

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۱۰/۲۱

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۵	اجباری	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۵		۱۶	۳۰	
	هندسه ۳	۱۵		۳۱	۴۵	

ریاضیات

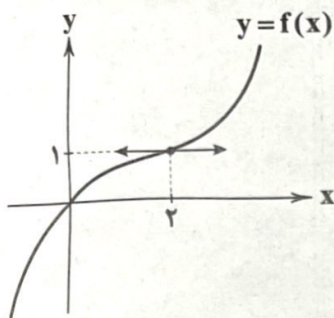


حسابان (۲)

۱- به ازای چند مقدار صحیح a ، تابع $f(x) = \begin{cases} 3^{(4-a)x} & : x < 1 \\ \log_3(x^2 - 2x + 5) & : x \geq 1 \end{cases}$ در دامنه تعریف خود، تابعی اکیداً یکنوا است؟

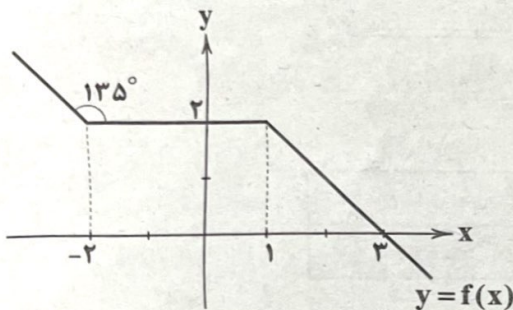
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- اگر نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ به صورت زیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ کدام است؟



- ۷/۸ (۱)
۶/۸ (۲)
۵/۸ (۳)
۴/۸ (۴)

۳- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، سطح محصور بین نمودار تابع $g(x) = \frac{1}{3}f(|x|-1)$ و محور x ها کدام است؟



- ۴ (۱)
۶ (۲)
۸ (۳)
۱۲ (۴)

۴- اگر f تابعی پیوسته، اکیداً صعودی با دامنه $\mathbb{R}$ ، $f(-2) = 2$ و $f(3) = 3$ ، آنگاه دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-f^2(x) + 5f(x) - 6}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۵- اگر $P(x)$ ، $Q(x)$ و $R(x)$ چندجمله‌ای بوده و $(x-2)P(x+1) = 3 + (x-1)Q(x+2)$ و $(x+2)R(x) = P(x-2) + Q(x)$ ، آنگاه باقی مانده تقسیم $R(x)$ بر $x-4$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۶- اگر مجموعه مقادیر k که به ازای آن‌ها معادله $\frac{k-3\sin x}{2+\sin x} = \frac{1}{4}$ دارای جواب باشد، بازه $[a, b]$ باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۶/۵ (۲) ۷ (۳) ۷/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۷- اگر مجموعه جواب معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{1}{4}$ به صورت $x = \frac{k\pi}{a} \pm \frac{\pi}{b}$ باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $(1, 6)$ (۲) $(1, 3)$ (۳) $(2, 6)$ (۴) $(2, 3)$

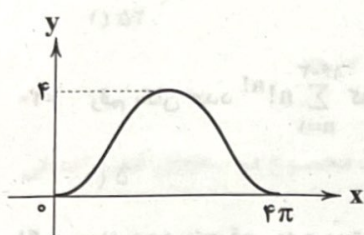
۸- دوره تناوب و مقدار مینیمم تابع $f(x) = \sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x$ به ترتیب کدام اند؟

- (۱) π ، صفر (۲) $\frac{3}{4}$ ، π (۳) $\frac{\pi}{4}$ ، صفر (۴) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{\pi}{4}$

۹- معادله $\tan x + \cot x = \frac{1}{\cos x}$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد جواب

۱۰- اگر نمودار تابع $f(x) = a + b \cos(cx)$ به شکل زیر باشد، مقدار $a + b + |c|$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۱- حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{2n^2 + 3n + 7}{n^2})x^3 + 3x}{\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{2n^6 + 3n - 6}{n^6})x^6 - 8x^3 + 5}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲- اگر سطح محصور بین نمودار تابع $f(x) = (a^4 - 2a^3)x + 4a^2 - 9a + 1$ با محورهای مختصات را $g(a)$ تعریف کنیم،

آنگاه $\lim_{a \rightarrow +\infty} g(a)$ کدام است؟ ($a \neq 0, 2$)

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $(x-3)^2 = n$ و $h(n) = |\alpha - \beta|$ ، آنگاه حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n}(h(n+1) - h(n))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- اگر $f(x) = \sqrt{x-a} + b$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{f^{-1}(x)+x} = +\infty$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \tan x + \cot x$ در بازه $(0, 2\pi)$ چند مجانب دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته

۱۶- چند عدد طبیعی مانند n در بازه $[100, 200]$ وجود دارد که $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج شود؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۱۷- اگر $d = (2a - 5, a^2 - 6a + 3)$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۳ (۳) ۳۷ (۴) ۴۷

۱۸- روی منحنی $y^2 + 3y - 2x - 1 = 0$ چند نقطه با مختصات صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۹- اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۳، ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۲، ۳ و ۴ باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم عدد a بر ۳۰ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۲۸

۲۰- رقم یکان عدد $\sum_{n=1}^{1403} n!n!$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۱- چند عدد پنج رقمی به صورت $a23b6$ بر عدد ۳۶ بخش پذیر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲- اگر عدد $a + 5^{467}$ مضرب ۳۱ باشد، کوچک ترین عدد دورقمی a کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۲۳- بزرگ ترین عدد طبیعی سه رقمی که در معادله هم نهشتی $2x \equiv 15^{1399} \pmod{21}$ صدق می کند، به کدام دسته هم نهشتی به پیمانه ۴ تعلق دارد؟

- (۱) $[1]_4$ (۲) $[2]_4$ (۳) $[3]_4$ (۴) $[0]_4$

۲۴- مجموع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی n که به ازای آن معادله سیاله $28x + 104y = 7n - 2$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب باشد، کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۲۵- اگر $9x + 5y = [(627, 429), 154]$ ، آنگاه کوچک ترین عدد مثبت $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۶- در یک گراف ساده از مرتبه ۱۴، اگر $\Delta = 10$ و $\delta = 3$ باشد، بیشترین مقدار q کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۶۲ (۳) ۶۶ (۴) ۶۸

۲۷- اگر به گراف ۴-منتظم، ۱۲ یال اضافه شود، کامل می شود. v_1 یک رأس از این گراف کامل است. تعداد عضوهای مجموعه $N_{K_p}(v_1)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۸- در گراف C_6 چند مسیر با طول های مختلف وجود دارد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

محل انجام محاسبات

۲۹- در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ داریم:

$$N_G(a) = \{f, d, c, b\}, \quad N_G(b) = \{d, f, a, e\}, \quad N_G(c) = \{a, f, d\}$$

$$N_G(d) = \{c, b, a, f\}, \quad N_G(f) = \{a, b, c, d\}, \quad N_G(e) = \{e, b\}$$

این گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۳۰- تعداد مسیرهای با طول حداقل یک در گراف C_n کدام است؟

$$2n^2 + n \quad (۴)$$

$$n^2 - n \quad (۳)$$

$$n^2 + n \quad (۲)$$

$$n^2 \quad (۱)$$

هندسه (۲)

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^2 - A = \alpha A + \beta I$ ، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و B ماتریس اسکالر و حاصل جمع درایه‌های ماتریس BA برابر ۲۲ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی

ماتریس $(AB)^2$ کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۱۲۴ (۳)

۱۴۲ (۲)

۱۳۶ (۱)

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، درایه واقع در سطر اول و ستون دوم ماتریس $A^2 B$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $3A^{-1}B - 2A = 3I$ ، دترمینان ماتریس $B_{2 \times 2}$ کدام است؟

$$\frac{41}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{40}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{30}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{20}{8} \quad (۱)$$

۳۵- اگر A ماتریس وارون پذیر و $A = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ \frac{1}{2}|A| & \frac{3}{2}|A| \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس $(2A)^{-1}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

۱ (۳)

$$-\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

۳۶- اگر A ماتریس اسکالر مرتبه 3×3 و $A - 2A^{-1} = I$ ، دترمینان A چند مقدار مختلف می‌تواند باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۷- به ازای چند مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} (2m+1)x - my = 1 \\ -7mx + (m+9)y = -m \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟ ($m \neq 0$)

بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

محل انجام محاسبات

۳۸- هرگاه صفحه‌ای موازی مولد یک سطح مخروطی آن را قطع کرده و از رأس سطح مخروطی عبور کند، فصل مشترک این صفحه با سطح مخروطی کدام است؟

- (۱) هذلولی (۲) سهمی (۳) دو خط متقاطع (۴) یک خط

۳۹- نقطه A و خط d مفروض‌اند. اگر فقط ۳ نقطه روی دایره به مرکز A و شعاع ۵ وجود داشته باشد که از خط d به فاصله ۳ باشد، فاصله A تا خط d کدام می‌باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۳/۵

۴۰- دایره‌ای که محل برخورد خط $d: 3x+4y=12$ با محورهای مختصات دو سر قطر آن باشد، مفروض است. اگر نقطه $M(\frac{\gamma}{\beta}, \frac{\gamma}{\beta})$ نقطه‌ای روی دایره باشد، مختصات دورترین نقطه دایره به این نقطه کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (۲) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (۳) $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

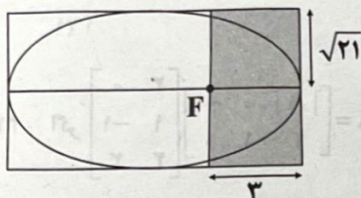
۴۱- معادله کلیه اقطار دایره C به فرم $(m-2)x+3my=6$ می‌باشد. اگر دایره C با دایره $C': x^2+y^2+4x-4y=1$ مماس داخل باشد، طول بزرگ‌ترین وتر دایره C کدام می‌تواند باشند؟

- (۱) $6+\sqrt{2}$ (۲) $3+2\sqrt{2}$ (۳) $6+2\sqrt{2}$ (۴) $3-2\sqrt{2}$

۴۲- دایره $C(O, R)$ بر هر دو نیمساز محورهای مختصات مماس است. اگر معادله این دایره به فرم $x^2+y^2+ax-4y+b=0$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

۴۳- در شکل زیر، مستطیل رنگی از کانون بیضی عبور کرده است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) ۰/۴
(۲) ۰/۵
(۳) ۰/۶
(۴) ۰/۲

۴۴- به ازای چند مقدار صحیح m از نقطه $A(2, 3)$ نمی‌توان مماس بر دایره $x^2+y^2-2x-4y=m$ رسم کرد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) بی‌شمار

۴۵- شعاع دایره‌ای که از نقطه $A(\frac{4}{5}, \frac{4}{5})$ گذشته و در نقطه $B(\frac{2}{5}, \frac{2}{5})$ بر خط $d: 2y-3x=16$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{11}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{14}$

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۱۰/۲۱

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

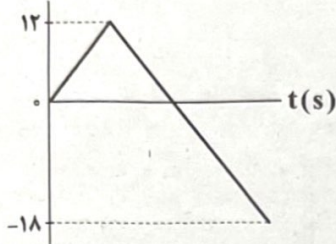
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۳۵	اجباری	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	اجباری	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

فیزیک



۴۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان باشد، تندی

$v(\frac{m}{s})$



متوسط متحرک در مدتی که در جهت محور x حرکت می‌کند چند متر بر ثانیه است؟

۱۲ (۱)

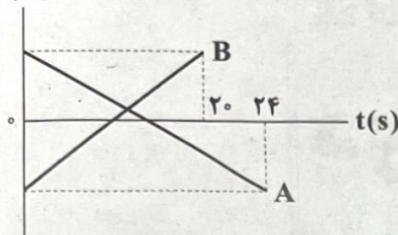
۶ (۲)

۹ (۳)

۳ (۴)

۴۷- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان در فاصله $120m$ از هم قرار دارند، به صورت زیر است. از لحظه $t=0$ تا لحظه‌ای که

$x(m)$



دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، متحرک A چند متر را طی کرده است؟

$\frac{600}{11}$ (۲)

$\frac{600}{18}$ (۱)

$\frac{500}{8}$ (۴)

$\frac{720}{11}$ (۳)

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت، حرکت کندشونده خود را شروع می‌کند و پس از گذشت ۸s، تندی آن ۳ برابر می‌شود. تندی متوسط این متحرک در

۳ ثانیه اول حرکتش چند برابر تندی اولیه آن است؟

۱ (۴)

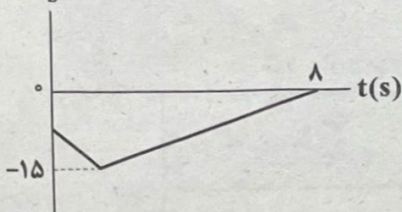
$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

۴۹- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی که اندازه شتاب لحظه‌ای آن همواره ثابت است را نشان می‌دهد. اگر شتاب متوسط متحرک در کل

$v(\frac{m}{s})$



حرکت $\frac{m}{s^2}$ ۷.۵ باشد، بزرگی سرعت متوسط این متحرک در کل حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۷/۵ (۱)

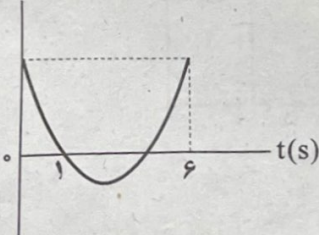
۶ (۲)

۸/۶۲۵ (۳)

۹/۷۵ (۴)

۵۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی این متحرک در لحظه عبور از

x



مبدأ مکان برابر با $12 \frac{m}{s}$ باشد. جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه چهارم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱۳۵ (۱)

۲۴۳ (۲)

۳۷۲ (۳)

۴۸۰ (۴)

حل انجام محاسبات

۵۱- جسم A با سرعت ۷ از ارتفاع h در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. ۵s بعد از آن جسم B با سرعت ۷ این بار در راستای قائم به سمت پایین

از همان ارتفاع پرتاب می‌شود. دو جسم A و B به ترتیب با سرعت‌های v_A و v_B به سطح زمین می‌رسند. نسبت $\frac{v_A}{v_B}$ برابر کدام گزینه است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) ۵

(۱) -۵

۵۲- گلوله A از ارتفاع ۱۲۲/۵ متری از سطح زمین رها شده است و ۲s بعد گلوله B را از ارتفاع ۱۹/۶m رها می‌کنیم. در این صورت کدام گزینه

درست است؟

(۲) گلوله B، ۱s زودتر به زمین رسیده است.

(۱) گلوله A، ۱s زودتر به زمین رسیده است.

(۴) گلوله B، ۳s زودتر به زمین رسیده است.

(۳) گلوله A، ۳s زودتر به زمین رسیده است.

۵۳- جسمی به جرم ۲/۵kg، تحت تأثیر هم‌زمان سه نیروی $\vec{F}_1 = \vec{i} - 3\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = -5\vec{i} + 12\vec{j}$ و $\vec{F}_3$ در دستگاه SI با سرعت ثابت در حال حرکت است.

اگر نیروی $\vec{F}_3$ حذف شود، بردار شتاب حرکت جسم برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۴) $\vec{a} = -2\vec{i} + 4/8\vec{j}$

(۳) $\vec{a} = 2\vec{i} + 4/8\vec{j}$

(۲) $\vec{a} = -2\vec{i} - 4/8\vec{j}$

(۱) $\vec{a} = 2\vec{i} - 4/8\vec{j}$

۵۴- جسمی به جرم ۱/۵kg تحت تأثیر هم‌زمان سه نیروی $\vec{F}_1 = 3\vec{i}$ ، $\vec{F}_2 = 3\vec{i}$ و $\vec{F}_3$ با سرعت ثابت $8\vec{i}$ در SI روی محور x از مبدأ مکان شروع به

حرکت می‌کند. اگر پس از ۳s، اندازه نیروی $\vec{F}_3$ ، ۲۰ درصد کاهش یابد، جسم در چه مکانی بر حسب متر متوقف می‌شود؟

(۴) $x = 32$

(۳) $x = 28$

(۲) $x = 12$

(۱) $x = 4$

۵۵- گلوله‌ای در راستای قائم از سطح زمین به طرف بالا در هوا پرتاب می‌شود و دوباره به سطح زمین باز می‌گردد. کدام یک از گزینه‌های زیر، نادرست است؟

(۱) حداکثر نیروی واردشده به گلوله، در نقطه اوج حرکت (بالاترین ارتفاع از سطح زمین)، به آن وارد می‌شود.

(۲) هنگام پایین آمدن، اندازه شتاب گلوله از اندازه شتاب گرانش زمین، کمتر است.

(۳) هنگام بالا رفتن، اندازه شتاب گلوله از اندازه شتاب گرانش زمین، بیشتر است.

(۴) در نقطه اوج (بالاترین ارتفاع از سطح زمین)، شتاب گلوله برابر با شتاب گرانش زمین است.

۵۶- دو جسم با جرم‌های $m_1 = m$ و $m_2 = 2m$ را به ترتیب با تندیه‌های $2\frac{m}{s}$ و $1\frac{m}{s}$ بر روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲

پرتاب می‌کنیم. برای این‌که دو جسم در یک مکان به هم برسند باید: $(g = 10\frac{N}{kg})$

(۱) جسم با جرم m_1 را از ۱/۲۵m عقب‌تر از جسم با جرم m_2 پرتاب کنیم.

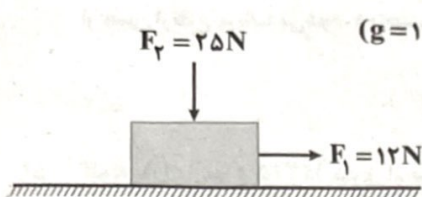
(۲) جسم با جرم m_2 را از ۱/۲۵m عقب‌تر از جسم با جرم m_1 پرتاب کنیم.

(۳) جسم با جرم m_1 را از ۷۵cm عقب‌تر از جسم با جرم m_2 پرتاب کنیم.

(۴) جسم با جرم m_2 را از ۷۵cm عقب‌تر از جسم با جرم m_1 پرتاب کنیم.

محل انجام محاسبات

۵۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 500g تحت تأثیر همزمان دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ با سرعت ثابت $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ حرکت می‌کند. اندازه نیروی $\vec{F}_2$ را چگونه تغییر دهیم تا پس از این تغییرات، جسم پس از طی مسافت $4/5\text{m}$ متوقف شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



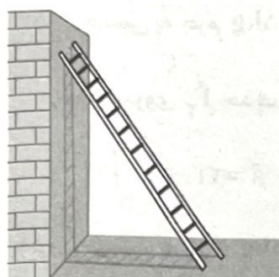
(۱) 10N افزایش دهیم.

(۲) 10N کاهش دهیم.

(۳) 5N افزایش دهیم.

(۴) 5N کاهش دهیم.

۵۸- در شکل زیر، نردبان در آستانه حرکت قرار دارد. اگر اندازه نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، $\frac{5}{3}$ برابر اندازه نیرویی باشد که دیوار



بدون اصطکاک به نردبان وارد می‌کند، μ_s چقدر است؟

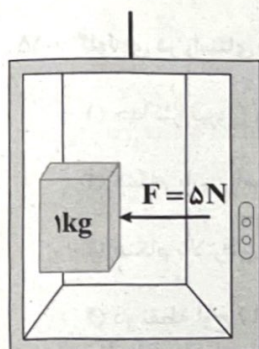
(۱) $0/25$

(۲) $0/5$

(۳) $0/75$

(۴) $0/8$

۵۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 1kg روی دیواره آسانسوری که با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در حال بالا رفتن است، در آستانه لغزش قرار دارد. بزرگی



نیرویی که در این حالت از طرف دیواره آسانسور بر جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 15

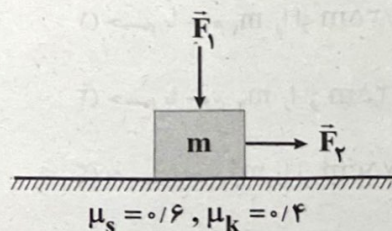
(۲) 13

(۳) 10

(۴) 12

۶۰- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m تحت تأثیر همزمان دو نیروی هم‌اندازه افقی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قرار دارد و جسم در آستانه حرکت است. اگر اندازه

نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را به ترتیب 50% کاهش و 50% افزایش دهیم. شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه خواهد شد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) $\frac{7}{3}$

(۲) 1

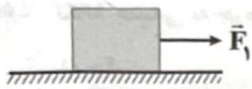
(۳) $\frac{14}{3}$

(۴) $15/5$

محل انجام محاسبات

۶۱- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم 4 kg نیروی $\vec{F}_1$ به بزرگی 30 N وارد می‌شود. اگر اندازه نیروی $\vec{F}_1$ 20% درصد افزایش یابد، زاویه‌ای که نیروی واکنش

سطح با سطح افقی می‌سازد، چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟
 $(\sin 53^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \mu_k = \frac{\sqrt{3}}{3}, \mu_s = 0.8)$



(۱) تغییر نمی‌کند.

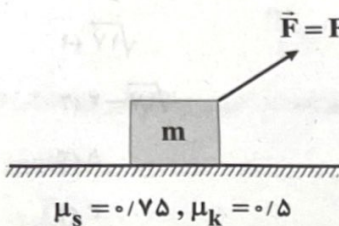
(۲) 7° و افزایش

(۳) 7° و کاهش

(۴) 23° و افزایش

۶۲- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم 7 kg نیروی $\vec{F}$ (بر حسب SI) وارد می‌شود و در این حالت جسم در آستانه حرکت قرار دارد. اگر جرم

جسم را 2 kg کاهش دهیم، نیروی واکنش سطح چند برابر می‌شود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

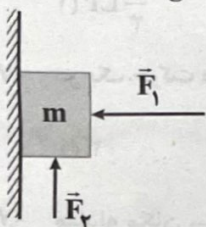
(۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

۶۳- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرمی $1/5\text{ kg}$ دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند و جسم در آستانه حرکت قرار دارد. اگر

اندازه نیروهای $\vec{F}_1$ را 80% درصد کاهش دهیم، هم‌چنان جسم در آستانه حرکت است، اندازه نیروی $\vec{F}_2$ چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) 75

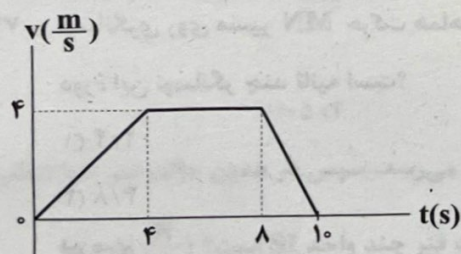
(۲) $37/5$

(۳) 25

(۴) $12/5$

۶۴- نمودار سرعت- زمان آسانسوری که رو به بالا حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اندازه کم‌ترین نیروی وارد شده از طرف کف آسانسور

به شخصی که داخل آن ایستاده است، F_1 و اندازه نیروی وزن شخص نیز F_2 باشد، نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟



(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{4}{5}$

(۴) $\frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات

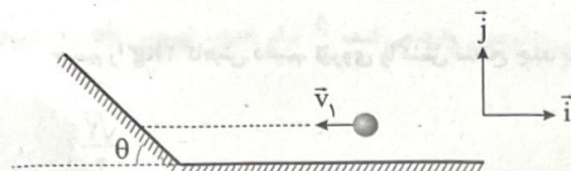
۶۵- اگر شتاب گرانش در ارتفاع ۱۶۰۰ کیلومتری سطح زمین با شتاب گرانش بر روی سطح سیاره‌ای که چگالی آن با چگالی زمین یکسان است، برابر باشد. شعاع این سیاره چند کیلومتر است؟ ($R_e = 6400 \text{ km}$)

- (۱) ۶۲۵۰ (۲) ۱۲۵۰۰ (۳) ۴۰۹۶ (۴) ۲۰۴۸

۶۶- تکانه جسمی به جرم $3/1 \text{ g}$ از $3/8$ واحد SI به $16/2$ واحد SI می‌رسد. کار برابند نیروهای وارد بر این جسم چند کیلوژول است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۸۰ (۴) ۸۰۰

۶۷- مطابق شکل زیر، توپی به جرم 200 g با سرعت $\vec{v}_1 = -10\vec{i}$ بر حسب SI به دیواری که زاویه θ با سطح افق می‌سازد برخورد کرده و پس از 0.05 s تماس با سطح با سرعت $\vec{v}_2 = -9\vec{i} + 0.25\vec{j}$ بر حسب SI باز می‌گردد. اندازه نیروی متوسطی که سطح بر توپ وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) $\sqrt{17}$

(۲) $\sqrt{17} - 2$

(۳) ۵

(۴) ۳

۶۸- نوسانگری در یک حرکت هماهنگ ساده، دوره تناوبی معادل ۵ واحد SI دارد. نسبت مسافت طی شده توسط نوسانگر در مدت زمان ۴۰ s به دامنه آن در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۶۹- در یک حرکت هماهنگ ساده اندازه سرعت متوسط نوسانگر از لحظه $t = 0$ تا لحظه‌ای که برای اولین بار به سرعت بیشینه منفی می‌رسد، در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (L طول پاره خط نوسان، A دامنه نوسان و f فرکانس نوسان است.)

- (۱) $\frac{1}{3}Lf$ (۲) $\frac{2}{3}Lf$ (۳) $2Lf$ (۴) $3Lf$

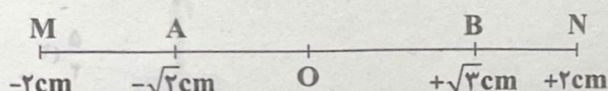
۷۰- در یک حرکت هماهنگ ساده حداقل زمان برای طی کردن دامنه A چند برابر حداکثر زمان برای طی کردن همان دامنه A می‌باشد؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۷۱- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.08 \cos(20\pi t)$ است. در بازه زمانی $t = 0.06 \text{ s}$ تا $t = 0.09 \text{ s}$ حرکت نوسانگر چگونه است؟

- (۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
(۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
(۳) همواره تندشونده
(۴) همواره کندشونده

۷۲- نوسانگری روی مسیر MN حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشترین مدت زمان لازم برای طی کردن فاصله A تا B برابر با $3/4 \text{ s}$ است.



دوره این نوسانگر چند ثانیه است؟

(۱) $2/4$

(۲) $4/8$

(۳) $5/6$

(۴) $6/4$

محل انجام محاسبات

۷۳- دوره آونگ ساده‌ای ۴s می‌باشد. طول آن را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا دوره آن برابر با ۲s شود؟

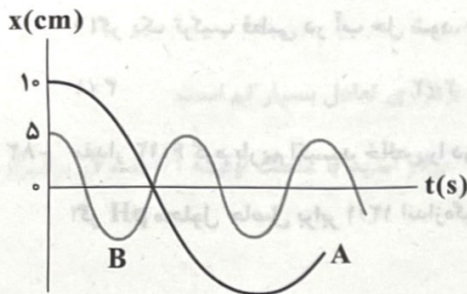
- (۱) ۷۵ و افزایش (۲) ۷۵ و کاهش (۳) ۲۵ و افزایش (۴) ۲۵ و کاهش

۷۴- ساعت آونگ‌داری را روی زمین تنظیم کرده‌ایم. از سطح زمین دور می‌کنیم تا فاصله آن از سطح زمین، ۳ برابر شعاع زمین شود. در مدت زمان ۱ ساعت، این ساعت
 (۱) ۴۵ دقیقه عقب می‌افتد. (۲) ۴۵ دقیقه جلو می‌افتد. (۳) ۴۰ دقیقه جلو می‌افتد. (۴) ۴۰ دقیقه عقب می‌افتد.

۷۵- آونگ ساده‌ای را با نخ‌ی سبک به طول ۲۸cm از سقف آسانسور آویزان کرده‌ایم و به نوسان وا می‌داریم. اگر آسانسور با شتاب $3 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین شروع به حرکت کند، دوره نوسان آونگ چند ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $\frac{2\pi}{5}$ (۲) $\frac{4\pi}{8}$ (۳) $\frac{3\pi}{5}$ (۴) $\frac{4\pi}{5}$

۷۶- نمودار مکان- زمان دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B به ترتیب با جرم‌های ۱kg و ۴kg مطابق شکل زیر است. انرژی مکانیکی نوسانگر B چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر A است؟



(۱) $\frac{1}{9}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}$

۷۷- جسم متصل به یک فنر به طور هماهنگ ساده در امتداد قائم نوسان می‌کند. اگر جرم جسم و دامنه نوسان آن را نصف کنیم، انرژی مکانیکی سامانه جرم و فنر چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷۸- نوسانگری به جرم ۱۰۰g روی پاره‌خطی به طول ۸cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر این نوسانگر در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام دهد، در لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $5 \frac{m}{s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند میلی‌ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۰/۵ (۲) ۵ (۳) ۰/۳ (۴) ۳

۷۹- نوسانگری به جرم ۱۰۰g روی محور x بین دو نقطه $x_1 = 25cm$ تا $x_2 = 45cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر $\frac{1}{3}$ ثانیه طول بکشد تا نوسانگر بدون تغییر جهت از مکان $x = 30cm$ به مکان $x = 40cm$ برسد، اندازه نیروی خالص وارد بر نوسانگر در مکان $x = 30cm$ چند نیوتون است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۰۳ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۰۵

۸۰- جسمی به جرم ۲kg را از فنری با ثابت k و طول اولیه ۱۰cm آویزان می‌کنیم. طول فنر به x_1 می‌رسد، سپس در همین حالت فنر را با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ به سمت بالا می‌بریم و طول فنر به x_2 می‌رسد. اگر $|x_2 - x_1|$ برابر با ۸cm باشد، ثابت فنر چند واحد SI است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

شیمی



۸۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آوره یک ترکیب شیمیایی با فرمول $\text{Co}(\text{NH}_4)_2$ است که همانند اتیلن گلیکول، انحلال پذیری آن در آب، بیشتر از انحلال پذیری آن در هگزان است.
- شکل زیر را می‌توان به مخلوط آب (A) و روغن (B) نسبت داد که ناپایدار است، اما با اضافه کردن مقداری صابون به آن، پایدار می‌شود.



- واکنش میان اسید چرب و محلول غلیظ سدیم هیدروکسید، نوعی واکنش خنثی شدن اسید و باز است که فراورده آلی آن، خاصیت بازی دارد.
- اگر یک ترکیب قطبی در آب حل شود، محلول ایجادشده، الکترولیت است.

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۸۲- مقدار $6/12$ گرم باریوم اکسید خالص را در مقدار مشخصی آب مقطر حل کرده و سپس با افزودن آب بیشتر، آن را به حجم معینی می‌رسانیم. اگر pH محلول حاصل برابر $12/1$ اندازه‌گیری شده باشد، حجم آن چند میلی‌لیتر است؟

($\text{O}=16$, $\text{Ba}=137:\text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۶۴۰۰ (۲) ۳۲۰۰ (۳) ۶۴۰ (۴) ۳۲۰

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سدیم هیدروکسید درست است؟

- این ترکیب به سود سوزآور معروف بوده و جزو مواد خورنده به شمار می‌رود.
- تماس محلول غلیظ آن با بدن و تنفس بخارات آن آسیب جدی به دنبال دارد.
- pH محلول غلیظ آن که به عنوان لوله بازکن به کار می‌رود در حدود $10/7$ است.
- در حالت جامد (NaOH(s)) یک ماده غیرالکترولیت در نظر گرفته می‌شود اما NaOH(aq) یک محلول الکترولیت است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- اگر در دمای ثابت، ۳ لیتر محلول اسید HX با $\text{pH}=1/1$ را با یک لیتر محلول $0/36$ مولار نمک KX مخلوط کنیم، pH محلول نهایی کدام

است؟ ($K_a(\text{HX})=0/02$, $\sqrt{0/0361}=0/19$)

(۱) $1/9$ (۲) $1/8$ (۳) $1/6$ (۴) $1/4$

۸۵- سرکه محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید با چگالی 1 g.mL^{-1} است. اگر pH سرکه برابر $2/52$ باشد، ثابت یونش استیک اسید کدام

است؟ ($\text{H}=1$, $\text{C}=12$, $\text{O}=16:\text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $1/92 \times 10^{-4}$ (۲) $1/92 \times 10^{-5}$ (۳) $1/08 \times 10^{-4}$ (۴) $1/08 \times 10^{-5}$

محل انجام محاسبات

- ۸۶- pH محلول اسیدهای خیلی ضعیف HA و HX به ترتیب برابر با $3/65$ و $3/55$ است. اگر چهار برابر حجم محلول اسید HA به آن، آب خالص اضافه کنیم، حجم محلول اسید HX باید چند برابر شود تا در نهایت pH دو محلول با هم برابر شود؟
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۸۷- کدام عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) رسانایی الکتریکی محلول 8×10^{-5} مولار هیدروبرمیک اسید و محلول هیدروفلوئوریک اسید با $pH = 4/1$ با هم برابر است.
 (ب) رسانایی الکتریکی محلول‌های مولار کلسیم کلرید و هیدروکلریک اسید با هم برابر است.
 (پ) نسبت غلظت یون هیدرونیوم به غلظت یون هیدروکسید در خون انسان، در مقایسه با همین نسبت در محتویات روده کوچک، عدد بزرگ‌تری است.

(ت) محلول سفیدکننده برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، به جای برهم‌کنش با ذره‌های آلاینده، با آن‌ها واکنش شیمیایی انجام می‌دهد.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب»، «پ» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- اگر مقدار ثابت تعادل یک واکنش برابر با $1/8 \times 10^{-25}$ باشد، معنی آن این است که سرعت برقراری تعادل بسیار کم است.
- اگر در دمای $25^\circ C$ ، تعادل: $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$ به‌جای غلظت اولیه $0/2$ مولار اسید با غلظت اولیه $0/1$ مولار برقرار شود، ثابت یونش اسید کاهش می‌یابد.
- ثابت یونش اغلب اسیدهای آلی، کوچک‌تر از یک است.

• برای محاسبه ثابت تعادل یک واکنش کافی است غلظت اجزای واکنش در نخستین لحظه‌ای که واکنش برگشت آغاز می‌شود، وارد عبارت K شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹- نمونه‌ای از صابون سدیم به جرم 50 گرم با مقداری محلول منیزیم کلرید واکنش داده و $0/05$ مول رسوب تولید می‌شود. اگر درصد خلوص صابون $83/5$ درصد و بازده واکنش 80 درصد باشد، شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی صابون کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی در

صابون، سیر شده است.) ($Na=23, C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۹۰- pH محلولی از استرانسیم هیدروکسید برابر با $12/9$ و pH محلولی از سود سوزآور برابر با $12/1$ است. غلظت مولی یون استرانسیم محلول اول، چند برابر غلظت مولی یون سدیم در محلول دوم بوده و اگر دو دسی‌لیتر از هر کدام از این دو محلول در دسترس باشد، مجموع با چند میلی‌لیتر محلول استیک اسید با $pH = 1/6$ و درجه یونش $0/4$ به طور کامل خنثی می‌شوند؟

- (۱) $16/8, 6/4$ (۲) $29/6, 6/4$ (۳) $16/8, 3/2$ (۴) $29/6, 3/2$

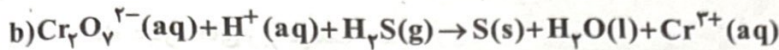
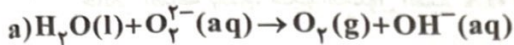
۹۱- مسیر لوله‌ای با $235/2$ گرم از یک اسید چرب مسدود شده است و برای باز کردن آن از محلول پتاس با $pH = 12/7$ استفاده شده است. اگر ساختار اسید چرب، شامل سه پیوند دوگانه و درصد جرمی کربن در آن، $7/125$ برابر درصد جرمی اکسیژن باشد، دست‌کم به چند لیتر

محلول پتاس برای باز کردن لوله نیاز است؟ ($H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۹۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با واکنش‌های (a) و (b)، پس از موازنه درست است؟



• ضریب آب در واکنش b، $\frac{3}{5}$ برابر ضریب آب در واکنش a است.

• با مصرف هر مول آنیون $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ در واکنش b، سه مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود.

• مجموع ضریب یون‌ها در واکنش b، دو برابر مجموع ضریب یون‌ها در واکنش a است.

• اکسند و کاهنده موجود در واکنش b، در سایر واکنش‌های اکسایش-کاهش نیز همین نقش‌ها را ایفا می‌کنند.

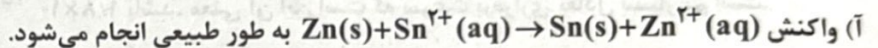
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۳- کدام مطالب زیر در ارتباط با فلزهای آهن، قلع و روی درست است؟



(ب) هر کدام از این فلزها می‌توانند با محلول مولار هیدروکلریک اسید واکنش داده و گاز کلر آزاد کنند.

(پ) یون قلع (II) می‌تواند فلز آهن را به یون آهن (II)، اکسید کرده و مقداری انرژی آزاد کند.

(ت) اگر فلز قلع با کاتیون $\text{M}^{2+}(\text{aq})$ واکنش دهد، فلزهای آهن و روی نیز به یقین با کاتیون $\text{M}^{2+}(\text{aq})$ واکنش می‌دهند.

(۴) «آ» و «ب»

(۳) «ب» و «ت»

(۲) «آ»، «پ» و «ت»

(۱) «آ» و «پ»

۹۴- عنصرهای A, D, X, E و G در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند و بالاترین عدد اکسایش آن‌ها مطابق جدول زیر است. با توجه به آن،

چه تعداد از مطالب پیشنهادشده درست است؟

عنصر	A	X	D	E	G
بالاترین عدد اکسایش	+۱	+۳	+۵	+۶	+۷

• A و X به یقین جزو فلزها هستند، اما E و G می‌توانند نافلز باشند.

• اگر آخرین زیرلایه اتم‌های X و D، دقیقاً یکسان باشد، عدد اتمی D می‌تواند بیشتر یا کم‌تر از عدد اتمی X باشد.

• آرایش الکترونی یون X^{3+} ، مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون است.

• واکنش‌پذیری عنصر A بیشتر از عنصر X است.

• یون‌های X^{3+} و $\text{E}_2\text{O}_7^{2-}$ با هم واکنش نمی‌دهند.

۵ (۴)

۴ (۳)

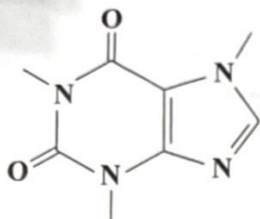
۳ (۲)

۱ (۱)

انجام محاسبات

۹۵- کافئین یک ماده شیمیایی خوراکی است که به طور طبیعی در قهوه، چای و کولا وجود دارد. در ساختار این ترکیب آلی، چند عدد اکسایش

مختلف وجود دارد؟



۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۹۶- در برقکافت سدیم کلرید مذاب، جرم الکترولیت شامل نمک خوراکی و کمک ذوب (CaCl_2)، در مجموع یک تن است. اگر درصد جرمی

کلسیم در الکترولیت برابر ۵ درصد باشد و در نهایت حدود ۲۴۱/۵ کیلوگرم فلز تولید شود، بازده فرایند به تقریب چند درصد است؟

($\text{Na}=23$, $\text{Ca}=40$, $\text{Cl}=35.5 \text{ g.mol}^{-1}$)

۸۴/۷ (۴)

۶۰/۲ (۳)

۷۱/۳ (۲)

۴۹/۸ (۱)

۹۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی با عبارت «در سلول مارتین هال، الکترودی که به قطب مثبت باتری متصل است، با

گذشت زمان، از جرم آن کاسته می‌شود.» یکسان است؟

• تنها راه تهیه صنعتی فلزهای دوره سوم جدول دوره‌ای، برقکافت نمک‌های مذاب این فلزها است.

• در سلول مارتین هال برخلاف سلول الکترولیتی تهیه فلز منیزیم از آب دریا، چگالی فرآورده کاتدی، بیشتر از چگالی الکترولیت است.

• در اطراف آند سلول مارتین هال، یک عنصر نخست اکسایش و سپس کاهش می‌یابد.

• در سلول مارتین هال، یون‌های موجود در محلول آبی الکترولیت، آزادانه به سمت قطب‌های ناهمنام حرکت می‌کنند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۸- با استفاده از یک ورقه آهنی و فلز M، می‌توان آهن سفید (گالوانیزه) را در یک سلول الکترولیتی تهیه کرد. چه تعداد از مطالب زیر در

ارتباط با آن درست است؟

• فلز M، نقش آند سلول را ایفا می‌کند و همانند آهن جزو فلزهای واسطه است.

• ورقه آهنی را به قطب منفی منبع جریان برق (باتری) متصل می‌کنند.

• مخلوط حاوی کاتیون‌های فلز M، الکترولیت مناسب این سلول است.

• با قطع جریان برق در سلول، یک واکنش شیمیایی نامطلوب بین الکترودها و الکترولیت انجام می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۹- با توجه به رسانایی الکتریکی ناچیز آب خالص، برای برقکافت آب باید اندکی الکترولیت مناسب به آن اضافه کرد. اگر برای برقکافت آب،

از ۲۸/۸ mL محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH}=4/17$ استفاده شود، در لحظه‌ای که حجم گاز تولیدشده در قطب مثبت سلول برابر

با ۴/۹ L باشد، pH محلول به تقریب کدام است؟ (حجم مولی گازها در فشار ۱ atm و دمای 25°C برابر با $24/5 \text{ L.mol}^{-1}$

است، ($\text{H}_2\text{O}=18 \text{ g.mol}^{-1}$)

۴/۰۵ (۴)

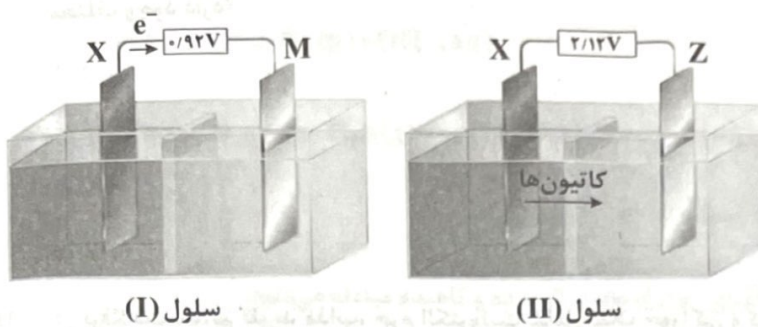
۴/۲۹ (۳)

۴/۷۷ (۲)

۳/۵۷ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰۰- با توجه به شکل های زیر که مربوط به دو سلول گالوانی است، چه تعداد از مطالب پیشنهادشده به یقین درست است؟



سلول (I)

سلول (II)

• اگر فلز Z با محلول مولار هیدروکلریک اسید واکنش دهد، فلز M نیز می تواند با محلول مولار هیدروکلریک اسید واکنش دهد.

• emf سلول گالوانی حاصل از نیم سلول های M و Z برابر با $3.04V$ است.

• پتانسیل کاهش نیم سلول های X و Z هم علامت نیست.

• در سلول گالوانی حاصل از نیم سلول های M و SHE، با گذشت زمان، pH نیم سلول SHE افزایش می یابد.

• واکنش میان تیغه فلز M و محلول یون های $Z^{2+}(aq)$ به طور طبیعی انجام می شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۱- در سلول مارتین هال به ازای عبور مقدار معینی جریان برق، تفاوت جرم فراورده های تولیدشده در آند و کاتد برابر با $20g$ گرم بوده است.

اگر 25% همین مقدار جریان برق را از سلول الکترولیتی برقکافت منیزیم کلرید مذاب عبور دهیم، تفاوت جرم فراورده های تولیدشده در آند

و کاتد چند گرم خواهد بود؟

($Al=27, O=16, Mg=24, Cl=35.5: g.mol^{-1}$)

۲۸/۷۵ (۴)

۱۱۷/۵ (۳)

۱۴/۳۷۵ (۲)

۵۸/۷۵ (۱)

۱۰۲- کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) اندازه گیری پتانسیل یک نیم سلول به طور جداگانه ممکن نیست و باید این کمیت به طور نسبی اندازه گیری شود.

(ب) با انجام واکنش در باتری های دگمه ای روی - نقره، ترکیب یونی روی اکسید و فلز نقره تولید می شود.

(پ) تنها راه بهره گیری از انرژی ذخیره شده در فلزها، اتصال آن ها در شرایط مناسب به یک دیگر است.

(ت) با گذشت زمان، در سلول گالوانی « $Al - Ag$ » غلظت کاتیون موجود در نیم سلول آندی، همانند جرم تیغه ای که به قطب مثبت باتری

متصل است، افزایش می یابد.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

(۲) «آ» و «پ»

(۱) «آ» و «ب»

۱۰۳- در نوعی سلول سوختی از هیدرازین (N_2H_4) به عنوان سوخت استفاده می شود و طی آن، گاز نیتروژن و بخار آب به دست می آید. اگر

نیم واکنش کاتدی این سلول، کاهش مولکول های اکسیژن در محیط خنثی باشد، E° این نیم واکنش در مقایسه با E° نیم واکنش سلول

سوختی هیدروژن (با غشای مبادله کننده یون هیدرونیوم) چگونه است و مجموع ضرایب اجزای نیم واکنش آندی سلول سوختی هیدرازین

(با احتساب ضریب e^-) کدام است؟

۱۲، کم تر، (۴)

۱۴، کم تر، (۳)

بیشتر، ۱۲ (۲)

بیشتر، ۱۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰۴- کدام عبارت‌ها در ارتباط با سلول برقکافت آب (سلول a) و نوعی سلول نور - الکتروشیمیایی که در آن از سیلیسیم استفاده می‌شود (سلول b) درست است؟

(آ) E° سلول a برخلاف E° سلول b، عددی منفی است، اما اندازه ولتاژ سلول a، بزرگ‌تر از اندازه ولتاژ سلول b است.
(ب) در هر دو سلول گاز هیدروژن به دست می‌آید.

(پ) در هر دو سلول، آب مصرف می‌شود و pH اطراف آن‌د با گذشت زمان، کاهش می‌یابد.

(ت) نیم‌واکنش انجام‌شده در قطب مثبت سلول a، همان نیم‌واکنش انجام‌شده در قطب منفی سلول b است.

(۱) «آ»، «ب» و «ت» (۲) «آ»، «ب» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «آ» و «ت»

۱۰۵- دو قاشق آلومینیمی یکسان را با فلزهای طلا و کروم آبکاری می‌کنیم. در ظروف جداگانه از محلول‌های مولار طلا (III) کلرات و کروم (II)

نیترات به عنوان الکترولیت استفاده می‌شود و تفاوت جرم دو قاشق پس از آبکاری برابر $47/6\text{ g}$ اندازه‌گیری شده است. با فرض این‌که شمار

الکترون‌های عبوری از دو سلول، یکسان باشد، از هر کدام از دو سلول، چند مول الکترون در مدار خارجی عبور کرده است؟

($\text{Al}=27, \text{Cr}=52, \text{Au}=197:\text{g.mol}^{-1}$)

(۴) $1/2$

(۳) $1/5$

(۲) $5/8$

(۱) $5/6$

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۱۰/۲۱

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
	هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	
۲	فیزیک	۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - حسین نادری مفید ابراهیم پور - احمد رضا فلاح	محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته ندا فرهنگتی - علی عرب مینا نظری - زهرا ساسانی مجید فرهمندپور - محمد راشکی
فیزیک	محمد باغبان - مروارید شاه حسینی ارسلان رحمانی - بهزاد کاویانی - سبحان کاظمی	مروارید شاه حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - میلاد عزیزی یاسر راش

آماده سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه ریزی و هماهنگی: سارا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاخی - مریم پارسائیان - سپیده سادات شریفی - فاطمه عبدالله خانی
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
صفحه آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف نگاران: ربابه الطافی - مینا عباسی - مهناز کاظمی - سحر فاضلی - حدیث فیض الهی - فاطمه میرزایی

۷ ۳

$$\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2 x = \sin^2 \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow a=2, b=6$$

$$f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x) + (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

۸ ۴

می دانیم:

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab, a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab(a+b)$$

بنابراین:

$$f(x) = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 2 - \frac{5}{4}\sin^2 2x$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi}{2}, \min = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

۹ ۴ می دانیم:

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x (\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

هیچ کدام از جواب های به دست آمده قابل قبول نیستند.

۱۰ ۳

$$f\pi = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow |c| = \frac{1}{2}, \min f = -|b| + a = 0, \max f = |b| + a = 4$$

$$a=2, |b|=2 \xrightarrow{b<0} b=-2 \Rightarrow a+b+|c| = 2-2+\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۱ ۳

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 3n + 7}{n^2} = 2, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 3n - 6}{n^2} = 2$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x}{-8x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-8x^2} = -\frac{1}{4}$$

۱۲ ۲ تابع خطی است و محل تقاطع آن با محورهای مختصات را

می یابیم:

$$\text{اگر } x=0 \Rightarrow y = 4a^2 - 9a + 1 \text{ (عرض از مبدأ)}$$

$$\text{اگر } y=0 \Rightarrow x = \frac{-4a^2 + 9a - 1}{a^2 - 2a^2} \text{ (طول از مبدأ)}$$

$$S = \frac{1}{2} |(-4a^2 - 9a + 1) \times \frac{-(4a^2 - 9a + 1)}{a^2 - 2a^2}| = g(a)$$

$$\Rightarrow \lim_{a \rightarrow +\infty} g(a) = \frac{1}{2} \lim_{a \rightarrow +\infty} \left| \frac{4a^2(-4a^2)}{a^4} \right| = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

ریاضیات



۱ ۲ تابع $\log_2(x^2 - 2x + 513)$ در دامنه خود اکیداً صعودی است.

پس ضابطه اول هم باید اکیداً صعودی باشد:

$$4 - a > 0 \Rightarrow a < 4 \quad (1)$$

$$f(1^+) \geq f(1^-) \Rightarrow \log_2 512 \geq 2^{4-a}$$

$$\Rightarrow 9 \geq 2^{4-a} \Rightarrow 2^2 \geq 2^{4-a} \Rightarrow 2 \geq 4 - a \Rightarrow a \geq 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 2 \leq a < 4$$

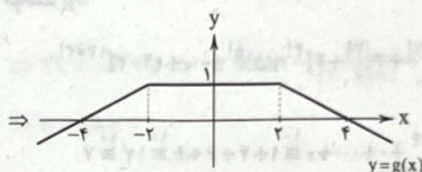
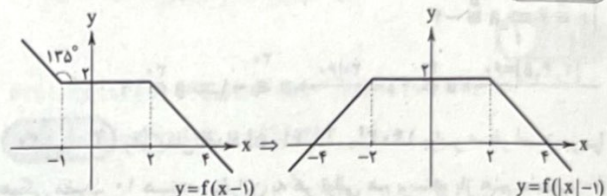
پس a می تواند مقادیر صحیح ۲ یا ۳ را داشته باشد.

۲ ۱

$$f(x) = a(x-2)^2 + 1 \xrightarrow{(0,0)} 0 = -4a + 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 1 \Rightarrow R = f(1) = -\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

۳ ۲



$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times (4+4) = 4$$

۴ ۴

$$-f'(x) + \Delta f(x) - 6 \geq 0 \Rightarrow -(f(x) - 2)(f(x) - 3) \geq 0$$

$$\hat{f}(-2) \leq \hat{f}(x) \leq \hat{f}(3) \Rightarrow -2 \leq x \leq 3$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

۵ ۱

$$(x-2)P(x+1) = 2 + (x-1)Q(x+2)$$

$$\xrightarrow{x=2} 0 = 2 + Q(4) \Rightarrow Q(4) = -2$$

$$\Rightarrow \xrightarrow{x=1} -P(2) = 2 \Rightarrow P(2) = -2$$

$$(x+2)R(x) = P(x-2) + Q(x) \xrightarrow{x=4} 6R(4) = P(2) + Q(4)$$

$$\Rightarrow 6R(4) = -6 \Rightarrow R(4) = -1: (x-4) \text{ بر } R(x) \text{ باقی مانده}$$

۶ ۲

$$\frac{k-3\sin x}{2+\sin x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2+\sin x = 4k-12\sin x \Rightarrow \sin x = \frac{4k-2}{13}$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{4k-2}{13} \leq 1 \Rightarrow -\frac{11}{4} \leq k \leq \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow b-a = \frac{15}{4} - (-\frac{11}{4}) = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

$$\begin{cases} x+3|2x+1 \Rightarrow x+3|2x+1 \\ x+3|x+3 \Rightarrow x+3|2x+6 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می شمارد}} x+3|5$$

$$x+3 \in \{\pm 1, \pm 5\} \Rightarrow x \in \{-4, -2, 2, -8\}$$

بنابراین ۴ نقطه $(-8, 3), (2, 1), (-2, -3), (-4, 7)$ وجود دارد.

می دانید که: ۳ ۱۹

$$\begin{cases} a \equiv m \\ a \equiv n \Rightarrow a \equiv [m, n, t] \\ a \equiv t \end{cases} \quad \text{الف)}$$

ب) اگر $a \equiv b$ و $n|m$ آن گاه $a \equiv b$.

$$\begin{cases} a \equiv 2 \Rightarrow a \equiv -1 \\ a \equiv 3 \Rightarrow a \equiv -1 \\ a \equiv 4 \Rightarrow a \equiv -1 \end{cases}$$

$$[3, 4, 5] = 60 \Rightarrow a \equiv -1 \Rightarrow a \equiv 59 \Rightarrow a \equiv 29$$

۳ ۲۰ رقم یکان اعداد $1403!, \dots, 6!, 5!$ برابر صفر است، زیرا

همگی مضرب ۱۰ هستند، بنابراین به هر توانی هم برسند، باز هم مضرب ۱۰ خواهند بود.

$$\sum_{n=1}^{1403} n!n! = 1!1! + 2!2! + 3!3! + 4!4! + 5!5! + \dots + 1403!1403!$$

$$\equiv 1! + 2! + 6! + 2424 + 0 + \dots + 0 \equiv 1 + 2 + 6 + 6 \equiv 15 \equiv 7$$

توجه کنید که ۶ به هر توانی برسد دارای یکان ۶ است و ۴ به توان زوج برسد دارای یکان ۶ و به توان فرد برسد دارای یکان ۴ است.

۱ ۲۱ می دانید که: برای یافتن باقی مانده تقسیم بر عدد ۴ کافی است دو رقم سمت راست آن را بر ۴ تقسیم کنیم.

$$\overline{a23b6} \equiv 0 \xrightarrow{4|236 \text{ و } 9|236} \begin{cases} \overline{a23b6} \equiv 0 \\ \overline{a23b6} \equiv 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{b6} \equiv 0 \Rightarrow b = 1, 3, 5, 7, 9 \\ a+b+11 \equiv 0 \Rightarrow a+b \equiv 7 \equiv 16 \end{cases}$$

b	۱	۳	۵	۷	۹
a	۶	۴	۲	۰	۹
				غیر قابل قبول	

بنابراین ۵ جواب وجود دارد.

۳ ۲۲

$$\Delta^3 \equiv 1 \xrightarrow{155 \text{ توان}} \Delta^{465} \equiv 1 \xrightarrow{\times 5^2} \Delta^{467} \equiv 25$$

$$\xrightarrow{+a} \Delta^{467} + a \equiv 25 + a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -25$$

مضرب ۳۱

$$\Delta^3 \Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow a = 31k + 6$$

که a به ازای $k=1$ حاصل می شود که مقدار آن ۳۷ است.

۱ ۱۳

$$(x-2)^2 = n \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{n} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 + \sqrt{n} \\ \beta = 2 - \sqrt{n} \end{cases}$$

$$\Rightarrow h(n) = \alpha - \beta = 2\sqrt{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n}}{1} \times \frac{n+1-n}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{n}} = 1$$

۴ ۱۴

$$x = \sqrt{y-a} + b \Rightarrow \sqrt{y-a} = x-b \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2bx + b^2 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{x^2 - 2bx + b^2 + a} = +\infty$$

پس $x=2$ ریشه مضاعف مخرج است:

$$\Rightarrow x^2 + (1-2b)x + b^2 + a = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow b = \frac{5}{2}, a = \frac{-9}{4}$$

$$f(x) = \tan x + \cot x = \frac{1}{\cos x \sin x}$$

۴ ۱۵

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi$$

۳ ۱۶ نکته: زوج بودن n و زوج بودن n^2 هم ارزند.

$$\text{اگر } \frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ زوج باشد، پس } \frac{n(n+1)}{2} \text{ نیز زوج است، بنابراین:}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

یعنی $n(n+1)$ باید مضرب ۴ شود و این زمانی حاصل می شود که n به صورت $4k$ یا $4k-1$ باشد. حال باید از بین اعداد ۱۰۰ تا ۲۰۰، عددی که به فرم $4k-1$ هستند را شمارش کنیم.

$$100 \leq 4k \leq 200 \xrightarrow{+4} 25 \leq k \leq 50 \Rightarrow \text{تعداد} = 50 - 25 + 1 = 26$$

$$100 \leq 4k - 1 \leq 200 \xrightarrow{+1} 101 \leq 4k \leq 201$$

$$\xrightarrow{+4} 26 \leq k \leq 50 \Rightarrow \text{تعداد} = 25$$

$$\text{تعداد کل} = 26 + 25 = 51$$

می دانید که: ۲ ۱۷

$$(a, b) = d \Rightarrow d|a \wedge d|b$$

$$\begin{cases} d|2a-5 \Rightarrow d|a(2a-5) \Rightarrow d|2a^2-5a \\ d|a^2-6a+3 \Rightarrow d|2(a^2-6a+3) \Rightarrow d|2a^2-12a+6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل را می شمارد}} d|7a-6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d|7a-6 \Rightarrow d|2(7a-6) \\ d|2a-5 \Rightarrow d|7(2a-5) \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می شمارد}} d|23$$

$$\xrightarrow{d \neq 1} d = 23$$

$$yx + 3y - 2x - 1 = 0 \Rightarrow y(x+3) = 2x+1$$

۳ ۱۸

$$y = \frac{2x+1}{x+3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+3|2x+1$$

۲۲ ۲

در معادله هم نهشتی جای گذاری می کنیم.

$$2x \equiv 8 \xrightarrow{(15, 2)=1} x \equiv 4 \Rightarrow x = 15k + 4$$

بزرگترین عدد سه رقمی به ازای $k = 66$ حاصل می شود که برابر است با:

$$x = 15 \times 66 + 4 = 994 \Rightarrow 994 \equiv 2 \Rightarrow 994 \in [2]_p$$

۲۴ ۴

نکته: شرط وجود جواب صحیح برای معادله سیاله $ax + by = c$ آن است که $(a, b) | c$.

$$(28, 104) | 7n - 2 \Rightarrow 4 | 7n - 2 \Rightarrow 7n - 2 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 7n \equiv 2 \Rightarrow 7n \equiv 2 + 3 \times 4 \Rightarrow 7n \equiv 14 \xrightarrow{(7, 4)=1} n \equiv 2$$

$$n = 4k + 2 \Rightarrow n = 998 \Rightarrow \text{بزرگترین عدد سه رقمی} = 998$$

۲۵ ۱

$$627 = 3 \times 11 \times 19, 429 = 3 \times 11 \times 13, 154 = 2 \times 7 \times 11$$

$$(627, 429) = 33, [33, 154] = 462$$

$$9x + 5y = 462 \Rightarrow 9x \equiv 462 \xrightarrow{(3, 5)=1} 3x \equiv 154$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 154 + 5 \Rightarrow 3x \equiv 159 \xrightarrow{(3, 5)=1} x \equiv 53 \equiv 3$$

$$\Rightarrow x = 5k + 3$$

در معادله سیاله قرار می دهیم.

$$9(5k + 3) + 5y = 462 \Rightarrow 5y = -45k + 435$$

$$\Rightarrow y = -9k + 87 \Rightarrow x + y = -4k + 90$$

به ازای $k = 22$ کمترین مقدار مثبت $x + y$ حاصل می شود که مقدار آن ۲ است.

۲۶ ۳

چون حداکثر تعداد یال ها موردنظر است، پس باید رأس ها بیشترین درجه را داشته باشند $(\sum \deg(v_i) = 2q)$. بنابراین دنباله درجات باید به صورت زیر باشد:

$$\begin{aligned} & \overbrace{10, 10, 10, \dots, 10, 9, 3}^{12 \text{ تا}} \\ & \Rightarrow \sum \deg(v_i) = \underbrace{10 + 10 + \dots + 10}_{12 \text{ بار}} + 9 + 3 = 120 + 12 = 132 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 132 = 2q \Rightarrow q = 66$$

۲۷ ۲

$$\text{تعداد یال های گراف } r\text{-منتظم} = \frac{pr}{2}$$

$$\text{تعداد یال های گراف کامل} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\frac{p \times 4}{2} + 12 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p^2 - 5p - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (p-8)(p+3) = 0 \xrightarrow{p > 0} p = 8$$

بنابراین گراف K_8 حاصل می شود که در گراف کامل از مرتبه ۸ هر رأس به تمام ۷ رأس دیگر متصل است. بنابراین مجموعه همسایگی های باز هر رأس آن دارای ۷ عضو خواهد دارد.

۲۸ ۲

نکته: در گراف C_n هر دو رأس را که انتخاب کنیم، بین شان فقط دو مسیر وجود دارد و همچنین مسیری با طول صفر که به تعداد رأس های گراف است.

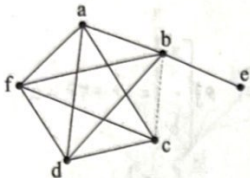
$$C_n \text{ در } n \text{ تعداد کل مسیر} = 2 \binom{n}{2} + n = 2 \times \frac{n(n-1)}{2} + n = n^2$$

بنابراین تعداد کل مسیر در گراف C_6 برابر است با:

$$C_6 \text{ در } 6 \text{ تعداد کل مسیر} = 6^2 = 36$$

۲۹ ۳

ابتدا گراف را رسم می کنیم.



در گراف با مجموعه رئوس $\{a, b, c, d, e, f\}$ اگر یال bc را رسم کنیم، گراف K_5 خواهیم داشت که تعداد دورهای آن به طول ۳ برابر

$$= 10 \text{ است.} \quad \binom{5}{3} \frac{(5-1)!}{2} = 10$$

ولی چون یال bc سه دور به طول ۳ $(bcab, bcbf, bcd b)$ را خراب می کند، بنابراین:

$$3 \text{ تعداد دورها به طول } 3 = 10 - 3 = 7$$

۳۰ ۳

بین هر دو رأس متمایز یک گراف C_n دقیقاً ۲ مسیر وجود دارد.

بنابراین:

$$1 \text{ تعداد مسیر با طول حداقل } 1 = 2 \times \binom{n}{2} = 2 \times \frac{n(n-1)}{2} = n^2 - n$$

۳۱ ۴

روش اول: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ آن گاه:

$$A^2 = (a+d)A - |A|I$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = (1+4)A - (4-5)I \Rightarrow A^2 = 5A + I$$

$$\xrightarrow{\times A} A^3 = 5A^2 + A \xrightarrow{A^2 = 5A + I} A^3 = 5(5A + I) + A$$

$$= 26A + 5I \Rightarrow A^3 - A^2 = (26A + 5I) - (5A + I) = \alpha A + \beta I$$

$$\Rightarrow 21A + 4I = \alpha A + \beta I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 21 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 25$$

روش دوم:

$$A^3 - A^2 = A^2(A - I)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-1 & 1 \\ 5 & 4-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 25 & 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 21 \\ 105 & 88 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\alpha A + \beta I = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & \alpha \\ 5\alpha & 4\alpha + \beta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 21 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 25$$

۴ ۳۵

$$A = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ \frac{1}{2}|A| & \frac{3}{2}|A| \end{bmatrix} \xrightarrow{\det \text{ طرفین}} |A| = \frac{3}{2}|A|^2 - \frac{1}{2}|A|$$

$$\Rightarrow 2|A| = 3|A|^2 - |A| \Rightarrow 3|A|^2 - 3|A| = 0$$

$$\Rightarrow 3|A|(|A|-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A|=0 \text{ (غ ق)} \\ |A|=1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{2}A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (2A)^{-1} \text{ مجموع درایه های } = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲ ۳۶

$$A - 2A^{-1} = I \xrightarrow{\times A} A^2 - 2A = A^2 \Rightarrow A^2 - A^2 - 2A = \bar{O}$$

طبق فرض $A = kI$

$$\Rightarrow (kI)^2 - (kI)^2 - 2kI = \bar{O} \Rightarrow k^2I - k^2I - 2kI = \bar{O}$$

$$\Rightarrow (k^2 - k^2 - 2k)I = \bar{O} \Rightarrow k^2 - k^2 - 2k = 0$$

$$\Rightarrow k(k^2 - k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow k = -1 \text{ یا } 2 \end{cases}$$

چون ماتریس A وارون پذیر است پس $k \neq 0$ یعنی $k = -1$ یا 2

$$|A| = |kI| = k^2 |I| = (-1)^2 \text{ یا } 2^2 = -1 \text{ یا } 4$$

۴ ۳۷ تذکر: شرط آن که دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ دارای بی شمار

جواب باشد آن است که: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

$$\Rightarrow \frac{2m+1}{-7m} = \frac{-m}{m+9} = \frac{1}{-m}$$

معادله حاصل از تساوی کسرهای اول و سوم را حل می کنیم آن جواب هایی که در کسر وسط صدق نماید، قابل قبول است:

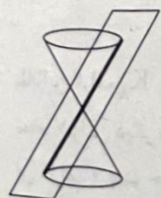
$$\frac{2m+1}{-7m} = \frac{1}{-m} \xrightarrow{m \neq 0} \frac{2m+1}{7} = 1 \Rightarrow 2m+1=7 \Rightarrow m=3$$

$$m=3 \Rightarrow \frac{7}{-7 \times 3} \neq \frac{-3}{12}$$

پس برای m هیچ مقدار قابل قبولی وجود ندارد.

۴ ۳۸ مطابق شکل فصل مشترک صفحه مورد نظر با سطح مخروطی

یک خط می باشد.



۳ ۳۲ تذکر: حاصل ضرب دو ماتریس A و ماتریس اسکالر B دارای

خاصیت جابه جایی است. با فرض $B = kI$ ماتریس BA را می سازیم:

$$BA = kI \times A = kA = \begin{bmatrix} 2k & -k & 2k \\ 0 & 2k & -2k \\ 2k & k & 2k \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه ها} = 11k = 22 \Rightarrow k=2$$

$$AB = BA = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 0 & 4 & -4 \\ 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^2 = AB \times AB = C$$

$$C_{11} = AB \text{ سطر اول} \times AB \text{ ستون اول} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 0 & 4 & -4 \\ 6 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} = 16 + 36 = 52$$

$$C_{22} = AB \text{ سطر دوم} \times AB \text{ ستون دوم} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 0 & 4 & -4 \\ 6 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 0 + 16 - 8 = 8$$

$$= 0 + 16 - 8 = 8$$

$$C_{33} = AB \text{ سطر سوم} \times AB \text{ ستون سوم} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 0 & 4 & -4 \\ 6 & 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix} = 36 - 8 + 36 = 64$$

$$= 36 - 8 + 36 = 64$$

$$C \text{ اصلی مجموع درایه های قطر اصلی} = 52 + 8 + 64 = 124$$

۱ ۳۳

$$A^2 B \text{ ستون دوم} \times B \text{ سطر اول} = A^2 \text{ سطر اول} \times B \text{ ستون دوم}$$

$$= (\text{ستون دوم} \times A) \times (\text{سطر اول} \times A)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = -2 + 1 + 2 = 1$$

۳ ۳۴

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2|A|-2 & -2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\det \text{ طرفین}} |2A| = \begin{vmatrix} 2|A|-2 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = 2 - 2|A| + 10$$

$$\Rightarrow 6|A| = 12 \Rightarrow |A| = 2 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

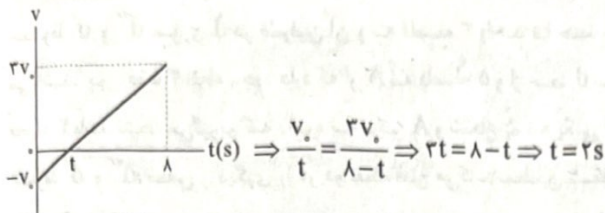
$$2A^{-1}B - 2A = 2I \xrightarrow{\times A} 2B - 2A^2 = 2A$$

$$\Rightarrow 2B = 2A^2 + 2A = A(2A + 2I) \quad (1)$$

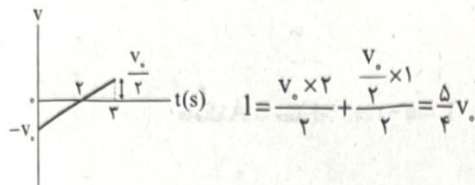
$$2A + 2I = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A + 2I| = 4 + 10 = 14$$

$$(1) |2B| = |A| |2A + 2I| \Rightarrow 9|B| = 2 \times 14 = 28 \Rightarrow |B| = \frac{28}{9}$$

۴۸ از نمودار $v-t$ کمک می‌گیریم.



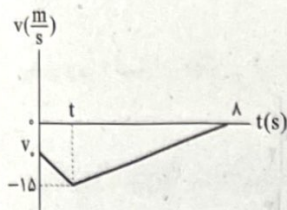
مسافت طی شده در ۳ ثانیه اول حرکت را برحسب v_0 به دست می‌آوریم:



بنابراین تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{5}{4}v_0}{3} = \frac{5}{12}v_0$$

۴۹ اندازه شتاب لحظه‌ای ثابت است:



با توجه به رابطه شتاب متوسط داریم:

$$\frac{15 - v_0}{t} = \frac{15}{8 - t}$$

$$\Rightarrow \frac{15 - 6}{t} = \frac{15}{8 - t} \Rightarrow \frac{9}{t} = \frac{15}{8 - t} \Rightarrow 24t = 15(8 - t) \Rightarrow 24t = 120 - 15t \Rightarrow 39t = 120 \Rightarrow t = \frac{40}{13} \text{ s}$$

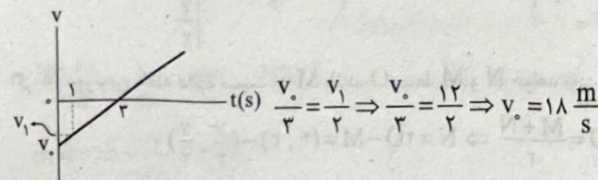
می‌دانیم مساحت محصور زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:

$$\Delta x = \frac{(-6 - 15) \times 3}{2} + \frac{(-15) \times 5}{2} = -69 \text{ m}$$

بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل حرکت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{69}{8} = 8.625 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۰ نمودار $v-t$ رسم می‌کنیم:



$$a = \frac{v_0}{3} = \frac{18}{3} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x_{T,n} = (n - 0.5)aT^2 + v_0T = (4 - 0.5) \times 6 \times 3^2 - 18 \times 3$$

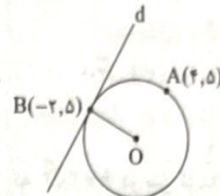
$$\Rightarrow \Delta x_{T,n} = 189 - 54 = 135 \text{ m}$$

۵۱ سرعت رسیدن به سطح زمین به میزان سقوط و سرعت اولیه

ستگی دارد که در هر دو جسم با هم برابر است، بنابراین سرعت رسیدن آن‌ها

به نسبت با هم است.

۴۵ ۲



$$O = (\alpha, \beta) \Rightarrow |OA| = |OB|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (\beta - 5)^2} = \sqrt{(\alpha + 2)^2 + (\beta - 5)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha^2 - 8\alpha + 16 = \alpha^2 + 4\alpha + 4$$

$$\Rightarrow 12\alpha = 12 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow O \left| \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right.$$

$$d: 2y - 3x = 16 \Rightarrow m_d = \frac{2}{3}$$

$$d \perp OB \Rightarrow m_d \times m_{OB} = -1 \Rightarrow \frac{2}{3} \times m_{OB} = -1 \Rightarrow m_{OB} = -\frac{3}{2}$$

$$m_{OB} = \frac{\beta - 5}{\alpha} = -\frac{3}{2} \Rightarrow \beta = 5 - \frac{3}{2}\alpha \Rightarrow \beta = 3 \Rightarrow O \left| \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right.$$

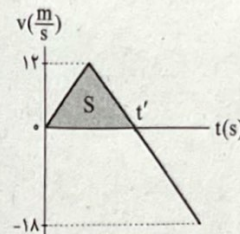
$$R = |OA| = \sqrt{(1 - 4)^2 + (3 - 5)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

فیزیک



۴۶ همانند شکل زیر، لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر شده را

برابر t' در نظر می‌گیریم که می‌توان با توجه به مساحت زیر نمودار به مقدار مسافت طی شده توسط متحرک دست یافت:



توجه داشته باشید متحرک از $t = 0$ تا $t = t'$ در جهت محور x حرکت می‌کند چرا که علامت سرعتش، مثبت است، بنابراین:

$$S = 1 = \frac{12 \times t'}{2} = 6t'$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{6t'}{t'} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

۴۷ متحرک A در مدت ۲۴ s، مسافت ۱۲۰ m و متحرک B نیز

در مدت ۲۰ s، مسافت ۱۲۰ m را طی کرده است، بنابراین داریم:

$$s_A = \frac{120}{24} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_B = \frac{120}{20} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اگر لحظه‌ای که دو متحرک هم‌مکان می‌شوند را t در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} l_A = s_A \times t = 5t \\ l_B = s_B \times t = 6t \end{cases}$$

$$\Rightarrow l_A + l_B = 120 \text{ m} \Rightarrow 5t + 6t = 120 \Rightarrow t = \frac{120}{11} \text{ s}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک A برابر است با:

$$l_A = 5t = 5 \times \frac{120}{11} = \frac{600}{11} \text{ m}$$



$$a_1 = a_2 = -0.2 \times 10 = -2 \frac{m}{s^2}$$

مسافت توقف جسم با جرم m_1 برابر است با:

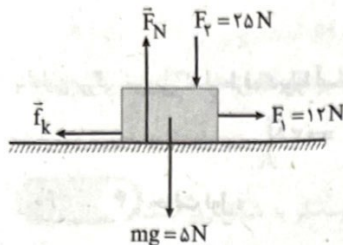
$$0 - v_1^2 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow 0 - (2)^2 = 2 \times (-2) \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 1m$$

مسافت توقف جسم با جرم m_2 برابر است با:

$$0 - v_2^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow 0 - 1^2 = 2 \times (-2) \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 0.25m$$

جسم با جرم m_1 را باید از ۷۵cm عقب‌تر از جسم با جرم m_2 پرتاب کنیم.

۵۷ ۳ حالت اول:



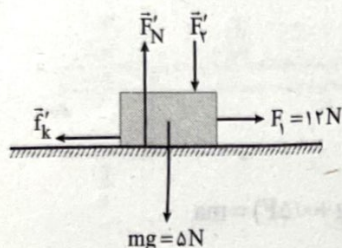
$$F_1 - f_k = ma \Rightarrow F_1 - \mu_k (F_2 + mg) = ma$$

$$\Rightarrow 12 - \mu_k (25 + 5) = 0 \Rightarrow \mu_k = 0.4$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x$$

حالت دوم: شتاب توقف جسم برابر است با:

$$\Rightarrow 0 - 6^2 = 2a \times (4/5) \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F'_N = F'_2 + 5$$

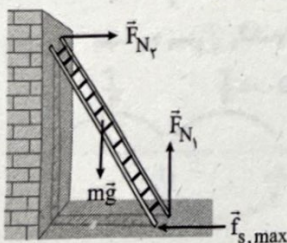
$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F_1 - f'_k = ma$$

$$\Rightarrow 12 - 0.4 \times (F'_2 + 5) = 0.5 \times (-4)$$

$$\Rightarrow 12 - 0.4 F'_2 - 2 = -2 \Rightarrow 0.4 F'_2 = 12 \Rightarrow F'_2 = 30N$$

بنابراین اندازه نیروی F'_2 باید $5N$ افزایش یابد.

۵۸ ۳ ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} R_{\text{سطح افقی}} = \sqrt{F_{N1}^2 + (\mu_s F_{N1})^2} = F_{N1} \sqrt{1 + \mu_s^2} \\ R_{\text{دیوار}} = F_{N2} = \mu_s F_{N1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{\text{سطح افقی}}}{R_{\text{دیوار}}} = \frac{F_{N1} \sqrt{1 + \mu_s^2}}{F_{N1} \mu_s} = \frac{\sqrt{1 + \mu_s^2}}{\mu_s} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{1 + \mu_s^2}{\mu_s^2} = \frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{4}{3} = 0.75$$

$$\Delta y_A = -\frac{1}{2} g t_A^2 \Rightarrow -12/5 = -4/9 t_A^2 \Rightarrow t_A = 5s$$

$$\Delta y_B = -\frac{1}{2} g t_B^2 \Rightarrow -19/6 = -4/9 t_B^2 \Rightarrow t_B = 2s$$

$$(t_A - t_B) - 2 = 3 - 2 = 1s$$

گلوله B، ۱s زودتر به زمین رسیده است.

۵۴ ۱ از آن جایی که در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال

حرکت می‌باشد، نتیجه می‌گیریم که برآیند نیروهای وارد شده بر جسم برابر صفر می‌باشد، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 5\vec{i} - 12\vec{j} (N)$$

با حذف نیروی $\vec{F}_3$ ، فقط $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ به جسم وارد می‌شوند و در نتیجه شتاب حرکت جسم در این حالت برابر خواهد بود با:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} = \frac{5\vec{i} - 12\vec{j}}{2/5} = 25\vec{i} - 60\vec{j} \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

۵۴ ۴ ابتدا جابه‌جایی جسم در بازه زمانی $t=0$ تا $t=3s$ را به

دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{x}_1 = \vec{v} \Delta t = 8\vec{i} \times 3 = +24\vec{i} (m)$$

شتاب حرکت جسم پس از کاهش ۲۰ درصدی اندازه نیروی $\vec{F}_3$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \\ \vec{F}_1 + 0.8\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow 0.8\vec{F}_2 - \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow -0.2\vec{F}_3 = m\vec{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -0.2F = ma \Rightarrow 0.2 \times 30 = 1/5 a \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک از لحظه کاهش نیروی $\vec{F}_3$ تا لحظه توقف جسم را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x_2 \Rightarrow 0 - (8)^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 8m$$

بنابراین:

$$\Delta x = 24 + 8 = 32m \Rightarrow x_2 - x_1 = 32m$$

$$\Rightarrow x_2 = 32m$$

۵۵ ۱ در نقطه اوج چون سرعت گلوله صفر است، پس نیروی مقاومت

شماره نیز به آن وارد نمی‌شود و داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

اندازه شتاب گلوله در حین بالا رفتن برابر است با:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg + f_D = ma \Rightarrow a = g + \frac{f_D}{m} > g$$

اندازه شتاب گلوله در حین پایین آمدن برابر است با:

$$F_{net} = ma$$

$$\Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} < g$$

حداکثر نیرو در لحظه‌ای که گلوله وارد می‌شود که نیروهای وارد شده به گلوله، هم جهت و در بیشترین اندازه ممکن باشند که این موضوع در نقطه ابتدای حرکت رخ می‌دهد (یعنی لحظه پرتاب رو به بالا!).

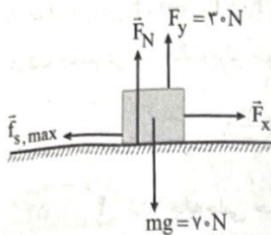
بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

حالت دوم: نیروی $\vec{F}_1$ ۲۰ درصد افزایش یافته و به ۳۶ N می‌رسد، بنابراین جسم حرکت می‌کند و در این حالت زاویه‌ای که نیروی واکنش سطح با سطح افقی می‌سازد به صورت زیر به دست می‌آید.



$$\tan \beta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{1}{\mu_k} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

حالت اول: جسم در آستانه حرکت است:



$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N = mg - F_y = 50 - 20 = 30\text{ N}$$

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_x = f_{s,\text{max}} \Rightarrow F_x = \mu_s F_N = \frac{3}{4} \times 30 = 22.5\text{ N}$$

اندازه نیروی وارد بر سطح برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,\text{max}}^2} = \sqrt{30^2 + 22.5^2} = 37.5\text{ N}$$

حالت دوم: طبیعتاً با کاهش جرم، جسم حرکت می‌کند و R' از

رابطه $R' = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2}$ به دست می‌آید.

$$F'_N = m'g - F_y = 50 - 20 = 30\text{ N}$$

اندازه نیروی وارد بر سطح برابر است با:

$$R' = 30 \times \sqrt{1 + 0.5^2} = 30 \times \sqrt{1.25} = 33.5\text{ N}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{R'}{R} = \frac{33.5}{37.5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

حالت اول: با توجه به این که پس از کاهش نیروی $\vec{F}_1$ ، جسم

همچنان در آستانه حرکت است، پس در حالت اول، جسم در آستانه حرکت رو به بالا قرار داشته است:

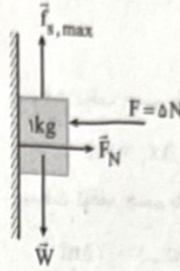


$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_y = mg + f_{s,\text{max}}$$

$$\Rightarrow F_y = mg + \mu_s F_1 = 15 + \mu_s F_1 \quad (*)$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_{\text{net}_y} = ma \Rightarrow f_{s,\text{max}} - W = ma \Rightarrow f_{s,\text{max}} - mg = ma$$

$$\Rightarrow f_{s,\text{max}} = (1 \times 10) + (1 \times 2) = 12\text{ N}$$

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 5\text{ N}$$

بنابراین بزرگی نیرویی که از طرف دیواره آسانسور بر جسم وارد می‌شود، برابر است با:

$$R = \sqrt{f_{s,\text{max}}^2 + F_N^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13\text{ N}$$

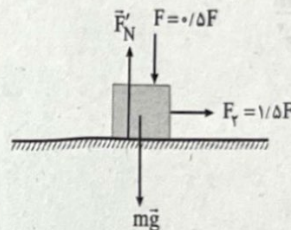
حالت اول:

$$F_y = f_{s,\text{max}}$$

$$\Rightarrow F_y = \mu_s F_N \Rightarrow F = 0.6(F + mg) \Rightarrow 0.4F = 0.6mg$$

$$\Rightarrow F = \frac{3}{2}mg$$

حالت دوم: از آن جا که نیروی محرک در راستای افقی افزایش و نیروی عمودی تکیه‌گاه کاهشی یافته، بنابراین در این حالت جسم حرکت می‌کند.



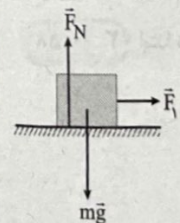
$$F'_y - f_k = ma \Rightarrow 1/5 F - \mu_k (mg + 0.5F) = ma$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \left(\frac{3}{2} mg \right) - 0.4 \times (mg + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} mg \right)) = ma$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} mg - 0.4 \left(\frac{5}{2} mg \right) = ma \Rightarrow 1/5 \Delta mg = ma$$

$$\Rightarrow a = 1/5 \Delta g = 15/5 \frac{m}{s^2}$$

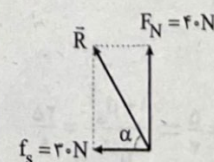
حالت اول:



$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = 0.8 \times 40 = 32\text{ N}$$

بنابراین با توجه به این که $F_1 < f_{s,\text{max}}$ است، پس جسم حرکت نمی‌کند، بنابراین:

$$f_s = 30\text{ N}$$



$$\tan \alpha = \frac{F_N}{f_s} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

۶۷ ۲ اندازه نیروی متوسط وارد پرتاب برابر است با:

$$\vec{F}_{av} \times \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{av} \times 0.05 = 0.2 \times (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{av} = 4(-9\vec{i} + 0.25\vec{j} + 10\vec{i})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{av} = 4\vec{i} + \vec{j} \text{ (N)}$$

$$\vec{F}_{av} = m\vec{g} + \vec{F}_N \Rightarrow 4\vec{i} + \vec{j} = -2\vec{j} + \vec{F}_N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_N = 4\vec{i} + 2\vec{j} \text{ (N)}$$

$$F_N = 5 \text{ N}$$

اندازه نیروی $\vec{F}_N$ برابر است با:

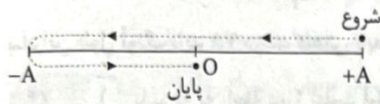
۶۸ ۴ دوره تناوب نوسانگر، برابر ۵s است، پس در ۴۰s، نوسانگر ۸

نوسان کامل انجام می‌دهد. از طرفی در هر نوسان کامل، نوسانگر مسافتی به

$$l = 8 \times 4A = 32A \Rightarrow \frac{l}{A} = 32$$

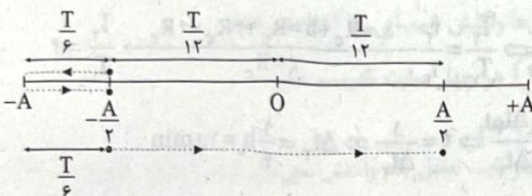
اندازه ۴A را طی می‌کند، بنابراین:

۶۹ ۲ مسافت طی شده توسط نوسانگر به شکل زیر است:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{T}{4}} = \frac{4A}{T} = \frac{4 \times \frac{1}{2}}{3 \times \frac{1}{6}} = \frac{4}{3} \text{ Lf}$$

۷۰ ۲ مطابق شکل زیر داریم:



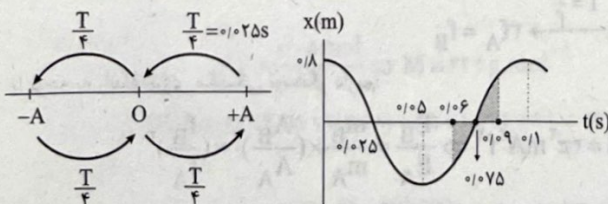
$$\frac{\text{حداقل زمان برای طی کردن دامنه A}}{\text{حداکثر زمان برای طی کردن دامنه A}} = \frac{2 \times \frac{T}{12}}{2 \times \frac{T}{6}} = \frac{1}{2}$$

۷۱ ۲ به کمک فرم کلی معادله مکان - زمان نوسانگر داریم:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t) \\ x = 0.1 \cos(20\pi t) \end{cases} \Rightarrow A = 0.1 \text{ m}$$

$$\omega = 20\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 20\pi \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

با داشتن مقادیر A و T، نمودار مکان - زمان نوسانگر را رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل‌های فوق، اگر متحرک از A به O سپس به -A و دوباره

به O برسد، جمعاً $\frac{2T}{4} = \frac{2 \times 0.1}{4} = 0.05 \text{ s}$ زمان نیاز است.

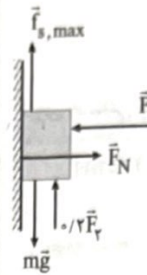
با توجه به بازه زمانی داده شده $(0.06 \text{ s} < t < 0.09 \text{ s})$ ، از لحظه $t = 0.06 \text{ s}$ تا

$t = 0.075 \text{ s}$ ، نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل می‌باشد و

حرکتش تندشونده است، از لحظه $t = 0.075 \text{ s}$ تا $t = 0.09 \text{ s}$ نیز نوسانگر در

حالت دوم: اندازه نیروی $\vec{F}_f$ پس از کاهش ۸۰ درصدی به $0.2F_f$ می‌رسد و

جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار می‌گیرد.



$$F'_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = F_f$$

$$F'_{net_y} = 0 \Rightarrow mg = 0.2F_f + f_{s,max}$$

$$\Rightarrow 15 = 0.2F_f + \mu_s F_f \xrightarrow{(*)} 15 = 0.2F_f + F_f - 15 \Rightarrow F_f = 20 \text{ N}$$

۶۴ ۴ با توجه به نمودار v-t حرکت آسانسور را در بازه‌های زمانی

مختلف تحلیل می‌کنیم:

از $t = 0 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$ نمودار از محور t دور می‌شود < حرکت تندشونده است.

از $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ نمودار ثابت < حرکت یکنواخت است.

از $t = 8 \text{ s}$ تا $t = 10 \text{ s}$ نمودار به محور t نزدیک می‌شود < حرکت کندشونده است.

کم‌ترین نیروی واردشده از طرف کف آسانسور به شخص، در مرحله حرکت کندشونده صورت می‌گیرد، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{10 - 8} = \frac{-4}{2} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

مقادیر F_f و F_p را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$F_f = m(g + a) = m(10 - 2) = 8m \text{ (N)}$$

$$F_p = mg = 10m \text{ (N)}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{F_f}{F_p} = \frac{10m}{8m} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{F_f}{F_p} = \frac{5}{4}$$

۶۵ ۳ با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$g_x = g_e$$

$$\Rightarrow \frac{GM_x}{R_x^2} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{\rho_x V_x}{R_x^2} = \frac{\rho_e V_e}{(R_e + h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_x^3}{R_x^2} = \frac{R_e^3}{(R_e + h)^2} \Rightarrow R_x = \frac{R_e^3}{(R_e + h)^2} = \frac{(6400)^3}{(6400 + 1600)^2}$$

$$\Rightarrow R_x = 4096 \text{ km}$$

۶۶ ۱ طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \Delta K = \frac{p_f^2 - p_i^2}{2m} = \frac{(p_f - p_i)(p_f + p_i)}{2m}$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{(16/2 - 3/8)(16/2 + 3/8)}{2 \times 3/1 \times 10^{-3}} = \frac{12/4 \times 20}{2 \times 3/1 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{124 \times 10^4}{31} = 4 \times 10^4 \text{ J}$$

$$= 40 \text{ kJ}$$



دوره تناوب و بسامد زاویه‌ای آونگ برابر است با:

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

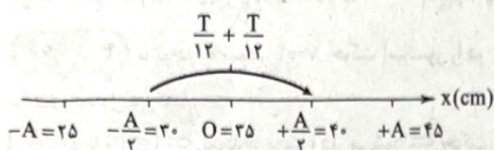
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

انرژی جنبشی و مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 25 \times 10^{-2} = 12/5 \times 10^{-3} \text{ J} = 12/5 \text{ mJ} \\ E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 16 \times \pi^2 \times 16 \times 10^{-4} \\ \Rightarrow E = 12/8 \times 10^{-3} \text{ J} = 12/8 \text{ mJ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = K + U \Rightarrow U = 12/8 - 12/5 = 0/3 \text{ mJ}$$

۷۹ ۴



$$\frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

دوره تناوب نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است با:

$$|F| = m\omega^2 x$$

اندازه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$\Rightarrow |F| = \frac{1}{10} \times \pi^2 \times \frac{5}{100} = 0/5 \text{ N}$$

در حالت اول داریم:

$$k\Delta x_1 = mg \Rightarrow k(x_1 - x_0) = mg$$

در حالت دوم داریم:

$$k\Delta x_2 = ma \Rightarrow k(x_2 - x_1) = ma$$

$$\Rightarrow k \times \frac{\lambda}{100} = 2 \times 1 = 25 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

شیمی

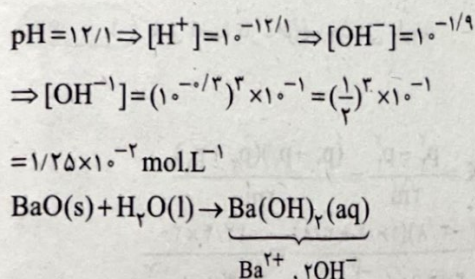


فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فرمول شیمیایی اوره به صورت $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است.
- چگالی روغن کمتر از چگالی آب بوده و روغن بر روی آب قرار می‌گیرد.
- اتانول و استون جزو ترکیب‌های قطبی هستند، اما محلول آن‌ها، غیرالکترولیت به شمار می‌رود.

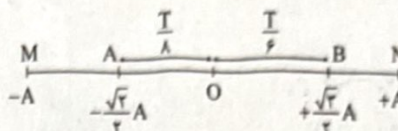
۸۲ ۱



$$\frac{6/12 \text{ g BaO}}{1 \times 153} = \frac{1/25 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \text{OH}^- \times V(\text{L})}{2}$$

$$\Rightarrow V = 6/4 \text{ L} \approx 640 \text{ mL}$$

با توجه به شکل زیر داریم:



$$2/4 = T - (\frac{T}{4} + \frac{T}{6}) = \frac{24T}{24} - \frac{5T}{24} = \frac{19T}{24} \Rightarrow T = 4/19 \text{ s}$$

با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{T_2 = 2 \text{ s}}{T_1 = 4 \text{ s}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{4}$$

درصد تغییرات طول آونگ برابر است با:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{L_2 - L_1}{L_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{4}L_1 - L_1}{L_1} \times 100 = -\frac{3}{4} \times 100 = -75\%$$

بنابراین طول آونگ باید ۷۵ درصد کاهش یابد.

با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده و شتاب گرانش داریم:

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ g = \frac{GM_e}{r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T \propto r \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{R_e + h}{R_e} = \frac{R_e + 2R_e}{R_e} = 3 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \Rightarrow 3 = \frac{1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_2 = 3 \Delta t_1 = 3 \times 15 \text{ min} = 45 \text{ min}$$

۴۵ دقیقه عقب می‌افتد.

با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g-a}} = 2\pi \sqrt{\frac{28 \times 10^{-2}}{g}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4\pi}{10} = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$$

با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$\frac{3}{4}T_B = \frac{1}{4}T_A \Rightarrow T_A = 3T_B$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow 3f_A = f_B$$

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر داریم:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{m_B}{m_A} \times (\frac{A_B}{A_A})^2 \times (\frac{f_B}{f_A})^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{4}{1} \times (\frac{5}{10})^2 \times (\frac{3f_A}{f_A})^2 \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = 4 \times \frac{1}{4} \times 9 = 9$$

اگر ثابت فنر برابر k باشد، با توجه به رابطه انرژی مکانیکی

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = (\frac{A_2}{A_1})^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

۸۶ ۴ • اگر حجم محلول یک اسید ضعیف با اضافه کردن آب

خالص، n برابر شود، pH آن به اندازه $\frac{1}{n} \log n$ افزایش می‌یابد.

• هنگامی که چهار برابر حجم محلول اسید ضعیف HA به آن، آب خالص

اضافه کنیم، حجم محلول، ۵ برابر شده و pH آن به اندازه $\frac{1}{5} \log 5$ افزایش می‌یابد.

$$HA: pH_{\text{جدید}} = 3/65 + \frac{1}{5} \log 5 = 3/65 + \frac{1}{5} (\log 10 - \log 2)$$

$$= 3/65 + \frac{1}{5} (1 - 0/3) = 3/65 + \frac{1}{5} (0/7) = 4$$

مطابق داده‌های سؤال، pH محلول HX پس از رقیق‌سازی برابر با ۴ است.

$$3/55 + \frac{1}{5} \log x = 4 \Rightarrow \frac{1}{5} \log x = 0/45 \quad \text{اکنون می‌توان نوشت:}$$

$$\Rightarrow \log x = 0/9 \Rightarrow x = 10^{0/9} = (10^{0/3})^3 = 2^3 = 8$$

۸۷ ۲ بررسی عبارت‌ها،

(آ) مجموع غلظت مولی یون‌ها در دو محلول، یکسان و برابر با $1/6 \times 10^{-4}$ مولار است. بنابراین رسانایی الکتریکی آن‌ها با هم برابر است.

(ب) مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول مولار $CaCl_2$ برابر با ۳ و در محلول مولار HCl برابر با ۲ مولار است.

(پ) pH خون، کم‌تر از pH محتویات روده کوچک است، بنابراین نسبت غلظت یون H^+ به غلظت یون OH^- برای خون، عدد بزرگ‌تری است.

(ت) پاک‌کننده‌های خورنده مانند سفیدکننده، علاوه بر برهم‌کنش با ذره‌های آلاینده، با آن‌ها واکنش شیمیایی نیز انجام می‌دهند.

۸۸ ۴ هر چهار عبارت نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

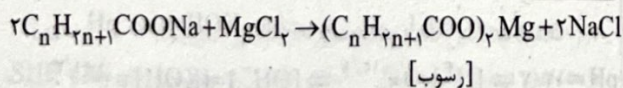
• از روی مقدار ثابت تعادل یک واکنش نمی‌توان درباره سرعت برقراری تعادل اظهار نظر کرد.

• ثابت یونش یک اسید تنها به دما بستگی دارد و مستقل از غلظت آغازین اسید است.

• ثابت یونش تمامی اسیدهای آلی که ضعیف هستند، کوچک‌تر از یک است.

• برای محاسبه ثابت تعادل یک واکنش، کافیهست غلظت اجزای واکنش در نخستین لحظه‌ای که تعادل برقرار می‌شود، وارد عبارت K شود.

۸۹ ۳



$$\frac{50g \text{ صابون} \times \frac{83/5}{100} \times \frac{80}{100}}{r \times M} = \frac{0/05 \text{ mol}}{1} \Rightarrow M = 2324 g \cdot \text{mol}^{-1}$$

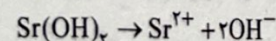
$$C_nH_{r(n+1)}COONa = 2324 \Rightarrow 12(n+1) + 2n + 1 + 22 + 23 = 2324$$

$$\Rightarrow n = 19$$

بنابراین فرمول صابون $C_{19}H_{39}COONa$ بوده و شمار اتم‌های کربن در فرمول آن برابر با ۲۰ است.

$$Sr(OH)_2: pH = 12/9 \Rightarrow [H^+] = 10^{-12/9}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-1/9} = 10^{0/9-2} = (10^{0/3})^3 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$[Sr^{2+}] = \frac{1}{2} [OH^-] = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2}$$

۸۲ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها نادرست،

• pH محلول غلیظ سدیم هیدروکسید که به عنوان لوله بازکن به کار می‌رود در حدود ۱۳/۴ است.

• سدیم هیدروکسید در حالت جامد (NaOH(s)) هم یک ماده الکترولیست است.

۸۴ ۴ ابتدا از روی pH محلول اسید HX، غلظت یون هیدرونیوم را

به دست می‌آوریم:

$$pH = 1/1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/1} = 10^{0/9-2} = (10^{0/3})^3 \times 10^{-2}$$

$$= 8 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

اکنون از روی K_a و $[H^+]$ می‌توان غلظت اولیه اسید HX را به دست آورد:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HX]_{\text{اولیه}} - [H^+]} \Rightarrow 0/02 = \frac{(0/08)^2}{[HX]_{\text{اولیه}} - 0/08}$$

$$\Rightarrow [HX] = 0/40 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

• با مخلوط کردن ۳ لیتر محلول اسید HX با یک لیتر محلول نمک KX،

محلولی به حجم ۴ لیتر ایجاد می‌شود که غلظت اسید به $\frac{3}{4}$ حالت قبل از

مخلوط کردن و غلظت محلول نمک به $\frac{1}{4}$ حالت قبل از مخلوط کردن می‌رسد:

$$[HX]_{\text{جدید}} = \frac{3}{4} \times 0/40 = 0/30 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[KX]_{\text{جدید}} = \frac{1}{4} \times 0/36 = 0/09 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

در محلول نهایی، غلظت یون هیدرونیوم و یون X^- حاصل از یونش اسید

HX را a در نظر می‌گیریم و غلظت یون X^- حاصل از تفکیک نمک نیز برابر

با $0/09$ مولار است. به این ترتیب برای محلول نهایی می‌توان از روی K_a ،

غلظت یون هیدرونیوم را به دست آورد:

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX] - [H^+]} \Rightarrow 0/02 = \frac{a \times (a + 0/09)}{0/30 - a}$$

$$\Rightarrow 0/006 - 0/02a = a^2 + 0/09a$$

$$a^2 + 0/11a - 0/006 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0/04 \quad (\checkmark) \\ a_2 = -0/15 \quad (\times) \end{cases}$$

$$[H^+] = 0/04 \Rightarrow pH = -\log(0/04) = 1/4$$

۸۵ ۴ فرمول شیمیایی استیک اسید به صورت CH_3COOH است.

از رابطه زیر می‌توانیم مولاریته سرکه را به دست آوریم:

$$M = \frac{100 \times 5 \times 1}{60} = \frac{5}{6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(جگالی محلول) (درصد جرمی) ۱۰۰
جرم مولی استیک اسید ۶۰

$$pH = 2/52 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2/52} = 10^{0/48-3} = 3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[CH_3COOH] - [H^+]} = \frac{(3 \times 10^{-3})^2}{5/6 - 3 \times 10^{-3}} = 1/08 \times 10^{-5}$$

بررسی عبارت‌ها:

- ضریب H_2O در واکنش‌های a و b به ترتیب برابر با ۷ و ۲ است.
- عدد اکسایش Cr در $Cr_2O_7^{2-}$ و Cr^{3+} به ترتیب برابر با +۶ و +۳ است و سه واحد کاهش می‌یابد، اما چون هر یون $Cr_2O_7^{2-}$ شامل دو اتم Cr است، با مصرف هر مول آنیون $Cr_2O_7^{2-}$ در واکنش b، شش مول الکترون بین گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله می‌شود.
- در واکنش a، مجموع ضریب یون‌ها برابر با ۶ و در واکنش b، مجموع ضریب یون‌ها برابر با ۱۱ است.

- عدد اکسایش گوگرد در H_2S برابر با -۲ و عدد اکسایش کروم در $Cr_2O_7^{2-}$ برابر با +۶ است. این اعداد اکسایش به ترتیب کم‌ترین و بیش‌ترین عدد اکسایش گوگرد و کروم بوده و برای این دو گونه در سایر واکنش‌های اکسایش - کاهش نمی‌توان نقش دیگری در نظر گرفت.

۹۳ ۲

مقایسه قدرت کاهندگی سه فلز مورد نظر به صورت زیر است:
 $Zn > Fe > Sn$: قدرت کاهندگی

بررسی عبارت‌ها:

- ا) واکنش $Zn(s) + Sn^{2+}(aq) \rightarrow Sn(s) + Zn^{2+}(aq)$ به طور طبیعی انجام می‌شود، زیرا Zn کاهنده‌تر از Sn است.
- ب) هر کدام از این فلزها می‌توانند با محلول مولار هیدروکلریک اسید واکنش داده و گاز H_2 آزاد کنند.
- پ) یون قلع (II) می‌تواند فلز آهن را به آهن (II) اکسید کرده و مقداری انرژی آزاد کند، زیرا آهن کاهنده‌تر از قلع بوده و واکنش مورد نظر به طور طبیعی انجام می‌شود.

- ت) اگر فلز قلع با کاتیون M^{2+} واکنش دهد، فلزهای آهن و روی نیز به یقین با کاتیون $M^{2+}(aq)$ واکنش می‌دهند، زیرا Fe و Zn، کاهنده‌تر از Sn هستند.

۹۴ ۳

- به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. عنصر A همان فلز پتاسیم (K) است. اما برای هر کدام از چهار عنصر دیگر، بیش از یک حالت می‌توان در نظر گرفت:

X: $_{21}Sc$, $_{26}Fe$, $_{31}Ga$ (هر سه فلزند)

D: $_{23}V$ (فلز), $_{33}As$ (شبه فلز)

E: $_{24}Cr$ (فلز), $_{34}Se$ (نافلز)

C: $_{25}Mn$ (فلز), $_{35}Br$ (نافلز)

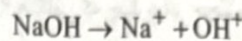
بررسی عبارت‌ها:

- در بالا توضیح داده شده است.
 - اگر آرایش الکترونی اتم‌های X و D به زیرلایه دقیقاً یکسان ختم شده باشد به این معنی است که آرایش آن‌ها به $4s^2$ ختم شده است. به این ترتیب عدد اتمی D، می‌تواند بیشتر یا کمتر از عدد اتمی X باشد:
- D: $_{23}V$, X: $_{21}Sc$, $_{26}Fe$
- آرایش الکترونی هیچ‌کدام از یون‌های Fe^{3+} و Ga^{3+} مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون نیست.
 - در دوره چهارم جدول تناوبی، واکنش‌پذیری فلز قلیایی پتاسیم، بیشتر از واکنش‌پذیری سایر فلزهای این دوره است.

- در یون‌های X^{3+} و $E_2O_7^{2-}$ ، عنصرهای X و E به بالاترین عدد اکسایش (+۶) و در نتیجه نمی‌توانند با هم واکنش دهند.

$$NaOH: pH = 12 \Rightarrow [H^+] = 10^{-12} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-2}$$

$$= \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 10^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times 10^{-1} = 1/25 \times 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$



$$[Na^+] = [OH^-] = 1/25 \times 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

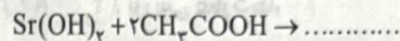
$$\frac{[Sr^{2+}]}{[Na^+]} = \frac{4 \times 10^{-2}}{1/25 \times 10^{-2}} = 100$$

$$CH_3COOH: pH = 4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} = 10^{-4/6-1}$$

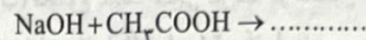
$$= (10^{-2/3})^2 \times 10^{-1} = 0.025 \text{ mol/L}^{-1}$$

$$[H^+] = \alpha [CH_3COOH] \Rightarrow 0.025 = 0.4 [CH_3COOH]$$

$$\Rightarrow [CH_3COOH] = 0.0625 \text{ mol/L}^{-1}$$



$$\frac{4 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.2 \text{ L}}{1} = \frac{0.0625 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times V_1 (\text{mL})}{2 \times 1000} \Rightarrow V_1 = 25/6 \text{ mL}$$



$$\frac{1/25 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.2 \text{ L}}{1} = \frac{0.0625 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times V_2 (\text{mL})}{1 \times 1000}$$

$$\Rightarrow V_2 = 4 \text{ mL}$$

$$V_1 + V_2 = 25/6 + 4 = 29/6 \text{ mL}$$

O

||

۹۱ ۴ با توجه به وجود یک پیوند دوگانه $C=C$ در گروه عاملی

کربوکسیل، زنجیر هیدروکربنی اسید چرب، شامل دو پیوند دوگانه $C=C$ بوده و فرمول اسید چرب به صورت $C_nH_{2n-2}COOH$ است.

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{\%C}{\%O} = 7/12.5 \Rightarrow \frac{12(n+1)}{16 \times 2} = 7/12.5$$

$$\Rightarrow n = 18 \Rightarrow \text{فرمول اسید چرب: } C_{18}H_{34}O_2$$

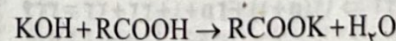
$$C_{18}H_{34}O_2 \text{ (جرم مولی: } 294 \text{ g.mol}^{-1}\text{)}$$

از روی pH محلول KOH، غلظت مولی پتاس را به دست می‌آوریم:

$$pH = 12.7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-12.7} \Rightarrow [OH^-] = [KOH] = 10^{-1.3}$$

$$[KOH] = 10^{-0.3-1} = \left(\frac{1}{10}\right) \times 10^{-1} = 0.05 \text{ mol/L}^{-1}$$

معادله واکنش موردنظر به صورت زیر است:

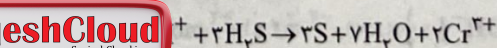
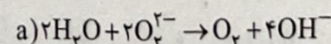


$$\frac{0.05 \text{ mol/L}^{-1} KOH \times V(L)}{1} = \frac{235/294 C_{18}H_{34}O_2}{1 \times 294}$$

$$\Rightarrow V = 16 \text{ L KOH(aq)}$$

۹۲ ۳ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

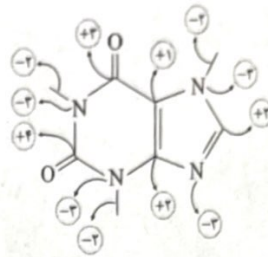
معادله موازنه شده هر دو واکنش در زیر آمده است:



۹۵ عدد اکسایش اتم‌های H و O در این ترکیب همانند اغلب

ترکیب‌های دیگر به ترتیب +۱ و -۲ است.

عدد اکسایش اتم‌های N و C در زیر مشخص شده است:



بنابراین ۶ عدد اکسایش مختلف در این ترکیب وجود دارد:

(+۱, +۲, +۳, +۴), (-۲, -۳)

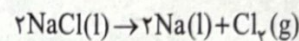
۹۶ از روی درصد جرمی کلسیم، می‌توانیم درصد جرمی کمک ذوب

(CaCl₂) را به دست آوریم:

$$\begin{bmatrix} \text{Ca} & \text{CaCl}_2 \\ 40 & 111 \\ 5 & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 13.875$$

به این ترتیب درصد جرمی NaCl در الکترولیت برابر است با:

$$100 - 13.875 = 86.125$$



$$\frac{1000 \text{ kg} \times \frac{86.125}{100} \times \frac{R}{100}}{2 \times 58.5} = \frac{241.5 \text{ kg Na}}{2 \times 23} \Rightarrow \%R = 71.3$$

۹۷ عبارت موجود در متن سؤال، همانند سه عبارت نخست درست

هستند.

در سلول مارتین هال، الکترودی که به قطب مثبت باتری متصل است، همان آند گرافیتی بوده که با تبدیل به گاز CO₂، از جرم آن کم می‌شود.

بررسی عبارت‌ها:

• فلزهای Na، Mg و Al کاهنده‌های قوی هستند و تنها راه تهیه صنعتی این فلزها، برقکافت نمک‌های مذاب آن‌ها است.

• مقایسه میان جگالی فراورده کاتدی (فلز مورد استخراج) و الکترولیت در سلول مارتین هال و سلول برقکافت منیزیم کلرید مذاب به صورت زیر است:

$$d_{\text{Al(l)}} > d_{\text{Al}_2\text{O}_3(\text{l})}, d_{\text{Mg(l)}} < d_{\text{MgCl}_2(\text{l})}$$

• در آند سلول مارتین هال، ابتدا عدد اکسایش اکسیژن از -۲ در Al₂O₃ به صفر در O₂ اکسایش یافته و سپس از صفر به -۲ در CO₂ کاهش می‌یابد.

• الکترولیت سلول مارتین هال، همان Al₂O₃ مذاب (به همراه کمک ذوب) بوده و مولکول‌های آب در آن حضور ندارند.

۹۸ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. فلز M همان

فلز روی (Zn) است.

بررسی عبارت‌ها:

• در سلول الکترولیتی آبکاری، فلز پوشاننده به قطب مثبت باتری متصل شده و نقش آند سلول را ایفا می‌کند. هر دو فلز Zn و Fe جزو فلزهای واسطه هستند.

• در سلول آبکاری، فلزی که مورد آبکاری قرار می‌گیرد، کاتد سلول بوده و به قطب منفی منبع جریان برق، متصل می‌شود.

• در سلول آبکاری، الکترولیت شامل یون‌های فلز پوشاننده است.

• با توجه به کم‌تر بودن E⁰ آهن در مقایسه با روی، با قطع جریان برق، هیچ گونه واکنش شیمیایی انجام نمی‌شود.

۹۹ ۴

گاز تولیدشده در قطب مثبت سلول الکترولیتی (آند) گاز O₂ است.



$$\frac{x \text{ g H}_2\text{O}}{2 \times 18} = \frac{4/9 \text{ LO}_2}{1 \times 24/5} \Rightarrow x = 7/2 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\text{حجم آب مصرفی} = 7/2 \text{ mL H}_2\text{O}$$

$$\frac{7/2}{28/8} = \frac{1}{4}$$

حجم مصرفی آب، $\frac{1}{4}$ حجم اولیه است.

یعنی حجم باقی‌مانده، $\frac{3}{4}$ حجم اولیه است. بنابراین غلظت اسید، $\frac{4}{3}$ غلظت اولیه است.

$$\text{pH تغییر} = \log \frac{4}{3} = \log 4 - \log 3 = 2 \log 2 - \log 3$$

$$= 2(0.3) - 0.48 = 0.12$$

با غلیظ‌تر شدن اسید، pH از منطقه خنثی دوره شده و کاهش می‌یابد:

$$\text{pH}_{\text{نهایی}} = 4.17 - 0.12 = 4.05$$

۱۰۰ ۳

عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

• با توجه به جهت حرکت الکترون در سلول گالوانی (I) که از سمت الکترود X، به سمت الکترود M است، می‌توان نتیجه گرفت که X آند و M کاتد است. بنابراین قدرت کاهندگی X بیشتر از M است.

• با توجه به جهت حرکت کاتیون‌ها در سلول گالوانی (II) که از سمت الکترود X به سمت الکترود Z است، می‌توان نتیجه گرفت که X آند و Z کاتد است. بنابراین قدرت کاهندگی X بیشتر از Z است.

• از طرفی چون تفاوت پتانسیل کاهشی Z با X، بیشتر از تفاوت پتانسیل کاهشی M با X است، می‌توان نتیجه گرفت که مقایسه قدرت کاهندگی این سه فلز به صورت X > M > Z است.

بررسی عبارت‌ها:

• با توجه به این‌که فلز M کاهنده‌تر از فلز Z است، اگر فلز Z بتواند با محلول مولار هیدروکلریک اسید واکنش دهد، واضح است که فلز A هم می‌تواند در چنین واکنشی شرکت کند.

• emf سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های M و Z برابر است با:

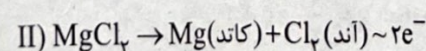
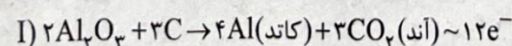
$$\text{emf}_{M-Z} = E^\circ_Z - E^\circ_M = (E^\circ_Z - E^\circ_X) - (E^\circ_M - E^\circ_X) = 2.12 - 0.92 = +1.2 \text{ V}$$

• از علامت پتانسیل کاهشی نیم‌سلول‌ها، اطلاعی نداریم.

• مشخص نیست که در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های M و SHE، کدام نیم‌سلول نقش آند و کدام یک، نقش کاتد را دارد.

• از آن‌جا که M کاهنده‌تر از Z است، واکنش میان تیغه M و محلول حاوی یون‌های Z²⁺(aq) به طور طبیعی انجام می‌شود.

۱۰۱ ۱



$$\text{I) } \frac{x \text{ mole}^-}{12} = \frac{20 \text{ g}}{|(4 \times 27) - (3 \times 44)|} \Rightarrow x = 10 \text{ mole}^-$$

$$\text{II) } \frac{2/5 \text{ mole}^-}{2} = \frac{y \text{ g}}{|(24) - (2 \times 35/5)|} \Rightarrow y = 5$$



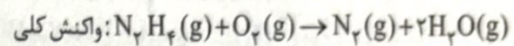
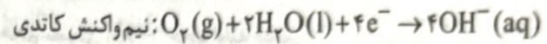
۱۰۲ بررسی عبارت‌هاک نادرست،

ب) یکی از راه‌های بهره‌گیری از انرژی ذخیره‌شده در فلزها، اتصال آن‌ها در شرایط مناسب به یکدیگر است.

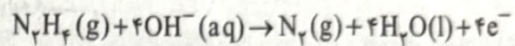
ت) در سلول‌های گالوانی، منبع جریان برق (باتری) وجود ندارد.

۱۰۳ ۳ مطابق داده‌های سؤال، نیم‌واکنش کاتدی و واکنش کلی سلول

سوختی هیدرازین به صورت زیر است:



به این ترتیب نیم‌واکنش آندی این سلول به صورت زیر خواهد بود:



مجموع ضرایب اجزاء: $1+4+1+4+4=14$

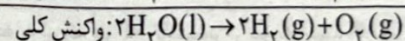
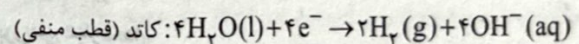
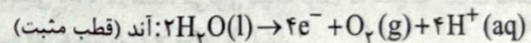
E° نیم‌واکنش کاهش مولکول‌های O_2 در محیط خنثی، کم‌تر از E° نیم‌واکنش کاهش مولکول‌های O_2 در محیط اسیدی (نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن) است.

۱۰۴ ۲ سلول برقکافت آب همانند سلول نور - الکتروشیمیایی مورد نظر

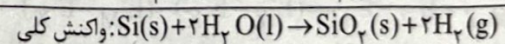
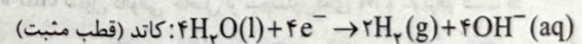
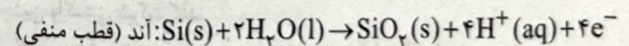
برای تولید گاز هیدروژن مناسب است. با این تفاوت که سلول برقکافت آب، برخلاف سلول نور - الکتروشیمیایی یک سلول الکترولیتی بوده و E° آن کوچک‌تر از صفر است. البته هر چند E° سلول نور - الکتروشیمیایی، مثبت است اما مقدار آن ناچیز و برابر 0.1V است.

معادله نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی هر دو سلول در زیر آمده است:

سلول برقکافت آب:



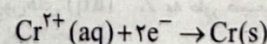
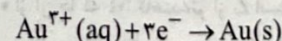
سلول نور - الکتروشیمیایی:



در اطراف آند هر دو سلول، به دلیل تولید یون H^+ ، مقدار pH کاهش می‌یابد.

۱۰۵ ۴ جرم طلا و کروم اضافه‌شده به قاشق آلومینیمی، نتیجه انجام

نیم‌واکنش‌های کاتدی زیر است:



فرض می‌کنیم در هر نیم‌واکنش، n مول الکترون مصرف شود:

$$\frac{x \text{ g Au}}{1 \times 197} = \frac{n \text{ mol e}^-}{3} \Rightarrow x = \frac{197}{3} n \text{ g Au}$$

$$\frac{y \text{ g Cr}}{1 \times 52} = \frac{n \text{ mol e}^-}{3} \Rightarrow y = \frac{52}{3} n \text{ g Cr}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$47/6 \Rightarrow n = 1/2 \text{ mol e}^-$$

