



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره ققنوس ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۴

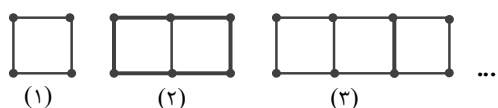
دفترچه شماره ۱

دوشنبه ۲۳ تیر ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

- ۱- در الگوی زیر، اگر تعداد پاره‌خط‌های شکل n ام را با a_n و تعداد نقاط توپر شکل $(n+1)$ ام را با b_n نشان دهیم، بزرگ‌ترین عدد دو رقمی دنباله $a_n + b_n$ کدام است؟



- (۱) ۹۵
(۲) ۹۶
(۳) ۹۷
(۴) ۹۸

- ۲- مجموعه جواب نامعادله $|x-3| \leq x+a$ بازه $(-\infty, b]$ است. حداقل مقدار b کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $2 + \sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{5}$

- ۳- طول یک مستطیل دو واحد بیشتر از دو برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۶۰ باشد، محیط آن کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۳۲ (۴) ۳۴

- ۴- ماشینی مسیر ۷۲۰ کیلومتری بین دو شهر را با سرعت ثابت می‌رود. در مسیر برگشت، سرعتش را ۱۰ کیلومتر بر ساعت افزایش می‌دهد. اگر زمان مسیر برگشت ۴۸ دقیقه از زمان مسیر رفت کوتاه‌تر باشد، سرعت ماشین در مسیر رفت کدام است؟

- (۱) $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (۲) $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (۳) $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (۴) $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

- ۵- فرض کنید $A(3, -1)$ و $B(5, 3)$ دو رأس مثلث ABC و ضلع BC بر خط $3x + my = 27$ منطبق باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۱۱ باشد، عرض نقطه C کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۵

- ۶- اگر α ریشه بزرگ‌تر معادله $\log_{\sqrt{x}}^f + \log_{\sqrt{x}}^A = 3$ باشد، حاصل $\left[\frac{3\alpha^2}{4} \right]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۷- اگر α بزرگ‌ترین جواب معادله $\log_{\sqrt{x}}^x + \log_{\sqrt{x}}^x = 1$ باشد، مقدار $\alpha^{\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

- ۸- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 0)\}$ و $g = \{(1, -2), (2, 0), (4, 1), (5, -4)\}$ ، کدام یک از توابع زیر یک‌به‌یک نیست؟

- (۱) $f + g$ (۲) $f - g$ (۳) $\frac{f}{g}$ (۴) $\frac{g}{f}$

محل انجام محاسبات

۹- اگر f و g توابعی وارون پذیر و $f(2x) = 1 - 3g(\frac{x}{3})$ باشد، مقدار $f^{-1}(-2)$ چند برابر $g^{-1}(1)$ است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۴

۱۰- نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax - 2$ را دو واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به خط $y = x$ قرینه می کنیم.

اگر نمودار حاصل، خط $2x - y = 5$ را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کند، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

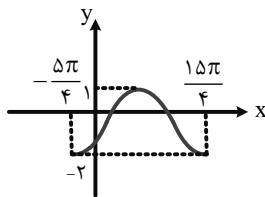
۱۱- به ازای چند مقدار صحیح برای a تابع $f(x) = ax^3 - (2a + 3)x^2 + 6x - 1$ در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) هیچ (۴) بی شمار

۱۲- اگر $\frac{2 \sin 288^\circ + k \cos 162^\circ}{\cos 198^\circ - 3 \sin 252^\circ} = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۳- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ را در یک بازه تناوب نشان می دهد. مقدار ab کدام است؟



- (۱) ۰ / ۳
(۲) -۰ / ۳
(۳) ۰ / ۶
(۴) -۰ / ۶

۱۴- جواب کلی معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + 2 \sin(\pi + x) \sin(\frac{\pi}{4} + x) = 1$ کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۱۵- اگر $f(x) = 2x^3 + ax^2 - ax - 2a$ و $f(x)$ باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ ، دو برابر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 1$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۶- تابع $f(x) = \frac{a\sqrt{3x+1}-2b}{x-1}$ مفروض است. اگر حد تابع f در دو نقطه $x=1$ و $x=0$ ، دو واحد با یکدیگر اختلاف داشته باشند، مقدار $|a|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

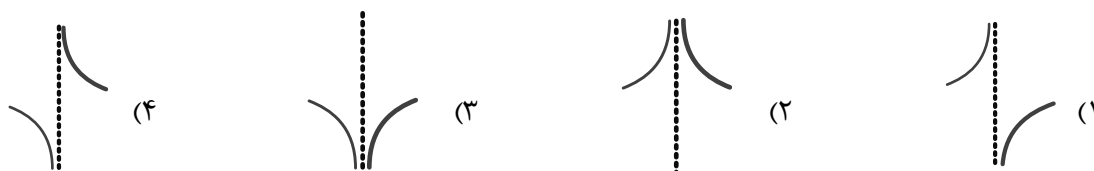
۱۷- تابع $f(x) = 2\sqrt{k-x}$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 2f^{-1}(x)}{x-4}$ در صورت وجود چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

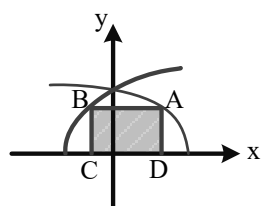
۱۸- تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{|x|-1}$ در چند نقطه از دامنه خود مشتق ناپذیر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۹- نمودار مشتق تابع $f(x) = \sqrt[5]{x^5 - x}$ در اطراف نقطه $x=0$ به کدام صورت است؟



۲۰- در شکل مقابل، نمودار توابع $y = \sqrt{12-x}$ و $y = \sqrt{12+2x}$ رسم شده است. بیشترین مساحت مستطیل هاشور زده چقدر است؟



- (۱) ۳۶
(۲) ۲۴
(۳) ۲۷
(۴) ۲۰

۲۱- هم‌ارز گزاره $(p \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow p) \vee q]) \vee (q \Rightarrow [\sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p])$ کدام است؟

- (۱) F (۲) T (۳) $p \wedge q$ (۴) $\sim p \wedge \sim q$

۲۲- در یک کنفرانس علمی، ۷ دانشمند به ترتیب سخنرانی می‌کنند. در چند حالت بین دو شخص a و b حداقل دو نفر سخنرانی می‌کنند؟

- (۱) $5! \times 5$ (۲) $5! \times 10$ (۳) $5! \times 15$ (۴) $5! \times 20$

محل انجام محاسبات

۲۳- اگر $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{3} P(B|A) = \frac{1}{3}$ باشد، احتمال این که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

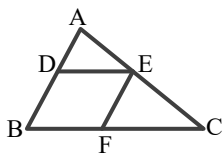
۲۴- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده فرد باشد یک سکه و اگر هر دو تاس رو شده زوج باشند، ۲ سکه پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم تنها یک بار سکه خط آمده است، احتمال آن که عدد هر دو تاس ۶ بوده باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) $\frac{1}{36}$

۲۵- اگر میانگین داده‌های $\log 2, \log \frac{3}{4}, \log \frac{4}{3}, \log \frac{5}{4}$ را m و انحراف معیار داده‌های ۱، ۱، ۵، ۸، ۲ را n بنامیم، آن‌گاه mn کدام است؟ $(\log 5 \approx \frac{\sqrt{2}}{2})$

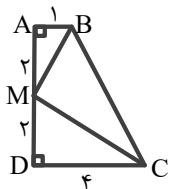
- (۱) $5/0$ (۲) $75/0$ (۳) $5/1$ (۴) $25/1$

۲۶- در شکل زیر، چهارضلعی BDEF لوزی است. اگر $AD = 4$ و $BC = 15$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث $\triangle CEF$ چه کسری از مساحت لوزی است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

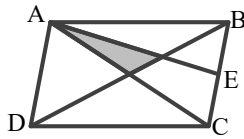
۲۷- نقطه M روی ساق قائم از دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD واقع شده است. اگر $AB = 1$ ، $CD = 4$ ، $AM = 2$ و $MD = 2$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث MBC چقدر است؟



- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{11}{4}$

محل انجام محاسبات

۲۸- در شکل مقابل، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع و E وسط ضلع BC است. مساحت قسمت هاشورخورده چند برابر مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ است؟



(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{24}$

(۳) $\frac{1}{12}$

۲۹- یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد مفروض است. این مثلث را حول خطی که از یک رأس آن موازی با ضلع مقابل رسم شده است، دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

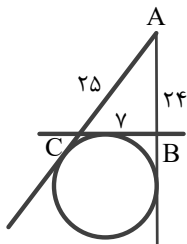
(۴) 4π

(۳) 3π

(۲) 2π

(۱) π

۳۰- در شکل مقابل، از نقطه A دو مماس بر دایره رسم شده است و BC نیز بر دایره مماس است. شعاع این دایره کدام است؟



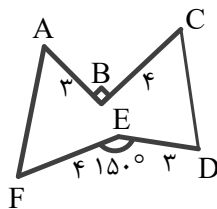
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۳۱- زمینی به صورت یک شش‌ضلعی است. بدون تغییر طول اضلاع و با تغییر جای B و E مساحت آن را حداکثر چقدر می‌توان افزایش داد؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۸

(۳) ۹

(۴) ۲۴

۳۲- طول اضلاع یک مثلث ۳، ۵ و ۷ است. شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

(۲) $\frac{14\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$

محل انجام محاسبات

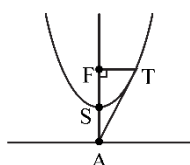
۳۳- اگر $-A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ و $|A| \neq 0$ ، آن گاه $|A|A + A$ کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) -۳۶ (۳) ۵۴ (۴) ۱۰۸

۳۴- اگر ماتریس $C_{2 \times 2}$ چنان باشد که $3I = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 9 & -5 \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$ ، آن گاه اختلاف درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس C کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۱۸ (۳) ۱۷ (۴) ۲۷

۳۵- اگر معادله سهمی شکل مقابل $x^2 - 2x = 4y + 3$ باشد، آن گاه مساحت مثلث FAT که در آن A روی خط هادی قرار دارد، کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶- اگر $A(1, 2, 1)$ ، $B(3, 5, 2)$ و $C(7, 3, 0)$ سه رأس مثلث $\triangle ABC$ باشند، به طوری که $\overline{AM}$ میانه و $\overline{AH}$ ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، طول $\overline{MH}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۳

۳۷- باقی‌مانده تقسیم عدد $19^{53} + 51^9$ بر ۱۲ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۳۸- اگر معادله سیاله $mx + 12y = 18$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد باقی‌مانده $3 + m^2$ بر عدد ۴، چند مقدار متمایز می‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۹- در گراف G از مرتبه $p = 18$ ، $\Delta(G) = 12$ می‌باشد. اگر $q(G) = 107$ باشد، $\Delta(\overline{G})$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۰- به چند طریق می‌توان ۶ کتاب مختلف را بین ۳ نفر توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک کتاب برسد؟

- (۱) ۵۷۰ (۲) ۵۵۰ (۳) ۵۴۰ (۴) ۵۱۰

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره ققنوس ماز



دفترچه شماره ۲

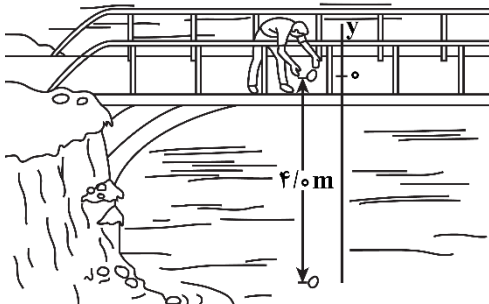
دوشنبه ۲۳ تیر ماه ۱۴۰۴

بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۶

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

۴۱- شکل زیر، شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت $\frac{1}{6}m$ را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصله بین دو سنگ با آهنگ متر بر ثانیه می‌یابد. ($g = 9/8 \frac{m}{s^2}$)



و مقاومت هوا ناچیز است.)

(۱) ۵/۶، افزایش

(۲) ۴/۸، کاهش

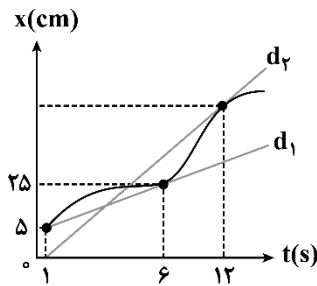
(۳) ۴/۸، افزایش

(۴) ۵/۶، کاهش

۴۲- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x در حال حرکت است. اگر تندی متحرک

در لحظه ۱۲s، دو برابر تندی متحرک در لحظه ۶s باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی ۶s تا ۱۲s چند $\frac{cm}{s}$

است؟ (خطوط d_1 و d_2 به ترتیب در لحظات ۶s و ۱۲s بر نمودار مماس هستند.)



(۱) ۱۰/۵

(۲) ۸/۵

(۳) ۷/۵

(۴) ۱۲/۵

۴۳- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون، شروع به

حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36 \frac{km}{h}$ از آن سبقت می‌گیرد. پس از گذشت چند ثانیه،

خودرو به کامیون می‌رسد؟

(۴) ۳۶

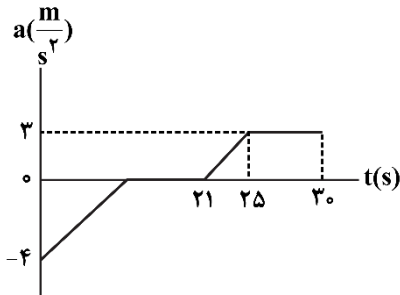
(۳) ۱۸

(۲) ۱۰

(۱) ۵

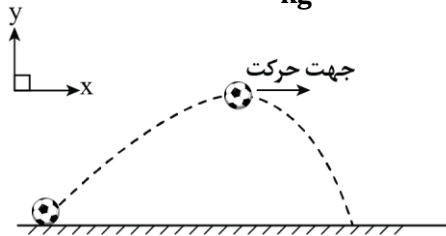
محل انجام محاسبات

- ۴۴- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه $30 \frac{m}{s}$ در جهت محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در مدت ۳۰ ثانیه صفر باشد، در مدتی که متحرک با سرعت ثابت حرکت می کند، چند متر جابه جا شده است؟



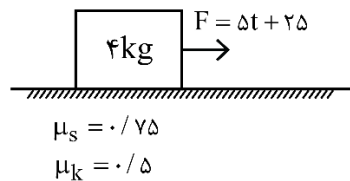
- (۱) ۹۳
(۲) ۹۳/۵
(۳) ۹۴
(۴) ۹۴/۵

- ۴۵- شکل زیر، مسیر حرکت توپی به جرم ۴۰۰ گرم را نشان می دهد. اگر نیروی مقاومت هوا در بالاترین نقطه مسیر حرکت توپ، برابر ۳ نیوتون باشد، بردار شتاب حرکت گلوله در این نقطه در SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) $-3\vec{i} - 4\vec{j}$
(۲) $+3\vec{i} - 4\vec{j}$
(۳) $-7/5\vec{i} - 10\vec{j}$
(۴) $+7/5\vec{i} - 10\vec{j}$

- ۴۶- در شکل زیر، جسم در ابتدا ساکن است. از لحظه $t=0$ ، نیروی افقی $F = 5t + 25$ (بر حسب نیوتون) را به مدت ۲ ثانیه بر جسم اثر می دهیم. در این مدت، بیش ترین نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می کند، چند برابر کم ترین نیرویی است که سطح افقی به جسم وارد می کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



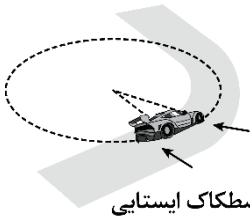
- (۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
(۴) $\frac{5}{2}$

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(۳) $\frac{5}{4}$

- ۴۷- یک تلسکوپ فضایی در ارتفاع تقریبی ۱۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور زمین می چرخد. شتاب گرانشی در این فاصله چند واحد SI است؟ ($R_e = 6400 km$ ، $g_0 = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۷/۶ (۲) ۵/۶ (۳) ۶/۴ (۴) ۸/۴

۴۸- مطابق شکل، خودرویی به جرم 1500 kg را در نظر بگیرید که می‌خواهد در یک پیچ مسطح افقی به شعاع 50 m بدون آن‌که بلغزد، دور بزند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده ۱ باشد، حداکثر تندی خودرو چند متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۲) $10\sqrt{5}$
(۴) ۵۰

(۱) $5\sqrt{2}$
(۳) ۲۵

۴۹- ژئوفیزیک‌دانی با استفاده از یک آونگ ساده به طول 17 cm که 72 نوسان کامل را در 60 s انجام می‌دهد، شتاب گرانش زمین را در مکانی خاص تعیین می‌کند. وی مقدار شتاب گرانش را در این مکان تقریباً چند متر بر مربع ثانیه به دست می‌آورد؟ ($\pi^2 \approx 10$)

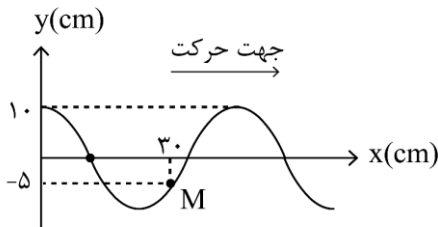
(۴) ۱۰

(۳) $10/2$

(۲) $9/6$

(۱) $9/8$

۵۰- یک موج عرضی در لحظه $t=0$ به صورت مقابل در طنابی ایجاد شده است. اگر سرعت ذره M در لحظه $t=1\text{ s}$ برای اولین بار صفر شود، سرعت انتشار موج چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟



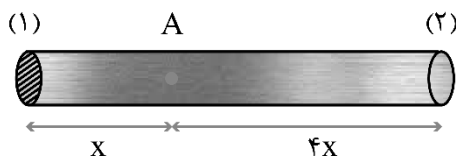
(۱) $7/5$

(۲) ۱۵

(۳) $3/75$

(۴) ۸

۵۱- با چکش به محل نشان داده شده A بر روی میله فلزی ضربه محکمی زده می‌شود و صوت در دو محیط هوا و فلز منتشر می‌شود. در این صورت اختلاف زمانی دو صوتی که به انتهای (۲) میله می‌رسند $1/28\text{ s}$ بیش‌تر از اختلاف زمانی دو صوتی است که به انتهای (۱) میله می‌رسند. اگر طول میله 80 متر باشد، تندی انتشار صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟ ($v_{\text{صوت در هوا}} = 320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



(۱) ۱۶۰۰

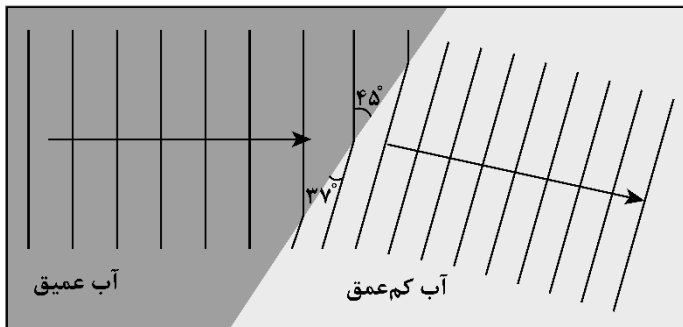
(۲) ۱۹۲۰

(۳) ۲۲۴۰

(۴) ۲۴۰۰

محل انجام محاسبات

- ۵۲- شکل زیر، جبهه‌های امواج سطحی آب را نشان می‌دهد که با تندی $5 \frac{m}{s}$ در قسمت عمیق حرکت می‌کنند و به سمت قسمت کم‌عمق می‌روند. تندی انتشار این امواج در قسمت کم‌عمق چند متر بر ثانیه است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $3\sqrt{2}$
(۲) $6\sqrt{2}$
(۳) ۳
(۴) ۶

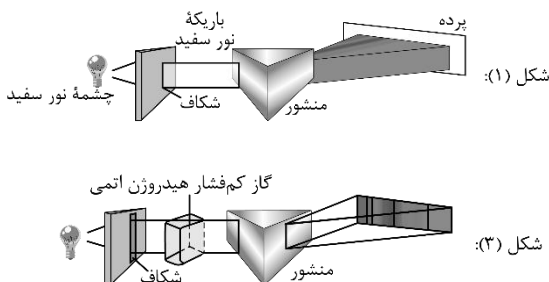
- ۵۳- در کدام یک از موارد زیر از بازتاب امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود؟

- (۱) اجاق خورشیدی - آنتن بشقابی
(۲) اجاق خورشیدی - میکروفون سهموی
(۳) سونار - آنتن بشقابی
(۴) سونار - میکروفون سهموی

- ۵۴- طول یکی از تارهای پیانویی $1/2 m$ و جرم آن $9 g$ است. اگر بسامد هماهنگ سوم این تار $250 Hz$ باشد، این تار تحت کشش چند نیوتون قرار دارد؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۶۰۰

- ۵۵- در شکل‌های زیر، سه طیف نشان داده شده است. از چند مورد از آن‌ها می‌توان برای شناسایی عناصر استفاده کرد؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

- ۵۶- چه تعداد از عبارتهای زیر با توجه به الگوهای اتمی صحیح است؟

- الف: مدل اتمی بور می‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.
ب: طبق مدل اتمی تامسون، اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است.
پ: مدل اتمی بور فقط برای اتم هیدروژن درست است.
ت: طبق مدل رادرفورد، طیف گسیلی توسط اتم باید پیوسته باشد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

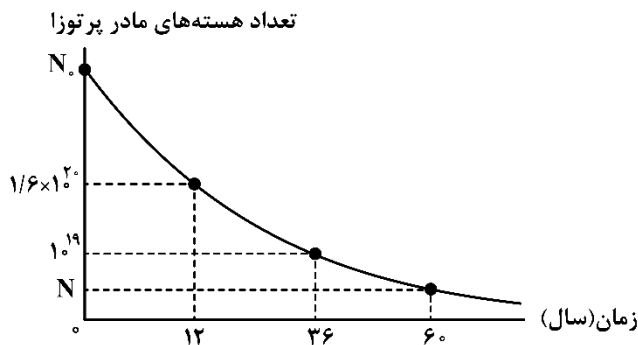
۵۷- نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزا بر حسب زمان برای یک نمونه مطابق شکل است. $\frac{N_0}{N}$ کدام است؟

(۱) ۵۱۲

(۲) ۲۰۴۸

(۳) ۱۰۲۴

(۴) ۲۵۶



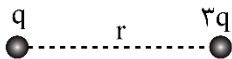
۵۸- مطابق شکل، دو کره کوچک فلزی و مشابه در فاصله r از هم قرار دارند و یکدیگر را با نیروی الکتریکی دفع می‌کنند. اگر دو کره را به هم تماس دهیم و در فاصله $\frac{r}{4}$ از هم قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{16}{3}$

(۳) $\frac{8}{3}$

(۴) $\frac{32}{3}$



۵۹- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $\frac{N}{C}$ که جهت آن قائم است، ذره‌ای با بار الکتریکی $-2\mu C$ به جرم $5g$ را رها می‌کنیم. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱) اگر جهت میدان به سمت پایین باشد، ذره در حال تعادل قرار می‌گیرد.

(۲) اگر جهت میدان به سمت بالا باشد، ذره در حال تعادل قرار می‌گیرد.

(۳) اگر جهت میدان به سمت پایین باشد، اندازه شتاب ذره $\frac{m}{s^2}$ می‌شود.

(۴) اگر جهت میدان به سمت بالا باشد، اندازه شتاب ذره $\frac{m}{s^2}$ می‌شود.

۶۰- دو کره مشابه و فلزی با شعاع $2cm$ دارای بارهای الکتریکی $1nC$ و $5nC$ هستند. اگر آن‌ها را به هم تماس دهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی هر کره چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi = 3)$

(۱) $6/25 \times 10^{-6}$

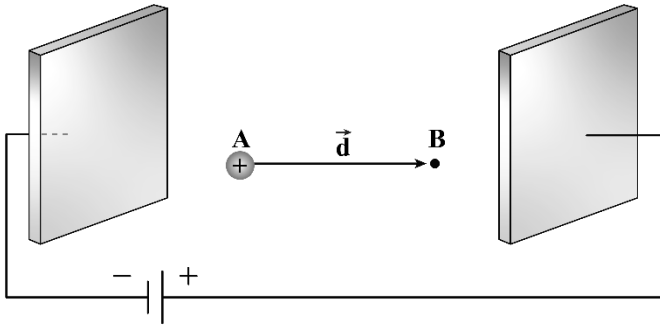
(۲) $6/25 \times 10^{-9}$

(۳) $1/25 \times 10^{-6}$

(۴) $1/25 \times 10^{-9}$

محل انجام محاسبات

۶۱- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، پروتونی از نقطه A با تندی v_1 به سمت نقطه B پرتاب شده و در نهایت در نقطه B متوقف می‌شود. اگر جای قطب‌های باتری عوض شود و پروتون را در نقطه A با همان سرعت اولیه پرتاب کنیم، پروتون با چه تندی ای به نقطه B می‌رسد؟



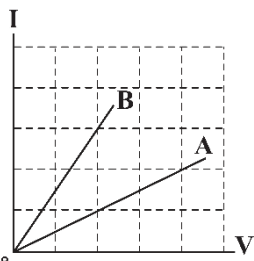
(۱) v_1

(۲) $2v_1$

(۳) $\sqrt{2}v_1$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}v_1$

۶۲- شکل زیر، نمودار $I-V$ را برای دو رسانای A و B نشان می‌دهد. دو سر مقاومت B را به ولتاژ V_1 و دو سر مقاومت A را به ولتاژ $4V + V_1$ می‌بندیم و از هر دو مقاومت جریان الکتریکی یکسانی می‌گذرد. V_1 چند ولت است؟



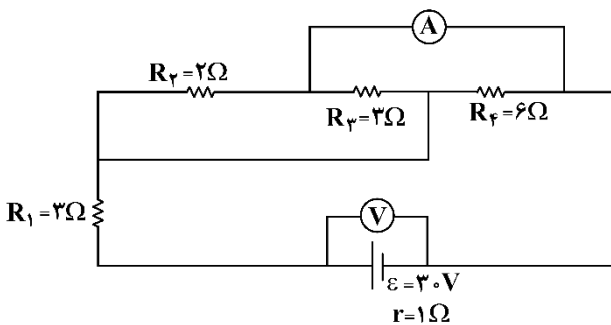
(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۲

۶۳- در مدار شکل زیر، اعدادی که آمپرسنج ایده‌آل و ولتسنج ایده‌آل نشان می‌دهند، در SI به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



(۱) $24V, 1A$

(۲) $6V, 1A$

(۳) $6V, 5A$

(۴) $24V, 5A$

۶۴- از ویژگی‌های LDR در کدام یک از تجهیزات زیر استفاده نمی‌شود؟

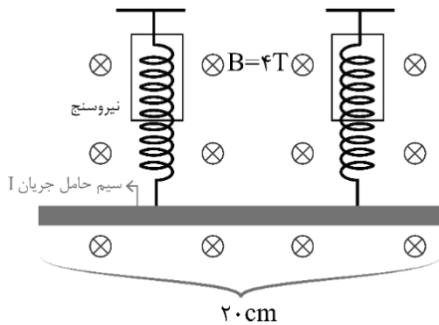
- (۱) زنگ خطر آتش
- (۲) چشم‌های الکترونیکی
- (۳) دزدگیرها
- (۴) چراغ‌های روشنایی خیابان

محل انجام محاسبات

۶۵- اگر از یک باتری، جریان‌های ۲A یا ۳A خارج شود، توان خروجی از آن یکسان است. اگر یک مقاومت که اندازه آن ۴ برابر مقاومت درونی باتری است را به آن وصل کنیم، جریان خروجی از باتری چند آمپر می‌شود؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

۶۶- در شکل زیر، نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان می‌دهند. اگر بدون تغییر جهت جریان، فقط بزرگی جریان عبوری از سیم را ۶A کاهش دهیم، هریک از نیروسنج‌ها چند نیوتون را نشان می‌دهد و جریان عبوری از سیم در چه جهتی است؟



(۱) ۲/۴ - راست

(۲) ۲/۴ - چپ

(۳) ۴/۸ - راست

(۴) ۴/۸ - چپ

۶۷- هر یک از موارد زیر به ترتیب توصیفی، از کدام دسته از مواد براساس خاصیت مغناطیسی است؟

الف: دو قطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند.

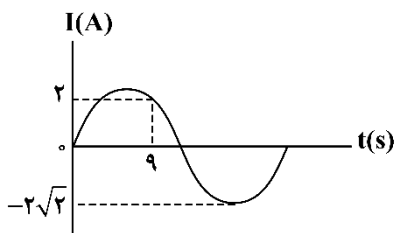
ب: از این مواد در ساخت هسته پیچ‌ها و سیم‌لوله‌ها و آهنربای الکتریکی استفاده می‌شود.

پ: اورانیم، پلاتین و آلومینیم، از این دسته مواد مغناطیسی‌اند.

(۱) فرومغناطیس، فرومغناطیس نرم، دیامغناطیس (۲) پارامغناطیس، فرومغناطیس نرم، پارامغناطیس

(۳) فرومغناطیس، فرومغناطیس سخت، پارامغناطیس (۴) پارامغناطیس، فرومغناطیس سخت، دیامغناطیس

۶۸- نمودار تغییرات جریان سینوسی متناوب عبوری از مقاومت $R = 5\Omega$ بر حسب زمان، مطابق شکل است. توان مصرفی مقاومت در لحظه $t = 2\text{s}$ چند وات است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

۶۹- اسفنجی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد $2\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ و چگالی $\frac{4}{3}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را بر روی حوض پر از آب قرار می‌دهیم. این اسفنج حداقل باید چند گرم آب جذب کند تا در آب حوض فرو رود؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و حجم اسفنج در اثر جذب آب تغییر نمی‌کند).

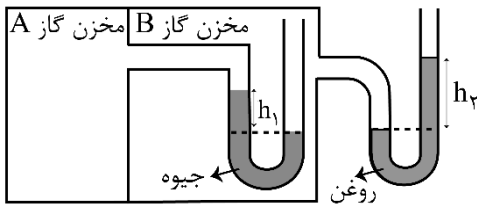
۹۶ (۴)

۱۲۰ (۳)

۴۸ (۲)

۷۲ (۱)

۷۰- در شکل مقابل، اگر فشار پیمانه‌ای مخزن گاز B برابر 2200 Pa و ارتفاع h_1 نصف ارتفاع h_2 باشد، فشار پیمانه‌ای مخزن گاز A چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $\rho_{\text{روغن}} = 0.8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



۵۱/۲ (۱)

۲۴ (۲)

-۵۱/۲ (۳)

-۲۴ (۴)

۷۱- شخصی یک تکه سنگ 100 g گرمی را از زمین برداشته و با تندی $16\frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ارتفاع $1/5$ متری سطح زمین به سمت چراغی در ارتفاع 6 متری از سطح زمین پرتاب می‌کند. اگر سنگ با تندی $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به چراغ برخورد کند، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

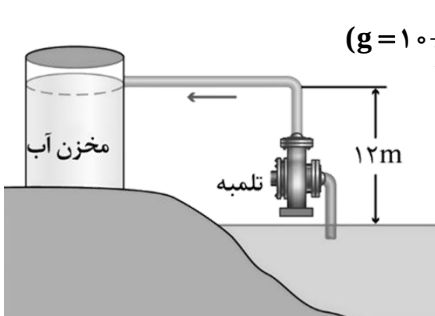
-۷/۸ (۴)

-۴/۵ (۳)

-۳/۳ (۲)

-۱/۸ (۱)

۷۲- در شکل زیر، توان ورودی تلمبه برقی، 4 کیلووات است و در هر دقیقه یک متر مکعب آب با چگالی $\rho = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را با تندی $12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۲۰ (۱)

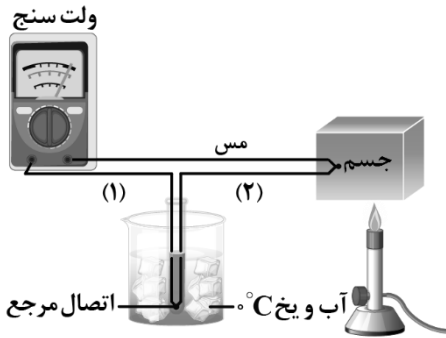
۳۰ (۲)

۵۰ (۳)

۸۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۷۳- شکل زیر، مربوط به طرح‌واره کدما دماسنج می‌باشد و کدام یک از سیم‌های (۱) یا (۲) از جنس کنستانتان است؟



(۱) (بیشینه - کمینه)، سیم

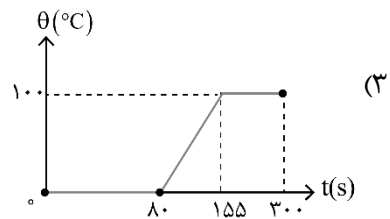
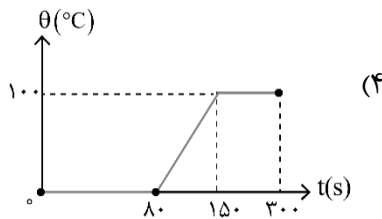
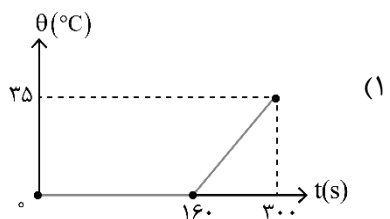
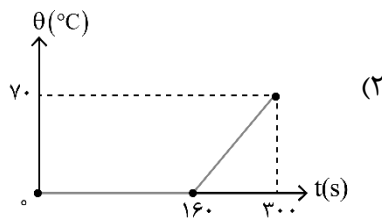
(۲) (بیشینه - کمینه)، سیم

(۳) ترموکوپل، سیم (۱)

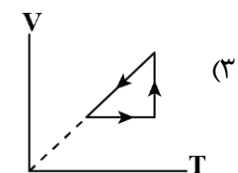
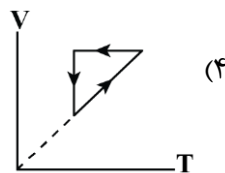
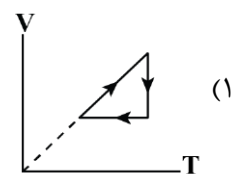
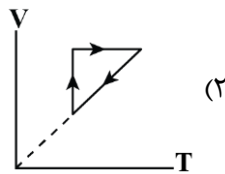
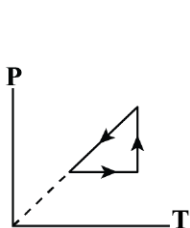
(۴) ترموکوپل، سیم (۲)

۷۴- به 5 kg یخ صفر درجه سلسیوس با گرم‌کنی با توان 1050 W به مدت ۵ دقیقه گرما می‌دهیم. نمودار تغییرات دمای آن بر حسب زمان در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, L_V = 2100 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$



۷۵- نمودار $(P-T)$ ی مقداری گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. نمودار $(V-T)$ ی آن مطابق با کدام گزینه است؟



محل انجام محاسبات

۷۶- کدام مطلب درباره اتم اولین عنصر از دسته d دوره چهارم که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، نادرست است؟

- (۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم اکسیژن برابر است.
- (۲) تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در هر اتم آن، ۲ برابر تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در اتم پانزدهمین عنصر دسته p است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی اولین عنصری که با عنصری با عدد اتمی ۱۱۱ در یک گروه قرار دارد، برابر ۴ است.
- (۴) مجموع شمار الکترون‌هایی با اعداد کوانتومی $l = 0$ و $l = 2$ ، $l = 1/5$ برابر شمار الکترون‌هایی با $n = 2$ در این اتم است.

۷۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) سحابی‌ها مجموعه‌هایی گازی از عناصر هیدروژن و هلیوم بوده و کهکشان‌ها را ایجاد می‌کنند.
- (۲) ۸ عنصری که بیشترین درصد فراوانی را در سیاره مشتری دارند، در دمای اتاق به حالت گازی یافت می‌شوند.
- (۳) ایزوتوپ‌های مربوط به یک عنصر فقط در برخی از خواص شیمیایی مانند میزان واکنش‌پذیری شبیه به هم هستند.
- (۴) فضاپیماهای وویجر مأموریت داشتند ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر سیاره عطارد و ترکیب درصد این مواد را تهیه کنند.

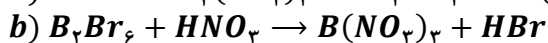
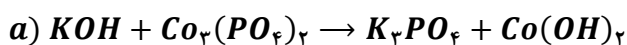
۷۸- چه تعداد از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - در ساختار لایه‌ای اتم، احتمال حضور الکترون پیرامون هسته، در یک فضای محدود بیشتر از سایر نقاط است.
- ب - با استفاده از رنگ شعله سدیم اکسید، می‌توان نوع آنیون و کاتیون موجود در ساختار آن را مشخص کرد.
- ج - در ۸ مورد از عناصر موجود در تناوب چهارم جدول دوره‌ای، لایه الکترونی $n = 3$ کاملاً پر از الکترون است.
- د - تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی $n = 6$ و $n = 7$ در اتم هیدروژن، کمتر از لایه‌های $n = 3$ و $n = 4$ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) لایه آخر هواکره، دارای کاتیون‌های تک‌اتمی و اتم‌های نافلزی بوده ولی فاقد کاتیون‌های چنداتمی است.
 - (۲) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در هر مولکول از ید پنتاکلرید، برابر با مقدار عدد اتمی اولین فلز جدول دوره‌ای است.
 - (۳) قیمت هر گرم گاز طبیعی، بیشتر از هر گرم زغال‌سنگ بوده ولی گرمای کمتری از سوختن هر گرم از آن حاصل می‌شود.
 - (۴) زمین، بخش زیادی از گرمای جذب شده از خورشید را به‌صورت پرتوهای با طول موج کمتر از 700 nm بازتاب می‌دهد.
- ۸۰- بعد از موازنه معادله واکنش‌های a و b ، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش a ، چند برابر مجموع ضرایب استوکیومتری مواد اکسیژن‌دار در واکنش b است و به ازای تولید ۶ مول فراورده مولکولی در واکنش b ، چند مول B_2Br_6 مصرف می‌شود؟

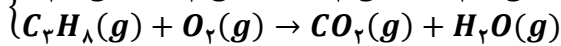
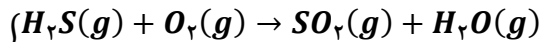


(۱) ۱/۵ - ۱ (۲) ۱/۵ - ۲ (۳) ۱/۵ - ۱ (۴) ۱ - ۲

محل انجام محاسبات

۸۱- اگر مخلوطی از گازهای هیدروژن سولفید و پروپان به طور کامل بسوزند و طی این فرایند مقدار $15/36L$ گاز گوگرد دی اکسید با چگالی $1/25 g.L^{-1}$ به همراه $19/8$ گرم آب تولید کنند، چند درصد حجمی از مخلوط اولیه را در شرایط STP ، گاز هیدروژن سولفید تشکیل می دهد؟

$$(S = 32 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$



(معادله واکنش ها را موازنه کنید.)

۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

۸۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

(۱) بخش زیادی از $NaCl$ استخراج شده از آب دریا، برای تهیه فلز سدیم و گاز کلر وارد سلول الکترولیتی می شود.

(۲) با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن ها، نیروی بین مولکولی همانند میزان واکنش پذیری آن ها، افزایش می یابد.

(۳) از جمله کاربردهای $NaCl$ ، تهیه خمیر کاغذ، پارچه، رنگ، پلاستیک و همچنین در صنعت نفت است.

(۴) بین ترکیب های هیدروژن دار گروه ۱۷، یک اسید با K_a بزرگ، دارای حداقل دمای جوش است.

۸۳- مقدار 180 گرم محلول سیر شده از یک نمک با دمای $55^\circ C$ را گرما می دهیم تا آب خود را از دست داده و 60 گرم نمک خشک به دست آید. اگر در محلول سیر شده این نمک در دمای $5^\circ C$ ، جرم حلال 4 برابر جرم حل شونده باشد، ضریب θ در معادله خطی انحلال پذیری برای این نمک، کدام است؟

-۰/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

-۰/۲۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

۸۴- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب های زیر، نسبت میان شمار اتم ها به شمار عناصر نسبت به سایر ترکیب ها بیشتر است؟

(۱) آلومینیم سولفات (۲) آهن (III) نیترات (۳) کلسیم هیدروکسید (۴) مس (I) کربنات

۸۵- اگر تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در هسته هر اتم ^{22}X برابر با 8 عدد باشد، کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با این عنصر درست خواهد بود؟

الف - در آرایش الکترونی این عنصر، 7 زیرلایه پر از الکترون و یک زیرلایه نیمه پر وجود دارد.

ب - این عنصر در حالت خالص، جریان الکتریسیته را عبور داده و متعلق به گروه چهاردهم است.

ج - عنصر مورد نظر، با فلز نیکل هم تناوب بوده و خواص شیمیایی آن مشابه خواص شیمیایی گوگرد است.

د - شمار نوترون ها در هسته اتم این عنصر، 3 برابر شمار نوترون ها در یکی از ایزوتوپ های طبیعی منیزیم است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

۸۶- اگر در واکنش زیر، به ازای مصرف 160 میلی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید با غلظت $2/5$ مولار، $9/8$ گرم ترکیب جامد تولید شده باشد، بازده درصدی واکنش به تقریب کدام است؟ ($Cr = 52$ و $K = 39$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)



۴۲/۷ (۴)

۲۱/۴ (۳)

۳۳/۳ (۲)

۱۶/۷ (۱)

محل انجام محاسبات

۸۷- کدام موارد زیر درست است؟

- الف - استخراج فلز پتاسیم از ترکیب‌های حاوی این عنصر، سخت‌تر از استخراج فلز روی است.
 ب - در هر عنصری از گروه چهاردهم که در حالت جامد سطح صیقلی دارد، زیرلایه $3p$ پر از الکترون است.
 ج - عنصری از تناوب سوم که با عنصر ${}_{52}M$ هم‌گروه است، همانند فلز سدیم، به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.
 د - فراورده حاصل از واکنش گاز اکسیژن با مس (I) سولفید در معادن مس، مشابه فراورده حاصل از سوختن گوگرد است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

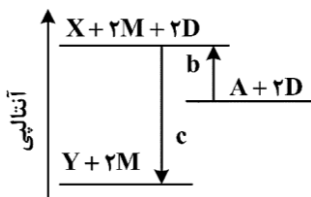
۸۸- از واکنش نمونه‌ای از یک آلکن با مقدار کافی گاز کلر، $28/4$ گرم به جرم نمونه افزوده می‌شود. اگر در ساختار هر مولکول از ترکیب سیرشده حاصل، 13 پیوند اشتراکی وجود داشته باشد، جرم ترکیب آلی تولید شده طی این فرایند، چند گرم است؟
 $(Cl = 35/5, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$

- (۱) $50/8$ (۲) $56/4$ (۳) $45/2$ (۴) $63/5$

۸۹- محلولی از هیدروژن پراکسید به حجم 5 لیتر و غلظت $0/4$ مول بر لیتر در اختیار داریم. اگر نیمی از هیدروژن پراکسید موجود در این محلول در طول مدت زمان 50 ثانیه تجزیه شود، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در این واکنش برابر با چند مول بر دقیقه می‌شود؟

- (۱) $0/6$ (۲) $1/2$ (۳) $0/8$ (۴) $1/6$

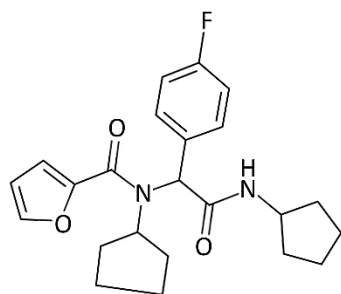
۹۰- نمودار زیر، مراحل انجام یک واکنش دو مرحله‌ای را در دمای ثابت نشان می‌دهد. در رابطه با این فرایند، کدام مورد درست است؟



- (۱) با انجام شدن واکنش $Y \rightarrow X + 2D$ ، گرما از سامانه خارج می‌شود.
 (۲) مخلوطی از $X + 2M$ در مقایسه با یک مول از ماده A ناپایدارتر است.
 (۳) با انجام مرحله اول واکنش، مجموع انرژی پتانسیل مواد کاهش پیدا می‌کند.
 (۴) واکنش کلی گرماده بوده و سرعت انجام مرحله دوم آن، به یقین بیشتر از مرحله اول است.
- ۹۱- اگر یک گلوله فلزی را در استخری از آب بیندازیم، گرما از سمت گلوله به طرف نمونه آب جاری می‌شود. در رابطه با این دو نمونه ماده، کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - انرژی گرمایی اولیه گلوله فلزی در مقایسه با انرژی گرمایی نهایی آن بیشتر است.
 ب - در ابتدای فرایند، انرژی جنبشی هر ذره سازنده گلوله فلزی بیشتر از هر ذره آب است.
 ج - اگر ظرفیت گرمایی گلوله کمتر از نمونه آب باشد، میزان تغییر دمای گلوله کمتر از نمونه آب خواهد بود.
 د - پس از برقراری تعادل گرمایی میان این دو نمونه ماده، گرمای ویژه آن‌ها به‌طور چشمگیری تغییر می‌کند.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات



(۴) «الف» و «د»

(۳) «ج» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ب»

۹۲- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

($H = 1$ و $C = 12$ و $N = 14$ و $O = 16$: $g.mol^{-1}$)

الف - جرم اتمهای نیتروژن و هیدروژن موجود در هر مول از آن، با هم برابر است.

ب - شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن، ۲ برابر شمار حلقههای کربنی است.

ج - پنج مورد از اتمهای کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشدهاند.

د - می تواند با آب واکنش بدهد و نوعی ترکیب آمینی را تولید کند.

۹۳- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) پنبه، الیافی طبیعی است که عناصر موجود در ساختار آن مشابه استون بوده و از آن برای تهیه پرده استفاده می شود.

(۲) هر مولکول از ساده ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، شامل ۵ اتم شده و این ماده، در محلول سرکه وجود دارد.

(۳) نسبت شمار اتمهای کربن به هیدروژن در هر مولکول از استیرن، برابر با بنزن بوده و این ماده، ناقطبی به حساب می آید.

(۴) در صنعت نساجی، الیاف طی فرایند ریسندگی به نخ تبدیل شده و پارچه خام نیز طی فرایند بافندگی، از نخ تولید می شود.

۹۴- کدام فرمول مولکولی زیر را نمی توان به الکل های سیر شده و فاقد حلقه نسبت داد؟

(۴) $C_5H_{11}OH$

(۳) $C_5H_{14}O_2$

(۲) $C_4H_{10}O_2$

(۱) $C_4H_{10}O$

۹۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

الف - آب، یک حلال قطبی است و پاک کننده مناسبی برای لکه های شیرینی مانند آب قند و شربت آبلیمو به شمار می رود.

ب - نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به ناپیوندی در اوره، با نسبت شمار اتم ها به شمار عناصر در آن یکسان است.

ج - مولکول های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و همانند ذرات وازلین، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده اند.

د - معروف ترین صابون سنتی ایران به حالت جامد بوده و به خاطر افزودنی های مناسب، در شستن موی چرب کاربرد دارد.

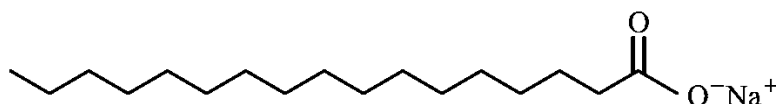
(۴) «ج» و «د»

(۳) «الف» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ب»

۹۶- پاک کننده ای با ساختار زیر را در نظر بگیرید:



مقدار ۵۸/۴ گرم از این ماده، شامل چند مول اتم اکسیژن در ساختار خود شده و برای تولید این مقدار پاک کننده، به

چند میلی لیتر محلول سود با غلظت ۰/۲۵ مول بر لیتر نیاز است؟ ($Na=23, O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

(۴) ۸۰۰ - ۰/۲

(۳) ۱۲۵۰ - ۰/۲

(۲) ۸۰۰ - ۰/۴

(۱) ۱۲۵۰ - ۰/۴

۹۷- مقدار ۱/۸ لیتر گاز گوگرد تری اکسید با چگالی $3/2 g.L^{-1}$ را در یک لیتر آب حل کرده ایم. اگر نیمی از محلول حاصل در

واکنش با ۰/۲۴ مول هیدروکسید فلز M به طور کامل خنثی شود، pH محلول اسیدی اولیه چقدر بوده و نسبت شمار کاتیون ها

به آنیون ها در نمک تولید شده کدام است؟ ($S = 32$ و $O = 16$: $g.mol^{-1}$)

(۴) ۲ - ۱/۸

(۳) ۰/۶۶ - ۱/۸

(۲) ۰/۶۶ - ۰/۸

(۱) ۲ - ۰/۸

محل انجام محاسبات

۹۸- رسانایی الکتریکی محلول یک مولار کدام ماده زیر در شرایط یکسان، بیشتر است؟

- (۱) هیدروسیانیک اسید (۲) باریم کلرید (۳) پتاسیم برمید (۴) هیدرویدیک اسید

۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد خوردگی آهن در هوای مرطوب درست است؟

- الف - در این فرایند، آب نقش الکتروولیت و واکنش دهنده اکسنده را ایفا می کند.
 ب - مجموع ضریب گونه ها در معادله موازنه شده نیم واکنش کاهش آن، برابر ۱۱ است.
 ج - نیم واکنش کاهش در این واکنش، مشابه نیم واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن است.
 د - این فرایند، برخلاف خوردگی فلز آهن با اکسیژن در محیط های اسیدی، فقط با تولید زنگ آهن همراه است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

۱۰۰- در سلولی گالوانی روی-مس، در ابتدا جرم تیغه های دو فلز برابر بوده و نصف فلز تولید شده در کاتد این سلول، بر روی خود تیغه رسوب می کند. اگر اختلاف جرم دو تیغه پس از مدتی به $67/9$ گرم برسد، در این مدت به تقریب چند الکترون از طریق مدار خارجی بین دو الکتروود منتقل شده است؟ ($Cu = 64, Zn = 65 : g.mol^{-1}$)

- (۱) $1/1 \times 10^{24}$ (۲) $2/2 \times 10^{24}$ (۳) $4/2 \times 10^{23}$ (۴) $8/4 \times 10^{23}$

۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

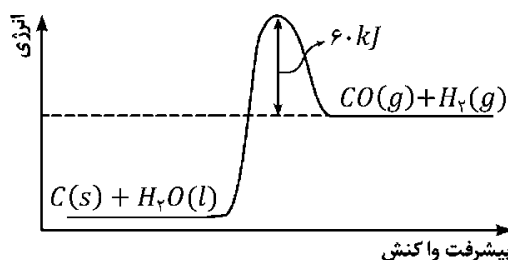
- (۱) دسته ای از باتری های لیتیومی را می توان بارها شارژ کرد.
 (۲) فلز لیتیم، همانند فلز تیتانیم، در حجم مشخص جرم کمی دارد.
 (۳) در قطب مثبت باتری های روی-نقره، اکسید یک فلز واسطه تولید می شود.
 (۴) نیم سلول لیتیم در تمام سلول های گالوانی ساخته شده از دو فلز، در نقش قطب منفی خواهد بود.
- ۱۰۲- یک نمونه از فلز نیکل را در نظر بگیرید. در هر اتم از این عنصر، چند الکترون ظرفیتی وجود داشته و کدام ویژگی زیر از این عنصر فلزی را نمی توان با مفهوم مدل دریای الکترونی توجیه کرد؟

- (۱) ۸ - رسانایی الکتریکی (۲) ۸ - رسانایی گرمایی
 (۳) ۱۰ - چکش خواری (۴) ۱۰ - تنوع عدد اکسایش

۱۰۳- کدام موارد از عبارت های زیر درست است؟

- الف - عدد اکسایش اتم مرکزی در یون سیلیکات، برابر با عدد اکسایش اتم مرکزی در ذرات سازنده یخ خشک است.
 ب - برای تولید برق از پرتوهای خورشیدی، آینه ها نور را روی برجی متمرکز می کنند که ذرات H_2O در آن جریان دارند.
 ج - کلروفرم، یک مولکول قطبی بوده و نسبت شمار جفت الکترون های ناپیوندی به پیوندی در آن، برابر با $2/5$ است.
 د - چگالی تیتانیم، کمتر از فولاد زنگ نزن بوده و آلیاژ این فلز با نیکل، ماده اولیه برای ساخت قاب عینک را فراهم می کند.
- (۱) «الف» و «د» (۲) «ب» و «د» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

محل انجام محاسبات



۱۰۴- با توجه به نمودار مقابل، در واکنش تعادلی رخ داده

$$(C = 12 \text{ g. mol}^{-1})$$

(۱) اگر به جای آب از بخار آب استفاده شود، آنتالپی افزایش می‌یابد.

(۲) حاصل ضرب غلظت فراورده‌ها در دمای مشخص، مقداری ثابت است.

(۳) آب اکسندۀ بوده و افزودن آن به سامانه، سرعت واکنش را تغییر می‌دهد.

(۴) اگر گرمای مبادله‌شده طی مصرف ۶ گرم کربن برابر ۸۰ کیلوژول باشد، انرژی فعال‌سازی واکنش برابر ۱۰۰ کیلوژول است.

۱۰۵- تعادل $2A(s) + B(g) \rightleftharpoons C(l) + D(g)$ ، در یک ظرف برقرار است. کدام موارد از مطالب زیر در مورد آن نادرست

هستند؟

الف - با پودر کردن ماده A ، تعادل به سمت رفت پیش می‌رود.

ب - با کاهش حجم ظرف، سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد.

ج - پس از اضافه کردن ماده D به ظرف، سرعت واکنش رفت به تدریج کم می‌شود.

د - با خارج کردن ماده B از ظرف، سرعت واکنش رفت ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | شبیه ساز کنکور سراسری



دوره فقه و فقه ماز



بازگشت به آرامش، تمرکز و آمادگی برای کنکور ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ

دوشنبه ۲۳ تیر ماه ۱۴۰۴

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده - سید جواد نظری محمد خانگلدی - کاظم اجلالی - محمد پور سعید محمد رضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سجاد صادقی زاده - محمد جواد سورچی - حسین عبدوی نژاد مجید رجبی وندچالی - مهدی پارسا - ارسلان رحمانی محمد باغبان - محسن قندچلر - آروین صالحی	محمد جواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری - عالییه میرزایی بنیامین بهرامی - حسین ایروانی - علی ترابی محمد کهنه پوشی - مهسا بایمانی نژاد سعیده محبی - امیر بصراوی	فرهنگ امیری - عالییه میرزایی بنیامین بهرامی - رامین رزمجو محمد داود آبادی فراهانی



دوست مازی من!

هر سال توی کنکور، رقابت بین بیش از یک میلیون نفره و طراحا مجبور می‌شن برای متمایز کردن داوطلبها، سوالارو سخت‌تر و چالشی‌تر طراحی کنن.

یکی از ویژگی‌های ثابت کنکور اینه که به‌طور تصادفی، بعضی درس‌ها یه‌دفعه **سخت‌تر** از حد معمول می‌شن؛ مثل ادبیات، شیمی و زیست در کنکور ۹۹ یا معارف و ریاضی در کنکور ۱۴۰۰.

ما هم در آزمون‌های ماز، همین روندو دنبال می‌کنیم تا کنکور رو واقعی‌تر شبیه‌سازی کنیم.

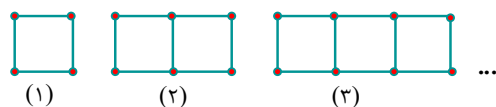
در این آزمون، درس **شیمی** سخت‌تر طراحی شده؛ پس اگه دیدی سوالاش غافلگیرت کرد، بدون که این بخشی از استراتژی ما برای آمادگی جدی توئه!

با تشکر

♥ واحد آزمون ماز



۱- در الگوی زیر، اگر تعداد پاره‌خط‌های شکل n ام را با a_n و تعداد نقاط توپر شکل $(n+1)$ ام را با b_n نشان دهیم، بزرگ‌ترین عدد دو رقمی دنباله $a_n + b_n$ کدام است؟



- (۱) ۹۵
(۲) ۹۶
(۳) ۹۷
(۴) ۹۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

تعداد پاره‌خط‌ها و نقاط شکل‌ها را می‌نویسیم:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
پاره‌خط	۴	۷	۱۰	...	$3n+1$
نقطه	۴	۶	۸	...	$2n+2$

$$a_n = 3n + 1$$

$$b_n = 2(n+1) + 2 = 2n + 4$$

$$a_n + b_n = (3n+1) + (2n+4) = 5n+5 = 5(n+1)$$

تعداد پاره‌خط‌های شکل n ام می‌شود a_n ، پس:تعداد نقاط شکل $(n+1)$ ام می‌شود b_n ، پس:دنباله $a_n + b_n$ را تشکیل می‌دهیم: $(n+1) \cdot 5$ مضرب ۵ است. بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مضرب ۵، عدد ۹۵ است.

گروه آموزشی ماز

۲- مجموعه جواب نامعادله $|x-3| \leq x+a$ بازه $(-\infty, b]$ است. حداقل مقدار b کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$2 + \sqrt{5} \quad (۲)$$

$$2 + \sqrt{3} \quad (۱)$$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

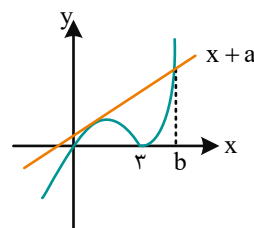
با توجه به نمودار کافی است خط $y = x + a$ بر منحنی مماس باشد.

$$y = x|x-3|$$

$$x < 3 \Rightarrow y = -x^2 + 3x \Rightarrow y' = -2x + 3 = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$x > 3 \Rightarrow y = x^2 - 3x = x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = b = 2 + \sqrt{5}$$



گروه آموزشی ماز

۳- طول یک مستطیل دو واحد بیشتر از دو برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۶۰ باشد، محیط آن کدام است؟

$$34 \quad (۴)$$

$$32 \quad (۳)$$

$$17 \quad (۲)$$

$$16 \quad (۱)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

اگر عرض مستطیل برابر x باشد، طول آن برابر $2x+2$ است.

$$S = x(2x+2) = 60 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \text{ قی} \\ x = 5 \Rightarrow 2x+2 = 12 \end{cases}$$

$$\text{محیط} = 2 \times (5+12) = 34$$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز





۴- ماشینی مسیر ۷۲۰ کیلومتری بین دو شهر را با سرعت ثابت می‌رود. در مسیر برگشت، سرعتش را ۱۰ کیلومتر بر ساعت افزایش می‌دهد. اگر زمان مسیر برگشت ۴۸ دقیقه از زمان مسیر رفت کوتاه‌تر باشد، سرعت ماشین در مسیر رفت کدام است؟

(۴) $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(۳) $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(۲) $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(۱) $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



$$720 = vt \rightarrow t = \frac{720}{v}$$

$$720 = (v + 10)(t - \frac{4}{60}) \rightarrow t = \frac{720}{v + 10} + \frac{4}{60}$$

مسافت: ۷۲۰
سرعت: v
زمان: t

مسافت: ۷۲۰
سرعت: v + ۱۰
زمان: t - $\frac{4}{60}$

$$48 \text{ min} = \frac{48}{60} \text{ h} = \frac{4}{5} \text{ h}$$

دو مقدار بدست آمده برای t را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{720}{v} = \frac{720}{v + 10} + \frac{4}{60} \rightarrow \frac{180}{v} = \frac{180}{v + 10} + \frac{1}{15} \rightarrow 900(v + 10) = 900v + v(v + 10)$$

$$\rightarrow v^2 + 10v - 9000 = 0 \rightarrow (v + 100)(v - 90) = 0 \xrightarrow{v > 0} v = 90$$

سرعت ماشین در مسیر رفت را v گرفته بودیم که $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ شد.

گروه آموزشی ماز

۵- فرض کنید A(۳، -۱) و B(۵، ۳) دو رأس مثلث ABC و ضلع BC بر خط $3x + my = 27$ منطبق باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۱۱ باشد، عرض نقطه C کدام می‌تواند باشد؟

(۴) ۵

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۷

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



محاسبه مساحت مثلث به روش کفشدوزکی!

اگر $A \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \\ a_x & a_y & 1 \end{vmatrix}$ ، $C \begin{vmatrix} c_x & c_y & 1 \\ a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \end{vmatrix}$ رأس یک مثلث باشند، مساحت آن برابر است با:

$$\text{روش ۱: } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a_x & a_y & 1 \\ b_x & b_y & 1 \\ c_x & c_y & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{روش ۲ (کفشدوزکی): } \frac{1}{2} |a_x b_y + b_x c_y + c_x a_y - b_x a_y - c_x b_y - a_x c_y|$$

مختصات B را در خط داده شده جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3x + my = 27 \\ x = 5, y = 3 \end{cases} \Rightarrow m = 4$$

فرض کنید C(a, b) باشد:

۱) $3a + 4b = 27$

۲) $S = 11 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |2b - 4a + 14|$





$$\begin{cases} 3a + 4b = 27 \\ -2a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow b = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 4b = 27 \\ 2a - b = 18 \end{cases} \Rightarrow b = 0$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر α ریشه بزرگ تر معادله $\log_{\sqrt{x}}^4 + \log_{\sqrt{x}}^{\alpha} = 3$ باشد، حاصل $\left[\frac{2\alpha^2}{4} \right]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



چند نکته از حساب و کتاب لگاریتمی:



$$1) \log_b^a = m \log_b^a \quad 2) \log_{b^n}^a = \frac{1}{n} \log_b^a$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \log_{b^n}^a = \frac{m}{n} \log_b^a$$

فرض کنید $\log_{\sqrt{x}}^x = t$ پس $x = 2^t$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{x}}^4 = \log_{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}^4 = \frac{2}{2t+1} \\ \log_{\sqrt{x}}^{\alpha} = \log_{\sqrt{x} \times \sqrt{x}}^{\alpha} = \frac{2}{t+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{2t+1} + \frac{2}{t+1} = 3 \Rightarrow \frac{2t+2+2t+2}{(t+1)(2t+1)} = 3$$

$$\Rightarrow 6t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}, \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{x}}^x = \frac{1}{2} \text{ یا } -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ یا } \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \left[\frac{2\alpha^2}{4} \right] = 1$$

گروه آموزشی ماز

۷- اگر α بزرگ ترین جواب معادله $\log_{\sqrt{x}}^x + \log_{\sqrt{x}}^{\alpha} = 1$ باشد، مقدار $\alpha^{\sqrt{2}}$ کدام است؟

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



بچه ها ویژگی زیر هم خیلی تست خیزه!



اگر $a, b > 0$ و $a \neq b$ ، آنگاه: $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

معادله را به صورت زیر ساده می کنیم:

$$\log_{\sqrt{x}}^x + \log_{\sqrt{x}}^{\alpha} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\log_{\sqrt{x}}^x} + \frac{1}{\log_{\sqrt{x}}^{\alpha}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\log_x^{\sqrt{x}} + \log_x^x} + \frac{1}{\log_x^{\sqrt{x}} + \log_x^x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\log_x^{\sqrt{x}} + 1} + \frac{1}{2\log_x^{\sqrt{x}} + 1} = 1$$

با فرض $t = \log_x^{\sqrt{x}}$ معادله به صورت زیر در می آید:

$$\frac{1}{t+1} + \frac{1}{2t+1} = 1 \Rightarrow 2t+1+t+1 = (t+1)(2t+1)$$

$$\Rightarrow 3t+2 = 2t^2 + 3t+1 \Rightarrow 2t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$





پس:

$$\log_x^2 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \log_2^x = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = 2^{\pm \sqrt{2}}$$

بنابراین:

$$\alpha = 2^{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha^{\sqrt{2}} = (2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 2^2 = 4$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 0)\}$ و $g = \{(1, -2), (2, 0), (4, 1), (5, -4)\}$ کدام یک از توابع زیر یک به یک نیست؟

$$\frac{g}{f} \quad (4)$$

$$\frac{f}{g} \quad (3)$$

$$f - g \quad (2)$$

$$f + g \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



نحوه تشخیص یک به یک بودن تابع‌های زوج مرتبی رو کی بلده؟

اگر تابع $f(x)$ به صورت زوج مرتب داده شده باشد، زمانی $f(x)$ یک به یک است که به ازای هر دو زوج مرتبی که دارای مولفه‌های دوم یکسان هستند، مولفه‌های اولشان نیز یکسان باشد.

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{1, 2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 4, 5\} = \{1, 2, 5\}$$

توجه کنید که:

بنابراین:

$$f + g = \{(1, 2-2), (2, 3+0), (5, 0-4)\} = \{(1, 0), (2, 3), (5, -4)\}$$

$$f - g = \{(1, 2+2), (2, 3-0), (5, 0+4)\} = \{(1, 4), (2, 3), (5, 4)\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{1, 2, 5\} - \{2\} = \{1, 5\}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g = \{x | f(x) = 0\} = \{1, 2, 5\} - \{5\} = \{1, 2\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{-2}\right), \left(5, \frac{0}{-4}\right) \right\} = \{(1, -1), (5, 0)\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{-2}{2}\right), \left(2, \frac{0}{3}\right) \right\} = \{(1, -1), (2, 0)\}$$

بنابراین، فقط $f - g$ یک به یک نیست.

گروه آموزشی ماز

۹- اگر f و g توابعی وارون پذیر و $f(2x) = 1 - 3g\left(\frac{x}{4}\right)$ باشد، مقدار $f^{-1}(-2)$ چند برابر $f^{-1}(1)$ است؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



$$f^{-1}(-2) = k \Rightarrow f(k) = -2$$

در تساوی داده شده در صورت سوال، به جای x ، $\frac{k}{4}$ قرار می‌دهیم.

$$f(k) = 1 - 3g\left(\frac{k}{4}\right) \Rightarrow -2 = 1 - 3g\left(\frac{k}{4}\right) \Rightarrow g\left(\frac{k}{4}\right) = 1 \Rightarrow g^{-1}(1) = \frac{k}{4}$$

$$\Rightarrow k = 4g^{-1}(1) \Rightarrow f^{-1}(-2) = 4g^{-1}(1)$$

گروه آموزشی ماز





۱۰- نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax - 2$ را دو واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم. اگر نمودار حاصل، خط $2x - y = 5$ را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند، مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نقطه‌ای به عرض ۳ روی خط یعنی $A(4, 3)$ ، پس:

$$y = f(x - 2): \text{ دو واحد راست}$$

$$y = x: \text{ قرینه نسبت به } x = f(y - 2)$$

$$4 = f(3 - 2) \Rightarrow f(1) = 4$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + a - 2 = 4 \Rightarrow a = 3$$

نقطه $B(1, 4)$ باید روی تابع $f(x)$ باشد:

گروه آموزشی ماز

۱۱- به ازای چند مقدار صحیح برای a تابع $f(x) = ax^3 - (2a + 3)x^2 + 6x - 1$ در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است؟

۴ بی‌شمار

۳ هیچ

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = ax^3 - (2a + 3)x^2 + 6x - 1$$

$$f'(x) = 3ax^2 - 2(2a + 3)x + 6$$

باید همواره $f'(x) \geq 0$ باشد تا تابع f در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی باشد (توجه شود که صفر شدن مشتق در تعداد متناهی نقطه به شرط آن که در سایر نقاط، همواره مثبت باشد، باعث می‌شود که تابع باز هم اکیداً صعودی محسوب شود، به همین دلیل است که شرط اکیداً صعودی بودن به صورت $f'(x) \geq 0$ بیان شده است). برای این که تابع f' همواره نامنفی باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} 3a > 0 \Rightarrow a > 0 \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow 4(2a + 3)^2 - 4(6)(2a) \leq 0 \end{cases}$$

تقسیم بر ۴

$$\Rightarrow 4a^2 + 12a + 9 - 12a \leq 0 \Rightarrow 4a^2 - 6a + 9 \leq 0$$

عبارت $4a^2 - 6a + 9$ عبارتی همواره مثبت است، زیرا در این عبارت $\Delta < 0$ است، پس این عبارت هیچ‌گاه نمی‌تواند منفی یا صفر باشد و بنابراین به ازای هیچ مقدار a ، شرط $\Delta \leq 0$ برقرار نیست، یعنی به ازای هیچ مقدار a ، تابع f نمی‌تواند در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $\frac{2 \sin 288^\circ + k \cos 162^\circ}{\cos 198^\circ - 3 \sin 252^\circ} = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار k کدام است؟ $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱)

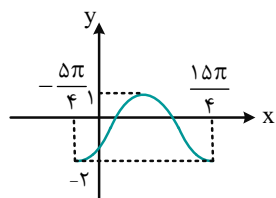
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{2 \sin(27^\circ + 18^\circ) + k \cos(18^\circ - 18^\circ)}{\cos(18^\circ + 18^\circ) - 3 \sin(27^\circ - 18^\circ)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{-2 \cos 18^\circ - k \cos 18^\circ}{-\cos 18^\circ + 3 \cos 18^\circ} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-2 - k}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow k = -\frac{8}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ را در یک بازه تناوب نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟

۰/۳ (۱)

-۰/۳ (۲)

۰/۶ (۳)

-۰/۶ (۴)



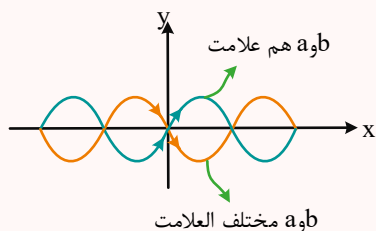


(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



نمودار $y = a \sin bx + c$



(۱) دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است.

(۲) اگر a و b هم علامت باشند ($ab > 0$) نمودار، محور y ها را با شیب مثبت (صعودی) قطع می کند.

(۳) اگر a و b مختلف علامت باشند ($ab < 0$) نمودار، محور y ها را با شیب منفی (نزولی) قطع می کند.

$$\begin{cases} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{cases} \quad (۴)$$

ضابطه تابع را با استفاده از فرمول طلایی ساده می کنیم:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$f(x) = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c = a \left(\frac{1 - \cos 2(bx - \frac{\pi}{4})}{2} \right) + c = a \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2bx - \frac{\pi}{2}) \right) + c \Rightarrow f(x) = -\frac{a}{2} \sin(2bx) + \frac{a}{2} + c$$

طبق نمودار:

$$\begin{cases} \max = 1 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| + \frac{a}{2} + c = 1 \\ \min = -2 \Rightarrow -\left| \frac{a}{2} \right| + \frac{a}{2} + c = -2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2 \left| \frac{a}{2} \right| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

اولاً:

$$T = \frac{15\pi}{4} - \left(-\frac{5\pi}{4} \right) = 5\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = 5\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{5}$$

ثانیاً:

چون نمودار، محور y ها را با شیب مثبت قطع کرده، پس $-\frac{a}{2}$ و $2b$ هم علامت هستند، یعنی a و b مختلف علامت می باشند، یعنی $ab < 0$ ، پس $ab = -\frac{3}{5} = -0.6$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۴- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin(\frac{\pi}{4} + x) = 1$ و $2 \sin(\pi + x) \cos^2 x = 1$ کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (۱)$$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



معادلات مثلثاتی رو که باید فول فول باشین! روابط دو برابر کمان هم که از نون شب تو مثلثات واجب تره!

دو معادله خاص:

$$\sin \alpha = \cos \alpha \xrightarrow{\text{یعنی}} \tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \alpha = -\cos \alpha \xrightarrow{\text{یعنی}} \tan \alpha = -1 \Rightarrow \alpha = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

روابط دو برابر کمان:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin x, \quad \sin(\frac{\pi}{4} + x) = \cos x$$

می دانیم:

حالا معادله را ساده تر می نویسیم:





$$2\cos^2 x + 2\sin(\pi + x)\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1 \Rightarrow 2\cos^2 x - 2\sin x \cos x = 1$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = 2\sin x \cos x \Rightarrow \cos 2x = \sin 2x \xrightarrow{\text{یعنی}} \tan 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $f(x) = 2x^2 + ax^2 - ax - 2a$ و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x+1$ ، دو برابر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-a$ برابر $f(a)$ است.

$$f(-1) = 2f(1)$$

$$\Rightarrow f(-2+a+a-2a) = 2(2+a-a-2a) \Rightarrow f(-2) = 4-4a$$

$$\Rightarrow -16+4a+2a-2a = 4-4a \Rightarrow a = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع $f(x) = \frac{a\sqrt{3x+1}-2b}{x-1}$ مفروض است. اگر حد تابع f در دو نقطه $x=0$ و $x=1$ ، دو واحد با یکدیگر اختلاف داشته باشند، مقدار $|a|$ کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

اگر مخرج صفر شد چی کار کنیم؟

اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = L$ که $L \neq 0$ ، $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آن گاه قطعاً $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ نیز برابر صفر می باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2b - a$$

به شرطی حد f در $x=1$ وجود دارد که حد صورت کسر در $x=1$ برابر صفر باشد.

$$a\sqrt{3x+1}-2b=0 \Rightarrow 2a-2b=0 \Rightarrow a=b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2a}{2\sqrt{3x+1}} = \frac{2a}{4}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2a}{4} - 2b + a \right| = 2 \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = 2 \Rightarrow |a| = 8$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- تابع $f(x) = 2\sqrt{k-x}$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-2f^{-1}(x)}{x-4}$ در صورت وجود چقدر است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

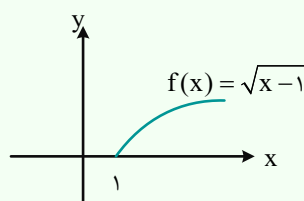
$$1 \quad (1)$$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

حد داره یا نداره؟

بچه ها تابع در نقاط کنارهای حد نداره. مثلاً تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ در $x \rightarrow 1$ حد نداره، بلکه فقط حد راست داره.



ابتدا وارون f را به دست می آوریم:

$$y = 2\sqrt{k-x} \xrightarrow{\text{وارون}} x = 2\sqrt{k-y} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = k - \frac{x^2}{4}$$





چون حد مخرج کسر صفر است، پس حد صورت نیز صفر می باشد:

$$f(4) = 2f^{-1}(4) \Rightarrow 2\sqrt{k-4} = 2(k-4) \Rightarrow k-4 = 0 \text{ یا } 1 \Rightarrow k = 4 \text{ یا } 5$$

اگر $k = 4$ باشد، آن گاه حد تابع f در $x \rightarrow 4$ تعریف نشده است زیرا در آن نقطه حد راست ندارد، پس $k = 5$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 2f^{-1}(x)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2\sqrt{5-x} - 2(5 - \frac{x^2}{4})}{x - 4} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{-1}{\sqrt{5-x}} + x}{1} = -1 + 4 = 3$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{|x|-1}$ در چند نقطه از دامنه خود مشتق ناپذیر است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ریشه های زیر رادیکال مشتق ندارند که هیچ کدام در دامنه نیستند. $(D_f = \mathbb{R} - \{1, -1\})$ کافی است فقط مشتق پذیری در $x = 0$ (ریشه قدرمطلق را بررسی کنیم).

$$1) x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{\frac{2x(x-1)}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} - \sqrt[3]{x^2-1}}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow y'_+(0) = 1$$

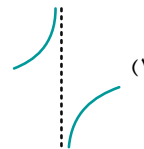
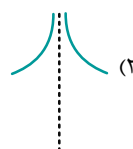
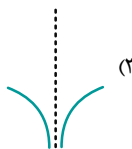
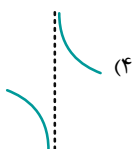
$$2) x < 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{-x-1} \Rightarrow y' = \frac{\frac{2x(-x-1)}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} + \sqrt[3]{x^2-1}}{(-x-1)^2}$$

$$\Rightarrow y'_-(0) = -1$$

پس تابع فقط در یک نقطه $x = 0$ مشتق ناپذیر است.

گروه آموزشی ماز

۱۹- نمودار مشتق تابع $f(x) = \sqrt[5]{x^5 - x}$ در اطراف نقطه $x = 0$ به کدام صورت است؟



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

اگر ضابطه مشتق تابع را به دست آوریم، خواهیم داشت:

$$f(x) = \sqrt[5]{x^5 - x} \Rightarrow f'(x) = \frac{5x^4 - 1}{5\sqrt[5]{(x^5 - x)^4}}$$

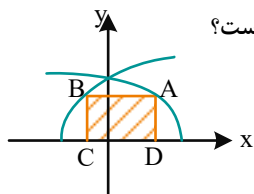
توجه شود که تابع f' در $x = 0$ دارای مجانب قائم است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^4 - 1}{5\sqrt[5]{(x^5 - x)^4}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

بنابراین حد چپ و حد راست تابع f' در نقطه $x = 0$ هر دو برابر $-\infty$ هستند، در نتیجه گزینه ۳ صحیح است.

گروه آموزشی ماز





۲۰- در شکل مقابل، نمودار توابع $y = \sqrt{12-x}$ و $y = \sqrt{12+2x}$ رسم شده است. بیشترین مساحت مستطیل هاشور زده چقدر است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۲۴

(۳) ۲۷

(۴) ۲۰

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

عرض هر دو نقطه A و B را y فرض کنید.

$$AB = x_A - x_B = (12 - y^2) - \left(\frac{y^2 - 12}{2}\right) = -\frac{3}{2}y^2 + 12$$

$$S = AB \cdot AD = y \left(-\frac{3}{2}y^2 + 12\right) = -\frac{3}{2}y^3 + 12y$$

$$S' = 0 \Rightarrow -\frac{9}{2}y^2 + 12 = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$S = -\frac{3}{2} \times 8 + 24 = 24$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- هم‌ارز گزاره $(p \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow p) \vee q]) \vee (q \Rightarrow [\sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p])$ کدام است؟ $\sim p \wedge \sim q$ (۴) $p \wedge q$ (۳)

T (۲)

F (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$p \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow p) \vee q] \equiv p \Rightarrow (\underbrace{\sim(\sim q \vee p)}_{q \wedge \sim p} \vee q) \equiv p \Rightarrow q$$

$$q \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p \equiv q \Rightarrow (\underbrace{\sim(\sim p \vee q)}_{p \wedge \sim q}) \wedge \sim p \equiv q \Rightarrow F \equiv \sim q$$

$$(p \Rightarrow q) \vee \sim q \equiv (\sim p \vee q) \vee \sim q \equiv T$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در یک کنفرانس علمی، ۷ دانشمند به ترتیب سخنرانی می‌کنند. در چند حالت بین دو شخص a و b حداقل دو نفر سخنرانی می‌کنند؟

 $20 \times 5!$ (۴) $15 \times 5!$ (۳) $10 \times 5!$ (۲) $5 \times 5!$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴

یه درسنامه دو نکته‌ای در مورد جایگشت!

(۱) تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با: $n!$

(۲) اگر قرار باشد در جایگشت‌های n شیء متمایز، m شیء خاص کنار یکدیگر قرار بگیرند، ابتدا m شیء مزبور را یک شیء فرض می‌کنیم، سپس جایگشت‌های اشیاء جدید را شمرده، در تعداد جایگشت‌های m شیء با یکدیگر ضرب می‌شوند: $(n - m + 1)! \times m!$

بهتر است از متمم استفاده کنیم. یعنی حالتی که بین دو نفر a و b کسی سخنرانی نمی‌کند یا حالتی که بین این دو نفر، تنها یک نفر سخنرانی می‌کند را شمرده، از کل جایگشت‌ها کم کنیم.

(۱) تعداد حالتی که بین a و b هیچ سخنران دیگری، سخنرانی نمی‌کند: در این حالت a و b را یک شیء فرض می‌کنیم، بنابراین تعداد کل اشیاء با ۶ برابر می‌شود. $n_1 = 6! \times 2!$

(۲) تعداد حالتی که بین a و b، تنها یک نفر سخنرانی می‌کند:

$$n_2 = \binom{5}{1} \times 5! \times 2!$$

$$\text{بنابراین: } \binom{5}{1} \times 5! \times 2! - (6! \times 2!) = (42 - 12 - 10) \times 5! = 20 \times 5!$$

گروه آموزشی ماز





۲۳- اگر $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{3}$ و $P(B|A) = \frac{1}{4}$ باشد، احتمال این که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۱)$$

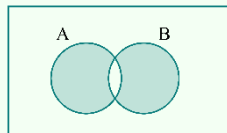
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



در گویی از احتمال:

احتمال آن که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد یعنی دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد.



$$A' \Delta B' = A \Delta B$$

با توجه به این که $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ ثابت می‌کنیم: $P(A' \Delta B') = P(A \Delta B)$

$$P(A' \Delta B') = P(A') + P(B') - 2P(A' \cap B') \xrightarrow{P(A')=1-P(A), P(B')=1-P(B)} 1-P(A) + 1-P(B) - 2P(A \cup B)'$$

$$P(A' \Delta B') = 1-P(A) + 1-P(B) - 2(1-P(A \cup B)) = 2-P(A) - P(B) - 2 + 2P(A \cup B)$$

$$= -P(A) - P(B) + 2(P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = P(A \Delta B)$$

با توجه به این که $P(A|B) = P(A)$ پس پیشامدهای A و B مستقل هستند، بنابراین $P(B|A) = P(B)$ و می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{4} P(B|A) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B|A) = \frac{2}{3} \xrightarrow{P(B|A)=P(B)} P(B) = \frac{2}{3} \xrightarrow{A, B \text{ مستقل اند}}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

احتمال آن که دقیقاً یکی از پیشامدهای A یا B رخ ندهد، برابر است با:

$$P(A' \Delta B') = P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 2 \times \frac{2}{9} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده فرد باشد یک سکه و اگر هر دو تاس رو شده زوج باشند، ۲ سکه پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم تنها یک بار سکه خط آمده است، احتمال آن که عدد هر دو تاس ۶ بوده باشد، چقدر است؟

$$\frac{1}{36} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{27} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{18} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



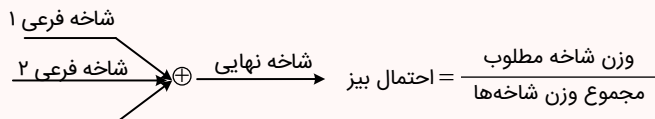
نکته داریم، چه نکته‌ای!

احتمال بیز: احتمال بیز یک احتمال شرطی است که ما آن را برحسب احتمال شرطی معکوسش حل می‌کنیم:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

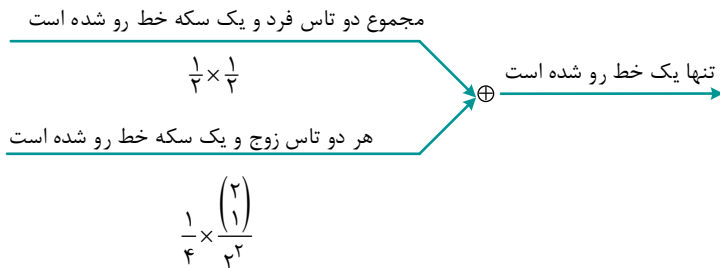
تذکر: احتمال بیز زمانی کاربرد دارد که $P(A|B)$ نامانوس است، یعنی پیشامد A طوری است که انگار قبل از پیشامد B رخ می‌دهد. انگار در این احتمال، نتیجه نهایی معلوم شده است و ما احتمال وقوع پیشامدی قبل از آن را می‌خواهیم.

روش شاخه‌ای: در این روش شرط بیز (همان نتیجه نهایی که معلوم شده است) را به عنوان شاخه نهایی در نظر می‌گیریم، سپس هر حالتی که به این اتفاق منجر می‌شود را به عنوان یک شاخه فرعی در نظر می‌گیریم.





احتمال بیز را بهتر است به صورت شاخه‌ای حل کنیم:



$$P(\text{رو شدن یک بار خط | هر دو تاس زوج}) = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

پس به احتمال $\frac{1}{4}$ هر دو تاس زوج هستند. چون در ۹ حالت هر دو تاس زوج هستند، پس احتمال آن که هر دو تاس ۶ آمده باشند، برابر است با $\frac{1}{4 \times 9}$:

$$\frac{1}{4 \times 9} = \frac{1}{36}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر میانگین داده‌های $\log 2, \log \frac{3}{2}, \log \frac{4}{3}, \log \frac{5}{4}$ را m و انحراف معیار داده‌های $2, 5, 8, 11, 14$ را n بنامیم، آن گاه mn کدام است؟ $(\log 5 \approx \frac{\sqrt{2}}{2})$

۱/۵ (۱) ۰/۷۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

۳ تا فرمول فقط می‌خواهیم بگیریم! همین!

اگر داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ باشند، آن گاه میانگین و واریانس و انحراف معیار برابر هستند با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{انحراف معیار}$$

$$m = \bar{x} = \frac{\log 2 + \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} + \log \frac{5}{4}}{4} = \frac{\log(\frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4})}{4} = \frac{\log 5}{4} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

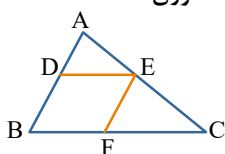
می‌دانیم اگر n داده تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت d دهند، واریانس آن‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{k^2 - 1}{12} \cdot d^2 \Rightarrow n^2 = \sigma^2 = \frac{5^2 - 1}{12} \times 9 = 18 \xrightarrow{\text{انحراف معیار}} \sigma = n = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow mn = \frac{\sqrt{2}}{8} \times 3\sqrt{2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در شکل زیر، چهارضلعی BDEF لوزی است. اگر $AD = 4$ و $BC = 15$ باشد، آن گاه مساحت مثلث CEF چه کسری از مساحت لوزی است؟



$\frac{4}{9}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{2}{4}$ (۳)

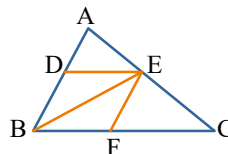




فرض کنید $BD = x$ باشد، چون چهارضلعی BDEF لوزی است، پس $DE = x$ و طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+x} = \frac{x}{15} \Rightarrow 4x + x^2 = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x+10)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -10 \\ x = 6 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

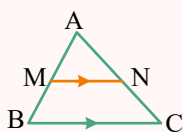


$$CF = BC - BF = 15 - 6 = 9$$

مطابق شکل، قطر BE را در این لوزی رسم می‌کنیم. می‌دانیم هر قطر لوزی، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند، پس داریم:

$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{CF}{BF} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle CEF}}{\frac{1}{2}S_{BDEF}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{BDEF}} = \frac{3}{4}$$

قضیه تالس در مثلث



فرض کنید در مثلث $\triangle ABC$ ، پاره‌خط MN موازی ضلع BC رسم شده باشد، در این صورت:

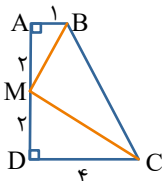
(الف) طبق قضیه تالس: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

(ب) طبق تعمیم قضیه تالس: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

گروه آموزشی ماز

۲۷- نقطه M روی ساق قائم از دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ واقع شده است. اگر $AB=1$ ، $CD=4$ ، $AM=2$ و $MD=2$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث

$\triangle MBC$ چقدر است؟



$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$\frac{11}{4} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

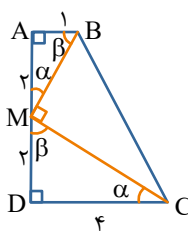
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{AB}{MD} = \frac{AM}{DC}$$

$$\hat{M}_1 = \hat{C} = \alpha, \hat{M}_2 = \hat{B} = \beta$$

$$\triangle AMB: \hat{A} + \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \hat{M} = 90^\circ$$



مثلث‌های قائم‌الزاویه $\triangle ABM$ و $\triangle MDC$ متشابه هستند، زیرا:

بنابراین:

پس می‌توان گفت زاویه $\hat{M}$ قائمه است، زیرا:

اضلاع مثلث $\triangle MBC$ را محاسبه می‌کنیم، ببینید:

$$\left. \begin{aligned} MB^2 &= AB^2 + AM^2 \Rightarrow MB = \sqrt{5} \\ MC^2 &= MD^2 + CD^2 \Rightarrow MC = \sqrt{20} \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC^2 = MB^2 + MC^2 = 5 + 20 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

از طرفی، می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محیطی برابر نصف طول وتر است، پس:

$$R = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$$

دایره محیطی



به دایره‌ای که سه رأس مثلث بر روی آن قرار داشته باشند، دایره محیطی مثلث گفته می‌شود.

مرکز دایره محیطی یک مثلث محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع آن مثلث می‌باشد.

شعاع دایره محیطی یک مثلث به طول اضلاع a ، b و c برابر است با:

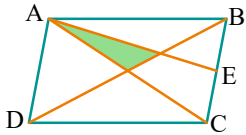
$$R = \frac{abc}{4S}$$

گروه آموزشی ماز





۲۸- در شکل مقابل، ABCD متوازی الاضلاع و E وسط ضلع BC است. مساحت قسمت هاشور خورده چند برابر مساحت متوازی الاضلاع ABCD است؟



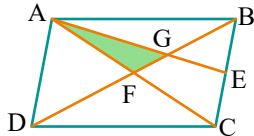
(۲) $\frac{1}{8}$
(۴) $\frac{1}{24}$

(۱) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{1}{12}$

(ساده - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

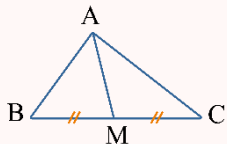
با توجه به شکل زیر، در مثلث ABC، میانه‌های AE و BF رسم شده است. نقطه G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC است. پس مساحت مثلث AGF، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC است. در نتیجه:



$$\begin{cases} S_{\triangle AGF} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle AGF} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

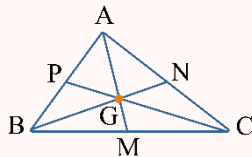
میانه و ویژگی‌های آن

میانه، پاره‌خطی است که از یک رأس مثلث رسم شده و ضلع مقابل به آن زاویه را نصف می‌کند. به عنوان مثال در شکل مقابل، اگر میانه وارد بر ضلع BC را رسم کنیم، داریم:



$AM \Rightarrow BM = MC$ میانه است.

ویژگی مهم محل تلاقی میانه‌ها



محل تلاقی میانه‌ها آن‌ها را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند یعنی داریم:

$$\frac{GM}{AG} = \frac{GN}{BG} = \frac{PG}{GC} = \frac{1}{2}$$

همچنین در مورد هر کدام از میانه‌ها خواهیم داشت:

$$GM = \frac{1}{3} AM, AG = \frac{2}{3} AM$$

$$PG = \frac{1}{3} PC, GC = \frac{2}{3} PC$$

$$GN = \frac{1}{3} BN, BG = \frac{2}{3} BN$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- یک مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد مفروض است. این مثلث را حول خطی که از یک رأس آن موازی با ضلع مقابل رسم شده است، دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

(۴) 4π

(۳) 3π

(۲) 2π

(۱) π

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

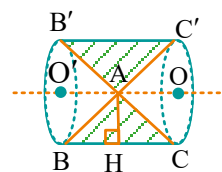
پاسخ: گزینه ۴

مطابق شکل، $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$ و $BH = CH = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ است، بنابراین برای محاسبه حجم شکل حاصل از دوران، کافی است حجم دو مخروط هر کدام به ارتفاع ۱ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ را از حجم یک استوانه به ارتفاع ۲ و شعاع قاعده $\sqrt{3}$ کم کنیم:

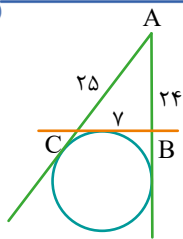
$$\text{حجم استوانه} = \pi R_1^2 h_1 = \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 2 = 6\pi$$

$$\text{حجم دو مخروط} = 2 \times \frac{1}{3} \pi R_2^2 h_2 = \frac{2}{3} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 1 = 2\pi$$

$$\text{حجم مطلوب} = 6\pi - 2\pi = 4\pi$$



گروه آموزشی ماز

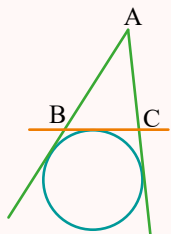


۳۰- در شکل مقابل، از نقطه A دو مماس بر دایره رسم شده است و BC نیز بر دایره مماس است. شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



شعاع دایره محاطی خارجی:

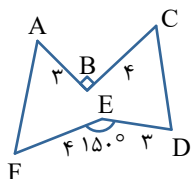
اگر S و P به ترتیب مساحت و محیط مثلث ABC باشند، شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر BC برابر است با: $r = \frac{S}{P - BC}$

۲۴ و ۲۵ در رابطه فیثاغورس صدق می کند، یعنی $\triangle ABC$ قائم الزاویه است، پس $\frac{7 \times 24}{2} = 84$ و $S_{\triangle ABC} = 84$ و $P = 28$.

طبق درسنامه $r = \frac{S}{P - BC}$ ، پس: $r = \frac{84}{21} = 4$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۱- زمینی به صورت یک شش ضلعی است. بدون تغییر طول اضلاع و با تغییر جای B و E مساحت آن را حداکثر چقدر می توان افزایش داد؟



- (۱) ۱۲
(۲) ۱۸
(۳) ۹
(۴) ۲۴

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

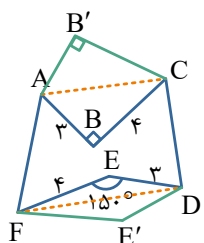


برای این منظور قرینه B را نسبت به خط AC و قرینه E را نسبت به خط FD به ترتیب B' و E' می نامیم. مجموع مساحت

۲ چهارضلعی ABCB' و FEDE' جواب مسئله است.

$$S_{ABCB'} = 3 \times 4 = 12$$

$$S_{FEDE'} = 3 \times 4 \times \sin 150^\circ = 6 \Rightarrow 12 + 6 = 18$$



گروه آموزشی ماز

۳۲- طول اضلاع یک مثلث ۳، ۵ و ۷ است. شعاع دایره محاطی این مثلث کدام است؟

$$\frac{14\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

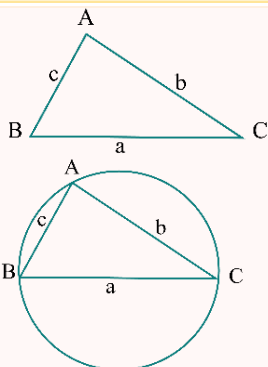
$$\frac{7\sqrt{3}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{14\sqrt{2}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{7\sqrt{2}}{3} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



قضیه cosها در مثلث:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

قضیه sinها در مثلث:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow R \text{ شعاع دایره محاطی مثلث است}$$





اگر $a = 7$ ، $b = 5$ و $c = 3$ باشد، داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow 7^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 49 = 25 + 9 - 30 \cos \hat{A} \Rightarrow 30 \cos \hat{A} = -15 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

با استفاده از قضیه $\sin$ ها، شعاع دایره‌ی محیطی مثلث را به دست می‌آوریم. ببینید:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}} \Rightarrow R = \frac{7}{2 \times \sin 120^\circ} = \frac{7}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

گروه آموزشی ماز

$$-A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \text{ اگر } -A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } |A| \neq 0, \text{ آن گاه } |A|A + A \text{ کدام است؟}$$

۱۰۸ (۴)

۵۴ (۳)

-۳۶ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



به ایستگاه دترمینان خوش آمدید!

در مورد دترمینان، چند نکته پرکاربرد را به خاطر داشته باشید:

$$(۱) \quad A \Rightarrow |AB| = |A| \times |B| \text{ و } B \text{ مربعی هستند.}$$

$$\text{نتیجه: } |A^n| = |A|^n$$

$$(۲) \quad |A+B| = |A| + |B| \text{ رابطه‌ای نادرست است، مگر در حالت خاص}$$

$$(۳) \quad (A^{-1}) = \frac{1}{|A|}$$

$$(۴) \quad k \in \mathbb{R} \Rightarrow |kA_{n \times n}| = k^n |A|$$

$$(۵) \quad |I_n| = 1, k \in \mathbb{R} \Rightarrow |kI_n| = k^n$$

$$(۶) \quad A \Rightarrow |A^{-1} + I| = \frac{1}{|A|} |A + I| \text{ وارون پذیر است.}$$

$$(۷) \quad A \Rightarrow |I - AB| = |I - BA| \text{ و } B \text{ وارون پذیر است.}$$

$$(۸) \quad A \Rightarrow |I - A^{-1}BA| = |I - B| \text{ وارون پذیر است.}$$

$$(۹) \quad \text{ویژگی‌های ۸ و ۷ برای ضرایب غیر از یک نیز برقرارند.}$$

$$-A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |-A| = \begin{vmatrix} |A| & -1 & 0 \\ 1 & |A| & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow (-1)^3 |A| = |A|(|A| - 3) + 0 + 0$$

$$\Rightarrow -|A| = |A|(|A| - 3) \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A| - 3 = -1 \Rightarrow |A| = 2 \end{cases}$$

از طرفی مطابق فرض $|A| \neq 0$ ، بنابراین: $|A| = 2$ ، در نتیجه:

$$|A|A + A = (|A| + 1)A = (2 + 1)^3 |A| = 3^3 \times 2 = 54$$

گروه آموزشی ماز





۳۴- اگر ماتریس $C_{3 \times 2}$ چنان باشد که $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 9 & -5 \end{bmatrix} = 3I$ ، آن گاه اختلاف درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس C کدام است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۱۸ (۳) ۱۷ (۴) ۲۷

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

خب، بگو بینم حاصل ضرب ماتریس در وارونش چی میشه؟!

حاصل ضرب هر ماتریس مربعی وارون پذیر در وارونش، با ماتریس همانی هم‌مرتبه‌اش برابر است:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

این نکته که دیگه گفتن نداره!

وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

نکته:

اگر $C = AB$ باشد، آن گاه:

ستون j ام ماتریس B $\times$ سطر i ام ماتریس A $C_{ij} = A$

اگر فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 9 & -5 \end{bmatrix}$ ، آن گاه با توجه به نکات، داریم:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} C \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 9 & -5 \end{bmatrix} = 3I \Rightarrow ACB = 3I \xrightarrow[\text{از راست } B^{-1}]{\text{از چپ } A^{-1}} A^{-1}ACBB^{-1} = A^{-1}(3I)B^{-1} \Rightarrow ICI = 3A^{-1}IB^{-1} \Rightarrow C = 3A^{-1}B^{-1}$$

و اینک به کمک فرمول ماتریس وارون، داریم:

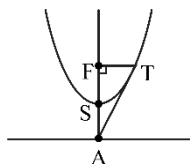
$$C = 3 \times \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \times \frac{1}{35-36} \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 43 & - \\ - & 49 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 129 & - \\ - & 147 \end{bmatrix}$$

$$147 - 129 = 18$$

و در نهایت، اختلاف درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس C برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر معادله سهمی شکل مقابل $x^2 - 2x = 4y + 3$ باشد، آن گاه مساحت مثلث FAT که در آن A روی خط هادی قرار دارد، کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 - 2x = 4y + 3 \xrightarrow{+1} x^2 - 2x + 1 = 4y + 4 \Rightarrow (x-1)^2 = 4(y+1)$$

$x=1$ $y=-1$

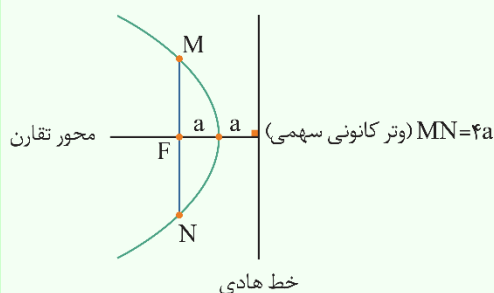
$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ رأس سهمی و } 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$AF = 2a = 2$$

$$FT = \text{نصف وتر کانونی سهمی} = \frac{4a}{2} = 2a = 2 \Rightarrow S_{\triangle FAT} = \frac{FT \times AF}{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

وتر کانونی سهمی

اگر خطی موازی خط هادی سهمی از کانون عبور کرده و سهمی را در دو نقطه M و N قطع کند، MN را وتر کانونی سهمی می‌گوییم که اندازه آن ۴ برابر فاصله کانونی سهمی یا ۲ برابر فاصله کانون تا خط هادی است.





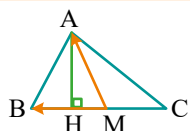
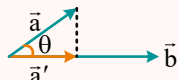
۳۶- اگر $A(1, 2, 1)$ ، $B(3, 5, 2)$ و $C(7, 3, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، به طوری که $\overline{AM}$ میانه و $\overline{AH}$ ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، طول $\overline{MH}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی امتداد بردار $\vec{b}$:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$



شکل فرضی مقابل را ببینید:

مختصات نقطه M (وسط BC) را محاسبه می کنیم:

$$M = \frac{B+C}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3+7}{2} = 5 \\ y_M = \frac{5+3}{2} = 4 \\ z_M = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

تصویر بردار $\overline{MA}$ روی بردار $\overline{MB}$ همان بردار $\overline{MH}$ است.

$$\overline{MA} = (1-5, 2-4, 1-1) = (-4, -2, 0)$$

$$\overline{MB} = (3-5, 5-4, 2-1) = (-2, 1, 1)$$

$$\overline{MH} = \frac{\overline{MA} \cdot \overline{MB}}{|\overline{MB}|^2} \overline{MB} = \frac{(-4) \times (-2) + (-2) \times 1 + 0 \times 1}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} (-2, 1, 1) = \frac{6}{6} (-2, 1, 1) = (-2, 1, 1)$$

بردار $\overline{MH}$ برابر است با:

$$|\overline{MH}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

اندازه بردار $\overline{MH}$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۷- باقی مانده تقسیم عدد $19^{53} + 51^{19} = A$ بر ۱۲ کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) صفر

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

باقی مانده تقسیم عدد 51^{19} و نیز 19^{53} را به طور جداگانه در تقسیم بر ۱۲ محاسبه کرده و باقی مانده ها را جمع می کنیم.

$$\begin{aligned} 19^{12} &\equiv 7 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 19^2 \equiv 7^2 \equiv 1 \xrightarrow{\times 19} 19^{52} \equiv 1 \xrightarrow{\times 19} 19^{53} \equiv 19 \equiv 7 \\ 51^{12} &\equiv 3 \xrightarrow{\text{توان ۳}} 51^3 \equiv 3^3 \equiv 3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 51^2 \equiv 3^2 \equiv 9 \xrightarrow{\times 51} 51^{18} \equiv 9 \xrightarrow{\times 51} 51^{19} \equiv 9 \times 51 \equiv 27 \equiv 3 \end{aligned}$$

$$51^{19} \equiv 9 \times 51 \Rightarrow 51^{19} \equiv 27 \equiv 3 \Rightarrow \text{باقی مانده } A \text{ بر } 12 = 7 + 3 = 10$$

روش دوم:

$$\left. \begin{aligned} 51^4 &\equiv -1, 19^4 \equiv -1 \Rightarrow A \equiv (-1)^{19} + (-1)^{53} \equiv -2 \equiv 10 \\ 51^3 &\equiv 0, 19^3 \equiv 1 \Rightarrow A \equiv 0^{19} + 1^{53} \equiv 1 \equiv 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} A &\equiv 10 \\ A &\equiv 10 \end{aligned} \Rightarrow A \equiv 10$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- اگر معادله سیاله $mx + 12y = 18$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد باقی مانده $3 + m^2$ بر عدد ۴، چند مقدار متمایز می تواند باشد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

صفر (۱)





(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$(m, 12) | 18 \Rightarrow m \neq 4k$$

$$m = 4k + 1 \Rightarrow m^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow m^2 + 3 = 4k^2 + 4k + 4 = 4k(k+1) + 4$$

$$m = 4k + 2 \Rightarrow m^2 = 4k^2 + 8k + 4 \Rightarrow m^2 + 3 = 4k^2 + 8k + 7 = 4k(k+2) + 7$$

$$m = 4k + 3 \Rightarrow m^2 = 4k^2 + 12k + 9 \Rightarrow m^2 + 3 = 4k^2 + 12k + 12 = 4k(k+3) + 12$$

در نتیجه باقی مانده بر ۴ می تواند ۰ و ۳ باشد.



توجه!

هر معادله به شکل $ax + by = c$ یک معادله سیاله خطی نامیده می شود، در معادله سیاله خطی، اگر $(a, b) | c$ معادله بی شمار جواب به شکل (x_0, y_0) دارد و اگر $(a, b) \nmid c$ معادله جواب ندارد.

گروه آموزشی ماز

۳۹- در گراف G از مرتبه $p=18$ ، $\Delta(G)=12$ می باشد. اگر $q(G)=107$ باشد، $\Delta(\bar{G})$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

$$q(G) = \frac{12 \times 18}{2} = 12 \times 9 = 108$$

دقت کنید اگر درجه تمام رئوس گراف G ، ۱۲ باشد. یعنی گراف G ، ۱۲-منتظم باشد داریم:

اما گراف G ، ۱۰۷ یال دارد. پس باید یک یال از گراف ۱۲-منتظم مرتبه $p=18$ برداریم. پس گراف G ، ۱۶ رأس با درجه ۱۲ و ۲ رأس با درجه ۱۱ دارد.

$$\delta(G) = 11, \quad \underbrace{\delta(G)}_{11} + \Delta(\bar{G}) = p - 1 = 17 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = 6$$



یادت نمونه!

$$\delta(G) + \Delta(\bar{G}) = p - 1$$

$$\Delta(G) + \delta(\bar{G}) = p - 1$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- به چند طریق می توان ۶ کتاب مختلف را بین ۳ نفر توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک کتاب برسد؟

۵۱۰ (۴)

۵۴۰ (۳)

۵۵۰ (۲)

۵۷۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

کافی است تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۶ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را پیدا کنیم، بنابراین:

A: تعداد توابعی که ۱ را نمی پوشاند

B: تعداد توابعی که ۲ را نمی پوشاند

C: تعداد توابعی که ۳ را نمی پوشاند

$$|A \cup B \cup C| = |S| - |A \cup B \cup C| = 3^6 - (2^6 + 2^6 + 2^6 - 1^6 - 1^6 - 1^6 + 0) = 729 - 189 = 540$$

روش دوم:

۶ کتاب را می توان به صورت زیر بین ۳ نفر تقسیم کرد. ببینید:

$$\frac{\binom{3}{1} \times \binom{6}{4} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{1}{1} \times \binom{1}{1}}{2!} = \frac{3 \times 15 \times 2 \times 2}{2} = 90$$

۱ ۱ ۴ یکی از افراد ۴ کتاب و ۲ فرد دیگر هر کدام ۱ کتاب بگیرند:

$$\binom{3}{1} \times \binom{6}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} \times \binom{1}{1} = 3 \times 15 \times 2 \times 3 = 270$$

۱ ۲ ۳ یکی از افراد ۳ کتاب، دیگری ۲ کتاب و فرد آخر ۱ کتاب بگیرند:

$$\frac{\binom{3}{1} \times \binom{6}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{1}{1} \times \binom{2}{2}}{3!} = \frac{3 \times 15 \times 2 \times 6}{6} = 90$$

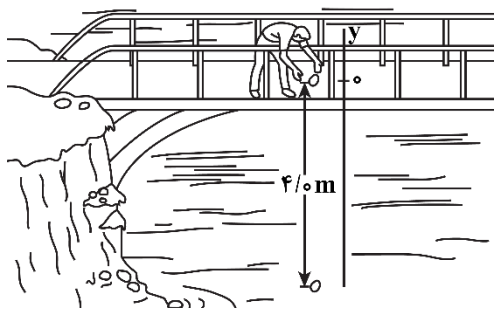
۲ ۲ ۲ هر کدام از افراد ۲ کتاب بگیرند:

$$90 + 270 + 90 = 540$$





۴۱- شکل زیر، شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت $1/6\text{m}$ را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصله بین دو سنگ با آهنگ متر بر ثانیه می‌یابد. ($g = 9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).



- (۱) ۵/۶، افزایش
(۲) ۴/۸، کاهش
(۳) ۴/۸، افزایش
(۴) ۵/۶، کاهش

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

حرکت نسبی در سقوط آزاد

در سقوط دو متحرک در راستای قائم در خلا، دو متحرک نسبت به هم شتاب ندارند؛ بنابراین سرعت نسبی دو متحرک در تمام مدت حرکت، با سرعت نسبی اولیه دو متحرک برابر است و داریم:

$$|v_{\text{نسبی}}| = |v_A - v_B|$$

گام اول:

سرعت گلوله اول هنگامی که فرد گلوله دوم را رها می‌کند، برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 9/8 \times 1/6$$

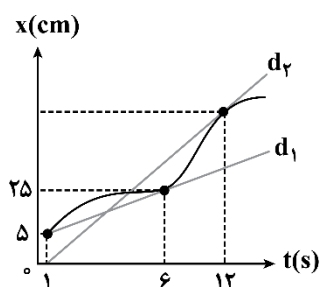
$$\Rightarrow v^2 = 2 \times 9/8 \times 1/6 \times 10^{-2} \Rightarrow v = 1/4 \times 10^{-1} = 5/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام آخر:

با توجه به این که شتاب دو گلوله برابر است، حرکت آن‌ها نسبت به هم با سرعت ثابت انجام می‌شود و چون سرعت گلوله اول $5/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بیش‌تر است، فاصله بین دو گلوله با آهنگ $5/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۲- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در لحظه 12s ، دو برابر تندی متحرک در لحظه 6s باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی 6s تا 12s چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟ (خطوط d_1 و d_2 به ترتیب در لحظات 6s و 12s بر نمودار مماس هستند).

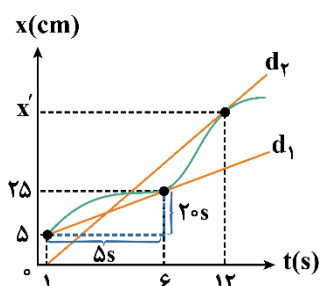


- (۱) ۱۰/۵
(۲) ۸/۵
(۳) ۷/۵
(۴) ۱۲/۵

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$v_{6s} = d_1 \text{ شیب خط } = \frac{20}{5} = 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \quad d_2 \text{ شیب خط } = 2 \times (d_1 \text{ شیب خط}) \Rightarrow v_{12s} = 2v_{6s} \Rightarrow v_{12s} = 8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$d_2 \text{ شیب خط } = \frac{x'}{12-6} = 8 \Rightarrow x' = 48 \text{ cm}$$

$$12\text{s} \text{ تا } 6\text{s} \text{ در بازه زمانی } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{12s} - x_{6s}}{12-6} = \frac{48-25}{6} = 10/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$





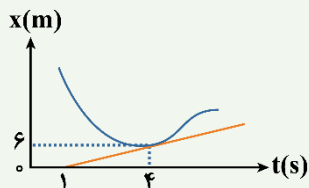
تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر برای تندی لحظه‌ای، جهت در نظر بگیریم، در واقع سرعت لحظه‌ای را توصیف می‌کنیم. سرعت در هر لحظه دلخواه برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. تندی در هر لحظه نیز برابر قدر مطلق لحظه‌ای است.

مثال

سرعت در $t = 4s$ ، چند متر بر ثانیه است؟

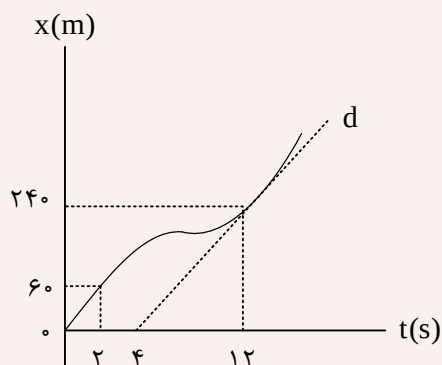
پاسخ: سرعت در لحظه $t = 4s$ ، برابر شیب خط مماس در این لحظه است.



$$v(t=4s) = \frac{6-0}{4-0} = 1.5 \frac{m}{s}$$

تجربی خارج - ۱۴۰۰

۴۸- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظه $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیه هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظه $t = 12s$ است.)



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

پاسخ تشریحی:

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبه تندی در $t = 12s$:

$$S = \text{شیب خط مماس} = \frac{240}{12-4} = 30 \frac{m}{s}$$

گام دوم: پس با توجه به متن سؤال: تندی متوسط در بازه $t = 2s$ تا $t = 14s$ هم برابر $30 \frac{m}{s}$ است و داریم:

$$2s < t < 14s: S_{av} = \frac{x_{14} - 60}{14 - 2} \rightarrow x_{14} = 420m$$

در رابطه بالا x_{14} مکان در $t = 14s$ است.

گام سوم: محاسبه سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول و هفتم:

$$\text{۲ ثانیه اول: } v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{2 - 0} = \frac{60 - 0}{2 - 0} = 30 m/s$$

$$\text{۲ ثانیه هفتم: } v'_{av} = \frac{x_{14} - x_{12}}{14 - 12} = \frac{420 - 240}{2} = 90 m/s$$

$$\rightarrow \frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۳- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی

با سرعت ثابت $36 \frac{km}{h}$ از آن سبقت می‌گیرد. پس از گذشت چند ثانیه، خودرو به کامیون می‌رسد؟

$$36 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و سپس لحظه رسیدن دو متحرک به یکدیگر را به دست می‌آوریم: (مکان اولیه دو متحرک را مبدأ $x = 0$ در نظر می‌گیریم.)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{خودرو: } x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_1 = t^2 \\ \text{کامیون: } x = vt + x_0 \Rightarrow x_2 = 10t + 0 \Rightarrow x_2 = 10t \end{array} \right.$$





$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10s \end{cases} \checkmark$$

راستی بچه‌ها در مسائل دو متحرکه که دو متحرک در مبدأ زمان در یک مکان هستند، می‌تونیم مکان اولیه اون‌ها رو صفر بگیریم. البته به شرطی که در صورت سؤال جای خاصی رو مبدأ مکان نگفته باشه!



این سؤال خیلی در چهارچوب امتحان نهایی تون هست. پس با دقت روند حل این سؤال رو خوب یاد بگیر. البته برای کنکور هم می‌تونه مطرح بشه!



اگر دو متحرک به طور هم‌زمان از یک نقطه با شتاب ثابت شروع به حرکت کنند (یا یکی با سرعت ثابت و دیگری با شتاب ثابت)، آن‌گاه در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک یکسان می‌شود، در دو برابر آن لحظه نیز، مکان دو متحرک یکسان می‌شود.

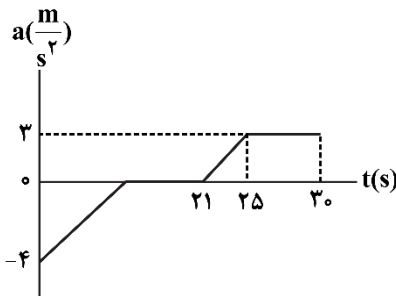


$$v_{\text{خودرو}} = 2t$$

$$v_{\text{کامیون}} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow 2t = 10s \Rightarrow t = 5s \xrightarrow{\text{برابر این لحظه}} 2t = 10s$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه $30 \frac{m}{s}$ در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در مدت ۳۰ ثانیه صفر باشد، در مدتی که متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند، چند متر جابه‌جا شده است؟



- (۱) ۹۳
- (۲) ۹۳/۵
- (۳) ۹۴
- (۴) ۹۴/۵

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

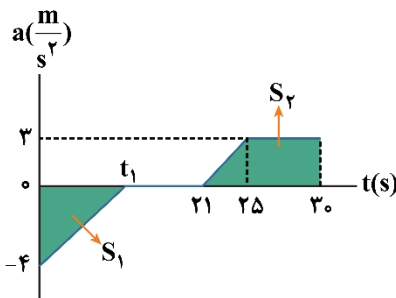
پاسخ: گزینه ۴

سطح زیر نمودار شتاب - زمان، برابر با تغییرات سرعت است.

با توجه به این‌که در ۳۰ ثانیه اول حرکت، شتاب متوسط صفر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow \text{سطح زیر نمودار} = 0$$

در نتیجه در نمودار نشان داده‌شده، مساحت بالا و پایین محور t باید برابر باشند.



$$|S_1| = S_2 \Rightarrow \frac{4t_1}{2} = \frac{(9+5)3}{2} \Rightarrow t_1 = 10/5s$$

سرعت در مبدأ زمان، $30 \frac{m}{s}$ است و بعد از گذشت $t_1 = 10/5s$ ، سرعت به اندازه S_1 تغییر می‌کند.

$$S_1 = v_{10/5} - v_0 \Rightarrow -\frac{10/5 \times 4}{2} = v_{10/5} - (30) \Rightarrow v_{10/5} = 9 \frac{m}{s}$$

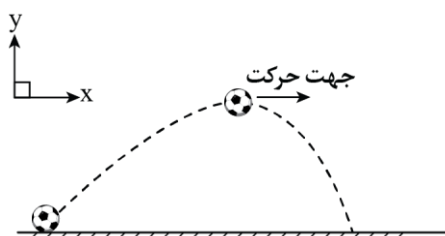
اکنون جابه‌جایی در قسمتی که حرکت با سرعت ثابت $9 \frac{m}{s}$ است $(10/5s \leq t \leq 21s)$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = (9)(21 - 10/5) = 94/5m$$

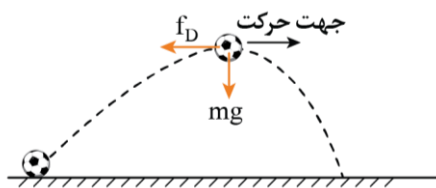
گروه آموزشی ماز

۴۵- شکل زیر، مسیر حرکت توپی به جرم ۴۰۰ گرم را نشان می‌دهد. اگر نیروی مقاومت هوا در بالاترین نقطه مسیر حرکت توپ، برابر ۳ نیوتون باشد، بردار

شتاب حرکت گلوله در این نقطه در SI کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) $-3\vec{i} - 4\vec{j}$
- (۲) $+3\vec{i} - 4\vec{j}$
- (۳) $-7/5\vec{i} - 10\vec{j}$
- (۴) $+7/5\vec{i} - 10\vec{j}$



مطابق شکل، بردار نیروی وارد بر گلوله در بالاترین نقطه مسیر به صورت زیر است:

$$\vec{F}_{\text{net}} = -f_D \vec{i} - mg \vec{j} \Rightarrow F_{\text{net}} = -3\vec{i} - 0/4 \times 10 \vec{j} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$$

بنابراین بردار شتاب در این نقطه برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow -3\vec{i} - 4\vec{j} = 0/4 \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -7/5 \vec{i} - 10 \vec{j}$$

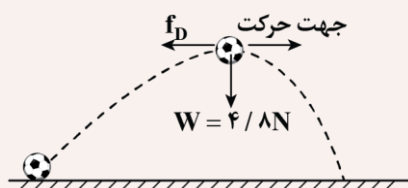


چون $f_D < mg$ بوده و با توجه به جهت آن‌ها گزینه‌های (۲) و (۴) حذف می‌شوند. از طرفی هم چون شتاب حرکت گلوله در راستای قائم همان شتاب گرانش زمین است پس گزینه (۱) هم حذف می‌شود.

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۹

۴۶- شکل زیر، نیروهای وارد بر توپی را در بالاترین نقطه مسیرش نشان می‌دهد که در آن $\vec{f}_D$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{W}$ وزن توپ است. اگر بزرگی شتاب در این لحظه

$$\frac{65}{6} \frac{m}{s^2}$$



(۱)

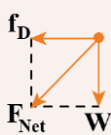
(۲) ۱/۵

(۳) ۲

(۴) ۲/۵

پاسخ تشریحی:

ابتدا نیروی برابند در بالاترین نقطه را به دست می‌آوریم:



$$W = mg \rightarrow 4/8 = m \times 10 \rightarrow m = 0/48 \text{ kg}$$

$$F_{\text{Net}} = ma = 0/48 \times \frac{65}{6} = 5/2 \text{ N}$$

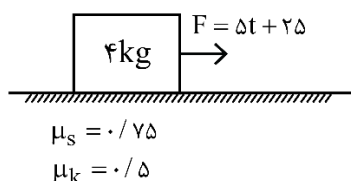
$$F_{\text{Net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} \rightarrow 5/2 = \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۶- در شکل زیر، جسم در ابتدا ساکن است. از لحظه $t=0$ ، نیروی افقی $F = 5t + 25$ (بر حسب نیوتون) را به مدت ۲ ثانیه بر جسم اثر می‌دهیم. در این مدت،

بیش‌ترین نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، چند برابر کم‌ترین نیرویی است که سطح افقی به جسم وارد می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



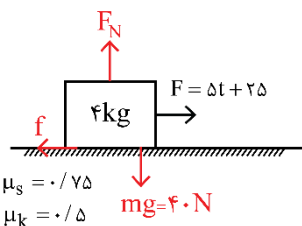
$$\frac{\sqrt{5}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

بیا باید در ابتدا اندازه نیروی $f_{s \max}$ را به دست آوریم تا بهتر بتوانیم در هر لحظه درباره اندازه و نوع نیروی اصطکاک نظر دهیم!



$$F_{\text{net}(y)} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 40 \text{ N}$$

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = 0/75 \times 40 = 30 \text{ N}$$

اکنون در لحظه $t=0$ وضعیت نیروی اصطکاک را بررسی می‌کنیم:

$$t=0 \Rightarrow F = 25 \text{ N}$$

$$F < f_{s \max} \Rightarrow f = f_s = F = 25 \text{ N}$$

همچنین اگر $F = f_{s \max}$ شود، اندازه نیروی اصطکاک به بیش‌ترین مقدار خود خواهد رسید؛ بنابراین:

$$F = f_{s \max} = 30 \text{ N} \Rightarrow F = 5t + 25 = 30 \Rightarrow t = 1 \text{ s} \Rightarrow \text{در بازه مد نظر سؤال قرار دارد.}$$



همچنین در لحظه $t = 2s$ (که نوع اصطکاک جنبشی خواهد بود) نیز مقدار نیروی اصطکاک را به دست می آوریم:

$$t = 2s \Rightarrow F = 35N > f_{s,max}$$

$$\Rightarrow f = f_K = \mu_K F_N = 0.5 \times 40 = 20N$$

پس در بین مقادیر پیداشده برای اصطکاک، در لحظه $t = 2s$ کمترین مقدار و در لحظه $t = 1s$ بیشترین مقدار نیروی اصطکاک را خواهیم داشت؛ بنابراین:

$$R_{max} = \sqrt{F_N^2 + f_{max}^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50N \Rightarrow \frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{50}{20\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$R_{min} = \sqrt{F_N^2 + f_{min}^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = 20\sqrt{5}N$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- یک تلسکوپ فضایی در ارتفاع تقریبی ۱۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور زمین می چرخد. شتاب گرانشی در این فاصله چند واحد SI است؟

$$(g_0 = 10 \frac{m}{s^2}, R_e = 6400 km)$$

۸/۴ (۴)

۶/۴ (۳)

۵/۶ (۲)

۷/۶ (۱)

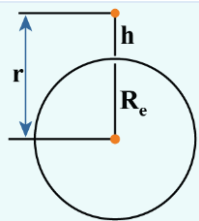
(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



نکته

شتاب گرانش در فاصله r از مرکز زمین برابر است با:



$$\begin{cases} g = \frac{GM_e}{r^2} \\ r = R_e + h \end{cases} \xrightarrow{\text{شتاب گرانش در فاصله } h \text{ از سطح زمین}} g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \xrightarrow{\text{با تغییر فاصله از سطح زمین}} \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2}\right)^2$$

شتاب گرانش در ارتفاع $h = 1600 km$ را با شتاب گرانش در سطح زمین مقایسه می کنیم.

$$g = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

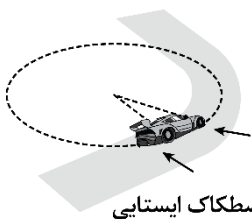
$$\Rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow g_h = 10 \times \frac{16}{25} = 6.4 \frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل، خودرویی به جرم $1500 kg$ را در نظر بگیرید که می خواهد در یک پیچ مسطح افقی به شعاع $50 m$ بدون آن که بلغزد، دور بزند. اگر ضریب

اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده ۱ باشد، حداکثر تندی خودرو چند متر بر ثانیه می تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



نیروهای اصطکاک ایستایی

۵√۲ (۱)

۱۰√۵ (۲)

۲۵ (۳)

۵۰ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



نکته

حداکثر تندی خودرویی که می خواهد در یک پیچ مسطح افقی به شعاع r و ضریب اصطکاک ایستایی μ_s ، بدون لغزش دور بزند برابر است با:

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s r g}$$

در این مثال نیروی اصطکاک ($f_{s,max}$) نقش نیروی مرکزگرا (F_C) را دارد، بنابراین می توان نوشت:

$$F_C = \frac{mv^2}{r} \quad F_C = f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv_{max}^2}{r}$$

$$\Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv_{max}^2}{r} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\mu_s r g}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{1 \times 50 \times 10} = 10\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

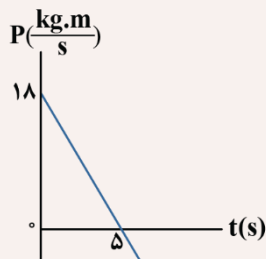




راستی بچه‌ها جرم خودرو به دردمون نخورد و بد نیست بگی $v_{\max} = \sqrt{gr}$ (م: μ_s / r : g)

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۳

۵۴- شکل زیر، نمودار تکانه - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر جرم متحرک 45° گرم باشد، بزرگی شتاب آن در لحظه $t = 5s$ چند متر بر مربع ثانیه



است؟

۸ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

پاسخ تشریحی:

چون نمودار تکانه - زمان خط راست است، پس نیرو و شتاب ثابت هستند، بنابراین:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - 18}{5 - 0} = -3.6 \text{ N}$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{-3.6}{45} = -0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow |a| = 0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۹- ژئوفیزیک‌دانی با استفاده از یک آونگ ساده به طول 17cm که 72 نوسان کامل را در 60s انجام می‌دهد، شتاب گرانش زمین را در مکانی خاص تعیین

می‌کند. وی مقدار شتاب گرانش را در این مکان تقریباً چند متر بر مربع ثانیه به دست می‌آورد؟ ($\pi^2 \approx 10$)

۱۰ (۴)

۱۰/۲ (۳)

۹/۶ (۲)

۹/۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

دوره تناوب آونگ را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{60}{72} = \frac{5}{6} \text{ s}$$

گام آخر:

طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، شتاب گرانش را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{T = \frac{5}{6} \text{ s}, \pi = \sqrt{10}} \frac{5}{6} = 2\sqrt{10} \times \sqrt{\frac{0.17}{g}} \Rightarrow \frac{25}{36} = 4 \times 10 \times \frac{0.17}{g}$$

$$\Rightarrow g = 40 \times 0.17 \times \frac{36}{25} \approx 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

آونگ ساده

۱- دوره تناوب یک آونگ ساده به طول L برابر است با:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

۲- برای مقایسه دوره تناوب دو آونگ ساده داریم:

$$T \propto \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{g_2}{g_1}}$$





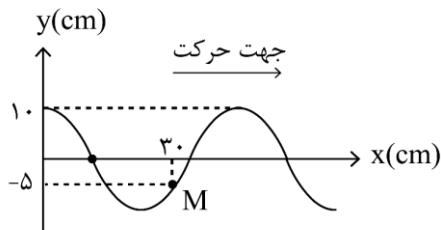
۳- گاهی سؤالات آونگ با سؤالات گرانش ترکیب می‌شوند. در این صورت باید شتاب گرانش را خودمان محاسبه کنیم.

$$\begin{cases} g = G \frac{M}{r^2} \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \end{cases} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{GM}}$$

در رابطه فوق، r فاصله از مرکز سیاره و M جرم سیاره است.

گروه آموزشی ماز

۵- یک موج عرضی در لحظه $t = 0$ به صورت مقابل در طنابی ایجاد شده است. اگر سرعت ذره M در لحظه $t = 1s$ برای اولین بار صفر شود، سرعت انتشار موج



چند $\frac{cm}{s}$ است؟

- (۱) ۷/۵
- (۲) ۱۵
- (۳) ۳/۷۵
- (۴) ۸

(سخت - نموداری - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

موج

در نمودار جابه‌جایی-مکان اگر بخواهیم مشخص کنیم که در این لحظه جهت حرکت یک ذره دلخواه از محیط در جهت محور نوسانی (رو به بالا) بوده یا در خلاف جهت این محور (رو به پایین)، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- با توجه به جهت انتشار موج، پشت سر هر نقطه را معین می‌کنیم. اگر موج به سمت راست می‌رود، پشت سر هر نقطه سمت چپ آن می‌شود و اگر موج به سمت چپ منتشر می‌شود، پشت سر هر نقطه سمت راست آن می‌شود.

۲- به پشت سر نقطه موردنظر نگاه می‌کنیم:

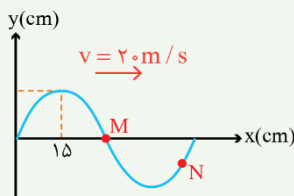
الف: اگر اولین چیزی که می‌بینیم قله است ← ذره در آن لحظه در جهت محور (رو به بالا) حرکت می‌کند ($v > 0$).

ب: اگر اولین چیزی که می‌بینیم دره است ← ذره در آن لحظه در خلاف جهت محور (رو به پایین) حرکت می‌کند ($v < 0$).

نکته

اگر در یک سؤال از مبحث موج، رفتار نوسانی فقط یک ذره از محیط مورد بررسی قرار گرفت، آن سؤال درواقع ترکیبی از موج و نوسان است. کافی است به کمک روابط مربوط به موج مقدار T را به دست آورده و سپس از مطالب مربوط به حرکت نوسانی استفاده کنیم.

مثال



نقش یک موج عرضی که در یک محیط در حال انتشار است در یک لحظه مطابق شکل مقابل می‌باشد. ذره N از محیط در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد و حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا بردار شتاب ذره M در جهت محور y و اندازه آن بیشینه شود؟

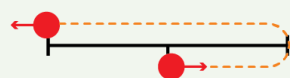
پاسخ:

طبق نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{4} = 15 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \rightarrow 0.6 = 20 \cdot T \rightarrow T = 0.03 \text{ s}$$

$$T = \frac{t}{N} \rightarrow 0.03 = \frac{60}{N} \rightarrow N = \frac{60}{0.03} \rightarrow N = 2000$$



$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \times 0.03}{4} = \frac{9}{400} \text{ s}$$

ذره M در لحظه کنونی در $y = 0$ بوده و پشت آن قله است پس $v > 0$ می‌باشد. برای بیشینه شدن

شتاب باید در $x = \pm A$ باشد و چون شتاب مختلف‌العلامت با مکان است برای آن که بردار شتاب در جهت

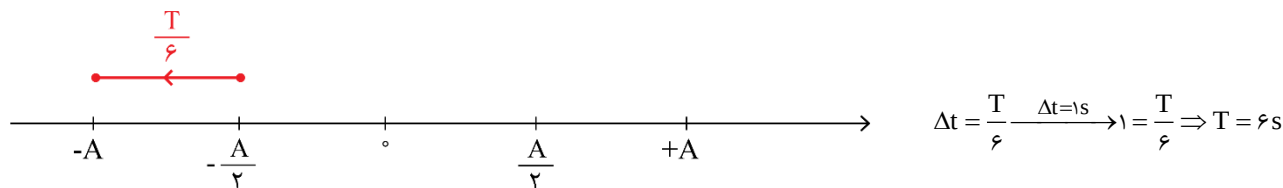
محور y باشد باید جسم در $x = -A$ قرار داشته باشد. طبق شکل:





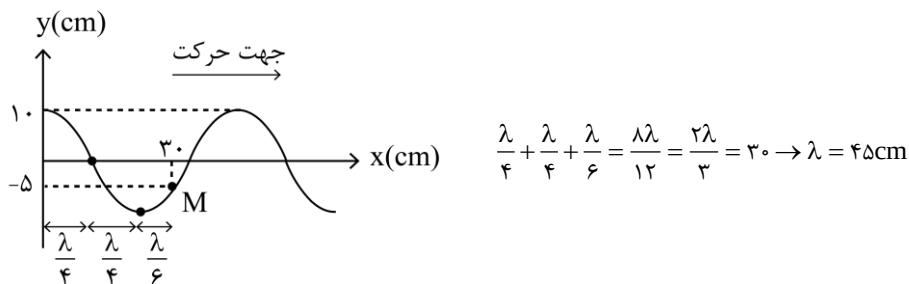
گام اول:

چون در لحظه $t = 1s$ ، اولین بار سرعت ذره M صفر می شود یعنی ذره به مکان $x = -A$ رسیده است. با توجه به شکل زیر، برای آن که ذره M از مکان $x = -5cm = -\frac{A}{2}$ به مکان $x = -10cm = -A$ برسد، زمان مورد نیاز برابر است با:



گام دوم:

با توجه به موقعیت نقطه M می توان نوشت:



گام آخر:

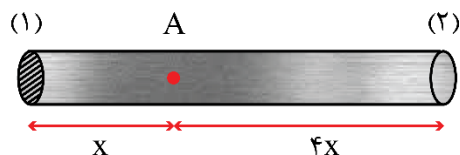
طبق رابطه $v = \frac{\lambda}{T}$ می توان نوشت:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{45}{6} = 7.5 \frac{cm}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- با چکش به محل نشان داده شده A بر روی میله فلزی ضربه محکمی زده می شود و صوت در دو محیط هوا و فلز منتشر می شود. در این صورت اختلاف زمانی دو صوتی که به انتهای (۲) میله می رسند $0.12s$ بیش تر از اختلاف زمانی دو صوتی است که به انتهای (۱) میله می رسند. اگر طول میله 80 متر باشد،

تندی انتشار صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟ ($v_{\text{صوت در هوا}} = 320 \frac{m}{s}$)



- (۱) ۱۶۰۰
- (۲) ۱۹۲۰
- (۳) ۲۲۴۰
- (۴) ۲۴۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

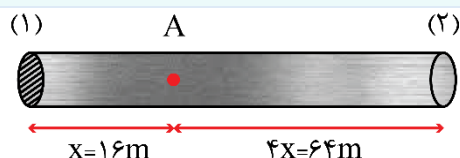
نکته

هنگامی که صوت از طریق فلز و هوا، مسافت یکسانی را طی می کند، با یک اختلاف زمانی به مقصد می رسد که از رابطه زیر به دست می آید:

$$L = v t_{\text{هوا}} \Rightarrow t_{\text{هوا}} = \frac{L}{v}$$

$$L = v' t_{\text{فلز}} \Rightarrow t_{\text{فلز}} = \frac{L}{v'}$$

$$\Rightarrow \Delta t = t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} = \frac{L}{v} - \frac{L}{v'} = \frac{L(v' - v)}{vv'}$$



$$x + 4x = 80m \rightarrow \begin{cases} x = 16m \\ 4x = 64m \end{cases}$$

$$L = \frac{v' \cdot v}{v' - v} t \rightarrow \Delta L = \frac{v' \cdot v}{v' - v} \Delta t$$

t : اختلاف زمانی

v : تندی صوت در هوا

v' : تندی صوت در میله

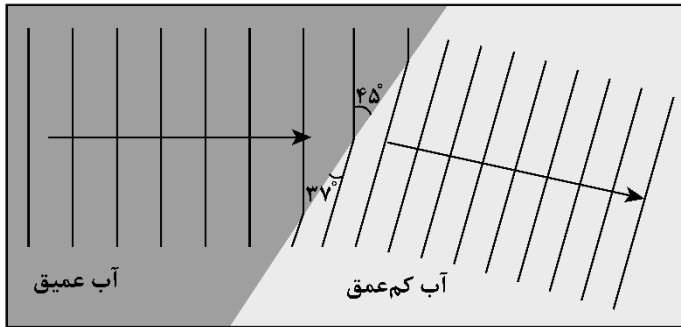
$$\rightarrow 64 - 16 = \frac{(v')(320)}{(v' - 320)} (0.12) \rightarrow v' = 1600 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز





۵۲- شکل زیر، جبهه‌های امواج سطحی آب را نشان می‌دهد که با تندی $5 \frac{m}{s}$ در قسمت عمیق حرکت می‌کنند و به سمت قسمت کم عمق می‌روند. تندی انتشار این امواج در قسمت کم عمق چند متر بر ثانیه است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $3\sqrt{2}$
(۲) $6\sqrt{2}$
(۳) ۳
(۴) ۶

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

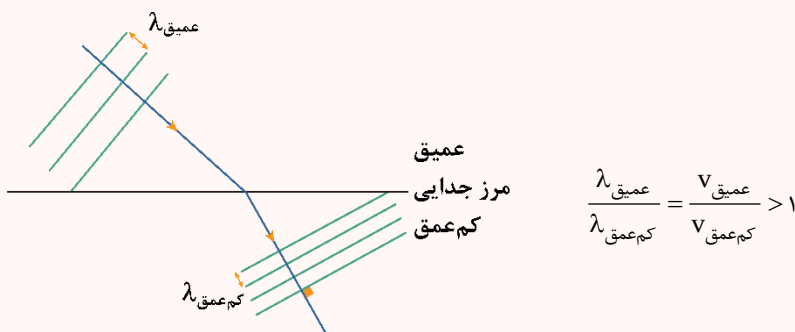
زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابش و شکست با مرز جدایی دو محیط می‌سازند، با زاویه تابش و شکست برابر است، در نتیجه زاویه تابش برابر $\theta_1 = 45^\circ$ و زاویه شکست برابر $\theta_2 = 37^\circ$ است. با استفاده از قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{v_2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{0.6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_2 = 3\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

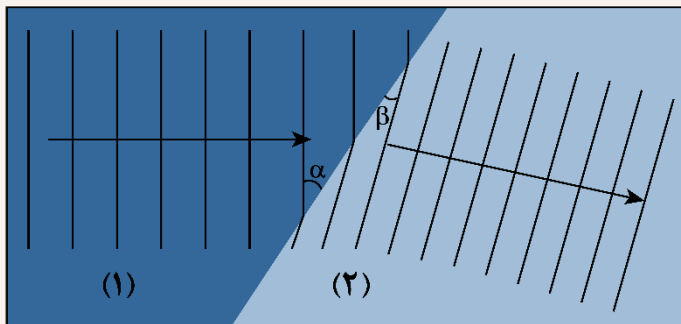
شکست موج سطحی آب

در امواج سطحی آب‌هایی با عمق کم، در قسمت کم عمق، تندی امواج کمتر و جبهه‌های موج به هم نزدیک‌ترند (بنابراین طول موج هم کمتر است).



کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۱

۵۹- شکل زیر، ورود موج از محیط (۱) به (۲) را نشان می‌دهد. اگر $\alpha = 37^\circ$ و $\beta = 30^\circ$ باشد، نسبت سرعت انتشار موج در محیط (۱) به سرعت انتشار موج در محیط (۲) چقدر است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) $\frac{1/6\sqrt{3}}{3}$
(۲) $\frac{5}{6}$
(۳) $\frac{5\sqrt{3}}{8}$
(۴) $\frac{6}{5}$

پاسخ تشریحی:

زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابش و شکست با مرز جدایی دو محیط می‌سازند، برابر زوایای تابش و شکست است.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.6}{0.5} = \frac{6}{5}$$

پاسخ: گزینه ۴



۵۳- در کدام یک از موارد زیر از بازتاب امواج الکترومغناطیسی استفاده می شود؟

- (۱) اجاق خورشیدی - آنتن بشقابی
(۲) اجاق خورشیدی - میکروفون سهموی
(۳) سونار - آنتن بشقابی
(۴) سونار - میکروفون سهموی

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - حفظی - ۱۲۰۴)

اجاق خورشیدی و آنتن بشقابی با کمک بازتاب امواج الکترومغناطیسی از سطوح خمیده و جمع شدن آن ها در کانون کار می کنند. دقت کنید میکروفون سهموی و دستگاه سونار از امواج صوتی و فراصوت استفاده می کنند که الکترومغناطیسی نیستند.

گروه آموزشی ماز

۵۴- طول یکی از تارهای پیانویی ۱/۲m و جرم آن ۹g است. اگر بسامد هماهنگ سوم این تار ۲۵۰Hz باشد، این تار تحت کشش چند نیوتون قرار دارد؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

گام اول:

با استفاده از رابطه زیر، تندی انتشار موج در طناب را به دست می آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 250 = \frac{3v}{2 \times 1/2} \Rightarrow v = 200 \frac{m}{s}$$

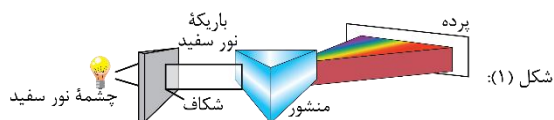
گام آخر:

حال برای محاسبه نیروی کشش تار می توان نوشت:

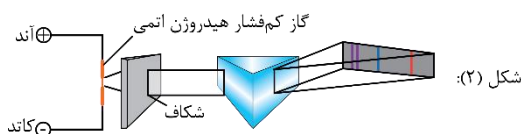
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F.L}{m}} \Rightarrow 200 = \sqrt{\frac{F \times 1/2}{9 \times 10^{-3}}} \Rightarrow 4 \times 10^4 = \frac{F \times 1/2}{9 \times 10^{-3}} \Rightarrow F = 300 N$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- در شکل های زیر، سه طیف نشان داده شده است. از چند مورد از آن ها می توان برای شناسایی عناصر استفاده کرد؟



شکل (۱):



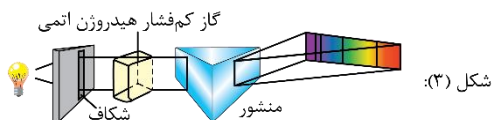
شکل (۲):

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳



شکل (۳):

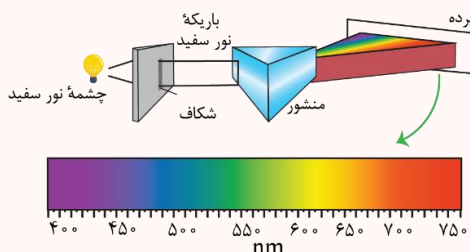
پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۵)

انواع طیف های اتمی

۱- طیف گسیلی (نشری) پیوسته:

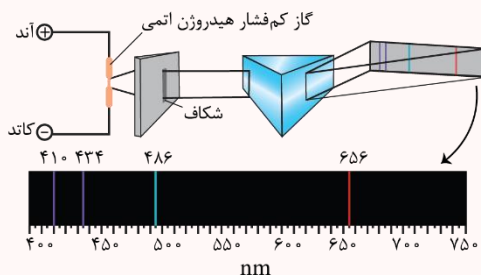
همه اجسام در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل (نشر) می کنند که به آن تابش گرمایی گفته می شود. برای یک جسم جامد، نظیر رشته داغ یک لامپ روشن، این امواج شامل گستره پیوسته ای از طول موج ها است. به همین دلیل طیف ایجاد شده در این شرایط را طیف گسیلی پیوسته یا به اختصار طیف پیوسته می نامند.





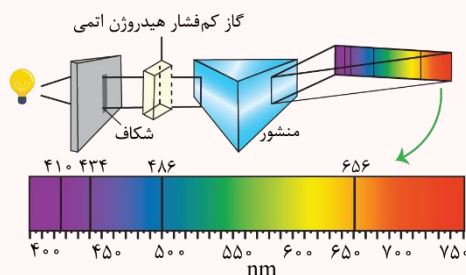
۲- طیف گسیلی (نشری) خطی:

تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است. حال آن که گازهای کم فشار و رقیق، که اتم‌های منفرد آن‌ها از برهم کنش‌های قوی موجود در جسم جامد آزادند به جای طیف پیوسته، طیفی گسسته را گسیل می‌کنند که شامل طول‌موج‌های معینی است. این طیف گسسته را، معمولاً طیف گسیلی خطی یا به اختصار طیف خطی می‌نامند و طول‌موج‌های ایجاد شده در آن، برای اتم‌های هر گاز منحصر به فرد هستند و سرنخ‌های مهمی را درباره نوع و ساختار اتم‌های آن گاز به دست می‌دهند.



۳- طیف جذبی خطی:

در تابشی که از خورشید گسیل می‌شود و به زمین می‌رسد بعضی از طول موج‌ها وجود ندارند. امروزه می‌دانیم بسیاری از این خط‌های تاریک طیف خورشید ناشی از جذب طول موج‌های مربوط به این خط‌ها توسط گازهای جو خورشید است. خط‌های دیگر به سبب جذب نور در گازهای جو زمین پدید می‌آیند.



در مورد رابطه طیف گسیلی خطی و طیف جذبی خطی به دو نکته زیر توجه کنید:

- الف: هم در طیف گسیلی و هم در طیف جذبی اتم‌های گاز هر عنصر، طول‌موج‌های معینی وجود دارد که از مشخصه‌های آن عنصر است؛ یعنی طیف گسیلی و طیف جذبی هیچ دو گازی همانند یکدیگر نیست.
- ب: اتم‌های هر گاز دقیقاً همان طول‌موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کنند که اگر دمای آن‌ها به اندازه کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شوند، آن‌ها را تابش می‌کنند.

با توجه به توضیحات فوق، فقط شکل‌های (۲) و (۳) گسسته بوده و می‌توان برای شناسایی عناصر از آن‌ها استفاده کرد.

گروه آموزشی ماز

۵۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر با توجه به الگوهای اتمی صحیح است؟

الف: مدل اتمی بور می‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

ب: طبق مدل اتمی تامسون، اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است.

پ: مدل اتمی بور فقط برای اتم هیدروژن درست است.

ت: طبق مدل رادرفورد، طیف گسیلی توسط اتم باید پیوسته باشد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

(آسان - خطبه خط کتاب درسی - ۱۴۰۵)

پاسخ: گزینه ۲



عبارت «ت» طبق متن کتاب درسی صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

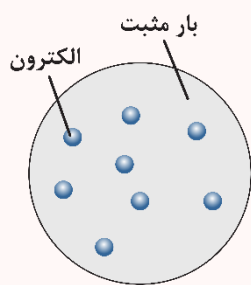
- مدل اتمی بور، نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توجیه کند («الف» ×). طبق مدل رادرفورد اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است («ب» ×).
- مدل اتمی بور همواره برای اتم‌های هیدروژن گونه هم کاربرد دارد («پ» ×).





مدل های اتمی

مدل اتمی تامسون:



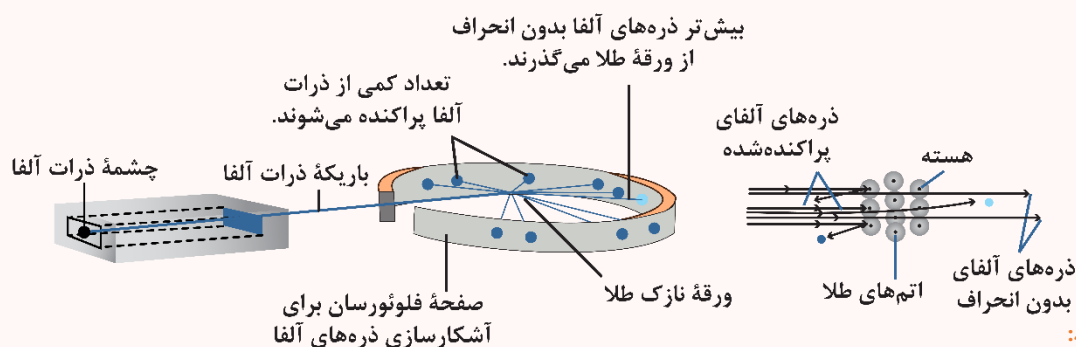
تامسون اولین شخصی بود که موفق به کشف الکترون و اندازه گیری نسبت بار به جرم آن $\frac{e}{m}$ شد. طبق مدل اتمی تامسون، اتم، همچون کره ای است که بار مثبت به طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده اند. این مدل را گاهی یک کشمش هم می گویند، زیرا الکترون ها مانند دانه های کشمش در آن پخش شده اند.

نارسایی مدل تامسون:

در مدل تامسون، الکترون ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می شود، یکی از ناکامی های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش گسیل شده از اتم که این مدل پیش بینی می کرد با نتایج تجربی سازگار نبود. نارسایی دیگر مدل تامسون این بود که نمی توانست نتایج حاصل از آزمایش ورقه طلای رادفورد را توجیه کند.

مدل اتمی رادفورد:

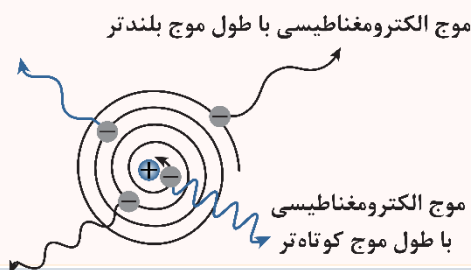
رادفورد برای بررسی مدل اتمی تامسون آزمایشی را انجام داد. در این آزمایش، باریکه ای از ذرات آلفا (هسته اتم هلیوم) به سطح ورقه بسیار نازکی از طلا تابانده می شود. همان طور که در شکل زیر می بینید تعداد زیادی از ذره ها بدون انحراف و یا با انحراف کم از ورقه طلا عبور می کنند و در برخورد با صفحه فلئوئورسان، در پشت ورقه نازک طلا جرقه های نورانی تولید می کنند؛ اما برخی از ذره های آلفا در هنگام خروج از ورقه طلا در زاویه های بزرگ منحرف و پراکنده می شوند و حتی تعدادی از آن ها به عقب برمی گردند. رادفورد از این آزمایش نتیجه گرفت که اتم دارای یک هسته بسیار چگال و کوچک (10^{-15} m شعاع) با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله هایی به نسبت دور احاطه شده است. مدل اتمی رادفورد را مدل اتم هسته ای یا مدل هسته ای اتم می نامند.



نارسایی مدل رادفورد:

۱- عدم توجیه پایداری اتم: اگر الکترون نسبت به هسته ساکن باشد، باید تحت اثر نیروی ربایشی الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند و در نتیجه اتم باید ناپایدار باشد که با واقعیت مطابقت ندارد و اگر الکترون مانند سیاره های منظومه خورشیدی که به دور خورشید می چرخند، به دور هسته بچرخد باز هم حرکت الکترون ناپایدار خواهد بود؛ زیرا در این حالت حرکت الکترون شتابدار است و بنابر فیزیک کلاسیک، حرکت شتابدار الکترون باعث تابش امواج الکترومغناطیسی می شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است. با تابش امواج الکترومغناطیسی، انرژی الکترون به تدریج کاهش یافته و شعاع چرخش آن نیز به تدریج کم شده و باز هم الکترون بر روی هسته سقوط می کند.

۲- عدم توجیه طیف گسسته اتم: همان طور که گفتیم طبق مدل رادفورد اگر الکترون به صورت شتابدار به دور هسته بچرخد، امواج الکترومغناطیسی گسیل می کند. با کاهش انرژی الکترون، شعاع چرخش آن به تدریج کمتر شده و بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیل شده به تدریج افزایش می یابد و به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده، پیوسته باشد که با واقعیت ناسازگار است. به شکل زیر دقت کنید:



کنکور سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۲

۶۴- کدام مورد با توجه به الگوهای اتمی درست است؟

(۱) طبق مدل رادفورد، طیف گسیلی توسط اتم باید پیوسته باشد.

(۲) مدل اتمی بور فقط برای اتم هیدروژن درست است.

(۳) طبق مدل اتمی تامسون، اتم دارای هسته ای چگال در مرکز اتم است.

(۴) مدل اتمی بور می تواند متفاوت بودن شدت خط های طیف گسیلی را توضیح دهد.



پاسخ تشریحی:

طبق مدل رادرفورد، اگر الکترون‌ها مانند سیاره‌ها به دور خورشید، به دور هسته بچرخند، به دلیل حرکت شتابدار، به تدریج با تابش طیف پیوسته انرژی خود را از دست می‌دهند و اتم ناپایدار می‌شود، بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲- مدل اتمی بور برای هیدروژن گونه‌ها نیز درست است؛ مانند He^+ و Li^{2+} ...

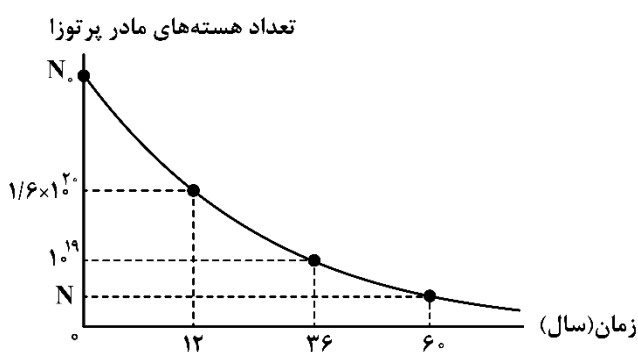
۳- طبق مدل اتمی رادرفورد، اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است.

۴- مدل اتمی بور نتوانست تفاوت شدت خط‌های گسیلی در طیف گسیلی را توجیه کند.

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۵۷- نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزا بر حسب زمان برای یک نمونه مطابق شکل است. $\frac{N_0}{N}$ کدام است؟



۵۱۲ (۱)

۲۰۴۸ (۲)

۱۰۲۴ (۳)

۲۵۶ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

با استفاده از رابطه $N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{1}{6} \times 10^{20} = \frac{N_0}{2^{\frac{12}{T}}} \\ 10^{19} = \frac{N_0}{2^{\frac{36}{T}}} \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{1}{6} \times 10^{20}}{10^{19}} = \frac{2^{\frac{36}{T}}}{2^{\frac{12}{T}}} = 2^{\frac{24}{T}} = 16 \Rightarrow 2^{\frac{24}{T}} = 2^4 \Rightarrow \frac{24}{T} = 4 \Rightarrow T = 6 \text{ سال}$$

گام آخر:

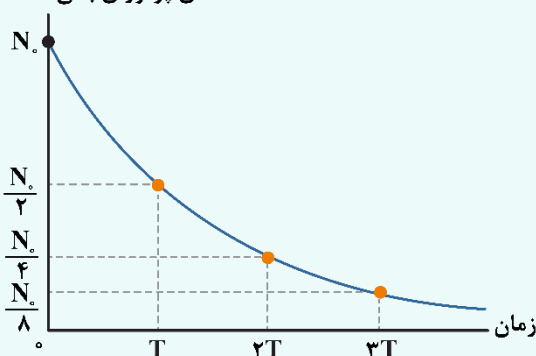
با استفاده دوباره از رابطه $N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$ داریم:

$$t=60 \text{ سال}, T=6 \text{ سال} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^{\frac{60}{6}}} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^{10}} = \frac{N_0}{1024} \Rightarrow \frac{N_0}{N} = 1024$$

نکته

تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده

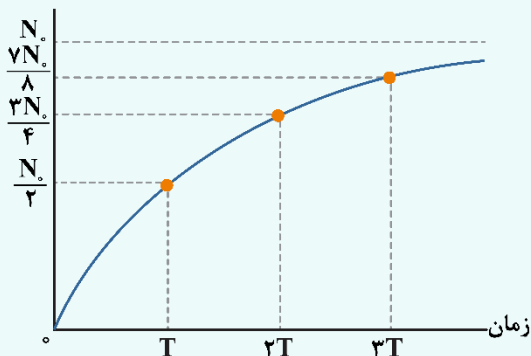
۱- نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده یک ماده پرتوزا بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است.





۲- نمودار تعداد هسته‌های واپاشی‌شده برحسب زمان مطابق شکل زیر است. دقت کنید که در هر لحظه مجموع تعداد هسته‌های واپاشی‌شده و هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده برابر تعداد هسته‌های مادر اولیه است.

تعداد هسته‌های واپاشی‌شده



کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

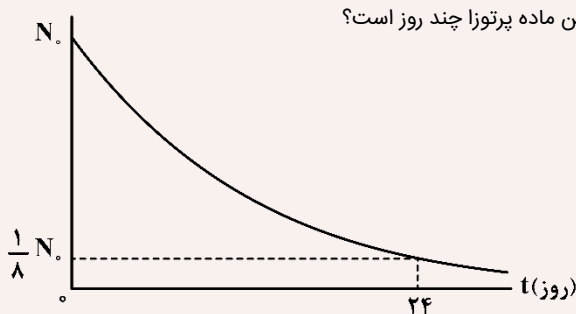
۵۶- نمودار تعداد هسته‌های ماده پرتوزا در یک نمونه برحسب زمان، مطابق شکل است. نیمه‌عمر این ماده پرتوزا چند روز است؟

۱۲ (۱)

۳ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)



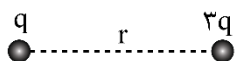
پاسخ تشریحی:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^{\frac{24}{T}}} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2^{\frac{24}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{24}{T}} = 8 \Rightarrow \frac{24}{T} = 3 \Rightarrow T = 8 \text{ روز}$$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۵۸- مطابق شکل، دو کره کوچک فلزی و مشابه در فاصله r از هم قرار دارند و یکدیگر را با نیروی الکتریکی دفع می‌کنند. اگر دو کره را به هم تماس دهیم و



در فاصله $\frac{r}{4}$ از هم قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

$\frac{32}{3}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{16}{3}$ (۲)

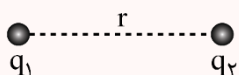
$\frac{4}{3}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

نیروی الکتریکی

۱- مطابق قانون کولن، اگر بارهای q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار بگیرند، نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند برابر است با:



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

۲- k ثابت کولن است که یکای آن $\frac{N \cdot m^2}{C^2}$ است.

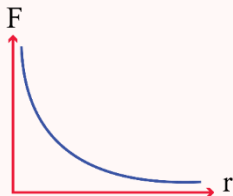
۳- برای مقایسه نیروی الکتریکی بین بارها می‌توان نوشت:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$





۴- نمودار تغییرات نیروی الکتریکی برحسب فاصله دو بار مطابق شکل به صورت نزولی خواهد بود:

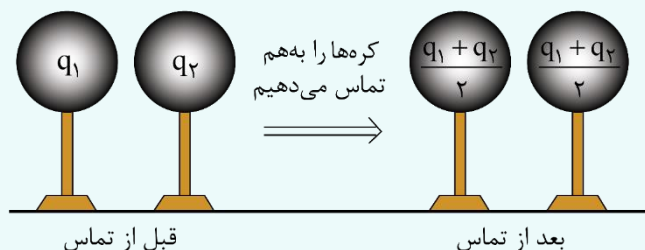


روش تماس

هنگامی که دو کره رسانا، باردار و مشابه که روی پایه عایقی قرار دارند، باهم تماس پیدا کنند، مبادله الکترون از کره‌ای که الکترون بیشتری دارد به کره‌ای که الکترون کمتری دارد صورت می‌پذیرد تا هنگامی که دو کره، بار هم‌نام و هم‌اندازه پیدا کنند.

نکته

۱- هنگامی که دو کره فلزی مشابه را به هم تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بین آن‌ها به گونه‌ای تقسیم می‌شود که بار نهایی دو کره باهم برابر باشد؛ بنابراین بار هریک از کره‌ها پس از تماس برابر میانگین بار اولیه آن‌ها خواهد بود.



$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

۲- نتیجه فوق برای تعداد بیش‌تری کره فلزی مشابه هم قابل‌تعمیم است. به‌طور کلی اگر n کره مشابه و رسانا که دارای بارهای $q_1, q_2, \dots, q_n$ هستند را همگی به هم تماس دهیم، بار نهایی همه آن‌ها برابر است با:

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n}$$

گام اول:

پس از تماس، بار هر کره برابر می‌شود با:

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q + 3q}{2} = 2q$$

گام آخر:

شکل مقابل وضعیت بارها در دو حالت را نشان می‌دهد. برای مقایسه دو حالت می‌توان نوشت:



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{2q \times 2q}{q \times 3q} \times \left(\frac{r}{\frac{r}{2}} \right)^2 = \frac{4}{3} \times 2^2 = \frac{16}{3}$$

♦ گروه آموزشی ماز ♦





۵۹- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^4 \frac{N}{C}$ که جهت آن قائم است، ذره‌ای با بار الکتریکی $2 \mu C$ به جرم $5g$ را رها می‌کنیم. کدام یک از عبارت‌های

زیر صحیح است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱) اگر جهت میدان به سمت پایین باشد، ذره در حال تعادل قرار می‌گیرد.

(۲) اگر جهت میدان به سمت بالا باشد، ذره در حال تعادل قرار می‌گیرد.

(۳) اگر جهت میدان به سمت پایین باشد، اندازه شتاب ذره $6 \frac{m}{s^2}$ می‌شود.

(۴) اگر جهت میدان به سمت بالا باشد، اندازه شتاب ذره $6 \frac{m}{s^2}$ می‌شود.

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳



میدان و نیروی الکتریکی

۱- میدان الکتریکی خاصیتی در اطراف ذرات باردار است که برابر نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی است.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

۲- در رابطه فوق، F ، q و E به ترتیب نیوتون، کولن و نیوتون/کولن است. در ادامه این فصل خواهیم دید که علاوه بر نیوتون/کولن، یکای $\frac{ولت}{متر}$ هم یکای میدان الکتریکی است.

۳- اگر یک ذره باردار درون میدان الکتریکی قرار گیرد، به آن نیرو وارد می‌شود که این نیرو برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$



نکته

مطابق رابطه فوق نکات زیر قابل استنباط است:

الف: با ضرب اندازه بار الکتریکی در اندازه میدان الکتریکی، اندازه نیروی وارد بر بار به دست می‌آید.

ب: اگر $q > 0$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند؛ بنابراین به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

ج: اگر $q < 0$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.



مثال

بار الکتریکی $q = -20 \mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = 10^5 \vec{i}$ بر حسب واحدهای SI قرار گرفته است. بردار نیروی وارد بر این بار در SI کدام است؟

پاسخ:

$$\vec{F} = q\vec{E} = -20 \times 10^{-6} \times 10^5 \vec{i} = -2 \vec{i} (N)$$

بنابراین به این بار نیروی ۲ نیوتونی در خلاف جهت محور X وارد می‌شود. دقت کنید اگر بار مثبت بود، نیرو در جهت محور X به بار وارد می‌شد.

تعادل بین نیروی الکتریکی و وزن

در این قسمت می‌خواهیم تعادل جسم بارداری را که تحت تأثیر نیروی الکتریکی و وزن قرار دارد بررسی کنیم. شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد:

$$F_E = qE$$



$$W = mg$$

با توجه به این که جسم در تعادل قرار دارد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی هم‌اندازه هستند و می‌توان نوشت:

$$F_E = W \rightarrow qE = mg$$

شرط تعادل

در مورد جهت میدان و علامت بار به موارد زیر دقت کنید:

الف: اگر بار مثبت باشد ($q > 0$)، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

ب: اگر بار منفی باشد ($q < 0$)، نیروی الکتریکی و میدان در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.



مثال

یک ذره باردار به جرم ۲ گرم دارای بار الکتریکی $q = -5 \mu C$ است. این ذره را از ارتفاعی رها می‌کنیم. برای آن که این ذره معلق بماند و سقوط نکند، باید میدان الکتریکی در

جهت و با بزرگی واحد SI در اطراف ذره ایجاد کنیم. $(g = 10 \frac{N}{kg})$





پاسخ:

ابتدا دقت کنید که چون بار ذره منفی است، میدان به سمت پایین خواهد بود. برای محاسبه اندازه میدان می‌توان نوشت:

$$mg = qE \rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 10 = 5 \times 10^{-6} \times E \rightarrow E = 4000 \frac{N}{C}$$

هر حالت را جداگانه بررسی می‌کنیم.

حالت اول:

میدان به سمت پایین باشد: در این حالت نیروی الکتریکی به سمت بالا، بر ذره وارد می‌شود.



$$W = mg = 5 \times 10^{-3} \times 10 = 0.05 N$$

$$F_E = |q|E = 2 \times 10^{-6} \times 4000 = 0.02 N$$

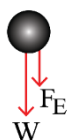
$$\rightarrow F_{net} = 0.05 - 0.02 = 0.03 N$$

$$F_{net} = ma \rightarrow 0.03 = 0.005 a \rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

در این حالت، ذره در حال تعادل قرار نمی‌گیرد و شتابی به اندازه $6 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین دارد.

حالت دوم:

میدان به سمت بالا باشد: در این حالت نیروی الکتریکی به سمت پایین، بر ذره وارد می‌شود.



$$F_{net} = W + F_E = 0.05 + 0.02 = 0.07 N$$

$$F_{net} = ma \rightarrow 0.07 = 0.005 a \rightarrow a = 14 \frac{m}{s^2}$$

در این حالت، ذره در حال تعادل قرار نمی‌گیرد و شتابی به اندازه $14 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- دو کره مشابه و فلزی با شعاع ۲cm دارای بارهای الکتریکی $10 nC$ و $50 nC$ هستند. اگر آن‌ها را به هم تماس دهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی هر کره چند واحد SI می‌شود؟ ($\pi = 3$)

$$1/25 \times 10^{-9} \quad (4)$$

$$1/25 \times 10^{-6} \quad (3)$$

$$6/25 \times 10^{-9} \quad (2)$$

$$6/25 \times 10^{-6} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

محاسبه بار الکتریکی کره‌ها پس از تماس:

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{10 + 50}{2} = 30 nC = 30 \times 10^{-9} C$$

گام آخر:

محاسبه چگالی سطحی بار الکتریکی:

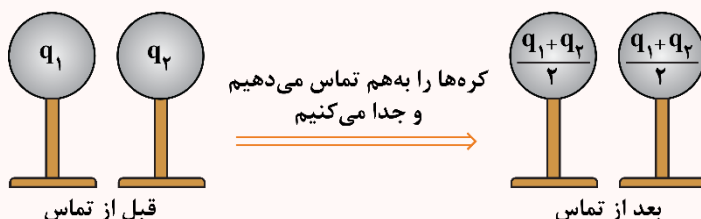
$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{30 \times 10^{-9}}{4\pi \times (2 \times 10^{-2})^2} = \frac{100}{16} \times 10^{-6} \frac{C}{m^2}$$

$$\Rightarrow \sigma = 6/25 \times 10^{-6} \frac{C}{m^2}$$

تماس

طبق قانون پایستگی بارهای الکتریکی، اگر چند جسم رسانا را به هم تماس دهیم، مجموع بار آن‌ها قبل از تماس با مجموع بار آن‌ها بعد از تماس یکسان خواهد بود.

۱- هنگامی که دو کره فلزی مشابه را به هم تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بین آن‌ها به گونه‌ای تقسیم می‌شود که بار نهایی دو کره به هم برابر باشد؛ بنابراین بار هریک از کره‌ها پس از تماس برابر میانگین بار اولیه آن‌ها خواهد بود.



$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$





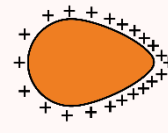
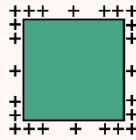
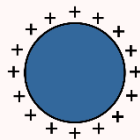
۲- نتیجه فوق برای تعداد بیش‌تری کره فلزی مشابه هم قابل‌تعمیم است. به‌طور کلی اگر n کره یکسان که دارای بارهای $q_1, q_2, \dots, q_n$ هستند را هم‌زمان به‌هم تماس دهیم، بار نهایی همه آن‌ها برابر می‌شود با:

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n}$$

چگالی سطحی بار الکتریکی

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای این‌که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش‌های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می‌کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت‌های مختلف یک جسم را نشان می‌دهد:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$



در رابطه بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است.

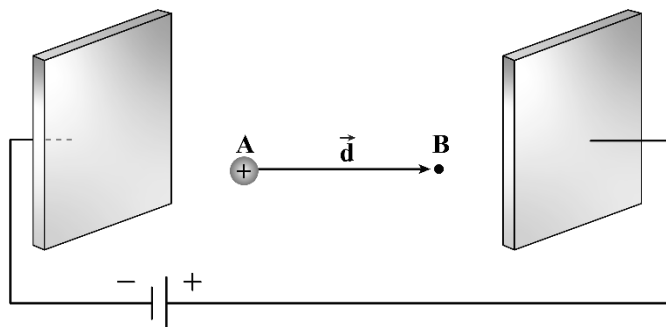
q ، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.

یکای چگالی سطحی بار الکتریکی:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow [\sigma] = \frac{[q]}{[A]} \rightarrow [\sigma] = \frac{C}{m^2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، پروتونی از نقطه A با تندی v_1 به سمت نقطه B پرتاب شده و در نهایت در نقطه B متوقف می‌شود. اگر جای قطب‌های باتری عوض شود و پروتون را در نقطه A با همان سرعت اولیه پرتاب کنیم، پروتون با چه تندی‌ای به نقطه B می‌رسد؟



- (۱) v_1
- (۲) $2v_1$
- (۳) $\sqrt{2}v_1$
- (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}v_1$

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

حالت اول:

با حرکت از A تا B ، انرژی جنبشی ذره به صفر رسیده است، یعنی اگر انرژی جنبشی اولیه K_1 باشد، با این حرکت، انرژی جنبشی به‌اندازه K_1 کاهش یافته است.

حالت دوم:

با عوض کردن قطب‌های باتری و تغییر جهت میدان الکتریکی، با حرکت از A تا B ، انرژی جنبشی به‌اندازه K_1 افزایش می‌یابد.

$$\Delta K = K_1 \Rightarrow K_2 - K_1 = K_1 \Rightarrow K_2 = 2K_1$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}v_1$$

پایستگی انرژی و انرژی پتانسیل الکتریکی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی، قرینه هم هستند؛ بنابراین برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

$$\Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

بنابراین با توجه به این‌که $|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$ است، برای محاسبه ΔK داریم:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha|$$

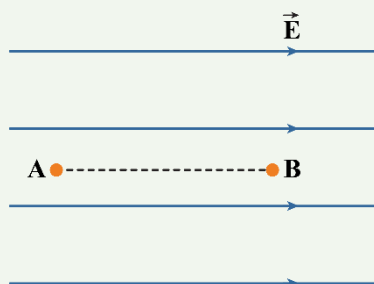
درحالتی‌که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > 0$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < 0$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.





مثال

در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $\frac{N}{C} 10^5$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5 \mu C$ از نقطه B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده و به نقطه A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.)



پاسخ تشریحی:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطه B به A می‌رسد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K > 0$ است.

گام دوم: برای محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

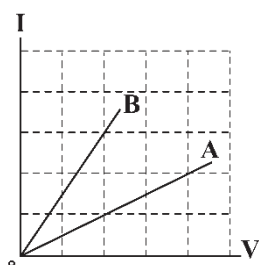
$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha| = |10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.2 \times 1| = 0.1 J$$

$$\xrightarrow{\Delta K > 0} \Delta K = +0.1 J$$

$$\rightarrow K_f - \cancel{K_i}^{صفر} = 0.1 J \rightarrow K_f = 0.1 J$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- شکل زیر، نمودار $I-V$ را برای دو رسانای A و B نشان می‌دهد. دو سر مقاومت B را به ولتاژ V_1 و دو سر مقاومت A را به ولتاژ $V_1 + 4V$ می‌بندیم و از هر دو مقاومت جریان الکتریکی یکسانی می‌گذرد. V_1 چند ولت است؟



۸ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۲ (۴)

(متوسط - نموداری/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

با توجه به نمودار، چون شیب نمودار A، $\frac{1}{3}$ شیب نمودار B است، مقاومت الکتریکی A، ۳ برابر مقاومت B است. ($R_A = 3R_B$)

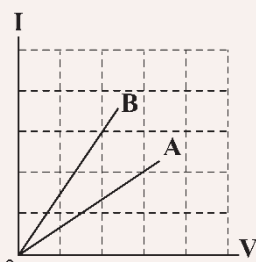
گام آخر:

در ادامه با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow 3 = \frac{V_1 + 4}{V_1} \times 1 \Rightarrow 3V_1 = V_1 + 4 \Rightarrow V_1 = 2V$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۸

۶۶- شکل زیر، رابطه بین جریان عبوری از مقاومت‌های A و B و اختلاف پتانسیل دو سر آن مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟



$\frac{4}{9}$ (۱)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

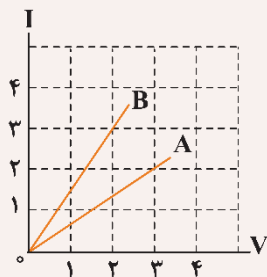
$\frac{9}{4}$ (۴)





پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار داده شده و رابطه مقایسه‌ای:

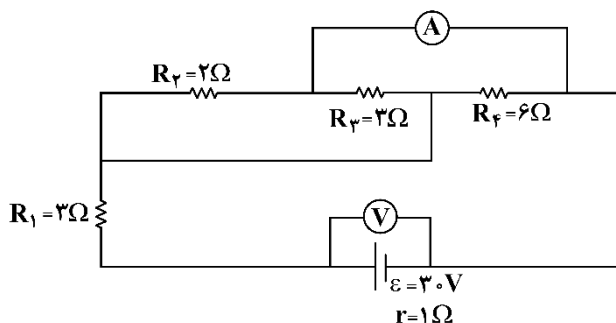


$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۶۳- در مدار شکل زیر، اعدادی که آمپرسنج ایده‌آل و ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهند، در SI به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



(۱) ۲۴ V، ۱ A

(۲) ۶ V، ۱ A

(۳) ۶ V، ۵ A

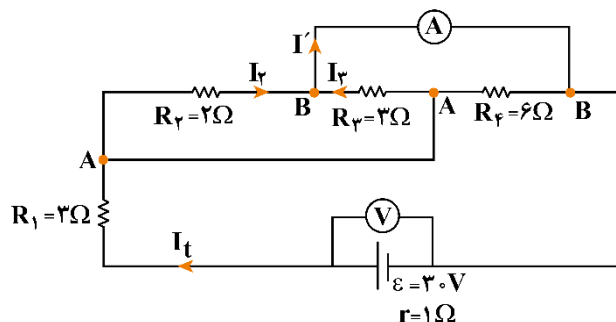
(۴) ۲۴ V، ۵ A

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

نقاطی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل می‌شوند یک نقطه محسوب می‌شوند. با توجه به این که آمپرسنج ایده‌آل هم بدون مقاومت است مدار به شکل مقابل نقطه‌گذاری شده است:



گام دوم:

مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 موازی هستند، چون دو سر هر یک از آن‌ها به A و B وصل شده است، پس داریم:

$$R_{AB} = R_2 \parallel R_3 \parallel R_4 = 2\Omega \parallel 3\Omega \parallel 6\Omega \Rightarrow R_{AB} = 1\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{AB} = 3 + 1 = 4\Omega$$

گام سوم:

جریان گذرنده از مولد و مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{3.0}{4 + 1} = 0.6 \text{ A}$$

گام چهارم:

ولتاژ دو سر نقاط A و B برابر است با:

$$V_{AB} = R_{AB} I_t = 1 \times 0.6 = 0.6 \text{ V}$$

گام پنجم:

جهت جریان در مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 از A به B (از پتانسیل بیش‌تر به پتانسیل کم‌تر) است:

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{0.6}{2} = 0.3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{0.6}{3} = 0.2 \text{ A}$$

$$\text{عدد آمپرسنج} = I' = I_2 + I_3 = 0.5 \text{ A}$$

گام آخر:

حالا با خیال راحت ولتاژ دو سر مولد را به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - r I_{eq} = 3.0 - (1 \times 0.6) = 2.4 \text{ V}$$





کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۵- در مدار روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی چه عددی را نشان می‌دهند؟

(۱) $2/4V, 0/8A$

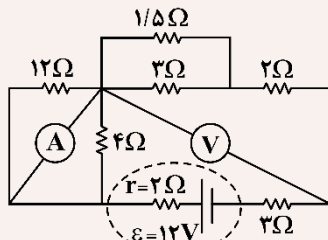
(۲) $4/8V, 0/8A$

(۳) $4/5V, 1/5A$

(۴) $6V, 1/5A$

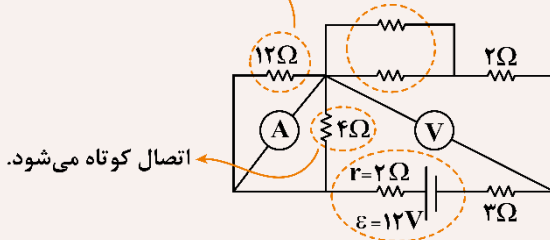
پاسخ تشریحی:

ابتدا مدار را کمی ساده می‌کنیم:



$$\frac{1/5 \times 3}{1/5 + 3} = 1\Omega$$

اتصال کوتاه می‌شود.



$$R_{eq} = 1 + 2 + 3 = 6\Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{2 + 6} = 1/5 A$$

$$V = R I = 3 \times 1/5 = 4/5 V$$

در ادامه مقادیر اندازه‌گیری شده توسط آمپرسنج و ولت‌سنج را محاسبه می‌کنیم.

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۶۴- از ویژگی‌های LDR در کدام یک از تجهیزات زیر استفاده نمی‌شود؟

(۴) چراغ‌های روشنایی خیابان

(۳) دزدگیرها

(۲) چشم‌های الکترونیکی

(۱) زنگ خطر آتش

(آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

هنگامی که LDR در معرض نور بیش‌تری قرار گیرد، مقاومت آن کاهش می‌یابد. از این ویژگی LDRها در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها استفاده می‌شود. دقت کنید در زنگ خطر آتش از ترمیستور استفاده می‌شود.

دو مقاومت خاص

۱- ترمیستور: ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت‌های الکتریکی معمولی تفاوت دارد. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

۲- مقاومت‌های نوری (LDR): مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به میزان نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. مثلاً یک نوع LDR در تاریکی، مقاومتی چند مگا اهمی دارد، در حالی که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند صد اهم می‌رسد. نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۵- اگر از یک باتری، جریان‌های ۲A یا ۳A خارج شود، توان خروجی از آن یکسان است. اگر یک مقاومت که اندازه آن ۴ برابر مقاومت درونی باتری است را به آن وصل کنیم، جریان خروجی از باتری چند آمپر می‌شود؟

(۴) $2/5$

(۳) ۲

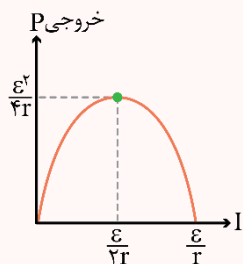
(۲) ۱

(۱) $0/5$



نمودار توان-جریان باتری و ویژگی‌های آن

۱- نمودار توان خروجی از یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، به صورت یک سهمی است و توصیه می‌شود این نمودار را هم به خاطر بسپارید.



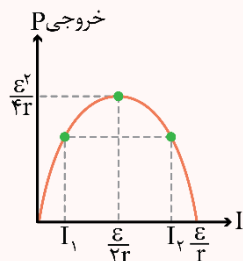
$$P = \varepsilon I - rI^2$$

$$\rightarrow \text{رأس سهمی:} \begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{2r} \\ P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \end{cases}$$

۲- همان طور که در نمودار بالا می‌بینید، توان خروجی از یک باتری زمانی بیشینه می‌شود که جریان آن برابر $\frac{\varepsilon}{2r}$ باشد. مقدار این توان بیشینه برابر $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

۳- با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، اگر به ازای دو جریان مختلف، توان خروجی از باتری یکسان باشد، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع این دو جریان برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است. به

شکل زیر دقت کنید:



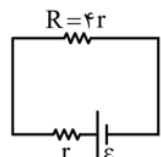
$$\frac{\varepsilon}{2r} = (I_1 \text{ و } I_2 \text{ میانگین}) = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\rightarrow I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r}$$

مطابق نکته فوق می‌توان نوشت:

$$I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r} \rightarrow 2 + 3 = \frac{\varepsilon}{r} \rightarrow \varepsilon = \Delta r$$

حال فرض کنید مقاومت $R = 4r$ را به این باتری وصل کنیم. جریان مدار برابر می‌شود با:

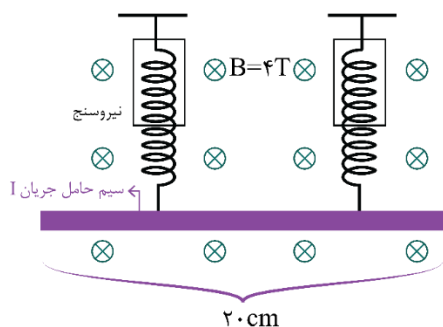


$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon = \Delta r}{R = 4r} \rightarrow I = \frac{\Delta r}{r + 4r} = 1A$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- در شکل زیر، نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان می‌دهند. اگر بدون تغییر جهت جریان، فقط بزرگی جریان عبوری از سیم را ۶A کاهش دهیم، هریک از

نیروسنج‌ها چند نیوتون را نشان می‌دهد و جریان عبوری از سیم در چه جهتی است؟



(۱) ۲/۴ - راست

(۲) ۲/۴ - چپ

(۳) ۴/۸ - راست

(۴) ۴/۸ - چپ



اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

$$F_B = ILB \sin \theta$$

F : اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان.

I : جریان عبوری از سیم.

L : طول بخشی از سیم رسانا که در میدان مغناطیسی قرار دارد.





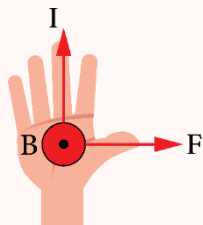
B : اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت.

θ : زاویه‌ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

قاعده دست راست

دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان الکتریکی باشد به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار گیرد. در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد بود.

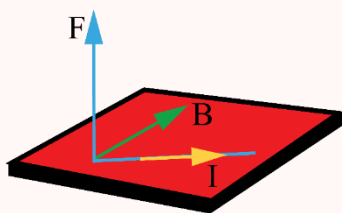


I : چهار انگشت دست راست در جهت جریان الکتریکی

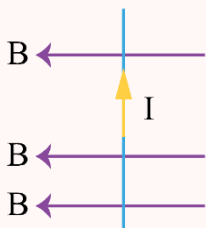
B : کف دست راست در جهت میدان مغناطیسی

F : شست دست راست در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم

نیرویی که در میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان الکتریکی وارد می‌شود، بر راستای سیم و نیز بر راستای میدان مغناطیسی عمود است، یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه‌ای که توسط جریان و میدان مغناطیسی تشکیل می‌شود، عمود است. دقت کنید که I و B الزاماً برهم عمود نیستند.

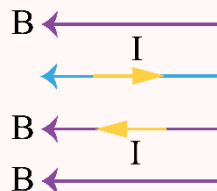


اگر سیم حامل جریان در راستای عمود بر میدان مغناطیسی قرار بگیرد، حداکثر نیروی مغناطیسی به آن وارد می‌شود.



$$\theta = 90^\circ \rightarrow \sin \theta = 1 \rightarrow F_m = ILB$$

اگر سیم حامل جریان در راستای میدان مغناطیسی قرار بگیرد، از طرف میدان مغناطیسی به آن نیرو وارد نمی‌شود.



$$\begin{cases} \theta = 0^\circ \\ \text{یا} \\ \theta = 180^\circ \end{cases} \rightarrow \sin \theta = 0 \rightarrow F_B = 0$$

تعریف تسلا

یک تسلا بزرگی میدان مغناطیسی است که در آن بر یک متر از سیمی که حامل جریان یک آمپر است و در راستای عمود بر میدان مغناطیسی قرار گرفته است، نیرویی به بزرگی یک نیوتون وارد می‌شود.

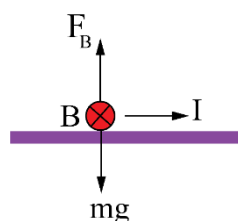
$$B = \frac{F_m}{IL} \rightarrow T = \frac{N}{A.m} \quad G \xrightarrow{\times 10^{-4}} T$$

استراتژی لازم برای حل تست‌های این قسمت:

۱- در شکل‌های سه بعدی اگر سیم حامل جریان (یا میدان) در راستای مورب قرار گرفت، منظور طراح این است که جریان (یا میدان) عمود بر صفحه یعنی درون سو یا برون سو است.

۲- راستای سیم و میدان ممکن است هر زاویه‌ای باهم بسازند، اما نیروی مغناطیسی همیشه بر هر دوی آن‌ها عمود خواهد بود.

در حالت اول چون نیروسنج‌ها صفر را نشان می‌دهند پس F_B خلاف جهت mg و هم‌اندازه آن است. پس طبق قاعده دست راست، جهت جریان عبوری از سیم به سمت راست است. با کاهش جریان، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم کاهش می‌یابد.



$$\Delta F = BL\Delta I \sin \theta \rightarrow \Delta F = 4 \times 10^{-2} \times (-6) \sin 90^\circ$$

$$\rightarrow \Delta F = -4/8 N$$

پس هریک از نیروسنج‌ها ۲/۴ N را نشان می‌دهند.



۶۷- هر یک از موارد زیر به ترتیب توصیفی، از کدام دسته از مواد براساس خاصیت مغناطیسی است؟

الف: دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند.

ب: از این مواد در ساخت هسته پیچ‌ها و سیم‌لوله‌ها و آهنربای الکتریکی استفاده می‌شود.

پ: اورانیم، پلاتین و آلومینیم، از این دسته مواد مغناطیسی‌اند.

- (۱) فرومغناطیس، فرومغناطیس نرم، دیامغناطیس
(۲) پارامغناطیس، فرومغناطیس نرم، پارامغناطیس
(۳) فرومغناطیس، فرومغناطیس سخت، پارامغناطیس
(۴) پارامغناطیس، فرومغناطیس سخت، دیامغناطیس

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف در مواد پارامغناطیس دوقطبی‌ها به‌صورت کاتوره‌ای جهت‌گیری کرده‌اند.

ب از مواد فرومغناطیس نرم (مثل آهن خالص) در ساخت هسته پیچ‌ها و آهنرباهای الکتریکی استفاده می‌شود.

پ اورانیم، پلاتین و آلومینیم از جمله مواد پارامغناطیسی هستند.

تقسیم‌بندی مواد از نظر خاصیت مغناطیسی

۱- **مواد پارامغناطیسی:** دوقطبی مغناطیسی دارند، حوزه مغناطیسی ندارند. دوقطبی‌ها به‌صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند. با قرار دادن مواد پارامغناطیس درون میدان مغناطیسی قوی خارجی دوقطبی‌های آن‌ها مقدار مختصری در راستای خطوط میدان منظم می‌شوند (در این حالت، مواد خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند): **اورانیم، پلاتین، آلومینیوم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن** پارامغناطیس هستند.

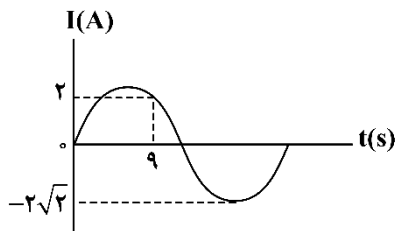
۲- **مواد دیامغناطیسی:** اتم‌های مواد دیامغناطیس نظیر **مس، نقره، سرب و بیسموت** به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند و دوقطبی مغناطیسی خالص ندارند. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در این مواد شود.

۳- **مواد فرومغناطیسی:** اتم‌های این مواد به‌طور ذاتی دوقطبی مغناطیسی و حوزه‌های مغناطیسی دارند. **آهن، نیکل و کبالت خالص** فرومغناطیس نرم و آلیاژهای آن‌ها فرومغناطیس سخت هستند. از مواد فرومغناطیس نرم برای ساخت آهنرباهای غیردائمی، آهنرباهای الکتریکی و هسته پیچ‌ها و از فرومغناطیس سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۸- نمودار تغییرات جریان سینوسی متناوب عبوری از مقاومت $R = 5\Omega$ بر حسب زمان، مطابق شکل است. توان مصرفی مقاومت در لحظه $t = 20s$ چند وات

است؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

(سخت - نموداری - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

دوره تناوب جریان را به‌دست می‌آوریم:

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} \times t \Rightarrow 2 = 2\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} \times 9 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} \times 9 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ سینوس دو زاویه $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ است، اما با توجه به این‌که در لحظه $t = 9s$ بعد از قلّه نمودار هستیم، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را $\sin \frac{3\pi}{4}$ در نظر می‌گیریم:

$$\frac{2\pi}{T} \times 9 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = 24s$$

گام دوم:

جریان عبوری از مقاومت در لحظه $t = 20s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$t = 20s \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \times \sin\left(\frac{2\pi}{24} \times 20\right) = 2\sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{3} = 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{6} A$$

گام آخر:

توان مصرفی مقاومت در این لحظه برابر است با:

$$P = RI^2 = 5 \times (-\sqrt{6})^2 = 30W$$



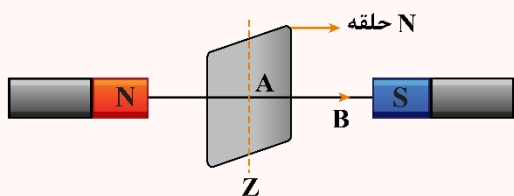


مولد جریان متناوب

برای تولید نیروی محرکه القایی باید شار عبوری از مدار بسته را تغییر دهیم، چون $\Phi = BA \cos \theta$ است. ساده‌ترین روش برای تغییر شار، تغییر زاویه θ می‌باشد. به همین دلیل متداول‌ترین روش برای تولید جریان القایی تغییر θ می‌باشد.

مطابق شکل زیر، فرض کنید قابی مستطیل‌شکل شامل N حلقه و به مساحت A در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار گیرد.

حال اگر قاب، حول محور Z بچرخد و در لحظه $t = 0$ زاویه بین $\vec{B}$ و خط عمود بر قاب، صفر باشد و قاب در مدت زمان T (دوره تناوب) یک دور کامل (2π) بزند، داریم:



زمان	زاویه طی شده	
T	2π	$\Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \Phi = BA \cos \frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \Phi_m = B \cdot A$
t	θ	

به کمک قانون فاراده ثابت می‌شود که نیروی محرکه القایی در پیچه (قاب) و جریان القاشده در پیچه از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{2\pi}{T}t \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R}} I_m \sin \frac{2\pi}{T}t$$

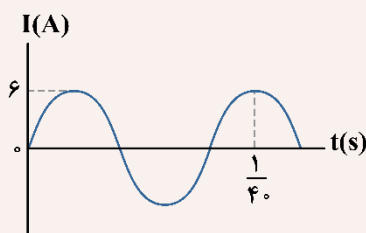
I_m : بیشینه جریان القایی در پیچه

ε_m : بیشینه نیروی محرکه القایی

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

از یک سیملوله آرمانی جریان متناوب سینوسی که نمودار آن برحسب زمان به صورت شکل زیر است، عبور می‌کند. اگر انرژی ذخیره شده در لحظه $t = \frac{1}{400}$ s برابر ۷۲ میلی‌ژول

باشد، ضریب القاوری سیملوله چند میلی‌هائری است؟



- ۸ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

پاسخ تشریحی:

گام اول: دوره تناوب جریان متناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{\Delta T}{4} = \frac{1}{400} \Rightarrow T = \frac{1}{500} \text{ s}$$

گام دوم: معادله جریان متناوب برحسب زمان را می‌نویسیم و جریان در لحظه $t = \frac{1}{400}$ s را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow{\substack{I_m = 6 \text{ A} \\ T = \frac{1}{500} \text{ s}}} I = 6 \sin(1000\pi t) \xrightarrow{t = \frac{1}{400} \text{ s}} I = 6 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow I = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

گام آخر: به کمک رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر، ضریب القاوری را حساب می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 72 \text{ mJ} = \frac{1}{2} \times L \times (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow 72 \text{ mJ} = 9L \Rightarrow L = 8 \text{ mH}$$

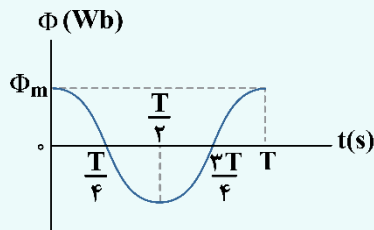
پاسخ: گزینه ۱



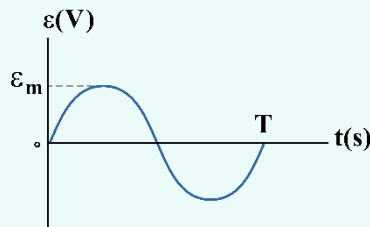


نکات تکمیلی مولد جریان متناوب

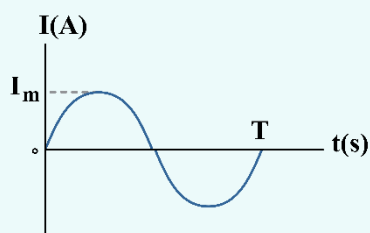
همان طور که ملاحظه کردیم در مولد جریان متناوب داریم:



$$\Phi = BA \cos\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) = \Phi_m \cos\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right)$$



$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \\ I = I_m \sin\left(\frac{\gamma\pi}{T}t\right) \end{cases} \Rightarrow I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}$$



ε و I به صورت سینوسی تغییر می کنند، به همین دلیل مولد فوق را مولد جریان متناوب می گوئیم. مطابق شکل ها نکته مهم آن است که هنگامی که $\Phi = 0$ است، ε و I مقادیر ماکزیمم ε_m و I_m را دارند و هنگامی که $\Phi = \Phi_{\max}$ است، آن گاه $I = 0$ و $\varepsilon = 0$ است. ✓ با توجه به روابط Φ ، ε و I می توان نوشت:

$$\left(\frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}\right)^2 = 1, \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} = \frac{I}{I_m}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- اسفنجی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد $2\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ و چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3} \times 4$ را بر روی حوض پر از آب قرار می دهیم. این اسفنج حداقل باید چند

گرم آب جذب کند تا در آب حوض فرو رود؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$ و حجم اسفنج در اثر جذب آب تغییر نمی کند).

۹۶ (۴)

۱۲۰ (۳)

۴۸ (۲)

۷۲ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

$$V_{\text{اسفنج}} = abc = (2\text{ cm}) \times (6\text{ cm}) \times (10\text{ cm}) = 120 (\text{cm}^3)$$

$$m_{\text{اسفنج خشک}} = \rho_{\text{اسفنج}} \times V_{\text{اسفنج}} = 4 \frac{g}{\text{cm}^3} \times 120 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow m_{\text{اسفنج خشک}} = 480 \text{ g}$$

$$\rho_{\text{آب}} \geq \rho'_{\text{چگالی اسفنج خیس}}: \text{شرط فرو رفتن اسفنج در آب}$$

$$\Rightarrow \frac{480 + m_{\text{آب جذب شده}}}{120} \geq 1 \Rightarrow m_{\text{آب جذب شده}} \geq 720 \text{ g}$$

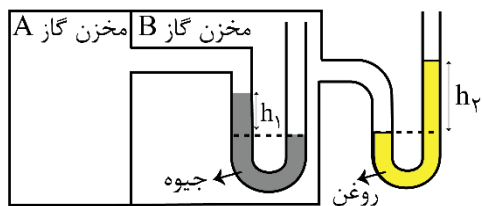
نکته

وقتی جسمی را بر روی سطح یک مایع قرار می دهیم، اگر چگالی جسم، بزرگ تر یا مساوی چگالی مایع باشد، جسم، در مایع فرو می رود. اگر $\rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{مایع}}$ باشد، جسم در شاره غوطه ور می شود و به تعادل می رسد و اگر $\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$ باشد، جسم در شاره فرو رفته و جسم پس از ته نشین شدن به تعادل می رسد.

گروه آموزشی ماز



۷۰- در شکل مقابل، اگر فشار پیمانه‌ای مخزن گاز B برابر 3200 Pa و ارتفاع h_1 نصف ارتفاع h_2 باشد، فشار پیمانه‌ای مخزن گاز A چند کیلوپاسکال است؟



$$\left(\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

۵۱/۲ (۱)

۲۴ (۲)

-۵۱/۲ (۳)

-۲۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

نقاط هم‌تراز

در مسائل لوله‌اشکل، دو نقطه هم‌تراز از یک مایع را در نظر گرفته و فشار آن دو نقطه را برابر قرار می‌دهیم. از تساوی به دست آمده می‌توان به جواب سؤال رسید. در اغلب لوله‌های ل‌اشکل اگر از انتهای لوله به بالا حرکت کنیم و اولین دو نقطه هم‌تراز از یک مایع را در نظر بگیریم، زوج نقطه مناسبی است.

فشار پیمانه‌ای که آن را با P_g نمایش می‌دهیم، به اختلاف فشار در یک نقطه با فشار هوا گفته می‌شود؛ بنابراین می‌توان فشار پیمانه‌ای را به صورت زیر به دست آورد:

$$P_g = P - P_0$$

عددی که فشارسنج‌ها نمایش می‌دهند، عموماً عدد فشار پیمانه‌ای است.



نکته

برخلاف فشار مطلق (P) که همواره نامنفی است، فشار پیمانه‌ای می‌تواند منفی هم باشد:

حالت اول: $P > P_0 \rightarrow P_g > 0$

حالت دوم: $P = P_0 \rightarrow P_g = 0$

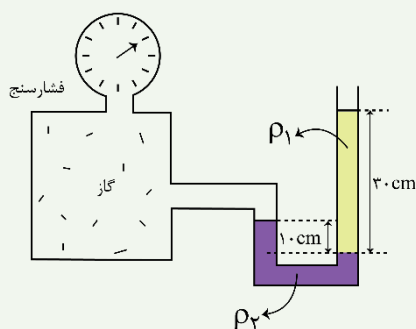
حالت سوم: $P < P_0 \rightarrow P_g < 0$

بنابراین اگر به عنوان مثال گفته شد که فشار پیمانه‌ای یک مخزن گاز 5000 Pa است، می‌توان گفت معنی این جمله این است که فشار این مخزن گاز به اندازه 5000 Pa کمتر از فشار هوا در محل است.



مثال

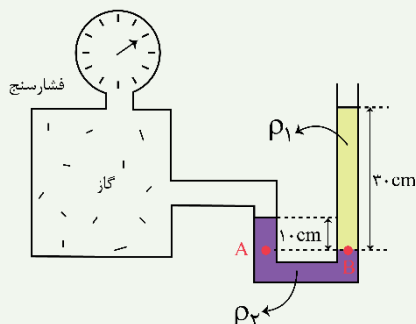
در شکل مقابل، عددی که فشارسنج نمایش می‌دهد، چند کیلوپاسکال است؟



$$\left(\rho_1 = 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_2 = 2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

پاسخ:

عدد نشان داده شده توسط نیروسنج همان فشار پیمانه‌ای است. اگر از برابری فشار در نقاط A و B که هم‌تراز و در یک مایع هستند، استفاده کنیم، داریم:



$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_1 g h_1$$

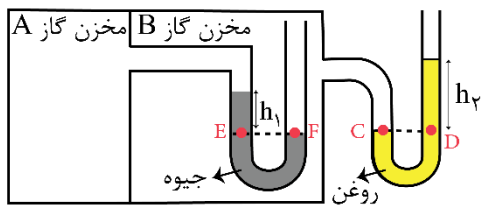
$$\rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 \rightarrow P_g = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2$$

$$\rightarrow P_g = \underbrace{(1.5 \times 10^3 \times 10 \times 3 \times 10^{-2})}_{4500} - \underbrace{(2.5 \times 10^3 \times 10 \times 1 \times 10^{-2})}_{2500} = 2000 \text{ Pa} = 2 \text{ kPa}$$





برای دو نقطه C و D می توان نوشت:



$$P_C = P_D \rightarrow P_B = P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_2$$

$$\rightarrow \frac{P_B - P_0}{\text{فشار پیمانه‌ای مخزن B}} = \rho_{\text{روغن}} g h_2$$

$$\rightarrow 32 \times 10^2 = 8 \times 10^2 \times 10 \times h_2 \rightarrow h_2 = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} h_2 = 20 \text{ cm}$$

اکنون برای دو نقطه E و F می توان نوشت:

$$P_E = P_F \rightarrow P_A + \rho_{\text{جیوه}} g h_1 = P_B$$

$$\frac{P_B = P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_2}{\rightarrow P_A + \rho_{\text{جیوه}} g h_1 = P_0 + \rho_{\text{روغن}} g h_2}$$

$$\rightarrow \frac{P_A - P_0}{\text{فشار پیمانه‌ای مخزن A}} = \rho_{\text{روغن}} g h_2 - \rho_{\text{جیوه}} g h_1$$

$$\rightarrow P_g(A) = \left(\frac{8 \times 10^2 \times 10 \times 4 \times 10^{-1}}{3200} \right) - \left(\frac{136 \times 10^2 \times 10 \times 2 \times 10^{-1}}{27200} \right) = -24000 \text{ Pa} = -24 \text{ kPa}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- شخصی یک تکه سنگ ۱۰۰ گرمی را از زمین برداشته و با تندی $16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ارتفاع $1/5$ متری سطح زمین به سمت چراغی در ارتفاع ۶ متری از سطح زمین

پرتاب می کند. اگر سنگ با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به چراغ برخورد کند، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۷/۸ (۴)

۴/۵ (۳)

۳/۳ (۲)

۱/۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی درونی و مکانیکی

همان طور که می دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسئله وجود نداشتند، انرژی مکانیکی پایسته می ماند. در این درس نامه می خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_f - E_1 = W_f$$

با توجه به این که علامت کار منفی است، E_f کوچک تر از E_1 می باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می دهد صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر $E_1 - E_f$ خواهد بود.

روش اول:

طبق قانون پایستگی انرژی می توانیم بنویسیم:

$$W_f = E_f - E_1 = (U_f + K_f) - (U_1 + K_1) = (mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (0 + 1 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 0 + 1 \times 100) - (0 + 1 \times 10 \times 1/5 + \frac{1}{2} \times 0 + 1 \times 16^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (6 + 5) - (1/5 + 12/8) = -3/3 \text{ J}$$

روش دوم:

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توانیم بنویسیم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow \frac{W_t = W_{mg} + W_f}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_1^2)} \rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_1^2)$$

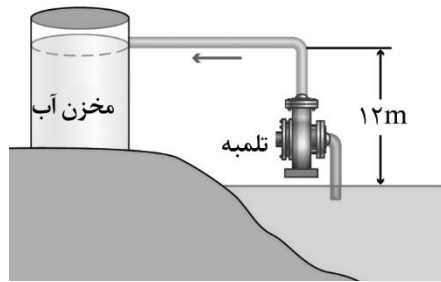
$$\frac{W_{mg} = -mg\Delta h = -0.1 \times 10 \times (6 - 1/5) = -4/5 \text{ J}}{m = 0.1 \text{ kg}, v_1 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_f = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow -4/5 + W_f = \frac{1}{2} \times 0.1 (100 - 256) = -7/8$$

$$\Rightarrow W_f = -3/3 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز



۷۲- در شکل زیر، توان ورودی تلمبه برقی، ۴ کیلووات است و در هر دقیقه یک متر مکعب آب با چگالی $\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را با تندی $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد مخزن می‌کند.



بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۲۰
(۲) ۳۰
(۳) ۵۰
(۴) ۸۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

چگالی آب $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ یا همان $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است؛ بنابراین، جرم هر یک متر مکعب آب برابر 1000 kg است.

در تلمبه برقی ذکر شده، انرژی الکتریکی، انرژی ورودی و مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آب، انرژی خروجی است؛ بنابراین:

$$E_{\text{خروجی}} = |\Delta U| + |\Delta K| = mg|\Delta h| + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow E_{\text{خروجی}} = 1000 \times 10 \times 12 + \frac{1}{2} \times 1000 \times (12^2 - 0^2) = 192000 \text{ J}$$

$$E_{\text{ورودی}} = P_{\text{ورودی}} \times \Delta t = 4000 \times 60 = 240000 \text{ J}$$

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{192000}{240000} \times 100 = 80\%$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۹

پمپ آبی در هر دقیقه ۳ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد، بازده

پمپ چند درصد است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۷۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۳۰

پاسخ تشریحی:

گام اول: با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{mg}} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2=K_1} W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{mg}}$$

$$\rightarrow W_{\text{پمپ}} = -(-mg\Delta h) = +\rho V g \Delta h$$

$$\rightarrow W_{\text{پمپ}} = +1 \times 10^3 \times 3 \times 10 \times 24 = 7.2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{7.2 \times 10^5}{60} = 1.2 \times 10^4 \text{ W} = 12 \text{ kW}$$

گام سوم: بازده پمپ برابر است با:

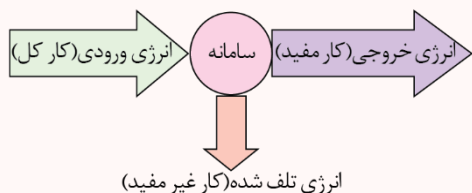
$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

پاسخ: گزینه ۲



$$Ra = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100$$

✓ بازده یکا ندارد و درصد آن همواره کوچکتر مساوی ۱۰۰ است.



$$Ra = 10\% : \text{ماشین آرمانی}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$$

انواع توان

۱- توان کل (توان ورودی): توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد.

✓ وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است، منظور توان کل دستگاه است.

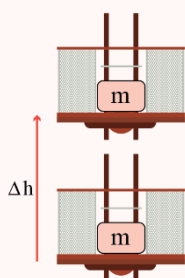
✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.

۲- توان غیرمفید (توان تلف‌شده در داخل دستگاه): این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.

۳- توان مفید (خروجی): این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود.

این توان را در عمل و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t}$$



$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ

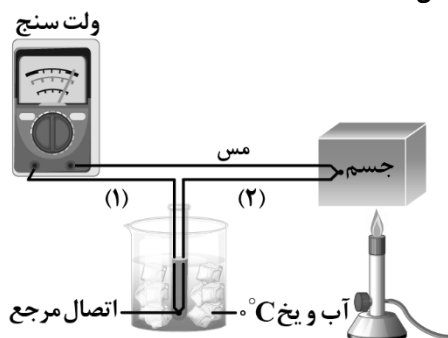
کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود، بنابراین:

✓ در اکثر سؤالات، تندی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است). در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم، صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌باشد:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} : \text{توان مفید پمپ (بالابر)}$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- شکل زیر، مربوط به طرحواره کدام دماسنج می‌باشد و کدام یک از سیم‌های (۱) یا (۲) از جنس کنستانتان است؟



(۱) (بیشینه - کمینه)، سیم

(۲) (بیشینه - کمینه)، سیم

(۳) ترموکوپل، سیم

(۴) ترموکوپل، سیم

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

شکل داده‌شده مربوط به یک دماسنج ترموکوپل است که سیم‌های (۱) و (۲) به ترتیب از جنس مس و کنستانتان هستند.

دماسنج‌های معیار

۱- دماسنج گازی: اساس کار مبتنی بر قانون گازهای کامل

۲- دماسنج مقاومت پلاتینی: اساس کار تغییر مقاومت الکتریکی در اثر تغییر دما

۳- تفسنج (پیرومتر): اساس کار تابش گرمایی

دماسنج تابشی براساس آشکارسازی شدت تابش گرمایی کار می‌کند.

دماسنج ترموکوپل:

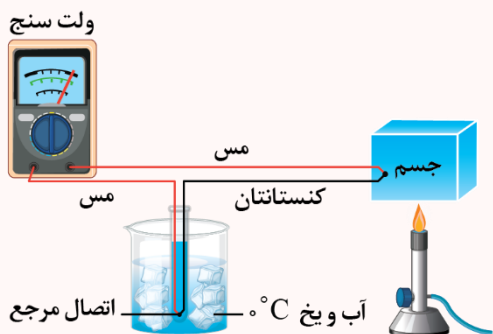
به دلیل دقت کمتر آن نسبت به دماسنج‌های معیار از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.



این دماسنج کاربرد فراوانی در صنعت و آزمایشگاه دارد.

کمیت دماسنجی این دماسنج ولتاژ است.

دو سیم رسانای غیرهمجنس مانند مس و کنستانتان از طرفی در دمای ذوب نگه داشته شده و از طرف دیگر در مکانی به هم متصل‌اند که می‌خواهیم دمای آن را به دست آوریم. این مجموعه با سیم‌های رابط مسی به یک ولت‌سنج بسته می‌شود. با تغییر دمای محل مورد اندازه‌گیری عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر می‌کند.



گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد.

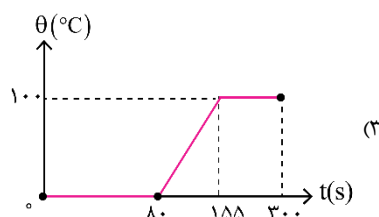
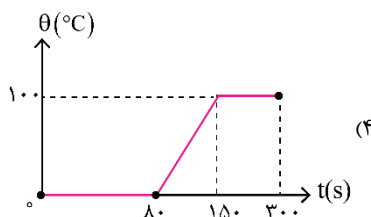
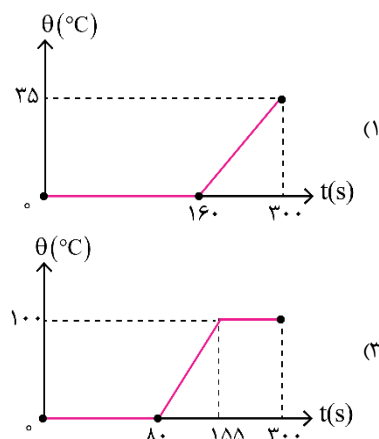
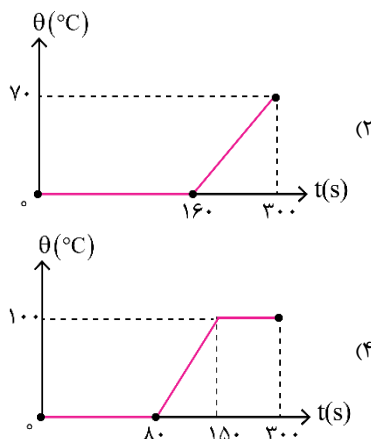
مزایای دماسنج ترموکوپل:

- ۱- سرعت عمل بالای دماسنج: به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد یعنی دمای جسم موردنظر را سریع‌تر از دماسنج معمولی نشان می‌دهد.
- ۲- حساس بودن به اختلاف دماهای بسیار کوچک: دقت بالایی دارد ولی دقت آن از دماسنج‌های معیار کمتر است.
- ۳- گستردگی اندازه‌گیری دما
- ۴- اندازه‌گیری دماهای بالا
- ۵- قابلیت استفاده در مدارهای الکترونیکی

گروه آموزشی ماز

۷۴- به $5 \text{ kg} \cdot ^\circ\text{C}$ یخ صفر درجه سلسیوس با گرم‌کنی با توان 1050 W به مدت ۵ دقیقه گرما می‌دهیم. نمودار تغییرات دمای آن برحسب زمان در کدام گزینه

به درستی رسم شده است؟ $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$, $L_V = 2100 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$



(متوسط - نموداری - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

گرما

فرض کنید یک جسم جامد داریم که به آرامی به آن گرما می‌دهیم. این جسم مراحل زیر را طی می‌کند:

۱- در ابتدا با گرفتن گرما، دمای جسم جامد بالا می‌رود تا به دمای ذوب برسد. در این مرحله، گرمای گرفته‌شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc_{\text{جامد}} \Delta\theta$$

۲- پس از رسیدن به دمای ذوب، جسم جامد با گرفتن گرما به تدریج ذوب می‌شود و دمای آن ثابت می‌ماند. فرایند ذوب شدن می‌تواند آن قدر ادامه پیدا کند تا کل جسم جامد ذوب شود. گرمای گرفته‌شده در این مرحله برابر است با:

$$Q = mL_F$$

۳- پس از آن که جسم جامد به طور کامل ذوب شد، مایع به دست آمده گرما می‌گیرد و دمای آن به تدریج بالا می‌رود. گرمای گرفته‌شده در این مرحله برابر است با:

$$Q = mc_{\text{مایع}} \Delta\theta$$

در این مرحله از تبخیر سطحی مایع صرف نظر کرده‌ایم.

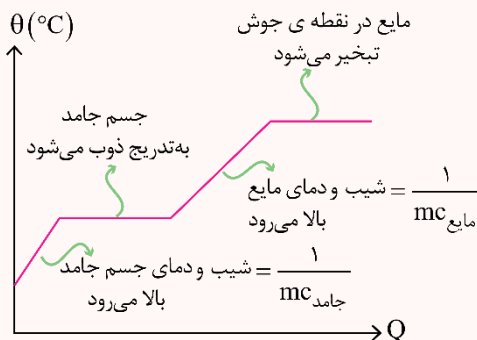




۴- پس از آن که دمای مایع تا دمای جوش بالا رفت، مایع با گرفتن گرمای بیش‌تر شروع به تبخیر شدن می‌کند. گرمای گرفته‌شده در این مرحله برابر است با:

$$Q = mL_v$$

مراحل فوق را می‌توان در نمودار زیر به‌طور خلاصه بیان کرد:



۱- هنگامی که آهنگ گرما گرفتن جسم یا همان توان را داریم، در مسائلی که فقط دمای جسم تغییر می‌کند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ Q = P_{\text{واقعی}} t \end{cases} \rightarrow P_{\text{واقعی}} t = mc\Delta\theta$$

۲- اگر توان اسمی گرم‌کن و بازده آن را داشته باشیم، می‌توان به‌صورت زیر عمل کرد:

$$\begin{aligned} \text{بازده: } Ra &= \frac{P_{\text{واقعی}}}{P_{\text{اسمی}}} \rightarrow P_{\text{واقعی}} = (Ra) \times P_{\text{اسمی}} \\ \xrightarrow{P_{\text{واقعی}} t = mc\Delta\theta} & (Ra) \times P_{\text{اسمی}} t = mc\Delta\theta \end{aligned}$$

۳- اگر گرما باعث تغییر حالت شود، کافی است $t = P_{\text{واقعی}} = Q$ را برابر با گرمای تغییر حالت (مثلاً $Q = mL_F$) قرار دهیم.

۴- اگر جسم جامد با یک گرم‌کن گرم شود، شکل کلی نمودار $t - \theta$ آن شبیه نمودار $Q - \theta$ رسم شده می‌شود.

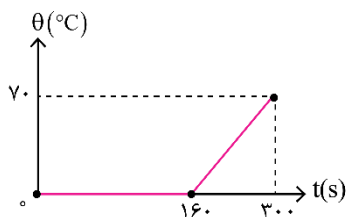
یخ صفر درجه سلسیوس ابتدا گرما می‌گیرد تا کاملاً ذوب شود. زمان ذوب یخ برابر است با:

$$\begin{cases} Q = mL_F \\ Q = Pt \end{cases} \rightarrow Pt = mL_F \rightarrow 1050 \times t = 0 / 5 \times 336000 \rightarrow t = 160s$$

بنابراین در ۱۶۰s اول، نمودار به‌صورت خطی افقی در دمای صفر درجه سلسیوس خواهد بود و یکی از گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌توانند صحیح باشند. تا پایان زمان ۵ دقیقه (۳۰۰s)، ۱۴۰s دیگر باقی مانده است. در این مدت دمای آب بالا می‌رود.

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ Q = Pt \end{cases} \rightarrow Pt = mc\Delta\theta \rightarrow 1050 \times 140 = 0 / 5 \times 4200 \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 70^\circ C$$

بنابراین در قسمت دوم نمودار، دمای آب ۷۰°C بالا می‌رود.

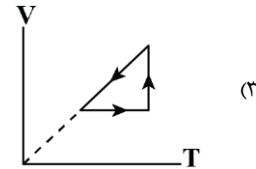
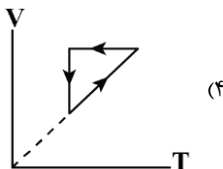
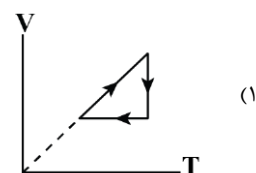
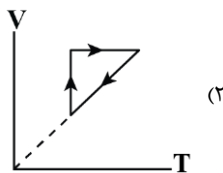
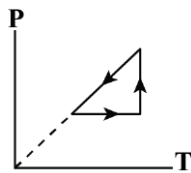


گروه آموزشی ماز





۷۵- نمودار $(P-T)$ ی مقداری گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. نمودار $(V-T)$ ی آن مطابق با کدام گزینه است؟



(آسان - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

نکته

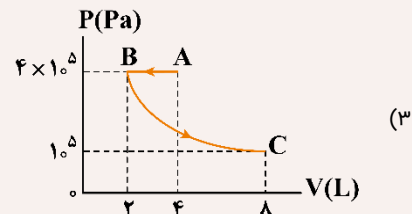
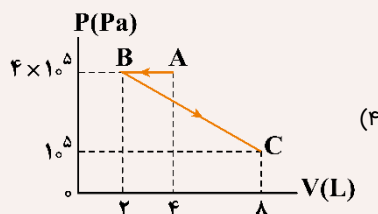
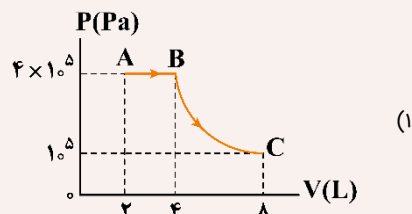
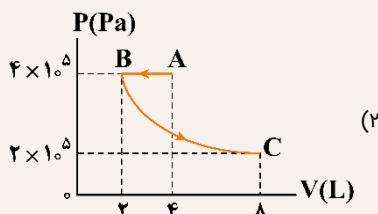
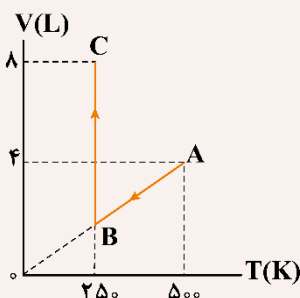
در نمودار $P-T$ ، اگر یک فرایند به صورت خط مبدأ گذر باشد، فرایند حجم ثابت است و در نمودار $V-T$ ، اگر یک فرایند به صورت خط مبدأ گذر باشد، فرایند فشار ثابت است.

با توجه به نکته فوق و نمودار $P-T$ داده شده، بعد از فرایند دما ثابت، فرایند حجم ثابت اتفاق می افتد؛ بنابراین، گزینه های (۳) و (۴) رد می شوند، زیرا در این دو گزینه بعد از فرایند دما ثابت، فرایند فشار ثابت رخ داده است.

طبق نمودار داده شده، در فرایند حجم ثابت، فشار، کاهش یافته است. در نتیجه، طبق رابطه $PV = nRT$ ، دما نیز کاهش می یابد؛ بنابراین، گزینه (۲) نیز رد می شود و گزینه (۱) پاسخ درست است.

کنکور سراسری ریاضی تیرماه ۱۳۹۹

۷۶- نمودار $(V-T)$ برای $\frac{1}{4}$ مول گاز آرمانی (کامل) به صورت شکل زیر است. نمودار $(P-V)$ ی مربوط به این دو فرایند کدام است؟ $(R = 8 \frac{J}{mol \cdot K})$



پاسخ تشریحی:

در نمودار داده شده، فرایند AB ، تراکم فشار ثابت و فرایند BC یک فرایند دما ثابت است. (رد گزینه های ۱ و ۴)
در فرایند BC می بایست که ضرب PV دو نقطه با هم برابر باشد. (رد گزینه ۲)

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز



۷۶- کدام مطلب درباره اتم اولین عنصر از دسته d دوره چهارم که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، نادرست است؟

- (۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم اکسیژن برابر است.
- (۲) تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در هر اتم آن، ۲ برابر تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در اتم پانزدهمین عنصر دسته p است.
- (۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی اولین عنصری که با عنصری با عدد اتمی ۱۱۱ در یک گروه قرار دارد، برابر ۴ است.
- (۴) مجموع شمار الکترون‌هایی با اعداد کوانتومی $l = 0$ و $l = 2$ برابر شمار الکترون‌هایی با $n = 2$ در این اتم است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

چهارمین عنصر دسته d در دوره چهارم، کروم ($24Cr$) است. کروم اولین عنصری در جدول تناوبی است که از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند. دومین عنصر با این ویژگی، مس ($29Cu$) است. عنصر مس، اولین عنصری است که در گروه ۱۱ قرار داشته و با عنصر X_{111} در یک گروه قرار می‌گیرد. تفاوت عدد اتمی مس با کروم، برابر با $29 - 24 = 5$ واحد است. آرایش الکترونی عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

$[1s]Ar]rd^1]s^2$	$[1s]Ar]rd^2]s^2$	$[1s]Ar]rd^3]s^2$	$[1s]Ar]rd^4]s^2$	$[1s]Ar]rd^5]s^2$	$[1s]Ar]rd^5]s^1$	$[1s]Ar]rd^9]s^1$	$[1s]Ar]rd^{10}]s^1$		
۲۱ اسکاندیم Sc	۲۲ تیتانیوم Ti	۲۳ وانادیم V	۲۴ کروم Cr	۲۵ منگنز Mn	۲۶ آهن Fe	۲۷ کوبالت Co	۲۸ نیکل Ni	۲۹ مس Cu	۳۰ روی Zn
$[1s]Ar]rd^1]s^2$	$[1s]Ar]rd^2]s^2$	$[1s]Ar]rd^3]s^2$	$[1s]Ar]rd^5]s^1$	$[1s]Ar]rd^5]s^2$	$[1s]Ar]rd^6]s^2$	$[1s]Ar]rd^7]s^2$	$[1s]Ar]rd^8]s^2$	$[1s]Ar]rd^{10}]s^2$	$[1s]Ar]rd^{10}]s^2$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در رابطه با عناصر داده شده، داریم:

$$[24Cr] = [18Ar]3d^5 4s^1 \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 5 + 1 = 6$$

$$[29Cu] = [18Ar]3d^{10} 4s^1 \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 10 + 1 = 11$$

البته شمار الکترون‌های ظرفیتی را با توجه به شمار گروه عنصرها هم می‌توان تعیین کرد. بر این اساس، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} Cr: 6 = \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} \rightarrow \text{گروه ۶} \\ Cu: 11 = \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} \rightarrow \text{گروه ۱۱} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Cr: 6 = \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} \rightarrow \text{گروه ۶} \\ Cu: 11 = \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} \rightarrow \text{گروه ۱۱} \end{array} \right.$$

۲ عنصر $33As$ ، پانزدهمین عنصر موجود در دسته p جدول دوره‌ای است. این عنصر، در تناوب چهارم قرار گرفته است. زیرلایه‌های نیمه‌پر در آرایش الکترونی اتم‌های $24Cr$ و $33As$ به صورت زیر هستند:

$$[24Cr] = [18Ar]3d^5 4s^1 \rightarrow \text{شمار زیر لایه‌های نیمه‌پر} = 2$$

$$[33As] = [18Ar]3d^{10} 4s^2 4p^3 \rightarrow \text{شمار زیر لایه‌های نیمه‌پر} = 3$$

بنابراین شمار زیرلایه‌های نیمه‌پر در ساختار اتم $24Cr$ ، دو برابر این مقدار در $33As$ است.

۴ آرایش الکترونی کامل اتم Cr را رسم می‌کنیم. عددهای کوانتومی فرعی $l = 0$ ، $l = 1$ و $l = 2$ به ترتیب به زیرلایه‌های s ، p و d برمی‌گردند. بر این اساس، داریم:

$$[24Cr] = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} l = 0 \rightarrow 2 + 2 + 2 + 1 = 7 \\ l = 2 \rightarrow 5 \\ n = 2 \rightarrow 2 + 6 = 8 \end{array} \right.$$

بنابراین مجموع شمار الکترون‌های دارای عددهای کوانتومی $l = 0$ و $l = 2$ برابر شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $n = 2$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) سحابی‌ها مجموعه‌هایی از گاز از عناصر هیدروژن و هلیوم بوده و کهکشان‌ها را ایجاد می‌کنند.
- (۲) ۸ عنصری که بیشترین درصد فراوانی را در سیاره مشتری دارند، در دمای اتاق به حالت گازی یافت می‌شوند.
- (۳) ایزوتوپ‌های مربوط به یک عنصر فقط در برخی از خواص شیمیایی مانند میزان واکنش‌پذیری شبیه به هم هستند.
- (۴) فضاپیماهای وویجر مأموریت داشتند ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر سیاره عطارد و ترکیب درصد این مواد را تهیه کنند.

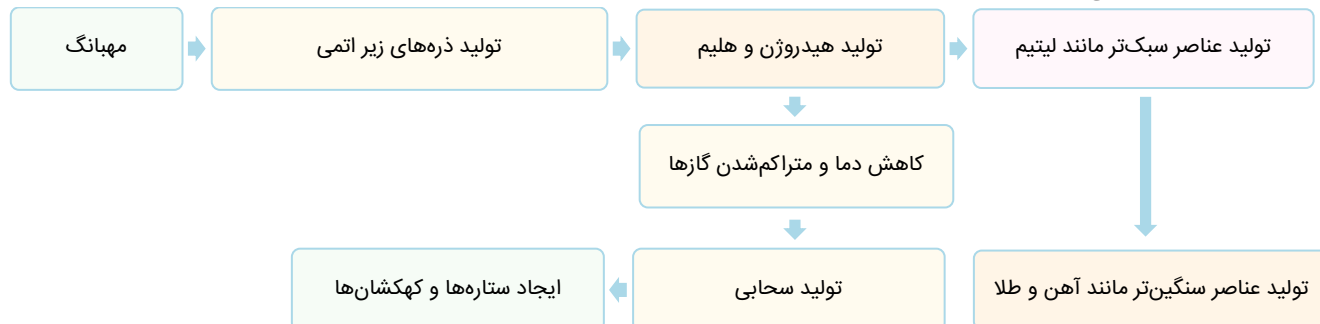




(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

سحابی‌ها از تراکم گازهای هلیوم و هیدروژن تشکیل شده‌اند و سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها می‌شوند. نمودار زیر، نمایی از روند تولید عناصر مختلف و سیارات و کهکشان‌ها را نشان می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ کربن و گوگرد، به ترتیب سومین و ششمین عنصر فراوان موجود در سیاره مشتری هستند. این دو عنصر متعلق به دسته p بوده و در شرایط اتاق، به حالت جامد یافت می‌شوند. کربن (گرافیت) یک ماده جامد سیاه رنگ و گوگرد نیز یک ماده جامد زرد رنگ است. به جز گوگرد و کربن، سایر عناصر فراوان موجود در مشتری در شرایط اتاق حالت گاز دارند.

مقایسه توزیع عناصر در سیاره‌های زمین و مشتری

نکات زیر، در بررسی دقیق نمودار توزیع عناصر در سیاره‌های زمین و مشتری به دست می‌آید:

- رتبه فراوانی گوگرد در سیاره‌های مشتری و زمین یکسان است اما درصد فراوانی این عنصر نافلزی در سیاره مشتری کمتر از درصد فراوانی آن در زمین است.
- درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر سازنده مشتری (عنصر هیدروژن) بیشتر از ۵۰ درصد (حدود ۹۰ درصد) است اما درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر سازنده زمین کمتر از ۵۰ درصد است.
- فراوان‌ترین عنصر سازنده زمین، یک عنصر فلزی (متعلق به دسته عناصر واسطه از تناوب چهارم) و فراوان‌ترین عنصر سازنده مشتری، یک عنصر نافلزی (متعلق به گروه اول جدول تناوبی) است.
- اندازه سیاره مشتری بزرگ‌تر از اندازه سیاره زمین است و این سیاره عمدتاً از عناصر نافلزی و گازی تشکیل شده است.
- فاصله سیاره مشتری تا خورشید، بیشتر از فاصله زمین تا خورشید است.
- دومین، هفتمین و هشتمین عنصر فراوان در سیاره مشتری، در دسته گازهای نجیب قرار دارند و متعلق به گروه ۱۸ جدول تناوبی هستند.

۳ خواص شیمیایی اتم‌های یک عنصر به عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) وابسته است؛ در نتیجه ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند، چون ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی برابری دارد. همچنین این ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی متفاوت هستند. توجه داریم که چگالی و نقطه جوش از جمله خواص فیزیکی مواد به شمار می‌روند.

۴ دو فضایی‌م‌ی و وویجر، مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون (سیاره‌هایی که در مقایسه با زمین، در فاصله دورتری نسبت به خورشید قرار گرفته‌اند)، شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کرده و ارسال کنند. این شناسنامه‌ها حاوی اطلاعاتی مانند نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر سیاره‌ها و ترکیب درصد این مواد بوده است. توجه داریم که در زمان حال حاضر، فضایی‌م‌ی و وویجر ۱ به‌طور کلی از سامانه خورشیدی خارج شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۸- چه تعداد از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - در ساختار لایه‌ای اتم، احتمال حضور الکترون پیرامون هسته، در یک فضای محدود بیشتر از سایر نقاط است.
- ب - با استفاده از رنگ شعله سدیم اکسید، می‌توان نوع آنیون و کاتیون موجود در ساختار آن را مشخص کرد.
- ج - در ۸ مورد از عناصر موجود در تناوب چهارم جدول دوره‌ای، لایه الکترونی $n = 3$ کاملاً پر از الکترون است.
- د - تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی $n = 6$ و $n = 7$ در اتم هیدروژن، کمتر از لایه‌های $n = 3$ و $n = 4$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

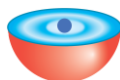
عبارت‌های (الف)، (ج) و (د) درست هستند.





بررسی موارد:

«الف»: لایه‌های الکترونی، فضاهای کروی شکل موجود در اطراف هسته اتم هستند. الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد، اما احتمال حضور آن در یک فضای محدود (که در ساختار لایه‌ای اتم آن را پررنگ‌تر نشان می‌دهند) بیشتر از سایر نقاط است. به عنوان مثال، تصویر زیر نمایی از مدل لایه‌ای را برای یک اتم نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، اتم مورد نظر دارای ۲ لایه الکترونی در اطراف هسته خود است.

«ب»: با گرفتن ترکیبات سدیم دار از جمله سدیم اکسید بر روی شعله آتش، رنگ شعله زرد می‌شود که به کمک آن، می‌توان نوع کاتیون به کار رفته در این ترکیب را تشخیص داد؛ چرا که آزمون شعله فقط برای تشخیص انواع عناصر فلزی کاربرد دارد و از آن نمی‌توان برای تشخیص عناصر نافلزی موجود در یک ماده استفاده کرد. در واقع رنگ شعله تمام ترکیبات سدیم دار مثل سدیم اکسید، سدیم سولفید، سدیم نیترات و ... مشابه به هم و زرد رنگ است. جدول زیر، رنگ شعله فلزهای منیزیم، آهن، لیتیم و مس را نشان می‌دهد:

فلز	لیتیم	آهن	منیزیم	مس
رنگ شعله	سرخ	نارنجی	سفید	سبز

«ج»: لایه الکترونی $n = 3$ شامل زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ می‌شود. از میان عناصر موجود در تناوب چهارم، از عنصری با عدد اتمی ۲۹ به بعد، زیرلایه‌های $3p$ و $3d$ همگی پر از الکترون هستند. این عناصر شامل مس، روی، گالیم، ژرمانیم، آرسنیک، سلنیم، برم و کریپتون می‌شوند. آرایش الکترونی عنصر مس، به عنوان اولین عنصری که در آن زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ پر از الکترون هستند، به صورت زیر است:



«د»: با افزایش عدد کوانتومی اصلی لایه‌های الکترونی، تفاوت سطح انرژی این لایه‌ها به تدریج کاهش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی $n = 2$ و $n = 3$ در اتم هیدروژن، کمتر از لایه‌های $n = 2$ و $n = 1$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام یک از عبارات زیر درست است؟

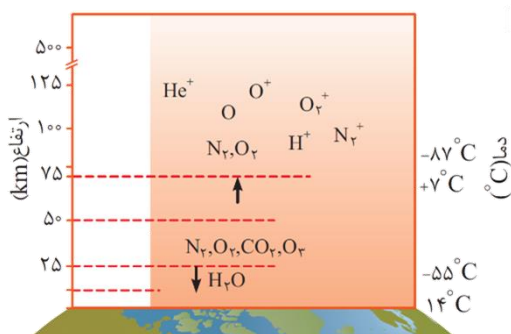
- ۱) لایه آخر هواکره، دارای کاتیون‌های تک‌اتمی و اتم‌های نافلزی بوده ولی فاقد کاتیون‌های چنداتمی است.
- ۲) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در هر مولکول از ید پنتاکلرید، برابر با مقدار عدد اتمی اولین فلز جدول دورهای است.
- ۳) قیمت هر گرم گاز طبیعی، بیشتر از هر گرم زغال سنگ بوده ولی گرمای کمتری از سوختن هر گرم از آن حاصل می‌شود.
- ۴) زمین، بخش زیادی از گرمای جذب شده از خورشید را به صورت پرتوهایی با طول موج کمتر از 700nm بازتاب می‌دهد.

متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

ید پنتاکلرید ترکیبی با فرمول مولکولی ICl_5 است. در این مولکول، ۲ نوع عنصر کلر و ید و ۶ اتم وجود دارد؛ در نتیجه نسبت شمار اتم‌ها به عناصر در هر مولکول از آن برابر با ۳ است. اولین عنصر فلزی در جدول تناوبی، لیتیم بوده و عدد اتمی آن نیز برابر با ۳ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) هواکره از سطح زمین تا ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری امتداد دارد. بر اساس شکل مقابل در لایه‌های بالایی هواکره، کاتیون‌های تک‌اتمی مانند O^+ ، کاتیون‌های چنداتمی مانند O_2^+ و اتم‌های نافلزی مانند O وجود دارد. توجه داریم که این کاتیون‌های تک و یا چنداتمی، بر اثر تابش‌های پرانرژی خورشیدی ایجاد می‌شوند.

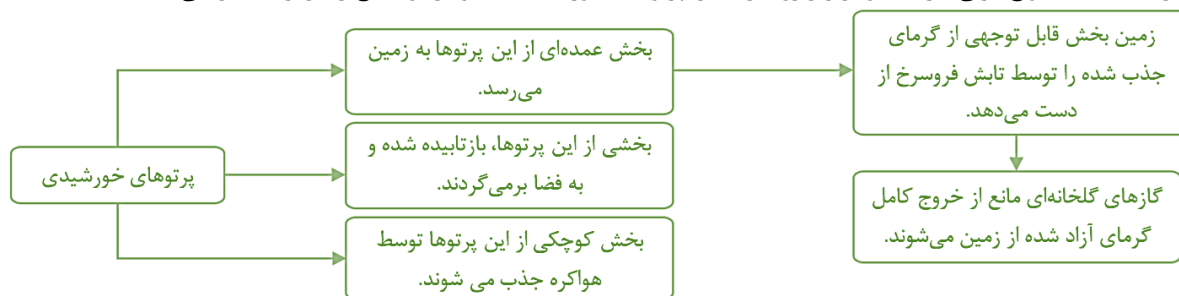
۳) قیمت هر گرم گاز طبیعی بیشتر از هر گرم زغال سنگ است، ولی گرمای آزاد شده از سوختن هر گرم گاز طبیعی بیشتر از هر گرم زغال سنگ است.

در جدول زیر اطلاعاتی در رابطه با چند سوخت مهم را مشاهده می‌کنید:

نام سوخت	بنزین	زغال سنگ	هیدروژن	گاز طبیعی
سوخت فسیلی	✓	✓	×	✓
گرمای آزاد شده (کیلوژول بر گرم)	۴۸	۳۰	۱۴۳	۵۴
فرآورده‌های سوختن	CO , CO_2 , H_2O	CO , CO_2 , H_2O , SO_2	H_2O	CO , CO_2 , H_2O
قیمت (ریال به ازای یک گرم)	۱۴	۴	۲۸۰۰	۵



۴ زمین بخش زیادی از پرتوهای خورشیدی را به صورت تابش فروسخ بازتاب می‌دهد. طول موج پرتوهای فروسخ، بیشتر از ۷۰۰ نانومتر بوده و این پرتوها انرژی کمتری نسبت به امواج مرئی دارند. نمودار زیر روند رسیدن پرتوهای خورشیدی به هواکره و سطح زمین را نمایش می‌دهد:



برای تمرین بیشتر، به چهار سؤال زیر پاسخ دهید! پاسخ کلیدی هر سؤال، در قسمت زیر آن سؤال آورده شده است.

۱- مقدار ۱۱ گرم از عنصر A با ۷ گرم از عنصر X واکنش کامل داده و ترکیب AX را تشکیل می‌دهد و ۱۲ گرم از عنصر Z با $۲/۸$ گرم از عنصر X واکنش کامل داده و ترکیب XZ_3 را به وجود می‌آورد. جرم مولی X چند برابر جرم مولی Z بوده و تفاوت جرم عناصر X و Z در ساختار نیم مول از XZ_3 ، برابر چند گرم است؟ (جرم مولی عنصر A را برابر ۸۸ گرم در نظر بگیرید.)

$$۱۸۴ - ۰/۸ (۴)$$

$$۹۲ - ۰/۸ (۳)$$

$$۱۸۴ - ۰/۷ (۲)$$

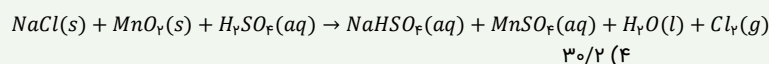
$$۹۲ - ۰/۷ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

در این فرایند، $\frac{1}{8}$ مول عنصر A مصرف شده است، پس مقدار عنصر X مصرف شده نیز برابر با $\frac{1}{8}$ مول خواهد بود. جرم مولی عناصر X و Z ، به ترتیب برابر با ۵۶ و ۸۰ گرم بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۲- اگر در واکنش زیر، $۰/۶$ مول سولفوریک اسید مصرف شود، طی این فرایند چند گرم منگنز (II) سولفات به دست می‌آید؟ (معادله واکنش موازنه شود.)
($O = ۱۶, S = ۳۲, Mn = ۵۵ : g. mol^{-1}$)



$$۳۰/۲ (۴)$$

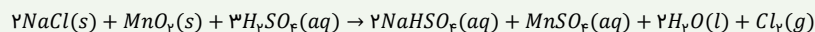
$$۱۵/۱ (۳)$$

$$۴۵/۳ (۲)$$

$$۶۰/۴ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با مصرف $۰/۶$ مول سولفوریک اسید، $۰/۲$ مول منگنز (II) سولفات که معادل با $۳۰/۲$ گرم از این ماده است، تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۳- در یک ظرف دربسته، مخلوطی شامل $۱/۸$ مول متان و اتان با اکسیژن به طور کامل سوزانده می‌شوند. اگر حجم گاز CO_2 تشکیل شده از سوختن متان، $۰/۴$ برابر حجم گاز CO_2 تشکیل شده از سوختن اتان باشد، درصد جرمی متان در مخلوط آغازین، به تقریب کدام بوده است؟

$$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g. mol^{-1})$$

$$۴۱/۴ (۴)$$

$$۲۴/۲ (۳)$$

$$۳۵/۶ (۲)$$

$$۲۹/۹ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

در مخلوط اولیه مصرف شده طی این فرایند، مقدار $۰/۸$ مول گاز متان (معادل با $۱۲/۸$ گرم گاز متان) و ۱ مول گاز اتان (معادل با ۳۰ گرم گاز اتان) وجود داشته است.

گروه آموزشی ماز

۴- در $۷/۵$ گرم آلومینیم سولفید، به تقریب چند مول کاتیون وجود دارد و نسبت جرم گوگرد به جرم آلومینیم در آن، کدام است؟

$$(Al = ۲۷, S = ۳۲ : g. mol^{-1})$$

$$\frac{۱۶}{۹} - ۰/۱۵ (۴)$$

$$\frac{۸}{۹} - ۰/۱۵ (۳)$$

$$\frac{۱۶}{۹} - ۰/۱ (۲)$$

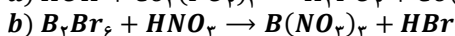
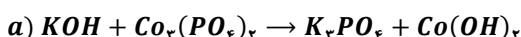
$$\frac{۸}{۹} - ۰/۱ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

$۷/۵$ گرم آلومینیم سولفید (Al_2S_3)، معادل با $۰/۵$ مول از این ماده است که در ساختار آن، $۰/۱$ مول کاتیون وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- بعد از موازنه معادله واکنش های a و b ، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش a ، چند برابر مجموع ضرایب استوکیومتری مواد اکسیژن دار در واکنش b است و به ازای تولید ۶ مول فراورده مولکولی در واکنش b ، چند مول B_2Br_6 مصرف می‌شود؟



$$۲ - ۱ (۴)$$

$$۱ - ۱/۵ (۳)$$

$$۲ - ۱/۵ (۲)$$

$$۱/۵ - ۱ (۱)$$





معادله موازنه شده دو واکنش a و b به صورت زیر است:



مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش a برابر با ۱۲ و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد اکسیژن دار در واکنش b نیز برابر با ۸ است؛ در نتیجه نسبت خواسته شده در سؤال برابر با ۱/۵ است.

با توجه به معادله این واکنش ها، مقدار مول مصرف شده B_2Br_6 به ازای تولید ۶ مول HBr برابر است با:

$$? \text{ mol } B_2Br_6 = \epsilon \text{ mol } HBr \times \frac{1 \text{ mol } B_2Br_6}{6 \text{ mol } HBr} = 1 \text{ mol}$$

همانطور که مشخص است، مقدار مول مصرف شده B_2Br_6 برابر با ۱ مول خواهد بود.

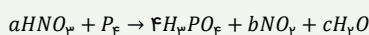
برای تمرین بیشتر به سؤال زیر پاسخ دهید:

نسبت ضریب استوکیومتری HNO_3 به ضریب استوکیومتری H_2O در واکنش $HNO_3 + P_5 \rightarrow H_3PO_4 + NO_2 + H_2O$ بعد از موازنه چقدر است؟

۵ (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

اگر به P_5 ضریب ۱ بدهیم برای موازنه اتم های فسفر باید به H_3PO_4 ضریب ۴ داده شود. اکنون اگر به واکنش نگاه کنید نمی توان ضریب اتم های دیگر را تشخیص داد. بر این اساس می توان از حروف لاتین به جای ضریب استفاده کرد و معادله واکنش را به صورت زیر نوشت:



حال می توان با تشکیل معادله های زیر هریک از ضرایب a ، b و c را محاسبه کرد:

$$H \text{ موازنه: } a = 12 + 2c$$

$$N \text{ موازنه: } a = b$$

$$O \text{ موازنه: } 3a = 16 + 2b + c$$

با حل دستگاه فوق، مقدار a ، b و c به ترتیب برابر با ۲۰، ۴ و ۲۰ خواهد شد و به معادله موازنه شده زیر خواهیم رسید:

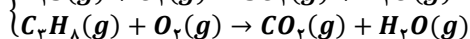
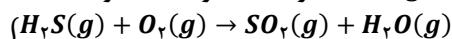


بر این اساس، نسبت خواسته شده در سؤال برابر با ۵ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۸۱- اگر مخلوطی از گازهای هیدروژن سولفید و پروپان به طور کامل بسوزند و طی این فرایند مقدار $15/36L$ گاز گوگرد دی اکسید با چگالی $1/25 g.L^{-1}$ به همراه $19/8$ گرم آب تولید کنند، چند درصد حجمی از مخلوط اولیه را در شرایط STP ، گاز هیدروژن سولفید تشکیل می دهد؟

$$(S = 32 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$



(معادله واکنش ها را موازنه کنید.)

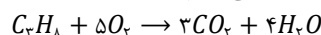
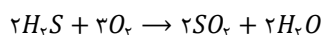
۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

ابتدا معادله واکنش ها را نوشته و موازنه می کنیم:



فرض می کنیم این مخلوط گازی در ابتدای کار شامل m مول H_2S و n مول C_3H_8 باشد. گاز گوگرد دی اکسید فقط بر اثر سوختن هیدروژن سولفید تولید می شود. این گاز، در واکنش سوختن پروپان تولید نمی شود. بر این اساس، با توجه به مقدار SO_2 تولید شده، می توان مقدار هیدروژن سولفید موجود در مخلوط اولیه را مشخص کرد. بر این اساس، داریم:

$$? L SO_2 = m \text{ mol } H_2S \times \frac{2 \text{ mol } SO_2}{2 \text{ mol } H_2S} \times \frac{64 \text{ g } SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} \times \frac{1 L SO_2}{1/25 g SO_2} = 15/36 L \Rightarrow m = 0/3$$

برای محاسبه مقدار مول های هیدروژن سولفید با استفاده از روش تناسب، به صورت زیر نیز می توان عمل کرد:

$$\frac{H_2S \text{ مول}}{H_2S \text{ ضریب}} = \frac{SO_2 \text{ چگالی} \times \text{لیتر}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{15/36 L \times 1/25 g.L^{-1}}{2 \times 64 g.mol^{-1}} \Rightarrow m = 0/3$$

با توجه به مقدار مول هیدروژن سولفید موجود در مخلوط ابتدایی، می توان سهمی از آب که در فرایند سوختن هیدروژن سولفید تولید شده را محاسبه کرد. بر این اساس، حساب می کنیم از سوختن H_2S چند گرم آب تولید می شود:

$$? g H_2O = 0/3 \text{ mol } H_2S \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } H_2S} \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 5/4 g$$

برای محاسبه جرم آب تولید شده با استفاده از روش تناسب نیز به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\frac{H_2S \text{ مول}}{H_2S \text{ ضریب}} = \frac{H_2O \text{ گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0/3}{2} = \frac{X}{2 \times 18} \Rightarrow X = 5/4 g$$





در کل این فرایند ۱۹/۸ گرم آب تولید شده است؛ بنابراین از سوختن پروپان، $۱۴/۴\text{g} = ۵/۴ - ۱۹/۸$ آب تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{g } H_2O = n \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 14/4 \text{ g} \Rightarrow n = 0.2$$

برای محاسبه مقدار مول پروپان مصرف شده در این فرایند با استفاده از تناسب، به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{C_3H_8 \text{ مول}}{\text{ضریب}} = \frac{H_2O \text{ گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{n}{1} = \frac{14/4}{4 \times 18} \Rightarrow n = 0.2$$

در نهایت درصد حجمی هیدروژن سولفید را در مخلوط اولیه به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد حجمی هیدروژن سولفید} = \frac{H_2S \text{ حجم}}{C_3H_8 \text{ حجم} + H_2S \text{ حجم}} \times 100 = \frac{100m}{n+m} = \frac{30}{0.2+0.2} = 60\%$$

توجه داریم که در شرایط STP، حجم یک گاز (V) با تعداد مول تشکیل‌دهنده آن گاز (n) متناسب است. بر این اساس، داریم:

$$V = 22/4n$$

بنابراین درصد حجمی گاز A را به صورت زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{درصد حجمی گاز A} = \frac{\text{حجم گاز A}}{\text{حجم گاز A} + \text{حجم گاز B}} \times 100 = \frac{22/4n_A}{22/4n_A + 22/4n_B} \times 100 = \frac{n_A}{n_A + n_B} \times 100$$

با توجه به روابط نوشته شده، می‌توان گفت درصد حجمی هر گاز در یک مخلوط گازی برابر با درصد مولی آن گاز در مخلوط مورد نظر است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) بخش زیادی از NaCl استخراج شده از آب دریا، برای تهیه فلز سدیم و گاز کلر وارد سلول الکترولیتی می‌شود.
- (۲) با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن‌ها، نیروی بین مولکولی همانند میزان واکنش‌پذیری آن‌ها، افزایش می‌یابد.
- (۳) از جمله کاربردهای NaCl، تهیه خمیر کاغذ، پارچه، رنگ، پلاستیک و همچنین در صنعت نفت است.
- (۴) بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه ۱۷، یک اسید با K_a بزرگ، دارای حداقل دمای جوش است.

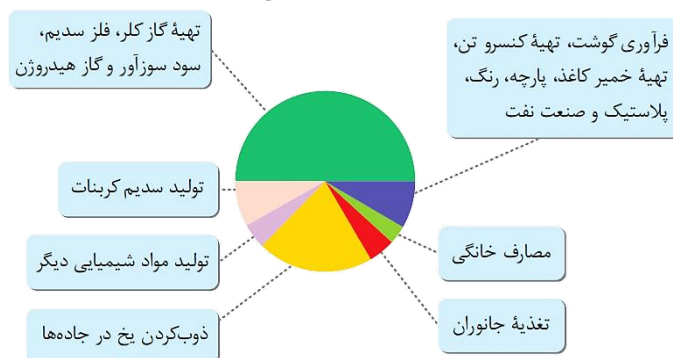
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن‌ها، نیروی بین مولکولی در این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، دمای جوش این مواد نیز بیشتر می‌شود. این در حالی است که با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن‌ها، حجم مولکولی آن‌ها بیشتر می‌شود، از واکنش‌پذیری این مواد کاسته شده، مقدار پتانسیل کاهش استاندارد آن‌ها کاهش پیدا می‌کند و قدرت پیوند اشتراکی یگانه بین اتم‌ها در این مولکول‌ها کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

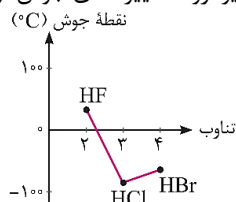
- ۱) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می‌توان به روش‌های فیزیکی یا شیمیایی از آن جدا کرد. برای نمونه سالانه میلیون‌ها تن سدیم کلرید با روش تبلور از آب دریا جداسازی و استخراج می‌شود. کاربردهای گوناگون سدیم کلرید را در شکل زیر می‌بینید:



با توجه به نمودار رسم شده، نیمی از NaCl جداسازی شده در تهیه گاز Cl_2 ، فلز Na ، سود سوزآور و گاز H_2 به کار می‌رود. توجه داریم که برای تهیه فلز سدیم و گاز کلر، از یک سلول الکترولیتی استفاده می‌شود.

از جمله کاربردهای NaCl، تهیه خمیر کاغذ، پارچه، رنگ، پلاستیک و همچنین در صنعت نفت است.

بین ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه ۱۷ جدول دورای، هیدروژن کلرید دارای حداقل دمای جوش است، در حالی که هیدروژن فلوئورید یک اسید ضعیف به شمار می‌رود و در مقایسه با هیدروژن کلرید دمای جوش بالاتری دارد. نمودار زیر، روند تغییر دمای جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷ جدول دورای را نشان می‌دهد:





چون بین مولکول‌های HF پیوند قوی هیدروژنی برقرار می‌شود، این ماده در مقایسه با سایر مواد موجود در نمودار دمای جوش بالاتری دارد. توجه داریم که ثابت یونش اسیدی هیدروفلوئوریک اسید یک عدد کوچک بوده و ثابت یونش اسیدی سایر ترکیب‌های نشان داده شده، اعدادی بزرگ است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- مقدار ۱۸۰ گرم محلول سیرشده از یک نمک با دمای 55°C را گرما می‌دهیم تا آب خود را از دست داده و ۶۰ گرم نمک خشک به دست آید. اگر در محلول سیرشده این نمک در دمای 5°C ، جرم حلال ۴ برابر جرم حل‌شونده باشد، ضریب θ در معادله خطی انحلال پذیری برای این نمک، کدام است؟

-۰/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

-۰/۲۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

در محلول سیرشده این نمک در دمای 55°C ، از ۱۸۰ گرم محلول، ۶۰ گرم آن مربوط به نمک حل‌شونده بوده و ۱۲۰ گرم آب در آن وجود دارد. حال با استفاده از فرمول زیر، انحلال‌پذیری این نمک را در دمای 55°C محاسبه می‌کنیم:

$$S = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{60}{120} \times 100 = 50 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

از طرفی در دمای 5°C طبق گفته صورت سؤال جرم حلال (آب)، ۴ برابر جرم حل‌شونده است. انحلال‌پذیری نمک را در این دما نیز محاسبه می‌کنیم:

$$S = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم آب}} \times 100 = \frac{x}{4x} \times 100 = 25 \text{ g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$$

برای به دست آوردن شیب نمودار انحلال‌پذیری-دما برای یک نمک (مقدار تغییر انحلال‌پذیری آن نمک به ازای افزایش دمایی معادل 1°C)، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$m = \frac{S_x - S_y}{\theta_x - \theta_y} \Rightarrow m = \frac{50 - 25}{55 - 5} = \frac{25}{50} = 0.5$$

با توجه به شیب به دست آمده، انحلال‌پذیری نمک با افزایش دمایی معادل 1°C ، به مقدار $0.5 \text{ g} \cdot (100 \text{ g H}_2\text{O})^{-1}$ افزایش پیدا خواهد کرد. حال با استفاده از شیب نمودار انحلال‌پذیری-دما و انحلال‌پذیری نمک در یکی از دماهای داده شده، می‌توانیم معادله انحلال‌پذیری نمک را به دست آوریم:

$$S = m\theta + b \Rightarrow 50 = 0.5 \times 55 + b \Rightarrow b = 22.5 \Rightarrow S = 0.5\theta + 22.5$$

با این رابطه، می‌توانیم انحلال‌پذیری نمک را در هر دمایی که در آن آب به صورت مایع حضور دارد، محاسبه کنیم.

گروه آموزشی ماز

۸۴- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، نسبت میان شمار اتم‌ها به شمار عناصر نسبت به سایر ترکیب‌ها بیشتر است؟

(۴) مس (I) کربنات

(۳) کلسیم هیدروکسید

(۲) آهن (III) نیترات

(۱) آلومینیم سولفات

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی ترکیبات داده شده و اطلاعات مربوط به هر ترکیب، به صورت زیر است:

- آلومینیم سولفات: $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم‌ها: ۱۷
- آهن (III) نیترات: $\text{Fe}(\text{NO}_3)_3$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم‌ها: ۱۳
- کلسیم هیدروکسید: $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم‌ها: ۵
- مس (I) کربنات: Cu_2CO_3 ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم‌ها: ۶

با توجه به اطلاعات داده شده از این مواد، نسبت میان تعداد اتم‌ها به تعداد عناصر در آلومینیم سولفات بیشتر از سایر ترکیب‌ها است.

گروه آموزشی ماز

۸۵- اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته هر اتم ${}^{72}\text{X}$ برابر با ۸ عدد باشد، کدام موارد از مطالب زیر در رابطه با این عنصر درست خواهد بود؟

الف - در آرایش الکترونی این عنصر، ۷ زیرلایه پر از الکترون و یک زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد.

ب - این عنصر در حالت خالص، جریان الکتریسته را عبور داده و متعلق به گروه چهاردهم است.

ج - عنصر مورد نظر، با فلز نیکل هم‌تناوب بوده و خواص شیمیایی آن مشابه خواص شیمیایی گوگرد است.

د - شمار نوترون‌ها در هسته اتم این عنصر، ۳ برابر شمار نوترون‌ها در یکی از ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم است.

(۴) «الف» و «د»

(۳) «ج» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ب»

(متوسط - مفهومی و مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته هر اتم از عنصر مورد نظر، برابر ۸ عدد است. ابتدا تعداد نوترون و پروتون عنصر مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$${}^{72}\text{X}: \begin{cases} n + p = 72 \\ n - p = 8 \end{cases} \Rightarrow n = 40, \quad p = 32$$

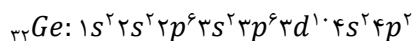
در رابطه با این عنصر، عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.





بررسی موارد:

«الف»: عنصر ${}^{72}_{32}X$ معادل ژرمانیم بوده و آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



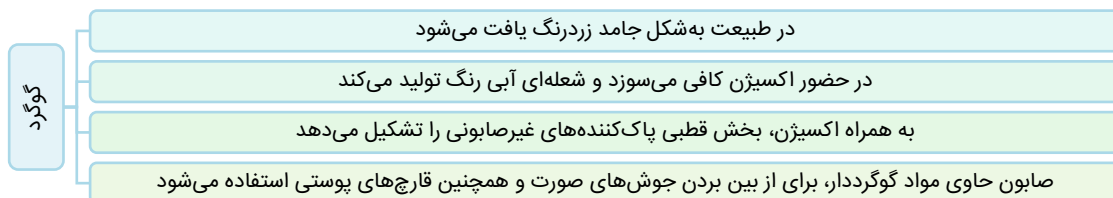
در آرایش الکترونی این عنصر، ۷ زیرلایه پر وجود دارد ولی زیرلایه نیمه پری حضور ندارد. توجه داریم که ظرفیت زیرلایه p برابر ۶ الکترون بوده، درحالی که زیرلایه $4p$ در این اتم، فقط ۲ الکترون دارد.

«ب»: ژرمانیم از دسته شبه فلزات موجود در جدول دوره ای است. عناصر شبه فلزی همانند فلزها و برخلاف عناصر نافلزی (به جز گرافیت)، در حالت جامد رسانای جریان برق هستند.

شبه فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره ای قرار گرفته اند. خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آنها اغلب همانند نافلزها است. توجه داریم که همه ی عناصر شبه فلزی موجود در جدول تناوبی در دسته ی p این جدول قرار می گیرند. به عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. خواص این دو عنصر شبه فلزی به شرح زیر است:

- ۱- این دو عنصر شبه فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می کنند.
- ۲- سیلیسیم و ژرمانیم، همانند عناصر نافلزی، چکش خوار نبوده و پس از اصابت ضربه ی چکش، خرد می شوند.
- ۳- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.
- ۴- اتم های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم ها، می توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

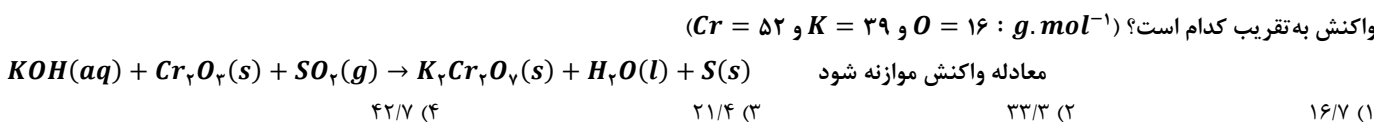
«ج»: ژرمانیم همانند نیکل در تناوب ۴ جدول دوره ای حضور دارد. ژرمانیم نوعی شبه فلز است. خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده درحالی که خواص شیمیایی آنها همانند نافلزها است. گوگرد دومین عنصر نافلزی گروه ۱۶ جدول دوره ای است. در رابطه با این عنصر، داریم:



«د»: عنصر X در هسته خود ۴۰ نوترون دارد. از طرفی در یک نمونه طبیعی از منیزیم، ایزوتوپ های ${}^{24}Mg$ ، ${}^{25}Mg$ و ${}^{26}Mg$ حضور دارند که به ترتیب ۱۲، ۱۳ و ۱۴ نوترون در هسته خود دارند. نسبت تعداد نوترون اتم X (۴۰) به تعداد نوترون هیچ کدام از ایزوتوپ های منیزیم برابر ۳ نیست. حتی بدون اطلاع از ایزوتوپ های طبیعی عنصر منیزیم می توانستیم این عبارت را رد کنیم چون تعداد نوترون های هسته یک اتم عددی صحیح است اما عدد ۴۰ نمی تواند ۳ برابر هیچ عدد صحیحی باشد!

گروه آموزشی ماز

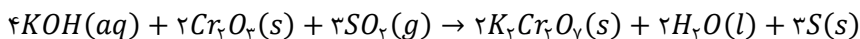
۸۶- اگر در واکنش زیر، به ازای مصرف ۱۶۰ میلی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید با غلظت ۲/۵ مولار، ۹/۸ گرم ترکیب جامد تولید شده باشد، بازده درصدی واکنش به تقریب کدام است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $O = 16$ و $K = 39$ و $Cr = 52$)



(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در بین فراورده های حاصل از این فرایند، آب به حالت مایع حضور دارد. گوگرد نیز حالت جامد دارد اما ترکیب به شمار نمی رود؛ بنابراین تنها فراورده ای که ترکیب است و حالت جامد دارد، پتاسیم دی کرومات ($K_2Cr_2O_7$) است. ابتدا با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، مقدار پتاسیم دی کرومات نظری تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$? g K_2Cr_2O_7 = 160 mL \text{ محلول} \times \frac{1 L}{1000 mL} \times \frac{2/5 mol KOH}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{2 mol K_2Cr_2O_7}{4 mol KOH} \times \frac{294 g K_2Cr_2O_7}{1 mol K_2Cr_2O_7} = 58/8 g$$

در مرحله بعد، بازده واکنش انجام شده را به دست می آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده} = \frac{9/8}{58/8} \times 100 \approx 16/7 \text{ درصد}$$

طبق محاسبات بالا، بازده واکنش انجام شده تقریباً برابر با ۱۶/۷ درصد است.

گروه آموزشی ماز





۸۷- کدام موارد زیر درست است؟

- الف - استخراج فلز پتاسیم از ترکیبهای حاوی این عنصر، سخت تر از استخراج فلز روی است.
 ب - در هر عنصری از گروه چهاردهم که در حالت جامد سطح صیقلی دارد، زیرلایه $3p$ پر از الکترون است.
 ج - عنصری از تناوب سوم که با عنصر ${}^{52}\text{Mn}$ هم گروه است، همانند فلز سدیم، به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی شود.
 د - فراورده حاصل از واکنش گاز اکسیژن با مس (I) سولفید در معادن مس، مشابه فراورده حاصل از سوختن گوگرد است.
 (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۴

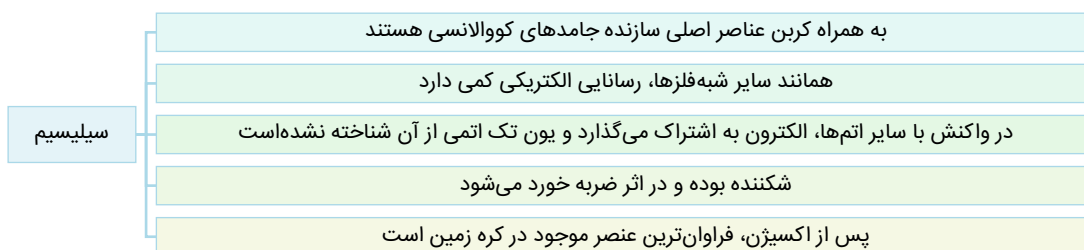
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

عبارت های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: با افزایش واکنش پذیری فلزها، جدا کردن (استخراج) آن ها از ساختار ترکیبهای حاوی آن ها سخت تر می شود. پتاسیم فلزی اصلی است که در تناوب ۴ و گروه اول جدول دوره ای قرار دارد. روی نیز فلزی واسطه است که در تناوب ۴ و گروه ۱۲ جدول دوره ای قرار دارد. به طور کلی فلزات واسطه نسبت به فلزات اصلی واکنش پذیری کمتری داشته و راحت تر می توان آن ها را از ترکیبشان استخراج کرد.

«ب»: سیلیسیم نخستین عنصری از گروه چهاردهم جدول دوره ای است که در حالت جامد، سطحی درخشان دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:
 ${}_{14}\text{Si}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$
 همانطور که مشخص است، زیرلایه $3p$ در این عنصر پر از الکترون نیست. نمودار زیر، ویژگی های کلی عنصر سیلیسیم را نمایش می دهد:



جدول زیر، برخی از ویژگی های مختلف عناصر مهم جدول دوره ای را نشان می دهد:

نماد شیمیایی											خواص فیزیکی یا شیمیایی
Ge	Pb	P	Mg	Cl	Sn	Al	Na	S	Si	C	رسانایی الکتریکی
دارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	رسانایی گرمایی
دارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	سطح صیقلی
دارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	چکش خواری
اشتراک	الکترون می دهد	اشتراک الکترون می گیرد	الکترون می دهد	اشتراک الکترون می گیرد	الکترون می دهد	الکترون می دهد	الکترون می دهد	اشتراک الکترون می گیرد	اشتراک	اشتراک	تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون

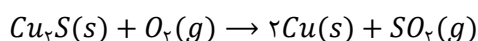
«ج»: فلزات قلیایی (مانند سدیم) و قلیایی خاکی واکنش پذیری بالایی داشته و در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی شوند. برای تعیین شماره گروه عناصر با استفاده از عدد اتمی، از فرمول مقابل استفاده می کنیم:

حال شماره گروه عنصری با عدد اتمی ۵۲ را محاسبه می کنیم:

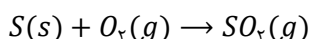
$$16 = 52 - (54 - 18) = 18 - 38$$

عنصر گوگرد در گروه ۱۶ و تناوب سوم جدول دوره ای قرار دارد. برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن و گوگرد در طبیعت به حالت آزاد یافت می شوند. وجود نمونه هایی از فلزهای مس، نقره و پلاتین در طبیعت نیز گزارش شده است.

«د»: از واکنش زیر برای استخراج فلز مس استفاده می شود:



گوگرد طبق معادله زیر در حضور اکسیژن کافی می سوزد و شعله ای آبی رنگ تولید می کند.

همانطور که مشخص است، گوگرد دی اکسید (SO_2)، فراورده مشترک این دو واکنش است.

گروه آموزشی ماز





۸۸- از واکنش نمونه‌ای از یک آلکن با مقدار کافی گاز کلر، $28/4$ گرم به جرم نمونه افزوده می‌شود. اگر در ساختار هر مولکول از ترکیب سیر شده حاصل، 13 پیوند اشتراکی وجود داشته باشد، جرم ترکیب آلی تولید شده طی این فرایند، چند گرم است؟

$$(Cl = 35/5, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۶۳/۵ (۴)

۴۵/۲ (۳)

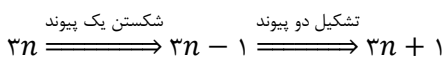
۵۶/۴ (۲)

۵۰/۸ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

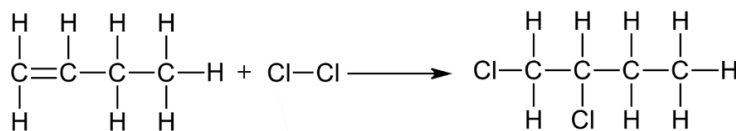
از واکنش آلکن‌ها با گاز کلر، ترکیب سیر شده حاصل می‌شود به طوری که پیوند دوگانه آلکن به پیوند یگانه تبدیل می‌شود و دو پیوند یگانه $C-Cl$ نیز حاصل می‌شود. در این فرایند، یک پیوند شکسته شده و دو پیوند جدید ایجاد می‌شود. تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکن‌ها برابر با $3n$ است؛ در نتیجه طبق توضیح داده شده تعداد پیوندهای اشتراکی در ترکیب تولید شده برابر با $3n + 1$ است. این فرایند را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



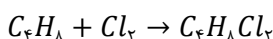
بر این اساس، داریم:

$$3n + 1 = 13 \Rightarrow n = 4$$

در هر مولکول از ترکیب ایجاد شده، 4 اتم کربن وجود دارد؛ در نتیجه آلکنی که در واکنش شرکت کرده است، 4 کربنه بوده و می‌تواند 1 -بوتن باشد. واکنش انجام شده را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



واکنش انجام شده را می‌توان به صورت زیر نیز نمایش داد:



افزایش جرم ترکیب مربوط به اتم‌های کلر در ساختار Cl_2 است. بر این اساس می‌توان جرم $C_4H_8Cl_2$ تولید شده را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$? g C_4H_8Cl_2 = 28/4 g Cl_2 \times \frac{1 mol Cl_2}{71 g Cl_2} \times \frac{1 mol C_4H_8Cl_2}{1 mol Cl_2} \times \frac{122 g C_4H_8Cl_2}{1 mol C_4H_8Cl_2} = 50/8 g$$

با استفاده از کسرهای تناسب نیز می‌توان برای هر دو ماده کلر و $C_4H_8Cl_2$ ، کسر مربوط به جرم را نوشت:

$$\left[\frac{\text{جرم کلر}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] = \left[\frac{\text{جرم فراورده تولید شده}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] \Rightarrow \left[\frac{28/4}{1 \times 71} \right] = \left[\frac{x}{1 \times 122} \right] \Rightarrow x = 50/8 g$$

با توجه به محاسبات بالا، جرم تولید شده ترکیب آلی سیر شده برابر $50/8$ گرم است.

گروه آموزشی ماز

۸۹- محلولی از هیدروژن پراکسید به حجم 5 لیتر و غلظت $0/4$ مول بر لیتر در اختیار داریم. اگر نیمی از هیدروژن پراکسید موجود در این محلول در طول مدت زمان 50 ثانیه تجزیه شود، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در این واکنش برابر با چند مول بر دقیقه می‌شود؟

۱/۶ (۴)

۰/۸ (۳)

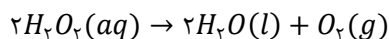
۱/۲ (۲)

۰/۴ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

محلول هیدروژن پراکسید (H_2O_2) در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و با انجام شدن این فرایند، گاز اکسیژن (O_2) تولید می‌شود. در این شرایط، افزودن چند قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد. در واقع، محلول پتاسیم یدید، کاتالیزگر واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید است. معادله واکنش انجام شده در این فرایند به صورت زیر است:



در قدم اول، مقدار مول هیدروژن پراکسید موجود در محلول اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol H_2O_2 = 5 L \text{ محلول} \times \frac{0/4 mol H_2O_2}{1 L \text{ محلول}} = 2 mol$$

نیمی از هیدروژن پراکسید موجود در این محلول تجزیه شده است. بر این اساس، می‌توان گفت مقدار هیدروژن پراکسید مصرف شده برابر با یک مول است. در قدم بعد، مقدار مول گاز اکسیژن تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol O_2 = 1 mol H_2O_2 \times \frac{1 mol O_2}{2 mol H_2O_2} = 0/5 mol$$

در قدم آخر، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن را محاسبه می‌کنیم:

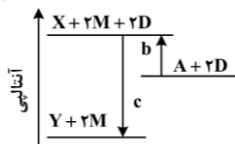
$$O_2 \text{ سرعت متوسط تولید} = \frac{\Delta n(O_2)}{\Delta t} = \frac{0/5 mol}{50 s \times \frac{1 min}{60 s}} = 0/6 mol.min^{-1}$$

گروه آموزشی ماز





۹۰- نمودار مقابل، مراحل انجام یک واکنش دو مرحله‌ای را در دمای ثابت نشان می‌دهد. در رابطه با این فرایند، کدام مورد درست است؟



(۱) با انجام شدن واکنش $Y \rightarrow X + 2D$ ، گرما از سامانه خارج می‌شود.

(۲) مخلوطی از $X + 2M$ ، در مقایسه با یک مول از ماده A ناپایدارتر است.

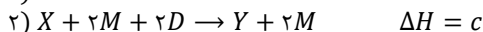
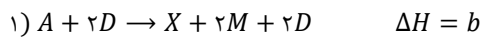
(۳) با انجام مرحله اول واکنش، مجموع انرژی پتانسیل مواد کاهش پیدا می‌کند.

(۴) واکنش کلی گرماده بوده و سرعت انجام مرحله دوم آن، به یقین بیشتر از مرحله اول است.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مراحل واکنش انجام شده به ترتیب به صورت زیر هستند:



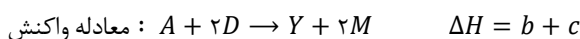
با انجام مرحله اول واکنش، آنتالپی مواد شرکت کننده افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین این واکنش نوعی واکنش گرماگیر بوده و مجموع انرژی فراورده‌ها از مجموع انرژی واکنش دهنده‌ها بیشتر است. از طرفی انرژی با پایداری یک ماده رابطه عکس دارد؛ بنابراین مجموع فراورده‌ها یعنی مخلوط $X + 2M + 2D$ نسبت به $A + 2D$ ناپایدارتر است. چون ۲ واحد ماده D در دو سمت این واکنش تکرار شده است، می‌توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم و در نتیجه، اینطور برداشت کنیم که مخلوط $X + 2M$ نسبت به A ناپایدارتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به معادله مرحله دوم واکنش، مجموع انرژی مخلوطی از $Y + 2M$ نسبت به مجموع انرژی مخلوطی از $X + 2M + 2D$ کمتر است. به دلیل تکرار شدن $2M$ در دو سمت معادله، می‌توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم و برداشت کنیم که Y نسبت به مخلوطی از $X + 2D$ انرژی کمتری دارد؛ بنابراین تبدیل Y به مخلوطی از $X + 2D$ ، نیاز به مصرف انرژی دارد و با انجام این کار گرما از محیط به سامانه وارد می‌شود.

۳ طبق نمودار، مرحله اول واکنش گرماگیر بوده و با انجام آن انرژی از محیط به سامانه وارد می‌شود.

۴ از جمع معادله دو مرحله واکنش و حذف مواد تکراری از دو سمت، معادله واکنش کلی به صورت زیر به دست می‌آید:



آنتالپی فراورده نهایی واکنش نسبت به آنتالپی واکنش دهنده اولیه پایین تر بوده و نشان دهنده گرماده بودن واکنش کلی است. از طرفی سرعت انجام واکنش، با اندازه انرژی فعال سازی آن ارتباط عکس دارد ولی نمی‌توان گفت با اندازه آنتالپی واکنش لزوماً ارتباط مستقیم یا عکس دارد. در صورت سؤال به مقدار انرژی فعال سازی واکنش‌ها اشاره‌ای نشده است؛ بنابراین نمی‌توان درباره سرعت انجام مراحل واکنش به صورت قطعی صحبت کرد. نمودار زیر ویژگی‌های کلی واکنش‌های گرماگیر و گرماده را مقایسه می‌کند:



گروه آموزشی ماز

۹۱- اگر یک گلوله فلزی را در استخری از آب بیندازیم، گرما از سمت گلوله به طرف نمونه آب جاری می‌شود. در رابطه با این دو نمونه ماده، کدام موارد از عبارات زیر درست است؟

الف - انرژی گرمایی اولیه گلوله فلزی در مقایسه با انرژی گرمایی نهایی آن بیشتر است.

ب - در ابتدای فرایند، انرژی جنبشی هر ذره سازنده گلوله فلزی بیشتر از هر ذره آب است.

ج - اگر ظرفیت گرمایی گلوله کمتر از نمونه آب باشد، میزان تغییر دمای گلوله کمتر از نمونه آب خواهد بود.

د - پس از برقراری تعادل گرمایی میان این دو نمونه ماده، گرمای ویژه آن‌ها به طور چشمگیری تغییر می‌کند.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

وقتی دو نمونه با دماهای مختلف با یکدیگر تماس پیدا کنند، گرما از نمونه‌ای که دمای بالاتری دارد، به سمت نمونه‌ای با دمای پایین تر جاری می‌شود تا زمانی که هر دو نمونه به دمای برابر (دمای تعادل) برسند؛ بنابراین در این سؤال می‌توان متوجه شد که دمای اولیه گلوله فلزی بالاتر از آب استخر بوده است. به عبارت دیگر، گلوله فلزی گرم تر از آب استخر بوده است. در رابطه با این مواد، عبارات‌های (الف) و (ب) درست هستند.





بررسی موارد:

«الف»: طی این فرایند، گرما از گلوله فلزی به آب انتقال پیدا کرده و دمای آن کاهش پیدا می‌کند. با کاهش دمای نمونه، انرژی گرمایی آن نیز کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین مقدار انرژی گرمایی نهایی آن کمتر از مقدار انرژی گرمایی اولیه آن است.

«ب»: در ابتدای فرایند، دمای گلوله فلزی بالاتر از آب است. دمای یک نمونه، نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن است؛ بنابراین انرژی جنبشی یک ذره از ذرات سازنده گلوله فلزی در ابتدای فرایند، بیشتر از انرژی جنبشی یک ذره از آب است.

«ج»: گرمای داده شده از طرف گلوله آهنی، برابر با گرمای دریافت شده از جانب آب است. طبق فرمول گرما ($Q = C\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{C}$)، مقدار تغییر دما با اندازه ظرفیت گرمایی نمونه رابطه عکس دارد؛ بنابراین اگر ظرفیت گرمایی گلوله فلزی کمتر از ظرفیت گرمایی نمونه آب موجود در استخر باشد، مقدار تغییر دمای گلوله بیشتر خواهد بود.

«د»: گرمای ویژه به معنای مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم از یک نمونه به اندازه 1°C است. گرمای ویژه به جنس ماده بستگی دارد اما برخلاف ظرفیت گرمایی یک نمونه، به جرم آن ماده وابسته نیست. در حین ایجاد تعادل گرمایی و با تغییر دمای اجسام، ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه نمونه‌ها تغییر محسوسی نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۹۲- در رابطه با ترکیب مقابل، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

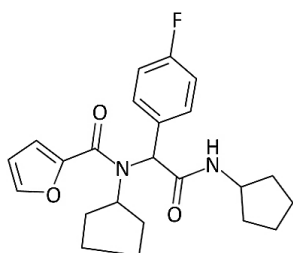
$$(H = 1 \text{ و } C = 12 \text{ و } N = 14 \text{ و } O = 16 : g \cdot mol^{-1})$$

الف - جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن موجود در هر مول از آن، با هم برابر است.

ب - شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن، ۲ برابر شمار حلقه‌های کربنی است.

ج - پنج مورد از اتم‌های کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.

د - می‌تواند با آب واکنش بدهد و نوعی ترکیب آمینی را تولید کند.



(۴) «الف» و «د»

(۳) «ج» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ب»

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با توجه به فرمول زیر، تعداد هیدروژن موجود در این ترکیب را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} (\text{تعداد هالوژن}) - (\text{تعداد پیوند سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوند دوگانه} \times 2) - (\text{تعداد حلقه} \times 2) - 2 + (\text{تعداد کربن} \times 2) &= \text{تعداد اتم هیدروژن} \\ (1) \times 2 + 1 - (2 \times 2) - (2 \times 2) - (2 \times 2) - 2 + (23 \times 2) &= 27 \end{aligned}$$

بنابراین فرمول مولکولی ترکیب ذکر به صورت $C_{23}H_{27}O_2N_2F$ است. در رابطه با این ماده، عبارت‌های (ج) و (د) درست هستند.

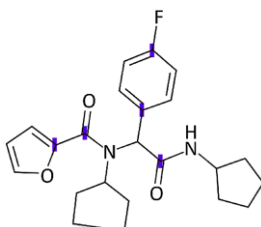
بررسی موارد:

«الف»: ۱ مول از این ترکیب، ۲۷ مول اتم هیدروژن معادل ۲۷ گرم هیدروژن و ۲ مول اتم نیتروژن معادل ۲۸ گرم نیتروژن دارد. همانطور که مشخص است، جرم اتم‌های نیتروژن و هیدروژن موجود در هر مول از این ماده، با هم برابر نیست.

«ب»: در ساختار این مولکول، تعداد ۷ پیوند دوگانه و ۳ حلقه کربنی حضور دارد. توجه داریم که در ساختار یکی از حلقه‌های آن اتم اکسیژن حضور داشته و حلقه کربنی به‌شمار نمی‌رود. البته در این ترکیب نیاز به شمارش تعداد حلقه‌های کربنی نیست؛ چراکه عدد ۷ نمی‌تواند ۲ برابر هیچ عدد صحیحی باشد!

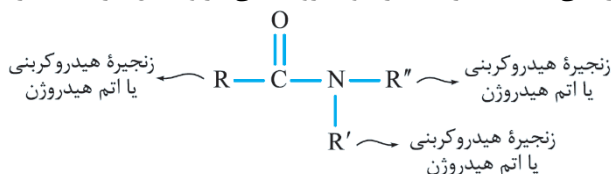
«ج»: اتم‌های کربنی که با اتم‌هایی به‌جز هیدروژن، ۴ پیوند اشتراکی برقرار کرده‌اند، نمی‌توانند پیوندی با اتم یا اتم‌های هیدروژن برقرار کنند.

اتم‌های کربنی با این ویژگی، در تصویر زیر مشخص شده‌اند:



طبق تصویر، ۵ اتم کربن از کربن‌های این ترکیب، با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی تشکیل نداده‌اند.

«د»: ترکیبات آمینی در واکنش با کربوکسیلیک اسیدها، نوعی آمید و آب تولید می‌کنند. این واکنش دوطرفه بوده و آمیدها می‌توانند در واکنش با آب، به اسید و آمین سازنده خود تبدیل شوند. این مولکول در حیطه کتاب درسی، در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی آمیدی و اتری است و می‌تواند در واکنش با آب، یک آمین و یک اسید تولید کند. در اینجا منظور از اسید، ترکیبی است که در ساختار خود گروه عاملی کربوکسیل دارد. ساختار کلی ترکیب‌های آمیدی به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز





۹۳- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) پنبه، الیافی طبیعی است که عناصر موجود در ساختار آن مشابه استون بوده و از آن برای تهیه پرده استفاده می‌شود.
- (۲) هر مولکول از ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، شامل ۵ اتم شده و این ماده، در محلول سرکه وجود دارد.
- (۳) نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در هر مولکول از استیرن، برابر با بنزن بوده و این ماده، ناقطبی به حساب می‌آید.
- (۴) در صنعت نساجی، الیاف طی فرایند ریسندگی به نخ تبدیل شده و پارچه خام نیز طی فرایند بافندگی، از نخ تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

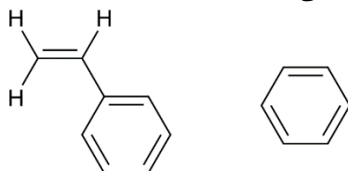
(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۳)

اولین عضو از خانواده کربوکسیلیک اسیدها، متانوئیک اسید یا فورمیک اسید با فرمول $HCOOH$ است. در هر مولکول از متانوئیک اسید، در مجموع ۵ اتم وجود دارد. متانوئیک اسید، به صورت طبیعی وجود داشته و بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن می‌شود و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. توجه داریم که از اتانوئیک اسید یا استیک اسید در تهیه سرکه استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ انسان در گذشته از مواد طبیعی مانند پشم گوسفند و شتر، پوست، چرم، پنبه و ... پوشاک خود را تأمین می‌کرد. با گذشت زمان و افزایش جمعیت روش‌های سنتی پاسخگوی نیازهای جامعه نبود. به همین دلیل صنعت نساجی به شکل امروزی پدیدار شد. موفقیت صنعت نساجی در گرو تأمین الیاف مورد نیاز بود. پنبه، از سلولز تشکیل شده و خود سلولز نیز از اتصال ذرات گلوکز با فرمول $C_6H_{12}O_6$ به یکدیگر تشکیل می‌شود. استون نیز کتون با فرمول C_3H_6O است. همانطور که می‌بینیم، نوع اتم‌های موجود در ساختار پنبه و استون یکسان است. از پنبه علاوه بر تولید پوشاک، در تهیه رویه مبلی، پرده، تور ماهیگیری، گاز استریل و ... استفاده می‌شود.

۳ در تصویر زیر ساختار دو مولکول بنزن و استیرن را مشاهده می‌کنید:



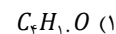
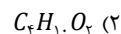
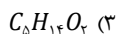
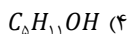
در هر دو مولکول، نسبت تعداد اتم‌های کربن به هیدروژن با ۱ است. بنزن و استیرن، جزو هیدروکربن‌ها دسته‌بندی می‌شوند و همانطور که می‌دانیم، همه هیدروکربن‌ها از جمله مولکول‌های ناقطبی هستند.

۴ در صنعت نساجی، الیاف طی فرایند ریسندگی به نخ تبدیل شده و نخ نیز طی فرایند بافندگی به پارچه خام تبدیل می‌شود. نمودار زیر مراحل تبدیل مواد به یکدیگر را در صنعت نساجی نمایش می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

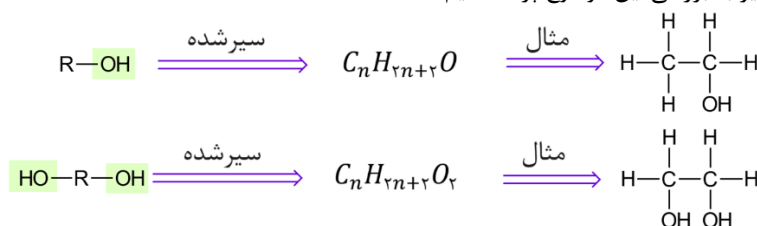
۹۴- کدام فرمول مولکولی زیر را نمی‌توان به الکل‌های سیر شده و فاقد حلقه نسبت داد؟



پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

الکل‌ها، دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار خود گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارند. این مواد می‌توانند یک‌عاملی یا دوعاملی باشند. اگر زنجیره هیدروکربنی (R)، در الکل‌ها سیر شده و فاقد حلقه باشد، فرمول مولکولی الکل‌های یک‌عاملی به صورت $C_nH_{2n+2}O$ بوده و فرمول مولکولی الکل‌های دوعاملی هم به صورت $C_nH_{2n+2}O_2$ است. در تصویر زیر به بررسی این موضوع پرداخته‌ایم:



همه فرمول‌های مولکولی داده شده به غیر از فرمول گزینه سوم، از دو فرمول شیمیایی کلی $C_nH_{2n+2}O$ و $C_nH_{2n+2}O_2$ پیروی می‌کنند.

گروه آموزشی ماز





۹۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف - آب، یک حلال قطبی است و پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند و شربت آلبیمو به شمار می‌رود.
 ب - نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در اوره، با نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در آن یکسان است.
 ج - مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و همانند ذرات وازلین، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند.
 د - معروف‌ترین صابون سنتی ایران به حالت جامد بوده و به‌خاطر افزودنی‌های مناسب، در شستن موی چرب کاربرد دارد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «د» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

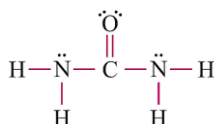
پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: آب قند و شربت آلبیمو، حاوی مولکول‌های بسیار قطبی گلوکز ($C_6H_{12}O_6$)، شکر ($C_{12}H_{22}O_{11}$) و سایر مواد قندی هستند که هریک حاوی چندین گروه عاملی هیدروکسیل است. گروه هیدروکسیل موجود در مولکول‌های سازنده این مواد، با ذرات آب پیوند هیدروژنی برقرار خواهد کرد؛ در نتیجه آب قند و شربت آلبیمو، همانند عسل به راحتی در آب حل می‌شوند.

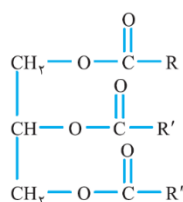
«ب»: در ساختار اوره با فرمول شیمیایی $CO(NH_2)_2$ ، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی و همچنین نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر برابر $\frac{4}{2}$ است. شکل زیر، ساختار اوره را نشان می‌دهد:



اوره از جمله مواد قطبی بوده و در آب حل می‌شود. جدول زیر، اطلاعات مربوط به چند ترکیب مختلف را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	نوع ساختار ماده	محلول در آب	محلول در هگزان
اتیلن گلیکول (ضدیخ)	CH_2OHCH_2OH	قطبی (دارای پیوند هیدروژنی)	✓	×
نمک خوراکی	$NaCl$	یونی	✓	×
بنزین	C_6H_6	ناقطبی	×	✓
اوره	$CO(NH_2)_2$	قطبی (دارای پیوند هیدروژنی)	✓	×
روغن زیتون	$C_{57}H_{114}O_2$	ناقطبی	×	✓
وازلین	$C_{25}H_{52}$	ناقطبی	×	✓

«ج»: مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و از دو بخش قطبی (گروه‌های عاملی استری) و ناقطبی (زنجیره‌های هیدروکربنی موجود در انتهای مولکول) تشکیل شده‌اند. ساختار روغن زیتون به‌صورت زیر است:



این در حالی است که وازلین نوعی هیدروکربن سیرشده از خانواده آلکان‌ها بوده و کل مولکول آن از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است. گریس نیز همانند وازلین، نوعی هیدروکربن از خانواده آلکان‌ها بوده و کل مولکول آن از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است.

«د»: صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند. این صابون حالت جامد داشته و از آنجا که فاقد افزودنی شیمیایی بوده و خاصیت بازی مناسبی دارد، از آن برای شست و شوی موهای چرب استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۶- پاک‌کننده‌ای با ساختار زیر را در نظر بگیرید:



مقدار ۵۸/۴ گرم از این ماده، شامل چند مول اتم اکسیژن در ساختار خود شده و برای تولید این مقدار پاک‌کننده، به چند میلی لیتر محلول سود با غلظت

۰/۲۵ مول بر لیتر نیاز است؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

۸۰۰ - ۰/۲ (۴)

۱۲۵۰ - ۰/۲ (۳)

۸۰۰ - ۰/۴ (۲)

۱۲۵۰ - ۰/۴ (۱)

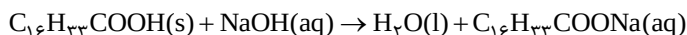




(آسان - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاک کننده های صابونی را از واکنش میان اسیدهای چرب، استرهای سنگین (چربی ها و روغن ها) و یا استرهای تک عاملی با محلول سدیم هیدروکسید (محلول سود) می توان به دست آورد. فرمول شیمیایی پاک کننده مورد نظر به صورت $C_{16}H_{33}COONa$ است. واکنش تولید این ماده با استفاده از اسیدهای چرب، به صورت زیر است:



بر این اساس، مقدار محلول سدیم هیدروکسید مصرف شده را محاسبه می کنیم.

$$?L = 58/4 \text{ g } C_{16}H_{33}COONa \times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa}{292 \text{ g } C_{16}H_{33}COONa} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{0.25 \text{ mol NaOH}} = 0.8 \text{ L}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۰/۸ لیتر محلول سود، معادل با ۸۰۰ میلی لیتر از این محلول مصرف شده است. در قدم بعد، مقدار مول اتم های اکسیژن موجود در این ترکیب یونی را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ mol O} = 58/4 \text{ g } C_{16}H_{33}COONa \times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa}{292 \text{ g } C_{16}H_{33}COONa} \times \frac{2 \text{ mol O}}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa} = 0.4 \text{ mol}$$

گروه آموزشی ماز

۹۷- مقدار ۱/۸ لیتر گاز گوگرد تری اکسید با چگالی $3/2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ را در یک لیتر آب حل کرده ایم. اگر نیمی از محلول حاصل در واکنش با ۰/۲۴ مول هیدروکسید فلز M به طور کامل خنثی شود، pH محلول اسیدی اولیه چقدر بوده و نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در نمک تولید شده کدام است؟

$$(S = 32 \text{ و } O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$2 - 1/8 \text{ (۴)}$$

$$0.66 - 1/8 \text{ (۳)}$$

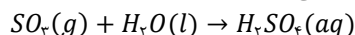
$$0.66 - 0.18 \text{ (۲)}$$

$$2 - 0.18 \text{ (۱)}$$

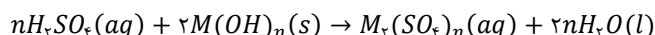
(سخت - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

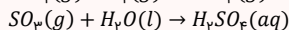
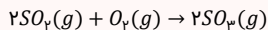
ابتدا معادله واکنش های انجام شده را نوشته و آن ها را موازنه می کنیم. گاز گوگرد تری اکسید بر اساس معادله زیر با آب واکنش می دهد:



سولفوریک اسید نیز بر اساس معادله زیر خنثی خواهد شد:



گوگرد تری اکسید، یک اکسید نافلزی با خاصیت اسیدی است. این اکسید از واکنش گوگرد دی اکسید (گازی که جزء آلاینده های هوا به شمار می رود) با اکسیژن تولید شده و در ایجاد باران اسیدی نقش دارد. واکنش های انجام شده به صورت زیر هستند:



در مرحله بعدی غلظت سولفوریک اسید اولیه را به دست می آوریم تا به کمک آن pH محلول را حساب کنیم:

$$? \text{ mol } H_2SO_4 = 1/8 \text{ L } SO_2 \times \frac{3/2 \text{ g } SO_2}{1 \text{ L } SO_2} \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{80 \text{ g } SO_2} \times \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ mol } SO_2} = 0.072 \text{ mol}$$

در نتیجه غلظت اولیه H_2SO_4 برابر خواهد بود با:

$$[H_2SO_4] = \frac{0.072 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.072 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = M \times \alpha \times n = 0.072 \times 1 \times 2 = 0.144 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log(12^2 \times 10^{-3}) = 3 - 2\log(12) = 3 - 2\log(2 \times 3) = 3 - 2\left[\log 2 + \log 3\right] =$$

$$3 - 2[0.6 + 0.5] = 0.8$$

در کل محلول اسیدی، ۰/۰۷۲ مول اسید وجود داشته است، پس در نیمی از این محلول ۰/۰۳۶ مول اسید وجود دارد. بر این اساس، تعداد مول هیدروکسید فلز را با استفاده از استوکیومتری واکنش دوم به دست می آوریم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } M(OH)_n = 0.036 \text{ mol } H_2SO_4 \times \frac{2 \text{ mol } M(OH)_n}{n \text{ mol } H_2SO_4} = 0.072 \text{ mol } M(OH)_n$$

طبق صورت سوال

$$\Rightarrow n = \frac{0.036 \times 2}{0.072} = 3 \rightarrow M_2(SO_4)_3 \text{ : فرمول نمک حاصل}$$

بنابراین نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در نمک حاصل از این واکنش برابر با ۰/۶۶ = $\frac{2}{3}$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۸- رسانایی الکتریکی محلول یک مولار کدام ماده زیر در شرایط یکسان، بیشتر است؟

(۴) هیدرویدیک اسید

(۳) پتاسیم برمید

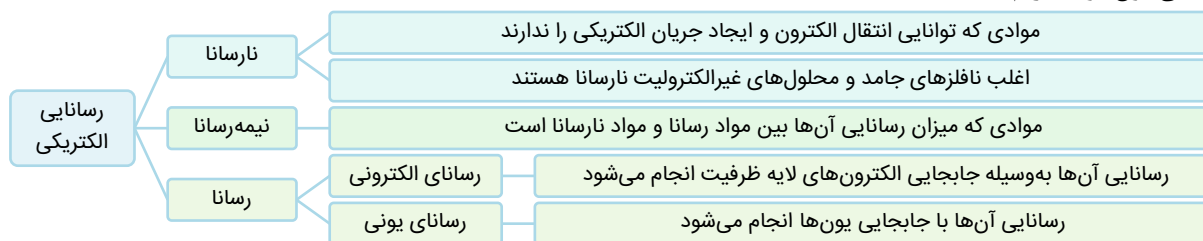
(۲) باریم کلرید

(۱) هیدروسیانیک اسید





در رابطه با رسانایی انواع مواد، داریم:



در محلولها، رسانایی الکتریکی تابعی از مجموع غلظت یونهای موجود در محلول است. هیدروسیانیک اسید، یک اسید بسیار ضعیف بوده و در محلول آن، مقدار بسیار کمی یون وجود داشته و رسانایی آن بسیار ناچیز است. در فرمول شیمیایی باریم کلرید ($BaCl_2$)، مجموعاً ۳ یون وجود دارد، پس مجموع غلظت مولی یونها در محلول یک مولار این ماده، برابر با ۳ مول بر لیتر می شود. در فرمول شیمیایی پتاسیم برمید (KBr)، مجموعاً ۲ یون وجود دارد، پس مجموع غلظت مولی یونها در محلول یک مولار این ماده، برابر با ۲ مول بر لیتر می شود. هیدرویدیک اسید نیز یک اسید قوی بوده و بر اثر یونش هر مول از آن، ۲ مول یون در محلول ایجاد می شود، پس می توان گفت مجموع غلظت مولی یونها در محلول یک مولار این ماده، برابر با ۲ مول بر لیتر می شود. با توجه به توضیحات داده شده، مجموع غلظت مولی یونها در محلول باریم کلرید بیشتر از سایر محلولها بوده و این محلول رسانایی بالاتری دارد.

گروه آموزشی ماز

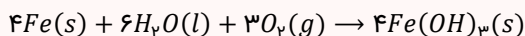
۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد خوردگی آهن در هوای مرطوب درست است؟

- الف - در این فرایند، آب نقش الکترولیت و واکنش دهنده اکسنده را ایفا می کند.
 ب - مجموع ضریب گونه ها در معادله موازنه شده نیم واکنش کاهش آن، برابر ۱۱ است.
 ج - نیم واکنش کاهش در این واکنش، مشابه نیم واکنش کاتدی در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن است.
 د - این فرایند، برخلاف خوردگی فلز آهن با اکسیژن در محیط های اسیدی، فقط با تولید زنگ آهن همراه است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

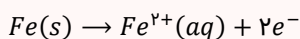


عبارتهایی (ب) و (د) درست هستند.

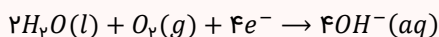
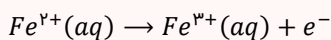
فلز آهن با گاز اکسیژن و آب واکنش داده و خورده می شود. معادله کلی این واکنش به صورت زیر است:



نیم واکنش اکسایش مرحله اول در این فرایند به صورت زیر است:



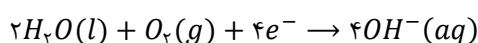
این نیم واکنش در سطح فلز و زیر قطره آب (آند) رخ می دهد و با انتقال الکترون آن توسط خود فلز به محل انجام نیم واکنش کاهش، نیم واکنش زیر در اطراف قطره و روی فلز (کاتد) رخ می دهد:

در این شرایط یون آهن (II) به سمت کاتد حرکت کرده و با توجه به غلظت بالای اکسیژن، در همان محل مطابق نیم واکنش زیر مجدداً اکسایش می یابد:نیم واکنش بالا در سطح فلز انجام نشده و الکترون تولید شده در آن به صورت مستقیم در نیم واکنش کاهش مصرف می شود. در نهایت یون هیدروکسید و یون آهن (III) با یکدیگر رسوب $Fe(OH)_3$ را تشکیل خواهند داد. در این واکنش آهن کاهنده و اکسیژن اکسنده است. نقش آب در این واکنش علاوه بر واکنش دهنده، رسانای یونی یا همان الکترولیت است. وجود هم زمان آب (رطوبت) و گاز اکسیژن، برای انجام این واکنش الزامی است.

بررسی موارد:

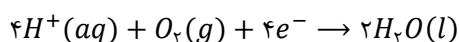
«الف»: در این فرایند، آب به عنوان الکترولیت عمل کرده و به انتقال کاتیون های آهن به سمت محل کاتد و تولید رسوب کمک می کند. همچنین این ماده در نیم واکنش کاهش شرکت می کند و یکی از واکنش دهنده های این فرایند است؛ اما چون هیچ یک از اتم های موجود در آب تغییر عدد اکسایش نداشته اند، این ماده نه اکسنده و نه کاهنده است.

«ب»: نیم واکنش کاهش این فرایند شیمیایی به صورت زیر است:



مجموع ضریب گونه ها در این معادله برابر ۱۱ است.

«ج»: در سلول سوختی هیدروژن نیم واکنش کاهش به صورت زیر انجام می شود:



معادله این نیم واکنش، مشابه نیم واکنش کاهش در فرایند خوردگی آهن در محیط خنثی نیست.





«د»: در فرایند خوردگی آهن با اکسیژن در محیط اسیدی، نیم‌واکنش کاهش به صورت بالا بوده و یون OH^- تولید نمی‌شود که با یون آهن تولیدشده در نیم‌واکنش اکسایش، رسوب کند. پس در این حالت زنگ آهن تولید نشده و به جای آن محلولی از یون آهن و آنیون اسید ایجاد می‌شود. برای مثال، اگر در قطره آب هیدروکلریک اسید حل شده باشد، در نهایت مقداری $FeCl_3$ تولید خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- در سلولی گالوانی روی-مس، در ابتدا جرم تیغه‌های دو فلز برابر بوده و نصف فلز تولیدشده در کاتد این سلول، بر روی خود تیغه رسوب می‌کند. اگر اختلاف جرم دو تیغه پس از مدتی به $67/9$ گرم برسد، در این مدت به تقریب چند الکترون از طریق مدار خارجی بین دو الکترود منتقل شده است؟

($Cu = 64, Zn = 65 : g \cdot mol^{-1}$)

(۴) $8/4 \times 10^{23}$

(۳) $4/2 \times 10^{23}$

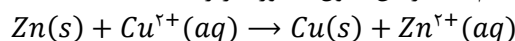
(۲) $2/2 \times 10^{24}$

(۱) $1/1 \times 10^{24}$

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پتانسیل کاهش استاندارد فلز مس مثبت بوده و از پتانسیل کاهش استاندارد فلز روی که منفی است، بیشتر می‌باشد. پس در سلول گالوانی روی-مس، روی اکسایش یافته و یون مس کاهش می‌یابد. پس معادله واکنش انجام شده در این سلول به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای مصرف یک مول روی (معادل 65 گرم فلز روی)، یک مول مس (معادل 64 گرم فلز مس) تولید می‌شود. پس در سلول گالوانی روی-مس، به ازای کاهش 65 گرم از جرم تیغه آندی، مقدار 32 گرم به جرم تیغه کاتدی (نصف مس تولیدشده) اضافه می‌شود. بنابراین با مصرف یک مول روی در این واکنش اختلاف جرم تیغه‌ها 97 گرم افزایش می‌یابد. حال مقدار فلز روی مصرف شده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol Zn} = 67/9 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{97 \text{ g}} = 0/7 \text{ mol}$$

همچنین در این واکنش به ازای مصرف یک مول روی، دو مول الکترون میان گونه اکسند (یون مس II) و گونه کاهنده (فلز روی) مبادله می‌شود. بر این اساس، تعداد الکترون مبادله شده را به دست می‌آوریم:

$$? e^- = 0/7 \text{ mol Zn} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} \approx 8/4 \times 10^{23}$$

پس در این فرایند به تقریب $8/4 \times 10^{23}$ الکترون درون سیم بین دو الکترود منتقل شده است.

گروه آموزشی ماز

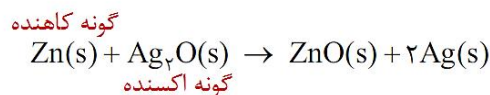
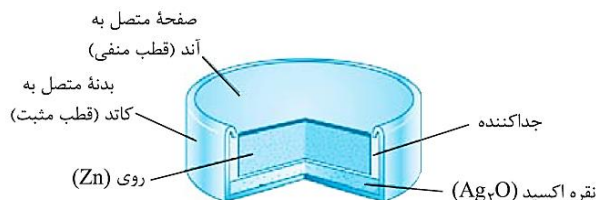
۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) دسته‌ای از باتری‌های لیتیومی را می‌توان بارها شارژ کرد.
- (۲) فلز لیتیم، همانند فلز تیتانیوم، در حجم مشخص جرم کمی دارد.
- (۳) در قطب مثبت باتری‌های روی-نقره، اکسید یک فلز واسطه تولید می‌شود.
- (۴) نیم‌سلول لیتیم در تمام سلول‌های گالوانی ساخته شده از دو فلز، در نقش قطب منفی خواهد بود.

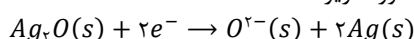
(آسان - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار باتری روی-نقره و واکنش انجام شده در آن، به صورت زیر است:



در این واکنش، روی اکسایش یافته و یون نقره کاهش می‌یابد. باتری‌ها نوعی سلول گالوانی هستند و قطب مثبت آن‌ها کاتد است و در آن نیم‌واکنش کاهش رخ می‌دهد. پس در این قطب، یون نقره موجود در اکسید آن کاهش یافته و به فلز نقره تبدیل می‌شود. نیم‌واکنش آن به صورت زیر است:



پس در این قطب اکسید نقره مصرف می‌شود. توجه داریم که در آند این باتری، اکسید روی تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱- دسته‌ای از باتری‌های لیتیومی که در تلفن همراه و رایانه‌ها به کار می‌روند، قابلیت شارژ شدن دارند. در حالت شارژ شدن، باتری به یک سلول الکترولیتی تبدیل شده و قرینه واکنشی که در حالت تولید انرژی الکتریکی در باتری انجام می‌شود، در آن رخ می‌دهد.



با افزایش تقاضا برای باتری‌های لیتیومی، این فلز جایگاه ممتازی را در تأمین انرژی جهان پیدا کرده است، به طوری که سالانه از میلیاردها باتری لیتیومی برای ساختن دستگاه‌های الکترونیکی استفاده می‌شود. این دستگاه‌ها سرانجام به همراه باتری‌های به‌کاررفته در ساختار آن‌ها دور ریخته می‌شوند و به این ترتیب، حجم بزرگی از پسماندهای الکترونیکی تولید می‌شود. این پسماندها به دلیل داشتن مواد شیمیایی گوناگون، سمی بوده و رها کردن آن‌ها در طبیعت موجب آلودگی محیط زیست می‌شود. از طرف دیگر، در برخی از این پسماندها مقدار قابل توجهی از مواد و فلزهای ارزشمند و گران‌قیمت وجود دارد که آن‌ها را به منبع مناسبی برای بازیافت تبدیل می‌کند.

۲ فلز لیتیم همانند فلز تیتانیوم چگالی کمی دارد. پس در حجم مشخص، این فلزها جرم اندکی دارند. از تیتانیوم به علت سبکی در ساخت بدنه دوچرخه، قطعات موتور جت و ... استفاده شده و از لیتیم به علت سبکی برای تولید باتری‌های کوچک و سبک استفاده می‌شود.

۴ در فناوری ساخت باتری، یکی از مهم‌ترین فلزها، لیتیم است. اولین فلز قلیایی، کمترین چگالی و پتانسیل کاهش استاندارد را میان فلزها به خود اختصاص می‌دهد. بر اساس همین ویژگی، باتری‌های سبک‌تر و با توانایی تولید انرژی الکتریکی بیشتر ساخته شد. لیتیم کمترین پتانسیل استاندارد کاهش را دارد. در سلول‌های گالوانی نیم‌سلولی با E° کمتر، آند بوده و قطب منفی خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- یک نمونه از فلز نیکل را در نظر بگیرید. در هر اتم از این عنصر، چند الکترون ظرفیتی وجود داشته و کدام ویژگی زیر از این عنصر فلزی را نمی‌توان با مفهوم مدل دریای الکترونی توجیه کرد؟

(۴) ۱۰ - تنوع عدد اکسایش

(۳) ۱۰ - چکش‌خواری

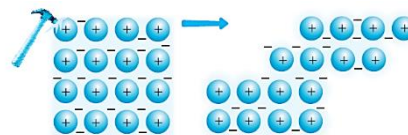
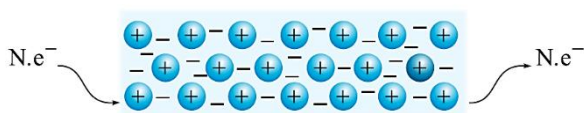
(۲) ۸ - رسانایی گرمایی

(۱) ۸ - رسانایی الکتریکی

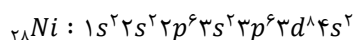
(آسان - حفظی و مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند. بر اساس مدل دریای الکترونی، رفتارهای شیمیایی فلز توجیه نمی‌شود. داشتن جلا، رسانایی الکتریکی و گرمایی، شکل‌پذیری و ... از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها بوده درحالی‌که واکنش‌پذیری (خصلت فلزی)، تنوع اعداد اکسایش و ... جزو رفتارهای شیمیایی فلزها است. تصویر زیر، نمایی از توجیه دو ویژگی چکش‌خواری و رسانایی بر اساس مدل دریای الکترونی را نشان می‌دهد:



آرایش الکترونی فلز نیکل به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در هر اتم از این عنصر فلزی ۱۰ الکترون ظرفیتی وجود دارد.

بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم (الکترون‌های ظرفیتی)، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند. بر اساس مدل دریای الکترونی، برخی از رفتارهای فیزیکی فلز (مثل چکش‌خواری، رسانایی الکتریکی و ...) توجیه می‌شود. دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند. شمار الکترون‌های موجود در دریای الکترونی، بیانگر الکترون‌های ظرفیت فلز است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف - عدد اکسایش اتم مرکزی در یون سیلیکات، برابر با عدد اکسایش اتم مرکزی در ذرات سازنده یخ خشک است.

ب - برای تولید برق از پرتوهای خورشیدی، آینه‌ها نور را روی برجی متمرکز می‌کنند که ذرات H_2O در آن جریان دارند.

ج - کلروفرم، یک مولکول قطبی بوده و نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در آن، برابر با ۲/۵ است.

د - چگالی تیتانیوم، کمتر از فولاد زنگ‌نزن بوده و آلیاژ این فلز با نیکل، ماده اولیه برای ساخت قاب عینک را فراهم می‌کند.

(۴) «ب» و «ج»

(۳) «الف» و «ج»

(۲) «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

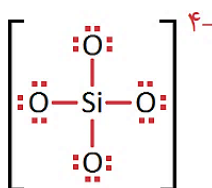
(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: فرمول شیمیایی یون سیلیکات به صورت SiO_4^{4-} بوده و عدد اکسایش اتم مرکزی در آن یعنی اتم سیلیسیم برابر با +۴ است. ساختار یون سیلیکات به صورت زیر است:



یخ خشک نیز همان $\text{CO}_2(s)$ بوده و عدد اکسایش اتم مرکزی در آن یعنی اتم کربن برابر با +۴ است.

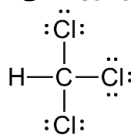




«ب»: در فرآیند تولید برق از نور خورشید، آئینه‌ها نور را بر روی برجی متمرکز می‌کنند که در آن شاره یونی مانند $NaCl$ مذاب وجود دارد. شاره یونی، نقطه ذوب بالایی دارد و می‌تواند در گستره دمایی بزرگی به حالت مذاب باقی بماند. توجه داریم که آب، شاره‌ای مولکولی بوده و نقطه ذوب و جوش آن در مقایسه با سدیم کلرید بسیار کمتر است.

تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی، نیازمند تجهیزات و فناوری پیشرفته بوده و فقط در برخی کشورها انجام‌پذیر است. برای این کار نیاز به دو شاره (سیال) یونی و مولکولی است. شاره (سیال)، ماده‌ای است که مقاومت چندانی در برابر جاری شدن نداشته باشد؛ در نتیجه مواد گازی یا مایع می‌توانند به‌عنوان شاره استفاده شوند. در فرایند تولید انرژی الکتریکی از نور خورشید، باید از شاره‌هایی استفاده کنیم که بتوانند انرژی زیادی را جذب کرده و در خود نگه دارند. هرچه اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ماده‌ای بیشتر باشد، آن ماده در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع خواهد بود. اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ترکیب‌های یونی، بیشتر از ترکیب‌های مولکولی است؛ در نتیجه ترکیب‌های یونی، ظرفیت بیشتری برای جذب گرما داشته و در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع هستند، از این رو از شاره‌های یونی (مثل $NaCl$ مذاب و ...)، به‌عنوان ماده‌ای برای ذخیره انرژی گرمایی در این فناوری استفاده می‌شود. در این فناوری، ابتدا نور خورشید توسط آئینه‌ها بر روی برج گیرنده (برجی که دارای شاره یونی است) متمرکز شده و باعث گرم شدن شاره یونی می‌شود. سپس شاره یونی داغ، وارد منبع ذخیره انرژی گرمایی شده و پس از آن، با ورود به مخزن مبادله گرما، دمای شاره مولکولی را افزایش می‌دهد. شاره مولکولی (مثل بخار آب داغ) باعث به حرکت درآوردن توربین می‌شود. در این فناوری، هدر رفتن شاره‌های یونی و مولکولی را مشاهده نخواهیم کرد، چون هر دو شاره پس از سرد شدن دوباره وارد فرایند خواهند شد.

«ج»: فرمول مولکولی کلروفرم به‌صورت $CHCl_3$ بوده و ساختار لوویس این مولکول قطبی به‌صورت زیر است:



در هر مولکول از کلروفرم، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد؛ در نتیجه مقدار نسبت خواسته شده برابر با $2/25$ است.

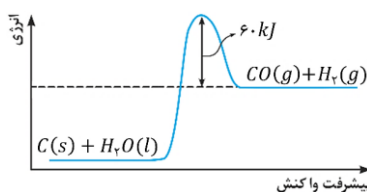
«د»: چگالی تیتانیوم، کمتر از فولاد است ولی نقطه ذوب تیتانیوم بیشتر از فولاد است. از مخلوط دو فلز تیتانیوم و نیکل، آلیاژی هوشمند به نام نیتینول تولید می‌شود که در ساخت قاب عینک، استنت و سازه فلزی در ارتودنسی کاربرد دارد. در جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیوم و فولاد زنگ‌نزن مقایسه شده است:

ویژگی	ماده	تیتانیوم	مقایسه	فولاد
نقطه ذوب (°C)	۱۶۶۷	<	۱۵۳۵	
چگالی (g.mL ^{-۱})	۴/۵۱	>	۷/۹۰	
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	>	متوسط	
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	<	ضعیف	
مقاومت در برابر سایش	عالی	≈	عالی	

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- با توجه به نمودار مقابل، در واکنش تعادلی رخ داده

$$(C = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

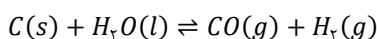


- اگر به جای آب از بخار آب استفاده شود، آنتالپی افزایش می‌یابد.
- حاصل ضرب غلظت فراورده‌ها در دمای مشخص، مقداری ثابت است.
- آب اکسندگی بوده و افزودن آن به سامانه، سرعت واکنش را تغییر می‌دهد.
- اگر گرمای مبادله‌شده طی مصرف ۶ گرم کربن برابر ۸۰ کیلوژول باشد، انرژی فعال‌سازی واکنش برابر ۱۰۰ کیلوژول است.

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



ثابت تعادل این واکنش از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$K = [CO] \times [H_2]$$

پس حاصل ضرب غلظت دو فراورده برای ثابت تعادل بوده و مقدار آن در دمای مشخص، ثابت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- با توجه به سطح انرژی بیشتر فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها، واکنش مورد نظر گرماگیر است. در واکنش‌های گرماگیر با افزایش سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها کمتر شده و تغییر آنتالپی واکنش کوچک‌تر می‌شود. آنتالپی بخار آب از آب بیشتر بوده و اگر به جای آب در این واکنش از بخار آب استفاده شود، تغییر آنتالپی واکنش کاهش می‌یابد.



۳

در این واکنش کربن اکسایش یافته و آب کاهش یافته است. پس کربن کاهنده و آب اکسنده می‌باشد. اضافه کردن یک ماده خالص به صورت مایع یا جامد به ظرف واکنش، سرعت واکنش را تغییر نمی‌دهد؛ چون در این حالت غلظت آن ماده تغییر نمی‌کند. همچنین این اتفاق در سامانه تعادلی موجب به هم زدن تعادل نخواهد شد. البته این نکته را در نظر داشته باشید که اگر آب را به واکنشی با جزء محلول اضافه کنیم، غلظت ماده محلول کم شده و سرعت انجام واکنش کاهش می‌یابد و همچنین تعادل به سمت تولید آن ماده محلول جابه‌جا می‌شود.

۴

گرمای مبادله‌شده از مصرف ۶ گرم کربن (معادل با نیم‌مول کربن) برابر ۸۰ کیلوژول است. پس مقدار تغییر آنتالپی این واکنش برابر ۱۶۰ کیلوژول بوده و با توجه به گرماگیر بودن واکنش، علامت تغییر آنتالپی آن مثبت است. همچنین بر اساس نمودار، تفاوت سطح انرژی فراورده و بیشترین سطح انرژی مواد (انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت) برابر ۶۰ کیلوژول می‌باشد. پس انرژی فعال‌سازی واکنش را به کمک فرمول حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = E_a - E_a = 220 \text{ kJ} \Rightarrow E_a = 60 \Rightarrow E_a = 160 \Rightarrow \text{تفاوت سطح انرژی فراورده‌ها و بیشترین سطح انرژی مواد}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- تعادل $2A(s) + B(g) \rightleftharpoons C(l) + D(g)$ ، در یک ظرف برقرار است. کدام موارد از مطالب زیر در مورد آن نادرست هستند؟

الف - با پودر کردن ماده A ، تعادل به سمت رفت پیش می‌رود.

ب - با کاهش حجم ظرف، سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد.

ج - پس از اضافه کردن ماده D به ظرف، سرعت واکنش رفت به تدریج کم می‌شود.

د - با خارج کردن ماده B از ظرف، سرعت واکنش رفت ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) «ج» و «د»

(۳) «ب» و «د»

(۲) «الف» و «ج»

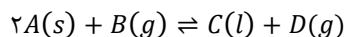
(۱) «الف» و «ب»

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



معادله تعادل مورد نظر به صورت زیر است:



در رابطه با این واکنش تعادلی، عبارت‌های (الف) و (ج) نادرست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: با تغییر در مواد خالص جامد و مایع در تعادل، غلظت آن مواد تغییری نمی‌کند و به همین علت تعادل به سمتی جابه‌جا نخواهد شد. پودر کردن ماده جامد A ، سطح تماس این ماده را با سایر مواد افزایش می‌دهد. با افزایش سطح تماس این ماده با سایر مواد، تعادل سریع‌تر برقرار می‌شود اما این فرایند تأثیری بر مقدار ثابت تعادل، جابه‌جایی تعادل، مقدار تغییر آنتالپی واکنش و ... ندارد.

«ب»: با کاهش حجم ظرف واکنش، غلظت گازها افزایش می‌یابد و هم سرعت واکنش رفت و هم سرعت واکنش برگشت با توجه به حضور مواد گازی در دو سمت معادله افزایش خواهد یافت. با توجه به برابر بودن ضریب گازها در دو سمت معادله، کاهش حجم تأثیری بر تعادل نداشته و تنها سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت را به مقدار برابر افزایش می‌دهد.

«ج»: با اضافه کردن ماده D به ظرف، ابتدا سرعت واکنش برگشت با توجه افزایش غلظت این گاز افزایش می‌یابد و سپس با مصرف و کاهش غلظت آن، سرعت کم می‌شود. البته چون تعادل به طور کامل نمی‌تواند اثر اضافه شدن ماده را برطرف کند و غلظت ماده D همچنان در تعادل جدید بیشتر از تعادل قدیمی است، سرعت واکنش برگشت در تعادل جدید بیشتر از سرعت این واکنش در تعادل قبلی است. همچنین در این حالت چون تعادل به سمت تولید واکنش‌دهنده‌ها و افزایش غلظت گاز B می‌رود، تا رسیدن به تعادل جدید سرعت واکنش رفت افزایش می‌یابد.

«د»: با خارج کردن B از ظرف واکنش، تعادل به سمت تولید آن جابه‌جا می‌شود. پس در ابتدا سرعت واکنش رفت به علت کاهش غلظت B کاهش و سپس با رفتن تعادل به سمت تولید این ماده و افزایش مجدد غلظت B ، سرعت واکنش رفت افزایش می‌یابد؛ اما به سرعت واکنش به پیش از زمان خروج آن نمی‌رسد و از آن کمتر است. همچنین سرعت واکنش برگشت نیز به تدریج با انجام گرفتن آن و کاهش غلظت گاز D ، کم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

