

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۱۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۷

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	مطابق با کنکور سراسری		
هندسه	مطابق با کنکور سراسری		
گسسته	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

ریاضیات

۱- اگر a_n جمله عمومی یک الگوی خطی و رابطه $a_n = (1 + a_1)n - a_1$ برای هر عدد طبیعی n برقرار باشد، واسطه حسابی جملات هفتم و یازدهم الگو کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) $12/5$ (۳) ۱۲ (۴) $10/5$

۲- اگر a یک ریشه معادله $x^2 - \frac{1}{x^2} = 1$ باشد، حاصل $\frac{1}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{a^2 - a + 1}$ کدام است؟

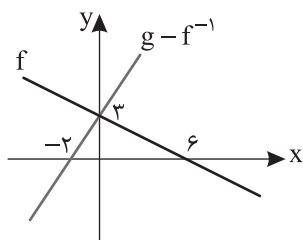
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

۳- اگر a و $b+1$ ریشه‌های حقیقی و متمایز معادله $bx^2 + 4x + 2a = 0$ باشند، حاصل ab کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) -۸ (۴) -۶

۴- مجموعه جواب نامعادله $|2x - 4| \leq x^2 - 4x + m$ بازه $[\alpha, \beta]$ است. اگر بیشترین مقدار ممکن باشد حاصل $\frac{\alpha + \beta}{m}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$



۵- نمودار توابع خطی f و $g - f^{-1}$ به صورت زیر است. مقدار $\log^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۶- توابع $f(x) = \frac{mx+6}{\sqrt{n+x^2}}$ و وارون آن در نقطه $A(2, 0)$ متقاطع‌اند. مقدار $f^{-1}(-1/2)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۴

۷- اگر $\log_7 4 = \frac{5}{y}$ و $\log_7 25 = \frac{23}{5}$ باشد، حاصل $\log 14$ کدام است؟

- (۱) $\frac{46}{33}$ (۲) $\frac{38}{33}$ (۳) $\frac{46}{31}$ (۴) $\frac{38}{31}$

۸- اگر رأس D در ناحیه اول باشد، حاصل ضرب مختصات D کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

۹- تابع خطی و اکیداً صعودی f با دامنه $[-1, 1]$ مفروض است. اگر دامنه تابع $y = f(2x - 1)$ و برد تابع $y = 2f(x) - 1$ برابر باشند، مقدار $f(\frac{1}{2})$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۰- اگر $\alpha = \frac{\pi}{8}$ باشد، حاصل $A = \tan 5\alpha - \tan \alpha$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (۳) $-\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

۱۱- نمودار تابع $f(x) = a + b \cos(\frac{a\pi}{b}x)$ بر محور x ها و خط $y = 6$ مماس است. دوره تناوب تابع $y = f(ax)$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۲- مجموع جواب‌های معادله $\cos 2x - \sin(x + \frac{\pi}{6}) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{3}\pi$ (۲) $\frac{13\pi}{3}$ (۳) 2π (۴) 4π

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+a}}{x^2 - 2x} = \frac{3}{b}$ باشد، مقدار ab کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۴

۱۴- تابع $f(x) = 2x + a$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{2x - x^2}{f(x)} + f^{-1}(x)) = f(1)$ باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

(۱) $0/2$ (۲) $-0/4$ (۳) $0/6$ (۴) $-0/8$

۱۵- تابع $f(x) = \frac{bx+a}{x^2+ax-a-1}$ در ریشه‌های معادله $2x^2 + bx - 2b - 8 = 0$ ناپیوسته است. نمودار تابع f در مجاورت $x = 1$ چگونه است؟



۱۶- اگر $f(x) = \frac{3x[-x]}{x^2-1}$ و $g(x) = \frac{18}{\sqrt[3]{4-x}}$ باشد، مقدار مشتق چپ تابع $y = g \circ f(x)$ در نقطه $x = 2$ چقدر است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۷- کمترین مقدار تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x-2} + k$ برابر ۲- است. مقدار k کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) -۳

محل انجام محاسبات

۱۸- نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 3mx^2 + x - 16$ روی نیمساز ناحیه سوم قرار دارد. مجموع طول نقاط اکسترمم نسبی f کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۶ (۴) -۴

۱۹- در مثلث $\triangle ABC$ ($AB = AC = 6$)، عمود منصف ضلع AB ضلع BC را در نقطه D قطع کرده است. اگر $DC = 5$ بوده و D بین B و C واقع باشد، آنگاه فاصله رأس A تا نقطه D برابر کدام است؟

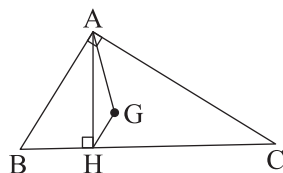
- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) $6\sqrt{2}$

۲۰- در مستطیلی با طول اضلاع $\sqrt{3}$ و $\sqrt{6}$ ، فاصله نقطه وسط ضلع بزرگ تر از قطر مستطیل کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۲۱- در شکل زیر نقطه H پای ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ و نقطه G نقطه هم‌رسی میانه‌ها در این مثلث است. اگر

$GH \parallel AB$ و $AG = 4$ باشد، مساحت مثلث $\triangle AGH$ کدام است؟



(۱) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

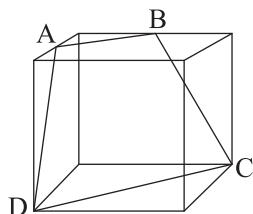
(۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(۳) $3\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۲۲- صفحه‌ای مطابق شکل از وسط‌های دو بال و قطر وجه جانبی مکعب گذشته است. در مورد چهارضلعی $ABCD$ و نسبت اندازه AB به

اندازه CD کدام درست است؟



(۱) چهارضلعی محیطی، $\frac{1}{4}$

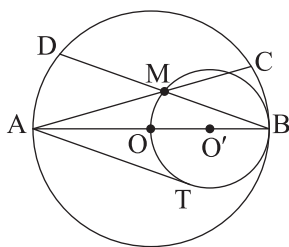
(۲) دوزنقه، $\frac{1}{3}$

(۳) دوزنقه متساوی الساقین، $\frac{1}{4}$

(۴) دوزنقه متساوی الساقین، $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

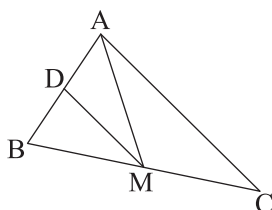
$\frac{MA \times MC}{AT}$ برابر کدام است؟



- $$\begin{array}{l} 1 \quad (1) \\ 3\sqrt{2} \quad (2) \\ 2 \quad (3) \\ 2\sqrt{3} \quad (4) \end{array}$$

15 (f) 25 (3) 20 (2) 18 (1)

مثلث Δ AMD کدام است؟



- 16 (1)
17 (2)
18 (3)
19 (4)

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های وارون ماتریس $A - I$ چقدر است؟

- (١) -١ (٢) -٢ (٣) ٢ (٤) صفر

۲۷- در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{3}{8}$ و طول قطر کوچک ۱۲، نقطه M روی بیضی چنان قرار دارد که فاصله آن از کانون F' ، دو برابر فاصله

آن از قانون F است. شعاع دایره محاطی داخلی مثلث MFF' کدام است؟

- $$2\sqrt{Y} \text{ (f)} \qquad \sqrt{Y} \text{ (r)} \qquad \sqrt{14} \text{ (t)} \qquad \frac{\sqrt{14}}{2} \text{ (l)}$$

۲۸- در یک سهمی قائم، مختصات نقطه برخورد محور تقارن سهمی و خط هادی $A(2, -2)$ است. اگر نقطه $M(4, 0)$ روی سهمی باشد، فاصله کانون سهمی تا محور Ox کدام است؟

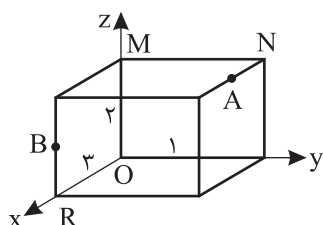
- $\frac{3}{2}$ (٤) $\frac{1}{2}$ (٣) ٢) صفر ١ (١)

محل انجام محاسبات

۲۹- اگر $|\vec{b}| = 3$ ، $|\vec{a}| = 3$ ، $\vec{b} \cdot \vec{c} = 3$ و $2\vec{a} \times \vec{c} = 3\vec{b} - \vec{a}$ باشد، آنگاه حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) ۱۰ (۳) $\frac{28}{3}$ (۴) ۹

۳۰- در مکعب مستطیل شکل زیر، نقاط A و B مطابق شکل روی دو یال مکعب مستطیل قرار دارند. اگر $|\vec{OA}| = 3$ و $|\vec{OB}| = \sqrt{10}$ ، مساحت



مثلث OAB کدام است؟ ($MN = 1$, $OM = 2$, $OR = 3$)

(۱) $\sqrt{26}$

(۲) $\frac{\sqrt{26}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{26}}{4}$

(۴) $\sqrt{13}$

۳۱- با ارقام ۰، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۹ چند عدد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت که از عدد ۷۳۰ کوچک تر باشد؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۶

۳۲- گزاره منطقی $p \Leftrightarrow q$ با کدام یک از گزاره های مرکب زیر هم ارز منطقی است؟

(۱) $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow p] \Rightarrow [q \Rightarrow (p \Rightarrow q)]$ (۲) $[(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)] \Rightarrow (p \wedge q)$

(۳) $[(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \Rightarrow (p \vee q)$ (۴) $[(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)] \wedge \sim (p \vee q)$

۳۳- مجموعه های A، B و C را در نظر بگیرید. اگر تعداد زیرمجموعه های A، ۶۴ برابر تعداد زیرمجموعه های C باشد و بدانیم

$n(A \times B) - n(A \times C) = 15$ و $B \cap C$ دارای ۱۶ زیرمجموعه باشد، مقدار $n(A \times (B \cup C))$ کدام است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۱۵ (۳) ۲۲۵ (۴) ۲۴۰

۳۴- در ظرف A تعدادی مهره سفید و ۶ مهره سیاه و در ظرف B، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد. تاسی را پرتاب می کنیم. اگر

عدد ظاهر شده مضرب ۳ باشد، به تصادف یک مهره از ظرف A و در غیر این صورت یک مهره از ظرف B خارج می کنیم. اگر احتمال

سفیدبودن مهره خارج شده برابر $\frac{13}{3}$ باشد، در ظرف A چند مهره وجود دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۵

۳۵- انحراف معیار سه عدد مثبت x، $2x$ و $x+3$ برابر $\sqrt{2}$ است. داده چهارم y را به داده های قبل اضافه می کنیم. میانگین داده ها تغییری

نمی کند. ضریب تغییرات داده های جدید کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{10}$

محل انجام محاسبات

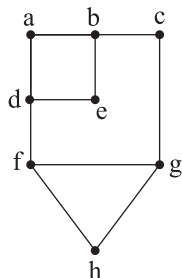
۳۶- اگر n عددی صحیح، m مقسوم‌علیه عدد $n^2 + n + 1$ و k مقسوم‌علیه عدد $m^4 + m^2 + 1$ باشد، باقیمانده تقسیم عبارت $m^2 - k^2 + 5$ بر ۸ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۳۷- به‌ازای چند عدد طبیعی سه‌رقمی n ، معادله سیاله $10n + 2 = 84x + 126y$ دارای جواب صحیح است؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۴۷ (۳) ۴۵ (۴) ۴۳

۳۸- با توجه به گراف G ، کدام‌یک از مجموعه‌های زیرمجموعه احاطه‌گر است ولی احاطه‌گر مینیمال نیست؟



(۱) $\{b, f\}$

(۲) $\{a, e, g\}$

(۳) $\{c, d, h\}$

(۴) $\{b, e, f\}$

۳۹- معادله $x + \frac{5}{4}y + z + t = 20$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۷ (۳) ۱۳۳ (۴) ۱۴۵

۴۰- در کیسه‌ای ۱۰ مهره قرمز، ۸ مهره آبی، ۶ مهره سبز و ۳ مهره زرد وجود دارد. حداقل چند مهره از کیسه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۵ مهره هم‌رنگ بیرون آمده است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

محل انجام محاسبات



تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۷

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	مطابق با کنکور سراسری		
شیمی	مطابق با کنکور سراسری		

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

فیزیک

۴۱- کدام یک از موارد زیر معادل یکای فشار در SI نیست؟

- (۱) ژول / متر مکعب (۲) کیلوگرم / مجذور ثانیه × متر (۳) وات / ثانیه × متر مربع (۴) نیوتون / متر مربع

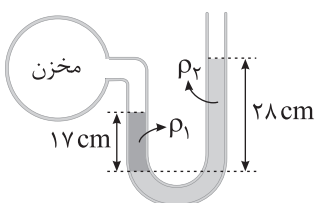
۴۲- یک کره آهنی به شعاع 10 سانتی متر که بخشی از فضای داخل آن خالی (حفره) است، روی سطح آب یک حوض شناور است. اگر چگالی آب

$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و چگالی آهن $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد، حجم حفره داخل کره بر حسب سانتی متر مکعب کدام یک از مقادیر زیر می تواند باشد؟ ($\pi \approx 3$)

- (الف) 3200 (ب) 3400 (ج) 3600 (د) فقط ج (۲) ب و ج (۳) الف، ب و ج (۴) هیچ کدام

۴۳- مطابق شکل درون لوله U شکل دو مایع مخلوط نشده با چگالی های $\rho_1 = 2/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_2 = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ در حالت تعادل قرار دارند.

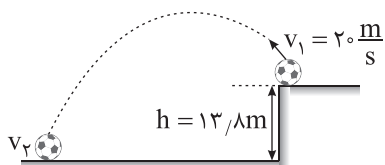
فشار پیمانه ای گاز داخل مخزن چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



- (۱) 10 (۲) 7 (۳) 4 (۴) 2

۴۴- مطابق شکل توپی از یک بلندی با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طور مایل پرتاب می شود. با چشم پوشی از مقاومت هوا توپ با تندی چند متر بر

ثانیه به زمین برخورد می کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) 24 (۲) 26 (۳) 28 (۴) 22

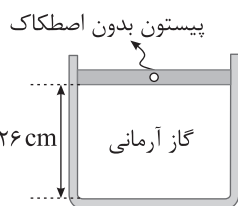
۴۵- یک بالن با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در ارتفاع 30 متری از سطح زمین در حرکت است یک بسته به جرم 20 کیلوگرم، از این بالن رها می شود و با تندی

$20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می رسد. از لحظه رها شدن، تا رسیدن به زمین، انرژی مکانیکی این بسته چند کیلوژول تغییر می کند؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) $1/92 \text{ kJ}$ زیاد می شود. (۲) $2/16 \text{ kJ}$ کم می شود. (۳) $3/14 \text{ kJ}$ کم می شود. (۴) $4/92 \text{ kJ}$ زیاد می شود.

۴۶- مطابق شکل، زیر پیستون بدون اصطکاکی به مساحت 40 cm^2 و به وزن W گازی محبوس است. اگر بر روی پیستون وزنه $W' = 2W$

قرار دهیم، در دمای ثابت پیستون 4 cm پایین رفته و دوباره گاز، به تعادل می رسد. W چند نیوتون است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)



- (۱) 40 (۲) 20 (۳) 30 (۴) 60

۴۷- به مقداری یخ -20°C ، 330 کیلوژول گرما می دهیم تا به آب 10°C تبدیل شود. چند ژول گرما صرف افزایش دمای آن شده است؟

($c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$ ، $L_f = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}$)

- (۱) $6/6 \times 10^4$ (۲) 6×10^4 (۳) $9/9 \times 10^4$ (۴) 9×10^4

محل انجام محاسبات

۴۸- چه تعداد از جملات زیر درست است؟

(الف) در تراکم هم‌دما، انرژی درونی گاز آرمانی زیاد می‌شود.

(ب) در انبساط بی‌دررو، اگر فشار گاز آرمانی نصف شود، حجم آن بیش از دو برابر می‌شود.

(ج) در فرایند هم‌فشار اگر گاز آرمانی گرما بگیرد، کار انجام‌شده توسط محیط روی آن مثبت است.

(د) اگر مقداری گاز آرمانی در دو آزمایش جداگانه از حالت (P_1, V_1, T_1) به حالت (P_2, V_2, T_2) برده شود، گرمای داده‌شده به گاز در دو فرایند، برابر است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۹- در یک میدان الکتریکی یکنواخت اگر بار $q = 20 \mu C$ را از نقطه A به نقطه B ببریم، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی ۴ میلی‌ژول می‌شود. اگر ذره‌ای به جرم ۹ گرم و بار $q' = -40 \mu C$ را در نقطه B رها کنیم، با تندی چند متر بر ثانیه به نقطه A می‌رسد؟ (از تأثیر نیروی وزن و نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)

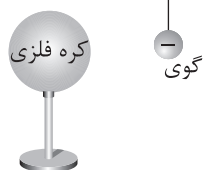
- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۵۰- چهارضلعی ABCD مربع و نقطه N وسط ضلع AB و نقطه M وسط ضلع CD است. اگر در نقاط A، B و M بارهای q ، $-q$ و q قرار دهیم بزرگی میدان در نقطه N برابر E_1 می‌شود و اگر در همان سه نقطه بارهای q ، q و q قرار دهیم بزرگی میدان در نقطه N برابر E_2 می‌شود. کدام است؟

- (۱) $\sqrt{65}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

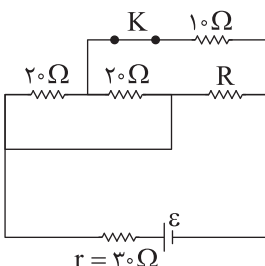
۵۱- یک گوی فلزی کوچک دارای بار منفی است و از نخ نارسنایی آویخته شده است. یک کره فلزی بدون بار روی پایه عایق قرار دارد. اگر کره را مطابق شکل به گوی آویخته نزدیک کنیم. چند تا از موارد زیر درست خواهد بود؟

(الف) نخ از راستای قائم خارج می‌شود و گوی به طرف کره کشیده می‌شود.
(ب) پس از برقراری تعادل، بار مثبت روی سطح خارجی کره القا می‌شود که در تمام سطح آن پخش می‌شود.
(ج) پس از برقراری تعادل، پتانسیل الکتریکی تمام نقاط سطح و داخل کره برابر خواهد بود.



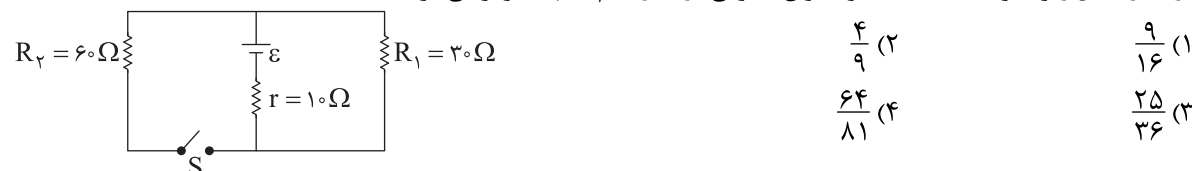
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۵۲- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری در حالتی که کلید K بسته است، با توان مصرفی مجموعه مقاومت‌های خارج از باتری در حالتی که کلید K بسته است، برابر است. مقاومت R چند اهم است؟



- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

۵۳- در مدار شکل زیر، اگر کلید S بسته شود، توان مصرفی در مقاومت R_1 چند برابر می‌شود؟



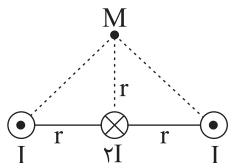
- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۴) $\frac{64}{81}$

محل انجام محاسبات

۵۴- دو میله فلزی A و B داریم که طول A دو برابر طول B و مقاومت ویژه A چهار برابر مقاومت ویژه B و مقاومت الکتریکی A دوازده برابر مقاومت الکتریکی B است. اگر چگالی فلز A، هشت برابر چگالی فلز B باشد، جرم میله A چند برابر جرم میله B است؟

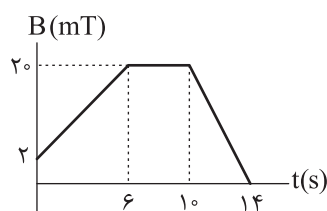
- (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) $\frac{32}{3}$

۵۵- مطابق شکل سه سیم بلند و موازی عمود بر صفحه قرار دارند و از آنها جریان الکتریکی عبور می‌کند، جهت میدان مغناطیسی در نقطه M در کدام سو قرار می‌گیرد؟



- (۱) $\rightarrow$
(۲) $\leftarrow$
(۳) $\swarrow$
(۴) $\searrow$

۵۶- یک حلقه رسانای مربع شکل به ضلع ۲cm و مقاومت الکتریکی 5Ω عمود بر میدان مغناطیسی متغیر قرار دارد. اگر نمودار تغییرات میدان مغناطیسی گذرنده از حلقه بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، بار خالص شارش یافته در حلقه در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 12s$ چند میکروکولن است؟

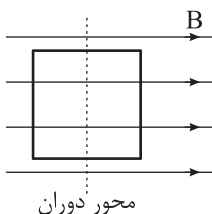


- (۱) ۰/۰۸
(۲) ۰/۱۶
(۳) ۰/۳۲
(۴) ۰/۲۴

۵۷- طول، قطر و تعداد دور سیملوله (۲) به ترتیب $\frac{4}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ و ۴ برابر سیملوله (۱) است. از دو سیملوله جریان‌های الکتریکی I_1 و I_2 می‌گذرد و میدان مغناطیسی در داخل آنها هم‌اندازه است. در این صورت، انرژی ذخیره‌شده در سیملوله (۲) چند برابر انرژی ذخیره‌شده در سیملوله (۱) است؟

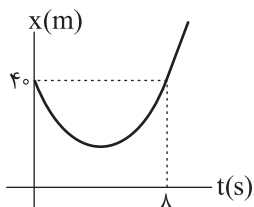
- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{27}{4}$

۵۸- یک قاب مربع شکل به ضلع ۲۰ سانتی‌متر در میدان مغناطیسی یکنواخت 1500 گاوس به دور محور نشان داده شده در شکل، با آهنگ ثابت 3000 (RPM) می‌گردد. اگر در $t = 0$ ، سطح قاب بر خطوط میدان مغناطیسی عمود باشد، معادله شار مغناطیسی گذرنده از قاب، در SI کدام خواهد بود؟



- (۱) $\varphi = 6 \times 10^{-3} \cos(50\pi t)$
(۲) $\varphi = 3 \times 10^{-2} \cos(100\pi t)$
(۳) $\varphi = 3 \times 10^{-2} \cos(50\pi t)$
(۴) $\varphi = 6 \times 10^{-3} \cos(100\pi t)$

۵۹- نمودار مکان - زمان در یک حرکت بر خط راست، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر مسافت طی‌شده در مدت $t = 2s$ تا $t = 10s$ برابر ۶۰ متر باشد، کمترین فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر می‌شود؟



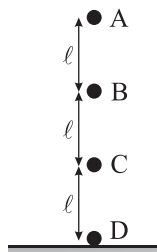
- (۱) ۸
(۲) ۱۶
(۳) ۱۲
(۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۶۰- اگر معادله سرعت - زمان متحرک A که روی خط راست حرکت می کند در SI به صورت $v_A = 2t^2 - 8t$ و معادله مکان - زمان متحرک B که روی خط راست حرکت می کند به صورت $x_B = t^2 - 10t + 9$ باشد، در مدت $t = 0$ تا $t = 10$ s بزرگی شتاب متوسط A چند برابر بزرگی شتاب متوسط B می شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۱- گلوله ای از نقطه A رها می شود و در نقطه D به زمین می رسد. اگر گلوله فاصله نقطه B تا نقطه C را در مدت ۱ ثانیه طی کند، تندی آن هنگام رسیدن به نقطه D تقریباً چند متر بر ثانیه می شود؟ (از مقاومت هوا چشم پوشی کنید و $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$, $\sqrt{2} \approx 1/4$, $\sqrt{3} \approx 1/7$)



(۱) ۳۴/۵

(۲) ۴۲/۵

(۳) ۵۱/۵

(۴) ۵۹/۵

۶۲- متحرکی از لحظه $t = 0$ با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ بر مسیر مستقیم در حرکت است. اگر جابه جایی انجام شده در ۳ ثانیه دوم حرکت، $\frac{2}{3}$ برابر جابه جایی متحرک در ۳ ثانیه سوم حرکت باشد، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

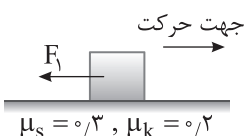
۶۳- جسمی توسط نخ با جرم ناچیز از سقف آسانسور آویزان است. زمانی که آسانسور رو به پایین حرکت کرده و شتاب آن $0.4g$ رو به پایین است، بزرگی نیروی کشش نخ چند برابر وزن جسم است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۶۴- گلوله ای از بالای یک برج رها می شود و تا سطح زمین سقوط می کند و قبل از آنکه به تندی حدی برسد، با سطح زمین برخورد می کند. از لحظه رهاشدن، تا قبل از رسیدن به زمین، کدام یک از جمله های زیر در مورد آن درست است؟
(الف) بزرگی تکانه آن همواره زیاد می شود.
(ب) بزرگی شتاب آن همواره کم می شود.

- (۱) الف و ب (۲) فقط الف (۳) فقط ب (۴) هیچ کدام

۶۵- روی یک سطح افقی، جسمی به جرم 4 kg را با تندی $12 \frac{m}{s}$ به طرف راست هل می دهیم و در $t = 0$ رها می کنیم. اگر از $t = 0$ به بعد نیروی ثابت $F_1 = 10 \text{ N}$ به طرف چپ بر آن وارد کنیم، جسم از $t = 0$ به بعد تا زمانی که توقف کند، چند متر مسافت طی می کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۲۴

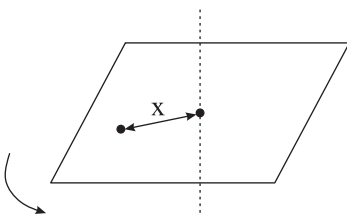
(۲) ۱۸

(۳) ۱۶

(۴) ۱۴

۶۶- مطابق شکل، روی یک صفحه دوار افقی که در هر $3/14$ ثانیه، ۳ دور می زند، سکه ای قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی بین سکه و سطح

صفحه 0.6 است. حداکثر فاصله سکه تا مرکز چرخش (x) بر حسب متر چقدر باشد تا سکه روی صفحه نلغزد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\pi = 3.14$)



(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$

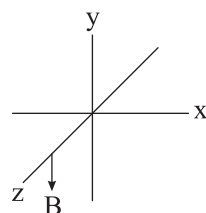
(۳) $\frac{1}{36}$ (۴) $\frac{1}{9}$

محل انجام محاسبات

۶۷- تار ی بین دو نقطه محکم بسته شده و نیروی کشش آن 8° نیوتون است. نیروی کشش تار را تقریباً چند نیوتون زیاد کنیم تا بسامد صوت اصلی آن 10° درصد تغییر کند؟

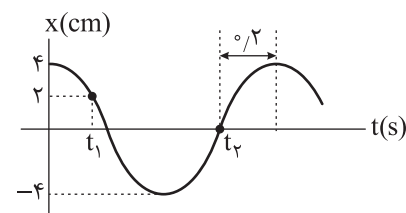
- (۱) 18° (۲) 20° (۳) 17° (۴) 15°

۶۸- در شکل زیر موج الکترومغناطیسی در جهت منفی محور Z در حال انتشار است. جهت میدان مغناطیسی در یک لحظه و در یک نقطه نشان داده شده است. جهت میدان الکتریکی در این لحظه و این نقطه کدام است؟



- (۱) در جهت مثبت محور X
(۲) در خلاف جهت مثبت محور X
(۳) در جهت مثبت محور Y
(۴) در خلاف جهت مثبت محور Y

۶۹- نمودار مکان - زمان در یک حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر است. تندی متوسط نوسانگر در مدت $t = t_1$ تا $t = t_2$ چند متر بر ثانیه است؟

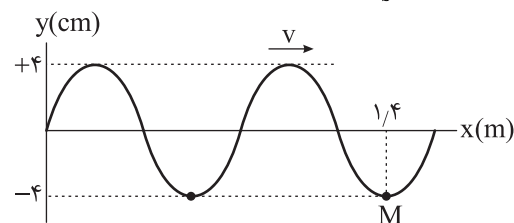


- (۱) $\frac{3}{14}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{5}{14}$ (۴) $\frac{5}{16}$

۷۰- وزنه‌ای به انتهای یک فنر با جرم ناچیز و طول عادی 65 سانتی‌متر آویخته شده و در راستای قائم بالا و پایین می‌رود. اگر در هنگام بالا و پایین رفتن وزنه، بیشترین و کمترین طول فنر به ترتیب 80° و 70° سانتی‌متر باشد، بیشینه تندی وزنه چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌شود؟ (تلفات انرژی را ناچیز فرض کنید. $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

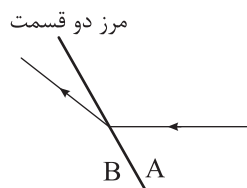
- (۱) 100° (۲) 50° (۳) 25° (۴) 40°

۷۱- شکل زیر نقش یک موج عرضی را در طناب نشان می‌دهد. اگر بیشینه تندی ذره M برابر $2\pi \frac{m}{s}$ باشد، تندی انتشار موج چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) 14° (۲) 28° (۳) 10° (۴) 20°

۷۲- شکل زیر پرتوی موج منتشرشده روی سطح آب را نشان می‌دهد که از قسمت A وارد قسمت B می‌شود. به ترتیب تندی انتشار موج، طول موج و عمق آب در کدام قسمت بیشتر است؟



- (۱) A, A, A (۲) B, B, B (۳) B, A, A (۴) A, B, B

۷۳- توان یک چشمه نور 80° وات است. در مدت زمان یک دقیقه، این چشمه چند فوتون با طول موج $124nm$ گسیل می‌کند؟

($e = 1.6 \times 10^{-19} C$, $hc = 1240 eV \cdot nm$)

- (۱) 3×10^{20} (۲) 3×10^{21} (۳) $3/6 \times 10^{20}$ (۴) $3/6 \times 10^{21}$

محل انجام محاسبات

۷۴- اگر اتم‌های هیدروژن در چهارمین حالت برانگیخته باشند، با در نظر گرفتن تمام گسیل‌های ممکن، امکان گسیل چند فوتون در ناحیه مرئی وجود دارد که در گذارهای با $\Delta n \geq 2$ گسیل شده باشند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۵- نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا ۸ روز و تعداد هسته‌های مادر در $t = 0$ برابر N_0 است. اگر از $t = 0$ تا $t = t_1$ ، $\frac{3}{4} N_0$ از هسته‌های اولیه واپاشیده شوند، چند روز بعد از t_1 باید بگذرد تا $\frac{7}{32} N_0$ دیگر از هسته‌های اولیه، واپاشیده شوند؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

شیمی

۷۶- همه گزینه‌های زیر عبارت داده شده را به درستی کامل می‌کنند، به جز

«در اثر بازگشت الکترون برانگیخته به حالت‌های پایدارتر،»

(۱) در لامپ‌های نئونی، نوری سرخ‌فام تشکیل می‌شود.

(۲) در اتم لیتیم در ناحیه مرئی، ۴ طول موج معین پدید می‌آید.

(۳) در اتم هیدروژن، حداکثر انرژی حاصل مربوط به نور بنفش با طول موج ۴۱۰ nm است.

(۴) در خیارشوری که به آن یک جریان الکتریکی متناوب اعمال شده، نور زردرنگ تولید می‌شود.

۷۷- عنصر A دارای دو ایزوتوپ ^{49}A و ^{51}A است. اگر دو مول از این عنصر دارای $\frac{5}{6}$ مول نوترون باشد، در آرایش الکترونی عنصر A، شمار الکترون‌های دارای $l = 1$ چند برابر شمار الکترون‌های دارای $l = 2$ است؟ (فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر را برابر ۶۰ درصد در نظر بگیرید.)

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۷۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در آرایش الکترون - نقطه‌ای واکنش‌پذیرترین فلز و نافلز دوره سوم جدول تناوبی، یک الکترون منفرد وجود دارد.

(۲) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب یونی حاصل از عنصرهایی که در خانه‌های شماره ۷ و ۱۲ جدول دوره‌ای جای دارند، برابر $\frac{2}{3}$ است.

(۳) از دست دادن، گرفتن یا به اشتراک گذاشتن الکترون، نشانه‌ای از رفتار شیمیایی اتم است.

(۴) اتم نافلزها در شرایط مناسب با تشکیل پیوندهای اشتراکی می‌توانند مولکول‌های دو یا چنداتمی را بسازند.

۷۹- با توجه به ساختارهای لوویس داده شده، کدام گزینه نادرست است؟ (عنصرهای X و Y به دوره سوم جدول تناوبی تعلق دارند.)

(۱) عنصر X در واکنش با گاز کلر، ترکیبی با فرمول شیمیایی XC_3 تشکیل می‌دهد که یک ماده تجاری مهم در تهیه حشره‌کش‌ها است.

(۲) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در اکسید ۴ اتمی عنصر Y برخلاف اکسید ۳ اتمی آن برابر ۲ است.

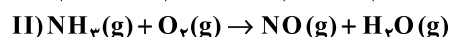
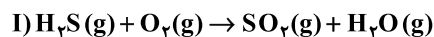
(۳) مجموع شمار یون‌ها در هر واحد فرمولی از ترکیب حاصل از واکنش عنصر X و فلز کروم و ترکیب حاصل از واکنش فلز Cu و عنصر Y می‌تواند برابر باشد.

(۴) عنصر Y در شرایط مناسب در واکنش با O_2 می‌سوزد و نور حاصل از این فرایند با شعله گاز شهری که به طور کامل می‌سوزد، هم‌رنگ است.

محل انجام محاسبات

۸۰- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

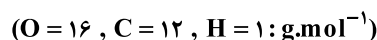
- (۱) در دمایی که گاز اکسیژن (O_2) مایع می شود، آلوتروپ واکنش پذیرتر اکسیژن، همچنان به حالت گازی است.
 (۲) در فرایند تولید اوزون تروپوسفری در دما و فشار معین، چگالی اکسید نیتروژن مصرفی، بیشتر از چگالی اکسید نیتروژن تولیدی است.
 (۳) واکنش اکسایش همانند واکنش سوختن با تولید انرژی همراه است اما برخلاف آن به آرامی انجام می شود.
 (۴) فراوان ترین جزء سازنده هواکره، در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش ناپذیر است.
 ۸۱- با توجه به معادله واکنش های داده شده، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟ (معادله واکنش ها موازنه شود).



- (۱) در دما و فشار ثابت، نسبت حجمی گازهای تولیدی به گازهای مصرفی در واکنش (I)، برابر ۸/۰ است.
 (۲) برای تولید مقدار برابری H_2O در دو واکنش، جرم گاز O_2 مصرفی در واکنش (I) نسبت به واکنش (II) بیشتر است.
 (۳) اگر ۱۸ مول واکنش دهنده در واکنش (II) مصرف شود، ۲۰ مول فراورده در ظرف واکنش تولید خواهد شد.
 (۴) به ازای مصرف 21.07×10^{24} مولکول گازی در واکنش (I)، $627/2$ لیتر گاز در شرایط STP تولید می شود.
 ۸۲- محلولی به جرم ۲۰۰۰ گرم دارای نمک های سدیم سولفات و پتاسیم سولفات است. اگر غلظت ppm یون های سدیم و سولفات در این محلول به ترتیب برابر با ۴۶۰ و ۱۹۲۰ باشد، غلظت مولی کاتیون های موجود در محلول برابر چند مولار است؟ (چگالی محلول را برابر

۱/۲ گرم بر میلی لیتر در نظر بگیرید. $(S = 32, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1})$

$$(1) \quad 2/4 \times 10^{-2} \quad (2) \quad 5/4 \times 10^{-2} \quad (3) \quad 4/8 \times 10^{-2} \quad (4) \quad 3/6 \times 10^{-2}$$



۸۳- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در محلولی از آب و اتانول، اگر اتانول حلال باشد، نسبت جرمی حلال به حل شونده به یقین بزرگ تر از یک است.
 (۲) اگر یک ترکیب یونی در آب حل شود، نسبت درصد جرمی ترکیب موردنظر به مجموع درصد جرمی یون های حاصل برابر یک است.
 (۳) اگر دستگاه گلوکومتر قند خون فردی را ۱۰۵ گزارش کند، یعنی در هر لیتر از خون این فرد، ۱/۰۵ گرم گلوکز وجود دارد.
 (۴) در ترکیب های هیدروژن دار ۳ عنصر نخست گروه ۱۷ جدول تناوبی، با کاهش درصد جرمی هیدروژن در ترکیب، نقطه جوش ترکیب افزایش می یابد.

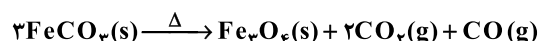
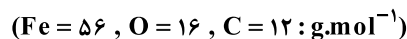
۸۴- همه گزینه های زیر نادرست است، به جز

- (۱) آمونیوم یک کاتیون چهارگانه است که ترکیب آن با یون نیترات و یا سولفات می تواند به عنوان کود شیمیایی مورد استفاده قرار گیرد.

- (۲) در فرایند اسمز برخلاف فرایند اسمز معکوس، جهت حرکت مولکول های آب از طریق غشاء، دوطرفه است.
 (۳) یون کلسیم، یکی از یون های موجود در آب های آشامیدنی است که ترکیب آن با یون های سولفات و فسفات به ترتیب کم محلول و نامحلول در آب است.

- (۴) استون یک حلال آلی قطبی با نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی است که توانایی حل کردن برخی چربی ها را نیز دارد.

۸۵- اگر ۵/۸ گرم $FeCO_3$ مطابق معادله واکنش زیر با بازده ۶۰ درصد تجزیه شود، مجموع جرم فراورده های گازی تولیدی برابر با چند گرم است؟



$$(1) \quad 3/20 \quad (2) \quad 2/41 \quad (3) \quad 1/82 \quad (4) \quad 1/16$$

محل انجام محاسبات

۸۶- اگر در ساختار ۲، ۴ - دی متیل پنتان، به جای دو اتم هیدروژن در هر شاخه فرعی متیل، گروه متیل قرار گیرد، نام ترکیب حاصل چیست و نسبت شمار گروه (های) CH_3 در ترکیب حاصل نسبت به ترکیب اولیه برابر کدام است؟

- (۱) ۲، ۳، ۵، ۶ - تترامتیل هپتان - ۲
(۲) ۲، ۳، ۵ - تترامتیل هپتان - ۲
(۳) ۲، ۳، ۵، ۶ - تترامتیل هپتان - ۱
(۴) ۲، ۳، ۵، ۶ - تترامتیل هپتان - ۱

۸۷- مقداری گاز پروپن به طور کامل با برم مایع (Br_2) واکنش داده و ۱۰۱۰ گرم ترکیب آلی سیر شده به دست آمده است. اگر همین مقدار پروپن در تولید پلیمر مورد استفاده قرار گیرد، در ساختار پلیمر تولیدی چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

($\text{Br} = 80$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$; g.mol^{-1})

- (۱) $24/08 \times 10^{24}$ (۲) $54/18 \times 10^{23}$ (۳) $30/1 \times 10^{23}$ (۴) $27/09 \times 10^{24}$

۸۸- مقایسه انجام شده در همه گزینه های زیر درست است، به جز

- (۱) مجموع شمار اتمها در فرمول مولکولی ترکیب: نفت کوره < نفت سفید
(۲) نسبت شمار اتم هیدروژن به کربن در فرمول مولکولی: بنزن < نفتالن
(۳) شمار پیوند اشتراکی میان اتم C و H: پنجمین آلکین < سیکلوپنتان
(۴) درصد افزایش جرم در واکنش کامل با مقدار کافی هیدروژن: استیلن < اتیلن
۸۹- با توجه به واکنش گرمایشی گازی: $2\text{NH}_3(\text{g}) + 3\text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + 6\text{HCl}(\text{g}) + 450\text{kJ}$ ، حاصل عبارت: « $\Delta H(\text{N}-\text{H}) - \Delta H(\text{H}-\text{Cl})$ » بر حسب کیلوژول بر مول برابر کدام است؟



- (۱) $+37/5$ (۲) $-37/5$ (۳) $+62$ (۴) -62

۹۰- کدام موارد از عبارت های زیر صحیح هستند؟

- (آ) شمار اتم های کربن در فرمول شیمیایی استری که عامل طعم و بوی آناناس است، بیشتر از شمار اتم های کربن در فرمول شیمیایی ترکیبی آلی است که در بادام وجود دارد.
(ب) کلسترول همانند ویتامین های «آ» و «دی»، یک الکل یک عاملی، سیر نشده و حلقوی است.
(پ) اگر در ساختار ترکیب آلی موجود در تمشک و توت فرنگی، به جای گروه OH، یک گروه متیل قرار دهیم، ترکیب حاصل همانند میخک دارای گروه عاملی کتون است.
(ت) شمار پیوند دوگانه در ساختار یک آلدهید و یک اتر که ایزومر یکدیگر هستند، نمی تواند یکسان باشد. (هر دو ترکیب دارای یک گروه عاملی هستند).

- (۱) ب و پ (۲) آ و ت (۳) آ و پ (۴) ب و ت

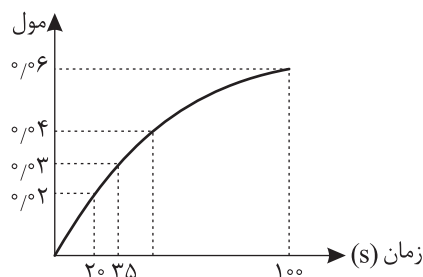
۹۱- عبارت بیان شده در کدام گزینه از نظر درستی و یا نادرستی با سایر گزینه ها متفاوت است؟

- (۱) در فرایند تهیه آمونیاک به روش هابر، واکنش انجام شده در مرحله اول برخلاف مرحله دوم گرماگیر است.
(۲) در واکنش تهیه آب اکسیژنه از عناصر سازنده آن، سرعت واکنش با سرعت مصرف هر یک از واکنش دهنده ها برابر است.
(۳) در واکنش تهیه هیدرازین از عناصر سازنده آن، برای پیوندها در فراورده برخلاف واکنش دهنده ها، باید از واژه میانگین آنتالپی پیوند استفاده کرد.
(۴) واکنش سوختن کامل گرافیت، مجموعه ای از دو واکنش پی در پی است و از این رو نمی توان ΔH آن را به روش تجربی تعیین کرد.

محل انجام محاسبات

۹۲- a مول KClO_3 را در ظرفی گرم می‌دهیم تا مطابق واکنش: $2\text{KClO}_3(s) \rightarrow 2\text{KCl}(s) + 3\text{O}_2(g)$ به طور کامل تجزیه شود، اگر اختلاف جرم KClO_3 مصرفی و فراورده جامد تولیدی برابر $1/92$ گرم باشد، با توجه به نمودار داده شده کدام گزینه درست است؟

($\text{K} = 39$, $\text{Cl} = 35.5$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})



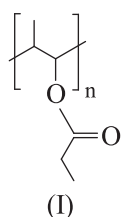
(۱) نمودار داده شده مربوط به فراورده جامد تولیدی در واکنش است.

(۲) اگر سرعت تولید گاز در ۲۰ ثانیه نخست برابر $\frac{1}{2} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L.min}}$ باشد، حجم ظرف واکنش برابر ۵ لیتر است.

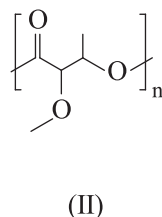
(۳) در $t = 35\text{s}$ ، جرم KClO_3 تجزیه نشده برابر با $4/9$ گرم است.

(۴) تفاوت سرعت تولید فراورده‌ها از آغاز تا پایان واکنش برابر با 10^{-4} مول بر ثانیه است.

۹۳- کدام گزینه در ارتباط با ساختارهای زیر، نادرست است؟



(I)



(II)

(۱) مونومر سازنده پلیمر (I) برخلاف مونومر سازنده پلیمر (II)، دارای گروه عاملی استری است.

(۲) مونومر سازنده پلیمر (I)، دارای پیوند $\text{C} = \text{C}$ است و در فرایند تولید این پلیمر، H_2O به دست نمی‌آید.

(۳) شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی مونومر سازنده این دو پلیمر برابر است.

(۴) پلیمر (II)، پلی استری است که در ساختار مونومر آن، ۳ نوع گروه عاملی متفاوت وجود دارد.

۹۴- کدام موارد از عبارتهای زیر در مورد اسید، استر، آمین و آمیدی که هر یک در فرمول مولکولی خود دارای دو اتم کربن هستند، درست است؟ (زنجیر هیدروکربنی در ترکیب‌ها را سیر شده در نظر بگیرید و $\text{O} = 16$, $\text{N} = 14$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

(آ) استر مورد نظر از واکنش ساده‌ترین اسید و ساده‌ترین الکل به دست آمده است.

(ب) از واکنش این اسید و آمین تنها یک نوع آمید می‌توان تهیه کرد.

(پ) تفاوت جرم مولی آمین مورد نظر با ساده‌ترین آمین برابر با 15 g.mol^{-1} است.

(ت) آمید نسبت به اسید، یک اتم هیدروژن بیشتر دارد اما جرم مولی آن از اسید کمتر است.

(۱) پ و ت (۲) ب و پ (۳) آ و ب (۴) آ و ت

۹۵- اگر شمار اتم‌های کربن در زنجیر هیدروکربنی سیر شده (گروه آلکیل) یک پاک کننده برابر ۱۶ باشد، همه عبارتهای زیر در مورد آن درست است، به جز

(۱) اگر این پاک کننده یک صابون مایع باشد، شمار اتم‌های کربن موجود در هر واحد فرمولی از آن برابر ۱۷ است.

(۲) اگر در ساختار آن ۳۷ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، قطعاً نوعی پاک کننده است که از واکنش بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی تهیه می‌شود.

(۳) اگر این پاک کننده با یون‌های موجود در آب سخت تولید رسوب نکند، در فرمول شیمیایی خود دارای ۲۲ اتم کربن است.

(۴) اگر با مصرف ۱۳۵ گرم اسید چرب با خلوص ۸۰ درصد، ۱۱۶/۸ گرم از این پاک کننده تولید شود، این ترکیب یک صابون جامد است.

($\text{Br} = 80$, $\text{O} = 16$, $\text{N} = 14$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۹۶- کدام مورد درست است؟

(۱) اگر ثابت یونش محلول ۰/۱ مولار اسید HA برابر 4×10^{-6} باشد، نسبت غلظت آنیون تک‌اتمی به غلظت آنیون دواتمی در محلول این اسید برابر 4×10^1 است.

(۲) اگر جرم‌های برابر از گاز هیدروژن برمید و دی‌نیتروژن پنتاکسید جامد به طور جداگانه در یک لیتر آب حل شوند، pH محلول HBr کوچک‌تر است.

(۳) اگر ۲۰۰ میلی لیتر محلول HF و HI با pH برابر به طور جداگانه با مقدار کافی فلز روی واکنش دهند، مقدار گاز تولیدی در پایان واکنش، در ظرف حاوی اسید ضعیف بیشتر است.

(۴) در دمای ثابت، با افزایش غلظت محلول حاوی اسید ضعیف HCN ، اختلاف میان درجه یونش محلول این اسید و محلول هیدروکلریک اسید کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۹۷- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در دما و غلظت یکسان، اگر نسبت K_b باز BOH به K_b باز $B'OH$ از یک کوچکتر باشد، pH محلول حاوی باز BOH بیشتر است.

(۲) ترکیبی که برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها به مواد شوینده افزوده می‌شود، در واکنش با اسید معده، کربن دی‌اکسید تولید می‌کند.

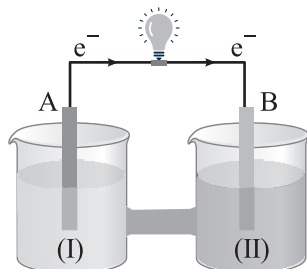
(۳) شیر منیزی، یکی از رایج‌ترین ضداسیدها است که به شکل سوسپانسیون مصرف شده و حاوی ذرات ریزماده است.

(۴) اگر در محلول ۵٪ مولار اسید HA ، مجموع غلظت یون‌های حاصل از یونش اسید، برابر ۲٪ مولار باشد، درصد یونش اسید برابر ۲۰ است.

۹۸- اگر ۴۰۰ میلی‌گرم $NaOH$ را به ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl با $pH = ۰/۳$ در دمای اتاق اضافه کنیم، شمار یون‌های هیدروکسید موجود در محلول برابر کدام است و برای خنثی کردن کامل محلول حاصل به چند میلی‌لیتر محلول باز ضعیف BOH با $pH = ۱۳$ و $\alpha = ۰/۱$ نیاز داریم؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید و گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید. $(H = ۱, O = ۱۶, Na = ۲۳ : g.mol^{-1})$)

- (۱) $۴۰ - ۱/۵۰۵ \times ۱۰^{-۹}$ (۲) $۴۰ - ۱۲/۰۴ \times ۱۰^{-۹}$ (۳) $۴ - ۱/۵۰۵ \times ۱۰^{-۹}$ (۴) $۴ - ۱۲/۰۴ \times ۱۰^{-۹}$

۹۹- با توجه به ساختار سلول گالوانی استاندارد داده‌شده، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟



(آ) اگر با قرار دادن فلز A در محلول حاوی کاتیون Fe^{2+} ، دمای محلول افزایش یابد، نمی‌توان از این فلز برای حفاظت از آهن در برابر خوردگی استفاده کرد.

(ب) اگر فلز A با محلول سولفوریک اسید واکنش ندهد، فلز B نیز به یقین با این اسید واکنش نمی‌دهد.

(پ) اگر A فلز منیزیم باشد، در فرایند برقکافت ترکیب یونی مذاب حاوی کاتیون این فلز، با مصرف هر مول الکترون، ۵٪ مول فلز در کاتد سلول تولید می‌شود.

(ت) اگر جرم تیغه فلزی B ثابت باشد و محلول (II) حاوی کاتیون‌های H^+ باشد، در سلول گالوانی حاصل از این نیم‌سلول و نیم‌سلول استاندارد مس، یون‌های H^+ از دیواره متخلخل عبور نمی‌کنند.

- (۱) آ و ت (۲) پ و ت (۳) ب و پ (۴) آ و ب

۱۰۰- اگر از الکترون‌های تولیدشده در رایج‌ترین سلول سوختی با بازده ۶۰ درصد، در فرایند آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره استفاده

شود، در صورتی که سرعت کاهش جرم تیغه آندی در فرایند آبکاری برابر $۵/۴ \frac{g}{s}$ باشد، پس از گذشت ۱/۵ دقیقه، چند گرم گاز H_2 در

سلول سوختی مصرف شده است؟ ($Ag = ۱۰۸, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲/۷ (۲) ۷/۵ (۳) ۴/۵ (۴) ۶/۲

۱۰۱- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

(۱) می‌توان از سلول نور - الکتروشیمیایی برای تهیه گاز هیدروژن از آب استفاده کرد.

(۲) گونه کاهنده در باتری‌های دگمه‌ای روی - نقره، فلزی است که در تهیه آهن گالوانیزه کاربرد دارد.

(۳) نیم‌واکنش کاهش فرایند زنگ زدن آهن و نیم‌واکنش انجام شده در قطب مثبت فرایند برقکافت آب یکسان است.

(۴) آند گرافیتی مورد استفاده در فرایند هال باید به صورت دوره‌ای تعویض شود.

محل انجام محاسبات

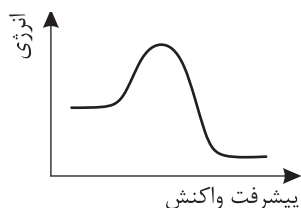
۱۰۲- چند مورد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ترکیب‌های یونی و یون‌های پایدار عنصرها درست است؟

- اگر آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب AB نسبت به ترکیب X_2Y بیشتر باشد، بار الکتریکی کاتیون A نسبت به X بیشتر است.
- مقایسه چگالی بار یون‌ها به صورت: $O^{2-} > Na^+ > Ca^{2+} > Mg^{2+}$ صحیح است.
- تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکه دو ترکیب یونی KF و LiBr نسبت به تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکه دو ترکیب یونی NaF و LiBr کمتر است.
- در ترکیب‌های یونی حاصل از یون‌های Al^{3+} ، Mg^{2+} ، O^{2-} و F^- ، هر دو ترکیب یونی دارای کاتیون Al^{3+} ، نسبت به ترکیب‌های یونی دارای کاتیون Mg^{2+} ، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۳- عبارت بیان‌شده در کدام گزینه نادرست است؟

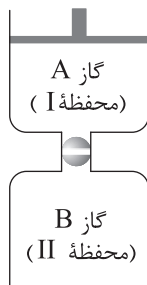
- (۱) نمودار زیر می‌تواند مربوط به واکنش حذف هر یک از آلاینده‌های CO، NO و C_xH_y در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی باشد.



پیشرفت واکنش

- (۲) برای افزایش کارایی مبدل‌های کاتالیستی، گاهی کاتالیزورها را به شکل مش‌های ریز درمی‌آورند.
- (۳) با زدن جرقه در مخلوطی از گازهای H_2 و O_2 ، اگر چه واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود، اما مقدار E_a تغییری نمی‌کند.
- (۴) در صورت استفاده از کاتالیزگر مناسب در یک واکنش، نسبت $\frac{E_a}{|\Delta H|}$ واکنش کاهش می‌یابد.
- ۱۰۴- با توجه به اصل لوشاتلیه در ارتباط با جابه‌جایی سامانه‌های تعادلی، کدام گزینه نادرست است؟
- (۱) با افزایش دما در تعادل: $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ ؛ $\Delta H > 0$ ، پس از برقراری تعادل جدید، شمار مول‌های مواد گازی موجود در سامانه افزایش می‌یابد.
- (۲) با افزودن مقداری CO_2 در دمای ثابت به سامانه تعادلی: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ ، جرم مواد جامد موجود در تعادل افزایش می‌یابد.
- (۳) افزودن مقداری سدیم هیدروکسید به تعادل: $Mg(s) + 2AgNO_3(aq) \rightleftharpoons Mg(NO_3)_2(aq) + 2Ag(s)$ برخلاف افزودن مقداری سدیم کلرید به تعادل، اثری بر جابه‌جایی آن ندارد.
- (۴) با افزایش فشار در سامانه تعادلی: $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ ، شمار مول‌های مواد واکنش‌دهنده برخلاف غلظت آنها کاهش می‌یابد.

- ۱۰۵- در دمای معین، ۷۰٪ مول از هر یک از گازهای A و B مطابق شکل و پس از باز شدن شیر میان دو ظرف، تعادل گازی:
- $$A(g) + B(g) \rightleftharpoons 2AB(g); K = 64 \times 10^{-2}$$
- را تشکیل می‌دهند. اگر پس از برقراری تعادل، با اعمال فشار، مخلوط تعادلی به طور کامل به محفظه (II) منتقل شود، نسبت [AB] در تعادل جدید به مجموع غلظت واکنش‌دهنده‌ها در تعادل اولیه برابر با کدام است؟ (حجم هر محفظه را برابر ۲ لیتر در نظر بگیرید و از حجم لوله میان دو محفظه صرف نظر کنید).



(۱) ۰/۴

(۲) ۲/۵

(۳) ۱/۲۵

(۴) ۰/۸

محل انجام محاسبات



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۴
۱۷ خرداد ۱۴۰۵



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	سینا پرهیزکار - مهرداد شریف
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - مسعود درویشی	سینا پرهیزکار - داریوش امیری
۴	فیزیک	علی نعیمی	مهدی داداشی - علی نعیمی	محمد رضا خادمی - رضا یارمحمدی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی	پرهام امیری - حسن تاشلی پور

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\forall a_n = (1 + a_r)n - a_r$$

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow 2a_1 = 1 + a_r - a_r \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \\ n=2 \Rightarrow 2a_2 = 2 + 2a_r - a_r \Rightarrow a_2 = 2 \end{cases}$$

الگوی خطی همان دنباله حسابی است.

$$\text{قدر نسبت } d = a_r - a_1 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a_r + a_{11}}{2} = a_6 = a_1 + 5d = \frac{1}{2} + 12 = 12\frac{1}{2}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۶)

۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا دقت کنید که:

$$a^r - \frac{1}{a^r} = 1 \Rightarrow a^r - 1 = a^r \Rightarrow a^r = a^r + 1$$

حال حکم را ساده می کنیم:

$$A = \frac{1}{a^r + a + 1} + \frac{1}{a^r - a + 1} = \frac{2a^r + 2}{(a^r + 1)^2 - a^2}$$

$$= \frac{2(a^r + 1)}{a^4 + a^2 + 1} = \frac{2a^4}{a^4 + a^4} = 1$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۶۲ و ۶۳)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

از روابط $P = \frac{c}{a}$ و $S = -\frac{b}{a}$ استفاده می کنیم:

$$S = a + b + 1 = -\frac{4}{b} \quad (1)$$

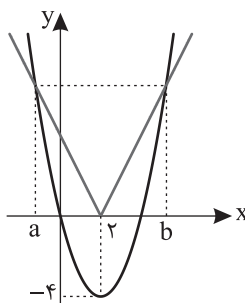
$$P = a(b + 1) = \frac{2a}{b} \Rightarrow b + 1 = \frac{2}{b} \Rightarrow b^2 + b - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 1 \xrightarrow{(1)} a = -6 \\ b = -2 \xrightarrow{(1)} a = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۸)

۴. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار توابع $y = x^2 - 4x$ و $y = |2x - 4|$ را رسم می کنیم. در بازه $[a, b]$ نامساوی برقرار است.



اگر $m \leq 4$ باشد، همچنان جواب نامساوی به صورت $[\alpha, \beta]$ خواهد بود. در حالت $m = 4$ داریم:

$$(x - 2)^2 \leq 2|x - 2| \Rightarrow |x - 2| \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

پس:

$$\frac{\alpha + \beta}{m} = \frac{0 + 4}{4} = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = -2x + 6$$

$$(g - f^{-1})(x) = \frac{3}{4}x + 3$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{3}{4}x + 3 + (-2x + 6) = -\frac{1}{4}x + 9$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = -2x + 18$$

$$f \circ g^{-1}(2) = f(14) = -4$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۶. گزینه ۴ صحیح است.

اگر f و f^{-1} در نقطه $A(\alpha, \beta)$ متقاطع باشند، حتماً در نقطه $A'(\beta, \alpha)$ نیز متقاطع اند.

$$\begin{cases} f(2) = 0 \\ f(6) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2m+6}{\sqrt{n+4}} = 0 \Rightarrow m = -3 \\ \frac{6}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow n = 9 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{-3x+6}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$f(x) = -1/2 = -\frac{6}{5} = \frac{-3x+6}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$x \geq 2 \Rightarrow 4(9+x^2) = 25(x-2)^2 \Rightarrow 21x^2 - 100x + 64 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(21x-16) = 0 \xrightarrow{x \geq 2} x = 4$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۸)

۷. گزینه ۲ صحیح است.

مبنای همه لگاریتم ها را ۲ انتخاب می کنیم:

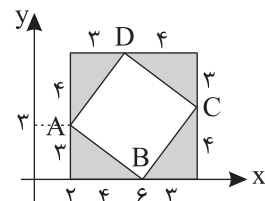
$$\begin{cases} \log_7 4 = \frac{\Delta}{7} \Rightarrow \log_7 2 = \frac{\Delta}{14} \\ \log_7 25 = \frac{23}{5} \Rightarrow \log_7 5 = \frac{23}{10} \end{cases}$$

$$\log 14 = \frac{\log_7 14}{\log_7 10} = \frac{1 + \log_7 7}{1 + \log_7 5} = \frac{1 + \frac{14}{5}}{1 + \frac{23}{10}} = \frac{38}{33}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۸۶)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل زیر، چهار مثلث رنگی با هم هم نهشت اند. پس:



$$\begin{cases} x_D = 2 + 3 = 5 \\ y_D = 3 + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow x_D y_D = 35$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

محاسبه دامنه $f(2x-1)$:

$$2x-1 \in D_f \Rightarrow -1 \leq 2x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

پس برد $f(x) - 1$ نیز برابر $[0, 1]$ است.

$$0 \leq 2f(x) - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$$



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x}{2x} = 2+a$$

$$\Rightarrow \frac{2-a}{2} = 2+a \Rightarrow 4-a = 4+2a \Rightarrow a = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۶)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

ریشه‌های دو معادله $x^2 + ax - a - 1 = 0$ و $x^2 + bx - 2b - 8 = 0$ یکسان است، پس:

$$\begin{cases} 2x^2 + bx - 2b - 8 = 0 \\ 2x^2 + 2ax - 2a - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2a \\ -2b - 8 = -2a - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2a = 0 \\ -b + a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-6x - 3}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-6x - 3}{(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-9}{0^+} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{-9}{0^+} = -\infty$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۴)

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

در $x=2$ و در یک همسایگی چپ $x=2$ رابطه $[-x] = -2$ برقرار است. پس در این همسایگی:

$$f(x) = \frac{-6x}{x^2 - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{6(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{3} (4-x)^{-\frac{4}{3}} = \frac{4}{3\sqrt[3]{(4-x)^4}}$$

$$(g \circ f)'(2) = f'(2) \times g'(f(2)) = f'(2) \times g'(-4) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{16} = \frac{1}{12}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۶)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{2\sqrt{x-2}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\min = -2 = f(3) = 3 - 2 + k \Rightarrow k = -3$$

دقت کنید که دامنه تابع $[2, \infty)$ است و $f(2) = k + 2$ است که از $f(3) = k + 1$ بزرگ‌تر است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۷)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = 3x^2 + 6mx + 1$$

$$f''(x) = 6x + 6m$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -m$$

چون نقطه عطف روی نیمساز ناحیه سوم است، پس $y = -m$ است.

$$f(-m) = -m \Rightarrow -m^3 + 3m^3 - m - 16 = -m \Rightarrow m^3 = 8 \Rightarrow m = 2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-12}{3} = -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

چون f اکیداً صعودی و دامنه آن، $[1, -1]$ و برد آن، $[\frac{1}{4}, 1]$ است. پس:

$$\begin{cases} f(-1) = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = \frac{7}{8} \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

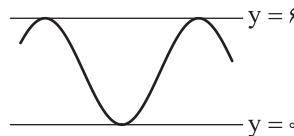
(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۹)

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \tan \Delta \alpha - \tan \alpha = \tan \frac{\Delta \pi}{\Delta} - \tan \frac{\pi}{\Delta} \\ &= \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{\Delta} \right) - \tan \frac{\pi}{\Delta} = -\cot \frac{\pi}{\Delta} - \tan \frac{\pi}{\Delta} \\ &= \frac{-2}{\sin(\frac{2\pi}{\Delta})} = \frac{-2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$\begin{cases} \max = a + |b| = 6 \\ \min = a - |b| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ |b| = 3 \end{cases}$$

$$y = f(ax) = f(3x) = 3 \pm 3 \cos 3\pi x$$

$$T = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\cos 2x = \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{3} - x - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} - x + 2k\pi \\ 2x = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

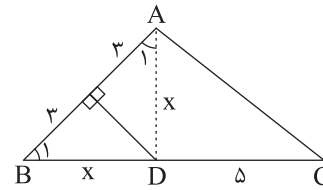
$$x = \frac{\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}, \frac{19\pi}{9}, \frac{25\pi}{9}, \frac{31\pi}{9}, \frac{37\pi}{9}, \frac{43\pi}{9}, \frac{49\pi}{9}, \frac{55\pi}{9}, \frac{61\pi}{9}, \frac{67\pi}{9}, \frac{73\pi}{9}, \frac{79\pi}{9}, \frac{85\pi}{9}, \frac{91\pi}{9}, \frac{97\pi}{9}, \frac{103\pi}{9}, \frac{109\pi}{9}, \frac{115\pi}{9}, \frac{121\pi}{9}, \frac{127\pi}{9}, \frac{133\pi}{9}, \frac{139\pi}{9}, \frac{145\pi}{9}, \frac{151\pi}{9}, \frac{157\pi}{9}, \frac{163\pi}{9}, \frac{169\pi}{9}, \frac{175\pi}{9}, \frac{181\pi}{9}, \frac{187\pi}{9}, \frac{193\pi}{9}, \frac{199\pi}{9}, \frac{205\pi}{9}, \frac{211\pi}{9}, \frac{217\pi}{9}, \frac{223\pi}{9}, \frac{229\pi}{9}, \frac{235\pi}{9}, \frac{241\pi}{9}, \frac{247\pi}{9}, \frac{253\pi}{9}, \frac{259\pi}{9}, \frac{265\pi}{9}, \frac{271\pi}{9}, \frac{277\pi}{9}, \frac{283\pi}{9}, \frac{289\pi}{9}, \frac{295\pi}{9}, \frac{301\pi}{9}, \frac{307\pi}{9}, \frac{313\pi}{9}, \frac{319\pi}{9}, \frac{325\pi}{9}, \frac{331\pi}{9}, \frac{337\pi}{9}, \frac{343\pi}{9}, \frac{349\pi}{9}, \frac{355\pi}{9}, \frac{361\pi}{9}, \frac{367\pi}{9}, \frac{373\pi}{9}, \frac{379\pi}{9}, \frac{385\pi}{9}, \frac{391\pi}{9}, \frac{397\pi}{9}, \frac{403\pi}{9}, \frac{409\pi}{9}, \frac{415\pi}{9}, \frac{421\pi}{9}, \frac{427\pi}{9}, \frac{433\pi}{9}, \frac{439\pi}{9}, \frac{445\pi}{9}, \frac{451\pi}{9}, \frac{457\pi}{9}, \frac{463\pi}{9}, \frac{469\pi}{9}, \frac{475\pi}{9}, \frac{481\pi}{9}, \frac{487\pi}{9}, \frac{493\pi}{9}, \frac{499\pi}{9}, \frac{505\pi}{9}, \frac{511\pi}{9}, \frac{517\pi}{9}, \frac{523\pi}{9}, \frac{529\pi}{9}, \frac{535\pi}{9}, \frac{541\pi}{9}, \frac{547\pi}{9}, \frac{553\pi}{9}, \frac{559\pi}{9}, \frac{565\pi}{9}, \frac{571\pi}{9}, \frac{577\pi}{9}, \frac{583\pi}{9}, \frac{589\pi}{9}, \frac{595\pi}{9}, \frac{601\pi}{9}, \frac{607\pi}{9}, \frac{613\pi}{9}, \frac{619\pi}{9}, \frac{625\pi}{9}, \frac{631\pi}{9}, \frac{637\pi}{9}, \frac{643\pi}{9}, \frac{649\pi}{9}, \frac{655\pi}{9}, \frac{661\pi}{9}, \frac{667\pi}{9}, \frac{673\pi}{9}, \frac{679\pi}{9}, \frac{685\pi}{9}, \frac{691\pi}{9}, \frac{697\pi}{9}, \frac{703\pi}{9}, \frac{709\pi}{9}, \frac{715\pi}{9}, \frac{721\pi}{9}, \frac{727\pi}{9}, \frac{733\pi}{9}, \frac{739\pi}{9}, \frac{745\pi}{9}, \frac{751\pi}{9}, \frac{757\pi}{9}, \frac{763\pi}{9}, \frac{769\pi}{9}, \frac{775\pi}{9}, \frac{781\pi}{9}, \frac{787\pi}{9}, \frac{793\pi}{9}, \frac{799\pi}{9}, \frac{805\pi}{9}, \frac{811\pi}{9}, \frac{817\pi}{9}, \frac{823\pi}{9}, \frac{829\pi}{9}, \frac{835\pi}{9}, \frac{841\pi}{9}, \frac{847\pi}{9}, \frac{853\pi}{9}, \frac{859\pi}{9}, \frac{865\pi}{9}, \frac{871\pi}{9}, \frac{877\pi}{9}, \frac{883\pi}{9}, \frac{889\pi}{9}, \frac{895\pi}{9}, \frac{901\pi}{9}, \frac{907\pi}{9}, \frac{913\pi}{9}, \frac{919\pi}{9}, \frac{925\pi}{9}, \frac{931\pi}{9}, \frac{937\pi}{9}, \frac{943\pi}{9}, \frac{949\pi}{9}, \frac{955\pi}{9}, \frac{961\pi}{9}, \frac{967\pi}{9}, \frac{973\pi}{9}, \frac{979\pi}{9}, \frac{985\pi}{9}, \frac{991\pi}{9}, \frac{997\pi}{9}, \frac{1003\pi}{9}, \frac{1009\pi}{9}, \frac{1015\pi}{9}, \frac{1021\pi}{9}, \frac{1027\pi}{9}, \frac{1033\pi}{9}, \frac{1039\pi}{9}, \frac{1045\pi}{9}, \frac{1051\pi}{9}, \frac{1057\pi}{9}, \frac{1063\pi}{9}, \frac{1069\pi}{9}, \frac{1075\pi}{9}, \frac{1081\pi}{9}, \frac{1087\pi}{9}, \frac{1093\pi}{9}, \frac{1099\pi}{9}, \frac{1105\pi}{9}, \frac{1111\pi}{9}, \frac{1117\pi}{9}, \frac{1123\pi}{9}, \frac{1129\pi}{9}, \frac{1135\pi}{9}, \frac{1141\pi}{9}, \frac{1147\pi}{9}, \frac{1153\pi}{9}, \frac{1159\pi}{9}, \frac{1165\pi}{9}, \frac{1171\pi}{9}, \frac{1177\pi}{9}, \frac{1183\pi}{9}, \frac{1189\pi}{9}, \frac{1195\pi}{9}, \frac{1201\pi}{9}, \frac{1207\pi}{9}, \frac{1213\pi}{9}, \frac{1219\pi}{9}, \frac{1225\pi}{9}, \frac{1231\pi}{9}, \frac{1237\pi}{9}, \frac{1243\pi}{9}, \frac{1249\pi}{9}, \frac{1255\pi}{9}, \frac{1261\pi}{9}, \frac{1267\pi}{9}, \frac{1273\pi}{9}, \frac{1279\pi}{9}, \frac{1285\pi}{9}, \frac{1291\pi}{9}, \frac{1297\pi}{9}, \frac{1303\pi}{9}, \frac{1309\pi}{9}, \frac{1315\pi}{9}, \frac{1321\pi}{9}, \frac{1327\pi}{9}, \frac{1333\pi}{9}, \frac{1339\pi}{9}, \frac{1345\pi}{9}, \frac{1351\pi}{9}, \frac{1357\pi}{9}, \frac{1363\pi}{9}, \frac{1369\pi}{9}, \frac{1375\pi}{9}, \frac{1381\pi}{9}, \frac{1387\pi}{9}, \frac{1393\pi}{9}, \frac{1399\pi}{9}, \frac{1405\pi}{9}, \frac{1411\pi}{9}, \frac{1417\pi}{9}, \frac{1423\pi}{9}, \frac{1429\pi}{9}, \frac{1435\pi}{9}, \frac{1441\pi}{9}, \frac{1447\pi}{9}, \frac{1453\pi}{9}, \frac{1459\pi}{9}, \frac{1465\pi}{9}, \frac{1471\pi}{9}, \frac{1477\pi}{9}, \frac{1483\pi}{9}, \frac{1489\pi}{9}, \frac{1495\pi}{9}, \frac{1501\pi}{9}, \frac{1507\pi}{9}, \frac{1513\pi}{9}, \frac{1519\pi}{9}, \frac{1525\pi}{9}, \frac{1531\pi}{9}, \frac{1537\pi}{9}, \frac{1543\pi}{9}, \frac{1549\pi}{9}, \frac{1555\pi}{9}, \frac{1561\pi}{9}, \frac{1567\pi}{9}, \frac{1573\pi}{9}, \frac{1579\pi}{9}, \frac{1585\pi}{9}, \frac{1591\pi}{9}, \frac{1597\pi}{9}, \frac{1603\pi}{9}, \frac{1609\pi}{9}, \frac{1615\pi}{9}, \frac{1621\pi}{9}, \frac{1627\pi}{9}, \frac{1633\pi}{9}, \frac{1639\pi}{9}, \frac{1645\pi}{9}, \frac{1651\pi}{9}, \frac{1657\pi}{9}, \frac{1663\pi}{9}, \frac{1669\pi}{9}, \frac{1675\pi}{9}, \frac{1681\pi}{9}, \frac{1687\pi}{9}, \frac{1693\pi}{9}, \frac{1699\pi}{9}, \frac{1705\pi}{9}, \frac{1711\pi}{9}, \frac{1717\pi}{9}, \frac{1723\pi}{9}, \frac{1729\pi}{9}, \frac{1735\pi}{9}, \frac{1741\pi}{9}, \frac{1747\pi}{9}, \frac{1753\pi}{9}, \frac{1759\pi}{9}, \frac{1765\pi}{9}, \frac{1771\pi}{9}, \frac{1777\pi}{9}, \frac{1783\pi}{9}, \frac{1789\pi}{9}, \frac{1795\pi}{9}, \frac{1801\pi}{9}, \frac{1807\pi}{9}, \frac{1813\pi}{9}, \frac{1819\pi}{9}, \frac{1825\pi}{9}, \frac{1831\pi}{9}, \frac{1837\pi}{9}, \frac{1843\pi}{9}, \frac{1849\pi}{9}, \frac{1855\pi}{9}, \frac{1861\pi}{9}, \frac{1867\pi}{9}, \frac{1873\pi}{9}, \frac{1879\pi}{9}, \frac{1885\pi}{9}, \frac{1891\pi}{9}, \frac{1897\pi}{9}, \frac{1903\pi}{9}, \frac{1909\pi}{9}, \frac{1915\pi}{9}, \frac{1921\pi}{9}, \frac{1927\pi}{9}, \frac{1933\pi}{9}, \frac{1939\pi}{9}, \frac{1945\pi}{9}, \frac{1951\pi}{9}, \frac{1957\pi}{9}, \frac{1963\pi}{9}, \frac{1969\pi}{9}, \frac{1975\pi}{9}, \frac{1981\pi}{9}, \frac{1987\pi}{9}, \frac{1993\pi}{9}, \frac{1999\pi}{9}, \frac{2005\pi}{9}, \frac{2011\pi}{9}, \frac{2017\pi}{9}, \frac{2023\pi}{9}, \frac{2029\pi}{9}, \frac{2035\pi}{9}, \frac{2041\pi}{9}, \frac{2047\pi}{9}, \frac{2053\pi}{9}, \frac{2059\pi}{9}, \frac{2065\pi}{9}, \frac{2071\pi}{9}, \frac{2077\pi}{9}, \frac{2083\pi}{9}, \frac{2089\pi}{9}, \frac{2095\pi}{9}, \frac{2101\pi}{9}, \frac{2107\pi}{9}, \frac{2113\pi}{9}, \frac{2119\pi}{9}, \frac{2125\pi}{9}, \frac{2131\pi}{9}, \frac{2137\pi}{9}, \frac{2143\pi}{9}, \frac{2149\pi}{9}, \frac{2155\pi}{9}, \frac{2161\pi}{9}, \frac{2167\pi}{9}, \frac{2173\pi}{9}, \frac{2179\pi}{9}, \frac{2185\pi}{9}, \frac{2191\pi}{9}, \frac{2197\pi}{9}, \frac{2203\pi}{9}, \frac{2209\pi}{9}, \frac{2215\pi}{9}, \frac{2221\pi}{9}, \frac{2227\pi}{9}, \frac{2233\pi}{9}, \frac{2239\pi}{9}, \frac{2245\pi}{9}, \frac{2251\pi}{9}, \frac{2257\pi}{9}, \frac{2263\pi}{9}, \frac{2269\pi}{9}, \frac{2275\pi}{9}, \frac{2281\pi}{9}, \frac{2287\pi}{9}, \frac{2293\pi}{9}, \frac{2299\pi}{9}, \frac{2305\pi}{9}, \frac{2311\pi}{9}, \frac{2317\pi}{9}, \frac{2323\pi}{9}, \frac{2329\pi}{9}, \frac{2335\pi}{9}, \frac{2341\pi}{9}, \frac{2347\pi}{9}, \frac{2353\pi}{9}, \frac{2359\pi}{9}, \frac{2365\pi}{9}, \frac{2371\pi}{9}, \frac{2377\pi}{9}, \frac{2383\pi}{9}, \frac{2389\pi}{9}, \frac{2395\pi}{9}, \frac{2401\pi}{9}, \frac{2407\pi}{9}, \frac{2413\pi}{9}, \frac{2419\pi}{9}, \frac{2425\pi}{9}, \frac{2431\pi}{9}, \frac{2437\pi}{9}, \frac{2443\pi}{9}, \frac{2449\pi}{9}, \frac{2455\pi}{9}, \frac{2461\pi}{9}, \frac{2467\pi}{9}, \frac{2473\pi}{9}, \frac{2479\pi}{9}, \frac{2485\pi}{9}, \frac{2491\pi}{9}, \frac{2497\pi}{9}, \frac{2503\pi}{9}, \frac{2509\pi}{9}, \frac{2515\pi}{9}, \frac{2521\pi}{9}, \frac{2527\pi}{9}, \frac{2533\pi}{9}, \frac{2539\pi}{9}, \frac{2545\pi}{9}, \frac{2551\pi}{9}, \frac{2557\pi}{9}, \frac{2563\pi}{9}, \frac{2569\pi}{9}, \frac{2575\pi}{9}, \frac{2581\pi}{9}, \frac{2587\pi}{9}, \frac{2593\pi}{9}, \frac{2599\pi}{9}, \frac{2605\pi}{9}, \frac{2611\pi}{9}, \frac{2617\pi}{9}, \frac{2623\pi}{9}, \frac{2629\pi}{9}, \frac{2635\pi}{9}, \frac{2641\pi}{9}, \frac{2647\pi}{9}, \frac{2653\pi}{9}, \frac{2659\pi}{9}, \frac{2665\pi}{9}, \frac{2671\pi}{9}, \frac{2677\pi}{9}, \frac{2683\pi}{9}, \frac{2689\pi}{9}, \frac{2695\pi}{9}, \frac{2701\pi}{9}, \frac{2707\pi}{9}, \frac{2713\pi}{9}, \frac{2719\pi}{9}, \frac{2725\pi}{9}, \frac{2731\pi}{9}, \frac{2737\pi}{9}, \frac{2743\pi}{9}, \frac{2749\pi}{9}, \frac{2755\pi}{9}, \frac{2761\pi}{9}, \frac{2767\pi}{9}, \frac{2773\pi}{9}, \frac{2779\pi}{9}, \frac{2785\pi}{9}, \frac{2791\pi}{9}, \frac{2797\pi}{9}, \frac{2803\pi}{9}, \frac{2809\pi}{9}, \frac{2815\pi}{9}, \frac{2821\pi}{9}, \frac{2827\pi}{9}, \frac{2833\pi}{9}, \frac{2839\pi}{9}, \frac{2845\pi}{9}, \frac{2851\pi}{9}, \frac{2857\pi}{9}, \frac{2863\pi}{9}, \frac{2869\pi}{9}, \frac{2875\pi}{9}, \frac{2881\pi}{9}, \frac{2887\pi}{9}, \frac{2893\pi}{9}, \frac{2899\pi}{9}, \frac{2905\pi}{9}, \frac{2911\pi}{9}, \frac{2917\pi}{9}, \frac{2923\pi}{9}, \frac{2929\pi}{9}, \frac{2935\pi}{9}, \frac{2941\pi}{9}, \frac{2947\pi}{9}, \frac{2953\pi}{9}, \frac{2959\pi}{9}, \frac{2965\pi}{9}, \frac{2971\pi}{9}, \frac{2977\pi}{9}, \frac{2983\pi}{9}, \frac{2989\pi}{9}, \frac{2995\pi}{9}, \frac{3001\pi}{9}, \frac{3007\pi}{9}, \frac{3013\pi}{9}, \frac{3019\pi}{9}, \frac{3025\pi}{9}, \frac{3031\pi}{9}, \frac{3037\pi}{9}, \frac{3043\pi}{9}, \frac{3049\pi}{9}, \frac{3055\pi}{9}, \frac{3061\pi}{9}, \frac{3067\pi}{9}, \frac{3073\pi}{9}, \frac{3079\pi}{9}, \frac{3085\pi}{9}, \frac{3091\pi}{9}, \frac{3097\pi}{9}, \frac{3103\pi}{9}, \frac{3109\pi}{9}, \frac{3115\pi}{9}, \frac{3121\pi}{9}, \frac{3127\pi}{9}, \frac{3133\pi}{9}, \frac{3139\pi}{9}, \frac{3145\pi}{9}, \frac{3151\pi}{9}, \frac{3157\pi}{9}, \frac{3163\pi}{9}, \frac{3169\pi}{9}, \frac{3175\pi}{9}, \frac{3181\pi}{9}, \frac{3187\pi}{9}, \frac{3193\pi}{9}, \frac{3199\pi}{9}, \frac{3205\pi}{9}, \frac{3211\pi}{9}, \frac{3217\pi}{9}, \frac{3223\pi}{9}, \frac{3229\pi}{9}, \frac{3235\pi}{9}, \frac{3241\pi}{9}, \frac{3247\pi}{9}, \frac{3253\pi}{9}, \frac{3259\pi}{9}, \frac{3265\pi}{9}, \frac{3271\pi}{9}, \frac{3277\pi}{9}, \frac{3283\pi}{9}, \frac{3289\pi}{9}, \frac{3295\pi}{9}, \frac{3301\pi}{9}, \frac{3307\pi}{9}, \frac{3313\pi}{9}, \frac{3319\pi}{9}, \frac{3325\pi}{9}, \frac{3331\pi}{9}, \frac{3337\pi}{9}, \frac{3343\pi}{9}, \frac{3349\pi}{9}, \frac{3355\pi}{9}, \frac{3361\pi}{9}, \frac{3367\pi}{9}, \frac{3373\pi}{9}, \frac{3379\pi}{9}, \frac{3385\pi}{9}, \frac{3391\pi}{9}, \frac{3397\pi}{9}, \frac{3403\pi}{9}, \frac{3409\pi}{9}, \frac{3415\pi}{9}, \frac{3421\pi}{9}, \frac{3427\pi}{9}, \frac{3433\pi}{9}, \frac{3439\pi}{9}, \frac{3445\pi}{9}, \frac{3451\pi}{9}, \frac{3457\pi}{9}, \frac{3463\pi}{9}, \frac{3469\pi}{9}, \frac{3475\pi}{9}, \frac{3481\pi}{9}, \frac{3487\pi}{9}, \frac{3493\pi}{9}, \frac{3499\pi}{9}, \frac{3505\pi}{9}, \frac{3511\pi}{9}, \frac{3517\pi}{9}, \frac{3523\pi}{9}, \frac{3529\pi}{9}, \frac{3535\pi}{9}, \frac{3541\pi}{9}, \frac{3547\pi}{9}, \frac{3553\pi}{9}, \frac{3559\pi}{9}, \frac{3565\pi}{9}, \frac{3571\pi}{9}, \frac{3577\pi}{9}, \frac{3583\pi}{9}, \frac{3589\pi}{9}, \frac{3595\pi}{9}, \frac{3601\pi}{9}, \frac{3607\pi}{9}, \frac{3613\pi}{9}, \frac{3619\pi}{9}, \frac{3625\pi}{9}, \frac{3631\pi}{9}, \frac{3637\pi}{9}, \frac{3643\pi}{9}, \frac{3649\pi}{9}, \frac{3655\pi}{9}, \frac{3661\pi}{9}, \frac{3667\pi}{9}, \frac{3673\pi}{9}, \frac{3679\pi}{9}, \frac{3685\pi}{9}, \frac{3691\pi}{9}, \frac{3697\pi}{9}, \frac{3703\pi}{9}, \frac{3709\pi}{9}, \frac{3715\pi}{9}, \frac{3721\pi}{9}, \frac{3727\pi}{9}, \frac{3733\pi}{9}, \frac{3739\pi}{9}, \frac{3745\pi}{9}, \frac{3751\pi}{9}, \frac{3757\pi}{9}, \frac{3763\pi}{9}, \frac{3769\pi}{9}, \frac{3775\pi}{9}, \frac{3781\pi}{9}, \frac{3787\pi}{9}, \frac{3793\pi}{9}, \frac{3799\pi}{9}, \frac{3805\pi}{9}, \frac{3811\pi}{9}, \frac{3817\pi}{9}, \frac{3823\pi}{9}, \frac{3829\pi}{9}, \frac{3835\pi}{9}, \frac{3841\pi}{9}, \frac{3847\pi}{9}, \frac{3853\pi}{9}, \frac{3859\pi}{9}, \frac{3865\pi}{9}, \frac{3871\pi}{9}, \frac{3877\pi}{9}, \frac{3883\pi}{9}, \frac{3889\pi}{9}, \frac{3895\pi}{9}, \frac{3901\pi}{9}, \frac{3907\pi}{9}, \frac{3913\pi}{9}, \frac{3919\pi}{9}, \frac{3925\pi}{9}, \frac{3931\pi}{9}, \frac{3937\pi}{9}, \frac{3943\pi}{9}, \frac{3949\pi}{9}, \frac{3955\pi}{9}, \frac{3961\pi}{9}, \frac{3967\pi}{9}, \frac{3973\pi}{9}, \frac{3979\pi}{9}, \frac{3985\pi}{9}, \frac{3991\pi}{9}, \frac{3997\pi}{9}, \frac{4003\pi}{9}, \frac{4009\pi}{9}, \frac{4015\pi}{9}, \frac{4021\pi}{9}, \frac{4027\pi}{9}, \frac{4033\pi}{9}, \frac{4039\pi}{9}, \frac{4045\pi}{9}, \frac{4051\pi}{9}, \frac{4057\pi}{9}, \frac{4063\pi}{9}, \frac{4069\pi}{9}, \frac{4075\pi}{9}, \frac{4081\pi}{9}, \frac{4087\pi}{9}, \frac{4093\pi}{9}, \frac{4099\pi}{9}, \frac{4105\pi}{9}, \frac{4111\pi}{9}, \frac{4117\pi}{9}, \frac{4123\pi}{9}, \frac{4129\pi}{9}, \frac{4135\pi}{9}, \frac{4141\pi}{9}, \frac{4147\pi}{9}, \frac{4153\pi}{9}, \frac{4159\pi}{9}, \frac{4165\pi}{9}, \frac{4171\pi}{9}, \frac{4177\pi}{9}, \frac{4183\pi}{9}, \frac{4189\pi}{9}, \frac{4195\pi}{9}, \frac{4201\pi}{9}, \frac{4207\pi}{9}, \frac{4213\pi}{9}, \frac{4219\pi}{9}, \frac{4225\pi}{9}, \frac{4231\pi}{9}, \frac{4237\pi}{9}, \frac{4243\pi}{9}, \frac{4249\pi}{9}, \frac{4255\pi}{9}, \frac{4261\pi}{9}, \frac{4267\pi}{9}, \frac{4273\pi}{9}, \frac{4279\pi}{9}, \frac{4285\pi}{9}, \frac{4291\pi}{9}, \frac{4297\pi}{9}, \frac{4303\pi}{9}, \frac{4309\pi}{9}, \frac{4315\pi}{9}, \frac{4321\pi}{9}, \frac{4327\pi}{9}, \frac{4333\pi}{9}, \frac{4339\pi}{9}, \frac{4345\pi}{9}, \frac{4351\pi}{9}, \frac{4357\pi}{9}, \frac{4363\pi}{9}, \frac{4369\pi}{9}, \frac{4375\pi}{9}, \frac{4381\pi}{9}, \frac{4387\pi}{9}, \frac{4393\pi}{9}, \frac{4399\pi}{9}, \frac{4405\pi}{9}, \frac{4411\pi}{9}, \frac{4417\pi}{9}, \frac{4423\pi}{9}, \frac{4429\pi}{9}, \frac{4435\pi}{9}, \frac{4441\pi}{9}, \frac{4447\pi}{9}, \frac{4453\pi}{9}, \frac{4459\pi}{9}, \frac{4465\pi}{9}, \frac{4471\pi}{9}, \frac{4477\pi}{9}, \frac{4483\pi}{9}, \frac{4489\pi}{9}, \frac{4495\pi}{9}, \frac{4501\pi}{9}, \frac{4$$



هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

عمودمنصف ضلع AB ضلع BC را در نقطه D قطع کرده و DC = ۵ است.



می دانیم فاصله هر نقطه روی عمودمنصف پاره خط از دو سر پاره خط برابر

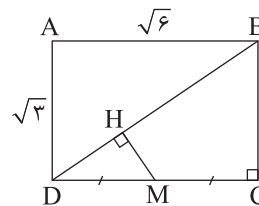
است، پس $DA = DB = x$. در نتیجه مثلث ABD متساوی الساقین

است. دو مثلث متساوی الساقین ABD و ABC دارای زاویه های مساوی هستند. پس متشابه اند. داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABD \sim \triangle ABC &\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{6}{5+x} = \frac{x}{6} \\ \Rightarrow x^2 + 5x - 36 &= 0 \Rightarrow (x+9)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4 \\ \Rightarrow AD = x &= 4 \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه های ۱۳ و ۳۹)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.



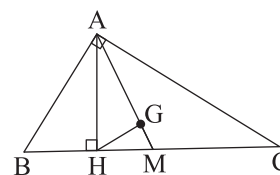
$$DC = \sqrt{6} \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{6}}{2}, BD = \sqrt{6+3} = 3$$

از طرفی مثلث های DMH و BCD متشابه اند و داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \hat{D} = \hat{D} \\ \hat{H} = \hat{C} = 90^\circ \end{cases} &\Rightarrow \frac{DM}{DB} = \frac{MH}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{3} = \frac{MH}{\sqrt{3}} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۸)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.



ابتدا پاره خط AG را از سمت G امتداد می دهیم تا ضلع BC را در نقطه M قطع کند. بدیهی است AM میانه وارد بر ضلع BC بوده و نقطه M وسط این ضلع قرار دارد. از طرفی می دانیم فاصله نقطه همرسی میانه ها از هر رأس مثلث، $\frac{2}{3}$ طول میانه نظیر آن رأس است. پس داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AM \Rightarrow 4 = \frac{2}{3} AM \Rightarrow AM = 6$$

با توجه به اینکه اندازه میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزویه نصف اندازه وتر است، پس:

$$BC = 2AM = 12$$

حال طبق قضیه تالس در مثلث AMB می توان نوشت:

$$GH \parallel AB \Rightarrow \frac{MH}{BM} = \frac{MG}{AM} \Rightarrow \frac{MH}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = 2$$

$$\triangle AMH : \triangle AH^2 = AM^2 - MH^2 = 6^2 - 2^2 = 32 \Rightarrow AH = 4\sqrt{2}$$

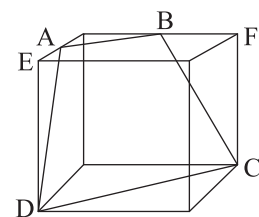
$$S_{\triangle AMH} = \frac{1}{2} AH \times MH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

دو مثلث AMH و AGH در ارتفاع رسم شده از رأس H مشترک اند. پس نسبت مساحت های آنها برابر نسبت قاعده هاست، یعنی:

$$\frac{S_{\triangle AGH}}{S_{\triangle AMH}} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle AGH} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

(هندسه دهم، صفحه های ۳۴، ۶۰ و ۶۷)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.



نتیجه تالس $\rightarrow \begin{cases} AB \parallel EF \\ AB = \frac{EF}{2} \end{cases}$ وسط های دو یال اند

از طرفی $EF \parallel CD$ پس $AB \parallel CD$ است، بنابراین چهارضلعی ABCD دوزنقه است. با فرض اینکه اندازه یال مکعب a باشد، داریم:

$$CD = EF = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

در مثلث BFC:

$$BF = \frac{a}{2}, FC = a \xrightarrow{\hat{F}=90^\circ} BC = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

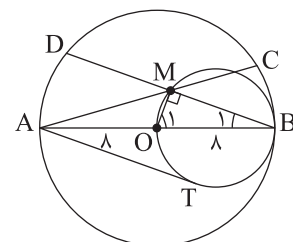
به همین ترتیب $AD = \frac{\sqrt{5}}{2} a$ پس $BC = AD$ یعنی دوزنقه

$$\frac{AB}{CD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

دقت کنید! دوزنقه متساوی الساقینی که طول ساق آن برابر نصف مجموع طول دو قاعده اش باشد، چهارضلعی محیطی است.

(هندسه دهم، صفحه ۹۲)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.



طول کمان AD از رابطه زیر به دست می آید.

$$AD \text{ کمان} = \frac{\widehat{AD}}{360} 2\pi R \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{\widehat{AD}}{360} 2\pi (\lambda) \Rightarrow \widehat{AD} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{\widehat{AD}}{2} = 30^\circ$$

از مرکز O به M وصل می کنیم. در این صورت زاویه $\hat{M}$ محاطی روبه رو به قطر OB است. پس $\hat{M} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{O}_1 = 60^\circ$ است.

بنابراین:

$$\triangle OMB : \hat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow MB = \frac{\sqrt{3}}{2} OB = \frac{\sqrt{3}}{2} (\lambda) = 4\sqrt{3}$$



$$A^3 = \bar{0} \Rightarrow A^3 - I = -I \Rightarrow (A - I)(A^2 + A + I) = -I$$

$$\xrightarrow{+(-1)} (A - I)(-A^2 - A - I) = I$$

$$\Rightarrow (A - I)^{-1} = -A^2 - A - I \quad (1)$$

لازم است ماتریس A^2 را به دست آوریم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(1)} (A - I)^{-1} = -A^2 - A - I$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس $(A - I)^{-1}$ مساوی صفر است.
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا طول قطر بزرگ و اندازه فاصله کانونی بیضی را پیدا می‌کنیم.

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} c = 3k \\ a = 5k \end{cases}$$

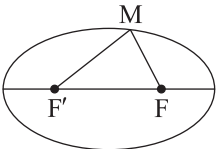
$$\text{طول قطر کوچک} = 12 \Rightarrow 2b = 12 \Rightarrow b = 6$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25k^2 = 6^2 + 9k^2 \Rightarrow 16k^2 = 36$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow k = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{2} \\ a = \frac{15}{2} \end{cases}$$

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن برابر $2a$ است، پس داریم:

$$MF + MF' = 2a = 15 \xrightarrow{MF' = 2MF} 3MF = 15 \Rightarrow MF = 5$$



بنابراین $MF' = 1$ و $FF' = 2c = 9$ دو ضلع دیگر مثلث MFF' هستند. برای محاسبه مساحت این مثلث از قضیه هرون استفاده می‌کنیم.

$$P = \frac{5+9+1}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{12(12-5)(12-9)(12-1)} = \sqrt{12 \times 7 \times 3 \times 2} = 6\sqrt{14}$$

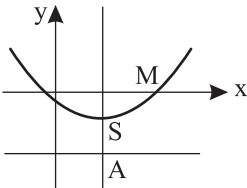
شعاع دایره محاطی داخلی مثلث MFF' برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{6\sqrt{14}}{12} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به وضعیت نقاط A و M سهمی قائم رو به بالاست.



می‌دانیم:

$$S \left| \begin{matrix} h \\ k \end{matrix} \right| F \left| \begin{matrix} h \\ k+a \end{matrix} \right| , \Delta: y = k - a$$

از طرف دیگر از مرکز O عمود OM بر وتر BD وارد شده است. پس OM وتر BD را نصف می‌کند. در نتیجه $DM = BM = 4\sqrt{3}$. اکنون با استفاده از روابط طولی در دایره می‌نویسیم:

$$MA \times MC = MB \times MD \Rightarrow MA \times MC = 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 48$$

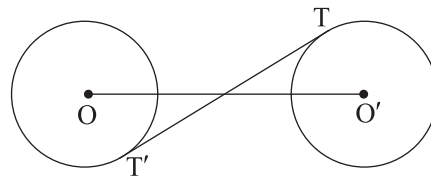
$$AT^2 = AO \times AB \Rightarrow AT^2 = 8 \times 16 \Rightarrow AT = 8\sqrt{2}$$

بنابراین:

$$\frac{MA \times MC}{AT} = \frac{48}{8\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۹)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.



انتقال یک تبدیل ایزومتر است، بنابراین شعاع دو دایره یکسان است.

$$R = R' \Rightarrow 2x + 3 = 4x - 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow R = R' = 9$$

$$2\sqrt{19} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 76 = OO'^2 - (9 + 9)^2$$

$$\Rightarrow 76 + 324 = OO'^2 \Rightarrow OO'^2 = 400 \Rightarrow OO' = 20$$

بنابراین اندازه بردار انتقال برابر ۲۰ است.

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 49 + 151 = 2AM^2 + \frac{144}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 128 \Rightarrow AM^2 = 64 \Rightarrow AM = 8$$

حال قضیه نیمسازهای زوایای داخلی را برای مثلث AMB نوشته و طول پاره‌های AD و BD را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta AMB: MD \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AM}{BM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{AD + BD} = \frac{4}{4+3} \Rightarrow \frac{AD}{7} = \frac{4}{7}$$

$$AD = 4 \Rightarrow BD = 3$$

طبق رابطه طول نیمساز زاویه داخلی در مثلث AMB داریم:

$$MD^2 = AM \times MB - AD \times BD = 8 \times 6 - 4 \times 3 = 36$$

$$\Rightarrow MD = 6$$

محیط مثلث AMD برابر است با:

$$AM + AD + MD = 8 + 4 + 6 = 18$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید! در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{bmatrix}$ آنگاه $A^3 = \bar{0}$ است.

پس در اینجا $A^3 = \bar{0}$ است. (برای بررسی این مورد اول A^2 و بعد A^3 را پیدا کنید.)



$$\Rightarrow 10n \equiv -2 \Rightarrow 10n \equiv 42-2 \Rightarrow 10n \equiv 40$$

$$\frac{42}{10} \rightarrow n \equiv 4 \Rightarrow n \equiv 4 \Rightarrow n = 21k + 4$$

تعداد عددهای سه رقمی n را که به صورت $21k + 4$ هستند، می‌خواهیم.
 $1000 \leq n < 10000 \Rightarrow 1000 \leq 21k + 4 < 10000 \Rightarrow 96 \leq 21k < 9996$

$$\Rightarrow \frac{96}{21} \leq k < \frac{9996}{21} \Rightarrow 5 \leq k \leq 47$$

تعداد k هایی که در این رابطه صدق می‌کند، $43 = 47 - 5 + 1$ ، تا است.
 (ریاضیات گسسته، صفحه ۲۸)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

یک مجموعه احاطه‌گر زمانی مینیمال است که هر کدام از اعضای آن را حذف کنیم، مجموعه باقیمانده دیگر احاطه‌گر نباشد.

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) مجموعه $\{b, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است، چون رأس‌های a, c و e توسط رأس b و رأس‌های d, g و h توسط رأس f احاطه می‌شود و با حذف هر کدام از رأس‌های b و f این مجموعه دیگر احاطه‌گر نیست، پس احاطه‌گر مینیمال است.

(۲) مجموعه $\{a, e, g\}$ نیز احاطه‌گر است، با حذف رأس a این رأس توسط رأس‌های e و g احاطه نمی‌شود. با حذف رأس e نیز این رأس توسط رأس‌های a و g احاطه نمی‌شود. با حذف رأس g نیز این رأس توسط رأس‌های a و e احاطه نمی‌شود. پس احاطه‌گر مینیمال است.

(۳) مجموعه $\{c, d, h\}$ نیز احاطه‌گر مینیمال است. (استدلال مشابه را به کار ببرید!)

(۴) مجموعه $\{b, e, f\}$ نیز احاطه‌گر است ولی مینیمال نیست، چون با حذف e مجموعه $\{b, f\}$ هنوز احاطه‌گر است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۷)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

برای اینکه y عددی صحیح شود، متغیر y باید زوج باشد. پس قرار می‌دهیم $y = 2y'$ که $y' \in \mathbb{N}$ است. پس معادله به صورت زیر می‌شود:

$$x + 5y' + z + t = 20 \Rightarrow x, y', z, t \in \mathbb{N}$$

به متغیر y' که ضریب ۵ دارد، عدد می‌دهیم و در هر حالت تعداد جواب‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = 1 \Rightarrow x + z + t = 15 \xrightarrow{x, z, t \in \mathbb{N}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n-1}{k-1}$$

$$= \binom{15-1}{3-1} = \binom{14}{2} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

$$y' = 2 \Rightarrow x + z + t = 10 \xrightarrow{x, z, t \in \mathbb{N}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n-1}{k-1}$$

$$= \binom{10-1}{3-1} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$y' = 3 \Rightarrow x + z + t = 5 \xrightarrow{x, z, t \in \mathbb{N}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n-1}{k-1}$$

$$= \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

کل جواب‌های به دست آمده برابر است با:

$$91 + 36 + 6 = 133$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۶۱)

در نهایت نتیجه می‌گیریم:

$$n(A \times (B \cup C)) = n(A) \cdot n(B \cup C) = 15 \times 15 = 225$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$P(A) = P(\text{مضرب } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = P(\text{غیر مضرب } 3) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

حالا با استفاده از فرمول احتمال کل نتیجه می‌گیریم:

$$P(W) = P(A) \cdot P(W|A) + P(B) \cdot P(W|B)$$

$$\Rightarrow \frac{13}{30} = \frac{1}{3} \left(\frac{n}{n+6} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{2}{5} \right)$$

$$\xrightarrow{\times 3} \frac{13}{10} = \frac{n}{n+6} + \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n}{n+6} = \frac{13}{10} - \frac{4}{5} = \frac{13-8}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$n+6 = 2n \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow A \text{ تعداد مهره‌های ظرف } = n+6 = 6+6 = 12$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۷)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا میانگین و واریانس سه داده اول را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{x + 2x + x + 3}{3} = \frac{4x+3}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x - \frac{4x+3}{3})^2 + (2x - \frac{4x+3}{3})^2 + (x+3 - \frac{4x+3}{3})^2}{3}$$

$$= (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} [(-x-3)^2 + (2x-3)^2 + (-x+6)^2] = 6$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 18x + 54 = 54 \Rightarrow 6x(x-3) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 3$$

پس داده‌ها به صورت ۳، ۶ و ۶ با میانگین $\bar{x} = 5$ هستند.

با اضافه شدن y به این سه داده میانگین تغییر نمی‌کند. پس y همان

$\bar{x}$ یعنی ۵ است. از طرفی $(y - \bar{x})^2 = 0$ می‌شود، پس:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{6}{4} \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{5} = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۰)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت $n^2 + n$ را می‌توان به صورت $n(n+1)$ نوشت که حاصل ضرب دو

عدد متوالی است، پس عددی زوج است و بنابراین $n^2 + n + 1$ عددی فرد می‌شود. در نتیجه m که مقسوم‌علیه این عدد است، باید عددی فرد باشد.

m عددی فرد است، پس m^4 و m^2 نیز عددهایی فرد هستند، بنابراین مجموع آنها عددی زوج و در نهایت $m^4 + m^2 + 1$ عددی فرد است.

پس k که مقسوم‌علیه این عبارت است، باید عددی فرد باشد.

می‌دانیم مربع هر عدد فرد به پیمانه ۸ برابر ۱ است، یعنی:

$$\begin{cases} m^2 \equiv 1 \\ k^2 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow m^2 - k^2 + 5 \equiv 1 - 1 + 5 \equiv 5$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۷)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

برای اینکه معادله سیاله $10n + 2 = 84x + 126y$ جواب داشته باشد،

باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\begin{array}{ccc} 2 \times 42 & 3 \times 42 & \\ \uparrow & \uparrow & \\ (84, 126) & | & 10n+2 \Rightarrow 42 | 10n+2 \Rightarrow 10n+2 \equiv 0 \end{array}$$



۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

در این نوع مسائل به سراغ بدترین حالت ممکن (اوج بدشانسی) می‌رویم. بدترین حالت وقتی اتفاق می‌افتد که ۴ مهره قرمز، ۴ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۳ مهره زرد برداریم. حالا با برداشتن مهره شانزدهم به هدف خود که داشتن ۵ مهره هم‌رنگ است، می‌رسیم.

$$4 + 4 + 4 + 3 + 1 = 16$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۲)

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

یکای فشار در SI پاسکال است که معادل یک نیوتون بر متر مربع است.

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

$$W = Fd \Rightarrow 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m}$$

$$F = ma \Rightarrow 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از روابط فوق درستی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ معلوم می‌شود.

$$\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ m}^3} = \frac{1 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{1 \text{ m}^3} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \text{ Pa}$$

$$\frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ m} \times 1 \text{ s}^2} = \frac{1 \text{ kg} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ m}^2} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \text{ Pa}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۳۳)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

موارد (الف) و (ب) قابل قبول نیستند.

برای آنکه جسمی روی یک مایع شناور شود، می‌بایست چگالی جسم از چگالی مایع، کمتر باشد.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 10^3 = \frac{4000\pi}{3} \text{ cm}^3 \simeq 4000 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{4000} \quad \rho < \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m}{4000} < 1 \Rightarrow m < 4000 \text{ g}$$

جرم کره برابر است با چگالی آهن ضربدر حجم قسمت پر کره

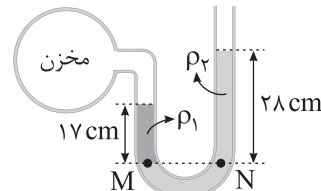
$$m < 4000 \Rightarrow 8V_1 < 4000 \Rightarrow V_1 < 500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{حجم حفره } V_2 > 3500 \text{ cm}^3$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ و ۴۱)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

فشار در نقاط M و N برابر است.



$$P_{\text{گاز}} + P_{\rho_1} = P_{\rho_2} + P_0$$

فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوای محیط است.

$$P = P_{\text{گاز}} - P_0 = P_{\rho_2} - P_{\rho_1}$$

$$P_{\rho_2} : \rho_2 h_2 = \rho_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}} \Rightarrow 3/4 \times 28 = 13/6 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 7 \text{ cm}$$

$$P_{\rho_1} : \rho_1 h_1 = \rho_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}} \Rightarrow 2/4 \times 17 = 13/6 \times h_1$$

$$\Rightarrow h_1 = 3 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{پیمانه‌ای } P = 7 - 3 = 4 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = W_{\text{وزن}}$$

$$\Rightarrow +mgh = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} \Rightarrow v_2 = \sqrt{400 + 276} = 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$E = U + K \Rightarrow \Delta E = \Delta U + \Delta K = mg \Delta h + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$= 20 \times [10 \times (-30) + \frac{1}{2} (2^2 - 4^2)] = 20 \times [-300 + 192] = -2160 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی جسم ۲۱۶۰J کم می‌شود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۴۶. گزینه ۱ صحیح است.

در دمای ثابت، فشار و حجم گاز با هم نسبت عکس دارند.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (P_0 + \frac{W}{A}) \times 26A = (P_0 + \frac{W+W'}{A}) \times 22A$$

$$\xrightarrow{W'=2W} (P_0 + \frac{W}{A}) \times 13 = (P_0 + \frac{3W}{A}) \times 11$$

$$\Rightarrow 2P_0 = \frac{20W}{A} \Rightarrow W = \frac{P_0 A}{10} = 10^4 \times 40 \times 10^{-4} = 400 \text{ N}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۰)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

ذوب $Q = mL_f$ و افزایش دما بدون تغییر حالت $Q = mc\Delta T$ گرمای داده‌شده در این آزمایش صرف سه فرایند می‌شود:

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{تغییر حالت}} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{ذوب}} 20^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{افزایش دما}} 20^\circ\text{C}$$

$$\xrightarrow{\text{افزایش دما}} 10^\circ\text{C} \text{ آب}$$

دقت کنید که آب دو برابر c و L_f نیز هشتاد برابر $c_{\text{آب}}$ است.

$$Q_1 = mc_{\text{آب}} \times 20 = 10 \times m \times c_{\text{آب}}$$

$$Q_2 = mL_f = 80 \times m \times c_{\text{آب}}$$

$$Q_3 = mc_{\text{آب}} \times 10 = 10 \times m \times c_{\text{آب}}$$

مجموع Q_1 و Q_3 می‌شود گرمایی که صرف افزایش دما شده است.

$$Q_{\text{کل}} = (10 + 80 + 10) mc = 100 mc$$

$$Q_1 + Q_3 = (10 + 10) mc = 20 mc$$

$$\frac{Q_1 + Q_3}{Q_{\text{کل}}} = \frac{20}{100} \quad Q_{\text{کل}} = 330 \text{ kJ} \Rightarrow Q_1 + Q_3 = 66 \text{ kJ} = 6/6 \times 10^4 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۵)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

(الف) نادرست، چون در فرایند هم‌دما تغییر انرژی درونی برابر صفر است.

(ب) نادرست

$$P_1 = \frac{P_2}{2} \Rightarrow P_2 V_2 < P_1 V_1 \xrightarrow{P_1 = \frac{P_2}{2}} V_2 < 2V_1$$

(ج) نادرست، در فشار ثابت، علامت W و Q مخالف یکدیگر و |Q| بیشتر از |W| است.

$$Q > 0 \Rightarrow W < 0$$

(د) نادرست، ΔU دو فرایند برابر است اما Q و W به مسیر فرایند بستگی دارد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۸)



$$R_{12} = 10\Omega, R_{123} = 20\Omega, R_{eq} = \frac{20R_4}{20+R_4}$$

حالت ۲: با باز شدن کلید K، حذف شده و R_1 و R_2 هم اتصال کوتاه می‌شوند. پس $R'_{eq} = R_4$.

$$\sqrt{R_{eq}R'_{eq}} = r \Rightarrow \frac{20R_4}{20+R_4} \times R_4 = 900 \Rightarrow R_4^2 - 45R_4 - 900 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 60\Omega \\ R = -15\Omega \end{cases} \Rightarrow R = 60\Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

اختلاف پتانسیل دو سر R_1 همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$V = \frac{R_{eq}\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$$

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } R_{eq} = 30\Omega \Rightarrow V = \frac{30}{30+10}\mathcal{E} = \frac{3}{4}\mathcal{E} \\ \text{حالت دوم: } R_{eq} = (30\Omega \text{ موازی } 60\Omega) = 20\Omega \Rightarrow V = \frac{20}{20+10}\mathcal{E} = \frac{2}{3}\mathcal{E} \end{cases}$$

توان مصرفی در مقاومت R_1 را از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ حساب می‌کنیم:

$$\frac{P'}{P} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 = \left(\frac{3/4}{2/3}\right)^2 = \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{81}{64}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

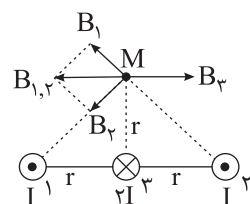
۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$R = \frac{\rho l}{A}, A = \frac{V}{\ell}, V = \frac{m}{\rho}$$

چگالی: ρ' و مقاومت ویژه: ρ

$$\Rightarrow R = \frac{\rho\rho'\ell^2}{m} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times 8 \times 2^2}{m_A} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{32}{3}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۵۲)



۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم که بزرگی میدان مغناطیسی در اطراف سیم بلند، با اندازه جریان سیم رابطه مستقیم و با فاصله از سیم رابطه عکس دارد.

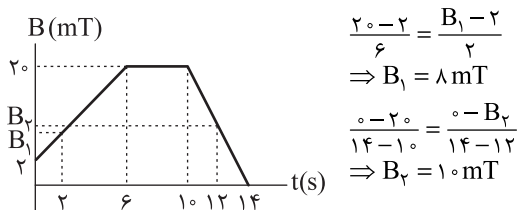
چون جریان و فاصله سیم‌های ۱ و ۲ تا نقطه M یکسان است: $B_1 = B_2$. اما چون جریان سیم ۳، دو برابر سیم ۱ و ۲ است و فاصله آن تا نقطه M کمتر از آنهاست، حتماً $B_3 > B_{1,2}$ است. پس میدان مغناطیسی خالص در نقطه M به سمت راست خواهد بود.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$|I_{av}| = \frac{N}{R} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta\phi = \Delta B A \cos\theta} \Delta q = \frac{NA \cos\theta}{R} \Delta B$$

با استفاده از شیب خط، مقدار B در لحظات t_1 و t_2 را تعیین می‌کنیم:



$$\frac{20-2}{6} = \frac{B_1-2}{2} \Rightarrow B_1 = 8 \text{ mT}$$

$$\frac{0-20}{14-10} = \frac{0-B_2}{14-12} \Rightarrow B_2 = 10 \text{ mT}$$

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$W_E = -\Delta U_E = -q\Delta V$$

کار میدان الکتریکی:

$$\begin{cases} W_1 = -20\mu C \times (V_B - V_A) = 4 \text{ mJ} \\ W_2 = -(-40\mu C) \times (V_A - V_B) \end{cases} \Rightarrow W_2 = 8 \text{ mJ}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = 8 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-3} \times v^2 = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow v^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow v = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

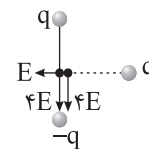
$$AN = BN, MN = 2AN$$

اگر بزرگی میدان حاصل از q_M در نقطه N را E بنامیم، بزرگی میدان

$$E = \frac{kq}{r^2} \text{ (طبق رابطه ۴E)}$$

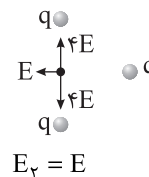
بزرگی میدان با مربع فاصله تناسب عکس دارد.

حالت اول:



$$E_1 = \sqrt{E^2 + (4E)^2} = E\sqrt{17}$$

حالت دوم:



$$E_2 = E$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \sqrt{17}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

جمله (ب) نادرست و دو جمله دیگر درست هستند.

روی سطح خارجی کره در یک طرف بار مثبت و در طرف دیگر بار منفی القا می‌شود و بار خالص کره صفر خواهد بود.

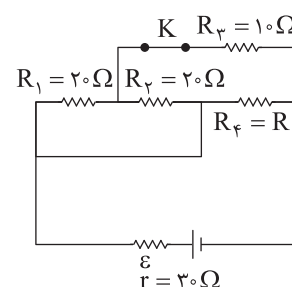
(فیزیک یازدهم، تمرین ۲۱ صفحه ۴۳)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

توان مصرفی مقاومت‌های خارجی مدار با توان خروجی مولد یکسان است. نکته: اگر به ازای مقاومت‌های R_{eq} و R'_{eq} ، توان خروجی مولد یکسان باشد:

$$\sqrt{R_{eq}R'_{eq}} = r$$

حالت ۱: R_1 و R_2 موازی‌اند. حاصل $R_{1,2}$ با R_3 سری است. R_{123} با R_4 موازی است.





۶۱. گزینه ۲ صحیح است.

$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = \Delta t^2$
نقطه A را مبدأ محور و جهت مثبت محور را رو به پایین در نظر گرفته‌ایم.
اگر مدت حرکت از A تا B را t_1 و مدت حرکت از A تا C را t_2 بنامیم:

$$\begin{cases} AB = \Delta t_1^2 \\ AC = \Delta t_2^2 \\ AC = 2AB \Rightarrow t_2 = t_1\sqrt{2} \approx 1.41t_1 \end{cases}$$

$\Delta t_{BC} = 1.41t_1 - t_1 = 1s \Rightarrow 0.41t_1 = 1 \Rightarrow t_1 = 2.44s$
اگر مدت کل سقوط را T بنامیم:

$$AD = \Delta T^2, AD = 2AB \Rightarrow T = t_1\sqrt{2} = 2.44\sqrt{2} \approx 3.46s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_D = 10 \times 3.46 = 34.6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

۳ ثانیه دوم یعنی از $t = 3s$ تا $t = 6s$ و ۳ ثانیه سوم یعنی از $t = 6s$ تا $t = 9s$
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (6^2 - 3^2) + v_0(6 - 3) = 27 + 3v_0$$

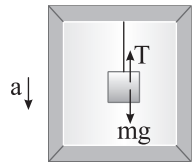
$$\Delta x' = \frac{1}{2} \times 2 \times (9^2 - 6^2) + v_0(9 - 6) = 45 + 3v_0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{27 + 3v_0}{45 + 3v_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow 81 + 9v_0 = 90 + 6v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

رابطه قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:

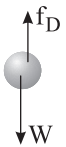


چون جهت شتاب رو به پایین است، جهت $\vec{F}_{net}$ هم رو به پایین است
یعنی $T < mg$
 $F_{net} = mg - T = ma$

$$\Rightarrow T = m(g - a) = m(g - 0.4g) = 0.6mg = \frac{3}{5}mg$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۴۴)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.



وقتی یک گلوله از حال سکون سقوط می‌کند، در ابتدا تندی آن خیلی کم است پس مقدار نیروی مقاومت هوا (f_D) هم کم است، یعنی f_D از W (وزن گلوله) کمتر است، در نتیجه نیروی خالص وارد بر گلوله به طرف پایین است و حرکت تندشونده است.

$$F_{net} = W - f_D = ma$$

با زیاد شدن تندی، f_D هم زیاد می‌شود و اندازه شتاب کم می‌شود. این وضعیت تا قبل از رسیدن به تندی حدی ادامه دارد و چون در صورت سؤال گفته شده که قبل از رسیدن به تندی حدی، به زمین می‌رسد، هر دو جمله (الف) و (ب) درست هستند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه جسم به طرف راست حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک وارد بر آن به طرف چپ است.



$$\Delta q = \left| \frac{1 \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 1}{5} \times (10 - 8) \times 10^{-3} \right|$$

$$\Rightarrow \Delta q = 1.6 \times 10^{-7} = 0.16 \mu C$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}, B_r = B_l \Rightarrow \frac{\ell I_r}{\frac{4}{3}} = I_l \Rightarrow I_r = \frac{1}{3} I_l$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_r}{L_l} = \frac{16 \times (\frac{3}{4})^2}{\frac{4}{3}} = 27 \Rightarrow L_r = 27 L_l$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_r}{U_l} = 27 \times (\frac{1}{3})^2 = 3$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰۰، ۱۱۹ و ۱۲۰)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

قاب در هر دقیقه ۳۰۰۰ دور می‌گردد یعنی در هر ثانیه ۵۰ دور، پس دوره گردش آن $\frac{1}{50}$ ثانیه است. ($T = \frac{1}{50} s$)

$$\phi = BA \cos(\frac{2\pi}{T} t) \Rightarrow \phi = 150 \times 10^{-4} \times (\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) \cos(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}} t)$$

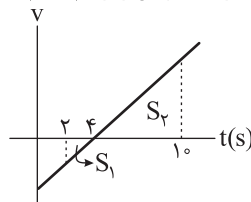
$$\Rightarrow \phi = 6 \times 10^{-3} \cos(100\pi t)$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

از اینکه نمودار مکان - زمان به شکل سهمی است، می‌فهمیم که شتاب حرکت ثابت و نمودار سرعت - زمان آن خط راست است. ضمناً با توجه به تقارن نمودار سهمی می‌توان گفت رأس سهمی در $t = 4s$ است، یعنی در $t = 4s$ سرعت متحرک صفر می‌شود.

با توجه به اطلاعات فوق می‌توانیم نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم.



$$S_1 + S_2 = \text{مسافت طی شده در مدت } t = 1s \text{ تا } t = 2s$$

$$\Rightarrow S_2 = 9S_1$$

$$\Rightarrow 10S_1 = 60 \Rightarrow S_1 = 6$$

کمترین فاصله متحرک از $x = 0$ در لحظه $t = 4s$ است و مسافت طی شده از $t = 0$ تا $t = 4s$ با توجه به شکل برابر $4S_1$ است.

$$x(4) - x(0) = -4S_1 = -24 \Rightarrow x(4) = 40 - 24 = 16m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

شتاب متوسط A:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(10) - v(0)}{10 - 0} = \frac{120}{10} = 12 \frac{m}{s^2}$$

شتاب متوسط B:

معادله مکان - زمان B یک معادله درجه ۲ است. پس B با شتاب ثابت حرکت می‌کند و شتاب متوسط آن با شتاب لحظه‌ای برابر است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = t^2 - 10t + 9 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_{avA}}{a_{avB}} = \frac{12}{2} = 6$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹ و ۱۵ تا ۱۷)



$$F_c = kx \Rightarrow k \times 0.1 = mg \Rightarrow k = 100 \text{ m}$$

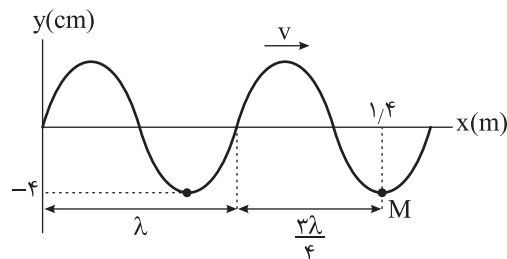
$$v_{\max} = A\omega, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{100} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = \frac{10 - 7}{2} = 1.5 \text{ cm}$$

$$v_{\max} = A\omega = 1.5 \times 10 = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۵ و ۶۶)

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.



$$\frac{3\lambda}{4} = 1.4 \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m}$$

$$v_{\max} = A\omega = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) = 0.4 \times \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.8}{0.4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۷ و ۷۲)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم که طول موج، سرعت انتشار موج و سینوس زاویه میان پرتوی موج و خط عمود بر مرز در محیطها با هم تناسب مستقیم دارند و بسامد موج تغییر نمی کند.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{\sin \theta_B}{\sin \theta_A}$$

$$\theta_B > \theta_A \Rightarrow v_B > v_A \Rightarrow \lambda_B > \lambda_A$$

هر چه عمق آب کمتر باشد، تندی انتشار موج نیز در آن ناحیه کمتر است. پس عمق آب در قسمت A کمتر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۹۵ و ۹۶)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhc}{t} = \frac{nhc}{\lambda t} \Rightarrow \lambda = \frac{n \times 1240 \times 1.6 \times 10^{-19}}{124 \times 60}$$

$$\Rightarrow \lambda = 3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

گذارهای دارای طول موج مرئی در طیف هیدروژن اتمی:

$$\begin{cases} n = 6 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \\ n = 5 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 3 \text{ قابل قبول} \\ n = 4 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 2 \text{ قابل قبول} \\ n = 3 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 1 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۲۳ و ۱۲۹)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$N_0 - \frac{N_0}{2^n} = \text{تعداد هسته های واپاشی شده}$$

$$1) \frac{3}{4} N_0 = N_0 - \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow t_1 = 16 \text{ روز}$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 40 = 8 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -(F_1 + f_k) = ma \Rightarrow -(10 + 8) = 4a$$

$$\Rightarrow a = -\frac{9}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 12^2 = -2 \times \frac{9}{2} \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{12 \times 12}{9} = 16 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۸، ۳۳ و ۴۲)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

اصطکاک ایستایی وارد بر سکه، نیروی خالص (نیروی مرکزگرا) وارد بر آن را ایجاد می کند و در آستانه لغزیدن سکه، این نیرو برابر $f_{s \max}$ است.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.6 \times 10 \times m = 6m$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{mv^2}{R} &= 6m \Rightarrow \frac{v^2}{R} = 6 \\ v &= \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi R}{3/4} = \frac{8\pi R}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(6R)^2}{R} = 6 \Rightarrow R = \frac{1}{6} \text{ m}$$

این همان مقدار x است که در صورت سؤال پرسیده شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2\ell} \Rightarrow \text{بسامد اصلی تار دو سر بسته} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right.$$

با افزایش نیروی کشش تار، بسامد اصلی تار زیاد می شود.

$$\frac{f'}{f_1} = \frac{11}{10} = \frac{v'}{v} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{11}{10} \Rightarrow \sqrt{\frac{F'}{F}} = \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{121}{100} \Rightarrow F' = 1.21 \times 80 \Rightarrow F' - F = (1.21 - 1) \times 80 = 0.21 \times 80 = 16.8 \text{ N}$$

نیروی کشش تار تقریباً ۱۷ نیوتون زیاد شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

جهت میدان الکتریکی را می توانیم طبق قاعده دست راست تعیین کنیم.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۵)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = 0.2 \text{ s} \Rightarrow T = 0.8 \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} = \frac{7T}{12} = \frac{7}{12} \times 0.8 = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \text{ s}$$

$$\ell = 2 + 4 + 4 = 10 \text{ cm}$$

$$s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.1}{\frac{7}{15}} = \frac{1.5}{7} = \frac{3}{14} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

وضع تعادل در وسط دو انتهای مسیر است.

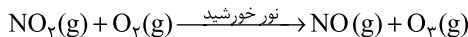
$$\text{طول فنر در وضع تعادل} = \frac{70 + 80}{2} = 75 \text{ cm} \rightarrow \text{طول فنر در وضع تعادل}$$

در وضع تعادل، فنر ۱۰ سانتی متر کشیده شده است و در این وضعیت، نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است پس نیروی کشسانی فنر با وزن جسم آویخته به آن برابر است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در شرایط یکسان، گاز NO_2 چون جرم مولی بیشتری نسبت به گاز NO دارد، چگالی بیشتری نیز دارد.

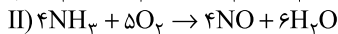
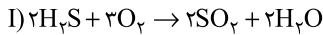
(۳) درست

(۴) فراوان ترین جزء سازنده هواکره، گاز نیتروژن (N_2) است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۲، ۷۳، ۷۵، ۸۰ و ۸۱)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



دقت کنید که در شرایط STP، حالت فیزیکی H_2O به صورت گاز نیست.

$$\frac{1 \text{ mol گاز } (\text{H}_2\text{S}, \text{O}_2)}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} \times \frac{2 \text{ mol SO}_2}{21.07 \times 10^{23} \text{ مولکول}} = \frac{2 \text{ mol SO}_2}{21.07 \times 10^{23} \text{ مولکول}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol SO}_2}{5 \text{ mol گاز } (\text{H}_2\text{S}, \text{O}_2)} \times \frac{22.4 \text{ L SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} = 31.36 \text{ L SO}_2$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در دما و فشار ثابت، نسبت حجمی گازها با نسبت مولی آنها برابر

است و برابر با نسبت ضریب استوکیومتری آنها ($\frac{1}{5}$) است.

(۲) به ازای تولید یک مول H_2O ، در واکنش (I)، $\frac{3}{2}$ مول O_2 و در

واکنش (II)، $\frac{5}{4}$ مول O_2 مصرف می‌شود.

$$\frac{10 \text{ mol واکنش دهنده}}{9 \text{ mol واکنش دهنده}} \times \text{واکنش دهنده} = 18 \text{ mol واکنش دهنده} = 20 \text{ mol واکنش دهنده}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

جرم و شمار مول‌های یون‌های Na^+ موجود در محلول برابر است با:

$$\text{ppm Na}^+ = \frac{\text{جرم Na}^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 460 = \frac{x}{2000} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 92 \text{ g Na}^+$$

$$? \text{ mol Na}^+ = 92 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} = 4 \text{ mol Na}^+$$

با توجه به جرم Na^+ ، جرم یون SO_4^{2-} حاصل از انحلال سدیم سولفات (Na_2SO_4) برابر است با:

$$? \text{ g SO}_4^{2-} = 92 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{2 \text{ mol Na}^+}$$

$$\times \frac{96 \text{ g SO}_4^{2-}}{1 \text{ mol SO}_4^{2-}} = 192 \text{ g SO}_4^{2-}$$

با توجه به غلظت ppm یون SO_4^{2-} ، می‌توان جرم SO_4^{2-} حاصل از محلول پتاسیم سولفات (K_2SO_4) و در نهایت شمار مول K^+ موجود در محلول را محاسبه کرد:

$$\text{ppm SO}_4^{2-} = \frac{\text{جرم SO}_4^{2-}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 1920 = \frac{x}{2000} \times 10^6 \Rightarrow x = 384 \text{ g}$$

$$\text{K}_2\text{SO}_4 \text{ حاصل از نمک } \text{SO}_4^{2-} \text{ جرم} = 384 - 192 = 192 \text{ g}$$

$$? \text{ mol K}^+ = 192 \text{ g SO}_4^{2-} \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{96 \text{ g SO}_4^{2-}} \times \frac{2 \text{ mol K}^+}{1 \text{ mol SO}_4^{2-}} = 4 \text{ mol K}^+$$

$$2) \frac{2}{4} \text{N}_2 + \frac{1}{2} \text{N}_2 = \frac{3}{2} \text{N}_2 = \text{N}_2 - \frac{\text{N}_2}{\gamma^n} \Rightarrow n = 5 \Rightarrow t_2 = 40 \text{ روز}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = 24 \text{ روز}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

شیمی

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

نور نشر شده در اثر بازگشت الکترون در اتم هیدروژن از حالت برانگیخته به حالت‌های پایدارتر، ممکن است در ناحیه فرابنفش قرار بگیرد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۶ و ۲۷)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

اگر ${}^{49}\text{A}$ دارای a نوترون باشد، ${}^{51}\text{A}$ دارای $a+2$ نوترون است، بنابراین داریم:

$$2 \text{ mol A} \times \frac{6 \text{ mol } {}^{49}\text{A}}{100 \text{ mol A}} \times \frac{a \text{ mol n}}{1 \text{ mol } {}^{49}\text{A}} + 2 \text{ mol A} \times \frac{4 \text{ mol } {}^{51}\text{A}}{100 \text{ mol A}} \times \frac{(a+2) \text{ mol n}}{1 \text{ mol } {}^{51}\text{A}} = 53/6 \Rightarrow a = 26$$

در نتیجه عدد اتمی این عنصر برابر است با:

$$Z = 49 - 26 = 23$$

آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:

$$23\text{A} = 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^3 / 4s^2$$

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار e های دارای } l=1}{\text{شمار e های دارای } l=2} = \frac{12}{3} = 4$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ و ۲۹ تا ۳۱)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

عنصرهایی که در خانه ۷ و ۱۲ جدول جای دارند، به ترتیب ${}^{14}\text{N}$ و ${}^{12}\text{Mg}$ بوده و فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از این دو عنصر به صورت Mg_3N_2 است و در این ترکیب نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر $\frac{3}{2}$ است.

بررسی گزینه ۱: واکنش پذیرترین فلز و نافلز دوره سوم جدول تناوبی به ترتیب Na و Cl هستند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به ساختارهای داده شده X و Y به ترتیب متعلق به گروه‌های ۱۵ و ۱۶ جدول تناوبی هستند و چون این عناصر متعلق به دوره سوم جدول تناوبی هستند، X فسفر (P) و Y گوگرد (S) است. ساختار لوویس SO_3 و SO_2 به صورت زیر است و نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در هر دو ترکیب برابر ۲ است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) PCl_3 یک ماده تجاری مهم در تهیه حشره‌کش‌ها است.

(۳) فرمول شیمیایی ترکیب‌های یونی موردنظر می‌تواند به صورت CrP و CuS باشد.

(۴) در اثر سوختن گوگرد، نور حاصل آبی رنگ است و رنگ شعله گاز شهری که به طور کامل می‌سوزد نیز آبی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه جوش O_3 از O_2 بیشتر است. بنابراین در دمایی که O_2 مایع می‌شود، اوزون (آلوتروپ واکنش پذیرتر اکسیژن) نیز مایع است.

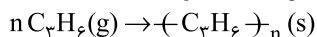


شمار مول مصرفی C_3H_6 برابر است با:

$$? \text{ mol } C_3H_6 = 1010 \text{ g } C_3H_6Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_6Br_2}{202 \text{ g } C_3H_6Br_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_3H_6}{1 \text{ mol } C_3H_6Br_2} = 5 \text{ mol } C_3H_6$$

اکنون می‌توان با توجه به واکنش پلیمری شدن پروپین، شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار پلیمر تولیدی را محاسبه نمود:



$$? \text{ پیوند اشتراکی} = 5 \text{ mol } C_3H_6 \times \frac{1 \text{ mol پلیمر}}{n \text{ mol } C_3H_6}$$

$$\times \frac{6/2 \times 10^{23} \text{ مولکول پلیمر}}{1 \text{ مول پلیمر}} = 27/09 \times 10^{24}$$

توجه: شمار پیوند اشتراکی در هر مولکول پلیمر برابر $9n + 1$ است که برای حل سؤال از یک صرف نظر شده است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول مولکولی پنجمین آلکین به صورت C_6H_2 بوده و فرمول مولکولی سیکلوپنتان نیز C_5H_8 است، پس هر دو ترکیب دارای ۱۰ پیوند اشتراکی میان اتم‌های C و H در ساختار خود هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) نسبت شمار اتم H به C در بنزن (C_6H_6) و نفتالن ($C_{10}H_8$) به ترتیب برابر با ۱ و ۸/۵ است.

(۴) هر مول استیلن (C_2H_2) با دو مول H_2 واکنش می‌دهد. در حالی‌که هر مول اتیلن (C_2H_4) با یک مول H_2 واکنش می‌دهد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به معادله (I) و (II)، آنتالپی پیوندهای $Cl-Cl$ و $N \equiv N$ به ترتیب برابر با ۲۴۰ و ۹۴۵ کیلوژول بر مول است و با توجه به معادله واکنش داریم:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right]$$

$$\Rightarrow -450 = [6\Delta H(N-H) + 3\Delta H(Cl-Cl)]$$

$$-[\Delta H(N \equiv N) + 6\Delta H(H-Cl)]$$

$$\Rightarrow -450 = [6\Delta H(N-H) + 3(240)] - [945 + 6\Delta H(HCl)]$$

$$\Rightarrow -225 = 6\Delta H(N-H) - 6\Delta H(H-Cl)$$

$$\Rightarrow \Delta H(N-H) - \Delta H(H-Cl) = -37/5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

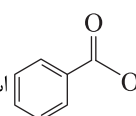
۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) استر موردنظر، اتیل بوتانات با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O_2$ است و ترکیب آلی موجود در بادام نیز، بنزالدهید با فرمول مولکولی C_7H_6O است.

(ب) در ساختار هر سه ترکیب گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) وجود دارد و هر سه ترکیب دارای پیوند $C=C$ و ساختار حلقوی هستند.

(پ) ترکیب موردنظر بنزوئیک اسید با ساختار  است که در اثر قرار دادن گروه متیل به جای گروه OH در آن، ترکیب

غلظت کاتیون‌ها برابر است با:

$$[\text{کاتیون}] = \frac{\text{شمار مول کاتیون‌ها}}{\text{مجموع حجم محلول‌ها (L)}} = \frac{0/04 + 0/04}{2000 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1/2 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}}$$

$$= 4/8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۴، ۹۵ و ۹۸)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

در ترکیب‌ها HBr و HCl ، با افزایش جرم مولی هالوژن، درصد جرمی هیدروژن در ترکیب کاهش می‌یابد اما مقایسه نقطه جوش این ۳ ترکیب به صورت: $HCl < HBr < HF$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در محلول حاصل، شمار مول‌های حلال (اتانول) بیشتر است و از آنجا که

جرم مولی اتانول (46 g.mol^{-1}) نیز نسبت به آب (18 g.mol^{-1}) بیشتر است، پس جرم حلال نیز از حل‌شونده بیشتر خواهد بود.

(۲) جرم ترکیب یونی اولیه با مجموع جرم یون‌های حاصل برابر است.

$$3 \text{ گلوکز} = 3 \times 180 \text{ g} = 540 \text{ g}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۴، ۹۶، ۹۹ و ۱۰۷)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

ترکیب‌های یونی $Ca_3(PO_4)_2$ و $CaSO_4$ به ترتیب کم‌محلول و نامحلول در آب هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) آمونیوم (NH_4^+)، یک کاتیون ۵ اتمی است.

(۲) در هر دو فرایند، جهت حرکت مولکول‌های آب از طریق غشاء، دوطرفه است.

(۴) نیروی بین مولکولی در استون ($CH_3-C(=O)-CH_3$)، از نوع وان‌دروالسی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۱، ۹۲، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۹، ۱۱۸ و ۱۲۲)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اطلاعات داده‌شده داریم:

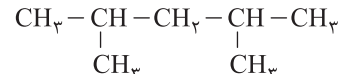
$$? \text{ g } (CO_2, CO) = 5/8 \text{ g } FeCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } FeCO_3}{116 \text{ g } FeCO_3}$$

$$\times \frac{(2 \times 44 + 1 \times 28) \text{ g گاز}}{2 \text{ mol } FeCO_3} \times \frac{60}{100} = 1/16 \text{ g گاز}$$

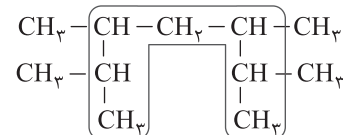
(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

ساختار ۲، ۴-دی‌متیل پنتان به صورت زیر است:



و در اثر اعمال تغییر ذکرشده، ساختار ترکیب به دست آمده به صورت زیر است:

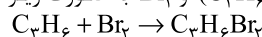


نام آیوپاک ترکیب حاصل به صورت: ۲، ۴، ۵-تری‌متیل هپتان است و در ساختار این ترکیب نیز همانند ترکیب اولیه، تنها یک گروه CH_3 وجود دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.

معادله واکنش انجام‌شده میان پروپین (C_3H_6) و Br_2 به صورت زیر است:



(۴)

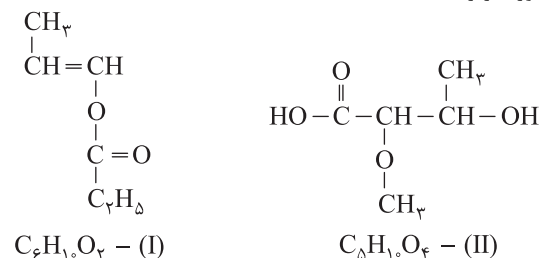
$$\left\{ \begin{aligned} \bar{R}_{O_2} &= \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.06}{100} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1} \\ \bar{R}_{O_2} &= \frac{\bar{R}_{KCl}}{3} \Rightarrow \bar{R}_{KCl} = 3 \times 6 \times 10^{-4} = 18 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1} \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

تفاوت سرعت تولید فراورده‌ها برابر 18×10^{-4} مول بر ثانیه است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

ساختار و فرمول شیمیایی مونومر سازنده هر یک از پلیمرهای داده شده به صورت زیر است:



با توجه به ساختارهای داده شده، شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی مونومر سازنده پلیمرهای (I) و (II) به ترتیب برابر با ۱۸ و ۱۹ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) پلیمر (I)، در اثر شکستن یکی از پیوندهای اشتراکی میان اتم‌های کربن دارای پیوند $\text{C}=\text{C}$ به دست آمده است.

(۴) در ساختار مونومر سازنده پلیمر (II)، گروه‌های عاملی هیدروکسیل، کربوکسیل و اتری وجود دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) استر موردنظر دارای ساختار $\text{H}-\text{C}(=\text{O})-\text{O}-\text{CH}_3$ است و از واکنش متانول (CH_3OH) و متانوئیک اسید (HCOOH) به دست آمده است.
(ب) اسید موردنظر، استیک اسید (CH_3COOH) است اما آمین موردنظر می‌تواند دارای دو ساختار $\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$ یا $\text{CH}_3-\text{NH}-\text{CH}_3$ باشد.

(پ) فرمول مولکولی آمین موردنظر $\text{C}_6\text{H}_5\text{N}$ است و تفاوت جرم مولی آن با متیل آمین (CH_3-NH_2) که ساده‌ترین آمین است، برابر با 14 g.mol^{-1} است.

(ت) فرمول مولکولی آمید به صورت $\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}$ (59 g.mol^{-1}) بوده و فرمول مولکولی اسید به صورت $\text{C}_6\text{H}_5\text{O}_2$ (60 g.mol^{-1}) است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

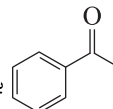
۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

پاک‌کننده موردنظر می‌تواند صابون مایع ($\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONH}_4$) و یا پاک‌کننده غیرصابونی ($\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$) باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پاک‌کننده موردنظر $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COOK}$ و $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONH}_4$ است که در هر دو حالت شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار پاک‌کننده برابر ۱۷ است.

(۳) برای اینکه پاک‌کننده موردنظر با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت تولید رسوب نکند، باید غیرصابونی باشد.



به دست می‌آید که همانند ۲ - هپتانون (ترکیب آلی موجود در میخک)، دارای گروه عاملی کتون است.

(ت) آلدهید یک پیوند $\text{C}=\text{O}$ در گروه عاملی خود دارد و اتر نیز برای اینکه ایزومر آلدهید باشد، باید یک پیوند $\text{C}=\text{C}$ داشته باشد.

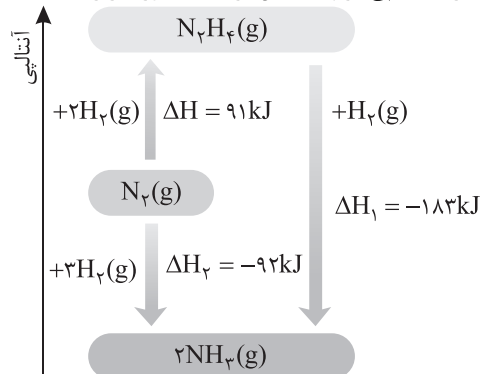
(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲، ۸۴، ۹۶ و ۱۱۳)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

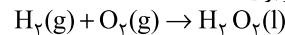
عبارت بیان شده در گزینه (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است؛ در واکنش سوختن کامل گرافیت، ΔH مرحله نخست (تولید CO) را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

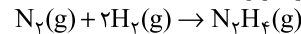
(۱) نمودار تغییرات آنتالپی مربوط به این فرایند به صورت زیر است:



(۲) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است و در آن ضریب استوکیومتری هر دو واکنش دهنده برابر یک است:



(۳) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



واکنش دهنده‌ها، مولکول‌های دو اتمی هستند و برای پیوندهای موجود در ساختار آنها، نیازی به استفاده از واژه میانگین آنتالپی پیوند نیست.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۸، ۷۶، ۷۷ و ۹۲)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

اختلاف جرم KClO_3 مصرفی و جرم KCl تولیدی برابر با جرم O_2 تولیدی است:

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{192 \text{ g O}_2} = 0.06 \text{ mol O}_2$$

پس نمودار داده شده مربوط به O_2 است و با توجه به سرعت تولید این گاز در ۲۰ ثانیه نخست داریم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-2} = \frac{0.06}{V \times \frac{20}{60}} \Rightarrow V = 5 \text{ L}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نادرست

(۳) در $t = 35 \text{ s}$ ، مول O_2 تولیدی برابر 0.03 mol بوده و در نتیجه شمار مول KClO_3 مصرفی برابر است با:

$$? \text{ mol KClO}_3 = 0.03 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} = 0.02 \text{ mol KClO}_3$$

و با توجه به اینکه مقدار O_2 تولیدی در پایان واکنش برابر 0.06 mol است، پس مول KClO_3 اولیه نیز برابر است با:

$$? \text{ mol KClO}_3 = 0.06 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} = 0.04 \text{ mol KClO}_3$$

پس 0.02 mol KClO_3 تجزیه شده و جرم آن برابر است با:

$$? \text{ g KClO}_3 = 0.02 \text{ mol KClO}_3 \times \frac{122.5 \text{ g KClO}_3}{1 \text{ mol KClO}_3} = 2.45 \text{ g KClO}_3$$



(۴) با توجه به اینکه در محلول اسید HA، غلظت H^+ و A^- برابر است، پس داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} [H^+] &= \frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \\ [H^+] &= M\alpha \\ \Rightarrow 0.1 &= 0.2 \times 100 = 20\% \end{aligned} \right. \Rightarrow \alpha = 0.2$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۸، ۳۲ و ۳۶)

۹۸. گزینه ۱ صحیح است.

قسمت اول: با توجه به اطلاعات داده شده، در ابتدا محلول اسید به طور کامل خنثی نمی‌شود، پس داریم:

$$pH = 0.3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-0.3} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$HCl \rightarrow M = [H^+] = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$ یک اسید قوی است

پس شمار مول‌های اولیه اسید موجود در محلول برابر است با:

$$? \text{ mol HCl} = 0.1 \text{ L محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول}} = 0.05 \text{ mol HCl}$$

شمار مول NaOH اضافه شده به محلول برابر است با:

$$? \text{ mol NaOH} = 40 \times 10^{-3} \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}}$$

$$= 0.01 \text{ mol NaOH}$$

با توجه به معادله واکنش: $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$

شمار مول اسید باقیمانده برابر است با:

$$? \text{ mol HCl} = 0.05 - 0.01 = 0.04 \text{ mol HCl}$$

اکنون می‌توان مقدار $[OH^-]$ موجود در محلول را محاسبه نمود:

$$[H^+] = \frac{n(\text{mol})}{V(\text{L})} = \frac{0.04}{0.1} = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[H^+][OH^-] = 10^{-14}}{[H^+]} \rightarrow [OH^-] = \frac{1}{4} \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

پس شمار یون‌های OH^- در محلول برابر است با:

$$? OH^- = 0.1 \text{ L محلول} \times \frac{\frac{1}{4} \times 10^{-14} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} OH^-}{1 \text{ mol OH}^-}$$

$$= 1.505 \times 10^9 OH^- \text{ یون}$$

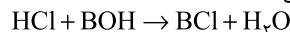
قسمت دوم: مولاریته باز برابر است با:

$$pH = 13 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{[H^+][OH^-] = 10^{-14}}{[H^+]} \rightarrow [OH^-] &= 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1} \\ [OH^-] &= M\alpha \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow 10^{-1} = M \times 0.1 \Rightarrow M = \frac{1 \text{ mol}}{L}$$

با توجه به معادله واکنش خنثی شدن:



حجم محلول باز مورد نیاز برابر است با:

$$? \text{ mL محلول} = 0.04 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol BOH}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1 \text{ mol BOH}}$$

$$\times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 40 \text{ mL}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶، ۳۱ و ۳۲)

۹۹. گزینه ۳ صحیح است.

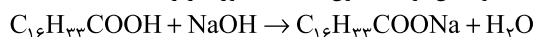
عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) با توجه به اینکه فلز A نسبت به فلز Fe کاهنده‌تر است، می‌توان از آن برای حفاظت از آهن در برابر خوردگی استفاده کرد.

(ب) با توجه به سلول گالوانی داده شده، قدرت کاهندگی فلز B از فلز A کمتر است.

(۴) معادله واکنش تولید صابون جامد به صورت زیر است:



$$? \text{ صابون g} = 135 \text{ g } C_{16}H_{33}COOH \times \frac{1}{100} \times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COOH}{270 \text{ g } C_{16}H_{33}COOH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COOH} \times \frac{292 \text{ g}}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa}$$

$$= 116.8 \text{ g } C_{16}H_{33}COONa$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۶ و ۹ تا ۱۱)

۹۶. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه pH دو محلول برابر است، پس مولاریته اولیه اسید ضعیف

HF نسبت به اسید قوی HI بیشتر بوده و چون حجم دو محلول نیز برابر

است، شمار مول‌های اولیه HF از HI بیشتر بوده است، پس در واکنش

اسید HF با فلز، مقدار گاز H_2 تولیدی در پایان واکنش بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$1) K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \xrightarrow{[H^+]=[A^-]} 4 \times 10^{-6} = \frac{[A^-]^2}{0.1}$$

$$\Rightarrow [A^-] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

آنیون دواتمی موجود در محلول نیز، OH^- که غلظت آن برابر است با:

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

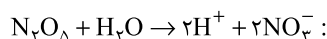
پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{[A^-]}{[OH^-]} = \frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-11}} = 4 \times 10^6$$

(۲) اگر جرم اولیه هر ترکیب را برابر m گرم در نظر بگیریم، $[H^+]$ در

محلول هر اسید برابر است با:

$$HBr \rightarrow H^+ + Br^- : [H^+] = \frac{m \text{ g HBr} \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{81 \text{ g HBr}} \times \frac{1 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol HBr}}}{1 \text{ L}} = \frac{m}{81}$$



$$[H^+] = \frac{m \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol } N_2O_5}}{1 \text{ L}} = \frac{m}{54}$$

با توجه به اینکه $[H^+]$ در محلول حاصل از انحلال N_2O_5 در آب

بیشتر است، این محلول، pH کمتری دارد.

(۴) با افزایش غلظت محلول HCN، درجه یونش آن کاهش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۹ تا ۲۵)

۹۷. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه باز BOH نسبت به باز B'OH دارای K_b

کوچک‌تری است، پس BOH، باز ضعیف‌تری بوده، $[OH^-]$ در

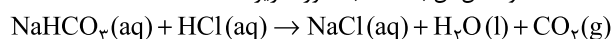
محلول آن کمتر است و در نتیجه محلول آن pH کمتری نسبت به

محلول باز B'OH دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) ترکیب مورد نظر، سدیم هیدروژن کربنات ($NaHCO_3$) است که

معادله واکنش آن با HCl به صورت زیر است:



(۳) درست



مورد چهارم: مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی حاصل به صورت $MgF_2 < MgO < AlF_3 < Al_2O_3$ (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۱۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

برای افزایش کارایی مبدل کاتالیتی، گاهی سرامیک را به شکل مش (دانه)‌های ریز درمی‌آورند. بررسی سایر گزینه‌ها:
(۱) هر سه واکنش انجام‌شده، گرماده هستند.
(۲) با زدن جرقه در مخلوطی از گازهای H_2 و O_2 ، E_a واکنش تأمین می‌شود.
(۴) در حضور کاتالیزگر مقدار انرژی فعالسازی (E_a) کاهش می‌یابد در حالی که مقدار آنتالپی واکنش $|\Delta H|$ تغییری نمی‌کند.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

۱۰۴. گزینه ۳ صحیح است.

با افزودن مقداری $NaOH$ به سامانه، رسوب $Mg(OH)_2$ تشکیل شده و در نتیجه با کاهش غلظت یون‌های Mg^{2+} ، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. همچنین با افزودن $NaCl$ به سامانه نیز، رسوب $AgCl$ تشکیل شده و با کاهش غلظت Ag^+ ، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:
(۱) با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و با این جابه‌جایی شمار مول مواد گازی موجود در سامانه افزایش می‌یابد.
(۲) با افزودن مقداری CO_2 به سامانه، تعادل در جهت مصرف آن، یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود که با این جابه‌جایی CaO مصرف و $CaCO_3$ تولید می‌شود.
(۴) با افزایش فشار، سامانه در جهت شمار مول گازی کمتر (رفت) جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی، مواد واکنش‌دهنده مصرف شده و شمار مول آنها کاهش می‌یابد اما به دلیل افزایش فشار (کاهش حجم)، غلظت همه مواد گازی، در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸)

۱۰۵. گزینه ۴ صحیح است.

با باز شدن شیر میان دو ظرف، غلظت تعادلی مواد به صورت زیر خواهد بود:

	A	+	B	$\rightleftharpoons$	۲AB
مول اولیه	۰/۷		۰/۷		۰
تغییر مول	-x		-x		+۲x
مول تعادلی	۰/۷-x		۰/۷-x		۲x

$$K = \frac{[AB]^2}{[A][B]} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۲} = \frac{(\frac{2x}{4})^2}{(\frac{0.7-x}{4})^2}$$

$$\Rightarrow ۸ \times ۱۰^{-۱} = \frac{2x}{0.7-x} \Rightarrow x = 0.2 \text{ mol}$$

بنابراین مجموع غلظت واکنش‌دهنده‌ها در تعادل برابر است با:

$$[A] + [B] = \frac{0.5}{4} + \frac{0.5}{4} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به اینکه شمار مول مواد گازی در دو طرف معادله واکنش برابر است، با تغییر فشار (حجم)، سامانه تعادلی جابه‌جا نمی‌شود و در نتیجه شمار مول مواد تغییری نمی‌کند اما به دلیل کاهش حجم ظرف، غلظت

$$[AB] = \frac{0.4}{4} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{AB تغییر می‌کند:}$$

$$\frac{0.2}{0.25} = 0.8 \quad \text{پس نسبت خواسته‌شده برابر است با:}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

(پ) معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در فرایند برقکافت نمک مذاب این فلز به صورت: $Mg^{2+}(l) + 2e^- \rightarrow Mg(l)$ است.
(ت) با توجه به اطلاعات داده‌شده، نیم‌سلول B، نیم‌سلول SHE است؛ با توجه به اینکه قدرت کاهندگی H_2 از فلز Cu بیشتر است، پس در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های SHE و Cu، نیم‌سلول SHE نقش آند را داشته و کاتیون‌های موجود در محلول آن (H^+) با گذر از دیواره متخلخل به سمت کاتد می‌روند.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷، ۵۶ و ۵۸)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

معادله نیم‌واکنش اکسایش انجام‌شده در فرایند آبکاری به صورت: $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$ است؛ ابتدا با توجه به اطلاعات داده‌شده، شمار مول الکترون مبادله‌شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:
$$? \text{ mole } e^- = \frac{1}{2} \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{5/4 \text{ g Ag}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108 \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{1 \text{ mol Ag}}$$

$$= 4/5 \text{ mole } e^-$$

با توجه به اینکه این مقدار الکترون از سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن تأمین شده است، می‌توان جرم H_2 تولیدی در این سلول را محاسبه نمود:

$$2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g), 4 \text{ mole } e^-$$

$$? \text{ g } H_2 = 4/5 \text{ mole } e^- \times \frac{100}{4} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{4 \text{ mole } e^-} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 7/5 \text{ g } H_2$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳ و ۶۰)

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در فرایند زنگ زدن آهن به صورت: $O_2(g) + 2H_2O(l) + e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ است و معادله نیم‌واکنش انجام‌شده در قطب مثبت (آند) فرایند برقکافت آب نیز به صورت: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
(۱) درست
(۲) فلز موردنظر، روی (Zn) است.
(۴) در فرایند هال، آند گرافیتی بی‌اثر نبوده و مصرف می‌شود.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۴، ۵۷، ۵۹، ۶۱، ۶۳ و ۶۵)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.

همه عبارت‌های بیان‌شده درست هستند.
بررسی عبارت‌ها:
مورد اول: با توجه به اینکه آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی با بار الکتریکی یون‌های سازنده رابطه مستقیم دارد، پس بار الکتریکی کاتیون پایدار A باید از بار الکتریکی X^+ بیشتر باشد. (به عنوان مثال در ترکیب AB بار یون‌ها می‌تواند به صورت A^{2+} و B^{2-} باشد).
مورد دوم: چگالی بار یون‌هایی که اندازه بار آنها برابر ۲ است، قطعاً از Na^+ بیشتر است و در میان یون‌هایی با اندازه بار برابر ۲، مقایسه شعاع یونی به صورت: $Mg^{2+} < Ca^{2+} < O^{2-}$ است.
مورد سوم: با توجه به نمودار زیر که مربوط به خود را بیازمایید صفحه ۸۲ کتاب درسی است، این عبارت صحیح است.

