



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره ققنوس ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۴

دفترچه شماره ۱

سه شنبه ۱۰ تیر ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

۱- یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r+d$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۲- نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{3}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۳- برای مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{x}{3}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، در چند حالت $x+y+z+t > 20$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

P	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$(1) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

$$(2) (\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$$

$$(3) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

$$(4) ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۶- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۵

محل انجام محاسبات

- ۷- نقطه $(-۶, ۳)$ یکی از رئوس متوازی الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - ۳y = ۴$ و $x + ۴y = -۳$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

(۱) $\frac{۱۹}{۲\sqrt{۱۰}}$ (۲) $\frac{۱۹}{\sqrt{۱۰}}$ (۳) $\frac{\sqrt{۶۵}}{۲}$ (۴) $\frac{\sqrt{۶۵}}{\sqrt{۲}}$

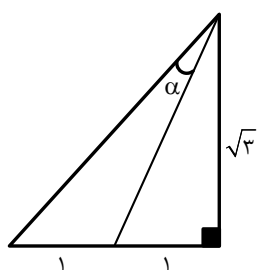
- ۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $۵y - ۱۰x = ۱۲$ را در نقطه‌ای به عرض $۷/۲$ قطع می‌کند. مقدار $f(\frac{۴}{m})$ کدام است؟

(۱) $۲\sqrt{۳}$ (۲) $۴\sqrt{۳}$ (۳) $۴\sqrt{۱۵}$ (۴) $۲\sqrt{۱۵}$

- ۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته $۱۲/۵$ درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $\frac{1}{y}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_7 ۳ = ۰/۶$ و $\log_7 ۳ = ۱/۶$)

(۱) ۸ (۲) ۲۸ (۳) ۵۶ (۴) ۱۲۶

- ۱۰- در شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

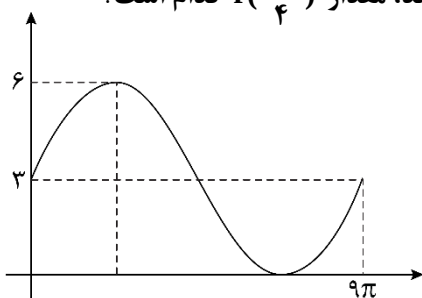


(۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{۲}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{۵}$

- ۱۱- در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار α کدام است؟

(۱) $\frac{۲\pi}{۳}$ (۲) $\frac{\pi}{۳}$ (۳) $\frac{\pi}{۲}$ (۴) $\frac{\pi}{۴}$

- ۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{۲}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{۴})}$ باشد، مقدار $f(\frac{3\pi}{۴})$ کدام است؟



(۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۴/۷۵ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۱۳- در معادله مثلثاتی $1 = 3\sin x - \sqrt{3}\cos x + m\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ اگر $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۴- تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(m^2 - 4m + 4) < f(2m^2 - 9m - 2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵- اگر f تابع هموگرافیک و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های تابع f باشد؟

- (۱) $(\sqrt{\pi}, \pi)$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(1, 2)$

۱۶- برای مقدار مشخص k ، تابع $[x]$ فرد $f(x) = \begin{cases} [-x] - x \\ k - x + [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)

- (۱) برای هیچ مقداری از n ، پیوسته نیست. (۲) برای جميع مقادیر n پیوسته است.
(۳) n فرد (۴) n زوج

۱۷- اگر $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$ و $f(x) = xg(x) - 2x + 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۱۸- خط d موازی محور x ها، سهمی $y = x^2 - 1$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف منحنی $y = \frac{k}{4}x^3 - (k+2)x^2$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

- (۱) بیش از ۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ از خط $x - y - 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۲۱- ۴ کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می‌توان روی هم قرار داد به طوری که وقتی آن‌ها را یکی یکی برمی‌داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتاب‌ها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

- (۱) ۶۳۰ (۲) ۴۳۲ (۳) ۳۱۵ (۴) ۱۴۴

۲۲- اگر $P(A-B) = \frac{3}{4}$ و $P(B-A) = \frac{1}{4}$ باشد، کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۳- اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می‌دهیم. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیرتکراری باشند. میانگین داده‌های دسته جدید کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۵/۵ (۳) ۵۰ (۴) ۵۰/۵

۲۴- چهار کارت به شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آن‌ها در اختیار است. کارتی به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می‌شود. اگر سکه یک‌بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک‌بار پرتاب شده است؟

- (۱) $\frac{12}{19}$ (۲) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{12}{23}$ (۴) $\frac{4}{29}$

۲۵- در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ‌تر لوزی، چند درجه است؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۵

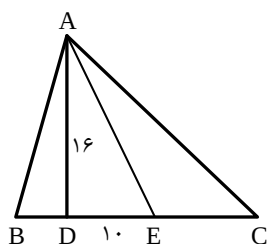
۲۶- در شکل زیر، $\hat{B}AD = \hat{E}AC$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟

- (۱) ۸/۷

- (۲) ۱۲/۴

- (۳) ۹/۳

- (۴) ۱۵/۶



محل انجام محاسبات

۲۷- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

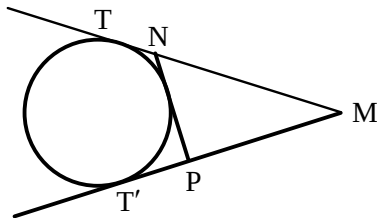
۲۸- در مثلث ABC ، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۲۹- چهارضلعی $ABCD$ در یک دایره محاط شده است. رأس‌های این چهارضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زاویه‌های ظلی کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۷۲۰

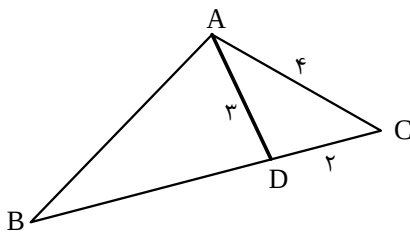
۳۰- در شکل زیر، از نقطه M دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر $MT=18$ ، $MN=15$ و $MP=12$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) $4\sqrt{5}$
(۴) $6\sqrt{5}$

۳۱- پاره‌خط AB به طول ۵ در یک طرف خط d قرار دارد. فاصله دو سر پاره‌خط AB از خط d به ترتیب ۱ و ۵ است. نقطه C طوری روی خط d انتخاب می‌شود که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار باشد، حداقل مجموع اندازه‌های دو ضلع AC و BC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{57}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{6}$



۳۲- در شکل زیر، اگر $\hat{B}AD = 2\hat{D}AC$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۲۵/۵
(۳) ۲۷
(۴) ۲۸/۵

محل انجام محاسبات

۳۳- اگر $a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2$ و $A = \begin{bmatrix} \frac{a}{10^4} & \frac{a}{2^2} \\ \frac{a}{5^2} & \frac{a}{10^2} \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\left| \frac{1}{3} A \right|$ کدام است؟

(۱) $\frac{25}{8}$ (۲) $\frac{75}{8}$ (۳) $\frac{25}{24}$ (۴) $\frac{75}{24}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(-2, 2)$ ، از نقطه $(-1, 1)$ می‌گذرد. طول وتری که از کانون بر محور سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۵- اگر دو بردار ناصفر $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}$ بر هم عمود باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی را که توسط بردارهای ناصفر $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

(۱) $1/6$ (۲) $3/2$ (۳) $4/8$ (۴) $6/4$

۳۶- خطی به معادله $y + 2x = 0$ ، عمود منصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر معادله دایره بزرگ‌تر به صورت $x^2 + y^2 + 6x - 2y = a$ و خط مفروض بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷- اگر عدد دورقمی $\overline{aa}$ را بین ارقام a و $2a$ قرار دهید، عدد جدید ساخته می‌شود، حداکثر چند عدد طبیعی می‌تواند a را عاد کند؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می‌کند، کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۹- حداقل چند نوع زوج مرتب (a, b) در باقیمانده تقسیم بر ۳، با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن‌ها، مضرب ۳ هستند؟

(۱) ∞ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام است؟

(۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره ققنوس ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۶

دفترچه شماره ۲

سه شنبه ۱۰ تیر ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

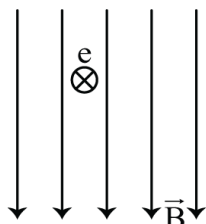
۴۱- طول یک میله فولادی چند متر باید باشد تا اگر دمای آن 50°C افزایش دهیم، ۳ میلی متر بر طولش اضافه شود؟
 $(\alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1})$

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۴۲- اگر $^{238}_{92}\text{U}$ واپاشی α انجام دهد، کدام هسته، حاصل این واپاشی خواهد بود؟

- (۱) $^{235}_{92}\text{U}$ (۲) $^{231}_{91}\text{Pa}$ (۳) $^{234}_{90}\text{Th}$ (۴) $^{232}_{90}\text{Th}$

۴۳- در شکل زیر، الکترونی به صورت درونسو وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می شود. در این لحظه، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر الکترون به کدام جهت است؟



- (۱) $\leftarrow$
 (۲) $\rightarrow$
 (۳) $\uparrow$
 (۴) $\downarrow$

۴۴- برای آن که تندی اسکی بازی از صفر به V_1 برسد، باید کل کار انجام شده روی آن 120J شود. اگر تندی اسکی باز از V_1 به $4V_1$ برسد، در این مرحله کل کار انجام شده روی آن چند ژول است؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۹۶۰ (۳) ۱۹۲۰ (۴) ۱۸۰۰

۴۵- ۶۰۰ گرم آب 20°C درون گرماسنجی قرار دارد. درون آن ۴۰۰ گرم آب 80°C می ریزیم. اگر دمای تعادل به 36°C برسد و از مبادله گرما با خارج مجموعه صرف نظر شود، ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI چقدر است؟

$$(c \text{ آب} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$$

- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۲۱۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴) ۴۲۰۰

۴۶- متحرکی در مبدأ زمان با سرعت ثابت $\vec{v} = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \vec{i}$ از مبدأ محور می گذرد، در همان لحظه متحرک دیگری از مکان $x = 7\text{m}$ از حال سکون با شتاب ثابت $\vec{a} = \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{i}$ حرکت می کند. فاصله بین این دو متحرک چند بار ۵ متر می شود؟

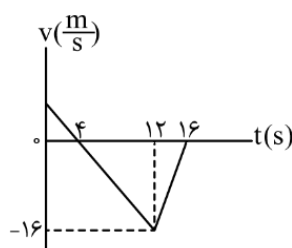
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷- گلوله A از ارتفاع ۱۳۰ متری زمین رها می شود. ۲ ثانیه بعد، گلوله B از همان نقطه رها می شود. ۵ ثانیه بعد از حرکت گلوله A، فاصله دو گلوله از هم چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز فرض شود).

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۵ (۳) ۸۰ (۴) ۸۵

محل انجام محاسبات

۴۸- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. تندی متوسط آن در بازه زمانی



$t_1 = 3s$ تا $t_2 = 13s$ چند متر بر ثانیه است؟

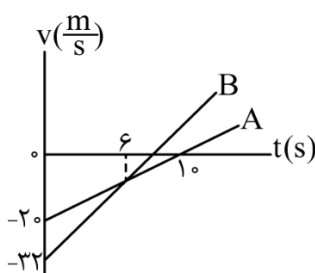
(۱) $7/9$

(۲) $7/7$

(۳) $8/3$

(۴) $8/1$

۴۹- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک است که در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند. در بازه زمانی که دو



متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، فاصله بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۸ متر کاهش می‌یابد.

(۲) ۸ متر افزایش می‌یابد.

(۳) ۱۲ متر افزایش می‌یابد.

(۴) ۱۲ متر کاهش می‌یابد.

۵۰- گلوله‌ای به جرم $50g$ گرم روی سطح افقی، مسیر دایره‌ای به شعاع $2m$ را هر $1/57s$ یک دور می‌زند. شتاب مرکزگرای گلوله چند متر بر مربع ثانیه است و اندازه تغییر تکانه آن در مدت نصف دوره، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

(۴) 16 و $8/0$

(۳) 16 و $4/0$

(۲) 32 و $8/0$

(۱) 32 و $4/0$

۵۱- فنری به طول $42cm$ را به سقف آسانسور می‌بندیم و از انتهای آن وزنه $3kg$ کیلوگرمی آویزان می‌کنیم. اگر ثابت فنر باشد و آسانسور با شتاب ثابت رو به پایین $2 \frac{m}{s^2}$ در حرکت باشد، طول فنر در این شرایط چند سانتی‌متر است؟

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$$

(۴) 46

(۳) 48

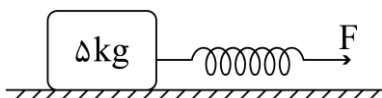
(۲) 51

(۱) 49

۵۲- در شکل زیر، طول اولیه فنر $40cm$ و ثابت فنر $400 \frac{N}{m}$ است و جسم در حال سکون است. نیروی F را به آرامی

افزایش می‌دهیم، وقتی طول فنر به $47/5cm$ می‌رسد، جسم شروع به حرکت می‌کند و در ادامه اگر طول فنر را همان $47/5cm$ نگه داریم (نیروی F ثابت بماند). جسم با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. نسبت

ضریب اصطکاک ایستایی به ضریب اصطکاک جنبشی، کدام است؟



(۲) $\frac{5}{4}$

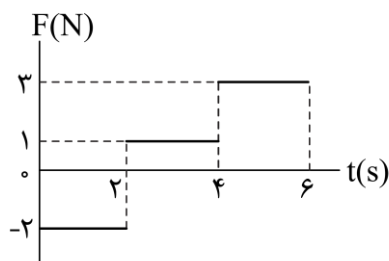
(۱) $\frac{6}{5}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

۵۳- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم 500 گرم که از حال سکون حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط جسم در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ در SI چقدر است؟



(۱) $1/5$

(۲) 2

(۳) $2/5$

(۴) 3

۵۴- بسامد اصلی یک تار ویولن به طول 20 cm برابر 500 Hz است. طول موج امواج صوتی گسیل شده توسط تار، چند سانتی‌متر است؟ (سرعت صوت را در هوا $340 \frac{m}{s}$ بگیرید.)

(۴) 34

(۳) 40

(۲) 68

(۱) 80

۵۵- دو بسامد تشدید متوالی یک تار دو انتها ثابت، 240 هرتز و 280 هرتز است. کدام بسامد بر حسب هرتز، از بسامدهای تشدید این تار نیست؟

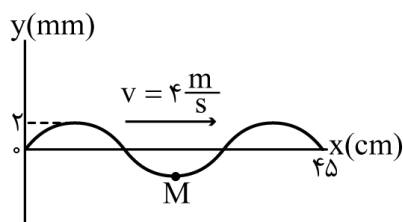
(۴) 320

(۳) 160

(۲) 80

(۱) 60

۵۶- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. تندی متوسط نقطه M از لحظه $t_1 = 0s$ تا لحظه $t_2 = 0.5s$ چند متر بر ثانیه است؟



(۱) 0.5

(۲) 0.6

(۳) 0.8

(۴) 1.0

۵۷- اگر تراز شدت صوت A، $11/5$ دسی‌بل بیش‌تر از تراز شدت صوت B باشد، در آن مکان، شدت صوت A چند برابر شدت صوت B است؟ ($\log 2 = 0.3$)

(۴) $10\sqrt{3}$

(۳) $10\sqrt{2}$

(۲) $10\sqrt{23}$

(۱) $\sqrt{23}$

۵۸- وزنه‌ای به جرم 100 گرم با بسامد 20 هرتز روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی آن نصف مقدار بیشینه‌اش شود، انرژی جنبشی آن به $1\pi^2 J$ می‌رسد. معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

(۲) $x = 0.5 \cos 20\pi t$

(۱) $x = 0.5 \cos 40\pi t$

(۴) $x = 0.2 \cos 20\pi t$

(۳) $x = 0.2 \cos 40\pi t$

محل انجام محاسبات

۵۹- در اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار n' برسد، ۱۶۰۰ نانومتر است. این نور

در کدام ناحیه از طیف موج‌های الکترومغناطیسی قرار دارد و n' چقدر است؟ $R = ۰/۰۱(nm)^{-1}$

- (۱) فرابنفش -۴ (۲) فرابنفش -۲ (۳) فروسرخ -۴ (۴) فروسرخ -۲

۶۰- اگر یک چشمه لیزر با توان $۳/۰$ میلی‌وات نوری با طول موج ۶۶۳ نانومتر تولید کند، در هر ثانیه چند فوتون از این

چشمه گسیل می‌شود؟ ($c = ۳ \times 10^8 \frac{m}{s}$ و $h = ۶/۶۳ \times 10^{-34} J.s$)

- (۱) ۳×10^{15} (۲) ۱۰^{15} (۳) ۵×10^{13} (۴) ۱۰^{13}

۶۱- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها

(۱) با مربع فاصله بین دو نوکلئون نسبت عکس دارد

(۲) متناسب با تعداد نوکلئون‌های هسته، افزایش می‌یابد

(۳) کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند

(۴) بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه است

۶۲- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک خازن ۲۵ میکروفارادی را ۲۰ درصد افزایش می‌دهیم و ۵۰ میکروکولن بر

بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن اضافه می‌شود. در این شرایط، انرژی خازن چند میلی‌ژول می‌شود؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) $۳/۶$ (۳) ۱۸۰ (۴) $۱/۸$

۶۳- در شکل زیر، میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $\frac{N}{C} ۱۰^۳$ است. یک پروتون را از نقطه A با تندی اولیه

$\frac{m}{s} ۲ \times 10^۴$ در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب می‌کنیم و پروتون در نقطه B متوقف می‌شود. حال اگر جای

پایانه‌های باتری را عوض کنیم و پروتون را با همان تندی قبلی از A به سمت نقطه B پرتاب کنیم، تندی آن در نقطه

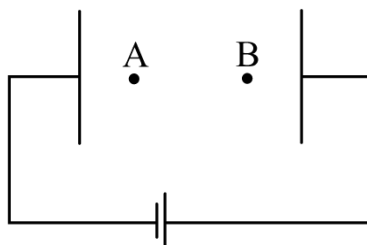
B چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (از وزن پروتون و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

- (۱) $۲\sqrt{۲} \times 10^۴$

- (۲) $\frac{1}{۲} \times 10^۴$

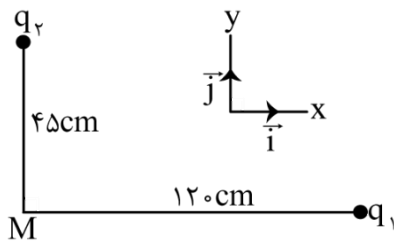
- (۳) $\sqrt{۲} \times 10^۴$

- (۴) ۴×10^۴



محل انجام محاسبات

۶۴- در شکل زیر، بردار میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه M در SI به صورت



است. $\vec{E} = 4/5 \times 10^5 \vec{i} - 8 \times 10^5 \vec{j}$ چقدر است؟ $\frac{q_1}{q_2}$

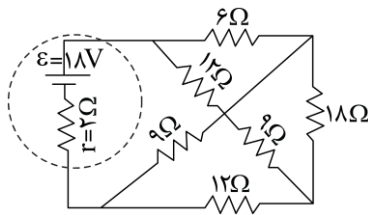
(۱) ۸-

(۲) ۴-

(۳) ۸

(۴) ۴

۶۵- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟



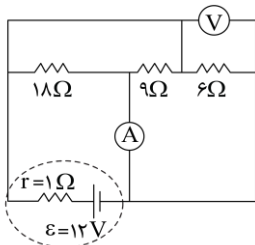
(۱) ۱۷

(۲) ۱۶

(۳) ۱۵

(۴) ۱۴

۶۶- در مدار شکل زیر، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟ (ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی فرض شوند).



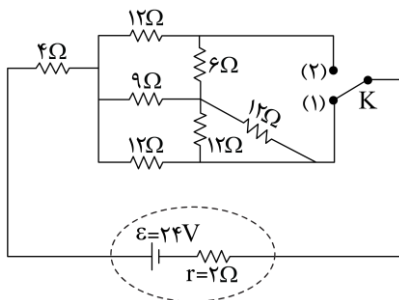
(۱) ۱/۵

(۲) ۳

(۳) $\frac{12}{5}$

(۴) $\frac{12}{7}$

۶۷- در شکل زیر، اگر کلید را از اتصال (۱) قطع کرده و به (۲) وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی چند برابر می‌شود؟



(۱) ۳

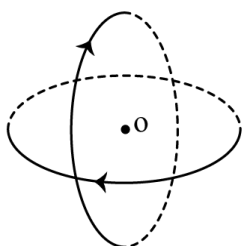
(۲) ۹

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{9}{4}$

محل انجام محاسبات

۶۸- مطابق شکل، دو حلقه با جریان یکسان $2A$ که شعاع هریک از آن‌ها 20cm است، عمود بر هم و عمود بر این صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطه O) چند تسلا و در چه جهتی است؟



$$\left(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \right)$$

(۱) $12\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↖

(۲) $6\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↖

(۳) $12\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↙

(۴) $6\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↙

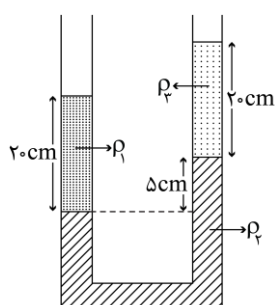
۶۹- بردار میدان مغناطیسی در یک محیط، در SI به صورت $\vec{B} = 0.05\vec{i} + 0.04\vec{j}$ است. اگر در آن محیط، سطح قاب مربع شکلی به ضلع 20cm عمود بر محور x باشد، شار مغناطیسی عبوری از آن چند وبر است؟

(۱) 0.02 (۲) 0.16 (۳) 0.016 (۴) 0.002

۷۰- سیملوله‌ای دارای 400 حلقه است و مساحت هر حلقه آن 15cm^2 است. درون این سیملوله، میدان مغناطیسی که موازی محور سیملوله است، با آهنگ 0.1 تسلا بر ثانیه کاهش می‌یابد. اگر مقاومت الکتریکی آن 2Ω باشد، جریان الکتریکی القایی آن چند آمپر است؟

(۱) 0.2 (۲) 0.6 (۳) 0.3 (۴) 0.4

۷۱- در شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی مطابق شکل به حالت تعادل قرار دارند. اگر $\rho_1 = 2\rho_3$ باشد، نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ چقدر است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

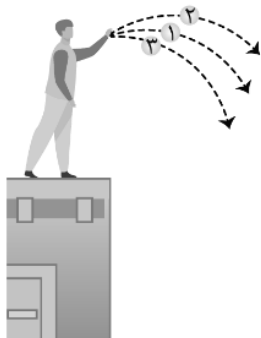
۷۲- مساحت یکی از پنجره‌های یک زیردریایی 1200 سانتی‌مترمربع است. اگر نیروی وارد بر سطح خارجی این پنجره 73200 نیوتون باشد، این پنجره در عمق چند متری آب دریا قرار دارد؟

($\rho = 1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، $P_0 = 10^5 \text{Pa}$)

(۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۶۵

محل انجام محاسبات

۷۳- در شکل زیر، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمانی پرتاب می‌شوند. توپ (۱) در راستای افقی و دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود).



الف: تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابند.

ب: تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند.

پ: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

ت: زمان حرکت هر سه توپ با هم برابر است.

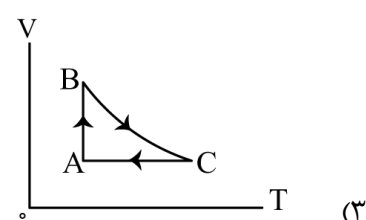
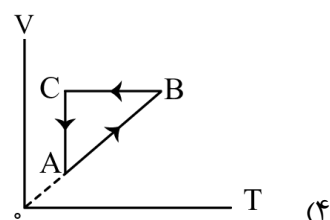
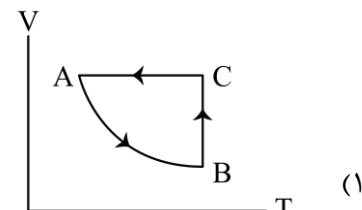
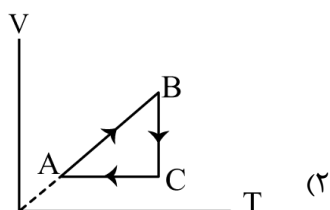
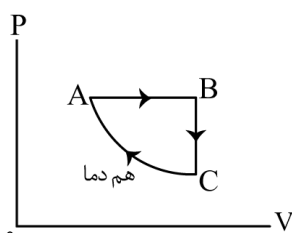
(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «پ»

(۴) «ب» و «پ»

(۳) «ب» و «ت»

۷۴- نمودار $(P-V)$ مقداری گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. نمودار $(V-T)$ ی آن کدام است؟



۷۵- در کیسولی با حجم ثابت، گاز آرمانی با فشار پیمانه‌ای $3 \times 10^5 \text{ Pa}$ و دمای 47°C قرار دارد. $\frac{1}{5}$ جرم گاز را خارج می‌کنیم و دمای گاز باقیمانده را به 27°C می‌رسانیم. فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال می‌شود؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

(۴) $2/5 \times 10^5$

(۳) 2×10^5

(۲) $1/5 \times 10^5$

(۱) 10^5

محل انجام محاسبات

۷۶- اگر یون $A X^{2-}$ ، در بیرونی ترین زیرلایه خود، ۶ الکترون با عددهای کوانتومی $n=4$ و $l=1$ داشته باشد و تفاوت شمار نوترون ها و الکترون های آن برابر ۹ باشد، A کدام عدد است و عنصر X با کدام عنصر در جدول تناوبی هم گروه است؟

(۱) $^{14}_{14}Si$ ، ۷۷ (۲) $^{16}_{16}S$ ، ۷۷ (۳) $^{14}_{14}Si$ ، ۷۹ (۴) $^{16}_{16}S$ ، ۷۹

۷۷- کدام مورد درست است؟

- (۱) تفاوت انرژی نور نشر شده از ترکیب های لیتیم دار با انرژی نور نشر شده از ترکیب های سدیم دار در شعله، مقدار ثابتی است.
- (۲) با استفاده از رنگ شعله پتاسیم نیترات، انرژی نور نشر شده از پتاسیم کلرید در شعله قابل پیش بینی نیست.
- (۳) با استفاده از رنگ شعله کلسیم سولفات، رنگ شعله مس (II) سولفات نیز قابل پیش بینی است.
- (۴) انرژی نور نشر شده از فلز سدیم در شعله، کمتر از انرژی نور نشر شده از گاز نئون در شعله است.

۷۸- چند اتم زیر با از دست دادن ۳ الکترون به کاتیون پایداری با بار $+3$ تبدیل می شود و چند کاتیون از میان آن ها، آرایش الکترونی اتم گاز نجیب را خواهد داشت؟

$^{13}_{13}A$ • $^{19}_{19}D$ • $^{21}_{21}E$ • $^{26}_{26}X$ • $^{30}_{30}Z$ •
(۱) ۲، ۴ (۲) ۳، ۴ (۳) ۲، ۳ (۴) ۱، ۳

۷۹- کربن مونوکسید، فاقد کدام ویژگی است؟

- (۱) از راه خون و به واسطه مسمومیت، سامانه عصبی بدن انسان را فلج می کند.
- (۲) ترکیبی پایدارتر از کربن دی اکسید و گازی بسیار سمی و کشنده است.
- (۳) گازی بی رنگ و سبک است و به سرعت در همه فضای اتاق پخش می شود.
- (۴) میل ترکیبی آن با هموگلوبین، در مقایسه با اکسیژن، بیش از ۲۰۰ برابر است.

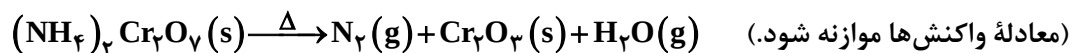
۸۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) یک معادله موازنه شده، شمار مول ها یا مولکول های مورد نیاز از واکنش دهنده (ها) برای انجام یک واکنش را نشان می دهد.
- (۲) مطابق با قانون پایستگی جرم، شمار مولکول ها در دو سوی معادله یک واکنش شیمیایی، برابر است.
- (۳) معادله واکنش: $A_2(g) + \frac{1}{2}X_2(g) \rightarrow A_2X(g)$ ، یک معادله موازنه شده به شمار می آید.
- (۴) قهوه ای شدن شکر سفید بر اثر گرما، نمونه ای از تغییر فیزیکی به شمار می آید.

محل انجام محاسبات

۸۱- اگر x گرم $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ بر اثر گرما تجزیه شود، مجموع جرم گازهای تشکیل شده، با مجموع جرم گازهای تشکیل شده از تجزیه $25/2$ گرم سدیم هیدروژن کربنات برابر می‌شود. x به تقریب برابر چند گرم است؟

$$\left(\text{H}=1, \text{C}=12, \text{N}=14, \text{O}=16, \text{Na}=23, \text{Cr}=52 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1} \right)$$



۲۳ / ۴ (۴)

۱۸ / ۶ (۳)

۱۱ / ۷ (۲)

۹ / ۳ (۱)

۸۲- با توجه به نقاط جوش مواد HBr ، HCl ، HF ، I_2 ، Br_2 ، Cl_2 در فشار 1atm ، کدام مورد درست است؟
 (۱) میزان گشتاور دوقطبی مولکول‌های جورهمسته، مهم‌ترین عامل تعیین کننده روند تغییر نقطه جوش در آن‌هاست.
 (۲) عامل تعیین روند تغییر نقطه جوش در مولکول‌های قطبی و عامل تعیین این روند در مولکول‌های ناقطبی، متفاوت است.
 (۳) روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول‌های ناقطبی، مشابه روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول‌های قطبی است.
 (۴) حالت فیزیکی دست کم دو ماده در دمای اتاق، مایع است.

۸۳- اگر 200 میلی‌لیتر محلول NaClO ، با غلظت 18625ppm موجود باشد، چند میلی‌لیتر محلول 0.8 مولار HCl برای واکنش کامل با آن (مطابق معادله زیر) لازم است؟ (چگالی محلول برابر با چگالی آب در نظر گرفته شود، معادله واکنش موازنه شود، $\text{O}=16, \text{Na}=23, \text{Cl}=35.5 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۶۲ / ۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۳۷ / ۵ (۲)

۷۵ (۱)

۸۴- چند مورد از موارد زیر، درباره عنصرهای جدول تناوبی، نادرست است؟
 • در دسته p ، همه عنصرهای هم‌دوره با یک عنصر فلزی و دارای شعاع اتمی کوچک‌تر از آن، به یقین نافلزند.
 • اگر M ، یک عنصر گازی با فعالیت شیمیایی زیاد باشد، سایر عنصرهای هم‌گروه آن، به یقین مایع یا جامدند.
 • شمار عنصرهای فلزی دسته s ، ۳ برابر شمار عنصرهای گازی شکل شرکت‌کننده در واکنش‌های شیمیایی در کل جدول است.
 • تفاوت عدد اتمی آخرین عنصر فلزی از دوره چهارم با عدد اتمی عنصر Q ۲۴، برابر با عدد اتمی نخستین نافلز دوره دوم است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

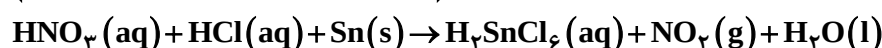
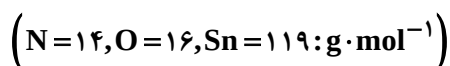
۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۸۵- اگر از واکنش محلول دو ماده با مقدار بیش از ۱/۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب از هر کدام، در شرایط مناسب، نمک نقره کلرید تشکیل شود، کدام مورد درست است؟

- (۱) غلظت این نمک در آب، تنها می‌تواند به غلظت یکی از واکنش‌دهنده‌ها در آب (در آغاز واکنش) نزدیک باشد.
- (۲) حالت فیزیکی فراورده موردنظر، مانند حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها (در آغاز واکنش) است.
- (۳) با انجام واکنش، یک محلول سیر نشده از فراورده موردنظر تشکیل می‌شود.
- (۴) انجام این واکنش، نمونه‌ای از تبدیل یک محلول به یک مخلوط است.

۸۶- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر با مصرف ۸۹/۲۵ گرم قلع در این واکنش، ۱۲۴/۲ گرم گاز نیتروژن دی‌اکسید تشکیل شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟



(۴) ۹۰، ۱۸

(۳) ۸۰، ۱۸

(۲) ۹۰، ۲۰

(۱) ۸۰، ۲۰

۸۷- چند مورد زیر، نادرست است؟

- بخش اعظم گونه‌های فلزی موجود در طبیعت در قاره‌ها تجمع یافته‌اند.
- واکنش ترمیت، واکنشی به شدت گرماگیر است که یکی از فراورده‌های آن، آهن مذاب است.
- برای استخراج آهن از سنگ معدن آن در مقیاس آزمایشگاهی، نمی‌توان از سدیم استفاده کرد.
- استفاده از نقره به جای آلومینیم در واکنش ترمیت، می‌تواند مقدار فراورده (ها) را افزایش دهد.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۸۸- با توجه به واکنش گرمایشیایی گازی: $2NH_3 + 3Cl_2 \rightarrow N_2 + 6HCl + 440 kJ$ ، آنتالپی پیوند N-H به تقریب برابر چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوندهای Cl-Cl و H-Cl به ترتیب برابر ۲۴۰ و ۴۳۰ کیلوژول بر مول و آنتالپی پیوند $N \equiv N$ ، ۲/۴ برابر میانگین آنتالپی پیوند N-H در نظر گرفته شود).

(۴) ۳۹۴

(۳) ۵۳۹

(۲) ۹۴۵

(۱) ۱۱۸۵

۸۹- کدام مقایسه دربارهٔ موارد کاربرد و مصرف نفت خام در صنعت درست است؟

- (۱) سوخت وسایل نقلیه > تولید پلاستیک > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- (۲) تولید شوینده‌ها > سوخت وسایل نقلیه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- (۳) تولید الیاف و پارچه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی > سوخت وسایل نقلیه
- (۴) تأمین گرما و انرژی الکتریکی > تولید الیاف و پارچه > سوخت وسایل نقلیه

محل انجام محاسبات

۹۰- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) رادیکال‌هایی که اتم آن‌ها از قاعده هشتایی پیروی می‌کند، در مقایسه با سایر رادیکال‌ها، پایداری بیش‌تری دارند.
 (۲) وجود رادیکال‌ها در بدن، خطر ابتلا به سرطان را از طریق افزایش میزان واکنش‌های ناخواسته بالا می‌برد.
 (۳) برای افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی، از بنزوئیک اسید به‌عنوان نگهدارنده می‌توان استفاده کرد.
 (۴) لیکوپن، یک هیدروکربن به‌شمار می‌آید که رادیکال‌ها را جذب می‌کند.

۹۱- رابطه زیر، برای تغییر غلظت مولی مواد گازی شرکت‌کننده در یک واکنش در یک بازه زمانی معین برقرار است. اگر این رابطه، معادل سرعت واکنش باشد، معادله موازنه نشده این واکنش و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های آن، کدام است؟

$$\frac{\Delta[N_2]}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta[NO]}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta[H_2]}{\Delta t}$$



۹۲- اگر واکنش: $CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$ ، پس از گذشت ۳۰ دقیقه پایان پذیرد اما ۱۸/۷۵ گرم کلسیم کربنات باقی بماند و ۱۶/۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تشکیل شده باشد، چند درصد جرمی کلسیم کربنات در واکنش شرکت کرده است و سرعت واکنش برابر چند مول بر دقیقه بوده است؟

(C=۱۲, O=۱۶, Ca=۴۰: g.mol⁻¹)

$$60, 6/25 \times 10^{-3} \quad (1) \quad 60, 2/5 \times 10^{-2} \quad (2)$$

$$80, 6/25 \times 10^{-3} \quad (3) \quad 80, 2/5 \times 10^{-2} \quad (4)$$

۹۳- اگر به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۰/۰۲ مولار، میلی‌لیتر آب اضافه شود، ۲۰ میلی‌لیتر از محلول حاصل می‌تواند ۱۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت مولار را خنثی کند.

$$600, 0/02 \quad (1) \quad 600, 0/01 \quad (2)$$

$$300, 0/01 \quad (3) \quad 300, 0/02 \quad (4)$$

۹۴- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) محلول اتیلن گلیکول همانند محلول استون در آب، غیرالکترولیت است.
 (۲) در محلول اسید HX با $K_a = 0/01$ ، اگر درجه یونش ۰/۱ باشد، غلظت آغازی اسید، ۰/۹ مولار است.
 (۳) از انحلال ۰/۱ مول باریم اکسید و ۰/۱ مول لیتیم اکسید در نیم‌لیتر آب مقطر، به‌ترتیب ۰/۱۵ و ۰/۲ مول یون تشکیل می‌شود.
 (۴) با اضافه کردن آب مقطر به محلول آمونیاک در دمای ثابت، غلظت یون‌ها و pH کاهش می‌یابد و K_b ثابت می‌ماند.

محل انجام محاسبات

۹۵- چند مورد از موارد زیر، درست است؟

- آرنیوس مدل خود را براساس تغییر غلظت یون‌های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ ارائه داد.
- شیر منیزی شامل محلول منیزیم هیدروکسید است و می‌تواند اسید معده را خنثی کند.
- هر محلول آبی که در آن غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر باشد، خنثی است.
- در مدل آرنیوس، هر مولکولی که در ساختار خود هیدروژن بیش‌تری داشته باشد، در شرایط یکسان دما و غلظت، pH محلول را بیش‌تر کاهش می‌دهد.
- آرنیوس نخستین کسی بود که ویژگی‌های اسیدها و بازها را شناخت و براساس یافته‌های تجربی، میزان رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی را بررسی کرد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۶- در دمای $25^\circ C$ ، $1/2$ گرم باز ضعیف DOH در 250 میلی‌لیتر آب مقطر حل می‌شود. اگر درصد یونش باز برابر 20 باشد، کدام مورد، نادرست است؟ ($DOH = 80 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) $[H^+]$ این محلول به‌تقریب برابر $10^{-13} \times 8/3$ است.
- (۲) $[OH^-]$ در این محلول با $[H^+]$ در 125 میلی‌لیتر از محلول اسید قوی HA با غلظت 0.12 M ، برابر است.
- (۳) اگر $8/0$ گرم باز DOH به این محلول اضافه شود، بدون تغییر حجم، pH محلول، $3/0$ واحد افزایش می‌یابد.
- (۴) محلول حاصل از مخلوط کردن 50 میلی‌لیتر از این محلول با همین حجم از محلول HCl با غلظت 0.2 M ، خاصیت اسیدی دارد.

۹۷- کدام مورد درست است؟

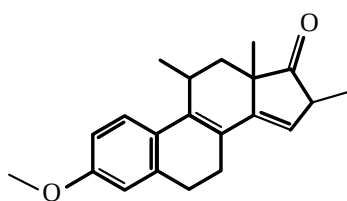
- (۱) در بسیاری از واکنش‌های بسپارش، مانند تشکیل پلی‌اتن و تفلون، واکنش‌دهنده مایع به فراورده جامد تبدیل می‌شود.
- (۲) به دلیل سبک‌تر بودن مولکول اتن نسبت به پروپن، جرم مولی پلی‌اتن از جرم مولی پلی‌پروپن، کم‌تر خواهد بود.
- (۳) بسپارش، واکنشی است که واکنش‌دهنده‌های سیرنشده را به فراورده‌های سیرشده تبدیل می‌کند.
- (۴) شمار اتم‌ها در مونومر سازنده پنبه، با شمار اتم‌ها در مونومر سازنده گندم برابر است.

۹۸- درباره ترکیبی با ساختار داده شده، کدام یک از موارد زیر درست است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- الف: عدد اکسایش اتم‌های کربنی که به اتم اکسیژن متصل‌اند، برابر است.
- ب: هر مول از آن برای سوختن کامل، به 26 مول گاز اکسیژن نیاز دارد.
- پ: شمار گروه‌های متیل در مولکول آن، 4 برابر شمار این گروه در ساختار مونومر سازنده سرنگ است.

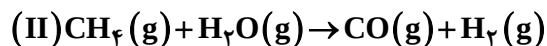
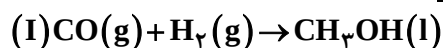
ت: هر مول از آن در شرایط مناسب، می‌تواند در واکنش با 6 گرم گاز هیدروژن، به یک ترکیب سیرشده تبدیل شود.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «ت»



محل انجام محاسبات

۹۹- با توجه به واکنش‌های زیر، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام مورد، نادرست است؟



- (۱) فراورده ناقطبی، فرم کاهش یافته گونه اکسند در واکنش (II) است.
- (۲) تفاوت ضرایب استوکیومتری عامل کاهنده در دو واکنش، برابر یک است.
- (۳) عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (I)، ۳ واحد کاهش و در واکنش (II)، ۶ واحد افزایش یافته است.
- (۴) در شرایط مناسب انجام واکنش‌ها، فراورده‌های واکنش (II) به ازای مصرف یک مول متان، برای تهیه یک مول متانول کفایت می‌کند.

۱۰۰- درباره فرایند زنگ زدن آهن، چند مورد از موارد زیر درست است؟

- تبدیل فلز آهن به زنگ آهن، از دو واکنش اکسایش آن تشکیل شده است.
- فراورده‌های نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، هر دو محلول در آب‌اند.
- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش کلی، برابر ۱۷ است.
- وجود یون هیدرونیوم، سبب افزایش سرعت انجام فرایند می‌شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۱- اگر واکنش: $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightleftharpoons 4NO(g) + 6H_2O(g)$ ، در یک سیلندر مجهز به پیستون روان و با ۲ مول از هریک از اجزا در حال تعادل باشد، با کاهش فشار روی پیستون، در تعادل جدید، چند مول بخار آب در ظرف واکنش می‌تواند وجود داشته باشد؟ (دما ثابت است.)

(۱) ۴/۴۵ (۲) ۳/۲۰ (۳) ۱/۵۰ (۴) ۰/۸۵

۱۰۲- ترکیب‌های کدام مورد می‌تواند نماینده مناسبی برای ساختارهای داده شده باشد؟



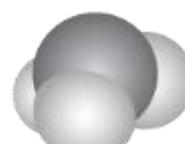
(a)



(b)



(c)



(d)

a: HCN, b: CH₄, c: H₂S (۲)

a: SCO, b: SiF₄, d: CHCl₃ (۱)

a: HF, c: H₂O, d: SO₃ (۴)

b: SiH₄, c: OF₂, d: NH₃ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۰۳- در یک ظرف ۵۰۰ میلی‌لیتری دربسته، مخلوطی از ۵۵/۰ مول گاز متان و ۲/۰ مول گاز هیدروژن سولفید را تا برقرار شدن تعادل: $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{S}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{CS}_2(\text{g}) + 4\text{H}_2(\text{g})$ گرما می‌دهیم. اگر در حالت تعادل، ۸ گرم گاز متان در مخلوط گازها وجود داشته باشد، ثابت تعادل در شرایط آزمایش کدام است؟ ($H=1, C=12: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $6/4 \times 10^{-2}$ (۲) 4×10^{-3}

(۳) $15/625$ (۴) 250

۱۰۴- جدول زیر، مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری تشکیل شده از کاتیون‌ها و آنیون‌های بیست عنصر اول جدول تناوبی (با یکای کیلوژول بر مول) را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام یک از موارد زیر درست است؟

آنیون \ کاتیون	A	D
X	۷۸۰	M
Y	۹۵۰	۲۵۰۰
Z	۲۹۰۰	۳۸۰۰

الف: مقدار عددی M از ۹۵۰ کم‌تر است.

ب: شعاع یونی X، بزرگ‌تر از شعاع یونی Y است.

پ: عنصر سازنده آنیون A، می‌تواند یک هالوژن باشد.

ت: عنصر سازنده کاتیون Z، می‌تواند یک فلز قلیایی باشد.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ» (۴) «الف» و «پ»

۱۰۵- کدام مورد درست است؟

(۱) در واکنش تبدیل یک هیدروکربن به فراورده آلی اکسیژن‌دار، (مجموع) عدد اکسایش اتم(های) کربن، کاهش می‌یابد.

(۲) یکی از روش‌های بازیافت شیمیایی PET، واکنش آن با متانول در شرایط مناسب و تبدیل آن به مواد مفید است.

(۳) یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه است که شمار بیش‌تری از واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل شوند.

(۴) واکنش: $2\text{CH}_4(\text{g}) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_6(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g})$ ، یک واکنش گرماگیر با مقدار انرژی فعال‌سازی منفی است.

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره فقه و فقه ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ

سه شنبه ۱۰ تیر ماه ۱۴۰۴

دور استاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده - سیدجواد نظری محمد خانگلدی - کاظم اجلالی - محمدپور سعید محمد رضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
محمدجواد سورچی حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی - حسین عبدوی نژاد مجید رجبی وندچالی - مهدی پارسا - ارسلان رحمانی محمد باغبان - محسن قندچلر - آروین صالحی	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	فیزیک
فرهنگ امیری - عالیہ میرزایی بنیامین بهرامی - رامین رزمجو محمد داود آبادی فراهانی	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری - عالیہ میرزایی بنیامین بهرامی - حسین ایروانی - علی ترابی محمد کهنه پوشی - مهسا بایمانی نژاد سعیده محبی - امیر بصراوی	فرشاد هادیان فرد	شیمی

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از محتوای این سایت ممنوع است. شرعاً حرام است.



تو قهرمانِ داستانِ زندگی خودتی

این روزهای آخر، مثل لحظات پایانی یه دوی ماراتنه. دوندهای که کیلومترها دویده، خسته‌ست، عرق کرده، پاهاش درد می‌کنه... ولی وقتی خط پایان رو می‌بینی، یه انرژی عجیب از ته دلش آزاد میشه. چون می‌دونه ارزشش رو داره که تا آخر بجنگه.

تو هم الان دقیقاً همون دونده‌ای. شاید خسته باشی، شاید ذهنت پر از سؤال و اضطراب باشه، ولی یادت نره:

تو خیلی خیلی به خط پایان نزدیک شدی.

نگران نباش اگر بعضی روزها حس کردی کمتر از حد انتظار خودت ظاهر شدی. مهم نیست چندبار زمین خوردی یا چقدر ترسیدی. مهم اینه که هر بار دوباره بلند شدی و ادامه دادی. همین روحیه است که قهرمان‌ها رو می‌سازه.

مثلاً داستان اون کوهنورد رو شنیدی؟

یه کوهنورد حرفه‌ای تصمیم می‌گیره بلندترین قله منطقه رو فتح کنه. ساعت‌ها و ساعت‌ها تلاش می‌کنه، هوا سرد میشه، باد شدیدی می‌وزه، همه جا مه می‌گیره. اون به خودش میگه "دیگه نمیشه، باید برگردم." ولی ناگهان، چند قدم جلوتر، مه کنار میره و قله درست جلوی چشمش ظاهر میشه... فقط چند قدم دیگه مونده بود. تصور کن اگر تسلیم شده بود! چقدر حیف می‌شد فقط به خاطر چند قدم آخر.

تو هم الان درست چند قدم تا قله فاصله داری.

بذار این روزای آخر، به جای استرس، با تمام توان و قدرت قدم برداری. به جای اینکه از سختی‌ها بترسی، به خودت بگو:

«من قراره چیزی رو ببینم که فقط کسانی که تا آخر ایستادن می‌بیننش.»

روز کنکور، مهم‌ترین چیز اینه که آرام باشی. باور کن چیزی که باعث موفقیت میشه، فقط درس نیست؛ اعتماد به نفس، آرامش ذهن و ایمان به خودته که معجزه می‌کنه.

تو برای بهترینِ خودت بجنگ. نه برای مقایسه شدن با دیگران.

بیا این چند قدم آخر رو هم باهم بدویم. محکم، با سر بلند، با دلی پر از امید.

به آینده درخشان‌ت سلام کن. تو آماده‌ای!

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.



۱- یک دنباله با جملات غیر صفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r+d$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\sqrt{2}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱

جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

نکته ۲

b را واسطه حسابی a و c گوئیم، هرگاه: $b = \frac{a+c}{2}$.

نکته ۳

جمله n ام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می‌باشد. ($t_1, r \neq 0$)

نکته ۴

b را واسطه هندسی a و c گوئیم، هرگاه: $b^2 = ac$.

اگر دنباله را به صورت $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ فرض کنیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow a_2^2 = a_1 a_3 \quad \text{واسطه هندسی} \\ \Rightarrow 2a_2 = a_1 + a_3 \quad \text{واسطه حسابی} \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\frac{a_1 + a_3}{2} \right)^2 = a_1 a_3$$

$$\Rightarrow \frac{a_1^2}{4} + \frac{a_3^2}{4} + \frac{a_1 a_3}{2} = a_1 a_3 \Rightarrow \frac{a_1^2}{4} + \frac{a_3^2}{4} - \frac{a_1 a_3}{2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{a_1 - a_3}{2} \right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = a_3$$

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2 \xrightarrow{a_1 = a_3} a_1 = a_1 r^2 \Rightarrow r^2 = 1 \Rightarrow r = \pm 1 \quad (1)$$

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d \xrightarrow{a_1 = a_3} a_1 = a_1 + 2d \Rightarrow d = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} r = 1, d = 0 \Rightarrow r + d = 1$$

گروه آموزشی ماز

۲- نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۲

(۲) ۳

(۱) ۴

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱

معادله درجه ۲ با مختصات رأس $S \begin{vmatrix} x_S \\ y_S \end{vmatrix}$ برابر است با:

$$y = a(x - x_S)^2 + y_S$$

نکته ۲

اگر $A \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}$ دو نقطه هم‌عرض در سهمی باشند ($b_2 = a_2$)، آنگاه مختصات طول رأس به صورت $x_S = \frac{a_1 + b_1}{2}$ و عرض رأس به صورت $y_S = f\left(\frac{a_1 + b_1}{2}\right)$

می‌باشد که $y = f(x)$ همان معادله درجه ۲ است. همچنین معادله خط محور تقارن سهمی به صورت $x = \frac{a_1 + b_1}{2}$ است.

اگر رأس سهمی به صورت $S \begin{vmatrix} x_S \\ y_S \end{vmatrix}$ باشد، آنگاه:

$$y = a(x - x_S)^2 + y_S$$





$$y_s = -\frac{1}{2}, \quad x_s = \frac{-5+1}{2} = -2$$

$$\Rightarrow y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2} = a(x^2 + 4x + 4) - \frac{1}{2} = ax^2 + 4ax + 4a - \frac{1}{2}$$

عرض از مبدأ سهمی

$$\Rightarrow 4a - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{1}{2}$$

برای به دست آوردن β ، مقدار ۱ یا -۵ را در معادله درجه ۲ جایگذاری می‌کنیم:

$$x=1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(1+2)^2 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow \beta = 4$$

گروه آموزشی ماز

۳- برای مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. در چند حالت $x+y+z+t > 20$ است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱

اگر $A \times B = B \times A$ باشد، یعنی به ازای هر عضوی در مجموعه A ، عضوی در مجموعه B است و برعکس، به ازای هر عضوی در B ، عضوی در A می‌باشد. پس:

$$(A \subseteq B, B \subseteq A) \Rightarrow A = B$$

نکته ۲

هیچ مجموعه‌ای نمی‌تواند دارای اعضای تکراری باشد، پس برای مثال مجموعه روبه‌رو، دارای ۳ عضو است، نه ۵ عضو:

$$A = \{1, 2, (-1)^2, \sqrt{4}, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

دو مجموعه A و B ناتهی هستند و از طرفی $A \times B = B \times A$ است. بنابراین: $A = B$ ، در نتیجه حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2 \\ \frac{y}{3} = 4 \Rightarrow y = 12 \end{cases}, \quad \begin{cases} t = 5 \\ z = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} t = 5 \\ z = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} t = 5 \\ z = 5 \end{cases}, \quad \begin{cases} z = 5 \\ t = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} z = 5 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$x+y+z+t = \quad 20 \quad \underline{23} \quad \underline{24} \quad 20 \quad \underline{23}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{x}{2} = 4 \Rightarrow x = 8 \\ \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} t = 5 \\ z = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} t = 5 \\ z = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} t = 5 \\ z = 5 \end{cases}, \quad \begin{cases} z = 5 \\ t = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} z = 5 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$x+y+z+t = \quad 17 \quad 20 \quad \underline{21} \quad 17 \quad 20$$

گروه آموزشی ماز

۴- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$(1) \quad (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

$$(2) \quad (\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$$

$$(3) \quad (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

$$(4) \quad ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$$





(دشوار - مفہومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱ 

دو گزاره $(p \Rightarrow q)$ و $(\sim p \vee q)$ هم‌ارز منطقی یکدیگر می‌باشند. بنابراین از هر کدام از آن‌ها می‌توان به جای دیگری استفاده کرد.

نکته ۲ 

در گزاره شرطی $(p \Rightarrow q)$ ، اگر ارزش گزاره p ، نادرست باشد، آن گاه به ازای هر ارزش برای گزاره q ، نتیجه درست خواهد بود.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن

از این نکته در این تست استفاده خواهیم کرد.

با توجه به جدول، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

سטר سوم را به طور دلخواه برای هر ۴ گزینه بررسی می کنیم:

$$1) (p \Rightarrow p) \Rightarrow (p \wedge p)$$

$\hookrightarrow \dot{\gamma} \equiv \dot{\gamma} \quad \checkmark$

۲) $\varnothing \Rightarrow (\varnothing \wedge \varnothing) \equiv \varnothing$ **x**

3) $\mathcal{D} \Rightarrow [(\mathcal{D} \Rightarrow \mathcal{C}) \wedge \mathcal{C}] \equiv \mathcal{C}$ ✓

۴) $\Delta \Rightarrow [\Delta \Rightarrow \Delta] \equiv \Delta$ **x**

سپس سطر پنجم را برای گزینه ۱ و ۳ بررسی می‌کنیم:

$$1) \varphi \Rightarrow (\varphi \wedge i) \equiv i \quad \checkmark$$

3) $\alpha \Rightarrow ((\alpha \Rightarrow \alpha) \wedge \alpha) \equiv \alpha$ **x**

گروه آموزشی ماز

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 12x - a = 0$ و $7 = \alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

-9 (f

9 (3)

-۳ (۲

۳ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۱)

یاسخ: گزینه ۲

نکته: 

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، آن‌گاه روابط زیر را خواهیم داشت:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} \quad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$x_S = -\frac{b}{2a} \quad y_S = -\frac{\Delta}{2a}$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{-12}{3} = 4$$

$$P = \alpha\beta = \frac{-a}{\gamma}$$

$$\mathfrak{r}\alpha^{\mathfrak{r}} + \beta^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{r}\alpha = \mathfrak{v} \Rightarrow (\alpha^{\mathfrak{r}} + \beta^{\mathfrak{r}}) + (\alpha^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{r}\alpha) = \mathfrak{v} \Rightarrow (\alpha + \beta)^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{r}\alpha\beta + (\alpha^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{r}\alpha) = \mathfrak{v} \quad (1)$$

α ریشه معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ است، پس در آن معادله صدق می‌کند:

$$r\alpha^r - 12\alpha - a = 0 \Rightarrow \alpha^r - 4\alpha = \frac{a}{r} \quad (2)$$

$$(1) \text{ در } (2) \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + \frac{a}{3} = \gamma \Rightarrow 4^2 - 2 \times \left(-\frac{a}{3}\right) + \frac{a}{3} = \gamma \Rightarrow 16 + \frac{2a}{3} + \frac{a}{3} = \gamma \Rightarrow a = -9$$

اکنون معادله را دوباره می نویسیم:

$$3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$





اکنون داریم:

$$\frac{a}{x_2} = \frac{-9}{3} = -3$$

گروه آموزشی ماز

۶- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

برخی از معادلات را می‌توان با یک تغییر متغیر مناسب، به یکی از انواع معادلاتی که می‌شناسیم تبدیل کرد و پس از حل آن و با رجوع به تغییر متغیر، مقادیر مجهول اصلی معادله اولیه را یافت.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} &= \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{4 + x^2 - 4x + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \\ \Rightarrow \frac{2x^2 - 4x + 4}{(2x - x^2)^2} &= \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{-2(2x - x^2) + 4}{(2x - x^2)^2} = \frac{40}{9} \xrightarrow{2x - x^2 = t} \\ \Rightarrow \frac{-2t + 4}{t^2} &= \frac{40}{9} \Rightarrow 40t^2 = 9(-2t + 4) \Rightarrow 40t^2 + 18t - 36 = 0 \Rightarrow 20t^2 + 9t - 18 = 0 \end{aligned}$$

اکنون داریم:

$$20t^2 + 9t - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1' = -24 \\ t_2' = 15 \end{cases}$$

اکنون ریشه‌های معادله اصلی یعنی $20t^2 + 9t - 18 = 0$ عبارت‌اند از:

$$\xrightarrow{\div 20} \begin{cases} t_1 = -\frac{24}{20} = -\frac{6}{5} \Rightarrow 2x - x^2 = -\frac{6}{5} \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{6}{5} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_1 = 2 \\ t_2 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow 2x - x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_2 = 2 \end{cases}$$

جمع کل ریشه‌ها برابر است با:

$$S_1 + S_2 = 4$$

گروه آموزشی ماز

۷- نقطه $(-6, 3)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیش‌ترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

 $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۳) $\frac{19}{\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱

$$m_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \quad m_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}$$

اگر $A \begin{vmatrix} a_1 \\ b_1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} a_2 \\ b_2 \end{vmatrix}$ ، آن‌گاه مختصات نقطه $M \begin{vmatrix} m_1 \\ m_2 \end{vmatrix}$ در وسط ضلع AB برابر است با:

نکته ۲

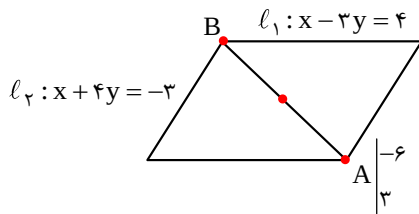
$$d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

فاصله نقطه از خط: فاصله نقطه $P \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ از خط $Ax + By + C = 0$ برابر است با:





چون نقطه $A \begin{vmatrix} -6 \\ 3 \end{vmatrix}$ در هیچ یک از دو خط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ صدق نمی کند، پس روی آن ها قرار ندارد:



ابتدا نقطه تقاطع دو خط داده شده را به دست می آوریم تا مختصات نقطه B به دست آید:

$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x + 4y = -3 \end{cases} \Rightarrow -7y = 7 \Rightarrow y = -1, x = 1 \Rightarrow B \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

حال مختصات نقطه M (وسط A و B) را می یابیم.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-6 + 1}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

اکنون فاصله نقطه $M \begin{vmatrix} -\frac{5}{2} \\ 1 \end{vmatrix}$ را از خط $l_1: x - 3y = 4$ و $l_2: x + 4y = -3$ می یابیم.

$$d_1 = \text{فاصله } M \text{ از } l_1 = \frac{\left| -\frac{5}{2} - 3 - 4 \right|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{\frac{19}{2}}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$

$$d_2 = \text{فاصله } M \text{ از } l_2 = \frac{\left| -\frac{5}{2} + 4 + 3 \right|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{\frac{9}{2}}{\sqrt{17}} = \frac{9}{2\sqrt{17}}$$

$d_1 > d_2$ پس جواب به صورت $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه ای به عرض $7/2$ قطع می کند. مقدار $f(\frac{4}{m})$ کدام است؟

$2\sqrt{15}$ (۴)

$4\sqrt{15}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



نکته:

اگر تابع $f(x)$ وارون پذیر باشد، آن گاه:

(۱) نمودارهای $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ نسبت به خط $y = x$ قرینه یکدیگرند.

(۲) اگر نقطه ای در $f(x)$ باشد، آن گاه نقطه ای در $f^{-1}(x)$ خواهد بود.

وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1}$ ، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه ای به عرض $7/2$ قطع می کند، پس:

$$5 \times 7/2 - 10x = 12 \Rightarrow x = 2/4$$

یعنی نقطه تقاطع f^{-1} و خط به صورت $(2/4, 7/2)$ است، پس:

$$f^{-1}(2/4) = 7/2 \Rightarrow f(7/2) = 2/4$$

$$\sqrt{7/2} \sqrt{m(7/2) - 1} = 2/4 \Rightarrow 7/2(m - 2/7) = (2/4)^2$$

$$\Rightarrow 3(7/2m - 1) = 2/4 \Rightarrow 7/2m - 1 = 0/8 \Rightarrow m = \frac{1/8}{7/2} = \frac{1}{4}$$





اما برای $f\left(\frac{4}{m}\right)$ داریم:

$$f\left(\frac{4}{m}\right) = f\left(\frac{4}{\frac{1}{4}}\right) = f(16)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1} = \sqrt{x} \sqrt{\frac{x}{4}-1} \xrightarrow{x=16} f(16) = \sqrt{16} \sqrt{\frac{16}{4}-1} = 4\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته ۱۲/۵ درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $\frac{1}{4}$ از جرم عنصر

باقی خواهد ماند؟ ($\log_2 3 = 1/6$ و $\log_3 2 = 0/6$)

۱۲۶ (۴)

۵۶ (۳)

۲۸ (۲)

۸ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱

اگر در هر a ساعت، یک عنصر رادیواکتیو $\frac{p}{q}$ از جرم خود را از دست بدهد، تابع مقدار جرم آن بر حسب ساعت از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$m(t) = A \left(1 - \frac{p}{q}\right)^{\frac{t}{a}} \quad A: \text{جرم اولیه}$$

تبصره: به جای ساعت، می‌توان دقیقه، سال، قرن و یا هر واحد زمان دیگری قرار داد.

نکته ۲

اگر a, b, c اعدادی مثبت بوده و $c \neq 1$ ، آن‌گاه روابط زیر را داریم:

$$\begin{aligned} ۱) \log_c^a + \log_c^b &= \log_c^{ab} & ۲) \log_c^a - \log_c^b &= \log_c^{\frac{a}{b}} \\ ۳) \log_{c^n}^a &= \frac{1}{n} \log_c^a & ۴) \log_b^a &= \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad (b \neq 1) \\ ۵) a^{\log_c^b} &= b^{\log_c^a} & ۶) \log_b^a &= \frac{1}{\log_a^b} \quad (a, b \neq 1) \end{aligned}$$

عنصر مورد نظر در هر هفته $\frac{12/5}{100}$ از جرم باقیمانده خود را از دست می‌دهد، پس اگر جرم اولیه را A در نظر بگیریم:

$$m(t) = A \times \left(\frac{88/5}{100}\right)^{\frac{t}{7}} = A \times \left(\frac{88}{100}\right)^{\frac{t}{7}}$$

حال برای این‌که بدانیم پس از چند روز، $\frac{1}{4}$ از جرم عنصر باقی می‌ماند، داریم:

$$\frac{1}{4}A = A \times \left(\frac{88}{100}\right)^{\frac{t}{7}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{88}{100}\right)^{\frac{t}{7}}$$

از طرفین رابطه فوق در مبنای ۳ لگاریتم می‌گیریم:

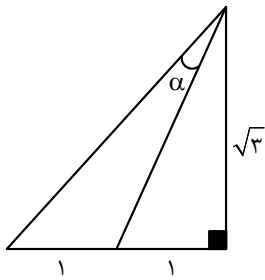
$$\begin{aligned} \log_3^{\frac{1}{4}} &= \log_3^{\left(\frac{88}{100}\right)^{\frac{t}{7}}} = \frac{t}{7} \log_3^{\frac{88}{100}} \Rightarrow \log_3^1 - \log_3^4 = \frac{t}{7} \times (\log_3^88 - \log_3^{100}) \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{t}{7} \times \left(\frac{1}{\log_8^3} - \frac{3}{\log_{10}^3}\right) \\ \Rightarrow -\frac{1}{4} &= \frac{t}{7} \times \left(\frac{1}{0/6} - \frac{3}{1/6}\right) \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{t}{7} \times \left(\frac{1}{6} - \frac{30}{16}\right) \\ \Rightarrow t &= 56 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز





۱۰- در شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$
(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \cdot \tan b}$$

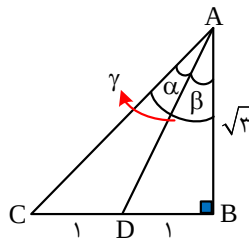
$$\cot(a \pm b) = \frac{\cot a \cot b \mp 1}{\cot b \pm \cot a}$$

$$\alpha = \gamma - \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{\tan \gamma - \tan \beta}{1 + \tan \gamma \cdot \tan \beta}$$

$$\tan \gamma = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \tan \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$



اما برای $\tan \beta$ و $\tan \gamma$ داریم:

گروه آموزشی ماز

۱۱- در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار α کدام است؟

(۴) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

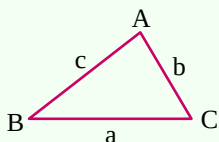
(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:



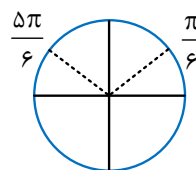
مساحت مثلث $\triangle ABC$ از روابط زیر به دست خواهد آمد.

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ یا } \alpha = \frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

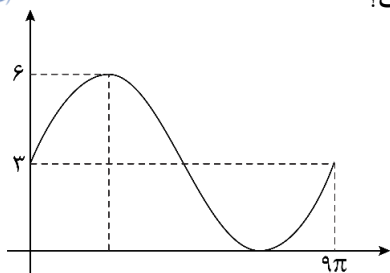


گروه آموزشی ماز





۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$ باشد، مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۴/۵
(۳) ۴/۷۵
(۴) ۵

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱

نسبت‌های مثلثاتی ۲ برابر کمان:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

نکته ۲

نسبت‌های مثلثاتی $(\frac{3\pi}{2} - \theta)$:

$$\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\cos \theta \quad \cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \cot \theta \quad \cot(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \tan \theta$$

نکته ۳

دوره تناوب توابع مثلثاتی:

m: عددی فرد

$$۱) a \sin(bx + c) + d, a \cos(bx + c) + d, [a \sin(bx + c) + d]^m, [a \cos(bx + c) + d]^m, T = \frac{2\pi}{|b|}$$

m: عددی زوج

$$۲) [a \sin(bx + c) + d]^m, [a \cos(bx + c) + d]^m, a \tan(bx + c) + d, a \cot(bx + c) + d, T = \frac{\pi}{|b|}$$

$$f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})} = \frac{2}{a} - \frac{b}{\cos^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \text{رابطه} *$$

از رابطه * استفاده می‌کنیم.

$$\frac{2}{a} - b \frac{\left(1 + \cos\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right)\right)}{2} = \frac{2}{a} - \frac{b}{2} - \frac{b}{2} \cos\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{b}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2cx\right) + \left(\frac{2}{a} - \frac{b}{2}\right) = \frac{b}{2} \sin(2cx) + \left(\frac{2}{a} - \frac{b}{2}\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{2|c|} = \pi \Rightarrow |c| = \frac{1}{2}$$

$$\text{طبق شکل} \begin{cases} f(0) = 3 \Rightarrow \frac{2}{a} - \frac{b}{2} = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{b}{2} \sin(2cx) + 3 \\ f\left(\frac{9\pi}{4}\right) = 6 \Rightarrow \frac{b}{2} \sin\left(\pm \frac{2}{2} \times \frac{9\pi}{4}\right) + \left(\frac{2}{a} - \frac{b}{2}\right) = 6 \end{cases}$$





$$\frac{b}{2} \sin\left(\pm \frac{\pi}{2}\right) = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = 6 \leftarrow c = \frac{1}{9} \text{ اگر} \\ b = -6 \leftarrow c = -\frac{1}{9} \text{ اگر} \end{cases}$$

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \pm \frac{6}{2} \sin\left(\frac{3\pi}{4} \times 2 \times \left(\pm \frac{1}{9}\right)\right) + 3 = 3 \sin \frac{\pi}{6} + 3 = 4/5$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- در معادله مثلثاتی $3 \sin x - \sqrt{3} \cos x + m \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ اگر $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) $-\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

(دشوار - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه

$$\begin{aligned} ۱) \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ ۲) \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \\ ۳) \tan(\alpha \pm \beta) &= \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} (\sqrt{3} \sin x - \cos x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{رابطه *}$$

معادله را می‌نویسیم:

$$3 \sin x - \sqrt{3} \cos x + m \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + m \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

با استفاده از رابطه * داریم:

$$\Rightarrow m \left(\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \right) = -1 \quad \text{رابطه *}$$

کافیست مقدار $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ را به دست بیاوریم تا m پیدا شود. داریم:

با استفاده از رابطه * می‌توان نوشت:

$$(\sqrt{3} \sin x - \cos x)^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow 3 \sin^2 x + \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - 1 + \sin^2 x + \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = \frac{4}{3} - 1 \Rightarrow -\cos 2x + 1 - \sqrt{3} \sin 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$$

$$m \times \frac{1}{3} = -1 \Rightarrow m = -3$$

اکنون مقدار $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ را در معادله * جایگذاری می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۴- تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(m^2 - 4m + 4) < f(2m^2 - 9m - 2)$ باشد، m دارای چند مقدار

صحیح است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

تابع f را نزولی گوییم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$





تابع f را صعودی گوییم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

تابع f را نزولی اکید گوییم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

تابع f را صعودی اکید گوییم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

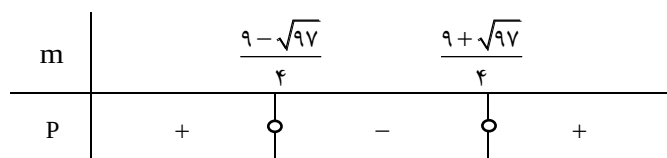
تابع f را غیریکنوا گوییم هرگاه نه صعودی خالص و نه نزولی خالص باشد. یعنی در قسمتی از دامنه، صعودی و در قسمتی دیگر از دامنه، نزولی باشد.

$$f(2m^2 - 9m - 2) < f(m^2 - 4m + 4) \xrightarrow{\text{f صعودی اکید}} 2m^2 - 9m - 2 < m^2 - 4m + 4$$

$$\Rightarrow m^2 - 5m - 6 < 0 \Rightarrow (m-6)(m+1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 6 \quad (1)$$

حال شرط دامنه مثبت را بررسی می‌کنیم.

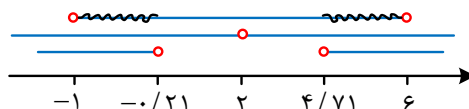
$$(1) \quad 2m^2 - 9m - 2 > 0 \Rightarrow m_1 = \frac{9 - \sqrt{97}}{4} \approx -0.21 \quad m_2 = \frac{9 + \sqrt{97}}{4} \approx 4.71$$



$$\Rightarrow \begin{cases} m < \frac{9 - \sqrt{97}}{4} \\ \text{یا} \\ m > \frac{9 + \sqrt{97}}{4} \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \quad m^2 - 4m + 4 > 0 \Rightarrow (m-2)^2 > 0 \Rightarrow m \neq 2 \quad (3)$$

اکنون اشتراک (1) و (2) و (3) را حساب می‌کنیم.



اشتراک $(1) \cap (2) \cap (3)$ با رنگ سیاه موج‌دار مشخص شده است. تنها عدد صحیح این بازه، عدد صحیح ۵ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر f تابع هموگرافیک و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های تابع f باشد؟

(۴) $(1, 2)$

(۳) $(-1, 1)$

(۲) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

(۱) $(\sqrt{\pi}, \pi)$

(دشوار - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱

حد در $\pm\infty$: اگر f و g ، دو چندجمله‌ای از درجه m و n باشند، آن‌گاه داریم:

$$f(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L$$





$$L = -\infty \text{ یا } L = \infty \leftarrow m > n \quad (۱)$$

$$L = 0 \leftarrow m < n \quad (۲)$$

$$L = \frac{a_m}{b_n} \leftarrow m = n \quad (۳)$$

نکته ۲

مجانِب قائم: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty \quad \text{یا} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$$

نکته ۳

مجانِب افقی: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

می‌دانیم که اگر $c \neq 0$ و $ad \neq bc$ ، آن‌گاه $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ تابعی هموگرافیک است و داریم:

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{-dx+b}{cx-a}}{\frac{ax+b}{cx+d}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-dx+b)(cx+d)}{(cx-a)(ax+b)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-cdx^2}{acx^2} = \frac{-cd}{ac} = -\frac{d}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{ax+b}{cx+d}}{\frac{-dx+b}{cx-a}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(cx-a)(ax+b)}{(-dx+b)(cx+d)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{acx^2}{-cdx^2} = \frac{ac}{-cd} = -\frac{a}{d}$$

$$-\frac{a}{d} = -\frac{d}{a} \Rightarrow a^2 = d^2 \Rightarrow a = \pm d$$

اما طبق صورت سؤال داریم:

حال مجانب‌های قائم و افقی را به دست می‌آوریم:

$$\text{قائم: } \lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \pm\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{ax+b}{cx+d} = \pm\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \alpha} cx+d = 0$$

$$\Rightarrow c\alpha+d=0 \Rightarrow \alpha = -\frac{d}{c} \Rightarrow x = -\frac{d}{c} \text{ مجانب قائم}$$

چون $a = \pm d$ پس:

$$\text{افقی: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\pm dx+b}{cx+d} = L \Rightarrow L = \pm \frac{d}{c}$$

$$\Rightarrow y = \pm \frac{d}{c} \text{ مجانب افقی}$$

پس ۲ حالت برای محل تقاطع مجانب‌های افقی و قائم وجود دارد.

$$a = d \Rightarrow \left(-\frac{d}{c}, \frac{d}{c}\right) \quad a = -d \Rightarrow \left(-\frac{d}{c}, -\frac{d}{c}\right)$$

طبق گزینه‌ها، گزینه ۳ جواب است.

گروه آموزشی ماز

$$۱۶- \text{ برای مقدار مشخص } k, \text{ تابع } f(x) = \begin{cases} [-x]-x \\ k-x+[x] \end{cases} \text{ در } x=n \text{ و } x=-n \text{ پیوسته است. کدام مورد در خصوص } n \text{ صحیح است؟}$$

$$(k, n \in \mathbb{N})$$

(۱) برای هیچ مقداری از n ، پیوسته نیست.

(۲) برای تمام مقادیر n پیوسته است.

(۳) n فرد





(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

برای محاسبه حد چپ و راست در جزء صحیح داریم:

۱) $\lim_{x \rightarrow k^+} [x]$

۲) $\lim_{x \rightarrow k^-} [x]$

۳) $\lim_{x \rightarrow k^+} [-x]$

۴) $\lim_{x \rightarrow k^-} [-x]$

حالت ۱) اگر $k \notin \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه مقدار تابع داده شده را به ازای $x = k$ حساب می‌کنیم.

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [-x] = \left[-\frac{1}{2} \right] = -1$$

حالت ۲) اگر $k \in \mathbb{Z}$ باشد، داریم:

حد ۱ = k

حد ۲ = $k - 1$

حد ۳ = $-k - 1$

حد ۴ = $-k$

اگر n فرد باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = \left[-\left(n^+\right) \right] - n^+ = |-n-1-n| = 2n+1 \\ f(n) = \left[-n \right] - n = |-2n| = 2n \\ \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = k - n + \left[n^- \right] = k - n + n - 1 = k - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2n+1 \neq 2n$$

پس در $x = n$ اگر n فرد باشد پیوسته نیست.اگر n زوج باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = k - n + \left[n^+ \right] = k - n + n = k \\ f(n) = k - n + \left[n \right] = k \\ \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = \left[-\left(n^- \right) \right] - n^- = |-n-n| = |-2n| = 2n \end{array} \right\} \Rightarrow 2n = k$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-n)^+} f(x) = k - (-n) + \left[(-n)^+ \right] = k + n - n = k \\ f(-n) = k - (-n) + \left[-n \right] = k + n - n = k \\ \lim_{x \rightarrow (-n)^-} f(x) = \left[-\left((-n)^- \right) \right] - \left((-n)^- \right) = |n+n| = |2n| = 2n \end{array} \right\} \Rightarrow 2n = k$$

پس n زوج است.

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$ و $f(x) = xg(x) - 2x + 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد.

(۳) صفر

(۲) ۷

(۱) ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱

قاعده هوییتال: اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ به صورت $\frac{0}{0}$ در بیاید می‌گوییم حد مبهم است. برای رفع ابهام آن می‌توان از روش زیر کمک گرفت:اگر f و g مشتق‌پذیر باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$





نکته ۲

شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه $A(a, f(a))$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

این حد را مشتق تابع f در نقطه a ($f'(a)$) می‌نامند.

نکته ۳

برای محاسبه شیب خط مماس از رابطه زیر نیز می‌توان استفاده کرد:

$$m = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2x - 5}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 5}{x - 0} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} + 2 = f'(0) + 2 \end{aligned}$$

اکنون باید $f'(0)$ را به دست بیاوریم.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-\Delta \sin x (1 - \sin x) + \cos x (\Delta \cos x)}{(1 - \sin x)^2} \\ &= \frac{-\Delta \sin x + \Delta \sin^2 x + \Delta \cos^2 x}{(1 - \sin x)^2} = \frac{-\Delta \sin x + \Delta}{(1 - \sin x)^2} = \frac{\Delta(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)^2} = \frac{\Delta}{1 - \sin x} \\ f'(0) &= \Delta \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \Delta + 2 = 7 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- خط d موازی محور x ها، سهمی $y = x^2 - 1$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

$$-\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

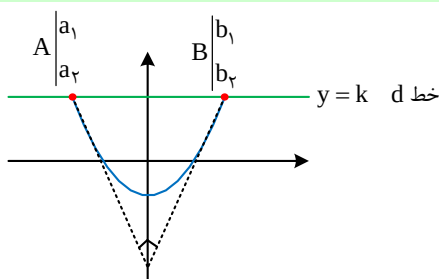
پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱

شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = f(x)$ در نقطه $x = a$ برابر است با: $m = f'(a)$

نکته ۲

اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آنگاه $mm' = -1$ خواهد بود.



$$f(x) = x^2 - 1$$

شیب خط مماس بر سهمی در A و B برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= f'(a_1) = 2a_1 \\ m_2 &= f'(b_1) = 2b_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 m_2 = -1 \Rightarrow 2a_1 2b_1 = -1 \Rightarrow a_1 b_1 = -\frac{1}{4}$$

$$a_1(-a_1) = -\frac{1}{4} \Rightarrow a_1^2 = \frac{1}{4}$$

اما $a_1 = -b_1$

$$\xrightarrow{a_1 < 0} a_1 = -\frac{1}{2}, \quad b_1 = \frac{1}{2}$$





حال عرض نقاط را به دست می آوریم:

$$f(a_1) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

$$f(b_1) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف منحنی $y = \frac{k}{3}x^3 - (k+2)x^2$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) بیش از ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

تعریف نقطه عطف: فرض کنیم تابع f در نقطه $x = c$ پیوسته است. در این صورت، نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه ۲ شرط زیر را داشته باشد:

(۱) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.

(۲) جهت تغير f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.

تبصره: معمولاً در سوالات کنکور با دو بار مشتق گرفتن از تابع و برابر صفر قرار دادن آن، نقاط عطف پیدا می شوند.

$$f''(x) = 0 \quad (x \text{ طول نقطه عطف})$$

نقطه عطف را به دست می آوریم:

$$y = \frac{k}{3}x^3 - (k+2)x^2$$

$$y' = \frac{3k}{3}x^2 - 2(k+2)x$$

$$y'' = 3kx - 2(k+2) \Rightarrow y'' = 0 \Rightarrow x = \frac{2(k+2)}{3k}$$

$$f\left(\frac{2(k+2)}{3k}\right) = \frac{k}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \frac{(k+2)^3}{k^3} - (k+2)\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{(k+2)^2}{k^2}$$

$$= \frac{4(k+2)^3}{27k^2} - \frac{4(k+2)^3}{9k^2} = \frac{-8(k+2)^3}{27k^2}$$

پس نقطه عطف به صورت $A\left(\frac{2(k+2)}{3k}, \frac{-8(k+2)^3}{27k^2}\right)$ می باشد. چون A در ناحیه سوم مختصات است، پس $x_A < 0$ و $y_A < 0$.

$$x_A < 0 \Rightarrow \frac{2(k+2)}{3k} < 0 \Rightarrow -2 < k < 0 \quad (۱)$$

$$y_A < 0 \Rightarrow -\frac{8(k+2)^3}{27k^2} < 0 \Rightarrow (k+2)^3 > 0 \Rightarrow k+2 > 0$$

$$\Rightarrow k > -2 \quad (۲)$$

$$(۱) \cap (۲) = (-2, 0)$$

تنها عدد صحیح این بازه -1 است. پس به ازای یک مقدار صحیح برای k نقطه عطف منحنی در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ از خط $x - y - 1 = 0$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{2}}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

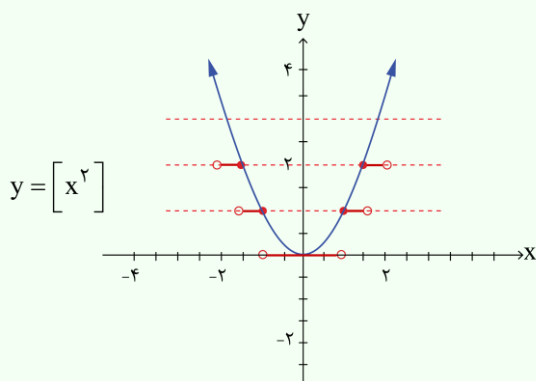




نکته ۱



برای رسم نمودار تابع $y = [f(x)]$ ، ابتدا نمودار $f(x)$ و خطوط $y = k$ که $k \in \mathbb{Z}$ را رسم کرده و نمودار تابع $f(x)$ را بر روی این خطوط تصویر می‌کنیم. یعنی:



$f(x) \rightarrow$ آبی

$[f(x)] \rightarrow$ قرمز

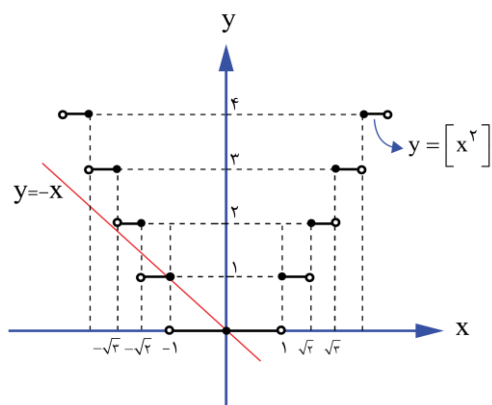
تبصره: نقاط برخورد $y = f(x)$ و $y = k$ را بدون تغییر، دست نخورده باقی می‌گذاریم.

نکته ۲



برای مشخص نمودن اکسترم‌های مطلق تابع $f(x)$ ، نقاط بحرانی تابع را مشخص می‌کنیم و از بین تمام نقاط بحرانی و ابتدایی و انتهایی بازه، نقطه یا نقاطی که بیش‌ترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد، نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط، مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. برای کم‌ترین مقدار نیز به همین صورت است.

ابتدا نمودار $y = [x^2]$ و $y = -x$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



دامنهٔ تابع $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ را به دست می‌آوریم:

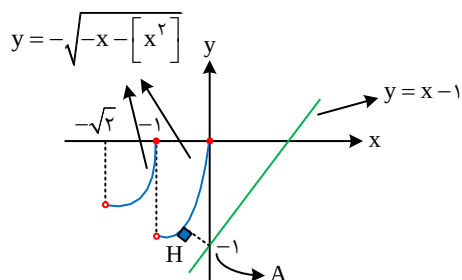
$$-x - [x^2] \geq 0 \Rightarrow -x \geq [x^2]$$

با توجه به نمودار فوق مشخص است که در فاصله $(-\sqrt{2}, 0]$ نمودار تابع $y = -x$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = [x^2]$ قرار دارد و یا برابر آن است، پس:

$$-\sqrt{2} < x \leq -1 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow [x^2] = 1 \Rightarrow y = -\sqrt{-x-1}$$

$$-1 < x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{-x}$$

حال، اگر نمودار تابع $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ و خط $x - y - 1 = 0$ را در یک دستگاه رسم کنیم، داریم:





همان طور که می بینید، کم ترین فاصله نقاط نمودار تابع $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ ، از خط $x - y - 1 = 0$ ، مربوط به ضابطه $-1 < x \leq 0$ ؛ $y = -\sqrt{-x}$ است. حال اگر

نقطه مورد نظر را به صورت $\begin{pmatrix} x \\ -\sqrt{-x} \end{pmatrix}$ در نظر بگیریم، داریم:

$$AH = \frac{|x + \sqrt{-x} - 1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|x + \sqrt{-x} - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{1-x-\sqrt{-x}}{\sqrt{2}}$$

اگر بخواهیم این فاصله کم ترین باشد، باید:

$$(AH)' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-1 + \frac{1}{2\sqrt{-x}} \right) = 0 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2\sqrt{-x}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{-x}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

بنابراین کم ترین مقدار AH به ازای $x = -\frac{1}{4}$ اتفاق می افتد:

$$AH = \frac{1 + \frac{1}{4} - \sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- ۴ کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می توان روی هم قرار داد به طوری که وقتی آن ها را

یکی یکی برمی داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتاب ها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

۱۴۴ (۴)

۳۱۵ (۳)

۴۳۲ (۲)

۶۳۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱

تعداد حالات قرارگیری n شیء متمایز در n جایگاه برابر $n!$ حالت می باشد. تعداد حالات قرارگیری n_1 شیء متمایز در n_1 جایگاه و n_2 شیء متمایز در n_2 جایگاه و ... به صورت زیر می باشد.

$$n_1! \times n_2! \times n_3! \times \dots$$

نکته ۲: اصل جمع

اگر کاری را بتوان به k روش انجام داد، به طوری که در روش اول k_1 انتخاب، در روش دوم k_2 انتخاب، در روش سوم k_3 انتخاب و ... و در روش r ام k_r انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $k_1 + k_2 + \dots + k_r$ روش وجود دارد.

حالت های زیر قابل بررسی است:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} r \\ F \\ r \\ F \end{array} \right\} \rightarrow 4!3! = 144$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} r \\ F \\ r \\ F \\ r \\ F \\ r \\ F \end{array} \right\} \rightarrow 4!3! = 144$$





۳) $\left\{ \begin{array}{l} F \\ r \\ r \\ F \rightarrow 4!3! = 144 \\ r \\ r \\ F \end{array} \right.$
 ⇒ حالت ۴۳۲

گروه آموزشی ماز

۲۲- اگر $P(A-B) = \frac{2}{7}$ و $P(B-A) = \frac{1}{7}$ باشد، کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

$$\max(n(A)) = n(U) \Rightarrow \max(P(A)) = P(U) = 1$$

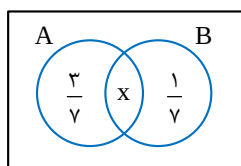
اگر U مجموعه مرجع باشد، همواره داریم:

با توجه به مقادیر داده شده خواهیم داشت:

$$P(A \cup B) \leq 1$$

$$\frac{4}{7} + x \leq 1$$

$$x \leq \frac{3}{7}$$



$$\min\left(\frac{P(A)}{P(B)}\right) = \min\left(\frac{\frac{3}{7} + x}{\frac{1}{7} + x}\right) \xrightarrow{x=\frac{3}{7}} \frac{\frac{6}{7}}{\frac{4}{7}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می‌دهیم. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیرتکراری باشند. میانگین داده‌های دسته جدید کدام است؟

۵۰/۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵/۵ (۲)

۲۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱

میانگین یا متوسط داده‌ها را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته ۲

میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_w$ تعریف می‌کنیم و به این صورت است که اگر n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، به‌طوری که هریک از این داده‌ها دارای تعداد تکرار $w_1, w_2, \dots, w_n$ باشند، آن‌گاه:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$





اعداد ۱ تا ۱۰۰ را دوبه دو به صورت زیر از هم کم می کنیم تا اعداد دسته جدید به دست آید:

$$\begin{cases} 100 - 1 = 99 \\ 99 - 2 = 97 \\ 98 - 3 = 95 \\ \vdots \\ 51 - 50 = 1 \end{cases}$$

بنابراین اعداد دسته جدید عبارتند از:

$$1, 3, 5, \dots, 95, 97, 99$$

$$\bar{x} = \frac{1+99}{2} = 50 \text{ میانگین}$$



نکته:

چون اعداد تشکیل دنباله حسابی می دهند، میانگین از رابطه زیر به دست می آید:

$$\bar{x} = \frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- چهار کارت به شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آن ها در اختیار است. کارتی به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می شود. اگر سکه یک بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک بار پرتاب شده است؟

$$\frac{4}{29} \quad (۴)$$

$$\frac{12}{23} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{13} \quad (۲)$$

$$\frac{12}{19} \quad (۱)$$

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



نکته:

احتمال شرطی: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A، «احتمال A به شرط رخ دادن B» (که آن را «P(A به شرط B)» نیز می خوانیم) به شکل زیر تعریف می شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

احتمال غیرهم شانس: از فضای نمونه ای متناهی با احتمال غیرهم شانس، اگر $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ فضای نمونه ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k) \quad (۳)$$

$$P(S) = 1 \quad (۲)$$

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (۱)$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$t + 2t + 3t + 4t = 1 \Rightarrow 10t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{10} \quad \begin{cases} P(1) = \frac{1}{10} \\ P(2) = \frac{2}{10} \\ P(3) = \frac{3}{10} \\ P(4) = \frac{4}{10} \end{cases}$$





کارت انتخاب شده

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{2}{10} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{80}$$

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{16} = \frac{1}{10}$$

$$P = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{9}{80} + \frac{1}{10}} = \frac{4}{29}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ تر لوزی، چند درجه است؟

۱۱۵ (۴)

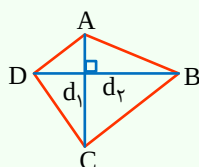
۱۳۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

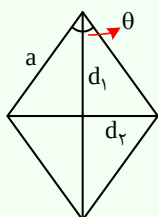


نکته ۱



اگر در یک چهارضلعی، ۲ قطر آن عمود بر هم باشند، آن گاه داریم:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



نکته ۲



روش های محاسبه مساحت لوزی:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

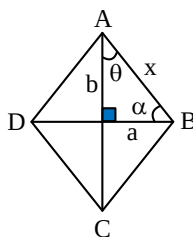
$$S = a^2 \sin \theta$$

$$x^2 = (2a)(2b) = 4ab$$

$$\begin{cases} \text{لوزی } S = \frac{1}{2} (2a)(2b) = 2ab \\ \text{لوزی } S = x^2 \sin 2\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 \sin 2\theta = 2ab \Rightarrow 4ab \sin 2\theta = 2ab$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\theta = 30^\circ \Rightarrow 2\alpha = 150^\circ$$



گروه آموزشی ماز

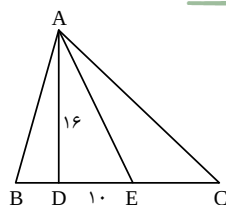
۲۶- در شکل زیر، $\hat{B}A\hat{D} = \hat{E}A\hat{C}$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟

۸/۷ (۱)

۱۲/۴ (۲)

۹/۳ (۳)

۱۵/۶ (۴)



(دشوار - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



حالت های تشابه دو مثلث



حالت ۱) زاویه برابر:

$$(\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

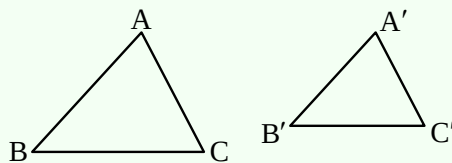




حالت ۲) ۲ ضلع متناسب و زاویه بین ۲ ضلع برابر:

$$\left(\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}, \hat{A} = \hat{A}'\right) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

$$\left(\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}\right) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

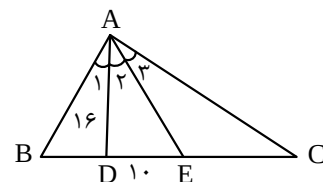


حالت ۳) ۳ ضلع متناسب:

$$\left. \begin{aligned} \triangle AEC: \text{ زاویه خارجی } \hat{AEB} &\Rightarrow \hat{AEB} = \hat{A}_r + \hat{C} \\ BA = BE &\xrightarrow{\hat{ABE}} \hat{BAE} = \hat{AEB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_r = \hat{A}_r + \hat{C}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{A}_r &\rightarrow \hat{A}_r = \hat{C} \\ \hat{D} = \hat{D} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle CDA \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{DE}{AD} \xrightarrow{EC=x} \frac{16}{10+x} = \frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow 100 + 10x = 256 \Rightarrow 10x = 156 \Rightarrow x = 15.6$$



گروه آموزشی ماز

۲۷- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

۱/۵ (۴)

۲ (۳)

۲/۵ (۲)

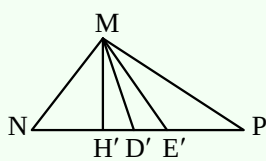
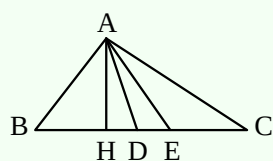
۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱

اگر ۲ مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle MNP$ متشابه با نسبت تشابه k باشند، آن‌گاه داریم:
ارتفاع: AH و MH'
میان: AE و ME'
نیمساز: AD و MD'



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle MNP}} = k^2$$

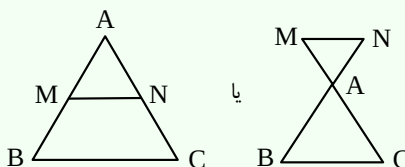
$$\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle MNP}} = k$$

$$\frac{AH}{MH'} = \frac{AD}{MD'} = \frac{AE}{ME'} = k$$

نکته ۲

قضیه اساسی تشابه: اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$



مطابق شکل دو مثلث DHM و BH'N هم‌نهشت هستند. با توجه به این‌که $DH = BH' = 2HH'$ است، داریم:

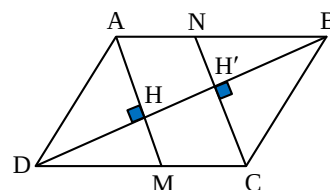
$$MH \parallel CH' \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle DHM \sim \triangle DH'C \Rightarrow \frac{S_{DHM}}{S_{DH'C}} = \left(\frac{DH}{DH'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{DHM}}{S_{DH'C}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{DHM}}{S_{CMHH'}} = \frac{4}{9-4} = \frac{4}{5} \quad (۱)$$

$$NH' \parallel AH \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle BH'N \sim \triangle BHA \Rightarrow \frac{S_{BH'N}}{S_{BHA}} = \left(\frac{BH'}{BH}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BH'N}}{S_{BHA}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{BH'N}}{S_{ANH'H}} = \frac{4}{9-4} = \frac{4}{5} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{S_{DHM} + S_{BH'N}}{S_{CMHH'} + S_{ANH'H}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2S_{DHM}}{S_{ANCM}} = \frac{4}{5}$$





$$\Rightarrow \frac{S_{ANCM}}{S_{DHM}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در مثلث ABC، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۵۴ (۲)

۳۲ (۱)

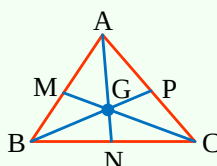
(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱

۳ میانه هر مثلث در نقطه ای درون آن مثلث همسراوند. به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر آن ضلع است و فاصله اش تا هر رأس $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن می باشد.

$$\begin{aligned} MG &= \frac{1}{3} MC & GN &= \frac{1}{3} AN & GP &= \frac{1}{3} BP \\ GC &= \frac{2}{3} MC & AG &= \frac{2}{3} AN & BG &= \frac{2}{3} BP \end{aligned}$$



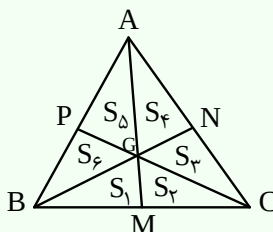
نکته ۲

میانه های هر مثلث آن را به ۶ مثلث هم مساحت تقسیم می کنند.

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

$$S_1 + S_2 = S_3 + S_4 = S_5 + S_6$$

$$\Rightarrow S_{BGC} = S_{AGC} = S_{AGB}$$



تبصره: در این سؤال داریم:

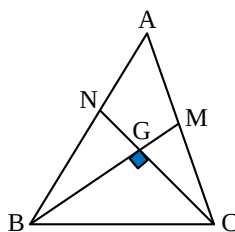
می دانیم میانه های هر مثلث یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند، پس داریم:

$$BG = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$CG = \frac{2}{3} CN = \frac{2}{3} \times 9 = 6$$

$$S_{BGC} = \frac{1}{2} BG \times CG = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

$$S_{BGC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = 3 \times 24 = 72$$



گروه آموزشی ماز

۲۹- چهارضلعی ABCD در یک دایره محاط شده است. رأس های این چهارضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زاویه های

ظلی کدام است؟

۷۲۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۵۴۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

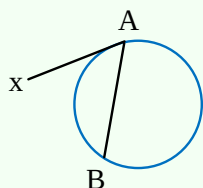
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

زاویه ظلی

زاویه ای که رأس آن روی دایره، یک ضلع آن وتر دایره و ضلع دیگرش مماس بر دایره باشد. اندازه زاویه ظلی برابر نصف کمان روبه رو به آن است، یعنی:

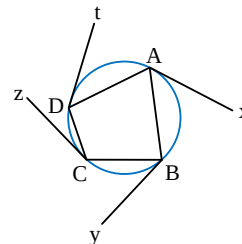
$$\angle XAB = \frac{\widehat{AB}}{2}$$





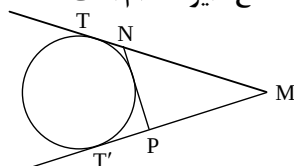
نیم خط‌های Ax ، By ، Cz و Dt را مماس بر دایره رسم می‌کنیم. می‌دانیم اندازه هر زاویه ظلی نصف اندازه کمان مقابل آن است، پس داریم:

$$\begin{aligned}\widehat{BAx} + \widehat{CBy} + \widehat{DCz} + \widehat{ADt} &= \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} + \frac{\widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{DA}}{2} \\ &= \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DA}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ\end{aligned}$$



گروه آموزشی ماز

۳۰- در شکل زیر، از نقطه M دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر $MT=18$ ، $MN=15$ و $MP=12$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) $4\sqrt{5}$
(۴) $6\sqrt{5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

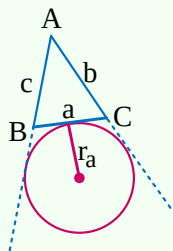
پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱

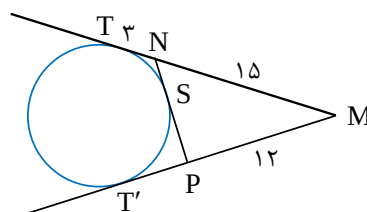
شعاع دایره محاطی داخلی: اگر یک دایره، محاط در یک n ضلعی به مساحت S و محیط $2P$ باشد، آنگاه شعاع دایره محاطی برابر است با: $r = \frac{S}{P}$

نکته ۲

شعاع دایره محاطی خارجی مثلث: اگر مساحت مثلث ABC ، S و محیط آن $2P$ باشد، داریم: $r_a = \frac{S}{P-a}$



می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند، پس داریم:



$$MT' = MT = 18 \Rightarrow MP + PT' = 18$$

$$\Rightarrow 12 + PT' = 18 \Rightarrow PT' = 6$$

$$\left. \begin{aligned}NS = NT = 3 \\ PS = PT' = 6\end{aligned} \right\} \Rightarrow NP = 3 + 6 = 9$$

$$2P = 9 + 12 + 15 = 36 \Rightarrow P = 18$$

$$S = \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{54}{18-9} = \frac{54}{9} = 6$$

بنابراین اضلاع مثلث MNP برابر ۹، ۱۲ و ۱۵ هستند که در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند، در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۳۱- پاره خط AB به طول ۵ در یک طرف خط d قرار دارد. فاصله دو سر پاره خط AB از خط d به ترتیب ۱ و ۵ است. نقطه C طوری روی خط d انتخاب می‌شود که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار باشد، حداقل مجموع اندازه‌های دو ضلع AC و BC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{57}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{6}$





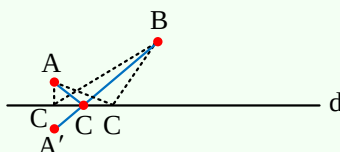
(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

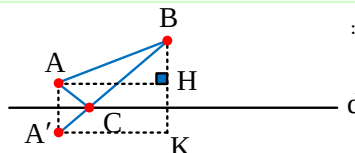
دستور هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر:

اگر A و B نقاطی در یک طرف خط d باشند، آن‌گاه کم‌ترین فاصله گذر از A به B طوری که از خط d نیز عبور کند برابر است با فاصله A' از B. (A' نقطه‌ای است که از بازتاب A نسبت به خط d به دست می‌آید):



$$\min ACB = A'B$$

مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویه AHB داریم:



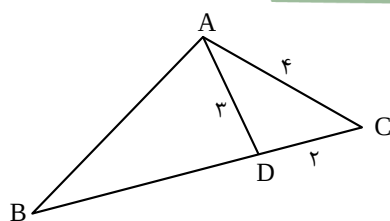
$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$$

برای پیدا کردن نقطه C کافی است نقطه A' (بازتاب نقطه A نسبت به خط d) را به نقطه B وصل کنیم. مطابق شکل داریم:

$$A'B^2 = A'K^2 + BK^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$$\min(AC + CB) = A'C + CB = A'B = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز



۳۲- در شکل زیر، اگر $\hat{B}AD = 2\hat{D}AC$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۲۵/۵

(۳) ۲۷

(۴) ۲۸/۵

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

قضیه نیمسازها

(۱) در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

(۲) در هر مثلث، مربع هر نیمساز داخلی برابر است با:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

ابتدا نیمساز زاویه A در مثلث ABC، یعنی پاره خط AE را رسم می‌کنیم. در این صورت AD نیمساز زاویه EAC است و در نتیجه طبق قضیه نیمسازها داریم:

$$\triangle AEC: \frac{DE}{DC} = \frac{AE}{AC} \xrightarrow{DE=x} \frac{x}{2} = \frac{AE}{4} \Rightarrow AE = 2x$$

$$AD^2 = AE \times AC - DE \times DC \Rightarrow 3^2 = 2x \times 4 - x \times 2 \Rightarrow 9 = 6x$$

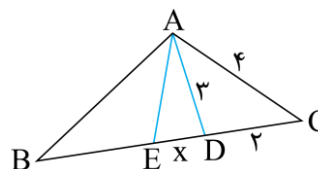
$$\Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} AE = 3 \\ EC = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\triangle ABC: \frac{BE}{EC} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{BE=y} \frac{y}{\frac{7}{2}} = \frac{AB}{4} \Rightarrow AB = \frac{4y}{7}$$

$$AE^2 = AB \times AC - BE \times EC \Rightarrow 3^2 = \frac{4y}{7} \times 4 - y \times \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{16y}{7} - \frac{7y}{2} = \frac{15y}{14} \Rightarrow y = \frac{14 \times 9}{15} = \frac{42}{5}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = AB + AC + BC$$





$$= \frac{8 \times 8 / 4}{7} + 4 + (8 / 4 + 3 / 5) = 25 / 5$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- اگر $a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2$ و $A = \begin{bmatrix} 10^{\frac{a}{4}} & 2^{\frac{a}{2}} \\ 5^{\frac{a}{2}} & 10^{\frac{a}{2}} \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\left| \frac{1}{3} A \right|$ کدام است؟

$$\frac{75}{24} \quad (4)$$

$$\frac{25}{24} \quad (3)$$

$$\frac{75}{8} \quad (2)$$

$$\frac{25}{8} \quad (1)$$

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: دترمینان ماتریس

$$A = [a] \Rightarrow |A| = a \quad (1) \Leftarrow 1 \times 1$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc \quad (2) \Leftarrow 2 \times 2$$

$$(3) \Leftarrow 3 \times 3$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

نکته ۲

اگر دترمینان ماتریس $A_{n \times n}$ برابر $|A|$ باشد آن گاه:(۱) اگر A معکوس پذیر باشد، دترمینان ماتریس A^{-1} برابر است با:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

(۲) اگر ماتریس B ، ماتریسی باشد که فقط یکی از سطرها یا ستون هایش k برابر مقادیر ماتریس A و بقیه درایه هایش همان درایه های ماتریس A هستند. دترمینان این ماتریس برابر است با:

$$|B| = k|A|$$

به عنوان مثال:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

(۳) دترمینان ماتریس B که همه درایه هایش k برابر درایه های ماتریس A است، برابر است با:

$$|B| = |kA| = k^n |A| \quad (n: \text{مرتبه ماتریس } A)$$

$$a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2 = (\log 25 - \log 4)(\log 25 + \log 4)$$

$$= \log_{10}^{\frac{25}{4}} \times \underbrace{\log_{10}^{4 \times 25}}_{\log_{10}^{100} = 2} = 2 \log_{10}^{\frac{25}{4}}$$

$$\Rightarrow a = 2 \log_{10}^{\frac{25}{4}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{25}{4}} = \frac{a}{2} \Rightarrow 10^{\frac{a}{2}} = \frac{25}{4}$$

$$|A| = 10^{\frac{ra}{4}} - 10^{\frac{a}{2}} = \left(10^{\frac{a}{2}} \right)^{\frac{r}{2}} - 10^{\frac{a}{2}} = \left(\frac{25}{4} \right)^{\frac{r}{2}} - \frac{25}{4} = \frac{125}{8} - \frac{25}{4} = \frac{75}{8}$$

$$\left| \frac{1}{3} A \right| = \frac{1}{3} \times |A| = \frac{1}{3} \times \frac{75}{8} = \frac{25}{8}$$





۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(-2, 2)$ ، از نقطه $(-1, 1)$ می‌گذرد. طول وتر که از کانون بر محور سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

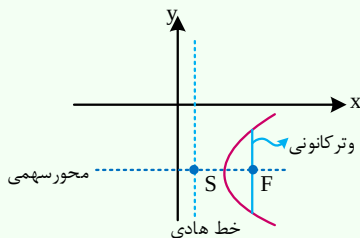
۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

به خطی که از کانون سهمی گذشته و بر محور سهمی عمود است، وتر کانونی سهمی می‌گویند. طول وتر کانونی سهمی برابر $4a$ است که a فاصله کانونی سهمی می‌باشد. برای مثال، سهمی افقی زیر را ببینید:



فرض می‌کنیم سهمی افقی و دهانه رو به چپ است (سهمی می‌تواند عمودی هم باشد):

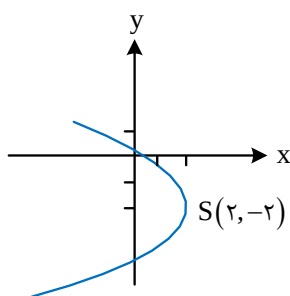
$$(y - \beta)^2 = -4a(x - \alpha)$$

$$(y + 2)^2 = -4a(x - 2)$$

$$9 = -4a(-3) \rightarrow 9 = 12a \rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$a = \frac{3}{4}$$

$$4a = 4 \left(\frac{3}{4} \right) = 3 \text{ طول وتر}$$



گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی را که توسط بردارهای ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۶/۴ (۴)

۴/۸ (۳)

۳/۲ (۲)

۱/۶ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱: ضرب داخلی

اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار در فضا باشند، آنگاه داریم:

θ : زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

نکته ۲:

$\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردار $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ تنها اگر $\vec{a} \perp \vec{b}$ باشد.

نکته ۳:

اندازه ضرب خارجی: برای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در فضا داریم:

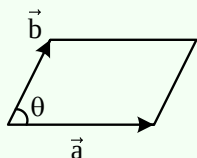
θ : زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

نکته ۴:

مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، برابر است با:

$$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$





نکته ۵: ویژگی‌های ضرب خارجی

- (۱) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ (۲) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ (۳) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$
- (۴) $r\vec{a} \times \vec{b} = r(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \times r\vec{b}$ $r \in \mathbb{R}$
- (۵) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$
- $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \times \vec{c}) + (\vec{b} \times \vec{c})$
- (۶) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow$ بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ موازی هستند

دو بردار بر هم عمودند، ضرب داخلی آن‌ها صفر است:

$$\left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{3\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \cdot \left(\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 9 + \frac{7\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} - \frac{27\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} - 21 = 0 \Rightarrow \frac{2\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = -12 \Rightarrow \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{-12}{20} = \frac{-3}{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{-3}{5}$$

$$S_{\text{موازی الاضلاع}} = \left| \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{3\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \times \left(\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \right| = \left| \frac{9\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} + \frac{7\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \right| = 8 \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|} = 8 \sin \theta = 8 \left(\frac{4}{5} \right) = \frac{32}{5} = 6.4$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- خطی به معادله $y+2x=0$ ، عمود منصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر معادله دایره بزرگ‌تر

به صورت $x^2+y^2+6x-2y=a$ و خط مفروض بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱

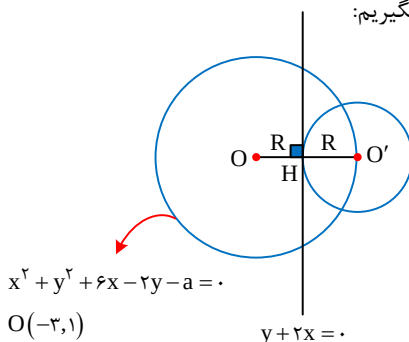
در معادله گسترده دایره به فرمول $x^2+y^2+ax+by+c=0$ داریم:

مرکز دایره: $\begin{cases} x = -\frac{a}{2} \\ y = -\frac{b}{2} \end{cases}$ شعاع دایره $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}$

نکته ۲

اگر معادله گسترده دو دایره C_1 و C_2 داده شده باشد، و مختصات نقاط برخورد ۲ دایره را بخواند، می‌توانیم معادله‌های دو دایره را از هم کم کنیم. معادله جدید را در یکی از معادله‌های دایره‌ها جایگذاری کرده و مختصات نقاط برخورد را به دست می‌آوریم. روش کار در پاسخ توضیح داده شده است.

اگر شکل دو دایره را به صورت زیر در نظر بگیریم:



معادله OO' را می‌نویسیم:

$$R = |OH| = \frac{|1-6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5}: \text{شعاع دایره کوچک} \\ 2\sqrt{5}: \text{شعاع دایره بزرگ‌تر} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{36+4+4a} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{4(10+a)} = 2\sqrt{5} \Rightarrow 10+a=20 \Rightarrow a=10$$

$$\text{معادله دایره بزرگ‌تر: } x^2+y^2+6x-2y-10=0$$

$$m_{OO'} = \frac{1}{2}$$

$$O(-3,1)$$





$$y-1=\frac{1}{2}(x+2) \Rightarrow y-1=\frac{1}{2}x+\frac{2}{2} \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$$

$$2y-x=5$$

این خط را با $y+2x=0$ تقاطع می دهیم تا نقطه H به دست آید:

$$\begin{cases} 2y-x=5 \rightarrow 4y-2x=10 \\ y+2x=0 \end{cases}$$

$$4y=10 \rightarrow y=2.5 \quad H(-1, 2.5), \quad 2+2x=0 \Rightarrow x=-1$$

$$H = \frac{O+O'}{2} \Rightarrow O' = 2H - O = (-2, 5) - (-3, 1) = (1, 4)$$

وسط O و O' است

$$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17 = 5$$

$$8x + 4y - 15 = 0 \Rightarrow 4y = -8x + 15 \Rightarrow y = -2x + \frac{15}{4}$$

رابطه اخیر را در یکی از دایره ها جایگزین می کنیم:

$$(x-1)^2 + \left(-2x + \frac{15}{4} - 4\right)^2 = 5$$

$$x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 3x + \frac{9}{16} = 5$$

$$5x^2 - 5x - \frac{55}{16} = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{5}{5} = 1$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر عدد دو رقمی $\overline{aa}$ را بین ارقام a و 2a قرار دهید، عدد جدید ساخته می شود. حداکثر چند عدد طبیعی می تواند a را عا د کند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

- عا د کردن: عدد صحیح a که مخالف صفر است، شمارنده عدد b است، (یا a، b را می شمارد یا $a|b$ یا b بر a بخش پذیر است). هرگاه عددی صحیح چون q وجود داشته باشد به طوری که $b = aq$.

- اعداد اول فقط دارای ۲ شمارنده طبیعی هستند، ۱ و خودش.

چون 2a یک رقم است، پس حداکثر مقدار a برابر ۴ است و همچنین a نمی تواند برابر صفر باشد، یعنی a یکی از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ است. در صورتی که $a = 4$ باشد، سه عدد طبیعی ۱، ۲ و ۴ را عا د می کند. به ازای $a = 1$ ، فقط یک عدد طبیعی و به ازای $a = 2$ یا $a = 3$ ، دو عدد طبیعی وجود دارد که a را عا د کند، پس حداکثر ۳ عدد طبیعی، عدد a را عا د می کند.

گروه آموزشی ماز

۳۸- مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می کند، کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۱۰ (۲)

۱۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱

شرط لازم و کافی برای آن که معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد، آن است که: $(a, b) | c$.

نکته ۲

تبدیل معادله سیاله به یک معادله هم نهشتی:

$$ax + by = c \Rightarrow \begin{cases} |b| \\ ax \equiv c \\ |a| \\ by \equiv c \end{cases}$$





نکته ۳

ویژگی‌های هم‌نهشتی:

$$۱) a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + c \equiv b + c \\ a - c \equiv b - c \end{cases}$$

$$۲) a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$$

$$۳) a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$$

$$۴) \begin{cases} a \equiv b \\ c \equiv d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bd \\ a \pm c \equiv b \pm d \end{cases}$$

$$۵) \begin{cases} a \equiv b \\ b \equiv c \end{cases} \Rightarrow a \equiv c$$

$$۶) a \equiv b \Rightarrow a \pm mt \equiv b \pm mt$$

$$۷) ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$

$$۷۶x + ۱۲۴y = ۳۶۴ \xrightarrow{\div 4} ۱۹x + ۳۱y = ۹۱$$

$$\Rightarrow ۱۹x \equiv ۹۱ \Rightarrow -۱۲x \equiv -۲ \xrightarrow{\begin{matrix} \div (-۲) \\ (-۲, ۳۱)=۱ \end{matrix}} ۶x \equiv ۱$$

$$\Rightarrow ۶x \equiv ۱ - ۳۱ \equiv -۳۰ \xrightarrow{\begin{matrix} \div ۶ \\ (۶, ۳۱)=۱ \end{matrix}} x \equiv -۵$$

$$\Rightarrow x = ۳۱k - ۵ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x، به ازای k = 4 حاصل می‌شود:

$$k = 4 \Rightarrow x = ۳۱ \times 4 - ۵ = ۱۱۹ \rightarrow \text{مجموع ارقام} = ۱۱$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- حداقل چند نوع زوج مرتب (a, b) در باقیمانده تقسیم بر ۳، با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن‌ها، مضرب ۳ هستند؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

∞ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

اصل لانه کبوتری: اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت، لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

تعمیم اصل لانه کبوتری: هرگاه $(kn + ۱)$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار بگیرند، در این صورت، لانه‌ای وجود دارد که حداقل $(k + ۱)$ کبوتر در آن قرار گرفته است.

می‌دانیم که باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۳، یکی از اعداد ۰، ۱ و ۲ است. حال فرض کنید اعدادی به فرم $۳k + ۱$ را در نظر بگیریم. اگر تمامی زوج‌های مرتب به صورت $(۳k + ۱)$ و $(۳k' + ۱)$ باشند، هر دو زوج مرتب دلخواهی که انتخاب کنیم، مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن‌ها به صورت $۳t + ۲$ و $۳t' + ۲$ خواهد بود که مضرب ۳ نیستند. با توجه به اینکه بی‌نهایت عدد به صورت $۳k + ۱$ وجود دارد، لذا بی‌نهایت زوج مرتب می‌توان انتخاب کرد.

گروه آموزشی ماز

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۲۹ (۲)

۳۱ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱

مکمل یک گراف: مکمل گراف G، گرافی است که با $\bar{G}$ یا G^c نشان می‌دهیم و مجموعه رئوس آن همان مجموعه رئوس G است. بین دو رأس از $\bar{G}$ یک یال است اگر و تنها اگر بین همان دو رأس در G یالی نباشد.





اگر گراف G دارای p رأس باشد، داریم:

$$۱) q(G) + q(\bar{G}) = \binom{p}{2} \Rightarrow \text{اندازه یک گراف کامل } p \text{ رأسی}$$

$$\left. \begin{aligned} ۲) \delta(G) + \Delta(\bar{G}) &= p-1 \\ ۳) \Delta(G) + \delta(\bar{G}) &= p-1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{درجه رأس های یک گراف کامل } p \text{ رأسی}$$

با توجه به این که $۴۳۲ = ۲^۴ \times ۳^۳$ ، بنابراین درجات گرافی با حداقل تعداد یال که حاصل ضرب درجات برابر ۴۳۲ باشد، به یکی از دو صورت زیر است:

$$G_۱ : ۴, ۴, ۳, ۳, ۳, ۱$$

$$G_۲ : ۳, ۳, ۳, ۳, ۲, ۲, ۲, ۱$$

در هر دو حالت، اندازه گراف برابر ۹ و تعداد یال ها حداقل مقدار ممکن است.

به ازای گراف $G_۱$ داریم:

$$q(G_۱) + q(\bar{G}_۱) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow ۹ + q(\bar{G}_۱) = \frac{۶ \times ۵}{2} \Rightarrow q(\bar{G}_۱) = ۶$$

$$\Delta(G_۱) = ۴ \Rightarrow \delta(\bar{G}_۱) = ۵ - ۴ = ۱ \Rightarrow \delta(\bar{G}_۱) + q(\bar{G}_۱) = ۷$$

به ازای گراف $G_۲$ داریم:

$$q(G_۲) + q(\bar{G}_۲) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow ۹ + q(\bar{G}_۲) = \frac{۸ \times ۷}{2} \Rightarrow q(\bar{G}_۲) = ۱۹$$

$$\Delta(G_۲) = ۳ \Rightarrow \delta(\bar{G}_۲) = ۷ - ۳ = ۴ \Rightarrow \delta(\bar{G}_۲) + q(\bar{G}_۲) = ۲۳$$

عدد ۲۳ در گزینه ها موجود است.

گروه آموزشی ماز





۴۱- طول یک میله فولادی چند متر باید باشد تا اگر دمای آن 50°C افزایش دهیم، ۳ میلی متر بر طولش اضافه شود؟

$$\left(\alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}\right)$$

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

انبساط طولی

اگر دمای یک میله را مقداری افزایش دهیم، افزایش طول میله از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$$

برای یافتن درصد تغییرات طول، می توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100$$

در هر دو رابطه، اگر ΔT بر حسب $^{\circ}\text{C}$ یا K وارد شود، یکای α بر حسب $^{\circ}\text{C}$ یا $\frac{1}{\text{K}}$ به دست می آید. اما اگر ΔT بر حسب $^{\circ}\text{F}$ وارد گردد مقدار α بر حسب $\frac{1}{^{\circ}\text{F}}$ به دست خواهد آمد.

طبق رابطه انبساط طولی می توان نوشت:

$$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta \rightarrow \frac{\Delta L = 3 \text{ mm}}{\alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}, \Delta \theta = 50^{\circ}\text{C}} \rightarrow 3 \times 10^{-3} = L_1 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow L_1 = 5 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- اگر $^{238}_{92}\text{U}$ واپاشی α انجام دهد، کدام هسته، حاصل این واپاشی خواهد بود؟

$^{232}_{90}\text{Th}$ (۴)

$^{234}_{90}\text{Th}$ (۳)

$^{231}_{91}\text{Pa}$ (۲)

$^{235}_{92}\text{U}$ (۱)

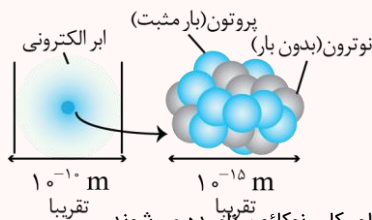
(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

تابش، اتم و ایزوتوپ

در مرکز اتم قسمتی کوچک و بسیار چگال به نام هسته اتم وجود دارد. در مورد هسته نکات زیر را به خاطر داشته باشید:

۱) ابعاد اتم در حدود 10^{-10} m و ابعاد هسته اتم در حدود 10^{-15} m است. بنابراین می توانیم بگوییم، شعاع هسته $\frac{1}{100000}$ شعاع اتم است. به شکل زیر دقت کنید.



- ۲) هسته اتم از نوترون ها و پروتون ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون نامیده می شوند.
 - ۳) بار الکتریکی پروتون مثبت بوده و اندازه آن برابر با بار الکتریکی الکترون است. اما جرم پروتون تقریباً ۱۸۳۷ برابر جرم الکترون می باشد.
 - ۴) نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است. نوترون توسط چادویک کشف شد.
- شیوه نمایش هسته اتم: برای یک عنصر با نماد شیمیایی X ، نماد هسته به صورت زیر نشان داده می شود:
- N : تعداد نوترون ها (عدد نوترونی)

$A \rightarrow$ عدد جرمی
 $Z \rightarrow$ عدد اتمی

X : نماد عنصر

$A \leftarrow$ عدد جرمی (مجموع تعداد پروتون ها و نوترون ها)

$Z \leftarrow$ عدد اتمی (تعداد پروتون ها)

$N \leftarrow$ عدد نوترونی (تعداد نوترون ها)

عدد جرمی نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$A = Z + N$$

Z : تعداد پروتون ها (عدد اتمی)

A : مجموع تعداد پروتون ها و نوترون ها (عدد جرمی)





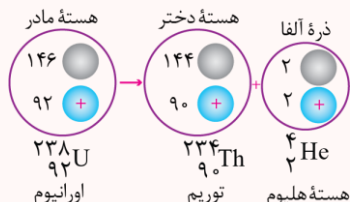
واپاشی α

(۱) این واپاشی در هسته‌های سنگین روی می‌دهد.

(۲) پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هسته اتم هلیوم (${}^4_2\text{He}$) هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

(۳) برد پرتوهای α کوتاه است. این ذرات پس از طی مسافتی کوتاه در حدود ۱ cm تا ۲ cm در هوا یا هنگام عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. پرتوهای α کمترین نفوذ را دارند و با ورقه نازک سربی با ضخامت ناچیز (۰/۰۱ mm) متوقف می‌شوند.

(۴) اگر ذره‌های α از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند، باعث آسیب‌های شدید به بدن خواهند شد. به معادله این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



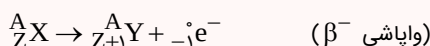
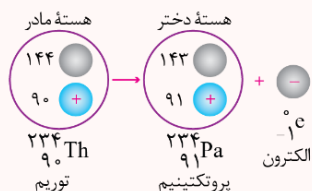
واپاشی β^-

(۱) این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

(۲) پرتوهای β^- در واقع همان الکترون‌ها هستند.

(۳) پرتوهای β^- مسافت بیشتری را نسبت به پرتوهای α در سرب نفوذ می‌کنند. تقریباً پرتوهای β^- می‌توانند مسافتی در حدود ۰/۱ mm در سرب نفوذ کنند.

(۴) الکترون گسیل شده در این واپاشی یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست؛ این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل شود. به معادله این واپاشی و مثالی که مطرح شده توجه کنید:

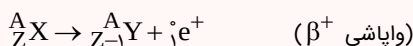
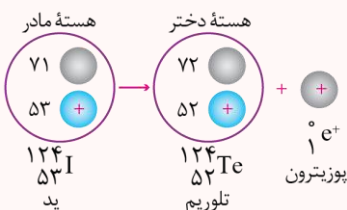


واپاشی β^+

(۱) در این واپاشی ذره گسیل شده توسط هسته، جرم یکسانی با الکترون دارد ولی به جای بار $-e$ دارای بار الکتریکی $+e$ است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند و با نماد β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود.

(۲) مسافتی که پرتوهای β^+ در سرب نفوذ می‌کنند، مانند β^- در حدود ۰/۱ mm است.

(۳) هنگام واپاشی β^+ یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود. به معادله این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



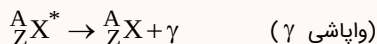
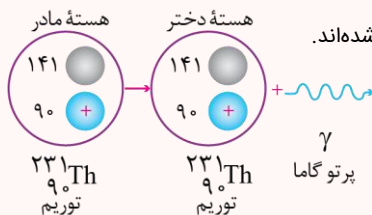
واپاشی γ

(۱) اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسند.

(۲) پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و دارای بار الکتریکی و جرم نمی‌باشند و از فوتون‌های پرانرژی تشکیل شده‌اند.

(۳) پرتوهای گاما بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقه سربی با ضخامتی در حدود ۱۰۰ mm عبور کنند.

به معادله این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



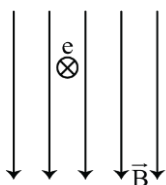
باتوجه به معادله واپاشی، عدد اتمی و عدد جرمی هسته دختر را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} {}^{238}_{92}\text{U} &\rightarrow {}_Z^AY + {}^4_2\alpha \\ \begin{cases} 238 = A + 4 \Rightarrow A = 234 \\ 92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90 \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین هسته دختر ${}^{234}_{90}\text{Y}$ بوده که همان هسته ${}^{234}_{90}\text{Th}$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، الکترونی به صورت درونسو وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود. در این لحظه، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر الکترون به کدام جهت



است؟

← (۱)

→ (۲)

↑ (۳)

↓ (۴)



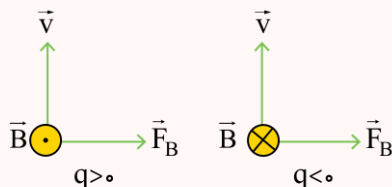


(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

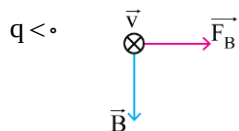
پاسخ: گزینه ۲

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی

هرگاه ذره باردار q در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با سرعت $\vec{v}$ در حال حرکت باشد از طرف میدان بر آن نیرویی وارد می‌شود که جهت آن را می‌توان با استفاده از قاعده دست راست تعیین کرد و اندازه آن را از رابطه زیر به دست آورد:



$$F_B = |q|vB\sin\theta$$



طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت به سمت چپ است. از طرفی چون بار ذره منفی است جهت نیروی وارد بر ذره قرینه سمت چپ یعنی به سمت راست خواهد بود. می‌توانیم برای بار منفی مستقیماً از دست چپ برای تعیین جهت نیرو استفاده کنیم.

گروه آموزشی ماز

۴۴- برای آن که تندی اسکی بازی از صفر به V_1 برسد، باید کل کار انجام شده روی آن 120 J شود. اگر تندی اسکی باز از V_1 به $4V_1$ برسد، در این مرحله کل کار انجام شده روی آن چند ژول است؟

۱۸۰۰ (۴)

۱۹۲۰ (۳)

۹۶۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

قضیه کار و انرژی جنبشی

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، در یک جابه‌جایی، کار کل نیروهای وارد بر یک جسم، با تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابه‌جایی برابر است. به بیان دیگر:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i$$

$$\begin{cases} K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 \\ K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \end{cases} \rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

بنابر قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \begin{cases} W_1 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - 0) = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ W_f = \frac{1}{2}m((4v_1)^2 - v_1^2) = \frac{15}{2}mv_1^2 \end{cases} \Rightarrow W_f = 15W_1$$

$$W_f = 15W_1 \xrightarrow{W_1 = 120\text{ J}} W_f = 15 \times 120 = 1800\text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- ۶۰۰ گرم آب 20°C درون گرماسنجی قرار دارد. درون آن 400 گرم آب 80°C می‌ریزیم. اگر دمای تعادل به 36°C برسد و از مبادله گرما با خارج

مجموعه صرف نظر شود، ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI چقدر است؟ ($c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ آب)

۴۲۰۰ (۴)

۳۶۰۰ (۳)

۲۱۰۰ (۲)

۱۸۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

باتوجه به اینکه هیچ کدام از مواد تغییر حالت ندارند، طبق قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$\theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3} \xrightarrow{m_1=0.6\text{ kg}, m_2=0.4\text{ kg}, c_1=c_2=4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, m_3c_3=C_p, \theta_1=20^\circ\text{C}, \theta_2=80^\circ\text{C}, \theta_3=36^\circ\text{C}} \rightarrow$$

$$\theta_e = \frac{11(4200)}{\frac{0.6 \times 4200 \times 5}{100} + \frac{0.4 \times 4200 \times 80}{100} + C_p} = \frac{46200}{4200 + C_p}$$

$$\rightarrow 9(4200) + 9C_p = 11(4200) + 5C_p \rightarrow 4C_p = 2(4200) \rightarrow C_p = 2100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$





۴۶- متحرکی در مبدأ زمان با سرعت ثابت $\left(8 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$ از مبدأ محور می‌گذرد، در همان لحظه متحرک دیگری از مکان $x = 7m$ از حال سکون با شتاب ثابت

$$\vec{a} = \left(2 \frac{m}{s^2}\right) \vec{i}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$x = vt + x_0$$

x₀: مکان اولیه

t: زمان

v: سرعت

x: مکان در لحظه t

معادله جابجایی - زمان حرکت با سرعت ثابت:

$$\Delta x = v \Delta t$$

Δt: زمان سپری شده

v: سرعت

Δx: جابجایی و مسافت

چون جهت حرکت ثابت است، در این رابطه Δx هم جابجایی و هم مسافت طی شده می‌باشد.

معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

x₀: مکان اولیهv₀: سرعت اولیه

a: شتاب ثابت متحرک

x: مکان متحرک در لحظه t

در حرکت با شتاب ثابت مکان متحرک تابعی درجه دوم از زمان است.

باتوجه اطلاعات مسئله معادله مکان - زمان هر دو متحرک را به دست می‌آوریم:

حرکت با سرعت ثابت: متحرک (۱)

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[x_0=0]{v=8 \frac{m}{s}} x_1 = 8t$$

حرکت با شتاب ثابت: متحرک (۲)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[x_0=7m]{a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=0} x_2 = \frac{1}{2}(2)t^2 + 0 + 7 = t^2 + 7$$

حال برای آن که فاصله دو متحرک ۵m باشد، می‌توان نوشت:

$$|x_2 - x_1| = 5 \Rightarrow |t^2 + 7 - 8t| = 5 \Rightarrow \begin{cases} t^2 - 8t + 7 = 5 \rightarrow t^2 - 8t + 2 = 0 & \Delta > 0 \\ t^2 - 8t + 7 = -5 \rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 & \Delta > 0 \end{cases}$$

چون برای هر دو معادله $\Delta > 0$ بوده و علی رقم یکسان بودن جمع دو ریشه برای معادله‌ها، ضرب ریشه‌ها متفاوت است؛ بنابراین برای هر معادله دو ریشه مجزا داریم و ریشه مشترکی بین معادله‌ها وجود ندارد. در نتیجه ۴ بار فاصله دو متحرک از هم ۵m می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۴۷- گلوله A از ارتفاع ۱۳۰ متری زمین رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد، گلوله B از همان نقطه رها می‌شود. ۵ ثانیه بعد از حرکت گلوله A، فاصله دو گلوله از هم

چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز فرض شود).

۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

۶۵ (۲)

۶۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



نکته:



اگر متحرک B با t_1 ثانیه تأخیر نسبت به متحرک A شروع به حرکت کند، می‌توان در معادله مکان - زمان حرکت A، زمان را برابر t قرار داد و در معادله مکان - زمان حرکت B، زمان را برابر $t - t_1$ قرار داد.





باتوجه به معادله مکان - زمان سقوط آزاد می توان نوشت:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$y_B = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + y_0$$

$$t = \Delta s$$

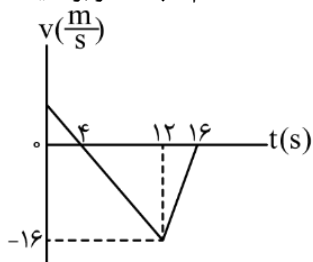
$$y_A = -\frac{1}{2}(10)(5)^2 + 130 = 5m$$

$$y_B = -\frac{1}{2}(10)(5-2)^2 + 130 = 85m$$

فاصله دو گلوله $= |y_B - y_A| = 85 - 5 = 80m$

گروه آموزشی ماز

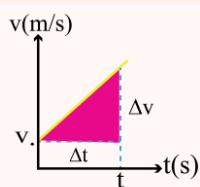
۴۸- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می کند. تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 13s$ چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) $7/9$
(۲) $7/7$
(۳) $8/3$
(۴) $8/1$

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

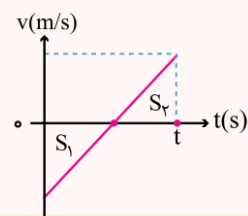


شیب نمودار سرعت - زمان

شیب نمودار سرعت زمان ثابت است و برابر با شتاب متحرک می باشد.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{شیب نمودار سرعت - زمان}$$

مساحت زیر نمودار سرعت - زمان



مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابجایی (Δx) می باشد.

اگر همه مساحت ها را با علامت مثبت جمع کنیم مسافت طی شده (l) به دست می آید.

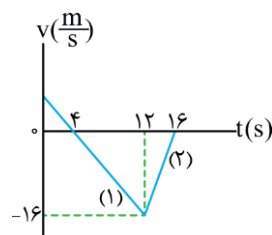
دقت کنید که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان جابه جایی (Δx) است نه مکان (x) .

$$\Delta x = -S_1 + S_2$$

$$l = S_1 + S_2$$

ابتدا باتوجه به نمودار $v-t$ ، شیب دو خط (۱) و (۲) را به دست می آوریم:

$$\text{شیب} = \frac{\text{تغییر عمودی}}{\text{تغییر افقی}} \left\{ \begin{array}{l} \text{شیب (۱)} = \frac{-16-0}{12-4} = \frac{-16}{8} = -2 \\ \text{شیب (۲)} = \frac{0-(-16)}{16-12} = \frac{16}{4} = 4 \end{array} \right.$$



سپس با داشتن شیب خط های (۱) و (۲) سرعت متحرک در لحظات t_1 و t_2 را به دست می آوریم:

$$\text{شیب (۱)} = -2 = \frac{0-v_1}{4-3} \rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

$$\text{شیب (۲)} = 4 = \frac{0-v_2}{16-13} \rightarrow v_2 = -12 \frac{m}{s}$$

در نهایت مسافت طی شده را به کمک مساحت محصور $v-t$ و پس از آن تندی متوسط را به دست می آوریم:

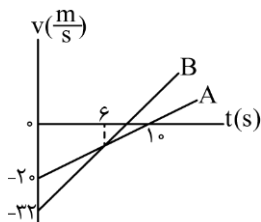
$$l_1 = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{(4-3)2}{2} + \frac{(12-4)16}{2} + \frac{(16+12)(13-12)}{2} = 1 + 64 + 14 = 79m$$

$$s_{av} = \frac{l_1}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{79}{13-3} = 7.9 \frac{m}{s}$$





۴۹- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک است که در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند. در بازه زمانی که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند،



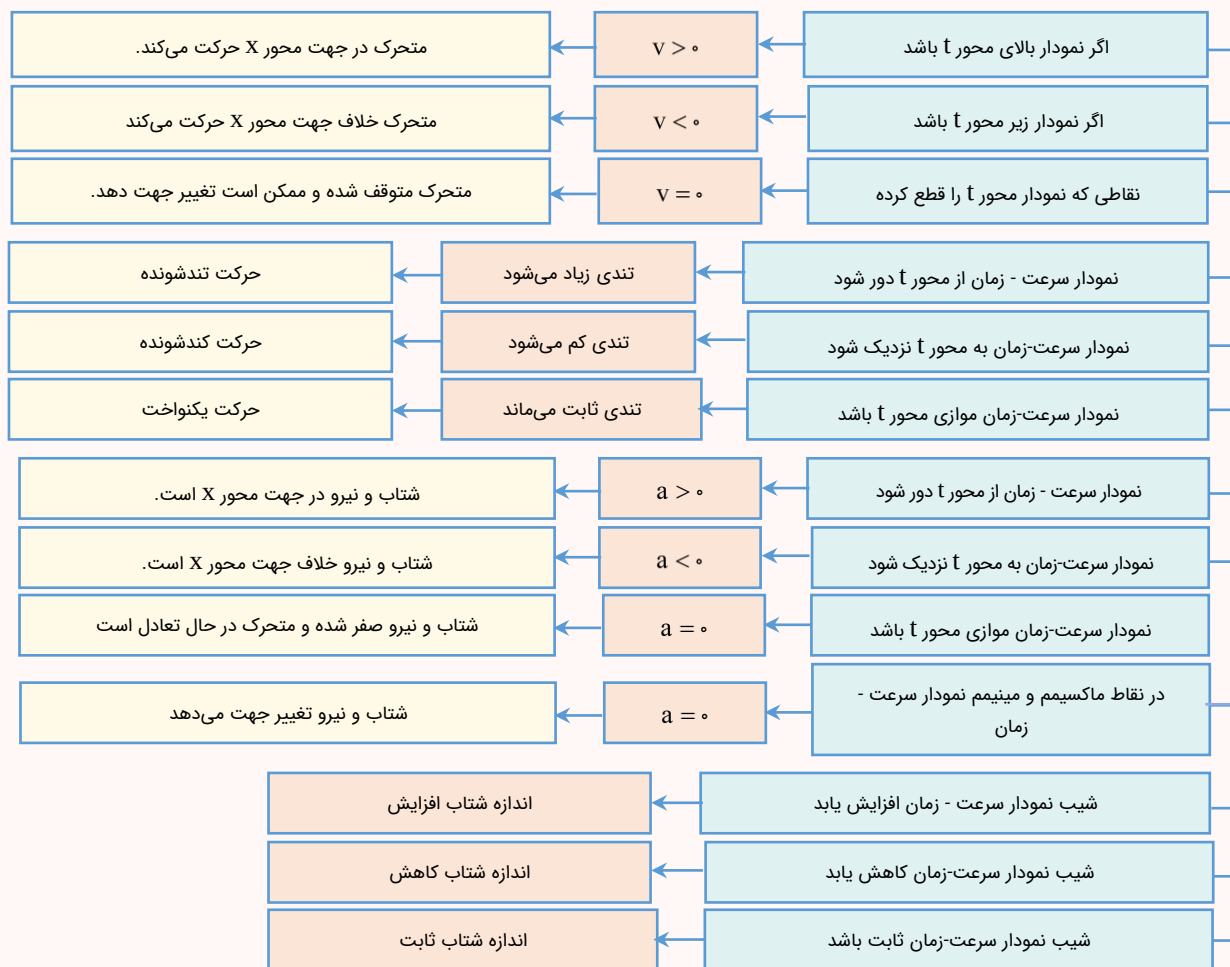
فاصله بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۸ متر کاهش می‌یابد.
- (۲) ۸ متر افزایش می‌یابد.
- (۳) ۱۲ متر افزایش می‌یابد.
- (۴) ۱۲ متر کاهش می‌یابد.

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

تحلیل کامل نمودار سرعت - زمان



باتوجه به نمودار سرعت - زمان دو متحرک درمی‌یابیم در شروع حرکت هر دو متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کنند. از طرفی متحرک A در لحظه $t = 10$ s و متحرک B قبل از لحظه $t = 10$ s تغییر جهت می‌دهد. بنابراین از لحظه تغییر جهت متحرک B تا لحظه $t = 10$ s دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. حال به کمک نمودار سرعت - زمان، معادله $v-t$ دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$A \begin{cases} \text{شیب} = a_A = \frac{0 - (-20)}{10 - 0} = 2 \frac{m}{s^2} \rightarrow v_A = a_A t + v_{0A} = 2t - 20 \\ v_{0A} = -20 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t=6s} v_A = v_B \xrightarrow{v_A = 2(6) - 20} v_B = -8 \frac{m}{s}$$

$$B \begin{cases} \text{شیب} = a_B = \frac{-8 - (-32)}{6 - 0} = \frac{24}{6} = 4 \frac{m}{s^2} \rightarrow v_B = a_B t + v_{0B} = 4t - 32 \xrightarrow{v_B = 0} 0 = 4t - 32 \Rightarrow t = 8s \\ v_{0B} = -32 \frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین متحرک B در لحظه $t = 8$ s تغییر جهت می‌دهد.





حال معادله $x-t$ هر دو متحرک را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = t^2 - 2t \\ x_B = 2t^2 - 32t \end{cases} \xrightarrow{t=8s} \begin{cases} x_A = 8^2 - 2(8) = -96m \\ x_B = 2(8^2) - 32(8) = -128m \end{cases}$$

فاصله دو متحرک = ۳۲m

$$\xrightarrow{t=10s} \begin{cases} x_A = 10^2 - 2(10) = -100m \\ x_B = 2(10^2) - 32(10) = -120m \end{cases}$$

فاصله دو متحرک = ۲۰m

بنابراین فاصله دو متحرک از لحظه $t=8s$ تا $t=10s$ ، ۱۲ متر کاهش می یابد.

گروه آموزشی ماز

۵۰- گلوله ای به جرم ۵۰ گرم روی سطح افقی، مسیر دایره ای به شعاع ۲ متر را هر $1/57s$ یک دور می زند. شتاب مرکز گرای گلوله چند متر بر مربع ثانیه است

و اندازه تغییر تکانه آن در مدت نصف دوره، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

۴ و ۱۶ / ۸

۳ و ۱۶ / ۴

۲ و ۳۲ / ۸

۱ و ۳۲ / ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

تکانه:

به حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن تکانه می گویند و آن را با نماد p نشان می دهند:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- تکانه یک کمیت برداری است که همواره هم جهت با بردار سرعت است.

- برای یک جسم معین، با تغییر بردار سرعت، تکانه آن هم تغییر می کند:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\Delta \vec{v}$$

گام اول:

باتوجه به رابطه شتاب مرکز گرا می توان نوشت:

$$a_c = r\omega^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} a_c = r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \xrightarrow{r=2m, \pi=3/14, T=1/57s} a_c = 2 \times \left(\frac{2 \times 3 \times 14}{1 \times 57}\right)^2$$

$$\rightarrow a_c = 2 \times 16 = 32 \frac{m}{s^2}$$

گام دوم:

از طرفی می دانیم در حرکت دایره ای یکنواخت، در مدت نصف دوره، نصف محیط دایره طی می شود:

$$\begin{cases} v_1 = v \\ v_2 = -v \end{cases} \rightarrow |\Delta v| = |-v - v| = 2v$$

$$\begin{matrix} \vec{v}_1 \uparrow \\ \vec{v}_2 \downarrow \end{matrix} \quad \Delta \vec{v} \downarrow$$

$$v = r\omega \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T} = 4 \frac{rad}{s}, r=2m} v = 2 \times 4 = 8 \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow |\Delta v| = 2v = 16 \frac{m}{s}$$

گام سوم:

حال تغییر تکانه را به دست می آوریم:

$$|\Delta p| = m|\Delta v| \Rightarrow |\Delta p| = 0.05 \times 16 = 0.8 \frac{kg \cdot m}{s}$$

گروه آموزشی ماز





۵۱- فنری به طول ۴۲ cm را به سقف آسانسور می‌بندیم و از انتهای آن وزنه ۳ کیلوگرمی آویزان می‌کنیم. اگر ثابت فنر $400 \frac{N}{m}$ باشد و آسانسور با شتاب ثابت

رو به پایین $2 \frac{m}{s^2}$ در حرکت باشد، طول فنر در این شرایط چند سانتی‌متر است؟ $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$

۴۶ (۴)

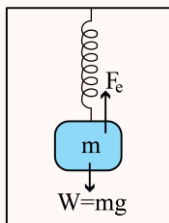
۴۸ (۳)

۵۱ (۲)

۴۹ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



(۱) شکل مقابل نیروهای وارد بر جسمی که از یک فنر درون آسانسور آویخته شده است را نشان می‌دهد.

(۲) هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا است داریم:

$$\begin{cases} F_{net} = F_e - mg \\ F_{net} = ma \end{cases} \rightarrow F_e = m(g + a) \rightarrow k\Delta L = m(g + a)$$

(۳) هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است داریم:

$$\begin{cases} F_{net} = mg - F_e \\ F_{net} = ma \end{cases} \rightarrow F_e = m(g - a) \rightarrow k\Delta L = m(g - a)$$

(۴) بنابراین به طور خلاصه نیروی فنر برابر است با:

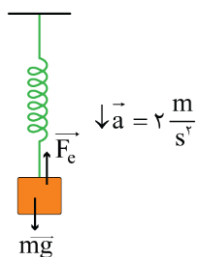
$$F_e = m(g \pm a)$$

(-): شتاب به سمت پایین

(+): شتاب به سمت بالا

(۵) دقت کنید که در محاسبه نیروی فنر، جهت شتاب آسانسور اهمیت دارد و جهت حرکت آسانسور مهم نیست.

باتوجه به شتاب آسانسور برای جسم متصل به فنر در داخل آسانسور می‌توان گفت:



$$\begin{aligned} \frac{F_{net}=ma}{F_{net}=mg-F_e} &\rightarrow mg - F_e = ma \\ \frac{m=3kg}{a=2\frac{m}{s^2}} &\rightarrow 3(10) - F_e = 3(2) \\ &\rightarrow F_e = 24N \end{aligned}$$

از طرفی باتوجه به قانون هوک می‌توان نوشت:

$$F_e = kx \rightarrow \frac{F_e=24N}{k=400\frac{N}{m}} \rightarrow 24 = 400 \times x \Rightarrow x = 0.06m = 6cm$$

$$x = L_2 - L_1 \Rightarrow 6 = L_2 - 42 \rightarrow L_2 = 48cm$$

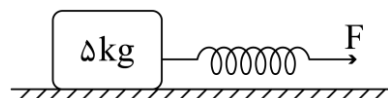
بنابراین طول فنر در این شرایط به 48cm می‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۵۲- در شکل زیر، طول اولیه فنر ۴۰ cm و ثابت فنر $400 \frac{N}{m}$ است و جسم در حال سکون است. نیروی F را به آرامی افزایش می‌دهیم، وقتی طول فنر به

۴۷/۵ cm می‌رسد، جسم شروع به حرکت می‌کند و در ادامه اگر طول فنر را همان ۴۷/۵ cm نگه داریم (نیروی F ثابت بماند). جسم با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$

به حرکت خود ادامه می‌دهد. نسبت ضریب اصطکاک ایستایی به ضریب اصطکاک جنبشی، کدام است؟



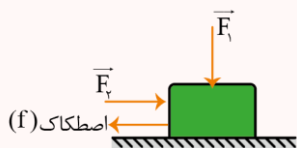
$\frac{5}{4}$ (۲)
 $\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{6}{5}$ (۱)
 $\frac{4}{3}$ (۳)



نیروی اصطکاک

۱) فرض کنید مطابق شکل، یک نیروی قائم و یک نیروی افقی به یک جسم که روی سطح افقی دارای اصطکاک قرار دارد وارد می‌شود.



در این صورت نیروی عکس‌العمل عمودی سطح برابر است با:

$$F_N = mg + F_1$$

۲) بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = \mu_s (mg + F_1)$$

۳) اگر نیروی افقی $\vec{F}_2$ کوچک‌تر از $f_{s\max}$ باشد، جسم حرکت نمی‌کند.

$$F_2 < f_{s\max} \rightarrow F_2 < \mu_s (mg + F_1) \rightarrow \text{جسم حرکت نمی‌کند}$$

در این حالت اصطکاک ایستایی است و با نیروی F_2 هم‌اندازه خواهند شد.

۴) اگر نیروی $\vec{F}_2$ هم‌اندازه $f_{s\max}$ باشد، جسم در آستانه حرکت قرار دارد و مقدار اصطکاک بیشینه است.

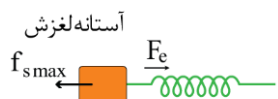
۵) اگر اندازه $\vec{F}_2$ بزرگ‌تر از $f_{s\max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و اصطکاک آن از جنس جنبشی خواهد بود.

$$F_2 > f_{s\max} \rightarrow F_2 > \mu_s (mg + F_1) \rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند}$$

در این حالت اصطکاک برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k (mg + F_1)$$

باتوجه به اینکه وقتی طول فنر به $47/5 \text{ cm}$ برسد، جسم شروع به حرکت می‌کند (آستانه لغزش) می‌توان ضریب اصطکاک ایستایی را به دست آورد:

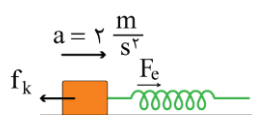


$$f_{s\max} = F_e \xrightarrow{f_{s\max} = \mu_s F_N} \mu_s F_N = kx \xrightarrow{F_N = mg = 50 \text{ N}} \mu_s \times 50 = 400 \times 7 / 5 \times 10^{-2}$$

$$k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}, x = 7/5 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \mu_s = \frac{3}{5}$$

از طرفی وقتی جسم در حال حرکت است، نیروی اصطکاک وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی است:



$$\frac{F_{\text{net}} = ma}{F_{\text{net}} = F_e - f_k} \rightarrow F_e - f_k = ma \xrightarrow{F_e = 400 \times 7/5 \times 10^{-2} = 20 \text{ N}} 20 - f_k = 50 \times \frac{2}{5}$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, m = 5 \text{ kg}$$

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = 50 \text{ N}} 20 = \mu_k \times 50 \rightarrow \mu_k = \frac{2}{5}$$

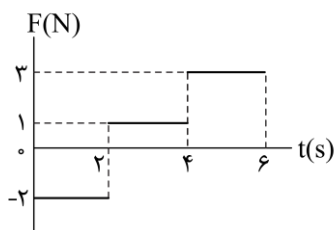
$$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{3/5}{2/5} = \frac{3}{2}$$

در نهایت نسبت $\frac{\mu_s}{\mu_k}$ را به دست می‌آوریم:

گروه آموزشی ماز

۵۳- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۵۰۰ گرم که از حال سکون حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط جسم در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا

$t_2 = 5 \text{ s}$ در SI چقدر است؟



- (۱) ۱/۵
(۲) ۲
(۳) ۲/۵
(۴) ۳



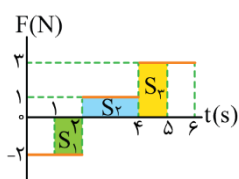


(متوسط - نموداری - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا به کمک مساحت محصور نمودار نیرو - زمان، تغییر تکانه جسم را در بازه زمانی t_1 تا t_2 به دست می آوریم:



$$\begin{cases} S_1 = 1 \times 2 = 2 \\ S_2 = 2 \times 1 = 2 \rightarrow \Delta p = -S_1 + S_2 + S_3 \\ S_3 = 1 \times 3 = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta p = -2 + 2 + 3 = 3 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

گام دوم:

حال با داشتن تغییر تکانه، تغییر سرعت و پس از آن شتاب متوسط را به دست می آوریم:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v \Rightarrow 3 = 0.5 \times \Delta v \rightarrow \Delta v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\Delta t = 2 - 0 = 2 \text{s}} \rightarrow a_{av} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- بسامد اصلی یک تار ویولن به طول ۲۰ cm برابر ۵۰۰ Hz است. طول موج امواج صوتی گسیل شده توسط تار، چند سانتی متر است؟ (سرعت صوت را در

هوا ۳۴۰ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ بگیرید.)

۳۴ (۴)

۴۰ (۳)

۶۸ (۲)

۸۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه های موج

دوره تناوب (T): مدت زمانی است که طول می کشد تا هر ذره از محیط، یک نوسان کامل انجام دهد.

بسامد (f): تعداد نوسان های کاملی است که هر ذره از محیط در یک ثانیه انجام می دهد. بسامد و دوره تناوب عکس یکدیگر هستند.

$$f = \frac{1}{T}$$

از قبل می دانیم که سرعت انتشار موج را محیط آن تعیین می کند و دامنه، بسامد و دوره آن را چشمه موج مشخص می کند. کمیت دیگر مربوط به موج که هم به محیط و هم به چشمه موج بستگی دارد، طول موج است. طول موج برابر مسافتی است که موج در مدت یک دوره تناوب پیش روی می کند.

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{وابسته به محیط} \\ \rightarrow \text{وابسته به چشمه} \end{matrix}$$

می دانیم وقتی موج صوتی از تار وارد هوا می شود، بسامد آن ثابت می ماند؛ بنابراین می توان گفت:

$$\lambda_{\text{هوا}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{f = 500 \text{ Hz}} \rightarrow \lambda_{\text{هوا}} = \frac{340}{500} = 0.68 \text{ m}$$

$$\rightarrow h = 68 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- دو بسامد تشدید متوالی یک تار دو انتها ثابت، ۲۴۰ هرتز و ۲۸۰ هرتز است. کدام بسامد بر حسب هرتز، از بسامدهای تشدید این تار نیست؟

۳۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

می دانیم اختلاف دو بسامد تشدید متوالی برابر با بسامد اصلی است. از طرفی، بسامد تشدید باید مضرب صحیحی از بسامد اصلی باشد؛ بنابراین داریم:

$$f_n - f_{(n-1)} = f_1 \Rightarrow f_1 = 280 - 240 = 40 \text{ Hz}$$

$$\rightarrow f_n = n f_1 \rightarrow n = \frac{f_n}{f_1} \in \mathbb{Z}$$

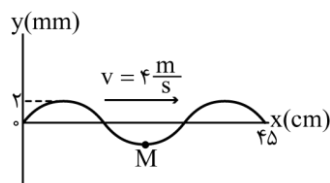
بنابراین درمی یابیم ۶۰ Hz نمی تواند بسامد تشدید باشد، زیرا نسبت آن به $f_1 = 40 \text{ Hz}$ عددی صحیح نیست.

گروه آموزشی ماز





۵۶- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. تندی متوسط نقطه M از لحظه $t_1 = 0.5$ تا لحظه $t_2 = 0.55$ چند متر بر ثانیه است؟

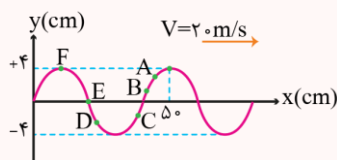


- (۱) ۰/۰۵
(۲) ۰/۰۶
(۳) ۰/۰۸
(۴) ۰/۱۰

(سخت - نموداری - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

موج



در این بخش می‌خواهیم ببینیم که نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج یا همان نقش موج چه اطلاعاتی به ما می‌دهد. برای فهمیدن این موضوع از یک مثال استفاده می‌کنیم. فرض کنید نقش یک موج عرضی در لحظه $t = 0$

مطابق شکل مقابل باشد و موج با تندی $v = 2 \frac{m}{s}$ در جهت محور x منتشر شود.

نتایج زیر را می‌توانیم از این نمودار به‌دست بیاوریم:

(۱) طول موج: فاصله دو قله متوالی یا دو دره متوالی روی محور افقی برابر یک طول موج است. مثلاً در نمودار داده شده یک طول موج به اضافه $\frac{1}{4}$ طول موج برابر 50 cm شده است، بنابراین طول موج برابر است با:

$$\lambda + \frac{\lambda}{4} = 50 \text{ cm} \Rightarrow \frac{5\lambda}{4} = 50 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

(۲) بسامد موج: با داشتن طول موج و سرعت انتشار موج، محاسبه بسامد کار ساده‌ای است.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{2}{0.4} = 5 \text{ Hz}$$

(۳) دوره تناوب موج: دوره تناوب برابر عکس بسامد است.

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ s}$$

(۴) دامنه موج: بیش‌ترین فاصله تا مکان تعادل برابر دامنه موج است. مثلاً در نمودار داده شده، دامنه موج برابر $A = 4 \text{ cm}$ است.

حتماً به خاطر دارید که هریک از ذرات محیط هنگام عبور موج، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند. موارد بعدی در مورد حرکت هماهنگ ساده ذرات محیط است.

(۵) جهت سرعت حرکت ارتعاشی ذرات محیط: برای تعیین جهت حرکت هریک از ذرات کافی است به ذرات قبل از آن نگاه کنیم. مثلاً برای تعیین جهت حرکت ذره A، به ذره B که کمی عقب‌تر از آن است نگاه می‌کنیم. چون ذره B پایین‌تر از A است، نتیجه می‌گیریم که ذره A در لحظه نشان داده شده به سمت پایین حرکت می‌کند، یعنی جهت بردار سرعت آن در خلاف جهت محور y است یا به عبارت ساده‌تر سرعت آن منفی است. دقت کنید که برای تعیین آن که کدام ذره عقب‌تر است باید به جهت انتشار موج نگاه کنیم. چون موج در جهت محور x منتشر می‌شود، ذره B عقب‌تر از A است ولی اگر موج در خلاف جهت محور x منتشر می‌شد، ذره A عقب‌تر از B بود. باتوجه به این توضیحات، علامت سرعت هر ذره به‌صورت زیر است:

A → منفی B → منفی C → منفی
D → مثبت E → مثبت F → صفر

دقت کنید که هنگام عبور از مکان تعادلی، سرعت بیشینه است و هنگام عبور از نقاط بازگشت، سرعت صفر است، بنابراین سرعت ذره E بیشینه و سرعت ذره F صفر است.

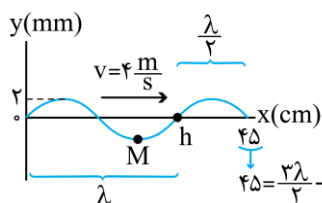
(۶) شتاب حرکت ارتعاشی ذرات محیط: هنگامی که مکان ذرات منفی است، یعنی نمودار زیر محور افقی قرار دارد، شتاب مثبت است و در جهت محور y می‌باشد. همچنین هنگامی که مکان ذرات مثبت است، یعنی نمودار بالای محور افقی است، شتاب منفی است و در خلاف جهت محور y می‌باشد. مثلاً در نمودار داده شده، شتاب ذرات A، B و F منفی است، شتاب ذرات C و D مثبت است و شتاب ذره E صفر است. دقت کنید شتاب در مکان تعادل صفر است و در نقاط بازگشت مثل نقطه F، بیشینه است.

(۷) تندشونده یا کندشونده بودن حرکت ارتعاشی ذرات:

با مقایسه علامت سرعت و شتاب از نکات قبلی، می‌توانیم نوع حرکت را هم مشخص کنیم.

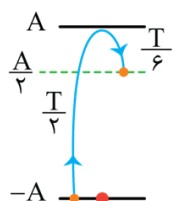
نوع حرکت	شتاب	سرعت	ذره
تندشونده	منفی	منفی	A
تندشونده	منفی	منفی	B
کندشونده	مثبت	منفی	C
تندشونده	مثبت	مثبت	D




$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{c/v}{f} = \frac{1}{f} \text{ s}$$


$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \\ t_r = 0 / \Delta S = \frac{1}{v_0} S \rightarrow \frac{t_r}{T} = \frac{\frac{1}{v_0}}{\frac{v}{v_0}} = \frac{v}{v} \rightarrow t_r = \frac{v}{v} T \end{array} \right.$$

باتوجه به اینکه جهت انتشار موج به سمت راست است، بنابراین هر ذره مانند ذره قبل از خود (سمت چپ) خود رفتار می‌کند. در مدت زمان $\frac{2T}{3}$ ، ذره ابتدا از مکان



$y = -A$ به $y = +A$ می‌رود و پس از تغییر جهت به مکان $y = \frac{A}{2}$ بازمی‌گردد، بنابراین برای محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

$$1 = rA + \frac{A}{r} = r / \omega A$$

$$\xrightarrow{A=2\text{mm}} l = 2/5 \times 2 = 5\text{mm}$$

$$\rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{5 \times 10^{-3}}{0.05} = 0.1 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- اگر تراز شدت صوت A، $11/5$ دسی بل بیش تر از تراز شدت صوت B باشد، در آن مکان، شدت صوت A چند برابر شدت صوت B است؟ ($\log 2 = 0.3$)

$$1 \cdot \sqrt{3} \quad (f)$$

$$1.0\sqrt{2} \text{ (3)}$$

$$1. \sqrt{23} \quad (2)$$

$$\sqrt{23} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

یاسخ: گزینه ۳

تراز شدت صوت

برای محاسبه تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = \lambda \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

در رابطه فوق I_0 شدت صوت مبنا است.

برای مقایسه تراز شدت دو صوت داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{\lambda} = \gamma \cdot \log \frac{I_{\lambda}}{I_{\circ}} \\ \beta_{\gamma} = \gamma \cdot \log \frac{I_{\gamma}}{I_{\circ}} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\beta_{\gamma} - \beta_{\lambda} = \gamma \cdot \log \frac{I_{\gamma}}{I_{\lambda}}}$$

باتوجه به رابطهٔ اختلاف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_A - \beta_B = 1 \cdot \log \frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{\beta_A - \beta_B = 11 / \Delta \text{dB}} 11 / \Delta = 1 \cdot \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\underbrace{1/\sqrt{r}}_{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{r}} \times \frac{1}{r}\right)} = \log \frac{I_A}{I_B} \rightarrow \log 1 + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{r}} \log r}_{\log \sqrt{r}} = \log 1 + \sqrt{r} = \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 1.0 \sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- وزنه‌ای به جرم ۱۰۰ گرم با بسامد ۲۰ هرتز روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی آن نصف مقدار

بیشینه اش شود، انرژی جنبشی آن به $J \cdot 10^9$ می‌رسد. معادله مکان - زمان آن در SI کدام است؟

$$x = \frac{1}{2} \Delta \cos \varphi \cdot \pi t \quad (\varphi$$

$$x = \frac{1}{2} \Delta \cos \varphi \cdot \pi t \quad (1)$$

$$x = \frac{r}{\omega} \cos \omega \cdot \pi t \quad (9)$$

$$x = \frac{1}{2} \cos \varphi \cdot \pi t \quad (\varphi$$



(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

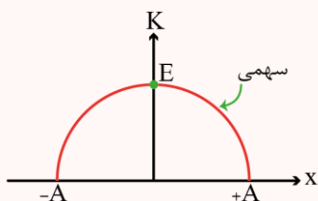
پاسخ: گزینه ۱



انرژی نوسانگر هماهنگ ساده



بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی همان انرژی مکانیکی نوسانگر است.



$$E = U_{\max} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 A^2 f^2 m$$

اگر انرژی پتانسیل را از انرژی مکانیکی کم کنیم، انرژی جنبشی نوسانگر به دست می آید.

$$\begin{cases} K = E - U \\ U = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow K = E - \frac{1}{2} k x^2 = E - \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \end{cases}$$

البته اگر سرعت نوسانگر را بدانیم، می توانیم از رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ هم برای محاسبه انرژی جنبشی کمک بگیریم.

گام اول:

طبق رابطه انرژی مکانیکی بر حسب انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل می توان گفت:

$$E = K + U \xrightarrow{U = \frac{U_{\max}}{2} = \frac{E}{2}} E = K + \frac{E}{2} \rightarrow K = \frac{E}{2} = 0.1\pi^2 \text{ J}$$

$$\rightarrow E = 0.2\pi^2 \text{ J}$$

گام دوم:

حال با داشتن انرژی مکانیکی، جرم و بسامد، می توانیم دامنه نوسان را به دست آوریم:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2 \Rightarrow 0.2\pi^2 = 2\pi^2 \times 0.1 \times (2^2) \times A^2$$

$$\rightarrow A^2 = \frac{1}{400} \rightarrow A = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

گام سوم:

از طرفی با داشتن بسامد، ω را به دست می آوریم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \times 20 = 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام آخر:

حال با داشتن A و ω ، معادله نوسانگر را به دست می آوریم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A = 0.05 \text{ m}, \omega = 40\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} x = 0.05 \cos 40\pi t$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- در اتم هیدروژن، کوتاه ترین طول موجی که الکترون تابش می کند تا به مدار n' برسد، 1600 نانومتر است. این نور در کدام ناحیه از طیف موج های

الکترومغناطیسی قرار دارد و n' چقدر است؟ $R = 0.01 (\text{nm})^{-1}$

(۴) فروسرخ - ۲

(۳) فروسرخ - ۴

(۲) فرابنفش - ۲

(۱) فرابنفش - ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۳



می دانیم محدوده طول موج مرئی از حدود 400 تا 700 نانومتر است و طول موج های بزرگ تر از آن محدوده فروسرخ است. بنابراین 1600 nm در محدوده فروسرخ است. از طرفی می دانیم رشته های لیمان ($n' = 1$) و بالمر ($n' = 2$) طول موج در محدوده فروسرخ ندارند. بنابراین با رد گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R}{n'^2} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R} \Rightarrow 1600 = \frac{n'^2}{0.01} \Rightarrow n' = 4$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- اگر یک چشمه لیزر با توان 0.3 میلی وات نوری با طول موج 663 نانومتر تولید کند، در هر ثانیه چند فوتون از این چشمه گسیل می شود؟

$$(h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

(۴) 10^{13}

(۳) 5×10^{13}

(۲) 10^{15}

(۱) 3×10^{15}





(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی فوتون و امواج الکترومغناطیسی

هنگامی که الکترون در پایین‌ترین تراز انرژی ($n = 1$) قرار گرفته است، در اصطلاح می‌گویند الکترون در حالت پایه قرار دارد و هنگامی که الکترون در ترازهای انرژی بالاتر ($n = 2, 3, \dots$) قرار می‌گیرد، در اصطلاح می‌گویند الکترون برانگیخته شده است.

انرژی فوتون‌ها: انرژی n فوتون هم‌بسامد برابر است با:

$$E = nhf \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} E = nh \frac{c}{\lambda}$$

نکته:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t}$$

توان مفید یک لامپ تک‌فام که در مدت t ثانیه، n فوتون مشابه با بسامد f تابش می‌کند از رابطه مقابل به‌دست می‌آید:

در این رابطه P برحسب وات و h برحسب J.S است.

تذکر: توجه کنید منظور از لامپ تک‌فام، لامپی است که بسامد تمام فوتون‌هایش با هم برابر است.

باتوجه به دو رابطه $E = P.t$ و $E = n \frac{hc}{\lambda}$ می‌توان نوشت:

$$P.t = n \cdot \frac{hc}{\lambda} \quad \frac{P = 0.3 \text{ mW} = 3 \times 10^{-4} \text{ W}}{t = 1 \text{ s}, \lambda = 663 \text{ nm}} \rightarrow 3 \times 10^{-4} \times 1 = \frac{n \times 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{663 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow n = 10^{-11} \times 10^{26} = 10^{15}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها

(۱) با مربع فاصله بین دو نوکلئون نسبت عکس دارد

(۲) متناسب با تعداد نوکلئون‌های هسته، افزایش می‌یابد

(۳) کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند

(۴) بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه است

(آسان - حفظی - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

(۱) نادرست - در فواصل بزرگتر از ابعاد هسته عملاً نیروی هسته‌ای وجود ندارد و صفر است.

(۲) نادرست - نیروی هسته‌ای هر نوکلئون تنها به نوکلئون‌های مجاور وارد می‌شود و هیچ ربطی به‌صورت مستقیم (رابطه خطی) با تعداد نوکلئون‌های هسته ندارد.

(۳) درست

(۴) نادرست - نیروی هسته‌ای بین هر دو نوکلئون یکسان و به صورت جاذبه است.

گروه آموزشی ماز

۶۲- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک خازن ۲۵ میکروفارادی را ۲۰ درصد افزایش می‌دهیم و ۵۰ میکروکولن بر بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن اضافه

می‌شود. در این شرایط، انرژی خازن چند میلی‌ژول می‌شود؟

۱/۸ (۴)

۱۸۰ (۳)

۳/۶ (۲)

۳۶۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

انرژی ذخیره شده در خازن

هنگامی که خازنی به مولد وصل شده است تا در آن بار ذخیره شود، انرژی‌ای که مولد برای پر کردن خازن مصرف می‌کند، به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن ذخیره می‌شود. این انرژی از رابطه‌های زیر قابل محاسبه است:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$





ابتدا به کمک رابطه $Q = C.V$ ، ولتاژ نهایی خازن را به دست می آوریم:

$$Q = C.V \rightarrow Q_2 - Q_1 = CV_2 - CV_1 = C(V_2 - V_1)$$

$$\frac{V_2 = V_1 + \frac{Q_2 - Q_1}{C} = 1/2 V_1}{C = 25 \times 10^{-6} F} \rightarrow 50 \times 10^{-6} = 25 \times 10^{-6} (1/2 V_2 - V_1)$$

$$\rightarrow 2 = 0/2 V_2 \rightarrow V_1 = 10V, V_2 = 1/2 V_1 = 12V$$

سپس با داشتن ولتاژ نهایی و ظرفیت خازن، انرژی ذخیره شده در خازن را به دست می آوریم:

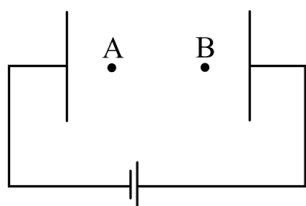
$$U_2 = \frac{1}{2} CV_2^2 \xrightarrow{V_2 = 12V, C = 25 \mu F} U_2 = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times (12)^2$$

$$\rightarrow U_2 = 180 \mu J = 1/8 mJ$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- در شکل زیر، میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $10^3 \frac{N}{C}$ است. یک پروتون را از نقطه A با تندی اولیه $2 \times 10^4 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی

پرتاب می کنیم و پروتون در نقطه B متوقف می شود. حال اگر جای پایانه های باتری را عوض کنیم و پروتون را با همان تندی قبلی از A به سمت نقطه B پرتاب کنیم، تندی آن در نقطه B چند متر بر ثانیه می شود؟ (از وزن پروتون و مقاومت هوا صرف نظر شود).



$$2\sqrt{2} \times 10^4 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \times 10^4 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \times 10^4 \quad (3)$$

$$4 \times 10^4 \quad (4)$$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱



انواع تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی
$\Delta U = U_{\text{end}} - U_{\text{start}}$ در تمام جابجایی ها ΔU برابر است با انرژی پتانسیل نقطه انتها منهای انرژی پتانسیل نقطه ابتدا
$\Delta U = -W_E$ در تمام جابجایی ها ΔU_E برابر است با قرینه کاری که میدان الکتریکی بر روی بار انجام می دهد.
$\Delta U = W_{\text{us}}$ اگر جابجایی بار با سرعت ثابت باشد ΔU برابر است با کار ما
$\Delta U = -Fd = -Eqd$ در این رابطه d جابه جایی در راستای میدان الکتریکی است.
$\Delta U = -\Delta K = -(K_{\text{end}} - K_{\text{start}})$ در جابجایی هایی که فقط نیروی میدان الکتریکی به بار اثر می کند، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با قرینه تغییرات انرژی جنبشی

در حالت اول با توجه به اینکه پروتون در خلاف جهت میدان (خلاف جهت نیروی الکتریکی) جابجا می شود، بنابراین کار میدان الکتریکی بر روی بار منفی بوده و برابر است با:

$$\xrightarrow{\text{قضیه کار - انرژی جنبشی}} W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_E, \Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)} W_E = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\rightarrow W_E = \frac{1}{2} m \left(0 - (2 \times 10^4)^2 \right)$$

حال اگر جای پایانه های باتری را عوض کنیم و تمام شرایط دیگر یکسان باشد، مقدار کار میدان الکتریکی بر روی پروتون قرینه حالت اول خواهد بود:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W'_E = -W_E, \Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)} \cancel{\frac{1}{2} m (2 \times 10^4)^2} = \cancel{\frac{1}{2} m} \left(v_B^2 - (2 \times 10^4)^2 \right)$$

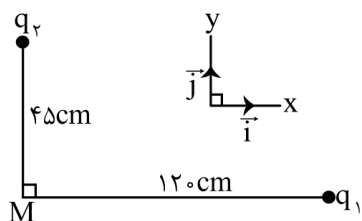
$$\rightarrow v_B^2 = 2 \times (2 \times 10^4)^2 \rightarrow v_B = 2\sqrt{2} \times 10^4 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز





۶۴- در شکل زیر، بردار میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه M در SI به صورت $\vec{E} = 4/5 \times 10^5 \vec{i} - 8 \times 10^5 \vec{j}$ است. $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟



- (۱) -۸
(۲) -۴
(۳) ۸
(۴) ۴

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

باتوجه به اینکه میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 در راستای x به سمت راست (به سمت بار q_1) و میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 در راستای y به سمت پایین (به سمت خارج بار q_2) است، نتیجه می‌گیریم $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است. از طرفی رابطه میدان الکتریکی برای هر کدام از بارها داریم:

$$\begin{cases} E_1 = 4/5 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = 8 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases} \rightarrow E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

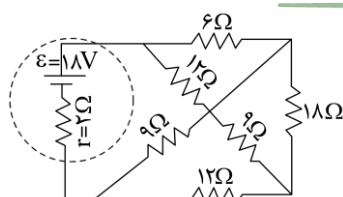
$$\frac{E_1 = 4/5 \times 10^5 \frac{N}{C}, r_1 = 120 \text{ cm}}{E_2 = 8 \times 10^5 \frac{N}{C}, r_2 = 45 \text{ cm}} \rightarrow \frac{4/5 \times 10^5}{8 \times 10^5} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{45}{120} \right)^2$$

$$\frac{9}{16} \times \frac{64}{9} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = 4$$

$$\frac{q_1 < 0}{q_2 > 0} \rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟



- (۱) ۱۷
(۲) ۱۶
(۳) ۱۵
(۴) ۱۴

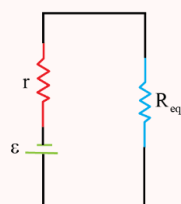
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

جریان عبوری از مدار تک‌حلقه

جریان عبوری از مدار تک‌حلقه نشان داده شده در شکل مقابل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$



آمپرسنج

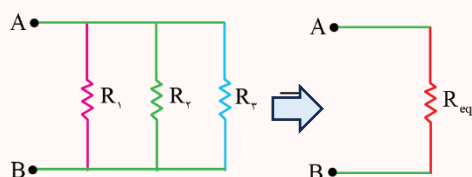
برای اندازه‌گیری جریان گذرنده از یک مدار از آمپرسنج استفاده می‌شود.

مقاومت درونی آمپرسنج ایده‌آل صفر است و بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است و همانند یک اتصال کوتاه عمل می‌کند.

مقاومت‌های موازی

مقاومت‌هایی هستند که دو سر آنها به پتانسیل معین بسته شده‌اند و به عبارتی

اختلاف پتانسیل برابری بر روی مقاومت‌ها وجود دارد، در این حالت مقاومت معادل مدار (R_{eq}) از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

اگر n مقاومت مشابه R به صورت موازی به یکدیگر متصل شده باشند، مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$



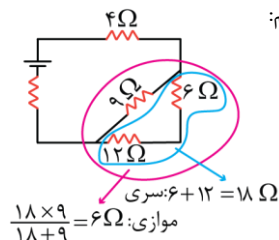
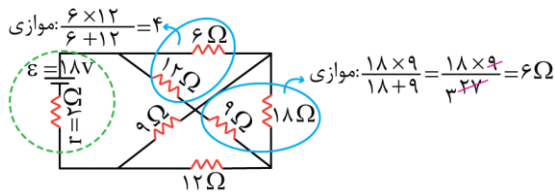
نکته:

در حالت موازی، مقاومت معادل از تک تک مقاومت ها کوچک تر است:

$$R_{eq} < R_1, R_{eq} < R_2, \dots$$

گام اول:

ابتدا مقاومت معادل خارجی را به دست می آوریم:



$$R_{eq} = 4 + 6 = 10\Omega$$

گام دوم:

سپس جریان خروجی از باتری را به دست می آوریم:

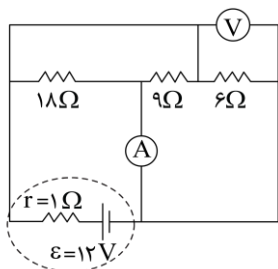
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18V}{10\Omega + 2\Omega} = 1.5A$$

گام سوم:

در نهایت ولتاژ دو سر باتری را به دست می آوریم:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = 18V - (2\Omega \times 1.5A) = 15V$$

گروه آموزشی ماز



۶۶- در مدار شکل زیر، آمپرسنج چند آمپر را نشان می دهد؟ (ولتسنج و آمپرسنج آرمانی فرض شوند).

۱/۵ (۱)

۳ (۲)

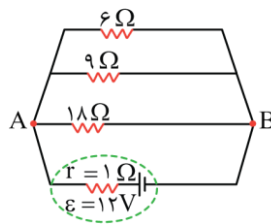
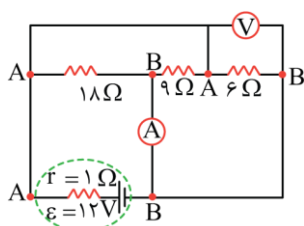
۱۲/۵ (۳)

۱۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا با قرار دادن سیم به جای آمپرسنج و باز کردن شاخه ولتسنج، شکل مدار را ساده می کنیم:



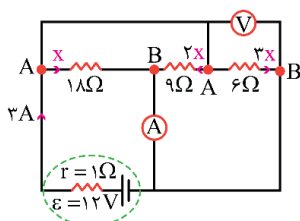
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1+2+3}{18} = \frac{1}{3} \rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12V}{3\Omega + 1\Omega} = 3A$$

حال جریال گذرنده از مقاومت های موازی را تقسیم می کنیم. اگر از مقاومت ۱۸Ω جریان x بگذرد، از مقاومت ۹Ω که نصف آن است، جریان ۲x و از مقاومت ۶Ω که ۱/۳ آن است ۳x خواهد گذشت. [دقت کنید که جهت جریان از A به سمت B است.]

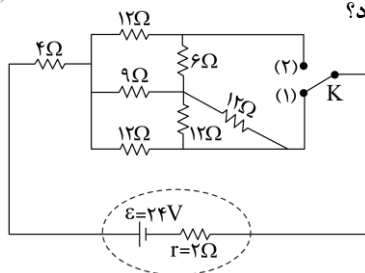
$I = 3 = 6x \rightarrow x = 0.5A$

$$\rightarrow \text{عدد آمپرسنج} = x + 2x = 3x = 1.5A$$





۶۷- در شکل زیر، اگر کلید را از اتصال (۱) قطع کرده و به (۲) وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی چند برابر می شود؟



۳ (۱)

۹ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۴)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

توان الکتریکی:

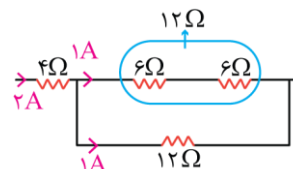
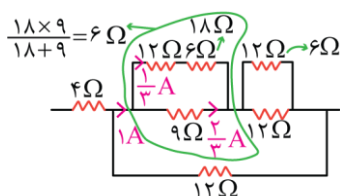
(۱) توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل در جریان آن وسیله است.

(۲) برای یک مقاومت با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است.

$$P = VI$$

$$\text{توان مصرفی مقاومت} \begin{cases} P = VI \\ P = RI^2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

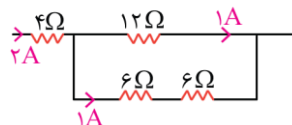
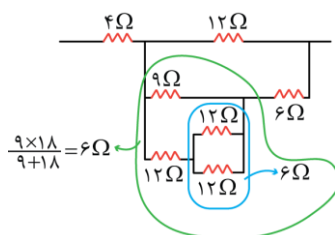
در حالت اول داریم:



$$R_{eq} = 4 + 6 = 10\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A \rightarrow I_{6\Omega} = \frac{1}{3}A$$

$$P_{6\Omega} = RI^2 = 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}W$$



در حالت دوم داریم:

$$R_{eq} = 4 + 6 = 10\Omega$$

$$I = \frac{24}{10 + 2} = 2A \rightarrow I_{6\Omega} = 1A$$

$$P_{6\Omega} = RI^2 = 6 \times (1)^2 = 6W$$

بنابراین توان مصرفی مقاومت ۶Ω در حالت دوم نسبت به حالت اول برابر است با:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{6}{\frac{2}{3}} = 9$$

گروه آموزشی ماز





۶۸- مطابق شکل، دو حلقه با جریان یکسان ۲A که شعاع هریک از آن‌ها ۲۰cm است، عمود بر هم و عمود بر این صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطه O) چند تسلا و در چه جهتی است؟

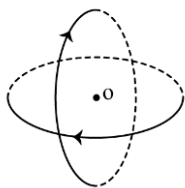
$$\left(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \right)$$

$$(1) \quad 12\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ و } \swarrow$$

$$(2) \quad 6\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ و } \swarrow$$

$$(3) \quad 12\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ و } \checkmark$$

$$(4) \quad 6\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ و } \checkmark$$



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

میدان مغناطیسی در مرکز حلقه یا پیچه

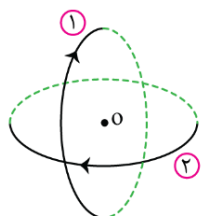
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

μ_0 : ضریب گذردهی مغناطیسی خلاء

I: جریان الکتریکی

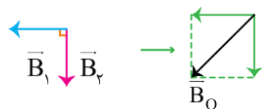
R: شعاع حلقه

ابتدا بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از هریک از حلقه‌ها را به دست می‌آوریم:



$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 2 \times 2}{2 \times 0.2} = 6 \times 10^{-6} T$$

باتوجه به قاعده دست راست برای پیچه حامل جریان، جهت میدان ناشی از هریک از حلقه‌ها را به دست آورده و در نهایت میدان برآیند را به دست می‌آوریم:



$$\frac{B_1 = B_2}{\theta = 90^\circ} \rightarrow B_0 = \sqrt{2} B_1 = 6\sqrt{2} \times 10^{-6} T$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- بردار میدان مغناطیسی در یک محیط، در SI به صورت $\vec{B} = 0.5\vec{i} + 0.4\vec{j}$ است. اگر در آن محیط، سطح قاب مربع شکلی به ضلع ۲۰cm عمود بر محور

x باشد، شار مغناطیسی عبوری از آن چند وبر است؟

$$0.002 \quad (4)$$

$$0.016 \quad (3)$$

$$0.16 \quad (2)$$

$$0.02 \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

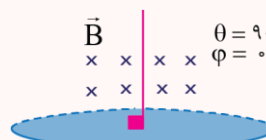
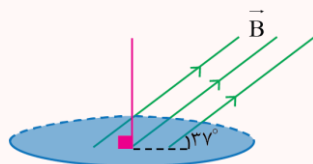
پاسخ: گزینه ۴

شار مغناطیسی

خطوط مغناطیسی گذرنده از سطح رسانا (دقت کنید واحد سطح نیست)

θ : زاویه بین نیم‌خط عمود بر صفحه با میدان مغناطیسی

$$\phi = BA \cos \theta$$



یکای شار مغناطیسی (وبر) برحسب یکاهای اصلی:

مطابق رابطه $\phi = BA \cos \theta$ می‌توان نوشت:

$$\phi = BA \cos \theta \rightarrow Wb \equiv T \times m^2$$

از قسمت‌های قبل می‌دانیم $T \equiv \frac{kg}{A \cdot s^2}$ است، بنابراین داریم:

$$Wb \equiv T \cdot m^2 \equiv \frac{kg}{A \cdot s^2} \times m^2 \rightarrow Wb \equiv \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$$

باتوجه به اینکه سطح قاب بر محور x عمود (موازی با محور y) است. بنابراین شار مغناطیسی عبوری از قاب تنها ناشی از میدان مغناطیسی در راستای x است.

$$\Phi = A \cdot B \cdot \cos \theta = A \cdot B_x \Rightarrow \Phi = (0.2)^2 \times 0.5 = 0.02 Wb$$

گروه آموزشی ماز





- ۷۰- سیملوله‌ای دارای ۴۰۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن 15 cm^2 است. درون این سیملوله، میدان مغناطیسی که موازی محور سیملوله است، با آهنگ $0/1$ تسلا بر ثانیه کاهش می‌یابد. اگر مقاومت الکتریکی آن 2Ω باشد، جریان الکتریکی القایی آن چند آمپر است؟
- (۱) $0/2$ (۲) $0/6$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

قانون فاراده

با تغییر شار مغناطیسی، نیروی محرکه القایی ایجاد می‌شود.

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Phi = BA \cos \theta \rightarrow \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta B}{\Delta t} A \cos \theta & (\text{میدان متغیر}) \\ B \frac{\Delta A}{\Delta t} \cos \theta & (\text{مساحت متغیر}) \\ \frac{BA}{\Delta t} \Delta \cos \theta & (\text{زاویه متغیر}) \end{cases}$$

گام اول:

طبق قانون القای الکترومغناطیس فاراده می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_{av} = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Delta \Phi = A \cdot \cos \theta \Delta B \rightarrow \varepsilon_{av} = -N \cdot A \cdot \cos \theta \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\frac{N=400, A=15 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{\theta=0 \rightarrow \cos \theta=1, \frac{\Delta B}{\Delta t}=-0/1 \frac{T}{s}} \rightarrow \varepsilon_{av} = -400 \times 15 \times 10^{-4} \times 1 \times (-0/1) = 0/6 \text{ V}$$

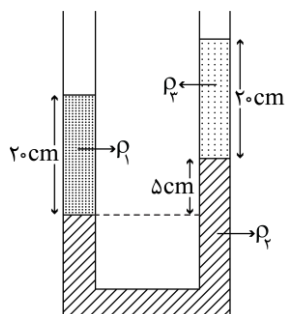
گام دوم:

حال طبق قانون اهم، جریان القایی را به دست می‌آوریم:

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \Rightarrow \bar{I} = \frac{0/6}{0/2} = 0/3 \text{ A}$$

گروه آموزشی ماز

- ۷۱- در شکل زیر، سه مایع مخلوط نشدنی مطابق شکل به حالت تعادل قرار دارند. اگر $\rho_1 = 2\rho_3$ باشد، نسبت $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ چقدر است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

لوله‌های U شکل

در لوله‌های U شکل، اگر پایین‌ترین مرز مشترک مایع‌ها مشخص شود، فشار نقاط دو طرف روی این مرز مشترک برابر بوده و می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

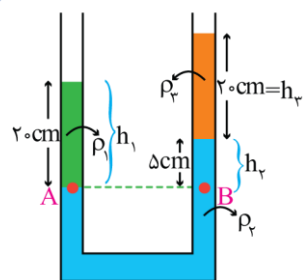
نکته:

- اگر بیشتر از دو مایع درون لوله U شکل باشد، می‌توان گفت جمع ρh مایع‌های دو طرف با هم برابر است.
- در این رابطه، نیاز نیست کمیت‌ها برحسب SI عددگذاری شوند، کافی است، یکای کمیت‌های مشابه در طرفین رابطه، یکسان باشد.
- فشار هوا از طرفین این رابطه حذف می‌شود، یعنی در لوله‌های U شکلی که دو طرف آن‌ها با هوا در تماس هستند، فشار هوا تأثیری در تعادل مایعات و روابط ریاضی آن‌ها ندارد.
- در رابطه هم‌فشاری نوشته شده $(\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2)$ ، قطر و مساحت مقطع لوله‌ها تأثیری ندارد.





باتوجه به شکل، فشار در نقاط هم تراز A و B باهم برابرند؛ بنابراین داریم:



$$\begin{aligned} \frac{P_A = P_B}{\rho_1 h_1} &\rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3 \\ 20\rho_1 &= 20\rho_3 + 5\rho_2 \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \frac{20\rho_3}{20\rho_1 - 5\rho_2} \rightarrow 20\rho_1 = 10\rho_1 + 5\rho_2 \rightarrow 10\rho_1 = 5\rho_2 \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} &= 2 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- مساحت یکی از پنجره‌های یک زیردریایی ۱۲۰۰ سانتی مترمربع است. اگر نیروی وارد بر سطح خارجی این پنجره ۷۳۲۰۰ نیوتون باشد، این پنجره در عمق چند متری آب دریا قرار دارد؟

$$(P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ آب دریا})$$

۶۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

$$F = PA$$

- نیروی وارد بر سطح A درون مایع از رابطه مقابل به دست می‌آید:

- در این رابطه فشار باید برحسب پاسکال (Pa) و A برحسب مترمربع (m^2) باشد تا نیرو برحسب نیوتن به دست آید.

- اگر چگالی جیوه در سوال $\frac{13}{6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ داده شود، برای تبدیل cmHg به Pa عدد را در ۱۳۶۰ ضرب می‌کنیم و در صورتی که چگالی جیوه $\frac{13}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ داده شود، عدد را در ۱۳۵۰ ضرب می‌کنیم.

طبق رابطه فشار داریم:

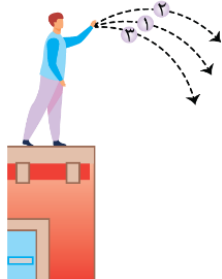
$$P = \frac{F}{A} = \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}} = 6 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = \rho gh + P_0 \Rightarrow 6 \times 10^5 = (10^3 \times 10 \times h) + 10^5$$

$$\Rightarrow 10^3 \times h = 5 \times 10^5 \rightarrow h = 50 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- در شکل زیر، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمانی پرتاب می‌شوند. توپ (۱) در راستای افقی و دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).



الف: تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابند.

ب: تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند.

پ: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

ت: زمان حرکت هر سه توپ با هم برابر است.

(۲) «الف» و «ت»

(۴) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «پ»

(۳) «ب» و «ت»

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی موارد:

عبارت «الف» درست - ارتفاع توپ‌های «۱» و «۳» در طول حرکت کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نیز کاهش یافته و طبق اصل پایستگی انرژی، انرژی جنبشی آن‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش انرژی جنبشی، تندی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

عبارت «ب» نادرست - تندی توپ «۲» ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد ولی حرکت توپ «۱» دائماً تندشونده است.

عبارت «پ» درست - هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند، چراکه طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی برای هر سه توپ باید از لحظه پرتاب تا لحظه برخورد به زمین یکسان باشد و به دلیل یکسان بودن انرژی جنبشی و پتانسیل اولیه برای هر سه توپ، تندی نهایی برخورد به زمین نیز یکسان است.

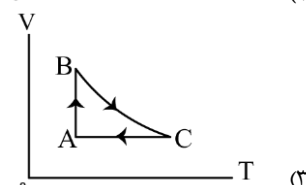
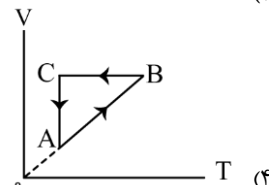
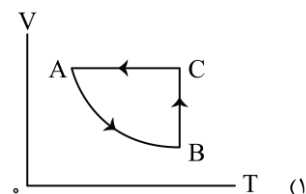
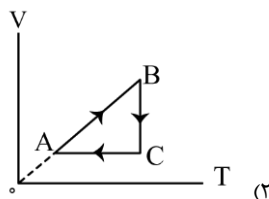
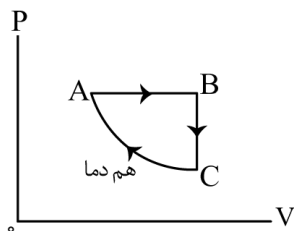
عبارت «ت» نادرست است - $t_2 > t_1 > t_3$

بنابراین عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.





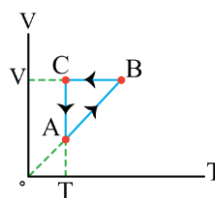
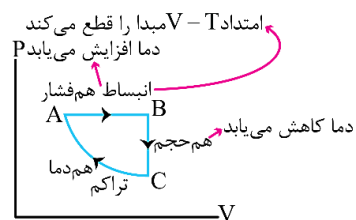
۷۴- نمودار (P-V) مقداری گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. نمودار (V-T) ی آن کدام است؟



(متوسط - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

به کمک نمودار P-V هر فرایند، نمودار V-T را رسم می‌کنیم:



گروه آموزشی ماز

۷۵- در کپسولی با حجم ثابت، گاز آرمانی با فشار پیمانه‌ای $3 \times 10^5 \text{ Pa}$ و دمای 47°C قرار دارد. $\frac{1}{5}$ جرم گاز را خارج می‌کنیم و دمای گاز باقیمانده را به 27°C

می‌رسانیم. فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال می‌شود؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

(۴) $2/5 \times 10^5$

(۳) 2×10^5

(۲) $1/5 \times 10^5$

(۱) 10^5

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

قانون گازها

همان‌طور که دیدیم، معادله حالت به صورت $\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$ می‌باشد. از طرفی n از حاصل تقسیم تعداد مولکول‌ها به عدد آووگادرو به دست می‌آید. بنابراین می‌توان به جای مقدار ماده (n)، تعداد مولکول‌ها (N) را در عبارت بالا جایگذاری کرد و به رابطه مقابل برای معادله حالت رسید:

$$\frac{P_1 V_1}{N_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{N_2 T_2}$$

طبق معادله حالت داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = R \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

$$\frac{P_1 = (3+1) \times 10^5, V_1 = V_2 = V, T_1 = 47 + 273 = 320 \text{ K}}{n_2 = n_1 - \frac{1}{5} n_1 = \frac{4}{5} n_1, T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K}} \rightarrow \frac{4 \times 10^5 \times \cancel{V}}{\cancel{P_1} \times 320} = \frac{P_2 \times \cancel{V}}{\frac{4}{5} \times 300}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{4}{5} \times 300 \times \frac{4 \times 10^5}{320} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

حال فشار پیمانه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = P_{g_r} + P_0 \rightarrow 3 \times 10^5 = P_{g_r} + 10^5 \rightarrow P_{g_r} = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

گروه آموزشی ماز



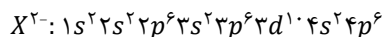
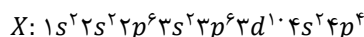


۷۶- اگر یون X^{2-} ، در بیرونی ترین زیرلایه خود، ۶ الکترون با عددهای کوانتومی $n=4$ و $l=1$ داشته باشد و تفاوت شمار نوترون ها و الکترون های آن برابر ۹ باشد، کدام عدد است و عنصر X با کدام عنصر در جدول تناوبی هم گروه است؟

۱۴ Si، ۷۷ (۱) ۱۶ S، ۷۷ (۲) ۱۴ Si، ۷۹ (۳) ۱۶ S، ۷۹ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

آرایش الکترونی یون X^{2-} به صورت زیر است:با توجه به آرایش الکترونی یون X^{2-} ، آرایش الکترونی اتم X به صورت زیر خواهد بود:

بر این اساس، عدد اتمی عنصر X برابر با ۳۴ بوده و عنصر مورد نظر معادل با Se است. همانطور که میدانیم، سلنیم در دوره چهارم و گروه شانزدهم جدول تناوبی قرار گرفته و با عنصر گوگرد (S) هم گروه است.

در قدم بعد، عدد جرمی عنصر X را محاسبه می کنیم. برای این منظور ابتدا شمار نوترون ها را به دست می آوریم. با توجه به داده های سؤال، تفاوت تعداد الکترون و نوترون در یون X^{2-} برابر با ۹ است. از آنجا که تعداد الکترون ها در این یون برابر با ۳۶ است، داریم:

$$n - e = 9 \rightarrow n - 36 = 9 \rightarrow n = 45$$

پس شمار نوترون ها در اتم X برابر با ۴۵ و شمار پروتون ها در اتم این عنصر برابر با ۳۴ است. همانطور که می دانیم عدد جرمی معادل مجموع تعداد پروتون ها و نوترون های یک عنصر است. بر این اساس، داریم:

$$A = Z + n \rightarrow 34 + 45 = 79$$

با توجه به محاسبات انجام شده، عدد جرمی عنصر X برابر با ۷۹ است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام مورد درست است؟

- (۱) تفاوت انرژی نور نشر شده از ترکیب های لیتیم دار با انرژی نور نشر شده از ترکیب های سدیم دار در شعله، مقدار ثابتی است.
- (۲) با استفاده از رنگ شعله پتاسیم نیترات، انرژی نور نشر شده از پتاسیم کلرید در شعله قابل پیش بینی نیست.
- (۳) با استفاده از رنگ شعله کلسیم سولفات، رنگ شعله مس (II) سولفات نیز قابل پیش بینی است.
- (۴) انرژی نور نشر شده از فلز سدیم در شعله، کم تر از انرژی نور نشر شده از گاز نئون در شعله است.

(آسان - حفظی / مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

بسیاری از نمک ها، شعله رنگی دارند، به طوری که اگر مقداری از محلول نمک را با افشانه روی شعله بپاشیم، رنگ شعله تغییر می کند؛ رنگ شعله فلز لیتیم و ترکیب های آن به رنگ سرخ است، در حالی که رنگ شعله فلز سدیم و ترکیب های آن به رنگ زرد است. از آنجا که رنگ شعله ترکیبات این دو فلز به رنگ مشخص و ثابتی دیده می شود، می توان گفت که تفاوت انرژی نور نشر شده از ترکیب های لیتیم دار با انرژی نور نشر شده از ترکیب های سدیم دار در شعله، مقدار ثابتی است.

بررسی سایر گزینه ها:

- (۲) همانطور که می دانیم رنگ شعله یک نمک به عنصر فلزی موجود در آن بستگی دارد. از آنجا که عنصر فلزی هر دو ترکیب پتاسیم نیترات و پتاسیم کلرید مشترک است، پس با توجه به رنگ شعله پتاسیم نیترات، می توان انرژی نور نشر شده از پتاسیم کلرید در شعله را پیش بینی کرد.
 - (۳) فلز موجود در ترکیب کلسیم سولفات، کلسیم و فلز موجود در ترکیب مس (II) سولفات، مس است. از آنجا که فلز های این دو ترکیب با هم متفاوتند و با توجه به اینکه رنگ شعله یک نمک به عنصر فلزی موجود در آن بستگی دارد، نمی توان با استفاده از رنگ شعله کلسیم سولفات، رنگ شعله مس (II) سولفات را پیش بینی کرد.
 - (۴) رنگ شعله فلز سدیم و ترکیبات آن، به رنگ زرد و رنگ شعله گاز نئون قرمز است. توجه داریم که نور قرمز نسبت به نور زرد از طول موج بیشتر و انرژی کمتری برخوردار است.
- جدول زیر، رنگ شعله برخی فلزات و ترکیبات مختلف آن ها را نشان می دهد.

سبز	زرد	سرخ
(مس II نیترات)	سدیم نیترات	لیتیم نیترات
(مس II کلرید)	سدیم کلرید	لیتیم کلرید
(مس II سولفات)	سدیم سولفات	لیتیم سولفات
فلز مس	فلز سدیم	فلز لیتیم

گروه آموزشی ماز





۷۸- چند اتم زیر با از دست دادن ۳ الکترون به کاتیون پایداری با بار $+3$ تبدیل می‌شود و چند کاتیون از میان آن‌ها، آرایش الکترونی اتم گاز نجیب را خواهد داشت؟

${}_{30}Z$	${}_{26}X$	${}_{21}E$	${}_{19}D$	${}_{13}A$
	۱، ۳، ۴	۲، ۳، ۳	۳، ۴، ۲	۲، ۴، ۱

(آسان - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

فلزات از لحاظ تشکیل کاتیون به دو دسته تقسیم می‌شوند.

(۱) فلزاتی که تنها یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند:

فلزات قلیایی (گروه ۱)، با از دست دادن یک الکترون، کاتیون X^+ تشکیل داده و به آرایش گاز نجیب دوره قبلی خود می‌رسند. مانند Na^+ ، K^+ و ...

فلزات قلیایی خاکی (گروه ۲)، با از دست دادن دو الکترون، کاتیون X^{2+} تشکیل داده و به آرایش گاز نجیب دوره قبلی خود می‌رسند. مانند Mg^{2+} ، Ca^{2+} و ...

فلزات گروه ۱۳ جدول تناوبی که با از دست دادن سه الکترون، کاتیون X^{3+} تشکیل می‌دهند. به‌طور کلی در دسته p ، آرایش الکترونی یون‌های حاصل از همه فلزهای آن به‌جز فلز آلومینیم، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد؛ زیرا در آرایش الکترونی فشرده آن‌ها، بعد از نماد گاز نجیب، زیرلایه d نیز وجود دارد که از الکترون‌های ظرفیتی عناصر این دسته نیست. به‌جز آلومینیم، که هنوز زیرلایه d خود را پر نکرده است، بقیه فلزات این دسته دارای چنین شرایطی هستند. به‌عنوان مثال، به آرایش الکترونی فلز گالیوم و یون آن، دقت کنید:



بنابراین در گروه ۱۳، آلومینیم با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نئون می‌رسد درحالی که گالیوم به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد.

برخی فلزات واسطه مانند Sc^{3+} ، Zn^{2+} ، Y^{3+} و ...

توجه داریم که در میان فلزات واسطه، تنها آرایش الکترونی یون اسکاندیم (Sc^{3+})، ایتیریم (Y^{3+}) و تیتانیوم (Ti^{4+}) به آرایش گاز نجیب پیش از خود می‌رسد.

(۲) فلزاتی که چند نوع کاتیون تشکیل می‌دهند.

برخی از فلزاتی که بیش از یک کاتیون تشکیل می‌دهند، در جدول زیر نشان داده شده‌اند:

نام عنصر	کروم	منگنز	آهن	کبالت	نیکل	مس	قلع	سرب
انواع کاتیون‌ها	Cr^{2+} Cr^{3+}	Mn^{2+} Mn^{3+}	Fe^{2+} Fe^{3+}	Co^{2+} Co^{3+}	Ni^{2+} Ni^{3+}	Cu^+ Cu^{2+}	Sn^{2+} Sn^{4+}	Pb^{2+} Pb^{4+}

در میان اتم‌های داده‌شده، ${}_{13}A$ ، معرف اتم عنصر آلومینیم بوده که با تشکیل کاتیون Al^{3+} ، به آرایش گاز نجیب نئون می‌رسد. ${}_{19}D$ ، معرف اتم عنصر پتاسیم است که با تشکیل کاتیون K^+ ، به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسد. ${}_{21}E$ معادل با عنصر اسکاندیم است که اولین عنصر واسطه بوده و در دوره چهارم و گروه سوم جدول دوره‌ای قرار گرفته است. این عنصر با تشکیل کاتیون Sc^{3+} به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسد. ${}_{26}X$ معرف عنصر آهن است که کاتیون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+} تشکیل می‌دهد اما به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد و نهایتاً ${}_{30}Z$ ، بیانگر عنصر روی است که کاتیون Zn^{2+} تشکیل می‌دهد اما به آرایش الکترونی گاز نجیب پیش از خود نمی‌رسد.

بر این اساس، در میان اتم‌های داده‌شده، سه اتم کاتیون سه بار مثبت تشکیل داده و از میان آن‌ها، دو کاتیون آرایش الکترونی گاز نجیب را خواهند داشت.

گروه آموزشی ماز

۷۹- کربن مونوکسید، فاقد کدام ویژگی است؟

(۱) از راه خون و به واسطهٔ مسمومیت، سامانهٔ عصبی بدن انسان را فلج می‌کند.

(۲) ترکیبی پایدارتر از کربن دی‌اکسید و گازی بسیار سمی و کشنده است.

(۳) گازی بی‌رنگ و سبک است و به سرعت در همهٔ فضای اتاق پخش می‌شود.

(۴) میل ترکیبی آن با هموگلوبین، در مقایسه با اکسیژن، بیش از ۲۰۰ برابر است.

(آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش داده و بخشی از انرژی شیمیایی آن، به‌صورت نور و گرما آزاد می‌شود. در واکنش سوختن مواد آلی، اگر گاز اکسیژن به مقدار کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌شود. اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، سوختن ناقص انجام شده و گاز کربن مونوکسید به همراه سایر فرآورده‌ها تولید خواهد شد. توجه داریم که کربن مونوکسید نسبت به کربن دی‌اکسید ناپایدارتر است، به‌طوری‌که کربن مونوکسید تولید شده در واکنش سوختن ناقص، در حضور اکسیژن و در شرایط مناسب دوباره می‌سوزد و به CO_2 تبدیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- میل ترکیبی هموگلوبین با گاز کربن مونوکسید نسبت به گاز اکسیژن بیشتر است. بنابراین مولکول‌های کربن مونوکسید با اتصال به هموگلوبین، مانع از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن می‌شوند. این ویژگی باعث مسمومیت شده و سامانه عصبی را فلج می‌کند و قدرت هرگونه اقدامی را از فرد مسموم می‌گیرد و باعث مرگ او می‌شود.

۳- کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است. چگالی این گاز کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به‌طوری‌که به سرعت در فضای اتاق پخش می‌شود.

۴- میل ترکیبی هموگلوبین خون با کربن مونوکسید بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است.





۸۰- کدام مورد درست است؟

(۱) یک معادله موازنه شده، شمار مول‌ها یا مولکول‌های مورد نیاز از واکنش‌دهنده(ها) برای انجام یک واکنش را نشان می‌دهد.

(۲) مطابق با قانون پایستگی جرم، شمار مولکول‌ها در دو سوی معادله یک واکنش شیمیایی، برابر است.

(۳) معادله واکنش: $A_2(g) + \frac{1}{2} X_2(g) \rightarrow A_2X(g)$ ، یک معادله موازنه شده به شمار می‌آید.

(۴) قهوه‌ای شدن شکر سفید بر اثر گرما، نمونه‌ای از تغییر فیزیکی به شمار می‌آید.

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - حفظی / مفهومی - ۱۰۰۲)

طبق قانون پایستگی جرم، در یک واکنش شیمیایی نه اتمی به وجود می‌آید و نه اتمی از بین می‌رود؛ بلکه همان اتم‌ها با شیوه‌های دیگری به هم متصل می‌شوند. به دیگر سخن، شمار کل اتم‌ها در یک واکنش شیمیایی ثابت است. بر این اساس، می‌توان گفت:

- در یک واکنش شیمیایی، مجموع تعداد اتم‌ها در ساختار مواد واکنش‌دهنده با مجموع تعداد اتم‌ها در ساختار مواد فراورده برابر است.

- در هر واکنش شیمیایی، تعداد اتم‌های هر عنصر در دو طرف یک معادله شیمیایی یکسان است.

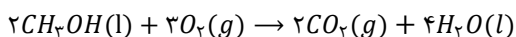
- جرم مواد واکنش‌دهنده با جرم فراورده‌های تولید شده برابر خواهد بود.

در یک معادله موازنه شده، شمار مول‌ها یا مولکول‌های مورد نیاز از واکنش‌دهنده‌ها برای انجام یک واکنش، مشخص می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) توجه داریم که بر اساس قانون پایستگی جرم، نمی‌توان گفت که الزاماً شمار مولکول‌ها در دو سوی معادله یک واکنش شیمیایی برابر است. به عنوان مثال،

معادله موازنه شده سوختن متانول به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش، شمار مولکول‌ها در سمت واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۵ و در سمت فراورده‌ها برابر با ۶ است.

(۳) در یک معادله موازنه شده، ضریب مواد شرکت‌کننده در واکنش باید کوچک‌ترین عدد صحیح ممکن باشد و به کار بردن ضرایب کسری در معادله موازنه شده

یک واکنش، قابل قبول نیست.

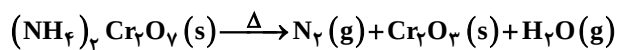
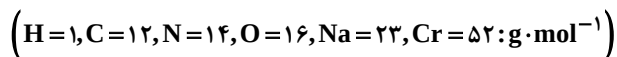
(۴) تغییر شیمیایی می‌تواند با تغییر رنگ، مزه، بو و یا آزادسازی گاز، تشکیل رسوب و گاهی ایجاد نور و صدا همراه باشد. هنگامی که به شکر گرما داده می‌شود،

دچار تغییر شیمیایی شده و رنگ آن، تغییر می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۱- اگر x گرم $(NH_4)_2Cr_2O_7$ بر اثر گرما تجزیه شود، مجموع جرم گازهای تشکیل شده، با مجموع جرم گازهای تشکیل شده از تجزیه ۲۵/۲ گرم

سدیم هیدروژن کربنات برابر می‌شود. x به تقریب برابر چند گرم است؟



(معادله واکنش موازنه شود.)



۲۳/۴۴

۱۸/۶۳

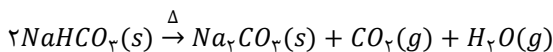
۱۱/۷۲

۹/۳۱

(سخت - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در قدم اول، مجموع جرم گازهای تشکیل شده از تجزیه ۲۵/۲ گرم سدیم هیدروژن کربنات را محاسبه می‌کنیم. معادله موازنه شده این واکنش به صورت زیر است:

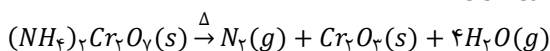


طبق معادله موازنه شده، به ازای مصرف دو مول سدیم هیدروژن کربنات، یک مول گاز کربن دی‌اکسید (معادل با ۴۴ گرم) و یک مول بخار آب (معادل با ۱۸ گرم) تولید می‌شود. بنابراین می‌توان گفت مجموع جرم گازهای تشکیل شده از مصرف دو مول سدیم هیدروژن کربنات برابر با ۶۲ گرم است. با این حساب، مجموع جرم گازهای

تشکیل شده از تجزیه ۲۵/۲ گرم سدیم هیدروژن کربنات برابر است با:

$$? g \text{ gas} = 25/2 g NaHCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NaHCO_3}{84 g NaHCO_3} \times \frac{62 g \text{ gas}}{2 \text{ mol } NaHCO_3} = 9/3 g$$

بنابراین از تجزیه ۲۵/۲ گرم سدیم هیدروژن کربنات، ۹/۳ گرم گاز تشکیل شده است. پس می‌توان گفت که مجموع جرم گازهای تشکیل شده از تجزیه x گرم آمونیوم دی کرومات $(NH_4)_2Cr_2O_7$ نیز برابر با ۹/۳ گرم است. معادله موازنه شده واکنش تجزیه این ماده به صورت زیر است:



طبق معادله موازنه شده، به ازای مصرف هر مول آمونیوم دی کرومات، ۱ مول گاز نیتروژن (معادل با ۲۸ گرم) و ۴ مول بخار آب (معادل با ۷۲ گرم) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت به ازای تولید ۱۰۰ گرم گاز، یک مول آمونیوم دی کرومات مصرف می‌شود.





اکنون مقدار آمونیوم دی کرومات مصرف شده به ازای تولید ۹/۳ گرم گاز را محاسبه می کنیم:

$$? g (NH_4)_2Cr_2O_7 = 9/3 g \text{ gas} \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7}{100 g \text{ gas}} \times \frac{252 g (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7} \approx 23/4 g$$

بنابراین مقدار آمونیوم دی کرومات $(NH_4)_2Cr_2O_7$ مصرف شده به تقریب برابر با ۲۳/۴ گرم است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- با توجه به نقاط جوش مواد Cl_2 ، Br_2 ، I_2 ، HF ، HCl و HBr در فشار ۱ atm، کدام مورد درست است؟

- (۱) میزان گشتاور دوقطبی مولکول های جور هسته، مهم ترین عامل تعیین کننده روند تغییر نقطه جوش در آن هاست.
- (۲) عامل تعیین روند تغییر نقطه جوش در مولکول های قطبی و عامل تعیین این روند در مولکول های ناقطبی، متفاوت است.
- (۳) روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول های ناقطبی، مشابه روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول های قطبی است.
- (۴) حالت فیزیکی دست کم دو ماده در دمای اتاق، مایع است.

(متوسط - حفظی / مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا درسنامه زیر را با دقت بخوانید.

مولکول های ناقطبی شرایط زیر را دارند:

- مولکول های دارای دو اتم یکسان مانند O_2 و Cl_2 . به این مولکول ها، مولکول های دو اتمی جور هسته گفته می شود.
- مولکول هایی با اتم های مشابه پیرامون اتم مرکزی و فاقد الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند CO_2 ، SO_2 و CH_4 .
- مولکول های قطبی دارای یکی از شرایط زیر هستند:
- مولکول های دو اتمی که شامل دو اتم متفاوت هستند مانند HF و CO . به این مولکول ها، مولکول های دو اتمی ناجور هسته گفته می شود.
- مولکول هایی که دارای اتم های متفاوت پیرامون اتم مرکزی خود هستند مانند $CHCl_3$.
- مولکول هایی که دارای اتم های مشابه پیرامون اتم مرکزی خود هستند اما بر روی اتم مرکزی، زوج الکترون ناپیوندی قرار دارد. مانند SO_2 و NH_3 .

عوامل مؤثر بر نیروی بین مولکولی به شرح زیر هستند:

(۱) قطبیت مولکول: با افزایش قطبیت مولکول، میزان نیروهای بین مولکولی افزایش پیدا می کند. میزان قطبیت مولکول ها را با کمیتی به نام گشتاور دوقطبی مقایسه می کنیم.

نکته

- بین دو ماده قطبی و ناقطبی با جرم مولی نزدیک به هم، ماده قطبی از نیروی بین مولکولی بیشتری برخوردار است. به عنوان مثال CO و N_2 جرم مولی مشابهی دارند. اما CO به علت قطبی بودن از نیروی بین مولکولی بیشتری برخوردار است.

- در مقایسه گشتاور دوقطبی دو ماده قطبی، ماده ای که در ساختار خود دارای پیوند هیدروژنی باشد، نسبت به ماده دیگر گشتاور دوقطبی بالاتری دارد. به عنوان مثال، H_2O و H_2S قطبی هستند اما H_2O با وجود جرم مولی کمتر، به علت داشتن پیوند هیدروژنی در ساختار خود، از نیروی بین مولکولی بیشتری برخوردار است به طوری که نقطه جوش H_2O معادل با ۱۰۰ درجه سانتی گراد و نقطه جوش H_2S برابر با ۶۰- درجه سانتی گراد است.

(۲) جرم و حجم مولکول: با افزایش جرم و حجم مولکول، نیروی بین مولکولی افزایش می یابد.

نکته

- در بین دو ماده ناقطبی، ماده ای که از جرم و حجم بیشتری برخوردار است، میزان نیروی بین مولکولی بیشتری دارد. به عنوان مثال در میان F_2 و Cl_2 ، گاز کلر به علت جرم و حجم بیشتر نسبت به فلوئور از نیروی بین مولکولی بیشتری برخوردار است.

- هرچه نقطه جوش یک گاز بیشتر باشد، آن گاز راحت تر به مایع تبدیل می شود. به دیگر سخن، هرچه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد، مایع کردن آن در دمای بالاتری انجام می شود.

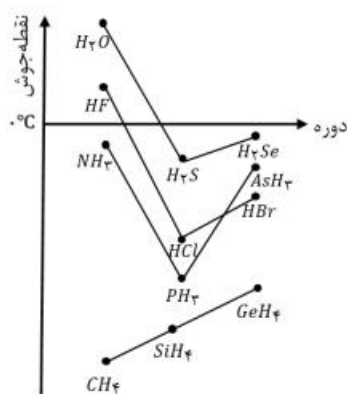
همانطور که می دانیم، با افزایش نیروهای بین مولکولی در یک مولکول، نقطه جوش آن مولکول افزایش می یابد. در مولکول های قطبی، مولکولی که در ساختار خود دارای پیوند هیدروژنی باشد، حتی با وجود جرم و حجم کمتر، از نیروهای بین مولکولی قوی تری برخوردار است و نقطه جوش آن بیشتر است. اما در میان مواد ناقطبی به طور قطع می توان گفت که ماده ای که دارای جرم و حجم بیشتری است، از نیروهای بین مولکولی قوی تری برخوردار است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱- مولکول های جور هسته ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی این مولکول ها برابر با صفر است. مهم ترین عامل در تعیین نقطه جوش مواد ناقطبی، جرم و حجم این مولکول ها است.

۳- در مواد ناقطبی با افزایش جرم و حجم مولکول ها، نیروی بین مولکولی نیز افزایش می یابد. اما در مولکول های قطبی اگر ماده ای در ساختار خود دارای پیوند هیدروژنی باشد، نسبت به ماده ای که فاقد پیوند هیدروژنی در ساختار خود است، نیروهای بین مولکولی بیشتری دارد حتی اگر جرم و حجم کمتری داشته باشد. بنابراین روند تغییر نقطه جوش در مولکول های قطبی و ناقطبی را نمی توان مشابه هم دانست. نمودار زیر، نقطه جوش ترکیبات هیدروژن دار گروه ۱۴ تا ۱۷ را نشان می دهد.

۴- در میان مواد داده شده، تنها برم در دمای اتاق به حالت مایع وجود دارد.





۸۳- اگر ۲۰۰ میلی لیتر محلول NaClO ، با غلظت 18625 ppm موجود باشد، چند میلی لیتر محلول 0.8 M HCl برای واکنش کامل با آن (مطابق معادله زیر) لازم است؟ (چگالی محلول برابر با چگالی آب در نظر گرفته شود، معادله واکنش موازنه شود، $\text{O}=16, \text{Na}=23, \text{Cl}=35.5: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

$$\text{HCl(aq)} + \text{NaClO(aq)} \rightarrow \text{NaCl(aq)} + \text{Cl}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O(l)}$$

۶۲/۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۳۷/۵ (۲)

۷۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا جرم NaClO موجود در محلول را محاسبه می کنیم. با توجه به اینکه چگالی محلول برابر با ۱ گرم بر میلی لیتر است، می توان گفت جرم محلول برابر با ۲۰۰ گرم است. بر این اساس، داریم:

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 18625 = \frac{x \text{ g}}{200 \text{ g}} \times 10^6 \Rightarrow x = 3725 \text{ g NaClO}$$

حال باید ببینیم ۳۷۲۵ گرم NaClO با چند میلی لیتر محلول 0.8 M مولار هیدروکلریک اسید واکنش می دهد. معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

$$2\text{HCl(aq)} + \text{NaClO(aq)} \rightarrow \text{NaCl(aq)} + \text{Cl}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O(l)}$$

طبق معادله موازنه شده واکنش، هر مول NaClO با دو مول HCl واکنش می دهد. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mL HCl} = 3725 \text{ g NaClO} \times \frac{1 \text{ mol NaClO}}{74.5 \text{ g NaClO}} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaClO}} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{0.8 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL HCl}}{1 \text{ L HCl}} = 125 \text{ mL}$$

بنابراین ۱۲۵ میلی لیتر از محلول 0.8 M مولار هیدروکلریک اسید برای واکنش کامل با این محلول لازم است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- چند مورد از موارد زیر، درباره عنصرهای جدول تناوبی، نادرست است؟

- در دسته p ، همه عنصرهای هم دوره با یک عنصر فلزی و دارای شعاع اتمی کوچک تر از آن، به یقین نافلزند.
- اگر M ، یک عنصر گازی با فعالیت شیمیایی زیاد باشد، سایر عنصرهای هم گروه آن، به یقین مایع یا جامدند.
- شمار عنصرهای فلزی دسته s ، ۳ برابر شمار عنصرهای گازی شکل شرکت کننده در واکنش های شیمیایی در کل جدول است.
- تفاوت عدد اتمی آخرین عنصر فلزی از دوره چهارم با عدد اتمی عنصر Q ، ۲۴ برابر با عدد اتمی نخستین نافلز دوره دوم است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

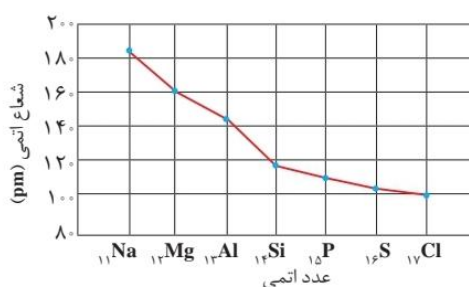
(سخت - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت های داده شده نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: در دسته p ، عنصرهای فلزی، شبه فلزی و نافلزی وجود دارد. به عنوان مثال در میان عناصر دسته p دوره سوم جدول تناوبی، فلز آلومینیم بیشترین شعاع اتمی را دارد. در این دوره، پس از آلومینیم، سیلیسیم بیشترین شعاع را در میان عناصر دسته p دارد که یک شبه فلز است. نمودار زیر روند تغییرات شعاع اتمی عناصر دوره سوم را نشان می دهد:



مورد دوم: فلوئور یک عنصر گازی با فعالیت شیمیایی زیاد است و در گروه هفدهم جدول تناوبی گرفته است. در این گروه عناصر دیگری مانند کلر، برم و ید نیز وجود دارد. همانطور که می دانیم کلر نیز مانند فلوئور به حالت گازی وجود دارد. گاز کلر خاصیت رنگ بری و گندزدایی دارد و در دمای اتاق، به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می دهد.

مورد سوم: دسته s ، شامل ۱۴ عنصر است که از این چهارده عنصر، هیدروژن و هلیم نافلز بوده و ۱۲ عنصر دیگر فلزی هستند و در گروه اول و دوم جدول تناوبی قرار گرفته اند. در میان عناصر گازی جدول تناوبی، گازهای نجیب واکنش پذیری بسیار ناچیزی داشته و در واکنش های شیمیایی شرکت نمی کنند. بنابراین می توان گفت که عناصر فلوئور، کلر، اکسیژن، نیتروژن و هیدروژن از جمله عناصر گازی بوده که در واکنش های شیمیایی شرکت می کنند. بر این اساس شمار عنصرهای گازی شکل جدول تناوبی که در واکنش های شیمیایی شرکت می کنند برابر با ۵ و بیشتر از $\frac{1}{3}$ عناصر فلزی دسته s است.

مورد چهارم: آخرین عنصر فلزی دوره چهارم، گالیوم با عدد اتمی ۳۱ بوده که عدد اتمی آن نسبت به Q ، ۲۴، ۷ عدد بیشتر است. همانطور که می دانیم عدد اتمی عنصر نیتروژن برابر با ۷ است در حالی که نخستین نافلز دوره دوم جدول تناوبی، کربن است که عدد اتمی آن برابر با ۶ است.

گروه آموزشی ماز





۸۵- اگر از واکنش محلول دو ماده با مقدار بیش از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب از هر کدام، در شرایط مناسب، نمک نقره کلرید تشکیل شود، کدام مورد درست است؟

- ۱) غلظت این نمک در آب، تنها می تواند به غلظت یکی از واکنش دهنده ها در آب (در آغاز واکنش) نزدیک باشد.
- ۲) حالت فیزیکی فرآورده مورد نظر، مانند حالت فیزیکی واکنش دهنده ها (در آغاز واکنش) است.
- ۳) با انجام واکنش، یک محلول سیر نشده از فرآورده مورد نظر تشکیل می شود.
- ۴) انجام این واکنش، نمونه ای از تبدیل یک محلول به یک مخلوط است.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به درسنامه زیر دقت کنید.

شیمی دان ها مواد حل شونده جامد را بر اساس مقدار انحلال پذیری آن ها در آب و در دمای اتاق، به ۳ دسته تقسیم می کنند:

- مواد محلول در آب: موادی که انحلال پذیری آن ها بیشتر از ۱ گرم حل شونده در ۱۰۰ گرم آب است.
 - مواد کم محلول در آب: موادی که انحلال پذیری آن ها بین ۰/۱ گرم تا ۱ گرم حل شونده در ۱۰۰ گرم آب است.
 - مواد نامحلول در آب: موادی که انحلال پذیری آن ها کمتر از ۰/۱ گرم حل شونده در ۱۰۰ گرم آب است.
- در تصویر زیر، انحلال پذیری چند مورد از ترکیب های مختلف در آب آمده است:



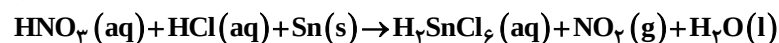
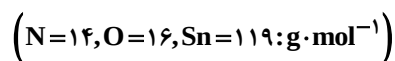
به طور کلی، اگر ترکیب های یونی که در ساختار خود یون آمونیوم (NH_4^+)، یون نیترات (NO_3^-) و کاتیون های فلزی گروه اول جدول دوره ای را دارند، در آب محلول هستند. موادی که دارای انحلال پذیری بیشتر از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب هستند، می توانند جزء مواد محلول یا کم محلول باشند در حالی که نقره کلرید یک نمک نامحلول است و با انجام این واکنش به صورت رسوب تولید خواهد شد. بنابراین می توان گفت که انجام این واکنش، نمونه ای از تبدیل یک محلول به یک مخلوط است.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) نقره کلرید در آب نامحلول بوده و انحلال پذیری آن از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کمتر است. در حالی که غلظت مواد واکنش دهنده بیشتر از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.
- ۲) همانطور که گفته شد، طی این واکنش، رسوب نقره کلرید تولید خواهد شد. رسوب یک نمونه از حالت فیزیکی جامد (S) به شمار می رود، در حالی که حالت فیزیکی مواد واکنش دهنده، محلول در آب (aq) است.
- ۳) فرآورده مورد نظر (نقره کلرید) در آب نامحلول بوده و به حالت رسوب تولید می شود.

گروه آموزشی ماز

۸۶- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر با مصرف ۸۹/۲۵ گرم قلع در این واکنش، ۱۲۴/۲ گرم گاز نیتروژن دی اکسید تشکیل شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟



۹۰، ۱۸ (۴)

۸۰، ۱۸ (۳)

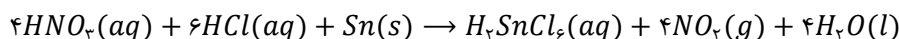
۹۰، ۲۰ (۲)

۸۰، ۲۰ (۱)

(متوسط - مسأله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



بنابراین مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش برابر با ۲۰ است.

بسیاری از واکنش ها با آن بازده یا راندمانی (R) که ما می خواهیم پیشرفت نمی کنند و معمولا مقدار فراورده های به دست آمده در عمل، کمتر از مقدار فراورده هایی است که ما انتظار داریم تولید شوند. به همین دلیل، برای پیشرفت واکنش از کمیتی به نام بازده درصدی استفاده می شود. به مقدار فرآورده مورد انتظار در هر واکنش، مقدار نظری می گویند که از محاسبات استوکیومتری بدست می آید و به مقدار فراورده ای که در عمل تولید می شود، مقدار عملی می گویند.





فرمول بازده درصدی یک واکنش به صورت زیر است:

$$R = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

(R) بازده درصدی واکنش

در اغلب واکنش‌های شیمیایی، مقدار فراورده‌ای که در عمل به دست می‌آید (مقدار عملی)، کمتر از مقدار نظری است. در نتیجه بازده اغلب واکنش‌های شیمیایی کمتر از ۱۰۰ درصد است. برای حل سوالات بازده درصدی به روش کسر تبدیل، اگر از واکنش‌دهنده به فراورده رسیدیم، واکنش را در کسر $\left(\frac{\text{بازده درصدی}}{100}\right)$ ضرب کرده و اگر از فراورده به واکنش‌دهنده رسیدیم، واکنش را در کسر $\left(\frac{100}{\text{بازده درصدی}}\right)$ ضرب می‌کنیم.

طبق معادله موازنه‌شده، به ازای مصرف هر مول قلع، چهار مول گاز نیتروژن دی‌اکسید تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$89/25 \text{ g Sn} \times \frac{1 \text{ mol Sn}}{119 \text{ g Sn}} \times \frac{4 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol Sn}} \times \frac{46 \text{ g NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{X}{100} = 124/2 \text{ g} \rightarrow X = 90\%$$

$$89/25 \text{ g Sn} \times \frac{1 \text{ mol Sn}}{119 \text{ g Sn}} \times \frac{4 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol Sn}} \times \frac{46 \text{ g NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{X}{100} = 124/2 \text{ g} \rightarrow X = 90\%$$

به منظور محاسبه بازده درصدی واکنش می‌توانیم از روش تناسب نیز کمک بگیریم:

$$\left[\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم Sn}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] = \left[\frac{\text{جرم NO}_2}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] \Rightarrow \frac{89/25 \text{ g Sn} \times X}{1 \times 119 \text{ g Sn}} = \frac{124/2 \text{ g NO}_2}{4 \times 46 \text{ g NO}_2} \rightarrow X = 90\%$$

بر این اساس، بازده درصدی واکنش معادل با ۹۰ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- چند مورد زیر، نادرست است؟

- بخش اعظم گونه‌های فلزی موجود در طبیعت در قاره‌ها تجمع یافته‌اند.
- واکنش ترمیت، واکنشی به شدت گرماگیر است که یکی از فراورده‌های آن، آهن مذاب است.
- برای استخراج آهن از سنگ معدن آن در مقیاس آزمایشگاهی، نمی‌توان از سدیم استفاده کرد.
- استفاده از نقره به جای آلومینیم در واکنش ترمیت، می‌تواند مقدار فراورده(ها) را افزایش دهد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

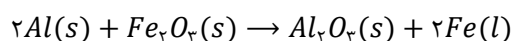
(متوسط - حفظی / مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

تمامی عبارت‌های داده‌شده نادرست هستند.

بررسی موارد:

- غلظت بیشتر گونه‌های فلزی در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی آن بیشتر است. این موضوع نوید این را می‌دهد که اکتشاف و بهره‌برداری از منابع شیمیایی بستر دریا به یکی از صنایع کلیدی و تاثیرگذار در روابط کشورها تبدیل شود.
- واکنش ترمیت واکنشی است که در آن، فلز آلومینیم با آهن(III) اکسید واکنش داده و فلز آهن و آلومینیم اکسید تولید می‌شود. معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



این واکنش، یک واکنش گرماده بوده و گرمای تولید شده به قدری بالا است که آهن به صورت مذاب تولید می‌شود.

- واکنش‌پذیری فلز سدیم نسبت به آهن بیشتر است و می‌تواند این عنصر را از ترکیبات آن جدا کند. البته توجه داریم که استفاده از سدیم برای استخراج آهن از سنگ معدن، در صنعت صرفه اقتصادی ندارد و به جای آن، از کربن برای استخراج آهن از سنگ معدن استفاده می‌شود.
- واکنش‌پذیری عنصر آلومینیم نسبت به آهن بیشتر بوده و می‌تواند آهن را از ترکیبات آن جدا کند. به عنوان مثال در واکنش ترمیت، عنصر آلومینیم می‌تواند آهن را از آهن(III) اکسید جدا کند، درحالی که واکنش‌پذیری نقره نسبت به آهن کمتر بوده و جایگزینی آن با فلز آلومینیم باعث می‌شود که واکنش انجام نشود.

گروه آموزشی ماز

۸۸- با توجه به واکنش گرماشیمیایی گازی: $2NH_3 + 2Cl_2 \rightarrow N_2 + 6HCl + 440 \text{ kJ}$ ، آنتالپی پیوند N-H به تقریب برابر چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوندهای Cl-Cl و H-Cl به ترتیب برابر ۲۴۰ و ۴۳۰ کیلوژول بر مول و آنتالپی پیوند $N \equiv N$ ، ۲/۴ برابر میانگین آنتالپی پیوند N-H در نظر گرفته شود.)

۳۹۴ (۴)

۵۳۹ (۳)

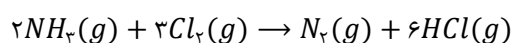
۹۴۵ (۲)

۱۱۸۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



برای تعیین آنتالپی یک واکنش از طریق آنتالپی پیوند از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta H \text{ واکنش} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right]$$





طبق این رابطه در صورتی که ΔH بزرگتر از صفر باشد، واکنش گرماگیر بوده و Q در سمت واکنش دهنده‌ها قرار می‌گیرد، در حالی که اگر ΔH کوچکتر از صفر باشد، واکنش گرماده بوده و Q در سمت فراورده‌ها قرار می‌گیرد.

با توجه به اینکه در این واکنش Q در سمت فراورده‌ها قرار دارد، واکنش گرماده بوده و ΔH آن کوچکتر از صفر است. از این رو ΔH واکنش معادل با -440 kJ است. اگر آنتالپی پیوند $N-H$ را برابر با x فرض کنیم، آنتالپی پیوند $N \equiv N$ معادل با $2/4x$ خواهد بود. بر این اساس، داریم:

$$-440 = 6x + (3 \times 240) - 2/4x - (6 \times 430) \rightarrow 3/6x = 1420 \rightarrow x \approx 394/4$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، آنتالپی پیوند $N-H$ به تقریب برابر با 394 کیلوژول بر مول است.

گروه آموزشی ماز

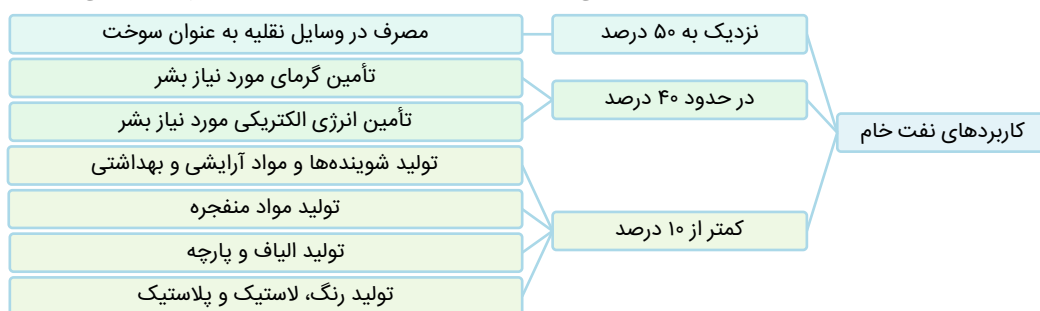
۸۹- کدام مقایسه دربارهٔ موارد کاربرد و مصرف نفت خام در صنعت درست است؟

- (۱) سوخت وسایل نقلیه > تولید پلاستیک > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- (۲) تولید شوینده‌ها > سوخت وسایل نقلیه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- (۳) تولید الیاف و پارچه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی > سوخت وسایل نقلیه
- (۴) تأمین گرما و انرژی الکتریکی > تولید الیاف و پارچه > سوخت وسایل نقلیه

(آسان - حفظی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

نفت خام در دنیای کنونی دو نقش اساسی ایفا می‌کند. نقش نخست آن، منبع تأمین انرژی بوده و در نقش دوم، مادهٔ اولیه برای تهیهٔ بسیاری از مواد و کالاهایی است که در صنایع گوناگون از آن‌ها استفاده می‌شود. حدود نیمی (حدود ۵۰٪) از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود. بخش اعظم نیم دیگر آن (حدود ۴۰٪)، برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود و کمتر از ۱۰٪ نفت خام مصرفی دنیا، در تهیه بسیاری از مواد و کالاهای مانند الیاف و پارچه، شوینده‌ها و... به کار می‌رود. نمودار زیر، کاربردهای مختلف نفت خام را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۰- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) رادیکال‌هایی که اتم آن‌ها از قاعدهٔ هشتایی پیروی می‌کند، در مقایسه با سایر رادیکال‌ها، پایداری بیشتری دارند.
- (۲) وجود رادیکال‌ها در بدن، خطر ابتلا به سرطان را از طریق افزایش میزان واکنش‌های ناخواسته بالا می‌برد.
- (۳) برای افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی، از بنزوئیک اسید به عنوان نگهدارنده می‌توان استفاده کرد.
- (۴) لیکوپن، یک هیدروکربن به شمار می‌آید که رادیکال‌ها را جذب می‌کند.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

رادیکال‌ها، گونه‌های فعال و ناپایداری هستند که در ساختار خود الکترون جفت‌نشده دارند. رادیکال‌ها محتوی اتم‌هایی هستند که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. NO و NO_2 نمونه‌ای از رادیکال‌ها به شمار می‌روند و ساختار لوویس این دو گونه به صورت زیر است:



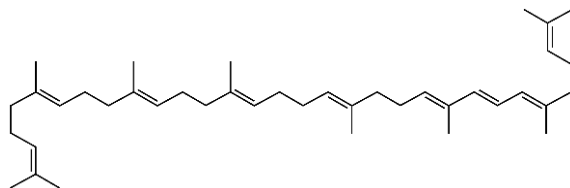
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) در بدن ما به دلیل انجام واکنش‌های متنوع و پیچیده، رادیکال‌هایی به وجود می‌آیند که اگر به وسیلهٔ بازدارنده‌ها جذب نشوند، می‌توانند با انجام واکنش‌های سریع به بافت‌های بدن آسیب برسانند. بنابراین وجود رادیکال‌ها در بدن، خطر ابتلا به سرطان را افزایش می‌دهد.
- (۳) بنزوئیک اسید یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در تمشک و توت فرنگی وجود دارد. بنزوئیک اسید جزء مواد نگهدارنده است. نگهدارنده‌ها، سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند و باعث افزایش ماندگاری مواد غذایی می‌شوند.





۴ لیکوپن نوعی هیدروکربن با فرمول $C_{40}H_{86}$ است که در هندوانه و گوجه فرنگی وجود دارد. لیکوپن نوعی بازدارنده است و همانطور که می‌دانیم، مصرف خوراکی‌های محتوی بازدارنده‌ها سبب خواهد شد که رادیکال‌ها به دام بیفتند تا با کاهش مقدار آن‌ها، از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته شود. ساختار لیکوپن به صورت زیر است:

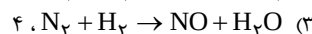
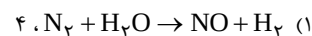
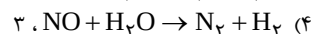
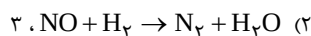


با توجه به ساختار رسم‌شده، در ساختار این ماده، ۱۳ پیوند دوگانه و ۱۰۸ پیوند اشتراکی وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۱- رابطه زیر، برای تغییر غلظت مولی مواد گازی شرکت کننده در یک واکنش در یک بازه زمانی معین برقرار است. اگر این رابطه، معادل سرعت واکنش باشد، معادله موازنه نشده این واکنش و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌های آن، کدام است؟

$$\frac{\Delta[N_2]}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta[NO]}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta[H_2]}{\Delta t}$$



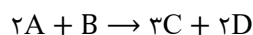
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

برای محاسبه سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت کننده در یک واکنش شیمیایی، باید از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری مواد شرکت کننده در آن واکنش مانند جرم، فشار، غلظت و یا حجم استفاده کنیم. رابطه سرعت متوسط مصرف یا تولید یک ماده در یک واکنش شیمیایی به صورت زیر است:

$$R = \frac{|n_2 - n_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t}$$

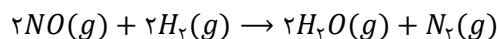
در این رابطه R معادل با سرعت متوسط مصرف یا تولید یک ماده، Δt بیانگر طول یک بازه زمانی و Δn معادل تغییر مقدار کمیت مورد نظر در طول آن بازه زمانی است. به علاوه، می‌دانیم که سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت کننده در یک واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها خواهد بود. به عبارت دیگر، اگر ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها نیز، متفاوت از یکدیگر خواهد بود. از این رو، شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر یک از مواد شرکت کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده بدست می‌آید. برای مثال معادله زیر را در نظر بگیرید:



برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{2 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{1 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{3 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2 \times \Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{\bar{R}_B}{1} = \frac{\bar{R}_C}{3} = \frac{\bar{R}_D}{2}$$

با توجه به توضیحات داده شده، ضریب استوکیومتری N_2 در معادله موازنه شده، نصف سایر مواد شرکت کننده در واکنش و برابر با ۱ است. از این رو، ضریب استوکیومتری سایر مواد شرکت کننده در واکنش برابر با ۲ است. از طرفی، با توجه به علامت منفی NO و H_2 در رابطه داده شده، این دو ماده بایستی در یک طرف معادله قرار داشته باشند. بنابراین معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر خواهد بود:



بر اساس معادله موازنه شده، مجموع ضرایب فراورده‌های واکنش برابر با ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- اگر واکنش: $CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$ ، پس از گذشت ۳۰ دقیقه پایان پذیرد اما ۱۸/۷۵ گرم کلسیم کربنات باقی بماند و ۱۶/۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تشکیل شده باشد، چند درصد جرمی کلسیم کربنات در واکنش شرکت کرده است و سرعت واکنش برابر چند مول بر دقیقه بوده است؟

($C=12$ ، $O=16$ ، $Ca=40$: $g \cdot mol^{-1}$)

$$2/5 \times 10^{-2}, 60 \quad (2)$$

$$2/5 \times 10^{-2}, 80 \quad (4)$$

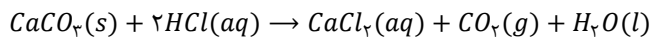
$$6/25 \times 10^{-3}, 60 \quad (1)$$

$$6/25 \times 10^{-3}, 80 \quad (3)$$





معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



در قدم اول، سرعت واکنش را محاسبه می کنیم. برای این منظور ابتدا شمار مول کربن دی اکسید تولید شده را محاسبه می کنیم. می دانیم که در شرایط استاندارد (STP)، هر مول از گازهای گوناگون حجمی معادل ۲۲/۴ لیتر دارند. بر این اساس، شمار مول ۱۶/۸ لیتر کربن دی اکسید برابر است با:

$$? mol CO_2 = 16/8 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22/4 L CO_2} = 0/75 mol$$

به منظور محاسبه سرعت واکنش، سرعت تولید یا مصرف یک ماده را بر ضریب استوکیومتری آن ماده تقسیم می کنیم. از آنجا که ضریب استوکیومتری CO_2 برابر با ۱ است، سرعت تولید این ماده با سرعت واکنش برابر خواهد بود. بر این اساس، داریم:

$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{\Delta n_{CO_2}}{\Delta t} \rightarrow \bar{R}_{واکنش} = \frac{0/75 mol}{3 \cdot min} = 2/5 \times 10^{-2} mol \cdot min^{-1}$$

حال به حل قسمت دوم سوال می پردازیم. به ازای تولید هر مول کربن دی اکسید در معادله موازنه شده، یک مول کلسیم کربنات مصرف می شود. با توجه به اینکه در این واکنش، ۰/۷۵ مول کربن دی اکسید تولید شده است، جرم کلسیم کربنات مصرف شده را به دست می آوریم:

$$? g CaCO_3 = 0/75 mol CO_2 \times \frac{1 mol CaCO_3}{1 mol CO_2} \times \frac{100 g CaCO_3}{1 mol CaCO_3} = 75 g$$

بنابراین طی واکنش انجام شده، ۷۵ گرم کلسیم کربنات مصرف شده است و ۱۸/۷۵ گرم از آن باقی مانده است. بنابراین جرم کلسیم کربنات اولیه برابر با ۹۳/۷۵ گرم بوده است. بر این اساس درصد جرمی کلسیم کربنات شرکت کننده در واکنش برابر با $80\% = \left(\frac{75}{93/75} \times 100\right)$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۳- اگر به ۲۰۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۰/۰۲ مولار، میلی لیتر آب اضافه شود، ۲۰ میلی لیتر از محلول حاصل می تواند ۱۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت مولار را خنثی کند.

۰/۰۱، ۶۰۰ (۲)

۰/۰۲، ۶۰۰ (۱)

۰/۰۲، ۳۰۰ (۴)

۰/۰۱، ۳۰۰ (۳)

یکی از رفتارهای جالب و پرکاربرد اسیدها و بازها، واکنش هایی است که بین این دو دسته از مواد انجام می شود. به این گروه از واکنش ها، به اصطلاح واکنش های خنثی شدن گفته می شود. طی واکنش های خنثی شدن، یون های هیدروکسید حاصل از بازها با یون های هیدرونیوم حاصل از اسیدها بر اساس معادله شیمیایی $OH^-(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow 2H_2O(l)$ وارد واکنش شده و مولکول های آب را تولید می کنند. هرگاه حجم V_a از محلول اسیدی با غلظت مولی M_a و ظرفیت n_a با حجم V_b از محلول بازی با غلظت مولی M_b و ظرفیت n_b به طور کامل واکنش بدهد، به طوری که هر دو محلول کاملاً مصرف شوند، رابطه زیر میان این دو محلول برقرار می شود:

$$M_a \times n_a \times V_a = M_b \times n_b \times V_b$$

ابتدا شمار مول یون هیدروکسید را در محلول اولیه محاسبه می کنیم:

$$mol OH^- = M \times n \times V \rightarrow 0/02 \times 1 \times 0/2 = 4 \times 10^{-3} mol$$

با توجه به گزینه های داده شده، غلظت محلول هیدروکلریک اسید لازم برای خنثی شدن محلول سدیم هیدروکسید را در صورت افزودن ۶۰۰ میلی لیتر و ۳۰۰ میلی لیتر آب به محلول سدیم هیدروکسید محاسبه می کنیم:

- با افزودن ۶۰۰ میلی لیتر آب به محلول سدیم هیدروکسید، حجم محلول برابر با ۸۰۰ میلی لیتر خواهد شد. از این رو، غلظت جدید یون هیدروکسید در محلول برابر است با:

$$[OH^-] = \frac{4 \times 10^{-3} mol}{0/8 L} = 0/005 mol \cdot L^{-1}$$

بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول جدید برابر با ۰/۰۰۵ مول بر لیتر خواهد بود. بر این اساس، به کمک رابطه خنثی شدن، مولاریته محلول هیدروکلریک اسید را محاسبه می کنیم. توجه داریم که هیدروکلریک اسید (HCl)، اسیدی قوی با ظرفیت ۱ است. بر این اساس، داریم:

$$M_a \times n_a \times V_a = M_b \times n_b \times V_b \rightarrow M_a \times 1 \times 0/1 = 0/005 \times 1 \times 0/2 \rightarrow M_a = 0/01 mol \cdot L^{-1}$$

بنابراین در صورتی که ۶۰۰ میلی لیتر آب به محلول اولیه سدیم هیدروکسید اضافه شود، مولاریته محلول هیدروکلریک اسید برای خنثی کردن این محلول باید برابر با ۰/۰۱ مول بر لیتر باشد.

- با افزودن ۳۰۰ میلی لیتر آب به محلول سدیم هیدروکسید، حجم محلول برابر با ۵۰۰ میلی لیتر خواهد شد. از این رو، غلظت جدید یون هیدروکسید در محلول برابر است با:

$$[OH^-] = \frac{4 \times 10^{-3} mol}{0/5 L} = 0/008 mol \cdot L^{-1}$$

بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول جدید برابر با ۰/۰۰۸ مول بر لیتر خواهد بود. بر این اساس، به کمک رابطه خنثی شدن، مولاریته محلول هیدروکلریک اسید را محاسبه می کنیم:

$$M_a \times n_a \times V_a = M_b \times n_b \times V_b \rightarrow M_a \times 1 \times 0/1 = 0/008 \times 1 \times 0/2 \rightarrow M_a = 0/016 mol \cdot L^{-1}$$

با توجه به گزینه های داده شده، تنها در گزینه ۲ غلظت هیدروکلریک اسید به درستی محاسبه شده است.





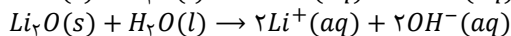
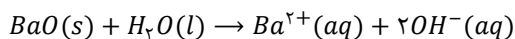
۹۴- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) محلول اتیلن گلیکول همانند محلول استون در آب، غیرالکترولیت است.
 (۲) در محلول اسید HX با $K_a = 0.01$ ، اگر درجه یونش 0.1 باشد، غلظت آغازی اسید، 0.9 مولار است.
 (۳) از انحلال 0.1 مول باریم اکسید و 0.1 مول لیتیم اکسید در نیم لیتر آب مقطر، به ترتیب 0.15 و 0.2 مول یون تشکیل می شود.
 (۴) با اضافه کردن آب مقطر به محلول آمونیاک در دمای ثابت، غلظت یون ها و pH کاهش می یابد و K_b ثابت می ماند.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

معادله موازنه شده انحلال باریم اکسید و لیتیم اکسید در آب به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش ها، به ازای انحلال هر مول باریم اکسید در آب، ۳ مول یون و به ازای انحلال هر مول لیتیم اکسید در آب، ۴ مول یون تولید خواهد شد. بنابراین می توان نتیجه گرفت که به ازای انحلال 0.1 مول باریم اکسید، 0.3 مول یون و به ازای انحلال 0.1 مول لیتیم اکسید، 0.4 مول یون تولید شود.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱ اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) یک الکل دو عاملی است که همانند استون به صورت کاملاً مولکولی در آب حل می شود. همانطور که می دانیم، موادی که به صورت کاملاً مولکولی در آب حل می شوند، غیرالکترولیت هستند.
 ۲ ثابت یونش یک اسید را می توان به کمک رابطه $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ محاسبه کرد. با توجه به اینکه ثابت یونش اسید HX برابر با 0.1 و درجه یونش این اسید، برابر با 0.1 است، داریم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \rightarrow 0.1 = \frac{M \times (0.1)^2}{1-0.1} \rightarrow M = 0.9 \text{ mol. L}^{-1}$$

بنابراین غلظت اولیه اسید برابر با 0.9 مول بر لیتر بوده است.

- ۴ محلول آمونیاک محلولی با خاصیت بازی است که اضافه کردن آب به این محلول، باعث کاهش غلظت یون ها و کاهش خاصیت بازی محلول می شود. همانطور که می دانیم، هر چه محلولی خاصیت بازی بیشتری داشته باشد، pH آن بزرگتر است. بنابراین با کاهش خاصیت بازی محلول، pH آن نیز کاهش می یابد. توجه داریم که در دمای ثابت، ثابت یونش تغییری نخواهد کرد و ثابت می ماند.

گروه آموزشی ماز

۹۵- چند مورد از موارد زیر، درست است؟

- آرنیوس مدل خود را براساس تغییر غلظت یون های $H^{+}(aq)$ و $OH^{-}(aq)$ ارائه داد.
- شیر منیزی شامل محلول منیزیم هیدروکسید است و می تواند اسید معده را خنثی کند.
- هر محلول آبی که در آن غلظت یون های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر باشد، خنثی است.
- در مدل آرنیوس، هر مولکولی که در ساختار خود هیدروژن بیش تری داشته باشد، در شرایط یکسان دما و غلظت، pH محلول را بیش تر کاهش می دهد.
- آرنیوس نخستین کسی بود که ویژگی های اسیدها و بازها را شناخت و براساس یافته های تجربی، میزان رسانایی الکتریکی محلول های آبی را بررسی کرد.

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - حفظی / مفهومی - ۱۲۰۱)

عبارت های اول و سوم درست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: طبق مدل آرنیوس، موادی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می دهند، اسید آرنیوس و موادی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می دهند، باز آرنیوس به شمار می روند.

مورد دوم: اگر مقدار اسید معده به هر دلیلی بیش از اندازه باشد، دیواره داخلی معده بیش از مقدار طبیعی یون های هیدرونیوم را جذب می کند و این موضوع سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می شود. از این رو کسانی که به این بیماری مبتلا هستند، از داروهایی به نام ضداسید استفاده می کنند. شیرمنیزی یکی از رایج ترین ضداسیدها است که شامل منیزیم هیدروکسید است. این ضداسید، اسید معده را خنثی کرده و سبب کاهش مقدار اسید معده می شود. توجه داریم که منیزیم هیدروکسید یک محلول به شمار نمی رود.

مورد سوم: اگر در یک سامانه، غلظت یون های هیدرونیوم و هیدروکسید با هم برابر شود، آن سامانه حالت خنثی دارد.

مورد چهارم: با توجه به مدل آرنیوس، هر مولکولی که در شرایط یکسان دما و غلظت، با انحلال خود در آب یون هیدرونیوم بیشتری تولید کند، خاصیت اسیدی بیشتری دارد. به عنوان مثال اگرچه فسفریک اسید (H_3PO_4) نسبت به هیدروکلریک اسید (HCl) شمار هیدروژن بیشتری در هر مولکول خود دارد اما به علت اینکه یک اسید ضعیف بوده و درجه یونش آن کوچک است، نسبت به هیدروکلریک اسید که یک اسید قوی بوده و درجه یونش آن برابر با ۱ است، خاصیت اسیدی بسیار کمتری دارد.

مورد پنجم: آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. توجه داریم که قبل از آرنیوس و پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان ها افزون بر ویژگی های اسیدها و بازها، با برخی از واکنش های آن ها نیز آشنا بودند.

گروه آموزشی ماز





۹۶- در دمای 25°C ، $1/2$ گرم باز ضعیف DOH در 250 میلی لیتر آب مقطر حل می شود. اگر درصد یونش باز برابر 20 باشد، کدام مورد، نادرست است؟
($\text{DOH} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) $[\text{H}^+]$ این محلول به تقریب برابر $10^{-13} \times 8/3$ است.

(۲) $[\text{OH}^-]$ در این محلول با $[\text{H}^+]$ در 125 میلی لیتر از محلول اسید قوی HA با غلظت 0.12 مولار، برابر است.

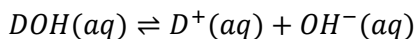
(۳) اگر 0.8 گرم باز DOH به این محلول اضافه شود، بدون تغییر حجم، pH محلول، 0.3 واحد افزایش می یابد.

(۴) محلول حاصل از مخلوط کردن 50 میلی لیتر از این محلول با همین حجم از محلول HCl با غلظت 0.2 مولار، خاصیت اسیدی دارد.

(سخت - مسأله ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله یونش باز ضعیف DOH به صورت زیر است:



ابتدا مولاریته باز DOH را محاسبه می کنیم:

$$[\text{DOH}] = \frac{\text{مول}}{\text{لیتر}} \rightarrow \frac{(1/2)}{0.25} = 0.06 \text{ mol.L}^{-1}$$

در مرحله بعد، غلظت یون هیدروکسید محلول را به دست می آوریم. با توجه به اینکه DOH یک باز ضعیف است و غلظت یون هیدروکسید تولید شده از رابطه $[\text{OH}^-] = M\alpha$ به دست می آید، داریم:

$$? [\text{OH}^-] = 0.06 \times 2 \times 10^{-1} = 12 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین غلظت یون هیدروکسید در این محلول برابر با $12 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ است.

بررسی گزینه ها:

۱ همانطور که می دانیم در یک محلول آبی در دمای 25°C ، حاصل ضرب غلظت یون های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر با $10^{-14} \text{ mol}^2.\text{L}^{-2}$ است. بر این اساس، داریم:

$$[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow X \times 12 \times 10^{-3} = 10^{-14} \Rightarrow X \approx 8/33 \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در این محلول به تقریب برابر با $8/33 \times 10^{-13}$ مول بر لیتر است.

۲ همانطور که محاسبه کردیم، غلظت یون هیدروکسید در محلول باز DOH، برابر با 0.12 مول بر لیتر است. همچنین با توجه به اینکه HA یک اسید قوی و با درجه یونش ۱ است، غلظت یون هیدرونیوم در آن با غلظت اسید برابر و معادل 0.12 مولار است. بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول باز DOH با غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید قوی HA برابر است.

۳ اگر غلظت یک باز ضعیف را n برابر کنیم، pH آن، به اندازه $\frac{1}{2} \log n$ افزایش می یابد. با توجه به اینکه $10^{-3} = 10^{-3}$ ، برای افزایش pH محلول به اندازه 0.3 واحد، باید غلظت باز را چهار برابر کنیم. در این صورت برای چهار برابر کردن غلظت باز باید به اندازه سه برابر جرم DOH حل شده در ابتدا یعنی $3/6$ گرم DOH به محلول اضافه شود.

۴ هرگاه حجم V_a از محلول اسیدی با غلظت مولی M_a و ظرفیت n_a با حجم V_b از محلول بازی با غلظت مولی M_b و ظرفیت n_b به طور کامل واکنش بدهد، به طوری که هر دو محلول کاملاً مصرف شوند، رابطه زیر میان این دو محلول برقرار می شود:

$$M_a \times n_a \times V_a = M_b \times n_b \times V_b$$

با توجه برابر بودن حجم محلول و ظرفیت باز DOH و اسید HA، برای تعیین اسیدی یا بازی بودن محلول، باید مولاریته این دو محلول را با هم مقایسه کرد. از آنجا که مولاریته محلول اسید HCl برابر با 0.2 مولار و مولاریته محلول باز DOH برابر با 0.12 مولار است، می توان نتیجه گرفت که محلول نهایی خاصیت اسیدی خواهد داشت.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام مورد درست است؟

(۱) در بسیاری از واکنش های بسپارش، مانند تشکیل پلی اتن و تفلون، واکنش دهنده مایع به فراورده جامد تبدیل می شود.

(۲) به دلیل سبک تر بودن مولکول اتن نسبت به پروپن، جرم مولی پلی اتن از جرم مولی پلی پروپن، کم تر خواهد بود.

(۳) بسپارش، واکنشی است که واکنش دهنده های سیر نشده را به فراورده های سیر شده تبدیل می کند.

(۴) شمار اتم ها در مونومر سازنده پنبه، با شمار اتم ها در مونومر سازنده گندم برابر است.



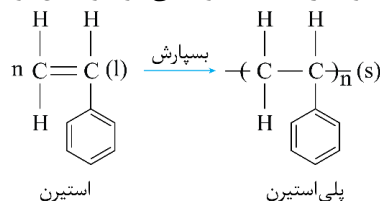
گندم غنی از نشاسته است. نشاسته، پلی ساکاریدی است که از اتصال مولکولهای گلوکز به یکدیگر تشکیل شده است. پنبه از پلیمر سلولز ایجاد شده که هر مولکول سلولز نیز، خود از اتصال تعداد زیادی مولکول گلوکز به هم ایجاد شده است. ساختار یک نمونه از سلولز به صورت زیر است:



با توجه به اینکه مونومر سازنده پنبه و گندم یکسان است، شمار اتمها در مونومر سازنده آنها (گلوکز: $C_6H_{12}O_6$) نیز یکسان خواهد بود.

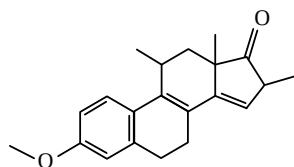
بررسی سایر گزینهها:

- ۱) مونومر سازنده پلی اتن، گاز اتن بوده که با حرارت دادن آن در فشار بالا، جامد سفید رنگی پدید می آید که جرم مولی آن، اغلب دهها هزار گرم بر مول است. همچنین تفلون، مادهای جامد است که از پلیمری شدن گاز تترافلوئورواتن پدید می آید.
- ۲) تعیین شمار دقیق مونومرهای شرکت کننده در واکنش بسپارش یک ماده امکان پذیر نیست و تاکنون هیچ قاعدهای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است. با توجه به این موضوع، تعیین جرم مولی یک پلیمر امکان پذیر نخواهد بود و از این رو، نمی توان جرم مولی پلی اتن و پلی پروپن را با یکدیگر مقایسه کرد.
- ۳) در فرایند بسپارش، همواره فراوردهای سیر شده تشکیل نمی شود. به عنوان مثال در فرایند بسپارش استیرن، پلی استیرن پدید می آید که در ساختار خود دارای حلقه بنزنی با پیوندهای دوگانه کربن-کربن است و سیر نشده محسوب می شود. واکنش تولید این پلیمر به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۹۸- درباره ترکیبی با ساختار داده شده، کدامیک از موارد زیر درست است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)



- الف: عدد اکسایش اتمهای کربنی که به اتم اکسیژن متصل اند، برابر است.
 ب: هر مول از آن برای سوختن کامل، به ۲۶ مول گاز اکسیژن نیاز دارد.
 پ: شمار گروههای متیل در مولکول آن، ۴ برابر شمار این گروه در ساختار مونومر سازنده سرنگ است.
 ت: هر مول از آن در شرایط مناسب، می تواند در واکنش با ۶ گرم گاز هیدروژن، به یک ترکیب سیر شده تبدیل شود.
- (۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{21}H_{24}O_2$ است. بر این اساس، عبارت های «ب» و «پ» درست هستند. برای تعیین تعداد هیدروژن ها در ساختار یک ترکیب آلی با فرمول مولکولی C_nH_m از رابطه زیر بهره می بریم:

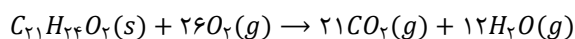
$$H = 2N + 2 - 2 \times (\text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه}) - 4 \times (\text{تعداد پیوند سه گانه}) - \bar{X} + \bar{N}$$

تعداد نیتروژن ها تعداد هالوژن ها

در این رابطه، N تعداد اتم های نیتروژن و X تعداد اتم های هالوژن ها را نشان می دهد.

بررسی موارد:

- الف: در این ترکیب، سه اتم کربن به اتم اکسیژن متصل شده اند که عدد اکسایش آنها، ۱، ۲، و ۲- است. بنابراین عدد اکسایش اتم های کربن متصل به اتم اکسیژن در این ترکیب با هم متفاوت است.
- ب: معادله موازنه شده سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده، به ازای سوختن هر مول از این ترکیب، ۲۶ مول گاز اکسیژن مصرف خواهد شد.

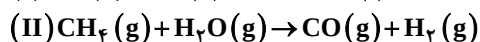
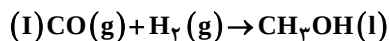
پ: مونومر سازنده سرنگ، پروپن است که در ساختار خود یک گروه متیل دارد. از طرفی ترکیب داده شده، دارای چهار گروه متیل در ساختار خود است. بر این اساس می توان گفت که شمار گروه های متیل در این ترکیب، چهار برابر تعداد گروه های متیل در مونومر سازنده سرنگ است.

ت: با توجه به اینکه در این ترکیب ۵ پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد، هر مول از آن در شرایط مناسب با پنج مول گاز H_2 (معادل با ۱۰ گرم) واکنش می دهد.





۹۹- با توجه به واکنش‌های زیر، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام مورد، نادرست است؟



(۱) فراورده ناقطبی، فرم کاهش یافته گونه اکسند در واکنش (II) است.

(۲) تفاوت ضرایب استوکیومتری عامل کاهنده در دو واکنش، برابر یک است.

(۳) عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (I)، ۳ واحد کاهش و در واکنش (II)، ۶ واحد افزایش یافته است.

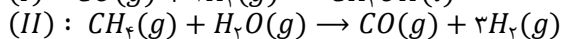
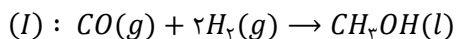
(۴) در شرایط مناسب انجام واکنش‌ها، فراورده‌های واکنش (II) به ازای مصرف یک مول متان، برای تهیه یک مول متانول کفایت می‌کند.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



معادله موازنه شده واکنش‌های (I) و (II) به صورت زیر است:



در واکنش (I)، عدد اکسایش کربن در کربن مونوکسید برابر با ۲+ و عدد اکسایش کربن در ساختار متانول برابر با ۲- است. بنابراین با انجام این واکنش، عدد اکسایش کربن به اندازه ۴ واحد کاهش می‌یابد. از طرفی در واکنش (II)، عدد اکسایش کربن در متان برابر با ۴- و عدد اکسایش کربن در کربن مونوکسید برابر با ۲+ است. پس می‌توان گفت که عدد اکسایش کربن در این واکنش، ۶ واحد افزایش پیدا کرده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در واکنش (II)، H_2O گونه اکسند بوده و H_2 فرم کاهش یافته آن است. توجه داریم که H_2 ، گازی ناقطبی است و در میدان الکتریکی، جهت‌گیری نمی‌کند.
- ۲ در واکنش (I)، عامل کاهنده، H_2 و در واکنش (II)، عامل کاهنده، CH_4 است. با توجه به معادله‌های موازنه شده، ضریب گاز هیدروژن در واکنش (I) برابر با ۲ و ضریب گاز متان در واکنش (II) معادل با ۱ است. بنابراین تفاوت ضریب استوکیومتری این دو ماده برابر با ۱ می‌شود.
- ۴ به ازای مصرف هر مول متان در معادله موازنه شده واکنش (II)، یک مول کربن مونوکسید و سه مول گاز هیدروژن تولید می‌شود. توجه داریم که بر اساس واکنش (I) برای تولید هر مول متانول، به یک مول گاز کربن مونوکسید و دو مول گاز هیدروژن احتیاج داریم.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- درباره فرایند زنگ زدن آهن، چند مورد از موارد زیر درست است؟

- تبدیل فلز آهن به زنگ آهن، از دو واکنش اکسایش آن تشکیل شده است.
- فراورده‌های نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، هر دو محلول در آب‌اند.
- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش کلی، برابر ۱۷ است.
- وجود یون هیدرونیوم، سبب افزایش سرعت انجام فرایند می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

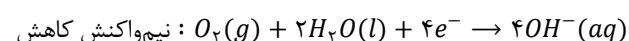
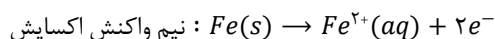
پاسخ: گزینه ۱



به ترد شدن، خورد شدن و فروریختن فلزها بر اثر یک واکنش اکسایش-کاهش خوردگی گفته می‌شود. هنگامی که وسایل آهنی در هوای مرطوب قرار می‌گیرند، یک واکنش اکسایش-کاهش ناخواسته رخ می‌دهد که باعث اکسایش آهن شده و از زیبایی و استحکام آن می‌کاهد. فراورده نهایی خوردگی، زنگ آهن $(Fe(OH)_2)$ است. بر این اساس، هر چهار عبارت داده شده درست هستند.

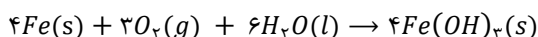
بررسی موارد:

- در فرایند زنگ زدن آهن، اتم آهن اکسایش یافته و به یون Fe^{2+} تبدیل می‌شود. در ادامه، با توجه به اینکه زنگ آهن، حاوی یون Fe^{3+} است، Fe^{2+} خود نیز اکسایش یافته و Fe^{3+} تشکیل خواهد شد.
- معادله موازنه شده نیم‌واکنش اکسایش و کاهش در فرایند زنگ‌زدن آهن به صورت زیر است:



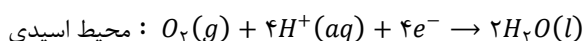
فراورده نیم‌واکنش اکسایش، یون Fe^{2+} و فراورده نیم‌واکنش کاهش، یون هیدروکسید است که هر دو در آب محلول هستند.

• معادله موازنه شده واکنش کلی زنگ‌زدن آهن به صورت زیر است:

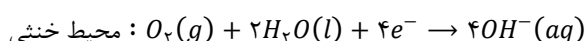


با توجه به معادله موازنه شده، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر با ۱۷ است.

• معادله موازنه شده نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی و خنثی به صورت زیر است:



$$E^\circ = +1/23V$$



$$E^\circ = +0/4V$$





با توجه به نیم‌واکنش‌های نوشته‌شده، E° مربوط به نیم‌واکنش کاهش اکسیژن محیط اسیدی از محیط خنثی بیشتر است. بنابراین می‌توان گفت که سرعت خوردگی آهن در محیط اسیدی نسبت به محیط غیراسیدی بیشتر است و وجود یون هیدرونیوم، سبب افزایش سرعت فرایند زنگ زدن آهن می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- اگر واکنش: $4\text{NH}_3(\text{g}) + 5\text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 4\text{NO}(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ، در یک سیلندر مجهز به پیستون روان و با ۲ مول از هریک از اجزا در حال تعادل باشد، با کاهش فشار روی پیستون، در تعادل جدید، چند مول بخار آب در ظرف واکنش می‌تواند وجود داشته باشد؟ (دما ثابت است).

۴) ۰/۸۵

۳) ۱/۵۰

۲) ۳/۲۰

۱) ۴/۴۵

(مفهوم - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



ابتدا درسنامه زیر را با دقت بخوانید.

بر اساس قانون لوشاتلیه، اگر تغییری موجب بر هم زدن تعادل در یک سامانه تعادلی شود، تعادل در جهتی جابه‌جا می‌شود که تا حد امکان، اثر آن تغییر را جبران کند. بر اساس این اصل، در صورت افزایش غلظت یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در یک تعادل شیمیایی، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن ماده را مصرف کند و سامانه مجدداً به حالت تعادل برسد. در نقطه مقابل، در صورت کاهش غلظت یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در یک تعادل شیمیایی، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن ماده را تولید کند و سامانه مجدداً به حالت تعادل برسد. توجه داریم که در این جابه‌جایی مقدار K ثابت باقی می‌ماند.

از تغییر حجم سامانه واکنش، می‌توان برای تغییر غلظت مواد گازی شرکت‌کننده در واکنش کمک گرفت. برای آن که تغییر حجم بر جابه‌جایی تعادل یک واکنش شیمیایی موثر باشد، باید حداقل یکی از اجزای شرکت‌کننده در واکنش گازی شکل باشد و تعداد مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش نیز برابر نباشند.

یکی از راه‌های تغییر حجم سامانه‌های گازی، تغییر فشار است. درواقع با افزایش فشار اعمال‌شده بر یک تعادل گازی، حجم اشغال‌شده توسط گازها کاهش پیدا می‌کند و با کاهش فشار اعمال‌شده بر یک تعادل گازی نیز حجم اشغال‌شده توسط گازها افزایش پیدا می‌کند.

تغییر دمای سامانه‌های تعادلی، یکی از روش‌های مورد استفاده برای جابه‌جا کردن تعادل‌های شیمیایی است. تغییر دما افزون بر جابه‌جا کردن تعادل، مقدار ثابت تعادل واکنش را نیز تغییر می‌دهد. اثر تغییر دما بر تعادل‌های گوناگون یکسان نیست و به گرماده یا گرماگیر بودن آن واکنش‌ها بستگی دارد. با افزایش دمای یک سامانه در حالت تعادل، واکنش در جهت مصرف گرما پیش می‌رود تا دمای سامانه را مجدداً کاهش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار فراورده‌ها افزایش پیدا می‌کند. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با افزایش دما تعادل در جهت برگشت پیش رفته و مقدار واکنش‌دهنده‌ها افزایش پیدا می‌کند. با کاهش دمای یک سامانه در حالت تعادل، واکنش در جهت تولید گرما پیش می‌رود تا دمای سامانه را دوباره افزایش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار واکنش‌دهنده‌ها افزایش پیدا می‌کند. در صورتی که این واکنش گرماده باشد، با کاهش دما تعادل در جهت رفت پیش می‌رود و مقدار فراورده‌ها افزایش پیدا می‌کند.

با کاهش فشار روی پیستون، حجم اشغال‌شده توسط گازها افزایش پیدا می‌کند که این موضوع موجب کاهش غلظت گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش می‌شود. طبق اصل لوشاتلیه، به منظور جبران این تغییر، تعادل در جهتی جا به جا می‌شود که شمار مول‌های گازی آن بیشتر است. با توجه به اینکه مجموع شمار مول‌های مواد گازی در سمت واکنش‌دهنده‌ها برابر ۹ و در سمت فراورده‌ها برابر ۱۰ است، تعادل در جهت رفت جا به جا می‌شود. بنابراین شمار مول‌های بخار آب افزایش پیدا خواهد کرد. بر این اساس، گزینه‌های سوم و چهارم نادرست هستند.

اگر در این واکنش ۲ مول گاز اکسیژن به صورت کامل مصرف شود، شمار مول‌های بخار آب تولیدشده برابر است با:

$$? \text{ mol } \text{H}_2\text{O} = 2 \text{ mol } \text{O}_2 \times \frac{6 \text{ mol } \text{H}_2\text{O}}{5 \text{ mol } \text{O}_2} = 2.4 \text{ mol}$$

بنابراین حتی اگر کل ۲ مول اکسیژن موجود در مخلوط هم مصرف شود، ۲/۴ مول بخار آب تولید شده و شمار مول‌های بخار آب نهایتاً به ۴/۴ مول خواهد رسید که این مقدار از ۴/۴۵ کمتر است. بر این اساس گزینه اول نیز نادرست است و پاسخ صحیح سوال، گزینه دو خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- ترکیب‌های کدام مورد می‌تواند نماینده مناسبی برای ساختارهای داده شده باشد؟



(a)



(b)



(c)



(d)

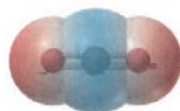
۲) a: HCN, b: CH₄, c: H₂S۱) a: SCO, b: SiF₄, d: CHCl₃۴) a: HF, c: H₂O, d: SO₃۳) b: SiH₄, c: OF₂, d: NH₃

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



شیمی‌دان‌ها برای نمایش توزیع الکترون‌ها و بررسی تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های سازنده یک گونه شیمیایی، از شکل‌هایی به نام نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی استفاده می‌کنند. در این نقشه‌ها، رنگ آبی تراکم کمتر الکترون‌ها (بار جزئی مثبت) و رنگ قرمز، تراکم بیشتر الکترون‌ها (بار جزئی منفی) را نشان می‌دهد. به عنوان مثال نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی کربن دی‌اکسید به صورت زیر است:





در مولکول خطی کربن دی اکسید، تراکم بار الکتریکی بر روی اتم‌های اکسیژن بیشتر از اتم کربن است، از این رو به اتم‌های اکسیژن بار جزئی منفی (δ^-) و به اتم کربن، بار جزئی مثبت (δ^+) نسبت داده می‌شود. به علت توزیع متقارن بار الکتریکی پیرامون اتم مرکزی، این مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند و گشتاور دو قطبی آن برابر با صفر است.

شکل a یک مولکول دواتمی ناجورهسته را نشان می‌دهد. بنابراین نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی ترکیبی می‌تواند همانند شکل a باشد که از دو اتم متفاوت تشکیل شده است. بنابراین گزینه‌های اول و دوم نادرست هستند.

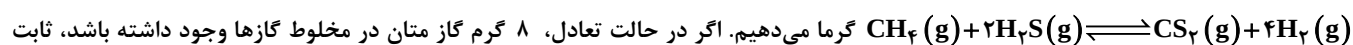
شکل b یک مولکول چهار اتمی مسطح را نشان می‌دهد. در مولکول‌های چهار اتمی، اگر هیچ الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی وجود نداشته باشد، مولکول موردنظر ساختار مسطح پیدا می‌کند. بنابراین نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی CH_4 ، SiH_4 و SiF_4 می‌تواند به فرم b باشد.

شکل c ، یک مولکول سه اتمی غیرخطی را نشان می‌دهد. در مولکول‌های سه اتمی، اگر یک یا چند الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی وجود داشته باشد، مولکول موردنظر ساختار خمیده پیدا کرده و اتم‌های سازنده آن در یک راستا قرار نمی‌گیرند. بر این اساس، نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی OF_2 ، H_2S و H_2O همانند شکل c خواهد بود.

شکل d ، یک مولکول چهار اتمی غیرمسطح را نشان می‌دهد. در مولکول‌های چهار اتمی، اگر یک یا چند الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی قرار داشته باشند، این مولکول‌ها حالت غیرمسطح (هرمی) پیدا می‌کنند. بر این اساس در بین مولکول‌های نام برده در گزینه‌ها، تنها نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی NH_3 می‌تواند به شکل d باشد. بنابراین گزینه چهارم نیز نادرست بوده و پاسخ صحیح، گزینه سوم است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- در یک ظرف ۵۰۰ میلی‌لیتری دربسته، مخلوطی از ۵۵/۰ مول گاز متان و ۲/۰ مول گاز هیدروژن سولفید را تا برقرار شدن تعادل:



تعادل در شرایط آزمایش کدام است؟ ($H=1, C=12: g \cdot mol^{-1}$)

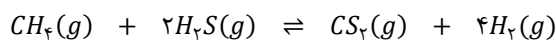
$$\begin{aligned} 4 \times 10^{-3} & \quad (2) \\ 250 & \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6/4 \times 10^{-2} & \quad (1) \\ 15/625 & \quad (3) \end{aligned}$$

(متوسط - مسأله ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش و روند تغییرات مواد به صورت زیر است:



در ابتدای واکنش :

در لحظه تعادل :

در حالت تعادل، ۸ گرم گاز متان (معادل با ۰/۵ مول) داریم، بر این اساس، خواهیم داشت:

$$0/55 - x = 0/5 \rightarrow x = 0/05$$

از آنجا که حجم سامانه در حالت تعادل برابر با ۵۰۰ میلی‌لیتر است، ثابت تعادل واکنش را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$K = \frac{[H_2]^4 [CS_2]}{[CH_4] [H_2S]^2} = \frac{(0/2)^4 \times 0/05}{(0/1)^2 \times 0/5} \times \left(\frac{1}{0/5}\right)^{5-3} = 6/4 \times 10^{-2}$$

به منظور محاسبه ثابت تعادل واکنش $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$ می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$K = \frac{(n_C)^c \times (n_D)^d}{(n_A)^a \times (n_B)^b} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{\Delta n} \quad \text{و} \quad \Delta n = (c + d) - (a + b)$$

دقت کنید که در محاسبه Δn صرفاً ضرایب مواد گازی و مواد در حالت محلول را در نظر بگیرید. در این حالت، اگر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های گازی یا محلول با مجموع ضرایب فراورده‌های گازی یا محلول برابر باشد، Δn برابر با صفر شده و مقدار ثابت تعادل مستقل از حجم ظرف می‌شود. در این حالت، رابطه ثابت تعادل به صورت روبه‌رو خواهد بود:

$$K = \frac{(n_C)^c \times (n_D)^d}{(n_A)^a \times (n_B)^b}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- جدول زیر، مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری تشکیل شده از کاتیون‌ها و آنیون‌های بیست عنصر اول جدول تناوبی (با یکای کیلوژول بر مول) را نشان

آنیون \ کاتیون	A	D
X	۷۸۰	M
Y	۹۵۰	۲۵۰۰
Z	۲۹۰۰	۳۸۰۰

می‌دهد. با توجه به آن، کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف: مقدار عددی M از ۹۵۰ کم‌تر است.

ب: شعاع یونی X ، بزرگ‌تر از شعاع یونی Y است.

پ: عنصر سازنده آنیون A ، می‌تواند یک هالوژن باشد.

ت: عنصر سازنده کاتیون Z ، می‌تواند یک فلز قلیایی باشد.

(۲) «ب» و «ت»

(۱) «الف» و «ت»

(۴) «الف» و «پ»

(۳) «ب» و «پ»





ابتدا به درسنامه زیر دقت کنید:

آنتالپی فروپاشی شبکه

به گرمای لازم در فشار ثابت برای فروپاشی شبکه بلوری یک مول جامد یونی و تبدیل آن به یون‌های گازی (بر حسب کیلوژول بر مول)، آنتالپی فروپاشی شبکه می‌گویند و آن را با نماد $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ نشان می‌دهند. هر چه چگالی بار یون‌های سازنده ترکیب یونی بیشتر باشد، نیروی جاذبه میان یون‌ها قوی‌تر بوده و استحکام و پایداری شبکه بیشتر است. در نتیجه برای فروپاشی شبکه به انرژی بیشتری نیاز است. به کمک روش زیر، می‌توان آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی را با هم مقایسه کرد.

گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه آن ترکیب بزرگ‌تر است. به عنوان مثال، دو ترکیب MgO و $MgCl_2$ را در نظر بگیرید. کاتیون دو ترکیب یکسان است اما از آنجا که قدرمطلق بار O^{2-} نسبت به Cl^- بیشتر است، بنابراین آنتالپی فروپاشی منیزیم اکسید نسبت به منیزیم کلرید بیشتر خواهد بود.

گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بزرگ‌تر است. به عنوان مثال دو ترکیب Na_2P و Na_3N را در نظر بگیرید. کاتیون دو ترکیب و بار آنیون‌ها یکسان است، اما از آنجا که شعاع یون N^{3-} کوچک‌تر از یون P^{3-} است، آنتالپی فروپاشی سدیم نیتريد نسبت به سدیم فسفید بیشتر خواهد بود.

موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: با توجه به جدول داده‌شده، آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از کاتیون‌های Y و Z با آنیون D نسبت به آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از کاتیون این دو عنصر با آنیون A تفاوت زیادی دارد. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت که بار آنیون D نسبت به بار آنیون A بیشتر است. از طرفی، با توجه به تفاوت کم آنتالپی فروپاشی دو ترکیب XA و YA ، می‌توان نتیجه گرفت که بار الکتریکی دو کاتیون X و Y با یکدیگر برابر بوده و این دو کاتیون، تنها در اندازه شعاع یونی، با یکدیگر تفاوت دارند. بنابراین بار ترکیب حاصل از X و D ، نسبت به ترکیب حاصل از Y و A بیشتر بوده و از این‌رو، انتظار می‌رود که آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از X و D ، بیشتر از 950 کیلوژول بر مول باشد.

ب: آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از X و A برابر با 780 کیلوژول بر مول و آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از Y و A معادل 950 کیلوژول بر مول است. با توجه به یکسان بودن آنیون سازنده در این دو ترکیب و تفاوت کم آنتالپی فروپاشی آن‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که شعاع یون X نسبت به یون Y بزرگ‌تر است.

پ: با توجه به داده‌های جدول، آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از کاتیون‌های داده‌شده با آنیون A تفاوت زیادی نسبت به ترکیب حاصل از این کاتیون‌ها با آنیون D دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بار آنیون D نسبت به بار آنیون A بیشتر است. بر این اساس، آنیون D نمی‌تواند متعلق به یک هالوژن باشد اما آنیون A می‌تواند یک هالوژن باشد.

ت: با توجه به داده‌های جدول، آنتالپی فروپاشی ترکیب حاصل از Z و A نسبت به ترکیب حاصل از دو کاتیون دیگر با آنیون A ، تفاوت زیادی دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بار کاتیون‌های X و Y ، با هم مشابه و نسبت به کاتیون Z کمتر است. بر این اساس، کاتیون Z نمی‌تواند متعلق به یک فلز قلیایی با بار $(+1)$ باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵ - کدام مورد درست است؟

- ۱) در واکنش تبدیل یک هیدروکربن به فراورده آلی اکسیژن‌دار، (مجموع) عدد اکسایش اتم‌های کربن، کاهش می‌یابد.
- ۲) یکی از روش‌های بازیافت شیمیایی PET، واکنش آن با متانول در شرایط مناسب و تبدیل آن به مواد مفید است.
- ۳) یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه است که شمار بیش‌تری از واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل شوند.
- ۴) واکنش: $2CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g)$ ، یک واکنش گرماگیر با مقدار انرژی فعال‌سازی منفی است.



یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، باید آن‌ها را جداگانه جمع‌آوری و سپس با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی، به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. از آنجا که سالانه حجم انبوهی از پسماندهای این پلیمر تولید می‌شود، بازیافت شیمیایی آن، بسیار ضروری و ارزشمند است. شیمی‌دان‌ها با بررسی‌های فراوان پی بردند که PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به مواد مفیدی تبدیل می‌شود؛ موادی که می‌توان آن‌ها را برای تولید پلیمرها به کار برد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در واکنش تبدیل یک هیدروکربن به فراورده آلی اکسیژن‌دار، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن افزایش خواهد یافت.
- ۳) یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه‌تر است که شمار بیش‌تری از اتم‌های واکنش‌دهنده به فراورده‌های سودمند تبدیل شود.
- ۴) برای آغاز هر واکنش شیمیایی، مقدار معینی از انرژی لازم است که به آن، انرژی فعال‌سازی واکنش می‌گوییم. انرژی فعال‌سازی همواره مقداری مثبت دارد و نمی‌تواند یک عدد منفی باشد.

گروه آموزشی ماز

