آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۲/تیر/۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	–	–
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	–	–
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴	–	–
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: محمد گودرزی ـ سروش موئینی	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ حمید گلزاری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراح: مصطفی دیداری کارشناسان علمی: سید عباس حسینی ـ سعید قندچی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها،زمان پاسخگویی،نوع چینش گزینه‌ها،نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات،سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

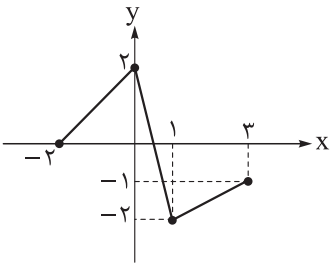
Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^۳ + kx^۲ - ۳$ بر چندجمله‌ای $x + ۲$ برابر ۱ باشد، مقدار k کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) ۳

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x) = f(\frac{x}{۲}) + ۱$ و محور x در ناحیهٔ چهارم دستگاه مختصات کدام است؟

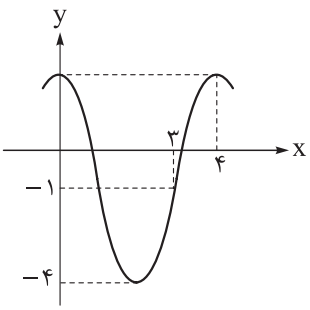


۱) ۲
۲) ۲/۲۵
۳) ۲/۵
۴) ۲/۷۵

۳- تابع f با دامنهٔ $[-۱,۳]$ اکیداً نزولی است. مجموع اعداد طبیعی دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x) = \sqrt{f(\log_۲(x+۱)) - f(\log_۲(۲x-۳))}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۴- بخشی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = a\cos bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{۴۰}{۳})$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $-\frac{۳}{۲}$
۴) $-\frac{۵}{۲}$

۵- اگر $\tan\alpha = ۲\tan\beta = ۵$ باشد، مقدار $\cot(\alpha - \beta)$ کدام است؟

۱) $-۵/۴$ ۲) $-۵/۲$ ۳) $-۶/۲$ ۴) $-۶/۴$

۶- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۲\sin^۲ x - \cos x - ۱ = ۰$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) ۳π ۳) ۴π ۴) ۵π

- حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{x + \sin^۳ x}{x^۳}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

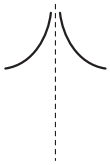
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- دو عدد طبیعی m و n مفروض‌اند. اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{nx^n-2x^2-1}{x^m-mx^2+1}=2$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $m\times n$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

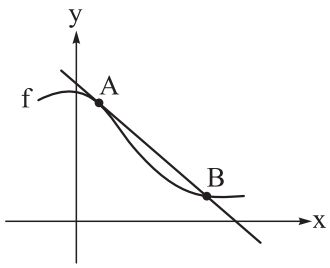
۹- خط $x=x_0$ مجانب قائم نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{a}{a^2-\cos\pi x}$ است. اگر نمودار این تابع در یک همسایگی x_0 مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟



۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ۴) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

۱۰- مطابق شکل زیر، خط مماس بر نمودار تابع f در نقطهٔ $A(1,4)$، نمودار را در نقطهٔ $B(3t+1,t)$ قطع می‌کند. اگر $f'(1)=-0/5$ باشد، مقدار t کدام است؟



۱) ۱/۶
۲) ۱/۸
۳) ۱/۲
۴) ۱/۴

۱۱- عرض از مبدأ نیم‌مماس راست تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|4-x^2|$ در $x=-2$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۲- اگر $f(x)=2x^3-x$ و $g(x)=2\sqrt{x}$ باشد، حاصل $(f-2g)'(4)$ کدام است؟

۱) ۹۵/۵ ۲) ۹۶ ۳) ۹۴ ۴) ۹۴/۵

۱- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\cos^3 4x$ مفروض است. مقدار $f''(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

۱) -48 ۲) -30 ۳) ۳۰ ۴) ۴۸

۱۴- نقاط بحرانی نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x-1)|x^2-1|$ تشکیل یک مثلث می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

۱) $\frac{32}{9}$ ۲) $\frac{32}{27}$ ۳) $\frac{16}{27}$ ۴) $\frac{7}{9}$

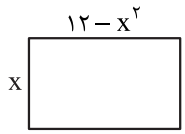
۱۵- مقدار مینیمم مطلق تابع f، با ضابطهٔ $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{9}{4}x$ روی بازهٔ $[0,2]$ کدام است؟

۱) $-\frac{9}{4}$ ۲) $-\frac{11}{6}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{15}{8}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع محیط مستطیل زیر (برحسب x)، زمانی که مقدار مساحت مستطیل ماکزیمم شود، کدام است؟



۱) -۶
۲) ۶
۳) ۳
۴) -۳

۱۷- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$ مفروض است. اگر $x=۱$ طول یکی از اکسترمم‌های نسبی و طول $x=-۱$ نقطهٔ عطف نمودار تابع f باشد، حاصل $a\times b$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۲۷ ۴) ۲۷

۱۸- در نمودار کدام تابع، جهت تقعر در مبدأ مختصات تغییر می‌کند، اما این نقطه عطف نیست؟

۱) $f(x)=x|x|$
۲) $g(x)=x^۲|x|$
۳) $h(x)=(x-۱)|x|-x$
۴) $k(x)=(x^۲-۱)|x|-x$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- اگر $A=[a_{ij}]_{۲\times۳}$ و $B=[b_{ij}]_{۳\times۲}$ به طوری که $a_{ij}=\begin{cases} i^۲-۱ & i=j \\ i+j & i>j \\ i-j & i<j \end{cases}$ و $b_{ij}=\begin{cases} ۴-j^۲ & i=j \\ j-i & i>j \\ i+j & i<j \end{cases}$، آن‌گاه درمینان ماتریس $A\times B$ کدام است؟

۱) ۳۱ ۲) ۳۲ ۳) ۳۳ ۴) ۳۴

۲- اگر $A=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان وارون ماتریس $A^{۲۳}+۲A^{۱۰}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) $۰/۲$ ۴) $-۰/۲$

۲۱- اگر A، ماتریسی وارون‌پذیر باشد، به طوری که $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۱ \\ ۱ & |A| & ۱ \\ ۰ & ۲ & |A| \end{bmatrix}$، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

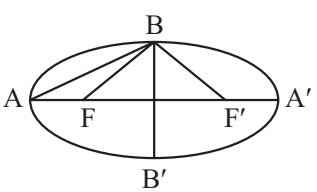
۲۲- سطح مقطع یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) یک خط
۲) دو خط موازی
۳) بیضی
۴) سهمی

۲۳- دو دایره با معادله‌های $x^۲+y^۲=۲$ و $x^۲+y^۲-۲x+۲y=۰$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) مماس داخل ۲) مماس خارج ۳) متقاطع ۴) متداخل

۲۴- در شکل زیر، رأس‌ها و کانون‌های بیضی مشخص شده‌اند. اگر نسبت مساحت مثلث BFF' به مساحت مثلث ABF سه برابر خروج از مرکز بیضی باشد، مقدار عددی خروج از مرکز کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- کانون سهمی $y^2 = 2x - 4y$ و نقاط تقاطع آن با محورهای مختصات، رأس‌های یک چندضلعی هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۶- از نقطهٔ $M(2,-1)$ مماسی بر دایره به معادلهٔ $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ رسم کرده‌ایم. کدام نقطهٔ زیر روی این خط مماس قرار دارد؟

۱) $(-3,2)$ ۲) $(1,-2)$

۳) $(3,1)$ ۴) $(3,-1)$

۲۷- چند نقطه با مختصات صحیح، در رابطهٔ $\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 < y \leq 3\}$ وجود دارد؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۲۸- نقطهٔ A به ارتفاع ۳ واقع بر محور zها و نقطهٔ B به طول و عرض ۱ روی صفحهٔ xy واقع است. فاصلهٔ نقطهٔ وسط پاره‌خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{2/75}$ ۲) $\sqrt{2/5}$

۳) $\sqrt{3/25}$ ۴) $\sqrt{3/5}$

۲- اگر $\vec{a} = \vec{j} + 10\vec{k}$، $\vec{b} = (4,1,5)$ و $\vec{c} = (1,-2,2)$، آن‌گاه طول تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b} + \vec{c}$، کدام است؟

۱) $4\sqrt{3}$ ۲) $4/2\sqrt{3}$

۳) $4/4\sqrt{3}$ ۴) $4/6\sqrt{3}$

۳- متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار $\vec{a} = (0,-1,1)$، $\vec{b} = (1,0,-1)$ و $\vec{c} = (0,-1,-1)$ را در نظر بگیرید. طول ارتفاعی از این متوازی‌السطوح که بر صفحهٔ شامل دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ وارد می‌شود، کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

۳) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) به ازای هر عدد طبیعی n داریم $(n+۲,n)=۲$.

۲) α و β اعداد گنگ و $\alpha+\beta$ گویا است. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$ عددی گنگ است.

۳) y و x دو عدد حقیقی دلخواه هستند: $(x-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰ \leftrightarrow x^۲+\frac{۱}{۲}(y^۲+۱)\geq x+xy$

۴) $A=\{۴,۵\}$ یک زیرمجموعه از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,...,۶\}$ است و $n\in S$، اگر $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ یک عدد زوج باشد، آن‌گاه $n\in A$.

۳۲- اگر $a>۱$، $a\mid ۹k+۴$ و $a\mid ۵k+۳$، کدام عدد ممکن است اول باشد؟ (اعداد گزینه‌ها بزرگ‌تر از ۳ هستند.)

۱) $(a-۱)q+۵$
۲) $(a-۱)q+۲$
۳) $(a-۱)q+۳$
۴) $(a-۱)q+۴$

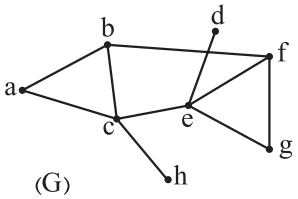
۳۳- $A=۱!+۲!+۳!+....+۱۰۰!$ بوده و دو عدد $(Aa-۵)$ و $(۴a-۷)$ رقم یکان برابر دارند، رقم یکانِ عدد $(a^۲+۷)$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۳۴- مجموع ارقام کوچک‌ترین جواب سه‌رقمی y که در معادلهٔ $۱۱x+۱۶y=۱۱۶$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

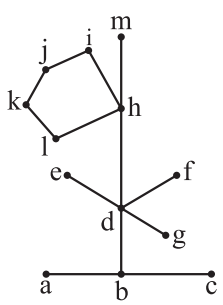
۳۵- کدام گزینه در مورد گراف G نادرست است؟



(G)

۱) $\Delta(\bar{G})+q(\bar{G})=۲۴$
۲) مجموعهٔ $N_G(a)\cap N_G(c)$ یک عضو دارد.
۳) طول بزرگ‌ترین مسیر در گراف برابر $q(G)-۲$ است.
۴) طول بزرگ‌ترین دور گراف برابر $p(G)-۲$ است.

۳۶- در شکل زیر، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو را برابر A در نظر می‌گیریم، حاصل $\gamma(G)+n(A)$ کدام است؟



۱) $\gamma(P_{۳۰})$
۲) $\gamma(P_{۳۱})$
۳) $\gamma(C_{۲۷})$
۴) $\gamma(C_{۳۴})$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷- ۸ دانش‌آموز در آزمایشگاه فیزیک به ۴ گروه ۲نفره تقسیم شده و همهٔ گروه‌ها آزمایش یکسانی را انجام می‌دهند. گروه‌بندی به چند صورت ممکن است انجام شود؟

۱) ۲۵۲۰
۲) ۶۳۰
۳) ۲۱۰
۴) ۱۰۵

۳۸- معادلهٔ $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$، چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_1 \geq 2$؟

۱) ۱۲
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۳۹- $m = 5$ و $n = 3$ است. تعداد راه‌های هدیه‌دادن m خودکار مختلف به n فرد به طوری که به هر فرد حداقل یکی برسد را برابر A و تعداد راه‌های هدیه‌دادن n خودکار مختلف به m نفر به طوری که به هر فرد حداکثر یکی برسد را B می‌گیریم. $\frac{A}{B}$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{2}$
۲) $\frac{5}{4}$
۳) $\frac{4}{5}$
۴) $\frac{2}{5}$

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعهٔ $\{2,6,10,...,98\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو عدد در بین اعداد انتخاب‌شده وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰۴ است؟

۱) ۱۳
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۶

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۲/تیر/۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	–	–
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	–	–
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ هادی حمزه‌پور ـ رضا سبزمیدانی نوید شاهی ـ مصطفی واثقی کارشناسان علمی: علیرضا جباری ـ سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ یاسر راش هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی‌پور محسن مجنونی ـ امیرحسین مسلمی کارشناسان علمی: یاشار ذریه ـ محمدمهدی کریمیان ـ مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی ـ امیرحسین مسلمی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، درست است؟

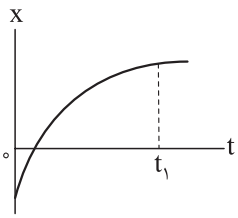
۱) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک از اندازهٔ سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است.

۲) بردار مکان متحرک در یک لحظه، برداری است که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند.

۳) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.

۴) سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.

۴۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. از لحظهٔ صفر تا t_1، کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

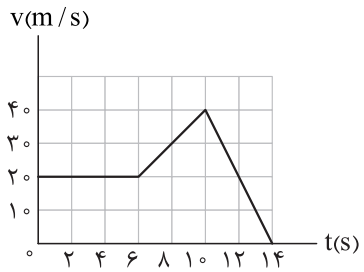
ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

پ) فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

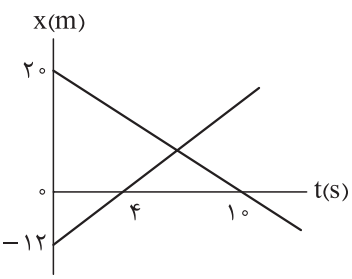
۱) الف و پ
۲) الف و ت
۳) ب و پ
۴) ب و ت

۴۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. متحرک در مبدأ زمان، در مکان $x_0 = -10\ m$ قرار دارد. به ترتیب از راست به چپ، اندازهٔ شتاب و اندازهٔ بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = 8\ s$، در SI کدام است؟



۱) ۱، ۱۶۰
۲) ۱، ۱۸۰
۳) ۵، ۱۶۰
۴) ۵، ۱۸۰

۴۴- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اندازهٔ بردار مکان همرسی دو متحرک برحسب متر کدام است؟



۱) ۶
۲) ۶/۴
۳) ۷
۴) ۷/۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x = +۹\ m$ سرعت متحرک $+۴\ m/s$ و در مکان $x = +۱۹\ m$ سرعت متحرک $+۱۸\ km/h$ باشد، اندازهٔ شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۰/۴۵
۲) ۰/۹
۳) ۱۵/۴
۴) ۳۰/۸

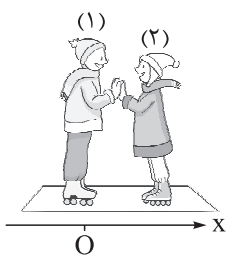
۴۶- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب $۲\ m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۳۶\ km/h$ از آن سبقت می‌گیرد. خودرو چند ثانیه پس از شروع حرکت خود، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۵۰
۴) ۱۰۰

۴۷- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، اندازهٔ سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۳۵
۴) ۴۰

۴۸- در شکل زیر، دو شخص به جرم‌های $۷۵\ kg$ و $۵۰\ kg$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $۱۵۰\ N$ شخص دوم را به طرف راست هُل می‌دهد. شتاب شخص اول و دوم به ترتیب از راست به چپ، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



۱) $۳\vec{i}\ ,\ ۲\vec{i}$
۲) $۲\vec{i}\ ,\ ۲\vec{i}$
۳) $۳\vec{i}\ ,\ -۲\vec{i}$
۴) $۲\vec{i}\ ,\ -۲\vec{i}$

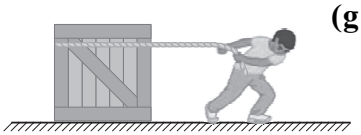
۴۹- فنری به طول $L_۰ = ۱۰\ cm$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنهٔ ۲۰۰گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = ۱۲\ cm$ می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۱۰
۲) $۱۰^۲$
۳) $۱۰^۳$
۴) $۱۰^۴$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- در شکل زیر، کارگری جعبهٔ ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی $۳۱۰\ N$ می‌کشد. اگر جرم جعبه $۱۰۰\ kg$ و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $۰/۳$ و $۰/۲۵$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جعبه و اندازهٔ شتاب جعبه، در SI کدام است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) $۰/۱،۳۰۰$
۲) ۳۰۰، صفر
۳) ۲۵۰، صفر
۴) $۰/۶،۲۵۰$

۵۱- چتربازی به جرم $۶۰\ kg$ مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به $۹۶۰\ N$ افزایش می‌یابد. شتاب چترباز در این لحظه، چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۱۶، بالا
۲) ۱۶، پایین
۳) ۶، بالا
۴) ۶، پایین

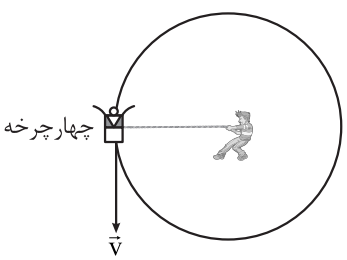
۵۲- توپی به جرم $۲۵۰\ g$ با تندی $۱۵\ m/s$ به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با تندی $۲۱\ m/s$ در جهت مخالف برگردد. اگر مشت بازیکن $۰/۰۶\ s$ با توپ در تماس باشد، اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ چند نیوتون است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۵
۳) ۱۵۰
۴) ۲۵۰

۵۳- اگر جرم ماهواره‌ای $۲۵۰\ kg$ باشد، وزن آن در ارتفاع ۳۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\ N/kg$ و شعاع کرهٔ زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

۱) $۱۰۲/۴$
۲) ۱۶۰
۳) ۱۰۲۴
۴) ۱۶۰۰

۵۴- در شکل زیر، شخصی یک چهارچرخه به جرم $۲۰\ kg$ را توسط طنابی به طول $۲\ m$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی به گونه‌ای می‌کشد تا چهارچرخه روی محیط دایره‌ای با تندی ثابت حرکت کند. اگر نیروی کشش طناب $۱۰۰\ N$ باشد، دورهٔ تناوب چهارچرخه چند ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

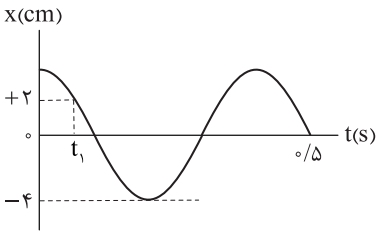
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دورهٔ تناوب ۲ s نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم ۲۰۰ g افزایش یابد، دورهٔ تناوب ۳ s می‌شود. m برابر چند کیلوگرم است؟

۱) ۰/۱۶
۲) ۱۶۰
۳) ۰/۴
۴) ۴۰۰

۵۶- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر جرم ـ فنری مطابق شکل زیر است. شتاب نوسانگر در لحظهٔ t_1 برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

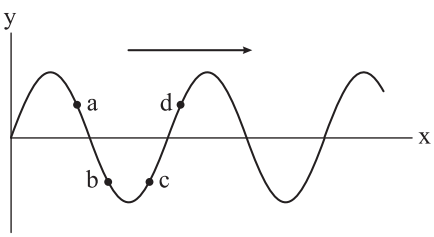


۱) $(\frac{۱}{۲}\pi^۲)\vec{i}$
۲) $(-\frac{۱}{۲}\pi^۲)\vec{i}$
۳) $(\pi^۲)\vec{i}$
۴) $(-\pi^۲)\vec{i}$

۵۷- جسمی به جرم ۱ kg به فنری افقی با ثابت ۶ N / cm متصل است. فنر به اندازهٔ ۹ cm فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم ۱/۶ m / s است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول خواهد بود؟

۱) ۱۱/۵
۲) ۱/۱۵
۳) ۱۲/۵
۴) ۱/۲۵

۵۸- شکل زیر، یک موج سینوسی را که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده‌شده‌ای حرکت می‌کند در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد، چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه، جهت حرکت کدام‌یک از این چهار جزء، در جهت محور y است؟



۱) a و b
۲) a و d
۳) b و c
۴) c و d

۵۹- سیمی با چگالی ۷/۸ g / cm^۳ و سطح مقطع ۰/۵ mm^۲ بین دو نقطه با نیروی ۱۵۶ N کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی در این سیم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۰۰
۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰- کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ امواج الکترومغناطیسی درست است؟

الف) در این امواج، میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.

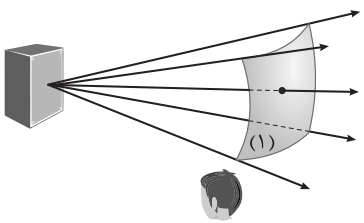
ب) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ در نتیجه این موج، عرضی است.

پ) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند و همواره هم‌اندازه‌اند.

ت) این امواج، انرژی را به صورت انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات محیط منتقل می‌کنند.

۱) الف و ب ۲) الف و پ ۳) ب و ت ۴) پ و ت

۶۱- تراز شدت صوت یک چشمهٔ صوت که انتشار صوت آن به صورت شکل زیر است، در سطح (۱) برابر ۸۰ dB است. اگر مساحت سطح (۱)، برابر $4\ m^2$ باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی از این سطح در SI کدام است؟ $(I_0 = 10^{-12}\ W/m^2)$



۱) 4×10^{-4}

۲) 4×10^{-8}

۳) $2/5\times10^{-4}$

۴) $2/5\times10^{-8}$

۶۲- کم‌ترین فاصلهٔ بین یک شخص و دیوار بلند مقابل آن چند متر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی صوت در هوا $340\ m/s$ است.)

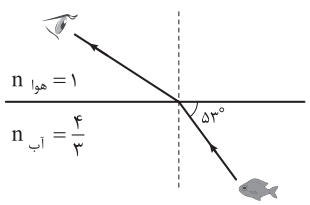
۱) ۳۴ ۲) ۱۷ ۳) ۳/۴ ۴) ۱/۷

۶۳- در کدام‌یک از موارد زیر، از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

۱) رادار دوپلری ۲) دستگاه سونار

۳) دستگاه لیتوتریپسی ۴) میکروفون سهموی

۶۴- مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد، تحت زاویهٔ 53° به مرز آب ـ هوا برخورد کرده است. زاویه‌ای که پرتوی شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، چند درجه است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8)$



۱) 37°

۲) 53°

۳) 30°

۴) 60°

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

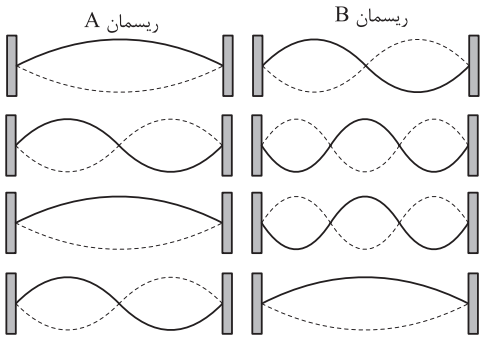
۶۵- در یک تشت موج، امواج سطحی آب با بسامد ۵ Hz تشکیل شده و فاصلهٔ دو برآمدگی متوالی آن ۲۵ cm است. موج وارد ناحیه‌ای با عمق کم‌تر شده و تندی انتشار آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. طول موج و بسامد امواج سطحی آب در ناحیهٔ کم‌عمق به ترتیب در SI کدام است؟

۱) ۲ / ۰، ۴ ۲) ۲ / ۰، ۵ ۳) ۳ / ۰، ۴ ۴) ۳ / ۰، ۵

۶۶- گوشی‌های همراه همواره با امواج رادیویی با بسامد ۲ GHz کار می‌کنند. این امواج تحت چه شرایطی از یک مانع بهتر پراشیده می‌شوند و به منطقهٔ سایهٔ مانع می‌رسند؟ ($c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s$)

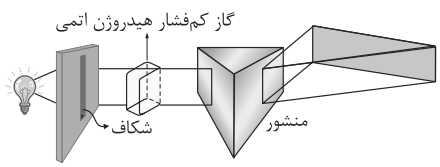
۱) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۳۰ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
۲) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱ m یا بزرگ‌تر از آن باشد.
۳) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱۵ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
۴) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱۵۰ cm یا بزرگ‌تر از آن باشد.

۶۷- ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر چهار وضعیت «الف» تا «ت» را نشان می‌دهد که در آن‌ها نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در چه تعداد از وضعیت‌های زیر، احتمال دارد که ریسمان‌های A و B در بسامد تشدیدی یکسان نوسان کنند؟

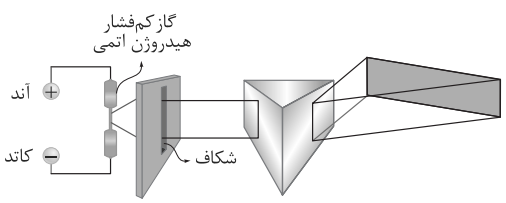


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۸- شکل‌های «الف» و «ب» طرحی از آزمایش‌های مربوط به تشکیل طیف اتمی را نشان می‌دهد. طیف‌های تشکیل‌شده روی پردهٔ شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از کدام نوع‌اند؟



(الف)



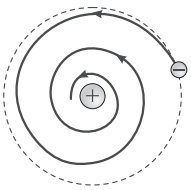
(ب)

۱) جذبی خطی، گسیلی پیوسته
۲) گسیلی خطی، جذبی خطی
۳) جذبی خطی، گسیلی خطی
۴) گسیلی پیوسته، گسیلی خطی

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹- با توجه به شکل زیر که مربوط به مسیر حرکت الکترون در مدل هسته‌ای اتم است، بنا بر فیزیک کلاسیک، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده توسط آن، به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟



۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۷۰- یک چشمهٔ نور مرئی با توان $100\ W$، فوتون‌هایی با طول موج $\lambda = 640\ nm$ گسیل می‌کند. چه تعداد فوتون در هر دقیقه از این چشمهٔ نور گسیل می‌شود؟ ($h = 4\times10^{-15}\ eV.s$ ،$e = 1/6\times10^{-19}\ C$ ،$c = 3\times10^{8}\ m/s$)

۱) 2×10^{21}
۲) 8×10^{21}
۳) 2×10^{22}
۴) 8×10^{22}

۷۱- طول موج دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ براکت ($n' = 4$) برابر چند میکرومتر است و این خط در کدام گسترهٔ طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع است؟ ($R = 0/01\ (nm)^{-1}$)

۱) ۰/۲۸۸، فروسرخ
۲) ۰/۲۸۸، فرابنفش
۳) ۲/۸۸، فروسرخ
۴) ۲/۸۸، فرابنفش

۷۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

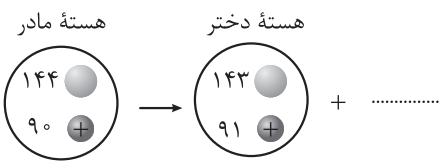
الف) در یک هستهٔ پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته، بزرگ‌تر از جرم هسته است.

ب) هر چه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن هسته کم‌تر است.

پ) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته، کوانتیده است.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

۷۳- شکل زیر، فرایند واپاشی توریم ۲۳۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل‌شده در این فرایند واپاشی کدام است؟



۱) آلفا
۲) گاما
۳) پوزیترون
۴) الکترون

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- پس از گذشت ۱۲ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{۱}{۸}$ تعداد موجود در آغاز، کاهش یافته است. نیمه‌عمر این ماده چند روز است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

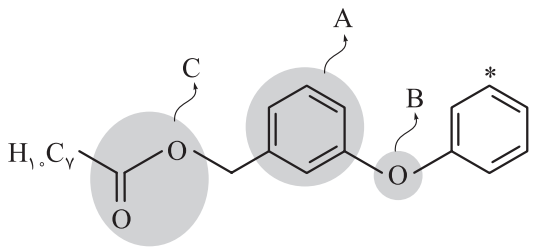
۷۵- در راکتورهای هسته‌ای، میله‌های کنترلِ آهنگ واکنش شکافت، معمولاً از چه موادی ساخته می‌شود؟

۱) بور، گرافیت
۲) کادمیم، بور
۳) گرافیت، کادمیم
۴) آب‌سنگین، گرافیت

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- ساختار زیر مربوط به یک سم قوی است که برای از بین بردن حشرات روی گیاهان استفاده می‌شود. کدام مورد نادرست است؟



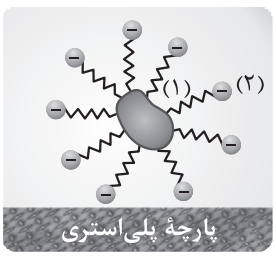
۱) قسمت‌های A و B در این مولکول به ترتیب ناقطبی و قطبی هستند.

۲) گروه C در ساختار روغن زیتون نیز وجود دارد.

۳) انحلال‌پذیری این ماده در آب بیشتر از انحلال‌پذیری آن در هگزان است.

۴) عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در این مولکول برابر ۱− است.

۷۷- با توجه به شکل زیر که مربوط به پاک‌شدن لکهٔ چربی توسط صابون از سطح پارچه است، کدام گزینه نادرست است؟



۱) بخش (۲) حاوی گروه $-COO^-$ بوده و با آب جاذبهٔ یون ـ دوقطبی تشکیل می‌دهد.

۲) بخش (۱) با لکهٔ چربی، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

۳) اگر جنس پارچه به نخی تغییر کند، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

۴) با افزایش دما برخلاف افزودن مقدار چشمگیری یون Mg^{2+} به آب، درصد لکهٔ باقی‌مانده روی پارچه کاهش می‌یابد.

۷۸- با توجه به ساختار مواد A، B و C، کدام مطلب درست است؟

A: $CH_3(CH_2)_2\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OK$

B: $CH_3-(CH_2)_{11}-C_6H_4-SO_3Na$

C: $CH_3(CH_2)_{16}\overset{\overset{O}{\|}}{C}-ONa$

۱) A، ساختار یک پاک‌کنندهٔ صابونی مایع و B، ساختار یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی را نشان می‌دهد.

۲) مخلوط آب، روغن و C، یک مخلوط ناهمگن اما پایدار است.

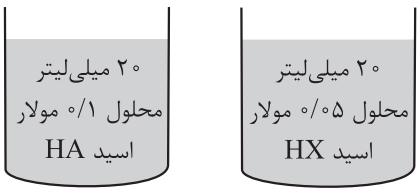
۳) C برخلاف B، در آب سخت حل نمی‌شود.

۴) با افزایش دما از $20^\circ C$ به $40^\circ C$، پاک‌کنندهٔ C به میزان بیشتری با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد و آن‌ها را از روی لباس می‌زداید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹- با توجه به شکل‌های زیر، اگر درجهٔ یونش اسید بسیار ضعیف HA، نصف درجهٔ یونش اسید بسیار ضعیف HX باشد، کدام گزینه نادرست است؟



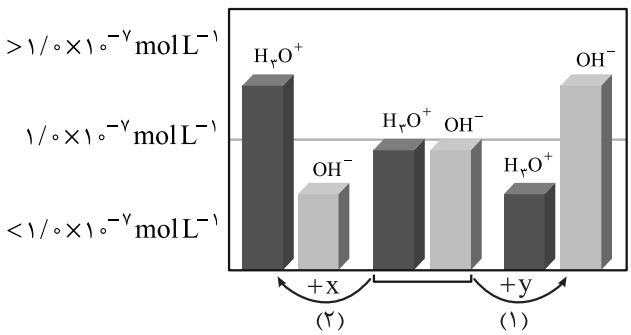
۱) pH دو محلول با هم برابر است.

۲) غلظت مولی یون X^- با غلظت مولی یون A^- برابر است.

۳) رسانایی الکتریکی محلول HX با رسانایی الکتریکی محلول HA برابر است.

۴) ثابت یونش اسید HA با ثابت یونش اسید HX، برابر است.

۸۰- با توجه به نمودار زیر که معیار نسبی از مقایسهٔ خصلت اسیدی و بازی محلول‌ها را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟



الف) فرایند خنثی‌شدن آب دریاچه‌های اسیدی با استفاده از آهک، از فرایند (۱) پیروی می‌کند.

ب) اگر دما $۲۵^\circ C$ باشد، پس از اضافه‌کردن مواد x و y، رابطهٔ $[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}$ در محلول‌های حاصل برقرار است.

پ) فرایند (۲) را می‌توان به تهیهٔ آب گازدار از آب خالص نسبت داد.

ت) x و y به ترتیب می‌توانند باریم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید باشند.

۱) «الف» و «ب»　　۲) «ب» و «پ»　　۳) «الف» و «ت»　　۴) «پ» و «ت»

۸۱- جدول زیر اطلاعاتی دربارهٔ دو محلول باز فرضی را نشان می‌دهد. ثابت یونش AOH به تقریب کدام است و اگر pH محلول XOH با pH محلول ۰/۰۳ مولار باریم هیدروکسید برابر باشد، x کدام است؟

	محلول بازی	غلظت مولی	درصد یونش
(I)	AOH	۰/۲	۵
(II)	XOH	x	۴

۱) $۱/۵\_۵\times۱۰^{-۴}$　　۲) $۰/۱۵\_۵\times۱۰^{-۴}$

۳) $۰/۱۵\_۲\times۱۰^{-۳}$　　۴) $۱/۵\_۲\times۱۰^{-۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- هر یک از توضیحات زیر را می‌توان به یکی از مواد درون کادر نسبت داد. کدام ماده با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد؟

$$C_2H_5OH\ ,\ HCOOH\ ,\ NH_3\ ,\ NaOH\ ,\ HI$$

الف) کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد و در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آن به طور قابل توجهی کم‌تر از محلول لیتیم نیترات است.

ب) با افزایش غلظت محلول آن، رسانایی الکتریکی آن تغییری نمی‌کند.

پ) در محلول ۰/۱ مولار آن، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۱مولار است.

ت) از آن به همراه پودر آلومینیم، برای بازکردن لوله‌های مسدودشده بر اثر تجمع چربی استفاده می‌شود.

۱) HI ۲) $HCOOH$ ۳) NH_3 ۴) C_2H_5OH

۸۳- برای خنثی‌کردن ۳۷ میلی‌گرم کلسیم هیدروکسید، به چند میلی‌لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با pH = ۲/۳ و درصد یونش ۱۵ درصد، نیاز است؟

$(\log 5 = 0/7\ ,\ Ca = 40\ ,\ O = 16\ ,\ H = 1 : g.mol^{-1})$

$Ca(OH)_2(s) + HF(aq) \rightarrow CaF_2(s) + H_2O(l)$ **(معادله موازنه شود.)**

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

۸۴- با توجه به عبارت‌های داده‌شده که مربوط به فلزهای A، B و C در دمای $25^\circ C$ هستند، کدام گزینه درست است؟

- **فقط فلزهای A و B با محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن تولید می‌کنند.**
- **قدرمطلق پتانسیل الکترودی A از B بزرگ‌تر است.**

۱) اگر قطعه‌ای از فلز C در داخل محلولی از کاتیون‌های A^{2+} قرار گیرد، پس از مدتی دمای محلول افزایش می‌یابد.

۲) در فرایند آبکاری قاشقی از جنس A با فلز C، قاشق به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.

۳) جهت حرکت آنیون‌ها در سلول گالوانی A و C، با جهت حرکت الکترون‌ها در سلول گالوانی A و B، همسو است.

۴) با گذشت زمان در سلول گالوانی حاصل از B و C، جرم تیغهٔ C افزایش می‌یابد.

۸۵- با مصرف ۵/۴ گرم آلومینیم مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ زیر، چند مول الکترون در واکنش مبادله می‌شود؟

$(Al = 27\ g.mol^{-1})$

$Al(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Al^{3+}(aq) + Cu(s)$

۱) ۱/۲ ۲) ۶ ۳) ۰/۶ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶- هنگامی که دو نیم‌سلول X و Y به هم وصل شوند، جریان الکتریکی از نیم‌سلول X به نیم‌سلول Y برقرار می‌شود و با اتصال نیم‌سلول X به SHE، الکترون‌ها از نیم‌سلول X به سمت SHE جاری می‌شوند. کدام مطلب دربارهٔ X و Y و سلول گالوانی حاصل از آن‌ها درست است؟

$$Y^{2+} + 2e^- \rightarrow Y \quad |E^\circ| = 0/34\ V$$
$$X^{2+} + 2e^- \rightarrow X \quad |E^\circ| = 0/25\ V$$

۱) قدرت کاهندگی فلز Y از فلز X بیشتر است.

۲) نیروی الکتروموتوری سلول برابر ۰/۰۹ است.

۳) غلظت X^{2+} با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

۴) کاتیون‌های موجود در محلول از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول X مهاجرت می‌کنند.

۸۷- کدام گزینه نادرست است؟

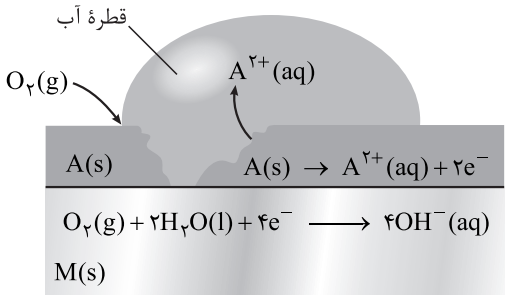
۱) در برقکافت آب، اطراف آند اسیدی بوده و گاز اکسیژن تولید می‌شود.

۲) سلول‌های سوختی ردپای CO_2 را کاهش می‌دهند، به همین دلیل منبع انرژی سبز به شمار می‌روند.

۳) اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی، برخلاف سوزاندن آن در موتور درون‌سوز، بازده را تا ۶۰ درصد افزایش می‌دهد.

۴) در سلول‌های گالوانی همانند سلول‌های الکترولیتی، یون‌ها به سمت قطب‌های با علامت موافق حرکت می‌کنند.

۸۸- با توجه به شکل زیر که مربوط به نوعی فرایند اکسایش ـ کاهش است، کدام گزینه درست است؟



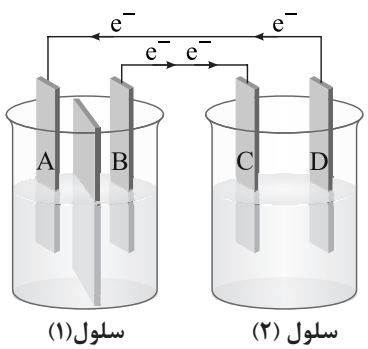
۱) قدرت کاهندگی فلز M از A بیشتر است.

۲) اگر محیط اسیدی شود، نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در این فرایند، همانند نیم‌واکنش کاهش سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن خواهد بود.

۳) اگر فلز M آهن باشد و به جای فلز A از Sn استفاده کنیم، در صورت خراش، قلع اکسید می‌شود.

۴) اگر فلزهای A و M، به ترتیب روی و آهن باشند، از این نوع آهن می‌توان در بسته‌بندی مواد غذایی استفاده کرد.

۸۹- با توجه به شکل زیر که اتصال یک سلول گالوانی را به یک سلول الکترولیتی نشان می‌دهد، کدام مورد، نادرست است؟



۱) سلول (۱)، گالوانی و سلول (۲)، الکترولیتی است.

۲) آند سلول (۱)، الکترود B است.

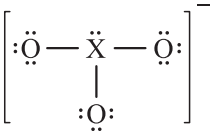
۳) قطب منفی سلول (۲)، الکترود D است.

۴) فرایند $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$، در سلول (۲) می‌تواند انجام شود.

محل انجام محاسبات

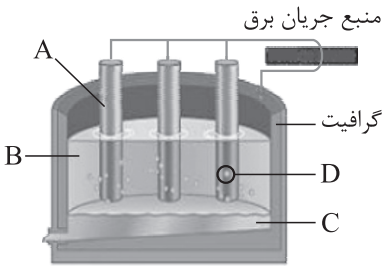
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- با توجه به ساختار زیر، عنصر X در گروه ..... جدول تناوبی قرار دارد و عدد اکسایش آن برابر با ..... است. (عدد اتمی عنصر X بزرگ‌تر از ۱۰ می‌باشد.)



۱) ۱۷، +۵
۲) ۱۷، +۷
۳) ۱۵، +۵
۴) ۱۵، −۳

۹۱- با توجه به شکل زیر (مربوط به فرایند هال)، کدام گزینه درست است؟



۱) ستون A به قطب منفی باتری متصل بوده و همانند دیوارهٔ داخلی سلول، از جنس گرافیت است.
۲) D مربوط به حباب‌های گاز CO_2 است که در کاتد تولید می‌شود.
۳) چگالی B از C کم‌تر بوده و C مربوط به الکترولیت مورد استفاده در این سلول است.
۴) میزان انرژی لازم برای تولید هر قوطی آلومینیم در آن، بیش از ۱۴ برابر انرژی لازم در بازیافت همان مقدار آلومینیم است.

۹۲- با توجه به جدول زیر که مربوط به مواد سازندهٔ نوعی خاک رس است، کدام گزینه نادرست است؟

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Na_2O	Fe_2O_3	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

۱) عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، نوعی ترکیب یونی است و طول موج‌های مربوط به نور قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند.
۲) با گرم‌کردن مقداری از این خاک رس و کاهش رطوبت آن، درصد جرمی سیلیس به ۵۰٪ می‌تواند برسد.
۳) در میان گونه‌های سازندهٔ این خاک، انواع مواد کووالانسی، یونی، مولکولی و فلزی دیده می‌شود.
۴) درصد جرمی جامد کووالانسی موجود در خاک رس، از جامد مولکولی بیشتر و از مجموع درصد جرمی جامدات یونی کم‌تر است.

۹۳- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

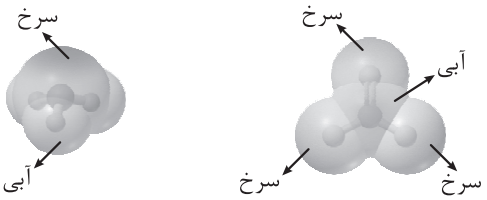
الف) آنتالپی پیوند Si — Si از C — Si، کم‌تر و سختی سیلیسیم کربید از سیلیسیم، بیشتر است.
ب) Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس (Si_2O) یافت می‌شود.
پ) گرافیت همانند الماس، شبکه‌ای غول‌آسا از اتم‌های کربن با چینش سه‌بعدی است.
ت) گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که برخلاف آن، شفاف و انعطاف‌پذیر است.

۱) درست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست
۲) درست ـ درست ـ نادرست ـ نادرست
۳) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست
۴) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی دو مولکول می‌باشد، کدام گزینه به طور حتم درست است؟



(A) **(B)**

۱) مولکول A برخلاف مولکول B در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

۲) اتم مرکزی در مولکول A از اتم با بار جزئی منفی در مولکول B، خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

۳) در مولکول B همانند مولکول A، توزیع الکترون‌ها متقارن و یکنواخت است.

۴) کربن تتراکلرید در دمای اتاق مایع بوده و همانند مولکول‌های B، قطبی است.

۹۵- با توجه به جدول زیر که نقطهٔ ذوب و جوش چند مادهٔ خالص را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

ماده	A	B	D
نقطهٔ ذوب ($^{\circ}C$)	−۲۱۸	۶۸۱	
نقطهٔ جوش ($^{\circ}C$)	−۱۸۳	۱۳۳۰	−۱۱۲

۱) مادهٔ A یک مادهٔ مولکولی است.

۲) اگر گسترهٔ دمایی مایع‌بودن مادهٔ D برابر $80^{\circ}C$ باشد، نقطهٔ ذوب آن ۸۱ کلوین است.

۳) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، انتخاب مادهٔ B به عنوان شارهٔ ذخیره‌کنندهٔ انرژی گرمایی خورشید، منطقی‌تر است.

۴) ساختار ذره‌ای $SiC(s)$ می‌تواند مشابه مواد A و B باشد.

۹۶- در کدام گزینه، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی به درستی مقایسه شده است؟

۱) $NaCl < KCl < LiF$

۲) $K_2O < Na_2O < CaO$

۳) $MgO < Li_2O < Al_2O_3$

۴) $LiCl < NaCl < KBr$

۹۷- کدام گزینه در مورد جامدهای فلزی نادرست است؟

۱) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکهٔ بلوری فلز حفظ می‌کند.

۲) شبکهٔ بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی نیست.

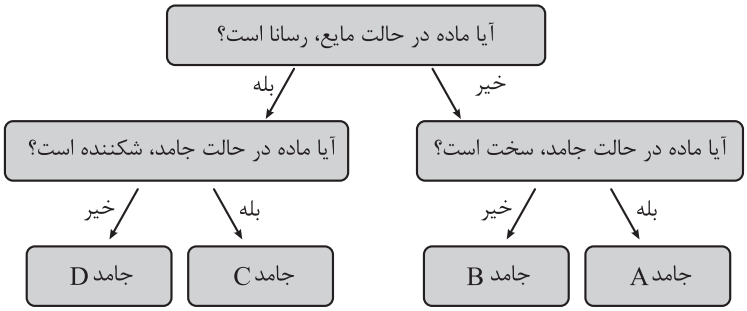
۳) فلزها در حالت جامد و مذاب، رسانای جریان برق هستند.

۴) براساس مدل دریای الکترونی، در فضای میان کاتیون‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم فلزی، آزادانه حرکت می‌کنند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸- با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب درست است؟



۱) سیلیسیم کربید ماده‌ای در دستهٔ A و نیتینول، ماده‌ای از دستهٔ C است.

۲) در جامدهای نوع C، با افزایش جرم مولی، نقطهٔ ذوب افزایش می‌یابد و در جامدهای نوع D، مقدار عددی پتانسیل کاهشی استاندارد، یکی از عوامل مؤثر بر واکنش‌پذیری عنصر است.

۳) اغلب ترکیب‌های آلی در دستهٔ B قرار دارند و عناصر اصلی تشکیل‌دهندهٔ جامدهای نوع A، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.

۴) مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ بوکسیت و ماده‌ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی می‌شود، به ترتیب در دسته‌های D و A قرار دارند.

۹۹- کدام مورد درست است؟

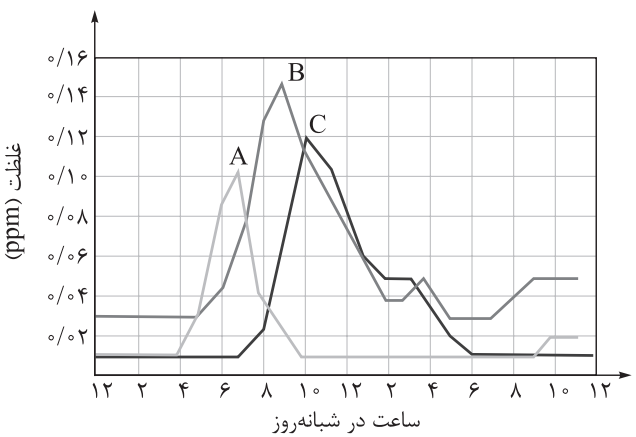
۱) رنگ‌های پوششی از نوع مخلوط‌های همگن هستند و افزون بر زیبایی، از خوردگی فلزها جلوگیری می‌کنند.

۲) فلزی که به جای فولاد در ساخت پروانهٔ کشتی استفاده می‌شود، دومین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای است.

۳) از نظر مقاومت در برابر سایش، تیتانیم نسبت به فولاد برتر است.

۴) دوده، یک رنگدانهٔ آلی است که همهٔ طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

۱۰- با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی آلاینده‌ها در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



۱) گاز B موجب قهوه‌ای‌رنگ‌شدن هوای آلوده می‌شود.

۲) در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید کم‌تر است.

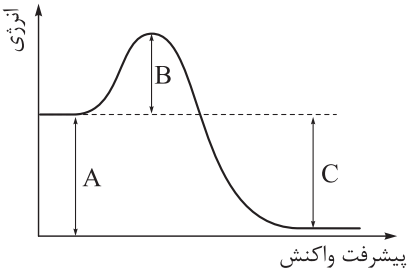
۳) از واکنش گاز B و اکسیژن در حضور نور خورشید، گازهای C و A تولید می‌شود.

۴) گاز B در هواکره، به شکل مولکول‌های دواتمی نیز وجود دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- با توجه به نمودار زیر، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟



الف) کدام‌یک از حروف، نشان‌دهندهٔ آنتالپی واکنش است؟

ب) در حضور کاتالیزگر، کدام قسمت تغییر می‌کند؟

پ) این نمودار مربوط به کدام فرایند $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$ یا $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ می‌تواند باشد؟

۱) C، B، تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید
۲) C، B، تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید
۳) B، A، تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید
۴) B، A، تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید

۱۰- با توجه به سامانه‌های تعادلی زیر، کدام گزینه درست است؟ $(O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1})$

I) $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$

II) $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$

III) $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$

۱) افزایش فشار در دمای ثابت، باعث جابه‌جایی تعادل (III) در جهت رفت می‌شود.

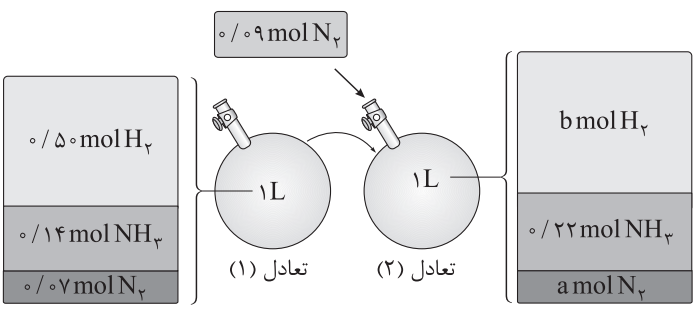
۲) کاهش دما، سبب پررنگ‌ترشدن سامانهٔ تعادلی (II) می‌شود.

۳) در دمای ثابت، انتقال واکنش (I) به ظرف کوچک‌تر، سبب جابه‌جاشدن آن در جهت برگشت می‌شود.

۴) اگر در تعادل (I) در یک ظرف یک‌لیتری، مقدار SO_2، SO_3 و O_2 به ترتیب برابر با ۱/۲۸، ۲/۳ و ۳/۲ گرم باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش برابر ۴۰ است.

۱۰- در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل گازی $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در دمای $200^\circ C$ برقرار است. هرگاه در دمای ثابت، مقدار ۰/۰۹ مول N_2 به ظرف تعادل افزوده شود، مجموع مقادیر a و b کدام است؟

۱) ۰/۷۴
۲) ۰/۵۰
۳) ۰/۳۴
۴) ۰/۶۰



محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- با توجه به واکنش‌های زیر که تبدیل چند مادهٔ آلی را به یکدیگر نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) $A + H_2O \xrightarrow{H^+} B$

(۲) $B + C \xrightarrow{H^+}$ اتیل استات

(۳) $A +$ محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات $\longrightarrow D$

(۴) $D + E \longrightarrow PET$

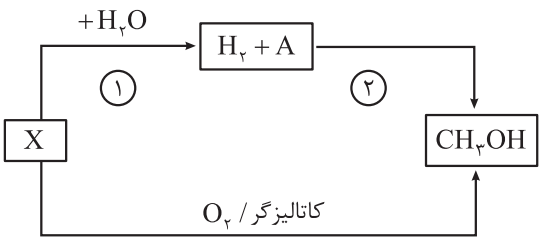
۱) از B به عنوان ضدعفونی‌کننده در بیمارستان‌ها استفاده می‌شود.

۲) شمار پیوندهای اشتراکی مولکول C، ۱ واحد از شمار پیوندهای اشتراکی مولکول D، کم‌تر است.

۳) ترکیب E را برخلاف D، می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۴) در واکنش گاز A با گاز هیدروژن‌کلرید، فراورده‌ای تولید می‌شود که به عنوان افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی کاربرد دارد.

۱۰۵- با توجه به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول است، کدام گزینه نادرست است؟



۱) مادهٔ A نوعی مولکول دواتمی بوده که ناپایدارتر از فراوردهٔ گازی واکنش سوختن کامل متان در دمای اتاق است.

۲) برای انجام مرحلهٔ (۱) همانند مرحلهٔ (۲)، به کاتالیزگر نیاز است.

۳) منابع مادهٔ X، زیست‌گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل هستند.

۴) فشار مورد نیاز برای انجام مرحلهٔ (۲)، از فشار در شرایط بهینهٔ تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۲/تیر/۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	–	–
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	–	–
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴	–	–
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: محمد گودرزی ـ سروش موئینی	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ حمید گلزاری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراح: مصطفی دیداری کارشناسان علمی: سید عباس حسینی ـ سعید قندچی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها،زمان پاسخگویی،نوع چینش گزینه‌ها،نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات،سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

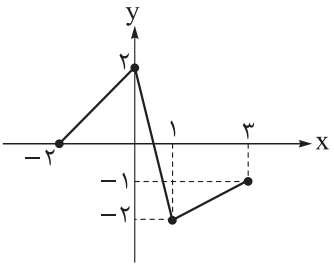
Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^۳ + kx^۲ - ۳$ بر چندجمله‌ای $x + ۲$ برابر ۱ باشد، مقدار k کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) ۳

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x) = f(\frac{x}{۲}) + ۱$ و محور x در ناحیهٔ چهارم دستگاه مختصات کدام است؟

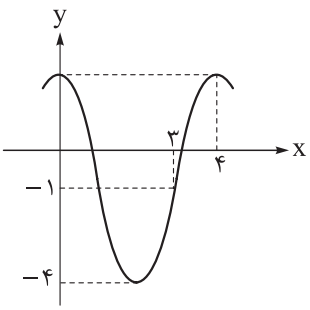


۱) ۲
۲) ۲/۲۵
۳) ۲/۵
۴) ۲/۷۵

۳- تابع f با دامنهٔ $[-۱,۳]$ اکیداً نزولی است. مجموع اعداد طبیعی دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x) = \sqrt{f(\log_۲(x+۱)) - f(\log_۲(۲x-۳))}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۴- بخشی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = a\cos bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{۴۰}{۳})$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $-\frac{۳}{۲}$
۴) $-\frac{۵}{۲}$

۵- اگر $\tan\alpha = ۲\tan\beta = ۵$ باشد، مقدار $\cot(\alpha - \beta)$ کدام است؟

۱) $-۵/۴$ ۲) $-۵/۲$ ۳) $-۶/۲$ ۴) $-۶/۴$

۶- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۲\sin^۲ x - \cos x - ۱ = ۰$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) ۳π ۳) ۴π ۴) ۵π

۷- حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{x + \sin^۳ x}{x^۳}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

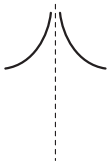
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- دو عدد طبیعی m و n مفروض‌اند. اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{nx^n-2x^2-1}{x^m-mx^2+1}=2$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $m\times n$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

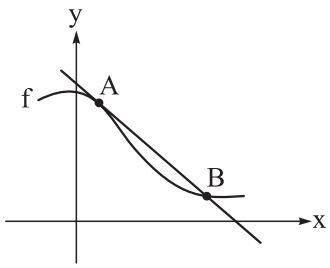
۹- خط $x=x_0$ مجانب قائم نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{a}{a^2-\cos\pi x}$ است. اگر نمودار این تابع در یک همسایگی x_0 مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟



۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ۴) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

۱۰- مطابق شکل زیر، خط مماس بر نمودار تابع f در نقطهٔ $A(1,4)$، نمودار را در نقطهٔ $B(3t+1,t)$ قطع می‌کند. اگر $f'(1)=-0/5$ باشد، مقدار t کدام است؟



۱) ۱/۶
۲) ۱/۸
۳) ۱/۲
۴) ۱/۴

۱۱- عرض از مبدأ نیم‌مماس راست تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|4-x^2|$ در $x=-2$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۲- اگر $f(x)=2x^3-x$ و $g(x)=2\sqrt{x}$ باشد، حاصل $(f-2g)'(4)$ کدام است؟

۱) ۹۵/۵ ۲) ۹۶ ۳) ۹۴ ۴) ۹۴/۵

۱۳- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\cos^3 4x$ مفروض است. مقدار $f''(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

۱) -48 ۲) -30 ۳) ۳۰ ۴) ۴۸

۱۴- نقاط بحرانی نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x-1)|x^2-1|$ تشکیل یک مثلث می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

۱) $\frac{32}{9}$ ۲) $\frac{32}{27}$ ۳) $\frac{16}{27}$ ۴) $\frac{7}{9}$

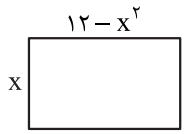
۱۵- مقدار مینیمم مطلق تابع f، با ضابطهٔ $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{9}{4}x$ روی بازهٔ $[0,2]$ کدام است؟

۱) $-\frac{9}{4}$ ۲) $-\frac{11}{6}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{15}{8}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع محیط مستطیل زیر (برحسب x)، زمانی که مقدار مساحت مستطیل ماکزیمم شود، کدام است؟



۱) -۶
۲) ۶
۳) ۳
۴) -۳

۱۷- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$ مفروض است. اگر $x=۱$ طول یکی از اکسترمم‌های نسبی و طول $x=-۱$ نقطهٔ عطف نمودار تابع f باشد، حاصل $a\times b$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۲۷ ۴) ۲۷

۱۸- در نمودار کدام تابع، جهت تقعر در مبدأ مختصات تغییر می‌کند، اما این نقطه عطف نیست؟

۱) $f(x)=x|x|$
۲) $g(x)=x^۲|x|$
۳) $h(x)=(x-۱)|x|-x$
۴) $k(x)=(x^۲-۱)|x|-x$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- اگر $A=[a_{ij}]_{۲\times۳}$ و $B=[b_{ij}]_{۳\times۲}$ به طوری که $a_{ij}=\begin{cases} i^۲-۱ & i=j \\ i+j & i>j \\ i-j & i<j \end{cases}$ و $b_{ij}=\begin{cases} ۴-j^۲ & i=j \\ j-i & i>j \\ i+j & i<j \end{cases}$، آن‌گاه درمینان ماتریس $A\times B$ کدام است؟

۱) ۳۱ ۲) ۳۲ ۳) ۳۳ ۴) ۳۴

۲۰- اگر $A=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان وارون ماتریس $A^{۲۳}+۲A^{۱۰}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) $۰/۲$ ۴) $-۰/۲$

۲۱- اگر A، ماتریسی وارون‌پذیر باشد، به طوری که $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۱ \\ ۱ & |A| & ۱ \\ ۰ & ۲ & |A| \end{bmatrix}$، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

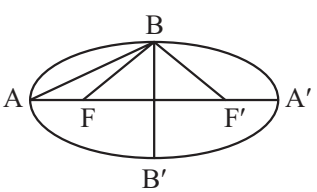
۲۲- سطح مقطع یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) یک خط
۲) دو خط موازی
۳) بیضی
۴) سهمی

۲۳- دو دایره با معادله‌های $x^۲+y^۲=۲$ و $x^۲+y^۲-۲x+۲y=۰$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) مماس داخل ۲) مماس خارج ۳) متقاطع ۴) متداخل

۲۴- در شکل زیر، رأس‌ها و کانون‌های بیضی مشخص شده‌اند. اگر نسبت مساحت مثلث BFF' به مساحت مثلث ABF سه برابر خروج از مرکز بیضی باشد، مقدار عددی خروج از مرکز کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- کانون سهمی $y^2 = 2x - 4y$ و نقاط تقاطع آن با محورهای مختصات، رأس‌های یک چندضلعی هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۶- از نقطهٔ $M(2,-1)$ مماسی بر دایره به معادلهٔ $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ رسم کرده‌ایم. کدام نقطهٔ زیر روی این خط مماس قرار دارد؟

۱) $(-3,2)$ ۲) $(1,-2)$

۳) $(3,1)$ ۴) $(3,-1)$

۲۷- چند نقطه با مختصات صحیح، در رابطهٔ $\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 < y \leq 3\}$ وجود دارد؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۲۸- نقطهٔ A به ارتفاع ۳ واقع بر محور zها و نقطهٔ B به طول و عرض ۱ روی صفحهٔ xy واقع است. فاصلهٔ نقطهٔ وسط پاره‌خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۲/۷۵}$ ۲) $\sqrt{۲/۵}$

۳) $\sqrt{۳/۲۵}$ ۴) $\sqrt{۳/۵}$

۲۹- اگر $\vec{a} = \vec{j} + ۱۰\vec{k}$، $\vec{b} = (۴,۱,۵)$ و $\vec{c} = (۱,-۲,۲)$، آن‌گاه طول تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b} + \vec{c}$، کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۳}$ ۲) $۴/۲\sqrt{۳}$

۳) $۴/۴\sqrt{۳}$ ۴) $۴/۶\sqrt{۳}$

۳۰- متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار $\vec{a} = (۰,-۱,۱)$، $\vec{b} = (۱,۰,-۱)$ و $\vec{c} = (۰,-۱,-۱)$ را در نظر بگیرید. طول ارتفاعی از این متوازی‌السطوح که بر صفحهٔ شامل دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ وارد می‌شود، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}\sqrt{۳}$

۳) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) به ازای هر عدد طبیعی n داریم $(n+۲,n)=۲$.

۲) α و β اعداد گنگ و $\alpha+\beta$ گویا است. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$ عددی گنگ است.

۳) y و x دو عدد حقیقی دلخواه هستند: $(x-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰ \leftrightarrow x^۲+\frac{۱}{۲}(y^۲+۱)\geq x+xy$

۴) $A=\{۴,۵\}$ یک زیرمجموعه از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,...,۶\}$ است و $n\in S$، اگر $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ یک عدد زوج باشد، آن‌گاه $n\in A$.

۳۲- اگر $a>۱$، $a\mid ۹k+۴$ و $a\mid ۵k+۳$، کدام عدد ممکن است اول باشد؟ (اعداد گزینه‌ها بزرگ‌تر از ۳ هستند.)

۱) $(a-۱)q+۵$
۲) $(a-۱)q+۲$
۳) $(a-۱)q+۳$
۴) $(a-۱)q+۴$

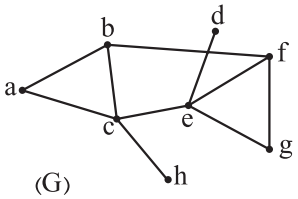
۳۳- $A=۱!+۲!+۳!+....+۱۰۰!$ بوده و دو عدد $(Aa-۵)$ و $(۴a-۷)$ رقم یکان برابر دارند، رقم یکانِ عدد $(a^۲+۷)$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۳۴- مجموع ارقام کوچک‌ترین جواب سه‌رقمی y که در معادلهٔ $۱۱x+۱۶y=۱۱۶$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

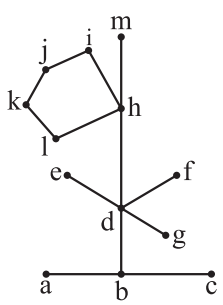
۳۵- کدام گزینه در مورد گراف G نادرست است؟



(G)

۱) $\Delta(\bar{G})+q(\bar{G})=۲۴$
۲) مجموعهٔ $N_G(a)\cap N_G(c)$ یک عضو دارد.
۳) طول بزرگ‌ترین مسیر در گراف برابر $q(G)-۲$ است.
۴) طول بزرگ‌ترین دور گراف برابر $p(G)-۲$ است.

۳۶- در شکل زیر، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو را برابر A در نظر می‌گیریم، حاصل $\gamma(G)+n(A)$ کدام است؟



۱) $\gamma(P_{۳۰})$
۲) $\gamma(P_{۳۱})$
۳) $\gamma(C_{۲۷})$
۴) $\gamma(C_{۳۴})$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷- ۸ دانش‌آموز در آزمایشگاه فیزیک به ۴ گروه ۲نفره تقسیم شده و همهٔ گروه‌ها آزمایش یکسانی را انجام می‌دهند. گروه‌بندی به چند صورت ممکن است انجام شود؟

۱) ۲۵۲۰
۲) ۶۳۰
۳) ۲۱۰
۴) ۱۰۵

۳۸- معادلهٔ $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$، چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_1 \geq 2$؟

۱) ۱۲
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۳۹- $m = 5$ و $n = 3$ است. تعداد راه‌های هدیه‌دادن m خودکار مختلف به n فرد به طوری که به هر فرد حداقل یکی برسد را برابر A و تعداد راه‌های هدیه‌دادن n خودکار مختلف به m نفر به طوری که به هر فرد حداکثر یکی برسد را B می‌گیریم. $\frac{A}{B}$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{2}$
۲) $\frac{5}{4}$
۳) $\frac{4}{5}$
۴) $\frac{2}{5}$

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعهٔ $\{2,6,10,...,98\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو عدد در بین اعداد انتخاب‌شده وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰۴ است؟

۱) ۱۳
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۶

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۲/تیر/۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	–	–
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	–	–
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ هادی حمزه‌پور ـ رضا سبزمیدانی نوید شاهی ـ مصطفی واثقی کارشناسان علمی: علیرضا جباری ـ سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ یاسر راش هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی‌پور محسن مجنونی ـ امیرحسین مسلمی کارشناسان علمی: یاشار ذریه ـ محمدمهدی کریمیان ـ مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی ـ امیرحسین مسلمی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، درست است؟

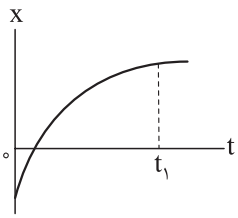
۱) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک از اندازهٔ سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است.

۲) بردار مکان متحرک در یک لحظه، برداری است که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند.

۳) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.

۴) سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.

۴۲- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. از لحظهٔ صفر تا t_1، کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

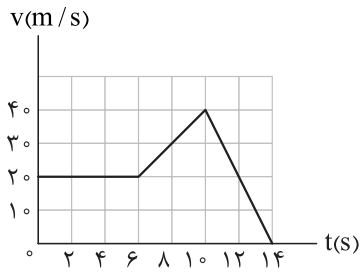
ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

پ) فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

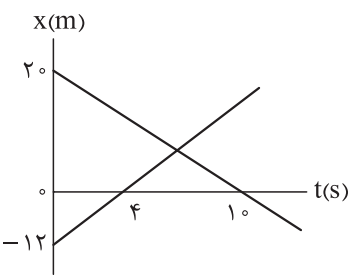
۱) الف و پ
۲) الف و ت
۳) ب و پ
۴) ب و ت

۴۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. متحرک در مبدأ زمان، در مکان $x_0 = -10\ m$ قرار دارد. به ترتیب از راست به چپ، اندازهٔ شتاب و اندازهٔ بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = 8\ s$، در SI کدام است؟



۱) ۱، ۱۶۰
۲) ۱، ۱۸۰
۳) ۵، ۱۶۰
۴) ۵، ۱۸۰

۴۴- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اندازهٔ بردار مکان همرسی دو متحرک برحسب متر کدام است؟



۱) ۶
۲) ۶/۴
۳) ۷
۴) ۷/۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x = +۹\ m$ سرعت متحرک $+۴\ m/s$ و در مکان $x = +۱۹\ m$ سرعت متحرک $+۱۸\ km/h$ باشد، اندازهٔ شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۰/۴۵
۲) ۰/۹
۳) ۱۵/۴
۴) ۳۰/۸

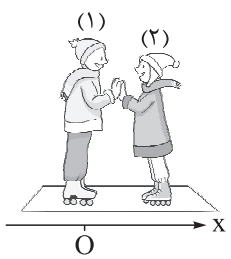
۴۶- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب $۲\ m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۳۶\ km/h$ از آن سبقت می‌گیرد. خودرو چند ثانیه پس از شروع حرکت خود، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۵۰
۴) ۱۰۰

۴۷- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، اندازهٔ سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۳۵
۴) ۴۰

۴۸- در شکل زیر، دو شخص به جرم‌های $۷۵\ kg$ و $۵۰\ kg$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $۱۵۰\ N$ شخص دوم را به طرف راست هُل می‌دهد. شتاب شخص اول و دوم به ترتیب از راست به چپ، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



۱) $۳\vec{i}\ ,\ ۲\vec{i}$
۲) $۲\vec{i}\ ,\ ۲\vec{i}$
۳) $۳\vec{i}\ ,\ -۲\vec{i}$
۴) $۲\vec{i}\ ,\ -۲\vec{i}$

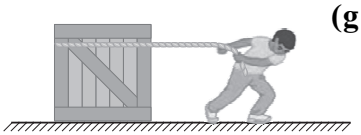
۴۹- فنری به طول $L_۰ = ۱۰\ cm$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنهٔ ۲۰۰گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = ۱۲\ cm$ می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۱۰
۲) $۱۰^۲$
۳) $۱۰^۳$
۴) $۱۰^۴$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- در شکل زیر، کارگری جعبهٔ ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی $۳۱۰\ N$ می‌کشد. اگر جرم جعبه $۱۰۰\ kg$ و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $۰/۳$ و $۰/۲۵$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جعبه و اندازهٔ شتاب جعبه، در SI کدام است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) $۱۳۰۰، ۰/۰$
۲) $۳۰۰،$ صفر
۳) $۲۵۰،$ صفر
۴) $۲۵۰، ۰/۶$

۵۱- چتربازی به جرم $۶۰\ kg$ مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به $۹۶۰\ N$ افزایش می‌یابد. شتاب چترباز در این لحظه، چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) $۱۶،$ بالا
۲) $۱۶،$ پایین
۳) $۶،$ بالا
۴) $۶،$ پایین

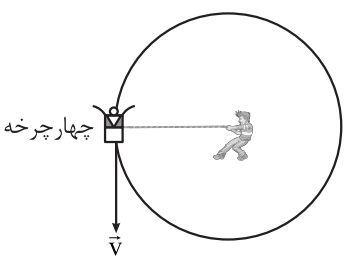
۵۲- توپی به جرم $۲۵۰\ g$ با تندی $۱۵\ m/s$ به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با تندی $۲۱\ m/s$ در جهت مخالف برگردد. اگر مشت بازیکن $۰/۰۶\ s$ با توپ در تماس باشد، اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ چند نیوتون است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۵
۳) ۱۵۰
۴) ۲۵۰

۵۳- اگر جرم ماهواره‌ای $۲۵۰\ kg$ باشد، وزن آن در ارتفاع ۳۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\ N/kg$ و شعاع کرهٔ زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

۱) $۱۰۲/۴$
۲) ۱۶۰
۳) ۱۰۲۴
۴) ۱۶۰۰

۵۴- در شکل زیر، شخصی یک چهارچرخه به جرم $۲۰\ kg$ را توسط طنابی به طول $۲\ m$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی به گونه‌ای می‌کشد تا چهارچرخه روی محیط دایره‌ای با تندی ثابت حرکت کند. اگر نیروی کشش طناب $۱۰۰\ N$ باشد، دورهٔ تناوب چهارچرخه چند ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

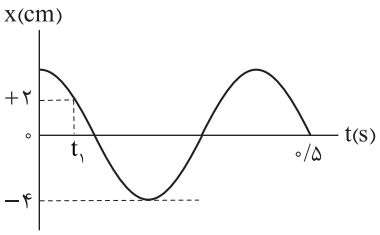
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دورهٔ تناوب $2\ s$ نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم $200\ g$ افزایش یابد، دورهٔ تناوب $3\ s$ می‌شود. m برابر چند کیلوگرم است؟

۱) $0/16$
۲) 160
۳) $0/4$
۴) 400

۵۶- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر جرم ـ فنری مطابق شکل زیر است. شتاب نوسانگر در لحظهٔ t_1 برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

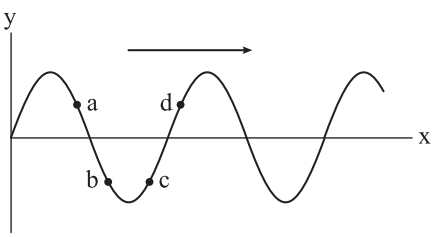


۱) $(\frac{1}{2}\pi^2)\vec{i}$
۲) $(-\frac{1}{2}\pi^2)\vec{i}$
۳) $(\pi^2)\vec{i}$
۴) $(-\pi^2)\vec{i}$

۵۷- جسمی به جرم $1\ kg$ به فنری افقی با ثابت $6\ N/cm$ متصل است. فنر به اندازهٔ $9\ cm$ فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم $1/6\ m/s$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول خواهد بود؟

۱) $11/5$
۲) $1/15$
۳) $12/5$
۴) $1/25$

۵۸- شکل زیر، یک موج سینوسی را که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده‌شده‌ای حرکت می‌کند در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد، چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه، جهت حرکت کدام‌یک از این چهار جزء، در جهت محور y است؟



۱) a و b
۲) a و d
۳) b و c
۴) c و d

۵۹- سیمی با چگالی $7/8\ g/cm^3$ و سطح مقطع $0/5\ mm^2$ بین دو نقطه با نیروی $156\ N$ کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی در این سیم چند متر بر ثانیه است؟

۱) 10
۲) 20
۳) 100
۴) 200

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰- کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ امواج الکترومغناطیسی درست است؟

الف) در این امواج، میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.

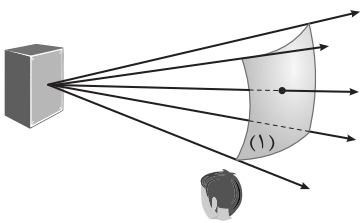
ب) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ در نتیجه این موج، عرضی است.

پ) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند و همواره هم‌اندازه‌اند.

ت) این امواج، انرژی را به صورت انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات محیط منتقل می‌کنند.

۱) الف و ب ۲) الف و پ ۳) ب و ت ۴) پ و ت

۶۱- تراز شدت صوت یک چشمهٔ صوت که انتشار صوت آن به صورت شکل زیر است، در سطح (۱) برابر ۸۰ dB است. اگر مساحت سطح (۱)، برابر $4\ m^2$ باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی از این سطح در SI کدام است؟ $(I_0 = 10^{-12}\ W/m^2)$



۱) 4×10^{-4}

۲) 4×10^{-8}

۳) $2/5\times10^{-4}$

۴) $2/5\times10^{-8}$

۶۲- کم‌ترین فاصلهٔ بین یک شخص و دیوار بلند مقابل آن چند متر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی صوت در هوا $340\ m/s$ است.)

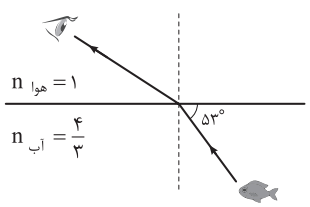
۱) ۳۴ ۲) ۱۷ ۳) ۳/۴ ۴) ۱/۷

۶۳- در کدام‌یک از موارد زیر، از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

۱) رادار دوپلری ۲) دستگاه سونار

۳) دستگاه لیتوتریپسی ۴) میکروفون سهموی

۶۴- مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد، تحت زاویهٔ 53° به مرز آب ـ هوا برخورد کرده است. زاویه‌ای که پرتوی شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، چند درجه است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8)$



۱) 37°

۲) 53°

۳) 30°

۴) 60°

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

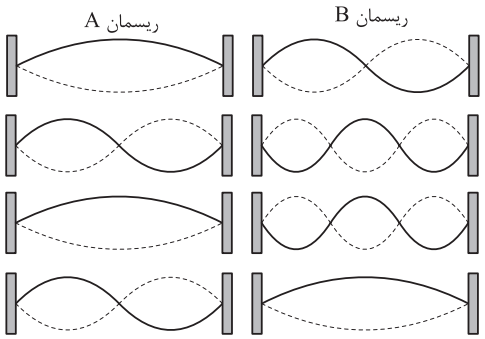
۶۵- در یک تشت موج، امواج سطحی آب با بسامد ۵ Hz تشکیل شده و فاصلهٔ دو برآمدگی متوالی آن ۲۵ cm است. موج وارد ناحیه‌ای با عمق کم‌تر شده و تندی انتشار آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. طول موج و بسامد امواج سطحی آب در ناحیهٔ کم‌عمق به ترتیب در SI کدام است؟

۱) ۴ ، ۰/۲ ۲) ۵ ، ۰/۲ ۳) ۴ ، ۰/۳ ۴) ۵ ، ۰/۳

۶۶- گوشی‌های همراه همواره با امواج رادیویی با بسامد ۲ GHz کار می‌کنند. این امواج تحت چه شرایطی از یک مانع بهتر پراشیده می‌شوند و به منطقهٔ سایهٔ مانع می‌رسند؟ ($c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s$)

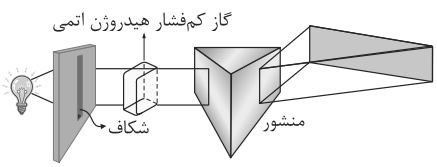
۱) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۳۰ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
۲) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱ m یا بزرگ‌تر از آن باشد.
۳) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱۵ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.
۴) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱۵۰ cm یا بزرگ‌تر از آن باشد.

۶۷- ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر چهار وضعیت «الف» تا «ت» را نشان می‌دهد که در آن‌ها نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در چه تعداد از وضعیت‌های زیر، احتمال دارد که ریسمان‌های A و B در بسامد تشدیدی یکسان نوسان کنند؟

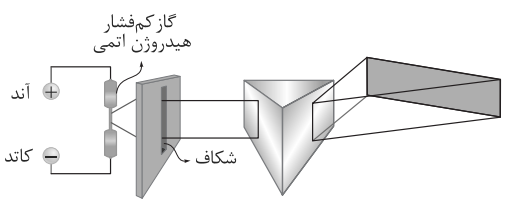


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۸- شکل‌های «الف» و «ب» طرحی از آزمایش‌های مربوط به تشکیل طیف اتمی را نشان می‌دهد. طیف‌های تشکیل‌شده روی پردهٔ شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از کدام نوع‌اند؟



(الف)



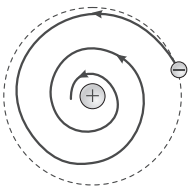
(ب)

۱) جذبی خطی، گسیلی پیوسته
۲) گسیلی خطی، جذبی خطی
۳) جذبی خطی، گسیلی خطی
۴) گسیلی پیوسته، گسیلی خطی

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹- با توجه به شکل زیر که مربوط به مسیر حرکت الکترون در مدل هسته‌ای اتم است، بنا بر فیزیک کلاسیک، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده توسط آن، به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟



۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۷۰- یک چشمهٔ نور مرئی با توان $100\ W$، فوتون‌هایی با طول موج $\lambda = 640\ nm$ گسیل می‌کند. چه تعداد فوتون در هر دقیقه از این چشمهٔ نور گسیل می‌شود؟ ($h = 4\times10^{-15}\ eV.s$ ،$e = 1/6\times10^{-19}\ C$ ،$c = 3\times10^{8}\ m/s$)

۱) 2×10^{21}
۲) 8×10^{21}
۳) 2×10^{22}
۴) 8×10^{22}

۷۱- طول موج دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ براکت ($n' = 4$) برابر چند میکرومتر است و این خط در کدام گسترهٔ طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع است؟ ($R = 0/01\ (nm)^{-1}$)

۱) ۲۸۸ / ۰، فروسرخ
۲) ۲۸۸ / ۰، فرابنفش
۳) ۸۸ / ۲، فروسرخ
۴) ۸۸ / ۲، فرابنفش

۷۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

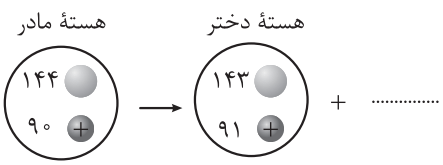
الف) در یک هستهٔ پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته، بزرگ‌تر از جرم هسته است.

ب) هر چه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن هسته کم‌تر است.

پ) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته، کوانتیده است.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

۷۳- شکل زیر، فرایند واپاشی توریم ۲۳۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل‌شده در این فرایند واپاشی کدام است؟



۱) آلفا
۲) گاما
۳) پوزیترون
۴) الکترون

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- پس از گذشت ۱۲ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{۱}{۸}$ تعداد موجود در آغاز، کاهش یافته است. نیمه‌عمر این ماده چند روز است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

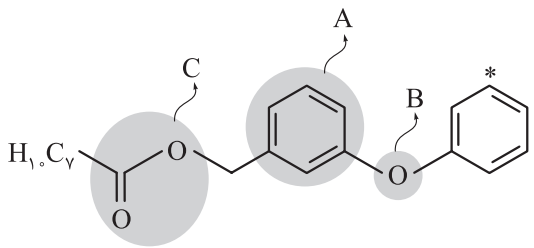
۷۵- در راکتورهای هسته‌ای، میله‌های کنترلِ آهنگ واکنش شکافت، معمولاً از چه موادی ساخته می‌شود؟

۱) بور، گرافیت
۲) کادمیم، بور
۳) گرافیت، کادمیم
۴) آب‌سنگین، گرافیت

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- ساختار زیر مربوط به یک سم قوی است که برای از بین بردن حشرات روی گیاهان استفاده می‌شود. کدام مورد نادرست است؟



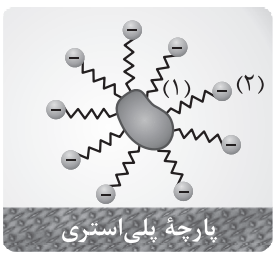
۱) قسمت‌های A و B در این مولکول به ترتیب ناقطبی و قطبی هستند.

۲) گروه C در ساختار روغن زیتون نیز وجود دارد.

۳) انحلال‌پذیری این ماده در آب بیشتر از انحلال‌پذیری آن در هگزان است.

۴) عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در این مولکول برابر ۱− است.

۷۷- با توجه به شکل زیر که مربوط به پاک‌شدن لکهٔ چربی توسط صابون از سطح پارچه است، کدام گزینه نادرست است؟



۱) بخش (۲) حاوی گروه $-COO^-$ بوده و با آب جاذبهٔ یون ـ دوقطبی تشکیل می‌دهد.

۲) بخش (۱) با لکهٔ چربی، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

۳) اگر جنس پارچه به نخی تغییر کند، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

۴) با افزایش دما برخلاف افزودن مقدار چشمگیری یون Mg^{2+} به آب، درصد لکهٔ باقی‌مانده روی پارچه کاهش می‌یابد.

۷۸- با توجه به ساختار مواد A، B و C، کدام مطلب درست است؟

A: $CH_3(CH_2)_2\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OK$

B: $CH_3-(CH_2)_{11}-C_6H_4-SO_3Na$

C: $CH_3(CH_2)_{16}\overset{\overset{O}{\|}}{C}-ONa$

۱) A، ساختار یک پاک‌کنندهٔ صابونی مایع و B، ساختار یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی را نشان می‌دهد.

۲) مخلوط آب، روغن و C، یک مخلوط ناهمگن اما پایدار است.

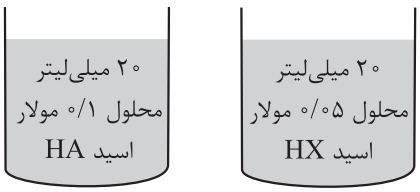
۳) C برخلاف B، در آب سخت حل نمی‌شود.

۴) با افزایش دما از $20^\circ C$ به $40^\circ C$، پاک‌کنندهٔ C به میزان بیشتری با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد و آن‌ها را از روی لباس می‌زداید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹- با توجه به شکل‌های زیر، اگر درجهٔ یونش اسید بسیار ضعیف HA، نصف درجهٔ یونش اسید بسیار ضعیف HX باشد، کدام گزینه نادرست است؟



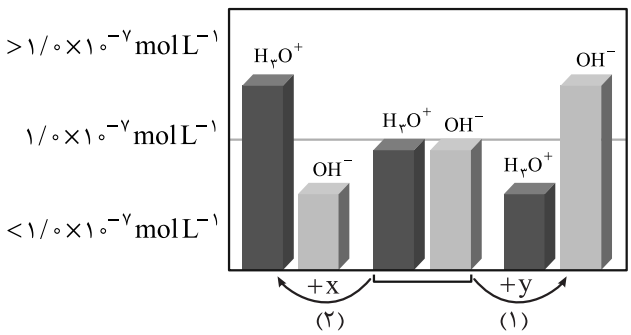
۱) pH دو محلول با هم برابر است.

۲) غلظت مولی یون X^- با غلظت مولی یون A^- برابر است.

۳) رسانایی الکتریکی محلول HX با رسانایی الکتریکی محلول HA برابر است.

۴) ثابت یونش اسید HA با ثابت یونش اسید HX، برابر است.

۸۰- با توجه به نمودار زیر که معیار نسبی از مقایسهٔ خصلت اسیدی و بازی محلول‌ها را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟



الف) فرایند خنثی‌شدن آب دریاچه‌های اسیدی با استفاده از آهک، از فرایند (۱) پیروی می‌کند.

ب) اگر دما $۲۵^\circ C$ باشد، پس از اضافه‌کردن مواد x و y، رابطهٔ $[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}$ در محلول‌های حاصل برقرار است.

پ) فرایند (۲) را می‌توان به تهیهٔ آب گازدار از آب خالص نسبت داد.

ت) x و y به ترتیب می‌توانند باریم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید باشند.

۱) «الف» و «ب»　　۲) «ب» و «پ»　　۳) «الف» و «ت»　　۴) «پ» و «ت»

۸۱- جدول زیر اطلاعاتی دربارهٔ دو محلول باز فرضی را نشان می‌دهد. ثابت یونش AOH به تقریب کدام است و اگر pH محلول XOH با pH محلول ۰/۰۳ مولار باریم هیدروکسید برابر باشد، x کدام است؟

	محلول بازی	غلظت مولی	درصد یونش
(I)	AOH	۰/۲	۵
(II)	XOH	x	۴

۱) $۱/۵\_۵\times۱۰^{-۴}$　　۲) $۰/۱۵\_۵\times۱۰^{-۴}$

۳) $۰/۱۵\_۲\times۱۰^{-۳}$　　۴) $۱/۵\_۲\times۱۰^{-۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- هر یک از توضیحات زیر را می‌توان به یکی از مواد درون کادر نسبت داد. کدام ماده با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد؟

$$C_2H_5OH\ ,\ HCOOH\ ,\ NH_3\ ,\ NaOH\ ,\ HI$$

الف) کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد و در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آن به طور قابل توجهی کم‌تر از محلول لیتیم نیترات است.

ب) با افزایش غلظت محلول آن، رسانایی الکتریکی آن تغییری نمی‌کند.

پ) در محلول ۰/۱ مولار آن، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۱مولار است.

ت) از آن به همراه پودر آلومینیم، برای بازکردن لوله‌های مسدودشده بر اثر تجمع چربی استفاده می‌شود.

۱) HI ۲) $HCOOH$ ۳) NH_3 ۴) C_2H_5OH

۸۳- برای خنثی‌کردن ۳۷ میلی‌گرم کلسیم هیدروکسید، به چند میلی‌لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با pH = ۲/۳ و درصد یونش ۱۵ درصد، نیاز است؟

$(\log 5 = 0/7\ ,\ Ca = 40\ ,\ O = 16\ ,\ H = 1 : g.mol^{-1})$

$Ca(OH)_2(s) + HF(aq) \rightarrow CaF_2(s) + H_2O(l)$ **(معادله موازنه شود.)**

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

۸۴- با توجه به عبارت‌های داده‌شده که مربوط به فلزهای A، B و C در دمای $25^\circ C$ هستند، کدام گزینه درست است؟

- **فقط فلزهای A و B با محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن تولید می‌کنند.**
- **قدرمطلق پتانسیل الکترودی A از B بزرگ‌تر است.**

۱) اگر قطعه‌ای از فلز C در داخل محلولی از کاتیون‌های A^{2+} قرار گیرد، پس از مدتی دمای محلول افزایش می‌یابد.

۲) در فرایند آبکاری قاشقی از جنس A با فلز C، قاشق به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.

۳) جهت حرکت آنیون‌ها در سلول گالوانی A و C، با جهت حرکت الکترون‌ها در سلول گالوانی A و B، همسو است.

۴) با گذشت زمان در سلول گالوانی حاصل از B و C، جرم تیغهٔ C افزایش می‌یابد.

۸۵- با مصرف ۵/۴ گرم آلومینیم مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ زیر، چند مول الکترون در واکنش مبادله می‌شود؟

$(Al = 27\ g.mol^{-1})$

$Al(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Al^{3+}(aq) + Cu(s)$

۱) ۱/۲ ۲) ۶ ۳) ۰/۶ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶- هنگامی که دو نیم‌سلول X و Y به هم وصل شوند، جریان الکتریکی از نیم‌سلول X به نیم‌سلول Y برقرار می‌شود و با اتصال نیم‌سلول X به SHE، الکترون‌ها از نیم‌سلول X به سمت SHE جاری می‌شوند. کدام مطلب دربارهٔ X و Y و سلول گالوانی حاصل از آن‌ها درست است؟

$$Y^{2+} + 2e^- \rightarrow Y \quad |E^\circ| = 0/34\ V$$
$$X^{2+} + 2e^- \rightarrow X \quad |E^\circ| = 0/25\ V$$

۱) قدرت کاهندگی فلز Y از فلز X بیشتر است.

۲) نیروی الکتروموتوری سلول برابر ۰/۰۹ است.

۳) غلظت X^{2+} با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

۴) کاتیون‌های موجود در محلول از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول X مهاجرت می‌کنند.

۸۷- کدام گزینه نادرست است؟

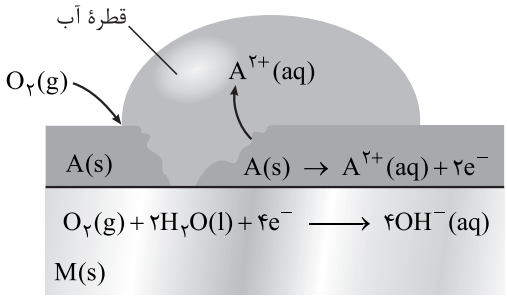
۱) در برقکافت آب، اطراف آند اسیدی بوده و گاز اکسیژن تولید می‌شود.

۲) سلول‌های سوختی ردپای CO_2 را کاهش می‌دهند، به همین دلیل منبع انرژی سبز به شمار می‌روند.

۳) اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی، برخلاف سوزاندن آن در موتور درون‌سوز، بازده را تا ۶۰ درصد افزایش می‌دهد.

۴) در سلول‌های گالوانی همانند سلول‌های الکترولیتی، یون‌ها به سمت قطب‌های با علامت موافق حرکت می‌کنند.

۸۸- با توجه به شکل زیر که مربوط به نوعی فرایند اکسایش ـ کاهش است، کدام گزینه درست است؟



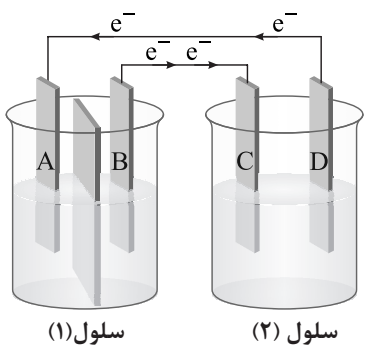
۱) قدرت کاهندگی فلز M از A بیشتر است.

۲) اگر محیط اسیدی شود، نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در این فرایند، همانند نیم‌واکنش کاهش سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن خواهد بود.

۳) اگر فلز M آهن باشد و به جای فلز A از Sn استفاده کنیم، در صورت خراش، قلع اکسید می‌شود.

۴) اگر فلزهای A و M، به ترتیب روی و آهن باشند، از این نوع آهن می‌توان در بسته‌بندی مواد غذایی استفاده کرد.

۸۹- با توجه به شکل زیر که اتصال یک سلول گالوانی را به یک سلول الکترولیتی نشان می‌دهد، کدام مورد، نادرست است؟



۱) سلول (۱)، گالوانی و سلول (۲)، الکترولیتی است.

۲) آند سلول (۱)، الکترود B است.

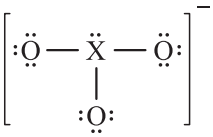
۳) قطب منفی سلول (۲)، الکترود D است.

۴) فرایند $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$، در سلول (۲) می‌تواند انجام شود.

محل انجام محاسبات

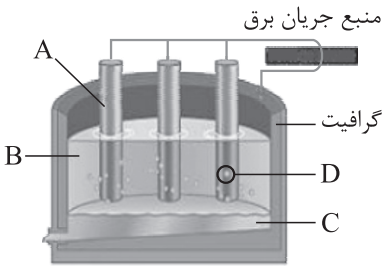
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- با توجه به ساختار زیر، عنصر X در گروه ..... جدول تناوبی قرار دارد و عدد اکسایش آن برابر با ..... است. (عدد اتمی عنصر X بزرگ‌تر از ۱۰ می‌باشد.)



۱) ۱۷، +۵
۲) ۱۷، +۷
۳) ۱۵، +۵
۴) ۱۵، −۳

۹۱- با توجه به شکل زیر (مربوط به فرایند هال)، کدام گزینه درست است؟



۱) ستون A به قطب منفی باتری متصل بوده و همانند دیوارهٔ داخلی سلول، از جنس گرافیت است.
۲) D مربوط به حباب‌های گاز CO_2 است که در کاتد تولید می‌شود.
۳) چگالی B از C کم‌تر بوده و C مربوط به الکترولیت مورد استفاده در این سلول است.
۴) میزان انرژی لازم برای تولید هر قوطی آلومینیم در آن، بیش از ۱۴ برابر انرژی لازم در بازیافت همان مقدار آلومینیم است.

۹۲- با توجه به جدول زیر که مربوط به مواد سازندهٔ نوعی خاک رس است، کدام گزینه نادرست است؟

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Na_2O	Fe_2O_3	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

۱) عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، نوعی ترکیب یونی است و طول موج‌های مربوط به نور قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند.
۲) با گرم‌کردن مقداری از این خاک رس و کاهش رطوبت آن، درصد جرمی سیلیس به ۵۰٪ می‌تواند برسد.
۳) در میان گونه‌های سازندهٔ این خاک، انواع مواد کووالانسی، یونی، مولکولی و فلزی دیده می‌شود.
۴) درصد جرمی جامد کووالانسی موجود در خاک رس، از جامد مولکولی بیشتر و از مجموع درصد جرمی جامدات یونی کم‌تر است.

۹۳- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

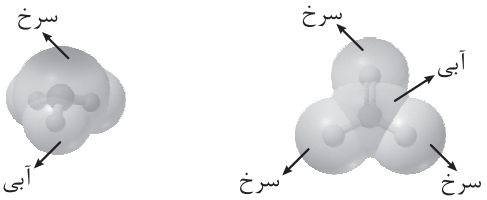
الف) آنتالپی پیوند Si — Si از C — Si، کم‌تر و سختی سیلیسیم کربید از سیلیسیم، بیشتر است.
ب) Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس (Si_2O) یافت می‌شود.
پ) گرافیت همانند الماس، شبکه‌ای غول‌آسا از اتم‌های کربن با چینش سه‌بعدی است.
ت) گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که برخلاف آن، شفاف و انعطاف‌پذیر است.

۱) درست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست
۲) درست ـ درست ـ نادرست ـ نادرست
۳) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست
۴) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی دو مولکول می‌باشد، کدام گزینه به طور حتم درست است؟



(A) **(B)**

۱) مولکول A برخلاف مولکول B در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

۲) اتم مرکزی در مولکول A از اتم با بار جزئی منفی در مولکول B، خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

۳) در مولکول B همانند مولکول A، توزیع الکترون‌ها متقارن و یکنواخت است.

۴) کربن تتراکلرید در دمای اتاق مایع بوده و همانند مولکول‌های B، قطبی است.

۹۵- با توجه به جدول زیر که نقطهٔ ذوب و جوش چند مادهٔ خالص را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

ماده	A	B	D
نقطهٔ ذوب ($^{\circ}C$)	−۲۱۸	۶۸۱	
نقطهٔ جوش ($^{\circ}C$)	−۱۸۳	۱۳۳۰	−۱۱۲

۱) مادهٔ A یک مادهٔ مولکولی است.

۲) اگر گسترهٔ دمایی مایع‌بودن مادهٔ D برابر $80^{\circ}C$ باشد، نقطهٔ ذوب آن ۸۱ کلوین است.

۳) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، انتخاب مادهٔ B به عنوان شارهٔ ذخیره‌کنندهٔ انرژی گرمایی خورشید، منطقی‌تر است.

۴) ساختار ذره‌ای $SiC(s)$ می‌تواند مشابه مواد A و B باشد.

۹۶- در کدام گزینه، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی به درستی مقایسه شده است؟

۱) $NaCl < KCl < LiF$

۲) $K_2O < Na_2O < CaO$

۳) $MgO < Li_2O < Al_2O_3$

۴) $LiCl < NaCl < KBr$

۹۷- کدام گزینه در مورد جامدهای فلزی نادرست است؟

۱) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکهٔ بلوری فلز حفظ می‌کند.

۲) شبکهٔ بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی نیست.

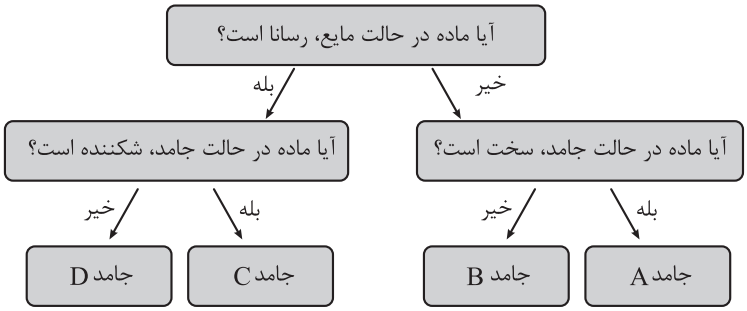
۳) فلزها در حالت جامد و مذاب، رسانای جریان برق هستند.

۴) براساس مدل دریای الکترونی، در فضای میان کاتیون‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم فلزی، آزادانه حرکت می‌کنند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸- با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب درست است؟



۱) سیلیسیم کربید ماده‌ای در دستهٔ A و نیتینول، ماده‌ای از دستهٔ C است.

۲) در جامدهای نوع C، با افزایش جرم مولی، نقطهٔ ذوب افزایش می‌یابد و در جامدهای نوع D، مقدار عددی پتانسیل کاهشی استاندارد، یکی از عوامل مؤثر بر واکنش‌پذیری عنصر است.

۳) اغلب ترکیب‌های آلی در دستهٔ B قرار دارند و عناصر اصلی تشکیل‌دهندهٔ جامدهای نوع A، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.

۴) مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ بوکسیت و ماده‌ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی می‌شود، به ترتیب در دسته‌های D و A قرار دارند.

۹۹- کدام مورد درست است؟

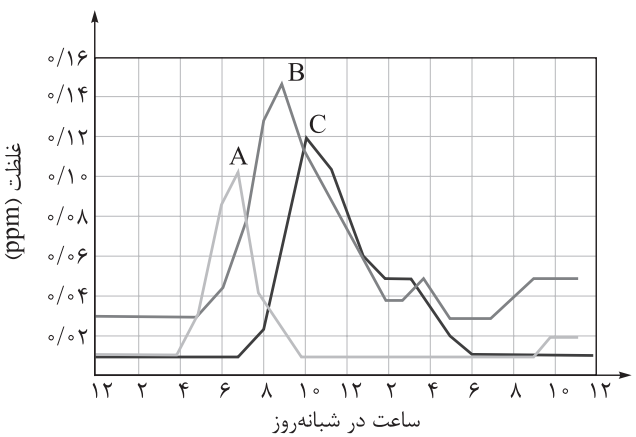
۱) رنگ‌های پوششی از نوع مخلوط‌های همگن هستند و افزون بر زیبایی، از خوردگی فلزها جلوگیری می‌کنند.

۲) فلزی که به جای فولاد در ساخت پروانهٔ کشتی استفاده می‌شود، دومین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای است.

۳) از نظر مقاومت در برابر سایش، تیتانیم نسبت به فولاد برتر است.

۴) دوده، یک رنگدانهٔ آلی است که همهٔ طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

۱۰۰- با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی آلاینده‌ها در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



۱) گاز B موجب قهوه‌ای‌رنگ‌شدن هوای آلوده می‌شود.

۲) در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید کم‌تر است.

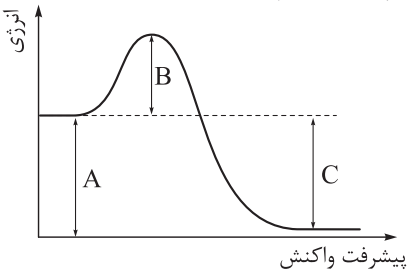
۳) از واکنش گاز B و اکسیژن در حضور نور خورشید، گازهای C و A تولید می‌شود.

۴) گاز B در هواکره، به شکل مولکول‌های دواتمی نیز وجود دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱- با توجه به نمودار زیر، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟



الف) کدام‌یک از حروف، نشان‌دهندهٔ آنتالپی واکنش است؟

ب) در حضور کاتالیزگر، کدام قسمت تغییر می‌کند؟

پ) این نمودار مربوط به کدام فرایند $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$ یا $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ می‌تواند باشد؟

۱) C، B، تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید
۲) C، B، تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید
۳) B، A، تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید
۴) B، A، تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید

۱۰۲- با توجه به سامانه‌های تعادلی زیر، کدام گزینه درست است؟ $(O = 16, S = 32 : g \cdot mol^{-1})$

I) $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$

II) $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$

III) $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$

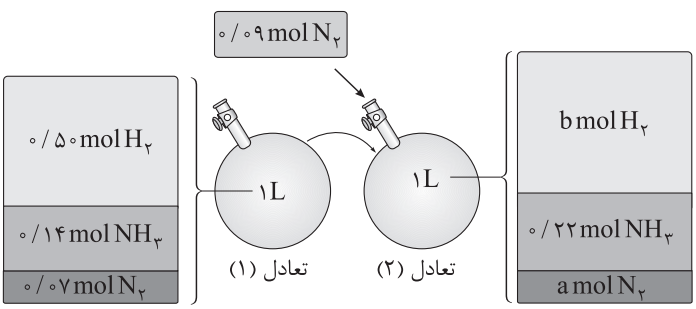
۱) افزایش فشار در دمای ثابت، باعث جابه‌جایی تعادل (III) در جهت رفت می‌شود.

۲) کاهش دما، سبب پررنگ‌ترشدن سامانهٔ تعادلی (II) می‌شود.

۳) در دمای ثابت، انتقال واکنش (I) به ظرف کوچک‌تر، سبب جابه‌جاشدن آن در جهت برگشت می‌شود.

۴) اگر در تعادل (I) در یک ظرف یک‌لیتری، مقدار SO_2، SO_3 و O_2 به ترتیب برابر با ۱/۲۸، ۲/۳ و ۳/۲ گرم باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش برابر ۴۰ است.

۱۰۳- در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل گازی $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در دمای $200^\circ C$ برقرار است. هرگاه در دمای ثابت، مقدار ۰/۰۹ مول N_2 به ظرف تعادل افزوده شود، مجموع مقادیر a و b کدام است؟



۱) ۰/۷۴
۲) ۰/۵۰
۳) ۰/۳۴
۴) ۰/۶۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴- با توجه به واکنش‌های زیر که تبدیل چند مادهٔ آلی را به یکدیگر نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) $A + H_2O \xrightarrow{H^+} B$

(۲) $B + C \xrightarrow{H^+}$ اتیل استات

(۳) $A +$ محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات $\longrightarrow D$

(۴) $D + E \longrightarrow PET$

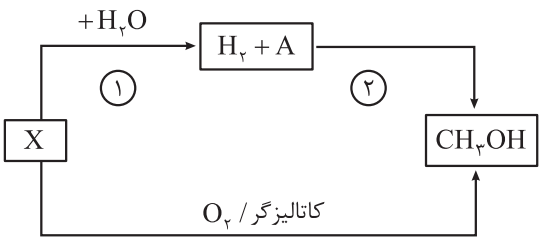
۱) از B به عنوان ضدعفونی‌کننده در بیمارستان‌ها استفاده می‌شود.

۲) شمار پیوندهای اشتراکی مولکول C، ۱ واحد از شمار پیوندهای اشتراکی مولکول D، کم‌تر است.

۳) ترکیب E را برخلاف D، می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۴) در واکنش گاز A با گاز هیدروژن‌کلرید، فراورده‌ای تولید می‌شود که به عنوان افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی کاربرد دارد.

۱۰۵- با توجه به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول است، کدام گزینه نادرست است؟



۱) مادهٔ A نوعی مولکول دواتمی بوده که ناپایدارتر از فراوردهٔ گازی واکنش سوختن کامل متان در دمای اتاق است.

۲) برای انجام مرحلهٔ (۱) همانند مرحلهٔ (۲)، به کاتالیزگر نیاز است.

۳) منابع مادهٔ X، زیست‌گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل هستند.

۴) فشار مورد نیاز برای انجام مرحلهٔ (۲)، از فشار در شرایط بهینهٔ تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله نوزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۲/تیر/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ بابک سادات ـ علی شهرابی مصطفی کرمی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری
فیزیک	یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ هادی حمزه‌پور ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی ـ مصطفی واثقی
شیمی	فرشید ابراهیمی ـ مهدی براتی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ یاسر راش ـ هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی‌پور ـ محسن مجنونی ـ امیرحسین مسلمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	محمد گودرزی سروش موئینی	منصور زرکش اصفهانی سهند محمدکریم‌نژاد مهدی مرادی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی	محمد خندان ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی سعید قندچی	ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی‌زاده امیر محمودی انزابی سعید محبی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی امیرحسین مسلمی	امیرحسین مسلمی	یاشار ذریه محمدمهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	محمدرضا بیاتلو هادی عبادی آرمین عظیمی محمد نوروزی مال

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق‌نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^۳ + kx^۲ - ۳$ بر چندجمله‌ای $x + ۲$ برابر ۱ باشد، مقدار k کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر چندجمله‌ای $x - a$ برابر $p(a)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

اگر $p(x) = x^۳ + kx^۲ - ۳$ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم برابر $p(-۲)$ است:

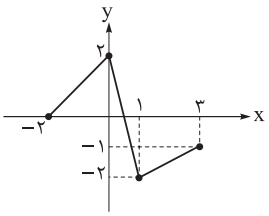
$$p(-۲) = -۸ + ۴k - ۳ = ۱ \Rightarrow ۴k = ۱۲ \Rightarrow k = ۳$$

اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $x^۳ + kx^۲ + ۲$ بر $x - ۲$ برابر با ۶ باشد، k را تعیین کنید.

(حسابان (۲) ـ تمرین ۶ صفحهٔ ۲۲ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x)=f(\frac{x}{۲})+۱$ و محور x در ناحیهٔ چهارم دستگاه مختصات کدام است؟



۱) ۲

۲) ۲/۲۵

۳) ۲/۵

۴) ۲/۷۵

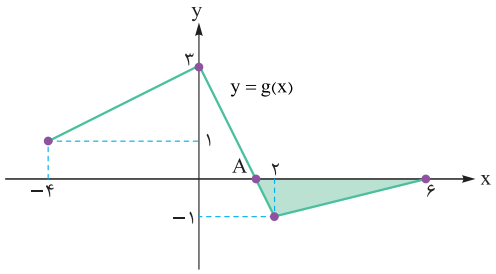
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

نمودار تابع g رو باید رسم کنی.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای رسم نمودار تابع g باید طول نقاط روی نمودار تابع f را در ۲ ضرب کنیم و عرض نقاط آن را با ۱ جمع کنیم؛ یعنی اگر نقطهٔ $(x_۰, y_۰)$ روی نمودار تابع f باشد، نقطهٔ $(۲x_۰, y_۰+۱)$ روی نمودار تابع g است؛ بنابراین داریم:



گام دوم: مثلث سایه‌خوردهٔ شکل بالا سطح مورد نظر سؤال است. برای به دست آوردن مساحت آن لازم است طول نقطهٔ A را به دست آوریم:

$$۰\le x\le ۲: g(x)=-۲x+۳ \xrightarrow{g(x_A)=۰} x_A=\frac{۳}{۲}$$

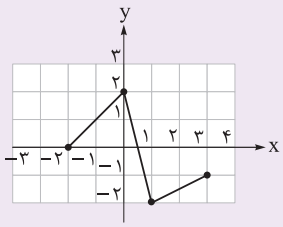
گام سوم: پس مساحت مثلث مورد نظر برابر است با:

$$S=\frac{(۶-\frac{۳}{۲})\times ۱}{۲}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است.

نمودار تابع $y=۲f(\frac{x}{۲})$ را رسم کنید.

(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ تابع f با دامنهٔ $[-۱,۳]$ اکیداً نزولی است. مجموع اعداد طبیعی دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{f(\log_۲(x+۱))-f(\log_۲(۲x-۳))}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

توابع لگاریتمی داده‌شده، اکیداً صعودی هستن.

درس Box

کاربرد یکنوایی در حل نامعادلات: فرض کنید تابع f روی دامنه‌اش اکیداً یکنوا باشد، آن‌گاه نامعادلهٔ $f(g(x))\geq f(h(x))$ به یکی از صورت‌های زیر حل می‌شود:

$$\xrightarrow{f\text{ اکیداً نزولی است.}} g(x)\leq h(x)$$

$$\xrightarrow{f\text{ اکیداً صعودی است.}} g(x)\geq h(x)$$

فقط باید حواسمان به دامنهٔ توابع fog و foh باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تابع g رادیکالی است و دامنهٔ آن مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ زیر است:

$$f(\log_۲(x+۱))-f(\log_۲(۲x-۳))\geq ۰ \Rightarrow f(\log_۲(x+۱))\geq f(\log_۲(۲x-۳))$$

از آن‌جا که تابع f با دامنهٔ $[-۱,۳]$ اکیداً نزولی است، با توجه به درس‌باکس و هم‌چنین دامنهٔ تابع f باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$-۱\leq \log_۲(x+۱)\leq \log_۲(۲x-۳)\leq ۳$$

گام دوم: بنابراین باید نامعادله‌های زیر را حل کنیم:

$$-۱\leq \log_۲(x+۱) \Rightarrow x+۱\geq ۲^{-۱}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x\geq -\frac{۱}{۲} \quad (۱)$$

$$\log_۲(x+۱)\leq \log_۲(۲x-۳) \Rightarrow x+۱\leq ۲x-۳ \Rightarrow x\geq ۴ \quad (۲)$$

$$\log_۲(۲x-۳)\leq ۳ \Rightarrow ۰<۲x-۳\leq ۲^۳=۸ \Rightarrow ۱/۵<x\leq ۵/۵ \quad (۳)$$

سپس با اشتراک مجموعه‌جواب‌های (۱)، (۲) و (۳) دامنهٔ تابع g بازهٔ $[۴,۵/۵]$ به دست می‌آید. اعداد طبیعی این بازه عبارت‌اند از ۴ و ۵ که مجموع آن‌ها برابر ۹ است.

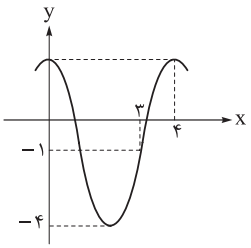
الف) فرض کنید تابع f در یک فاصله اکیداً صعودی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشند. اگر $f(a)\leq f(b)$ نشان دهید که $a\leq b$.

ب) اگر $\log(x+۱)\leq \log(۲x-۳)$، حدود x را به دست آورید.

(حسابان (۲) ـ کار در کلاس ۴ صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ بخشی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\cos bx+c$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{۴۰}{۳})$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

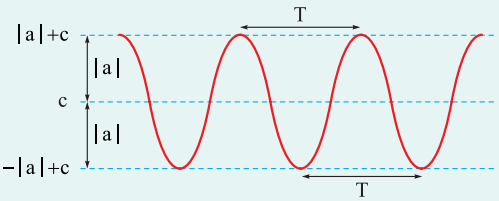
۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) $-\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نمودار توابع مثلثاتی $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$:



- بیشترین مقدار تابع $y_{max}=c+|a|$ و کم‌ترین مقدار آن $y_{min}=c-|a|$ است.
- فاصلهٔ دو نقطهٔ ماکزیمم متوالی یا دو نقطهٔ مینیمم متوالی برابر دورهٔ تناوب تابع است.
- دورهٔ تناوب تابع از رابطهٔ $T=\frac{۲\pi}{|b|}$ به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق نمودار، دورهٔ تناوب تابع برابر ۴ است:

$$T=\frac{۲\pi}{|b|}=۴ \Rightarrow |b|=\frac{\pi}{۲} \Rightarrow b=\pm\frac{\pi}{۲}$$

گام دوم: مینیمم تابع برابر -۴ است و تابع از نقطهٔ $(۳,-۱)$ می‌گذرد:

$$\begin{cases} c-|a|=-۴ \\ f(۳)=a\cos\frac{۳\pi}{۲}+c=-۱ \xrightarrow{\cos\frac{۳\pi}{۲}=۰} c=-۱ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{c-|a|=-۴} -۱-|a|=-۴ \Rightarrow |a|=۳ \Rightarrow a=\pm۳$$

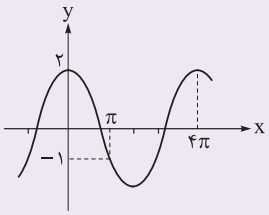
اما چون در $x=۰$ ماکزیمم تابع رخ داده است، مقدار مثبت a قابل قبول است.

گام سوم: بنابراین $f(x)=۳\cos\frac{\pi x}{۲}-۱$ است و داریم:

$$f(\frac{۴۰}{۳})=۳\cos\frac{۲۰\pi}{۳}-۱=۳\cos(۷\pi-\frac{\pi}{۳})-۱=-۳\cos\frac{\pi}{۳}-۱=-\frac{۵}{۲}$$

قسمتی از نمودار تابع $f(x)=a\cos bx+c$ به صورت زیر است. مقادیر a، b و c را بیابید.

(سؤال ۷ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ اگر $\tan\alpha = \tan\beta = ۵$ و $\tan(\alpha-\beta) = ۲$ باشد، مقدار $\cot(\alpha-\beta)$ کدام است؟

$\frac{۱}{\tan(\alpha-\beta)}$

۱) $-۵/۴$ ۲) $-۵/۲$ ۳) $-۶/۲$ ۴) $-۶/۴$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

اول $\tan(\alpha-\beta)$ رو حساب کن.

درس Box

- اتحاد تانژانت مجموع و تفاضل کمان:

$$\tan(x\pm y)=\frac{\tan x\pm\tan y}{۱\mp\tan x\tan y} \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{۴}\pm\theta)=\frac{۱\pm\tan\theta}{۱\mp\tan\theta}$$

- اتحاد تانژانت دو برابر کمان:

$$\tan ۲\theta=\frac{۲\tan\theta}{۱-\tan^{۲}\theta}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق فرض $\tan\alpha=\frac{۵}{۲}$ و $\tan\beta=۵$ است و داریم:

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{۵}{۲}-۵}{۱+\frac{۵}{۲}\times۵}=\frac{-\frac{۵}{۲}}{\frac{۲۷}{۲}}=-\frac{۵}{۲۷}$$

گام دوم: بنابراین داریم:

$$\cot(\alpha-\beta)=\frac{۱}{\tan(\alpha-\beta)}=-\frac{۲۷}{۵}=-۵/۴$$

اگر $\tan\alpha=\tan\beta=-\sqrt{۲}$، مقدار $\tan(\alpha+\beta)$ را به دست آورید. (سؤال ۶ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ مجموع جواب‌های معادلهٔ $2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

یک دور دایرهٔ مثلثاتی

۱) 2π ۲) 3π ۳) 4π ۴) 5π

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

$\sin^2 x$ رو برحسب $\cos x$ بنویس.

درس Box

معادلات مثلثاتی:

$$\sin\square = \sin\theta_0 \Rightarrow \begin{cases} \square = 2k\pi + \theta_0 \\ \text{یا} \\ \square = 2k\pi + \pi - \theta_0 \end{cases} ; \ k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\square = \cos\theta_0 \Rightarrow \square = 2k\pi \pm \theta_0 \ ; \ k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan\square = \tan\theta_0 \Rightarrow \square = k\pi + \theta_0 \ ; \ k \in \mathbb{Z}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا به جای $\sin^2 x$ عبارت $1 - \cos^2 x$ را قرار می‌دهیم تا یک معادلهٔ درجه‌دوم برحسب $\cos x$ به دست آید:

$$2(1 - \cos^2 x) - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

گام دوم: با تغییر متغیر $t = \cos x$ معادلهٔ درجه‌دوم $2t^2 + t - 1 = 0$ را داریم:

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

گام سوم: بنابراین کافی است جواب‌های معادله‌های $\cos x = -1$ و $\cos x = \frac{1}{2}$ را در بازهٔ $[0, 2\pi]$ به دست آوریم:

$$\begin{cases} \cos x = -1 \xrightarrow{0 \le x \le 2\pi} x_1 = \pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 \le x \le 2\pi} x_2 = \frac{\pi}{3} \ , \ x_3 = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

در نتیجه مجموع جواب‌های معادله در بازهٔ $[0, 2\pi]$ برابر $x_1 + x_2 + x_3 = 3\pi$ است.

معادلهٔ $4\sin^2 x - 4\cos x - 5 = 0$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.

(سؤال ۷ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ حاصل $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{x+\sin^3 x}{x^3}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

حد رو دو قسمت کن.

درس Box

حد بی‌نهایت: تابع کسری h را با ضابطهٔ $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ در نظر می‌گیریم. این نکته را پیشتر یاد گرفته بودیم که برای محاسبهٔ حد تابع h در $x=a$، کافی است حد صورت را بر حد مخرج تقسیم کنیم، یعنی اگر حد تابع f در $x=a$ برابر L_1 و حد تابع g در این نقطه برابر L_2 باشد، حد تابع h در $x=a$ برابر $\frac{L_1}{L_2}$ است؛ با این شرط که $L_2\neq 0$ باشد. اما اگر $L_1\neq 0$ و $L_2=0$ باشد، حاصل حد ∞ می‌شود و با استفاده از جدول زیر می‌توان علامت بی‌نهایت را به دست آورد.

	$L_1>0$	$L_1<0$
$L_2>0$	$+\infty$ مثال $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=+\infty$	$-\infty$ مثال $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-1}{x^2}=-\infty$
$L_2<0$	$-\infty$ مثال $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x}{x-2}=-\infty$	$+\infty$ مثال $\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{[x]}{x+1}=+\infty$

نکته

از سال گذشته به یاد داریم:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^n=1$$

پاسخ خیلی تشریحی

به سادگی داریم:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x+\sin^3 x}{x^3}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{x^3}+\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x^2}+\left(\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin x}{x}\right)^3=+\infty+1=+\infty$$

یه جور دیگه

وقتی $x\to 0$، هم‌ارزی $\sin x\sim x$ را داریم:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x+\sin^3 x}{x^3}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x+x^3}{x^3}\xrightarrow{\text{قضیهٔ کم‌توان}}\lim_{x\to 0^-}\frac{x+\sin^3 x}{x^3}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{x^3}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x^2}=+\infty$$

حاصل حدود زیر را به دست آورید. *(سؤال ۹ (قسمت ب) ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)*

الف) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-7}{x^5-4x+3}$

ب) $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\sin^2 x+x}{x^2}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ دو عدد طبیعی m و n مفروض‌اند. اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{nx^n-2x^2-1}{x^m-mx^2+1}=2$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $m\times n$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

حد در بی‌نهایت: در چندجمله‌ای $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots$ وقتی $x\to\pm\infty$ با حد تک‌جمله‌ای a_nx^n در $\pm\infty$ برابر است؛ یعنی در بی‌نهایت می‌توانیم فقط تک‌جمله‌ای با بزرگ‌ترین درجه را در نظر بگیریم.

نتیجه

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_1x+a_0}{a'_mx^m+a'_{m-1}x^{m-1}+\dots+a'_1x+a'_0}=\begin{cases}0 & ;\ n<m\\ \frac{a_n}{a'_m} & ;\ n=m\\ \pm\infty & ;\ n>m\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: باید حالات مختلف را بررسی کنیم. جدول زیر تمام این حالات را نشان می‌دهد. در این جدول برای مقادیر مختلف m و n حاصل $L=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{nx^n-2x^2-1}{x^m-mx^2+1}$ را حساب کرده‌ایم:

m \ n	$n=1$	$n=2$	$n\geq3$	
$m=1$	$L=2$	$L=0$	$L=-\infty$	
$m=2$	$L=2$	$L=0$	$L=-\infty$	
$m\geq3$	$L=0$	$L=0$	$n>m$	$L=+\infty$
			$n=m$	$L=n$ یا m
			$n<m$	$L=0$

گام دوم: همان‌طور که از جدول بالا مشخص است فقط در حالت‌های $(n,m)=(1,1)$ و $(n,m)=(1,2)$ است که حاصل حد مورد نظر برابر ۲ است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases}(n,m)=(1,1)\Rightarrow m\times n=1\\ (n,m)=(1,2)\Rightarrow m\times n=2\end{cases}\xrightarrow{\text{مجموع}}1+2=3$$

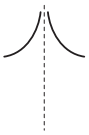
اگر $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_1x+a_0$ **و** $g(x)=b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\dots+b_1x+b_0$ **دو چندجمله‌ای باشند، نشان دهید:**

(حسابان (۲) ـ کار در کلاس ۱ صفحهٔ ۶۶ کتاب درسی)

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\frac{a_n}{b_m}x^{n-m}\qquad(b_m\neq0)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ خط $x = x_0$ مجانب قائم نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \frac{a}{a^2 - \cos \pi x}$ است. اگر نمودار این تابع در یک همسایگی x_0 مطابق شکل مقابل باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟



۱) $-\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
۴) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ خط‌های مجانب قائم نمودار تابع f جواب‌های معادلهٔ $\cos \pi x = a^2$ (در این سؤال ریشه‌های مخرج) است. از آن‌جا که حدهای چپ و راست تابع f در این ریشه هر دو $+\infty$ است، این ریشه باید از مرتبهٔ ۲ باشد؛ بنابراین $a^2 = 1$ و در نتیجه $a = \pm 1$ است.

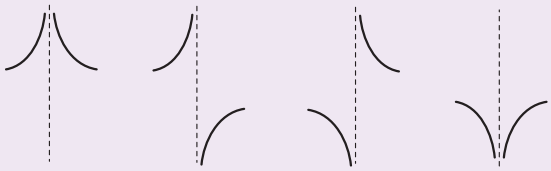
گام دوم: حالا باید مقدار a را طوری پیدا کنیم که حاصل حد $+\infty$ شود، نه $-\infty$.

$$\begin{cases} a = -1: \lim\limits_{x \to x_0} \frac{-1}{1 - \cos \pi x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \times \\ a = 1: \lim\limits_{x \to x_0} \frac{1}{1 - \cos \pi x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \checkmark \end{cases}$$

گام سوم: بنابراین $f(x) = \frac{1}{1 - \cos \pi x}$ است و داریم:

$$f(a) = f(1) = \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$$

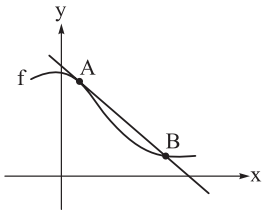
کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$ را در همسایگی $x = 0$ نمایش می‌دهد؟ (شمارهٔ شکل مربوط به آن را در پاسخ‌برگ بنویسید.) *(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۴)*



(۴) (۳) (۲) (۱)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ مطابق شکل زیر، خط مماس بر نمودار تابع f در نقطهٔ $A(1,4)$، نمودار را در نقطهٔ $B(3t+1,t)$ قطع می‌کند. اگر $f'(1) = -0/5$ باشد، مقدار t کدام است؟



۱) ۱/۶
۲) ۱/۸
۳) ۱/۲
۴) ۱/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint شیب خطی که پاره‌خط AB روی اون قرار داره، همون $f'(1)$ هستش.

درس Box شیب خط مماس بر نمودار تابع f در $x = a$ را مشتق تابع f در $x = a$ می‌نامیم و آن را با نماد $f'(a)$ نمایش می‌دهیم.

$$f'(a) = \begin{cases} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} \\ \text{یا} \\ \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} \end{cases}$$

پاسخ‌خیلی‌تشریحی **گام اول:** پاره‌خط AB روی خطی است که با شیب $-0/5$ از نقطهٔ $A(1,4)$ می‌گذرد؛ زیرا در $x = 1$ شیب خط و مشتق تابع f با هم برابرند:

$$\begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ (x_0, y_0) = (1,4) \\ y - y_0 = m(x - x_0) \end{cases} \Rightarrow y - 4 = -\frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow AB: y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

گام دوم: معادلهٔ خط گذرا از نقاط A و B را می‌توانیم به صورت $x + 2y = 9$ نیز بنویسیم. حالا مختصات نقطهٔ B را در این خط قرار می‌دهیم تا مقدار t به دست آید.

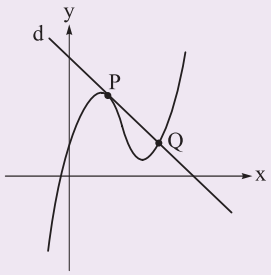
$$\xrightarrow{B(3t+1,t)} (3t+1) + 2(t) = 9 \Rightarrow 5t = 8 \Rightarrow t = \frac{8}{5} = 1/6$$

تیزبازی شیب خط گذرا از نقطهٔ A و B را برابر $-\frac{1}{2}$ قرار می‌دهیم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{t-4}{3t+1-1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 3t = -2t + 8 \Rightarrow t = 1/6$$

مطابق شکل زیر خط d در نقطهٔ $P(1,3)$ بر نمودار تابع f مماس و در نقطهٔ $Q(2a+1,a)$ آن را قطع می‌کند. اگر $f'(1) = -1$، مقدار a را بیابید.

(سؤال ۱۱ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ عرض از مبدأ نیم‌مماس راست تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|۴-x^۲|$ در $x=-۲$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مشتق توابع خاص:

$f(x)$	$f'(x)$
$c\in\mathbb{R}$	۰
ax^n	$nax^{n-۱}$
$\frac{a}{x^n}$	$-\frac{an}{x^{n+۱}}$
$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ad-bc}{(cx+d)^۲}$
$\sqrt{ax+b}$	$\frac{a}{۲\sqrt{ax+b}}$
$\sqrt[۳]{ax+b}$	$\frac{a}{۳\sqrt[۳]{(ax+b)^۲}}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در یک همسایگی راست $x=-۲$، تابع f با تابع g با ضابطهٔ $g(x)=۴-x^۲$ مساوی است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} g'(x)=-۲x \\ f'_+(-۲)=g'(-۲)=۴ \end{cases}$$

گام دوم: بنابراین نیم‌مماس راست تابع f در $x=-۲$ نیم‌خطی است که با شیب ۴ از نقطهٔ $(-۲,۰)$ می‌گذرد:

$$\xrightarrow{y-y_۰=m(x-x_۰)} y-۰=۴(x+۲) \Rightarrow y=۴x+۸ \;;\; x\geq -۲$$

عرض از مبدأ این نیم‌خط برابر ۸ است.

تابع $f(x)=|۴-x^۲|$ را در نظر بگیرید. با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم‌مماس چپ تابع را در نقطهٔ $x=-۲$ محاسبه کنید.

(سؤال ۱۴ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ اگر $f(x)=۲x^۳-x$ و $g(x)=۲\sqrt{x}$ باشد، حاصل $(f-۲g)'(۴)$ کدام است؟

۱) ۹۵ / ۵ ۲) ۹۶ ۳) ۹۴ ۴) ۹۴ / ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مشتق و جبر توابع:

$$(f\pm g)'=f'\pm g'$$

$$(f\times g)'=f'g+g'f$$

$$(\frac{f}{g})'=\frac{f'g-g'f}{g^۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در ابتدا داریم:

$$(f-۲g)'(۴)=f'(۴)-۲g'(۴) \qquad (*)$$

گام دوم: حالا برای هر دو تابع، مشتق را در $x=۴$ حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} f'(x)=۶x^۲-۱ \Rightarrow f'(۴)=۹۵ \\ g'(x)=\frac{۲}{۲\sqrt{x}}=\frac{۱}{\sqrt{x}} \Rightarrow g'(۴)=\frac{۱}{۲} \end{cases} \xrightarrow{(*)} (f-۲g)'(۴)=۹۵-۱=۹۴$$

اگر $f(x)=۲x^۳+۱$ و $g(x)=\sqrt{x}$ باشند، حاصل $(f+g)'(۴)+(f\times g)'(۱)$ را به دست آورید.

(سؤال ۱۱ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\cos^{۳} ۴x$ مفروض است. مقدار $f''(\frac{\pi}{۴})$ کدام است؟

مشتق دوم است.

۱) -۴۸ ۲) -۳۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

مشتق تابع مرکب fog:

$$(fog)'(x)=g'(x)\times f'(g(x))$$

مشتق توابع مثلثاتی:

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin^{n} u(x)$	$nu'(x)\cos u(x)\sin^{n-۱} u(x)$
$\cos^{n} u(x)$	$-nu'(x)\sin u(x)\cos^{n-۱} u(x)$
$\tan^{n} u(x)$	$nu'(x)\tan^{n-۱} u(x)(۱+\tan^{۲} u(x))$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f' را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow[n=۳,\ u(x)=۴x\ \Rightarrow\ u'(x)=۴]{\text{درس باکس}} f'(x)=-۱۲\sin ۴x\cos^{۲} ۴x$$

گام دوم:

نکته مشتق عامل صفرکننده: در تابع $h(x)=f(x)\times g(x)$، اگر $f(a)=۰$ باشد، داریم:

$$h'(a)=f'(a)\times \lim_{x\to a} g(x)$$

یعنی کافی است مقدار مشتق عامل صفرکننده را (در صورت وجود) در حد مابقی ضابطهٔ تابع ضرب کنیم.

برای محاسبهٔ $f''(\frac{\pi}{۴})$، $\sin ۴x$ عامل صفرکننده است و مطابق نکتهٔ بالا داریم:

$$\begin{cases}(\sin ۴x)'=۴\cos ۴x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۴}} -۴\\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}}(-۱۲\cos^{۲} ۴x)=-۱۲\cos^{۲}\pi=-۱۲\end{cases} \Rightarrow f''(\frac{\pi}{۴})=(-۴)(-۱۲)=۴۸$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده‌کردن مشتق الزامی نیست.) *(سؤال ۱۴ (قسمت ب) ـ امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۴)*

الف) $f(x)=(\sqrt{x}+۳x)^{۷}$ ب) $g(x)=\cos^{۳}(۴x)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ نقاط بحرانی نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x-1)|x^2-1|$ تشکیل یک مثلث می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

۱) $\frac{۳۲}{۹}$ ۲) $\frac{۳۲}{۲۷}$ ۳) $\frac{۱۶}{۲۷}$ ۴) $\frac{۷}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

تابع f رو دوضابطه‌ای بنویس.

درس Box

نقطهٔ بحرانی: نقطهٔ $(c,f(c))$ برای نمودار تابع f بحرانی محسوب می‌شود، اگر و تنها اگر یکی از شروط زیر برقرار باشد:

۱) تابع f در $x=c$ مشتق نداشته باشد.

۲) $f'(c)$ برابر صفر باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ریشه‌های عبارت داخل قدرمطلق $x=\pm ۱$ است و می‌توانیم ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

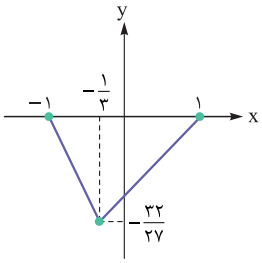
$$f(x)=\begin{cases}-(x-۱)^۲(x+۱) & ; \ -۱<x<۱\\ (x-۱)^۲(x+۱) & ; \ x\le -۱ \text{ یا } x\ge ۱\end{cases}$$

گام دوم: حالا ضابطهٔ تابع f' را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\begin{cases}-(x-۱)(۳x+۱) & ; \ -۱<x\le ۱\\ (x-۱)(۳x+۱) & ; \ x<-۱ \text{ یا } x\ge ۱\end{cases}$$

گام سوم: تابع f در $x=-۱$ مشتق‌ناپذیر است؛ زیرا $f'_-(-۱)=۴$ و $f'_+(-۱)=-۴$ است. هم‌چنین مشتق تابع f در $x=-\frac{۱}{۳}$ و $x=۱$ برابر صفر است.

گام چهارم: بنابراین نقاط $(-۱,۰)$، $(-\frac{۱}{۳},-\frac{۳۲}{۲۷})$ و $(۱,۰)$ نقاط بحرانی نمودار تابع f هستند.



مساحت مثلث شکل بالا برابر است با:

$$S=\frac{۲\times\frac{۳۲}{۲۷}}{۲}=\frac{۳۲}{۲۷}$$

مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|x^2-1|$ را روی بازهٔ $[-۲,۲]$ پیدا کنید.

(حسابان (۲) ـ مثال صفحهٔ ۱۱۸ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ مقدار مینیمم مطلق تابع f، با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۱}{۳}x^۳-\frac{۹}{۴}x$ روی بازهٔ $[۰,۲]$ کدام است؟

۱) $-\frac{۹}{۴}$ ۲) $-\frac{۱۱}{۶}$ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۱۵}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اگر برد تابع f روی بازهٔ $[\alpha,\beta]$ بازهٔ $[m,M]$ باشد، m را مینیمم مطلق و M را ماکزیمم مطلق تابع f روی بازهٔ $[\alpha,\beta]$ در نظر می‌گیریم.

برای به دست آوردن مقادیر اکسترمم مطلق تابع پیوستهٔ f روی بازهٔ $[\alpha,\beta]$ باید کارهای زیر را انجام دهیم:

۱) طول نقاط بحرانی $(x=c_i)$ عضو بازهٔ (α,β) را به دست می‌آوریم.

۲) $f(c_i)$ها را حساب می‌کنیم.

۳) از بین $f(\alpha)$، $f(c_i)$ها و $f(\beta)$، بیشترین مقدار ماکزیمم مطلق و کم‌ترین مقدار را مینیمم مطلق تابع f در نظر می‌گیریم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طول نقاط بحرانی درون بازهٔ $(۰,۲)$ را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=x^۲-\frac{۹}{۴}\xrightarrow{f'(x)=۰}x^۲=\frac{۹}{۴}\xrightarrow{۰<x<۲}x=\frac{۳}{۲}$$

گام دوم: $f(۰)$، $f(\frac{۳}{۲})$ و $f(۲)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(۰)=۰$$

$$f(\frac{۳}{۲})=\frac{۱}{۳}(\frac{۲۷}{۸})-\frac{۹}{۴}(\frac{۳}{۲})=-\frac{۹}{۴}$$

$$f(۲)=\frac{۱}{۳}(۸)-\frac{۹}{۴}(۲)=-\frac{۱۱}{۶}$$

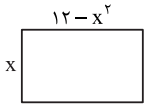
در نتیجه کم‌ترین مقدار تابع برابر $-۲/۲۵=-\frac{۹}{۴}$ است.

مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x)=\frac{-۱}{۳}x^۳+x$ را در بازهٔ $[۰,۲]$ به دست آورید. *(سؤال ۱۶ ـ امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۴)*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع محیط مستطیل زیر (برحسب x)، زمانی که مقدار مساحت مستطیل ماکزیمم شود، کدام است؟

همان مشتق تابع محیط است.



۱) -۶
۲) ۶
۳) ۳
۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ضابطهٔ تابع مساحت مستطیل برحسب x به صورت زیر است:

$$S(x)=x(۱۲-x^۲)=۱۲x-x^۳ \quad ; \quad ۰<x<\sqrt{۱۲}$$

این تابع در نقطهٔ بحرانی‌اش ماکزیمم می‌شود:

$$S'(x)=۱۲-۳x^۲ \xrightarrow{S'(x)=۰} x^۲=۴ \xrightarrow{۰<x<\sqrt{۱۲}} x=۲$$

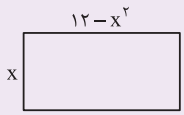
گام دوم: ضابطهٔ تابع محیط مستطیل برحسب x به صورت زیر است:

$$P(x)=۲(x+۱۲-x^۲)=-۲x^۲+۲x+۲۴ \quad ; \quad ۰<x<\sqrt{۱۲}$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع P در $x=۲$ است:

$$P'(x)=-۴x+۲ \xrightarrow{x=۲} P'(۲)=-۶$$

ماکزیمم مقدار مساحت مستطیل به ابعاد x و $۱۲-x^۲$ را به دست آورید. *(سؤال ۱۷ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)*



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$ مفروض است. اگر $x=۱$ طول یکی از اکسترمم‌های نسبی و $x=-۱$ طول نقطهٔ عطف نمودار تابع f باشد، حاصل $a\times b$ کدام است؟

($f'(۱)=۰$ است.)

($f''(-۱)=۰$ است.)

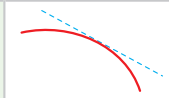
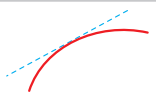
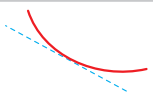
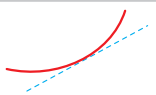
۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۲۷ ۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

جهت تقعر: علامت $f''(x)$ جهت گودی یا تقعر نمودار تابع f را نشان می‌دهد؛ به این ترتیب که اگر $f''(x)>۰$ باشد، گودی رو به بالا و اگر $f''(x)<۰$ باشد، گودی رو به پایین است.

در جدول زیر وضعیت f' و f'' را می‌بینیم:

	$f'<۰$	$f'>۰$
$f''<۰$		
$f''>۰$		

نقطهٔ عطف: نقطهٔ $(c,f(c))$ برای نمودار تابع f عطف محسوب می‌شود؛ اگر دو شرط زیر در مورد آن برقرار باشد:

۱) نمودار تابع f در $x=c$ خط مماس داشته باشد.

۲) جهت تقعر نمودار تابع f در $x=c$ تغییر کند.

نکته طول نقطهٔ عطف نمودار تابع درجه‌سوم $f(x)=ax^۳+bx^۲+cx+d$ برابر $-\frac{b}{۳a}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $x=-۱$ طول نقطهٔ عطف نمودار تابع f است، پس طبق نکته داریم:

$$-\frac{a}{۳}=-۱ \Rightarrow a=۳$$

گام دوم: از طرفی چون $x=۱$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی نمودار تابع f است، باید $f'(۱)$ را برابر صفر قرار دهیم:

$$\xrightarrow{a=۳} f(x)=x^۳+۳x^۲+bx \Rightarrow f'(x)=۳x^۲+۶x+b$$

$$\xrightarrow{f'(۱)=۰} ۳+۶+b=۰ \Rightarrow b=-۹$$

بنابراین $a\times b=-۲۷$ است.

یه‌جور دیگه در تابع درجه‌سوم، طول نقطهٔ عطف، میانگین طول نقاط اکسترمم نسبی است، پس اگر طول یکی از نقاط اکسترمم ۱ و طول نقطهٔ عطف -۱ باشد، طول نقطهٔ اکسترمم دیگر برابر -۳ خواهد بود، یعنی $x=-۳$ و $x=۱$ صفرهای تابع $f'(x)=۳x^۲+۲ax+b$ هستند:

$$\begin{cases} S=-\frac{B}{A}=-\frac{۲a}{۳}=-۲ \Rightarrow a=۳ \\ P=\frac{C}{A}=\frac{b}{۳}=-۳ \Rightarrow a=-۹ \end{cases} \Rightarrow a\times b=-۲۷$$

مقادیر a و b را در تابع $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$ طوری به دست آورید که $x=۲$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی و $x=۰$ طول نقطهٔ عطف نمودار تابع f باشد.

(سؤال ۱۶ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ در نمودار کدام تابع، جهت تقعر در مبدأ مختصات تغییر می‌کند، اما این نقطه عطف نیست؟

۱) $f(x)=x|x|$

۲) $g(x)=x^۲|x|$

۳) $h(x)=(x-۱)|x|-x$

۴) $k(x)=(x^۲-۱)|x|-x$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته تابع f با ضابطهٔ $f(x)=(x-x_۰)^n|x-x_۰|$ به ازای هر n طبیعی در $x=x_۰$ مشتق‌پذیر و $f'(x_۰)=۰$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جهت تقعر نمودار تابع در $x=x_۰$ تغییر می‌کند، اما این نقطه برای نمودار تابع عطف محسوب نمی‌شود؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم که تابع مورد نظر در $x=x_۰$ نباید خط مماس داشته باشد.

توابع f و g طبق نکتهٔ بالا در $x=۰$ مشتق‌پذیرند و خط مماس دارند، بنابراین قابل قبول نیستند.

گام دوم: پس توابع h و k را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$h(x)=\begin{cases}-x^۲ & ; x<۰\\ x^۲-۲x & ; x\geq ۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow h'(x)=\begin{cases}-۲x & ; x<۰\\ ۲x-۲ & ; x>۰\end{cases} \Rightarrow h''(x)=\begin{cases}-۲ & ; x<۰\\ ۲ & ; x>۰\end{cases}$$

$$k(x)=\begin{cases}-x^۳ & ; x<۰\\ x^۳-۲x & ; x\geq ۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow k'(x)=\begin{cases}-۳x^۲ & ; x<۰\\ ۳x^۲-۲ & ; x>۰\end{cases} \Rightarrow k''(x)=\begin{cases}-۶x & ; x<۰\\ ۶x & ; x>۰\end{cases}$$

گام سوم: هر دو تابع h و k در $x=۰$ مشتق‌ناپذیرند (خط مماس ندارند)، اما تابع h است که در این نقطه جهت تقعر نمودار آن تغییر می‌کند؛ "k همواره مثبت است.

نمودار تابع f را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه‌ای مانند a جهت تقعر عوض شود ولی این نقطه، نقطهٔ عطف نباشد.

(حسابان (۲) ـ تمرین ۱ صفحهٔ ۱۳۶ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ اگر $A=[a_{ij}]_{۲\times ۳}$ و $B=[b_{ij}]_{۳\times ۲}$ به طوری که $b_{ij}=\begin{cases} ۴-j^۲ & i=j \\ j-i & i>j \\ i+j & i<j \end{cases}$ و $a_{ij}=\begin{cases} i^۲-۱ & i=j \\ i+j & i>j \\ i-j & i<j \end{cases}$، آن‌گاه درایهٔ سطر اوّل و ستون دوّم ماتریس $A\times B$ کدام است؟

۱) ۳۱ ۲) ۳۲ ۳) ۳۳ ۴) ۳۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با $|A|=ad-bc$

۲) درایهٔ واقع بر سطر iاُم و ستون jاُم ماتریس AB از ضرب سطر iاُم ماتریس A در ستون jاُم ماتریس B به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک رابطه‌های داده شده، درایه‌های ماتریس‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$A=\begin{bmatrix} ۱^۲-۱ & ۱-۲ & ۱-۳ \\ ۲+۱ & ۲^۲-۱ & ۲-۳ \end{bmatrix}\begin{matrix} \leftarrow i=۱ \\ \leftarrow i=۲ \end{matrix} \quad (j=۱,\ j=۲,\ j=۳)$$

$$B=\begin{bmatrix} ۴-۱^۲ & ۱+۲ \\ ۱-۲ & ۴-۲^۲ \\ ۱-۳ & ۲-۳ \end{bmatrix}\begin{matrix} \leftarrow i=۱ \\ \leftarrow i=۲ \\ \leftarrow i=۳ \end{matrix} \quad (j=۱,\ j=۲)$$

پس $A=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ & -۲ \\ ۳ & ۳ & -۱ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ -۱ & ۰ \\ -۲ & -۱ \end{bmatrix}$

گام دوم: ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ & -۲ \\ ۳ & ۳ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ -۱ & ۰ \\ -۲ & -۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۸ & ۱۰ \end{bmatrix}$$

گام سوم: دترمینان ماتریس AB را حساب می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} ۵ & ۲ \\ ۸ & ۱۰ \end{vmatrix}=۵\times ۱۰-۲\times ۸=۵۰-۱۶=۳۴$$

اگر $A=[a_{ij}]_{۳\times ۲}$ و $B=[b_{ij}]_{۲\times ۳}$ به صورت زیر معرفی شده باشند، ابتدا A و B را با درایه‌هایشان نوشته و سپس $A\times B$ و $B\times A$ را به‌دست آورید.

(هندسه (۳) ـ تمرین ۷ صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی)

$$a_{ij}=\begin{cases} i^۲-۱ & i=j \\ i-j & i>j \\ j-i & i<j \end{cases} \quad , \quad b_{ij}=\begin{cases} i^۲+۱ & i=j \\ i+j & i>j \\ i-j+۲ & i<j \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ اگر $A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان وارون ماتریس $A^{23}+2A^{10}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -5

۳) ۰/۲ ۴) $-0/2$

مشاوره محاسبهٔ توان‌های بزرگ ماتریس‌ها، از تیپ‌های پرتکرار در آزمون‌های تستی و تشریحی است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ماتریس A^2 را محاسبه کنید.

درس Box

۱) ماتریس همانی: ماتریسی اسکالر است که همهٔ درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن ۱ باشند، مثلاً $I_2=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$، $I_3=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

و ... . ماتریس همانی، عضو بی اثر عمل ضرب ماتریس‌ها است، یعنی اگر A و B قابل ضرب در I باشند، آن‌گاه $AI=A$ و $IB=B$؛

بنابراین اگر n عددی طبیعی باشد، آن‌گاه $I^n=I$.

۲) اگر m و n دو عدد طبیعی و k عددی حقیقی باشد، آن‌گاه:

الف) $(A^m)^n=A^{mn}$

ب) $A^m.A^n=A^{m+n}$

پ) $(kA)^m=k^mA^m$

۳) هر ماتریس مربعی، مانند A با شرط $|A|\neq 0$ وارون‌پذیر است و داریم:

$$|A^{-1}|=\frac{1}{|A|}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2=A.A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}=-I$$

گام دوم: با توجه به این‌که $A^2=-I$، داریم:

$$A^{10}=(A^2)^5=(-I)^5=(-1)^5I^5=-I$$

$$A^{23}=(A^{10})^2A^2A=(-I)^2(-I)A=-A$$

$$\Rightarrow 2A^{10}+A^{23}=-2I-A=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}$$

گام سوم: اگر در نظر بگیریم $B=2A^{10}+A^{23}$، آن‌گاه:

$$|B|=\begin{vmatrix}-2 & 1\\ -1 & -2\end{vmatrix}=4+1=5 \Rightarrow |B^{-1}|=\frac{1}{|B|}=\frac{1}{5}=0/2$$

با فرض $A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ **ماتریس** A^{49} **را محاسبه کنید.** *(سؤال ۲ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ اگر A، ماتریسی وارون‌پذیر باشد، به طوری که $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۱\\ ۱ & |A| & ۱\\ ۰ & ۲ & |A|\end{bmatrix}$، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از طرفین تساوی دترمینان بگیرید.

درس Box برای محاسبهٔ دترمینان هر ماتریس ۳×۳، می‌توان آن را برحسب هر سطر یا ستونی به دست آورد که حاصل، در همهٔ حالت‌ها یکسان خواهد بود. مثلاً اگر بخواهیم دترمینان را برحسب سطر اول محاسبه کنیم، داریم:

$$\begin{vmatrix}a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{vmatrix}=(-۱)^{\overbrace{۱+۱}^{\text{مجموع شمارهٔ سطر و ستون } a_{۱۱}}}\underbrace{a_{۱۱}\begin{vmatrix}a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{vmatrix}}_{\substack{\text{دترمینان حاصل از حذف سطر}\\ \text{و ستونی که } a_{۱۱} \text{ در آن قرار دارد.}}}+(-۱)^{۱+۲}a_{۱۲}\begin{vmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۳}\end{vmatrix}+(-۱)^{۱+۳}a_{۱۳}\begin{vmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۲}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲}\end{vmatrix}$$

نکته اگر در بین درایه‌های یک ماتریس ۳×۳ عدد صفر وجود داشته باشد، بهتر است برای ساده‌شدن محاسبات، دترمینان را برحسب سطر یا ستونی که بیشترین صفر در آن وجود دارد، محاسبه کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از طرفین تساوی $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۱\\ ۱ & |A| & ۱\\ ۰ & ۲ & |A|\end{bmatrix}$ دترمینان می‌گیریم و دترمینان سمت راست تساوی را برحسب سطر اول محاسبه می‌کنیم:

$$|A|=\begin{vmatrix}۱ & ۰ & ۱\\ ۱ & |A| & ۱\\ ۰ & ۲ & |A|\end{vmatrix}\Rightarrow |A|=۱\begin{vmatrix}|A| & ۱\\ ۲ & |A|\end{vmatrix}-۰+۱\begin{vmatrix}۱ & |A|\\ ۰ & ۲\end{vmatrix}\Rightarrow |A|=|A|^{۲}-۲+۲\Rightarrow |A|=|A|^{۲}$$

گام دوم: از $|A|=|A|^{۲}$ نتیجه می‌گیریم $|A|=۰$ یا $|A|=۱$، اما طبق فرض سؤال، A ماتریسی وارون‌پذیر است، پس $|A|=۰$ را نمی‌پذیریم و تنها $|A|=۱$ قابل قبول است.

گام سوم: به ازای $|A|=۱$، داریم:

$$A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ ۰ & ۲ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های } A=۸$$

اگر $A=\begin{bmatrix}|A| & ۰ & ۱\\ ۱ & |A| & ۱\\ ۰ & ۲ & ۱\end{bmatrix}$ **باشد، مقدار** $|A|$ **را بیابید.** *(سؤال ٤ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ سطح مقطع یک صفحه با یک سطح استوانه‌ای، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) یک خط
۲) دو خط موازی
۳) بیضی
۴) سهمی

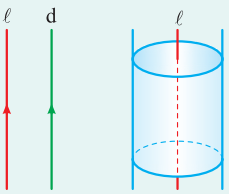
مشاوره مشابه تمرین ۶، صفحهٔ ۳۹ کتاب درسی

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

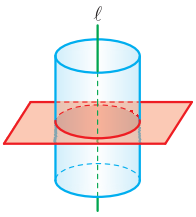
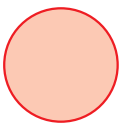
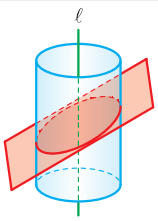
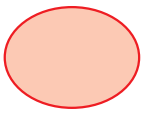
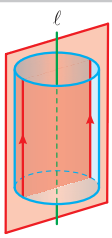
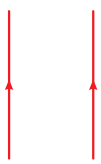
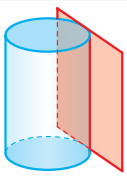
سطح استوانه‌ای:

در شکل (۱) دو خط d و l موازی‌اند. اگر خط d را مثل شکل (۲) حول خط l دوران بدهیم، به سطحی به اسم سطح استوانه‌ای می‌رسیم.



شکل (۱) شکل (۲)

سطح مقطع‌های مختلف با سطح استوانه‌ای:

	وضعیت صفحه و سطح استوانه‌ای	شکل	مقطع حاصل
۱	اگر صفحه بر محور عمود باشد، سطح مقطع یک دایره است.		
۲	اگر صفحه به طور مایل محور را قطع کند، فصل مشترک یک بیضی است.		
۳	اگر صفحه به موازات محور سطح استوانه‌ای، آن را قطع کند، سطح مقطع، دو خط موازی است. حواستون باشه: در این حالت فاصلهٔ صفحه از محور، باید کم‌تر از فاصلهٔ مولد تا محور باشد.		
۴	اگر صفحه به موازات محور سطح استوانه‌ای بر آن مماس باشند، سطح مقطع یک خط است.		

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به درس‌باکس، سطح مقطع یک صفحه با سطح استوانه‌ای، هیچ‌گاه نمی‌تواند سهمی باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح استوانه‌ای می‌نامیم. حال فرض کنید صفحهٔ P ، یک سطح استوانه‌ای را قطع کند. در حالت‌های مختلف دربارهٔ سطح مقطع حاصل بحث کنید (چهار حالت).

(هندسه (۳) - تمرین ۶ صفحهٔ ۳۹ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ دو دایره با معادله‌های $x^۲+y^۲=۲$ و $x^۲+y^۲-۲x+۲y=۰$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) مماس داخل
۲) مماس خارج
۳) متقاطع
۴) متداخل

مشاوره مشابه سؤال ۱۰، نهایی هندسه (۳)، دی ۱۴۰۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

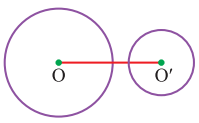
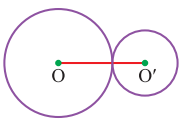
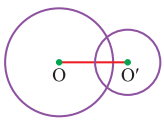
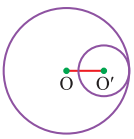
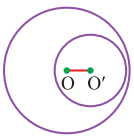
درس Box

۱) در معادلهٔ استاندارد دایره یعنی $(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=R^۲$، مختصات مرکز به صورت $O(\alpha,\beta)$ و شعاع برابر با R است.

۲) در معادلهٔ گستردهٔ دایره، یعنی $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$، مختصات مرکز به صورت $O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})$ و شعاع دایره برابر با $R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$ است.

وضعیت دو دایره نسبت به هم:

۳) دو دایره با شعاع‌های r، r' و خط‌المرکزین $OO'=d$، ۵ وضعیت مختلف زیر را می‌تواند نسبت به هم داشته باشند:

وضعیت	متخارج	مماس‌خارج	متقاطع	مماس‌داخل	متداخل
شکل					
شرط	$d>r+r'$	$d=r+r'$	$\lvert r-r'\rvert<d<r+r'$	$d=\lvert r-r'\rvert$	$۰\le d<\lvert r-r'\rvert$

با توجه به جدول بالا، برای این‌که ببینیم دو دایره نسبت به هم چه وضعیتی دارند، باید مقدار «$r+r'$»، «$\lvert r-r'\rvert$» و d را با هم مقایسه کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مختصات مرکز دایرهٔ $x^۲+y^۲=۲$ به صورت $O(۰,۰)$ و شعاع آن $r=\sqrt{۲}$ است.

گام دوم: مختصات مرکز دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x+۲y=۰$ به صورت $O'(۱,-۱)$ و شعاع آن $r'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۴-۰}=\sqrt{۲}$ است.

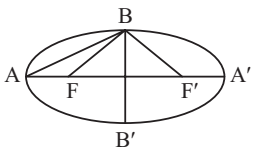
گام سوم: فاصلهٔ مرکزهای دو دایره $OO'=\sqrt{(۱-۰)^۲+(-۱-۰)^۲}=\sqrt{۲}$ است. از آن‌جا که $\underbrace{\lvert r-r'\rvert}_{۰}<\underbrace{OO'}_{\sqrt{۲}}<\underbrace{r+r'}_{۲\sqrt{۲}}$، دو دایره متقاطع‌اند.

وضعیت نسبی دو دایرهٔ $x^۲+y^۲=۹$ و $x^۲+y^۲-۲x+۲y+۱=۰$ را نسبت به هم مشخص کنید.

(سؤال ۱۰- امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ در شکل زیر، رأس‌ها و کانون‌های بیضی مشخص شده‌اند. اگر نسبت مساحت مثلث BFF' به مساحت مثلث ABF سه برابر خروج از مرکز بیضی باشد، مقدار عددی خروج از مرکز کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۵}$

۴) $\frac{۳}{۵}$

مشاوره مشابه سؤال ۱۱، نهایی هندسه (۳)، خرداد ۱۴۰۳

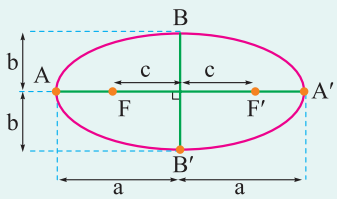
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) در هر بیضی، طول قطر بزرگ را $۲a$، طول قطر کوچک را $۲b$ و فاصلهٔ بین دو کانون را با $۲c$ نمایش می‌دهیم.

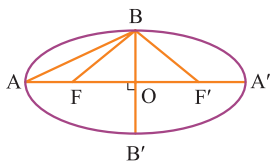
۲) قطر بزرگ و قطر کوچک هر بیضی بر هم عمودند.

۳) در هر بیضی، خروج از مرکز به صورت $e = \frac{c}{a}$ تعریف می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به شکل، داریم:



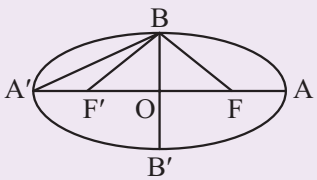
$$\frac{S(BFF')}{S(ABF)} = \frac{\frac{۱}{۲}BO.FF'}{\frac{۱}{۲}BO.AF} = \frac{FF'}{AF} = \frac{۲c}{a-c} \quad (*)$$

گام دوم: بنا به فرض سؤال، داریم $\frac{S(BFF')}{S(ABF)} = ۳e$، پس با توجه به تساوی $(*)$، داریم:

$$\frac{۲c}{a-c} = ۳e \Rightarrow \frac{۲c}{a-c} = ۳(\frac{c}{a}) \Rightarrow \frac{۲}{a-c} = \frac{۳}{a} \Rightarrow ۲a = ۳a - ۳c \Rightarrow ۳c = a \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow e = \frac{۱}{۳}$$

یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F و F' مطابق شکل زیر مفروض است. اگر $۴S_{\Delta FBF'} = S_{\Delta BA'O}$ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.

(سؤال ۱۱ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵ کانون سهمی $y^۲ = ۲x - ۴y$ و نقاط تقاطع آن با محورهای مختصات، رأس‌های یک چندضلعی هستند. مساحت این چندضلعی کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

مشاوره مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۵۸ کتاب درسی

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

معادلهٔ سهمی را به صورت استاندارد بنویسید.

درس Box

۱) در سهمی به معادلهٔ $(y-\beta)^۲ = ۴a(x-\alpha)$، مختصات کانون به صورت $F(\alpha+a,\beta)$ است.

۲) برای به دست آوردن طول نقاط تقاطع یک منحنی با محور yها، مقدار $x = ۰$ را در معادلهٔ آن قرار می‌دهیم، جواب‌های معادلهٔ حاصل برحسب y، طول نقاط تقاطع آن منحنی با محور y ها هستند. برای به دست آوردن نقاط تقاطع یک منحنی با محور xها، مقدار $y = ۰$ را در معادلهٔ آن قرار داده و نظیر همین فرایند را پیاده می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$y^۲ = ۲x - ۴y \Rightarrow y^۲ + ۴y = ۲x \Rightarrow (y+۲)^۲ - ۴ = ۲x \Rightarrow (y+۲)^۲ = ۲x + ۴$$

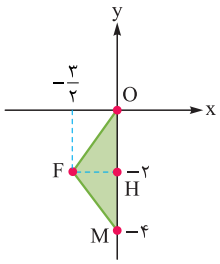
$$\Rightarrow (y+۲)^۲ = ۲(x+۲) \Rightarrow ۴a = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow F(-۲+\frac{۱}{۲}, -۲) = (-\frac{۳}{۲}, -۲)$$

گام دوم: نقاط تقاطع سهمی را با محورهای مختصات به دست می‌آوریم:

$$y^۲ = ۲x - ۴y \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y^۲ = ۰ - ۴y \Rightarrow y^۲ + ۴y = ۰ \Rightarrow y = ۰ \ , \ y = -۴ \\ y = ۰ \Rightarrow ۰ = ۲x - ۰ \Rightarrow x = ۰ \end{cases}$$

گام سوم: با توجه به شکل زیر، مساحت مثلث FOM را می‌خواهیم که برابر است با:



$$S(\overset{\Delta}{FOM}) = \frac{۱}{۲}FH.OM = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲} \times ۴ = ۳$$

سهمی $y^۲ = ۲x - ۴y$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و آن را رسم کنید. هم‌چنین مختصات نقاط برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.

(هندسه (۳) ـ تمرین ۷ صفحهٔ ۵۸ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ از نقطهٔ $M(۲,-۱)$ مماسی بر دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲-۴x+۴y+۷=۰$ رسم کرده‌ایم. کدام نقطهٔ زیر روی این خط مماس قرار دارد؟

۱) $(-۳,۲)$ ۲) $(۱,-۲)$

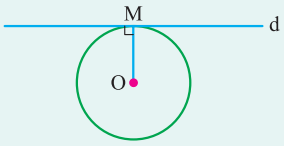
۳) $(۳,۱)$ ۴) $(۳,-۱)$

مشاوره مشابه مثال صفحهٔ ۴۵ کتاب درسی

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

برای نوشتن معادلهٔ مماس بر دایره از نقطه‌ای روی آن، مطابق شکل باید ابتدا مرکز دایره را یافته، شیب OM را بیابیم و سپس شیب خط مماس را با قرینه و معکوس کردن شیب OM پیدا کنیم.



با داشتن شیب خط مماس و نقطهٔ M، می‌توان معادلهٔ خط مماس را نوشت.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

$$x^۲+y^۲-۴x+۴y+۷=۰ \Rightarrow (x-۲)^۲-۴+(y+۲)^۲-۴+۷=۰$$

$$(x-۲)^۲+(y+۲)^۲=۱ \Rightarrow \text{مرکز } O(۲,-۲) \xrightarrow{M(۲,-۱)} \text{شیب } OM=\frac{-۱-(-۲)}{۲-۲}=\infty$$

پس شیب خط مماس باید صفر باشد و معادلهٔ خط مماس برابر است با $y=۱$. از بین نقاط گزینه‌ها فقط نقطهٔ $(۳,۱)$ روی این خط قرار دارد.

در نقطهٔ $A(۲,۳)$ روی دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳$ مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادلهٔ خط مماس را به دست آورید.

(هندسه (۳) ـ مثال صفحهٔ ۴۵ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ چند نقطه با مختصات صحیح، در رابطهٔ $\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R} \ , \ x^۲ < y \leq ۳\}$ وجود دارد؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) ۱۰

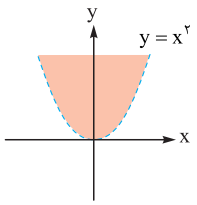
مشاوره مشابه کار در کلاس ۱ــح، صفحهٔ ۶۳ کتاب درسی

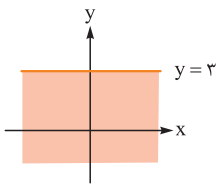
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint رابطه را به صورت اشتراک دو رابطهٔ $y \leq ۳$ و $x^۲ < y$ در نظر بگیرید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از $x^۲ < y \leq ۳$، می‌توان نتیجه گرفت $y \leq ۳$ و $x^۲ < y$.

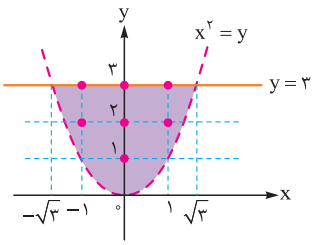
گام دوم: هر یک از دو رابطهٔ $x^۲ < y , y \leq ۳$ را جداگانه در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. نواحی رنگ‌شده در هر شکل محدوده‌های $x^۲ < y \ , \ y \leq ۳$ را مشخص می‌کند.





گام سوم: نمودار $x^۲ < y \leq ۳$ از اشتراک $y \leq ۳$ و $x^۲ < y$ به دست می‌آید.

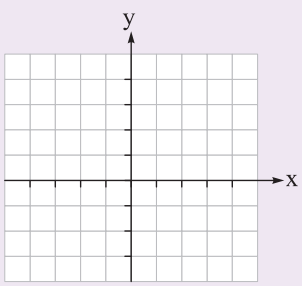
با توجه به شکل، هفت نقطهٔ مشخص‌شده در شکل زیر، مختصات صحیح دارند و در رابطهٔ مورد نظر سؤال صدق می‌کنند که عبارتند از:



$$\{(۰,۱),(۰,۲),(۰,۳),(-۱,۲),(-۱,۳),(۱,۲),(۱,۳)\}$$

برای هر یک از روابط زیر ابتدا چند نقطه از صفحه که در آن رابطه صدق می‌کند را مشخص کنید و سپس شکل کلی مربوط به آن رابطه را تعیین نمایید. *(هندسه (۳) ـ تمرین کار در کلاس ۱ صفحهٔ ۶۳ کتاب درسی)*

ح) $x^۲ < y \leq ۲$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ نقطهٔ A به ارتفاع ۳ واقع بر محور zها و نقطهٔ B به طول و عرض ۱ روی صفحهٔ xy واقع است. فاصلهٔ نقطهٔ وسط پاره‌خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

مشاوره مشابه سؤال ۱۴، نهایی هندسه ۳، خرداد ۱۴۰۲

۱) $\sqrt{۲/۷۵}$
۲) $\sqrt{۲/۵}$
۳) $\sqrt{۳/۲۵}$
۴) $\sqrt{۳/۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

فرم کلی نقاط روی محورها و صفحات دستگاه مختصات:

۱) اگر نقطه روی یکی از محورهای مختصات باشد، در مختصات نقطه، مؤلفهٔ مربوط به دو محور دیگر برابر صفر است. مثلاً اگر نقطهٔ A روی محور xها باشد، در مختصاتش، مؤلفه‌های y و z را صفر می‌گذاریم:

$A(x,۰,۰)$

۲) اگر نقطه روی یکی از صفحه‌های مختصات باشد، در مختصات نقطه، مؤلفه‌ای که در اسم صفحه حضور ندارد، برابر صفر است. مثلاً فرض کنید نقطهٔ A روی صفحهٔ yz باشد. چون در صفحهٔ yz ، x حضور ندارد، پس در مختصات نقطهٔ A ، مؤلفهٔ x را صفر می‌گذاریم:

$A(۰,y,z)$

خلاصهٔ همهٔ حرف‌های بالا می‌شود جدول زیر:

صفحهٔ zx	صفحهٔ yz	صفحهٔ xy	محور zها	محور yها	محور xها	جای نقطه
$A(x,۰,z)$	$A(۰,y,z)$	$A(x,y,۰)$	$A(۰,۰,z)$	$A(۰,y,۰)$	$A(x,۰,۰)$	فرم کلی مختصات

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مختصات نقطهٔ A به صورت $A(۰,۰,۳)$ و مختصات نقطهٔ B به صورت $B(۱,۱,۰)$ است.

گام دوم: مختصات وسط پاره‌خط AB (نقطهٔ M) را به دست می‌آوریم:

$$M(\frac{۱+۰}{۲},\frac{۱+۰}{۲},\frac{۰+۳}{۲})=(\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲})$$

گام سوم: با در نظر گرفتن $O(۰,۰,۰)$ و $M(\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲})$ ، طول پاره‌خط OM را محاسبه می‌کنیم:

$$OM=\sqrt{(\frac{۱}{۲}-۰)^۲+(\frac{۱}{۲}-۰)^۲+(\frac{۳}{۲}-۰)^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}+\frac{۹}{۴}}=\sqrt{\frac{۱۱}{۴}}=\sqrt{۲/۷۵}$$

نقطهٔ A به ارتفاع ۳ روی محور zها و نقطهٔ $B(۱,۰,۱)$ در فضا مفروض‌اند، فاصلهٔ مختصات وسط AB تا مبدأ مختصات را حساب کنید.

(سؤال ۱۴- امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹ اگر $\vec{a}=\vec{j}+۱۰\vec{k}$، $\vec{b}=(۴,۱,۵)$ و $\vec{c}=(۱,-۲,۲)$، آن‌گاه طول تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}+\vec{c}$، کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۳}$
۲) $۴/۲\sqrt{۳}$
۳) $۴/۴\sqrt{۳}$
۴) $۴/۶\sqrt{۳}$

مشاوره مشابه تمرین ۴، صفحهٔ ۸۴ کتاب درسی

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) طول بردار $\vec{v}=(v_۱,v_۲,v_۳)$ برابر است با $|\vec{v}|=\sqrt{v_۱^۲+v_۲^۲+v_۳^۲}$.

۲) حاصل‌ضرب داخلی دو بردار $\vec{u}=(u_۱,u_۲,u_۳)$ و $\vec{v}=(v_۱,v_۲,v_۳)$ برابر است با $\vec{u}.\vec{v}=u_۱v_۱+u_۲v_۲+u_۳v_۳$.

۳) طول تصویر قائم بردار $\vec{u}$ بر $\vec{v}$، برابر است با $|\vec{u}'|=\frac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{v}|}$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر $\vec{b}=(۴,۱,۵)$ و $\vec{c}=(۱,-۲,۲)$، آن‌گاه $\vec{v}=\vec{b}+\vec{c}=(۵,-۱,۷)$.

گام دوم: اگر $\vec{v}=(۵,-۱,۷)$، آن‌گاه $|\vec{v}|=\sqrt{۲۵+۱+۴۹}=\sqrt{۷۵}=۵\sqrt{۳}$.

گام سوم: طول تصویر قائم بردار $\vec{a}=(۰,۱,۱۰)$ بر امتداد بردار $\vec{v}=(۵,-۱,۷)$، برابر است با:

$$|\vec{a}'|=\frac{|\vec{a}.\vec{v}|}{|\vec{v}|}=\frac{|۰-۱+۷۰|}{۵\sqrt{۳}}=\frac{۶۹}{۵\sqrt{۳}}=\frac{۲۳}{۵}\times\frac{۳}{\sqrt{۳}}=۴/۶\sqrt{۳}$$

اگر $\vec{c}=(-۱,۱,۴)$، $\vec{b}=(۳,-۴,۲)$ و $\vec{a}=(۱,-۳,۴)$ باشند، آن‌گاه تصویر قائم a بر امتداد $\vec{b}+\vec{c}$ را به دست آورید.

(هندسه (۳) ـ تمرین ٤ صفحهٔ ٨٤ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار $\vec{a}=(0,-1,1)$، $\vec{b}=(1,0,-1)$ و $\vec{c}=(0,-1,-1)$ را در نظر بگیرید. طول ارتفاعی از این متوازی‌السطوح که بر صفحهٔ شامل دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ وارد می‌شود، کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$
۲) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
۳) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
۴) $2\sqrt{3}$

مشاوره این سؤال، سؤال مهمی است، چون نمونهٔ آن را هم در امتحان نهایی و هم در کنکور داشته‌ایم.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حجم متوازی‌السطوح ایجادشده توسط سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|=\begin{vmatrix}0&-1&1\\1&0&-1\\0&-1&-1\end{vmatrix}|=|0-1-1|=2$$

گام دوم: بردار $\vec{b}\times\vec{c}$ را محاسبه و به کمک آن مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل از $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{b}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&0&-1\\0&-1&-1\end{vmatrix}=-\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\Rightarrow|\vec{b}\times\vec{c}|=\sqrt{(-1)^2+1^2+(-1)^2}=\sqrt{3}$$

گام سوم: طول ارتفاع مورد نظر، برابر است با:

$$|\vec{h}|=\frac{|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})|}{|\vec{b}\times\vec{c}|}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

بردارهای $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$، $\vec{b}=(0,1,1)$ و $\vec{c}=\vec{i}+\vec{k}$ بر سه یال یک متوازی‌السطوح منطبق هستند. اگر قاعدهٔ این متوازی‌السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، اندازهٔ ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.

(سؤال ۱۶ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) به ازای هر عدد طبیعی n داریم $(n+۲,n)=۲$.

۲) α و β اعداد گنگ و $\alpha+\beta$ گویا است. $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}$ عددی گنگ است.

۳) x و y دو عدد حقیقی دلخواه هستند: $x^۲+\frac{۱}{۲}(y^۲+۱)\geq x+xy \leftrightarrow (x-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰$

۴) $A=\{۴,۵\}$ یک زیرمجموعه از مجموعهٔ $S=\{۱,۲,...,۶\}$ است و $n\in S$، اگر $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ یک عدد زوج باشد، آن‌گاه $n\in A$.

مشاوره درس اول نظریهٔ اعداد روش‌های استدلال سؤال نهایی این قسمت بیشتر از اثبات بازگشتی بوده است. روی تمرین‌های این درس مسلط باشید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint برای سه‌تا گزینه مثال نقض پیدا کن.

درس Box

گویا یا گنگ بودن جمع، تفریق و ضرب اعداد

ضرب	جمع و تفریق (نوع اثبات)	
گویا (اثبات مستقیم)	گویا (اثبات مستقیم)	هر دو گویا
(اگر عدد گویا صفر باشد، صفر ولی ضرب گویای ناصفر در گنگ، گنگ است.)	گنگ (برهان خلف)	یکی گویا و یکی گنگ
ممکن است گنگ یا گویا	ممکن است گنگ یا گویا	هر دو گنگ

روش اثبات حکم p با گزاره‌های هم‌ارز (اثبات بازگشتی): سعی می‌کنیم با اعمال دوطرفهٔ ضرب، تقسیم، جمع و تفریق، ترکیب‌های درست دوشرطی $p\Leftrightarrow q\Leftrightarrow r$ بسازیم تا جایی که به یک رابطهٔ همواره درست برسیم. چون آخرین گزاره همواره درست و ترکیب‌های دوشرطی هم درست هستند. پس هم گزاره‌ها هم‌ارزش بوده و هم حکم p درست می‌شود *(یعنی ثابت می‌شه)*.

نکته: درستی نامساوی‌ها معمولاً به روش گزاره‌های هم‌ارز (اثبات بازگشتی) ثابت می‌شود.

انواع روش‌های اثبات

نوع اثبات	روش کار	کاربرد
مستقیم	از درستی فرض به درستی حکم می‌رسیم.	از زوج یا فرد بودن اعداد به درستی حکم می‌رسیم.
در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها	n را حالت‌بندی می‌کنیم (مثلاً زوج و فرد) و در هر کدام به درستی حکم می‌رسیم.	برای هر n می‌خواهیم حکمی را ثابت کنیم.
برهان خلف	خلاف حکم را به تناقض می‌رسانیم.	اثبات گنگ‌بودن اعداد ـ هرجا که اثبات مستقیم دشوار باشد.
بازگشتی	حکم را با اعمال دوطرفه به یک رابطهٔ همواره درست می‌رسانیم.	نامساوی‌ها

پاسخ خیلی تشریحی

گزینهٔ (۱): نادرست است؛ چون ب.م.م دو عدد فرد متوالی برابر ۱ است، مثلاً $(۳,۱)=۱$ $\rightarrow$ $n=۱$ (دقت کنید اگر n زوج باشد $(n+۲,n)=۲$).

گزینهٔ (۲): نادرست است؛ اگر $\alpha=\sqrt{۲}$ و $\beta=-\sqrt{۲}$ بگیریم، $\alpha+\beta$ گویا بوده ولی $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=۰$ که عددی گویا است.

گزینهٔ (۳): درست است؛ اثبات به روش بازگشتی:

$$x^۲+\frac{۱}{۲}(y^۲+۱)\geq x+y \xrightarrow{\times ۲} ۲x^۲+(y^۲+۱)\geq ۲x+۲xy$$

$$\leftrightarrow x^۲+x^۲+y^۲+۱-۲x-۲xy\geq ۰ \leftrightarrow (x-۱)^۲+(x-y)^۲\geq ۰$$

گزینهٔ (۴): نادرست است؛ اگر $n=۳$ باشد نیز $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ زوج است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ اگر $a>1$، $a \mid 9k+4$ و $a \mid 5k+3$، کدام عدد ممکن است اول باشد؟ (اعداد گزینه‌ها بزرگ‌تر از ۳ هستند.)

۱) $(a-1)q+5$
۲) $(a-1)q+2$
۳) $(a-1)q+3$
۴) $(a-1)q+4$

مشاوره سؤال بسیار مهم و پرتکرار نهایی که در کنکور ۱۴۰۴ هم آمد. حواستان به اثبات‌های عادکردن هم باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint با ضرب سمت راست در اعداد مناسب k رو حذف کن.

درس Box

ویژگی‌های عادکردن

از رابطهٔ $a \mid b$ چه نتایجی می‌توانیم بگیریم.	
$\pm a \mid \pm b$	علامت مهم نیست.
$ka \mid kb$	دو طرف را در عدد صحیح دلخواه k ضرب کنیم.
$a^n \mid b^n$	دو طرف را به توان عدد طبیعی دلخواه n برسانیم.
$a \mid b^n$	فقط سمت راست را به توان عدد طبیعی n برسانیم.
$a \mid kb$	فقط سمت راست را در عدد صحیح k ضرب کنیم.
$\lvert a \rvert \le \lvert b \rvert$ (باید $b \neq 0$)	قدرمطلق سمت راست بزرگ‌تر یا مساوی قدرمطلق سمت چپ است.
به جای a می‌توانیم مقسوم‌علیه آن را قرار دهیم. (a را لاغر کنیم.)	

از دو رابطهٔ $a \mid b$ و $a \mid c$ چه نتایجی می‌توانیم بگیریم؟	
$a \mid b \pm c$	سمت راست‌ها را با هم جمع و تفریق کنیم.
$a \mid mb \pm nc$	سمت راست‌ها را در عدد صحیح دلخواه ضرب کرده و بعد جمع و تفریق کنیم.

نکته برای اثبات رابطه‌هایی به صورت $\bigcirc \mid \square$ کافی است نشان دهیم عددی صحیح مثل q وجود دارد که $\bigcirc = \square \times q$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سمت راست رابطهٔ اول را در ۵ و سمت راست دومی را در -9 ضرب می‌کنیم:

$$a \mid 9k+4 \xrightarrow{\times 5} a \mid 45k+20$$
$$a \mid 5k+3 \xrightarrow{\times(-9)} a \mid -45k-27$$

گام دوم: سمت راست دو رابطه را جمع می‌کنیم:

$$a \mid -7 \rightarrow a \mid 7 \xrightarrow{a>1} a = 7$$

گام سوم: در گزینه‌ها $a=7$ قرار می‌دهیم:

گزینهٔ (۱): $6q+5 \rightarrow$ می‌تواند اول باشد

گزینهٔ (۲): $6q+2=2(3k+1) \xrightarrow{\text{زوج بزرگ‌تر از ۲}}$ غیراول

گزینهٔ (۳): $6q+3=3(2q+1) \xrightarrow{\text{مضرب ۳ بزرگ‌تر از ۳}}$ غیراول

گزینهٔ (۴): $6q+4=2(3q+2) \xrightarrow{\text{زوج بزرگ‌تر از ۲}}$ غیراول

اگر a عددی اول باشد و $3a \mid 4k+2$ و $3a \mid 5k+1$ آن‌گاه مقدار a را بیابید. (سؤال ۶ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ $A = ۱! + ۲! + ۳! + ... + ۱۰۰!$ بوده و دو عدد $(Aa - ۵)$ و $(۴a - ۷)$ رقم یکان برابر دارند، رقم یکانِ عدد $(a^۲ + ۷)$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

مشاوره هم‌نهشتی مهم‌ترین موضوع نظریهٔ اعداد است. قاعدهٔ پیداکردن باقی‌مانده، بخش‌پذیری بر اعداد خاص، معادلهٔ سیاله و هم‌نهشتی مهم‌ترین موضوعات این قسمت هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint دو عدد رو به پیمانهٔ ۱۰، هم‌نهشت بگذار.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: رقم یکان A، همان باقی‌ماندهٔ A در تقسیم بر ۱۰ است:

$$۱! + ۲! + ۳! + ۴! + \underbrace{۵! + ... + ۱۰۰!}_{\text{بر ۱۰ بخش‌پذیر}} \overset{۱۰}{\equiv} ۱ + ۲ + ۶ + ۲۴ + ۰ \overset{۱۰}{\equiv} ۳$$

گام دوم: دو عدد داده‌شده رقم یکان برابر دارند، پس به پیمانهٔ ۱۰ هم‌نهشت هستند. به جای A نیز ۳ قرار می‌دهیم:

$$۴a - ۵ \to a \overset{۱۰}{\equiv} ۲ \xrightarrow{\text{توان ۲}} a^۲ \overset{۱۰}{\equiv} ۴ \xrightarrow{+۷} a^۲ + ۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۱۱ \overset{۱۰}{\equiv} ۱ \quad \text{یا} \quad ۴a - ۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۳a - ۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ مجموع ارقام کوچک‌ترین جواب سه‌رقمی y که در معادلهٔ $11x+16y=116$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸

۳) ۹ ۴) ۱۰

مشاوره از هر چیزی که در نهایی سؤال نیاید، از حل معادلهٔ هم‌نهشتی یا سیاله سؤال می‌آید. حتماً آن را بلد باشید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

دو طرف را به پیمانهٔ ۱۱ ببرید.

درس Box

حل معادلهٔ سیاله

- **تعریف:** به معادلهٔ $ax+by=c$ که همهٔ ضرایب و مجهولات عدد صحیح هستند. معادلهٔ سیالهٔ خطی درجه‌اول می‌گوییم.
- **شرط جواب:** شرط این‌که معادلهٔ $ax+by=c$ جواب داشته باشد این است که $(a,b)\mid c$ (و برعکس).

روش حل معادلهٔ سیاله: معادلهٔ سیاله را به معادلهٔ هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم. برای این کار دو طرف معادله را به پیمانهٔ a می‌بریم، ax که مضرب a است، هم‌نهشت صفر می‌شود، پس داریم:

$$ax+by\overset{a}{\equiv}c \Rightarrow by\overset{a}{\equiv}c$$

دقت کنید که می‌توانستیم به پیمانهٔ b ببریم که در این صورت معادله به صورت $ax\overset{b}{\equiv}c$ درمی‌آید.

نکته

- این‌که به کدام‌یک از پیمانه‌های b یا a ببریم فرقی نمی‌کند، اما معمولاً بهتر است به پیمانه‌ای ببریم که کوچک‌تر (از نظر قدرمطلق) است.
- بعد از این‌که معادلهٔ هم‌نهشتی را حل و آن متغیر را پیدا کردید، باید آن را در معادلهٔ سیاله قرار دهید تا مجهول دیگر هم به دست آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: باید کاری کنیم که x حذف شود، پس دو طرف معادله را به پیمانهٔ ۱۱ می‌بریم:

$$11x+16y\overset{11}{\equiv}116 \xrightarrow{11x\overset{11}{\equiv}0} 16y\overset{11}{\equiv}116$$

گام دوم: به جای ۱۶ و ۱۱۵ هم‌نهشت آن‌ها به پیمانهٔ ۱۱ را قرار می‌دهیم:

$$16\overset{11}{\equiv}5 \quad \text{و} \quad 116\overset{11}{\equiv}6-1+1=6$$

گام سوم:

$$5y\overset{11}{\equiv}6 \xrightarrow{6\overset{11}{\equiv}-5} 5y\overset{11}{\equiv}-5 \xrightarrow[(5,11)=1]{\div 5} y\overset{11}{\equiv}-1$$

گام چهارم:

$$y=11k-1 \xrightarrow[\text{کوچک‌ترین سه‌رقمی}]{\text{به ازای } k=10} y=109 \rightarrow \text{مجموع ارقام}=10$$

در معادلهٔ سیالهٔ $15x+19y=7$، بزرگ‌ترین عدد ۲رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه‌حل)

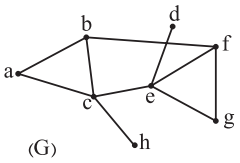
(سؤال ۶ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)

شخصی در یک مسابقهٔ پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب‌های ۹ امتیازی او چندتاست؟

(سؤال ۷ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۳)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ کدام گزینه در مورد گراف G نادرست است؟



۱) $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = ۲۴$

۲) مجموعهٔ $N_G(a) \cap N_G(c)$ یک عضو دارد.

۳) طول بزرگ‌ترین مسیر در گراف برابر $q(G) - ۲$ است.

۴) طول بزرگ‌ترین دور گراف برابر $p(G) - ۲$ است.

مشاوره روی تعریف‌ها و نمادهای گراف مسلط باشید. ۲ نمره از همین‌ها در امتحان نهایی می‌آید که معمولاً سؤال‌های بسیار ساده‌ای هستند.

پاسخ گزینهٔ ۳

Hint $q(\bar{G})$ همان تعداد یال‌های گراف مکمل و $\Delta(\bar{G})$ نیز ماکزیمم درجه در گراف مکمل و $N_G(v)$ مجموعهٔ رأس‌هایی است که به v وصل هستند.

درس Box

تعاریف مهم گراف

نماد	مفهوم	نماد	مفهوم
$V(G)$	مجموعهٔ رأس‌های گراف	$\lceil x \rceil$	سقف x
$E(G)$	مجموعهٔ یال‌های گراف	$\bar{G}$ یا G^c	گراف مکمل G
p	مرتبهٔ گراف	$\gamma(G)$	عدد احاطه‌گری گراف G
q	اندازهٔ گراف	p_n	مسیر n رأسی
$\deg_G(v)$	درجهٔ رأس v در گراف G	C_n	دور n رأسی
Δ	ماکزیمم درجه	$\sum_{i=1}^{p} \deg v_i$	مجموع درجات
δ	مینیمم درجه	(a, b)	a b
$N_G(a)$	همسایگی باز رأس a	$N_G[a]$	همسایگی بستهٔ رأس a
رأس فرد	رأسی که درجهٔ آن فرد است.	رأس زوج	رأسی که درجهٔ آن زوج است.

نوع گراف	تعریف	نماد	ویژگی‌ها
منتظم	درجهٔ همهٔ رأس‌ها برابر k است.	k ـ منتظم	$pk = ۲q$ که $k \le p - ۱$ از بین p و k حداقل یکی زوج است.
کامل p رأسی	همهٔ رأس‌ها به هم وصل هستند.	k_p	درجهٔ هر رأس $= p - ۱$ $q = \frac{p(p-۱)}{۲}$ بیشترین تعداد یال ممکن در p رأس را دارد.
مکمل G	رأس‌ها، همان‌ها هستند ولی رأس‌هایی که در G به هم وصل نیستند، این‌جا وصل می‌شوند.	$\bar{G}$	$q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-۱)}{۲}$ $\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - ۱$ $\Delta(\bar{G}) + \delta(G) = p - ۱$ $\Delta(G) + \delta(\bar{G}) = p - ۱$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: گراف ۱۰ یال دارد، پس $q(G)=10$. گراف ۸ رأس دارد، پس $p(G)=8$.

گام دوم:

$$q(G)+q(\bar{G})=\frac{p(p-1)}{2}\rightarrow 10+q(\bar{G})=\frac{8\times 7}{2}=28\rightarrow q(\bar{G})=18$$

$$\Delta(\bar{G})+\delta(G)=p-1\xrightarrow{\delta(G)=1}\Delta(\bar{G})+1=7\rightarrow\Delta(\bar{G})=6$$

پس $\Delta(\bar{G})+q(\bar{G})=24$ و گزینهٔ (۱) درست است.

گام سوم: گزینهٔ (۲) درست است، چون

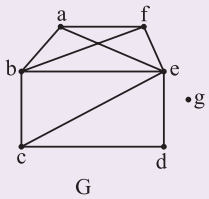
$$N_G(a)=\{b,c\}\quad\text{و}\quad N_G(c)=\{a,b,h\}\rightarrow N_G(a)\cap N_G(c)=\{b\}$$

گام چهارم: بزرگ‌ترین مسیر گراف به صورت hcabfged است که طول آن برابر ۷ (همون $q-3$) است، پس گزینهٔ (۳) نادرست است.

گول نخوری ✘ بزرگ‌ترین دور گراف به صورت cabfgec است که طول آن برابر ۶ (همون $p-2$) است.

(سؤال ۸ ـ امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۴)

گراف G را در نظر بگیرید.



الف) مقدار $d_{\bar{G}}(e)$ را به دست آورید.

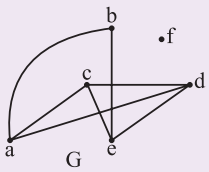
ب) حاصل $q(\bar{G})$ را به دست آورید.

پ) دوری به طول ۶ با شروع از رأس a در گراف G بنویسید.

ت) گراف G چند رأس زوج دارد؟

(سؤال ۹ ـ امتحان نهایی دی ۱۴۰۴)

گراف G را در نظر بگیرید.



الف) مجموعهٔ $V(G)$ و اندازهٔ گراف G را بنویسید.

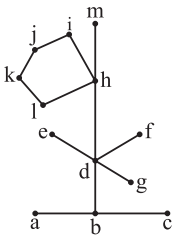
ب) مسیری به طول ۴ از a به b بنویسید.

پ) دوری به طول ۵ بنویسید که از رأس c شروع شود.

ت) اگر $N_G(x)=\{c,b,d\}$ باشد، آن‌گاه x چه رأس یا رأس‌هایی می‌تواند باشد؟

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ در شکل زیر، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو را برابر A در نظر می‌گیریم، حاصل $\gamma(G)+n(A)$ کدام است؟



۱) $\gamma(P_{۳۰})$

۲) $\gamma(P_{۳۱})$

۳) $\gamma(C_{۲۷})$

۴) $\gamma(C_{۳۴})$

پاسخ گزینهٔ ۴

Hint به جای برداشتن b، رأس‌های c و a رو بردار و به جای d رأس g و f و e و همین‌جوری.

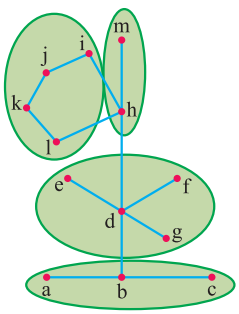
درس Box **بررسی عدد احاطه‌گری و تعداد γ ـ مجموعه‌های گراف‌های خاص**

گراف	عدد احاطه‌گری	تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم (γ ـ مجموعه‌ها)
K_p (کامل)	$\gamma(K_p)=۱$	Pتا (هر رأس یک γ ـ مجموعه است.)
$\bar{K}_p$ (تهی)	$\gamma(\bar{K}_p)=P$	۱ (مجموعهٔ کل رأس‌ها)
P_n (مسیر)	$\gamma(P_n)=\left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil$	اگر n مضرب ۳ باشد، فقط یک γ ـ مجموعه دارد؛ در غیر این صورت مستقیم شمارش می‌کنیم.
C_n (دور)	$\gamma(C_n)=\left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil$	اگر n مضرب ۳ باشد، سه‌تا γ ـ مجموعه دارد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: از هر کدام از رأس‌های درون دایره حداقل یک رأس باید انتخاب کنیم،

پس $\gamma \geq ۴$. از طرفی مجموعهٔ $\{b,d,h,k\}$ کل رأس‌ها را احاطه می‌کند، پس: $\gamma(G)=۴$.

گام دوم: برای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال با بیشترین تعداد عضو، کافی است مجموعهٔ $\{a,c,e,f,g,m,i,l\}$ را انتخاب کنیم، پس $n(A)=۸$.



گام سوم: $\gamma(G)+n(A)=۱۲$ از طرفی $\gamma(P_n)=\gamma(C_n)=\left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil$، پس داریم:

$$\gamma(P_{۳۰})=\left\lceil \frac{۳۰}{۳} \right\rceil=۱۰ \quad و \quad \gamma(P_{۳۱})=\left\lceil \frac{۳۱}{۳} \right\rceil=۹ \quad و \quad \gamma(C_{۲۷})=\left\lceil \frac{۲۷}{۳} \right\rceil=۹ \quad و \quad \gamma(C_{۳۴})=\left\lceil \frac{۳۴}{۳} \right\rceil=۱۲$$

درس Box **تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم**: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه (یا مجموعه‌هایی) که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم می‌گوییم. تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را **عدد احاطه‌گری گراف** G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. **به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، یک γ ـ مجموعه هم می‌گوییم.**

تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال: مجموعهٔ احاطه‌گر که با حذف هر یک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد را احاطه‌گر مینیمال می‌گوییم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ ۸ دانش‌آموز در آزمایشگاه فیزیک به ۴ گروه ۲نفره تقسیم شده و همهٔ گروه‌ها آزمایش یکسانی را انجام می‌دهند. گروه‌بندی به چند صورت ممکن است انجام شود؟

۱) ۲۵۲۰ ۲) ۶۳۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۱۰۵

مشاوره حواستان به تقسیم $k!$ باشد، اگر k گروه با ظرفیت یکسان داشته باشیم.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ۸ شیء رو قراره به ۴ مجموعهٔ ۲عضوی افراز کنی.

درس Box

تعداد افرازهای یک مجموعه:

فرض کنید می‌خواهیم مجموعه‌ای nعضوی را به زیرمجموعه‌های n_1، n_2 و ... عضوی افراز کنیم $(n_1+n_2+\ldots=n)$. تعداد حالت‌های انجام کار طبق قضیهٔ جایگشت یا تکرار به صورت زیر به دست می‌آید:

الف) اگر n_1، n_2 و ... همگی متفاوت باشند، تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{n!}{(n_1)!(n_2)!\ldots}$$

مثلاً اگر بخواهیم مجموعهٔ ۹ عضوی را به زیرمجموعه‌های ۲ و ۳ و ۴ عضوی افراز کنیم، تعداد حالت‌ها برابر $\frac{9!}{2!3!4!}$ می‌شود.

ب) اگر kتا از زیرمجموعه‌ها مثل هم باشند (تعداد عضوهای یکسانی داشته باشند)، تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{n!}{k!(n_1)!(n_2)!\ldots}$$

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به درس‌باکس داریم:

$$\frac{\overset{\text{تعداد کل}}{\overset{\uparrow}{8!}}}{2!2!2!2!\underset{\downarrow}{4!}}=105$$

۴گروه یکسان

یه‌جور دیگه

گام اول: ۲ نفر از ۸ نفر را انتخاب کرده و یک گروه ۲نفره تشکیل می‌دهیم.

گام دوم: دوباره ۲ نفر از ۶ نفر باقی‌مانده را در گروه دیگر و ...

گام سوم: جابه‌جایی گروه‌ها با هم (مثلاً ۲ نفر در یک گروه با ۲ نفر در اتاق دیگر جابه‌جا شوند) فرقی نمی‌کند، پس جواب بالا باید بر $4!$ تقسیم گردد، پس تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{4!}=\frac{28\times15\times6}{4\times3\times2}=7\times15=105$$

۱۰ نفر به چند طریق می‌توانند در پنج اتاق ۲نفرهٔ یکسان واقع در یک هتل اسکان یابند؟

(سؤال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) ۱۸۹ ۲) ۳۱۵ ۳) ۵۶۷ ۴) ۹۴۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ معادلهٔ $x_1+\sqrt{x_2+x_3+x_4}=4$، چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_1\geq 2$؟

۱) ۱۲ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول ۲تا از هم کم کن و بعد x_2 رو حالت‌بندی کن.

درس Box **تعداد جواب‌های معادلهٔ سیالهٔ خطی در حالت‌های مختلف:**

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر یا روش حل
$\underbrace{x_1+x_2+\ldots+x_k}_{k\text{تا متغیر}}=n$	$\binom{n+k-1}{k-1}$	توزیع n شیء یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع گل
$\begin{cases}x_1+x_2+\ldots+x_k=n\\x_1\geq a\end{cases}$	$\binom{n+k-1-a}{k-1}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases}x_1+x_2+\ldots+x_k=n\\x_i\geq 1,\ i=1,2,\ldots,k\end{cases}$	$\binom{n-1}{k-1}$	جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases}x_1+x_2+\ldots+x_k=n\\x_1\leq a\end{cases}$	$\binom{n+k-1}{k-1}-\binom{n-(a+1)+k-1}{k-1}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_1\geq a+1$ کم می‌کنیم.
$x_1+x_2+\ldots+x_k\leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی x_{k+1} را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادلهٔ $x_1+x_2+\ldots+x_{k+1}=n$ گردد.
$ax_1+\ldots+x_k=n$ $x_1^n+\ldots+x_k=n$ $\sqrt{x}+\ldots+x_k=n$	-	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و ... را حالت‌بندی می‌کنیم.

نکته برای به دست آوردن تعداد جواب‌های صحیح نامنفی با شرط $x_1\geq a$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$x_i'=x_i-a \Rightarrow x_i=x_i'+a \Rightarrow$ به جای x_i در معادلهٔ $x_i'+a$ قرار می‌دهیم

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: تغییر متغیر می‌دهیم:

$$x_1'=x_1-2\geq 0 \rightarrow x_1=x_1'+2$$

گام دوم: با جای‌گذاری x_1 در معادله داریم:

$$x_1'+2+\sqrt{x_2+x_3+x_4}=4 \rightarrow x_1'+\sqrt{x_2+x_3+x_4}=2$$

گام سوم: x_2 را حالت‌بندی می‌کنیم. چون می‌خواهیم جواب‌ها صحیح باشند، x_2 باید مربع کامل باشد:

$$x_2=0 \rightarrow x_1'+x_3+x_4=2 \xrightarrow[k=3]{n=2} \text{تعداد جواب‌ها} =\binom{4}{2}=6$$

$$x_2=1 \rightarrow x_1'+1+x_3+x_4=2 \rightarrow x_1'+x_3+x_4=1 \rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} =\binom{3}{2}=3$$

$$x_2=4 \rightarrow x_1'+2+x_3+x_4=2 \rightarrow x_1'+x_3+x_4=0 \rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} =1$$

پس در کل، معادله $6+3+1=10$ جواب دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ $m=۵$ و $n=۳$ است. تعداد راه‌های هدیه‌دادن m خودکار مختلف به n فرد به طوری که به هر فرد حداقل یکی برسد را برابر A و تعداد راه‌های هدیه‌دادن n خودکار مختلف به m نفر به طوری که به هر فرد حداکثر یکی برسد را B می‌گیریم. $\frac{A}{B}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

مشاوره برای به دست آوردن تعداد تابع‌های پوشا اگر بارم سؤال زیاد باشد حتماً راه‌حل بنویسید، ولی اگر بارم سؤال کم‌تر از ۱ نمره باشد، نوشتن فرمول کفایت می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint تعداد تابع‌های پوشا و یک‌به‌یک رو به دست بیار.

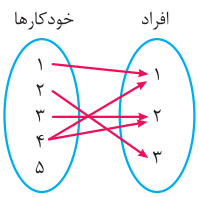
درس Box

توزیع n شی بین k نفر

- اشیای یکسان ← جواب‌های معادلهٔ $x_۱+\ldots+x_k=n$
  - تعداد جواب‌های صحیح نامنفی $=\binom{n+k-۱}{k-۱}$
  - تعداد جواب‌های طبیعی = (به هر نفر حداقل یک جایزه برسد) $=\binom{n-۱}{k-۱}$
- اشیای متمایز ← تعداد تابع‌ها از مجموعهٔ nعضوی اشیا به kعضوی افراد
  - تعداد جواب‌ها (تعداد کل تابع) $=k^n$ (دومی به توان اولی)
  - به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد $=P(k,n)=\frac{k!}{(k-n)!}$ (تابع‌های یک‌به‌یک) $(k\geq n)$
  - به هر نفر حداقل یک جایزه برسد. (تابع‌های پوشا) $(k\leq n)$
    - از nعضوی به دوعضوی: $۲^n-۲$
    - از nعضوی به ۳عضوی: $۳^n-۳\times۲^n+۳$

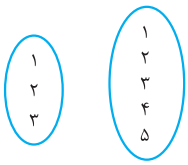
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: برای محاسبهٔ A کافی است تعداد تابع‌های پوشا از مجموعهٔ ۵عضوی خودکارها به مجموعهٔ ۳عضوی افراد را به دست آوریم:



$$n=۵ \Rightarrow ۳^n-۳\times۲^n+۳=۳^۵-۳\times۲^۵+۳=۱۵۰$$

گام دوم: برای محاسبهٔ B کافی است تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعهٔ ۳عضوی به ۵عضوی را به دست آوریم:



$۵\times۴\times۳=۶۰$ ← عدد ۱ به هر کدام از ۵ عضو می‌تواند نظیر شود

حالت‌های ۳ حالت‌های ۲

گام سوم:

$$\frac{A}{B}=\frac{۱۵۰}{۶۰}=\frac{۵}{۲}$$

تعداد راه‌های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر ..... است.

(سؤال ۲ (قسمت ب) ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ **حداقل چند عدد از مجموعهٔ $\{2,6,10,...,98\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو عدد در بین اعداد انتخاب‌شده وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰۴ است؟**

۱) ۱۳ ۲) ۱۴

۳) ۱۵ ۴) ۱۶

مشاوره تمرین‌های کتاب در بخش اصل لانه‌کبوتری خیلی مهم هستند و معمولاً یکی از آن‌ها در امتحان نهایی می‌آید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اعداد رو دوتا دوتا طوری جفت کن که جمع اون‌ها ۱۰۴ بشه.

درس Box **روش جفت‌سازی در حل مسئله‌های اصل لانه‌کبوتری**: برای به دست آوردن حداقل انتخاب برای این‌که دو عدد با ویژگی موردنظر (مثلاً جمع خاص) حتماً در بین اعداد وجود داشته باشد، اعداد رو دوتا دوتا طوری دسته‌بندی می‌کنیم که همان ویژگی را داشته باشند؛ البته ممکن است برخی اعداد، جفتی نداشته باشند و تک‌عضوی باقی بمانند که هر کدام از آن‌ها را یک دسته در نظر می‌گیریم.

اگر یکی بیشتر از تعداد دسته‌ها (لانه‌ها) برداریم، مطمئن هستیم که دو عدد با همان ویژگی در بین اعداد انتخابی وجود دارد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: برای درست‌کردن لانه‌ها اعداد را دوتا دوتا جوری دسته‌بندی می‌کنیم که جمع آن‌ها ۱۰۴ بشود. حواستان باشد برای عدد ۲، جفتی پیدا نمی‌شود:

$$\underbrace{\{2\}\ \{6,98\},\{10,94\},\{14,90\},...,\{50,54\}}_{\text{۱۳ لانه}}$$

$$۴(۱۲)+۲$$

گام دوم: ۱۳ لانه داریم، پس اگر ۱۴ عدد انتخاب کنیم مطمئن هستیم که از یک لانه حداقل دو عدد انتخاب کرده‌ایم. همین دو عدد مطلوب مسئله بوده، چون هر کدام که باشند، جمع آن‌ها برابر ۱۰۴ می‌شود.

مجموعهٔ اعداد $A=\{1,5,9,13,...,77,81,85\}$ را که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده‌اند، در نظر می‌گیریم، اگر از این مجموعه ۱۳ عضو انتخاب کنیم، نشان دهید که حداقل ۲ عدد در این ۱۳ عدد وجود دارد که مجموعشان برابر با ۹۰ باشد.

(ریاضیات گسسته ـ تمرین ۱۳ صفحهٔ ۸۴ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ **کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، درست است؟**

۱) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک از اندازهٔ سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است.

۲) بردار مکان متحرک در یک لحظه، برداری است که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند.

۳) در تمام بازه‌های زمانی، تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.

۴) سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط:

s_{av} = تندی متوسط (m/s) $\quad \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$, $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$

l = مسافت (m)

Δt = مدت‌زمان (s)

$\vec{v}_{av}$ = سرعت متوسط (m/s)

$\vec{d}$ = جابه‌جایی (m)

در هر بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک، بزرگ‌تر یا مساوی اندازهٔ سرعت متوسط آن است: $s_{av} \geq |\vec{v}_{av}|$

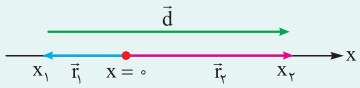
اگر اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت برابر باشند $(l = |\vec{d}|)$: $s_{av} = |\vec{v}_{av}|$

بردار مکان $(\vec{r})$:

برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان جسم در آن لحظه، نام دارد.

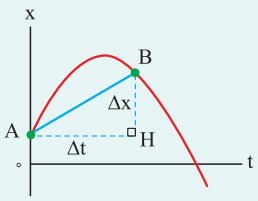
بردار جابه‌جایی $(\vec{d})$:

پاره‌خط جهت‌داری است که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی وصل می‌کند. بردار جابه‌جایی $\vec{d}$ بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 همان تفاضل دو بردار مکان $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ در آن دو لحظه است.



$\vec{d} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

سرعت متوسط متحرک، بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند. مثلاً برای متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، داریم:



شیب پاره‌خط AB $= v_{av}$

پاسخ خیلی تشریحی

موارد مطرح‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): نادرست؛ زیرا ممکن است در یک بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک، با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر باشد.

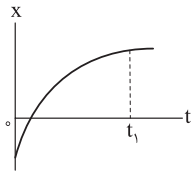
گزینهٔ (۲): نادرست؛ با توجه به درس‌باکس، برداری که مکان آغازین متحرک را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی آن است.

گزینهٔ (۳): نادرست؛ زیرا ممکن است در یک بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک، از اندازهٔ سرعت متوسط آن بیشتر باشد.

گزینهٔ (۴): درست؛ با توجه به متن درس‌باکس، این عبارت درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. از لحظهٔ صفر تا t_1 ، کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

پ) فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

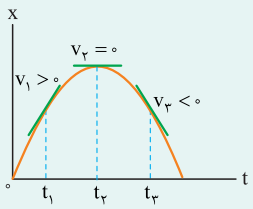
۱) الف و پ
۲) الف و ت
۳) ب و پ
۴) ب و ت

مشاوره این سؤال براساس یکی از پرسش‌های کتاب فیزیک (۳) در فصل اول طرح شده است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه است:

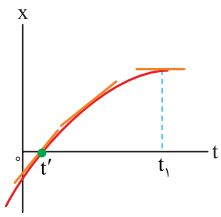


۲) اگر متحرکی در جهت محور x حرکت کند، تندی لحظه‌ای متحرک با سرعت لحظه‌ای آن برابر است.

۳) اگر نمودار مکان ـ زمان متحرک، به محور t نزدیک شود، یعنی متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود و $|x|$ در حال کاهش است. اما اگر نمودار مکان ـ زمان متحرک، از محور t دور شود، یعنی متحرک از مبدأ مکان دور می‌شود و $|x|$ در حال افزایش است.

پاسخ خیلی تشریحی

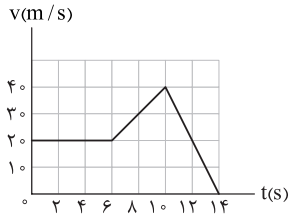
گام اول: مورد «الف» نادرست است؛ زیرا در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 ، شیب خط مماس بر نمودار، دائماً کاهش یافته است؛ یعنی تندی متحرک پیوسته کاهش می‌یابد؛ بنابراین مورد «ب» درست است.



گام دوم: در بازهٔ زمانی ۰ تا t' متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود، یعنی فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان کاهش می‌یابد؛ در بازهٔ زمانی t' تا t_1 متحرک از مبدأ مکان دور می‌شود، یعنی فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان افزایش می‌یابد؛ بنابراین مورد «پ» درست و مورد «ت» نادرست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. متحرک در مبدأ زمان، در مکان $x_0 = -10\ m$ قرار دارد. به ترتیب از راست به چپ، اندازهٔ شتاب و اندازهٔ بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = 8\ s$، در SI کدام است؟



۱) ۱، ۱۶۰

۲) ۱، ۱۸۰

۳) ۵، ۱۶۰

۴) ۵، ۱۸۰

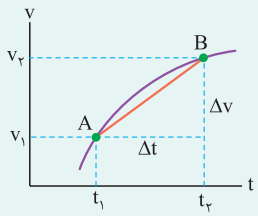
مشاوره به طور کلی این آزمون با نگاه به تمرین‌ها، پرسش‌ها، فعالیت‌ها و مثال‌های کتاب درسی طرح شده تا دانش‌آموزان با شرکت در این آزمون و تحلیل آن، برای حضور در امتحان نهایی آماده‌تر شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

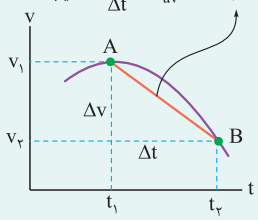
درس Box

۱) شتاب متوسط بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که نمودار سرعت ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند:

شیب $= \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av}$ (شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2)



$a_{av} > 0$



$a_{av} < 0$

اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در یک بازهٔ زمانی، به صورت خطی باشد، شتاب متحرک در آن بازهٔ زمانی ثابت بوده و شتاب لحظه‌ای با شتاب متوسط، برابر است.

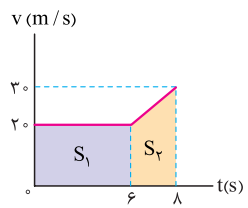
۲) مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه است. جابه‌جایی برای مساحت سطحی که بالای محور زمان است، مثبت و جابه‌جایی برای مساحت سطحی که زیر محور زمان است، منفی در نظر گرفته می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 8\ s$ با شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی ۶ s تا ۱۰ s برابر است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{40 - 20}{10 - 6} = 5\ m/s^2$$

گام دوم: جابه‌جایی متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت را با توجه به مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان به دست می‌آوریم:



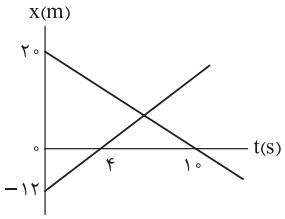
$$\Delta x = S_1 + S_2 = (20 \times 6) + \frac{(20 + 30)(8 - 6)}{2} \Rightarrow \Delta x = 120 + 50 = 170\ m$$

اکنون مکان متحرک را در لحظهٔ $t = 8\ s$ به دست می‌آوریم تا اندازهٔ بردار مکان متحرک معلوم شود:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow 170 = x - (-10) \Rightarrow x = 160\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک **A** و **B** که با سرعت ثابت در راستای محور **x** حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اندازهٔ بردار مکان همرسی دو متحرک برحسب متر کدام است؟



۱) ۶

۲) ۶/۴

۳) ۷

۴) ۷/۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

معادلهٔ مکان هر یک از دو متحرک را بنویسید و سپس آن‌ها را مساوی با هم قرار دهید تا اندازهٔ بردار مکان همرسی دو متحرک به دست آید.

درس Box

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت:

$x = vt + x_0$

x: مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

v: سرعت متحرک (m/s)

x_0: مکان اولیه یا مبدأ حرکت (m)

t: زمان (s)

نمودار مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت:

با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت، یک تابع درجه اول است، نمودار آن به صورت یک خط شیب‌دار است که شیب آن سرعت متحرک را نشان می‌دهد و نقطهٔ شروع آن روی محور x، مکان اولیه را بیان می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت هر یک از دو متحرک را با توجه به شیب هر نمودار به دست می‌آوریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{0-(-12)}{4-0} = 3\ m/s \\ v_B = \frac{0-20}{10-0} = -2\ m/s \end{cases}$$

گام دوم: با معلوم بودن مکان اولیهٔ هر یک از دو متحرک، معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را می‌نویسیم و برابر با هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 3t - 12$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -2t + 20$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 3t - 12 = -2t + 20 \Rightarrow 5t = 32 \Rightarrow t = \frac{32}{5} = 6/4\ s$$

$$x_A = x_B \xrightarrow{t=6/4\ s} x_B = 3(6/4) - 12 = 19/2 - 12 = 7/2\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x = +9\ m$ سرعت متحرک $+4\ m/s$ و در مکان $x = +19\ m$ سرعت متحرک $+18\ km/h$ باشد، اندازهٔ شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۹

۳) ۱۵/۴ ۴) ۳۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ مستقل از زمان یا معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت:

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

v: سرعت متحرک در مکان x (m/s)

v_0: سرعت متحرک در مکان x_0 (m/s)

a: شتاب حرکت (m/s^2)

Δx: جابه‌جایی (m)

$\Delta x = x - x_0$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی یا رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم و با جای‌گذاری داده‌ها، اندازهٔ شتاب متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_2 = 18 \div 3/6 = 5\ m/s,\ x_2 = 19\ m]{v_1 = 4\ m/s,\ x_1 = 9\ m} 5^2 - 4^2 = 2a(19-9)$$

$$\Rightarrow 9 = 20a \Rightarrow a = \frac{9}{20}\ m/s^2 = 0/45\ m/s^2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب $۲\ m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۳۶\ km/h$ از آن سبقت می‌گیرد. خودرو چند ثانیه پس از شروع حرکت خود، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۵۰
۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

معادلهٔ مکان هر یک از دو متحرک را بنویسید و آن‌ها را مساوی با هم قرار دهید تا لحظهٔ سبقت به دست آید.

درس Box

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

x: مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

$x_۰$: مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ (m)

a: شتاب حرکت $(m/s^۲)$

t: زمان (s)

$v_۰$: سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی

معادلهٔ مکان خودرو (A) و کامیون (B) را می‌نویسیم و آن‌ها را مساوی با هم قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را به دست آوریم که آن‌ها از کنار هم می‌گذرند یا اصطلاحاً سبقت گرفته می‌شود:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_At^۲ + v_{۰A}t + x_{۰A} = v_Bt + x_{۰B}$$

$$\xrightarrow[v_B = ۳۶\ km/h = ۳۶ \div ۳/۶ = ۱۰\ m/s]{a_A = ۲\ m/s^۲} \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ = ۱۰t \Rightarrow t^۲ = ۱۰t \Rightarrow t = ۱۰\ s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، اندازهٔ سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) معادلهٔ مکان ـ زمان و معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت سقوط آزاد و بدون سرعت اولیه و با فرض این‌که سوی مثبت محور y رو به پایین اختیار شود، به صورت زیر است:

$y = \frac{۱}{۲}gt^۲$: y مکان متحرک (m)

$v = gt$: g شتاب گرانش در سطح زمین $\simeq ۱۰\ m/s^۲$

: t زمان (s)

: v سرعت متحرک (m/s)

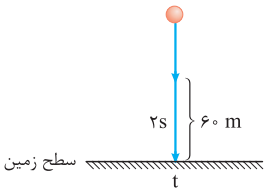
۲) رابطهٔ تستی برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در T ثانیهٔ آخر حرکت: $l = \frac{۱}{۲}gT(۲t - T)$

: l مسافت طی‌شده در T ثانیهٔ آخر حرکت (m)

: t کل زمان حرکت (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را در لحظهٔ t و هم‌چنین در لحظهٔ $(t-۲)\ s$ می‌نویسیم و اختلاف بین آن‌ها را برابر با $۶۰\ m$ قرار می‌دهیم تا کل زمان سقوط به دست آید:



$$\frac{۱}{۲}gt^۲ - \frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲ = ۶۰ \xrightarrow{g=۱۰\ m/s^۲} \frac{۱}{۲}\times ۱۰t^۲ - \frac{۱}{۲}\times ۱۰(t^۲ - ۴t + ۴) = ۶۰$$

$$\Rightarrow \cancel{۵t^۲} - \cancel{۵t^۲} + ۲۰t - ۲۰ = ۶۰ \Rightarrow ۲۰t = ۸۰ \Rightarrow t = ۴\ s$$

گام دوم: معادلهٔ سرعت ـ زمان سنگ را می‌نویسیم تا اندازهٔ سرعت آن را درست پیش از برخورد به زمین به دست آوریم:

$$v = gt \xrightarrow[t=۴\ s]{g=۱۰\ m/s^۲} v = ۱۰\times ۴ = ۴۰\ m/s$$

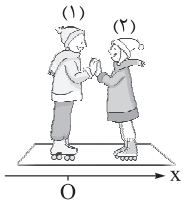
یه‌جور دیگه

روش دوم برای گام اول:

$$l = \frac{۱}{۲}gT(۲t - T) \xrightarrow[T=۲\ s]{l=۶۰m\ ,\ g=۱۰\ m/s^۲} ۶۰ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۲(۲t - ۲) \Rightarrow ۶ = ۲t - ۲ \Rightarrow ۸ = ۲t \Rightarrow t = ۴\ s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ در شکل زیر، دو شخص به جرم‌های ۷۵ kg و ۵۰ kg با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی ۱۵۰ N شخص دوم را به طرف راست هُل می‌دهد. شتاب شخص اول و دوم به ترتیب از راست به چپ، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



۱) $3\vec{i}$ ، $2\vec{i}$

۲) $2\vec{i}$ ، $2\vec{i}$

۳) $3\vec{i}$ ، $-2\vec{i}$

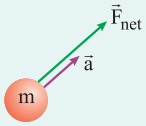
۴) $2\vec{i}$ ، $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

قانون دوم نیوتون:

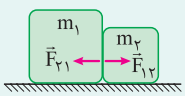
هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن نباشند، یعنی بر جسم، نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب، با نیروی خالص وارد بر جسم، نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است؛ اما با جرم جسم، نسبت وارون دارد:



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

قانون سوم نیوتون:

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول، نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا، ولی در خلاف جهت وارد می‌کند:



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$
$$F_{12} = F_{21}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: قانون دوم نیوتون را برای شخص دوم به کار می‌بریم و شتاب حرکت آن را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{12} = m_2\vec{a}_2 \xrightarrow[m_2 = 50\ kg]{\vec{F}_{12} = (150\ N)\vec{i}} 150\vec{i} = 50\vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = (3\ m/s^2)\vec{i}$$

گام دوم: با توجه به قانون سوم نیوتون، شخص دوم نیز با نیرویی به بزرگی ۱۵۰ N شخص اول را به طرف چپ هُل می‌دهد، پس داریم:

$$\vec{F}_{21} = m_1\vec{a}_1 \xrightarrow[m_1 = 75\ kg]{\vec{F}_{21} = (-150\ N)\vec{i}} -150\vec{i} = 75\vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = (-2\ m/s^2)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ فنری به طول $L_{\circ} = ۱۰\ cm$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنهٔ ۲۰۰گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = ۱۲\ cm$ می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۱۰ ۲) $۱۰^{۲}$ ۳) $۱۰^{۳}$ ۴) $۱۰^{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رابطهٔ نیروی کشسانی فنر:

$F_e = k\Delta L$

$\Delta L = L - L_{\circ}$

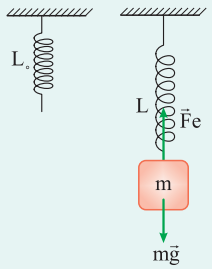
F_e: اندازهٔ نیروی کشسانی فنر (N)

k: ثابت فنر (N/m)

ΔL: تغییر طول فنر (m)

$L_{\circ}$: طول اولیهٔ فنر (m)

L: طول ثانویهٔ فنر (m)



اگر وزنهٔ آویخته به فنر قائم، باعث افزایش طول آن شود، در حال تعادل، $F_e = mg$ خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی

رابطهٔ نیروی کشسانی فنر را می‌نویسیم و اندازهٔ نیروی کشسانی فنر (F_e) را برابر با وزن جسم آویخته به فنر قرار می‌دهیم:

$$F_e = k\Delta L \xrightarrow[\Delta L = L - L_{\circ}]{F_e = mg} mg = k(L - L_{\circ})$$

$$\xrightarrow[L = ۱۲\ cm = ۰/۱۲\ m\ ,\ L_{\circ} = ۱۰\ cm = ۰/۱\ m]{m = ۲۰۰\ g = ۰/۲\ kg\ ,\ g = ۱۰\ N/kg} ۰/۲ \times ۱۰ = k(۰/۱۲ - ۰/۱) \Rightarrow ۲ = k \times ۰/۰۲ \Rightarrow k = ۱۰^{۲}\ N/m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

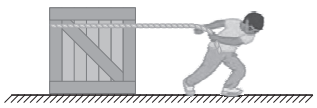
۵۰ در شکل زیر، کارگری جعبهٔ ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی $310\ N$ می‌کشد. اگر جرم جعبه $100\ kg$ و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $0/3$ و $0/25$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جعبه و اندازهٔ شتاب جعبه، در SI کدام است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۳۰۰، ۱/۰

۲) ۳۰۰، صفر

۳) ۲۵۰، صفر

۴) ۲۵۰، ۰/۶



پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) رابطهٔ نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت: $f_{s,max} = \mu_s F_N$

$f_{s,max}$: اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت (N)

μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی

F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

نیروی عمودی سطح، نیرویی است که از طرف سطح تکیه‌گاه و عمود بر آن، بر جسمی که با سطح در تماس است، وارد می‌شود. اگر جسم در راستای عمود بر سطح، شتابی نداشته باشد، در این راستا $\vec{F}_{net} = 0$ بوده و از این رابطه، $\vec{F}_N$ به دست می‌آید.

۲) رابطهٔ نیروی اصطکاک جنبشی: $f_k = \mu_k F_N$

f_k: اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (N)

μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی

F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اندازهٔ نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را حساب می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s = 0/3]{F_N = mg = 100 \times 10 = 1000\ N} f_{s,max} = 0/3 \times 1000 = 300\ N$$

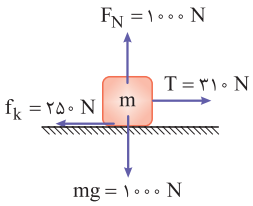
با توجه به این‌که نیروی افقی وارد بر طناب $310\ N$ است، این نیرو از $f_{s,max}$ بزرگ‌تر بوده و جسم حرکت می‌کند.

گام دوم: نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[\mu_k = 0/25]{F_N = 1000\ N} f_k = 0/25 \times 1000 = 250\ N$$

بنابراین اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جعبه، $250\ N$ است.

گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای این جعبه در راستای افقی می‌نویسیم و اندازهٔ شتاب آن را حساب می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow 310 - 250 = 100a \Rightarrow a = \frac{60}{100} = 0/6\ m/s^2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ **چتربازی به جرم ۶۰ kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به ۹۶۰ N افزایش می‌یابد. شتاب چترباز در این لحظه، چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ ($g = ۱۰ N/kg$)**

۱) ۱۶، بالا
۲) ۱۶، پایین
۳) ۶، بالا
۴) ۶، پایین

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

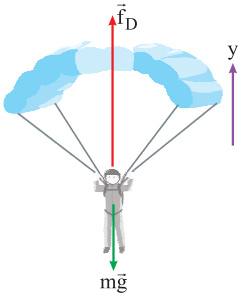
نیروی مقاومت شاره: وقتی جسمی درون یک شاره (مانند آب یا هوا) حرکت می‌کند، از طرف شاره، نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را با $\vec{f}_D$ نشان می‌دهیم و آن را نیروی مقاومت شاره می‌نامیم.

وقتی جسمی در هوا سقوط می‌کند، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن آن رو به پایین اثر می‌کنند.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

قانون دوم نیوتون را برای این چترباز می‌نویسیم. توجه داشته باشید که هنگام بازشدن چتر، نیروی مقاومت هوا به طور ناگهانی افزایش می‌یابد. به طوری که این نیرو در ابتدای بازشدن چتر، از وزن چترباز بیشتر است.



$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow ۹۶۰ - ۶۰ \times ۱۰ = ۶۰a \Rightarrow ۳۶۰ = ۶۰a \Rightarrow a = ۶\ m/s^۲$$

با توجه به این‌که نیروی خالص وارد بر چترباز در این شرایط رو به بالا است، شتاب چترباز نیز رو به بالا است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ توپی به جرم ۲۵۰ g با تندی ۱۵ m / s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می‌زند و باعث می‌شود توپ با تندی ۲۱ m / s در جهت مخالف برگردد. اگر مشت بازیکن ۰/۰۶ s با توپ در تماس باشد، اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ چند نیوتون است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵

۳) ۱۵۰ ۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تکانه:

حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانهٔ جسم می‌نامیم. $\vec{p} = m\vec{v}$

$m =$ جرم (kg)

$\vec{v} =$ سرعت (m/s)

$\vec{p} =$ تکانه $(\frac{kg.m}{s})$

تکانه، کمیتی برداری است که هم‌جهت با سرعت می‌باشد.

رابطهٔ اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر جسم برحسب تکانه: $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1}$

$\vec{F}_{av}$: نیروی متوسط وارد بر جسم (N)

$\Delta\vec{p}$: تغییر تکانهٔ جسم $(\frac{kg.m}{s})$

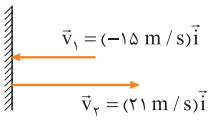
Δt : بازهٔ زمانی (s)

$\vec{p}_1$: تکانهٔ جسم در لحظهٔ t_1 $(\frac{kg.m}{s})$

$\vec{p}_2$: تکانهٔ جسم در لحظهٔ t_2 $(\frac{kg.m}{s})$

پاسخ خیلی تشریحی

سرعت توپ هنگام برخورد به مشت بازیکن را با $\vec{v}_1$ و سرعت آن هنگام بازگشت از مشت بازیکن را با $\vec{v}_2$ نشان می‌دهیم. بر این اساس می‌توان نوشت:



$$\vec{F}_{av} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta t = 0/06\ s]{m = 250\ g = 0/25\ kg} \vec{F}_{av} = \frac{0/25(21\vec{i} - (-15)\vec{i})}{0/06} = \frac{0/25 \times 36\vec{i}}{0/06} = (150\ N)\vec{i}$$

$$\Rightarrow F_{av} = 150\ N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ اگر جرم ماهواره‌ای $۲۵۰\ kg$ باشد، وزن آن در ارتفاع ۳۶۰۰کیلومتری از سطح زمین، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ و شعاع کرهٔ زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

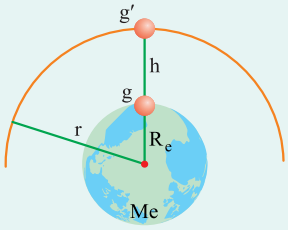
۱) $۱۰۲/۴$ ۲) ۱۶۰

۳) ۱۰۲۴ ۴) ۱۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر به مقدار قابل ملاحظه‌ای از سطح کرهٔ زمین فاصله بگیریم، مقدار g رو به کاهش می‌گذارد، به طوری که شتاب گرانش در اطراف کرهٔ زمین با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت وارون دارد.



$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{r}\right)^۲$$

$$r = R_e + h$$

g = شتاب گرانش در سطح زمین

g' = شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین به فاصلهٔ r از مرکز زمین

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نسبت شتاب گرانش در ارتفاع ۳۶۰۰کیلومتری از سطح زمین به شتاب گرانش در سطح زمین را به دست می‌آوریم:

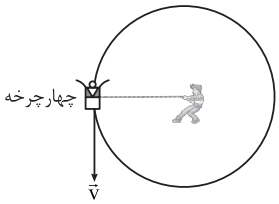
$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^۲ = \left(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰ + ۳۶۰۰}\right)^۲ = \left(\frac{۶۴۰۰}{۱۰۰۰۰}\right)^۲ = \left(\frac{۶۴}{۱۰۰}\right)^۲ \Rightarrow g' = g\left(\frac{۶۴}{۱۰۰}\right)^۲$$

گام دوم: وزن ماهواره در ارتفاع ۳۶۰۰کیلومتری از سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$W' = mg' = mg\left(\frac{۶۴}{۱۰۰}\right)^۲ \xrightarrow[g=۱۰\,N/kg]{m=۲۵۰\,kg} W' = ۲۵۰ \times ۱۰\left(\frac{۶۴}{۱۰۰}\right)^۲ \Rightarrow W' = ۲۵۰۰ \times \frac{۶۴}{۱۰۰} \times \frac{۶۴}{۱۰۰} = \frac{۶۴ \times ۶۴}{۴} = ۱۰۲۴\ N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ **در شکل زیر، شخصی یک چهارچرخه به جرم ۲۰ kg را توسط طنابی به طول ۲ m روی سطح افقی بدون اصطکاکی به گونه‌ای می‌کشد تا چهارچرخه روی محیط دایره‌ای با تندی ثابت حرکت کند. اگر نیروی کشش طناب ۱۰۰ N باشد، دورهٔ تناوب چهارچرخه چند ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)**



۱) ۸

۲) ۴

۳) ۲

۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) رابطهٔ نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت:

$$F_{net} = m\frac{v^2}{r}$$

F_{net} : بزرگی نیروی مرکزگرا (N)

m : جرم جسم متحرک (kg)

v : تندی جسم (m/s)

r : شعاع مسیر (m)

۲) در حرکت دایره‌ای یکنواخت، مدت‌زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دورهٔ تناوب (دوره) می‌نامیم و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

T = دوره (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نیروی کشش طناب به عنوان نیروی مرکزگرا عمل می‌کند. با معلوم‌بودن این نیرو، جرم جسم و شعاع مسیر حرکت، تندی چهارچرخه را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = m\frac{v^2}{r} \xrightarrow[r=2\,m]{F_{net}=T=100\,N\ ,\ m=20\,kg} 100 = 20\times\frac{v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 10\,m^2/s^2 \Rightarrow v = \sqrt{10}\,m/s$$

گام دوم: دورهٔ حرکت چهارچرخه را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow[v=\sqrt{10}\,m/s]{\pi^2=10 \Rightarrow \pi=\sqrt{10}\ ,\ r=2\,m} T = \frac{2\times\sqrt{10}\times 2}{\sqrt{10}} = 4\,s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ جسمی به جرم m به فنری متصل شده و با دورهٔ تناوب $2\ s$ نوسان می‌کند. اگر جرم این جسم $200\ g$ افزایش یابد، دورهٔ تناوب $3\ s$ می‌شود. m برابر چند کیلوگرم است؟

۱) $0/16$ ۲) 160

۳) $0/4$ ۴) 400

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

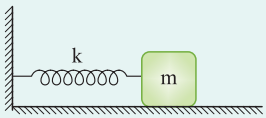
رابطهٔ دورهٔ نوسانگر وزنه ـ فنر:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

T: دورهٔ تناوب (s)

m: جرم وزنه (kg)

k: ثابت فنر (N/m)



پاسخ خیلی تشریحی ✔

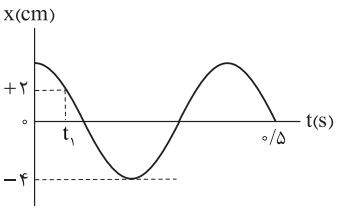
با توجه به این‌که فقط جرم وزنهٔ متصل به فنر تغییر کرده است، برای مقایسهٔ دو حالت اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \xrightarrow[T_1=2\,s\ ,\ m_1=m]{T_2=3\,s\ ,\ m_2=m+200\,g} \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{m+200}{m}} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{m+200}{m} \Rightarrow 9m = 4m + 800 \Rightarrow 5m = 800$$

$$\Rightarrow\ m = 160\ g = 0/16\ kg$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ نمودار مکان ـ زمان نوسانگر جرم ـ فنری مطابق شکل زیر است. شتاب نوسانگر در لحظهٔ t_1 برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟



۱) $(\frac{۱}{۲}\pi^۲)\vec{i}$

۲) $(-\frac{۱}{۲}\pi^۲)\vec{i}$

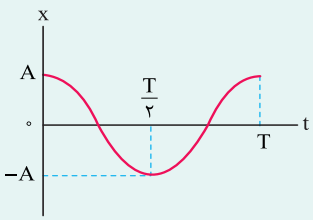
۳) $(\pi^۲)\vec{i}$

۴) $(-\pi^۲)\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) **دورهٔ تناوب (T)**:



زمان یک نوسان کامل را دورهٔ تناوب یا به اختصار دوره می‌گوییم و یکای آن ثانیه است.

۲) **رابطهٔ بسامد زاویه‌ای**:

$\omega = \frac{۲\pi}{T}$

ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)

T: دورهٔ تناوب (s)

۳) **رابطهٔ شتاب نوسانگر برحسب مکان**:

$a = -\omega^۲ x$

a: شتاب $(m/s^۲)$

x: مکان نوسانگر (m)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به نمودار داده‌شده، دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۵T}{۴} = ۰/۵ \Rightarrow T = \frac{۲}{۵} = ۰/۴\ s$$

گام دوم: بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۵\pi\ rad/s$$

گام سوم: رابطهٔ شتاب نوسانگر را برحسب مکان آن می‌نویسیم و شتاب نوسانگر را در لحظهٔ t_1، محاسبه می‌کنیم:

$$a = -\omega^۲ x \xrightarrow[x=۲\ cm=۰/۰۲\ m]{\omega=۵\pi\ rad/s} a = -(۵\pi)^۲ \times ۰/۰۲ \Rightarrow a = -۲۵\pi^۲ \times \frac{۲}{۱۰۰} = -\frac{\pi^۲}{۲}\ m/s^۲$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -(\frac{\pi^۲}{۲}\ m/s^۲)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ جسمی به جرم $1\,kg$ به فنری افقی با ثابت $6\,N/cm$ متصل است. فنر به اندازهٔ $9\,cm$ فشرده و سپس رها می‌شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند. با چشم‌پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم $1/6\,m/s$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول خواهد بود؟

۱) ۱۱/۵ ۲) ۱/۱۵

۳) ۱۲/۵ ۴) ۱/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

انرژی کل (مکانیکی) یک نوسانگر، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است. هنگام نوسان، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل به یکدیگر تبدیل می‌شوند و با چشم‌پوشی از اصطکاک، مجموع آن‌ها مستقل از زمان بوده و مقداری ثابت است.

$E = K + U$

E: انرژی مکانیکی (J)

K: انرژی جنبشی (J)

U: انرژی پتانسیل (J)

$E = \frac{1}{2}kA^2$

k: ثابت فنر (N/m)

A: دامنهٔ نوسان (m)

$K = \frac{1}{2}mv^2$

m: جرم نوسانگر (kg)

v: تندی نوسانگر (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی مکانیکی (کل) نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow[A=9\,cm=9\times10^{-2}\,m]{k=6\,N/cm=600\,N/m} E = \frac{1}{2}\times600\times(9\times10^{-2})^2 = 300\times81\times10^{-4} \Rightarrow E = 2/43\,J$$

گام دوم: انرژی جنبشی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

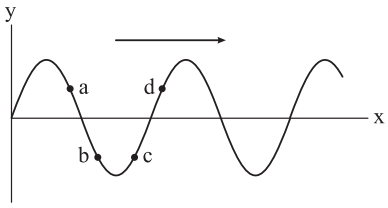
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[v=1/6\,m/s]{m=1\,kg} K = \frac{1}{2}\times1\times(1/6)^2 = 1/28\,J$$

گام سوم: با معلوم‌بودن انرژی کل و انرژی جنبشی نوسانگر، می‌توانیم انرژی پتانسیل نوسانگر را حساب کنیم:

$$E = K + U \xrightarrow[K=1/28\,J]{E=2/43\,J} 2/43 = 1/28 + U \Rightarrow U = 1/15\,J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ **شکل زیر، یک موج سینوسی را که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده‌شده‌ای حرکت می‌کند در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد، چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه، جهت حرکت کدام‌یک از این چهار جزء، در جهت محور y است؟**



۱) a و b

۲) a و d

۳) b و c

۴) c و d

پاسخ: گزینهٔ ۱

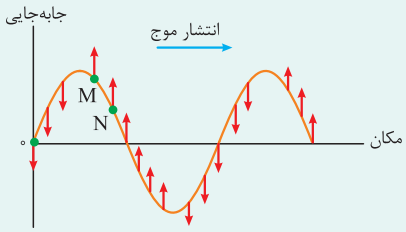
درس Box

موج‌های پیش‌رونده:

موج‌های مکانیکی‌ای هستند که از یک نقطه به نقطهٔ دیگر حرکت کرده و انرژی را با خود منتقل می‌کنند.

این موج است که در محیط منتشر می‌شود و با تندی ثابت از یک سر به سر دیگر می‌رود، نه ماده یا اجزای محیطی که موج در آن حرکت می‌کند. اجزای محیط، حول نقطهٔ تعادل خود و با همان بسامد چشمه، نوسان می‌کنند و با تندی متغیر، حرکت هماهنگ ساده دارند.

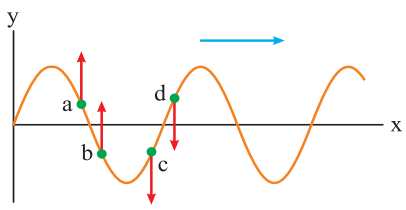
هر ذره از محیط، می‌خواهد به وضعیت ذره‌ای درآید که لحظه‌ای قبل، موج از آن عبور کرده است. مثلاً در شکل زیر، ذرهٔ N از طناب می‌خواهد به وضعیت ذرهٔ M درآید.



پیکان‌های قرمزرنگ، جهت حرکت اجزای مختلف طناب را نشان می‌دهند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

جهت حرکت نوسانی ذرات a، b، c و d با توجه به درس‌باکس به صورت زیر است؛ بنابراین جهت حرکت نقاط a و b در جهت محور y است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ سیمی با چگالی $۷/۸\ g/cm^۳$ و سطح مقطع $۰/۵\ mm^۲$ بین دو نقطه با نیروی $۱۵۶\ N$ کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی در این سیم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۰۰
۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

تندی انتشار موج در یک سیم یا ریسمان کشیده‌شده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}}=\sqrt{\frac{FL}{\rho V}}=\sqrt{\frac{F\cancel{L}}{\rho A\cancel{L}}}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

L: طول سیم (m)

V: حجم سیم $(m^۳)$

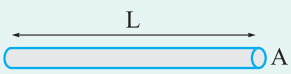
v: تندی انتشار موج (m/s)

F: نیروی کشش (N)

ρ: چگالی مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ سیم $(kg/m^۳)$

A: مساحت سطح مقطع سیم $(m^۲)$

m: جرم سیم (kg)



پاسخ خیلی تشریحی ✔

به کمک رابطهٔ مطرح‌شده در درس‌باکس، تندی انتشار موج در سیم را به دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\xrightarrow[A=۰/۵\,mm^۲=۰/۵\times۱۰^{-۶}\,m^۲]{F=۱۵۶\,N,\ \rho=۷/۸\,g/cm^۳=۷۸۰۰\,kg/m^۳}v=\sqrt{\frac{۱۵۶}{۷۸۰۰\times۰/۵\times۱۰^{-۶}}}=\sqrt{\frac{۱۵۶\times۱۰^{۳}}{۳/۹}}=\sqrt{۴\times۱۰^{۴}}=۲۰۰\ m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ امواج الکترومغناطیسی درست است؟

الف) در این امواج، میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.

ب) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ در نتیجه این موج، عرضی است.

پ) در این امواج، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند و همواره هم‌اندازه‌اند.

ت) این امواج، انرژی را به صورت انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات محیط منتقل می‌کنند.

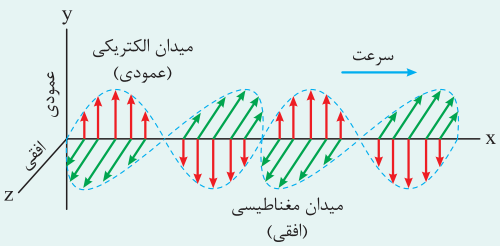
۱) الف و ب ۲) الف و پ

۳) ب و ت ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

انتقال نوسان‌ها بین دو میدان $\vec{E}$ و $\vec{B}$ از یک نقطه به نقطهٔ دیگر، سبب انتشار موج الکترومغناطیسی می‌شود.



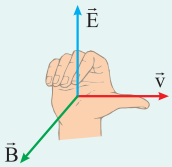
ویژگی‌های میدان‌های الکتریکی $\vec{E}$ و مغناطیسی $\vec{B}$ در موج‌های الکترومغناطیسی:

۱) بر هم عمودند. هم‌چنین بر جهت حرکت موج عمودند. پس موج الکترومغناطیسی از نوع عرضی است.

۲) بسامد یکسانی دارند و همگام با هم تغییر می‌کنند.

۳) تغییر در میدان الکتریکی، سبب ایجاد میدان مغناطیسی متغیر می‌شود (و برعکس).

۴) اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت $\vec{E}$ گرفته و آن‌ها را به طرف $\vec{B}$ ببندیم، انگشت شست جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.



۵) به محیط مادی نیاز ندارند، یعنی در خلأ نیز منتشر می‌شوند.

۶) همراه خود انرژی را منتقل می‌کنند.

علاوه بر موج‌های مکانیکی، امواج الکترومغناطیسی نیز انرژی را منتقل می‌کنند، اما نه به صورت انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذرات محیط، بلکه به صورت انرژی‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی این انتقال را انجام می‌دهند؛ مانند انرژی خورشید که به زمین می‌رسد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

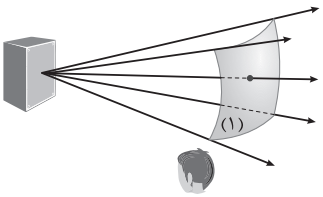
با توجه به درس‌باکس، موارد «الف» و «ب» درست هستند.

مورد «پ» نادرست است؛ زیرا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی الزاماً هم‌اندازه نیستند. علاوه بر آن یکاهای آن‌ها با هم فرق دارند و هم‌اندازه‌بودن برای آن‌ها بی‌معنی است.

مورد «ت» نادرست است؛ زیرا انتقال انرژی به صورت انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذرات محیط، فقط در امواج مکانیکی صورت می‌گیرد و انتقال انرژی در موج‌های الکترومغناطیسی توسط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی صورت می‌گیرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ تراز شدت صوت یک چشمهٔ صوت که انتشار صوت آن به صورت شکل زیر است، در سطح (۱) برابر ۸۰ dB است. اگر مساحت سطح (۱)، برابر $۴\ m^۲$ باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی از این سطح در SI کدام است؟ $(I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^۲)$



۱) ۴×۱۰^{-۴}

۲) ۴×۱۰^{-۸}

۳) $۲/۵\times۱۰^{-۴}$

۴) $۲/۵\times۱۰^{-۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

شدت صوت: آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد و یا از آن عبور می‌کند:

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

I: شدت صوت $(W/m^۲)$

P_{av}: آهنگ متوسط انتقال انرژی یا توان صوتی (W)

A: مساحت سطحی که صوت به آن می‌رسد. $(m^۲)$

رابطهٔ تراز شدت صوت:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰}$$

β: تراز شدت صوت (dB دسی‌بل)

I: شدت صوت مورد نظر $(W/m^۲)$

$I_۰$: شدت مرجع یا آستانهٔ شنوایی $= ۱۰^{-۱۲}(W/m^۲)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از رابطهٔ تراز شدت صوت، می‌توانیم شدت صوت را به دست آوریم:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۸۰ = ۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow \log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} = ۸ = \log۱۰^۸ \Rightarrow \frac{I}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^۸ \Rightarrow I = ۱۰^{-۴}\ W/m^۲$$

گام دوم: با معلوم‌بودن شدت صوت و مساحت سطحی که صوت به آن می‌رسد، آهنگ متوسط انتقال انرژی را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \Rightarrow ۱۰^{-۴} = \frac{P_{av}}{۴} \Rightarrow P_{av} = ۴\times۱۰^{-۴}\ W$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ **کم‌ترین فاصلهٔ بین یک شخص و دیوار بلند مقابل آن چند متر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی صوت در هوا $340\ m/s$ است.)**

۱) ۳۴ ۲) ۱۷

۳) ۳/۴ ۴) ۱/۷

پاسخ: گزینهٔ ۲

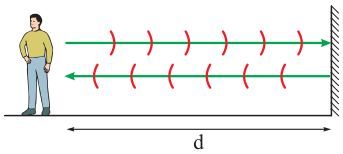
درس Box

پژواک: اگر صوت پس از بازتاب، با یک تأخیر زمانی به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را مستقیماً می‌شنود، به چنین بازتابی پژواک می‌گویند.

اگر تأخیر زمانی بین این دو صوت، کم‌تر از $0/1\ s$ باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمییز دهد.

پاسخ خیلی تشریحی

صوت شخص، پس از برخورد به دیوار بازتاب شده و به گوش خود شخص می‌رسد. اگر فاصلهٔ شخص تا دیوار را d فرض کنیم، مسافت طی‌شده در رفت و برگشت صوت $2d$ خواهد بود:



$$v = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t}$$

برای تعیین کم‌ترین فاصلهٔ شخص از دیوار باید بازهٔ زمانی را $0/1\ s$ در نظر بگیریم:

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{0/1} \Rightarrow 2d = 34 \Rightarrow d = 17\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ در کدام‌یک از موارد زیر، از امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود؟

۱) رادار دوپلری
۲) دستگاه سونار
۳) دستگاه لیتوتریپسی
۴) میکروفون سهموی

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مکان‌یابی پژواکی: در این روش، مکان جسم را براساس امواج صوتی بازتابیده از آن تعیین می‌کنند. برای تعیین مکان اجسام متحرک و نیز تندی آن‌ها، از روش مکان‌یابی پژواکی به همراه اثر دوپلر استفاده می‌شود. از کاربردهای مکان‌یابی پژواکی توسط موج‌های مکانیکی به موارد زیر می‌توان اشاره کرد:

جهت‌یابی خفاش و دلفین، اندازه‌گیری تندی شارش خون در رگ‌ها، دستگاه سونار در کشتی‌ها برای مکان‌یابی اجسام زیر آب، سونوگرافی در پزشکی.

بازتاب موج‌های الکترومغناطیس: امواج الکترومغناطیس نیز مشابه امواج مکانیکی می‌توانند از یک سطح بازتابیده شوند و از قانون بازتاب عمومی امواج پیروی می‌کنند. مثلاً امواج الکترومغناطیسی تخت تابیده به یک سطح کاو پس از بازتابش، در کانون آن سطح جمع می‌شوند. حتی مکان‌یابی پژواکی نیز براساس امواج الکترومغناطیس کاربرد دارد. استفاده از رادار دوپلری برای تشخیص حضور هواپیما و تندی خودروها نمونه‌هایی از آن است.

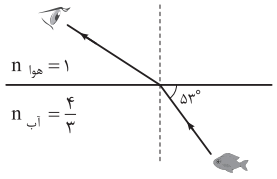


پاسخ خیلی تشریحی ✓

در بین گزینه‌های موجود، فقط در رادار دوپلری از نوعی موج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود. در سایر گزینه‌ها، گرچه از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود، اما با امواج مکانیکی کار می‌کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ مطابق شکل، پرتو نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد، تحت زاویهٔ 53° به مرز آب ـ هوا برخورد کرده است. زاویه‌ای که پرتوی شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، چند درجه است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8)$



۱) 37°

۲) 53°

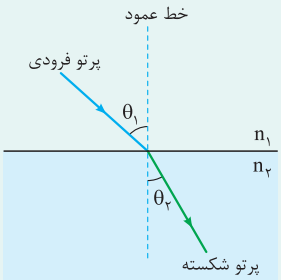
۳) 30°

۴) 60°

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قانون شکست اسل برای شکست موج‌های نورانی:



$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

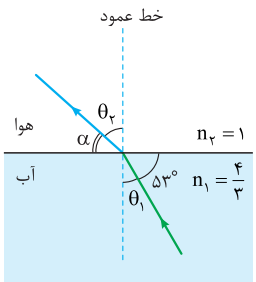
n_1 = ضریب شکست محیط اول

n_2 = ضریب شکست محیط دوم

θ_1 = زاویهٔ تابش

θ_2 = زاویهٔ شکست

پاسخ خیلی تشریحی ✔ زاویهٔ تابش در محیط اول (آب) برابر است با:



$\theta_1 = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$

بر این اساس، زاویهٔ θ_2 را به دست می‌آوریم:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow \frac{4}{3}\sin 37^\circ = 1 \sin\theta_2 \Rightarrow \frac{4}{3}\times\frac{6}{10} = \sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = 0/8 \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

بنابراین زاویه‌ای که پرتو شکست با مرز جدایی آب و هوا می‌سازد، برابر است با:

$$\alpha = 90^\circ - \theta_2 = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ **در یک تشت موج، امواج سطحی آب با بسامد ۵ Hz تشکیل شده و فاصلهٔ دو برآمدگی متوالی آن ۲۵ cm است. موج وارد ناحیه‌ای با عمق کم‌تر شده و تندی انتشار آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. طول موج و بسامد امواج سطحی آب در ناحیهٔ کم‌عمق به ترتیب در SI کدام است؟**

۱) ۰/۲، ۴
۲) ۰/۲، ۵
۳) ۰/۳، ۴
۴) ۰/۳، ۵

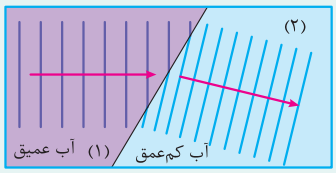
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

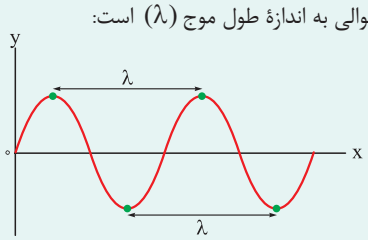
۱) اگر موجی در حال انتشار روی سطح آب، به طور مایل از قسمت عمیق به مرز جدایی با قسمت کم‌عمق برسد، بسامد آن تغییر نمی‌کند، ولی تندی انتشار و طول موج آن کاهش می‌یابد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}$$

به این ترتیب جبهه‌های موج و جهت انتشار موج، مطابق شکل زیر تغییر جهت می‌دهند:



۲) هنگام انتشار یک موج عرضی، فاصلهٔ بین دو برآمدگی متوالی یا دو فرورفتگی متوالی به اندازهٔ طول موج (λ) است:



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به درس‌باکس، وقتی امواج سطحی آب وارد ناحیهٔ کم‌عمق می‌شوند، بسامد آن‌ها ثابت بوده و همان ۵ Hz است؛ بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) رد می‌شوند.

گام دوم: از آن‌جا که امواج سطحی آب در ناحیهٔ کم‌عمق، تندی انتشار کم‌تری دارند، می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1} \xrightarrow[\lambda_1=25\ cm]{v_2=v_1-0/2v_1=0/8v_1} \frac{\lambda_2}{25}=\frac{0/8v_1}{v_1} \Rightarrow \lambda_2=25\times 0/8=20\ cm=0/2\ m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶ **گوشی‌های همراه همواره با امواج رادیویی با بسامد ۲ GHz کار می‌کنند. این امواج تحت چه شرایطی از یک مانع پراشیده می‌شوند و به منطقهٔ سایهٔ مانع می‌رسند؟ ($c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s$)**

۱) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۳۰ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.

۲) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱ m یا بزرگ‌تر از آن باشد.

۳) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱۵ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.

۴) در صورتی که ابعاد لبهٔ مانع در حدود ۱۵۰ cm یا بزرگ‌تر از آن باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

امواج رادیویی از نوع امواج الکترومغناطیس هستند و با تندی نور در هوا و خلأ منتشر می‌شوند.

λ: طول موج (m) $\quad \lambda = \frac{c}{f}$

c: تندی انتشار نور در هوا و خلأ $= ۳\times۱۰^{۸}\ m/s$

f: بسامد موج (Hz)

پراش موج:

وقتی موج به مانعی لبه‌دار یا شکاف‌دار می‌رسد، بخشی از آن از لبه‌های مانع یا شکاف‌های موجود در آن می‌گذرد. اگر ابعاد مانع یا پهنای شکاف، در حدود مرتبهٔ طول موج یا کوچک‌تر از آن باشند، موج هنگام عبور از آن‌ها به اطراف گسترده می‌شود. این پدیده را پراش می‌گویند.

پاسخ خیلی تشریحی

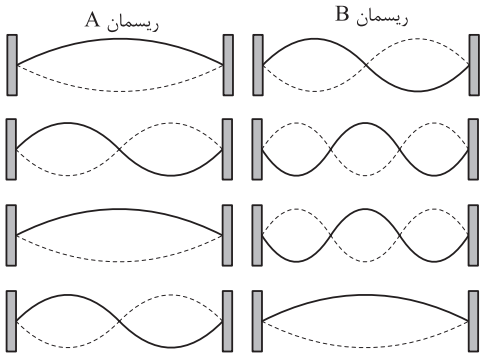
گام اول: با معلوم‌بودن بسامد و تندی انتشار این موج رادیویی، طول موج آن را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \xrightarrow[f=۲\ GHz=۲\times۱۰^{۹}\ Hz]{c=۳\times۱۰^{۸}\ m/s} \lambda = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲\times۱۰^{۹}} = ۰/۱۵\ m = ۱۵\ cm$$

گام دوم: با توجه به متن درس‌باکس، برای آن‌که این امواج از یک مانع پراشیده شده و به منطقهٔ سایهٔ مانع برسند، باید ابعاد آن‌ها در حدود ۱۵ cm یا کوچک‌تر از آن باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش بیشتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر چهار وضعیت «الف» تا «ت» را نشان می‌دهد که در آن‌ها نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. در چه تعداد از وضعیت‌های زیر، احتمال دارد که ریسمان‌های A و B در بسامد تشدیدی یکسان نوسان کنند؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

تندی انتشار موج در یک ریسمان که بین دو نقطه بسته شده و تحت تأثیر نیروی کشش قرار دارد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

v : تندی انتشار موج (m/s)

F : نیروی کشش (N)

μ : چگالی خطی جرم ریسمان (kg/m)

رابطهٔ بسامدهای تشدیدی ریسمانی که بین دو نقطه بسته شده و به نوسان درمی‌آید، به صورت زیر است:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

f_n : بسامد هماهنگ nام (Hz)

n : شمارهٔ هماهنگ = تعداد شکم -1 = تعداد گره

L : طول ریسمان (m)

v : تندی انتشار موج در ریسمان (m/s)

بسامدهای تشدیدی تار: هر تار مرتعش، به ازای بسامدهای معینی، می‌تواند به تشدید درآید و موج‌های ایستادهٔ بارز یا اصطلاحاً مُدهای نوسانی را تولید کند. به این بسامدهای خاص، بسامدهای تشدیدی می‌گویند.

گره: در یک موج ایستاده، نقاطی از محیط که همواره ساکن می‌مانند، گره نام دارند.

شکم: وسط گره‌های مجاور را شکم می‌گویند و دامنهٔ موج برایند در آن‌جا بیشینه است.

مُدهای نوسان را با بسامدهای تشدیدی مشخص می‌کنند. پایین‌ترین بسامد (بم‌ترین صوت) را که مربوط به $n=1$ است، بسامد اصلی و مُد مربوط به آن را مُد اصلی یا هماهنگ اول می‌گویند. برای سایر هماهنگ‌ها می‌توان نوشت:

$$f_n = nf_1$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تندی انتشار موج در دو ریسمان A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow[\mu_B=\mu_A]{F_B>F_A} v_B > v_A$$

گام دوم: بسامد اصلی دو ریسمان A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow[L_B=L_A]{n_A=n_B=1\ ,\ v_B>v_A} f_{1B} > f_{1A}$$

گام سوم: بسامد ریسمان‌های A و B را در هر یک از حالت‌های داده‌شده، با هم مقایسه می‌کنیم:

الف) احتمال ندارد:

$$f_{1B} > f_{1A} \Rightarrow 2f_{1B} > f_{1A} \xrightarrow{f_{2B}=2f_{1B}} f_{2B} > f_{1A}$$

ب) احتمال ندارد:

$$f_{1B} > f_{1A} \Rightarrow 3f_{1B} > 2f_{1A} \xrightarrow[f_{2A}=2f_{1A}]{f_{2B}=3f_{1B}} f_{2B} > f_{2A}$$

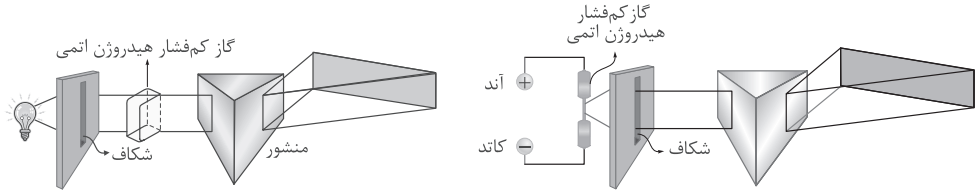
پ) احتمال ندارد:

$$f_{1B} > f_{1A} \Rightarrow 3f_{1B} > f_{1A} \xrightarrow{f_{2B}=3f_{1B}} f_{3B} > f_{1A}$$

ت) $\left.\begin{matrix} f_{1B} > f_{1A} \\ f_{2A} = 2f_{1A} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ احتمال یکسان‌شدن f_{1B} و f_{2A} وجود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ شکل‌های «الف» و «ب» طرحی از آزمایش‌های مربوط به تشکیل طیف اتمی را نشان می‌دهد. طیف‌های تشکیل‌شده روی پردهٔ شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ از کدام نوع‌اند؟



(الف) (ب)

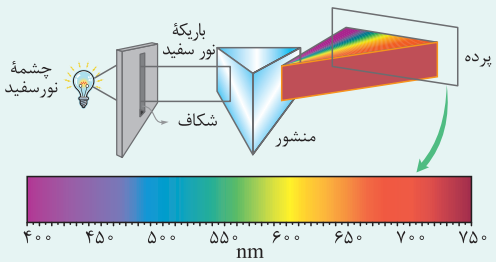
۱) جذبی خطی، گسیلی پیوسته
۲) گسیلی خطی، جذبی خطی
۳) جذبی خطی، گسیلی خطی
۴) گسیلی پیوسته، گسیلی خطی

پاسخ: گزینهٔ ۳

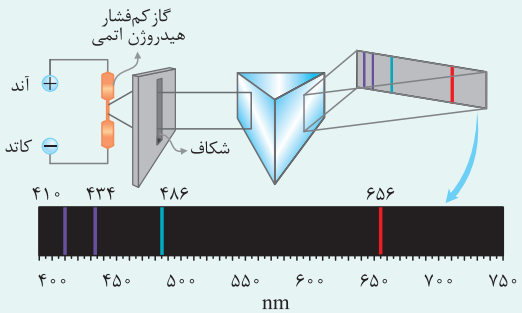
درس Box

طیف نور گسیلی یا تابشی یا نشری اجسام دو دسته‌اند:

الف) **طیف پیوسته**: این طیف ناشی از نور جامدهای ملتهب یا مایع‌های حاصل از ذوب آن‌هاست. مانند طیف حاصل از نور رشتهٔ داغ یک لامپ روشن. این طیف شامل گسترهٔ پیوسته‌ای از طول موج‌هاست. به همین دلیل طیف ایجادشده را پیوسته می‌نامیم. تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ آن است.



ب) **طیف خطی (گسسته یا ناپیوسته)**: این طیف ناشی از نوری است که گازهای کم‌فشار و رقیق مانند هیدروژن، هلیم، نئون و ... یا بخارهای عنصرهایی مانند جیوه و سدیم، در حالت برانگیخته از خود تابش می‌کنند. این طیف به صورت خط‌های رنگی مجزا با طول موج‌های معین دیده می‌شود که بین آن‌ها تاریک است. در این حالت اتم‌ها به صورت منفرد و آزاد هستند و برهم‌کنش میان آن‌ها ضعیف است.



طیف جذبی:

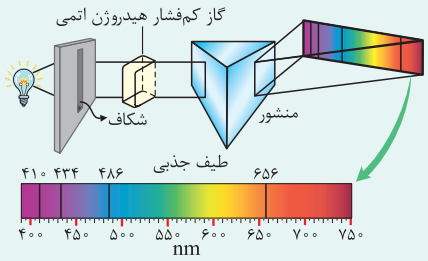
اگر نور سفید ناشی از یک جسم ملتهب را از یک گاز کم‌فشار یا بخار عنصر عبور داده و سپس طیف آن را تشکیل دهیم، یک طیف رنگی پیوسته با خط‌های تاریک درون آن ظاهر می‌شود که در آن بعضی از طول موج‌ها از نور سفید، جذب شده‌اند. چنین طیفی را طیف جذبی می‌گوییم.

طیف جذبی گاز هیدروژن اتمی و مدل بور:

وقتی نور سفید ناشی از رشتهٔ داغ یک لامپ روشن، از گاز هیدروژن در فشار کم عبور می‌کند، بعضی از طول موج‌های نور سفید توسط اتم‌های هیدروژن، جذب می‌شوند. در نتیجه در طیف پیوستهٔ نور سفید، به علت نبود این طول موج‌ها خط‌های تاریک

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

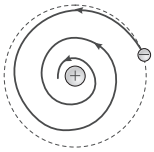
مشاهده می‌شود که هر خط، معرف طول موج معینی است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به درس‌باکس، در شکل «الف» بعضی از طول موج‌های نور سفید، توسط اتم‌های هیدروژن جذب می‌شوند و طیف جذبی خطی به وجود می‌آید. در شکل «ب» گاز کم‌فشار هیدروژن اتمی به عنوان چشمهٔ نور است و طیف حاصل از آن گسیل خطی است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ **با توجه به شکل زیر که مربوط به مسیر حرکت الکترون در مدل هسته‌ای اتم است، بنا بر فیزیک کلاسیک، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون و بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده توسط آن، به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟**



۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

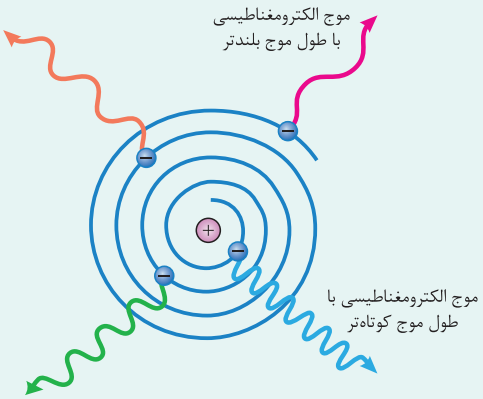
۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

در مدل اتمی رادرفورد که آن را مدل هسته‌ای اتم نیز می‌نامند، بار مثبت اتم در هسته‌ای کوچک به شعاع $10^{-15}\ m$ متمرکز شده و الکترون‌ها با بار منفی در اطراف این هسته و در فاصلهٔ نسبتاً زیادی قرار دارند.

در این مدل، اگر فرض کنیم که الکترون‌ها به دور هسته در گردش باشند، حرکت آن‌ها پایدار نمی‌ماند؛ زیرا حرکت الکترون به دور هسته، یک حرکت شتابدار است و بنا به نظریهٔ الکترومغناطیسی کلاسیک، باید این الکترون، موج الکترومغناطیسی گسیل کند و از انرژی آن کاسته شود. پس شعاع مدار الکترون به دور هسته، کوچک‌تر و بسامد حرکت آن بیشتر می‌شود. یعنی بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده نیز به تدریج زیادتر و طول موج تابشی آن کوتاه‌تر می‌شود. به این ترتیب باید طیف موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده از اتم، پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل متوالی موج‌های الکترومغناطیسی روی هسته بیفتد.



پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به متن درس‌باکس، حین حرکت الکترون به دور هسته، انرژی الکترون کاهش می‌یابد، اما بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل‌شده توسط آن، افزایش پیدا می‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ یک چشمهٔ نور مرئی با توان $100\ W$، فوتون‌هایی با طول موج $\lambda = 640\ nm$ گسیل می‌کند. چه تعداد فوتون در هر دقیقه از این چشمهٔ نور گسیل می‌شود؟ $(c = 3\times10^{8}\ m/s ،\ e = 1/6\times10^{-19}\ C ،\ h = 4\times10^{-15}\ eV.s)$

۱) 2×10^{21}
۲) 8×10^{21}
۳) 2×10^{22}
۴) 8×10^{22}

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ انرژی یک موج الکترومغناطیس:

$$E = nh\frac{c}{\lambda}$$

E: انرژی (J)

n: تعداد فوتون

h: ثابت پلانک $= 6/6\times10^{-34}\ J.s = 4/14\times10^{-15}\ eV.s$

c: تندی نور در هوا و خلأ $= 3\times10^{8}\ m/s$

λ: طول موج نور در خلأ (m)

توان یک چشمهٔ موج الکترومغناطیس از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

P: توان (W)

E: انرژی (J)

Δt: بازهٔ زمانی (s)

الکترون‌ولت (eV):

الکترون‌ولت، یکای انرژی در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای است. یک الکترون‌ولت بنا به تعریف، برابر مقدار انرژی لازم برای جابه‌جایی یک الکترون، تحت ولتاژ یک ولت است:

$$1\ eV = 1/6\times10^{-19}\ C\times1\ V = 1/6\times10^{-19}\ J$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی چشمهٔ نورانی در هر دقیقه را برحسب ژول به دست می‌آوریم:

$$E = P\Delta t \xrightarrow[\Delta t = 1\ min = 60\ s]{P = 100\ W} E = 100\times60 = 6000\ J$$

گام دوم: ثابت پلانک را برحسب $J.s$ پیدا می‌کنیم:

$$h = 4\times10^{-15}\ eV.s\times\frac{1/6\times10^{-19}\ J}{1\ eV} \quad h = 6/4\times10^{-34}\ J.s$$

گام سوم: به کمک رابطهٔ انرژی امواج الکترومغناطیس، تعداد فوتون‌های گسیل‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$E = nh\frac{c}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{6000\times640\times10^{-9}}{6/4\times10^{-34}\times3\times10^{8}} = \frac{6\times6/4\times10^{-4}}{6/4\times3\times10^{-26}} = 2\times10^{22}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ طول موج دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ براکت $(n' = ۴)$ برابر چند میکرومتر است و این خط در کدام گسترهٔ طول موج‌های الکترومغناطیسی واقع است؟ $(R = ۰/۰۱\,(nm)^{-۱})$

۱) ۲۸۸ / ۰، فروسرخ
۲) ۲۸۸ / ۰، فرابنفش
۳) ۸۸ / ۲، فروسرخ
۴) ۸۸ / ۲، فرابنفش

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

معادلهٔ ریدبرگ: طول موج تمامی خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$$

λ: طول موج (nm)

R: ثابت ریدبرگ $\simeq ۰/۰۱\,(nm)^{-۱}$

n': شمارهٔ مدار کوچک‌تر

n: شمارهٔ مدار بزرگ‌تر

به ازای یک عدد صحیح که به n' نسبت می‌دهیم، n عددهای صحیح بعد از آن است و مجموعه‌ای از طول موج‌ها ایجاد می‌شوند که یک رشته نام دارند. مقدارهای n، شمارهٔ خط‌ها را نشان می‌دهند. مثلاً پنجمین خط در رشتهٔ بالمر، یعنی $n = ۷$.

نام طیف	مقدار n'	رابطهٔ ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱	$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$	۳,۴,۵,...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{۳^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{۴^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{۵^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$	۶,۷,۸,...	فروسرخ

پاسخ خیلی تشریحی

دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ براکت $(n' = ۴)$ مربوط به $n = ۶$ است:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۳۶}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۲۰}{۱۶\times۳۶}\right) = \frac{۱}{۸۰\times۳۶}$$

$$\Rightarrow \lambda = ۸۰\times۳۶ = ۲۸۸۰\ nm = ۲/۸۸\ \mu m$$

این طول موج در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) در یک هستهٔ پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته، بزرگ‌تر از جرم هسته است.

ب) هر چه کاستی جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن هسته کم‌تر است.

پ) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته، کوانتیده است.

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

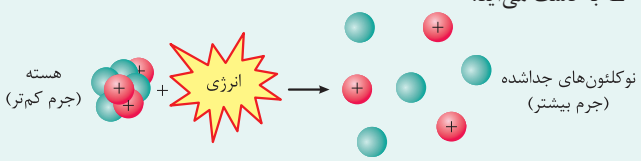
انرژی بستگی هسته‌ای:

انرژی لازم برای جداکردن نوکلئون‌های یک هسته از یکدیگر، انرژی بستگی هسته‌ای نامیده می‌شود.

کاستی جرم هسته:

اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهند که جرم هسته، از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کم‌تر است. این اختلاف جرم را کاستی جرم هسته می‌گویند.

انرژی بستگی هسته‌ای از رابطهٔ اینشتین $E = mc^2$ به دست می‌آید.



m = کاستی جرم هسته (kg)

c = تندی نور در خلأ و هوا = $۳\times۱۰^۸\ m/s$

E = انرژی بستگی هسته‌ای (J)

مقایسهٔ انرژی نوکلئون‌ها با انرژی الکترون‌ها:

نوکلئون‌های وابسته به هسته نیز مانند الکترون‌های وابسته به اتم:

۱) انرژی کوانتیده دارند؛ یعنی نوکلئون‌های درون هسته، نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

۲) می‌توانند با جذب انرژی به ترازهای انرژی بالاتر بروند و هسته برانگیخته شود. یک هستهٔ برانگیخته را با نماد $^{A}_{Z}X^{*}$ نمایش می‌دهند.

۳) در حالت برانگیخته، می‌توانند با گسیل فوتون به تراز پایه برگردند. انرژی فوتون گسیل‌شده، با اختلاف انرژی بین تراز برانگیخته و تراز پایه برابر است، اما تفاوت آن‌ها در این است که اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبهٔ keV و MeV است، در حالی که اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبهٔ eV است؛ یعنی سطح انرژی نوکلئون‌ها بسیار بالاتر از سطح انرژی الکترون‌هاست.

پاسخ خیلی تشریحی

موارد مطرح‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) درست؛ با توجه به درس‌باکس داریم:

$$ZM_P + NM_n > M_x$$

Z : تعداد پروتون‌ها — M_n : جرم هر نوترون

M_p : جرم هر پروتون — M_x : جرم هسته

N : تعداد نوترون‌ها

ب) نادرست؛ طبق رابطهٔ $E = mc^2$، هر چه جرم (m) بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته‌ای آن (E) نیز بیشتر است.

پ) درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

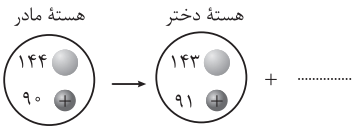
۷۳ شکل زیر، فرایند واپاشی توریم ۲۳۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل‌شده در این فرایند واپاشی کدام است؟

۱) آلفا

۲) گاما

۳) پوزیترون

۴) الکترون



پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

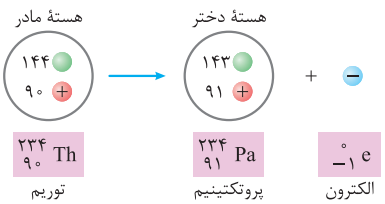
واپاشی بتا، همراه با گسیل الکترون (${}^{0}_{-1}\beta^{-}$ یا ${}^{0}_{-1}e^{-}$):

الکترون گسیل‌شده در این واپاشی، در هستهٔ مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست؛ این الکترون وقتی به وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل شود. فرایند این واپاشی را با رابطهٔ زیر بیان می‌کنند:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}\beta^{-}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به این‌که هستهٔ دختر نسبت به هستهٔ مادر، یک نوترون کم‌تر و یک پروتون بیشتر دارد؛ بنابراین ذرهٔ گسیل‌شده در این فرایند واپاشی، الکترون است. واپاشی ${}^{0}_{-1}\beta^{-}$، برای توریم ۲۳۴ که به طور طبیعی رخ می‌دهد:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ پس از گذشت ۱۲ روز، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{۱}{۸}$ تعداد موجود در آغاز، کاهش یافته است. نیمه‌عمر این ماده چند روز است؟

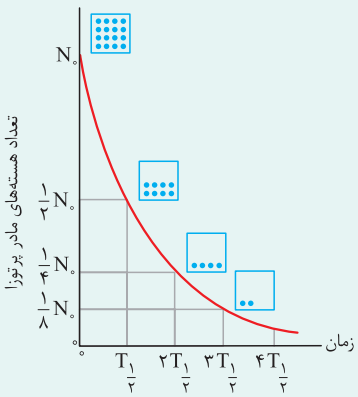
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

نیمه‌عمر:

ایزوتوپ‌های پرتوزا با گذشت زمان، واپاشیده می‌شوند. تعداد هسته‌های مادر (هسته‌های اولیهٔ) آن‌ها کاهش می‌یابد و به صفر میل می‌کند. بنا به تعریف، **نیمه‌عمر**، مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر (اولیه) موجود در یک نمونه، به نصف برسند و آن را با نماد $(T_{\frac{۱}{۲}})$ نشان می‌دهیم:



$$N = \frac{N_۰}{۲^n}$$

$N_۰$ = تعداد هسته‌های اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا

N = تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده

$N_۰ - N$ = تعداد هسته‌های واپاشیده‌شده

n = تعداد تکرار نیمه‌عمر

t = کل زمان واپاشی

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا تعداد مراحل واپاشی را به دست می‌آوریم:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \xrightarrow{N=\frac{۱}{۸}N_۰} \frac{۱}{۸}N_۰ = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۸ \Rightarrow n = ۳$$

با معلوم‌بودن کل زمان واپاشی و تعداد مراحل واپاشی، نیمه‌عمر را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow ۳ = \frac{۱۲}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}} = ۴ \text{ روز}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ در راکتورهای هسته‌ای، میله‌های کنترلِ آهنگ واکنش شکافت، معمولاً از چه موادی ساخته می‌شود؟

۱) بور، گرافیت
۲) کادمیم، بور
۳) گرافیت، کادمیم
۴) آب‌سنگین، گرافیت

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

راکتورها دارای **سوخت هسته‌ای**، **مادهٔ کندساز**، **میله‌های کنترل** و **شاره‌ای (معمولاً آب)** برای خارج‌ساختن گرما از راکتورند.

سوخت هسته‌ای: اورانیم غنی‌شده با حدود ۳ درصد ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ که درون هزاران میله با قطر حدود ۱ cm در قلب راکتور قرار می‌گیرد.

مادهٔ کندساز: نوترون‌های آزادشده در فرایند شکافت، سرعت زیادی دارند. تجربه نشان می‌دهد که این نوترون‌های تند، با احتمال بیشتری جذب ایزوتوپ $^{238}_{92}U$ می‌شوند؛ بدون آن‌که باعث شکافت آن‌ها شوند. اگر بتوان به نحوی این نوترون‌ها را کُند ساخت، احتمال جذب آن‌ها توسط ایزوتوپ $^{235}_{92}U$ افزایش می‌یابد و با شکافت‌های پی‌درپی، واکنش زنجیری شکل می‌گیرد.

موادی مانند آب معمولی (H_2O)، آب‌سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن)، به عنوان کُندساز نوترون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای به کار می‌روند.

میله‌های کنترل: این میله‌ها معمولاً از مواد جذب‌کنندهٔ نوترون، مانند کادمیم یا بور ساخته می‌شوند و آهنگ واکنش شکافت یعنی تعداد نوترون‌های موجود، برای به وجود آوردن شکافت را تنظیم می‌کنند.

آب خنک‌کنندهٔ راکتور: آبی که سوخت هسته‌ای را احاطه کرده است، تحت فشار زیاد قرار دارد تا بدون آن‌که بجوشد، گرمای حاصل از شکافت را جذب کند و به دماهای بالا برسد.

آب داغ راکتور، به سامانهٔ بستهٔ دیگری که محتوی آب با فشار نسبتاً کم‌تری است، پمپ می‌شود تا این آب را بجوشاند و تولید بخار کند. بخار حاصل، توربین و مولد الکتریسیته را به کار می‌اندازد.

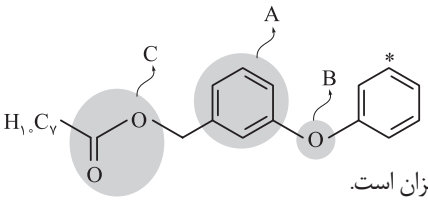
از آب رودخانه یا دریای مجاور نیروگاه نیز در چگالندهٔ توربین استفاده می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به متن درس‌باکس، میله‌های کنترل آهنگ واکنش شکافت، از کادمیم یا بور ساخته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ **ساختار زیر مربوط به یک سم قوی است که برای از بین بردن حشرات روی گیاهان استفاده می‌شود. کدام مورد نادرست است؟**



۱) قسمت‌های A و B در این مولکول به ترتیب ناقطبی و قطبی هستند.

۲) گروه C در ساختار روغن زیتون نیز وجود دارد.

۳) انحلال‌پذیری این ماده در آب بیشتر از انحلال‌پذیری آن در هگزان است.

۴) عدد اکسایش اتم کربن ستاره‌دار در این مولکول برابر ۱− است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

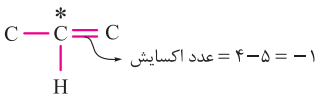
پاسخ خیلی تشریحی ✔ بخش عمدهٔ مولکول داده‌شده، بخش هیدروکربنی بوده و در نتیجه ناقطبی است؛ بنابراین در آب حل نمی‌شود. این ماده در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان حل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): قسمت A (حلقهٔ بنزنی)، ناقطبی و قسمت B (گروه عاملی اتری)، قطبی است.

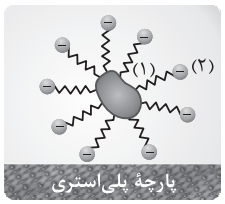
گزینهٔ (۲): گروه C، گروه استری است که در ساختار استرهای سنگین مانند روغن زیتون نیز وجود دارد.

گزینهٔ (۴): اتم کربن ستاره‌دار، به دو اتم کربن دیگر و یک اتم هیدروژن متصل است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ **با توجه به شکل زیر که مربوط به پاک‌شدن لکهٔ چربی توسط صابون از سطح پارچه است، کدام گزینه نادرست است؟**



۱) بخش (۲) حاوی گروه $-COO^-$ بوده و با آب جاذبهٔ یون ـ دوقطبی تشکیل می‌دهد.

۲) بخش (۱) با لکهٔ چربی، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.

۳) اگر جنس پارچه به نخی تغییر کند، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.

۴) با افزایش دما برخلاف افزودن مقدار چشمگیری یون Mg^{2+} به آب، درصد لکهٔ باقی‌مانده روی پارچه کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بخش (۱) (بخش هیدروکربنی صابون) با لکهٔ چربی، جاذبهٔ وان‌دروالسی برقرار می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بخش (۲) گروه $-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O^-$ بوده که بخش قطبی جزء آنیونی صابون است و با آب جاذبهٔ یون ـ دوقطبی تشکیل می‌دهد.

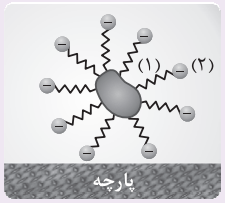
نکته

صابون
- جز کاتیونی ← حالت فیزیکی صابون را تعیین می‌کند.
- جز آنیونی
  - بخش قطبی (گروه COO^-) ← جاذبهٔ یون ـ دوقطبی با آب (حل‌شدن در آب)
  - بخش ناقطبی (گروه هیدروکربنی) ← جاذبهٔ وان‌دروالسی با چربی (حل‌شدن در چربی)

گزینهٔ (۳): میزان چسبندگی لکهٔ چربی روی پارچه‌های نخی کم‌تر از پارچه‌های پلی‌استری است؛ بنابراین قدرت پاک‌کنندگی صابون برای پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

گزینهٔ (۴): پاک‌کنندگی صابون در آب سخت که حاوی مقادیر چشمگیری از یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} است، کاهش می‌یابد. قدرت پاک‌کنندگی با افزایش دما، استفاده از آنزیم و استفاده از پارچهٔ نخی به جای پلی‌استری و استفاده از آب معمولی به جای آب سخت افزایش می‌یابد.

شکل زیر پاک‌شدن چربی توسط صابون از سطح پارچه را نشان می‌دهد. *(سؤال ۳ امتحان نهایی فرداد ۱۴۰۴)*



آ) لکهٔ چربی با کدام بخش صابون (زنجیر هیدروکربنی یا بخش قطبی) جاذبه برقرار می‌کند؟

ب) کدام بخش (۱ یا ۲) باعث پخش‌شدن چربی در آب می‌شود؟

پ) بخش (۲) گروه $-COO^-$ یا $-SO_3^-$ است؟

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ با توجه به ساختار مواد A، B و C، کدام مطلب درست است؟

A: $CH_3(CH_2)_2C(=O)-OK$

B: $CH_3-(CH_2)_{11}-C_6H_4-SO_3Na$

C: $CH_3(CH_2)_{16}C(=O)-ONa$

۱) A، ساختار یک پاک‌کنندهٔ صابونی مایع و B، ساختار یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی را نشان می‌دهد.

۲) مخلوط آب، روغن و C، یک مخلوط ناهمگن اما پایدار است.

۳) C برخلاف B، در آب سخت حل نمی‌شود.

۴) با افزایش دما از $20^\circ C$ به $40^\circ C$، پاک‌کنندهٔ C به میزان بیشتری با آلاینده‌ها واکنش می‌دهد و آن‌ها را از روی لباس می‌زداید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

مقایسهٔ پاک‌کنندهٔ صابونی و غیرصابونی:

ویژگی / پاک‌کننده	صابونی با فرمول RCOONa	غیرصابونی با فرمول $RC_6H_4SO_3Na$
ساختار	$R-C(=O)-O^-Na^+$ (۵ جفت‌الکترون ناپیوندی)	$R-C_6H_4-SO_3^-Na^+$ (۹ جفت‌الکترون ناپیوندی)
بخش ناقطبی (آب‌گریز و چربی‌دوست)	R	$R-C_6H_4-$
بخش قطبی (آب‌دوست و چربی‌گریز)	$-COO^-$	$-SO_3^-$
حلقهٔ بنزن	ندارد	دارد
نحوهٔ تولید	از واکنش چربی یا روغن‌های مختلف با سدیم هیدروکسید	طی واکنش‌های پیچیده، از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی
واکنش با یون‌های موجود در آب سخت	واکنش می‌دهد و رسوب می‌کند.	واکنش نمی‌دهد و رسوبی تشکیل نمی‌شود.
قدرت پاک‌کنندگی	کم‌تر	بیشتر

پاسخ خیلی تشریحی ✔

B پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، C پاک‌کنندهٔ صابونی جامد و A نوعی ترکیب، حاوی بخش قطبی و ناقطبی بدون خاصیت پاک‌کنندگی (به دلیل زنجیرهٔ هیدروکربنی کوتاه) است.

بررسی گزینه‌ها:

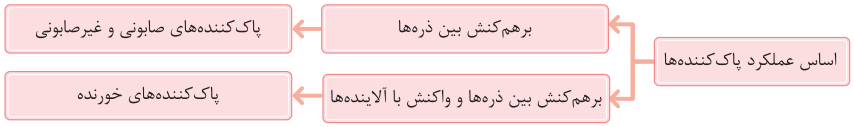
گزینهٔ (۱): A خاصیت پاک‌کنندگی ندارد زیرا شمار اتم‌های کربن بخش ناقطبی آن کم است.

گزینهٔ (۲): مخلوط آب، روغن و صابون، کلوئید است. کلوئیدها، جزء مخلوط‌های ناهمگن و پایدار هستند.

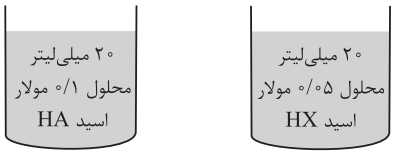
گزینهٔ (۳): هر دو نوع پاک‌کننده در آب سخت حل می‌شوند. دلیل کم‌تربودن قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب سخت، واکنش آن با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت است و نه کم‌بودن انحلال‌پذیری آن!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ (۴): پاک‌کنندهٔ صابونی با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهد و فقط برهم‌کنش دارد.



۷۹ **با توجه به شکل‌های زیر، اگر درجهٔ یونش اسید بسیار ضعیف HA، نصف درجهٔ یونش اسید بسیار ضعیف HX باشد، کدام گزینه نادرست است؟**



۱) pH دو محلول با هم برابر است.

۲) غلظت مولی یون X^- با غلظت مولی یون A^- برابر است.

۳) رسانایی الکتریکی محلول HX با رسانایی الکتریکی محلول HA برابر است.

۴) ثابت یونش اسید HA با ثابت یونش اسید HX، برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به رابطهٔ $\alpha_{HX} = ۲\alpha_{HA}$، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): برای مقایسهٔ pH دو محلول، غلظت یون هیدرونیوم دو محلول را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}[H^-]_{HA} = M\times\alpha_{HA} = ۰/۱\times\alpha_{HA} = ۰/۱\alpha_{HA}\\ [H^+]_{HX} = M\times\alpha_{HX} = ۰/۰۵\times ۲\alpha_{HA} = ۰/۱\alpha_{HA}\end{array}\right\} \Rightarrow [H^-]_{HA} = [H^+]_{HX} \Rightarrow pH_{HA} = pH_{HX}$$

گزینهٔ (۲): با توجه به این‌که $[H^+]_{HA} = [H^+]_{HX}$ و در یونش اسیدها، غلظت آنیون با هیدرونیوم برابر است، بنابراین $[X^-]$ و $[A^-]$ یکسان است.

گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که غلظت یون‌ها در دو محلول برابر است، پس رسانایی الکتریکی دو محلول نیز با هم برابر است.

گزینهٔ (۴): با توجه به این‌که هر دو اسید، بسیار ضعیف هستند، رابطهٔ K_a برای آن‌ها را می‌نویسیم:

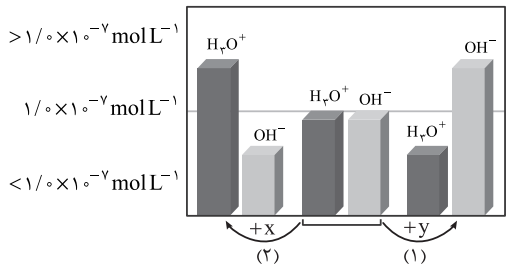
$$K_a = \frac{[H^+]^۲}{M_{\text{تعادلی}}} \xrightarrow[M_{\text{اولیه}}=M_{\text{تعادلی}}]{\text{اسید خیلی ضعیف}} \frac{(M\alpha)^۲}{M} = M\alpha^۲ \Rightarrow K_{a_{HA}} = ۰/۱\alpha_{HA}^۲$$

$$\Rightarrow \frac{K_{a_{HA}}}{K_{a_{HX}}} = \frac{۰/۱\alpha_{HA}^۲}{۰/۰۵\,\alpha_{HX}^۲} = \frac{۱}{۲}$$

$\alpha_{HX} = ۲\alpha_{HA}$ ⇒ $\alpha_{HX}^۲ = ۴\alpha_{HA}^۲$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ با توجه به نمودار زیر که معیار نسبی از مقایسهٔ خصلت اسیدی و بازی محلول‌ها را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟



الف) فرایند خنثی‌شدن آب دریاچه‌های اسیدی با استفاده از آهک، از فرایند (۱) پیروی می‌کند.

ب) اگر دما $۲۵^\circ C$ باشد، پس از اضافه‌کردن مواد x و y، رابطهٔ $[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}$ در محلول‌های حاصل برقرار است.

پ) فرایند (۲) را می‌توان به تهیهٔ آب گازدار از آب خالص نسبت داد.

ت) x و y به ترتیب می‌توانند باریم اکسید و دی‌نیتروژن پنتا اکسید باشند.

۱) «الف» و «ب»
۲) «ب» و «پ»
۳) «الف» و «ت»
۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

در محلول‌های اسیدی هم، یون هیدروکسید وجود دارد، فقط غلظت آن از یون هیدرونیوم کم‌تر است. به همین ترتیب در محلول‌های بازی هم، یون هیدرونیوم وجود دارد و فقط غلظت آن از یون هیدروکسید کم‌تر است. به طور خلاصه در دمای اتاق می‌توان نوشت:

نوع محیط	$[H^+]$	$[OH^-]$	رابطهٔ بین $[H^+]$ و $[OH^-]$	حاصل $[H^+][OH^-]$ در دمای اتاق	گسترهٔ pH
خنثی	برابر با $۱۰^{-۷}$	برابر با $۱۰^{-۷}$	$[H^+]=[OH^-]$	$۱۰^{-۱۴}$	برابر با ۷
اسیدی	بزرگ‌تر از $۱۰^{-۷}$	کوچک‌تر از $۱۰^{-۷}$	$[H^+]>[OH^-]$	$۱۰^{-۱۴}$	کوچک‌تر از ۷
بازی	کوچک‌تر از $۱۰^{-۷}$	بزرگ‌تر از $۱۰^{-۷}$	$[H^+]<[OH^-]$	$۱۰^{-۱۴}$	بزرگ‌تر از ۷

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

الف) خنثی‌شدن آب دریاچه‌های اسیدی با آهک (CaO) ← اضافه‌کردن باز به اسید (تبدیل اسید به مادهٔ خنثی)

فرایند (۱) ← تبدیل یک مادهٔ خنثی به باز

ب) در همهٔ محلول‌های آبی در دمای اتاق، رابطهٔ $[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}$ برقرار است.

پ) آب گازدار یک محلول اسیدی است که فرایند (۲) می‌تواند مربوط به آن باشد.

ت) x و y به ترتیب خاصیت اسیدی و بازی دارند، در حالی که BaO و $N_۲O_۵$ به ترتیب، باز و اسید محسوب می‌شوند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ جدول زیر اطلاعاتی دربارهٔ دو محلول باز فرضی را نشان می‌دهد. ثابت یونش AOH به تقریب کدام است و اگر pH محلول XOH با pH محلول ۰/۰۳ مولار باریم هیدروکسید برابر باشد، x کدام است؟

	محلول بازی	غلظت مولی	درصد یونش
(I)	AOH	۰/۲	۵
(II)	XOH	x	۴

۱) $1/5-5\times10^{-4}$
۲) $0/15-5\times10^{-4}$
۳) $0/15-2\times10^{-3}$
۴) $1/5-2\times10^{-3}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ‌خیلی‌تشریحی برای محاسبهٔ ثابت یونش باز AOH، به غلظت یون هیدروکسید در محلول آن نیاز داریم:

$$[OH^-] = M\alpha = 0/2\times\frac{5}{100} = 0/01\ mol.L^{-1}$$

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{M-[OH^-]} = \frac{10^{-2}\times10^{-2}}{0/2-10^{-2}} \simeq \frac{10^{-2}\times10^{-2}}{2\times10^{-1}} = 5\times10^{-4}$$

برای قسمت دوم سؤال، با توجه به این‌که pH محلول XOH با pH محلول ۰/۰۳ مولار باریم هیدروکسید برابر است، غلظت یون هیدروکسید این دو محلول باید با هم برابر باشد:

$$\text{محلول } Ba(OH)_2 \Rightarrow [OH^-] = 2M = 2\times0/03 = 0/06\ mol.L^{-1}$$

$$\text{محلول XOH} \Rightarrow [OH^-] = M\alpha \Rightarrow 0/06 = M\times\frac{4}{100} \Rightarrow M = \frac{6}{4} = 1/5\ mol.L^{-1}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ هر یک از توضیحات زیر را می‌توان به یکی از مواد درون کادر نسبت داد. کدام ماده با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد؟

C_2H_5OH , $HCOOH$, NH_3 , $NaOH$, HI

الف) کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد و در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آن به طور قابل توجهی کم‌تر از محلول لیتیم نیترات است. ← باز

ب) با افزایش غلظت محلول آن، رسانایی الکتریکی آن تغییری نمی‌کند. ← غیرالکترولیت است.

پ) در محلول ۰/۱ مولار آن، غلظت یون هیدرونیوم ۰/۱ مولار است. ← اسید قوی

ت) از آن به همراه پودر آلومینیم، برای بازکردن لوله‌های مسدودشده بر اثر تجمع چربی استفاده می‌شود.

۱) HI ۲) $HCOOH$

۳) NH_3 ۴) C_2H_5OH

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ $HCOOH$ (فورمیک اسید) با هیچ‌یک از توضیحات تطابق ندارد.

بررسی موارد:

الف) به رنگ آبی درآمدن کاغذ pH، نشان می‌دهد که مادهٔ مورد نظر، یک باز است، یعنی $NaOH$ یا NH_3، ولی با توجه به این‌که رسانایی الکتریکی محلول، خیلی کم‌تر از محلول لیتیم نیترات ($LiNO_3$) است، با یک الکترولیت ضعیف سروکار داریم؛ پس NH_3 را انتخاب می‌کنیم.

ب) مادهٔ مورد نظر باید غیرالکترولیت و نارسانا باشد که غلظت محلول آن، تأثیری بر رسانایی الکتریکی آن نداشته باشد. در بین مواد داده‌شده، فقط اتانول (C_2H_5OH) غیرالکترولیت است، زیرا به صورت مولکولی در آب حل می‌شود و در محلول آن، یون وجود ندارد.

پ) در محلول اسیدهای قوی، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت اولیهٔ محلول برابر است. ← HI

ت) از مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، برای بازکردن مجاری بسته‌شده با چربی‌ها استفاده می‌شود.

$$2Al(s) + 2NaOH(aq) + 6H_2O(l) \rightarrow 2NaAl(OH)_4(aq) + 3H_2(g)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ برای خنثی‌کردن ۳۷ میلی‌گرم کلسیم هیدروکسید، به چند میلی‌لیتر محلول هیدروفلوئوریک اسید با $pH = ۲/۳$ و درصد یونش ۱۵ درصد، نیاز است؟

$(\log ۵ = ۰/۷ , Ca = ۴۰ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$Ca(OH)_۲(s) + HF(aq) \rightarrow CaF_۲(s) + H_۲O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ واکنش خنثی‌شدن اسید و باز به صورت زیر است:

$$Ca(OH)_۲ + ۲HF \rightarrow CaF_۲ + ۲H_۲O$$

گام اول: با توجه به pH اسید، غلظت مولی HF را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = ۲/۳ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲/۳} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۰/۷} = ۵ \times ۱۰^{-۳}$$

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow M = \frac{۵ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۱۵} = \frac{۱۰^{-۱}}{۳} = \frac{۱}{۳۰} mol.L^{-۱}$$

گام دوم: با استفاده از معادلهٔ واکنش و جرم $Ca(OH)_۲$، حجم محلول HF را حساب می‌کنیم:

$$۳۷ \times ۱۰^{-۳} g Ca(OH)_۲ \times \frac{۱ mol Ca(OH)_۲}{۷۴ g Ca(OH)_۲} \times \frac{۲ mol HF}{۱ mol Ca(OH)_۲} \times \frac{۱ L HF(aq)}{\frac{۱}{۳۰} mol HF} \times \frac{۱۰۰۰ mL HF(aq)}{۱ L HF(aq)} = ۳۰ mL HF(aq)$$

برای خنثی‌کردن دو لیتر اسید ضعیف HX با pH برابر ۳/۷، چند گرم NaOH مصرف می‌شود؟ درصد یونش اسید در محلول برابر ۲/۵ است. *(سؤال ۱۵ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)*

$(۱ mol NaOH = ۴۰ g , \log ۲ = ۰/۳)$

$HX(aq) + NaOH(aq) \rightarrow NaX(aq) + H_۲O(l)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ **با توجه به عبارت‌های داده‌شده که مربوط به فلزهای A، B و C در دمای $25^\circ C$ هستند، کدام گزینه درست است؟**

- **فقط فلزهای A و B با محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن تولید می‌کنند.**
- **قدرمطلق پتانسیل الکترودی A از B بزرگ‌تر است.**

۱) اگر قطعه‌ای از فلز C در داخل محلولی از کاتیون‌های A^{2+} قرار گیرد، پس از مدتی دمای محلول افزایش می‌یابد.

۲) در فرایند آبکاری قاشقی از جنس A با فلز C، قاشق به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.

۳) جهت حرکت آنیون‌ها در سلول گالوانی A و C، با جهت حرکت الکترون‌ها در سلول گالوانی A و B، همسو است.

۴) با گذشت زمان در سلول گالوانی حاصل از B و C، جرم تیغهٔ C افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

پتانسیل کاهشی استاندارد **اغلب فلزها** منفی است. این فلزها قدرت کاهندگی بیشتری از H_2 دارند، فلزهایی هم وجود دارند که E° آن‌ها مثبت است و قدرت کاهندگی کم‌تری از H_2 دارند.

فلزها
- قدرت کاهندگی بیشتر از H_2 ← E° منفی ← مانند $Sn, Fe, Zn, Mn, Al, Mg, Li$
- قدرت کاهندگی کم‌تر از H_2 ← E° مثبت ← مانند Au, Pt, Ag, Cu

در یک سلول گالوانی، الکترود با E° کوچک‌تر که تمایل زیادی به از دست دادن الکترون دارد، آند یا قطب منفی سلول و الکترود با E° بزرگ‌تر که تمایل به گرفتن الکترون دارد، کاتد یا قطب مثبت را تشکیل می‌دهد.

در سلول گالوانی
- الکترود با E° کوچک‌تر ← آند (قطب منفی) سلول
- الکترود با E° بزرگ‌تر ← کاتد (قطب مثبت) سلول

پاسخ خیلی تشریحی

ابتدا عبارت‌های داده‌شده را تحلیل می‌کنیم:

عبارت اول: می‌دانیم که در سری الکتروشیمیایی فلزهای پایین‌تر از H_2 (با E° کم‌تر از صفر) با محلول هیدروکلریک اسید واکنش داده و گاز هیدروژن تولید می‌کنند، پس دو فلز A و B، E° منفی و فلز C، E° مثبت دارد.

عبارت دوم: اگر قدرمطلق پتانسیل الکترودی A از B بیشتر باشد، پس قطعاً پتانسیل A از B منفی‌تر است.

قدرت کاهندگی: $A > B > C$, $E^\circ : C > B > A$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): چون پتانسیل الکترودی فلز C از فلز A بیشتر است، پس فلز A نسبت به فلز C کاهندهٔ قوی‌تری است، در نتیجه C نمی‌تواند کاتیون A^{2+} را به صورت فلز آزاد کند و واکنش انجام نمی‌شود و دما هم تغییر نمی‌کند.

گزینهٔ (۲): در آبکاری قاشق از جنس A با فلز C، قاشق به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

نکته در آبکاری، فلز پوشاننده به عنوان آند، به قطب مثبت باتری و جسمی که قرار است آبکاری شود، به عنوان کاتد به قطب منفی باتری متصل می‌شود.

گزینهٔ (۳): در سلول گالوانی A و C، A آند و C کاتد است و جهت حرکت الکترون آنیون‌ها به سمت آند خواهد بود، ولی در سلول گالوانی حاصل از A و B که A آند و B کاتد است، جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد است.

گزینهٔ (۴): در سلول گالوانی B و C، B آند و C کاتد است، پس جرم تیغهٔ کاتدی (یعنی C) با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ با مصرف ۵ / ۴ گرم آلومینیم مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ زیر، چند مول الکترون در واکنش مبادله می‌شود؟ $(Al = 27\ g.mol^{-1})$

$$Al(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Al^{3+}(aq) + Cu(s)$$

۱) ۱ / ۲ ۲) ۶ ۳) ۰ / ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: موازنهٔ واکنش:

$$2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s) \sim 6e^-$$

گام دوم: محاسبهٔ مول الکترون مبادله‌شده:

$$x\ mol\ e^- = 5/4\ g\ Al \times \frac{1\ mol\ Al}{27\ g\ Al} \times \frac{6\ mol\ e^-}{2\ mol\ Al} = 0/6\ mol\ e^-$$

یه جور دیگه

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{Al}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{e^- \text{ مبادله‌شده}}} \Rightarrow \frac{5/4}{2 \times 27} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 0/6\ mol\ e^-$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ **هنگامی که دو نیم‌سلول X و Y به هم وصل شوند، جریان الکتریکی از نیم‌سلول X به نیم‌سلول Y برقرار می‌شود و با اتصال نیم‌سلول X به SHE، الکترون‌ها از نیم‌سلول X به سمت SHE جاری می‌شوند. کدام مطلب دربارهٔ X و Y و سلول گالوانی حاصل از آن‌ها درست است؟**

$$Y^{2+} + 2e^- \rightarrow Y \quad |E^\circ| = 0/34\ V$$

$$X^{2+} + 2e^- \rightarrow X \quad |E^\circ| = 0/25\ V$$

۱) قدرت کاهندگی فلز Y از فلز X بیشتر است.

۲) نیروی الکتروموتوری سلول برابر ۰/۰۹ است.

۳) غلظت X^{2+} با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

۴) کاتیون‌های موجود در محلول از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول X مهاجرت می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در سلول‌های گالوانی، الکترون‌ها از آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ بنابراین در هر دو سلول، X آند است یعنی قدرت کاهندگی X از Y و هیدروژن بیشتر است و E° آن مقداری منفی است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اتصال دو نیم‌سلول X و Y و برقراری جریان الکتریکی از اتم‌های X به اتم‌های Y، نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی عنصر X بیشتر از عنصر Y است.

گزینهٔ (۲): اتصال دو نیم‌سول X و هیدروژن و جاری‌شدن الکترون‌ها از اتم X به سمت نیم‌سلول هیدروژن، نشان می‌دهد قدرت کاهندگی X از هیدروژن بیشتر است و از آن‌جایی که E° هیدروژن برابر صفر است، پس $E^\circ(X) < 0$ است؛ بنابراین emf سلول برابر است با:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_Y - E^\circ_X = 0/34 - (-0/25) = 0/59\ V$$

گزینهٔ (۳): فلز X که در نقش آند است، با گذشت زمان الکترون از دست داده و کاتیون X^{2+} تشکیل می‌شود و غلظت آن در محلول افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۴): در سلول‌های گالوانی، آنیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل به سمت آند و کاتیون‌ها به سمت کاتد (Y) مهاجرت می‌کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ کدام گزینه نادرست است؟

۱) در برقکافت آب، اطراف آند اسیدی بوده و گاز اکسیژن تولید می‌شود.

۲) سلول‌های سوختی ردپای CO_2 را کاهش می‌دهند، به همین دلیل منبع انرژی سبز به شمار می‌روند.

۳) اکسایش گاز هیدروژن در سلول سوختی، برخلاف سوزاندن آن در موتور درون‌سوز، بازده را تا ۶۰ درصد افزایش می‌دهد.

۴) در سلول‌های گالوانی همانند سلول‌های الکترولیتی، یون‌ها به سمت قطب‌های با علامت موافق حرکت می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد (قطب مثبت) و آنیون‌ها به سمت آند (قطب منفی) می‌روند، اما در سلول‌های الکترولیتی،کاتیون به سمت کاتد (قطب منفی) و آنیون‌ها به سمت آند (قطب مثبت) می‌روند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

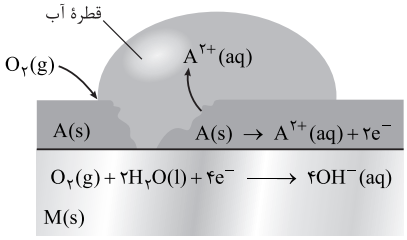
گزینهٔ (۱): در برقکافت آب، نیم‌واکنش $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ در آند انجام می‌شود.

گزینهٔ (۲): سلول‌های سوختی استفاده از سوخت فسیلی را کاهش می‌دهند، در نتیجه سبب کاهش ردپای CO_2 می‌شوند.

گزینهٔ (۳): بازدهی سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، ۳ برابر موتور درون‌سوز و حدود ۶۰٪ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ **با توجه به شکل زیر که مربوط به نوعی فرایند اکسایش ـ کاهش است، کدام گزینه درست است؟**



۱) قدرت کاهندگی فلز M از A بیشتر است.

۲) اگر محیط اسیدی شود، نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در این فرایند، همانند نیم‌واکنش کاهش سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن خواهد بود.

۳) اگر فلز M آهن باشد و به جای فلز A از Sn استفاده کنیم، در صورت خراش، قلع اکسید می‌شود.

۴) اگر فلزهای A و M، به ترتیب روی و آهن باشند، از این نوع آهن می‌توان در بسته‌بندی مواد غذایی استفاده کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

این فرایند مربوط به حفاظت کاتدی فلز M به وسیلهٔ فلز A می‌باشد که فلز کاهنده‌تر اکسایش می‌یابد.

نیم‌واکنش کاهش خوردگی و حفاظت کاتدی فلزها در محیط اسیدی، به صورت $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ می‌باشد که مشابه نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

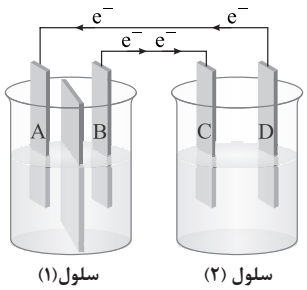
گزینهٔ (۱): فلز A اکسایش یافته و قدرت کاهندگی آن از M بیشتر است.

گزینهٔ (۳): اگر فلز A قلع و M آهن باشد، حلبی به دست می‌آید که در صورت خراشیده‌شدن آن، آهن اکسید خواهد شد.

گزینهٔ (۴): اگر به جای فلز A از Zn استفاده شود، آهن گالوانیزه ایجاد می‌شود که برخلاف حلبی، در بسته‌بندی مواد غذایی کاربرد ندارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ **با توجه به شکل زیر که اتصال یک سلول گالوانی را به یک سلول الکترولیتی نشان می‌دهد، کدام مورد، نادرست است؟**



۱) سلول (۱)، گالوانی و سلول (۲)، الکترولیتی است.

۲) آند سلول (۱)، الکترود B است.

۳) قطب منفی سلول (۲)، الکترود D است.

۴) فرایند $MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$، در سلول (۲) می‌تواند انجام شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): سلول (۲) که دیوارهٔ متخلخل ندارد، یک سلول الکترولیتی و سلول (۱)، یک سلول گالوانی است.

گزینه‌های (۲) و (۳): در سلول گالوانی، الکترون‌ها از آند (قطب منفی) خارج و به کاتد (قطب مثبت) وارد می‌شوند:

B → آند → −

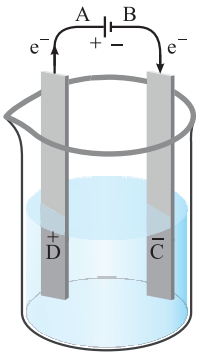
A → کاتد → +

در سلول‌های الکترولیتی، الکترون‌ها از آند (قطب مثبت) خارج و به کاتد (قطب منفی) وارد می‌شوند:

D → آند → +

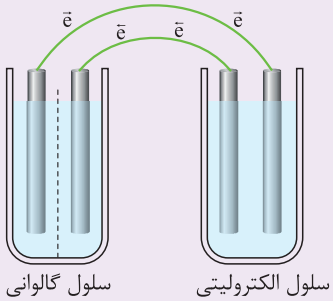
C → کاتد → −

و در آخر! شاید اگه شکل سؤال رو به این صورت ببینید درکش براتون راحت‌تر باشه:



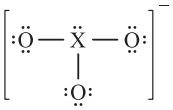
گزینهٔ (۴): معادلهٔ داده‌شده مربوط به برقکافت منیزیم‌کلرید مذاب است. فرایند برقکافت در سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

می‌دانید که برای استفاده از سلول الکترولیتی به یک مولد یا باتری (سلول گالوانی) نیاز است، شکل مقابل این ویژگی را نشان می‌دهد. نخست آند و کاتد را برای هر الکترود در هر سلول مشخص کنید، سپس روند انجام فرایند جابه‌جایی الکترون‌ها را هنگام استفاده از یک سلول الکترولیتی توضیح دهید. *(شیمی (۳) ـ سؤال ۱۶ تمرین‌های دوره‌ای صفحهٔ ۶۶)*



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ **با توجه به ساختار زیر، عنصر X در گروه ..... جدول تناوبی قرار دارد و عدد اکسایش آن برابر با ..... است.**
(عدد اتمی عنصر X بزرگ‌تر از ۱۰ می‌باشد.)



۱) ۱۷، ۵+
۲) ۱۷، ۷+
۳) ۱۵، ۵+
۴) ۱۵، ۳−

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای به دست آوردن شمارهٔ گروه و تعداد الکترون‌های ظرفیت عنصر X، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

مجموع شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار لوویس − مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌های سازنده = بار یون

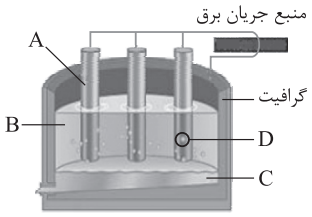
$$-1 = x + 3(\underbrace{6}_{\text{تعداد الکترون ظرفیت اکسیژن}}) - (\underbrace{3\times2}_{\text{الکترون پیوندی}} + \underbrace{10\times2}_{\text{الکترون ناپیوندی}}) \Rightarrow x = 7 \Rightarrow$$

X عنصری از گروه ۱۷ است.

$$XO_3^- : x + 3(-2) = -1 \Rightarrow x = +5 \ (\text{عدد اکسایش X})$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ **با توجه به شکل زیر (مربوط به فرایند هال)، کدام گزینه درست است؟**



۱) ستون A به قطب منفی باتری متصل بوده و همانند دیوارهٔ داخلی سلول، از جنس گرافیت است.

۲) D مربوط به حباب‌های گاز CO_2 است که در کاتد تولید می‌شود.

۳) چگالی B از C کم‌تر بوده و C مربوط به الکترولیت مورد استفاده در این سلول است.

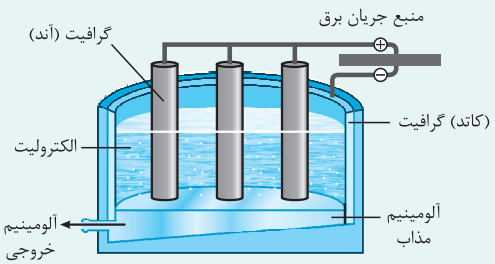
۴) میزان انرژی لازم برای تولید هر قوطی آلومینیم در آن، بیش از ۱۴ برابر انرژی لازم در بازیافت همان مقدار آلومینیم است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

آلومینیم در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شود. در صنعت این فلز را از برقکافت Al_2O_3 **مذاب** در یک سلول الکترولیتی به دست می‌آورند. تولید آلومینیم به این روش به افتخار شیمی‌دان آمریکایی جناب «چارلز مارتین هال»، **فرایند هال** نامیده می‌شود. آقای هال، این روش را در ۲۳ سالگی *ابداعید!*

بریم سراغ نکات سلول الکترولیتی مربوط به فرایند هال:



۱) الکترولیت مورد استفاده در این سلول، حاوی Al_2O_3 **مذاب** است.

۲) آند و کاتد این سلول، هر دو از جنس گرافیت هستند. دیواره‌ها و کف این سلول، نقش کاتد (قطب منفی) را دارند، در حالی که میله‌های گرافیتی بالای سلول، نقش آند (قطب مثبت) را دارند.

۳) در کاتد این سلول، نیم‌واکنش $Al^{3+}(l) + 3e^- \rightarrow Al(l)$ انجام می‌شود.

۴) در آند این سلول، ابتدا نیم‌واکنش $2O^{2-}(l) \rightarrow O_2(g) + 4e^-$ انجام می‌شود، سپس گرافیت موجود در آند با گاز اکسیژن تولیدشده واکنش داده و طبق معادلهٔ $C(\text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کند.

با ضرب نیم‌واکنش‌های نوشته‌شده در عدد مناسب و جمع‌کردن آن‌ها، واکنش کلی سلول به دست می‌آید:

$$\text{در کاتد: } 4Al^{3+} + 12e^- \rightarrow 4Al$$

$$\text{در آند: } \begin{cases} 6O^{2-} \rightarrow 3O_2 + 12e \\ 3C + 3O_2 \rightarrow 3CO_2 \end{cases}$$

$$\text{واکنش نهایی: } \underbrace{4Al^{3+} + 6O^{2-}}_{2Al_2O_3} + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2 \sim 12e^-$$

۵) در سلول الکترولیتی مربوط به فرایند هال، گرافیت کاتد نقشی در نیم‌واکنش کاتدی ندارد اما گرافیت آند، نقش واکنش‌دهنده را هم بازی می‌کند، به همین دلیل *رفته‌رفته!* از جرم آن کم می‌شود.

۶) با توجه به این‌که چگالی آلومینیم مذاب تولیدشده در کاتد بیشتر از الکترولیت موجود در سلول است، آلومینیم مذاب پایین‌تر از الکترولیت مذاب، بر روی کاتد گرافیتی (ته ظرف) ته‌نشین می‌شود و به کمک یک لوله از قسمت پایینی سلول جمع‌آوری می‌شود. *(شکل رو ببینید!)*

۷) فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی **الکتریکی**، هزینهٔ بالایی دارد. از طرفی فلز آلومینیم یکی از مهم‌ترین منابع تجدیدناپذیر طبیعت است؛ بنابراین با بازیافت فلز آلومینیم می‌توان علاوه بر افزایش عمر این منبع، برخی از هزینه‌های تولید آن را کاهش داد.

توجه تولید قوطی‌های آلومینیمی از قوطی کهنه، فقط به ۷ درصد انرژی لازم برای تهیهٔ همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

میزان انرژی به‌کاررفته در فرایند هال نسبت به بازیافت آلومینیم به ازای میزان بهره‌وری یکسان، برابر $\frac{100}{7}$ است که بیش از ۱۴ برابر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ستون A و دیوارهٔ داخلی سلول، از گرافیت است و A محل تولید گاز کربن دی‌اکسید و آند (قطب مثبت) می‌باشد.

گزینهٔ (۲): حباب‌های گاز CO_2 در آند تولید می‌شوند.

گزینهٔ (۳): چگالی C (Al) از B (Al_2O_3) بیشتر است و B مربوط به الکترولیت می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ با توجه به جدول زیر که مربوط به مواد سازندهٔ نوعی خاک رس است، کدام گزینه نادرست است؟

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Na_2O	Fe_2O_3	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲۰	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

۱) عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، نوعی ترکیب یونی است و طول موج‌های مربوط به نور قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند. ← Fe_2O_3

۲) با گرم‌کردن مقداری از این خاک رس و کاهش رطوبت آن، درصد جرمی سیلیس به ۵۰٪ می‌تواند برسد.

۳) در میان گونه‌های سازندهٔ این خاک، انواع مواد کووالانسی، یونی، مولکولی و فلزی دیده می‌شود.

۴) درصد جرمی جامد کووالانسی موجود در خاک رس، از جامد مولکولی بیشتر و از مجموع درصد جرمی جامدات یونی کم‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در بین گونه‌های تشکیل‌دهندهٔ خاک رس، SiO_2 جامد کووالانسی، H_2O، مادهٔ مولکولی، Au جامد فلزی و سایر ترکیبات، جامد یونی هستند و ترتیب درصد جرم آن‌ها به صورت زیر است:

درصد جرمی: جامد فلزی < مادهٔ مولکولی < جامد یونی < جامد کووالانسی (SiO_2)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عامل اصلی سرخ‌فام‌بودن خاک رس، Fe_2O_3 است. این رنگدانهٔ معدنی، قرمزرنگ است و طول موج‌های مربوط به رنگ قرمز را عبور داده یا بازتاب می‌کند.

گزینهٔ (۲): با گرم‌کردن خاک رس، درصد جرمی H_2O کاهش و درصد جرمی سیلیس افزایش می‌یابد.

گزینهٔ (۳): *اینم که قبلاً گفتیم!*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ **درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟**

الف) آنتالپی پیوند Si — Si از Si — C، کم‌تر و سختی سیلیسیم کربید از سیلیسیم، بیشتر است.

ب) Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس (Si_2O) یافت می‌شود.

پ) گرافیت همانند الماس، شبکه‌ای غول‌آسا از اتم‌های کربن با چینش سه‌بعدی است.

ت) گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است که برخلاف آن، شفاف و انعطاف‌پذیر است.

۱) درست ـ نادرست ـ نادرست ـ درست

۲) درست ـ درست ـ نادرست ـ نادرست

۳) نادرست ـ درست ـ درست ـ نادرست

۴) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

الف) ترتیب سختی جامدات کووالانسی Si و SiC مشابه ترتیب آنتالپی پیوند آن‌ها، به صورت سیلیسیم کربید > سیلیسیم است.

آنتالپی پیوند: $Si — O > C — C > Si — C > Si — Si$

ب) سیلیس دارای فرمول مولکولی SiO_2 است نه Si_2O!

پ) گرافیت جامد کووالانسی با چینش دوبعدی اتم‌ها است.

ت) گرافن و گرافیت، رسانای جریان برق هستند و گرافن، تک‌لایه‌ای شفاف و انعطاف‌پذیر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ **با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی دو مولکول می‌باشد، کدام گزینه به طور حتم درست است؟**



(A) **(B)**

۱) مولکول A برخلاف مولکول B در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

۲) اتم مرکزی در مولکول A از اتم با بار جزئی منفی در مولکول B، خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

۳) در مولکول B همانند مولکول A، توزیع الکترون‌ها متقارن و یکنواخت است.

۴) کربن تتراکلرید در دمای اتاق مایع بوده و همانند مولکول‌های B، قطبی است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مولکول A ساختاری مشابه آمونیاک (NH_3) و B ساختاری مشابه با SO_3 دارد که در مولکول A برخلاف مولکول B، توزیع الکترون‌ها نامتقارن است؛ یعنی A، مولکولی قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): مقایسهٔ خاصیت نافلزی اتم‌های این دو ساختار، وقتی امکان‌پذیر است که فرمول مولکولی آن‌ها مشخص باشد.

گزینهٔ (۳): توزیع الکترون‌ها در مولکول B، متقارن است.

گزینهٔ (۴): کربن تتراکلرید (CCl_4) همانند B، ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ با توجه به جدول زیر که نقطهٔ ذوب و جوش چند مادهٔ خالص را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

ماده	A	B	D
نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	−۲۱۸	۶۸۱	
نقطهٔ جوش ($^\circ C$)	−۱۸۳	۱۳۳۰	−۱۱۲

۱) مادهٔ A یک مادهٔ مولکولی است.

۲) اگر گسترهٔ دمایی مایع‌بودن مادهٔ D برابر $80^\circ C$ باشد، نقطهٔ ذوب آن ۸۱ کلوین است.

۳) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، انتخاب مادهٔ B به عنوان شارهٔ ذخیره‌کنندهٔ انرژی گرمایی خورشید، منطقی‌تر است.

۴) ساختار ذره‌ای $SiC(s)$ می‌تواند مشابه مواد A و B باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نقطهٔ ذوب و جوش مادهٔ A بسیار پایین است. مواد مولکولی می‌توانند چنین نقطهٔ ذوب و جوش پایینی داشته باشند.

گزینهٔ (۲):

$$\text{گسترهٔ دمایی مایع‌بودن} = \text{نقطهٔ جوش} - \text{نقطهٔ ذوب} \Rightarrow 80 = -112 - x \Rightarrow x = -192^\circ C$$

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273 = -192 + 273 = 81\,K$$

گزینهٔ (۳): تفاوت نقطهٔ ذوب و جوش مادهٔ B، زیاد است و می‌تواند انرژی گرمایی خورشید را بیشتر در خود نگه دارد. (B یک ترکیب یونی است.)

گزینهٔ (۴): SiC یک جامد کووالانسی است و ساختار ذره‌ای آن با مادهٔ A که مولکولی است، متفاوت می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ در کدام گزینه، آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی به درستی مقایسه شده است؟

۱) $NaCl < KCl < LiF$

۲) $K_2O < Na_2O < CaO$

۳) $MgO < Li_2O < Al_2O_3$

۴) $LiCl < NaCl < KBr$

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم، هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): همهٔ ترکیب‌ها دارای کاتیون و آنیون $(+1)$ و (-1) است؛ بنابراین هر چه شعاع کاتیون و آنیون کم‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است:

شعاع: $K^+ > Na^+ > Li^+$ ، $Cl^- > F^-$

$\Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}$: $LiF > NaCl > KCl$

گزینهٔ (۲): مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در CaO $(|-۲| + |+۲|)$ برابر ۴ و در دو ترکیب دیگر $(|-۲| + |+۱|)$ برابر ۳ است.

با توجه به مقایسهٔ شعاع یونی $K^+ > Na^+$، آنتالپی فروپاشی Na_2O از K_2O بیشتر است.

گزینهٔ (۳): مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در Al_2O_3، MgO و Li_2O به ترتیب برابر ۵، ۴ و ۳ است؛ بنابراین مقایسهٔ ΔH فروپاشی آن‌ها به صورت $Li_2O < MgO < Al_2O_3$ است.

گزینهٔ (۴): با توجه به یکسان‌بودن مجموع قدرمطلق بار کاتیون‌ها و آنیون‌ها، با توجه به مقایسهٔ شعاع یونی آن‌ها، مقایسهٔ ΔH فروپاشی به صورت $KBr < NaCl < LiCl$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ **کدام گزینه در مورد جامدهای فلزی نادرست است؟**

۱) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکهٔ بلوری فلز حفظ می‌کند.

۲) شبکهٔ بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی نیست.

۳) فلزها در حالت جامد و مذاب، رسانای جریان برق هستند.

۴) براساس مدل دریای الکترونی، در فضای میان کاتیون‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم فلزی، آزادانه حرکت می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

شبکهٔ بلوری فلزها از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، چون مجموع قدرمطلق بار الکتریکی منفی الکترون‌های سازندهٔ دریای الکترونی با مجموع بار الکتریکی مثبت کاتیون‌های موجود در شبکهٔ بلوری برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

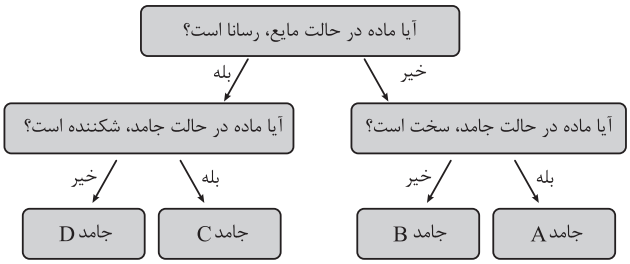
گزینهٔ (۱): در صورت عدم وجود دریای الکترونی، کاتیون‌ها (بار همنام) همدیگر را دفع می‌کنند و شبکهٔ بلوری از هم پاشیده می‌شود.

گزینهٔ (۳): با توجه به توجیه خاصیت رسانایی الکتریکی فلزها به کمک مدل دریای الکترونی، *این جمله کاملاً درسته!*

گزینهٔ (۴): براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب درست است؟



۱) سیلیسیم کربید ماده‌ای در دستهٔ A و نیتینول، ماده‌ای از دستهٔ C است.

۲) در جامدهای نوع C، با افزایش جرم مولی، نقطهٔ ذوب افزایش می‌یابد و در جامدهای نوع D، مقدار عددی پتانسیل کاهشی استاندارد، یکی از عوامل مؤثر بر واکنش‌پذیری عنصر است.

۳) اغلب ترکیب‌های آلی در دستهٔ B قرار دارند و عناصر اصلی تشکیل‌دهندهٔ جامدهای نوع A، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.

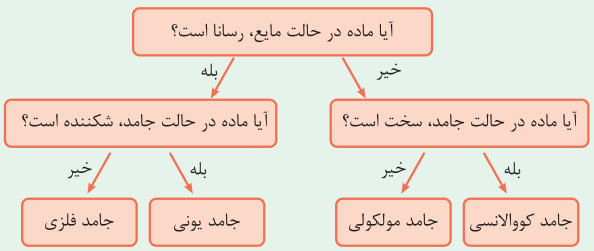
۴) مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ بوکسیت و ماده‌ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی می‌شود، به ترتیب در دسته‌های D و A قرار دارند.

SiO_2 ← ماده‌ای که باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی می‌شود

Al_2O_3 ← مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ بوکسیت

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته **مقایسهٔ انواع جامدهای بلوری:**



پاسخ خیلی تشریحی A: جامد کووالانسی ـ B: جامد مولکولی ـ C: جامد یونی ـ D: جامد فلزی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نیتینول (آلیاژ نیکل و تیتانیم) در دستهٔ جامدهای فلزی قرار می‌گیرد.

گزینهٔ (۲): در جامدهای یونی، نقطهٔ ذوب به آنتالپی فروپاشی ترکیب بستگی دارد. آنتالپی فروپاشی مواد یونی، با بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ عکس دارد.

گزینهٔ (۳): اغلب ترکیب‌های آلی جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند و عناصر اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی (کربن و سیلیسیم)، یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.

گزینهٔ (۴): مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ بوکسیت (Al_2O_3) نوعی ترکیب یونی بوده که در دستهٔ C قرار می‌گیرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ کدام مورد درست است؟

۱) رنگ‌های پوششی از نوع مخلوط‌های همگن هستند و افزون بر زیبایی، از خوردگی فلزها جلوگیری می‌کنند.

۲) فلزی که به جای فولاد در ساخت پروانهٔ کشتی استفاده می‌شود، دومین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای است.

۳) از نظر مقاومت در برابر سایش، تیتانیم نسبت به فولاد برتر است.

۴) دوده، یک رنگدانهٔ آلی است که همهٔ طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

به جای فولاد از تیتانیم ($_{22}Ti$) در ساخت پروانهٔ کشتی استفاده می‌شود.

با توجه به این‌که عدد اتمی فلزهای واسطه از ۲۱ شروع می‌شود، تیتانیم دومین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای محسوب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): رنگ‌های پوششی، مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید هستند.

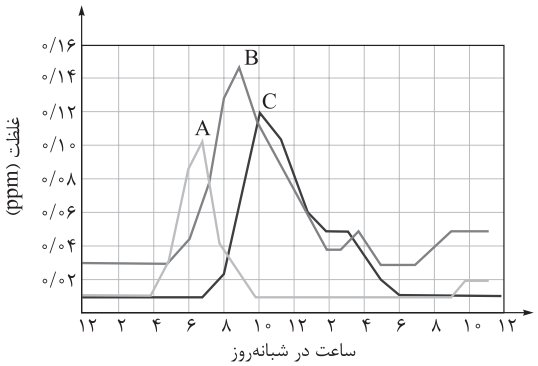
گزینهٔ (۳): هم تیتانیم و هم فولاد، در برابر سایش مقاومت بالایی دارند.

ویژگی / ماده	تیتانیم	فولاد
نقطهٔ ذوب ($^{\circ}C$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

گزینهٔ (۴): دوده، یک رنگدانهٔ معدنی است و نه آلی!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ **با توجه به نمودار زیر که غلظت برخی آلاینده‌ها در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟**



۱) گاز B موجب قهوه‌ای‌رنگ‌شدن هوای آلوده می‌شود.

۲) در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید کم‌تر است.

۳) از واکنش گاز B و اکسیژن در حضور نور خورشید، گازهای C و A تولید می‌شود.

۴) گاز B در هواکره، به شکل مولکول‌های دواتمی نیز وجود دارد.

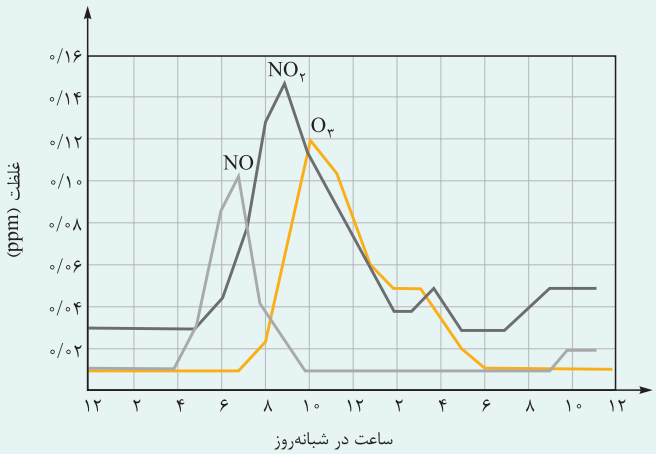
پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

آلاینده‌های C_xH_y ، NO ، SO_2 و CO در خروجی اگزوز خودروها وجود دارند.

آلاینده	عامل پیدایش	معادلهٔ شیمیایی
C_xH_y	نامرغوب‌بودن سوخت یا نبود اکسیژن کافی	
NO	واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن در دمای بالا درون موتور خودروها	$N_2(g)+O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$
SO_2	سوختن گوگرد در سوخت‌های فسیلی	$S(s)+O_2(g) \rightarrow SO_2(g)$
CO	سوختن ناقص هیدروکربن‌های موجود در سوخت	$C_xH_y+(\frac{2x+y}{4})O_2(g) \rightarrow xCO(g)+\frac{y}{2}H_2O(g)$

نمودار مقابل غلظت آلاینده‌های NO ، NO_2 و O_3 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد:



NO را که قبلاً فهمیدیم از کجا میاد! بریم سراغ معادلهٔ پیدایش NO_2 و O_3:

قهوه‌ای‌رنگ $2NO(g)+O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$:معادلهٔ پیدایش NO_2

رنگ قهوه‌ای هوای آلوده *زیر سر همین* NO_2 *هستش!* لایهٔ قهوه‌ای روشن در زمستان در سطح شهرهای بزرگ جهان و کشور *فودمون بیشتر دیده می‌شه!*

$NO_2(g)+O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g)+O_3(g)$:معادلهٔ پیدایش O_3 (اوزون تروپوسفری)

هواستون باشه که اوزون با این‌که جزء آلاینده‌های هوا است اما جزء آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها به شمار نمی‌آید، زیرا در هواکره و از واکنش گازهای نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید تولید می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

A، B و C به ترتیب NO، NO_2 و O_3 هستند. گاز C (O_3) به شکل مولکول‌های دواتمی O_2 نیز در هواکره وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): گاز B (NO_2) عامل قهوه‌ای‌رنگ‌شدن هوای آلوده است.

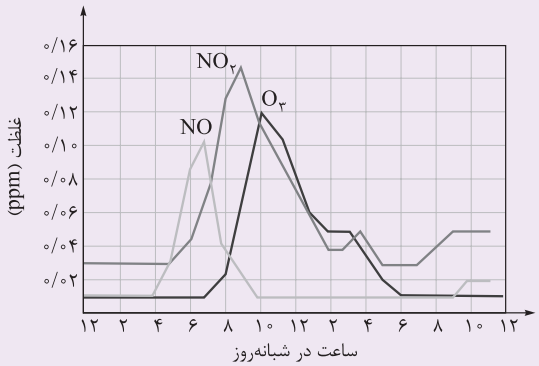
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ (۲): با توجه به نمودار، در ساعت ۹ صبح، غلظت گاز اوزون (C) از غلظت گاز نیتروژن دی‌اکسید (B) کم‌تر است.

گزینهٔ (۳): اشاره به واکنش $NO_2 + O_2 \rightarrow NO + O_3$ دارد.

نمودار زیر غلظت برخی از آلاینده‌ها را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد.

(سؤال ۶ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)



الف) کم‌ترین غلظت آلاینده مربوط به کدام گاز است؟

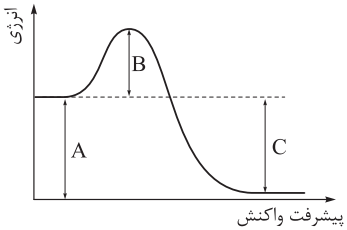
ب) کدام آلاینده موجب قهوه‌ای‌شدن هوا می‌شود؟

پ) با افزایش غلظت اوزون، رنگ هوای آلوده کم‌رنگ‌تر یا پررنگ‌تر می‌شود؟ توضیح دهید.

ت) معادلهٔ واکنش موازنه‌شدهٔ پیدایش گاز نیتروژن مونوکسید را بنویسید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ با توجه به نمودار زیر، پاسخ درست پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟



الف) کدام‌یک از حروف، نشان‌دهندهٔ آنتالپی واکنش است؟

ب) در حضور کاتالیزگر، کدام قسمت تغییر می‌کند؟

پ) این نمودار مربوط به کدام فرایند $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$ یا $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ می‌تواند باشد؟

۱) C، B، تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید
۲) C، B، تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید
۳) B، A، تجزیهٔ نیتروژن مونوکسید
۴) B، A، تجزیهٔ گوگرد تری‌اکسید

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

الف) تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، نشان‌دهندهٔ آنتالپی واکنش است، یعنی C !

ب) کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهد، یعنی تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قلهٔ نمودار ← B

نکته

کاتالیزگر این موارد را کاهش می‌دهد	کاتالیزگر این موارد را افزایش می‌دهد	کاتالیزگر این موارد را تغییر نمی‌دهد
انرژی فعال‌سازی واکنش سطح انرژی ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش زمان انجام واکنش و هزینهٔ تولید فراورده	سرعت واکنش (شیب نمودار غلظت ـ زمان) پایداری ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش	سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ΔH واکنش مقدار نهایی فراورده‌ها

پ) در نمودار داده شده، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است، یعنی واکنش انجام‌شده گرماده است. واکنش‌های تجزیه به طور معمول گرماگیر هستند اما *هواستون باشه که* واکنش $2NO \rightarrow N_2 + O_2$ که در مبدل کاتالیستی خودروها انجام می‌شود، یکی از موارد استثنا است و گرماده می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ با توجه به سامانه‌های تعادلی زیر، کدام گزینه درست است؟ $(O = 16 , S = 32 : g \cdot mol^{-1})$

I) $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$

II) $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$

III) $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$

۱) افزایش فشار در دمای ثابت، باعث جابه‌جایی تعادل (III) در جهت رفت می‌شود.

۲) کاهش دما، سبب پررنگ‌ترشدن سامانهٔ تعادلی (II) می‌شود.

۳) در دمای ثابت، انتقال واکنش (I) به ظرف کوچک‌تر، سبب جابه‌جاشدن آن در جهت برگشت می‌شود.

۴) اگر در تعادل (I) در یک ظرف یک‌لیتری، مقدار SO_2، SO_3 و O_2 به ترتیب برابر با ۱/۲۸، ۳/۲ و ۳/۲ گرم باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش برابر ۴۰ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته

عوامل موثر بر تعادل:

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد

پاسخ خیلی تشریحی

گزینهٔ (۱): افزایش فشار در یک واکنش تعادلی با شمار مول‌های گازی برابر در دو سوی معادلهٔ واکنش، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل ندارد.

گزینهٔ (۲): این واکنش در جهت رفت گرماگیر است و با افزایش دما، طبق اصل لوشاتلیه، واکنش در جهت رفت و تولید NO_2 پیش می‌رود، در نتیجه مخلوط پررنگ‌تر می‌شود.

گزینهٔ (۳): در تعادل‌های گازی، با کاهش حجم (افزایش فشار) طبق اصل لوشاتلیه، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کم‌تر پیش می‌رود و در تعادل (I) تعداد مول‌های گازی فراورده کم‌تر است، پس تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

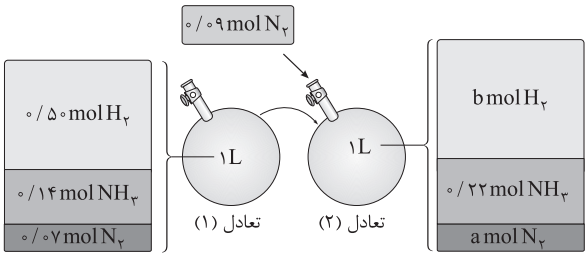
گزینهٔ (۴): ابتدا جرم مواد را به مول تبدیل می‌کنیم. از طرفی چون حجم ظرف یک لیتر است، غلظت هر ماده با مقدار مول آن برابر است:

$$\left.\begin{array}{l} SO_2 \text{ مول} = \frac{1/28}{64} = 0/02 \text{ mol} \\ SO_3 \text{ مول} = \frac{3/2}{80} = 0/04 \text{ mol} \\ O_2 \text{ مول} = \frac{3/2}{32} = 0/1 \text{ mol} \end{array}\right\} \Rightarrow K = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2[O_2]} = \frac{(\frac{0/04}{1})^2}{(\frac{0/02}{1})^2 \times (\frac{0/1}{1})} = 40$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل گازی $2NH_3(g) \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ در دمای $200^\circ C$ برقرار است. هرگاه در دمای ثابت، مقدار ۰/۰۹ مول N_2 به ظرف تعادل افزوده شود، مجموع مقادیر a و b کدام است؟

۱) ۰/۷۴
۲) ۰/۵۰
۳) ۰/۳۴
۴) ۰/۶۰



پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به ضرایب استوکیومتری N_2 و NH_3 و مقدار مول NH_3 در تعادل‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

الف) افزایش مقدار مول NH_3 عبارت است از:

$$۰/۲۲ - ۰/۱۴ = ۰/۰۸ \ \text{mol } NH_3$$

ب) چون ضریب استوکیومتری N_2 نصف ضریب استوکیومتری NH_3 است، بنابراین از ۰/۰۹ مول N_2 اضافه‌شده به ظرف تعادل، ۰/۰۴ مول آن مصرف و ۰/۰۸ مول NH_3 تولید شده است.

پس مقدار مول N_2 در تعادل (۲):

$$a = ۰/۰۹ + ۰/۰۷ - ۰/۰۴ = ۰/۱۲ \ \text{mol}$$

به ازای مصرف هر مول N_2، ۳ مول H_2 مصرف می‌شود؛ بنابراین به ازای مصرف ۰/۰۴ مول N_2، ۰/۱۲ مول H_2 مصرف خواهد شد و می‌توان نوشت:

$$b = ۰/۵۰ - ۰/۱۲ = ۰/۳۸ \ \text{mol}$$

$$a + b = ۰/۱۲ + ۰/۳۸ = ۰/۵۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ با توجه به واکنش‌های زیر که تبدیل چند مادهٔ آلی را به یکدیگر نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) $A + H_2O \xrightarrow{H^+} B$

(۲) $B + C \xrightarrow{H^+}$ اتیل استات

(۳) $A +$ محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات $\longrightarrow D$

(۴) $D + E \longrightarrow PET$

۱) از B به عنوان ضدعفونی‌کننده در بیمارستان‌ها استفاده می‌شود.

۲) شمار پیوندهای اشتراکی مولکول C، ۱ واحد از شمار پیوندهای اشتراکی مولکول D، کم‌تر است.

۳) ترکیب E را برخلاف D، می‌توان به طور مستقیم از نفت خام به دست آورد.

۴) در واکنش گاز A با گاز هیدروژن‌کلرید، فراورده‌ای تولید می‌شود که به عنوان افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی کاربرد دارد.

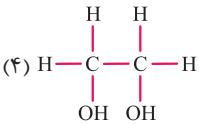
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا واکنش‌های داده‌شده را تکمیل می‌کنیم:

(۱) $\underbrace{C_2H_4}_{\text{اتن}}(g) + H_2O \xrightarrow{H^+} \underbrace{C_2H_5OH}_{\text{اتانول}}$

(۲) $C_2H_5OH + \underbrace{CH_3COOH}_{\text{استیک‌اسید}} \xrightarrow{H^+} \underbrace{C_4H_8O_2}_{\text{اتیل‌استات}}$ (حلال چسب)

(۳) $C_2H_4 +$ پتاسیم پرمنگنات $\longrightarrow \underbrace{C_2H_6O_2}_{\text{اتیلن‌گلیکول}}$

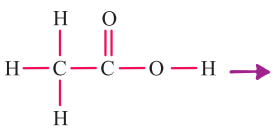
(۴)  $+$ ترفتالیک‌اسید $\longrightarrow$ PET

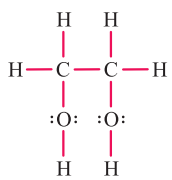
D (اتیلن گلیکول) و E (ترفتالیک اسید) را به طور مستقیم نمی‌توان از نفت خام به دست آورد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در واکنش (۱)، B اتانول (الکل) است که به عنوان ضدعفونی‌کننده در بیمارستان‌ها کاربرد دارد.

گزینهٔ (۲): به ساختار لوویس دو مادهٔ C و D دقت کنید:

C (استیک‌اسید) →  → ۸ پیوند اشتراکی

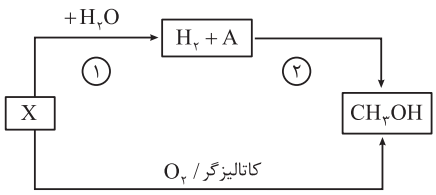
D (اتیلن‌گلیکول) →  → ۹ پیوند اشتراکی

گزینهٔ (۴): در واکنش گاز هیدروژن‌کلرید با گاز اتن، کلرواتان تهیه می‌شود که به عنوان افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی استفاده می‌شود.

$C_2H_4(g) + HCl(g) \rightarrow C_2H_5Cl(g)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ **با توجه به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول است، کدام گزینه نادرست است؟**



۱) مادهٔ A نوعی مولکول دواتمی بوده که ناپایدارتر از فراوردهٔ گازی واکنش سوختن کامل متان در دمای اتاق است.

۲) برای انجام مرحلهٔ (۱) همانند مرحلهٔ (۲)، به کاتالیزگر نیاز است.

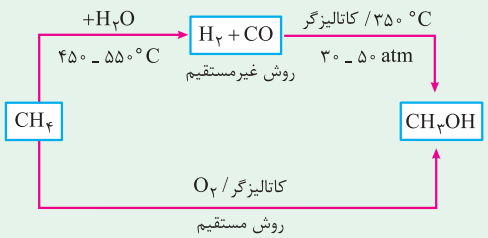
۳) منابع مادهٔ X، زیست‌گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل هستند.

۴) فشار مورد نیاز برای انجام مرحلهٔ (۲)، از فشار در شرایط بهینهٔ تولید آمونیاک به روش هابر، بیشتر است.

مشاوره این نمودار مربوط به تولید متانول به دو روش مستقیم و غیرمستقیم هست که باید تک‌تک مراحل اون که شامل نوع واکنش‌دهنده و فراورده و شرایط انجام واکنش که شامل دما و فشار هست رو خوب به خاطر بسپارین که در امتحان نهایی و کنکور، می‌تونه بازم ازش سؤال بیاد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته به نمودار زیر که مربوط به تولید متانول به روش مستقیم و غیرمستقیم است، دقت کنید:



پاسخ خیلی تشریحی فشار مورد نیاز برای مرحلهٔ دوم روش غیرمستقیم، ۳۰ – ۵۰ atm و فشار بهینهٔ فرایند هابر، ۲۰۰ atm است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مادهٔ A، CO بوده که از فراوردهٔ گازی واکنش سوختن متان (CO_2) در دمای اتاق، ناپایدارتر است.

گزینهٔ (۲): همهٔ مراحل مستقیم و غیرمستقیم تولید متانول، به کاتالیزگر نیاز دارد.

توجه هرچند در شکل به وجود کاتالیزگر در مرحلهٔ اول روش غیرمستقیم، اشاره نشده است، اما با توجه به متن کتاب درسی، این مرحله نیز به کاتالیزگر نیاز دارد.

$$CH_4(g) + H_2O(g) \xrightarrow{\text{کاتالیزگر}} CO(g) + 3H_2(g)$$

گزینهٔ (۳): مادهٔ (X) متان است که منابع آن شامل زیست‌گاز، گاز طبیعی و گاز مشعل است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir