقادیر تعادلی رو (برحسب x) توش قرار بده. مقدار K هم که داده شده.

۵) حل برای x: معادله‌ای که از مرحلهٔ قبل به دست میاد رو برای x حل کن. این x مقدار مول CO_2 (و H_2) تولیدشده در تعادل هست.

۶) محاسبهٔ غلظت CO_2: حالا که مول CO_2 در تعادل (x) رو داری، با تقسیم اون بر حجم کل، غلظت مولی CO_2 رو به دست بیار.

۷) محاسبهٔ مجموع مول‌های کل گاز: چون Δn واکنش صفره، مجموع مول‌های گاز در ابتدا و در تعادل با هم برابره، پس مجموع مول‌های اولیهٔ CO و H_2O رو حساب کن. این همون مجموع مول‌های کل در تعادله.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول: محاسبهٔ مول‌های اولیه:** از شکل و توضیحات، هر دایره معادل ۰/۱ مول گاز است.

- گاز CO در ظرف چپ: $۰/۱ \frac{\text{مول}}{\text{دایره}} \times ۵ \text{ دایره} = ۰/۵ \text{ مول } CO_2$
- گاز H_2O در ظرف راست: $۰/۱ \frac{\text{مول}}{\text{دایره}} \times ۴ \text{ دایره} = ۰/۴ \text{ مول } H_2O$

گام دوم: حجم کل سیستم: هر ظرف ۱ لیتر حجم دارد، پس از بازشدن شیر، حجم کل سیستم برابر است با:

$$V = ۱\,L \text{ (ظرف } CO) + ۱\,L \text{ (ظرف } H_2O) = ۲\,L$$

گام سوم: جدول براساس مول:

گونه	$H_2(g)$	$CO_2(g)$	$H_2O(g)$	$CO(g)$
اولیه (مول)	۰	۰	۰/۴	۰/۵
تعادلی (مول)	x	x	$۰/۴-x$	$۰/۵-x$

گام چهارم: استفاده از ثابت تعادل K:

چون $\Delta n_{gas} = (۱+۱)-(۱+۱) = ۰$، می‌توانیم از نسبت مول‌ها نیز استفاده کنیم:

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = ۱$$

$$K_c = \frac{(n_{CO_2} \times n_{H_2})}{(n_{CO} \times n_{H_2O})} = ۱$$

(زیرا V از صورت و مخرج حذف می‌شود.)

$$\frac{(x \times x)}{(۰/۵-x)(۰/۴-x)} = ۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام پنجم: حل برای x:

$$x^{۲} = (۰/۵ - x)(۰/۴ - x) = ۰/۲۰ - ۰/۹x + x^{۲} \Rightarrow ۰/۹x = ۰/۲۰$$

$$\Rightarrow x = \frac{۰/۲}{۰/۹} = \frac{۲}{۹} \text{ مول}$$

گام ششم: محاسبهٔ غلظت مولی $CO_۲$ در تعادل:

$$[CO_۲]_{eq} = \frac{n_{CO_۲}}{V_{total}} = \frac{\frac{۲}{۹}\text{mol}}{۲\text{ L}} = \frac{۱}{۹} \approx ۰/۱۱۱ \text{ مول}$$

گام هفتم: محاسبهٔ مجموع مول‌های کل گاز در تعادل: چون $\Delta n_{gas} = ۰$، مجموع مول‌های گاز در طول واکنش تغییر نمی‌کند.

$$\text{مجموع مول‌های اولیه} = n_{CO\ (اولیه)} + n_{H_۲O\ (اولیه)} = ۰/۵\ \text{mol} + ۰/۴\ \text{mol} = ۰/۹\ \text{mol}$$

بنابراین، مجموع مول‌های کل گاز در تعادل نیز $۰/۹\ \text{mol}$ است. (برای بررسی: مول $n = (۰/۵ - x) + (۰/۴ - x) + x + x = ۰/۹$).

نکته

در واکنش‌هایی که $\Delta n_{gas} = ۰$ است، می‌توان از مقادیر مولی مستقیماً در عبارت K استفاده کرد (با در نظر گرفتن این‌که حجم از صورت و مخرج کسر ساده شده است).

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ با توجه به واکنش تجزیهٔ آمونیوم دی‌کرومات (پس از موازنه)، کدام مورد نادرست است؟

$$(NH_4)_2Cr_2O_7(s) \rightarrow Cr_2O_3(s) + N_2(g) + H_2O(g)$$

$$(H = 1, N = 14, O = 16, Cr = 52 : g.mol^{-1})$$

۱) اگر مجموع جرم فراورده‌های گازی تولیدشده برابر ۲۵ گرم باشد، جرم فراوردهٔ جامد تولیدشده برابر ۳۸ گرم خواهد بود.

۲) با فرض کامل‌بودن واکنش، اگر در شرایط STP، ۲۸ لیتر گاز نیتروژن تولید شود، ۳۱۵ گرم واکنش‌دهنده مصرف شده است.

۳) در لحظه‌ای که جرم گاز N_2 تولیدشده با جرم واکنش‌دهندهٔ باقی‌مانده برابر است، ۴۸/۶ گرم آب تولید می‌شود. (جرم اولیهٔ واکنش‌دهنده ۱۸۹ گرم می‌باشد.)

۴) به ازای تولید ۱۴۰ گرم گاز N_2، میزان کاهش جرم واکنش‌دهنده، کم‌تر از جرم فراوردهٔ جامد تولیدشده است.

مشاوره باید با دیدن این دست از سؤالات که در چهار گزینهٔ مختلف، چهار مسئلهٔ متفاوت استوکیومتری مطرح شده است، عادت کنید و با تمرین زیاد، خودتونو با شرایط وفق بدید. یادتون باشه اگر سر جلسه این مدل سؤالات رو دیدی بهتره بری سؤالای آسون آزمون رو جواب بدی و در مرحلهٔ دوم برگردی اینو حل کنی.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است: (جرم مولی مواد شرکت‌کننده در واکنش، زیر آن‌ها نوشته شده است.)

$$\underbrace{(NH_4)_2Cr_2O_7(s)}_{252\ g.mol^{-1}} \rightarrow \underbrace{Cr_2O_3(s)}_{152\ g.mol^{-1}} + \underbrace{N_2(g) + 4H_2O(g)}_{1(28)+4(18)=100\ g.mol^{-1}}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مطابق با معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، بر اثر تشکیل ۱۰۰ گرم مخلوط گازی (نیتروژن و بخار آب)، ۱۵۲ گرم فراوردهٔ جامد (Cr_2O_3) تشکیل می‌شود، پس اگر ۲۵ گرم (یک‌چهارم ۱۰۰ گرم) مخلوط گازی تولید شده باشد، یک‌چهارم ۱۵۲ گرم، یعنی ۳۸ گرم فراوردهٔ جامد تولید می‌شود. کسرهای زیر را ببینید:

$$1\ mol\ Cr_2O_3 \sim 100\ g\ (\text{فراوردهٔ گازی}) \Rightarrow \frac{x\ g\ Cr_2O_3}{1\times152} = \frac{25\ g\ (\text{فراوردهٔ گازی})}{100} \Rightarrow x = 38\ g\ Cr_2O_3$$

گزینهٔ (۲):

$$1\ mol\ (NH_4)_2Cr_2O_7 \sim 1\ mol\ N_2 \Rightarrow \frac{x\ g\ (NH_4)_2Cr_2O_7}{1\times252} = \frac{28\ L\ N_2}{1\times22/4} \Rightarrow x = 315\ g\ (NH_4)_2Cr_2O_7$$

گزینهٔ (۳): به ازای مصرف هر مول از واکنش‌دهنده، یک مول گاز نیتروژن تولید می‌شود. برای به دست آوردن جرم گاز نیتروژن در لحظهٔ مورد نظر، اگر شمار مول‌های واکنش‌دهندهٔ مصرف‌شده را برابر x در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

	$1\ mol\ (NH_4)_2Cr_2O_7 \sim 1\ mol\ N_2$	
جرم اولیه (g)	۱۸۹	۰
جرم در لحظهٔ مورد نظر	$189-252x$	$28x$

جرم نیتروژن و واکنش‌دهنده در لحظهٔ مورد نظر را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$189-252x = 28x \Rightarrow x = \frac{189}{28+252} = 0/675$$

بنابراین در لحظهٔ مورد نظر، ۰/۶۷۵ مول نیتروژن تشکیل شده است. در نتیجه با توجه به ضرایب استوکیومتری، در این لحظه ۴×۰/۶۷۵ یا ۲/۷ مول بخار آب نیز تشکیل شده است که معادل ۱۸×۲/۷ یا ۴۸/۶ گرم از آن است.

گزینهٔ (۴): جرم واکنش‌دهندهٔ مصرف‌شده و فراوردهٔ جامد تولیدشده را به ازای تولید ۱۴۰ گرم گاز نیتروژن حساب می‌کنیم:

$$1\ mol\ (NH_4)_2Cr_2O_7 \sim 1\ mol\ Cr_2O_3 \sim 1\ mol\ N_2$$

$$\Rightarrow \frac{x\ g\ (NH_4)_2Cr_2O_7}{1\times252} = \frac{y\ g\ Cr_2O_3}{1\times152} = \frac{140\ g\ N_2}{1\times28} \Rightarrow \begin{cases} x = 1260\ g\ (NH_4)_2Cr_2O_7\ (\text{کاهش جرم واکنش‌دهنده}) \\ y = 760\ g\ Cr_2O_3\ (\text{جرم فراوردهٔ جامد تولیدشده}) \end{cases}$$

تیزبازی حتماً لازم نیست دست به قلم و درگیر محاسبات بشی تا صحت درستی یک عبارت رو بررسی کنی! گاهی می‌شه راحت‌تر به موضوعات نگاه کرد ... . مثلاً ضریب استوکیومتری هر سه مادهٔ مورد نظر یکسان هست، پس به ازای تولید یا مصرف یک مقدار مشخص از یک ماده (در این‌جا نیتروژن تولیدشده)، میان دو مادهٔ دیگر، ماده با جرم مولی بیشتر، به میزان بیشتری تولید یا مصرف می‌شه. در این‌جا کاهش جرم واکنش‌دهنده با جرم مولی ۲۵۲ گرم بر مول، به یقین بیشتر از میزان جرم فراوردهٔ جامد تولیدشده با جرم مولی ۱۵۲ گرم بر مول هست، چون مقدار مول مصرفی هر دو ماده یکسان، اما جرم مولی واکنش‌دهنده بیشتر هست. *چشم‌ها را باید شست، هور دیگر باید دید.*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ در شرایطی که چگالی گاز کربن مونوکسید برابر ۱/۴ گرم بر لیتر است، از تجزیهٔ ۴۰/۴ گرم پتاسیم نیترات مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر، چند لیتر گاز تولید می‌شود؟ $(C=12, N=14, O=16, K=39 : g.mol^{-1})$

$$KNO_3(s) \rightarrow K_2O(s) + N_2(g) + O_2(g)$$

۱) ۳/۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰/۵ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با استفاده از چگالی گاز CO، حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش به دست آورده و در ادامه پس از موازنهٔ معادلهٔ واکنش، حجم گاز تولیدشده بر اثر مصرف واکنش‌دهنده را حساب کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که چگالی گاز کربن مونوکسید برابر ۱/۴ گرم بر لیتر است، حجم مولی گازها را در این شرایط محاسبه می‌کنیم:

$$1\ mol\ CO \times \frac{28\ g}{1\ mol} \times \frac{1\ L}{1/4\ g} = 20\ L$$

گام دوم: معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$4KNO_3 \rightarrow 2K_2O + \underbrace{2N_2 + 5O_2}_{7\ mol\ (گاز)}$$

گام سوم: حجم گاز تولیدشده در شرایط آزمایش را حساب می‌کنیم:

$$4\ mol\ KNO_3 \sim 7\ mol\ (گاز)$$

$$\Rightarrow \frac{40/4\ g\ KNO_3}{4 \times 101} = \frac{V\ L\ (گاز)}{7 \times 20} \Rightarrow V = 14\ L\ (گاز)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ مخلوطی گازی شامل کریپتون (Kr)، متان (CH_4) و نئون (Ne) در یک ظرف، در ابتدا در دمای اتاق قرار دارد. این مخلوط به تدریج سرد می‌شود. با توجه به اطلاعات زیر، کدام مورد نادرست است؟

- کریپتون: $-153/4\ ^\circ C$ = نقطهٔ جوش، $-157/4\ ^\circ C$ = نقطهٔ ذوب
- متان: $-161/5\ ^\circ C$ = نقطهٔ جوش، $-182/5\ ^\circ C$ = نقطهٔ ذوب
- نئون: $-246/08\ ^\circ C$ = نقطهٔ جوش، $-248/59\ ^\circ C$ = نقطهٔ ذوب

۱) در دمای $-170\ ^\circ C$، هر سه ماده حالت فیزیکی متفاوتی از یکدیگر دارند.

۲) در دمای $-190\ ^\circ C$، متان به صورت جامد و کریپتون به صورت مایع است.

۳) در دمای $-250\ ^\circ C$، سه ماده به صورت جامد هستند.

۴) اگر این مخلوط را در دمای اتاق سرد کنیم، اولین ماده‌ای که به مایع تبدیل می‌شود، همانند اولین ماده‌ای که به جامد تبدیل می‌شود، کریپتون است.

مشاوره این سؤال می‌خواد ببینه چه‌قدر با مفاهیم نقطهٔ ذوب و جوش و تغییر حالت مواد آشنایی.

اگر دما از نقطهٔ ذوب پایین‌تر باشه، ماده **جامده**.

اگر دما بین نقطهٔ ذوب و نقطهٔ جوش باشه، ماده **مایع** هست.

اگر دما از نقطهٔ جوش بالاتر باشه، ماده **گازه**.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ‌خیلی‌تشریحی ✔ برای تعیین حالت فیزیکی هر ماده در دمای معین، دمای داده‌شده را با نقاط ذوب (M.P) و جوش (B.P) آن ماده مقایسه می‌کنیم:

- اگر دما $<$ M.P باشد، ماده جامد است.
- اگر M.P $<$ دما $<$ B.P باشد، ماده مایع است.
- اگر دما $>$ B.P باشد، ماده گاز است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): **در دمای $-170\ ^\circ C$**:

- **کریپتون (Kr)**: $M.P = -157/4\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-157/4\ ^\circ C < -170\ ^\circ C$، کریپتون در حالت **جامد** است.
- **متان (CH_4)**: $B.P = -161/5\ ^\circ C$ و $M.P. = -182/5\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-182/5\ ^\circ C < -170\ ^\circ C < -161/5\ ^\circ C$، متان در حالت **مایع** است.
- **نئون (Ne)**: $B.P = -246/08\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-246/08\ ^\circ C < -170\ ^\circ C$، نئون در حالت **گاز** است.

بنابراین در این دما سه حالت فیزیکی متفاوت (جامد، مایع، گاز) وجود دارد.

گزینهٔ (۲): **در دمای $-190\ ^\circ C$**:

متان (CH_4): $M.P = -182/5\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-182/5\ ^\circ C < -190\ ^\circ C$، متان در حالت **جامد** است.

کریپتون (Kr): $M.P = -157/4\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-157/4\ ^\circ C < -190\ ^\circ C$، کریپتون در حالت **جامد** است. گزاره بیان می‌کند که متان جامد (صحیح) و کریپتون مایع (نادرست) است.

گزینهٔ (۳): **در دمای $-250\ ^\circ C$**:

کریپتون (Kr): $M.P = -157/4\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-157/4\ ^\circ C < -250\ ^\circ C$، کریپتون در حالت **جامد** است.

متان (CH_4): $M.P = -182/5\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-182/5\ ^\circ C < -250\ ^\circ C$، متان در حالت **جامد** است.

نئون (Ne): $M.P = -248/59\ ^\circ C$. از آن‌جا که $-248/59\ ^\circ C < -250\ ^\circ C$، نئون در حالت **جامد** است.

بنابراین تمامی سه ماده به صورت جامد هستند.

گزینهٔ (۴): **سردکردن از دمای اتاق**:

اولین ماده‌ای که به مایع تبدیل می‌شود: ماده‌ای با بالاترین نقطهٔ جوش (کم‌ترین مقدار منفی B.P). بالاترین نقطهٔ جوش مربوط به کریپتون است ($-153/4\ ^\circ C$)، پس کریپتون اولین ماده‌ای است که مایع می‌شود.

اولین ماده‌ای که به جامد تبدیل می‌شود: ماده‌ای با بالاترین نقطهٔ ذوب (کم‌ترین مقدار منفی M.P). بالاترین نقطهٔ ذوب مربوط به کریپتون است ($-157/4\ ^\circ C$)، پس کریپتون اولین ماده‌ای است که جامد می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ درصد جرمی محلولی از سدیم هیدروکسید برابر ۴۰ درصد است. اگر ۲۵ درصد از آب موجود در این محلول تبخیر شود، درصد جرمی سدیم هیدروکسید به تقریب به چه عددی می‌رسد؟

۱) ۴۷ ۲) ۵۳ ۳) ۵۷ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا ترکیب درصد محلول را قبل از تبخیر آب به دست آورده و سپس جرم آب تبخیر و خارج شده از محلول را حساب کنید. در انتها می‌توان با استفاده از رابطهٔ درصد جرمی، درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول جدید را به دست آورد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** محلول ۴۰ درصد جرمی، یعنی در هر ۱۰۰ گرم محلول، ۴۰ گرم سدیم هیدروکسید و ۶۰ گرم آب وجود دارد. اگر ۲۵ درصد آب (معادل $\frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۶۰$ یا ۱۵ گرم از آن) تبخیر شود، جرم آب باقی‌مانده به ۱۵ − ۶۰ یا ۴۵ گرم در محلول باقی‌مانده خواهد رسید.

گام دوم: در محلول ثانویه (پس از تبخیر آب)، ۴۰ گرم سدیم هیدروکسید و ۴۵ گرم آب وجود دارد. حالا که ترکیب درصد محلول در حالت ثانویه مشخص شده، می‌توان درصد جرمی سدیم هیدروکسید در محلول جدید را حساب کرد. ببینید:

$$\text{درصد جرمی } NaOH = \frac{m_{NaOH}}{m_{NaOH} + m_{H_2O}} \times ۱۰۰ = \frac{۴۰}{۴۰+۴۵} \times ۱۰۰ \simeq ٪۴۷$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ کدام مورد در رابطه با مخلوط‌ها و محلول‌ها، همواره درست است؟

مشاوره این سؤال چندتا مفهوم پایه در مورد مخلوط‌ها و محلول‌ها رو به چالش کشیده. باید ببینی کدوم عبارت همیشه درسته. با دقت به کلمهٔ «همواره» و مثال‌های داده‌شده فکر کن!

۱) در هر محلول مایع که از انحلال یک جامد در یک مایع تشکیل شده، حجم محلول نهایی همواره برابر با مجموع حجم اولیهٔ جامد و مایع است.

۲) افزایش دما همواره باعث افزایش انحلال‌پذیری یک مادهٔ جامد در یک حلال مایع می‌شود.

۳) هر محلول واقعی، مانند هوا به عنوان محلول گاز در گاز، یا آلیاژ فولاد به عنوان محلول جامد در جامد، همواره یک مخلوط همگن در حالت نهایی خود می‌باشد.

۴) در یک سوسپانسیون، مانند شربت معده، ذرات جامد به طور دائمی و یکنواخت، در مایع پراکنده باقی می‌مانند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

محلول: یک مخلوط همگن از دو یا چند ماده است که در آن ذرات حل‌شونده به طور یکنواخت در حلال پراکنده شده‌اند و معمولاً در مقیاس مولکولی یا یونی هستند. حالت فیزیکی محلول معمولاً توسط حالت فیزیکی حلال تعیین می‌شود.

انحلال‌پذیری و دما:

- **جامدات در مایعات**: انحلال‌پذیری بسیاری از جامدات در مایعات با افزایش دما، افزایش می‌یابد (مانند KNO_3 در آب)، اما این یک قاعدهٔ کلی نیست و برای برخی مواد (مانند لیتیم سولفات) انحلال‌پذیری با افزایش دما کاهش می‌یابد.
- **گازها در مایعات**: انحلال‌پذیری گازها در مایعات، با افزایش دما کاهش می‌یابد.

سوسپانسیون: یک مخلوط ناهمگن است که در آن ذرات جامد نسبتاً بزرگ پراکنده‌اند. این ذرات به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند و پایدار نیستند. به همین دلیل نیاز به هم‌زدن قبل از استفاده دارند (مانند برخی شربت‌های دارویی).

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): این عبارت **نادرست** است. حجم‌ها هنگام اختلاط و انحلال به طور کلی جمع‌پذیر نیستند. به عنوان مثال، هنگام انحلال نمک طعام ($NaCl$) در آب، یون‌های Na^+ و Cl^- در فضاهای بین مولکول‌های آب قرار می‌گیرند و برهم‌کنش‌های جدیدی ایجاد می‌کنند. این امر می‌تواند منجر به حجمی شود که کم‌تر از مجموع حجم اولیه آب و نمک جامد است.

گزینهٔ (۲): این عبارت **نادرست** است. اگرچه انحلال‌پذیری بسیاری از جامدات در مایعات با افزایش دما زیاد می‌شود (مانند پتاسیم نیترات که مثال درستی است)، اما این یک قاعده کلی و همیشگی نیست. برخی مواد جامد وجود دارند که انحلال‌پذیری آن‌ها با افزایش دما کاهش می‌یابد (مانند لیتیم سولفات) یا تغییر محسوسی نمی‌کند. کلمهٔ «همواره» این گزینه را نادرست می‌کند.

گزینهٔ (۳): این عبارت **درست** است. تعریف بنیادی یک محلول واقعی، همگن‌بودن آن در مقیاس ماکروسکوپی و میکروسکوپی (مولکولی یا یونی) است. این همگن‌بودن صرف نظر از حالت فیزیکی اولیهٔ اجزا (گاز، مایع، یا جامد) و حالت فیزیکی نهایی محلول صادق است.

گزینهٔ (۴): این عبارت **نادرست** است. سوسپانسیون‌ها مخلوط‌های ناهمگن و ناپایدار هستند. ذرات جامد در آن‌ها به اندازه‌ای بزرگ هستند که تحت تأثیر گرانش به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند. کلمهٔ «دائمی» این گزینه را نادرست می‌کند.

نکته

توجه به قیدهایی مانند «همواره»، «هرگز»، «بعضی» در سؤالات مفهومی بسیار حائز اهمیت است، زیرا اغلب درستی یا نادرستی یک عبارت به این قیدها بستگی دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir