آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحلهٔ هجدهم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۲۲/خرداد/۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

همه‌مون می‌دونیم کنکور توی این چند سال کمی سخت‌تر شده (معمولاً توی کنکور سال‌های اخیر، یک یا دو درس، سخت‌تر از بقیه درس‌ها طراحی می‌شن.) درسته که ما توی خیلی‌سبز استاد شبیه‌سازی سؤالات کنکور هستیم، ولی چون این آزمون، اولین آزمون جامع ماست (یه‌جورایی آزمون جامع شماره صفره)، این آزمون رو نرمال، منطقی، استاندارد و در عین حال کاملاً کنکوری طراحی کردیم.

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	فصل ۱ تا ۵ صفحهٔ ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱	فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	—		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ علی شهرابی ـ محمد گودرزی سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: فرشاد حسن‌زاده ـ محمد گودرزی	محمدسجاد نقیه ـ عادل حسینی
هندسه	طراح: حمید گلزاری کارشناس علمی: سیدعباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراحان: مصطفی دیداری کارشناس علمی: سیدعباس حسینی ـ سعید قندچی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- نمودار تابع خطی f با شیب ۳، محور x را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x^3)-3f(x^2)$ بر $x-3$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲۱ ۳) ۶ ۴) ۱۲

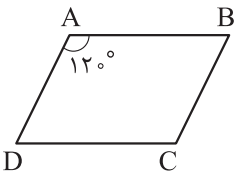
۲- هیچ‌کدام از توابع $f(x)=x^2+mx$ و $g(x)=4x-mx^2$ روی بازهٔ $(-2,3)$ یکنوا نیستند. مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای m شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۳- اگر $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$ و $g(x)=\sqrt{x+10}$ باشد، حاصل $(g^{-1}of^{-1})(2)$ کدام است؟

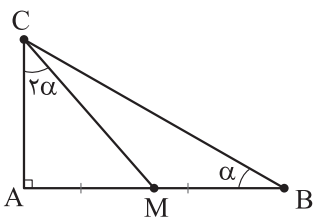
۱) -1 ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱۵

۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اندازه‌های محیط و مساحت به ترتیب برابر ۱۰ و $\sqrt{3}$ است. اختلاف طول‌های دو ضلع AB و BC کدام است؟



۱) $\sqrt{3}$
۲) $\sqrt{7}$
۳) $\sqrt{17}$
۴) $\sqrt{33}$

۵- در شکل مقابل، M وسط AB است. مقدار $\sin\alpha$ کدام است؟

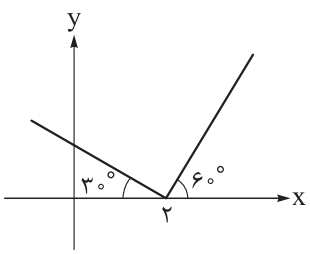


۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

۶- معادلهٔ $\sin x=\frac{1}{3}(\cos 2x-2)$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۷- شکل زیر، نمودار تابع f را نمایش می‌دهد. اختلاف حدهای راست و چپ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{x^2+f(x)-2x}{x^2-4}$ در $x=2$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 6x \cos(\frac{\pi}{4}+x)}{\pi-4x}$ کدام است؟

۱) $-0/25$ ۲) $0/25$ ۳) $-1/5$ ۴) $1/5$

۹- نقاط تقاطع خطوط مجانب نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{4x^2+2}{x^2-4}$ به همراه مبدأ مختصات، رأس‌های یک چندضلعی محدب هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۱۰- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^3+x$ در $x=1$، چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[0,3]$ است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{4}{9}$ ۳) $0/3$ ۴) $0/4$

۱۱- خط غیرافقی Δ از مبدأ مختصات می‌گذرد و در نقطهٔ T بر نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^3-x^2$ مماس است. طول نقطهٔ T کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۲- اختلاف مقادیر اکسترمم نسبی تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۳- مستطیلی با بیشترین مساحت، درون یک نیم‌دایره محاط شده است. نسبت مساحت نیم‌دایره به مساحت مستطیل، کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

۱۴- مجموع ده جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی غیرصعودی $\frac{1}{x}, 2, x^3, \ldots$ کدام است؟

۱) $\frac{4^{10}+1}{10}$ ۲) $\frac{4^{10}-1}{10}$ ۳) $\frac{4^{10}+1}{5}$ ۴) $\frac{4^{10}-1}{5}$

۱۵- اگر $\sqrt{2x-1}+\sqrt{2x+1}=\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{3}$ ۲) $-\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{5}{3}$

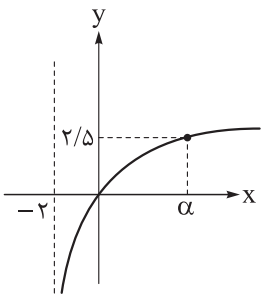
۱۶- اگر $f(x)=x^2-x-1$ باشد، حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $f(2x+3)=f(2x^2-5)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) ۶ ۴) -6

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷- شکل زیر، نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log_{۲}(ax+b)$ را نمایش می‌دهد. جزء صحیح α کدام است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

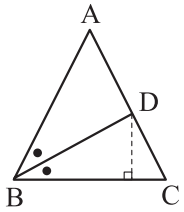
۱۸- از میان خط‌های به معادلهٔ $ax+۴y=۱$ که فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ (۱,۲) برابر ۲ است، خطی را که فاصلهٔ بیشتری از مبدأ مختصات دارد، در نظر می‌گیریم. طول از مبدأ این خط کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۵}$
۳) ۳
۴) $\frac{۵}{۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- در شکل زیر $AB = AC = ۳$، $BC = ۲$. اگر BD نیمساز زاویهٔ ABC باشد، فاصلهٔ D از BC کدام است؟



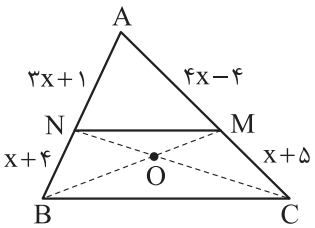
۱) ۱/۲۵

۲) ۱/۴

۳) $۰/۷۵\sqrt{۲}$

۴) $۰/۸\sqrt{۲}$

۲۰- در شکل زیر، چهارضلعی BCMN ذوزنقه است. نسبت مساحت مثلث OBC به مساحت مثلث OMN کدام است؟



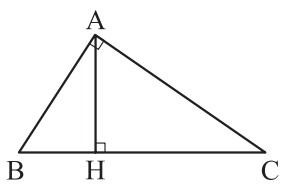
۱) ۱/۴۴

۲) ۱/۶۹

۳) ۱/۹۶

۴) ۲/۲۵

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $\frac{BC}{AH} = \sqrt{۵}$، آن‌گاه حاصل $\frac{CH}{BH}$ کدام است؟



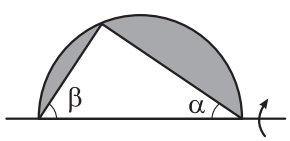
۱) $\frac{۵}{۲}$

۲) $\frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$

۳) $\sqrt{۵}$

۴) $۲(\sqrt{۵}-۱)$

۲۲- مطابق شکل، از نیم‌دایره‌ای به شعاع R، یک مثلث جدا کرده و قسمت باقی‌مانده را حول قطر نیم‌دایره دوران می‌دهیم. اگر $\beta = ۲\alpha$، آن‌گاه حجم شکل حاصل از دوران، چند برابر $\pi R^۳$ است؟



۱) $\frac{۷}{۶}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

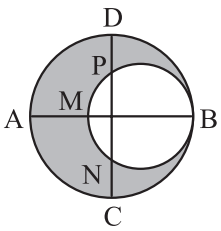
۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۵}{۶}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳- در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایرهٔ بزرگ‌تر بر هم عمودند. اگر $AM = ۳$ و $CN = ۲$ باشد، آن‌گاه مساحت ناحیهٔ بین دو دایره، چند برابر π است؟



۱) ۸/۷۵
۲) ۹/۷۵
۳) ۸/۲۵
۴) ۹/۲۵

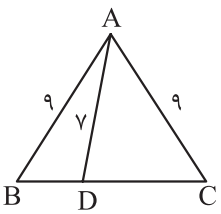
۲۴- نسبت طول ضلع مربع محاط در یک دایره به طول ضلع هشت‌ضلعی منتظم محیط بر همان دایره کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $۲(۲-\sqrt{۲})$ ۴) $۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۵- سه نقطهٔ $A(۱,۱)$، $B(\beta,۰)$ و $C(۳,۴)$ را در نظر بگیرید. در حالتی که محیط مثلث ABC، کم‌ترین مقدار ممکن را دارد، مساحت آن کدام است؟

۱) ۱/۶ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۸ ۴) ۲

۲۶- در شکل زیر، اگر $CD = ۲BD$، آن‌گاه مساحت مثلث ABD کدام است؟



۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) $۵\sqrt{۵}$
۴) $۶\sqrt{۵}$

۲۷- اگر $A=[a_{ij}]_{۳\times۳}$ که در آن $a_{ij}=\begin{cases}-۱ & ;|i-j|>۱\\ ۰ & ;|i-j|=۱\\ ۱ & ;|i-j|<۱\end{cases}$، آن‌گاه دترمینان ماتریس $\frac{۱}{۲}A+I$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۸- کوچک‌ترین دایرهٔ گذرنده از نقطهٔ $(۳,-۱)$ و مماس بر نیمساز ربع اول و سوم، محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند. حاصل‌ضرب طول‌های این دو نقطه کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹- در یک بیضی با خروج از مرکز ۰/۶، فاصلهٔ هر کانون تا دورترین رأس برابر با ۱۶ است. طول کوتاه‌ترین قطر این بیضی کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۶

۳۰- بردارهای $\vec{a}=(۱,m-۱,۳)$ و $\vec{b}=(m,۱,-۳)$ و $\vec{c}=(۱,m,-۱)$ مفروض‌اند. اگر اندازهٔ بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ برابر باشند، حجم متوازی‌السطوح بنا شده، بر بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ کدام است؟

۱) ۹۰ ۲) ۹۲ ۳) ۹۶ ۴) ۹۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- می‌خواهیم ۵ کتاب در موضوعات مختلف را در یک قفسه قرار دهیم. در چند حالت دو کتاب ریاضی و فیزیک کنار هم هستند؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۲۰

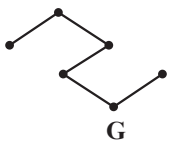
۳۲- چند نقطه با مختصات صحیح و در ربع اول روی منحنی $y = \frac{859 - 79x}{17}$ وجود دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $(3^{20} + 4^{20})$ بر ۸۴ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۲۵ ۴) ۶۱

۳۴- گراف G به صورت مقابل است. $\gamma(G)$ برابر با کدام است؟



۱) $\Delta(G)$ ۲) $q(G)$
۳) $p(G)$ ۴) $\delta(G)$

۳۵- معادلهٔ $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

۱) ۸۴ ۲) ۱۶۸ ۳) ۱۴۳ ۴) ۲۸۶

۳۶- ۳ جایزهٔ مختلف را می‌خواهیم بین ۵ نفر توزیع کنیم؛ به طوری که تعداد افرادی که جایزه گرفته‌اند فرد باشد. این کار به چند حالت امکان‌پذیر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۶۰ ۳) ۶۵ ۴) ۷۵

۳۷- گزارهٔ $(p \Leftrightarrow q) \vee \sim (p \wedge \sim q)$ هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ۲) $\sim p \Leftrightarrow q$
۳) $\sim (p \Rightarrow q) \vee p$ ۴) $\sim p \Rightarrow q$

۳۸- تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی مجموعهٔ $[(A \cup B) \cap (B \cap A) - B') \cap (B \cup A)] \cup (A' \cap B)$ با تعداد زیرمجموعه‌های ۴عضوی مجموعهٔ $B \cap (A \cup B)$ برابر است. اگر $a, b \in B$، مجموعهٔ B چند زیرمجموعه دارد که a حتماً عضو آن باشد، ولی b عضو آن نباشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۸

۳۹- اگر حاصل‌ضرب ارقام یک عدد سه‌رقمی زوج باشد، به چه احتمالی عدد فرد است؟

۱) $\frac{11}{62}$ ۲) $\frac{13}{62}$ ۳) $\frac{11}{31}$ ۴) $\frac{13}{31}$

۴۰- میانگین ۵ عدد طبیعی متمایز برابر ۵ و انحراف از میانگین این داده‌ها ۰، ۱، c، b و a است. حداکثر واریانس این داده‌ها کدام است؟

۱) ۱۲/۱ ۲) ۱۲/۲ ۳) ۱۲/۳ ۴) ۱۲/۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶:۰۰ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحلهٔ هجدهم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۲۲/خرداد/۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

همه‌مون می‌دونیم کنکور توی این چند سال کمی سخت‌تر شده (معمولاً توی کنکور سال‌های اخیر، یک یا دو درس، سخت‌تر از بقیه درس‌ها طراحی می‌شن.) درسته که ما توی خیلی‌سبز استاد شبیه‌سازی سؤالات کنکور هستیم، ولی چون این آزمون، اولین آزمون جامع ماست (یه‌جورایی آزمون جامع شماره صفره)، این آزمون رو نرمال، منطقی، استاندارد و در عین حال کاملاً کنکوری طراحی کردیم.

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی ـ امین امینی کارشناسان علمی: سعید محبی ـ هادی نجفی	نوید شاهی ـ علیرضا جعفری آثار
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی مجد ـ علی رفیعی هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی‌پور کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده ـ یاشار ذریه ـ محمدمهدی کریمیان	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

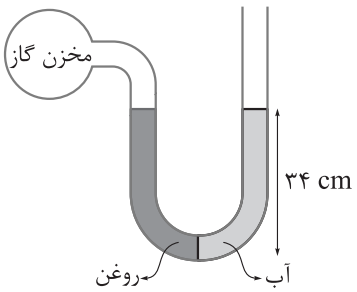
Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- یک مکعب توپر به جرم $۲/۵\ kg$ از ماده‌ای به چگالی $۲۰\ g/cm^۳$ ساخته شده است. طول ضلع این مکعب چند سانتی‌متر است؟

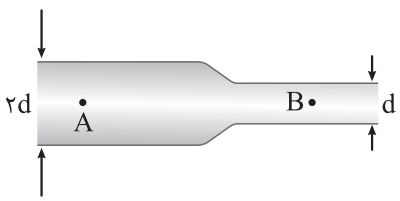
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

۴۲- مطابق شکل زیر درون لولهٔ U‌شکلی که به یک مخزن گاز متصل است، حجم مساوی از آب و روغن قرار دارد. فشار پیمانه‌ای مخزن گاز چند میلی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{جیوه} = ۱۳/۶\ g/cm^۳$، $\rho_{آب} = ۰/۸\ g/cm^۳ = ۰/۸\rho_{روغن}$ و $g = ۱۰\ m/s^۲$)



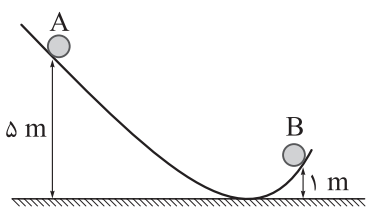
۱) ۱
۲) ۵
۳) ۱۰
۴) صفر

۴۳- در شکل زیر تندی جریان آب در نقطهٔ A برابر $۲\ m/s$ و فشار آن P_A است. اگر تندی جریان آب در نقطهٔ B، v_B و فشار در این نقطه P_B باشد؛ به ترتیب از راست به چپ، v_B چند متر بر ثانیه است و چه رابطه‌ای بین P_A و P_B وجود دارد؟



۱) ۸ و $P_A > P_B$
۲) ۴ و $P_A < P_B$
۳) ۸ و $P_A < P_B$
۴) ۴ و $P_A > P_B$

۴۴- در شکل زیر، از نقطهٔ A، جسمی به جرم $۱\ kg$ رها شده است تا بر روی سطح به طرف پایین بلغزد. اگر تندی جسم در نقطهٔ B برابر $۴\ m/s$ باشد، کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ B چند ژول است؟
$(g = ۱۰\ m/s^۲)$



۱) ۳۲-
۲) ۴۲-
۳) ۳۲
۴) ۴۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- برای تبدیل یخی به جرم ۲۰۰ g با دمای ۱۰ °C− به آب با دمای ۱۵ °C، چند کیلوژول گرما لازم است؟

$(c_{\text{یخ}} = ۲۱۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C}$ ، $L_f = ۳۳۶ kJ/kg)$

۱) ۸۴ ۲) ۵۰/۴ ۳) ۶۷/۲ ۴) ۴۲/۶

۴۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) هر چه در خشکی از ساحل دریا دور شویم، آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد.

ب) با افزایش سطح آزاد مایع، آهنگ تبخیر سطحی آن نیز افزایش می‌یابد.

پ) با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

ت) با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

۱) ب و ت ۲) پ و ت ۳) الف و پ ۴) الف و ب

۴۷- اگر حجم مقدار معینی گاز کامل را ۲۵ درصد افزایش و دمای مطلق آن را ۱۰ درصد کاهش دهیم، فشار گاز چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱۸}{۲۵}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۹}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲۵}{۹}$

۴۸- کدام گزاره قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی است؟

۱) ممکن نیست دستگاه، چرخه‌ای را بپیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع دما بالا جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.

۲) ممکن نیست دستگاه، فرایندی را بپیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع گرما جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.

۳) ممکن نیست گرما به طور خودبه‌خود از جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایین‌تر منتقل شود.

۴) ممکن نیست گرما به طور خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود.

۴۹- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت ۵ μF، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. اگر انرژی ذخیره‌شده در این خازن ۹۰ μJ تغییر کند، بار الکتریکی آن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۱۰

۳) ۴۰ ۴) ۱۰۰

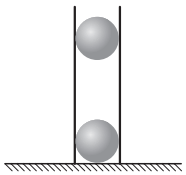
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- در شکل زیر دو گوی کوچک مشابه، هر یک به جرم $۰/۹\ g$ و بار الکتریکی یکسان $۹۰\ nC$ در فاصلهٔ ثابتی از یکدیگر قرار دارند. اگر گوی بالایی در حالت معلق باشد، فاصلهٔ بین دو گوی چند سانتی‌متر است؟

$(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\ و\ g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲



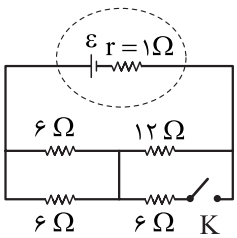
۵۱- بزرگی میدان الکتریکی در فاصله $۲\ m$ از مرکز کلاهک یک واندوگراف برابر با $۲/۲۵\times۱۰^{۳}\ N/C$ است. اندازهٔ بار الکتریکی کلاهک چند میکروکولن است؟ $(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$

۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

۵۲- با روشن‌ماندن یک لامپ، در مدت یک ساعت، $۲/۲۵\times۱۰^{۲۰}$ الکترون از آن می‌گذرد. جریان الکتریکی گذرنده از لامپ چند میلی‌آمپر است؟ $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C)$

۱) ۲۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۰
۴) ۱۰۰

۵۳- در مدار شکل زیر، اگر کلید K را وصل کنیم، توان خروجی باتری چند برابر می‌شود؟

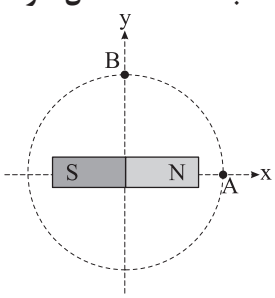


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۷}{۱۵}$
۳) $\frac{۱۴}{۱۵}$
۴) $\frac{۲۸}{۱۵}$

۵۴- یک بخاری برقی به اختلاف پتانسیل $۲۲۰\ V$ متصل است. اگر این بخاری برقی به مدت $۸\ h$ در شبانه‌روز کار کند، هزینهٔ یک ماه (۳۰ شبانه‌روز) برق مصرفی این بخاری ۳۹۶۰۰ تومان می‌شود. جریان عبوری از بخاری در حالت روشن چند آمپر است؟ (قیمت هر کیلووات ساعت برق مصرفی، ۷۵ تومان است.)

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷/۵
۴) ۱۰

۵۵- در شکل زیر، اگر یک عقربهٔ مغناطیسی روی محیط دایره‌ای در جهت پادساعتگرد از نقطهٔ A به نقطهٔ B منتقل شود، عقربه چند درجه و در چه جهتی می‌چرخد؟

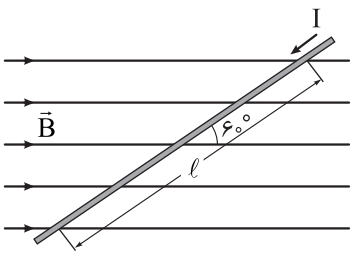


۱) ۹۰، ساعتگرد
۲) ۹۰، پادساعتگرد
۳) ۱۸۰، ساعتگرد
۴) ۱۸۰، پادساعتگرد

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶- در شکل زیر، سیم راست حامل جریان $I = 4A$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 30\,G$ قرار دارد. اگر $\ell = 1\,m$ باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



۱) 6×10^{-3} و $\otimes$

۲) 6×10^{-3} و $\odot$

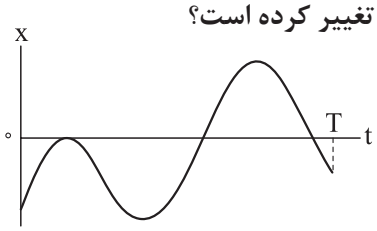
۳) $6\sqrt{3}\times10^{-3}$ و $\otimes$

۴) $6\sqrt{3}\times10^{-3}$ و $\odot$

۵۷- جریان الکتریکی عبوری از یک القاگر فرضی، ۳۰۰ A و انرژی ذخیره‌شده در آن یک کیلووات ساعت است. ضریب القاوری این القاگر چند هانری است؟

۱) ۸ ۲) ۳۶ ۳) ۸۰ ۴) ۳۶۰

۵۸- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا T، جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان آن به ترتیب از راست به چپ چند مرتبه تغییر کرده است؟



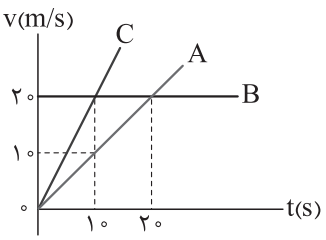
۱) ۲، ۳

۲) ۳، ۳

۳) ۲، ۲

۴) ۳، ۲

۵۹- نمودار سرعت ـ زمان سه متحرک A، B و C که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است، اگر در مبدأ زمان هر سه متحرک در یک مکان قرار داشته باشند، در لحظه‌ای که دو متحرک A و B به هم می‌رسند، فاصلهٔ آن‌ها از متحرک C چند متر است؟



۱) ۸۰۰

۲) ۱۶۰۰

۳) ۲۴۰۰

۴) ۳۲۰۰

۶۰- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر تندی متحرک در مکان $x_1 = 28\,m$ برابر $4\,m/s$ و در مکان $x_2 = 19\,m$ برابر $5\,m/s$ باشد، شتاب متحرک برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $\vec{i}$ ۲) $0/5\vec{i}$ ۳) $-\vec{i}$ ۴) $-0/5\vec{i}$

۶۱- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی گلوله در ۰/۵ ثانیهٔ چهارم چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن در ۰/۵ ثانیهٔ دوم است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{5}{3}$

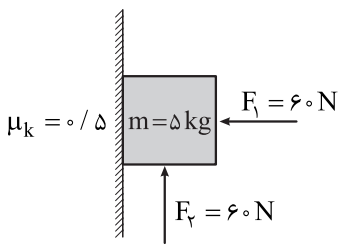
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲- می‌خواهیم به جسمی که جرم آن $۲\ kg$ است، شتابی به بزرگی $۳\ m/s^۲$ بدهیم تا در راستای قائم رو به پایین شروع به حرکت کند. نیرویی که باید به جسم وارد کنیم، چند نیوتون و در چه جهتی است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۴، به سمت بالا
۲) ۱۴، به سمت پایین
۳) ۲۶، به سمت بالا
۴) ۲۶، به سمت پایین

۶۳- در شکل زیر، به جسم نیروی افقی $\vec{F}_۱$ و نیروی قائم $\vec{F}_۲$ وارد می‌شود. اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) ۴، به سمت بالا
۲) ۴، به سمت پایین
۳) ۸، به سمت بالا
۴) ۸، به سمت پایین

۶۴- اگر جرم گلوله‌ای برابر $۲۰\ g$ و اندازهٔ تکانهٔ آن برابر $۸۰۰\ \frac{g.m}{s}$ باشد، انرژی جنبشی گلوله چند ژول است؟

۱) ۳۲
۲) ۱۶
۳) ۳/۲
۴) ۱/۶

۶۵- پرهٔ یک بالگرد با دورهٔ $۰/۰۸\ s$ به طور یکنواخت می‌چرخد. تعداد دور بر دقیقه (rpm) پرهٔ بالگرد چه‌قدر است؟

۱) ۷۵۰
۲) ۱۵۰۰
۳) ۲۲۵۰
۴) ۳۰۰۰

۶۶- دامنهٔ نوسان یک نوسانگر جرم ـ فنر در حرکت هماهنگ ساده $۵\ cm$ و ثابت فنر آن $۲\ N/cm$ است. انرژی مکانیکی نوسانگر هنگام نوسان روی یک سطح افقی بدون اصطکاک چند ژول است؟

۱) ۰/۰۲۵
۲) ۰/۲۵
۳) ۲/۵
۴) ۲۵

۶۷- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به صورت $x = ۰/۴ \cos ۱۰\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\sqrt{۲}\pi$
۲) $۲\sqrt{۲}\pi$
۳) π
۴) ۲π

۶۸- سیمی با چگالی $۷/۸\ g/cm^۳$ و سطح مقطع $۰/۵\ mm^۲$ بین دو نقطه کشیده شده است. در این سیم موجی با طول موج $۲۰\ cm$ تشکیل می‌شود. اگر بسامد موج $۱۰۰۰\ Hz$ باشد، نیروی کشش سیم، چند نیوتون است؟

۱) ۳/۹
۲) ۱۵/۶
۳) ۳۹
۴) ۱۵۶

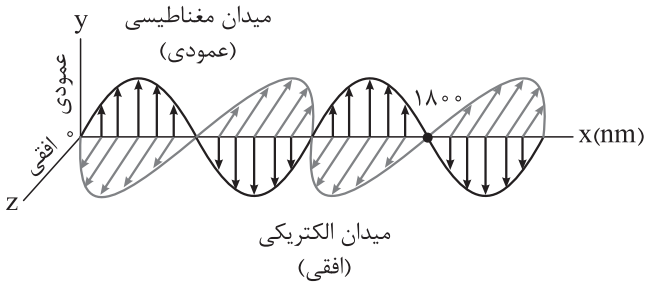
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹- اگر فاصلهٔ شخص تا چشمهٔ صوتی $60\ m$ کاهش یابد، تراز شدت صوتی که دریافت می‌کند، $14\ dB$ افزایش می‌یابد. فاصلهٔ اولیهٔ شخص تا چشمهٔ صوت چند متر بوده است؟ ($\log 2 = 0/3$ و از جذب انرژی صوتی توسط محیط صرف‌نظر شود.)

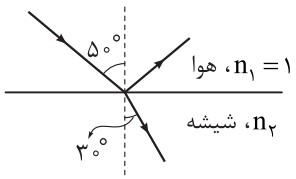
۱) ۶۲/۵ ۲) ۷۵ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۵۰

۷۰- تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر شده، در لحظه‌ای به شکل زیر است. به ترتیب، جهت انتشار موج و بسامد آن برحسب تراهرتز، کدام است؟ ($c = 3\times10^8\ m/s$)



۱) $+x$، ۲۵۰
۲) $-x$، ۲۵۰
۳) $+x$، ۷۵۰
۴) $-x$، ۷۵۰

۷۱- در شکل زیر، نور فرودی از هوا به شیشه می‌تابد. بخشی از موج در سطح جدایی دو محیط بازمی‌تابد و بخشی دیگر شکست می‌یابد و وارد شیشه می‌شود. به ترتیب، زاویهٔ بین پرتو شکست و پرتو بازتابش چند درجه و ضریب شکست شیشه کدام است؟ ($\sin 50^\circ = 0/75$)



۱) ۸۰، $\frac{4}{3}$
۲) ۸۰، $\frac{3}{2}$
۳) ۱۰۰، $\frac{4}{3}$
۴) ۱۰۰، $\frac{3}{2}$

۷۲- در یک تار دو سر بسته، بسامد دو هماهنگ متوالی $240\ Hz$ و $300\ Hz$ است. اگر تندی انتشار موج عرضی در تار $90\ m/s$ باشد، طول تار چند متر است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۳

۷۳- توان یک لامپ رشته‌ای $100\ W$، بازده آن ۵ درصد و ۱ درصد از نور تابشی آن دارای طول موج $600\ nm$ است. در هر دقیقه چه تعداد فوتون با این طول موج از لامپ گسیل می‌شود؟ ($c = 3\times10^8\ m/s$ و $h = 6\times10^{-34}\ J.s$)

۱) 10^{19} ۲) 10^{21}
۳) 2×10^{19} ۴) 2×10^{21}

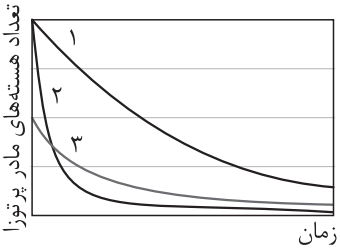
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- نپتونیم $_{93}^{237}Np$ ناپایدار است و واپاشی آن از طریق گسیل ذرات α، β^-، α و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، تعداد نوترون‌های هستهٔ نهایی کدام است؟

۱) ۸۶ ۲) ۸۷ ۳) ۱۳۷ ۴) ۱۳۹

۷۵- نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونهٔ (۱)، (۲) و (۳) برحسب زمان به شکل زیر است. کدام مقایسه دربارهٔ نیمه‌عمر این سه نمونه (T) درست است؟



۱) $T_2 > T_1 > T_3$

۲) $T_1 > T_2 > T_3$

۳) $T_2 > T_3 > T_1$

۴) $T_1 > T_3 > T_2$

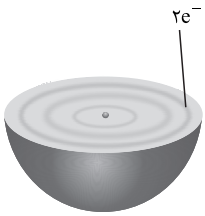
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- کدام مورد از نتایج واکنش‌های هسته‌ای نیست؟

۱) تبدیل عناصر سبک به سنگین در ستاره‌ها
۲) تولید هلیم در اعماق زمین
۳) غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیم ـ ۲۳۵
۴) تولید انرژی گرمایی در خورشید

۷۷- اگر شمار نوترون‌ها در هستهٔ اتم زیر، ۲ واحد بیشتر از شمار پروتون‌های آن باشد، عدد جرمی این اتم کدام است؟



۱) ۲۴
۲) ۲۵
۳) ۲۶
۴) ۲۸

۷۸- رنگ فلز مس به صورت خالص، رنگ محلول سولفات فلز مس با بیشترین عدد اکسایش در آب و رنگ شعلهٔ نمک‌های مس، به ترتیب کدام است؟

۱) سرخ ـ آبی ـ آبی
۲) سرخ ـ سبز ـ آبی
۳) سرخ ـ آبی ـ سبز
۴) سبز ـ آبی ـ سبز

۷۹- اگر اعداد داده‌شده در هر گزینه مربوط به عدد اتمی سه عنصر باشد، در کدام گزینه، عدد اتمی بیشتر، مربوط به عنصری با بزرگ‌ترین شعاع اتمی است؟

۱) ۱۱، ۱۳، ۱۴
۲) ۱۲، ۳۷، ۳۸
۳) ۹، ۱۱، ۱۷
۴) ۸، ۹، ۱۶

۸۰- اگر شمار الکترون‌های با $n = ۴$ و $l = ۱$ در اتم عنصر A با شمار الکترون‌های با $n = ۳$ و $l = ۲$ در اتم عنصر B برابر باشد، کدام مطلب درست است؟

۱) اگر A بُرم باشد، عنصر B می‌تواند یکی از عناصر هم‌گروه با نخستین عنصر ساختگی در واکنش‌گاه هسته‌ای باشد.
۲) اگر B نخستین فلز واسطه باشد، A فلزی است که با از دست دادن سه الکترون به آرایش گاز نجیب پیش از خود می‌رسد.
۳) اگر A هم‌گروه با کربن باشد، در آرایش الکترونی کاتیون در $BCO_۳$، هشت الکترون با $n = ۳$ وجود دارد.
۴) اگر B آهن باشد، تمام لایه‌ها و زیرلایه‌های اشغال‌شدهٔ اتم A از الکترون پر هستند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱- در فرمول شیمیایی کدام ترکیب، شمار یون‌های فلزی با شمار اتم‌های اکسیژن برابر است؟

۱) پتاسیم اکسید
۲) سدیم سیلیکات
۳) لیتیم نیترات
۴) منیزیم هیدروژن کربنات

۸۲- در کدام موارد زیر، کاربرد مادهٔ مورد نظر، درست بیان شده است؟

الف) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره: کپسول غواصی

ب) فراوردهٔ واکنش اتن باهیدروژن کلرید: حلال چسب

پ) جامد کووالانسی حاصل از دو عنصر اول گروه ۱۴: تهیهٔ سنباده

ت) فراوردهٔ قطب منفی سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب: تهیهٔ آلیاژها و شربت معده

۱) پ و ت
۲) الف و ب
۳) الف، پ و ت
۴) ب و ت

۸۳- اگر هر میلی‌لیتر کربن دی‌سولفید (مایع)، ۱/۲۵ گرم جرم داشته باشد، از سوختن چند میلی‌لیتر از آن مطابق واکنش زیر، ۶/۷۲ لیتر گاز گوگرد دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود؟ $(C=12, O=16, S=32 : g.mol^{-1})$

گوگرد دی‌اکسید + کربن دی‌اکسید ← گاز اکسیژن + کربن دی‌سولفید مایع

۱) ۲/۱۹
۲) ۴/۵۶
۳) ۵/۴۶
۴) ۹/۱۲

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) SO_2 مانند H_2O، مولکولی قطبی و با ساختار خمیده است، اما اتم مرکزی آن در میدان الکتریکی برخلاف اتم مرکزی H_2O، به سمت قطب منفی جهت‌گیری می‌کند.

ب) اگر در مولکول CF_4 به جای دو اتم فلوئور، اتم‌های کلر جایگزین کنیم، گشتاور دوقطبی مولکول افزایش، اما نقطهٔ جوش مولکول کاهش می‌یابد.

پ) در دما و فشار یکسان، انحلال‌پذیری گاز O_2 از N_2 بیشتر است و با افزودن مقداری نقره نیترات به محلول آن‌ها، انحلال‌پذیری دو گاز کاهش می‌یابد.

ت) هگزان برخلاف آب، ید (I_2) را در خود حل می‌کند و ۱۰ mL هگزان در مقایسه با ۱۰ mL آب، جرم بیشتری دارد.

۱) ب، پ
۲) الف، ت
۳) ب، ت
۴) الف، پ

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- اگر انحلال‌پذیری نمک A در دمای $۵^\circ C$ برابر ۲۰ و درصد جرمی محلول سیرشدهٔ این نمک در دمای $۴۵^\circ C$ برابر ۵۰٪ باشد، کدام گزینه درست است؟ (رابطهٔ انحلال‌پذیری و دما برای این نمک، خطی است.)

۱) معادلهٔ انحلال‌پذیری این نمک برحسب دما به صورت $S = ۳\theta + ۲۰$ است.

۲) در دمای $۳۰^\circ C$ درصد جرمی محلول سیرشدهٔ این نمک در آب به تقریب برابر ۷۰٪ است.

۳) اگر ۹۵ گرم محلول سیرشدهٔ این نمک از دمای $۴۰^\circ C$ تا $۱۰^\circ C$ سرد شود، ۳۰ گرم نمک رسوب می‌کند.

۴) انحلال‌پذیری این نمک همانند سولفات فلز قلیایی دورهٔ دوم، در آب گرماگیر است.

۸۶- گاز حاصل از تخمیر بی‌هوازی یک تن گلوکز با بازده ۹۰ درصد را از سوختن کامل چند کیلوگرم بنزن می‌توان به دست آورد؟ $(H = ۱ , C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \rightarrow ۲C_۲H_۵OH(aq) + ۲CO_۲(g)$$

۱) ۱۱۷ ۲) ۱۳۰

۳) ۱۴۵ ۴) ۱۸۰

۸۷- کدام موارد زیر درست است؟

الف) در ساختار آلکان‌ها، هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم هیدروژن متصل است.

ب) در آلکان‌های راست‌زنجیر، با افزایش جرم مولی، نقطهٔ جوش افزایش، ولی تفاوت جرم مولی دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

پ) مولکول سبک‌ترین هیدروکربن سیرنشده، دارای ۵ پیوند اشتراکی است.

ت) در ساختار دومین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها، تفاوت شمار پیوندهای $C-H$ و $C-C$ برابر ۵ است.

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ پ

۳) پ ـ ت ۴) الف ـ ت

۸۸- در کدام ترکیب اگر به جای یکی از اتم‌های هیدروژن، گروه اتیل قرار گیرد، درصد جرمی کربن تغییر نمی‌کند؟

۱) پروپان ۲) اتیلن

۳) پارازایلن ۴) بنزن

۸۹- در شرایط یکسان، مقدار گرمای آزادشده در اثر تشکیل یک مول متان در کدام واکنش زیر بیشتر است؟

۱) $C_{(s,\text{گرافیت})} + ۲H_۲(g) \rightarrow CH_۴(g)$ ۲) $C_{(s,\text{الماس})} + ۴H(g) \rightarrow CH_۴(g)$

۳) $C_{(s,\text{الماس})} + ۲H_۲(g) \rightarrow CH_۴(g)$ ۴) $C_{(s,\text{گرافیت})} + ۴H(g) \rightarrow CH_۴(g)$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- تفاوت جرم مولی اولین عضو خانوادهٔ اسیدهای آروماتیک با چهارمین عضو خانوادهٔ اسیدهای آلی زنجیره‌ای سیرشده، چند گرم است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۳۸ ۴) ۴۰

۹۱- اگر گرمای سوختن ۱ مول اتان، ۲۶۱ کیلوژول بیشتر از گرمای سوختن ۱ مول اتین و ارزش سوختی هیدروژن، ۱۲۱ کیلوژول بر گرم باشد، ΔH واکنش $C_2H_2(g)+2H_2(g)\rightarrow C_2H_6(g)$، چند کیلوژول است؟ $(H=1 g.mol^{-1})$

۱) -19 ۲) -223 ۳) $+223$ ۴) -745

۹۲- اگر سرعت متوسط مصرف جوش‌شیرین در واکنش زیر برابر $0/03 mol.min^{-1}$ باشد، سرعت کاهش جرم مخلوط واکنش، چند گرم بر ثانیه است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

(معادله موازنه شود.) $NaHCO_3(s)\rightarrow Na_2CO_3(s)+CO_2(g)+H_2O(g)$

۱) ۰/۰۰۱ ۲) ۰/۰۱۵۵ ۳) ۰/۰۳۱ ۴) ۰/۹۳

۹۳- کدام گزینه در مورد «پلی‌اتن» و «تفلون» درست است؟ $(H=1, C=12, F=19 : g.mol^{-1})$

۱) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مونومر سازندهٔ تفلون، دو برابر شمار الکترون‌های پیوندی در مونومر سازندهٔ پلی‌اتن است.

۲) نقطهٔ جوش مونومر سازندهٔ تفلون از نقطهٔ جوش مونومر سازندهٔ پلی‌اتن، کم‌تر است.

۳) نسبت درصد جرمی فلوئور در تفلون به درصد جرمی هیدروژن در پلی‌اتن، به تقریب برابر ۵/۳ است.

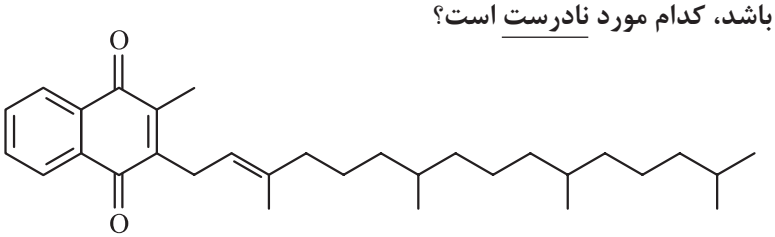
۴) مونومر سازندهٔ تفلون برخلاف مونومر سازندهٔ پلی‌اتن، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

۹۴- اگر جدول زیر مربوط به آبکافت متیل فورمات در ظرفی به حجم ۲ لیتر باشد، در بازهٔ ۳۰ تا ۹۰ ثانیه، چند گرم الکل تولید شده است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

[استر]	۰/۵۵	۰/۴۲	۰/۳۱	۰/۲۳	۰/۱۷	۰/۱۲	۰/۰۸
زمان (s)	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵	۹۰

۱) ۶/۹ ۲) ۷/۳۶ ۳) ۱۳/۸ ۴) ۱۴/۷۲

۹۵- اگر شکل زیر مربوط به ویتامین کا (K) باشد، کدام مورد نادرست است؟



۱) شمار گروه‌های CH_3 در ساختار آن با شمار این گروه‌ها در ۴ ـ اتیل ـ ۲،۲،۴ ـ تری‌متیل هگزان برابر است.

۲) همانند ویتامین آ (A) در آب نامحلول است.

۳) در ساختار آن مانند ساختار پاک‌کننده‌های صابونی جامد، ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۴) مانند ۲ـ هپتانون، دارای گروه عاملی کربونیل است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶- در مورد ترکیب‌های A، B، X و D، کدام گزینه نادرست است؟

A) $CH_3(CH_2)_3COO^-K^+$

B) $CH_3(CH_2)_{11}C_6H_4SO_3^-Na^+$

X) $CH_3(CH_2)_{16}COO^-NH_4^+$

D) $CH_3(CH_2)_{16}COOH$

۱) D از اجزای سازندهٔ چربی است که مخلوط آن با آب و X، یک مخلوط ناهمگن پایدار است.

۲) بر اثر واکنش ترکیب X با کلسیم کلرید، رسوبی ایجاد می‌شود که نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در فرمول آن برابر ۲۷ / ۷۵ است.

۳) A در دمای اتاق، مایع بوده و از آن می‌توان جهت شویندهٔ صنعتی استفاده کرد.

۴) ترکیب B از مواد پتروشیمی در صنعت تولید می‌شود و افزودن یون فسفات به آن، باعث افزایش چشمگیری در قدرت پاک‌کنندگی آن در آب سخت نخواهد شد.

۹۷- فرایند یونش کدام اسید در آب، تعادلی نیست؟

۱) نیترو اسید
۲) هیدروسیانیک اسید
۳) هیدروبرمیک اسید
۴) متانوئیک اسید

۹۸- اگر حجم ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰ / ۵ مولار هیدروکلریک اسید با افزودن آب‌مقطر دو برابر شود، pH محلول ..... .

۱) ۰ / ۵ واحد افزایش می‌یابد
۲) دو برابر می‌شود
۳) ۰ / ۳ واحد کاهش می‌یابد
۴) تغییری نمی‌کند

۹۹- کدام گزینه، جملهٔ زیر را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

«اگر در سلول گالوانی دارای نیم‌سلول‌های A و B، جهت حرکت کاتیون‌ها به سمت تیغهٔ A باشد، قطعاً می‌توان گفت ..... .»

۱) A^{n+} نسبت به B^{m+}، اکسندهٔ قوی‌تری است

۲) با گذشت زمان، از جرم الکترود A کاسته و به جرم الکترود B افزوده می‌شود

۳) واکنش $A + B^{m+} \rightarrow$ به طور خودبه‌خودی انجام نمی‌شود

۴) نیم‌واکنش اکسایش در نیم‌سلول B و نیم‌واکنش کاهش در نیم‌سلول A انجام می‌شود

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰- کدام مورد دربارهٔ سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن (I) و سلول هال (II)، درست است؟

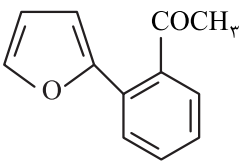
۱) هر دو، از نوع الکترولیتی هستند ولی تنها در یکی از آن‌ها، گاز تولید می‌شود.

۲) براساس معادلهٔ موازنه‌شدهٔ کلی، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول (II)، ۳ برابر سلول (I) است.

۳) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی هر دو سلول، از قطب منفی به قطب مثبت است.

۴) واکنش کلی سلول (I) مانند واکنش کلی برقکافت آب است.

۱۰۱- اگر در ساختار زیر، شمار اتم‌های کربنی که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند را a و شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر را b بنامیم، کدام رابطه درست است؟



۱) $a = b$

۲) $b = ۱/۵a$

۳) $a = b + ۱$

۴) $b = a + ۱$

۱۰۲- با توجه به جدول زیر که مربوط به نقطهٔ جوش پروپان، دی‌متیل اتر و اتانول است، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

ماده	نقطهٔ جوش ($^\circ C$)
A	۷۸
B	−۴۲
X	−۲۴

الف) دی‌متیل اتر برخلاف پروپان، در دمای اتاق به حالت مایع است.

ب) مادهٔ A همان اتانول است و برخلاف دو مادهٔ دیگر، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

پ) مواد A و X، ایزومر یکدیگرند و مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن‌ها برابر است.

ت) در اثر سوختن کامل هر مول B، ۷ مول فراورده تولید می‌شود.

۱) پ و ت ۲) الف و ب ۳) الف و پ ۴) ب و ت

۱۰۳- اگر حجم سامانهٔ در حال تعادل $N_۲O_۴(g) \rightleftharpoons ۲NO_۲(g)$ در دمای ثابت، دو برابر شود، ..... .

۱) به دلیل ثابت‌بودن دما، نه تعادل جابه‌جا می‌شود و نه مقدار ثابت تعادل تغییر می‌کند

۲) به دلیل کم‌شدن غلظت مواد، مقدار ثابت تعادل تغییر می‌کند و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود

۳) تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود، اما مقدار ثابت تعادل تغییر نمی‌کند

۴) غلظت‌های تعادلی مواد و مقدار ثابت تعادل، کاهش می‌یابد

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴- با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام ماده فقط از یک نوع واکنش‌دهنده تهیه می‌شود؟

۱) پلی‌اتیلن ترفتالات
۲) اتیل استات
۳) پلی‌لاکتیک اسید
۴) ترفتالیک اسید

۱۰۵- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مورد درست است؟ $(H = ۱ , C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

I) $CH_۴(g) + H_۲O(g) \rightarrow CO(g) + ۳A(g)$

II) $B(g) + ۲A(g) \rightarrow CH_۳OH(l)$

۱) گاز A یکی از فراورده‌های واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب است.
۲) درصد جرمی کربن در مادهٔ آلی موجود در واکنش (II)، دو برابر آن در مادهٔ آلی واکنش (I) است.
۳) تغییر عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (I)، برابر ۲ بوده و متان در آن نقش کاهنده دارد.
۴) میل ترکیبی گاز B با اکسیژن هوا، بیش از ۲۰۰ برابر هموگلوبین خون بوده و این گاز بسیار سمی است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶:۰۰ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	آزمون جامع (مرحلهٔ هجدهم)
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۲۲/خرداد/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ علی شهرابی ـ محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه
هندسه	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری
فیزیک	یاشار انگوتی ـ امین امینی
شیمی	فرشید ابراهیمی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ علی رفیعی ـ هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی پور

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده محمد گودرزی	سهیل تقی‌زاده منصور زرکش اصفهانی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی سعید قندچی	امیرحسین ابومحبوب ماهان فنی‌فر مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	علیرضا جعفری‌آثار	علیرضا جعفری‌آثار	سعید محبی هادی نجفی	علیرضا جعفری آیدین طهماسقلی‌زاده امیر محمودی انزابی سعید محبی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده یاشار ذریه محمدمهدی کریمیان	عادی عبادی آرمین عظیمی محمد نوروزی مال

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق‌نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ نمودار تابع خطی f با شیب ۳، محور x را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x^3)-3f(x^2)$ بر $x-3$ کدام است؟

$f(x)=3x+h$

۱) صفر
۲) ۲۱
۳) ۶
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر چندجمله‌ای $x-a$ برابر $p(a)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=mx+h \xrightarrow{\text{شیب برابر ۳ است.}} f(x)=3x+h \xrightarrow{f(2)=0} h=-6$$

$$\Rightarrow f(x)=3(x-2)$$

گام دوم: چندجمله‌ای $f(x^3)-3f(x^2)$ را چندجمله‌ای $p(x)$ در نظر می‌گیریم. طبق درس‌باکس، باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر $x-3$ برابر $p(3)$ است:

$$p(3)=f(27)-3f(9)$$

$$\begin{cases} f(27)=3(27-2)=75 \\ f(9)=3(9-2)=21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(3)=75-63=12$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ هیچ‌کدام از توابع $f(x)=x^۲+mx$ و $g(x)=۴x-mx^۲$ روی بازهٔ $(-۲,۳)$ یکنوا نیستند. مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای m شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته تابع درجه‌دوم $y=ax^۲+bx+c$ روی بازهٔ $(x_۱,x_۲)$ غیریکنواست، اگر $x_S=-\frac{b}{۲a}$ عضو این بازه باشد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طول رأس نمودار تابع درجه‌دوم f، $x_S=-\frac{m}{۲}$ و طول رأس نمودار تابع درجه‌دوم g، $x_{S'}=\frac{۲}{m}$ است.

گام دوم: طبق درس‌باکس، بازهٔ $(-۲,۳)$ باید شامل هر دو مورد باشد:

$$-۲<-\frac{m}{۲}<۳ \Rightarrow -۶<m<۴$$

$$-۲<\frac{۲}{m}<۳ \Rightarrow \begin{cases}\frac{m}{۲}<-\frac{۱}{۲} \Rightarrow m<-۱\\ \text{و}\\ \frac{m}{۲}>\frac{۱}{۳} \Rightarrow m<\frac{۲}{۳}\end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -۶<m<-۱ \text{ یا } \frac{۲}{۳}<m<۴$$

مجموعهٔ $(-۶,-۱)\cup(\frac{۲}{۳},۴)$ شامل ۷ عدد صحیح $-۵،-۴،-۳،-۲،۱،۲$ و ۳ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x-۲}$ و $g(x)=\sqrt{x+۱۰}$ باشد، حاصل $(g^{-۱}of^{-۱})(۲)$ کدام است؟ ← $g^{-۱}(f^{-۱}(۲))$

۱) -۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته اگر $f(\alpha)=\beta$ باشد، آن‌گاه $f^{-۱}(\beta)=\alpha$ است و برعکس.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: هدف، محاسبهٔ مقدار $g^{-۱}(f^{-۱}(۲))$ است. این مقدار را α در نظر می‌گیریم:

$$g^{-۱}(f^{-۱}(۲))=\alpha$$

برای محاسبهٔ آن، ابتدا باید مقدار $f^{-۱}(۲)$ را حساب کنیم؛ آن را β می‌نامیم:

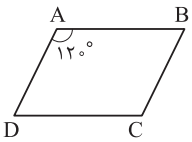
$$f^{-۱}(۲)=\beta \xrightarrow{\text{نکته}} f(\beta)=۲ \Rightarrow \frac{\beta-۱}{\beta-۲}=۲ \Rightarrow \beta=۳$$

گام دوم: حالا می‌توانیم مقدار α را حساب کنیم:

$$g^{-۱}(۳)=\alpha \Rightarrow g(\alpha)=۳ \Rightarrow \sqrt{\alpha+۱۰}=۳ \Rightarrow \alpha=-۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اندازه‌های محیط و مساحت به ترتیب برابر ۱۰ و $\sqrt{۳}$ است. اختلاف طول‌های دو ضلع AB و BC کدام است؟



۱) $\sqrt{۳}$

۲) $\sqrt{۷}$

۳) $\sqrt{۱۷}$

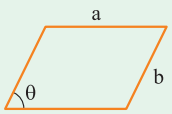
۴) $\sqrt{۳۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

- مساحت متوازی‌الاضلاعی به طول اضلاع a و b که یکی از زوایای آن θ است، برابر است با:

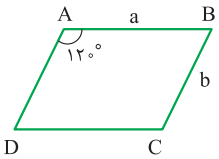
$$S = ab\sin\theta$$



- اختلاف جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - Sx + P = ۰$ برابر است با: $|x_۲ - x_۱| = \sqrt{S^۲ - ۴P}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طول اضلاع متوازی‌الاضلاع را a و b در نظر می‌گیریم:



$$\Rightarrow \text{محیط} = ۲(a+b) = ۱۰ \Rightarrow a+b = ۵$$

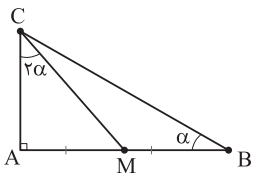
$$\xrightarrow{\text{درس‌پاکس}} \text{مساحت} = ab\sin ۱۲۰^\circ = ab\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳} \Rightarrow ab = ۲$$

گام دوم: در نتیجه a و b جواب‌های معادلهٔ درجه‌دومی هستند که مجموع آن‌ها برابر ۵ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۲ است؛ یعنی معادلهٔ $x^۲ - ۵x + ۲ = ۰$.

اختلاف جواب‌های این معادله برابر است با: $|a-b| = \sqrt{۲۵-۸} = \sqrt{۱۷}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ در شکل مقابل، M وسط AB است. مقدار $\sin\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۶}}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اتحاد تانژانت مجموع و تفاضل کمان:

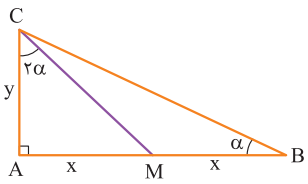
$$\tan(x\pm y)=\frac{\tan x\pm\tan y}{۱\mp\tan x\tan y}\xrightarrow{\text{حالت خاص}}\tan(\frac{\pi}{۴}\pm\theta)=\frac{۱\pm\tan\theta}{۱\mp\tan\theta}$$

اتحاد تانژانت دو برابر کمان:

$$\tan ۲x=\frac{۲\tan x}{۱-\tan^{۲}x}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا اندازه‌ها را روی شکل نام‌گذاری می‌کنیم:



و داریم:

$$\tan\alpha=\frac{y}{۲x}\ ,\ \tan ۲\alpha=\frac{x}{y}$$

و از این روابط برداشت می‌شود که:

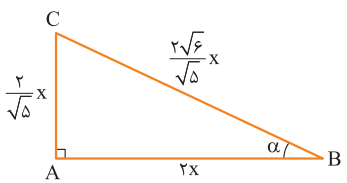
$$\tan\alpha\times\tan ۲\alpha=\frac{۱}{۲}$$

گام دوم: حالا از اتحاد تانژانت دو برابر کمان استفاده می‌کنیم:

$$\tan\alpha\times\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha}=\frac{۲\tan^{۲}\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۴\tan^{۲}\alpha=۱-\tan^{۲}\alpha\Rightarrow\tan^{۲}\alpha=\frac{۱}{۵}$$

$$\xrightarrow{\tan\alpha>۰}\tan\alpha=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

گام سوم: این یعنی $\frac{y}{۲x}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$ و در نتیجه $y=\frac{۲}{\sqrt{۵}}x$ است:



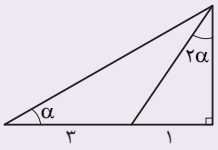
دقت کنید که طول وتر BC از قضیهٔ فیثاغورس به دست آمده است:

$$BC=\sqrt{(۲x)^{۲}+(\frac{۲}{\sqrt{۵}}x)^{۲}}=\sqrt{\frac{۲۴x^{۲}}{۵}}=\frac{۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۵}}x$$

گام چهارم: حالا می‌توانیم $\sin\alpha$ را حساب کنیم:

$$\sin\alpha=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{\frac{۲}{\sqrt{۵}}x}{\frac{۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۵}}x}=\frac{۱}{\sqrt{۶}}$$

در شکل زیر، مقدار $\cos ۲\alpha$ کدام است؟ *(سؤال اکنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*



۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ معادلهٔ $\sin x = \frac{۱}{۳}(\cos ۲x - ۲)$ در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ چند جواب دارد؟

یک دور دایرهٔ مثلثاتی

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint $\cos ۲x$ رو برحسب $\sin x$ بنویس و با تغییر متغیر یه معادلهٔ درجه۲ حل کن.

درس Box

اتحادهای مثلثاتی دو برابر کمان:

$$\sin ۲\theta = ۲\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos ۲\theta = ۲\cos^۲\theta - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲\theta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

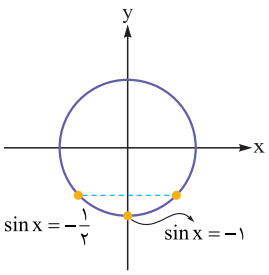
گام اول: ابتدا به جای $\cos ۲x$ عبارت $۱ - ۲\sin^۲ x$ را قرار می‌دهیم:

$$\sin x = \frac{۱}{۳}(۱ - ۲\sin^۲ x - ۲) \Rightarrow ۳\sin x = -۲\sin^۲ x - ۱ \Rightarrow ۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۱ = ۰$$

گام دوم: $\sin x$ را متغیر جدیدِ t می‌گیریم:

$$۲t^۲ + ۳t + ۱ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t = -۱ \\ t = -\frac{c}{a} = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

گام سوم: روی دایرهٔ مثلثاتی می‌توانیم تعداد جواب‌ها را پیدا کنیم:



بنابراین معادله در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ دارای ۳ جواب است.

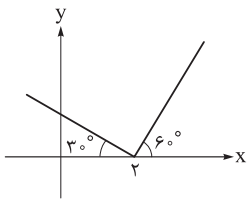
اختلاف جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۲x = ۳\sin x - ۱$ که در بازهٔ $[۰ , \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

(سؤال ۱۲۰ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) $\frac{۵\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

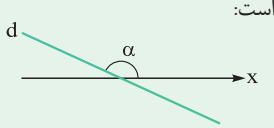
۷ شکل زیر، نمودار تابع f را نمایش می‌دهد. اختلاف حدهای راست و چپ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{x^۲+f(x)-۲x}{x^۲-۴}$ در $x=۲$ چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته اگر زاویه‌ای که خط d با جهت مثبت محور x می‌سازد، برابر α باشد، شیب آن $m=\tan\alpha$ است:



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را می‌نویسیم:

$$x<۲: m=\tan ۱۵۰^\circ=-\tan ۳۰^\circ=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$x>۲: m=\tan ۶۰^\circ=\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-\frac{\sqrt{۳}}{۳}(x-۲) & ; \quad x<۲\\ \sqrt{۳}(x-۲) & ; \quad x\geq ۲\end{cases}$$

گام دوم: حالا ضابطهٔ تابع g را می‌سازیم:

$$g(x)=\frac{x^۲-۲x+f(x)}{x^۲-۴}=\frac{x(x-۲)+f(x)}{(x-۲)(x+۲)}$$

$$\Rightarrow g(x)=\begin{cases}\frac{x-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{x+۲} & ; \quad x<۲\\ \frac{x+\sqrt{۳}}{x+۲} & ; \quad x>۲\end{cases}$$

گام سوم: حدهای چپ و راست تابع g را در $x=۲$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲^-} g(x)=\lim_{x\to ۲^-}\frac{x-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{x+۲}=\frac{۲-\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{۴}=\frac{۱}{۲}-\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}$$

$$\lim_{x\to ۲^+} g(x)=\lim_{x\to ۲^+}\frac{x+\sqrt{۳}}{x+۲}=\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴}=\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۴}$$

که اختلاف آن برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۴}+\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تیزبازی

تابع $y=\frac{x^۲-۲x}{x^۲-۴}$ در $x=۲$ حد دارد، پس اختلاف حدهای چپ و راست تابع g در $x=۲$، اختلاف حدهای چپ و راست تابع $h(x)=\frac{f(x)}{x^۲-۴}$ است:

$$\xrightarrow{\text{HOP}}\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۲^-} h(x)=\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{f'(x)}{۲x}=\frac{۱}{۴}f'_-(۲)=\frac{۱}{۴}(-\tan ۳۰^\circ)=-\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}\\ \lim\limits_{x\to ۲^+} h(x)=\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{f'(x)}{۲x}=\frac{۱}{۴}f'_+(۲)=\frac{۱}{۴}\tan ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}+\frac{\sqrt{۳}}{۱۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\sin ۶x \cos(\frac{\pi}{۴}+x)}{\pi - ۴x}$ کدام است؟

۱) $-۰/۲۵$

۲) $۰/۲۵$

۳) $-۱/۵$

۴) $۱/۵$

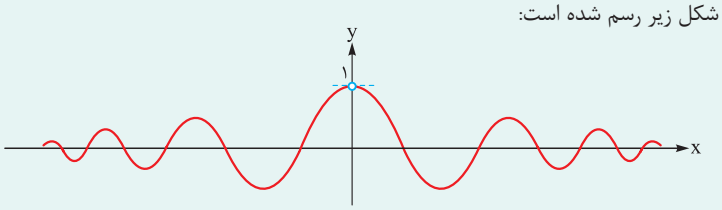
حد این عبارت برابر -۱ است.

مشاوره در حدهای صفرصفرم، فقط عبارت‌هایی برایمان مهم است که حد آن‌ها صفر باشد، پس اگر در صورت یا مخرج (در حالت ضربی) عبارت‌هایی هستند که حد آن‌ها صفر نمی‌شود، به جای آن عبارت‌ها، حدشان را قرار دهید. به عنوان مثال در این سؤال حد $\sin ۶x$ وقتی $x \to \frac{\pi}{۴}$، برابر -۱ است، پس به جای آن -۱ قرار می‌دهیم.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint $x - \frac{\pi}{۴}$ رو متغیر جدید t بگیر.

درس Box تابع $y = \frac{\sin x}{x}$: نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



- همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنهٔ تابع $\mathbb{R} - \{۰\}$ است.
- تابع در $x = ۰$ حدی برابر ۱ دارد.
- از حد این تابع در $x = ۰$، می‌توان نتیجه گرفت که وقتی عددی خیلی‌خیلی به صفر نزدیک می‌شود، سینوس آن عدد تقریباً با خود عدد برابر است:

$$x \to ۰ \Rightarrow \sin x \sim x$$

در حالت کلی داریم:

$$\lim_{x\to ۰} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** طبق آن چیزی که در مشاوره گفتیم، حاصل حد زیر را حساب می‌کنیم:

$$L = \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{-\cos(\frac{\pi}{۴}+x)}{\pi - ۴x}$$

گام دوم: حالا $x - \frac{\pi}{۴}$ را t می‌گیریم، پس اگر $x \to \frac{\pi}{۴}$، آن‌گاه $t \to ۰$ داریم:

$$\xrightarrow{x=t+\frac{\pi}{۴}} L = \lim_{t\to ۰} \frac{-\cos(\frac{\pi}{۴}+\frac{\pi}{۴}+t)}{\pi - ۴(t+\frac{\pi}{۴})} = \lim_{t\to ۰} \frac{-\cos(\frac{\pi}{۲}+t)}{-۴t} = \lim_{t\to ۰} \frac{\sin t}{-۴t} = -\frac{۱}{۴}$$

یه‌جور دیگه از هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$L = \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{-\cos(\frac{\pi}{۴}+x)}{\pi - ۴x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\sin(\frac{\pi}{۴}+x)}{-۴} = \frac{۱}{-۴} = -\frac{۱}{۴}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ نقاط تقاطع خطوط مجانب نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۴x^۲+۲}{x^۲-۴}$ به همراه مبدأ مختصات، رأس‌های یک چندضلعی محدب هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مجانب قائم: اگر $\lim_{x\to x_۰} f(x)=\pm\infty$ (یا حتی یکی از حدهای چپ و راست در $x=x_۰$ بی‌نهایت) باشد، می‌گوییم خط $x=x_۰$ مجانب قائم نمودار تابع f است.

در توابع کسری، مجانب قائم غالباً از بین ریشه‌های مخرج انتخاب می‌شود؛ اگر ریشه‌های مخرج، ریشهٔ صورت نباشند، آن ریشه معادلهٔ خط مجانب قائم نمودار تابع است.

مجانب افقی: اگر $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=y_۰$ باشد، خط $y=y_۰$ مجانب افقی نمودار تابع f است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: خط $y=۴$ مجانب افقی نمودار تابع f است؛ زیرا:

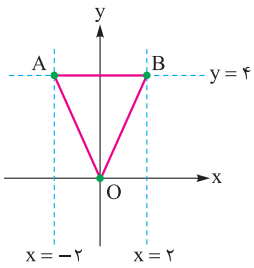
$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{۴x^۲}{x^۲}=۴$$

گام دوم: ریشه‌های مخرج نیز $x=-۲$ و $x=۲$ هستند:

$$\xrightarrow{x^۲-۴=۰} x=\pm۲$$

پس $x=-۲$ و $x=۲$ خطوط مجانب قائم نمودار تابع f هستند.

گام سوم: مطابق شکل، نقاط $A(-۲,۴)$ و $B(۲,۴)$ نقاط برخورد خط‌های مجانب هستند:



مثلث AOB، مثلث مورد نظر سؤال است که مساحت آن برابر است با:

$$\frac{۴\times۴}{۲}=۸$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ **آهنگ تغییر لحظه‌ای** تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^3+x$ در $x=1$، چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[0,3]$ است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{4}{9}$ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

همان مشتق است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

مشتق تابع چندجمله‌ای:

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$$
$$\Rightarrow f'(x)=na_nx^{n-1}+(n-1)a_{n-1}x^{n-2}+\cdots+2a_2x+a_1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا آهنگ تغییر متوسط تابع را در بازهٔ $[0,3]$ به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ تغییر متوسط}=\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=\frac{27+3-0}{3}=10$$

گام دوم: حالا آهنگ تغییر لحظه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=3x^2+1 \Rightarrow \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای}=f'(1)=4$$

خواستهٔ سؤال نسبت آهنگ تغییر لحظه‌ای به آهنگ تغییر متوسط است که برابر می‌شود با ۰/۴.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ خط غیرافقی Δ از مبدأ مختصات می‌گذرد و در نقطهٔ T بر نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^3-x^2$ مماس است. طول نقطهٔ T کدام است؟

معادلهٔ خط Δ، $y=mx$ است با $m\neq 0$

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته اگر خطی بر نمودار تابع f در نقطهٔ $(\alpha,f(\alpha))$ واقع بر آن مماس باشد، این نقطه روی خط نیز قرار دارد و هم‌چنین شیب خط برابر $f'(\alpha)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مختصات نقطهٔ T را $T(\alpha,\alpha^3-\alpha^2)$ در نظر می‌گیریم، مطابق فرض، خط Δ که معادلهٔ آن $y=mx$ است، از نقطهٔ T می‌گذرد:

$$\Rightarrow \alpha^3-\alpha^2=m\alpha \xrightarrow[\alpha\neq 0]{\div\alpha} \alpha^2-\alpha=m$$

هم‌چنین در نقطهٔ تماس، شیب خط Δ یعنی m برابر مشتق تابع f است:

$$\Rightarrow m=f'(\alpha)=3\alpha^2-2\alpha$$

گام دوم: حالا دو رابطهٔ به‌دست‌آمده برای m را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$3\alpha^2-2\alpha=\alpha^2-\alpha \Rightarrow 2\alpha^2-\alpha=\alpha(2\alpha-1)=0 \xrightarrow{\alpha\neq 0} \alpha=\frac{1}{2}$$

طول نقطهٔ T، $\frac{1}{2}$ است.

یه جور دیگه معادلهٔ حاصل از تقاطع خط و نمودار تابع f را تشکیل می‌دهیم:

$$\xrightarrow{\Delta: y=mx} x^3-x^2=mx \Rightarrow x(x^2-x-m)=0$$

معادلهٔ $x^2-x-m=0$ باید یک جواب داشته باشد؛ بنابراین دلتای آن باید صفر باشد، در این صورت این جواب $x=-\frac{-1}{2}=\frac{1}{2}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ اختلاف مقادیر اکسترمم نسبی تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{x^۲+۳}{x+۱}$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۱۲

عرض نقاط اکسترمم

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته تابع گویای h با ضابطهٔ $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ را مفروض بگیرید که در آن $f(x)$ و $g(x)$ چندجمله‌ای هستند. برای به دست آوردن طول نقاط بحرانی تابع h، کافی است معادلهٔ زیر را حل کنید:

$$\xrightarrow{h(x)=h_{HOP}(x)} \frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا طول نقاط بحرانی نمودار تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{\text{نکته}} \frac{x^۲+۳}{x+۱}=\frac{۲x}{۱}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲+۲x=x^۲+۳ \Rightarrow x^۲+۲x-۳=(x+۳)(x-۱)=۰ \Rightarrow x=-۳\ ,\ ۱$$

گام دوم: تابع f روی $\mathbb{R}-\{-۱\}$ مشتق‌پذیر است و از آن‌جا که $x=-۳$ و ۱ جواب‌های سادهٔ معادله بوده‌اند، نقاط بحرانی به‌دست‌آمده برای تابع نمودار f، نقاط اکسترمم نسبی آن نیز هستند و نیازی به آزمون مشتق اول نیست.

حالا مقادیر اکسترمم نسبی تابع f را حساب می‌کنیم:

$$f(-۳)=\frac{۹+۳}{-۳+۱}=-۶\ ,\ f(۱)=\frac{۱+۳}{۱+۱}=۲$$

خواستهٔ سؤال، اختلاف عرض نقاط اکسترمم نسبی و برابر $|-۶-۲|=۸$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

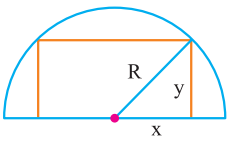
۱۳ **مستطیلی با بیشترین مساحت، درون یک نیم‌دایره محاط شده است. نسبت مساحت نیم‌دایره به مساحت مستطیل، کدام است؟**

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) π

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



R، شعاع نیم‌دایره، ۲x طول مستطیل و y عرض آن است. مساحت مستطیل برابر است با ۲xy.

حالا چون در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل، رابطهٔ $x^۲ + y^۲ = R^۲$ برقرار است، در رابطهٔ مساحت مستطیل، به جای y عبارت $\sqrt{R^۲ - x^۲}$ را قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow S(x) = ۲x\sqrt{R^۲ - x^۲} \quad \text{یا} \quad S(x) = ۲\sqrt{R^۲x^۲ - x^۴} \quad ; \quad ۰ < x < R$$

گام دوم: بیشترین مقدار $S(x)$ جایی رخ می‌دهد که عبارت $R^۲x^۲ - x^۴$ به بیشترین مقدار خود برسد، این عبارت نیز قطعاً در نقطهٔ بحرانی‌اش بیشترین مقدار را دارد:

$$\xrightarrow{(R^۲x^۲ - x^۴)' = ۰} ۲R^۲x - ۴x^۳ = ۲x(R^۲ - ۲x^۲) = ۰ \xrightarrow{۰ < x < R} x = \frac{R}{\sqrt{۲}} \Rightarrow y = \frac{R}{\sqrt{۲}}$$

گام سوم: در این شرایط، بیشترین مقدار مساحت مستطیل $S_{\text{مستطیل}} = ۲ \times (\frac{R}{\sqrt{۲}})^۲ = R^۲$ است.

مساحت نیم‌دایره که $\frac{\pi}{۲}R^۲$ است؛ بنابراین نسبت مساحت نیم‌دایره به مساحت بزرگ‌ترین مستطیل محاط‌شده، برابر $\frac{\pi}{۲}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ مجموع ده جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی غیرصعودی $\frac{۱}{x}, ۲, x^۳, \ldots$ کدام است؟

قدرنسبت کوچک‌تر از ۱ است.

۱) $\frac{۴^{۱۰}+۱}{۱۰}$

۲) $\frac{۴^{۱۰}-۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۴^{۱۰}+۱}{۵}$

۴) $\frac{۴^{۱۰}-۱}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

اولِ کار با ویژگی مهم جملات دنبالهٔ هندسی، مقدار x رو حساب کن.

درس Box

دنبالهٔ هندسی:

- **ویژگی مهم جملات متوالی:** اگر a، b و c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، $b^۲ = ac$ است.
- مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی a_n با قدرنسبت q برابر است با: $S_n = \frac{a_۱(q^n - ۱)}{q - ۱}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{ویژگی جملات متوالی}} \frac{۱}{x} \times x^۳ = ۲^۲ \Rightarrow x^۲ = ۴ \Rightarrow x = \pm ۲$$

اما اگر $x = ۲$ باشد، دنباله به صورت $\frac{۱}{۲}, ۲, ۸, \cdots$ و صعودی خواهد بود که خلاف فرض سؤال است؛ بنابراین $x = -۲$ قابل قبول است.

گام دوم: جملهٔ اول دنباله $-\frac{۱}{۲}$ و قدرنسبت آن -۴ است؛ بنابراین مجموع ده جملهٔ اول دنباله برابر است با:

$$S_{۱۰} = \frac{-\frac{۱}{۲}((-۴)^{۱۰} - ۱)}{-۴ - ۱} = \frac{۴^{۱۰} - ۱}{۱۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ اگر $\sqrt{2x-1}+\sqrt{2x+1}=\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{2x-1}-\sqrt{2x+1}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{3}$ ۲) $-\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{5}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اون دو عبارت مزدوج همن، در هم ضربشون کن.

پاسخ خیلی تشریحی دو عبارت $\sqrt{2x-1}+\sqrt{2x+1}$ و $\sqrt{2x-1}-\sqrt{2x+1}$ مزدوج یکدیگرند، پس آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1})(\sqrt{2x-1}-\sqrt{2x+1})=(2x-1)-(2x+1)=-2$$

اما طبق فرض، مقدار عبارت $\sqrt{2x-1}+\sqrt{2x+1}$ برابر $\frac{3}{2}$ است:

$$\Rightarrow \frac{3}{2}(\sqrt{2x-1}-\sqrt{2x+1})=-2 \Rightarrow \sqrt{2x-1}-\sqrt{2x+1}=-\frac{4}{3}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ اگر $f(x)=x^۲-x-۱$ باشد، حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $f(۲x+۳)=f(۲x^۲-۵)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۶ ۴) -۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

- تابع درجه‌دوم f با ضابطهٔ $f(x)=x^۲-ax+b$ مفروض است. جواب‌های معادلهٔ $f(g(x))=f(h(x))$ در دو حالت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} g(x)=h(x) \\ \text{یا} \\ g(x)+h(x)=a \end{cases}$$

- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $x^۲-ax+b=۰$ برابر b است.

پاسخ خیلی تشریحی

سؤال حاضر دقیقاً شرایط درس‌باکس را دارد؛ بنابراین داریم:

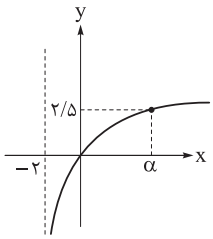
$$\xrightarrow{f(۲x^۲-۵)=f(۲x+۳)} \begin{cases} ۲x^۲-۵=۲x+۳ \Rightarrow x^۲-x-۴=۰ \Rightarrow x_۱x_۲=-۴ \\ \text{یا} \\ ۲x^۲-۵+۲x+۳=۱ \Rightarrow ۲x^۲+۲x-۳=۰ \Rightarrow x^۲+x-\frac{۳}{۲}=۰ \Rightarrow x_۳x_۴=-\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

در نتیجه، حاصل‌ضرب هر ۴ جواب معادله برابر است با:

$$x_۱x_۲x_۳x_۴=(-۴)(-\frac{۳}{۲})=۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ شکل زیر، نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log_۲(ax+b)$ را نمایش می‌دهد. جزء صحیح α کدام است؟



۱) ۷

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نمودار تابع f از مبدأ مختصات می‌گذرد:

$$\xrightarrow{f(۰)=۰} \log_۲ b=۰ \Rightarrow b=۲^۰=۱$$

گام دوم: حالا دامنهٔ تابع را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{b=۱} ax+۱>۰ \Rightarrow ax>-۱ \xrightarrow{a>۰} x>-\frac{۱}{a} \Rightarrow D_f=(-\frac{۱}{a},+\infty)$$

اما از روی نمودار، دامنهٔ تابع بازهٔ $(-۲,+\infty)$ است؛ پس داریم:

$$-\frac{۱}{a}=-۲ \Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

گام سوم: این یعنی $f(x)=\log_۲(\frac{۱}{۲}x+۱)$ است و داریم:

$$\xrightarrow{f(\alpha)=۲/۵} ۲/۵=\log_۲(\frac{۱}{۲}\alpha+۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}\alpha+۱=۲^{۲/۵} \Rightarrow \alpha=۲^{۳/۵}-۲$$

گام چهارم: α را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

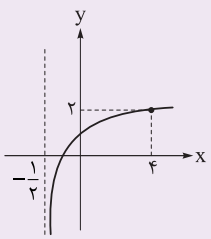
$$\alpha=۲^{\frac{۷}{۲}}-۲ \Rightarrow \alpha=\sqrt{۱۲۸}-۲$$

بنابراین داریم:

$$۱۲۱<۱۲۸<۱۴۴ \Rightarrow ۱۱<\sqrt{۱۲۸}<۱۲ \Rightarrow ۹<\alpha<۱۰ \Rightarrow [\alpha]=۹$$

شکل زیر، نمودار تابع $f(x)=\log_۳(ax+b)$ را نشان می‌دهد. مقدار $f^{-۱}(-۲)$ کدام است؟

(سؤال ۱۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



۱) $-\frac{۴}{۹}$

۲) $-\frac{۲}{۹}$

۳) $-\frac{۵}{۱۸}$

۴) $-\frac{۷}{۱۸}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ از میان خط‌های به معادلهٔ $ax+۴y=۱$ که فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ $(۱,۲)$ برابر ۲ است، خطی را که فاصلهٔ بیشتری از مبدأ مختصات دارد، در نظر می‌گیریم. طول از مبدأ این خط کدام است؟

طول نقطهٔ برخورد با محور x

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۵}$
۳) ۳
۴) $\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

- فاصلهٔ نقطهٔ $(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$d=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

- فاصلهٔ مبدأ مختصات از خط $ax+by+c=۰$ از رابطهٔ $\frac{|c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا فاصلهٔ نقطهٔ $(۱,۲)$ را از خط $ax+۴y=۱$ برابر ۲ قرار می‌دهیم:

$$d=\frac{|a+۸-۱|}{\sqrt{a^۲+۱۶}}=۲ \Rightarrow |a+۷|=۲\sqrt{a^۲+۱۶}$$

گام دوم: برای حل معادلهٔ بالا طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow a^۲+۱۴a+۴۹=۴a^۲+۶۴ \Rightarrow ۳a^۲-۱۴a+۱۵=۰$$

$$\xrightarrow{\text{روش روسی}} t^۲-۱۴t+۴۵=(t-۹)(t-۵)=۰ \Rightarrow t=۹ \text{ و } ۵$$

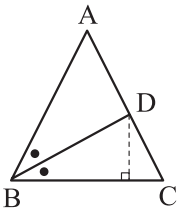
$$\xrightarrow{\text{معادلهٔ اصلی}} a=۳ \ , \ \frac{۵}{۳}$$

گام سوم: فاصلهٔ مبدأ مختصات از خط $ax+۴y=۱$ برابر است با $\frac{۱}{\sqrt{a^۲+۱۶}}$؛ بنابراین هر چه a کم‌تر باشد، این خط فاصلهٔ بیشتری از مبدأ مختصات دارد، در نتیجه $a=\frac{۵}{۳}$ قابل قبول است:

$$\xrightarrow{a=\frac{۵}{۳}} \frac{۵}{۳}x+۴y=۱ \xrightarrow[y=۰]{\text{طول از مبدأ}} x_۰=\frac{۱}{\frac{۵}{۳}}=\frac{۳}{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ در شکل زیر $AB = AC = ۳$ ، $BC = ۲$. اگر BD نیمساز زاویهٔ ABC باشد، فاصلهٔ D از BC کدام است؟



۱) $۱/۲۵$
۲) $۱/۴$
۳) $۰/۷۵\sqrt{۲}$
۴) $۰/۸\sqrt{۲}$

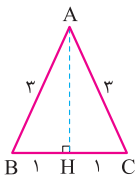
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ارتفاع بزرگ‌تر مثلث متساوی‌الساقین ABC را به دست می‌آوریم:

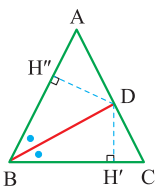


$$AH^۲ = ۳^۲ - ۱^۲ = ۸ \Rightarrow AH = ۲\sqrt{۲}$$

گام دوم: مساحت مثلث ABC عبارت است از:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}AH.BC = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۲} \times ۲ = ۲\sqrt{۲}$$

گام سوم: مطابق شکل از آن‌جا که D نقطه‌ای واقع بر نیمساز زاویهٔ A است، داریم $DH' = DH''$ و می‌توان نوشت:



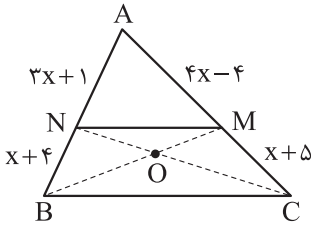
$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BDC} \Rightarrow ۲\sqrt{۲} = \frac{۱}{۲}DH''.AB + \frac{۱}{۲}DH'.BC$$

$$\xrightarrow{DH''=DH'} ۲\sqrt{۲} = \frac{۱}{۲}DH' \times ۳ + \frac{۱}{۲}DH' \times ۲ \Rightarrow ۴\sqrt{۲} = ۵DH'$$

$$\Rightarrow DH' = \frac{۴\sqrt{۲}}{۵} = ۰/۸\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ در شکل زیر، چهارضلعی BCMN ذوزنقه است. نسبت مساحت مثلث OBC به مساحت مثلث OMN کدام است؟



۱) ۱/۴۴
۲) ۱/۶۹
۳) ۱/۹۶
۴) ۲/۲۵

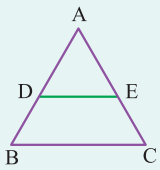
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

نسبت مساحت دو مثلث متشابه با مجذور نسبت تشابه آن‌ها برابر است.

درس Box

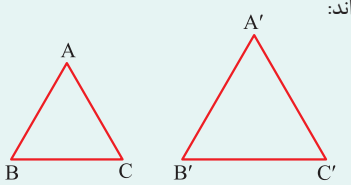
۱) اگر در شکل روبه‌رو DE || BC باشد:



$$\text{تالس} \Rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

$$\text{تعمیم تالس} \Rightarrow \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

۲) اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر با هم برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند:

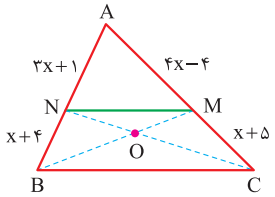


$$\begin{cases}\hat{A}=\hat{A}'\\ \hat{B}=\hat{B}'\end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

۳) اگر دو مثلث با هم متشابه با نسبت تشابه k باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر k^2 خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: چهارضلعی NMCB ذوزنقه است؛ بنابراین MN || BC می‌باشد و می‌توان رابطهٔ تالس را به صورت زیر نوشت:

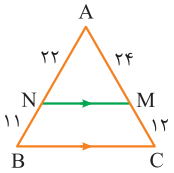


$$\frac{AN}{NB}=\frac{AM}{MC} \Rightarrow \frac{3x+1}{x+4}=\frac{4x-4}{x+5}$$

$$\Rightarrow 3x^2+15x+x+5=4x^2-4x+16x-16$$

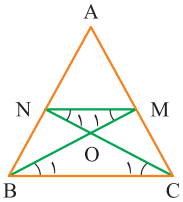
$$\Rightarrow x^2-4x-21=0 \Rightarrow (x-7)(x+3)=0 \Rightarrow \begin{cases}x=-3 & \text{غ ق ق}\\ x=7\end{cases}$$

گام دوم: ابعاد مثلث‌های AMN و ABC به صورت زیر است و بنابراین:



$$\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AB}=\frac{22}{33} \Rightarrow \frac{MN}{BC}=\frac{2}{3}$$

گام سوم: مثلث‌های OMN و OBC متشابه هستند، زیرا:



$$\left.\begin{array}{l}MN \parallel BC, MB \text{ مورب} \Rightarrow \hat{M}_1=\hat{B}_1\\ MN \parallel BC, NC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{N}_1=\hat{C}_1\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{OBC} \sim \overset{\Delta}{OMN}$$

نسبت تشابه عبارت است از:

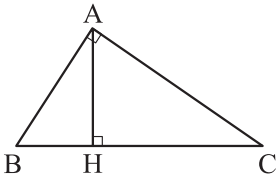
$$k=\frac{BC}{MN}=\frac{3}{2}$$

پس نسبت مساحت دو مثلث با مجذور نسبت تشابه برابر است؛ یعنی:

$$\frac{S_{OBC}}{S_{OMN}}=k^2 \Rightarrow \frac{S_{OBC}}{S_{OMN}}=\frac{9}{4}=2/25$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $\frac{BC}{AH} = \sqrt{۵}$، آن‌گاه حاصل $\frac{CH}{BH}$ کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۲}$

۲) $\frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$

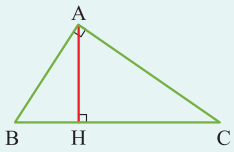
۳) $\sqrt{۵}$

۴) $۲(\sqrt{۵}-۱)$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

روابط طولی ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه عبارت‌اند از:



$AH.BC = AB.AC$

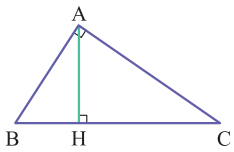
$AB^۲ = BH.BC$

$AC^۲ = CH.BC$

$AH^۲ = BH.HC$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: رابطهٔ موجود در مسئله را به توان دو می‌رسانیم:



$$\frac{BC}{AH} = \sqrt{۵} \Rightarrow \frac{BC^۲}{AH^۲} = ۵$$

گام دوم: روابط $BC = BH + HC$ و $AH^۲ = BH.HC$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{(BH+HC)^۲}{BH.HC} = ۵ \Rightarrow \frac{BH^۲ + HC^۲ + ۲BH.HC}{BH.HC} = ۵$$

$$\Rightarrow \frac{BH}{HC} + \frac{HC}{BH} + ۲ = ۵$$

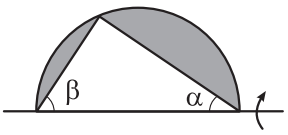
گام سوم: فرض می‌کنیم $\frac{CH}{BH} = t$، پس:

$$\frac{۱}{t} + t = ۳ \Rightarrow t^۲ - ۳t + ۱ = ۰ \Rightarrow t = \frac{۳ \pm \sqrt{۹-۴}}{۲}$$

$$\Rightarrow t = \frac{۳ \pm \sqrt{۵}}{۲} \xrightarrow{CH>BH} \frac{CH}{BH} = \frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ مطابق شکل، از نیم‌دایره‌ای به شعاع R، یک مثلث جدا کرده و قسمت باقی‌مانده را حول قطر نیم‌دایره دوران می‌دهیم. اگر $\beta = ۲\alpha$، آن‌گاه حجم شکل حاصل از دوران، چند برابر $\pi R^۳$ است؟



۱) $\frac{۷}{۶}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

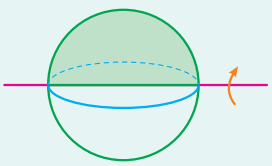
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

مثلث موجود در شکل، قائم‌الزاویه است، به کمک نسبت‌های مثلثاتی، ارتفاع وارد بر وتر را برحسب شعاع دایره به دست آورید.

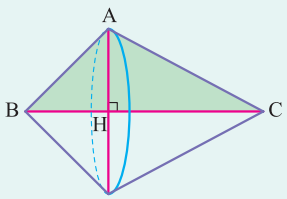
درس Box

۱) از دوران یک نیم‌دایرهٔ حول قطر آن، یک کره به وجود می‌آید.

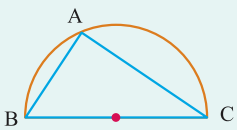


۲) حجم کره‌ای به شعاع R، برابر با $\frac{۴}{۳}\pi R^۳$ است.

۳) حجم شکل حاصل از دوران مثلث ABC، حول ضلع BC برابر است با: $\frac{۱}{۳}\pi.AH^۲.BC$.

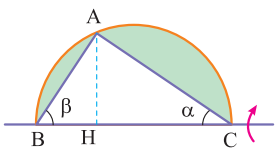


۴) اگر مثلث ABC مطابق شکل درون نیم‌دایره‌ای محاط شود، آن‌گاه: $B\hat{A}C = ۹۰^\circ$، چون $\hat{A}$ زاویهٔ محاطی رو به قطر دایره است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (تشخیص شکل حاصل از دوران): شکل حاصل از دوران، کره‌ای به شعاع R است که شکل حاصل از دوران مثلث ABC حول BC از آن جدا شده است.



گام دوم (محاسبهٔ حجم شکل حاصل از دوران مثلث ABC):

با توجه به درس‌باکس $B\hat{A}C = ۹۰^\circ$، پس $\alpha + \beta = ۹۰^\circ$، از آن‌جا که $\beta = ۲\alpha$، پس $\alpha = ۳۰^\circ$ و $\beta = ۶۰^\circ$؛ بنابراین:

$$\overset{\Delta}{ABC}: \sin\alpha = \frac{AB}{BC} \xrightarrow{\alpha=۳۰^\circ} \frac{۱}{۲} = \frac{AB}{۲R} \Rightarrow AB = R$$

$$\overset{\Delta}{ABH}: \sin\beta = \frac{AH}{AB} \xrightarrow[AB=R]{\beta=۶۰^\circ} \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AH}{R} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$

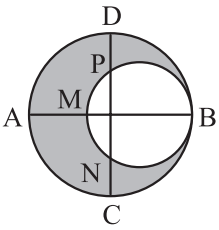
$$\Rightarrow V = \frac{۱}{۳}\pi AH^۲.BC = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{\sqrt{۳}}{۲}R)^۲(۲R) = \frac{۱}{۲}\pi R^۳$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): حجم کره‌ای که از دوران نیم‌دایره ایجاد می‌شود، برابر با $V' = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$ است، در نتیجه حجم حاصل از دوران ناحیهٔ مشخص‌شده، برابر است با:

$$V' - V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ - \frac{۱}{۲}\pi R^۳ = (\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۲})\pi R^۳ = \frac{۵}{۶}\pi R^۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایرهٔ بزرگ‌تر بر هم عمودند. اگر $AM = ۳$ و $CN = ۲$ باشد، آن‌گاه مساحت ناحیهٔ بین دو دایره، چند برابر π است؟



۱) ۸/۷۵

۲) ۹/۷۵

۳) ۸/۲۵

۴) ۹/۲۵

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی طراحی شده است.

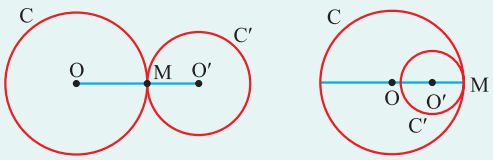
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

دقت کنید که BM قطر دایرهٔ کوچک‌تر است.

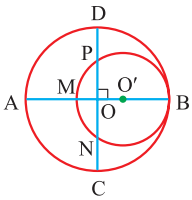
درس Box

هرگاه دو دایره مماس‌خارج یا مماس‌داخل باشند، نقطهٔ تماس دو دایره روی خط‌المرکزین دو دایره یا امتداد آن قرار می‌گیرد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید شعاع دایره‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر را به ترتیب با R و r نمایش دهیم. در این صورت داریم:



$$BM = AB - AM \Rightarrow ۲r = ۲R - ۳ \Rightarrow r = R - \frac{۳}{۲}$$

$$OM = OA - AM = R - ۳$$

هم‌چنین می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس داریم:

$$OP = ON = OC - CN = R - ۲$$

گام دوم: طبق روابط طولی در دایرهٔ کوچک‌تر می‌توان نوشت:

$$OB \times OM = OP \times ON \Rightarrow R(R-۳) = (R-۲)^۲ \Rightarrow R^۲ - ۳R = R^۲ - ۴R + ۴$$

$$\Rightarrow R = ۴ \Rightarrow r = ۴ - \frac{۳}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\pi R^۲ - \pi r^۲ = \pi(R^۲ - r^۲) = \pi(۴^۲ - (\frac{۵}{۲})^۲)$$

$$= \pi(۱۶ - \frac{۲۵}{۴}) = \frac{۳۹}{۴}\pi = ۹/۷۵\pi$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ نسبت طول ضلع مربع محاط در یک دایره به طول ضلع هشت‌ضلعی منتظم محیط بر همان دایره کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲}$

۲) ۲

۳) $۲(۲-\sqrt{۲})$

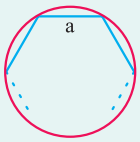
۴) $۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

مشاوره این سؤال براساس روابط بیان‌شده در تمرین ۷ صفحهٔ ۳۰ کتاب هندسه یازدهم به صورت ترکیبی با مثلثات طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

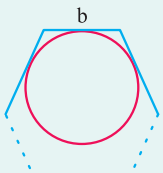
درس Box

۱) اندازهٔ هر ضلع یک n‌ضلعی منتظم محاط درون دایره‌ای به شعاع R برابر است با:



$$a = ۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ}{n}$$

۲) اندازهٔ هر ضلع یک n‌ضلعی منتظم محیط بر دایره‌ای به شعاع R برابر است با:



$$b = ۲R\tan\frac{۱۸۰^\circ}{n}$$

۳) $۲\cos^۲\alpha = ۱+\cos ۲\alpha \;,\; \sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید طول ضلع هشت‌ضلعی منتظم محیط بر دایره را با b و طول ضلع مربع محاط در همان دایره را با a نمایش دهیم.

مطابق درس‌باکس داریم:

$$a = ۲R\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۴} = ۲R\sin ۴۵^\circ$$

$$b = ۲R\tan\frac{۱۸۰^\circ}{۸} = ۲R\tan ۲۲/۵^\circ$$

گام دوم: با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از گام اول، نسبت خواسته‌شده در صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{a}{b} = \frac{۲R\sin ۴۵^\circ}{۲R\tan ۲۲/۵^\circ} = \frac{\sin ۴۵^\circ}{\tan ۲۲/۵^\circ} = \frac{۲\sin ۲۲/۵^\circ\cos ۲۲/۵^\circ}{\frac{\sin ۲۲/۵^\circ}{\cos ۲۲/۵^\circ}} = ۲\cos^۲ ۲۲/۵^\circ = ۱+\cos ۴۵^\circ = ۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

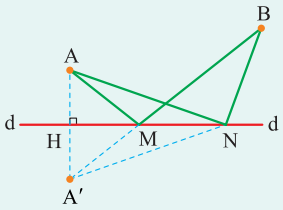
۲۵ سه نقطهٔ $A(1,1)$ ، $B(\beta,0)$ و $C(3,4)$ را در نظر بگیرید. در حالتی که محیط مثلث ABC، کم‌ترین مقدار ممکن را دارد، مساحت آن کدام است؟

۱) ۱/۶ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۸ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از نتایج مسئلهٔ هرون استفاده کنید.

درس Box **مسئلهٔ هرون:**

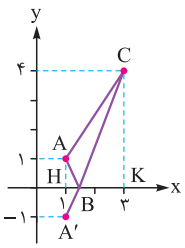


فرض کنید دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d باشند، و بخواهیم از A به نقطه‌ای مانند M روی خط d رفته و از آن‌جا به B برویم. برای پیداکردن کوتاه‌ترین طول ممکن برای خط شکستهٔ AMB، کافی است بازتاب نقطهٔ A را نسبت به خط d پیدا کنیم (نقطهٔ A') و سپس از A' به B وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. نقطهٔ M جواب مسئله است.

برای اثبات این ادعا نقطه‌ای مانند N روی خط d در نظر می‌گیریم. طبق نامساوی مثلثی در مثلث $A'NB$ داریم:

$$A'B < A'N + NB \Rightarrow A'M + MB < A'N + NB \xrightarrow[A'N=AN]{A'M=AM} AM + MB < AN + NB$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از آن‌جا که طول ضلع AC ثابت است، کافی است نقطهٔ $B(\beta,0)$ را به گونه‌ای روی محور xها پیدا کنیم که مجموع طول دو ضلع AB و BC کم‌ترین مقدار ممکن باشد.



گام دوم: طبق مسئلهٔ هرون، بازتاب نقطهٔ A را نسبت به محور xها پیدا می‌کنیم که نقطهٔ $A'(1,-1)$ است. محل برخورد پاره‌خط $A'C$ با محور xها همان نقطهٔ B است.

$$m_{A'C} = \frac{4-(-1)}{3-1} = \frac{5}{2} \Rightarrow \text{معادلهٔ خط } A'C: \ y - 4 = \frac{5}{2}(x-3)$$

گام سوم: در معادلهٔ خط $A'C$، y را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا مقدار β (طول نقطهٔ B) به دست آید:

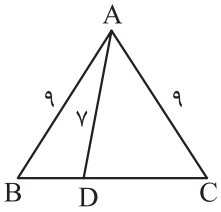
$$0 - 4 = \frac{5}{2}(x-3) \Rightarrow x - 3 = -\frac{8}{5} \Rightarrow x = 3 - \frac{8}{5} = \frac{7}{5} = 1/4$$

گام چهارم: برای محاسبهٔ مساحت مثلث ABC، با توجه به شکل بالا، داریم:

$$S_{ABC} = S_{AHKC} - S_{AHB} - S_{BKC} = \frac{(1+4)\times 2}{2} - \frac{1\times 0/4}{2} - \frac{4\times 1/6}{2} = 5 - 0/2 - 3/2 = 1/6$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ در شکل زیر، اگر $CD = 2BD$، آن‌گاه مساحت مثلث ABD کدام است؟



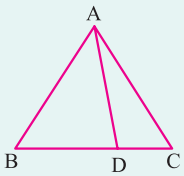
۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) $۵\sqrt{۵}$
۴) $۶\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از قضیهٔ استوارت استفاده کنید.

درس Box

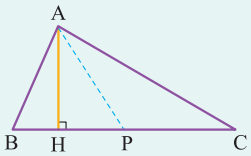
۱) اگر D نقطه‌ای روی ضلع BC از مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$BD\times AC^{۲}+DC\times AB^{۲}=BC(AD^{۲}+BD\times DC)$$

۲) اگر دو مثلث دارای یک ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع مشترک.

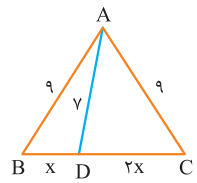
مثلاً در شکل مقابل داریم:



$$\frac{S_{ABP}}{S_{ABC}}=\frac{BP}{BC}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا به کمک قضیهٔ استوارت x را به دست می‌آوریم:

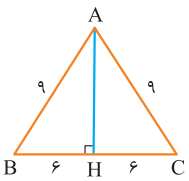


$$x\times ۹^{۲}+۲x\times ۹^{۲}=۳x(۷^{۲}+x\times ۲x)$$

$$۸۱\times ۳x=(۴۹+۲x^{۲})\times ۳x$$

$$\Rightarrow ۲x^{۲}=۳۲ \Rightarrow x=۴ \Rightarrow BC=۳x=۱۲$$

گام دوم: برای محاسبهٔ مساحت مثلث ABC، ارتفاع وارد بر BC را رسم می‌کنیم:



$$\overset{\Delta}{ABH}: AH=\sqrt{AB^{۲}-BH^{۲}}=\sqrt{۸۱-۳۶}=\sqrt{۴۵}=۳\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH.BC=\frac{۱}{۲}\times ۳\sqrt{۵}\times ۱۲=۱۸\sqrt{۵}$$

گام سوم: بنا به مورد (۲) درس‌باکس، داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{۱۸\sqrt{۵}}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow S_{ABD}=۶\sqrt{۵}$$

یه‌جور دیگه بعد از محاسبهٔ طول BD، برای محاسبهٔ مساحت مثلث ABD می‌توانستید از قضیهٔ هرون هم استفاده کنید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ اگر $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ که در آن $a_{ij}=\begin{cases}-۱ & ;|i-j|>۱\\ ۰ & ;|i-j|=۱\\ ۱ & ;|i-j|<۱\end{cases}$، آن‌گاه دترمینان ماتریس $\frac{۱}{۲}A+I$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) نمایش ماتریس‌ها:

در حالت کلی اگر ماتریسی مانند A دارای m سطر و n ستون باشد، می‌نویسیم $A_{m\times n}$ و می‌خوانیم که ماتریس، یک ماتریس $m\times n$ (m در n) است.

اعداد داخل هر ماتریس، درایه‌های ماتریس نام دارند. به منظور مشخص‌کردن جایگاه هر درایه در ماتریس، از دو «اندیس» استفاده می‌کنیم.

اندیس سمت چپ جای سطر و اندیس سمت راست جای ستون درایه را نشان می‌دهد.

در هر ماتریس، عدد جای‌گرفته در محل سطر iام و ستون jام را با a_{ij} نمایش می‌دهند و به آن درایهٔ سطر iام و ستون jام می‌گویند:

ستون jاُم ↓

$$\text{سطر } i\text{اُم} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & \cdots & a_{۱j} & \cdots & a_{۱n}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & \cdots & a_{۲j} & \cdots & a_{۲n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots\\ a_{i۱} & a_{i۲} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in}\\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots\\ a_{m۱} & a_{m۲} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn}\end{bmatrix}_{m\times n}$$

نکته اگر A یک ماتریس $m\times n$ و a_{ij} درایه‌ای از این ماتریس باشد، مسلم است که i و j در محدودهٔ زیر تغییر می‌کنند:

$$\begin{cases}۱\le i\le m\\ ۱\le j\le n\end{cases}$$

۲) محاسبهٔ دترمینان ۳×۳:

برای محاسبهٔ دترمینان هر ماتریس ۳×۳، می‌توان آن را برحسب هر سطر یا ستونی به دست آورد که حاصل در همهٔ حالت‌ها یکسان خواهد بود. مثلاً اگر بخواهیم دترمینان را برحسب سطر اول محاسبه کنیم، داریم:

$$\begin{vmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{vmatrix} = (-۱)^{\overbrace{۱+۱}^{\text{مجموع شمارهٔ سطر و ستون } a_{۱۱}}} a_{۱۱}\underbrace{\begin{vmatrix} a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{vmatrix}}_{\substack{\text{دترمینان حاصل از حذف}\\ \text{سطر و ستونی که } a_{۱۱}\\ \text{در آن قرار دارد.}}} + (-۱)^{۱+۲} a_{۱۲}\begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۳}\end{vmatrix} + (-۱)^{۱+۳} a_{۱۳}\begin{vmatrix} a_{۲۱} & a_{۲۲}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲}\end{vmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول (یافتن ماتریس A): طبق روابطی که برای درایه‌های ماتریس A در صورت سؤال گفته شد، ماتریس A را می‌نویسیم.

این ماتریس دارای سه سطر و سه ستون است و نمایش آن به صورت زیر است:

$$A_{۳\times ۳}=\begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{bmatrix}$$

طبق الگویی که برای تعریف هر درایهٔ ماتریس معین شده، ماتریس A به صورت زیر است:

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & -۱\\ ۰ & ۱ & ۰\\ -۱ & ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم (تشکیل ماتریس $\frac{۱}{۲}A+I$): با توجه به گام قبل، داریم:

$$\frac{۱}{۲}A+I=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲} & ۰ & -\frac{۱}{۲}\\ ۰ & \frac{۱}{۲} & ۰\\ -\frac{۱}{۲} & ۰ & \frac{۱}{۲}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲} & ۰ & -\frac{۱}{۲}\\ ۰ & \frac{۳}{۲} & ۰\\ -\frac{۱}{۲} & ۰ & \frac{۳}{۲}\end{bmatrix}$$

گام سوم (محاسبهٔ دترمینان ماتریس $\frac{۱}{۲}A+I$): دترمینان را برحسب سطر اول محاسبه می‌کنیم:

$$|\frac{۱}{۲}A+I|=\frac{۳}{۲}\begin{vmatrix}\frac{۳}{۲} & ۰\\ ۰ & \frac{۳}{۲}\end{vmatrix}-۰\begin{vmatrix}۰ & \frac{۳}{۲}\\ -\frac{۱}{۲} & ۰\end{vmatrix}=\frac{۳}{۲}(\frac{۹}{۴})-\frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۴})=\frac{۲۷-۳}{۸}=\frac{۲۴}{۸}=۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ کوچک‌ترین دایرهٔ گذرنده از نقطهٔ $(-۱,۳)$ و مماس بر نیمساز ربع اول و سوم، محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند. حاصل‌ضرب طول‌های این دو نقطه کدام است؟

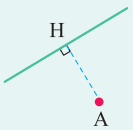
۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint کوچک‌ترین دایرهٔ گذرا از یک نقطه و مماس بر یک خط زمانی است که فاصلهٔ نقطه تا خط برابر قطر باشد.

درس Box

۱) فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ عبارت است از:



$$AH=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

۲) معادلهٔ دایره به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع R عبارت است از:

$$(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲$$

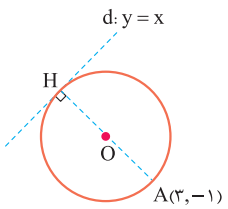
۳) طول نقطه یا نقاط برخورد یک منحنی با محور xها زمانی به دست می‌آید که $y=۰$ را در معادلهٔ آن قرار دهیم و جواب‌های معادله‌ای را که بر حسب x حاصل می‌شود به دست آوریم.

۴) در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$:

$$\begin{cases} S=\text{مجموع ریشه‌ها}=-\frac{b}{a} \\ P=\text{ضرب ریشه‌ها}=\frac{c}{a} \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کوچک‌ترین دایرهٔ گذرنده از نقطهٔ $A(۳,-۱)$ و مماس بر خط $d: y=x$ زمانی ایجاد می‌شود که نقطهٔ A دورترین نقطهٔ دایره از خط d باشد؛ بنابراین:



$$AH=۲R \Rightarrow ۲R=\frac{|y_A-x_A|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{|۳+۱|}{\sqrt{۲}}=\frac{۴}{\sqrt{۲}}=۲\sqrt{۲} \Rightarrow R=\sqrt{۲}$$

گام دوم: مرکز دایره وسط پاره‌خط AH است. برای تعیین مختصات نقطهٔ H معادلهٔ خط AH را نوشته و با $y=x$ تلاقی می‌دهیم:

$$m_d=۱ \Rightarrow m'=-\frac{۱}{m_d}=-۱$$

$$AH: y-y_۰=m'(x-x_۰) \Rightarrow y+۱=-۱(x-۳) \Rightarrow y=-x+۲$$

گام سوم: مختصات نقطهٔ H عبارت است از:

$$\begin{cases} y=x \\ y=-x+۲ \end{cases} \Rightarrow x=-x+۲ \Rightarrow x=۱, y=۱ \Rightarrow H(۱,۱)$$

پس مرکز دایره برابر است با:

$$\begin{cases} x_O=\frac{x_A+x_H}{۲}=\frac{۳+۱}{۲}=۲ \\ y_O=\frac{y_A+y_H}{۲}=\frac{-۱+۱}{۲}=۰ \end{cases} \Rightarrow O(۲,۰)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام چهارم: معادلهٔ دایره به مرکز $O(۲,۰)$ و شعاع $R=\sqrt{۲}$ عبارت است از:

$$(x-۲)^۲+y^۲=۲$$

نقاط تلاقی دایره با محور xها زمانی به دست می‌آید که $y=۰$، پس:

$$(x-۲)^۲=۲ \Rightarrow x^۲-۴x+۲=۰ \Rightarrow \text{حاصل‌ضرب نقاط تلاقی با محور xها} = P=\frac{c}{a}=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

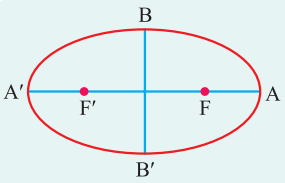
۲۹ در یک بیضی با خروج از مرکز ۰/۶، فاصلهٔ هر کانون تا دورترین رأس برابر با ۱۶ است. طول کوتاه‌ترین قطر این بیضی کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

بیضی مقابل را در نظر بگیرید:



الف) خروج از مرکز بیضی عبارت است از:

$$e=\frac{c}{a}$$

ب) فاصلهٔ کانون از رأس کانونی نزدیک‌تر برابر است با:

$$AF=A'F'=a-c$$

و فاصلهٔ کانون از رأس کانونی دورتر عبارت است از:

$$AF'=A'F=a+c$$

ج) طول قطر بزرگ بیضی (بزرگ‌ترین قطر):

$$AA'=2a$$

طول قطر کوچک بیضی (کوتاه‌ترین قطر):

$$BB'=2b$$

فاصلهٔ کانونی بیضی:

$$FF'=2c$$

د) رابطهٔ بین پارامترهای b،a و c عبارت است از:

$$a^2=b^2+c^2$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: خروج از مرکز بیضی ۰/۶ است، پس:

$$e=0/6 \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{6}{10} \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{3}{5} \Rightarrow c=\frac{3}{5}a$$

گام دوم: فاصلهٔ کانون تا رأس دورتر برابر ۱۶ می‌باشد، یعنی:

$$a+c=16 \Rightarrow a+\frac{3}{5}a=16 \Rightarrow \frac{8a}{5}=16 \Rightarrow a=10$$

و بنابراین:

$$c=\frac{3}{5}a \Rightarrow c=\frac{3}{5}\times 10=6$$

گام سوم: برای محاسبهٔ b از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 100=b^2+36 \Rightarrow b^2=64 \Rightarrow b=8$$

کوتاه‌ترین قطر بیضی همان BB' است که:

$$BB'=2b=16$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

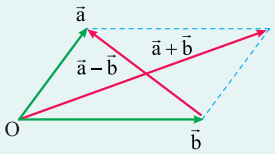
۳۰ بردارهای $\vec{a}=(۱,m-۱,۳)$ و $\vec{b}=(m,۱,-۳)$ و $\vec{c}=(۱,m,-۱)$ مفروض‌اند. اگر اندازهٔ بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ برابر باشند، حجم متوازی‌السطوح بنا شده، بر بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ کدام است؟

۱) ۹۰ ۲) ۹۲ ۳) ۹۶ ۴) ۹۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اگر دو بردار بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب داخلی آن‌ها صفر است.

درس Box ۱) بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاعی هستند که روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود:



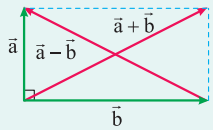
۲) اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشد، ضرب داخلی آن‌ها همواره برابر صفر است:

$$\vec{a}\perp\vec{b} \Rightarrow \vec{a}.\vec{b}=۰$$

۳) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ ساخته می‌شود، از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|$$

نکته بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاعی هستند که روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شوند؛ بنابراین اگر اندازهٔ بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ برابر باشند، متوازی‌الاضلاع به مستطیل تبدیل شده و در نتیجه بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند.



$$\vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow |\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** (محاسبهٔ مختصات بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$): با توجه به نکتهٔ فوق، بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند؛ پس طبق مورد (۲) درس‌باکس داریم:

$$\vec{a}.\vec{b}=۰ \Rightarrow (۱,m-۱,۳).(m,۱,-۳)=۰ \Rightarrow m+m-۱-۹=۰ \Rightarrow ۲m=۱۰ \Rightarrow m=۵$$

گام دوم: بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\vec{a}=(۱,۴,۳),\ \vec{b}=(۵,۱,-۳),\ \vec{c}=(۱,۵,-۱)$$

گام سوم: (محاسبهٔ حجم متوازی‌السطوح): طبق مورد (۳) درس‌باکس، حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ ساخته می‌شود، برابر است با:

$$V=|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|=\begin{vmatrix}۱ & ۴ & ۳\\ ۵ & ۱ & -۳\\ ۱ & ۵ & -۱\end{vmatrix}=۱\begin{vmatrix}۱ & -۳\\ ۵ & -۱\end{vmatrix}-۴\begin{vmatrix}۵ & -۳\\ ۱ & -۱\end{vmatrix}+۳\begin{vmatrix}۵ & ۱\\ ۱ & ۵\end{vmatrix}=|۱۴+۸+۷۲|=۹۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ می‌خواهیم ۵ کتاب در موضوعات مختلف را در یک قفسه قرار دهیم. در چند حالت دو کتاب ریاضی و فیزیک کنار هم هستند؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸

۳) ۹۶ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint دو کتاب ریاضی و فیزیک رو در یک بسته قرار بده.

درس Box

جمع‌بندی جایگشت‌ها:

انواع جایگشت	تعداد	توضیح فارسی
n شیء متمایز	$n!$	جایگاه اول n حالت، جایگاه بعدی $n-1$ حالت و ...
تعدادی شیء خاص کنار هم باشند.	-	آن اشیاء را در یک دسته قرار داده و یک شیء فرض می‌کنیم. جایگشت دسته به همراه بقیهٔ اشیاء را در جایگشت اعضای دسته بین خودشان ضرب می‌کنیم.
یک‌درمیان	n شیء متمایز دستهٔ A و $n+1$ شیء متمایز دستهٔ B $= n!\times(n+1)!$	با اشیای B باید شروع کنیم $\underline{B}\times\underline{A}\times\underline{B}\times....\times\underline{B}$ جایگشت اشیای گروه B بین خودشان و $(n+1)!$ جایگشت گروه A بین خودشان $n!$
	دو گروه nتایی از اشیاء متمایز $= ۲!\times n!\times n!$	می‌توانیم با گروه A یا گروه B شروع کنیم.
rتایی از n شیء	$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$	n شیء داریم، ولی جایگشت rتایی از آن‌ها را می‌خواهیم (ترتیب هم مهم است).

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کتاب‌ها را به صورت F ،R ،$A_۱$ ،$A_۲$ و $A_۳$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: دو کتاب R و F را به هم بسته و یک شیء در نظر می‌گیریم:

$$(F\,R), A_۱, A_۲, A_۳ \Rightarrow \text{تعداد جایگشت ۴ شیء} = ۴!\times ۲! = ۲۴\times ۲ = ۴۸$$

(F و R جابه‌جایی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ چند نقطه با مختصات صحیح و در ربع اول روی منحنی $y=\frac{۸۵۹-۷۹x}{۱۷}$ وجود دارد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

مشاوره معادلهٔ هم‌نهشتی از مهم‌ترین موضوعات هم‌نهشتی است که از آن هم در امتحانات نهایی و هم در کنکور سؤال می‌آید. حواستان باشد معادلهٔ هم‌نهشتی معمولاً با سایر موضوعات ترکیب می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مخرج باید صورت رو عاد کنه بعد اون رو به زبان معادلهٔ هم‌نهشتی بنویس.

درس Box

معادلهٔ هم‌نهشتی:

برای حل معادلهٔ هم‌نهشتی $ax\overset{m}{\equiv}b$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، به جایشان یک عدد هم‌نهشت با آن‌ها به پیمانهٔ m را قرار می‌دهیم.

۲) با اضافه‌کردن مضارب پیمانه به b کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.

۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید.

نکته ساده‌کردن دو طرف هم‌نهشتی:

$$ac\overset{m}{\equiv}bc \xrightarrow[\div c]{(c,m)=۱} a\overset{m}{\equiv}b$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: y عددی صحیح است؛ پس صورت باید بر مخرج بخش‌پذیر باشد:

$$۱۷ \mid ۸۵۹-۷۹x$$

گام دوم: به زبان معادلهٔ هم‌نهشتی داریم:

$$۸۵۹-۷۹x\overset{۱۷}{\equiv}۰ \Rightarrow ۷۹x\overset{۱۷}{\equiv}۸۵۹ \xrightarrow[۸۵۹\equiv ۹]{۷۹\equiv -۶} -۶x\overset{۱۷}{\equiv}۹ \xrightarrow[(۳,۱۷)=۱]{\div ۳} -۲x\overset{۱۷}{\equiv}۳$$

$$\Rightarrow ۲x\overset{۱۷}{\equiv}-۳\overset{۱۷}{\equiv}۱۴ \xrightarrow[(۲,۱۷)=۱]{\div ۲} x\overset{۱۷}{\equiv}۷ \Rightarrow x=۱۷k+۷$$

گام سوم: در ربع اول y و x هر دو مثبت هستند، پس:

$$\begin{cases} x>۰ \\ ۸۵۹-۷۹x>۰ \Rightarrow x<\frac{۸۵۹}{۷۹}\simeq ۱۱ \end{cases}$$

گام چهارم: در بین اعداد $x=۱۷k+۷$ فقط به ازای $k=۰$ عدد $x=۷$ قابل قبول است که از ۱۱ کم‌تر باشد.

جواب‌های عمومی معادلهٔ هم‌نهشتی $۳۵x\overset{۱۱}{\equiv}۵۰-۲x$ را به دست آورید. *(سؤال ۷ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $(۴^{۲۰}+۳^{۲۰})$ بر ۸۴ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۴

۳) ۲۵

۴) ۶۱

مشاوره در حل سؤال‌های باقی‌مانده هر زمان پیمانه‌ها بزرگ بود آن را به صورت ضرب دو عدد نسبت به هم اول تجزیه کنید و از قضیهٔ ک.م.م پیمانه‌ها استفاده کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint باقی‌ماندهٔ عدد رو به ۱۲ و ۷ به دست بیار، بعد سمت راست دو هم‌نهشتی را با اضافه یا کم کردن پیمانه یکسان کن.

درس Box

پیداکردن باقی‌ماندهٔ اعداد توان‌دار با هم‌نهشتی:

برای به دست آوردن باقی‌ماندهٔ تقسیم a^n بر m داریم:

۱) اگر a بزرگ باشد، به جای a یک هم‌نهشتی مناسب کوچک (عددی که با a در پیمانهٔ m هم‌نهشت باشد، حالا مثبت یا منفی) قرار می‌دهیم.

۲) توانی از a پیدا می‌کنیم که هم‌نهشت ۱ یا -۱ به پیمانهٔ m باشد. (اگر نشد سعی می‌کنیم توانی از a که هم‌نهشت عددی کوچک به پیمانهٔ m باشد، پیدا کنیم.)

۳) با توان‌رساندن دو طرف و ضرب دو طرف در اعداد مناسب a^n را می‌سازیم.

قضیهٔ فرما: اگر p اول باشد به شرطی که $p\nmid a$، آن‌گاه $a^{p-۱}\overset{p}{\equiv}۱$.

اگر پیمانه اول باشد، با قضیهٔ فرما هم می‌توانیم رابطهٔ هم‌نهشتی اولیه را بنویسیم.

اتحادهای مهم هم‌نهشتی:

۱) $(a+b)^a \overset{ab}{\equiv} a^n+b^n$

۲) $n: (a-b)^n=(a+(-b))^n \overset{ab}{\equiv} a^n+(-b)^n=a^n+b^n$ زوج

۳) $n: (a-b)^n=(a+(-b))^n \overset{ab}{\equiv} a^n+(-b)^n=a^n-b^n$ فرد

قضیهٔ ک.م.م پیمانه‌ها:

$$\begin{matrix} a\overset{m}{\equiv}b \\ a\overset{n}{\equiv}b \end{matrix} \Rightarrow a\overset{[m,n]}{\equiv}b$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $۸۴=۱۲\times۷$ می‌نویسیم، باقی‌ماندهٔ عدد داده‌شده را یک بار بر ۱۲ و بار دیگر بر ۷ به دست می‌آوریم.

گام دوم: طبق نتیجهٔ قضیهٔ خیام در هم‌نهشتی داریم:

$$a^n+b^n\overset{ab}{\equiv}(a+b)^n \xrightarrow[b=۴]{a=۳} ۳^{۲۰}+۴^{۲۰}\overset{۱۲}{\equiv}۷^{۲۰}$$

$$۷^۲\overset{۱۲}{\equiv}۱ \xrightarrow{\text{توان }۱۰} ۷^{۲۰}\overset{۱۲}{\equiv}۱$$

گام سوم:

$$۳^{۲۰}+۴^{۲۰}\overset{۷}{\equiv}۳^{۲۰}+(-۳)^{۲۰}=۲\times۳^{۲۰}\overset{۷}{\equiv}۲\times(۳^۳)^۶\times۳^۲\overset{۷}{\equiv}۲(-۱)^۶\times۳^۲\overset{۷}{\equiv}۴$$

گام چهارم: عدد داده‌شده را A در نظر می‌گیریم.

با اضافه‌کردن پیمانه سعی می‌کنیم سمت راست دو طرف را یکسان کنیم:

$$\begin{matrix} A\overset{۱۲}{\equiv}۱+۲\times۱۲=۲۵ \\ A\overset{۷}{\equiv}۴+۳\times۷=۲۵ \end{matrix} \xrightarrow{[۱۲,۷]=۸۴} A\overset{۸۴}{\equiv}۲۵$$

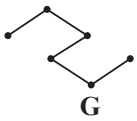
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $۹\times(۲۱^{۲۲}-۲۴^{۲۳})$ بر عدد ۵۶ چه‌قدر است؟ (سؤال ۳۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ گراف G به صورت مقابل است. $\gamma(G)$ برابر با کدام است؟



۱) $\Delta(G)$
۲) $q(G)$
۳) $p(G)$
۴) $\delta(G)$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

p تعداد رأس‌ها، q تعداد یال‌ها، Δ ماکزیمم درجه و δ مینیمم درجه است.

درس Box

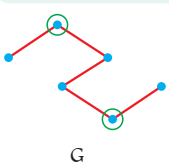
تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر: زیر مجموعهٔ D از رأس‌های گراف را مجموعهٔ احاطه‌گر می‌نامیم؛ هرگاه هر رأس از گراف که در D نباشد، حداقل به یکی از رأس‌های D وصل باشد.

تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه (یا مجموعه‌هایی) که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم می‌گوییم. تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، یک $\gamma-$ مجموعه هم می‌گوییم.

نماد	اسم	توضیح	نکته
$V(G)$	مجموعهٔ رأس‌های گراف	-	رأس‌ها را معمولاً با v_1 و v_2 و ... نمایش می‌دهیم.
$E(G)$	مجموعهٔ یال‌های گراف	-	یال مقابل را معمولاً  به صورت ab نمایش می‌دهیم.
p	مرتبهٔ گراف	تعداد رأس‌های گراف $(p > 0)$	$\lvert V(G)\rvert = p$
q	اندازهٔ گراف	تعداد یال‌های گراف $(q \geq 0)$	$\lvert E(G)\rvert = q$
$\deg_G(v)$	درجهٔ رأس v	تعداد یال‌هایی که به رأس v متصل است (در گراف G).	درجهٔ رأس v را با نماد $d(v)$ هم نمایش می‌دهیم. $0 \leq d(v) \leq p-1$
Δ	ماکزیمم درجه	بزرگ‌ترین درجه در بین کل درجهٔ رأس‌ها	$\Delta \leq p-1$
δ	مینیمم درجه	کوچک‌ترین درجه در بین کل درجهٔ رأس‌ها	$0 \leq \delta \leq \Delta$
$N_G(a)$	همسایگی باز رأس a	مجموعهٔ رأس‌هایی که به a متصل هستند (در گراف G).	$N_G(a)$ به تعداد $d(a)$ عضو دارد.
$N_G[a]$	همسایگی بستهٔ رأس a	مجموعهٔ رأس‌هایی که به a متصل هستند، به علاوهٔ خود a (در گراف G).	$N_G[a]$ به تعداد $d(a)+1$ عضو دارد.
$\bar{K}_p$	گراف تهی	گرافی که یال ندارد (همهٔ رأس‌ها ایزوله هستند).	تعدادی نقطه

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عدد احاطه‌گری گراف مقابل برابر ۲ است؛ پس: $\gamma(G) = 2$



گام دوم:

$p =$ تعداد رأس‌ها $= 6$

$q =$ تعداد یال‌ها $= 5$

$\Delta =$ ماکزیمم درجه $= 2$

$\delta =$ مینیمم درجه $= 1$

پس: $\gamma(G) = \Delta(G)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۱۰$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

۱) ۸۴ ۲) ۱۶۸ ۳) ۱۴۳ ۴) ۲۸۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

از فرمول $\binom{n+k-۱}{k-۱}$ استفاده کنید.

درس Box

تعداد جواب‌های معادلهٔ سیاله خطی در حالت‌های مختلف:

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر یا روش حل
$\underbrace{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k}_{k \text{ تا متغیر}} = n$	$\binom{n+k-۱}{k-۱}$	توزیع n شیء یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع گل
$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ x_۱ \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-۱-a}{k-۱}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ x_i \geq ۱, i = ۱,۲,\ldots,k \end{cases}$	$\binom{n-۱}{k-۱}$	جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ x_۱ \leq a \end{cases}$	$\binom{n+k-۱}{k-۱} - \binom{n-(a+۱)+k-۱}{k-۱}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_۱ \geq a+۱$ کم می‌کنیم.
$x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k \leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی $x_{k+۱}$ را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + \ldots + x_{k+۱} = n$ گردد.
$ax_۱ + \ldots + x_k = n$ $x_۱^n + \ldots + x_k = n$ $\sqrt{x_۱} + \ldots + x_k = n$	-	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و ... را حالت‌بندی می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

تعداد جواب‌ها برابر است با:

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۱۰ \xrightarrow[k=۴]{n=۱۰} \text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی} = \binom{n+k-۱}{k-۱} = \binom{۱۳}{۳} = \frac{۱۳\times۱۲\times۱۱}{۳\times۲\times۱} = ۱۳\times۲\times۱۱ = ۲۸۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ ۳ جایزهٔ مختلف را می‌خواهیم بین ۵ نفر توزیع کنیم؛ به طوری که تعداد افرادی که جایزه گرفته‌اند، فرد باشد. این کار به چند حالت امکان‌پذیر است؟

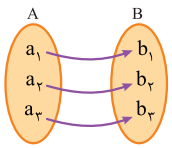
۱) ۱۵ ۲) ۶۰ ۳) ۶۵ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ببین چند تابع $f : \{1,2,3\} \to \{1,\dots,5\}$ وجود دارد که برد تابع دارای تعداد فردی عضو (۱ عضو یا ۳ عضو) باشد.

درس Box

انواع تابع‌ها:

	تعریف	مثال	شرط وجود
تابع	هر عضو A فقط به یکی از عضوهای B نظیر می‌شود.		-
تابع یک‌به‌یک	هر عضو A دقیقاً به یک عضو منحصربه‌فرد از B نظیر شود (به هیچ عضو B دوتا فلش وارد نشود).		$\lvert A\rvert \le \lvert B\rvert$
تابع پوشا	به همهٔ عضوهای B فلش وارد شود (برد تابع B باشد).		$\lvert A\rvert \ge \lvert B\rvert$

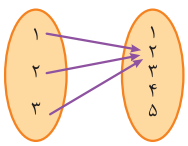
توزیع n شیء بین k نفر:

اشیای یکسان	جواب‌های معادلهٔ $x_1+\dots+x_k=n$	تعداد کل حالت توزیع $=\binom{n+k-1}{k-1}$ (جواب‌های صحیح نامنفی)
		به هر نفر حداقل یک شیء برسد $=\binom{n-1}{k-1}$ (جواب‌های طبیعی)
اشیای متمایز	تعداد تابع‌ها از مجموعهٔ n عضوی اشیا به مجموعهٔ k عضوی افراد	کل حالت‌ها (کل تابع‌ها) $=k^n$ (دومی به توان اولی)
		به هر نفر حداکثر یک شیء برسد $=P(k,n)=\frac{k!}{(k-n)!}$ $(k \ge n)$ (تابع‌های یک‌به‌یک)
	به هر نفر حداقل یک شیء برسد. $(k \le n)$ (تابع‌های پوشا)	از n عضوی به دوعضوی: 2^n-2
		از n عضوی به ۳عضوی: $3^n-3\times2^n+3$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ۳ جایزهٔ مختلف را ۱، ۲ و ۳ و افراد را با اعداد ۱ تا ۵ نمایش می‌دهیم. کافی است تعداد تابع‌های $f : \{1,2,3\} \to \{1,2,\dots,5\}$ را به دست آوریم که برد تابع ۱ عضو یا ۳ عضو داشته باشد.

مثال



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم:

$$\text{تعداد تابع‌ها با برد تک‌عضوی} = \binom{۵}{۱} = ۵$$

↓

کافی است، یک عضو از مجموعهٔ دوم انتخاب و همهٔ عضوهای دامنه به آن بروند.

گام سوم:

$$\text{تعداد تابع‌ها با برد ۳عضوی} = \binom{۵}{۳} \times ۳!$$

↙ ↓

$\binom{۵}{۳} \times ۳! = ۱۰ \times ۶ = ۶۰$ توزیع ۳ جایزه بین ۳ نفر — انتخاب ۳ نفر که به آن‌ها جایزه برسد.

گام چهارم:

$$\text{تعداد کل تابع‌ها} = ۵ + ۶۰ = ۶۵$$

چند تابع $f : \{۱,۲,۳,۴\} \to \{۱,۲,۴\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

(سؤال ۳۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۴۱ ۲) ۴۰ ۳) ۲۸ ۴) ۲۷

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ گزارهٔ $(p \Leftrightarrow q) \sim \vee (p \wedge \sim q)$ هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

۲) $\sim p \Leftrightarrow q$

۳) $\sim (p \Rightarrow q) \vee p$

۴) $\sim p \Rightarrow q$

مشاوره در سال‌های گذشته معمولاً یک سؤال این‌جوری از منطق در کنکور آمده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint جدول ارزش گزارهٔ داده‌شده را رسم کنید و به گزینه‌ها توجه کنید.

درس Box

ترکیب گزاره‌ها:

ارزش	فارسی	ریاضی	ترکیب گزاره‌ها
وقتی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشد.	p یا q	$p \vee q$	ترکیب فصلی
وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.	p و q	$p \wedge q$	ترکیب عطفی
فقط در حالت «ن ⇒ د» نادرست است و در بقیهٔ حالت‌ها درست است.	اگر p آن‌گاه q	$p \Rightarrow q$	ترکیب شرطی
وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.	p اگر و فقط اگر q	$p \Leftrightarrow q$	ترکیب دوشرطی
ارزش آن برعکس p است.	نقیض p	$\sim p$	نقیض

جدول نقیض:

گزاره	p	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$\exists x ; P(x)$	$\forall x ; P(x)$
نقیض	$\sim p$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$\forall x ; \sim P(x)$	$\exists x ; \sim P(x)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$(p \wedge \sim q) \vee \sim (p \Leftrightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	د	د	ن	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	ن	ن

یکسان

گام دوم: گزارهٔ داده‌شده هم‌ارز $\sim (p \Leftrightarrow q)$ است. از طرفی برای نقیض‌کردن ترکیب دوشرطی کافی است یکی از p یا q را نقیض کنیم؛ یعنی $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$.

گزارهٔ $\sim p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ (سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$

۲) $\sim [\sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$

۳) $(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

۴) $\sim [\sim (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی مجموعهٔ $[(A' \cap B) \cup [((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)]$ با تعداد زیرمجموعه‌های ۴عضوی مجموعهٔ $B \cap (A \cup B)$ برابر است. اگر $a, b \in B$، مجموعهٔ B چند زیرمجموعه دارد که a حتماً عضو آن باشد، ولی b عضو آن نباشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint دو مجموعهٔ داده‌شده رو ساده کن و از رابطهٔ $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ حدس بزن اون مجموعه چندتا عضو داشته.

درس Box

جبر مجموعه‌ها:

گزاره	مجموعه	اسم قانون
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	$\begin{cases} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \end{cases}$	قوانین شرکت‌پذیری
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$ (فاکتور)	قوانین پخشی (عکس آن فاکتورگیری)
-	$A \subseteq B \leftrightarrow \begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \\ A - B = \varnothing \end{cases}$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.)	قوانین زیرمجموعه
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$	قوانین دمورگان
-	$A - B = A \cap B'$	قانون تبدیل تفاضل به اشتراک
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A & (A \cap B \subseteq A \text{ چون}) \\ A \cap (A \cup B) = A & (A \subseteq A \cup B \text{ چون}) \end{cases}$	قوانین جذب
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	-	ترکیب شرطی
$p \vee \sim p \equiv T$, $p \vee T \equiv T$, $p \vee F \equiv p$ $p \wedge \sim p \equiv F$, $p \wedge T \equiv p$, $p \wedge F \equiv F$	$A \cup A' = U$, $A \cup U = U$, $A \cup \varnothing = A$ $A \cap A' = \varnothing$, $A \cap U = A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$	مقدماتی

تعداد زیرمجموعه‌ها:

فرض کنیم مجموعهٔ A دارای n عضو باشد، تعداد زیرمجموعه‌ها با شرایط خاص از روابط زیر به دست می‌آید:

تعداد کل زیرمجموعه‌ها	زیرمجموعه‌های ناتهی	زیرمجموعه‌های غیرخودش (سَره)	زیرمجموعه‌های شامل k عضو خاص (فاقد k عضو خاص)	زیرمجموعه‌های kعضوی
2^n	$2^n - 1$	$2^n - 1$	2^{n-k}	$\binom{n}{k}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

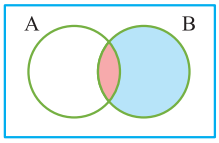
زیرمجموعه‌های kعضوی شامل x عضو خاص	زیرمجموعه‌های kعضوی فاقد x عضو خاص
$\binom{n-x}{k-x}$	$\binom{n-x}{k}$

نکته تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی با تعداد زیرمجموعه‌های $n-k$ عضوی برابر است؛ یعنی:

$$\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: حاصل دو مجموعهٔ داده‌شده را با استفاده از جبر مجموعه‌ها و نمودار ون به دست می‌آوریم:



$$(A'\cap B)\cup[(\overbrace{(\underbrace{B\cap A}_{B\cap A\cap B})-B'}^{A\cap B})\cap(B\cup A)]=(B-A)\cup(A\cap B)=B$$

گام دوم: طبق قانون جذب نیز داریم:

$$B\cap(A\cup B)=B$$

گام سوم: فرض کنیم مجموعهٔ B دارای n عضو باشد، پس داریم:

$$\binom{n}{۲}=\binom{n}{۴}\Rightarrow\binom{n}{۲}=\binom{n}{n-۲}\Rightarrow n-۲=۴\Rightarrow n=۶$$

گام چهارم: هر عضو B ممکن است عضو زیرمجموعه باشد یا نباشد؛ یعنی ۲ حالت دارد، اما a و b هر کدام ۱ حالت دارند (a هست و b نیست). ولی ۴ عضو دیگر B هر کدام ۲ حالت دارند؛ پس $۲^۴$ زیرمجموعه وجود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ اگر حاصل‌ضرب ارقام یک عدد سه‌رقمی زوج باشد، به چه احتمالی عدد فرد است؟

۱) $\frac{۱۱}{۶۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۶۲}$ ۳) $\frac{۱۱}{۳۱}$ ۴) $\frac{۱۳}{۳۱}$

مشاوره دو سؤال از احتمال در کنکور می‌آید. کتاب درسی در موضوع احتمال تمرین‌های مهمی دارد. حتماً آن‌ها را بررسی کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

احتمال شرطی و روش کاهش فضای نمونه:

در فضای هم‌شانس برای محاسبهٔ $P(B \mid A)$، ابتدا تعداد حالت‌های A را می‌نویسیم (مخرج کسر) و حالت‌های B را از بین آن‌ها (صورت کسر) جدا می‌کنیم. به عبارت دیگر وقتی می‌دانیم A رخ داده، فضای نمونه به A کاهش پیدا می‌کند. حالا پیشامد مطلوب B را از A جدا می‌کنیم.

فرمول احتمال شرطی:

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

اگر فضا هم‌شانس باشد داریم:

$$P(B \mid A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{\text{تعداد عضوهای } A \cap B}{\text{تعداد عضوهای } A}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حاصل‌ضرب چند عدد وقتی زوج می‌شود که حداقل یکی از آن‌ها زوج باشد. بهتر است از اصل متمم استفاده کنیم. فضای نمونهٔ کاهش‌یافته برابر اعداد سه‌رقمی است که ضرب ارقام زوج می‌شود. داریم:

$$A: \text{حاصل‌ضرب سه رقم زوج} = \text{کل اعداد سه‌رقمی} - \underbrace{\text{ضرب سه رقم فرد}}_{\text{همگی فرد}} = ۹\times۱۰\times۱۰ - \underbrace{۵\times۵\times۵}_{\{۱,۳,۵,۷,۹\}} = ۷۷۵$$

گام دوم: اعداد سه‌رقمی فرد را B در نظر می‌گیریم:

گام سوم: برای محاسبهٔ اعداد مطلوب باید اعداد سه‌رقمی را محاسبه کنیم که ضرب ارقام آن‌ها زوج و خود عدد فرد $(B \cap A)$ باشد:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\uparrow}{۵}\times۵\times۵ = ۱۲۵ \quad (۰/۲/۴/۶/۸) \\ \text{فرد زوج فرد} \\ \overset{\uparrow}{۴}\times۵\times۵ = ۱۰۰ \quad (۲/۴/۶/۸) \\ \text{فرد فرد زوج} \\ ۴\times۵\times۵ = ۱۰۰ \\ \text{فرد زوج زوج} \end{array}\right\} \xrightarrow{+} ۳۲۵$$

گام چهارم:

$$P(B \mid A) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۳۲۵}{۷۷۵} = \frac{۶۵}{۱۵۵} = \frac{۱۳}{۳۱}$$

عدد فرد ← B ، ضرب سه رقم زوج ← A

حواست باشه: در گام دوم می‌توانستیم از اصل متمم استفاده کنیم. در بین کل ۷۷۵ عدد فقط اعداد سه‌رقمی زیر نامطلوب هستند:

نامطلوب: $۹\times۱۰\times۵ \Rightarrow$ مطلوب $= ۷۷۵ - ۴۵۰ = ۳۲۵$

(۹: هر چی، ۱۰: هر چی، ۵: زوج)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ میانگین ۵ عدد طبیعی متمایز برابر ۵ و انحراف از میانگین این داده‌ها ۰، ۱، c، b و a است. حداکثر واریانس این داده‌ها کدام است؟

۱) ۱۲/۱ ۲) ۱۲/۲ ۳) ۱۲/۳ ۴) ۱۲/۴

مشاوره در سال‌های گذشته یک سؤال از کل آمار در کنکور آمده است. در بین همهٔ موضوعات، شاخص‌های پراکندگی بهتر از بقیه هستند و بیشتر از آن سؤال آمده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

دوتا از داده‌های ۵ و ۶ هستند.

درس Box

شاخص‌های پراکندگی:

شاخص	فرمول	توضیح فارسی
واریانس	$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$ $\sigma^2=\frac{x_1^2+\ldots+x_n^2}{n}-(\bar{x})^2$	هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می‌رسانیم. سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.
انحراف معیار	$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}$	جذر واریانس است.
ضریب تغییرات	$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$	$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$
واریانس ۵ عدد متوالی	۲	-
واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d	$\sigma^2=(\frac{n^2-1}{12})d^2$	اگر اعداد تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.

نکته

اگر انحراف معیار یا واریانس مجموعهٔ داده‌ها عدد کوچکی باشد، بدین معناست که پراکندگی داده‌ها حول میانگینشان کم و در نتیجه داده‌ها به هم نزدیک‌تر است و اگر انحراف معیار یا واریانس مجموعهٔ داده‌ها عددی بزرگ باشد، بدین معناست که پراکندگی داده‌ها حول میانگینشان زیاد و در نتیجه داده‌ها از هم دورتر است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انحراف از میانگین دادهٔ x_i برابر $x_i-\bar{x}$ است، پس وقتی انحراف از میانگین دادهٔ x_1 برابر صفر است، آن داده مساوی میانگین (یعنی ۵) بوده است، پس:

$$x_1=5$$

گام دوم: شبیه بالا:

$$x_2-\underbrace{\bar{x}}_{5}=1 \Rightarrow x_2=6$$

گام سوم: بقیهٔ داده‌ها را x_3، x_4 و x_5 در نظر می‌گیریم که سه عدد متفاوت هستند. داریم:

$$\bar{x}=5 \Rightarrow \frac{5+6+x_3+x_4+x_5}{5}=5 \Rightarrow x_3+x_4+x_5=14$$

گام چهارم: هر چه پراکندگی داده‌ها بیشتر باشد (داده‌ها دورتر از میانگین باشند)، واریانس بیشتر می‌شود.

پس برای به دست آوردن حداکثر واریانس x_3، x_4 و x_5 را به صورت ۱۱، ۲ و ۱ در نظر می‌گیریم (داده‌ها متمایز و جمع اون‌ها باید ۱۴ باشد).

گام پنجم: واریانس داده‌های ۶، ۵، ۱۱، ۲ و ۱ برابر است با:

$$\sigma^2=\frac{(1-5)^2+(2-5)^2+(11-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2}{5}=\frac{62}{5}=12/4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ یک مکعب توپر به جرم $2/5\ kg$ از ماده‌ای به چگالی $20\ g/cm^3$ ساخته شده است. طول ضلع این مکعب چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

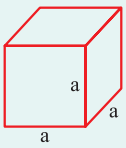
یه جای‌گذاری ساده فقط با توجه به یکا، در انتظارته!

درس Box

به نسبت جرم جسم به حجم جسم، چگالی می‌گوییم:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \begin{matrix} m \to (kg) \text{ جرم} \\ V \to (m^3) \text{ حجم} \end{matrix} \quad \uparrow \text{چگالی } (kg/m^3)$$

حجم مکعبی به طول ضلع a، برابر a^3 است.



$$V_{\text{مکعب}} = \underbrace{a}_{\text{طول}} \times \underbrace{a}_{\text{عرض}} \times \underbrace{a}_{\text{ارتفاع}} = a^3$$

پاسخ خیلی تشریحی

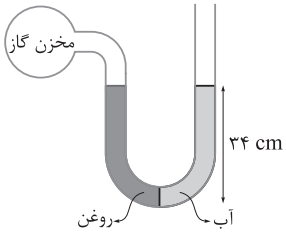
ابتدا جرم برحسب کیلوگرم را به گرم تبدیل می‌کنیم و سپس در فرمول چگالی جای‌گذاری می‌کنیم و حجم را به دست می‌آوریم و مطابق فرمول حجم مکعب، طول ضلع را به دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\rho = 20\ g/cm^3]{m = 2500\ g} V = \frac{m}{\rho} = \frac{2500}{20} = 125\ cm^3$$

$$V = a^3 \Rightarrow 125 = a^3 \Rightarrow a = 5\ cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ مطابق شکل زیر درون لولهٔ U‌شکلی که به یک مخزن گاز متصل است، حجم مساوی از آب و روغن قرار دارد. فشار پیمانه‌ای مخزن گاز چند میلی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\ g/cm^۳$، $\rho_{\text{آب}} = ۰/۸\ g/cm^۳$ و $\rho_{\text{روغن}} = ۰/۸\rho_{\text{آب}}$، $g = ۱۰\ m/s^۲$)



۱) ۱

۲) ۵

۳) ۱۰

۴) صفر

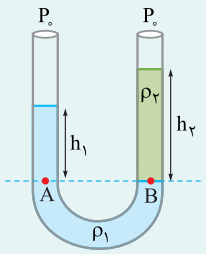
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

- برای محاسبهٔ فشار ستونی از مایع برحسب سانتی‌متر یا میلی‌متر جیوه داریم:

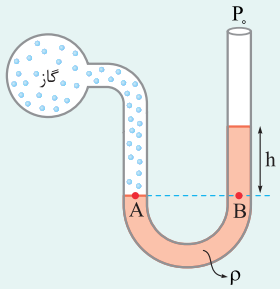
$$P_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}}$$

- در لوله‌های U‌شکل، مطابق شکل زیر، در نقاط هم‌تراز که در یک مایع قرار دارند، فشار برابر است:



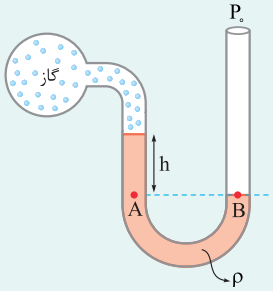
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۱ g h_۱ + P_۰ = \rho_۲ g h_۲ + P_۰ \Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲$$

- **وسیلهٔ اندازه‌گیری فشار گاز (مانومتر):**



$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho g h + P_۰$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{\text{گاز}} - P_۰ = \rho g h$)



$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho g h = P_۰$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{\text{گاز}} - P_۰ = -\rho g h$)

پاسخ خیلی تشریحی

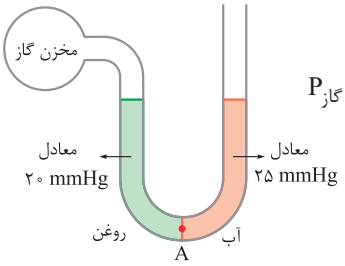
گام اول: از آن‌جا که فشار برحسب میلی‌متر جیوه خواسته شده، ابتدا فشار ناشی از روغن و آب را برحسب میلی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{آب (mmHg)}} = \frac{۱ \times ۳۴۰}{۱۳/۶} = ۲۵\ \text{mmHg}$$

$$P_{\text{روغن (mmHg)}} = \frac{۰/۸ \times ۳۴۰}{۱۳/۶} = ۲۰\ \text{mmHg}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: حالا رابطهٔ فشار را برای شاخهٔ سمت راست و چپ نقطهٔ A می‌نویسیم:

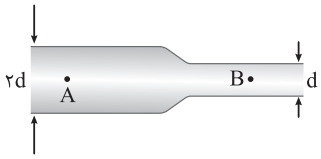


$$P_{\text{گاز}} + P_{\text{روغن}} = P_{\circ} + P_{\text{آب}} \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_{\circ}}_{P_g \text{ (فشار پیمانه‌ای)}} = P_{\text{آب}} - P_{\text{روغن}} = ۲۵ - ۲۰ = ۵ \text{ mmHg}$$

در واقع اختلاف فشار مایع لولهٔ سمت راست و چپ، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ در شکل زیر تندی جریان آب در نقطهٔ A برابر $۲\ m/s$ و فشار آن P_A است. اگر تندی جریان آب در نقطهٔ B، v_B و فشار در این نقطه P_B باشد؛ به ترتیب از راست به چپ، v_B چند متر بر ثانیه است و چه رابطه‌ای بین P_A و P_B وجود دارد؟



۱) ۸ و $P_A > P_B$

۲) ۴ و $P_A < P_B$

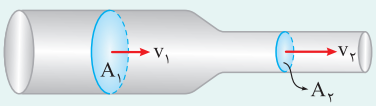
۳) ۸ و $P_A < P_B$

۴) ۴ و $P_A > P_B$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint تعریف سادهٔ اصل برنولی و معادلهٔ پیوستگی، توی این تست به دردت می‌خوره!

درس Box **معادلهٔ پیوستگی:** همانند شکل زیر، اگر شارهٔ تراکم‌ناپذیری درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است:



$$A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲$$

تندی هنگام عبور از $A_۲$ (m/s) مساحت — تندی هنگام عبور از $A_۱$ (m/s) مساحت

اصل برنولی: برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره و با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.

$$A_۲ < A_۱ \Rightarrow v_۲ > v_۱ \Rightarrow P_۲ < P_۱$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا با استفاده از معادلهٔ پیوستگی، تندی در نقطهٔ B را به دست می‌آوریم:

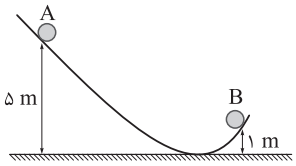
$$\Rightarrow A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow[v_A = ۲\ m/s]{A_A = d^۲\pi ،\ A_B = \frac{d^۲}{۴}\pi} ۲ \times d^۲\pi = v_B \times \frac{d^۲}{۴}\pi \Rightarrow v_B = ۸\ m/s$$

گام دوم: تندی آب در نقطهٔ B بیشتر از تندی آب در نقطهٔ A است، پس فشار آب در نقطهٔ B کم‌تر از فشار آب در نقطهٔ A است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ در شکل زیر، از نقطهٔ A، جسمی به جرم ۱ kg رها شده است تا بر روی سطح به طرف پایین بلغزد. اگر تندی جسم در نقطهٔ B برابر ۴ m / s باشد، کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ B چند ژول است؟

$(g = ۱۰\ m/s^۲)$



۱) −۳۲

۲) −۴۲

۳) ۳۲

۴) ۴۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) کار کل انجام‌شده روی یک جسم از جمع جبری تمامی کارهای انجام‌شده روی آن به دست می‌آید:

$$W_t = W_۱ + W_۲ + \dots$$

۲) قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱$$

پاسخ خیلی تشریحی

تمام کارهایی که در این مسیر روی جسم انجام می‌شوند را می‌نویسیم و با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$W_{mg} + \cancel{W_{F_N}^{۰}} + W_{f_k} = K_B - \cancel{K_A^{۰}}$$

$$\xrightarrow[g=۱۰\ m/s^۲]{m=۱\ kg\ ,\ v_B=۴\ m/s} ۱\times۱۰\times۴ + W_{f_k} = \frac{۱}{۲}\times۱\times۱۶ \Rightarrow W_{f_k} = -۳۲\ J$$

یه‌جور دیگه

$$W_{f_k} = E_B - E_A$$

$$= mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - (mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_A^۲)$$

$$= mg(h_B - h_A) + \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - \cancel{v_A^{۲^{۰}}})$$

$$= ۱\times۱۰\times(-۴) + \frac{۱}{۲}\times۱\times۴^۲$$

$$= -۴۰ + ۸ = -۳۲\ J$$

گول نخوری

حواست باشه که اگر ارتفاع رو درست ننویسی تو دام گزینهٔ (۲) می‌افتی!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ برای تبدیل یخی به جرم ۲۰۰ g با دمای $-10\,^\circ C$ به آب با دمای $15\,^\circ C$، چند کیلوژول گرما لازم است؟

$(c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.^\circ C}$، $L_f = 336\ kJ/kg)$

۱) ۸۴ ۲) ۵۰/۴ ۳) ۶۷/۲ ۴) ۴۲/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول باید یه گرمایی بدیم تا یخ $-10\,^\circ C$ به یخ $0\,^\circ C$ تبدیل بشه بعد باید گرمای مورد نیاز تغییر حالت رو بهش بدیم و سپس گرمای تبدیل آب $0\,^\circ C$ به آب $15\,^\circ C$ رو به دست بیاریم و با جمع این گرماها، گرمای کل را به دست بیاوریم.

درس Box

۱) برای جسمی که بدون تغییر حالت در اثر تبادل گرمایی، فقط دمای آن تغییر کند، می‌توان نوشت:

$Q = mc\Delta T$

$Q =$ گرما (J)

$m =$ جرم (kg)

$c =$ گرمای ویژه $(\frac{J}{kg.K})$

$\Delta T = \Delta\theta = (^\circ C)$ یا (K) تغییر دما

۲) وقتی در اثر گرما فقط تغییر حالت رخ می‌دهد، داریم:

$Q = \overset{\text{ذوب}}{\underset{\text{انجماد}}{\pm}} mL_f$

$Q =$ گرما (J)

$m =$ جرم (kg)

$L_f =$ گرمای ذوب (J/kg)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا گرمای مورد نیاز برای تبدیل یخ $-15\,^\circ C$ به یخ $0\,^\circ C$ را به دست آوریم:

یخ $-10\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ یخ $0\,^\circ C$

$Q_1 = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} \xrightarrow[c_{\text{یخ}}=2100\frac{J}{kg.^\circ C}]{m=200\,g=0/2\,kg\ ,\ \Delta\theta_{\text{یخ}}=10\,^\circ C} Q_1 = 0/2\times2100\times10 = 4200\,J = 4/2\,kJ$

گام دوم: حالا گرمای مورد نیاز برای تغییر حالت یخ $0\,^\circ C$ به آب $0\,^\circ C$ را می‌نویسیم:

یخ $0\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2}$ آب $0\,^\circ C$

$Q_2 = +mL_F \xrightarrow[L_f=336\,kJ/kg]{m=200\,g=0/2\,kg} Q_2 = 0/2\times336 = 67/2\,kJ$

گام سوم: در انتها گرمای مورد نیاز برای تبدیل آب $0\,^\circ C$ به آب $15\,^\circ C$ را می‌نویسیم و هر سه گرما را با هم جمع می‌کنیم:

آب $0\,^\circ C$ $\xrightarrow{Q_3}$ آب $15\,^\circ C$

$Q_3 = mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} \xrightarrow[c_{\text{آب}}=4200\frac{J}{kg.^\circ C}]{m=200\,g=0/2\,kg\ ,\ \Delta\theta_{\text{آب}}=15\,^\circ C} Q_3 = 0/2\times4200\times15 = 12600\,J = 12/6\,kJ$

$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 4/2 + 67/2 + 12/6 = 84\,kJ$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) هر چه در خشکی از ساحل دریا دور شویم، آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد.

ب) با افزایش سطح آزاد مایع، آهنگ تبخیر سطحی آن نیز افزایش می‌یابد.

پ) با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

ت) با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.

۱) ب و ت ۲) پ و ت ۳) الف و پ ۴) الف و ب

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

عواملی مانند افزایش دمای مایع، افزایش سطح آزاد آن، کاهش رطوبت هوا و کاهش فشار هوا، سبب افزایش سرعت تبخیر سطحی می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ زیرا با دورشدن از ساحل، رطوبت هوا کم شده و تبخیر سطحی افزایش می‌یابد. حذف گزینه‌های (۳) و (۴)

ب) درست؛ زیرا مساحت سطح مایع و تبخیر سطحی آن رابطهٔ مستقیم دارند. حذف گزینهٔ (۲)؛ *همین‌جا جواب دراومده!*

پ) نادرست؛ زیرا افزایش فشار هوا باعث کاهش تبخیر سطحی می‌شود.

ت) درست؛ زیرا افزایش دما باعث افزایش تبخیر سطحی می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ اگر حجم مقدار معینی گاز کامل را ۲۵ درصد افزایش و دمای مطلق آن را ۱۰ درصد کاهش دهیم، فشار گاز چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱۸}{۲۵}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۹}{۲۵}$ ۴) $\frac{۲۵}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ مقایسه‌ای معادلهٔ حالت:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲}$$

$P_۱$: فشار گاز در حالت اول (Pa)، $V_۱$: حجم گاز در حالت اول ($m^۳$)، $T_۱$: دمای گاز در حالت اول (K)

$P_۲$: فشار گاز در حالت دوم (Pa)، $V_۲$: حجم گاز در حالت دوم ($m^۳$)، $T_۲$: دمای گاز در حالت دوم (K)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

حجم گاز ۲۵ درصد زیاد شده است، پس $V_۲ = \frac{۱۲۵}{۱۰۰}V_۱$ و دمای مطلق ۱۰ درصد کم شده و $T_۲ = \frac{۹۰}{۱۰۰}T_۱$ است، پس با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای معادلهٔ حالت برای گازهای کامل، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \xrightarrow[T_۲=\frac{۹۰}{۱۰۰}T_۱]{V_۲=\frac{۱۲۵}{۱۰۰}V_۱} \frac{P_۱\cancel{V_۱}}{\cancel{T_۱}} = \frac{P_۲\frac{۱۲۵}{۱۰۰}\cancel{V_۱}}{\frac{۹۰}{۱۰۰}\cancel{T_۱}} \Rightarrow P_۱ = \frac{\frac{۵}{۴}}{\frac{۹}{۱۰}}P_۲ \Rightarrow P_۱ = \frac{۲۵}{۱۸}P_۲ \Rightarrow P_۲ = \frac{۱۸}{۲۵}P_۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ **کدام گزاره قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی است؟**

۱) ممکن نیست دستگاه، چرخه‌ای را بپیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع دما بالا جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.

۲) ممکن نیست دستگاه، فرایندی را بپیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع گرما جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.

۳) ممکن نیست گرما به طور خودبه‌خود از جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایین‌تر منتقل شود.

۴) ممکن نیست گرما به طور خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

گرما همواره از جسمی با دمای بالاتر به جسمی با دمای پایین‌تر منتقل می‌شود، ولی عکس این عمل به طورخودبه‌خود رخ نمی‌دهد. به عبارت دیگر ممکن نیست گرما به طور خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود، به این گزاره قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی می‌گویند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

مطابق درس‌باکس، بیان یخچالی قانون دوم ترمودینامیک به صورت «ممکن نیست گرما به طور خودبه‌خودی از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود.» است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت $۵\ \mu F$، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. اگر انرژی ذخیره‌شده در این خازن $۹۰\ \mu J$ تغییر کند، بار الکتریکی آن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

انرژی خازن از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ = \frac{Q^۲}{۲C} = \frac{۱}{۲}QV$$

U: انرژی خازن (J)

C: ظرفیت خازن (F)

V: اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

Q: بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن (C)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن از $V_۱$ به $V_۲$ رسیده باشد، داریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۱۲۵}{۱۰۰} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow V_۲ = \frac{۵}{۴}V_۱$$

حالا با توجه به رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}CV^۲$، رابطه‌ای برای تغییرات انرژی می‌نویسیم:

$$\Delta U = U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲}CV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}CV_۱^۲ = \frac{۱}{۲}C(V_۲^۲ - V_۱^۲)$$

با جای‌گذاری مقادیر داده‌شده در این رابطه، داریم:

$$۹۰ = \frac{۱}{۲}\times ۵ \times ((\frac{۵}{۴}V_۱)^۲ - V_۱^۲) \Rightarrow ۹۰ = \frac{۵}{۲}\times(\frac{۲۵}{۱۶}V_۱^۲ - V_۱^۲) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ۹۰ = \frac{۵}{۲}\times\frac{۹}{۱۶}V_۱^۲ \Rightarrow V_۱^۲ = \frac{۹۰\times ۲\times ۱۶}{۵\times ۹} = ۶۴ \Rightarrow V_۱ = ۸\ V\ ,\ V_۲ = \frac{۵}{۴}\times ۸ = ۱۰\ V$$

در پایان:

$$Q = CV \xrightarrow{C:\text{ثابت}} \Delta Q = C\Delta V \Rightarrow \Delta Q = ۵\times(۱۰-۸) = ۱۰\ \mu C$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰ در شکل زیر دو گوی کوچک مشابه، هر یک به جرم $۰/۹\ g$ و بار الکتریکی یکسان $۹۰\ nC$ در فاصلهٔ ثابتی از یکدیگر قرار دارند. اگر گوی بالایی در حالت معلق باشد، فاصلهٔ بین دو گوی چند سانتی‌متر است؟

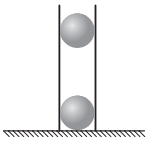
$(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}$ و $g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۳

۲) ۶

۳) ۹

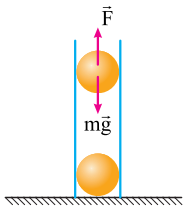
۴) ۱۲



پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint کافی است نیروی الکتریکی دو بار که در درس‌باکس قبلی با آن آشنا شدیم را با نیروی وزن گلوله برابر قرار دهید تا r را به دست آورید.

مطابق شکل، برای آن‌که گوی بالایی به حالت معلق بماند، باید اندازهٔ نیروی وزن آن با اندازهٔ نیروی الکتریکی که از طرف گوی پایینی به آن وارد می‌شود، با هم برابر باشد:



$$F = mg \Rightarrow \frac{k|q_۱||q_۲|}{r^{۲}} = mg \Rightarrow \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۹۰\times۱۰^{-۹}\times۹۰\times۱۰^{-۹}}{r^{۲}} = ۰/۹\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow \frac{۸۱\times۱۰^{-۷}}{r^{۲}} = ۱۰^{-۳} \Rightarrow r^{۲} = ۸۱\times۱۰^{-۴} \Rightarrow r = ۹\times۱۰^{-۲}\ m \Rightarrow r = ۹\ cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ بزرگی میدان الکتریکی در فاصله $2\ m$ از مرکز کلاهک یک واندوگراف برابر با $2/25\times10^{3}\ N/C$ است. اندازهٔ بار الکتریکی کلاهک چند میکروکولن است؟ $\left(k=9\times10^{9}\ \frac{N.m^{2}}{C^{2}}\right)$

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

یه جای‌گذاری ساده تو رابطهٔ میدان حاصل از بار q در فاصلهٔ r !

درس Box

بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصلهٔ r از آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=k\frac{|q|}{r^{2}}\Rightarrow\begin{cases}k:\text{(ثابت کولن)}\ 9\times10^{9}\ \frac{N.m^{2}}{C^{2}}\\ q:\text{بار الکتریکی}\ C\\ r:\text{فاصلهٔ بار تا نقطهٔ مورد نظر}\ (m)\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

کافی است داده‌ها را جای‌گذاری کنیم:

$$E=\frac{k|q|}{r^{2}}\Rightarrow 2/25\times10^{3}=\frac{9\times10^{9}\times|q|}{2^{2}}\Rightarrow$$

$$|q|=\frac{4\times2/25\times10^{3}}{9\times10^{9}}=\frac{9\times10^{3}}{9\times10^{9}}=10^{-6}\,C=1\,\mu C$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ **با روشن‌ماندن یک لامپ، در مدت یک ساعت، $۲/۲۵\times۱۰^{۲۰}$ الکترون از آن می‌گذرد. جریان الکتریکی گذرنده از لامپ چند میلی‌آمپر است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C)$**

۱) ۲۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۰ ۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

با استفاده از رابطهٔ $\Delta q = ne$، بار الکتریکی شارش‌شده در لامپ را محاسبه کنید، سپس با جای‌گذاری داده‌ها برحسب واحدهای SI در رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$، جریان الکتریکی را به دست آورید.

درس Box

جریان الکتریکی ناشی از شارش خالص بار از یک سطح مقطع معین است. اگر بار خالص Δq در بازهٔ زمانی Δt از مقطعی از رسانا بگذرد، نسبت $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ را جریان الکتریکی متوسط می‌گویند.

$$\text{جریان الکتریکی (A)} \leftarrow I=\frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \begin{matrix}\uparrow \text{بار الکتریکی (C)}\\ \downarrow \text{مدت زمان (s)}\end{matrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بار هر الکترون $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$ است، از رابطهٔ $\Delta q = ne$، بار الکتریکی شارش‌شده را به دست می‌آوریم:

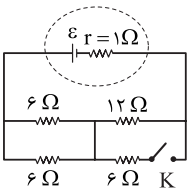
$$\Delta q = ۲/۲۵\times۱۰^{۲۰}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۳۶\ C$$

گام دوم: جریان الکتریکی را که از لامپ در مدت یک ساعت گذر کرده، محاسبه می‌کنیم:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۳۶}{۱\times۳۶۰۰}=۱۰^{-۲}\ A = ۱۰\ mA$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ در مدار شکل زیر، اگر کلید K را وصل کنیم، توان خروجی باتری چند برابر می‌شود؟

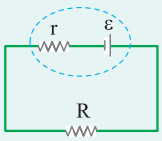


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۷}{۱۵}$
۳) $\frac{۱۴}{۱۵}$
۴) $\frac{۲۸}{۱۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در مدار سادهٔ زیر، توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مقاومت R است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

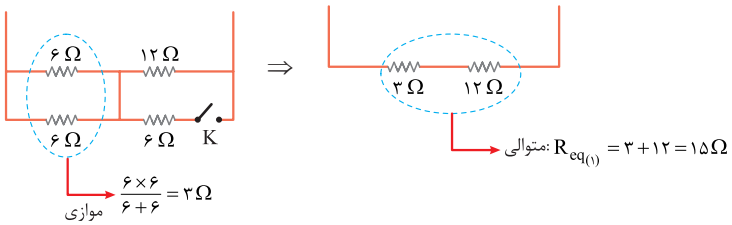


$$P_{\text{خروجی}} = P_R = RI^۲ = R(\frac{\varepsilon}{r+R})^۲$$

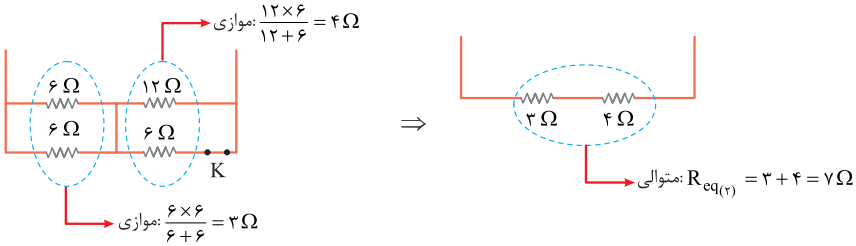
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا مقاومت معادل را در هر دو حالت حساب می‌کنیم:

حالت اول: وقتی کلید K باز است.



حالت دوم: وقتی کلید K بسته است.



گام دوم: حالا با توجه رابطهٔ نوشته‌شده در درس‌باکس، داریم:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = R_{eq}(\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}})^۲ \Rightarrow \begin{cases} P_۱ = ۱۵\times(\frac{\varepsilon}{۱+۱۵})^۲ = \frac{۱۵}{۱۶\times۱۶}\varepsilon^۲ \\ P_۲ = ۷\times(\frac{\varepsilon}{۱+۷})^۲ = \frac{۷}{۸\times۸}\varepsilon^۲ \end{cases}$$

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\frac{۷}{۸\times۸}}{\frac{۱۵}{۱۶\times۱۶}} = \frac{۲۸}{۱۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ **یک بخاری برقی به اختلاف پتانسیل ۲۲۰ V متصل است. اگر این بخاری برقی به مدت ۸ h در شبانه‌روز کار کند، هزینهٔ یک ماه (۳۰ شبانه‌روز) برق مصرفی این بخاری ۳۹۶۰۰ تومان می‌شود. جریان عبوری از بخاری در حالت روشن چند آمپر است؟ (قیمت هر کیلووات ساعت برق مصرفی، ۷۵ تومان است.)**

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا با تقسیم هزینهٔ یک ماه بر قیمت هر کیلووات ساعت برق مصرفی، انرژی الکتریکی مصرف‌شده را به دست آورید و سپس با قراردادن آن در رابطهٔ $U = Pt = VIt$ جریان عبوری از بخاری را به دست آورید.

درس Box

توان و انرژی در مدار:

همان‌طور که می‌دانید مقاومت، انرژی مصرف می‌کند. به نسبت انرژی مصرفی مقاومت در واحد زمان توان می‌گوییم؛ یعنی:

$$P = \frac{U}{t}$$

برای توان مصرفی مقاومت، سه رابطهٔ زیر را باید بلد باشید:

$$P = VI \ , \ P = RI^2 \ , \ P = \frac{V^2}{R}$$

برای محاسبهٔ انرژی برحسب کیلووات ساعت (kWh) در رابطهٔ $P = \frac{U}{t}$، توان را برحسب کیلووات و زمان را برحسب ساعت جای‌گذاری کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی الکتریکی مصرفی برحسب kWh برابر است با:

$$U = \frac{\overset{\text{هزینهٔ یک ماه}}{\uparrow}\ ۳۹۶۰۰}{\underset{\text{قیمت هر kW.h}}{\downarrow}\ ۷۵} = ۵۲۸\ kW.h$$

گام دوم: حالا توان مصرفی بخاری را حساب می‌کنیم:

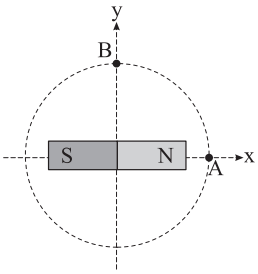
$$P = \frac{U}{t} \xrightarrow{t = ۸ \times ۳۰ = ۲۴۰\ h} P = \frac{۵۲۸}{۲۴۰} = ۲/۲\ kW = ۲۲۰۰\ W$$

گام سوم: در پایان داریم:

$$P = VI \Rightarrow ۲۲۰۰ = ۲۲۰ \times I \Rightarrow I = ۱۰\ A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ در شکل زیر، اگر یک عقربهٔ مغناطیسی روی محیط دایره‌ای در جهت پادساعتگرد از نقطهٔ A به نقطهٔ B منتقل شود، عقربه چند درجه و در چه جهتی می‌چرخد؟



۱) ۹۰، ساعتگرد

۲) ۹۰، پادساعتگرد

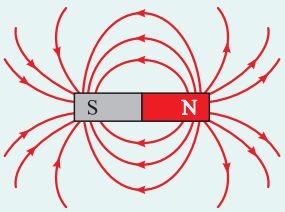
۳) ۱۸۰، ساعتگرد

۴) ۱۸۰، پادساعتگرد

پاسخ: گزینهٔ ۴

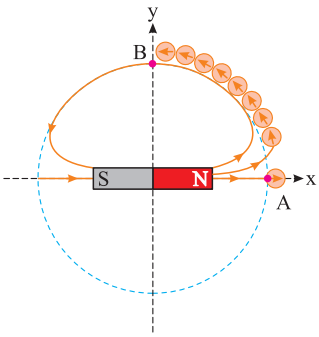
درس Box

خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربای میله‌ای به شکل زیر است. این خطوط از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



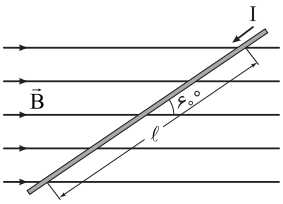
پاسخ خیلی تشریحی

مطابق شکل زیر، بخشی از خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربای میله‌ای را رسم می‌کنیم. در مسیر مورد نظر از نقطهٔ A تا نقطهٔ B، جهت عقربهٔ مغناطیسی نیز به شکل زیر است. در این مسیر، ، واضح است که عقربهٔ مغناطیسی ۱۸۰ درجه در جهت پادساعتگرد می‌چرخد.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ در شکل زیر، سیم راست حامل جریان $I = 4A$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 30\,G$ قرار دارد. اگر $\ell = 1\,m$ باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



۱) 6×10^{-3} و ⊗

۲) 6×10^{-3} و ⊙

۳) $6\sqrt{3}\times10^{-3}$ و ⊗

۴) $6\sqrt{3}\times10^{-3}$ و ⊙

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی و به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان، اندازهٔ این نیرو را به دست آورید.

درس Box

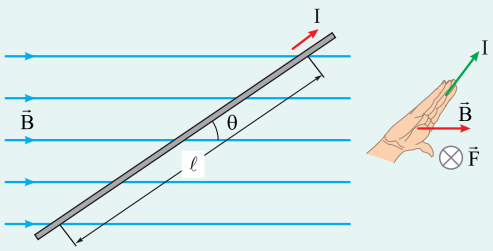
اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت (F):

زاویهٔ بین جهت جریان عبوری از سیم و میدان مغناطیسی — طول بخشی ازسیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد.

$$F = I\,\ell\,B\sin\theta$$

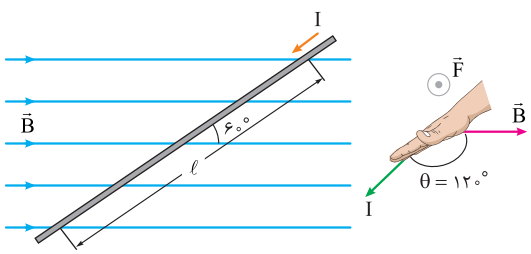
جریان عبوری از سیم — بزرگی میدان مغناطیسی

جهت این نیرو به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت جریان الکتریکی عبوری از سیم قرار دهیم که میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: براساس شکل زیر و به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را تعیین می‌کنیم. همان‌طور که در شکل می‌بینید، این نیرو برون‌سو است.



گام دوم: اندازهٔ این نیرو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = I\ell B\sin\theta \xrightarrow[\ell=1\,m\,,\,I=4A\,,\theta=120^\circ]{B=30\,G=30\times10^{-4}\,T} F = 4\times1\times30\times10^{-4}\times\underbrace{\sin120^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6\sqrt{3}\times10^{-3}\,N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ جریان الکتریکی عبوری از یک القاگر فرضی، ۳۰۰ A و انرژی ذخیره‌شده در آن یک کیلووات ساعت است. ضریب القاوری این القاگر چند هانری است؟

۱) ۸ ۲) ۳۶ ۳) ۸۰ ۴) ۳۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

انرژی ذخیره‌شده در سیملوله (U):

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

ضریب القاوری سیملوله — جریان عبوری از سیملوله

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی ذخیره‌شده در سیملوله را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$U = 1\,kW.h \times \frac{10^3\,W}{1\,kW} \times \frac{3600\,s}{1\,h} = 36 \times 10^5\,W.s = 36 \times 10^5\,J$$

گام دوم: ضریب القاوری سیملوله به صورت زیر حساب می‌شود:

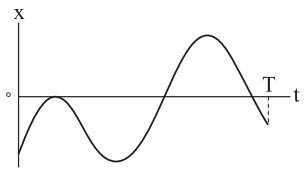
$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow 36 \times 10^5 = \frac{1}{2} L \times (300)^2 \Rightarrow L = \frac{2 \times 36 \times 10^5}{9 \times 10^4} = 80\,H$$

متخصصان صنعت برق، علاقه‌مندند راه‌های مؤثری را برای ذخیرهٔ انرژی الکتریکی تولیدی در ساعت‌های کم‌مصرف (کم‌باری) بیابند تا با استفاده از آن، نیاز مشترکان را در ساعت‌های پرمصرف (اوج بار) تأمین کنند. یک ایدهٔ فرضی، استفاده از یک القاگر بزرگ است. ضریب القاوری این القاگر چه‌قدر باشد تا بتواند ۱/۰ kWh انرژی الکتریکی را در پیچهٔ حامل جریان ۲۰۰ A ذخیره کند؟

(فیزیک (۲) ـ مثال ۴ ـ ۶ صفحهٔ ۱۲۱ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ **نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا T، جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان آن به ترتیب از راست به چپ چند مرتبه تغییر کرده است؟**

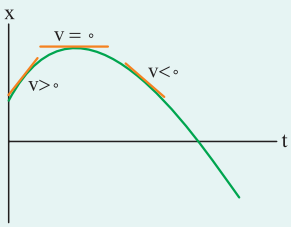


۱) ۳، ۲
۲) ۳، ۳
۳) ۲، ۲
۴) ۲، ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان بیانگر سرعت متحرک است و شرط تغییر جهت متحرک، صفرشدن سرعت متحرک $(v = 0)$ و تغییر علامت آن است و این اتفاق در قله‌ها و دره‌های نمودار $x - t$ رخ می‌دهد. از طرفی، بردار مکان متحرک هنگام عبور از محور زمان نمودار $(x - t)$ تغییر جهت می‌دهد.



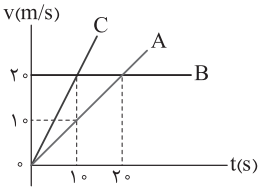
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در قله‌ها و دره‌های نمودار x–t، سرعت متحرک صفر می‌شود و سپس تغییر جهت می‌دهد. نمودار دو قله و یک دره دارد، پس متحرک سه بار تغییر جهت داده است.

گام دوم: با عبور نمودار از محور زمان، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، دو مرتبه نمودار از محور زمان عبور کرده است، پس بردار مکان دو بار تغییر جهت داده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ نمودار سرعت ـ زمان سه متحرک A، B و C که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است، اگر در مبدأ زمان هر سه متحرک در یک مکان قرار داشته باشند، در لحظه‌ای که دو متحرک A و B به هم می‌رسند، فاصلهٔ آن‌ها از متحرک C چند متر است؟



۱) ۸۰۰

۲) ۱۶۰۰

۳) ۲۴۰۰

۴) ۳۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: متحرک B با سرعت ثابت $۲۰\ m/s$ حرکت می‌کند، اما حرکت دو متحرک A و C شتاب‌دار است. ابتدا شتاب این دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(۰,۱۰s)} a_C=\frac{۲۰}{۱۰}=۲\ m/s^۲ \\ \xrightarrow{(۰,۲۰s)} a_A=\frac{۲۰}{۲۰}=۱\ m/s^۲ \end{cases}$$

گام دوم: حالا معادلهٔ مکان ـ زمان سه متحرک را می‌نویسیم، فرض می‌کنیم مکان اولیه هر سه برابر $x_۰$ است.

$$x_B=vt+x_۰ \Rightarrow x_B=۲۰t+x_۰$$

$$x_A=\frac{۱}{۲}a_At^۲+v_{۰_A}t+x_۰ \Rightarrow x_A=\frac{۱}{۲}t^۲+x_۰$$

$$x_C=\frac{۱}{۲}a_Ct^۲+v_{۰_C}t+x_۰ \Rightarrow x_C=t^۲+x_۰$$

گام سوم: در ادامه، لحظه‌ای که دو متحرک A و B به هم می‌رسند را مشخص می‌کنیم:

$$x_A=x_B \Rightarrow ۲۰t+x_۰=\frac{۱}{۲}t^۲+x_۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲-۲۰t=۰ \Rightarrow t^۲-۴۰t=۰ \Rightarrow t(t-۴۰)=۰ \Rightarrow t=۴۰\ s$$

و در پایان فاصلهٔ دو متحرک B و C را در لحظهٔ $t=۴۰\ s$ به دست می‌آوریم:

$$t=۴۰\ s \Rightarrow \begin{cases} x_B=۲۰\times۴۰+x_۰=۸۰۰+x_۰ \\ x_C=(۴۰)^۲+x_۰=۱۶۰۰+x_۰ \end{cases} \Rightarrow \text{فاصلهٔ B و C}=۸۰۰\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر تندی متحرک در مکان $x_1 = 28\ m$ برابر $4\ m/s$ و در مکان $x_2 = 19\ m$ برابر $5\ m/s$ باشد، شتاب متحرک برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $\vec{i}$

۲) $0/5\vec{i}$

۳) $-\vec{i}$

۴) $-0/5\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint کافیه رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت رو بنویسی و شتاب رو به دست بیاری!

درس Box

معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

v_1 = سرعت متحرک در مکان x_1 (m/s)

v_2 = سرعت متحرک در مکان x_2 (m/s)

a = شتاب (m/s^2)

Δx = جابه‌جایی (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی (رابطهٔ مستقل از زمان) در حرکت شتاب ثابت را بین دو مکان x_1 و x_2 می‌نویسیم و شتاب حرکت آن را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_2=5\ m/s]{v_1=4\ m/s\ ,\ \Delta x=x_2-x_1=19-28=-9\ m} 5^2 - 4^2 = 2a(-9) \Rightarrow 25-16 = 2a(-9)$$

$$\Rightarrow 9 = -18a \Rightarrow a = (-0/5\ m/s^2)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی گلوله در ۰/۵ ثانیهٔ چهارم چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن در ۰/۵ ثانیهٔ دوم است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{۷}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) در هنگام سقوط آزاد، تنها نیروی مؤثر وارد بر یک جسم، وزن آن است؛ یعنی اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز فرض می‌شود و اصطلاحاً می‌گوییم، جسم در شرایط خلأ سقوط می‌کند.

۲) وقتی جسمی با شتاب ثابت g سقوط آزاد انجام می‌دهد، مسافت طی‌شده در T ثانیهٔ nاُم حرکت برابر است با:

$$\Delta x_n = (n - ۰/۵)\, g\, T^۲$$

(g: شتاب گرانشی $= ۱۰\ m/s^۲$)

پاسخ خیلی تشریحی

اندازهٔ جابه‌جایی گلوله یا همان مسافت طی‌شده در ۰/۵ ثانیهٔ دوم و ۰/۵ ثانیهٔ چهارم را به ترتیب با $l_۲$ و $l_۴$ نشان می‌دهیم:

$$\frac{l_۴}{l_۲} = \frac{(۴ - ۰/۵)g(۰/۵)^۲}{(۲ - ۰/۵)g(۰/۵)^۲} = \frac{۳/۵}{۱/۵} = \frac{۷}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

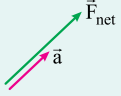
۶۲ **می‌خواهیم به جسمی که جرم آن ۲ kg است، شتابی به بزرگی $3\ m/s^2$ بدهیم تا در راستای قائم رو به پایین شروع به حرکت کند. نیرویی که باید به جسم وارد کنیم، چند نیوتون و در چه جهتی است؟ ($g = 10\ N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)**

۱) ۱۴، به سمت بالا
۲) ۱۴، به سمت پایین
۳) ۲۶، به سمت بالا
۴) ۲۶، به سمت پایین

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن نباشند، یعنی بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو، شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است، اما با جرم جسم نسبت وارون دارد.



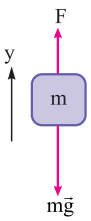
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

جرم (kg) — نیروی خالص (N) — شتاب (m/s^2)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل زیر، از آن‌جا که شتاب جسم رو به پایین است، علامت شتاب منفی و $a = -3\ m/s^2$ است.

گام دوم: با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



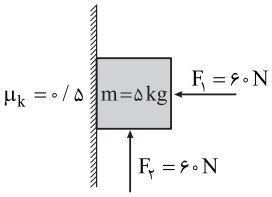
$$F_{net} = ma$$

$$\Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = m(g+a) \xrightarrow[g=10\ m/s^2,\ a=-3\ m/s^2]{m=2\ kg} F = 2(10-3) = 14\ N$$

گام سوم: از آن‌جا که $F > 0$ است، جهت این نیرو به سمت بالا است و گزینهٔ (۱) درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ در شکل زیر، به جسم نیروی افقی $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ وارد می‌شود. اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد، شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) ۴، به سمت بالا

۲) ۴، به سمت پایین

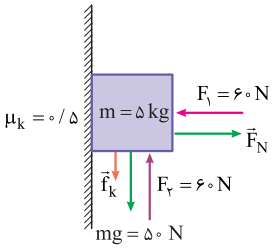
۳) ۸، به سمت بالا

۴) ۸، به سمت پایین

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در شکل زیر مشخص می‌کنیم. از آن‌جایی که جسم در حال حرکت به طرف بالاست، نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی و به سمت پایین است. در این شکل داریم:



$$F_N = F_1 \Rightarrow F_N = 60\ N$$

$$f_k = F_N.\mu_k = 60 \times 0/5 = 30\ N$$

گام دوم: در شکل بالا، از آن‌جایی که $f_k + mg > F_2$ است، نیروی خالص وارد بر جسم، رو به پایین و اندازهٔ آن برابر است با:

$$F_{net} = mg + f_k - F_2 = 50 + 30 - 60 = 20N \quad \text{(به سمت پایین)}$$

پس تکلیف شتاب جسم هم به راحتی مشخص می‌شود:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{20}{5} = 4\ m/s^2 \quad \text{(به سمت پایین)}$$

بد نیست بدانید که، چون حرکت جسم به سمت بالا و شتاب جسم به سمت پایین است، بدون شک حرکت جسم کندشونده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ اگر جرم گلوله‌ای برابر ۲۰ g و اندازهٔ تکانهٔ آن برابر $۸۰۰\ \frac{g.m}{s}$ باشد، انرژی جنبشی گلوله چند ژول است؟

۱) ۳۲ ۲) ۱۶ ۳) ۳/۲ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

با توجه به روابط تکانه و انرژی جنبشی داریم:

$$p = mv \Rightarrow \begin{cases} p: \text{بزرگی تکانه } \frac{kg.m}{s} \\ m: \text{جرم } (kg) \\ v: \text{تندی } (m/s) \end{cases}$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \begin{cases} k: \text{انرژی جنبشی } (J) \\ m: \text{جرم } (kg) \\ v: \text{تندی } (m/s) \end{cases}$$

$$\Rightarrow K = \frac{p^۲}{۲m}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال و رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} m = ۲۰\ g = ۲۰\times۱۰^{-۳}\ kg \\ p = ۸۰۰\ \frac{g.m}{s} = ۸۰۰\times۱۰^{-۳}\ \frac{kg.m}{s} \\ K = ?\ (J) \end{cases}$$

$$K = \frac{p^۲}{۲m} = \frac{(۸۰۰\times۱۰^{-۳})^۲}{۲\times۲۰\times۱۰^{-۳}} = ۱۶\ J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ پرهٔ یک بالگرد با دورهٔ $0/08\ s$ به طور یکنواخت می‌چرخد. تعداد دور بر دقیقه (rpm) پرهٔ بالگرد چه‌قدر است؟

۱) ۷۵۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۲۲۵۰ ۴) ۳۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

می‌توانیم با استفاده از دورهٔ T، تعداد دور بر دقیقه (rpm) را به دست آوریم:

$$rpm = \frac{60}{T}$$

T: دورهٔ تناوب (s)

پاسخ خیلی تشریحی

تعداد دور بر دقیقهٔ پرهٔ بالگرد برابر است با:

$$rpm = \frac{60}{T} = \frac{60}{0/08} = 750 \frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶ دامنهٔ نوسان یک نوسانگر جرم ـ فنر در حرکت هماهنگ ساده $5\ cm$ و ثابت فنر آن $2\ N/cm$ است. انرژی مکانیکی نوسانگر هنگام نوسان روی یک سطح افقی بدون اصطکاک چند ژول است؟

۱) ۰/۰۲۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

انرژی مکانیکی نوسانگر:

با صرف‌نظر از نیروی اتلافی، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر به یکدیگر تبدیل می‌شوند، اما مجموع آن‌ها، یعنی انرژی مکانیکی، مقداری ثابت است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

E : انرژی مکانیکی (J)

k : ثابت فنر (N/m)

A : دامنهٔ نوسان (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مقادیر k و A را در معادلهٔ انرژی مکانیکی جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار E را به دست می‌آوریم.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow[A=5\ cm=5\times10^{-2}\ m]{k=2\ N/cm=200\ N/m} E = \frac{1}{2}\times200\times(5\times10^{-2})^2 = 0/25\ J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به صورت $x = ۰/۴\cos ۱۰\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\sqrt{۲}\pi$ ۲) $۲\sqrt{۲}\pi$ ۳) π ۴) ۲π

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) **رابطهٔ بیشینهٔ تندی نوسانگر:**

$$v_{max} = A\omega$$

v_{max}: بیشینهٔ تندی نوسانگر (m/s)

A: دامنهٔ حرکت (m)

ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)

۲) **انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن:**

$$E = K + U$$

E: انرژی مکانیکی (J)

K: انرژی جنبشی (J)

U: انرژی پتانسیل (J)

$$E = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}$$

m: جرم نوسانگر (kg)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا رابطهٔ بین بیشینهٔ تندی و تندی نوسانگر را پیدا می‌کنیم:

$$E = K + U \xrightarrow{U=۳K} E = K + ۳K = ۴K$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} = ۴(\frac{۱}{۲}mv^{۲}) \Rightarrow v_{max} = ۲v$$

سپس بیشینهٔ تندی نوسانگر را به کمک اطلاعات موجود در معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ x = ۰/۴\cos ۱۰\pi t \end{cases} \Rightarrow A = ۰/۴\ m\ ,\ \omega = ۱۰\pi\ rad/s$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow v_{max} = ۰/۴ \times ۱۰\pi = ۴\pi\ m/s$$

حالا می‌توانیم تندی نوسانگر را بیابیم:

$$v_{max} = ۲v \xrightarrow{v_{max}=۴\pi\ m/s} ۴\pi = ۲v \Rightarrow v = ۲\pi\ m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ سیمی با چگالی $7/8\ g/cm^3$ و سطح مقطع $0/5\ mm^2$ بین دو نقطه کشیده شده است. در این سیم موجی با طول موج $20\ cm$ تشکیل می‌شود. اگر بسامد موج $1000\ Hz$ باشد، نیروی کشش سیم، چند نیوتون است؟

۱) ۳/۹ ۲) ۱۵/۶ ۳) ۳۹ ۴) ۱۵۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با استفاده از طول موج و بسامد، تندی انتشار موج در سیم را به دست آورید، سپس به کمک رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی در سیم، نیروی کشش سیم را حساب کنید.

درس Box

۱) **تندی انتشار موج عرضی در ریسمان (فنر و ...) تحت کشش:**

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

(F: نیروی کشش، ρ: چگالی، A: سطح مقطع)

۲) **رابطهٔ بین تندی انتشار موج، طول موج و بسامد موج:**

$$\lambda=\frac{v}{f}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow v=\lambda f \xrightarrow[f=1000\ Hz]{\lambda=20\ cm=0/2\ m} v=0/2\times 1000=200\ m/s$$

گام دوم: نیروی کشش سیم به صورت زیر حساب می‌شود:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow[A=0/5\ mm^2=0/5\times10^{-6}\ m^2]{\rho=7/8\ g/cm^3=7/8\times10^3\ kg/m^3} 200=\sqrt{\frac{F}{7/8\times10^3\times0/5\times10^{-6}}}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.}} 4\times10^4=\frac{F}{3/9\times10^{-3}}\Rightarrow F=15/6\times10=156\ N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ **اگر فاصلهٔ شخص تا چشمهٔ صوتی ۶۰ m کاهش یابد، تراز شدت صوتی که دریافت می‌کند، ۱۴ dB افزایش می‌یابد. فاصلهٔ اولیهٔ شخص تا چشمهٔ صوت چند متر بوده است؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و از جذب انرژی صوتی توسط محیط صرف‌نظر شود.)**

۱) ۶۲/۵

۲) ۷۵

۳) ۱۲۵

۴) ۱۵۰

مشاوره در حل تست‌های مبحث تراز شدت صوت، مهم‌ترین مهارت، حل رابطهٔ لگاریتمی است. در این تست‌ها اغلب $\log ۲ = ۰/۳$ را می‌دهند و شما باید یاد بگیرید که چگونه عددی که با آن سروکار دارید را به صورت مجموع یا تفاضل یک عدد صحیح و یک عدد بر حسب ۰/۳ بنویسید. چند نمونه ببینید:

$۵/۱ = ۶ - (۳ \times ۰/۳)$

$۵/۳ = ۵ + ۰/۳$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint برای محاسبهٔ خواستهٔ سؤال از رابطهٔ اختلاف تراز شدت صوت برحسب فاصله از چشمهٔ صوت کمک بگیرید.

درس Box

- اختلاف تراز شدت دو صوت (برحسب dB) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰ \log \left(\frac{I_۲}{I_۱}\right) = ۱۰ \log \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ = ۲۰ \log \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)$$

- برای حل سؤال‌های این مبحث، روابط لگاریتمی زیر به کارتان می‌آید:

$$\log A^n = n \log A \quad , \quad \log(AB) = \log(A) + \log(B) \quad , \quad \log\left(\frac{A}{B}\right) = \log(A) - \log(B)$$

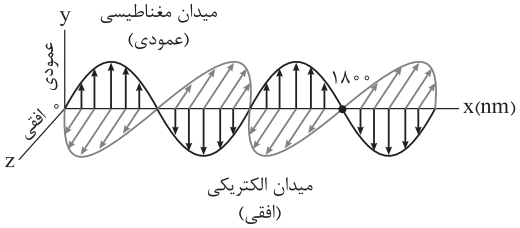
پاسخ خیلی تشریحی اگر فاصلهٔ اولیهٔ شخص تا چشمهٔ صوت را برحسب متر برابر $r_۱$ در نظر بگیریم، فاصلهٔ ثانویهٔ آن برابر $r_۲ = r_۱ - ۶۰\ m$ خواهد بود. به کمک رابطهٔ تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۲۰ \log \frac{r_۱}{r_۲} \Rightarrow ۱۴ = ۲۰ \log \frac{r_۱}{r_۱ - ۶۰} \Rightarrow \log \frac{r_۱}{r_۱ - ۶۰} = ۰/۷ = ۱ - ۰/۳ = \log ۱۰ - \log ۲ = \log \frac{۱۰}{۲}$$

$$\Rightarrow \log \frac{r_۱}{r_۱ - ۶۰} = \log ۵ \Rightarrow \frac{r_۱}{r_۱ - ۶۰} = ۵ \Rightarrow r_۱ = ۵r_۱ - ۳۰۰ \Rightarrow ۴r_۱ = ۳۰۰ \Rightarrow r_۱ = \frac{۳۰۰}{۴} = ۷۵\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ تصویر لحظه‌ای یک موج الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر شده، در لحظه‌ای به شکل زیر است. به ترتیب، جهت انتشار موج و بسامد آن برحسب تراهرتز، کدام است؟ $(c = 3\times10^{8}\ m/s)$



۱) $+x$ ، ۲۵۰

۲) $-x$ ، ۲۵۰

۳) $+x$ ، ۷۵۰

۴) $-x$ ، ۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

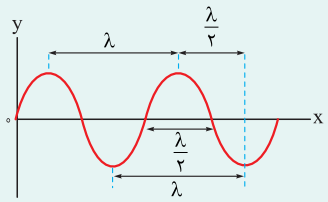
Hint

جهت انتشار موج الکترومغناطیسی را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین کنید. از روی نقش موج، طول موج و سپس به کمک رابطهٔ طول موج و بسامد، بسامد موج را حساب کنید.

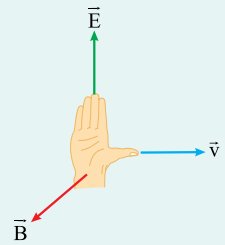
درس Box

۱) بین تندی انتشار موج الکترومغناطیسی، بسامد موج و طول موج آن، رابطهٔ مقابل برقرار است: $\lambda = \frac{c}{f}$

۲) شکل زیر را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج به خاطر بسپارید:

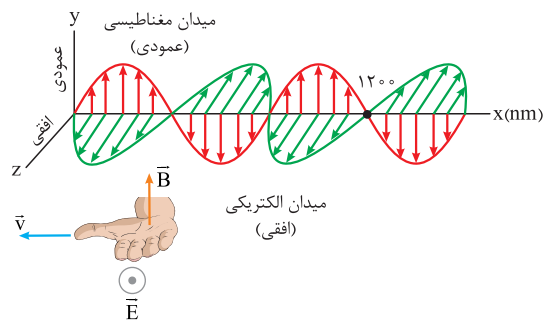


۳) قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی: طبق این قاعده، چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی $(\vec{E})$ طوری قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود. در این حالت انگشت شست، جهت انتشار موج الکترومغناطیسی $(\vec{v})$ را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. به این صورت که مطابق شکل مقابل، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی در یک نقطه قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی در آن نقطه از کف دستمان خارج شود. در این حالت شست دست جهت انتشار موج را نشان می‌دهد که برای این موج در جهت $-x$ است.



گام دوم: مقدار نشان داده شده روی محور x برابر $\frac{3\lambda}{2}$ است؛ بنابراین:

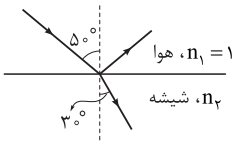
$$\frac{3\lambda}{2} = 1800\ nm \Rightarrow \lambda = \frac{3600}{3} = 1200\ nm \xrightarrow{1\ nm = 10^{-9}\ m} \lambda = 12\times10^{-7}\ m$$

گام سوم: بسامد موج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{12\times10^{-7}} = 250\times10^{12}\ Hz \xrightarrow{10^{12}\ Hz = 1\ THz} f = 250\ THz$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ در شکل زیر، نور فرودی از هوا به شیشه می‌تابد. بخشی از موج در سطح جدایی دو محیط بازمی‌تابد و بخشی دیگر شکست می‌یابد و وارد شیشه می‌شود. به ترتیب، زاویهٔ بین پرتو شکست و پرتو بازتابش چند درجه و ضریب شکست شیشه کدام است؟ $(\sin ۵۰^\circ = ۰/۷۵)$



۱) ۸۰، $\frac{۴}{۳}$

۲) ۸۰، $\frac{۳}{۲}$

۳) ۱۰۰، $\frac{۴}{۳}$

۴) ۱۰۰، $\frac{۳}{۲}$

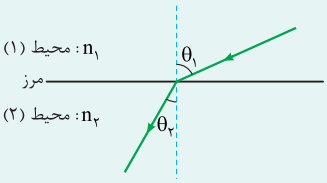
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

به کمک قانون بازتاب عمومی و کمی هندسه، زاویهٔ بین پرتوهای شکست و بازتابش به دست می‌آید. قانون شکست اسنل هم به شما کمک می‌کند تا ضریب شکست شیشه را به دست آورید.

درس Box

قانون شکست اسنل: اگر پرتو نوری از محیطی به ضریب شکست $n_۱$ وارد محیطی به ضریب شکست $n_۲$ شود، داریم:



$$n_۱ \sin \theta_۱ = n_۲ \sin \theta_۲$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در شکل زیر، طبق قانون بازتاب عمومی، زاویهٔ بازتابش برابر با زاویهٔ تابش است، پس:

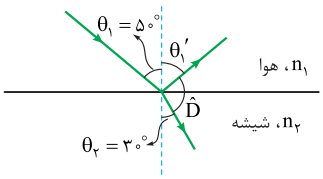
$$\theta'_۱ = \theta_۱ \Rightarrow \theta'_۱ = ۵۰^\circ$$

حالا زاویهٔ بین پرتوی شکست و پرتوی بازتابش را حساب می‌کنیم:

$$\hat{D} = ۱۸۰^\circ - \theta'_۱ - \theta_۲ = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۰۰^\circ$$

گام دوم: به کمک قانون شکست اسنل، ضریب شکست شیشه را به دست می‌آوریم:

$$n_۱ \sin \theta_۱ = n_۲ \sin \theta_۲ \Rightarrow ۱ \times \sin ۵۰^\circ = n_۲ \times \sin ۳۰^\circ \Rightarrow ۱ \times ۰/۷۵ = n_۲ \times ۰/۵ \Rightarrow n_۲ = \frac{۰/۷۵}{۰/۵} = \frac{۳}{۲}$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ در یک تار دو سر بسته، بسامد دو هماهنگ متوالی ۲۴۰ Hz و ۳۰۰ Hz است. اگر تندی انتشار موج عرضی در تار ۹۰ m / s باشد، طول تار چند متر است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) در تار مرتعش دو سر بسته، اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی برابر با بسامد هماهنگ اول (f_1) است:

$$f_{n+1} - f_n = f_1$$

۲) بسامد تشدیدی هماهنگ nاُم در تار مرتعش دو سر بسته:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$ (v: تندی انتشار موج، L: طول تار)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر با بسامد اصلی تار است؛ بنابراین:

$$f_1 = 300 - 240 = 60\ Hz$$

گام دوم: طول تار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 60 = \frac{90}{2L} \Rightarrow 12L = 9 \Rightarrow L = 0/75\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ توان یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ W، بازده آن ۵ درصد و ۱ درصد از نور تابشی آن دارای طول موج ۶۰۰ nm است. در هر دقیقه چه تعداد فوتون با این طول موج از لامپ گسیل می‌شود؟ ($c = ۳\times ۱۰^{۸}\ m/s$ و $h = ۶\times ۱۰^{-۳۴}\ J.s$)

۱) $۱۰^{۱۹}$

۲) $۱۰^{۲۱}$

۳) ۲×۱۰^{۱۹}

۴) ۲×۱۰^{۲۱}

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

ابتدا به کمک رابطهٔ بازده، توان خروجی (تابشی) لامپ را حساب کنید؛ سپس توان تابشی مربوط به فوتون‌هایی با طول موج ۶۰۰ nm و به کمک آن تعداد فوتون‌های با این طول موج را به دست آورید.

درس Box

۱) **رابطهٔ بین طول موج و بسامد فوتون:**

$\lambda = \frac{c}{f}$ (خلأ) تندی نور در $c = ۳\times ۱۰^{۸}\ m/s$:

۲) **توان تابشی منبع نور (لامپ، لیزر و ...):**

$$P_{\text{تابشی}} = \frac{E}{t} = \frac{nE_{\text{فوتون}}}{t} = \frac{n\,h\,f}{t}$$

(n: تعداد فوتون‌های تابشی، f: بسامد فوتون، t: زمان)

۳) **بازده:** نسبت انرژی یا توان خروجی (تابشی) به انرژی یا توان ورودی (مصرفی) است و از روابط زیر به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}\times ۱۰۰ = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}}\times ۱۰۰ \quad \text{(برحسب درصد)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک رابطهٔ بازده، توان تابشی (خروجی) لامپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{تابشی}}}{P}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۵ = \frac{P_{\text{تابشی}}}{۱۰۰}\times ۱۰۰ \Rightarrow P_{\text{تابشی}} = ۵\ W$$

گام دوم: بخشی از توان تابشی که مربوط به طول موج ۶۰۰ nm است را به دست می‌آوریم:

$$P'_{\text{تابشی}} = ۰/۰۱\times P_{\text{تابشی}} = ۰/۰۱\times ۵ = ۰/۰۵\ W$$

گام سوم: تعداد فوتون‌های با طول موج ۶۰۰ nm برابر است با:

$$P'_{\text{تابشی}} = \frac{E}{\Delta t} = \frac{nhf}{\Delta t} = \frac{nh\frac{c}{\lambda}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱\ min = ۶۰\ s]{\lambda = ۶۰۰\ nm = ۶۰۰\times ۱۰^{-۹}\ m} ۰/۰۵ = \frac{n\times ۶\times ۱۰^{-۳۴}\times \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۶۰۰\times ۱۰^{-۹}}}{۶۰}$$

$$\Rightarrow ۰/۰۵ = n\times ۵\times ۱۰^{-۲۱} \Rightarrow n = \frac{۵\times ۱۰^{-۲}}{۵\times ۱۰^{-۲۱}} = ۱۰^{۱۹}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ نپتونیم $^{237}_{93}Np$ ناپایدار است و واپاشی آن از طریق گسیل ذرات α، β^-، α و α صورت می‌گیرد. پس از وقوع تمام این واپاشی‌ها، تعداد نوترون‌های هستهٔ نهایی کدام است؟

۱) ۸۶ ۲) ۸۷ ۳) ۱۳۷ ۴) ۱۳۹

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

پایستگی تعداد نوکلئون و بار الکتریکی را برای اجزای دو طرف فرایند بنویسید تا عدد جرمی و عدد اتمی هستهٔ نهایی به دست آید؛ سپس به کمک این دو، تعداد نوترون‌ها را حساب کنید.

درس Box

۱) **عدد جرمی**: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی) $A = Z + N$

۲) در **فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است**:

- پایستگی تعداد نوکلئون‌ها: مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است.
- پایستگی بار الکتریکی: مجموع بار الکتریکی دو طرف فرایند یکسان است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ذرهٔ α، هستهٔ اتم هلیم $(^4_2\alpha)$ و ذرهٔ β^-، الکترون $(^0_{-1}\beta^-)$ است.

فرایند این واپاشی به صورت زیر است:

$$^{237}_{93}Np \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + 3\,^4_2\alpha + {}^0_{-1}\beta^-$$

پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد اتمی: $93 = Z + (3\times 2) + (-1) \Rightarrow Z = 93 - 5 = 88$

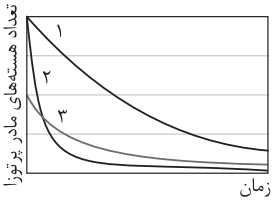
پایستگی عدد جرمی: $237 = A + (3\times 4) + 0 \Rightarrow A = 237 - 12 = 225$

گام دوم: تعداد نوترون‌های هستهٔ نهایی برابر با اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی است:

$$N = A - Z = 225 - 88 = 137$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونهٔ (۱)، (۲) و (۳) برحسب زمان به شکل زیر است. کدام مقایسه دربارهٔ نیمه‌عمر این سه نمونه (T) درست است؟



۱) $T_2 > T_1 > T_3$

۲) $T_1 > T_2 > T_3$

۳) $T_2 > T_3 > T_1$

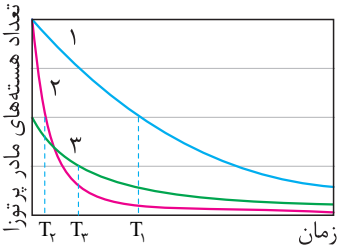
۴) $T_1 > T_3 > T_2$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint کافیه روی نمودار لحظهٔ نصف‌شدن تعداد هسته‌های هر نمونه رو مشخص کنی!

درس Box **نیمه‌عمر ($T_{\frac{1}{2}}$)**: مدت‌زمان لازم برای واپاشی نیمی از تعداد هسته‌های یک نمونهٔ پرتوزا.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در نمودار زیر، لحظه‌ای که نیمی از هسته‌های نمونه‌های پرتوزا به طور فعال باقی مانده‌اند را مشخص می‌کنیم. واضح است که:



$T_1 > T_3 > T_2$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ کدام مورد از نتایج واکنش‌های هسته‌ای نیست؟

۱) تبدیل عناصر سبک به سنگین در ستاره‌ها
۲) تولید هلیم در اعماق زمین
۳) غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیم ـ ۲۳۵
۴) تولید انرژی گرمایی در خورشید

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

غنی‌سازی ایزوتوپی، یک فرایند فیزیکی است و بر مبنای تفاوت در خواص فیزیکی ایزوتوپ‌ها (مثل استفاده از سانتریفیوژها بر مبنای تفاوت چگالی دو ایزوتوپ) انجام می‌شود. در این فرایند، هیچ واکنش هسته‌ای رخ نمی‌دهد.

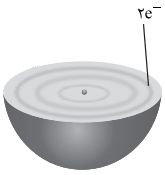
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۴): درون ستاره‌ها همانند خورشید، در فشارها و دماهای بالا، واکنش هسته‌ای انجام می‌شود. طی این واکنش‌ها، عناصر سبک به سنگین تبدیل می‌شوند.

گزینهٔ (۲): در فصل ۲ شیمی دهم می‌خوانیم که هلیم از طریق واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ **اگر شمار نوترون‌ها در هستهٔ اتم زیر، ۲ واحد بیشتر از شمار پروتون‌های آن باشد، عدد جرمی این اتم کدام است؟**



۱) ۲۴

۲) ۲۵

۳) ۲۶

۴) ۲۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ شمار پروتون‌ها): شمار پروتون‌های یک اتم خنثی با شمار الکترون‌های آن برابر است. می‌دانیم که لایه‌های اول و دوم، به ترتیب گنجایش ۲ و ۸ الکترون دارند.

$$\text{شمار پروتون‌ها (عدداتمی)} = \underset{\text{لایهٔ اول}}{۲} + \underset{\text{لایهٔ دوم}}{۸} + \underset{\text{لایهٔ سوم}}{۲} = ۱۲$$

گام دوم: محاسبهٔ عدد جرمی:

$$\text{عدد جرمی} = \text{شمار پروتون‌ها} + \text{شمار نوترون‌ها} = ۱۲ + (۱۲ + ۲) = ۲۶$$

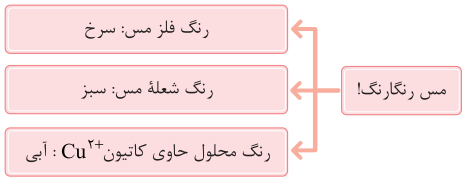
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ رنگ فلز مس به صورت خالص، رنگ محلول سولفات فلز مس با بیشترین عدد اکسایش در آب و رنگ شعلهٔ نمک‌های مس، به ترتیب کدام است؟

۱) سرخ ـ آبی ـ آبی
۲) سرخ ـ سبز ـ آبی
۳) سرخ ـ آبی ـ سبز
۴) سبز ـ آبی ـ سبز

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔



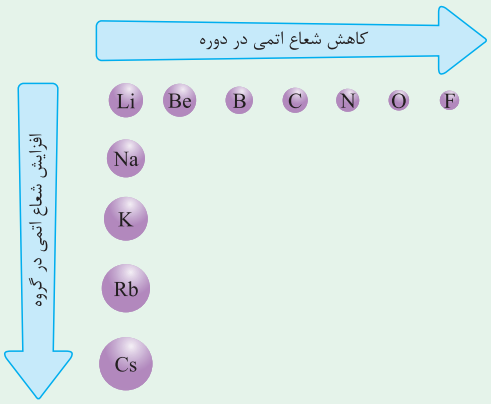
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ **اگر اعداد داده‌شده در هر گزینه مربوط به عدد اتمی سه عنصر باشد، در کدام گزینه، عدد اتمی بیشتر، مربوط به عنصری با بزرگ‌ترین شعاع اتمی است؟**

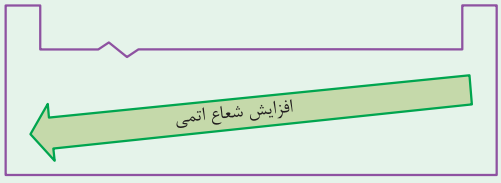
۱) ۱۱، ۱۳، ۱۴ ۲) ۱۲، ۳۷، ۳۸ ۳) ۹، ۱۱، ۱۷ ۴) ۸، ۹، ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها، کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.



با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در یک گروه و دوره، هر چه عنصری در جدول دوره‌ای، سمت چپ‌تر و پایین‌تر باشد، شعاع آن بیشتر است و بالعکس! هر چه عنصری، سمت راست‌تر و بالاتر باشد، شعاع آن کم‌تر است.

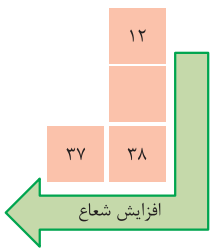


پاسخ خیلی تشریحی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عنصرهایی با عددهای اتمی ۱۱، ۱۳ و ۱۴ در یک دوره قرار دارند؛ پس خواهیم داشت:

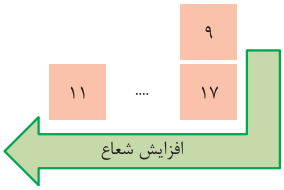
شعاع اتمی: ۱۱ > ۱۳ > ۱۴

گزینهٔ (۲): عنصرهایی با عددهای اتمی ۱۲ و ۳۸ در گروه ۲ و عنصری با عدد اتمی ۳۷ در گروه ۱ قرار دارد:



شعاع اتمی: ۳۷ > ۳۸ > ۱۲

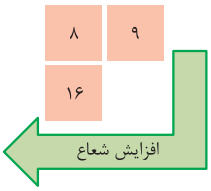
گزینهٔ (۳): عنصرهایی با عددهای اتمی ۹ و ۱۷ در گروه ۱۷ و عنصری با عدد اتمی ۱۱، در گروه ۱ قرار دارد:



شعاع اتمی: ۹ > ۱۷ > ۱۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ (۴): عنصرهایی با عددهای اتمی ۸ و ۱۶ در گروه ۱۶ و عنصری با عدد اتمی ۹، در گروه ۱۷ قرار دارد:



شعاع اتمی: ۱۶ > ۸ > ۹

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ اگر شمار الکترون‌های با $n=۴$ و $l=۱$ در اتم عنصر A با شمار الکترون‌های با $n=۳$ و $l=۲$ در اتم عنصر B برابر باشد، کدام مطلب درست است؟

۴p ← ۳d ← تکنسیم ($_{۴۳}Tc$)

۱) اگر A بُرم باشد، عنصر B می‌تواند یکی از عناصر هم‌گروه با نخستین عنصر ساختگی در واکنش‌گاه هسته‌ای باشد.

۲) اگر B نخستین فلز واسطه باشد، A فلزی است که با از دست دادن سه الکترون به آرایش گاز نجیب پیش از خود می‌رسد. ← اسکاندیم ($_{۲۱}Sc$)

۳) اگر A هم‌گروه با کربن باشد، در آرایش الکترونی کاتیون در $BCO_۳$، هشت الکترون با $n=۳$ وجود دارد.

۴) اگر B آهن باشد، تمام لایه‌ها و زیرلایه‌های اشغال‌شدهٔ اتم A از الکترون پر هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عددهای کوانتومی $n=۴$ و $l=۱$ مربوط به زیرلایهٔ ۴p و عددهای کوانتومی $n=۳$ و $l=۲$ مربوط به زیرلایهٔ ۳d است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عدد اتمی برم، ۳۵ است و در زیرلایهٔ ۴p آن، ۵ الکترون وجود دارد:

$$_{۳۵}Br:[Ar]\,۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۵}$$

بنابراین در زیرلایهٔ ۳d اتم A نیز باید ۵ الکترون وجود داشته باشد، یعنی A می‌تواند $_{۲۴}Cr$ یا $_{۲۵}Mn$ باشد:

$$_{۲۴}Cr:[Ar]\,۳d^{۵}۴s^{۱}\quad ,\quad _{۲۵}Mn:[Ar]\,۳d^{۵}۴s^{۲}$$

نخستین عنصر ساختگی، تکنسیم ($_{۴۳}Tc$) است که مانند منگنز، در گروه ۷ جدول تناوبی قرار دارد، زیرا اختلاف عدد اتمی آن با گاز نجیب قبلی برابر ۷ است:

$$۴۳-۳۶=۷$$

گزینهٔ (۲): نخستین فلز واسطه، اسکاندیم است:

$$_{۲۱}Sc:[Ar]\,۳d^{۱}۴s^{۲}$$

پس در زیرلایهٔ ۴p اتم A باید ۱ الکترون وجود داشته باشد:

$$_{۳۱}Ga:[Ar]\,۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۱}$$

یون $Ga^{۳+}$ آرایش گاز نجیب ندارد:

$$_{۳۱}Ga^{۳+}:[Ar]\,۳d^{۱۰}$$

گزینهٔ (۳): عنصر هم‌گروه با کربن که زیرلایهٔ ۴p آن در حال اشغال‌شدن است، ژرمانیم می‌باشد:

$$_{۳۲}Ge:[Ar]\,۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۲}$$

بنابراین در زیرلایهٔ ۳d اتم B باید ۲ الکترون وجود داشته باشد:

$$_{۲۲}Ti:[Ar]\,۳d^{۲}۴s^{۲}$$

در $BCO_۳$ ($TiCO_۳$)، کاتیون $Ti^{۲+}$ است که دارای ۱۰ الکترون با $n=۳$ می‌باشد:

$$_{۲۲}Ti^{۲+}:[Ar]\,۳d^{۲}\Rightarrow n=۳\Rightarrow \underbrace{۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۲}}_{۱۰e^{-}}$$

گزینهٔ (۴): در زیرلایهٔ ۳d آهن، ۶ الکترون وجود دارد:

$$_{۲۶}Fe:[Ar]\,۳d^{۶}۴s^{۲}$$

پس اتم A با ۶ الکترون در زیرلایهٔ ۴p، همان گاز نجیب کریپتون است:

$$_{۳۶}Kr:[Ar]\,۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۶}$$

همهٔ زیرلایه‌های اشغال‌شده در کریپتون پر هستند، اما دقت کنید که لایهٔ چهارم در این اتم پر نیست. در لایهٔ چهارم، زیرلایه‌های ۴d و ۴f هم وجود دارند که در این اتم، *خالی از سکنه است!*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اگر شمار الکترون‌های ۳d در اتم X، با شمار الکترون‌های ۳p در لایهٔ ظرفیت اتم Y برابر باشد، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها، نادرست است؟ *(سؤال ۷۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)*

۱) اگر Y، نافلز جامد سفیدرنگ باشد، در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ الکترونی اتم X، یک الکترون جای دارد.

۲) اگر X، منگنز باشد، عنصر Y، در دمای اتاق، به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۳) اگر Y، فسفر باشد، بزرگ‌ترین عدد اکسایش اتم X در ترکیب‌هایش برابر ۵+ است.

۴) اگر Y، گاز نجیب باشد، شمار الکترون‌های لایهٔ سوم اتم X برابر ۱۴ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ در فرمول شیمیایی کدام ترکیب، شمار یون‌های فلزی با شمار اتم‌های اکسیژن برابر است؟

۱) پتاسیم اکسید
۲) سدیم سیلیکات
۳) لیتیم نیترات
۴) منیزیم هیدروژن کربنات

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته نماد یون‌های کتاب درسی:

کاتیون	نام	کاتیون	نام	کاتیون	نام	کاتیون	نام
Li^+	لیتیم	Mg^{2+}	منیزیم	Zn^{2+}	روی	NH_4^+	آمونیوم
Na^+	سدیم	Ca^{2+}	کلسیم	Cd^{2+}	کادمیم	Fe^{2+}	آهن (II)
						Fe^{3+}	آهن (III)
K^+	پتاسیم	Sr^{2+}	استرانسیم	Ag^+	نقره	Cr^{2+}	کروم (II)
						Cr^{3+}	کروم (III)
Rb^+	روبیدیم	Ba^{2+}	باریم	Al^{3+}	آلومینیم	V^{2+}	وانادیم (II)
						V^{3+}	وانادیم (III)
Cs^+	سزیم	Sc^{3+}	اسکاندیم	Ga^{3+}	گالیم	Cu^+	مس (I)
						Cu^{2+}	مس (II)

آنیون	نام	آنیون	نام	آنیون	نام	آنیون	نام
F^-	فلوئورید	O^{2-}	اکسید	NO_3^-	نیترات	PO_4^{3-}	فسفات
Cl^-	کلرید	S^{2-}	سولفید	OH^-	هیدروکسید	CN^-	سیانید
Br^-	برمید	N^{3-}	نیترید	CO_3^{2-}	کربنات	MnO_4^-	پرمنگنات
						$HCOO^-$	فورمات (متانوات)
I^-	یدید	P^{3-}	فسفید	SO_4^{2-}	سولفات	CH_3COO^-	استات (اتانوات)
						$C_6H_5COO^-$	بنزوات
				SiO_4^{4-}	سیلیکات	HCO_3^-	هیدروژن کربنات

پاسخ خیلی تشریحی

۱) $K^+, O^{2-} \Rightarrow K_2O \Rightarrow$ ۲ یون K^+ و ۱ اتم O

۲) $Na^+, SiO_4^{4-} \Rightarrow Na_4SiO_4 \Rightarrow$ ۴ یون Na^+ و ۴ اتم O

۳) $Li^+, NO_3^- \Rightarrow LiNO_3 \Rightarrow$ ۱ یون Li^+ و ۳ اتم O

۴) $Mg^{2+}HCO_3^- \Rightarrow Mg(HCO_3)_2 \Rightarrow$ ۱ یون Mg^{2+} و ۶ اتم O

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ در کدام موارد زیر، کاربرد مادهٔ مورد نظر، درست بیان شده است؟

الف) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره: کپسول غواصی ← آرگون

ب) فراوردهٔ واکنش اتن باهیدروژن کلرید: حلال چسب ← کلرواتان

پ) جامد کووالانسی حاصل از دو عنصر اول گروه ۱۴: تهیهٔ سنباده ← SiC

ت) فراوردهٔ قطب منفی سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب: تهیهٔ آلیاژها و شربت معده ← کاتد

۱) پ و ت
۲) الف و ب
۳) الف، پ و ت
۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

نکته کاربرد مواد:

ماده	کاربرد	ماده	کاربرد
تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$)	تصویربرداری از غدهٔ تیروئید	کلسیم اکسید یا آهک (CaO)	افزودن به خاک جهت افزایش بهره‌وری در کشاورزی کنترل میزان اسیدی‌بودن آب دریاچه‌ها
اورانیم ^{235}U	سوخت راکتورهای اتمی	اوزون (O_3)	گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب
گلوکز نشان‌دار	تشخیص تودهٔ سرطانی	اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$)	ضدیخ در خودروها
بخار سدیم	لامپ بزرگراه‌ها و آزادراه‌ها	سدیم کلرید	تهیهٔ گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن ـ تولید سدیم کربنات، فراوری گوشت، ذوب‌کردن یخ در جاده‌ها، تغذیهٔ جانوران و مصارف خانگی
لامپ نئون	ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام در تابلوهای تبلیغاتی	منیزیم	تهیه آلیاژها و شربت معده
کلر	رنگ‌بری و گندزدایی	هگزان (C_6H_{14})	رقیق‌کننده رنگ (تینر) حلال مواد ناقطبی
نیتروژن	پرکردن تایر خودروها، در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی، نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی، تهیهٔ آمونیاک	اتانول (C_2H_6O)	حلال صنعتی ـ ضدعفونی‌کننده، تهیهٔ مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی
آرگون	جوشکاری ـ ساخت لامپ‌های رشته‌ای	استون (C_3H_6O)	حلال برخی از چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها
هلیم	پرکردن بالن‌های هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی ـ جوشکاری ـ کپسول غواصی ـ خنک‌کردن دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI	یون پتاسیم (K^+)	تنظیم عملکرد دستگاه عصبی
گرافیت	الکترود ـ مغز مداد	پلی‌لاکتیک اسید	ظرف‌های پلاستیکی یکبارمصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله، کیسهٔ پلاستیکی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ماده	کاربرد	ماده	کاربرد
الماس	ساخت مته‌ها و ابزار برش شیشه	جوش‌شیرین ($NaHCO_3$)	اضافه‌کردن به شوینده‌ها جهت افزایش قدرت پاک‌کنندگی ـ داروهای ضداسید
سیلیسیم	ساخت سلول‌های خورشیدی	تفلون	نخ‌دندان ـ کفی اتو ـ ظروف نچسب
آهن (III) اکسید (Fe_2O_3)	رنگ قرمز در نقاشی	کولار	تهیهٔ تایر اتومبیل ـ قایق بادبانی ـ لباس‌های مخصوص موتورسواری ـ جلیقهٔ ضدگلوله
اتین (C_2H_2)	جوش کاربیدی	سیلیس (SiO_2)	ساخت منشور
نفتالن ($C_{10}H_8$)	ضدبید برای نگه‌داری فرش و لباس (در قدیم)	سیلیسیم کربید (SiC)	تهیهٔ سنباده
تیتانیم (Ti)	ساخت بدنهٔ دوچرخه ـ پروانهٔ کشتی‌های اقیانوس‌پیما	اتان (C_2H_6)	سوخت
بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$)	نگه‌دارنده در صنایع غذایی	کلرواتان (C_2H_5Cl)	افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی
پلی‌اتن	سبک: کیسهٔ شفاف پلاستیکی سنگین: بطری کدر شیر ـ دبهٔ آب لوله‌های اتصال آب	اتیل استات ($C_4H_8O_2$)	حلال چسب
پلی‌پروپن	ساخت سرنگ	پلی اتیلن ترفتالات (PET)	ساخت بطری آب
پلی‌سیانو اتن	تهیهٔ فرش و پتو	پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$)	اکسنده در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید یا اتن به اتیلن گلیکول
پلی‌وینیل کلرید	ساخت کیسهٔ خون	متانول (CH_3OH)	تبدیل PET به مواد مفید
پلی‌استیرن	تهیهٔ ظروف یکبارمصرف		

بررسی موارد:

الف) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، آرگون است، اما از هلیم در کپسول غواصی استفاده می‌شود.

ب) از واکنش گاز اتن با هیدروژن کلرید، کلرو اتان به دست می‌آید که به عنوان افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی کاربرد دارد:

$$C_2H_4 + HCl \rightarrow C_2H_5Cl$$

حلال چسب، استری به نام اتیل استات است.

پ) جامد حاصل از دو عنصر اول گروه ۱۴، همان سیلیسیم کربید (SiC) است که در تهیهٔ سنباده به کار می‌رود.

ت) سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب، سلول الکترولیتی است که قطب منفی آن، همان کاتد است و در آن فلز منیزیم تولید می‌شود. این فلز در تهیهٔ آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد:

نیم‌واکنش آندی (قطب مثبت): $2Cl^-(l) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$

نیم‌واکنش کاتدی (قطب منفی): $Mg^{2+}(l) + 2e^- \rightarrow Mg(l)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ اگر هر میلی‌لیتر کربن دی‌سولفید (مایع)، ۱/۲۵ گرم جرم داشته باشد، از سوختن چند میلی‌لیتر از آن مطابق واکنش زیر، ۶/۷۲ لیتر گاز گوگرد دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود؟ $(C=12, O=16, S=32 : g.mol^{-1})$

گوگرد دی‌اکسید + کربن دی‌اکسید → گاز اکسیژن + کربن دی‌سولفید مایع

SO_2 + CO_2 → O_2 + CS_2

۱) ۲/۱۹
۲) ۴/۵۶
۳) ۵/۴۶
۴) ۹/۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$CS_2 + 3O_2 \rightarrow CO_2 + 2SO_2$$

از حجم SO_2 شروع شده و با کسر تبدیل‌های مناسب، به حجم CS_2 می‌رسیم:

$$6/72\ L\ SO_2 \times \frac{1\ mol\ SO_2}{22/4\ L\ SO_2} \times \frac{1\ mol\ CS_2}{2\ mol\ SO_2} \times \frac{76\ g\ CS_2}{1\ mol\ CS_2} \times \frac{1\ mL\ CS_2}{1/25\ g\ CS_2} = 9/12\ mL\ CS_2$$

یه‌جور دیگه

$$\frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CS_2}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{SO_2}} \Rightarrow \frac{1/25 \times x}{1 \times 76} = \frac{6/72}{2 \times 22/4} \Rightarrow x = \frac{76 \times 0/3}{1/25 \times 2} = \frac{76 \times 0/3}{2/5} = \frac{76 \times 0/3 \times 2}{5}$$

$$\xrightarrow{\times \frac{2}{2}} x = \frac{76 \times 0/3 \times 2 \times 2}{10} = 9/12\ mL\ CS_2$$

اگر هر لیتر هگزان (مایع) ۰/۶۴۵ گرم جرم داشته باشد، ۴۰ لیتر از آن، شامل چند مول از آن است و با چند مول اکسیژن به طور کامل می‌سوزد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. $(H=1, C=12 : g.mol^{-1})$

(سؤال ۲۱۲ کنکور تجربی ۱۴۰۱)

۱) ۰/۶، ۱/۵۶
۲) ۰/۶، ۲/۸۵
۳) ۰/۳، ۱/۵۶
۴) ۰/۳، ۲/۸۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) SO_2 مانند H_2O، مولکولی قطبی و با ساختار خمیده است، اما اتم مرکزی آن در میدان الکتریکی برخلاف اتم مرکزی H_2O، به سمت قطب منفی جهت‌گیری می‌کند.

ب) اگر در مولکول CF_4 به جای دو اتم فلوئور، اتم‌های کلر جایگزین کنیم، گشتاور دوقطبی مولکول افزایش، اما نقطهٔ جوش مولکول کاهش می‌یابد.

پ) در دما و فشار یکسان، انحلال‌پذیری گاز O_2 از N_2 بیشتر است و با افزودن مقداری نقره نیترات به محلول آن‌ها، انحلال‌پذیری دو گاز کاهش می‌یابد.

ت) هگزان برخلاف آب، ید (I_2) را در خود حل می‌کند و ۱۰ mL هگزان در مقایسه با ۱۰ mL آب، جرم بیشتری دارد.

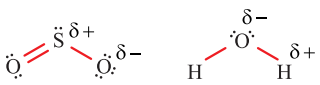
۱) ب، پ
۲) الف، ت
۳) ب، ت
۴) الف، پ

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

الف) هر دو مولکول SO_2 و H_2O، خمیده و قطبی هستند، اما اتم مرکزی در SO_2 (گوگرد) دارای بار جزئی مثبت ($\delta+$) و در H_2O (اکسیژن) دارای بار جزئی منفی ($\delta-$) است:



اتم‌ها در میدان الکتریکی به سمت صفحه با بار مخالف، جهت‌گیری می‌کنند.

ب) هم گشتاور دوقطبی و هم نقطهٔ جوش افزایش می‌یابد:

$$\underset{\text{ناقطبی}}{CF_4} \xrightarrow{2F \to 2Cl} \underset{\text{قطبی}}{CF_2Cl_2}$$

پ) جرم مولی O_2 از N_2 بیشتر است؛ از این‌رو انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد. با افزودن نمک به آب، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد.

ت) ید (I_2) ناقطبی است و در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان (C_6H_{14}) حل می‌شود، در ضمن چگالی هگزان از آب کم‌تر است؛ بنابراین طبق رابطهٔ «$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$»، در حجم یکسان، جرم کم‌تری دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ **اگر انحلال‌پذیری نمک A در دمای $5\ ^\circ C$ برابر ۲۰ و درصد جرمی محلول سیرشدهٔ این نمک در دمای $45\ ^\circ C$ برابر ٪۵۰ باشد، کدام گزینه درست است؟ (رابطهٔ انحلال‌پذیری و دما برای این نمک، خطی است.)**

۱) معادلهٔ انحلال‌پذیری این نمک برحسب دما به صورت $S = 3\theta + 20$ است.

۲) در دمای $30\ ^\circ C$ درصد جرمی محلول سیرشدهٔ این نمک در آب به تقریب برابر ٪۷۰ است.

۳) اگر ۹۵ گرم محلول سیرشدهٔ این نمک از دمای $40\ ^\circ C$ تا $10\ ^\circ C$ سرد شود، ۳۰ گرم نمک رسوب می‌کند.

۴) انحلال‌پذیری این نمک همانند سولفات فلز قلیایی دورهٔ دوم، در آب گرماگیر است.

Li_2SO_4

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته اگر انحلال‌پذیری ماده‌ای در دمای معین برابر S باشد، درصد جرمی (a) محلول سیرشدهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$a = \frac{S}{100+S} \times 100$$

پاسخ خیلی تشریحی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ابتدا به کمک درصد جرمی محلول سیرشده در دمای $45\ ^\circ C$، انحلال‌پذیری نمک در این دما را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{S}{100+S} \times 100 \Rightarrow \frac{50}{1} = \frac{S}{100+S} \times \frac{100}{2} \Rightarrow S = 100$$

حالا به کمک دو نقطه، معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک را به دست می‌آوریم:

$$\underset{\theta_1\ S_1}{(5,20)} \quad \underset{\theta_2\ S_2}{(45,100)}$$

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}(\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 20 = \frac{100-20}{45-5}(\theta - 5) \Rightarrow$$

$$S = 2\theta + 10$$

گزینهٔ (۲):

$$S = 2\theta + 10 \xrightarrow{\theta=30} S = 70$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{70}{100+70} \times 100 = 41/2$$

گزینهٔ (۳): ابتدا باید انحلال‌پذیری نمک را در دماهای $40\ ^\circ C$ و $10\ ^\circ C$ به دست آوریم:

$$S = 2\theta + 10 \Rightarrow \begin{cases} \theta = 40 \Rightarrow S_1 = 90 \Rightarrow \text{جرم محلول} = 100 + 90 = 190\ g \\ \theta = 10 \Rightarrow S_2 = 30 \Rightarrow \text{جرم محلول} = 100 + 30 = 130\ g \end{cases}$$

اگر ۱۹۰ گرم محلول را از دمای $40\ ^\circ C$ تا $10\ ^\circ C$ سرد کنیم، $90 - 30 = 60$ گرم رسوب حاصل می‌شود؛ پس به ازای ۹۵ گرم محلول $(\frac{190}{2} = 95)$، $\frac{60}{2} = 30$ گرم رسوب ایجاد خواهد شد.

گزینهٔ (۴): نمودار انحلال‌پذیری نمک مورد نظر برحسب دما، صعودی است، یعنی انحلال آن، گرماگیر است، در حالی که نمودار انحلال‌پذیری سولفات فلز قلیایی دورهٔ دوم (Li_2SO_4)، نزولی بوده و انحلال آن، گرماده می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری یک نمک به صورت $S = -0/2\theta + 35$ باشد، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ این نمک درست است؟ (سؤال ۲۱۹ کنکور تجربی ۱۴۰۱)

- انحلال‌پذیری آن در دمای $60\ ^\circ C$، برابر ۴۷ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.
- محلول سیرشدهٔ آن در دمای $50\ ^\circ C$، یک محلول ۲۰ درصد جرمی است.
- روند انحلال‌پذیری آن نسبت به دما در آب، مشابه روند انحلال‌پذیری لیتیم سولفات است.
- با سردکردن ۱۵۰ گرم محلول سیرشدهٔ آن از دمای $50\ ^\circ C$ به دمای $20\ ^\circ C$، ۶ گرم نمک رسوب می‌کند.

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ گاز حاصل از تخمیر بی‌هوازی یک تن گلوکز با بازده ۹۰ درصد را از سوختن کامل چند کیلوگرم بنزن می‌توان به دست آورد؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

C_6H_6

$$C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$$

۱) ۱۱۷ ۲) ۱۳۰ ۳) ۱۴۵ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

عتماً می‌دونید که در این‌گونه سؤال‌ها، روش سریع‌تر این است که ضریب مادهٔ مشترک در واکنش‌ها را یکسان کرده و سپس، بین دو مادهٔ مورد نظر، تناسب برقرار کنیم:

$$\begin{cases} C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2 \\ C_6H_6 + \frac{15}{2}O_2 \rightarrow 6CO_2 + 3H_2O \end{cases} \xrightarrow{\times 3} \begin{cases} 3C_6H_{12}O_6 \sim 6CO_2 \\ C_6H_6 \sim 6CO_2 \end{cases} \Rightarrow 3C_6H_{12}O_6 \sim C_6H_6$$

$$\underbrace{\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{C_6H_{12}O_6} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{C_6H_6} \Rightarrow \frac{1\times10^6 \times \frac{\cancel{90}^{1}}{100}}{3\times\cancel{180}^{2}} = \frac{x}{1\times78} \Rightarrow x = \frac{78\times10^4}{6}\,g\,C_6H_6 = 130\,kg\,C_6H_6$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ کدام موارد زیر درست است؟

الف) در ساختار آلکان‌ها، هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم هیدروژن متصل است.

ب) در آلکان‌های راست‌زنجیر، با افزایش جرم مولی، نقطهٔ جوش افزایش، ولی تفاوت جرم مولی دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد.

پ) مولکول سبک‌ترین هیدروکربن سیرنشده، دارای ۵ پیوند اشتراکی است. (اتین ← پروپن)

ت) در ساختار دومین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها، تفاوت شمار پیوندهای C — H و C — C برابر ۵ است.

۱) الف ـ ب
۲) ب ـ پ
۳) پ ـ ت
۴) الف ـ ت

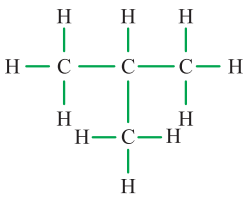
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

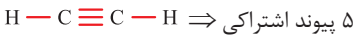
الف) در ساختار آلکان‌ها، هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم دیگر (کربن یا هیدروژن) متصل است، یعنی لزوماً هر اتم کربن به ۴ اتم هیدروژن متصل نیست:



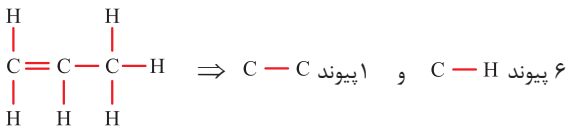
ب) با افزایش جرم مولی، نقطهٔ جوش آلکان‌ها افزایش می‌یابد، اما تفاوت جرم مولی دو آلکان متوالی تغییر نمی‌کند. هر دو عضو متوالی از آلکان‌ها در یک گروه CH_2 با هم اختلاف دارند و تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر ۱۴ است:

$$CH_4 \xrightarrow{+CH_2} C_2H_6 \xrightarrow{+CH_2} C_3H_8 \xrightarrow{+CH_2} C_4H_{10}$$

پ) سبک‌ترین هیدروکربن سیرنشده، اتین (C_2H_2) است:



ت) دومین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها، پروپن (C_3H_6) است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ در کدام ترکیب اگر به جای یکی از اتم‌های هیدروژن، گروه اتیل قرار گیرد، درصد جرمی کربن تغییر نمی‌کند؟

۱) پروپان ۲) اتیلن ۳) پارازایلن ۴) بنزن

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته **درصد جرمی عنصرها در ترکیب:**

درصد جرمی یک عنصر در ترکیب را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{درصد جرمی عنصر A در یک ترکیب} = \frac{\text{جرم عنصر A در فرمول ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} = \frac{\text{زیروند (شمار اتم‌های) عنصر A در فرمول ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times \frac{\text{جرم مولی A}}{\text{اتم عنصر A}} \times ۱۰۰$$

برای سرعتی‌ترشدن محاسبات و درصد جرمی به چند نکتهٔ زیر، *توجه فرمائید*:

۱) اگر در فرمول یک ماده، زیروندها قابل ساده‌کردن باشند، می‌توانیم آن‌ها را ساده کنیم و *سپس بریم سراغ محاسبات!*

$$C_۶H_{۱۲}O_۶ \xrightarrow{\div ۶} CH_۲O \Rightarrow \text{درصد جرمی کربن} = \frac{۱۲}{۳۰} \times ۱۰۰ = ٪۴۰$$

۲) اگر فرمول ساده‌شدهٔ دو ترکیب، یکسان باشد، درصد جرمی عناصر سازندهٔ آن‌ها با هم برابر است. به طور مثال، درصد جرمی کربن (و هیدروژن) در اتین و بنزن یکسان است:

$$\left.\begin{array}{l}\text{بنزن: } C_۶H_۶ \xrightarrow{\text{ساده کردن}} CH \\ \text{اتین: } C_۲H_۲ \xrightarrow{\text{ساده کردن}} CH\end{array}\right. \Rightarrow \text{درصد جرمی کربن (یا هیدروژن) در اتین} = \text{درصد جرمی کربن (یا هیدروژن) در بنزن}$$

۳) از آن‌جا که ایزومرها فرمول مولکولی یکسانی دارند، درصد جرمی عنصرها در ایزومرها با هم برابر است. به طور مثال درصد جرمی کربن در اتانول و دی‌متیل اتر یکسان است.

۴) درصد جرمی کربن و هیدروژن در همهٔ آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌ها $(C_nH_{۲n})$ برابر و مستقل از n است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{آلکن} \\ \text{سیکلوآلکان}\end{array}\right\} \Rightarrow C_nH_{۲n} \xrightarrow{\text{ساده‌کردن}} CH_۲ \begin{cases}\text{درصد جرمی کربن} = \frac{۱۲}{۱۴} \times ۱۰۰ = ٪۸۵/۷ \\ \text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{۲}{۱۴} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۴/۳\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ترکیب حاصل از جایگزینی یکی از اتم‌های هیدروژن اتیلن $(C_۲H_۴)$ با گروه اتیل، باز هم آلکن است. درصد جرمی کربن در همهٔ آلکن‌ها یکسان است:

$$\underset{\text{آلکن}}{C_۲H_۴} \xrightarrow[+C_۲H_۵]{-H} \underset{\text{آلکن}}{C_۴H_۸}$$

در بقیهٔ موارد، ترکیبی به دست می‌آید که فرمول ساده‌شدهٔ آن با ترکیب اولیه یکسان نیست؛ پس قطعاً درصد جرمی کربن تغییر می‌کند:

۱) $C_۳H_۸ \xrightarrow[+C_۲H_۵]{-H} C_۵H_{۱۲}$

۳) $C_۸H_{۱۰} \xrightarrow[+C_۲H_۵]{-H} C_{۱۰}H_{۱۴}$

۴) $C_۶H_۶ \xrightarrow[+C_۲H_۵]{-H} C_۸H_{۱۰}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ در شرایط یکسان، مقدار گرمای آزادشده در اثر تشکیل یک مول متان در کدام واکنش زیر بیشتر است؟

۱) $C_{(s,\text{گرافیت})} + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$

۲) $C_{(s,\text{الماس})} + 4H(g) \rightarrow CH_4(g)$

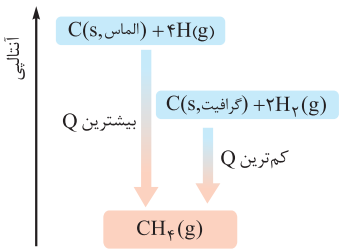
۳) $C_{(s,\text{الماس})} + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$

۴) $C_{(s,\text{گرافیت})} + 4H(g) \rightarrow CH_4(g)$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

بیشترین مقدار گرمای مبادله‌شده مربوط به حالتی است که تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده بیشتر باشد. می‌دانیم که الماس از گرافیت ناپایدارتر بوده و سطح انرژی بالاتری دارد، هم‌چنین با توجه به تعریف آنتالپی پیوند، سطح انرژی $4H(g)$ از $2H_2(g)$ بالاتر است؛ در نتیجه بیشترین مقدار گرمای آزادشده مربوط به واکنش (۲) است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ تفاوت جرم مولی اولین عضو خانوادهٔ اسیدهای آروماتیک با چهارمین عضو خانوادهٔ اسیدهای آلی زنجیره‌ای سیرشده، چند گرم است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

$C_nH_{2n}O_2$

۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۳۸ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اولین عضو خانوادهٔ اسیدهای آروماتیک، بنزوئیک اسید $(C_7H_6O_2)$ است، از طرفی فرمول مولکولی چهارمین عضو خانوادهٔ اسیدهای آلی زنجیره‌ای سیرشده $(C_nH_{2n}O_2)$ به صورت $C_4H_8O_2$ است:

$$C_7H_6O_2 - C_4H_8O_2 = C_3 - H_2 = 36 - 2 = 34\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ اگر گرمای سوختن ۱ مول اتان، ۲۶۱ کیلوژول بیشتر از گرمای سوختن ۱ مول اتین و ارزش سوختی هیدروژن، ۱۲۱ کیلوژول بر گرم باشد، ΔH واکنش $C_2H_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow C_2H_6(g)$، چند کیلوژول است؟ $(H = 1\ g.mol^{-1})$

۱) -19 ۲) -223 ۳) $+223$ ۴) -745

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

به کمک آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، می‌توان ΔH یک واکنش را حساب کرد:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}]$$

پاسخ خیلی تشریحی

ابتدا آنتالپی سوختن هیدروژن را حساب می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow H_2 \text{ آنتالپی سوختن} = -(121 \times 2) = -242\ kJ.mol^{-1}$$

حالا رابطهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های سوختن را می‌نویسیم:

$$C_2H_2 + 2H_2 \rightarrow C_2H_6$$

$$\Delta H\ (\text{واکنش}) = \Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_2) + 2\Delta H_{\text{سوختن}}(H_2) - \Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_6)$$

$$\xrightarrow{\Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_6) - \Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_2) = -261\ kJ} \Delta H\ (\text{واکنش}) = -(-261) + 2(-242) = -223\ kJ$$

گول نخوری

آنتالپی سوختن مواد، منفی است؛ بنابراین وقتی گفته می‌شود گرمای سوختن ۱ مول اتان، ۲۶۱ کیلوژول بیشتر از گرمای سوختن ۱ مول اتین است، یعنی آنتالپی سوختن اتان، به اندازهٔ ۲۶۱ کیلوژول منفی‌تر از آنتالپی سوختن اتین است؛ مثلاً آنتالپی سوختن اتین، $-1300\ kJ.mol^{-1}$ و آنتالپی سوختن اتان، $-1300 - 261 = -1561\ kJ.mol^{-1}$ است. اگر علامت منفی را برای ۲۶۱ قرار ندهیم (یعنی بنویسیم: $(\Delta H(C_2H_6) - \Delta H(C_2H_2)) = 261$)، به اشتباه به گزینهٔ (۴) می‌رسیم:

$$\Delta H = -261 - 2(-242) = -745\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ اگر سرعت متوسط مصرف جوش‌شیرین در واکنش زیر برابر $0/03\ mol.min^{-1}$ باشد، سرعت کاهش جرم مخلوط واکنش، چند گرم بر ثانیه است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

$NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۰/۰۰۱ ۲) ۰/۰۱۵۵ ۳) ۰/۰۳۱ ۴) ۰/۹۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گازهای CO_2 و H_2O از ظرف واکنش است؛ پس باید با استفاده از سرعت مصرف جوش‌شیرین، سرعت تولید گازها را حساب کنیم:

$$\bar{R}(NaHCO_3) = 0/03 \frac{mol}{min} \times \frac{1\ min}{60\ s} = \frac{1}{2000}\ mol.s^{-1}$$

$$2\ NaHCO_3 \rightarrow Na_2CO_3 + CO_2 + H_2O$$

$$\bar{R}(CO_2) = \bar{R}(H_2O) = \frac{1}{2}\bar{R}(NaHCO_3) = \frac{1}{4000}\ mol.s^{-1}$$

$$\bar{R}(CO_2) = \frac{1}{4000}\frac{mol}{s} \times \frac{44\ g}{1\ mol} = 0/011\ g.s^{-1}$$

$$\bar{R}(H_2O) = \frac{1}{4000}\frac{mol}{s} \times \frac{18\ g}{1\ mol} = \frac{9}{2000}\ g.s^{-1}$$

سرعت کاهش جرم مخلوط: $\frac{11}{1000} + \frac{9}{2000} = \frac{31}{2000} = 0/0155\ g.s^{-1}$

یه‌جور دیگه با توجه به سرعت مصرف $NaHCO_3$، در هر ثانیه، $\frac{1}{2000}$ مول از این ماده مصرف می‌شود. حالا تعداد مول مصرفی این ماده را به مجموع جرم گازهای تولیدشده تبدیل می‌کنیم:

$$\underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}}_{NaHCO_3} = \frac{\text{مجموع جرم}}{\underbrace{(\text{جرم مولی A} \times \text{ضریب A}) + (\text{جرم مولی B} \times \text{ضریب B})}_{CO_2+H_2O}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2000}}{2} = \frac{x}{(1\times44)+(1\times18)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{62}{4000} = 0/0155\ g$$

در هر ثانیه، ۰/۰۱۵۵ گرم گاز تولید می‌شود؛ بنابراین سرعت کاهش جرم مخلوط برابر با $0/0155\ g.s^{-1}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ **کدام گزینه در مورد «پلی‌اتن» و «تفلون» درست است؟** $(H = ۱ , C = ۱۲ , F = ۱۹ : g.mol^{-۱})$

۱) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مونومر سازندهٔ تفلون، دو برابر شمار الکترون‌های پیوندی در مونومر سازندهٔ پلی‌اتن است.

۲) نقطهٔ جوش مونومر سازندهٔ تفلون از نقطهٔ جوش مونومر سازندهٔ پلی‌اتن، کم‌تر است.

۳) نسبت درصد جرمی فلوئور در تفلون به درصد جرمی هیدروژن در پلی‌اتن، به تقریب برابر ۵ / ۳ است.

۴) مونومر سازندهٔ تفلون برخلاف مونومر سازندهٔ پلی‌اتن، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

برای تعیین درصد جرمی عنصرهای سازندهٔ یک پلیمر، کافی است درصد جرمی آن را در مونومر سازنده‌اش پیدا کنیم. مونومر سازندهٔ تفلون، تترافلوئورو اتن $(C_۲F_۴)$ و مونومر سازندهٔ پلی‌اتن، اتن $(C_۲H_۴)$ است:

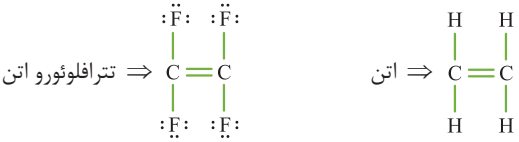
$$\text{درصد جرمی فلوئور در تترافلوئورو اتن (I)} = \frac{۴F}{C_۲F_۴} \times ۱۰۰ = \frac{۴(۱۹)}{۲(۱۲)+۴(۱۹)} \times ۱۰۰ = ٪۷۶$$

$$\text{درصد جرمی هیدروژن در اتن (II)} = \frac{۴H}{C_۲H_۴} \times ۱۰۰۰ = \frac{۴(۱)}{۲(۱۲)+۴(۱)} \times ۱۰۰ = ٪۱۴ / ۲۸$$

$$\text{نسبت خواسته‌شده} : \frac{I}{II} = \frac{۷۶}{۱۴ / ۲۸} \simeq ۵ / ۳$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

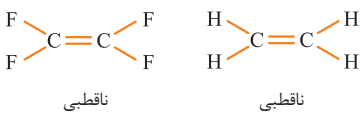
گزینهٔ (۱): ساختار مونومرهای سازندهٔ تفلون (تترافلوئورو اتن $(C_۲F_۴)$) و پلی‌اتن (اتن $(C_۲H_۴)$) به صورت زیر است:



با توجه به ساختارها، تترافلوئورو اتن ۱۲ جفت‌الکترون ناپیوندی دارد که با شمار الکترون‌های پیوندی در اتن (۱۲ الکترون پیوندی) برابر است.

گزینهٔ (۲): تترافلوئورو اتن $(C_۲F_۴)$ نسبت به اتن $(C_۲H_۴)$، جرم و حجم بیشتری دارد، بنابراین نیروی وان‌دروالسی بین مولکول‌های آن قوی‌تر و نقطهٔ جوش آن بالاتر است.

گزینهٔ (۴): مولکول تترافلوئورو اتن، همانند اتن، یک ترکیب ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ اگر جدول زیر مربوط به آبکافت متیل فورمات در ظرفی به حجم ۲ لیتر باشد، در بازهٔ ۳۰ تا ۹۰ ثانیه، چند گرم الکل تولید شده است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

[استر]	۰/۵۵	۰/۴۲	۰/۳۱	۰/۲۳	۰/۱۷	۰/۱۲	۰/۰۸
زمان (s)	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵	۹۰

۱) ۶/۹ ۲) ۷/۳۶ ۳) ۱۳/۸ ۴) ۱۴/۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از آبکافت متیل فورمات، متانول و فورمیک اسید تولید می‌شود:

فورمیک اسید + متانول $\rightarrow$ آب + متیل فورمات

با توجه به جدول، در بازهٔ ۳۰ تا ۹۰ ثانیه، غلظت استر از ۰/۳۱ به ۰/۰۸ مولار رسیده است:

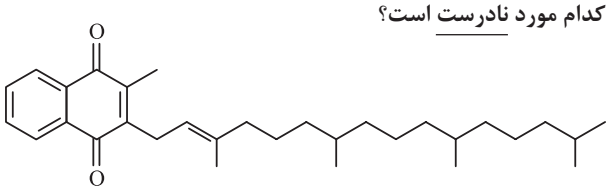
$$\Delta n_{(\text{استر})} = (0/31 - 0/08)\frac{mol}{L} \times 2L = 0/46\ mol$$

به ازای مصرف هر مول استر، ۱ مول الکل تولید می‌شود؛ پس باید جرم ۰/۴۶ مول متانول را حساب کنیم:

$$0/46\ mol\ CH_3OH \times \frac{32\ g\ CH_3OH}{1\ mol\ CH_3OH} = 14/72\ g\ CH_3OH$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ اگر شکل زیر مربوط به ویتامین کا (K) باشد، کدام مورد نادرست است؟



۱) شمار گروه‌های CH_3 در ساختار آن با شمار این گروه‌ها در ۴ ـ اتیل ـ ۴،۲،۲ ـ تری‌متیل هگزان برابر است.

۲) همانند ویتامین آ (A) در آب نامحلول است.

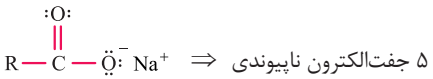
۳) در ساختار آن مانند ساختار پاک‌کننده‌های صابونی جامد، ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۴) مانند ۲ـ هپتانون، دارای گروه عاملی کربونیل است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

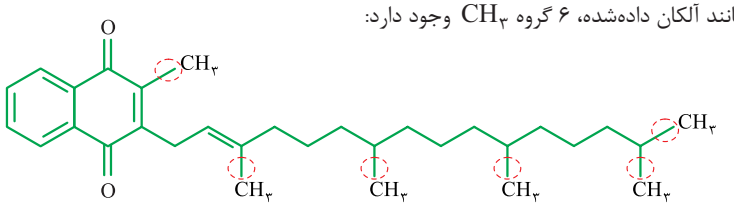
هر اتم اکسیژن در ساختار ویتامین کا دارای دو جفت‌الکترون ناپیوندی است، اما دقت کنید که در ساختار صابون‌های جامد، یکی از اتم‌های اکسیژن دارای ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی می‌باشد:



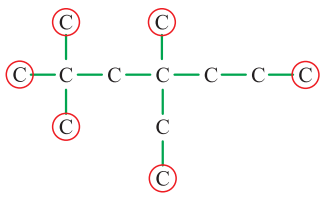
⇒ ۵ جفت‌الکترون ناپیوندی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در ساختار ویتامین K مانند آلکان داده‌شده، ۶ گروه CH_3 وجود دارد:



۴ ـ اتیل ـ ۲، ۲، ۴ـ تری متیل هگزان ⇒



گزینهٔ (۲): در ویتامین‌های A، D و K، بخش ناقطبی بر قطبی غلبه دارد؛ به همین دلیل، این ویتامین‌ها در آب حل نمی‌شوند.

گزینهٔ (۴): ۲ ـ هپتانون، یک کتون است و مانند ویتامین K، دارای گروه کربونیل () می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ در مورد ترکیب‌های A، B، X و D، کدام گزینه نادرست است؟

A) $CH_3(CH_2)_3COO^-K^+$

B) $CH_3(CH_2)_{11}C_6H_4SO_3^-Na^+$

X) $CH_3(CH_2)_{16}COO^-NH_4^+$

D) $CH_3(CH_2)_{16}COOH$

۱) D از اجزای سازندهٔ چربی است که مخلوط آن با آب و X، یک مخلوط ناهمگن پایدار است.

۲) بر اثر واکنش ترکیب X با کلسیم کلرید، رسوبی ایجاد می‌شود که نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در فرمول آن برابر ۲۷ / ۷۵ است.

۳) A در دمای اتاق، مایع بوده و از آن می‌توان جهت شویندهٔ صنعتی استفاده کرد.

۴) ترکیب B از مواد پتروشیمی در صنعت تولید می‌شود و افزودن یون فسفات به آن، باعث افزایش چشمگیری در قدرت پاک‌کنندگی آن در آب سخت نخواهد شد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ زنجیر هیدروکربنی ترکیب A، کوتاه است و خاصیت پاک‌کنندگی مناسبی ندارد؛ بنابراین از آن نمی‌توان به عنوان شویندهٔ صنعتی استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): D یک اسید چرب است و می‌تواند از اجزای سازندهٔ چربی‌ها باشد. از طرفی X، یک پاک‌کنندهٔ صابونی است. مخلوط آب، چربی و صابون از نوع کلوئید است. کلوئیدها، مخلوط‌هایی ناهمگن اما پایدار هستند.

گزینهٔ (۲): یون کلسیم با بخش آنیونی صابون واکنش داده و رسوب تشکیل می‌شود:

$$CH_3(CH_2)_{16}COO^- + Ca^{2+} \rightarrow (CH_3(CH_2)_{16}COO)_2Ca$$

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{شمار عنصرها}} = \frac{111}{4} = 27/75$$

گزینهٔ (۴): ترکیب B یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است و از مواد پتروشیمیایی در صنعت تهیه می‌شود. پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های موجود در آب سخت، رسوب تشکیل نمی‌دهند و خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند؛ بنابراین افزودن نمک‌های فسفات به این پاک‌کننده‌ها، تأثیر خاصی بر قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها نخواهد داشت.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ فرایند یونش کدام اسید در آب، تعادلی نیست؟ ← اسید، قوی است.

۱) نیترو اسید
۲) هیدروسیانیک اسید
۳) هیدروبرمیک اسید
۴) متانوئیک اسید

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ هیدروبرمیک اسید (HBr) برخلاف بقیهٔ اسیدهای داده‌شده، قوی است و یونش آن در آب، به طور کامل است.

نکته اسیدهای قوی بر اثر حل‌شدن در آب، تقریباً به طور کامل یونیده می‌شوند، پس ثابت یونش اسیدهای قوی، عددی بسیار بزرگ و یا بزرگ است:

اسیدهای قوی
- K_a بسیار بزرگ ← HCl, HBr, HI و H_2SO_4
- K_a بزرگ ← HNO_3

اسیدهای ضعیف در آب به طور جزئی یونیده می‌شوند و معادلهٔ یونش آن‌ها در آب، تعادلی است. با توجه به مطالب صفحه‌های ۲۲ و ۲۳ کتاب درسی، ترتیب K_a و قدرت اسیدی چند اسید ضعیف به صورت زیر است:

قدرت اسیدی (K_a): $HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

یادتون باشه که در بین این ۶ اسید ضعیف، هیدروفلوئوریک اسید (HF)، قوی‌ترین و هیدروسیانیک اسید (HCN)، ضعیف‌ترین است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ **اگر حجم ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار هیدروکلریک اسید با افزودن آب‌مقطر دو برابر شود، pH محلول ..... .**

۱) ۰/۵ واحد افزایش می‌یابد
۲) دو برابر می‌شود
۳) ۰/۳ واحد کاهش می‌یابد
۴) تغییری نمی‌کند

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته اگر با افزودن آب خالص به محلول یک اسید یا باز قوی، حجم آن را n برابر کنیم یا به عبارت دیگر، محلول را n مرتبه رقیق کنیم، pH آن به اندازهٔ $\log n$ تغییر می‌کند:

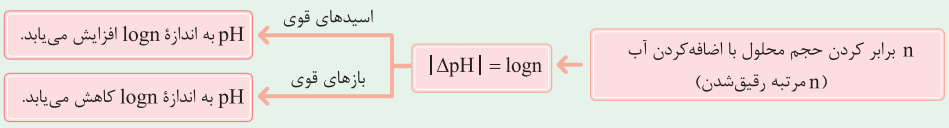
$$|\Delta pH| = \log n = \log \frac{V_2}{V_1}$$

n : تعداد مرتبه‌های رقیق‌شدن

V_1 : حجم اولیهٔ محلول اسید یا باز (محلول غلیظ)

V_2 : حجم نهایی محلول اسید یا باز (محلول رقیق)

با رقیق‌کردن محلول‌های اسیدی و بازی، خاصیت اسیدی و بازی آن‌ها کم شده و pH آن‌ها به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد.



پاسخ خیلی تشریحی با دو برابر شدن حجم محلول اسید قوی، pH محلول به اندازهٔ $\log 2$ یعنی ۰/۳ واحد زیاد می‌شه! اما می‌بینید که این عبارت را در گزینه‌ها نداریم! پس بیایید pH اولیه و نهایی محلول را حساب کنیم:

$$pH_1 = -\log(H^+) = -\log 0/5 = -\log(5\times10^{-1}) = 1-\log 5 = 1-0/7 = 0/3$$

$$pH_2 = pH_1 + 0/3 = 0/6$$

pH محلول از ۰/۳ به ۰/۶ رسیده، یعنی دو برابر شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ کدام گزینه، جملهٔ زیر را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

«اگر در سلول گالوانی دارای نیم‌سلول‌های A و B، جهت حرکت کاتیون‌ها به سمت تیغهٔ A باشد، قطعاً می‌توان گفت .....»

۱) A^{n+} نسبت به B^{m+}، اکسندهٔ قوی‌تری است

۲) با گذشت زمان، از جرم الکترود A کاسته و به جرم الکترود B افزوده می‌شود

۳) واکنش $A + B^{m+} \rightarrow$ به طور خودبه‌خودی انجام نمی‌شود

۴) نیم‌واکنش اکسایش در نیم‌سلول B و نیم‌واکنش کاهش در نیم‌سلول A انجام می‌شود

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نکته

در سلول‌های گالوانی	
نیم‌سلول آند	**نیم‌سلول کاتد**
قطب منفی است.	قطب مثبت است.
در آن نیم‌واکنش اکسایش صورت می‌گیرد.	در آن نیم‌واکنش کاهش صورت می‌گیرد.
E° آن نسبت به E° کاتد، کوچک‌تر است.	E° آن نسبت به E° آند، بزرگ‌تر است.
با گذشت زمان، غلظت کاتیون‌های الکترولیت زیاد می‌شود.	با گذشت زمان، غلظت کاتیون‌های الکترولیت کم می‌شود.
به طور معمول جرم تیغه کاهش می‌یابد (لاغر می‌شود).	به طور معمول جرم تیغه افزایش می‌یابد (چاق می‌شود).
آنیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل وارد آن می‌شوند.	کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل وارد آن می‌شوند.

در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ پس در این‌جا، الکترود A، کاتد و الکترود B، آند است:

$$B + A^{n+} \rightarrow B^{m+} + A$$

قدرت اکسندگی: $A^{n+} > B^{m+}$

قدرت کاهندگی: $B > A$

بنابراین با گذشت زمان، از جرم الکترود B کاسته و به جرم الکترود A، افزوده می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ **کدام مورد دربارهٔ سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن (I) و سلول هال (II)، درست است؟**

۱) هر دو، از نوع الکترولیتی هستند ولی تنها در یکی از آن‌ها، گاز تولید می‌شود.

۲) براساس معادلهٔ موازنه‌شدهٔ کلی، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول (II)، ۳ برابر سلول (I) است.

۳) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی هر دو سلول، از قطب منفی به قطب مثبت است.

۴) واکنش کلی سلول (I) مانند واکنش کلی برقکافت آب است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

سلول سوختی هیدروژن: $2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O$ ($0 \rightarrow +1$، $2 \times 2 \times 1 = 4e^-$)

سلول هال: $2Al_2O_3 + 3C \longrightarrow 4Al + 3CO_2$ ($0 \rightarrow +4$، $3 \times 4 = 12e^-$)

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول هال}}{\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده در سلول سوختی هیدروژن}} = \frac{12}{4} = 3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): سلول‌های سوختی جزء سلول‌های گالوانی هستند در حالی که سلول هال، جزء سلول‌های الکترولیتی است.

گزینهٔ (۳):

جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی ← از آند به کاتد ← در سلول گالوانی ← از قطب منفی به قطب مثبت سلول

جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی ← از آند به کاتد ← در سلول الکترولیتی ← از قطب مثبت به قطب منفی سلول

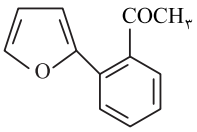
گزینهٔ (۴): واکنش‌های کلی سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن و برقکافت آب، عکس یکدیگرند:

سلول سوختی هیدروژن (تولید آب): $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$

برقکافت آب (تجزیهٔ آب): $2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ **اگر در ساختار زیر، شمار اتم‌های کربنی که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند را a و شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر را b بنامیم، کدام رابطه درست است؟**



۱) $a = b$

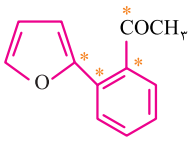
۲) $b = ۱/۵a$

۳) $a = b + ۱$

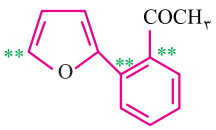
۴) $b = a + ۱$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ کربن‌های *دار به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند و کربن‌های **دار، دارای عدد اکسایش صفر هستند:



$a = ۴$

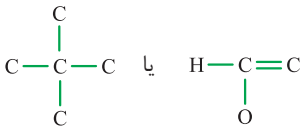


$b = ۳$

دقت کنید که علاوه بر اتم‌های کربنی که به ۴ اتم کربن دیگر متصل هستند، یک اتم کربن نیز وجود دارد که با پیوند دوگانه به یک اتم کربن و با پیوندهای یگانه، به یک اتم اکسیژن و یک اتم هیدروژن متصل است. در هر دوی این حالت‌ها، ۴ الکترون به اتم کربن نسبت داده می‌شود:

شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به اتم − شمار الکترون‌های ظرفیت اتم = عدد اکسایش اتم

عدد اکسایش کربن‌های ** = ۴ − ۴ = ۰



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ با توجه به جدول زیر که مربوط به نقطهٔ جوش پروپان، دی‌متیل اتر و اتانول است، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

ماده	نقطهٔ جوش ($^\circ C$)
A	۷۸
B	−۴۲
X	−۲۴

الف) دی‌متیل اتر برخلاف پروپان، در دمای اتاق به حالت مایع است.

ب) مادهٔ A همان اتانول است و برخلاف دو مادهٔ دیگر، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

پ) مواد A و X، ایزومر یکدیگرند و مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن‌ها برابر است.

ت) در اثر سوختن کامل هر مول B، ۷ مول فراورده تولید می‌شود.

۱) پ و ت
۲) الف و ب
۳) الف و پ
۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

نقطهٔ جوش: $C_2H_5OH > CH_3-O-CH_2 > C_3H_8$

پیوند هیدروژنی — مولکول قطبی — مولکول ناقطبی

پس A، B و X به ترتیب اتانول، پروپان و دی‌متیل اتر هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نقطهٔ جوش دی‌متیل اتر و پروپان، منفی (پایین‌تر از دمای اتاق) است؛ بنابراین هر دو در دمای اتاق به حالت گازند.

ب) A همان اتانول است اما دی‌متیل اتر نیز مانند اتانول، قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

پ) A و X، همان اتانول و دی‌متیل اتر هستند. فرمول مولکولی این دو ترکیب، C_2H_6O است؛ پس ایزومر یکدیگر هستند و مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن‌ها برابر است.

ت) B همان پروپان است:

$$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow \underbrace{3CO_2 + 4H_2O}_{\text{۷ مول فراورده}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ **اگر حجم سامانهٔ در حال تعادل $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ در دمای ثابت، دو برابر شود، ..... .**

۱) به دلیل ثابت‌بودن دما، نه تعادل جابه‌جا می‌شود و نه مقدار ثابت تعادل تغییر می‌کند

۲) به دلیل کم‌شدن غلظت مواد، مقدار ثابت تعادل تغییر می‌کند و تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود

۳) تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود، اما مقدار ثابت تعادل تغییر نمی‌کند

۴) غلظت‌های تعادلی مواد و مقدار ثابت تعادل، کاهش می‌یابد

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته تنها عاملی که می‌تواند مقدار ثابت تعادل یک واکنش را تغییر دهد، دما است.

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به ثابت‌بودن دما، مقدار ثابت تعادل تغییر نمی‌کند؛ بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) پَر! از طرفی به دلیل افزایش حجم (کاهش فشار)، تعادل به سمت تولید تعداد مول‌های گازی بیشتر یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود؛ پس گزینهٔ (۱) هم پَر!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

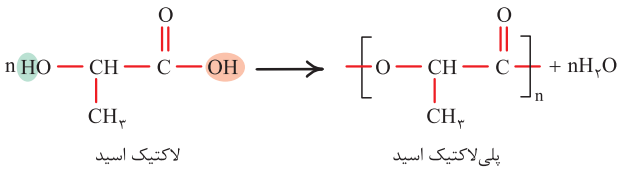
۱۰۴ با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام ماده فقط از یک نوع واکنش‌دهنده تهیه می‌شود؟

۱) پلی‌اتیلن ترفتالات
۲) اتیل استات
۳) پلی‌لاکتیک اسید
۴) ترفتالیک اسید

پاسخ: گزینهٔ ۳

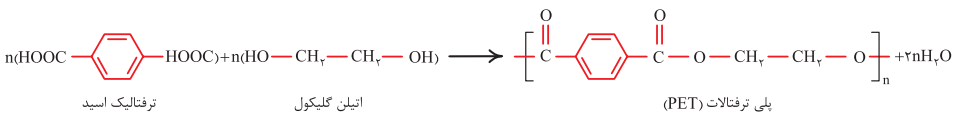
پاسخ خیلی تشریحی

پلی‌لاکتیک اسید، فقط از لاکتیک اسید که هر دو نوع گروه عاملی الکلی و اسیدی را دارد، تولید می‌شود:

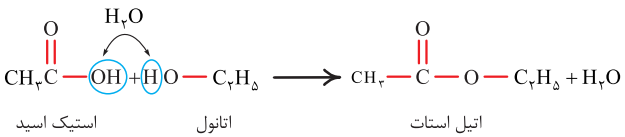


بررسی سایر گزینه‌ها:

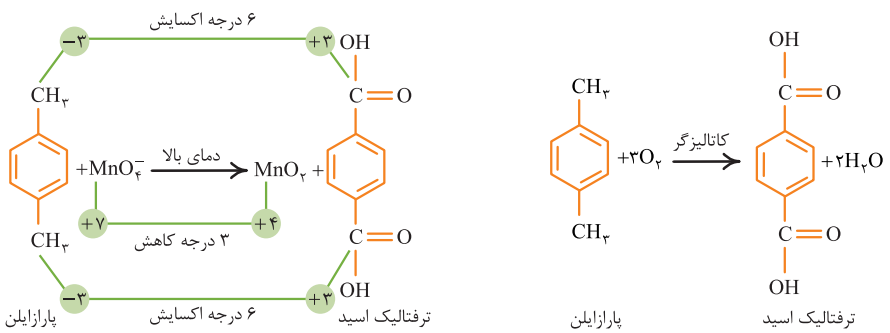
گزینهٔ (۱): پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) از واکنش اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید تولید می‌شود:



گزینهٔ (۲): اتیل استات، یک استر است و از واکنش یک الکل و یک اسید به دست می‌آید:



گزینهٔ (۴): ترفتالیک اسید از اکسایش پارازایلن در حضور پتاسیم پرمنگنات یا گاز اکسیژن به دست می‌آید:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مورد درست است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

I) $CH_4(g) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + 3A(g)$

II) $B(g) + 2A(g) \rightarrow CH_3OH(l)$

۱) گاز A یکی از فراورده‌های واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب است.

۲) درصد جرمی کربن در مادهٔ آلی موجود در واکنش (II)، دو برابر آن در مادهٔ آلی واکنش (I) است.

۳) تغییر عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (I)، برابر ۲ بوده و متان در آن نقش کاهنده دارد.

۴) میل ترکیبی گاز B با اکسیژن هوا، بیش از ۲۰۰ برابر هموگلوبین خون بوده و این گاز بسیار سمی است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ کامل‌شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3H_2$$

$$II)\ \underbrace{CO}_{B} + \underbrace{2H_2}_{A} \rightarrow CH_3OH$$

A، همان گاز هیدروژن است که در واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب نیز به دست می‌آید:

مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید + آب ← گاز هیدروژن + فراورده‌های دیگر

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): مواد آلی موجود در واکنش‌های (I) و (II) به ترتیب CH_4 و CH_3OH هستند. جرم مولی این دو ماده به ترتیب ۱۶ و ۳۲ گرم بر مول است. از *اون‌جایی* که هر دو دارای یک اتم کربن هستند، می‌توان گفت درصد جرمی کربن در متانول، نصف متان است:

$$\text{درصد جرمی C در } CH_4 = \frac{1\times12}{16}\times100$$

$$\text{درصد جرمی C در } CH_3OH = \frac{1\times12}{32}\times100$$

گزینهٔ (۳): عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (I) از -4 در CH_4 به $+2$ در CO می‌رسد، یعنی ۶ واحد تغییر می‌کند.

گزینهٔ (۴): *برعکس گفته!* میل ترکیبی B (کربن مونوکسید) با هموگلوبین خون، بیش از ۲۰۰ برابر میل ترکیبی اکسیژن با هموگلوبین خون است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir