



کد مدرسه

آزمون

۸

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۸ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۲/۱۰/۲۱

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	نیمسال اول
هندسه	—	—	نیمسال اول
گسسته	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



ریاضیات

۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد به سمت y های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل را

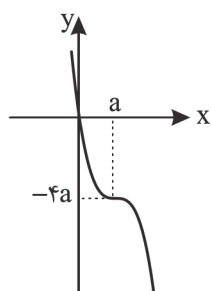
چند واحد به سمت x های منفی انتقال دهیم تا نیمساز ناحیه دوم را در نقطه‌ای به طول -2 قطع کند؟

- (۱) $1/5$ (۲) 2 (۳) $2/5$ (۴) 3

۲- هرگاه $f(x) = x^3 + x + 3$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(x) < f(x^3 + 10)$ شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7

۳- نمودار زیر به کمک تبدیلات انتقال و قرینه‌یابی از نمودار $y = x^3$ به دست آمده است. مقدار تابع به ازای $-\frac{a}{4}$ چه عددی است؟



(۱) 28

(۲) 35

(۳) 26

(۴) 19

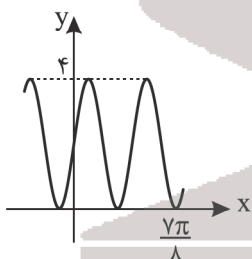
۴- چند جمله‌ای $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ بر $x^2 - 3x + 2$ بخش پذیر است. باقیمانده تقسیم $f(x)f(-x)$ بر $x + 3$ کدام است؟

- (۱) -240 (۲) -360 (۳) -270 (۴) -120

۵- دوره تناوب تابع $f(x) = 4 + 2a \cos^2 \frac{\pi}{2a} x$ با بیشترین مقدار تابع برابر است. حداقل مقدار تابع چه عددی است؟

- (۱) 2 (۲) -2 (۳) صفر (۴) -4

۶- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2(\frac{3\pi}{4} + bx)$ به صورت شکل زیر است. مقدار ab کدام است؟



(۱) 8

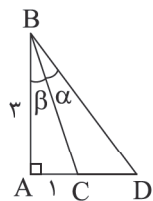
(۲) -6

(۳) 12

(۴) -8

محل انجام محاسبه

۷- در شکل زیر اگر $\tan \alpha = \tan \beta$ ، مساحت مثلث ABD چه عددی است؟



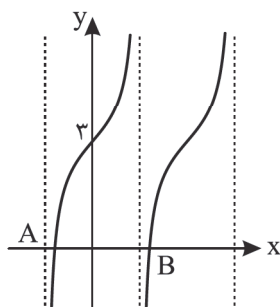
(۱) $\frac{27}{8}$

(۳) $\frac{23}{4}$

(۲) $\frac{25}{8}$

(۴) $\frac{17}{4}$

۸- نمودار تابع $f(x) = a + 2 + 3a \tan \frac{a\pi x}{3}$ به صورت شکل زیر است. اندازه پاره خط AB کدام است؟



(۱) ۴

(۲) $\frac{15}{4}$

(۳) $\frac{17}{4}$

(۴) $\frac{13}{4}$

۹- جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{5}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند برابر اولین ریشه مثبت آن است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۸

۱۰- معادله مثلثاتی $\tan^2 x + \tan(x + \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\pi^-}} \frac{f(ax+b)}{a \tan^2 \pi x + 6} = -\infty$ ، حداکثر مقدار $[6b]$ کدام است؟

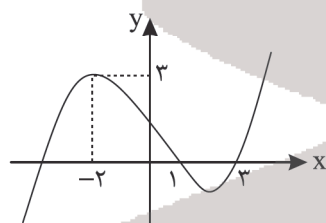
(۱) ۸

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) -۸

۱۲- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. حد راست و حد چپ تابع $y = \frac{x-f(x)}{f \circ f(x)}$ در نقطه $x = -2$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) $-\infty, -\infty$

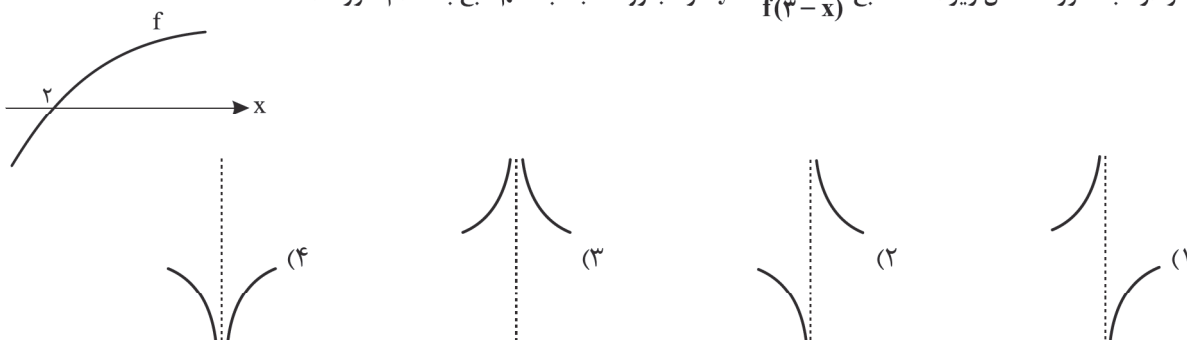
(۲) $+\infty, -\infty$

(۳) $-\infty, +\infty$

(۴) $+\infty, +\infty$

محل انجام محاسبه

۱۳- نمودار f به صورت شکل زیر است. تابع $y = \frac{(-1)^{[x]}}{f(3-x)}$ در مجاورت مجانب قائم تابع به کدام صورت است؟



۱۴- در مورد مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{3x - \sqrt{x-4}}{x - \sqrt{4x^2 - 3}}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) ۲ مجانب قائم و یک مجانب افقی دارد.
 (۲) ۱ مجانب قائم و یک مجانب افقی دارد.
 (۳) فاقد مجانب قائم و یک مجانب افقی دارد.
 (۴) ۲ مجانب قائم و دو مجانب افقی دارد.

۱۵- مجانب قائم تابع $y = \tan \frac{\pi}{2x-1}$ با بزرگ‌ترین طول، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{5}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{5}{4}$

۱۶- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$ ، $C = [c_{ij}]_{2 \times 2}$ و $B \times (C \times A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های ماتریس

$(B \times C) \times A$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۳
 (۳) ۶
 (۴) ۲۷

۱۷- ماتریس اسکالر $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ و ماتریس‌های $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $C = [c_{ij}]_{3 \times 3}$ با تعاریف

$c_{ij} = \begin{cases} 1 & i < j \\ 0 & i \geq j \end{cases}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i+m & i < j \\ i-j & i = j \\ j-m & i > j \end{cases}$ را در نظر بگیرید. اگر مجموع درایه‌های ماتریس $BA - C^3$ برابر ۱۶ و

$(A+I)^2 - (A-I)^2 = \lambda CB - 4D$ باشد، m کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) ۲
 (۳) -۱
 (۴) صفر

محل انجام محاسبه

۱۸- مجموع درایه‌های ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $i = j$ $\begin{cases} 2m-1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ می‌باشد، برابر ۹ است. در مورد دستگاه معادلات

$$\begin{cases} (m-3)x + (3m-4)y = 1-2m \\ mx - 4my = 3m \end{cases}$$

کدام گزینه درست است؟

(۱) دو خط موازی غیرمنطبق (۲) دو خط متقاطع غیرعمود

(۳) دو خط عمود برهم (۴) دو خط منطبق

۱۹- اگر $a = (\log 5)^2 - (\log 2)^2$ و $A = \begin{bmatrix} 10^{2a} & 5^{2a} \\ 2^{2a} & 10^a \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|\frac{1}{5}A|$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{75}{8}$ (۲) $\frac{25}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۰- $2A = \begin{bmatrix} 4|A| & 2 \\ -2 & \frac{|-A|}{4} \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^{-1} چند برابر مجموع درایه‌های قطر اصلی A^{-1} است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{12}{17}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{15}{8}$

۲۱- اگر به درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & a & 1 \end{bmatrix}$ ، دو واحد اضافه کنیم، دترمینان ماتریس تغییر نمی‌کند. در این صورت اگر دترمینان ماتریس $B(a|B|)$ برابر ۴۸ و B ماتریس مرتبه ۳ باشد، دترمینان B^{12} چقدر است؟

(۱) $(24)^3$ (۲) ۲۱۶ (۳) ۳۶ (۴) $(12)^3$

۲۲- خط d و دایره $C(O, 6)$ در یک صفحه مفروضند. به شرط آنکه فاصله O از خط d برابر ۳ باشد، چند نقطه روی دایره وجود دارد به طوری که از d به فاصله ۳ باشد؟

(۱) حداکثر ۲ نقطه (۲) دقیقاً ۲ نقطه

(۳) حداکثر ۳ نقطه (۴) دقیقاً ۳ نقطه

۲۳- حداکثر چند نقطه روی محیط مثلث متساوی‌الاضلاع وجود دارد که از مرکز ثقل آن به یک فاصله باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه

۲۴- مرکز دایره $kx^2 + y^2 + ax - 2by + k = 0$ ، نقطه $(-1, 3)$ است. شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۵- دایره $C(O, R)$ در ناحیه دوم بر محورهای مختصات مماس است. اگر خط $5x - 12y + m = 0$ بر دایره مماس باشد، m کدام

نمی‌تواند باشد؟ ($R \in \mathbb{N}$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۹۰ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۲۶- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه $(2, -1)$ مساوی با $\sqrt{3}$ برابر فاصله آنها از نقطه $(-1, 1)$ باشد یک دایره است.

وضعیت نقطه $(2, 3)$ نسبت به این دایره چگونه است؟

- (۱) درون دایره (غیر از مرکز دایره) (۲) بیرون دایره
(۳) روی دایره (۴) مرکز دایره

۲۷- از مبدأ مختصات بر دایره $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ دو مماس رسم می‌کنیم. مختصات یکی از نقاط تماس کدام است؟

- (۱) $(-\frac{16}{5}, \frac{12}{5})$ (۲) $(-\frac{16}{5}, -\frac{12}{5})$
(۳) $(\frac{12}{5}, \frac{16}{5})$ (۴) $(\frac{16}{5}, \frac{12}{5})$

۲۸- دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 - 2x + my = 0$ و $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ مماس بیرون هستند. مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۹- زوج مرتب (a, b) با مؤلفه‌های طبیعی روی منحنی $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} - \frac{1}{3} = 0$ قرار دارد. برای زوج مرتب (a, b) چند جواب

داریم؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۰- باقیمانده عدد صحیح a بر ۹ و ۱۱ به ترتیب ۵ و ۳ می‌باشد. باقیمانده a بر ۳۳ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۱

محل انجام محاسبه

۳۱- برای اثبات نامساوی $3x^2 + 3y^2 - xy \geq 0$ به روش بازگشتی در آخر، به نامساوی همواره درست $P \geq 0$ رسیده‌ایم. چه تعداد از عبارتهای زیر را می‌توان به جای P در نظر گرفت؟

الف) $P = (x - \frac{1}{4}y)^2 + 2x^2 + \frac{11}{4}y^2$

ب) $P = (x - \frac{1}{4}y)^2 + 2y^2 + \frac{11}{4}x^2$

ج) $P = (x - 2y)^2 + (2x + y)^2 + (x - y)^2$

د) $P = (x + 2y)^2 + (2x - y)^2 + (x + y)^2$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۲- فرض کنید x و y اعداد صحیح هستند که در رابطه $(228, 665) = 17x + 23y$ صدق می‌کنند. حاصل $x + y$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۵۹ ۲) ۶۰ ۳) ۶۳ ۴) ۶۴

۳۳- عدد ۵ رقمی $abcab$ به ۱۱ بخش‌پذیر است و باقیمانده آن به ۹ برابر یک است. برای سه‌تایی مرتب (a, b, c) چند جواب وجود دارد؟

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۳۴- کوچک‌ترین مقدار طبیعی m که $3^{17} + m$ بر ۵۶ بخش‌پذیر باشد کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۷ ۳) ۳۷ ۴) ۵۱

۳۵- ب.م.م دو عدد ۶ و $n^2 - n + 1$ برابر ۳ می‌باشد. برای n چند عدد طبیعی و دورقمی به دست می‌آید؟

۱) ۲۹ ۲) ۳۰ ۳) ۳۱ ۴) ۳۳

۳۶- چند گراف ساده G با رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ می‌توان ساخت به طوری که $N(a) = \{b, c\}$ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

محل انجام محاسبه

۳۷- کدام گراف ساده زیر قابل رسم است؟

(۱) گراف ۳ - منتظم از مرتبه $p = 7$

(۲) گراف همبند از مرتبه 10 و مجموع درجات 16

(۳) گراف ۳ - منتظم از اندازه 15

(۴) گراف با درجات $1, 2, 3, 4, 5, 5$

۳۸- در گراف با درجات $2, 2, 3, 3, 3, 3, 5$ دو رأس $\min$ درجه مجاور نمی‌باشند. چند مسیر بین دو رأس درجه 2 وجود دارد؟

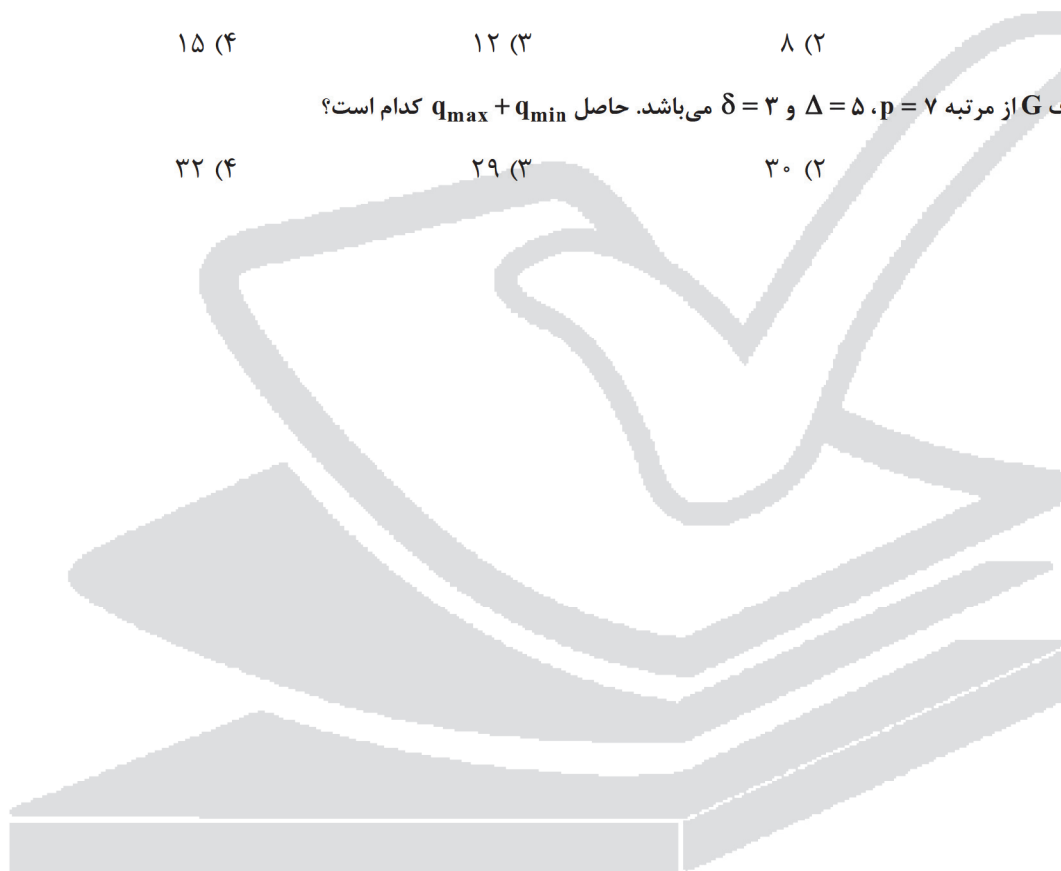
(۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۱۰

۳۹- در یک گراف کامل رابطه $q + \Delta = 2p + \delta$ برقرار است. در این گراف چند دور به طول 5 داریم؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۴۰- در گراف G از مرتبه $p = 7$ ، $\Delta = 5$ و $\delta = 3$ می‌باشد. حاصل $q_{\max} + q_{\min}$ کدام است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۲۹ (۴) ۳۲



محل انجام محاسبه



پایه

۱۲

آزمون

۸



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۸ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۲/۱۰/۲۱

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	نیمسال اول
شیمی	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

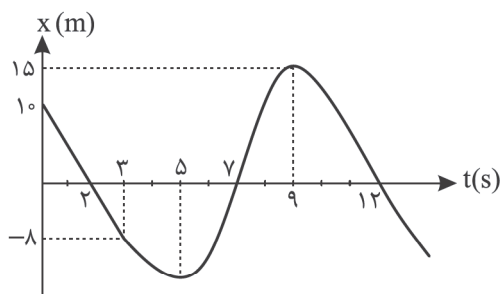


فیزیک

۴۱- شخصی می‌خواهد فاصله بین دو نقطه A و B را بر روی خط راست با تندی ثابت در مدت زمان معین t_1 طی کند. اگر شخص با تندی ثابت $4 \frac{m}{s}$ حرکت کند، ۵ دقیقه زودتر از زمان t_1 به نقطه B می‌رسد و اگر با تندی ثابت $2 \frac{m}{s}$ حرکت کند، ۳ دقیقه دیرتر از زمان t_1 به نقطه B می‌رسد. فاصله دو نقطه A و B چند متر است؟

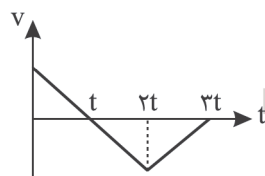
- (۱) ۷۸۰ (۲) ۱۵۶۰ (۳) ۹۱۰ (۴) ۱۹۲۰

۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. اگر نمودار در بازه صفر تا ۳s به شکل خط راست باشد، شتاب متوسط متحرک در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 9s$ چند $\frac{m}{s^2}$ است؟



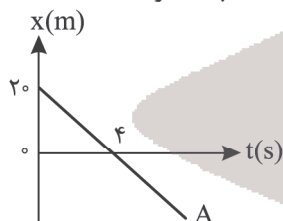
- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{5}{8}$
(۴) $\frac{6}{7}$

۴۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه ۰ تا ۲t، چند برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در مدتی است که در سوی مخالف محور x حرکت می‌کند؟



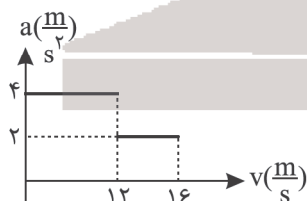
- (۱) ۰/۵
(۲) ۱
(۳) ۱/۵
(۴) ۲

۴۴- نمودار مکان - زمان متحرک A که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در لحظه $t = 2s$ متحرک B از مکان $x = -50m$ با تندی ثابت $8 \frac{m}{s}$ در جهت محور x عبور می‌کند. فاصله دو متحرک A و B در لحظه $t = 5s$ چند متر است؟



- (۱) ۵
(۲) ۱۱
(۳) ۱۲
(۴) ۲۱

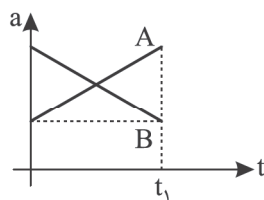
۴۵- شکل زیر نمودار شتاب - سرعت برای جسمی که از حال سکون بر روی خط راست شروع به حرکت کرده است را نشان می‌دهد. در بازه زمانی که سرعت جسم از صفر تا $16 \frac{m}{s}$ می‌رسد، شتاب متوسط چند $\frac{m}{s^2}$ است؟



- (۱) $1/2$
(۲) $2/4$
(۳) ۳
(۴) $3/2$

محل انجام محاسبه

۴۶- نمودار شتاب - زمان دو متحرک که بر روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کنند مطابق شکل زیر است. کدام مقایسه بین اندازه سرعت متوسط آنها در t_1 ثانیه اول درست است؟



(۱) $v_{avA} > v_{avB}$

(۲) $v_{avB} > v_{avA}$

(۳) $v_{avA} = v_{avB}$

(۴) معلومات کافی نیست.

۴۷- کامیونی با تندی $36 \frac{km}{h}$ در مسیر مستقیم در حرکت است و راننده کامیون، مانعی را در فاصله d از خود را می بیند و بلافاصله با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ ترمز می کند و در فاصله ۵ متری مانع می ایستد. d چند متر است؟

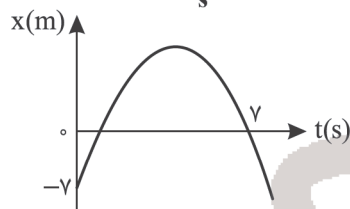
(۴) ۳۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

۴۸- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر متحرک مدت زمان ۳s کندشونده در مکان مثبت حرکت کرده است. تندی متحرک در لحظه ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد، چند $\frac{m}{s}$ است؟



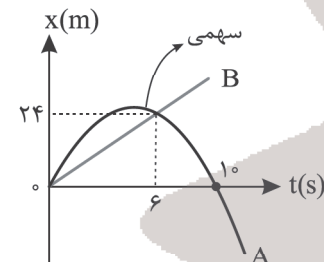
(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $5\sqrt{2}$

۴۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر با ۱۶ متر است؟



(۱) ۳

(۲) ۸

(۳) ۷

(۴) ۹

۵۰- از یک بلندی و از یک ارتفاع در شرایط خلأ دو جسم با اختلاف زمانی ۴s سقوط می کنند. وقتی جسم اول به زمین می رسد جسم دوم ۱۱۰ متر بالاتر از سطح زمین است. مدت زمان سقوط هر جسم از لحظه رها شدن تا رسیدن به زمین چند ثانیه طول می کشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۴/۲۵

(۳) ۴/۷۵

(۲) ۷

(۱) ۹/۵

۵۱- گلوله ای را در شرایط خلأ از یک بلندی به ارتفاع h رها می کنیم. تندی متوسط گلوله در ۲ ثانیه قبل از برخورد به زمین برابر با $32 \frac{m}{s}$ است. ارتفاع بلندی (h) چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۱۶۸/۸

(۳) ۱۰۲/۸

(۲) ۸۸/۲

(۱) ۶۶/۴

محل انجام محاسبه

۵۲- هواپیمايي در ارتفاع بلند به صورت افقی در حال حرکت است، واکنش نیروی پیشران هواپیما به و واکنش نیروی مقاومت هوا به وارد می‌شود.

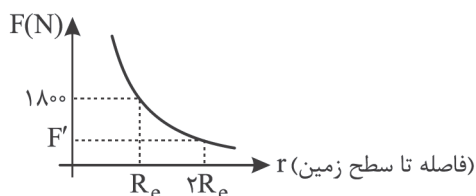
(۱) موتور هواپیما - هوا (۲) هوا - هوا (۳) هوا - زمین (۴) موتور هواپیما - زمین

۵۳- اگر جسمی با تندی $40 \frac{m}{s}$ در هوای آرام به سمت بالا پرتاب شود، شتاب حرکت در لحظه پرتاب $12 \frac{m}{s^2}$ می‌شود. اگر همین جسم با

تندی $30 \frac{m}{s}$ در هوای آرام به سمت پایین پرتاب شود، شتاب حرکت در لحظه پرتاب چند $\frac{m}{s^2}$ می‌تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۵۴- نمودار نیروی گرانش وارد بر ماهواره‌ای که در اطراف زمین است، بر حسب فاصله ماهواره تا سطح زمین مطابق شکل است. F' چند نیوتون است؟ (R_e شعاع زمین است)



(۱) ۴۵۰

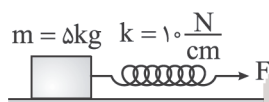
(۲) ۷۲۰

(۳) ۸۰۰

(۴) ۳۲۰

۵۵- مطابق شکل زیر با اعمال نیروی افقی F ، جسم از حال سکون به حرکت درمی‌آید و پس از $1m$ به سرعت $2 \frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر در هنگام اعمال

نیروی F تغییر طول فنر از حالت عادی $2cm$ باشد، اندازه نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

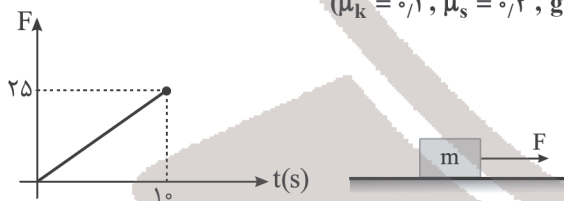


(۱) $10\sqrt{5}$ (۲) $10\sqrt{14}$

(۳) $10\sqrt{21}$ (۴) $10\sqrt{26}$

۵۶- به جسمی به جرم $10kg$ که مطابق شکل بر روی سطح افقی زمین قرار دارد و در $t = 0$ ساکن است، نیروی افقی متغیر F وارد می‌شود.

مدت زمانی که جسم در حال حرکت است، چند ثانیه است؟ ($\mu_k = 0.1$, $\mu_s = 0.2$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۶/۵

(۲) ۴/۵

(۳) ۸/۵

(۴) ۲/۵

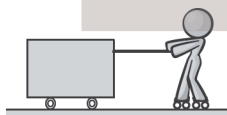
۵۷- جسمی به جرم $2kg$ در هوا به طور قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود و پس از 10 ثانیه به نقطه اوج می‌رسد، بزرگی تغییر تکانه جسم در

سه ثانیه سوم چند واحد SI است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و نیروی مقاومت هوا در در مقابل حرکت جسم ثابت و برابر $5N$ است)

(۱) ۷۵ (۲) ۶۰ (۳) ۴۵ (۴) ۳۰

۵۸- مطابق شکل شخصی به جرم $80kg$ با کفش‌های چرخ‌دار با طناب سبک و بلندی به طول $8m$ ، واگنی به جرم $320kg$ را با نیروی ثابت از حالت سکون به طرف خود می‌کشد. در مدتی که واگن $1m$ جابه‌جا می‌شود، شخص چند متر به واگن نزدیک می‌شود؟ (از اصطکاک

در سطوح تماس صرف نظر می‌شود و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۴ (۲) ۰/۲۵

(۳) ۵ (۴) ۱/۲۵

محل انجام محاسبه

۵۹- مطابق شکل یک جعبه خالی به جرم 500 gr با اعمال نیروی افقی F با شتاب $\frac{2\text{ m}}{\text{s}^2}$ به سمت راست در حال حرکت است. اگر در هنگام حرکت وزن 2 kg را درون جعبه قرار دهیم، حرکت جعبه با تندی ثابت ادامه پیدا می کند. ضریب اصطکاک جنبشی سطح جعبه با زمین کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



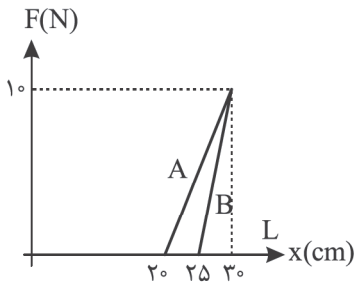
(۲) $\frac{1}{10}$

(۱) $\frac{1}{5}$

(۴) $\frac{1}{20}$

(۳) $\frac{1}{15}$

۶۰- نمودار نیرو بر حسب طول دو فنر A و B مطابق شکل زیر است. اگر بر هر یک از فنرها نیروی یکسان F' وارد کنیم، اختلاف طول فنرها $(L_B - L_A)$ برابر با 1 cm می شود. F' چند نیوتون می تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۶۱- اگر دوره گردش ماهواره ای که به دور زمین می چرخد $2\sqrt{2}$ برابر شود، شعاع مدار ماهواره چند برابر می شود؟

(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) ۲

۶۲- اتومبیلی به جرم یک تن از یک پل دایره ای شکل محدب (برآمده) با شعاع 160 متر با تندی ثابت $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ عبور می کند، در بالاترین نقطه پل، نیروی عمودی که سطح پل بر اتومبیل وارد می کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) ۲۵۰۰

(۳) ۷۵۰۰

(۲) ۱۰۰۰۰

(۱) ۱۲۵۰۰

۶۳- اگر دستگاه آونگ ساده را از سطح زمین به سطح سیاره ای که جرم آن $3/6$ جرم زمین و شعاع آن $1/4$ شعاع زمین است، منتقل کنیم، بسامد نوسان های آونگ چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

(۲) ۲۰ درصد افزایش می یابد.

(۱) ۲۰ درصد کاهش می یابد.

(۴) ۴۴ درصد کاهش می یابد.

(۳) ۴۴ درصد افزایش می یابد.

۶۴- معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.4 \cos(20\pi t)$ است. در کدام لحظه بر حسب ثانیه حرکت متحرک تندشونده و در مکان منفی است؟

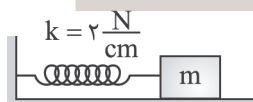
(۴) $\frac{3}{80}$

(۳) $\frac{5}{80}$

(۲) $\frac{3}{40}$

(۱) $\frac{1}{80}$

۶۵- در شکل زیر جرم جسم 2 kg است و فنر طول طبیعی اش را دارد. جسم را به اندازه 5 cm به طرف راست می کشیم و سپس آن را رها می کنیم تا حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. لحظه ای که جسم در 2 cm انتهای پاره خط نوسان است، اندازه شتاب جسم چند $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است؟ اصطکاک ناچیز است.



(۲) ۲۰

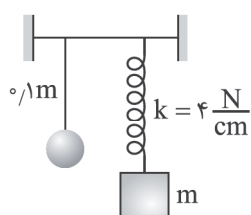
(۱) ۲

(۴) ۳۰

(۳) ۳

محل انجام محاسبه

۶۶- در شکل زیر آونگ ساده و دستگاه جرم - فنر به یک سیم فلزی افقی آویزان هستند. اگر آونگ را به نوسان در آوریم، جرم متصل به



فنر (m) نیز در اثر پدیده تشدید به نوسان درمی آید. m چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

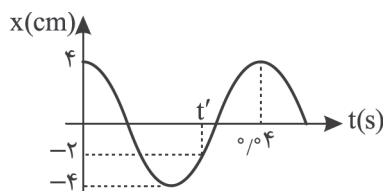
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که حرکت هماهنگ ساده دارد، مطابق شکل زیر است. t' بر حسب ثانیه کدام است؟



$\frac{1}{300}$ (۱)

$\frac{4}{300}$ (۲)

$\frac{7}{300}$ (۳)

$\frac{35}{300}$ (۴)

۶۸- معادله مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای به جرم $100g$ در دستگاه SI به صورت $x(t) = 0.2 \cos(\frac{\pi}{4}t)$ است. در لحظه‌ای که انرژی

جنبشی نوسانگر $2mJ$ است، انرژی پتانسیل آن چند میلی ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

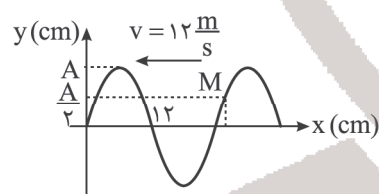
۵ (۴)

$3/5$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۶۹- شکل زیر نقش یک موج عرضی در یک طناب در لحظه $t = 0$ می‌باشد. حرکت ذره M در بازه $t_1 = 20ms$ تا $t_2 = 23ms$ کدام است؟



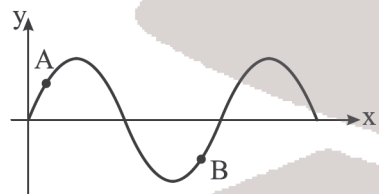
(۱) ابتدا تندشونده سپس کندشونده

(۲) ابتدا کندشونده سپس تندشونده

(۳) همواره تندشونده

(۴) همواره کندشونده

۷۰- با توجه به نمودار نقش موج داده شده در شکل زیر که در لحظه $t = 0$ تشکیل شده است، اگر نقطه A از محیط به سمت حرکت نماید، حرکت نقطه B از محیط حرکت و جهت نوسان آن به سمت خواهد بود.



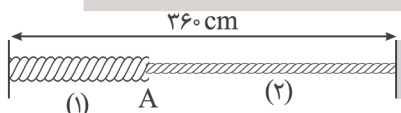
(۱) بالا - تندشونده - پایین

(۲) بالا - کندشونده - بالا

(۳) پایین - تندشونده - بالا

(۴) پایین - کندشونده - پایین

۷۱- دو طناب که چگالی و قطر طناب ضخیم تر ۴ برابر چگالی و قطر طناب نازک تر است، در نقطه A به هم متصل شده‌اند. اگر نقطه A با حرکت نوسانی ساده به ارتعاش در آید، دو موج ایجادشده در مدت زمان مساوی از A به دیواره‌ها می‌رسند. طول طناب نازک تر چند سانتی متر است؟



۸۰ (۲)

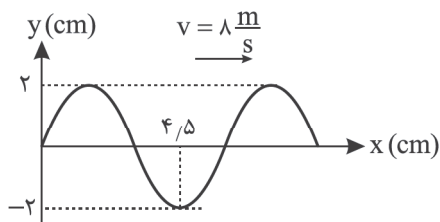
۴۰ (۱)

۳۲۰ (۴)

۲۸۰ (۳)

محل انجام محاسبه

۷۲- شکل زیر نقش موج عرضی را در $t = 0$ نشان می‌دهد. هر ذره از محیط انتشار موج در هر دقیقه مسافت چند متر را در اثر نوسان طی می‌کند؟



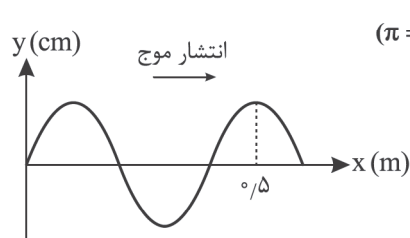
۱۶ (۱)

۱۶۰ (۲)

۶۴ (۳)

۶۴۰ (۴)

۷۳- شکل زیر نقش یک موج عرضی در یک تار مرتعش را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. اگر تار با نیروی $31/4$ نیوتون کشیده شده باشد و



چگالی تار $4000 \frac{kg}{m^3}$ و قطر مقطع تار $2mm$ باشد بسامد موج چند هرتز است؟ ($\pi = 3/14$)

۱۲۵ (۱)

۲۵۰ (۲)

۳۷۵ (۳)

۵۰۰ (۴)

۷۴- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) فاصله دو جبهه هم‌فاز متوالی یک موج، برابر نصف طول موج است.

(ب) اگر بسامد چشمه موج در یک محیط انتشار موج، زیاد شود، طول موج نیز زیاد می‌شود.

(ج) در آب‌های کم‌عمق با کاهش عمق آب تندی انتشار موج در سطح آب کاهش می‌یابد.

(د) اگر دامنه موج افزایش یابد، بر تندی انتشار موج نیز در محیط افزوده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۵- چند تا از گزاره‌های زیر در مورد امواج الکترومغناطیسی نادرست است؟

(الف) همه انواع امواج اشعه X طول موجی بیشتر از فرابنفش دارند.

(ب) امواج FM بسامدی بیشتر از امواج AM دارند.

(ج) امواج الکترومغناطیسی در محیط مادی منتشر نمی‌شوند.

(د) امواج الکترومغناطیس در تمام محیط‌ها با تندی یکسان منتشر می‌شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شیمی

۷۶- کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی با گزاره زیر هم‌ارزش است؟

«از صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش‌های صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.»

(۱) با افزودن نمک‌های فسفات به مواد شوینده، خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی آنها افزایش می‌یابد.

(۲) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده در آب‌های سخت، به آنها ترکیبات کلردار اضافه می‌کنند.

(۳) کلوئید حاصل از مخلوط شدن آب و روغن و صابون یک مخلوط ناهمگن و پایدار بوده که حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های مشابه است.

(۴) در سال‌های اخیر میزان رشد امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی توسعه‌یافته بوده است.

محل انجام محاسبه

$$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_2\text{OC}(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_2 \\ | \\ \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_2\text{OC}(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_2 \\ | \\ \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_2\text{OC}(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_2 \end{array}$$

- [illegible]

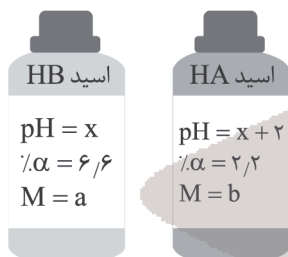
(۱) یون‌های Na^+ و Cl^- در این واکنش دست‌نخورده باقی می‌مانند.
 (۲) در ترکیب یونی حاصل شده در این واکنش، نسبت آنیون به کاتیون برابر ۱ است.
 (۳) مجموع ضرایب استوکیومتری پس از موازنه معادله واکنش برابر ۶ خواهد بود.
 (۴) pH محلول حاصل از این واکنش همانند pH محلول حاصل از انحلال SO_3 در آب کمتر از ۷ می‌باشد.

(ب) نحوه عملکرد پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند پاک‌کننده‌های صابونی بر اساس برهم‌کنش بین ذرات است.

(ت) مخلوط کات کبود و آب نور را عبور می‌دهد در حالی که شیر بر خلاف رنگ‌های پوششی نور را پخش می‌کند.

$\text{HX} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaX} + \text{H}_2\text{O}$ (Na = ۲۳, H = ۱, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)

$\circ/4(4)$
 $\circ/2(3)$
 $\circ/6(2)$
 $\circ/125(1)$

$$\begin{array}{l} \frac{3}{1 \cdot 0 \cdot 0} \quad (1) \\ 1 \cdot 0 \cdot 0 \quad (2) \\ 3 \cdot 0 \cdot 0 \quad (3) \\ \frac{1 \cdot 0 \cdot 0}{3} \quad (4) \end{array}$$


محلول حاصل برابر $10^{21} \times 12.04\%$ باشد، درصد یونش اسید کدام است؟ (N = 14 , O = 16 , H = 1 : g.mol⁻¹)

محلول حاصل برابر $10^{21} \times 12,04$ باشد، درصد یونش اسید کدام است؟

 $\frac{1}{5} (4) \quad \frac{1}{5} (3) \quad \frac{1}{5} (2) \quad \frac{1}{5} (1)$

($\text{Na} = 23, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

هیدروکسید برای شرکت در واکنش لازم است؟



120 (2) 174 (1)

186 (F) 54 (M)

 **SanjeshCloud**
www.SanjeshCloud.ir

۸۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در هنگام تعادل مقدار یا غلظت واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر است.
- (۲) محلول اسیدهای قوی و ضعیف در آب یک سامانه تعادلی به شمار می‌رود.
- (۳) در هنگام تعادل سرعت واکنش رفت و برگشت برابر است اما سرعت مصرف و تولید مواد شرکت کننده در واکنش به ضریب استوکیومتری آنها وابسته است.
- (۴) واکنش‌های تعادلی می‌توانند در ظرف‌های باز یا بسته انجام شوند.

۸۵- در ۵۰۰ میلی لیتر محلول نیترواسید با چگالی 1.6 g.mL^{-1} و $\text{pH} = 3.7$ ، غلظت یون هیدروکسید به تقریب چند ppm است؟
($\text{O} = 16$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

- (۱) 1.8×10^{-6} (۲) 5×10^{-11} (۳) 3×10^{-6} (۴) 4.25×10^{-11}

۸۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر میزان اسید معده یک فرد بیش از اندازه باشد، سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می‌شود.
- (۲) ضداسیدها داروهایی هستند که به منظور کاهش میزان اسیدی بودن معده به کار می‌روند.
- (۳) سود سوزآور (NaOH) و پتاس سوزآور (KOH) از جمله بازهای قوی هستند که خورنده به شمار می‌روند.
- (۴) آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار کمی از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

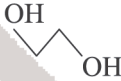
۸۷- کدام موارد از عبارت‌های بیان شده نادرست است؟ (^1H , ^{16}O)

- (آ) محلول آبی SO_3 و Na_2O خاصیت اسیدی و محلول آبی BaO و Na_2O خاصیت بازی دارند.
- (ب) هیدروکلریک اسید (HCl(aq)) محلولی از گاز هیدروژن کلرید (HCl(g)) در آب است.
- (پ) اگر شمار الکترون‌های یون هیدرونیوم را برابر x و شمار نوترون‌های آن را برابر y در نظر بگیریم، $x - y = 3$ خواهد بود.
- (ت) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب دریا بیشتر از آب چشمه است.

- (۱) آ و ب (۲) پ و ت (۳) ب و ت (۴) ب و پ

۸۸- کدام موارد از عبارت‌های بیان شده درست است؟

- (آ) فلزها و گرافیت رسانای الکترونی هستند و رسانایی آنها برخلاف محلول آبی سدیم کلرید، توسط الکترون‌ها انجام می‌شود.

(ب) اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی است که می‌توان آن را به صورت  نمایش داد.

- (پ) همه اکسیدهای نافلزی، اکسید اسیدی هستند و با انحلال در آب غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهند.
- (ت) رسانایی الکتریکی محلول ۱ مولار KNO_3 بیشتر از محلول ۱ مولار MgCl_2 است.
- (ث) شواهد علمی نشان می‌دهد که قبل از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان‌ها علاوه بر ویژگی‌های آنها، با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.

- (۱) آ، ب و پ (۲) پ، ت و ث (۳) آ، پ و ث (۴) آ، ب و ث

۸۹- با توجه به مقادیر K_a اسیدهای داده شده، کدام عبارت نادرست است؟

A : $K_a(\text{HCN}) = 4.9 \times 10^{-10}$ B : $K_a(\text{HNO}_2) = 4.5 \times 10^{-4}$ C : $K_a(\text{HCOOH}) = 1.8 \times 10^{-4}$

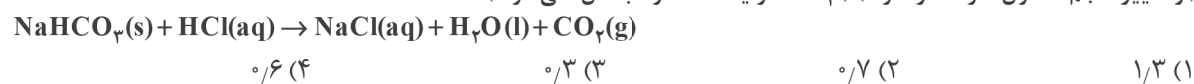
- (۱) در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، رسانایی الکتریکی محلول‌های داده شده به صورت $B > C > A$ می‌باشد.
- (۲) در اثر واکنش قطعه یکسانی از فلز روی با مقدار کافی از محلول اسیدهای B و C، حجم گاز هیدروژن تولیدی در انتهای واکنش در ظرف حاوی اسید B بیشتر است.
- (۳) سرعت واکنش فلز روی با محلول ۱/۰ مولار C بیشتر از محلول ۱/۰ مولار A است.
- (۴) در شرایط یکسان تعداد مولکول‌ها در محلول حاوی اسید A بیشتر است.

محل انجام محاسبه

۹۰- در شرایط استاندارد (STP)، ۶/۷۲ لیتر از گاز HB که خاصیت اسیدی دارد را در ۲۰ لیتر آب حل می‌کنیم. اگر ثابت یونش اسیدی برابر با $6 \times 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، مجموع شمار یون‌های موجود در محلول کدام است؟

$$6 \times 10^{-4} \text{ N}_A \quad (1) \quad 12 \times 10^{-4} \text{ N}_A \quad (2) \quad 9/6 \times 10^{-4} \text{ N}_A \quad (3) \quad 3 \times 10^{-5} \text{ N}_A \quad (4)$$

۹۱- مقداری سدیم هیدروژن کربنات خالص را در ۲/۵ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 1/4$ می‌ریزیم. پس از مصرف تمامی سدیم هیدروژن کربنات مقدار ۱۱۲۰ میلی‌لیتر گاز CO_2 در شرایط STP تولید شده است. تفاوت pH محلول پایانی با pH اولیه کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر شود.) (CO_2 تولید شده، در آب حل نمی‌شود.)



۹۲- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش داده و آنها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند.
(۲) ساخت لوله‌های فلزی انتقال آب، قوطی‌های محتوی مواد غذایی، لوازم مقاوم در برابر خوردگی و ... در گرو بهره‌گیری از دانش الکتروشیمی است.

(۳) واکنش ترمیت یک واکنش گرما ده بوده و در آن Al اکسایش یافته و فلز آهن نقش اکسنده را دارد.

(۴) در هر واکنش شیمیایی هنگامی که بار الکتریکی یک گونه مثبت‌تر می‌شود، آن گونه اکسایش یافته است.

۹۳- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(آ) هرگاه تیغه‌ای از جنس مس درون محلول روی سولفات قرار گیرد به تدریج رنگ محلول آبی رنگ می‌شود.

(ب) در گذشته برای عکاسی از سوختن دومین عنصر دوره سوم جدول دوره‌ای به عنوان منبع نور استفاده می‌شد.

(پ) در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید یون H^+ نقش اکسنده داشته و با گذشت زمان pH محلول افزایش می‌یابد.

(ت) در تمامی واکنش‌های اکسایش - کاهش، افزون بر دادوستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.

(۱) آ - ت (۲) ب - پ (۳) آ - پ (۴) ب - ت

۹۴- جدول زیر داده‌هایی از قرار دادن تیغه‌های فلزی Fe، Cu، Zn و درون محلول مس (II) سولفات در دمای 20°C را نشان می‌دهد. با توجه به آن چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ (هر یک از نمادهای فرضی A تا E به یکی از این فلزها مربوط است)

(آ) فلز A برخلاف فلزهای مس و کروم تنها یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهد.

(ب) فلزهای B و E در واکنش با محلول هیدروکلریک اسید نمی‌توانند گاز هیدروژن تولید کنند.

(پ) اگر به جای این فلزها از فلز آلومینیم استفاده شود، تغییر دمای محلول بیشتر خواهد بود.

(ت) فلزهای B و E می‌توانند فلزهای مس یا طلا باشند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۵- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) اگر واکنش $M^{n+}(aq) + \text{Al}(s) \rightarrow \dots\dots\dots$ انجام پذیر باشد، محلول نمک‌های آلومینیم را می‌توان در ظرفی از جنس فلز M نگهداری کرد.

(۲) واکنش محلول‌های نقره نیترات و سدیم کلرید برخلاف واکنش نقره با محلول هیدروکلریک اسید، واکنش اکسایش - کاهش محسوب نمی‌شود.

(۳) در واکنش فلز روی با گاز اکسیژن فلز روی اکسایش یافته و اکسیژن نقش اکسنده را دارد.

(۴) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، نمک و گاز هیدروژن تولید می‌کنند.

نشانه شیمیایی فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^\circ\text{C}$)
A	۲۳
B	۲۰
D	۲۶
E	۲۰

۹۶- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) تمایل فلزها برای از دست دادن الکترون در محلول‌های آبی یکسان نیست و قدرت کاهندگی متفاوتی دارند.
 (ب) هرچه فلزی در واکنش با کاتیون‌های فلزی دیگر شمار الکترون کمتری از دست بدهد قدرت کاهندگی آن کمتر است.
 (پ) در سلول گالوانی «روی - مس»، الکتروود مس قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد و جرم الکتروود مس افزایش می‌یابد.
 (ت) اگر در سلول گالوانی «D - M» جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از نیم‌سلول D به سمت نیم‌سلول M باشد الکتروود فلزی D به یقین اکسایش می‌یابد.

(۱) آ - پ - ت (۲) ب - پ - ت (۳) آ - ب (۴) فقط آ

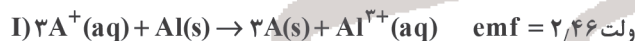
۹۷- چند مورد از عبارت‌های زیر درباره سلول گالوانی روی - نقره نادرست است؟

$$(E^\circ(\text{Ag}^+ / \text{Ag}) = 0.8\text{V}, E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76\text{V})$$

- (آ) الکتروولیت مورد استفاده در اطراف الکتروود فلزی بخش کاتدی محتوی $\text{Ag}^+(\text{aq})$ می‌باشد.
 (ب) تفاوت emf این سلول با سلول گالوانی هیدروژن - نقره برابر ۰.۷۶ ولت می‌باشد.
 (پ) نیم‌واکنش کاتدی در این سلول به صورت $\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn}(\text{s})$ می‌باشد.
 (ت) در نمودار غلظت - زمان یون‌ها در این سلول، اندازه شیب تغییر غلظت یون‌ها برابر است.
 (ث) شدت رنگ محلول در بخش آندی با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

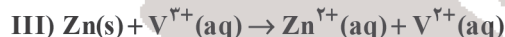
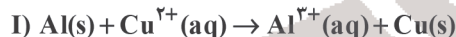
۹۸- با توجه به داده‌های زیر emf واکنش (II) برابر ولت می‌باشد و در واکنش (I) به ازای دادوستد ۰.۹ مول الکترون مقدار گرم آلومینیم اکسایش می‌یابد. ($\text{Al} = 27 : \text{g.mol}^{-1}$)



$$(E^\circ(\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) / \text{Zn}) = -0.76\text{V}, E^\circ(\text{Al}^{3+}(\text{aq}) / \text{Al}) = -1.66\text{V})$$

(۱) ۰.۹، ۱.۵۶ (۲) ۰.۹، ۰.۴ (۳) ۰.۴، ۰.۸ (۴) ۱.۵۶، ۰.۸

۹۹- با توجه به واکنش‌های زیر کدام مطلب درست است؟ (معادله واکنش‌ها موازنه شود)



(۱) در واکنش (II) شمار الکترون‌های با $1 = 1$ در گونه اکسیده دو برابر آن در گونه کاهنده است.

(۲) در واکنش (III) به ازای مصرف ۱ مول گونه اکسیده ۳ مول الکترون دادوستد می‌شود.

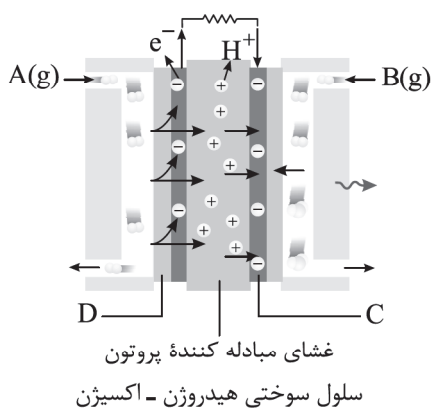
(۳) تنها در واکنش (II) سرعت واکنش با سرعت متوسط مصرف گونه کاهنده یکسان است.

(۴) برخلاف واکنش‌های (II) و (III) در واکنش (I) یک فلز اصلی نقش کاهنده دارد.

۱۰۰- در سلول گالوانی «Al - Ag» با دادوستد n مول الکترون مقدار a گرم از جرم آند کاسته شده است. اگر در واکنش کامل این مقدار فلز آند با مقدار کافی هیدروکلریک اسید ۶/۷۲ لیتر گاز H_2 در شرایط STP تولید شده باشد، تغییر جرم کاتد می‌تواند برابر گرم باشد و مقدار n برابر می‌باشد. ($\text{Ag} = 108, \text{Al} = 27 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۰.۶، ۲۱/۶ (۲) ۰.۶، ۶۴/۸ (۳) ۰.۲، ۶۴/۸ (۴) ۰.۲، ۲۱/۶

محل انجام محاسبه



- ۱۰۱- با توجه به شکل زیر کدام موارد از مطالب زیر درست است؟
 (آ) گاز A، گاز تولید شده در بخش کاتدی برکافت آب می باشد.
 (ب) به ازای دادوستد ۰/۴ مول الکترون در این سلول مقدار ۲/۲۴ لیتر گاز O_2 در شرایط STP مصرف می شود.
 (پ) C و D به ترتیب آند و کاتد همراه با کاتالیزگر بوده و نیم واکنش های اکسایش و کاهش در این سلول را سرعت می بخشند.
 (ت) در این سلول گاز H_2 با گاز O_2 به صورت کنترل شده واکنش داده و بازده این سلول از ۸۰ درصد بیشتر است.
 (ث) این سلول از نوع گالوانی بوده و یکی از چالش های آن تأمین سوخت سلول می باشد.
- (۱) آ - ب - ث (۲) ب - پ - ت (۳) آ - ت - ث (۴) ب - ت - ث
- ۱۰۲- کدام مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) جمع جبری عدد اکسایش اتم های کربن در گلوکز و استیک اسید یکسان و برابر صفر می باشد.
 (ب) عدد اکسایش اتم مرکزی در یون فسفات ۱ واحد کمتر از عدد اکسایش گوگرد در یون سولفات می باشد.
 (پ) واکنش N_2O_5 با آب یک واکنش اکسایش - کاهش و عدد اکسایش نیتروژن در فرآورده حاصل برابر ۵+ است.
 (ت) تفاوت عدد اکسایش کروم در CrO_4^{2-} با عدد اکسایش کربن در کربن دی اکسید برابر ۴ می باشد.
- (۱) آ - ت (۲) ب - پ (۳) آ - ب (۴) پ - ت

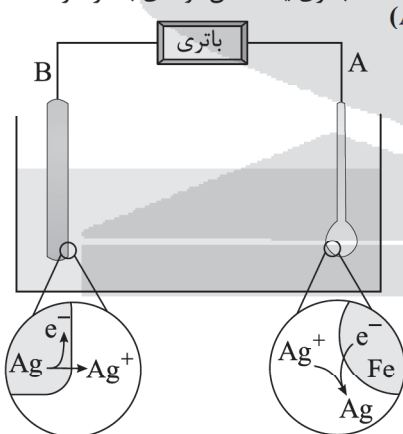
۱۰۳- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) فلزی که به عنوان روکش در تهیه حلبی کاربرد دارد نخستین فلز گروه ۱۴ می باشد.
 (۲) اگر در سطح حلبی قرار گرفته در هوای مرطوب خراشی ایجاد شود، نیم واکنش کاتدی انجام شده با تولید یون $OH^-(aq)$ همراه است.
 (۳) فلزی مانند لیتیم که پتانسیل کاهش منفی تری از آهن دارد همانند روی یا منیزیم برای حفاظت کاتدی آهن مناسب است.
 (۴) برخلاف حلبی از آهن سفید نمی توان برای ساخت ظروف بسته بندی مواد غذایی استفاده کرد.

۱۰۴- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در شرایط یکسان واکنش پذیری فلز آلومینیم از هر یک از فلزهای Mg یا Na کمتر است.
 (۲) در فرایند هال، فلز تولید شده در سطح کاتد و در کف سلول الکترولیتی به صورت مذاب جمع آوری می شود.
 (۳) به ازای تولید هر مول فلز آلومینیم از اکسید آن مقدار ۳ مول الکترون دادوستد می شود.
 (۴) تهیه قوطی های آلومینیمی از قوطی های کهنه فقط به ۱۷ درصد از انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

آبکاری یک فاشق فولادی با فلز نقره



۱۰۵- با توجه به شکل مقابل همه عبارت های زیر درست اند به جز ($Ag = 108 g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) این سلول یک سلول الکترولیتی بوده و نیم واکنش های آندی و کاتدی آن عکس یکدیگرند.
 (۲) الکترولیت مورد استفاده در آن محلول آبی نقره نیترات می باشد.
 (۳) به ازای دادوستد 3×10^{21} الکترون مقدار $1/8$ گرم از جرم آند کاسته می شود.
 (۴) قسمت های A و B به ترتیب به قطب منفی و قطب مثبت باتری متصل است.

محل انجام محاسبه



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۸
۲۱ دی ۱۴۰۲



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده – مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی – حسن محمدبیگی	مهدیار شریف – سینا پرهیزکار
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی – مسعود طایفه	مهدیار شریف – نیما اشرف نیا
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل – مهدی مظلومی	محمد رضا خادمی – امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محمد عظیمیان زواره – هادی مهدی زاده	محمد مهدی صوفیان – کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} ۱) y &= f(-x) = \frac{-2x-1}{-x+3} = \frac{2x+1}{x-3} \\ ۲) y &= \frac{2x+1}{x-3} + 2 = \frac{4x-5}{x-3} \\ ۳) y &= \frac{4(x+k)-5}{(x+k)-3} = \frac{4x+4k-5}{x+k-3}, k > 0 \\ &\Rightarrow \frac{4x+4k-5}{x+k-3} = -x \\ &x = -2 \Rightarrow \frac{-13+4k}{k-5} = 2 \Rightarrow k = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

f اکیداً صعودی است.

$$\begin{aligned} f(f(x)) &< f(x^2+1) \Rightarrow f(x) < x^2+1 \\ &\Rightarrow x^2+x+3 < x^2+1 \Rightarrow x < -2 \\ &\Rightarrow x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

چون فقط تبدیلات انتقال و قرینه‌یابی استفاده شده، پس انبساط یا انقباض نداریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x-a)^2 - 4a \quad a > 0 \\ f(0) &= 0 \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غ ق ق} \\ a = 4 & \checkmark \\ a = -2 & \text{غ ق ق} \end{cases} \\ &\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 - 4 \times 2 = -(x-2)^2 - 8 = (2-x)^2 - 8 \\ &\Rightarrow f(-\frac{3}{2}) = f(-1) = 27 - 8 = 19 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a+b-2=0 \\ 2a+b-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases} \\ g(x) - f(x)f(-x) &\Rightarrow g(-3) - f(-3) \times f(3) \\ &\Rightarrow g(-3) = (-27 - 27 - 3a + b)(27 - 27 + 3a + b) \\ &\Rightarrow g(-3) = -60 \times 6 = -360 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)

۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} T &= \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2a} \\ f_{\max} &= \begin{cases} 4+2a & a > 0 \\ 4 & a < 0 \end{cases} \\ a > 0 &\Rightarrow T = 2a, f_{\max} = 2a + 4 \Rightarrow f_{\max} = T \text{ غیر ممکن} \\ a < 0 &\Rightarrow \begin{cases} T = -2a \\ f_{\max} = 4 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f_{\min} = 4 + 2a = 0 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۷ و ۳۲)

۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= a \frac{1 - \cos(\frac{\sqrt{2}\pi}{2} + 2bx)}{2} = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sin(2bx), a > 0 \\ f_{\max} &= 4 \Rightarrow a = 4 \quad b < 0 \\ f(\frac{\sqrt{2}\pi}{2}) &= 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}\pi}{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{2} b = -\pi \\ &\Rightarrow \frac{\sqrt{2}\pi}{2} = \frac{-\sqrt{2}\pi}{2} \Rightarrow b = -2 \end{aligned}$$

برای یافتن b روش دیگری هم داریم:

$$2bx = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k = -2 \Rightarrow 2b \times \frac{\sqrt{2}\pi}{2} = -\frac{\sqrt{2}\pi}{2} \Rightarrow b = -2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۸)

۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \tan \alpha = \frac{1}{3} \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{x+1}{3} \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{x+1}{3} \\ &\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{4} \\ S_{\triangle ABD} &= \frac{1}{2} ABAD = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8} \end{aligned}$$

۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(0) = 3 \Rightarrow a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$f(x) = 3 + 3 \tan \frac{\pi x}{3}$$

$$A \text{ نقطه } \lim_{x \rightarrow x_A^+} f(x) = -\infty \Rightarrow \frac{\pi x_A}{3} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow x_A = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} B \text{ نقطه } f(x_B) &= 0 \Rightarrow \tan \frac{\pi x_B}{3} = -1 \Rightarrow \frac{\pi x_B}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x_B = \frac{2}{3} \\ \Rightarrow AB &= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12} \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} 1 - 2 \sin^2 x - \sin^2 x &= \frac{1}{4} \Rightarrow 3 \sin^2 x = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \sin^2 x &= \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x = \sin^2 \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \\ 0 \leq x \leq 2\pi &\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \\ S &= 4\pi \Rightarrow \text{اولین ریشه مثبت } \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{4\pi}{\frac{\pi}{6}} = 24 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۷)

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} \tan^2 x + \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} &= 1 \Rightarrow \tan^2 x - \tan^2 x + 1 + \tan x = 1 - \tan x \\ &\Rightarrow \tan^2 x - \tan^2 x - 2 \tan x = 0 \\ &\Rightarrow \tan x (\tan^2 x - \tan x - 2) = 0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} \tan x = 0 & \text{ریشه ۳} \\ \tan x = -1 \quad -\pi \leq x \leq 2\pi \Rightarrow \tan x = -1 & \text{ریشه ۲} \\ \tan x = 2 & \text{ریشه ۲} \end{cases} \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{3} \Rightarrow a \tan^2 \frac{\pi}{3} + 6 = 0 \Rightarrow 3a + 6 = 0 \\ &\Rightarrow a = -2 \\ x < \frac{1}{3} &\Rightarrow \tan^2 \pi x < 3 \Rightarrow -2 \tan^2 \pi x + 6 > 0 \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^-} \frac{-2x + b}{x} = -\infty \Rightarrow -\frac{2}{3} + b < 0 \\ &\Rightarrow b < \frac{2}{3} \Rightarrow 6b < 12 \Rightarrow [6b] = 12 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

حد چپ و راست را به‌طور جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^+} y &= \frac{-2-3}{f(3^-)} = \frac{-5}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} y &= \frac{-2-3}{f(3^-)} = \frac{-5}{0^-} = +\infty \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۶)



بنابراین با توجه به (۱) داریم:

$$BA - C^T = kA - \bar{0} = kA = \begin{bmatrix} \cdot & k+km & k+km \\ k-km & \cdot & 2k+km \\ k-km & 2k-km & \cdot \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۱۶ است. پس: $k = 2 \Rightarrow k = 16$
می‌دانیم اتحادها با ماتریس I و هر ماتریس مربعی هم‌مرتبه با I برقرار است:

$$(A+I)^T - (A-I)^T = \lambda CB - \epsilon D \Rightarrow \epsilon A = \lambda CB - \epsilon D$$

$$\xrightarrow{+4} A = 2CB - D = 2C(2I) - D = 4C - D$$

$$\begin{bmatrix} \cdot & 1+m & 1+m \\ 1-m & \cdot & 2+m \\ 1-m & 2-m & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 4 & 4 \\ \cdot & \cdot & 4 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & \cdot & -1 \\ 2 & 1 & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & 4 & 4 \\ -2 & \cdot & 5 \\ -2 & -1 & \cdot \end{bmatrix}$$

با توجه به تساوی دو ماتریس و مساوی قرار دادن درایه‌های نظیر به نظیر داریم:

$$1+m = 4 \Rightarrow m = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۱۳، ۱۸، ۱۹ و ۲۱)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا درایه‌های ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m-1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2m-1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2m-1 \end{bmatrix}$$

$$A \text{ های مجموع درایه‌های } A = 9 \Rightarrow 3(2m-1) = 9 \Rightarrow m = 2$$

بنابراین دستگاه معادلات داده شده به صورت زیر درمی‌آید.

$$\begin{cases} -x + 2y = -3 \\ 2x - 8y = 6 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \neq \frac{2}{-8} \Rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

پس این دستگاه شامل دو خط متقاطع است.

دقت کنید! شیب خط اول $\frac{1}{2}$ و شیب خط دوم $\frac{1}{4}$ است، پس این دو خط متقاطع عمود بر هم نیستند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۶)

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم می‌نویسیم:

$$a = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 - \log 2)(\log 5 + \log 2) \\ = (\log \frac{5}{2})(\log 10) = \log \frac{5}{2}$$

از طرف دیگر:

$$A = \begin{bmatrix} 10^{2a} & 5^{2a} \\ 2^{2a} & 10^{2a} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 10^{2a} \times 10^{2a} - 5^{2a} \times 2^{2a} = 10^{4a} - 10^{2a}$$

$$\Rightarrow |A| = 10^{2 \log \frac{5}{2}} - 10^{2 \log \frac{5}{2}}$$

$$= (\frac{5}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2 = \frac{75}{8}$$

بنابراین:

$$|-\frac{1}{5}A| = \frac{1}{5}|A| = \frac{1}{5} \times \frac{75}{8} = \frac{3}{8}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۰. گزینه ۲ صحیح است.

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می‌گیریم تا A را به دست آوریم.

$$-2A = \begin{bmatrix} 4|A| & 2 \\ -2 & \frac{-A}{4} \end{bmatrix} \Rightarrow |-2A| = \begin{vmatrix} 4|A| & 2 \\ -2 & \frac{-A}{4} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A| = (4|A|)(\frac{-A}{4}) + 4$$

$$\Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

f صعودی اکید است، پس $f(3-x)$ نزولی اکید خواهد بود و $x=1$

$$\text{مجانِب قائم تابع } y = \frac{(-1)^{[x]}}{f(3-x)} \text{ است.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-1)^{[x]}}{f(3-x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{\cdot} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(-1)^{[x]}}{f(3-x)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\cdot} = +\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$D_f = [4, +\infty) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x - |2x|} = -3$$

$y = -3$ تنها مجانب افقی تابع است.

$$x = \sqrt{4x^2 - 3}, \quad x > 0 \Rightarrow x^2 = 4x^2 - 3$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow 1 \notin D_f \\ x=-1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ و ۶۷)

۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{\pi}{2x-1} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2x-1} = k + \frac{1}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 2x-1 = \frac{2}{2k+1} \Rightarrow x = \frac{\frac{2}{2k+1} + 1}{2} = \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2}$$

اگر $k \in \mathbb{Z}$ و $k < 0$ ، آنگاه $x < 0$ و اگر $k \geq 0$ ، با افزایش مقدار k مقدار x کم می‌شود، پس بزرگ‌ترین مجانب قائم حالتی است که:

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ بزرگ‌ترین مجانب قائم}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

هندسه

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

ضرب ماتریس‌ها خاصیت شرکت‌پذیری دارد پس

$$(B \times C) \times A = B \times (C \times A)$$

بنابراین:

$$(B \times C) \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ماتریس‌ها را مشخص می‌کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} \cdot & 1+m & 1+m \\ 1-m & \cdot & 2+m \\ 1-m & 2-m & \cdot \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} k & \cdot & \cdot \\ \cdot & k & \cdot \\ \cdot & \cdot & k \end{bmatrix} = kI \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$C = \begin{bmatrix} \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & \cdot & -1 \\ 2 & 1 & \cdot \end{bmatrix}$$

$$BA = (kI)A = kA \quad (1)$$

$$C^T = \begin{bmatrix} \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$C^T = C^T \times C = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \bar{0}$$



بنابراین:

$$-2A = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1+1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \text{ مجموع درایه های ستون دوم} = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$A^{-1} \text{ مجموع درایه های قطر اصلی} = -\frac{1}{8} - 2 = -\frac{17}{8} = -\frac{17}{8}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

اگر $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ و k واحد مثلاً به درایه a_{23} اضافه کنیم، داریم:

$$|A_{\text{جدید}}| = |A_{\text{قدیم}}| + (-1)^{2+3} k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

با توجه به اینکه حاصل دترمینان تغییر نمی کند، داریم:

$$|A_{\text{جدید}}| = |A_{\text{قدیم}}| + (-1)^{2+3} \times 2 \times \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 4 & a \end{vmatrix}$$

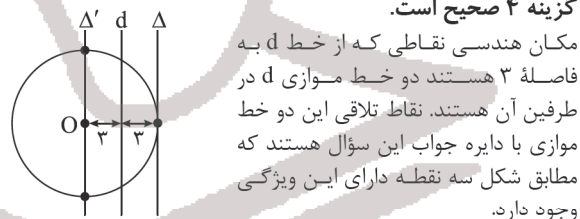
$$\Rightarrow -2(-2a+4) = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$a|B|B = |2|B|B| = 2^3|B|^3 = 2^3|B|^4 = 48$$

$$\Rightarrow |B|^4 = 6 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} |B|^{12} = 6^3 = 216$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

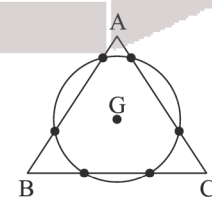


(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی که از یک نقطه ثابت به فاصله ثابت باشد دایره است. پس مکان هندسی سؤال دایره‌ای است به مرکز مرکز ثقل (محل برخورد میانه‌ها) و حال بسته به شعاع دایره باید نقاط برخورد آن را با محیط مثلث بررسی کرد.

با یک بررسی ساده، معلوم می شود حداکثر ۶ نقطه با این خصوصیت وجود دارد.



(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

در معادله دایره ضرایب x^2 و y^2 مساویند پس $k=1$ است؛ بنابراین، معادله دایره به صورت زیر در می آید.

$$x^2 + y^2 + ax - 2by + 1 = 0$$

$$\Rightarrow O(-\frac{a}{2}, b) = (-1, 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

بنابراین معادله دایره، $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ است و داریم:

$$R = \frac{\sqrt{4+36-4}}{2} = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

R ، مقداری طبیعی است و دایره‌ای که در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس باشد مرکز آن $O(-R, R)$ است. وقتی خط بر دایره مماس است، فاصله مرکز دایره تا خط برابر شعاع است. پس:

$$OH = R = \frac{|-\Delta R - 12R + m|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|-17R + m|}{13} = R$$

$$\Rightarrow |-17R + m| = 13R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 17R + m = 13R \Rightarrow m = -4R \\ \text{یا} \\ -17R + m = -13R \Rightarrow m = 4R \end{cases}$$

با توجه به طبیعی بودن R ، m باید طبیعی و مضارب 4 یا 3 باشد. پس گزینه ۱ قابل قبول نیست.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

فرض کنیم $M(x, y)$ متعلق به این مکان هندسی باشد. اگر $A(-1, 2)$ و $B(1, -1)$ باشند بنا بر فرض سؤال

$$MA = \sqrt{3}MB$$

است و داریم:

$$MA = \sqrt{3}MB \Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{3}\sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 + 1 + 2x + y^2 + 4 - 4y = 3(x^2 + 1 - 2x + y^2 + 1 + 2y)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x + 5y + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} x^2 + y^2 - 2x + \frac{5}{2}y + \frac{1}{2} = 0$$

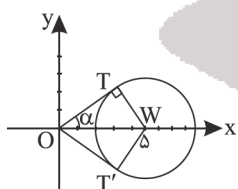
اکنون نقطه $(2, 3)$ را در عبارت دایره قرار می دهیم.

$$(2, 3) \xrightarrow{\text{در دایره قرار می دهیم}} 4 + 9 - 4 + \frac{15}{2} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 0 > 0$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$W(5, 0), R = \frac{\sqrt{100 + 0 - 64}}{2} = 3$$



می دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

$$\left. \begin{matrix} \Delta OTW (\hat{T} = 90^\circ) \\ R = 3 \\ OW = 5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow OT = 4 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

معادله خط گذرنده از مبدأ عبارت است از:

$$y = (\tan \alpha)x \Rightarrow y = \frac{3}{4}x$$

حال در معادله دایره به جای y ، $\frac{3}{4}x$ قرار می دهیم.

$$x^2 + (\frac{3}{4}x)^2 - 10x + 16 = 0 \Rightarrow \frac{25}{16}x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (\frac{5}{4}x - 4)^2 = 0 \Rightarrow \frac{5}{4}x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow T(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}), T'(\frac{16}{5}, -\frac{12}{5})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مرکزها و شعاع‌های دو دایره را به دست می آوریم.

$$O(1, -\frac{m}{2}), R = \frac{1}{2}\sqrt{4+m^2} = \sqrt{1+\frac{m^2}{4}}$$

$$O'(-1, 1), R' = \frac{1}{2}\sqrt{4+4} = \sqrt{2}$$



۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\overline{abcab} \equiv b - a + c - b + a \equiv c \equiv c = 0$$

$$\overline{abcab} \equiv 1 \Rightarrow a + b + 0 + a + b \equiv 1 \Rightarrow 2(a + b) \equiv 1 \equiv 10 \Rightarrow a + b \equiv 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \Rightarrow (a, b) = (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0) \\ \text{یا} \\ a + b = 14 \Rightarrow (a, b) = (5, 9), (6, 8), (7, 7), (8, 6), (9, 5) \end{cases}$$

پس ۱۰ مقدار به دست می آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$3^4 \equiv 81 \equiv 25 \pmod{37} \rightarrow 3^5 \equiv 75 \pmod{37} \rightarrow 3^6 \equiv 19 \pmod{37} \rightarrow 3^7 \equiv 56 \pmod{37} \rightarrow 3^8 \equiv 37 \pmod{37} \rightarrow 3^9 \equiv 1 \pmod{37}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

دقت کنید چون $n^2 - n$ ضرب دو عدد متوالی است، پس زوج است و $n^2 - n + 1$ عدد فرد، باشد. برای اینکه $(n^2 - n + 1, 6) = 3$ کافی است $n^2 - n + 1$ مضرب ۳ باشد.

$$n^2 - n + 1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow n(n-1) \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow n \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow n \equiv 2 \pmod{3}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳ تا ۳۰)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا رأس a را به رؤوس b و c وصل می کنیم و به رأس d و e وصل نمی کنیم. حال بین رؤوس $\{b, c, d, e\}$ ، $\binom{4}{2} = 6$ یال داریم که هر یال می تواند در گراف G باشد یا نباشد، پس $2^6 = 64$ گراف می توان ساخت.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۶ و ۴۲)

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ها را بررسی می کنیم.
(۱) در گراف r - منتظم از مرتبه p، اگر r و p هر دو فرد باشند گراف قابل رسم نمی باشد.
(۲) گراف همبند از مرتبه p، به حداقل $q = p - 1$ یال احتیاج دارد. مجموع درجات $2q = 16$ می باشد. پس $q = 8$ و $p = 10$ می باشد و چنین گراف همبندی وجود ندارد.
(۴) گراف از مرتبه $p = 6$ می باشد. دو رأس درجه ۵ داریم که به تمام رؤوس وصل هستند پس هر رأس حداقل ۲ ورودی دارد پس $\delta \geq 2$ می باشد.
(۳) در گراف ۳ - منتظم $q = 15$ است.

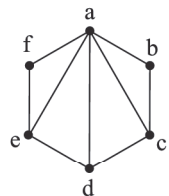
$$2q = rp \Rightarrow 2 \times 15 = 3p \Rightarrow p = 10$$



(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ تا ۴۲)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا شکل گراف را رسم می کنیم.



زمانی دو دایره مماس بیرون هستند که $OO' = R + R'$ باشد.

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (1+\frac{m}{4})^2} = \sqrt{1+\frac{m}{4}} + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2 + m = 2\sqrt{2}\sqrt{1+\frac{m}{4}} \Rightarrow 4 + m^2 + 4m = 8 + 2m^2 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

ریاضیات گسسته

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow \frac{1}{y+2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{x-2} \Rightarrow y = \frac{x+4}{x-5}$$

چون $y \in \mathbb{N}$ پس داریم:

$$x-5 \mid (x+4) \xrightarrow{x=5} x-5 \mid 9 \Rightarrow x-5 = \pm 1, \pm 3, \pm 9$$

و مقادیر طبیعی x ، $\{4, 2, 6, 8, 14\}$ به دست می آید. حال y نظیر آنها را محاسبه می کنیم و چون $y \in \mathbb{N}$ است سه مؤلفه $(14, 2), (8, 4), (6, 10)$ به دست می آید.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۹ تا ۱۲)

۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$a \equiv 5 \Rightarrow a \equiv 5 \pmod{14} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv 5 \pmod{14} \\ a \equiv 3 \pmod{14} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 14$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

موارد الف تا د را بررسی می کنیم:

$$P = (x - \frac{1}{4}y)^2 + 2x^2 + \frac{11}{4}y^2 = x^2 + \frac{1}{4}y^2 - xy + 2x^2 + \frac{11}{4}y^2 = 3x^2 + 3y^2 - xy$$

پس الف جواب است.

$$P = (x - \frac{1}{4}y)^2 + 2y^2 + \frac{11}{4}x^2 = x^2 + \frac{1}{4}y^2 - xy + 2y^2 + \frac{11}{4}x^2 = \frac{15}{4}x^2 + \frac{9}{4}y^2 - xy$$

ب جواب نمی باشد.

$$P = (x - 2y)^2 + (2x + y)^2 + (x - y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x^2 + 4xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 = 6x^2 + 6y^2 - 2xy = 2(3x^2 + 3y^2 - xy)$$

پس ج جواب است.

$$P = (x + 2y)^2 + (2x - y)^2 + (x + y)^2 = x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x^2 + y^2 - 4xy + x^2 + y^2 + 2xy = 2(3x^2 + 3y^2 + xy)$$

که این جواب نمی باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۶ تا ۸)

۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا $(665, 228)$ را محاسبه می کنیم.

$$665 = 3 \times 228 + 19 \Rightarrow (665, 228) = 19$$

$$228 = 12 \times 19 \Rightarrow 19x + 23y = 19 \Rightarrow 23y \equiv 19 \pmod{19} \Rightarrow 6y \equiv 19 \pmod{19} \Rightarrow y \equiv 17k$$

حال y را در معادله جایگذاری و x را محاسبه می کنیم.

$$19x + 23y = 19 \Rightarrow 19x + 23(6 + 17k) = 19 \Rightarrow x = -7 - 23k$$

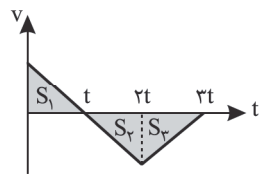
$$x + y = -7 - 23k + 6 + 17k \Rightarrow x + y = -1 - 6k$$

$$\xrightarrow{k=-10} x + y = 59$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳ تا ۳۰)



۴۳. گزینه ۲ صحیح است.



با توجه به اینکه مساحت محصور در نمودار $v-t$ با محور t برابر مسافت طی شده است و برای زمانی صفر تا $2t$ داریم:

$$S_{av} = \frac{2S}{2t} = \frac{S}{t}$$

و برای بازه t تا $3t$ (سرعت منفی است) داریم:

$$v_{av} = \frac{-2S}{2t} = -\frac{S}{t}$$

پس می توان نتیجه گرفت:

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۸)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: معادله حرکت A را می نویسیم:

$$x = vt + x_0$$

$$v = \frac{-20}{4} = -5 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = -5t + 20$$

گام دوم: معادله حرکت B را می نویسیم:

$$v = 8 \frac{m}{s}, x_0 = -50m \Rightarrow x_B = 8(t-2) - 50 = 8t - 66$$

گام سوم: طرفین دو معادله را از هم کم می کنیم و مقدار آن را به ازای $t = 5s$ حساب می کنیم.

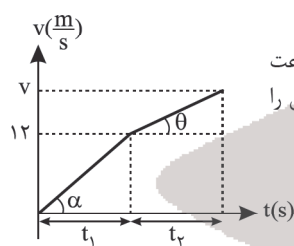
$$|x_B - x_A| = 8t - 66 - (-5t + 20) = 13t - 86$$

$$\xrightarrow{t=5s} |x_B - x_A| = |13 \times 5 - 86| = |65 - 86| = 21m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به نمودار شتاب - سرعت اولیه ابتدا نمودار سرعت - زمان آن را رسم می کنیم.



$$\tan \alpha = a_1 = 4 \frac{m}{s^2} \Rightarrow t_1 = \frac{12}{4} = 3(s)$$

$$\tan \theta = a_2 = 2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow t_2 = \frac{16-12}{2} = 2(s)$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = 3 + 2 = 5$$

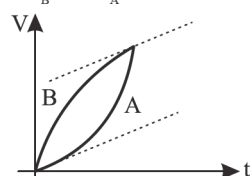
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16}{5} = 3.2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به شکل نمودار شتاب - زمان که خطی است یعنی نمودار سرعت - زمان متحرکها سهمی است که نقطه شروع و پایان یکسانی دارند. (چون سطح زیر نمودارها یکی است، تغییر سرعت برابر دارند) با این تفاوت که سهمی A باید مماس اولیه کمترین و مثبت باشد و سهمی B باید نهایتاً مماسی به شکل مماس اولیه سهمی A داشته باشد، مانند شکل زیر، پس سطح زیر نمودار B به طرز واضحی بیشتر از نمودار A است. یعنی جابه جایی متحرک B بیشتر است، پس:

$$v_{avB} > v_{avA}$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

دقت کنید برای خروج از رأس f، خروجی داریم:

- ۱) fab ۲) faedcb ۳) fadcb ۴) facb
۵) feab ۶) feadcb ۷) feacb ۸) fedab
۹) fedacb ۱۰) fedcb ۱۱) fedcab
(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$q + \Delta = 2p + \delta \Rightarrow \left(\frac{p}{2}\right) + p - 1 = 2p + p - 1 \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} = 2p \Rightarrow p = 5$$

می دانیم تعداد دور به طول m در گراف k_p از فرمول $\left(\frac{p}{m}\right) \frac{(m-1)!}{2}$

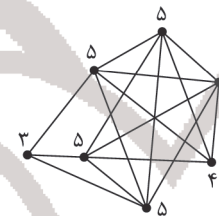
محاسبه می شود. پس $\left(\frac{5}{5}\right) \frac{(5-1)!}{2} = 12$ دور به طول ۵ داریم.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

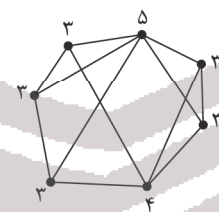
با استفاده از دنباله درجات $q_{\min}$ و $q_{\max}$ را محاسبه می کنیم: الف) برای $q_{\max}$ همه درجات را ۵ قرار می دهیم. چون تعداد رئوس فرد، باید زوج باشد یک رأس درجه ۴ استفاده می کنیم.

$$5, 5, 5, 5, 5, 4, 3 \Rightarrow q_{\max} = \frac{\text{مجموع درجات}}{2} = 16$$



ب) برای $q_{\min}$ همه درجات را ۳ قرار می دهیم و یک رأس درجه ۴ و یک رأس درجه ۵ استفاده می کنیم:

$$5, 4, 3, 3, 3, 3, 3 \Rightarrow q_{\min} = \frac{\text{مجموع درجات}}{2} = 12$$



و حاصل $q_{\max} + q_{\min} = 16 + 12 = 28$ می شود.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ تا ۴۲)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{در حالت اول } t_1 = 5 \text{ min} = 300s \quad d &= 4(t_1 - 300) \\ \text{در حالت دوم } t_2 = 3 \text{ min} = 180s \quad d &= 2(t_2 + 180) \\ 4(t_1 - 300) &= 2(t_2 + 180) \Rightarrow 2t_1 - 600 = t_2 + 180 \Rightarrow t_1 = 780s \\ d &= 4(t_1 - 300) = 4(780 - 300) = 4 \times 480 = 1920 \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: در بازه $t = 0$ تا $t = 3s$ سرعت متحرک ثابت است و شیب این خط، سرعت در این بازه زمانی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-8-10}{3} = -6 \frac{m}{s}$$

گام دوم: سرعت در لحظه $t = 9s$ (رأس منحنی مکان - زمان)، صفر است و برای بازه $t = 3s$ تا $t = 9s$ شتاب متوسط را حساب می کنیم:

$$a_{av} = \frac{0 - (-6)}{9-3} = \frac{6}{6} = 1 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)



سپس معادله حرکت A را می نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = -t^2 + 10t$$

گام پنجم: اختلاف مکان ها را برابر ۱۶ قرار می دهیم:

$$|x_A - x_B| = -t^2 + 10t - 4t \Rightarrow |x_A - x_B| = |-t^2 + 6t|$$

این معادله ریشه ندارد $-t^2 + 6t = 16 \Rightarrow t^2 - 6t + 16 = 0$

حالت اول $-t^2 + 6t = 16 \Rightarrow t^2 - 6t + 16 = 0$

$$(t-8)(t+2) = 0 \Rightarrow t = 8s, t = -2s$$

پس فقط در $t = 8s$ فاصله دو متحرک ۱۶ متر می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

اگر زمان حرکت گلوله اول t باشد، در مدت t ثانیه، جسم اول فاصله h و گلوله دوم فاصله $h - 110$ را بر حسب متر طی می کند.

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$h - 110 = \frac{1}{2}g(t-4)^2 \Rightarrow h - (h - 110) = \frac{1}{2}g(t^2 - (t-4)^2)$$

$$h - 110 = \frac{1}{2}g(t^2 - (t-4)^2)$$

$$110 = 5(t-t+4)(t-t+4) \Rightarrow 22 = 4(t-t+4) \Rightarrow 5/5 = t-t+4$$

$$\Rightarrow 2t = 9/5 \Rightarrow t = 4/75s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: جابه جایی گلوله را در مدت ۲s حساب می کنیم:

$$\Delta y = v_{av}t = 32 \times 2 = 64m$$

گام دوم: تندی گلوله را هنگام برخورد به زمین حساب می کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + vt \Rightarrow 64 = -5 \times t^2 + 2v \Rightarrow v = 42 \frac{m}{s}$$

گام سوم: ارتفاع بلندی را حساب می کنیم:

$$v^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{42^2}{2 \times 10} = \frac{42 \times 42}{20} = 88/2m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

نیروی پیشران هواپیما نیرویی است که مولکول های هوا به آن وارد می کند و همچنین نیروی مقاومت هوا نیز از هوا به هواپیما وارد شده است. پس واکنش هر دو نیرو به هوا وارد می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۴ و ۳۵)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\downarrow f_{d_1} \quad mg + f_{d_1} = ma_1$$

$$\downarrow mg$$

$$\Rightarrow 10m + f_{d_1} = 12m \Rightarrow f_{d_1} = 2m$$

$$\uparrow f_{d_2} \quad mg - f_{d_2} = ma_2 \Rightarrow a_2 = g - \frac{f_{d_2}}{m}$$

در حالت دوم چون تندی پرتاب کمتر است، نیروی مقاومت هوا هم کمتر از حالت اول است. یعنی $f_{d_2} < f_{d_1}$

$$f_{d_2} < f_{d_1} \Rightarrow a_2 > g - \frac{f_{d_1}}{m} \Rightarrow a_2 > 10 - 2 \Rightarrow a_2 > 8 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۶ و ۳۷)

۵۴. گزینه ۳ صحیح است.

بنا بر رابطه $F = \frac{GMM_e}{(R_e + h)^2}$ با مقایسه دو حالت می توان نوشت:

$$\frac{F'}{1800} = \frac{(R_e + R_e)^2}{(R_e + 2R_e)^2} \Rightarrow \frac{F'}{1800} = \frac{4}{9} \Rightarrow F' = 800N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۳ تا ۵۶)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

از رابطه سرعت - جابه جایی استفاده می کنیم:

$$v_0 = 36 \frac{km}{h} \div 3/6 = 10 \frac{m}{s}$$

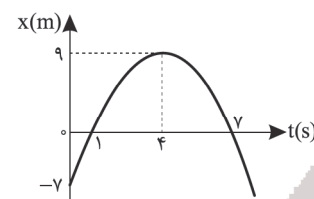
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 10^2 = 2 \times (-2) \times \Delta x$$

$$\Delta x = 25m \Rightarrow d = 5 + 25 = 30m$$

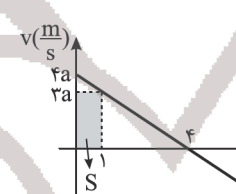
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۸ و ۱۹)

۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: مدت زمان ۳ ثانیه مربوط می شود به حرکت جسم از لحظه ای که نمودار محور t را قطع می کند تا لحظه ای که تغییر جهت می دهد و چون نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن است، لحظه بیشینه نمودار برابر $t = 4s$ است.



گام دوم: نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم می کنیم.



$$S = 0 - (-7) = 7$$

$$\left(\frac{4a + 4a}{2}\right) \times 4 = 7$$

$$a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = 4a = 8 \frac{m}{s}$$

گام سوم: در لحظه ای که بردار مکان تغییر جهت می دهد، مکان متحرک صفر است.

$$\Delta x = 0 - (-7) = 7m$$

با استفاده از معادله مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 8^2 = 2(-2)(7)$$

$$v^2 - 64 = -28 \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: حرکت B با سرعت ثابت است، پس سرعت B را حساب می کنیم:

$$v_B = \frac{24}{6} = 4 \frac{m}{s}$$

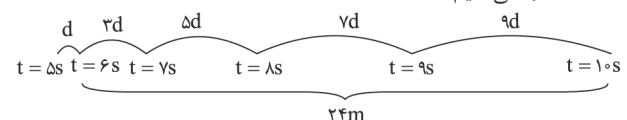
اکنون معادله حرکت B را می نویسیم:

$$x_B = vt + x_0 \Rightarrow x_B = 4t$$

گام دوم: حرکت A با شتاب ثابت است و با توجه به لحظه $t = 10s$ و

ویژگی تقارن سهمی نسبت به رأس آن نتیجه می گیریم $t_s = \frac{1}{2} \times 10 = 5s$ است.

گام سوم: در لحظه $t = 5s$ سرعت متحرک صفر است و این لحظه را مبدأ زمان فرض می کنیم و از ویژگی دنباله حسابی در حرکت با شتاب ثابت برای بازه های یک ثانیه ای استفاده می کنیم و اندازه شتاب را حساب می کنیم:



$$24d = 24m \Rightarrow d = 1m, d = \frac{1}{2}at^2$$

$$\frac{d=1m}{t=1s} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times a \times 1^2 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

گام چهارم: اندازه سرعت A در لحظه $t = 0$ را حساب می کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow -2 = \frac{0 - v_0}{5} \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$



۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: ابتدا شتاب جسم را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$v^2 - 0 = 2 \times a \times 1 \Rightarrow a = \frac{v^2}{2}$$

گام دوم: نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$F_e - f_k = ma \xrightarrow{F_e = k\Delta x} 10 \times 2 - f_k = 5 \times 2 \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$$

گام سوم: اکنون مقدار نیروی سطح بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$F_R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \xrightarrow{F_N = mg} F_R = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11.18 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۶)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = 0.2 \times 100 = 20 \text{ N}$$

با توجه به شکل نمودار نیروی F جسم در $t = 8 \text{ s}$ شروع به حرکت می‌کند.

$$t = 8 \text{ s} \Rightarrow F = 20 \text{ N}$$

$$8 \text{ s} < t < 10 \text{ s} \Rightarrow \Delta P = S = \left(\frac{20 + 40}{2}\right) \times 2 = 40 \text{ N.s}$$

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow 40 = 10\Delta v \Rightarrow \Delta v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 10 \text{ s} \Rightarrow v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس از $t = 10 \text{ s}$ تنها نیروی وارد بر جسم اصطکاک جنبشی است.

$$-f_k = ma \Rightarrow a = \frac{-\mu_k mg}{m} = -\mu_k g = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1 \times t_1 + 4 \Rightarrow t_1 = 4 \frac{\text{s}}$$

پس متحرک در $t = 10 + 4/5 = 14/5 \text{ s}$ یعنی $t = 14/5 \text{ s}$ متوقف می‌شود و مدت زمان حرکت آن $8 \text{ s} < t < 14/5 \text{ s}$ یعنی $6/5 \text{ s}$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{aligned} \downarrow f_d \quad mg + f_d = F_{\text{net}} &\Rightarrow F_{\text{net}} = 20 + 5 = 25 \text{ N} \\ \downarrow mg \quad |\Delta P| = F_{\text{net}} \Delta t &= 25 \times 3 = 75 \text{ N.s} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

نیروی وارد بر واگن: F_y نیروی وارد بر شخص: F_1

گام اول: بزرگی نیرویی که شخص بر واگن وارد می‌کند، برابر بزرگی نیرویی است که از طناب بر شخص وارد می‌شود.

$$F_1 = F_y \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$80 a_1 = 320 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 4$$

گام دوم: با توجه به اینکه نیروی وارد بر شخص و واگن ثابت است، شتاب آنها نیز ثابت است می‌توان از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$ جابه‌جایی واگن را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{1}{\Delta x_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta x_1 = 4 \text{ m}$$

گام سوم: تغییر فاصله شخص و واگن را حساب می‌کنیم:

$$d = 1 + 4 = 5 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k \times 0.5 \times 10 = 0.5 \times 2$$

$$\Rightarrow F - 0.5 \mu_k = 1$$

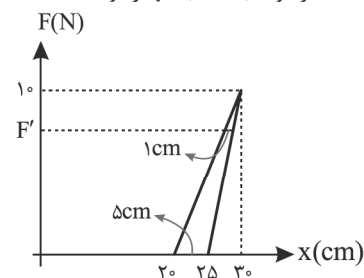
$$\text{در حالت دوم } F = f_k \Rightarrow F = \mu_k (2 + 0.5) \times 10 \Rightarrow F = 2.5 \mu_k$$

$$2.5 \mu_k - 0.5 \mu_k = 1 \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۶۰. گزینه ۴ صحیح است.

روش اول: با توجه به اینکه در حالتی که طول طبیعی فنرها 5 cm اختلاف دارد و به ازای نیروی 10 N طول فنرها یکسان است، می‌توان از مثلث‌های ایجاد شده بین دو نمودار استفاده کرد و نسبت تشابه آنها را نوشت:



$$\frac{1}{5} = \frac{(10 - F')}{10} \Rightarrow F' = \lambda \text{ N}$$

روش دوم: گام اول: با استفاده از رابطه $F_e = k(L - L_0)$ برای هر فنر می‌توانیم ثابت فنرها را حساب کنیم:

$$10 = k_A (30 - 20) \Rightarrow k_A = 1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, 10 = k_B (30 - 25) \Rightarrow k_B = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

گام دوم: دوباره از قانون هوک استفاده می‌کنیم:

$$F' = 1(L_A - 20), F' = 2(L_B - 25)$$

$$F' = F' \Rightarrow L_A - 20 = 2L_B - 50 \Rightarrow L_A = 2L_B - 30 \xrightarrow{L_B - L_A = 1}$$

$$L_B - 1 = 2L_B - 30 \Rightarrow L_B = 29 \text{ cm}, L_A = 28 \text{ cm}$$

گام سوم: F' را حساب می‌کنیم:

$$F' = 28 - 20 = 8 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم مربع دوره گردش ماهواره متناسب با مکعب شعاع مدار آن است.

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} = ma_c &\Rightarrow mg - F_N = m \frac{v^2}{R} \\ v = \gamma \frac{km}{h} &= \gamma \frac{m}{s} \\ 1000 \times 10 - F_N &= 1000 \times \frac{400}{160} \\ 10000 - F_N &= 1000 \times 2.5 \\ F_N &= 10000 - 2500 = 7500 \text{ N} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

اگر این سیاره را سیاره x فرض کنیم، داریم:

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 = 0.36 \times (2)^2 = 1.44$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_x}} = \sqrt{\frac{1}{1.44}}$$

$$\frac{T_x}{T_e} = \frac{1}{1.2} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{f_x}{f_e} = \frac{6}{5} = 1.2$$

بنابراین بسامد نوسان‌ها ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶، ۶۷ و ۶۸)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: با استفاده از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ دوره حرکت را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$



در $t_1 = 20 \text{ ms}$ نقطه M به همان نقطه‌ای که روی شکل است بازگشته و جهت نوسان آن به سمت بالاست با توجه به اینکه زمان رسیدن از مکان $\frac{A}{4}$ تا A برابر $\frac{T}{6}$ یعنی $\frac{2}{6} \text{ ms}$ یا تقریباً $3/3 \text{ ms}$ پس در بازه زمانی $t = 20 \text{ ms}$ تا $t = 23 \text{ ms}$ به سمت بالا حرکت کرده و هنوز به دامنه نرسیده است، پس حرکتش کندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

اگر A بالا رود موج به سمت چپ منتشر شده است و نقطه B هم بالا می‌رود و حرکت تندشونده خواهد داشت پس ۱ و ۲ غلط است. اگر A پایین رود موج به سمت راست منتشر شده است و B هم پایین می‌رود و حرکت کندشونده خواهد داشت پس گزینه ۴ درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\rho_1 = 2\rho_2$$

$$D_1 = 2D_2 \Rightarrow v = \frac{v}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} \times \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} = 2 \times \sqrt{2} = 2.8$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{L_1}{v_1} \\ t_2 = \frac{L_2}{v_2} \end{cases} \xrightarrow{t_1=t_2} \frac{L_1}{v_1} = \frac{L_2}{v_2} \Rightarrow \frac{L_1}{v_1} = \frac{L_2}{2.8v_1} \Rightarrow L_2 = 2.8L_1$$

$$L_1 + L_2 = 360 \Rightarrow 9L_1 = 360 \Rightarrow L_1 = 40 \text{ cm}, L_2 = 320 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{2\lambda}{4} = 4/5 \Rightarrow \lambda = 6 \text{ cm}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 6 = 0.06 \times T \Rightarrow T = \frac{6}{0.06} = \frac{3}{4} \text{ s}$$

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{60}{\frac{3}{4}} = \frac{60 \times 4}{3} = 8000 \text{ نوسان}$$

می‌دانیم مسافت طی شده در هر نوسان $4A$ است.

$$L - n \times 4A = 8000 \times \frac{4}{100} \times 4 - 640 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

گام اول: از رابطه $v = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$ تندی انتشار موج عرضی در تار را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{1}{1 \times 10^{-3}} \times \sqrt{\frac{3/4}{4000 \times 3/4}} \Rightarrow v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: طول موج را با استفاده از نقش موج حساب می‌کنیم:

$$\frac{5\lambda}{4} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m}$$

گام سوم: اکنون بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{50}{0.4} = 125 \text{ Hz}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(الف) نادرست، فاصله دو جبهه متوالی موج برابر طول موج است.

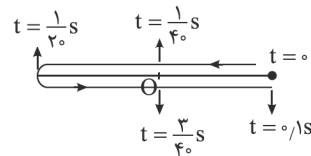
(ب) نادرست، بنا بر رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ اگر بسامد موج زیاد شود، طول موج کاهش می‌یابد.

(ج) درست

(د) نادرست، تندی انتشار موج در یک محیط به شرایط فیزیکی محیط بستگی دارد و به دامنه و بسامد چشمه موج بستگی ندارد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

نوسانگر در لحظه‌های $T = 0.1 \text{ s}$ و $\frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \times 0.1 = 0.075 \text{ s}$ و $\frac{1}{2}T = \frac{1}{2} \times 0.1 = 0.05 \text{ s}$ و $\frac{1}{4}T = \frac{1}{4} \times 0.1 = 0.025 \text{ s}$ به مکان‌های صفر $x = 0$ ، $x = -A$ ، $x = 0$ و $x = A$ می‌رسد.



چون در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3}{4}T$ متحرک تندشونده و در مکان منفی حرکت می‌کند می‌توان دریافت لحظه $t = \frac{5}{8}T$ که بین $\frac{1}{2}T$ و $\frac{3}{4}T$ ثانیه قرار دارد، پاسخ درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: دامنه نوسان متحرک برابر 5 cm است و بسامد زاویه‌ای نوسان را از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ حساب می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 10^3}{0.05}} = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام دوم: هنگامی که جسم را از نقطه A رها می‌کنیم تا لحظه‌ای که جسم 2 cm نسبت به انتهای پاره خط نوسان جابه‌جا شده است. مکان جسم در این لحظه $x = 5 - 2 = 3 \text{ cm}$ است و از رابطه $|a| = \omega^2 |x|$ حساب می‌کنیم:

$$|a| = 10^2 \times 0.03 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

در این حالت آونک و فنر به حالت تشدید هستند و باید دوره نوسان آنها با هم برابر باشد.

$$T_{\text{آونک}} = T_{\text{فنر}}$$

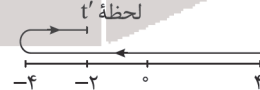
$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{l}{g} = \frac{m}{k} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{m}{400} \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۵، ۶۷ و ۶۸)

۶۷. گزینه ۱ صحیح است.

گام اول: با توجه به تعریف دوره نوسان می‌توان نوشت: $T = 0.4 \text{ s}$ گام دوم: در لحظه t نوسانگر در مکان $x = -2 \text{ cm}$ است و نسبت $\frac{x}{A}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x}{A} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{A}{2}$$



با توجه به مسیر حرکت نوسان مدت زمان $t' = \frac{T}{4} + \frac{T}{6}$ است و داریم:

$$t' = \frac{4T}{6} \Rightarrow t' = \frac{4 \times 0.4}{6} = \frac{2}{3} \text{ s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$E = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{4}{100}\right)^2 \times \pi^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \text{ J} = 5 \text{ mJ}$$

$$E = U + K \Rightarrow 5 = U + 2 \Rightarrow U = 3 \text{ mJ}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به شکل نقش موج، می‌توانیم طول موج را به دست آوریم:

$$\frac{\lambda}{4} = 12 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 48 \text{ cm}$$

$$\lambda = vt \Rightarrow \frac{24}{100} = 12T \Rightarrow T = \frac{2}{100} = 20 \text{ ms}$$



$$?g NaOH = 4 \times 10^{-3} \text{ mol HX} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HX}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{100 \text{ g NaOH}}{100 \text{ g NaOH}} = 0.16 \text{ g NaOH}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اینکه pH اسید HB دو واحد کمتر از pH اسید HA است، پس غلظت یون هیدرونیوم در اسید HB ۱۰۰ برابر غلظت یون هیدرونیوم در اسید HA خواهد بود.

$$[H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow \frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = \frac{10^{-x}}{10^{-x-2}} = 10^2$$

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow \frac{[H^+]_{HB}}{[H^+]_{HA}} = \frac{\alpha_{HB} \times M_{HB}}{\alpha_{HA} \times M_{HA}} \Rightarrow 10^2 = \frac{100 \times a}{20 \times b}$$

$$\Rightarrow 10^2 = \frac{66 \times 10^{-3} a}{22 \times 10^{-3} b} \Rightarrow 10^2 = 3 \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10^2}{3}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا شمار ذره‌های حل شده اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ مولکول } HNO_3 = 188 \text{ g } HNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } HNO_3}{63 \text{ g } HNO_3} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol } HNO_3}$$

$$= 24.08 \times 10^{23} \text{ مولکول}$$

$$HNO_3(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + NO_3^-(aq)$$

۲ مول یون

۱ مول مولکول یونیده شده $\times$ یون $10^{21} \times 4 \times 10^2 = 12.08 \times 10^{23}$ مولکول یونیده شده؟

$$= 6.02 \times 10^{21} \text{ مولکول یونیده شده}$$

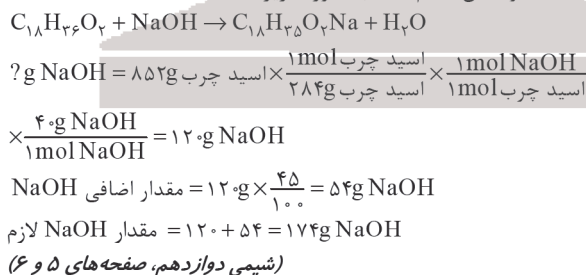
$$100 \times \frac{\text{شمار مولکول های یونیده شده}}{\text{شمار مولکول های حل شده}} = \text{درصد یونش}$$

$$\Rightarrow \text{درصد یونش} = \frac{6.02 \times 10^{21}}{24.08 \times 10^{23}} \times 100 = 2.5\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۸۳. گزینه ۱ صحیح است.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

در هنگام تعادل سرعت واکنش رفت و برگشت برابر است اما سرعت مصرف و تولید مواد شرکت کننده در واکنش به ضریب استوکیومتری آنها وابسته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در هنگام تعادل مقدار یا غلظت واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها لزوماً برابر نیست اما غلظت مواد ثابت است.

(۲) محلول اسیدهای ضعیف در آب یک سامانه تعادلی به شمار می‌رود.

(۴) واکنش‌های تعادلی در ظرف‌های بسته انجام می‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

(الف) نادرست، در بعضی طول موج‌ها همان‌طور که در شکل کتاب (صفحه ۷۶) دیده می‌شود هم‌پوشانی دارند.

(ب) درست

(ج) نادرست، نیاز به محیط مادی ندارند و در همه محیط‌ها منتشر می‌شوند.

(د) نادرست، فقط در خلاء با تندی یکسان منتشر می‌شوند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

شیمی

۷۶. گزینه ۴ صحیح است.

گزاره داده شده درست است و گزینه ۴ نیز درست می‌باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) افزودن نمک‌های فسفات $\leftarrow$ افزایش میزان پاک‌کنندگی

(۲) افزودن ترکیبات کلردار $\leftarrow$ افزایش ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی

(۳) کلئوئید پایدار شده آب و روغن $\leftarrow$ حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های اول، دوم و چهارم صحیح‌اند.

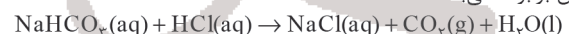
بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم: فرمول مولکولی آن $C_{25}H_{41}O_6$ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

واکنش انجام شده به صورت زیر است که مجموع ضرایب استوکیومتری آن برابر ۵ می‌باشد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) یون‌های Na^+ و Cl^- در این واکنش دست نخورده باقی می‌مانند.

(۲) ترکیب یونی حاصل شده در این واکنش، $NaCl(aq)$ می‌باشد که نسبت آنیون به کاتیون در آن برابر ۱ است.

(۴) pH محلول حاصل از این واکنش به علت تولید CO_2 به مانند pH محصول حاصل از انحلال SO_2 در آن اسیدی و کمتر از ۷ خواهد بود.

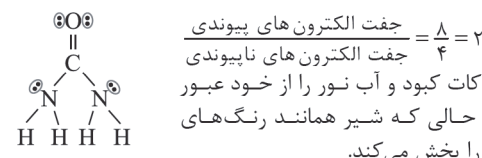
(شیمی دوازدهم، صفحه ۳۶)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ا) و (ب) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول اوره برابر ۲ است.



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به داده‌های صورت سؤال داریم:

$$pH = 2.5 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-2.5} \Rightarrow [H^+] = 10^{-3+0.5}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 3 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M_{\text{اسید}}} \Rightarrow 0.3 = \frac{3 \times 10^{-3}}{M_{\text{اسید}}} \Rightarrow M_{\text{اسید}} = 1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol HX} = 40 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \times 10^{-2} \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol HX}$$



گزینه ۳ صحیح است.
 $pH = 3,7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-3,7}$
 $\Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$
 $[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-4} \times [OH^-] = 10^{-14}$
 $\Rightarrow [OH^-] = \frac{1 \times 10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol L}^{-1}$

گزینه ۳ صحیح است.

$? \text{ mol HCl} = 112 \text{ mL CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2240 \text{ mL CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CO}_2}$
 $= 0,05 \text{ mol HCl}$

$pH = 1,4 \Rightarrow [H^+] = M = 10^{-1,4} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$

$n_{HCl} = 2,5 \times 4 \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-1} \text{ mol HCl}$

$n_{HCl} = 2,5 \times 4 \times 10^{-2} = 1 \times 10^{-1} \text{ mol HCl}$

$[H^+] = M_{HCl} = \frac{0,05 \text{ mol}}{2,5 \text{ L}} = 2 \times 10^{-2} = pH = 1,7$

$1,7 - 1,4 = 0,3$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

گزینه ۳ صحیح است.

$2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 2Fe(l); \Delta H < 0$

در این واکنش، یون‌های آهن، نقش اکسند را دارند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

گزینه ۲ صحیح است.

(آ) نادرست، واکنش $Cu(s) + ZnSO_4(aq) \rightarrow \dots$ انجام‌ناپذیر است.

زیرا قدرت کاهندگی Zn از Cu کمتر است.

(ب) درست، برای این منظور از فلز منیزیم استفاده می‌شده است.

(پ) درست، $Zn(s) + 2H^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + H_2(g)$ در این واکنش H^+ الکترون گرفته، کاهش یافته و نقش اکسند را دارد. با

گذشت زمان و مصرف H^+ ، pH محلول افزایش می‌یابد.

(ت) نادرست، در برخی واکنش‌های اکسایش - کاهش انرژی آزاد می‌شود و برخی دیگر گرماگیر هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

گزینه ۳ صحیح است.

ترتیب قدرت کاهندگی: $Zn > Fe > Cu > Au$

(آ) نادرست، با توجه به قدرت کاهندگی این فلزها، فلز D فلز روی و فلز

A فلز آهن می‌باشد. فلزهای B و E مس یا طلا هستند. فلز A (آهن)

همانند فلزهای مس و کروم بیش از یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهد.

(ب) درست، زیرا پتانسیل کاهش آنها مثبت بوده و قدرت کاهندگی

Cu و Au از H_2 کمتر است.

(پ) درست، زیرا قدرت کاهندگی Al از سایر این فلزها بیشتر است.

(ت) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۷)

گزینه ۲ صحیح است.

فلز نقره با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد، زیرا قدرت

کاهندگی Ag از H_2 کمتر است.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) زیرا قدرت کاهندگی M از Al کمتر است.

(۲) فلز روی الکترون از دست داده و اکسایش یافته است. اکسایش با

گرفتن الکترون کاهش یافته و نقش اکسند را دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۳، ۴۷ و ۴۹)

گزینه ۴ صحیح است.

(آ) درست

(ب) نادرست، به عنوان مثال Mg با Al مقایسه شود:

$Mg \rightarrow Mg^{2+} + 2e^-$

$Al \rightarrow Al^{3+} + 3e^-$

قدرت کاهندگی Mg از Al بیشتر است.

(پ) نادرست، الکتروده مس قطب مثبت این سلول را تشکیل می‌دهد.

(ت) نادرست، زیرا اگر D الکتروده استاندارد هیدروژن باشد، تیغه فلزی

pH کاهش جرم ندارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴، ۴۷ و ۴۸)

گزینه ۳ صحیح است.

$pH = 3,7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-3,7}$

$\Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$

$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-4} \times [OH^-] = 10^{-14}$

$\Rightarrow [OH^-] = \frac{1 \times 10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol L}^{-1}$

$\Rightarrow [OH^-] = \frac{1 \times 10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol L}^{-1}$
جرم حل‌شونده $= 0,05 \text{ L} \times \frac{5 \times 10^{-11} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L}} \times \frac{17 \text{ g OH}^-}{1 \text{ mol OH}^-}$
 $= 425 \times 10^{-12} \text{ g OH}^-$

جرم محلول $= 50 \text{ mL} \times \frac{1,6 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 80 \text{ g}$

$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{425 \times 10^{-12}}{80} \times 10^6$
 $\Rightarrow \text{ppm} \approx 0,53 \times 10^{-6}$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت نادرست: آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است که در

محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار زیادی از

مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) با توجه به یون هیدرونیوم (H_3O^+) داریم:

$e = (3(1) + 8) - 1 = 10 \Rightarrow x = 10$
 $n = 8 + 3(0) = 11 \Rightarrow y = 11$
 $\Rightarrow x - y = 2$

(ت) قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب چشمه بیشتر از آب دریا است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹، ۱۳ تا ۱۵)

گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) اغلب اکسیدهای نافلزی، اکسید اسیدی هستند و با انحلال در آب

غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهند.

(ت) رسانایی الکتریکی محلول ۱ مولار $MgCl_2$ بیشتر از محلول ۱

مولار KNO_3 است، زیرا از انحلال ۱ مول $MgCl_2$ در آب، یون‌های

بیشتری نسبت به انحلال یک مول KNO_3 در آب حاصل می‌شود.

$MgCl_2(aq) \xrightarrow{\text{در آب}} Mg^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)$

$KNO_3(aq) \xrightarrow{\text{در آب}} K^+(aq) + NO_3^-(aq)$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

گزینه ۲ صحیح است.

حجم گاز تولیدی در انتهای واکنش قطعه یکسانی از فلز روی با هر

کدام از اسیدهای داده شده یکسان خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$? \text{ mol HB} = 6,72 \text{ L HB} \times \frac{1 \text{ mol HB}}{22,4 \text{ L HB}} = 0,3 \text{ mol HB}$

$[HB] = \frac{\text{HB مول}}{\text{حجم}} \Rightarrow [HB] = \frac{0,3}{3} = 1/10 = 10^{-1} \text{ mol L}^{-1}$

$HB(aq) \xrightarrow{\text{در آب}} H^+(aq) + B^-(aq)$

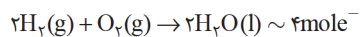
$K_a = \frac{[H^+][B^-]}{[HB]} = \frac{[H^+][B^-]}{[HB]} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{[HB]} \Rightarrow 6 \times 10^{-8} = \frac{[H^+]^2}{10^{-1}}$

$\Rightarrow [H^+]^2 = 6 \times 10^{-9} \Rightarrow [H^+] = 2,4 \times 10^{-5}$

$\Rightarrow [H^+] = 2,4 \times 10^{-5} \text{ mol L}^{-1}$



(ب) درست



$$?LO_2 = 0.4 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mole } O_2}{22.4 \text{ LO}_2} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mole } O_2} = 2.24 \text{ LO}_2$$

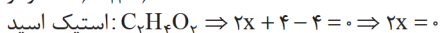
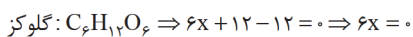
(پ) نادرست، C و D به ترتیب کاتد و آند می باشند.
(ت) نادرست، بازده این سلول حدود ۶۰ درصد می باشد.

(ث) درست

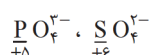
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۰، ۵۱ و ۵۴)

۱۰۲. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) درست



(ب) درست



(پ) نادرست، واکنش اکسیدهای فلزی یا نافلزی با آب از نوع اکسایش - کاهش محسوب نمی شود.

(ت) نادرست، عدد اکسایش Cr در CrO_4^{2-} برابر +۶ و عدد اکسایش کربن در CO_2 برابر +۴ می باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۲ و ۵۳)

۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

فلز لیتیم در هوای مرطوب با اکسیژن و آب واکنش می دهد و برخلاف روی یا منیزیم برای این کار مناسب نیست. (لیتیم را در آزمایشگاه درون نفت یا پارافین مایع نگهداری می کنند).

بررسی عبارت های درست:

(۱) از قلع برای این منظور استفاده می شود.

(۲) مطابق نیمه واکنش $2H_2O(l) + O_2(g) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ نیمه واکنش کاتدی با تولید یون $OH^-(aq)$ همراه است.

(۴) زیرا روی موجود در سطح آهن سفید در واکنش با مواد غذایی باعث مسمومیت و فساد آنها می شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۵۸ و ۵۹)

۱۰۴. گزینه ۴ صحیح است.

تهیه قوطی های آلومینیومی از قوطی های کهنه فقط به ۷ درصد از انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

بررسی عبارت های درست:

(۱) واکنش پذیری $Al < Mg < Na$

(۲) فلز آلومینیم چگالی کمتری از الکترولیت مذاب داشته و در سطح کاتد سلول و در کف سلول به صورت مذاب جمع آوری می شود.

(۳)



$$? \text{ mol Al} = 3 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Al}}{12 \text{ mole}^-} = 0.25 \text{ mol Al}$$

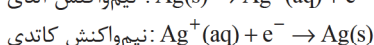
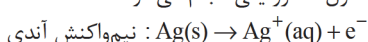
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۶۰ و ۶۱)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$? g Ag = 3.1 \times 10^{-21} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{108 g Ag}{1 \text{ mole}^-} = 0.54 g Ag$$

بررسی عبارت های درست:

(۱) فرایند آبکاری در یک سلول الکترولیتی انجام می شود:



(۲) جهت انجام نیمه واکنش کاهش و فرایند آبکاری قاشق با فلز نقره وجود یون های $Ag^+(aq)$ در محلول ضروری است.

(۴) در سلول های الکترولیتی کاتد قطب منفی و آند قطب مثبت سلول را تشکیل می دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۶۰ و ۶۲)

۹۷. گزینه ۲ صحیح است.

در این سلول الکترولیت روی آند و الکترود نقره کاتد را تشکیل می دهد.

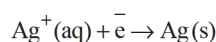
(آ) درست

(ب) درست

$$emf = E_{\text{کاتد}}^* - E_{\text{آند}}^* \Rightarrow emf = 0.8 - (-0.76) = 1.56 \text{ ولت}$$

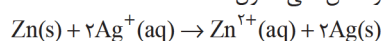
$$\text{ولت } SHE - Ag : emf = 0.8 - 0 = 0.8$$

(پ) نادرست، نیمه واکنش کاتدی آن به صورت:



می باشد.

(ت) نادرست، با توجه به واکنش کلی سلول:



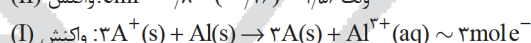
اندازه شیب غلظت - زمان برای یون های Ag^+ ، دو برابر Zn^{2+} می باشد.

(ث) نادرست، زیرا محلول محتوی کاتیون های $Zn^{2+}(aq)$ بی رنگ است.
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۹۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$emf = E_{\text{کاتد}}^* - E_{\text{آند}}^* \Rightarrow 2.46 = E_{A^+/A}^* - (-1.66) \Rightarrow E_{A^+/A}^* = 0.8$$

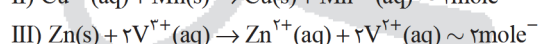
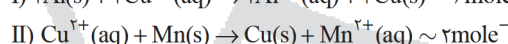
$$\text{ولت } 0.8 - (-0.76) = 1.56 : emf \text{ واکنش (II)}$$



$$? g Al = 0.9 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mole}^-} \times \frac{27 g Al}{1 \text{ mol Al}} = 8.1 g Al$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۷ تا ۴۹)

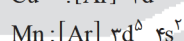
۹۹. گزینه ۴ صحیح است.



در واکنش (I) فلز Al و در واکنش های (II) و (III) به ترتیب فلزهای Mn و Zn نقش کاهنده را دارند.

بررسی عبارت های نادرست:

(۱) گونه های اکسند و کاهنده در واکنش (II) به ترتیب Cu^{2+} و Mn می باشند.

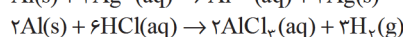
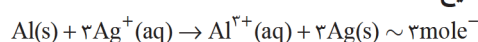


(۲) در واکنش (III) به ازای مصرف ۱ مول گونه اکسند (V^{3+}) مقدار ۱ مول الکترون دادوستد می شود.

(۳) در واکنش (III) نیز ضریب استوکیومتری گونه کاهنده (Zn) برابر ۱ می باشد. بنابراین سرعت متوسط آن با سرعت واکنش یکسان است.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۲)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.



$$? g Al = 6.72 L \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22.4 L} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol } H_2} \times \frac{27 g Al}{1 \text{ mol Al}} = 5.4 g Al$$

$$? \text{ mole}^- = 5.4 g Al \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 g Al} \times \frac{3 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Al}} = 0.6 \text{ mole}^- = n$$

$$? g Ag = 5.4 g Al \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 g Al} \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{108 g Ag}{1 \text{ mol Ag}} = 64.8 g Ag$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۴۸ و ۴۹)

۱۰۱. گزینه ۱ صحیح است.

گازهای A و B به ترتیب گازهای H_2 و O_2 می باشند.

(آ) درست، در بخش کاتدی و آندی برقکافت آب به ترتیب گازهای هیدروژن و اکسیژن تولید می شود.