گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مرحلهٔ ۱۱

آزمون آزمایشی ۲۸ دی ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

دفترچهٔ شمارهٔ ۱

A



مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰ | مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامهٔ هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینهٔ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچهٔ پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینهٔ دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.

در ثبت‌نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.

در ثبت‌نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ های تشریحی را مشاهده نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۳

حق چاپ، تکثیر و انتشارات سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) قبل و یا بعد از برگزاری ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

حسابان ۲: فصل ۱ تا انتهای فصل ۳ (صفحه ۱ تا ۶۹)

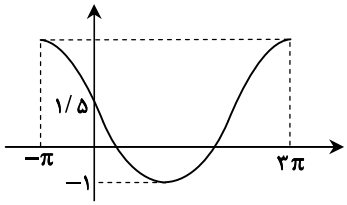
۱- با فرض $f(x)=x-\sqrt{۴x^۲+x-۱}$ حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(۲x)}{x}$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) -۱

۲- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^۲+x-۶$ برابر $۳x+۱$ است. باقی‌مانده تقسیم $۲f(x+۳)+xf(x-۲)$ بر $x+۱$ کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۶ ۳) ۲۲ ۴) ۲۴

۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=c+\frac{a}{۲}\sin ۲bx$ به‌صورت مقابل است. حاصل $c+ab$ کدام است؟



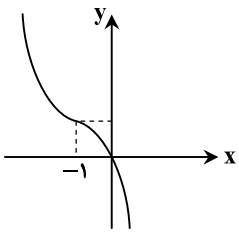
۱) $-\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $-\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

۴- نمودار تابع چندجمله‌ای $f(x)=-(x-a)^۳+b$ به‌صورت زیر است. باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x-b)$ بر $x-a$ کدام است؟



۱) -۳

۲) ۲

۳) ۳

۴) -۲

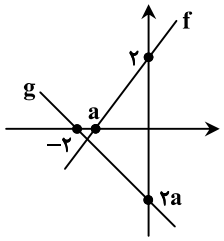
۵- نمودار سهمی $y=x^۲-۴x+k$ را سه واحد در راستای محور طول‌ها به سمت راست و دو واحد در راستای محور عرض‌ها به‌سمت پایین انتقال داده و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. اگر رأس سهمی جدید بر نیمساز ناحیهٔ دوم واقع باشد، k کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶- نمودار توابع f و g به‌صورت مقابل است. اگر $\lim_{x\to-\infty}(\frac{fog}{f+g})(x)=۱۲$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $-\frac{۲}{۳}$

۲) $-\frac{۳}{۴}$

۳) $-\frac{۴}{۳}$

۴) $-\frac{۳}{۲}$

۷- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویهٔ α در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی واقع بوده و $\tan(۲\alpha-\frac{\pi}{۲})=\frac{۱۲}{۵}$، حاصل $\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

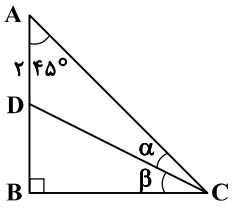
۸- تابع $f(x)=۲x^۲+mx-۱$ مفروض است. به‌ازای کدام مقدار m، بازهٔ $[-\infty,۲)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع $y=۲-f(۱-\frac{x}{۳})$ در آن بازه اکیداً صعودی است؟

۱) $-\frac{۴}{۳}$ ۲) $-\frac{۲۰}{۳}$ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

۹- تابع f با دامنهٔ اعداد حقیقی مثبت، اکیداً نزولی است. مجموعه جواب نامعادلهٔ $f(۶x-x^۲)>f(۸)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) بی‌شمار ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰- در شکل مقابل، $AD=۲$ و $\tan۲\alpha=\frac{۳}{۴}$ است. طول ضلع BD چقدر است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$

۲) ۲

۳) ۳

۴) $\frac{۷}{۳}$

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

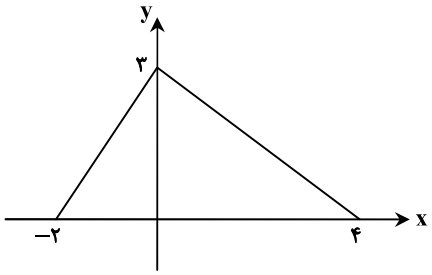
۱۱- مجموع دو جواب معادلهٔ $۲\cos^۲x + a\sin x = a$ در بازهٔ $(۰, \frac{۳\pi}{۲})$ برابر $\frac{۵\pi}{۳}$ است. دورهٔ تناوب تابع $y = \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) π ۳) ۲π ۴) $\frac{\pi}{۳}$

۱۲- اگر اعداد ناصفر a، b و c به گونه‌ای باشند که نقطهٔ $A(-۱,۲)$ تنها نقطهٔ برخورد مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{(c+۳)x^۲}{ax^۲+bx+c}$ باشد، مقدار $f(-۲)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۸

۱۳- شکل مقابل نمودار تابع $y = f(\frac{x}{۲}+۱)$ است. اگر تابع $g(x) = f(۲-\frac{x}{۳})$ در بازهٔ $[\alpha,\beta]$ اکیداً صعودی باشد، حداکثر مقدار $\beta-\alpha$ کدام است؟



۱) ۲۴
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۱۲

۱۴- اگر f تابعی خطی و $\lim\limits_{x\to ۲^+} \frac{f(x)}{۱-f^{-۱}(x)} = +\infty$ و $g(x) = \frac{x}{۲-f(x)}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) $\lim\limits_{x\to ۱^+} g(x) = +\infty$ ۲) $\lim\limits_{x\to ۲^+} g(x) = -\infty$ ۳) $\lim\limits_{x\to ۱^-} g(x) = +\infty$ ۴) $\lim\limits_{x\to ۲^-} g(x) = -\infty$

۱۵- اختلاف جواب‌های معادلهٔ $\sin^۲ ۳x + \cos(۲x+\frac{\pi}{۳}) = ۲$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۶}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۱۲}$ ۳) π ۴) $\frac{\pi}{۲}$

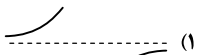
۱۶- اگر دامنهٔ هر دو تابع $y = f(\frac{a-x}{۳})$ و $y = -f(۱+\frac{x}{b})$ برابر $[-۴,۲]$ بوده و b مثبت باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

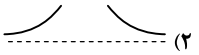
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

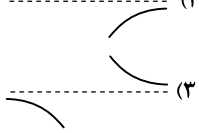
محل انجام محاسبات:

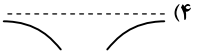
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷- اگر f یک چندجمله‌ای بوده و $\lim_{x\to+\infty}(x-\frac{f(x)}{x+2})=3$ باشد، نمودار تابع $y=\frac{f(x)}{x^2}$ در مجاورت مجانب افقی خود چگونه است؟

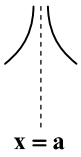
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۸- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=\frac{x+3}{x^3-ax^2-bx+c}$ در اطراف تنها مجانب قائمش است. مقدار $\frac{b^2}{ac}$ کدام است؟



۱) ۱
۲) -3
۳) ۳
۴) -1

هندسه

هندسه ۳: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس ۲ (صفحه ۹ تا ۴۶)

۱۹- اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ -2 & -1\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^{111} کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۰- خط d و نقطهٔ O به فاصلهٔ ۲ از خط d مفروض‌اند. چند نقطه در صفحهٔ شامل آن‌ها وجود دارد که از نقطهٔ O به فاصلهٔ ۶ بوده و از خط d نیز به فاصلهٔ ۴ باشد؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱- اگر $A=\begin{bmatrix}3 & 7\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix}4 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ و داشته باشیم: $BA+C=I$، در این صورت ماتریس B کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}5 & 3\\ -3 & -1\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-5 & 12\\ -3 & 7\end{bmatrix}$ ۳) $-\frac{1}{2}\begin{bmatrix}5 & 1\\ -3 & 3\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}-3 & 7\\ 1 & -5\end{bmatrix}$

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax+2y=6 \\ 4x+y=3 \end{cases}$ دارای بی‌شمار جواب باشد و A ماتریس ضرایب این دستگاه باشد، دترمینان کدام‌یک از ماتریس‌های زیر صفر است؟

۱) $A-I$ ۲) $A+3I$ ۳) A^2-I ۴) $A-9I$

۲۳- اگر $2A=\begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $3A$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۷

۲۴- در مورد معادلهٔ $\begin{vmatrix} x & 0 & -1 \\ 2x & x+1 & x \\ 1 & 0 & x+2 \end{vmatrix} = 0$ کدام گزینه درست است؟

۱) ریشهٔ حقیقی ندارد. ۲) فقط دارای یک ریشه است. ۳) دو ریشهٔ متمایز دارد. ۴) سه ریشهٔ متمایز دارد.

۲۵- خط $x+y=5$ دایرهٔ $x^2+y^2-6x+5=0$ را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. اگر O مرکز دایره باشد، مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۴

۲۶- دو دایرهٔ $x^2+y^2+2x+2y=m$ و $x^2+y^2+8x+2y+16=0$ فقط یک مماس مشترک دارند، مختصات مرکز دایرهٔ $x^2+y^2-mx+(m+2)y=8$ کدام است؟

۱) $(-7,6)$ ۲) $(7,-6)$ ۳) $(7,-8)$ ۴) $(-7,8)$

۲۷- دایرهٔ C مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از آن‌ها بتوان دو مماس به طول ۶ بر دایرهٔ $x^2+y^2-2x+12y=27$ رسم نمود. دایرهٔ C محور xها را در نقاطی به کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۹ و ۶ ۲) ۹ و -7 ۳) -9 و -6 ۴) ۹ و ۷

۲۸- اگر $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ و $A^2=AB(3I-A)^{-1}-3A$ باشد، ماتریس B کدام است؟

۱) I ۲) A ۳) $2I$ ۴) $2A$

۲۹- در دایره‌ای، یکی از نقاط برخورد با محور طول‌ها، نقطه‌ای به طول ۳ و یکی از نقاط برخورد با محور عرض‌ها، نقطه‌ای به عرض ۱ است. اگر این دایره بر خط $y=5$ مماس باشد، طول مرکز این دایره کدام است؟

۱) $8\sqrt{2}-4$ ۲) $10\sqrt{2}-12$ ۳) $8\sqrt{2}-8$ ۴) $10\sqrt{2}-8$

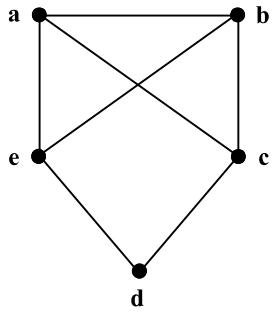
محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- اگر در یک تقسیم ۴۷ واحد به مقسوم اضافه کنیم، به خارج‌قسمت و باقی‌مانده به‌ترتیب ۳ و ۸ واحد اضافه می‌شود، مقسوم‌علیه این تقسیم کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۳۱- در گراف مقابل، چند مسیر از رأس a به رأس b وجود دارد؟



۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

۳۲- برای اعداد صحیح a و b اگر a^2+b^2 زوج باشد، کدام گزینه در مورد a^3-b^3 درست است؟

۱) همواره فرد است. ۲) همواره زوج است.

۳) همواره مضرب ۸ است. ۴) همواره مضرب ۴ است.

۳۳- در یک گراف منتظم، اندازهٔ گراف ۴ برابر مرتبهٔ آن است. حداقل مقدار ممکن برای مرتبهٔ این گراف کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۳۴- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که ۴۸ برابر آن‌ها مربع کامل باشد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۳۵- اگر a و b اعداد طبیعی باشند و $(a,b)=7$، آن‌گاه رقم وسط بیشترین مقدار $(3a,11b)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۶

۳۶- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه رقمی طبیعی x که در دو رابطهٔ $2 \overset{7}{\equiv} 5x$ و $3 \overset{5}{\equiv} -2x$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۸

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷- در گرافی با ۹ رأس و ۳۳ یال حداکثر تعداد رأس‌های با درجهٔ ۶ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۳۸- گراف G از مرتبهٔ ۸ دارای تعدادی رأس با درجهٔ $\Delta = 6$ و تعدادی رأس از درجهٔ $\delta = 2$ است. این گراف فاقد رأس با درجهٔ فرد است، اگر این گراف شامل ۵ رأس از درجهٔ ۴ باشد و اندازهٔ آن ۱۷ باشد، تعداد رأس‌های با درجهٔ ۶ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۳۹- اگر مرتبه و اندازهٔ یک گراف ساده به‌ترتیب ۹ و ۶ باشد، اختلاف حداقل و حداکثر تعداد بخش‌های جدا از هم ممکن برای این گراف کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۵

۴۰- در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر b، باقی‌مانده و خارج‌قسمت به‌ترتیب ۱۴ و ۲۰ است. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم یکان بزرگ‌ترین مقدار a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل‌زاده	حسین شفیع‌زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سیدمحسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم‌نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف‌خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزامی
محمدحسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی-احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلایی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور-شهرام شاه‌پرویزی مهداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

معاون تولید محتوا: علی الفتی | مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مرحلهٔ ۱۱

آزمون آزمایشی ۲۸ دی ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

دفترچهٔ شمارهٔ ۲

A



مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
	تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه	

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامهٔ هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینهٔ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچهٔ پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینهٔ دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.

در ثبت‌نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.

در ثبت‌نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ های تشریحی را مشاهده نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۳

حق چاپ، تکثیر و انتشارات سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) قبل و یا بعد از برگزاری ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۴۱- اگر معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v = -۵t + ۱۵$ باشد، کدام جملات در مورد آن درست هستند؟

الف) در $t = ۱s$ و $t = ۵s$ از یک محل عبور می‌کند.

ب) حرکت آن در $t = ۲s$ تندشونده است.

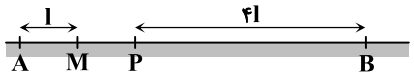
پ) بزرگی شتاب متوسط آن در مدت $t = ۱s$ تا $t = ۹s$ برابر $۵\frac{m}{s^۲}$ است.

۱) فقط «الف» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب» و «پ» ۴) «الف»، «ب» و «پ»

۴۲- در محلی که بزرگی شتاب جاذبه g است، گلولهٔ کوچکی از یک بلندی رها می‌شود و با تندی $\frac{۱۱}{۲}g$ به زمین می‌رسد. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیهٔ آخر سقوط، چند برابر تندی متوسط آن در کل مدت سقوط است؟

۱) $\frac{۱۸}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}$ ۳) $\frac{۱۷}{۹}$ ۴) $\frac{۱۶}{۱۱}$

۴۳- متحرکی از حال سکون از نقطهٔ A و با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به طرف راست به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی به نقطهٔ B می‌رسد. اگر مدت حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ M برابر ۲ ثانیه و مدت حرکت از نقطهٔ P تا نقطهٔ B هم برابر ۲ ثانیه باشد، تندی متحرک هنگام عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه می‌شود؟



۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۱۴

۴۴- یک قطار به‌طول ۱۲۰ متر با سرعت ثابت حرکت می‌کند. در مسیر این قطار یک پل به‌طول ۳۰ متر قرار دارد. اگر مدت عبور قطار از پل را $\Delta t_۱$ و مدتی که تمام طول پل توسط قطار اشغال شده است را $\Delta t_۲$ بنامیم، نسبت $\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

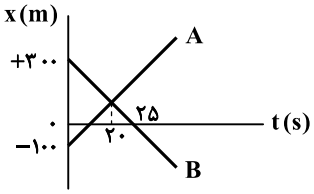
۴۵- در لحظهٔ $t = ۰$ اتومبیل A با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ $x = ۰$ عبور می‌کند و با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌مدت ۵ ثانیه تندی خود را زیاد می‌کند و از آن به بعد با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. اتومبیل B در لحظهٔ $t = ۰$ از نقطهٔ $x = ۰$ از حال سکون در همان جهت به‌دنبال اتومبیل A به حرکت درمی‌آید و با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ تندی خود را به $۴۰\frac{m}{s}$ می‌رساند و از آن به بعد با تندی ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد. در چه زمانی پس از $t = ۰$، هر دو اتومبیل از یک مکان عبور می‌کنند؟

۱) $t = ۱۵s$ ۲) $t = ۲۲/۵s$ ۳) $t = ۱۷/۵s$ ۴) $t = ۲۰s$

۴۶- اگر معادلهٔ مکان- زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۳t^۲ - ۴۸t + ۲۴$ باشد، تندی متوسط این متحرک در مدت $t = ۰$ تا $t = ۱۰s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۰/۴ ۳) ۱۹/۶ ۴) ۲۱

۴۷- دو متحرک A و B با سرعت ثابت روی یک خط راست حرکت می‌کنند و نمودار مکان- زمان آن‌ها به‌شکل مقابل است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

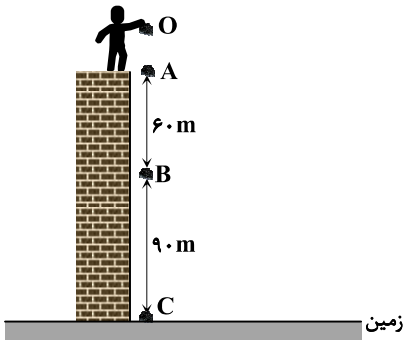
محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸- اتومبیلی که در مسیر مستقیم در حال حرکت است، در لحظهٔ $t = ۰$ ترمز می‌کند و با شتاب ثابت در مدت ۴ ثانیه متوقف می‌شود. اگر مسافت طی‌شده در مدت $t = ۲s$ تا $t = ۴s$ برابر ۱۵ متر باشد، تندی اتومبیل در لحظهٔ شروع ترمز چند متر بر ثانیه بوده است؟

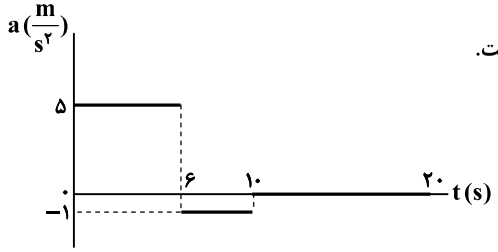
۱) ۶۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۴۹- سنگی از نقطهٔ O رها می‌شود و در مدت ۳ ثانیه فاصلهٔ A تا B را طی می‌کند. تندی سنگ هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (مقاومت هوا ناچیز است و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) ۵۰
۲) ۵۵
۳) ۶۰
۴) ۴۵

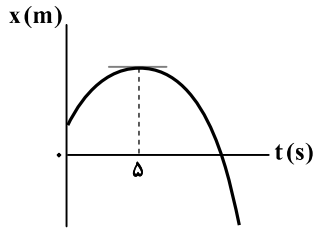
۵۰- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار شتاب- زمان آن به‌شکل مقابل است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $(-۲۰\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد آن درست است؟



الف) در $t = ۵s$ حرکت متحرک کندشونده است.
ب) مسافت طی‌شده توسط متحرک در مدت $t = ۶s$ تا $t = ۱۰s$ برابر ۳۲ متر است.
پ) از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۲۰s$ به مدت ۸ ثانیه حرکت متحرک کندشونده است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۵۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، به‌شکل زیر است. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در مدت $t = ۳s$ تا $t = ۱۰s$ برابر ۱۴۵m باشد، تندی متحرک در $t = ۰$ چند متر بر ثانیه بوده است؟



۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۳۰
۴) ۵۰

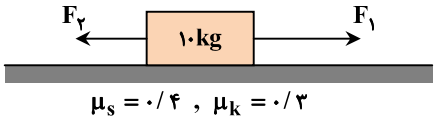
۵۲- گلولهٔ A از ارتفاع H رها می‌شود و ۵ ثانیه بعد گلولهٔ B از ارتفاع $\frac{H}{۹}$ رها می‌شود و گلوله‌ها هم‌زمان به زمین می‌رسند. تندی گلولهٔ B هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (مقاومت هوا را ناچیز و مقدار g را $۱۰\frac{m}{s^۲}$ در نظر بگیرید.)

۱) ۲۵ ۲) ۱۵ ۳) ۳۵ ۴) ۴۵

محل انجام محاسبات:

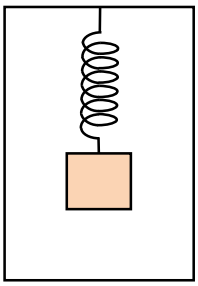
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳- وزنه‌ای به‌جرم ۱۰ کیلوگرم که روی سطح افقی زمین ساکن است، از لحظهٔ $t = ۰$ به‌صورت هم‌زمان تحت تأثیر دو نیروی افقی $F_۱ = ۷۰N$ و $F_۲ = ۲۰N$ قرار می‌گیرد و تا لحظهٔ $t = ۵s$ همین وضعیت ادامه می‌یابد. در لحظهٔ $t = ۵s$ ناگهان $F_۱$ حذف شده و بزرگی $F_۲$ برابر ۷۰ نیوتون می‌شود. بزرگی تکانهٔ وزنه در لحظهٔ $t = ۱۰s$ چند واحد SI خواهد بود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۶۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۴۰
۴) ۲۰۰

۵۴- وزنه‌ای به‌جرم ۵ کیلوگرم توسط فنری با جرم ناچیز از سقف آسانسور آویخته شده است. وقتی آسانسور تندشونده پایین می‌رود، فاصلهٔ وزنه از سقف ۱۰۰ سانتی‌متر می‌شود و وقتی آسانسور تندشونده بالا می‌رود، فاصلهٔ وزنه از سقف ۱۱۲ سانتی‌متر می‌شود. اگر بزرگی شتاب آسانسور در این دو حالت به‌ترتیب $۳\frac{m}{s^۲}$ و $۶\frac{m}{s^۲}$ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۱۲۵
۲) ۳۷۵
۳) ۷۵۰
۴) ۲۵۰

۵۵- یک توپ از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین با تندی $۱۶\frac{m}{s}$ از زمین جدا می‌شود. اگر جرم توپ ۲۰۰ گرم و مدت تماس آن با زمین ۰/۳ ثانیه باشد، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، بزرگی نیروی متوسطی که سطح زمین بر توپ وارد می‌کند در این ۰/۳ ثانیه چند نیوتون بوده است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۸
۲) ۲۴
۳) ۲۶
۴) ۲۸

۵۶- متحرکی با تندی ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ روی محیط یک دایره به شعاع ۵ متر می‌گردد. بزرگی شتاب لحظه‌ای آن چند متر بر مربع‌ثانیه است؟

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۲۵

۵۷- یک گلوله در راستای قائم به‌طرف بالا پرتاب می‌شود و پس از مدتی بالارفتن، به محل پرتاب برمی‌گردد. اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا در تمام این مدت تقریباً ثابت و برابر $\frac{۱}{۸}$ بزرگی وزن جسم باشد، بزرگی شتاب گلوله هنگام بالارفتن چند برابر بزرگی شتاب آن در هنگام پایین آمدن است؟

۱) $\frac{۹}{۷}$
۲) $\frac{۷}{۹}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

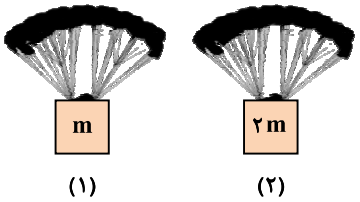
۵۸- دو ماهوارهٔ A و B به دور زمین می‌گردند. اگر انرژی جنبشی ماهوارهٔ A شش برابر ماهوارهٔ B و بزرگی تکانهٔ ماهوارهٔ A دو برابر بزرگی تکانهٔ ماهوارهٔ B باشد، در مدتی که ماهوارهٔ B چهار دور به دور زمین می‌گردد، ماهوارهٔ A چند دور به دور زمین می‌گردد؟

۱) ۷۲
۲) ۱۰۸
۳) ۳۶
۴) ۲۱۶

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹- دو جعبهٔ کاملاً مشابه داریم که وزنه‌های داخل آن‌ها متفاوت است. در نتیجه جرم کل (جعبه و محتویات) جعبهٔ شمارهٔ (۲)، ۲ برابر جعبهٔ شمارهٔ (۱) است. این جعبه‌ها از یک بالگرد ساکن در ارتفاع H با چترهای بازشده و مشابه، رها می‌شوند و هر دو جعبه قبل از رسیدن به زمین مدتی با تندی ثابت حرکت می‌کنند. کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟



۱) جعبهٔ (۱) با تندی بیشتر به زمین می‌رسد.

۲) جعبهٔ (۲) با تندی بیشتر به زمین می‌رسد.

۳) تندی جعبه‌ها هنگام رسیدن به زمین برابر است.

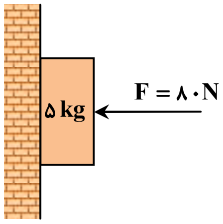
۴) شتاب جعبهٔ (۲) هنگام رسیدن به زمین بیشتر است.

۶۰- در شکل مقابل، وزنه روی دیوار ساکن است. چند مورد از گزاره‌های زیر درست هستند؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

الف) ضریب اصطکاک ایستایی میان وزنه و دیوار ممکن است ۰/۸ باشد.

ب) اگر مقدار F را دو برابر نماییم، بزرگی نیرویی که دیوار بر وزنه وارد می‌کند، تغییر نمی‌کند.

پ) بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه ۵۰ نیوتون است.



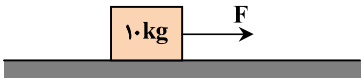
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

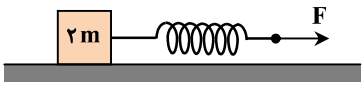
۶۱- در شکل مقابل، بزرگی نیروی F را از صفر به‌تدریج زیاد می‌کنیم. وقتی بزرگی نیروی F به ۸۰ نیوتون می‌رسد، جسم در آستانهٔ لغزیدن قرار می‌گیرد و وقتی نیروی F به ۹۰ نیوتون می‌رسد، جسم به‌صورت تندشونده با شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. اگر در حالی که جسم در حرکت است، بزرگی نیروی F را به ۵۰ نیوتون برسانیم، بزرگی شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟



۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۱/۵ ۴) ۰/۵

۶۲- اگر وزنه‌ای به‌جرم m به انتهای فنری با جرم ناچیز و طول عادی $۳۰cm$ آویزان کنیم، در حالت تعادل وزنه، طول فنر ۳۵ سانتی‌متر می‌شود. اگر در شکل مقابل، برای کشیدن وزنه‌ای به جرم $۲m$ از همان فنر استفاده کرده باشیم و طول فنر به $۳۴cm$ رسیده باشد، شتاب حرکت وزنه چند متر بر مربع ثانیه است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی وزنه با سطح افقی ۰/۲ است و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۲

۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۴

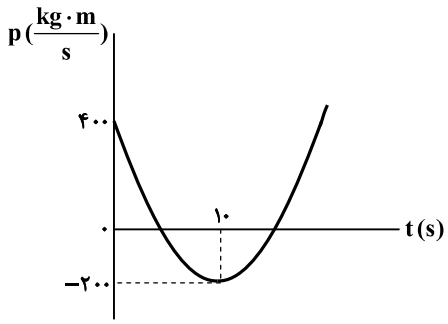
۶۳- وزنه‌ای به‌جرم ۲۰ کیلوگرم روی سطح زمین قرار دارد. این وزنه توسط یک طناب با جرم ناچیز با نیروی ثابت T به‌طرف بالا کشیده می‌شود و در مدت ۱۰ ثانیه تا ارتفاع ۲۵ متری از سطح زمین می‌رسد. بزرگی نیرویی که وزنه بر طناب وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۹۰ ۴) ۲۲۰

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴- اگر سهمی شکل مقابل، نمودار تکانه- زمان جسمی به‌جرم ۱۲ کیلوگرم باشد، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در مدت $t = ۱۰s$ تا $t = ۳۰s$ چند نیوتون است؟

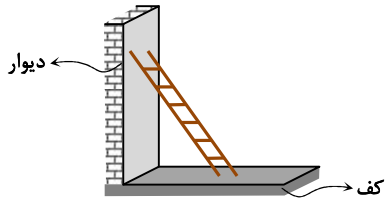


۱) ۶۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۸۰
۴) ۲۴۰

۶۵- در یک جادهٔ افقی، اتومبیلی به‌جرم m یک پیچ به‌شعاع R را با تندی v بدون لغزیدن طی می‌کند. نیرویی که سطح جاده بر اتومبیل وارد می‌کند، با سطح افقی زاویهٔ θ می‌سازد. تانژانت زاویهٔ θ کدام است؟

۱) $\frac{v^۲}{mRg}$
۲) $\frac{v^۲}{Rg}$
۳) $\frac{mRg}{v^۲}$
۴) $\frac{Rg}{v^۲}$

۶۶- در شکل زیر، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه دارد و در آستانهٔ لغزش است. اگر بزرگی نیروی کف بر نردبان به‌اندازهٔ $۱۰N$ از وزن نردبان بیشتر باشد، جرم نردبان چند کیلوگرم است؟ ($\mu_s = ۰/۷۵$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۴

۶۷- اگر معادلهٔ مکان- زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۰/۰۴\cos(۲۰\pi t)$ باشد، در مدت $t_۱ = \frac{۱}{۱۵}s$ تا $t_۲ = \frac{۷}{۳۰}s$ تندی متوسط متحرک چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۶۰
۲) ۱۶۸
۳) ۳۳۶
۴) ۳۲۰

۶۸- در حرکت هماهنگ سادهٔ جرم- فنر، نقاط ابتدا و انتهای مسیر از یکدیگر ۵ سانتی‌متر فاصله دارند و نوسانگر در هر دقیقه ۲۴۰ مرتبه از وضع تعادل عبور می‌کند. بیشینهٔ تندی و بیشینهٔ بزرگی شتاب نوسانگر کدام است؟

۱) $v_{max} = \frac{\pi}{۱۰}\frac{m}{s}$ و $a_{max} = \frac{۲\pi^۲}{۵}\frac{m}{s^۲}$
۲) $v_{max} = \frac{\pi}{۵}\frac{m}{s}$ و $a_{max} = \frac{۴\pi^۲}{۵}\frac{m}{s^۲}$
۳) $v_{max} = \frac{\pi}{۱۰}\frac{m}{s}$ و $a_{max} = \frac{۴\pi^۲}{۵}\frac{m}{s^۲}$
۴) $v_{max} = \frac{\pi}{۵}\frac{m}{s}$ و $a_{max} = \frac{۲\pi^۲}{۵}\frac{m}{s^۲}$

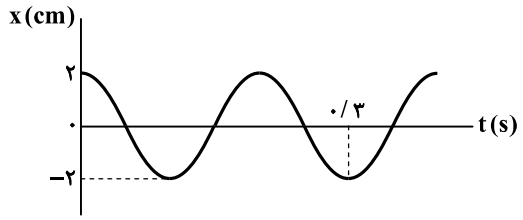
۶۹- وزنه‌ای به‌جرم m به انتهای فنری با ثابت k بسته شده و با دامنهٔ A نوسان می‌کند. بسامد نوسان f و بیشینهٔ انرژی جنبشی وزنه E است. اگر وزنه‌ای به‌جرم $\frac{m}{۲}$ به انتهای فنری با ثابت $۲k$ بسته شود و با دامنهٔ $۳A$ نوسان کند، بسامد (f') و بیشینهٔ انرژی جنبشی (E') آن کدام خواهد بود؟

۱) $E' = ۹E$ و $f' = ۲f$
۲) $E' = ۹E$ و $f' = \frac{۲}{۳}f$
۳) $E' = ۱۸E$ و $f' = \frac{۲}{۳}f$
۴) $E' = ۱۸E$ و $f' = ۲f$

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- اگر نمودار مکان- زمان یک حرکت هماهنگ ساده به‌شکل مقابل باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد آن درست است؟



۱) در لحظهٔ $t = ۰/۲s$ شتاب متحرک صفر است.

۲) در لحظهٔ $t = ۰/۱۵s$ تندی متحرک بیشینه است.

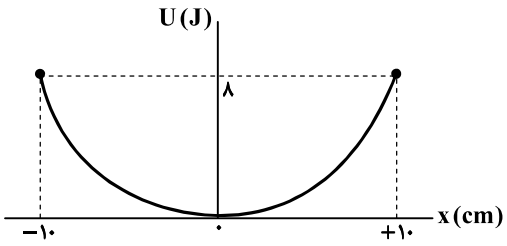
۳) در لحظهٔ $t = ۰/۱s$ تندی متحرک بیشینه است.

۴) در لحظهٔ $t = ۰/۲۵s$ شتاب متحرک بیشینه است.

۷۱- وزنه‌ای به‌جرم ۱۰۰ گرم به یک فنر بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. اگر بیشترین و کمترین طول فنر در ضمن نوسان وزنه ۶۰cm و ۴۰cm باشد و شتاب وزنه در هر دقیقه ۱۸۰ مرتبه صفر شود، بیشترین مقدار نیروی کشسانی فنر چند نیوتون می‌شود؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۹ ۴) ۱/۲

۷۲- وزنه‌ای به‌جرم ۴۰۰ گرم به انتهای فنری با جرم ناچیز بسته شده و روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز، حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. نمودار انرژی پتانسیل کشسانی فنر برحسب مکان وزنه به‌شکل مقابل است. در لحظه‌ای که تندی وزنه $\frac{۱}{۴}$ تندی آن هنگام عبور از وضع تعادل باشد، انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول می‌شود؟



۱) ۷

۲) ۶/۵

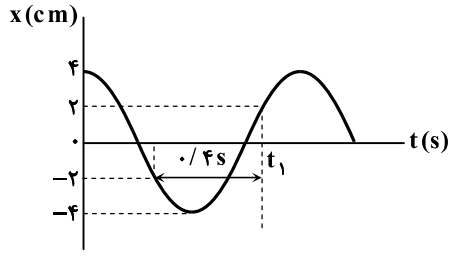
۳) ۶

۴) ۷/۵

۷۳- یک آونگ ساده در مدت معینی ۳۰ نوسان انجام می‌دهد. اگر طول آونگ را ۲۰ سانتی‌متر اضافه کرده و جرم وزنهٔ آن را ۲ برابر نماییم، تعداد نوسان‌ها در همان مدت ۱۰تا تغییر می‌کند. طول آونگ در حالت اول چند سانتی‌متر بوده است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۷۴- نمودار مکان- زمان در یک حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل است. بزرگی شتاب نوسانگر در لحظهٔ $t = t_۱$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) $\frac{۵}{۸}$

۲) $\frac{۵}{۲}$

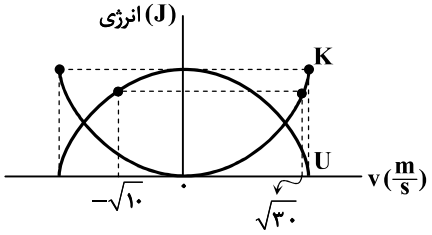
۳) $\frac{۵}{۱۶}$

۴) $\frac{۵}{۴}$

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵- وزنه‌ای به انتهای یک فنر بسته شده و بین دو نقطهٔ $x = 2cm$ و $x = -2cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر نمودارهای انرژی جنبشی وزنه و انرژی پتانسیل کشسانی فنر برحسب سرعت وزنه مطابق شکل باشد، بسامد حرکت نوسانگر چند هرتز است؟ $(\pi = \sqrt{10})$



۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۵۰
۴) ۲۵۰



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (صفحه ۱ تا ۶۶)

۷۶- مجموع $n + l$ الکترون‌های ظرفیتی نافلز A از دورهٔ سوم جدول تناوبی برابر عدد اتمی فلز B از دورهٔ چهارم جدول تناوبی و تفاوت شماره گروه آن‌ها برابر عدد اتمی قوی‌ترین عنصر اکسنده در جدول تناوبی است. کدام مطلب در مورد این دو عنصر درست است؟

الف) عنصر A را می‌توان از برقکافت منیزیم کلرید مذاب به‌دست آورد.

ب) عنصر B کاهنده‌ترین فلز واسطه در دورهٔ چهارم جدول تناوبی است.

پ) در فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از واکنش این دو عنصر، نسبت کاتیون به آنیون می‌تواند متغیر باشد.

ت) پتانسیل کاهشی عنصر A از پتانسیل کاهشی سایر عنصرهای هم‌گروه با آن، مقداری بزرگ‌تر است.

۱) «ب» و «ت»
۲) «الف» و «ب»
۳) «الف» و «ت»
۴) «الف» و «پ»

۷۷- در سلول گالوانی «آلومینیم- مس» جرم هریک از الکترودها برابر ۱۰۰ گرم و غلظت مولی محلول الکترولیت هریک از نیم‌سلول‌ها برابر یک مول بر لیتر است. اگر پس از گذشت مدت‌زمان معین شمار الکترون‌های مبادله‌شده برابر $0/3N_A$ باشد، جرم الکترود آندی به‌تقریب چند برابر جرم الکترود کاتدی می‌شود؟ (N_A عدد آووگادرو است.) $(Al = 27, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱/۱۲
۲) ۰/۹۵
۳) ۰/۸۸
۴) ۰/۴۲

۷۸- با توجه به E° های داده‌شده، emf سلول گالوانی «آهن- مس» برابر چند ولت است؟

$E^\circ(Fe^{3+}/Fe^{2+}) = +0/77V \quad , \quad E^\circ(Cu^{2+}/Cu^{+}) = +0/15V \quad , \quad E^\circ(Fe^{2+}/Fe) = -0/44V \quad , \quad E^\circ(Cu^{2+}/Cu) = +0/34V$

۱) ۰/۷۸
۲) ۰/۵۹
۳) ۰/۶۲
۴) ۱/۱۱

۷۹- پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌واکنش: $Al^{3+}(aq) + 3e^- \rightarrow Al(s)$ برابر $-1/66V$ است. بر این اساس کدام مطلب درست است؟

۱) فلز Al در برابر یون $H^+(aq)$ اکسنده قوی‌تری به‌شمار می‌آید.

۲) emf سلول گالوانی «آلومینیم- هیدروژن» برابر $-1/66V$ است.

۳) در سلول گالوانی «آلومینیم- هیدروژن» با گذشت زمان pH محلول نیم‌سلول هیدروژن افزایش می‌یابد.

۴) با دمیدن گاز هیدروژن به درون محلول Al^{3+} یک واکنش خودبه‌خودی انجام می‌گیرد.

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

الف) عدد اکسایش هر سه اتم اکسیژن در مولکول اوزون متفاوت است.

ب) لیتیم سبک‌ترین و کاهنده‌ترین عنصر جدول تناوبی است.

پ) نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن، عکس نیم‌واکنش اکسایش در برقکافت آب است.

ت) دلیل استفاده از کلسیم کلرید در برقکافت سدیم کلرید مذاب، گرماده بودن انحلال آن در آب و کمک به کاهش نقطه ذوب سدیم کلرید است.

ث) بر اثر ایجاد خراش در سطح ورقهٔ حلبی، فلز قلع در نقش کاتد، کاهش می‌یابد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب»، «پ» و «ت» ۴) «ب»، «ت»، «ث»

۸۱- اگر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول سوختی «هیدروژن- اکسیژن» و «متان- اکسیژن» برابر باشد، نسبت مولی گاز کاهنده در سلول سوختی هیدروژن چند برابر مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ کلی سلول سوختی متان است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۸۲- نسبت ضریب استوکیومتری گونه کاهنده به گونهٔ اکسنده در کدام واکنش زیر بزرگ‌تر است؟

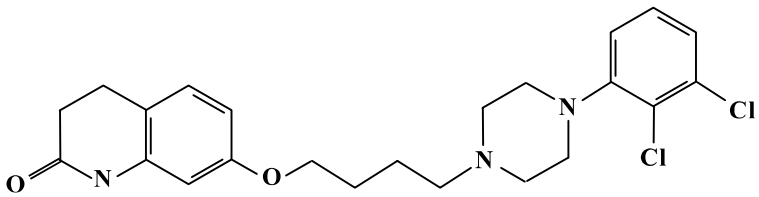
۱) $Cr_۲O_۷^{۲-} + I^- + H^+ \rightarrow Cr^{۳+} + I_۲ + H_۲O$

۲) $Au + CN^- + O_۲ + H_۲O \rightarrow Au(CN)_۲^- + OH^-$

۳) $MnO_۲ + HCl \rightarrow MnCl_۲ + Cl_۲ + H_۲O$

۴) $Fe^{۳+} + Fe \rightarrow Fe^{۲+}$

۸۳- با توجه به ساختار مولکول نشان داده‌شده مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن چند برابر مجموع عدد اکسایش اتم‌های گوگرد در آنیون $S_۴O_۶^{۲-}$ است؟



۱) +۱/۱

۲) +۱/۲

۳) −۱/۱

۴) −۱/۲

۸۴- در یک سلول الکترولیتی به منظور برقکافت آب از ۲ لیتر محلول آبی سدیم کلرید با غلظت ۷۰۲۰ppm استفاده شده است. اگر در مدت‌زمانی معین، غلظت یون کلرید در محلول به ۵۳۲۵ppm افزایش یابد، اختلاف حجم گازهای تولیدشده در آند و کاتد در شرایط استاندارد به‌تقریب برابر چند لیتر است؟ (چگالی محلول در ابتدا $۱g \cdot mL^{-۱}$ است.) $(Na = ۲۳, Cl = ۳۵/۵ : g \cdot mol^{-۱})$

۱) ۲۴۸/۸ ۲) ۲۶۸/۸ ۳) ۱۰۰/۸ ۴) ۱۲۸/۸

۸۵- کدام مطلب در مورد مراحل مختلف زنگ زدن آهن نادرست است؟

۱) حالت فیزیکی تمام مواد شرکت‌کننده در نیم‌واکنش کاهش با یکدیگر متفاوت است.

۲) با اکسایش هر مول آهن در آند، دو مول یون هیدروکسید در کاتد تولید می‌شود.

۳) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ کلی واکنش زنگ زدن آهن برابر عدد اتمی هالوژن دورهٔ سوم جدول تناوبی است.

۴) نسبت مولی آنیون به کاتیون در فرمول شیمیایی زنگ آهن دو برابر نسبت مولی کاتیون به آنیون در فرمول شیمیایی آلومینیم اکسید است.

۸۶- با توجه به فرایند هال کدام مطلب درست است؟

الف) به‌ازای برقکافت هر مول آلومینیم اکسید مذاب، ۶ مول الکترون میان الکترودها مبادله می‌شود.

ب) الکترولیت مذاب مخلوطی شامل $Al_۲O_۳(aq)$ و مقداری ناخالصی برای کاهش نقطه ذوب مخلوط است.

پ) در این فرایند آند و کاتد هر دو از جنس گرافیت هستند.

ت) چگالی آلومینیم مذاب بیشتر از چگالی الکترولیت مذاب است و از قسمت‌های پایین سلول جمع‌آوری می‌شود.

۱) «الف»، «ب» و «ت» ۲) «الف»، «پ» و «ت» ۳) «پ» و «ت» ۴) «ب» و «ت»

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷- چند مورد از مطالب زیر در مورد آبکاری یک قطعه آهنی با روکشی از فلز نقره درست است؟

$E^\circ(Ag^+ / Ag) = +0/8V$ $E^\circ(Fe^{2+} / Fe) = -0/44V$

- قطعه آهنی باید به قطب منفی منبع جریان متناوب وصل شود.
- محلول الکترولیت باید دارای یون‌های نقره باشد.
- با گذشت زمان غلظت یون‌های آهن در محلول الکترولیت افزایش می‌یابد.
- تیغه آندی می‌تواند از جنس زغال باشد.
- حداقل ولتاژ مورد نیاز برای انجام این فرایند برابر اختلاف پتانسیل کاهشی دو فلز نقره و آهن است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۸۸- کدام عبارت درست است؟

۱) واکنش خنثی شدن اسید ضعیف و باز قوی یک واکنش برگشت‌پذیر است.

۲) هرچه زنجیر هیدروکربنی در صابون بلندتر باشد، خاصیت پاک‌کنندگی آن بیشتر خواهد بود.

۳) در ساختار صابون، سر مثبت آب‌گریز و سر منفی آب‌دوست است.

۴) از واکنش هر مول چربی کوهان شتر با آب، ۳ مول اسید چرب حاصل می‌شود.

۸۹- در نوعی صابون مایع بدون کاتیون فلزی جرم اتم‌های هیدروژن در یک مول از آن ۱۱ گرم از جرم اتم‌های اکسیژن بیشتر است. شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی در صابون سیرشده است.) $(H = 1 \ , \ O = 16 g \cdot mol^{-1})$

۱) ۲۰ ۲) ۱۹ ۳) ۱۸ ۴) ۱۷

۹۰- کدام عبارت نادرست است؟

۱) اسیدهای حاصل از انحلال هالیدهای هیدروژن در آب قوی هستند.

۲) محلول یک اسید ضعیف شامل یون‌های آب‌پوشیده و مولکول اسید یونیده نشده است.

۳) در محلول اسیدهای ضعیف رابطهٔ $\alpha = \frac{1}{\frac{[H^+]}{K_a} + 1}$ برقرار است.

۴) اگر حجم یک اسید قوی با آب n برابر شود pH آن به اندازهٔ $\log n$ افزایش می‌یابد.

۹۱- در بین عبارت‌های زیر چند عبارت درست است؟

- محلول ضدیخ مانند محلول شکر در آب الکترولیت ضعیف است.
- اگر در محلول اسیدی $\alpha = 1$ باشد، رسانای خوب جریان برق است.
- محلول حاصل از انحلال ۰/۲ مول K_2O در یک لیتر آب شامل ۰/۴ مول یون آب‌پوشیده است.
- با اضافه کردن آب مقطر به محلول اتانوئیک اسید درجه یونش و رسانایی آن افزایش می‌یابد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۲- کدام عبارت درست است؟

۱) در محلول HF شمار اندکی مولکول HF و شمار زیادی از یون‌های H^+ و F^- با یکدیگر در تعادل هستند.

۲) در اثر یونش NaOH در آب، مقدار برابری از یون‌های آب‌پوشیده OH^- و Na^+ ایجاد می‌شود.

۳) در شرایط یکسان از دما و غلظت، مقدار درجه یونش فرمیک اسید از اتانوئیک اسید بیشتر است.

۴) اگر pH محلول اسید HA برابر pH محلول اسید HB باشد، درجه یونش آن‌ها نیز برابر است.

۹۳- کدام عبارت درست است؟

۱) کربوکسیلیک اسید حاصل از آبکافت چربی کوهان شتر $(C_{57}H_{110}O_6)$ سیرنشده است.

۲) با افزایش جوش شیرین به صابون، قدرت پاک‌کنندگی و ضدعفونی‌کنندگی افزایش می‌یابد.

۳) هرچه صابون توانایی انجام واکنش بیشتری با آلاینده‌ها داشته باشد، قدرت پاک‌کنندگی آن بیشتر خواهد بود.

۴) شوینده‌های خورنده با انجام واکنش شیمیایی مواد نامحلول را به مواد محلول تبدیل می‌کنند.

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴- در بین عبارت‌های زیر چند عبارت درست است؟

- براساس مدل آرنیوس قدرت اسیدی HCl بیشتر از قدرت اسیدی H_2SO_4 است.
- باریم کلرید براساس مدل آرنیوس یک باز است و غلظت OH^- را افزایش می‌دهد.
- ممکن است خاصیت اسیدی محلولی از HF بیشتر از محلولی از HCl باشد.
- هر مول CO_2 پس از انحلال در آب ۳ مول یون آب‌پوشیده ایجاد می‌کند.

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۹۵- کدام عبارت درست است؟

۱) رسانایی محلول ۱ مولار HI برابر رسانایی محلول ۱ مولار H_2SO_4 است.

۲) اگر pH محلولی از HNO_3 برابر pH محلولی از HF باشد، به یقین غلظت مولی محلول HF بیشتر است.

۳) از بازها به‌عنوان لوله‌بازکن و از الکل‌ها به‌عنوان شیشه‌پاکن استفاده می‌شود.

۴) همهٔ اکسیدهای فلزی باز آرنیوس هستند ولی فقط شمار اندکی از اکسیدهای نافلزی اسید آرنیوس هستند.

۹۶- ۳/۴ گرم آمونیاک را در دمای اتاق در آب حل کرده و حجم محلول را به ۲ لیتر می‌رسانیم؛ در صورتی که ثابت یونش آمونیاک برابر 10^{-5} باشد، غلظت H^+ در این محلول به‌تقریب کدام است؟ $(NH_3 = 17\,g\cdot mol^{-1})$

۱) 10^{-3} ۲) 10^{-2} ۳) 10^{-11} ۴) 10^{-12}

۹۷- در محلولی از اتانوئیک اسید با $pH = 3/3$ و حجم ۵ لیتر، غلظت یون اتانوات برابر چند ppm است؟

$(H = 1, C = 12, O = 16 : g\cdot mol^{-1})$ (چگالی محلول برابر $1\,g\cdot mL^{-1}$ است.)

۱) ۶۰ ۲) ۳۰ ۳) ۱۱/۸ ۴) ۲۹/۵

۹۸- ۵۰۰mL محلولی شامل a گرم NaOH و b مولار $Ca(OH)_2$ است که توسط ۲ لیتر محلول HNO_3 با $pH = 0/3$ خنثی می‌شود، a و b به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ $(NaOH = 40\,g\cdot mol^{-1})$

۱) ۲۰ و ۱ ۲) ۱۰ و ۰/۷۵ ۳) ۲۰ و ۲ ۴) ۱۰ و ۱/۵

۹۹- pH محلول اسید HA با pH محلول اسید HB برابر است اما مقدار NaOH لازم برای خنثی شدن ۱۰۰mL محلول HA، چهار برابر مقدار NaOH لازم برای خنثی شدن ۲۰۰mL محلول HB است. درجه یونش HA چند برابر درجه یونش HB است؟

۱) ۰/۱۲۵ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۸ ۴) ۴

۱۰۰- به ۱۰۰mL محلول HA با $pH = 4$ و $K_a = 10^{-8}$، چند گرم KOH اضافه کنیم تا $pH = 4/15$ شود؟ $(KOH = 56\,g\cdot mol^{-1})$ و از تغییر حجم محلول ناشی از افزودن KOH صرف‌نظر شود.)

۱) ۱۱/۲ ۲) ۸/۴ ۳) ۵/۶ ۴) ۲/۸

۱۰۱- در حالت درد معدهٔ یک فرد بیمار مشخص گردید که pH معده به عدد ۱ رسیده است. با توجه به حجم معدهٔ این شخص که شامل ۳ لیتر شیرهٔ معده است، چند گرم شیر منیزی با خلوص ۲۹٪ لازم است تا pH به ۱/۷ برسد؟ $(Mg(OH)_2 = 58\,g\cdot mol^{-1})$ $(Log\,2 \simeq 0/3)$

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۹ ۴) ۵۸

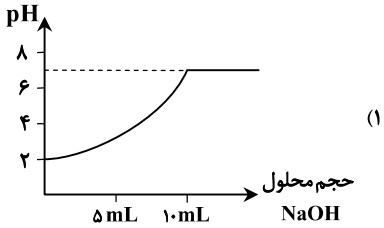
۱۰۲- به ۱۰۰mL محلول KOH با $pH = 14$، ۳۷ گرم $Ca(OH)_2$ افزوده، سپس حجم محلول را با آب مقطر به ۱۱ لیتر می‌رسانیم. pH محلول حاصل کدام است؟ $(Ca(OH)_2 = 74\,g\cdot mol^{-1})$

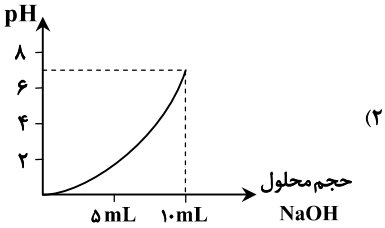
۱) ۱۳/۵ ۲) ۱۳ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۲

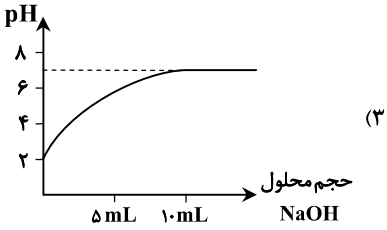
محل انجام محاسبات:

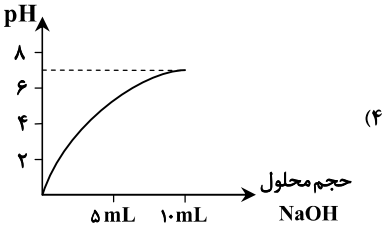
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳- کدام نمودار به شکل تقریبی خنثی شدن ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۰۱ مولار HNO_3 توسط محلول ۰/۱ مولار NaOH را به‌درستی نمایش می‌دهد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۰۴- برای خنثی کردن ۴۰۰mL محلول HF با $pH = 2/7$ و $K_a = 10^{-3}$ چند میلی‌گرم CaO با خلوص ۷۰٪ لازم است؟ $(CaO = 56\,g\cdot mol^{-1})$ (معادله موازنه شود.)

$$HF(aq) + CaO(s) \rightarrow CaF_2(s) + H_2O(l)$$

۱) ۵۶mg ۲) ۹۶mg ۳) ۵۰mg ۴) ۱۰۰mg

۱۰۵- مخلوطی شامل ۰/۲ مول چربی کوهان شتر $(C_{57}H_{110}O_6)$ و ۰/۲ مول اسید چرب $C_{17}H_{35}COOH$ است. برای تبدیل این مخلوط به صابون مایع حاوی کاتیون آمونیوم به چند لیتر محلول آمونیاک ۳۴ درصد جرمی با چگالی $0/8\,g\cdot L^{-1}$ نیاز است؟ $(NH_3 = 17\,g\cdot mol^{-1})$

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۲۶ ۴) ۵۲

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید امیرمحمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل‌زاده	حسین شفیع‌زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سیدمحسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم‌نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف‌خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزامی
محمدحسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی-احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلایی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور-شهرام شاه‌پرویزی مهداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

معاون تولید محتوا: علی الفتی	مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

A

دفترچه پاسخ تشریحی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

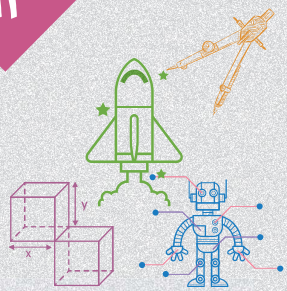
آزمون آزمایشی ۲۸ دی ۱۴۰۳

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه دوازدهم

مرحله ۱۱







گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۴۰۳-۱۴۰۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی آزمون مرحلهٔ ۱۱

تذکرهای مهم

- آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۱۲ گزینه‌دو، در روز جمعه ۱۲ بهمن ۱۴۰۳ برگزار می‌گردد.
- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک‌ها، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... ، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.
- **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**
- کارنامه‌های آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۱۱ به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

داوطلب گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.
gozine2.ir

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اسامی هیئت‌علمی آزمون‌های ادواری ویژه داوطلبان کنکور مؤسسه گزینه‌دو
در سال تحصیلی ۱۴۰۴_۱۴۰۳

معاون تولید محتوا: **علی الفتی**

مدیر واحد آموزش تخصصی: **محمدرضا محمدهاشمی**

گروه ریاضی

مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

	مسئول درس و دستیاران	طراحان	کارشناسان
حسابان و ریاضی پایه	مسئول درس: علی افضل‌زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری	حسین شفیع‌زاده ایمان اردستانی	علی صادقی نیکو دهقان
هندسه	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم‌نژاد	سیدمحسن میراسلامی علی نعمت	محمدامین خدابنده امیر ورودی
ریاضیات گسسته	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزامی	علیرضا شریف‌خطیبی امیدرضا پورحسینی	محمدامین خدابنده امیر ورودی
ریاضی تجربی	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی	مهرداد کیوان علی افضل‌زاده	پوپک مقدم
ریاضی انسانی	مسئول درس: مهدی مجدآرا دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی	وحید رباعی	

گروه علوم

مدیر گروه: محمدحسین کشانی

	مسئول درس و دستیار	طراحان	کارشناسان
زیست شناسی	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پرسا کامکار	محمد پازوکی علی پناهی شایق بهرام میرحبیبی منصور کهن دل امیر کبیری راد علیرضا اکبرپور مسعود حدادی فرزاد صادقیان	بتول خواجه پور مرتضی فرهمند حسین ایمانی پور
فیزیک	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی	علی نعیمی احمد رضوانی جمال خم‌خاجی بهمن شاهمرادی احمد مصلایی	سید علیرضا کشفیان مریم گلی حسنلو نرگس سادات حسینی
شیمی	مسئول درس: شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی مهداد ملاصالحی محمدعلی توسلی‌فر بهنام ابراهیم‌پور شهرام شاه‌پرویزی محمد احمدی	محمد احمدی حسین ایمانی پور
زمین شناسی	مسئول درس: شکیبا کریمی	فرزانه رجایی فرزانه صاعدی حسن علیمحمدی	فرزانه صاعدی آنیتا هرطونیان سهیلا مرادی

گروه انسانی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

	مسئول درس و دستیاران	طراحان	کارشناسان
علوم و فنون ادبی	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی	ابوالفضل قاضی علی عطری محمدرضا لمسه‌چی عماد فیض‌آبادی	سپهر سالار کیا محمدحسن مزروعی سید محمد صادق حسام زاده عرشیا شریفیان
جامعه شناسی	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری	آزیتا بیدقی علیرضا مختاری فروغ تیموریان محمدزمان کبیر	هستی ناصح مهتاب شیرازی نیایش غریبی
روان شناسی	مسئول درس: سیده‌ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی	سیمین زاهدی مهدی جاهدی سیده‌ضحی سکاکی	ثنا کاشیان فاطمه انوری
زبان عربی	مسئول درس: پویا رضاداد	کاظم غلامی حمید جوهری مجد پویا رضاداد اسرافیل قربانپور پدرام علیمرادی عرفان جالیزی	سارا حمزه مهتاب شیرازی صبا پهلوان فاطمه نظری یکتا فضل اللهی
تاریخ	مسئول درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان	شهرام امامی نگار مروتی بهروز یحیی فاطمه نیتی	علی سلوکی مهتاب شیرازی
جغرافیا	مسئول درس: الناز گنج‌کار دستیار: الهه ریاحی نسب	بهروز یحیی نگار مروتی شهرام امامی	علی سلوکی مهتاب شیرازی
فلسفه و منطق	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام	حمید سودیان‌طهرانی علی اکبر آخوندی مهدی لاجوردی احمد خداداد حسینی سعید رحیمیان	مهدی مشایخی محمدعلی مهرآبادی مهتاب بیشه فراز مختاری نژاد
اقتصاد	مسئول درس: امیر محمدبیگی دستیار: محمدرضا مبارکی	حسین خاکساری میترا چینی ساز محمدرضا مبارکی رش بدری	کوثر رعدی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضـــــــیات

۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- به‌ازای هر x داریم:

$$\sqrt{x^2}=|x|$$

- به‌طور کلی حد هر چندجمله‌ای به‌صورت $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ در $\pm\infty$ برابر حد جمله‌ای از آن است که دارای بزرگ‌ترین درجه است یعنی:

$$\lim_{x\to\pm\infty}(a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0)=\lim_{x\to\pm\infty}a_nx^n$$

جوابش اینه

با جای‌گذاری $2x$ به جای x در تابع f، تابع $f(2x)$ را پیدا کرده و حاصل حد را به‌دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(2x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-\sqrt{16x^2+2x-1}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-|4x|}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+4x}{x}=6$$

۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- (قضیهٔ تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها): اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجهٔ $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آن‌گاه چندجمله‌ای‌های منحصربه‌فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به‌طوری که:

$$f(x)=p(x)q(x)+r(x)$$

که در آن $r(x)=0$ یا درجهٔ $r(x)$ از درجهٔ $p(x)$ کمتر است.

- (قضیه): باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ عبارت است از $r(x)=f(\frac{-b}{a})$.

جوابش اینه

قضیهٔ تقسیم را نوشته و ریشه‌های معادلهٔ $x^2+x-6=0$ یعنی ۲ و -3 را جایگزین x می‌کنیم:

$$f(x)=(x^2+x-6)g(x)+3x+1\Rightarrow\begin{cases}f(2)=3\times2+1=7\\ f(-3)=3\times(-3)+1=-8\end{cases}$$

برای محاسبهٔ باقی‌ماندهٔ خواسته شده، ریشهٔ معادلهٔ $x+1=0$ یعنی $x=-1$ را جایگزین x می‌کنیم:

$$g(x)=2f(x+3)+xf(x-2)$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم: $R=g(-1)=2f(2)-f(-3)=2\times7-(-8)=22$

۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توابع $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a|+c$ و مقدار مینیمم $-|a|+c$ و دورهٔ تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جوابش اینه

ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر است:

$$f(x)=c+\frac{a}{۲}\sin ۲bx$$

از آنجا که $f(۰)=c$ پس $c=۱/۵$

ضمناً در $x=۰$ تابع نزولی است، پس $ab<۰$ است. فرض کنید $a<۰$ و $b>۰$ باشد.

دورهٔ تناوب تابع برابر ۴π است، پس: $۳\pi-(-\pi)=۴\pi$

$$T=۴\pi=\frac{۲\pi}{|۲b|}\xrightarrow{b>۰}b=\frac{۱}{۴}$$

همچنین مقدار مینیمم تابع برابر -۱ است، پس:

$$\min=-۱\Rightarrow c-\left|\frac{a}{۲}\right|=-۱\xrightarrow{a<۰}c+\frac{a}{۲}=-۱\xrightarrow{c=۱/۵}a=-۵$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$c+ab=\frac{۳}{۲}-۵\times\frac{۱}{۴}=\frac{۶}{۴}-\frac{۵}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ عبارت است از $r(x)=f(\frac{-b}{a})$.

جوابش اینه

نمودار تابع $y=x^۳$، یک واحد به چپ منتقل شده است؛

$$f(x)=-(x+۱)^۳+b\Rightarrow a=-۱$$

همچنین تابع f از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس:

$$f(۰)=۰\Rightarrow -۱+b=۰\Rightarrow b=۱$$

پس $f(x)=-(x+۱)^۳+۱$ است.

باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x-b)$ بر $x-a$ برابر $f(a-b)$ است.

$$R=f(a-b)=f(-۱-۱)=f(-۲)=-(-۲+۱)^۳+۱=۱+۱=۲$$

۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار $y=f(x)+k$، اگر $k>۰$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به‌سمت بالا انتقال دهیم و برای $k<۰$ این انتقال به‌سمت پایین انجام می‌شود.
- برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>۰$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<۰$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.
- اگر طول نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=f(-x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y=f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جوابش اینه

ابتدا رأس تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=x^2-4x+k \Rightarrow f(x)=(x-2)^2+k-4 \Rightarrow \text{رأس}(2,k-4)$$

در اثر تبدیلات انجام شده، مختصات رأس جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$(2,k-4) \xrightarrow{\text{۳ واحد راست}} (5,k-4) \xrightarrow{\text{۲ واحد پایین}} (5,k-6) \xrightarrow[\text{محور عرض‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} (-5,k-6)$$

نقطهٔ به‌دست آمده باید روی خط $y=-x$ باشد، پس:

$$k-6=-(-5) \Rightarrow k-6=5 \Rightarrow k=11$$

اینجوری هم میشه

مطابق قوانین تبدیل نمودار توابع، با فرض $f(x)=x^2-4x+k$، داریم:

$$f(x) \xrightarrow{\text{۳ واحد راست}} f(x-3) \xrightarrow{\text{۲ واحد پایین}} f(x-3)-2 \xrightarrow[\text{محور عرض‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} f(-x-3)-2$$

$$\text{منحنی جدید}: y=f(-x-3)-2=(-x-3)^2-4(-x-3)+k-2=x^2+10x+19+k$$

اکنون به محاسبهٔ رأس سهمی جدید می‌پردازیم:

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{10}{2}=-5 \Rightarrow y=25-50+19+k=k-6$$

معادلهٔ نیمساز ناحیه دوم به‌صورت $y=-x$ است، پس از آنجا که رأس سهمی روی نیمساز ربع دوم قرار دارد، داریم:

$$k-6=-(-5) \Rightarrow k=11$$

۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

جوابش اینه

معادلهٔ خطوط f و g را به‌دست می‌آوریم:

تابع خطی f از دو نقطهٔ $(a,0)$ و $(0,2)$ می‌گذرد، پس شیب آن برابر $\frac{-2}{a}$ و عرض از مبدأ آن برابر ۲ است.

تابع خطی g از دو نقطهٔ $(-2,0)$ و $(0,2a)$ می‌گذرد، پس شیب آن برابر $\frac{2a}{2}$ و عرض از مبدأ آن برابر $2a$ است؛ بنابراین ضابطهٔ دو تابع f و g و ترکیب آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} f(x)=-\frac{2}{a}x+2 \\ g(x)=ax+2a \end{cases} \Rightarrow fog(x)=-\frac{2}{a}(ax+2a)+2=-2x-2$$

اکنون حد داده‌شده را برحسب a محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{fog}{f+g}\right)(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x-2}{-\frac{2}{a}x+2+ax+2a}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x-2}{(-\frac{2}{a}+a)x+2+2a}=\frac{-2}{-\frac{2}{a}+a}=\frac{-2a}{a^2-2}$$

مقدار این حد برابر ۱۲ است، پس:

$$\frac{-2a}{a^2-2}=12 \Rightarrow 6a^2+a-12=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ a=\frac{4}{3} \end{cases} \xrightarrow{a<0} a=-\frac{3}{2}$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$
- $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$
- $\tan(\alpha-\frac{\pi}{2})=-\cot\alpha$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جوابش اینه

با توجه به اتحادهای مثلثاتی، مقدار $\tan\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan(2\alpha-\frac{\pi}{2})=\frac{12}{5}\Rightarrow -\cot 2\alpha=\frac{12}{5}\Rightarrow \tan 2\alpha=-\frac{5}{12}\Rightarrow \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\frac{5}{12}\Rightarrow 5\tan^2\alpha-24\tan\alpha-5=0$$

$$\Rightarrow (\tan\alpha-5)(5\tan\alpha+1)=0\xrightarrow{\tan\alpha<0}\tan\alpha=-\frac{1}{5}$$

از طرفی مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\tan(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}=\frac{1-\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}}=\frac{2}{3}$$

اینجوری هم میشه

می‌دانیم $\tan(2\alpha-\frac{\pi}{2})=\tan(2\alpha+\frac{\pi}{2})$؛ بنابراین:

$$\tan(2\alpha-\frac{\pi}{2})=\frac{12}{5}\Rightarrow \tan(2\alpha+\frac{\pi}{2})=\frac{12}{5}\Rightarrow \tan(2(\alpha+\frac{\pi}{4}))=\frac{12}{5}\Rightarrow \frac{2\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})}{1-\tan^2(\alpha+\frac{\pi}{4})}=\frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow 10\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=12-12\tan^2(\alpha+\frac{\pi}{4})\Rightarrow 6\tan^2(\alpha+\frac{\pi}{4})+5\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})-6=0\Rightarrow \tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{2}{3}\text{ یا }-\frac{3}{2}$$

با توجه به اینکه $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$، پس $\frac{3\pi}{4}<\alpha+\frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{4}$ یعنی $-1<\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})<1$؛ بنابراین جواب $-\frac{3}{2}$ برای $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$ غیرقابل‌قبول است و داریم:

$$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{2}{3}$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- تابع f را در یک مجموعه، اکیداً صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a<b$، آن‌گاه $f(a)<f(b)$. در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه بالا خواهیم رفت.

جوابش اینه

بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y=2-f(1-\frac{x}{3})$ در آن اکیداً صعودی است، بازهٔ $[-\infty,2)$ است، پس $x=2$ طول رأس سهمی $y=2-f(1-\frac{x}{3})$ است. پس طول رأس سهمی $y=f(x)$ برابر $\frac{1}{3}$ است، پس:

$$-\frac{m}{4}=\frac{1}{3}\Rightarrow m=-\frac{4}{3}$$

اینجوری هم میشه

اگر $x=\alpha$ رأس سهمی g باشد، آن‌گاه بازهٔ $[-\infty,\alpha]$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع g در آن بازه اکیداً یکنواست. رأس سهمی $f(x)=2x^2+mx-1$، به طول $x=\frac{-b}{2a}=-\frac{m}{4}$ است.

برای رسم تابع $y=2-f(1-\frac{x}{3})$ باید تابع f را یک واحد به چپ برده، سپس طول نقاط را سه برابر کرده و آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم؛ بنابراین رأس سهمی $y=2-f(1-\frac{x}{3})$ به‌صورت $x=-3(-\frac{m}{4}-1)$ است.

طول رأس سهمی باید برابر ۲ باشد، پس: $-3(-\frac{m}{4}-1)=2\Rightarrow \frac{3m}{4}+3=2\Rightarrow m=-\frac{4}{3}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

– تابع f را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a<b$، آن‌گاه $f(a)>f(b)$. در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه پایین خواهیم رفت.

جوابش اینه

اگر $f(a)>f(b)$ و f اکیداً نزولی باشد، آن‌گاه $a<b$ است.

$$f(۶x-x^۲)>f(۸) \Rightarrow ۶x-x^۲<۸ \Rightarrow x^۲-۶x+۸>۰ \Rightarrow x<۲ \text{ یا } x>۴ \quad (۱)$$

از طرفی طبق شرط دامنه داریم:

$$(۶x-x^۲)\in D_f \Rightarrow ۶x-x^۲>۰ \Rightarrow x^۲-۶x<۰ \Rightarrow ۰<x<۶ \quad (۲)$$

پس از اشتراک (۱) و (۲) مجموعه جواب به‌صورت $(۰,۲)\cup(۴,۶)$ است که شامل دو عدد صحیح ۵ و ۱ است.

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

– $\tan ۲\alpha=\dfrac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$

– $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\tan\beta}$

جوابش اینه

ابتدا $\tan\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha} \Rightarrow \frac{۳}{۴}=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha} \Rightarrow ۳\tan^۲\alpha+۸\tan\alpha-۳=۰ \Rightarrow (\tan\alpha+۳)(۳\tan\alpha-۱)=۰$$

$$\xrightarrow{\tan\alpha>۰} \tan\alpha=\frac{۱}{۳}$$

حال، از آنجا که $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{۴}$ است، پس:

$$\tan\beta=\tan(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\frac{۱-\tan\alpha}{۱+\tan\alpha}=\frac{۱-\frac{۱}{۳}}{۱+\frac{۱}{۳}}=\frac{۱}{۲}$$

اکنون اگر طول BD را x بنامیم، با توجه به اینکه $BC=AB=DB+۲$، داریم:

$$\tan\beta=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{x}{x+۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲x=x+۲ \Rightarrow x=۲$$

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

جوابش اینه

ابتدا معادله را فقط برحسب سینوس می‌نویسیم:

$$۲(۱-\mathrm{Sin}^۲x)+a\,\mathrm{Sin}\,x=a \Rightarrow ۲(۱-\mathrm{Sin}^۲x)=a(۱-\mathrm{Sin}\,x) \Rightarrow ۲(۱-\mathrm{Sin}\,x)(۱+\mathrm{Sin}\,x)=a(۱-\mathrm{Sin}\,x)$$

یکی از جواب‌های معادله، از تساوی $\mathrm{Sin}\,x=۱$ به‌دست می‌آید که همان $x=\dfrac{\pi}{۲}$ است. پس با توجه به اینکه مجموع دو جواب معادله در بازهٔ $(۰,\frac{۳\pi}{۲})$ برابر $\frac{۵\pi}{۳}$ است، جواب دیگر برابر $\frac{۷\pi}{۶}$ است.

$$۲(۱+\mathrm{Sin}\,x)=a \Rightarrow \mathrm{Sin}\,x=\frac{a}{۲}-۱ \xrightarrow{x=\frac{۷\pi}{۶}} -\frac{۱}{۲}=\frac{a}{۲}-۱ \Rightarrow a=۱$$

بنابراین دورهٔ تناوب تابع $y=\mathrm{Cos}\frac{x}{a}=\mathrm{Cos}\,x$ برابر ۲π است.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- خط $x=a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=+\infty \qquad \lim_{x\to a^-} f(x)=+\infty$$
$$\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty \qquad \lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty$$

- خط $y=L$ را مجانب افقی نمودار $y=f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=L$ برقرار باشد.

جوابش اینه

مجانب‌های تابع فقط در یک نقطه متقاطع هستند، پس تابع فقط یک مجانب افقی و یک مجانب قائم دارد.

عدد a صفر نیست، پس معادلهٔ مخرج نمی‌تواند درجه یک باشد. همچنین c صفر نیست، پس معادلهٔ مخرج نمی‌تواند ریشهٔ مشترک با صورت داشته باشد، پس حتماً باید مخرج ریشهٔ مضاعف داشته باشد.

بنابراین باید $x=-۱$ ریشهٔ مضاعف مخرج و $y=۲$ برابر حد f در $+\infty$ و $-\infty$ باشد.

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{c+۳}{a}=۲ \Rightarrow c+۳=۲a$$

$$ax^۲+bx+c=a(x+۱)^۲=ax^۲+۲ax+a \Rightarrow \begin{cases}۲a=b\\ a=c\end{cases}$$

از حل دستگاه $\begin{cases}a=c\\ c+۳=۲a\end{cases}$ نتیجه می‌گیریم $a=c=۳$ و در نتیجه $b=۶$؛ بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f(x)=\frac{۶x^۲}{۳(x+۱)^۲} \Rightarrow f(-۲)=۸$$

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)**

خوبه اینو بدونی

- برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>۰$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<۰$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.

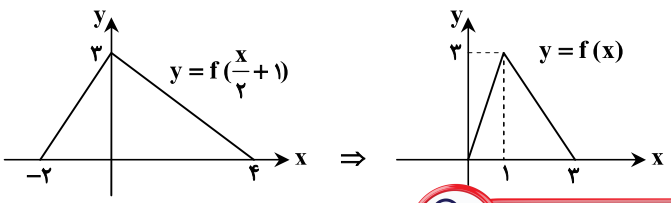
- برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم.

- اگر $k>۱$ باشد، نمودار $y=f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور xها به‌دست می‌آید و اگر $۰<k<۱$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.

جوابش اینه

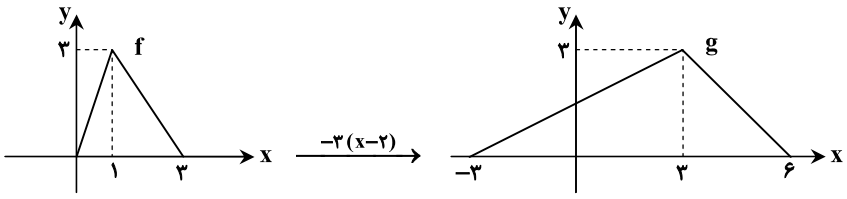
اگر طول نقاط روی نمودار تابع $y=f(\frac{x}{۲}+۱)$ را نصف کرده و سپس یک واحد به سمت راست ببریم، به نمودار تابع f می‌رسیم.

$$y=f(\frac{x}{۲}+۱) \xrightarrow{x\to ۲x} y=f(x+۱) \xrightarrow{x\to x-۱} y=f(x)$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

برای رسم نمودار تابع $g(x)=f(-\frac{x}{۳}+۲)$، نمودار تابع f را دو واحد به‌سمت چپ می‌آوریم و سپس طول نقاط حاصل را سه برابر کرده و نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم:



پس نمودار تابع g در بازهٔ $[-۳,۳]$ و زیرمجموعه‌های آن اکیداً صعودی است، پس حداکثر $\beta-\alpha$ برابر ۶ است.

اینجوری هم میشه

بعد از رسم تابع f می‌توان گفت، تابع $y=۲-\frac{x}{۳}$ اکیداً نزولی است، پس باید قسمتی از دامنهٔ f را انتخاب کنیم که در آن نزولی باشد، تا تابع g اکیداً صعودی باشد. تابع f در بازهٔ $[۱,۳]$ اکیداً نزولی است؛ بنابراین:

$$۱\le -\frac{x}{۳}+۲\le ۳ \xrightarrow{-۲} -۱\le -\frac{x}{۳}\le ۱ \xrightarrow{\times(-۳)} -۳\le x\le ۳$$

پس حداکثر $\beta-\alpha$ برابر ۶ است.

اینجوری هم میشه

طول بازهٔ صعودی بودن با انتقال تغییر نمی‌کند، پس فقط تبدیل‌های انقباض و انبساط و قرینه را روی طول بازهٔ اکیداً نزولی تابع اولیه انجام می‌دهیم:

$$y=f(\frac{x}{۲}) \xrightarrow{\text{نصف‌کردن افقی}} y=f(x) \xrightarrow{\text{۳ برابرکردن افقی}} y=f(\frac{x}{۳})$$

$$\max(\beta-\alpha)=۳\times\frac{۱}{۲}\times(۴-۰)=۶$$

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

جوابش اینه

حاصل حد داده‌شده برابر $+\infty$ است، پس $f^{-۱}(۲)=۱$ و یعنی $f(۱)=۲$، اگر شیب تابع خطی f برابر m باشد، داریم: $f(x)=m(x-۱)+۲$، پس $f^{-۱}(x)=\frac{x-۲+m}{m}$.

$$\lim_{x\to ۲^+}\frac{f(x)}{۱-f^{-۱}(x)}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{m(x-۱)+۲}{۱-\frac{x-۲+m}{m}}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{m^۲(x-۱)+۲m}{۲-x}$$

مخرج کسر با مقادیر منفی به صفر میل می‌کند، پس برای آنکه حاصل حد برابر $+\infty$ باشد، باید حد صورت کسر، منفی باشد، یعنی:

$$m^۲+۲m<۰ \Rightarrow -۲<m<۰$$

حال تابع g را می‌سازیم:

$$g(x)=\frac{x}{۲-f(x)}=\frac{x}{۲-m(x-۱)-۲}=\frac{-x}{m(x-۱)}$$

از آنجا که $m<۰$، پس:

$$\lim_{x\to ۱^+}g(x)=\frac{-۱}{m\times ۰^+}=+\infty$$

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos x=\cos\alpha$ به‌صورت $x=۲k\pi\pm\alpha$ می‌باشند که $k\in\mathbb{Z}$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جوابش اینه

با دقت در سمت چپ معادله، داریم:

$$-1 \le \sin 3x \le 1 \Rightarrow 0 \le \sin^2 3x \le 1$$

$$-1 \le \cos(2x+\frac{\pi}{3}) \le 1$$

پس حداکثر مقدار $\sin^2 3x$ و $\cos(2x+\frac{\pi}{3})$ برابر یک است.

از طرفی سمت راست معادله برابر ۲ است، پس باید هر دو عبارت سمت چپ بیشترین مقدار خود را داشته باشند. ابتدا معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم و جواب‌های آن را در معادلهٔ $\sin^2 3x = 1$ امتحان می‌کنیم:

$$\cos(2x+\frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow 2x+\frac{\pi}{3} = 2k\pi \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow[k\in\mathbb{Z}]{x\in[0,2\pi]} x = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \sin^2 3x = \sin^2 \frac{5\pi}{2} = 1 \quad \checkmark$$

$$x = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \sin^2 3x = \sin^2 \frac{11\pi}{2} = 1 \quad \checkmark$$

پس هر دو جواب قابل‌قبول بوده و $x = \frac{5\pi}{6}$ و $x = \frac{11\pi}{6}$ دو جواب معادله در بازهٔ $[0,2\pi]$ هستند. اختلاف این دو جواب برابر π است.

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

جوابش اینه

با انجام تبدیلات بر روی $f(\frac{a-x}{3})$ به تابع $f(1+\frac{x}{b})$ می‌رسیم.

$$x \to -x \quad x \to x-a \quad x \to 3x \quad x \to x+1 \quad x \to \frac{x}{b}$$

$f(\frac{a-x}{3})$	$f(\frac{a+x}{3})$	$f(\frac{x}{3})$	$f(x)$	$f(1+x)$	$f(1+\frac{x}{b})$
$[-4,2]$	$[-2,4]$	$[-2+a,4+a]$	$[\frac{-2+a}{3},\frac{4+a}{3}]$	$[\frac{-5+a}{3},\frac{1+a}{3}]$	$[\frac{ab-5b}{3},\frac{ab+b}{3}]$

دامنه :

دامنه به‌دست آمده باید همان دامنهٔ اصلی یعنی $[-4,2]$ باشد، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{ab-5b}{3} = -4 \\ \frac{ab+b}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = -12+5b \\ ab = 6-b \end{cases} \Rightarrow -12+5b = 6-b \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 4$$

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

جوابش اینه

ابتدا حد داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to+\infty}(x-\frac{f(x)}{x+2}) = 3 \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2x-f(x)}{x+2} = 3$$

به شرطی تساوی فوق برقرار است که صورت کسر به‌صورت $3x+k$ باشد، پس:

$$x^2+2x-f(x) = 3x+k \Rightarrow f(x) = x^2-x-k$$

بنابراین ضابطهٔ تابع $y = \frac{f(x)}{x^2}$ به‌صورت روبه‌رو است:

$$y = \frac{f(x)}{x^2} = \frac{x^2-x-k}{x^2} = 1-\frac{1}{x}-\frac{k}{x^2}$$

برای بررسی نمودار تابع حاصل در مجاورت مجانب افقی از $\frac{k}{x^2}$ صرف نظر می‌کنیم (زیرا در $x\to+\infty$، $\frac{k}{x^2}$ به صفر میل می‌کند.)؛ بنابراین مجانب افقی خط $y=1$ است.

$$y = 1-\frac{1}{x} \Rightarrow \begin{cases} x\to+\infty & y<1 \text{ زیرمجانب} \\ x\to-\infty & y>1 \text{ بالای مجانب} \end{cases}$$

فقط گزینهٔ ۱ چنین ویژگی‌هایی دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

جوابش اینه

با توجه به شکل $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$ و صورت کسر عبارتی درجه اول است.

پس f در اطراف $x=a$ تغییر علامت نمی‌دهد؛ بنابراین $x=a$ ریشهٔ مضاعف مخرج کسر است. از طرفی چون $x=a$ تنها مجانب قائم تابع است، پس عامل دیگر مخرج $x+3$ است و در نتیجه مخرج کسر به‌صورت $(x+3)(x-a)^2$ است و داریم:

$$(x+3)(x-a)^2 = (x+3)(x^2-2ax+a^2) = x^3-2ax^2+a^2x+3x^2-6ax+3a^2 = x^3+(3-2a)x^2+(a^2-6a)x+3a^2$$

اکنون عبارت به‌دست آمده را با مخرج متحد قرار می‌دهیم:

$$x^3+(3-2a)x^2+(a^2-6a)x+3a^2 = x^3-ax^2-bx+c \Rightarrow \begin{cases} 3-2a=-a \Rightarrow a=3 \\ a^2-6a=-b \Rightarrow -9=-b \Rightarrow b=9 \\ 3a^2=c \Rightarrow c=27 \end{cases}$$

دقت کنید اگر مخرج به‌صورت $(x+3)^3$ باشد، باید $a=-3$ باشد در این صورت:

$$(x+3)^3 = x^3+9x^2+27x+27 = x^3-ax^2-bx+c \Rightarrow a=-9 \text{ غ‌ق‌ق}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{81}{81} = 1$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- توان‌های ماتریس مربعی A به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A^2 = A\cdot A \;,\; A^3 = A\cdot A^2 = A^2\cdot A \;,\; A^4 = A\cdot A^3 = A^2\cdot A^2 = A^3\cdot A \;,\; A^{n+1} = A\cdot A^n = A^n\cdot A$$

جوابش اینه

ابتدا ماتریس A^2 و سپس ماتریس A^3 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = A\cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A\cdot A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

حال ماتریس A^{111} را به‌دست می‌آوریم:

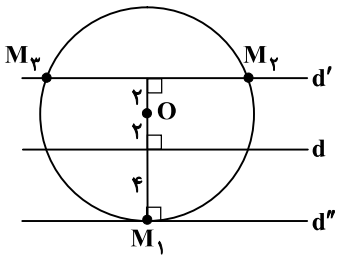
$$A^3 = I \Rightarrow (A^3)^{37} = I^{37} \Rightarrow A^{111} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2$$

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)

جوابش اینه

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطهٔ O به فاصلهٔ ۶ باشند، دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۶ می‌باشد. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۴ باشد، دو خط موازی d به فاصلهٔ ۴ در طرفین آن می‌باشد (خطوط d' و d''). محل تلاقی این دو مکان، نقاط جواب است:

چون فاصلهٔ O از خط d برابر ۲ است، مطابق شکل، دایره با دو خط d' و d'' در ۳ نقطه مشترک است. (M_3, M_2, M_1)



۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به‌دست می‌آید:

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\times\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

جوابش اینه

ابتدا از رابطهٔ داده‌شده، ماتریس BA را می‌یابیم.

$$BA+C=I \Rightarrow BA+\begin{bmatrix} ۴ & -۱ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow B\cdot A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۴ & -۱ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow BA=\begin{bmatrix} -۳ & ۱ \\ -۲ & ۰ \end{bmatrix}$$

برای به‌دست آوردن B، وارون A را از سمت راست در دو طرف تساوی بالا ضرب می‌کنیم.

$$BA\cdot A^{-1}=\begin{bmatrix} -۳ & ۱ \\ -۲ & ۰ \end{bmatrix}\times A^{-1} \Rightarrow B=\begin{bmatrix} -۳ & ۱ \\ -۲ & ۰ \end{bmatrix}\times A^{-1}$$

حال ماتریس A^{-1} را یافته و داریم:

$$A=\begin{bmatrix} ۳ & ۷ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{۱}{|A|}\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}=\frac{۱}{۹-۷}\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$B=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} -۳ & ۱ \\ -۲ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۷ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} -۱۰ & ۲۴ \\ -۶ & ۱۴ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۵ & ۱۲ \\ -۳ & ۷ \end{bmatrix}$$

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- دترمینان ماتریس‌های ۲×۲ به‌صورت مقابل است:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$$

- سه حالت زیر را برای دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ می‌توان در نظر گرفت:

الف) اگر $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$، در این صورت دو خط متقاطع‌اند و دستگاه یک جواب یکتا دارد.

$$\begin{array}{l} ax+by=c \\ \hline \\ a'x+b'y=c' \end{array}$$

ب) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$، در این صورت دو خط موازی‌اند و یکی از دو حالت زیر می‌تواند رخ دهد:

۱) $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$، در این حالت دو خط موازی‌اند و هیچ نقطهٔ اشتراکی ندارند، لذا دستگاه هیچ جوابی ندارد.

$$\begin{array}{l} ax+by=c \\ \hline a'x+b'y=c' \\ \hline \end{array}$$

۲) $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ در این حالت دو خط موازی‌اند و روی یکدیگر واقع‌اند یا به عبارتی هر دو معادله یک خط را نشان می‌دهند، لذا دستگاه تعداد بی‌شمار جواب دارد و هر نقطه‌ای که در یکی از معادلات صدق کند، در دیگری هم صدق می‌کند.

$$\begin{array}{l} ax+by=c \\ \hline a'x+b'y=c' \end{array}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جوابش اینه

دستگاه معادلات دارای بی‌شمار جواب است، پس طبق نکته، داریم:

$$\frac{a}{۴}=\frac{۲}{۱}=\frac{۶}{۳}\Rightarrow a=۸$$

ماتریس ضرایب به‌صورت $A=\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}$ است.

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $A-I=\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷ & ۲\\ ۴ & ۰\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix}۷ & ۲\\ ۴ & ۰\end{vmatrix}=۰-۸=-۸$

گزینهٔ ۲: $A+۳I=\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۳ & ۰\\ ۰ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۱ & ۲\\ ۴ & ۴\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix}۱۱ & ۲\\ ۴ & ۴\end{vmatrix}=۴۴-۸=۳۶$

گزینهٔ ۳: $A^۲=\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷۲ & ۱۸\\ ۳۶ & ۹\end{bmatrix}\Rightarrow A^۲-I=\begin{bmatrix}۷۲ & ۱۸\\ ۳۶ & ۹\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow A^۲-I=\begin{bmatrix}۷۱ & ۱۸\\ ۳۶ & ۸\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix}۷۱ & ۱۸\\ ۳۶ & ۸\end{vmatrix}=۵۶۸-۶۴۸=-۸۰$$

گزینهٔ ۴: $A-۹I=\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ ۴ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۹ & ۰\\ ۰ & ۹\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۴ & -۸\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix}-۱ & ۲\\ ۴ & -۸\end{vmatrix}=۸-۸=۰$

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- دترمینان ماتریس‌های ۲×۲ به‌صورت مقابل است:

$$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=ad-bc$$

- برای ماتریس مربعی مرتبهٔ n و عدد حقیقی k، داریم:

$$|kA_{n\times n}|=k^n|A_{n\times n}|$$

جوابش اینه

طبق نکات فوق از تساوی داده‌شده دترمینان می‌گیریم:

$$|۲A|=\begin{vmatrix}|A| & -۲\\ ۲ & |A|\end{vmatrix}\Rightarrow ۲^۲|A|=|A|^۲-(-۴)=|A|^۲+۴\Rightarrow|A|^۲-۴|A|+۴=۰\Rightarrow(|A|-۲)^۲=۰\Rightarrow|A|=۲$$

خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$|۳A|=۳^۲|A|=۹\times۲=۱۸$$

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

اگر A ماتریسی مربعی از مرتبهٔ n باشد، $(۳\le n\le ۱)$ در این صورت دترمینان ماتریس A را با نماد $\det(A)=|A|$ نمایش می‌دهیم و داریم:

I) $A=[k]_{۱\times۱}\Rightarrow|A|=k$

II) $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=ad-bc$

III) $A=\begin{bmatrix}a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=a_{۱۱}\times(-۱)^{۱+۱}\times\begin{vmatrix}a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{vmatrix}+a_{۱۲}\times(-۱)^{۱+۲}\times\begin{vmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۳}\end{vmatrix}+a_{۱۳}\times(-۱)^{۱+۳}\times\begin{vmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۲}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲}\end{vmatrix}$

برحسب سطر اول $|A|=a_{۱۱}\times\begin{vmatrix}a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{vmatrix}-a_{۱۲}\times\begin{vmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۳}\end{vmatrix}+a_{۱۳}\times\begin{vmatrix}a_{۲۱} & a_{۲۲}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲}\end{vmatrix}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جوابش اینه

(برای هر ماتریس ۳×۳ دلخواه می‌توان دترمینان A را برحسب هر سطر یا ستونی به‌دست آورد که حاصل در همهٔ حالت‌ها یکسان خواهد بود.)

$$\begin{vmatrix} x & ۰ & -۱ \\ ۲x & x+۱ & x \\ ۱ & ۰ & x+۲ \end{vmatrix} = ۰$$

طبق نکتهٔ بالا این دترمینان را برحسب ستون دوم بسط می‌دهیم:

$$(x+۱)\begin{vmatrix} x & -۱ \\ ۱ & x+۲ \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow (x+۱)(x^۲+۲x+۱) = ۰ \Rightarrow (x+۱)(x+۱)^۲ = ۰ \Rightarrow (x+۱)^۳ = ۰ \Rightarrow x = -۱$$

بنابراین معادله فقط یک ریشهٔ $x = -۱$ دارد.

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)**

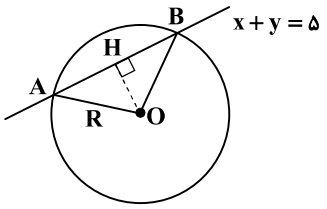
خوبه اینو بدونی

- با داشتن مختصات مرکز و طول شعاع دایره، می‌توان معادلهٔ آن را تعیین کرد و برعکس، با داشتن معادلهٔ دایره می‌توان مختصات مرکز و طول شعاع آن را به‌دست آورد.

$$(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲ = R^۲ \Rightarrow \text{مرکز دایره: } O'(\alpha,\beta) \text{ و شعاع دایره } = R$$

جوابش اینه

ابتدا مختصات مرکز دایره و طول شعاع آن را به‌دست می‌آوریم:



$$x^۲+y^۲-۶x+۵ = ۰$$
$$(x-۳)^۲+y^۲ = ۴$$
مرکز $O(۳,۰)$
شعاع $R = \sqrt{۴} = ۲$

حال برای اینکه مساحت مثلث OAB را محاسبه کنیم، باید فاصلهٔ $O(۳,۰)$ تا خط $x+y-۵ = ۰$ را به‌دست آوریم:

$$OH = \frac{|۳+۰-۵|}{\sqrt{۱+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

$$\text{فیثاغورس در مثلث OAH}: R^۲ = OH^۲ + AH^۲ \Rightarrow ۲^۲ = \sqrt{۲}^۲ + AH^۲ \Rightarrow AH = \sqrt{۲}$$

می‌دانیم اگر از مرکز به وتر عمود کنیم، وتر نصف می‌شود، پس:

$$AB = ۲\times AH = ۲\sqrt{۲}$$

$$\text{مساحت OAB} = \frac{۱}{۲}OH \times AB = \frac{۱}{۲}\times\sqrt{۲}\times ۲\sqrt{۲} = ۲$$

۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ **مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)**

خوبه اینو بدونی

- در معادلهٔ گسترده (ضمنی) دایره به‌صورت $x^۲+y^۲+ax+by+c = ۰$:

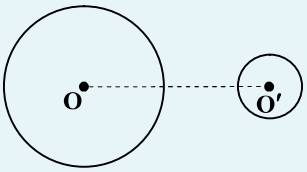
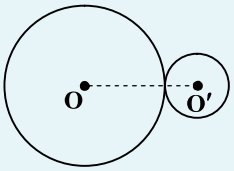
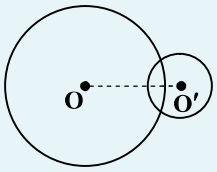
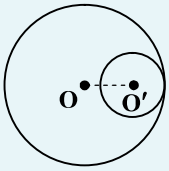
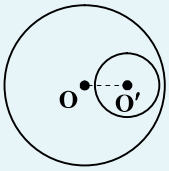
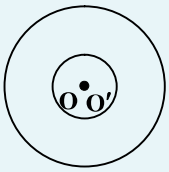
الف) همواره ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ با هم برابر و مساوی ۱ است.

ب) مرکز دایره به مختصات $(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})$ است.

پ) شعاع دایره $R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

– حالت‌های دو دایره نسبت به هم با شعاع‌های R و R' و خط‌المرکزین $OO' = d$ به‌صورت زیر است: $(R > R')$

دو دایرهٔ متخارج	$d > R + R'$	
دو دایرهٔ مماس بیرون	$d = R + R'$	
دو دایرهٔ متقاطع	$\lvert R - R' \rvert < d < R + R'$	
دو دایرهٔ مماس درون	$d = \lvert R - R' \rvert$	
دو دایرهٔ متداخل	$d < \lvert R - R' \rvert$	
دو دایرهٔ هم‌مرکز	$d = ۰$	

جوابش اینه

ابتدا مختصات مرکز و شعاع دو دایره را به‌دست می‌آوریم:

$x^۲ + y^۲ + ۸x + ۲y + ۱۶ = ۰ \Rightarrow$ مرکز دایره : $O(-۴, -۱)$

شعاع دایره : $R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۶۴ + ۴ - ۴ \times ۱۶} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴} = ۱$

$x^۲ + y^۲ + ۲x + ۲y - m = ۰ \Rightarrow$ مرکز دایره : $O'(-۱, -۱)$

شعاع دایره : $R' = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۴ - ۴(-m)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۸ + ۴m} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴(۲ + m)} = \sqrt{۲ + m}$

دو دایره فقط یک مماس مشترک دارند، پس دو دایره مماس داخل هستند و طبق نکته، داریم: $d = OO' = \lvert R - R' \rvert$، پس خط‌المرکزین را محاسبه کرده و داریم:

$$d = \sqrt{(-۴ + ۱)^۲ + (-۱ + ۱)^۲} = \sqrt{۹ + ۰} = \sqrt{۹} = ۳$$

$$\lvert ۱ - \sqrt{۲ + m} \rvert = ۳ \Rightarrow ۱ - \sqrt{۲ + m} = \pm ۳$$

$$\begin{cases} ۱ - \sqrt{۲ + m} = ۳ \Rightarrow \sqrt{۲ + m} = -۲ \text{ غیرممکن} \\ ۱ - \sqrt{۲ + m} = -۳ \Rightarrow \sqrt{۲ + m} = ۴ \Rightarrow ۲ + m = ۱۶ \Rightarrow m = ۱۴ \end{cases}$$

حال مختصات مرکز دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - mx + (m + ۲)y = ۸$ را تعیین می‌کنیم:

$x^۲ + y^۲ - ۱۴x + ۱۶y - ۸ = ۰ \Rightarrow$ مرکز دایره $O_۱(۷, -۸)$

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- با داشتن مختصات مرکز و طول شعاع دایره، می‌توان معادلهٔ آن را تعیین کرد و برعکس با داشتن معادلهٔ دایره می‌توان مختصات مرکز و طول شعاع آن را به‌دست آورد.

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2 \Rightarrow$ مرکز دایره: $O'(\alpha,\beta)$، شعاع دایره $=r$

جوابش اینه

ابتدا مختصات مرکز و شعاع دایرهٔ داده‌شده را می‌یابیم.

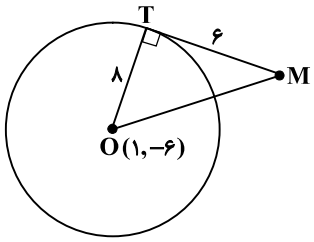
$$x^2+y^2-2x+12y-27=0 \Rightarrow (x-1)^2-1+(y+6)^2-36-27=0$$

$$(x-1)^2+(y+6)^2=64 \Rightarrow O(1,-6), R=8$$

اگر M نقطه‌ای از مکان هندسی موردنظر باشد، داریم:

$$MT=6 \Rightarrow OM=\sqrt{OT^2+MT^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$$

چون OM مقدار ثابتی است؛ بنابراین مکان M دایره‌ای است به مرکز O و شعاع $OM=10$، پس:



$$C:(x-1)^2+(y+6)^2=10^2$$

حال نقطهٔ برخورد دایرهٔ C با محور xها را می‌یابیم:

$$y=0 \Rightarrow (x-1)^2+(0+6)^2=100 \Rightarrow (x-1)^2=64 \Rightarrow \begin{cases} x-1=8 \\ x-1=-8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=-7, x=9$$

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

جوابش اینه

ابتدا A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{bmatrix}=7I$$

از رابطهٔ داده‌شده، داریم:

$$A^2=AB(3I-A)^{-1}-3A \Rightarrow AB(3I-A)^{-1}=A^2+3A$$

دو طرف این تساوی را از سمت راست در $3I-A$ ضرب می‌کنیم:

$$AB\underbrace{(3I-A)^{-1}(3I-A)}_{I}=(A^2+3A)(3I-A)$$

$$AB=A(A+3I)(3I-A)=A(9I-A^2)=A(9I-7I)=2A$$

A وارون‌پذیر است؛ زیرا:

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-4-3\neq 0$$

طرفین رابطهٔ $AB=2A$ را از چپ در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

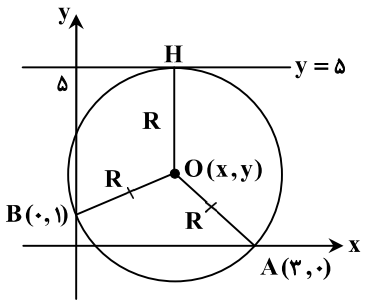
$$AB=2A \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}\cdot A\cdot B=2A^{-1}\cdot A \Rightarrow B=2I$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

جوابش اینه

مختصات مرکز دایره را به‌صورت $O(x,y)$ در نظر گرفته و با توجه به شکل زیر، داریم:



$$OA = OB$$
$$\sqrt{(x-۳)^۲+y^۲} = \sqrt{x^۲+(y-۱)^۲}$$
$$\Rightarrow x^۲-۶x+۹+y^۲ = x^۲+y^۲-۲y+۱ \Rightarrow ۹-۶x = -۲y+۱$$
$$\Rightarrow ۲y = ۶x-۸ \Rightarrow y = ۳x-۴$$

مرکز دایره را نقطهٔ $O(x,۳x-۴)$ در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل، طول نقطهٔ O مثبت است و داریم:

$$R = OA = OH$$
$$\sqrt{(x-۳)^۲+(۳x-۴)^۲} = |۳x-۴-۵| \Rightarrow x^۲-۶x+۹+۹x^۲-۲۴x+۱۶ = ۹x^۲+۸۱-۵۴x \Rightarrow x^۲+۲۴x = ۵۶$$
$$\Rightarrow x^۲+۲۴x+۱۴۴ = ۱۴۴+۵۶ \Rightarrow (x+۱۲)^۲ = ۲۰۰ \Rightarrow x+۱۲ = \pm ۱۰\sqrt{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = -۱۲-۱۰\sqrt{۲} < ۰ & \text{غ ق ق} \\ x = ۱۰\sqrt{۲}-۱۲ > ۰ & \text{ق ق} \end{cases}$$

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

– (قضیهٔ تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصربه‌فرد مانند q و r یافت می‌شوند به‌قسمی که $a = bq+r$ و $۰ \le r < b$.

جوابش اینه

طبق نکتهٔ بالا و مفروضات سؤال داریم:

$$a = bq+r \ , \ ۴۷+a = b(q+۳)+۸+r$$
$$\Rightarrow ۴۷+bq+r = bq+۳b+۸+r \Rightarrow ۴۷-۸ = ۳b \Rightarrow ۳b = ۳۹ \Rightarrow b = ۱۳$$

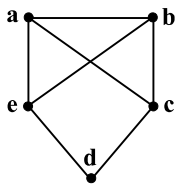
۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

– (مسیر): اگر u و v دو رأس از گراف G باشند، یک مسیر از u به v (یک u-v مسیر) در G دنباله‌ای از رئوس دوبه‌دو متمایز در G است که از u شروع و به v ختم می‌شود به‌طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله در G مجاور هم باشند. طول یک مسیر برابر است با تعداد یال‌های موجود در آن مسیر (یکی کمتر از تعداد رئوس موجود در آن مسیر). قرارداد می‌کنیم که دنبالهٔ متشکل از تنها یک رأس u، یک مسیر است با طول صفر از رأس u به خودش.

جوابش اینه

طبق نکتهٔ فوق، مسیرهای از a به b به‌صورت زیر هستند:



مسیر به طول ۱: ab
مسیر به طول ۲: acb
مسیر به طول ۴: acdeb
مسیر به طول ۲: aeb
مسیر به طول ۴: aedcb

بنابراین ۵ مسیر از a به b وجود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

خوبه اینو بدونی

- اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a زوج باشد، آن‌گاه a^2 نیز زوج است و بالعکس.
- اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a فرد باشد، آن‌گاه a^2 نیز فرد است و بالعکس.

جوابش اینه

مجموع دو عدد صحیح زمانی زوج است که هر دو زوج یا هر دو فرد باشند، پس چون a^2+b^2 زوج است، دو حالت زیر را داریم:

الف) a^2 و b^2 هر دو زوج هستند که طبق نکات بالا، a و b نیز هر دو زوج هستند و داریم:

$$a=2k\ ,\ b=2t \Rightarrow a^3-b^3=(2k)^3-(2t)^3=8k^3-8t^3=8(k^3-t^3)=2\times\underbrace{4(k^3-t^3)}_{q}=2q$$

ب) a^2 و b^2 هر دو فرد هستند که طبق نکات بالا، a و b نیز هر دو فرد هستند و داریم:

$$a=2k+1\ ,\ b=2t+1 \Rightarrow a^3-b^3=(2k+1)^3-(2t+1)^3=8k^3+12k^2+6k+1-8t^3-12t^2-6t-1$$
$$=8k^3+12k^2+6k-8t^3-12t^2-6t=2\underbrace{(4k^3+6k^2+3k-4t^3-6t^2-3t)}_{q'}=2q'$$

بنابراین a^3-b^3 همواره زوج است.

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (گراف k- منتظم): گرافی را که درجهٔ تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشند، گراف k- منتظم می‌نامیم.
- در گراف k- منتظم مرتبهٔ p با اندازهٔ q داریم: $kp=2q$

جوابش اینه

طبق نکات بالا و اطلاعات سؤال اگر فرض کنیم گراف مورد نظر، k منتظم است، داریم:

$$2q=pk \xrightarrow{q=4p} 8p=pk \Rightarrow k=8$$

حال با توجه به اینکه این گراف 8- منتظم است پس حداقل مرتبه باید ۹ باشد.

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

- (مربع کامل): عددی مربع کامل است که در تجزیهٔ آن به اعداد اول توان همهٔ عوامل آن زوج باشد مانند ۳۶.

$$36=2^2\times3^2$$

جوابش اینه

عدد مورد نظر را a فرض کرده و باید $48a$ مربع کامل باشد، با تجزیهٔ ۴۸ داریم:

$$48a=2^4\times3\times a$$

با توجه به نکتهٔ بالا، برای آنکه عدد فوق مربع کامل باشد، باید a به‌صورت $a=3k^2$ باشد و چون مقادیر سه رقمی a را می‌خواهیم، داریم:

$$100\le3k^2\le999 \Rightarrow 33/3\le k^2\le333 \Rightarrow 6\le k\le18$$
$$\Rightarrow k=6,\dots,18 \Rightarrow \text{تعداد}=18-6+1=13$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

خوبه اینو بدونی

– عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a,b)=d$، هرگاه دو شرط «الف» و «ب» برقرار باشد:

الف) $d\mid a, d\mid b$

ب) $\forall m>0; m\mid a, m\mid b \Rightarrow m\le d$

– در ک.م.م و ب.م.م می‌توان از عامل مشترک فاکتور گرفت؛ یعنی:

$$[ka,kb]=|k|[a,b] \quad (ka,kb)=|k|(a,b)$$

جوابش اینه

طبق نکات بالا، داریم:

$$(a,b)=7 \Rightarrow \begin{cases} 7\mid a \Rightarrow a=7k \\ 7\mid b \Rightarrow b=7t \end{cases}, (k,t)=1$$

خواستهٔ سؤال به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$(3a,11b)=(3\times 7k,11\times 7t)=7(3k,11t)$$

با توجه به اینکه $(k,t)=1$، بیشترین مقدار $(3k,11t)$ زمانی است که k یک عامل ۱۱ و t یک عامل ۳ داشته باشد، پس $(3\times 11k',11\times 3t')=11\times 3$ و داریم:

$$7(3k,11t)=7\times 11\times 3=231 \Rightarrow \text{رقم وسط}=3$$

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

خوبه اینو بدونی

– می‌توان به دو طرف یا یک طرفِ یک رابطهٔ هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow \begin{cases} a+mt \overset{m}{\equiv} b+mk \\ a-mt \overset{m}{\equiv} b-mk \end{cases}$$

– اگر بخواهیم دو طرف یک رابطهٔ هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانهٔ آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \overset{m}{\equiv} bc, (c,m)=d \Rightarrow a \overset{\frac{m}{d}}{\equiv} b$$

–

$$\left.\begin{matrix} a \overset{m}{\equiv} b \\ a \overset{n}{\equiv} b \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \overset{[m,n]}{\equiv} b$$

جوابش اینه

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$-2x \overset{5}{\equiv} 3 \Rightarrow -2x \overset{5}{\equiv} 3-5 \Rightarrow -2x \overset{5}{\equiv} -2 \Rightarrow 2x \overset{5}{\equiv} 2 \xrightarrow[(2,5)=1]{\div 2} x \overset{5}{\equiv} 1 \Rightarrow x \overset{5}{\equiv} 1+5 \Rightarrow x \overset{5}{\equiv} 6$$

$$5x \overset{7}{\equiv} 2 \Rightarrow 5x \overset{7}{\equiv} 2-7 \Rightarrow 5x \overset{7}{\equiv} -5 \xrightarrow[(5,7)=1]{\div 5} x \overset{7}{\equiv} -1 \Rightarrow x \overset{7}{\equiv} -1+7 \Rightarrow x \overset{7}{\equiv} 6$$

حال از دو رابطهٔ بالا داریم:

$$\left.\begin{matrix} x \overset{5}{\equiv} 6 \\ x \overset{7}{\equiv} 6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \overset{[5,7]}{\equiv} 6 \Rightarrow x \overset{35}{\equiv} 6 \Rightarrow x=35k+6$$

چون کوچک‌ترین عدد سه رقمی x را می‌خواهیم، داریم:

$$x\ge 100 \Rightarrow 35k+6\ge 100 \Rightarrow 35k\ge 94 \Rightarrow k\ge \frac{94}{35} \Rightarrow k\ge 3$$

$$k=3 \Rightarrow x=35\times 3+6=111 \Rightarrow \text{مجموع ارقام}=1+1+1=3$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

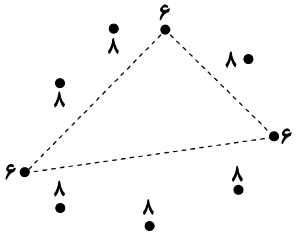
- (گراف کامل): گرافی را که هر رأس آن با تمام رئوسِ دیگر مجاور باشد، گراف کامل می‌نامیم. گراف کاملِ n رأسی را با K_n نمایش می‌دهیم. می‌توان گفت K_n یک گراف n رأسی و $n-1$ - منتظم است.
- در هر گراف کامل n رأسی تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q=\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}$$

جوابش اینه

در گراف داده‌شده، $p=9$ و $q=33$ است. اگر فرض کنیم گراف کامل ۹ رأسی داشته باشیم تعداد یال‌ها برابر است با:

$$\text{گراف } k_9: q=\binom{9}{2}=\frac{9\times 8}{2}=36$$



گراف داده‌شده، ۳ یال کمتر از گراف کامل k_9 دارد. اگر ۳ یال را به‌صورت مقابل از k_9 حذف کنیم، بیشترین تعداد رئوس با درجهٔ ۶ را خواهیم داشت که برابر ۳ است.

توجه کنید که در شکل مقابل، درجهٔ هر رأس کنار آن نوشته شده و یال‌های حذف‌شده را به‌صورت نقطه‌چین نشان داده‌ایم.

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- اگر G یک گراف با مرتبهٔ p و اندازهٔ q و $V=\{v_1,v_2,\dots,v_p\}$ مجموعهٔ رئوس آن باشند، آن‌گاه:

$$\sum_{i=1}^{p}\deg(v_i)=2q \Rightarrow \deg(v_1)+\deg(v_2)+\cdots+\deg(v_p)=2q$$

جوابش اینه

تعداد رأس‌های با درجهٔ ۶ را x فرض می‌کنیم. چون گراف دارای ۸ رأس است، طبق مفروضات سؤال درجات رئوس گراف به‌صورت زیر است:

$$\underbrace{6,\dots,6}_{x\text{ تا}},\underbrace{4,4,\dots,4}_{5\text{ تا}},\underbrace{2,\dots,2}_{3-x}$$

طبق نکتهٔ بالا داریم:

$$6x+5\times 4+2(3-x)=2q \Rightarrow 6x+20+6-2x=2\times 17 \Rightarrow 4x+26=34 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2$$

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

- (همبندی و ناهمبندی یک گراف): گراف G را همبند می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، در غیر این صورت آن را ناهمبند می‌نامیم.

جوابش اینه

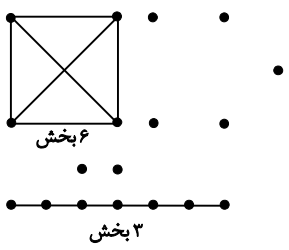
برای داشتن حداکثر تعداد بخش‌های جدا از هم باید بیشترین رأس ایزوله را داشته باشیم.

از طرفی برای رسم ۶ یال حداقل ۴ رأس لازم داریم. بنابراین گراف به‌صورت مقابل است:

برای داشتن حداقل تعداد بخش‌های جدا از هم بایستی کمترین رأس ایزوله را داشته باشیم و بیشترین رأس به کمک ۶ یال به هم متصل باشند، بنابراین گراف به‌صورت مقابل است.

خواستهٔ سؤال برابر $3=3-6$ است.

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

خوبه اینو بدونی

- (قضیهٔ تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصربه‌فرد مانند q و r یافت می‌شوند به‌قسمی که $a = bq + r$ و $0 \le r < b$.
- می‌توان به دو طرف یا یک طرفِ یک رابطهٔ هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \overset{m}{\equiv} b + mk \\ a - mt \overset{m}{\equiv} b - mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطهٔ هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانهٔ آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \overset{m}{\equiv} bc, (c,m) = d \Rightarrow a \overset{\frac{m}{d}}{\equiv} b$$

جوابش اینه

طبق نکات بالا و مفروضات سؤال، داریم:

$$a = 20b + 14 \xrightarrow{a=6t} 20b + 14 \overset{6}{\equiv} 0 \Rightarrow 20b - 6\times 3b + 14 - 6\times 2 \overset{6}{\equiv} 0 \Rightarrow 2b + 2 \overset{6}{\equiv} 0 \Rightarrow 2b \overset{6}{\equiv} -2$$

$$\xrightarrow[(2,6)=2]{\div 2} b \overset{3}{\equiv} -1 \Rightarrow b = 3k - 1 \quad (*)$$

$$r < b \Rightarrow 14 < b \Rightarrow b \ge 15 \quad (1)$$

$$a \text{ سه‌رقمی است} \Rightarrow 100 \le 20b + 14 \le 999 \Rightarrow 86 \le 20b \le 985 \Rightarrow 5 \le b \le 49 \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow 15 \le b \le 49 \xrightarrow{(*)} 15 \le 3k - 1 \le 49 \Rightarrow 16 \le 3k \le 50 \Rightarrow 6 \le k \le 16$$

$$\Rightarrow k_{max} = 16 \Rightarrow b_{max} = 3(16) - 1 = 47 \Rightarrow a_{max} = 20(47) + 14 = 954$$

رقم یکان عدد ۹۵۴ برابر ۴ است.

فیـــزیک

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

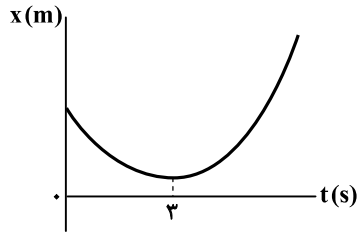
جوابش اینه

حرکت با شتاب ثابت است، چون معادلهٔ سرعت- زمان درجهٔ ۱ است:

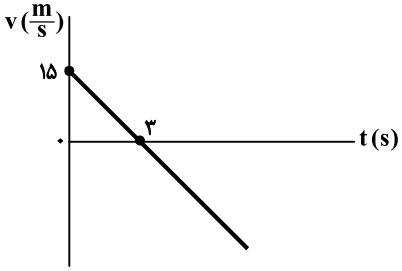
$$v = -5t + 15 = at + v_0 \Rightarrow a = -5\frac{m}{s^2}$$

پس شتاب لحظه‌ای و متوسط برابر $-5\frac{m}{s^2}$ و بزرگی آن‌ها $5\frac{m}{s^2}$ است و جملهٔ «پ» درست است.

از $t = 0$ تا $t = 3s$ حرکت کندشونده و پس از آن حرکت تندشونده است؛ بنابراین جملهٔ «ب» نادرست است.



با توجه به تقارن منحنی سهمی در هر دو لحظه‌ای که $t = 3s$ وسط آن‌ها باشد، متحرک از یک محل عبور می‌کند؛ بنابراین جملهٔ «الف» درست است.



۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$v = gt \Rightarrow \frac{11}{2}g = gt \Rightarrow t = \frac{11}{2}s$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \begin{cases} \text{کل مدت سقوط}: v_{av} = \dfrac{0 + \frac{11}{2}g}{2} = \dfrac{11}{4}g \\ \text{۳ ثانیهٔ آخر}: v_{av} = \dfrac{\frac{5}{2}g + \frac{11}{2}g}{2} = \dfrac{16}{4}g \end{cases}$$

$$\frac{v_{av} \text{ سه ثانیهٔ آخر}}{v_{av} \text{ کل مدت سقوط}} = \frac{\frac{16}{4}}{\frac{11}{4}} = \frac{16}{11}$$

توضیح در مورد سرعت ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین:

$$v_2 - v_1 = a \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{11}{2}g - v_1 = 3 \times g \Rightarrow v_1 = \frac{5}{2}g$$

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow AM = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4\,m \Rightarrow PB = 16\,m$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v_B - v_P = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow v_P = v_B - 4$$

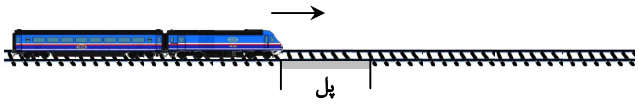
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow 16 = \frac{v_B + (v_B - 4)}{2} \times 2 \Rightarrow 2v_B - 4 = 16 \Rightarrow v_B = 10\frac{m}{s}$$

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

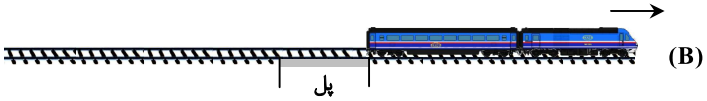
مدت عبور قطار از پل یعنی فاصلهٔ زمانی بین دو لحظهٔ (A) و (B):

از این لحظه:



(A)

تا این لحظه:

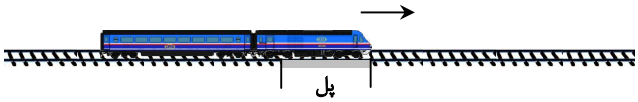


(B)

$$\Delta t_1 = \frac{\text{طول پل} + \text{طول قطار}}{\text{تندی قطار}} = \frac{120 + 30}{v} = \frac{150}{v}$$

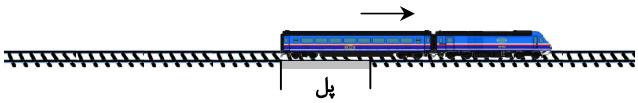
مدتی که تمام پل توسط قطار اشغال شده یعنی از لحظهٔ (C) تا لحظهٔ (D):

از این لحظه:



(C)

تا این لحظه:



(D)

$$\Delta t_2 = \frac{\text{طول پل} - \text{طول قطار}}{\text{تندی قطار}} = \frac{120 - 30}{v} = \frac{90}{v}$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

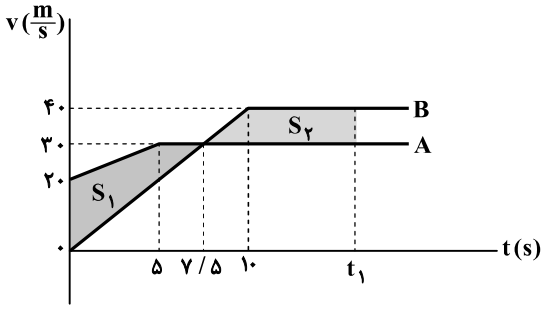
$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\frac{90}{v}}{\frac{150}{v}} = \frac{3}{5}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

دو اتومبیل در لحظهٔ $t=0$ و در زمان موردنظر هم‌مکان هستند، پس می‌توان گفت Δx آن‌ها برابر است. یعنی مساحت زیر نمودار $v-t$ آن‌ها مساوی است.



در مدت ۵ ثانیه تندی اتومبیل A از $۲۰\frac{m}{s}$ به $۳۰\frac{m}{s}$ می‌رسد.

متحرک A: $v=at+v_{\circ}=۵\times۲+۲۰=۳۰\frac{m}{s}$

در این مدت تندی اتومبیل B به $۲۰\frac{m}{s}$ رسیده است.

متحرک B: $v=at+v_{\circ}=۴\times۵+۰=۲۰\frac{m}{s}$

در لحظهٔ $t=۷/۵s$ تندی اتومبیل B به $۳۰\frac{m}{s}$ می‌رسد.

$$۳۰=۴t+۰ \Rightarrow t=۷/۵s$$

و در لحظهٔ $t=۱۰s$ تندی اتومبیل B به $۴۰\frac{m}{s}$ می‌رسد:

$$v=at+v_{\circ}=۱۰\times۴+۰=۴۰\frac{m}{s}$$

اگر $t_۱$ لحظه‌ای باشد که دو متحرک به‌هم می‌رسند، لازم است $S_۱$ و $S_۲$ برابر شوند.

$$S_۱=\frac{۷/۵\times۳۰}{۲}-\frac{۱۰\times۵}{۲} \quad , \quad S_۲=\frac{۲/۵\times۱۰}{۲}+(t_۱-۱۰)\times۱۰$$

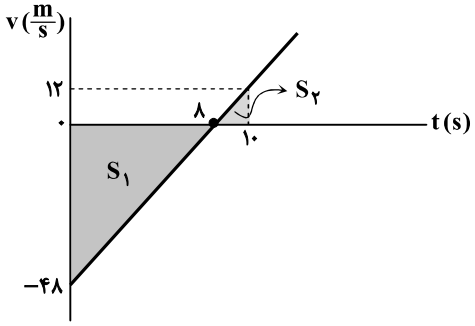
$$S_۱=S_۲ \Rightarrow t_۱-۱۰=۷/۵ \Rightarrow t_۱=۱۷/۵s$$

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_{\circ}t+x_{\circ} \Rightarrow \begin{cases}\frac{۱}{۲}a=۳\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a=۶\frac{m}{s^۲}\\ v_{\circ}=-۴۸\frac{m}{s}\end{cases}$$

برای حساب کردن مسافت طی‌شده یک روش خیلی خوب، رسم نمودار «$v-t$» است.



$$v=at+v_{\circ}=۶t-۴۸$$

$$l=S_۱+S_۲=\frac{۸\times۴۸}{۲}+\frac{۲\times۱۲}{۲}=۱۹۲+۱۲=۲۰۴m$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۲۰۴}{۱۰}=۲۰/۴\frac{m}{s}$$

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$v_B=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۳۰۰}{۲۵}=-۱۲\frac{m}{s} \Rightarrow x_B=-۱۲t+۳۰۰$$

$$t=۲۰s: x_A=x_B \Rightarrow v_A(۲۰)-۱۰۰=-۱۲(۲۰)+۳۰۰ \Rightarrow v_A=\frac{۶۰-(-۱۰۰)}{۲۰}=۸\frac{m}{s}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

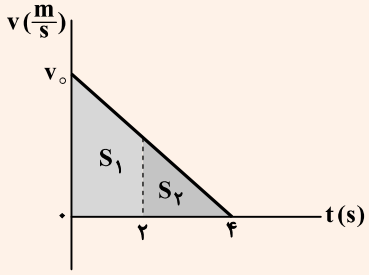
جوابش اینه

$$\Delta x=\frac{v_1+v_2}{2}\times\Delta t \Rightarrow ۱۵=\frac{v(۲)+v(۴)}{2}\times ۲ \Rightarrow ۱۵=\frac{v(۲)+۰}{2}\times ۲ \Rightarrow v(۲)=۱۵\frac{m}{s}$$

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v(۴)-v(۰)}{۴-۰}=\frac{v(۴)-v(۲)}{۴-۲} \Rightarrow \frac{۰-v_۰}{۴}=\frac{۰-۱۵}{۲} \Rightarrow v_۰=۳۰\frac{m}{s}$$

اینجوری هم میشه

می‌توانیم نمودار $v-t$ را رسم کنیم:



$$S_۲=۱۵$$

$$\text{تشابه دو مثلث} \Rightarrow \frac{S_۲}{S_۱+S_۲}=(\frac{۲}{۴})^۲ \Rightarrow \frac{۱۵}{S_۱+S_۲}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow S_۱+S_۲=۶۰$$

$$S_{\text{کل}}=\frac{v_۰\times ۴}{2} \Rightarrow ۶۰=\frac{v_۰\times ۴}{2} \Rightarrow v_۰=۳۰\frac{m}{s}$$

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\begin{cases} ۶۰=\frac{v_B+v_A}{2}\times ۳ \Rightarrow v_B+v_A=۴۰ \\ v_B-v_A=g\times ۳ \Rightarrow v_B-v_A=۳۰ \end{cases} \Rightarrow v_B=۳۵\frac{m}{s}\ ,\ v_A=۵\frac{m}{s}$$

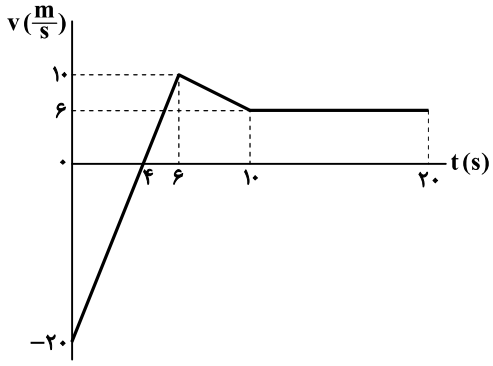
$$v_C^۲-v_B^۲=۲g\Delta y \Rightarrow v_C^۲-۱۲۲۵=۲\times ۱۰\times ۹۰ \Rightarrow v_C^۲=۳۰۲۵ \Rightarrow v_C=۵۵\frac{m}{s}$$

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با رسم نمودار سرعت- زمان می‌توان همهٔ موارد داده‌شده را بررسی کرد.

متحرک در ۶ ثانیهٔ اول با شیب ثابت ۵ صعود می‌کند و در ۴ ثانیهٔ بعدی با شیب -۱ تندی خود را کاهش می‌دهد.



با توجه به نمودار می‌توان تشخیص داد که در مدت $t=۰$ تا $t=۴s$ حرکت متحرک کندشونده است. از لحظهٔ $t=۴s$ تا $t=۶s$ حرکت تندشونده است. از لحظهٔ $t=۶s$ تا $t=۱۰s$ حرکت متحرک کندشونده است و از لحظهٔ $t=۱۰s$ به بعد سرعت متحرک ثابت است. بنابراین مورد «الف» نادرست و مورد «پ» درست است.

در مدت $t=۶s$ تا $t=۱۰s$ جهت حرکت ثابت است و $\Delta x=\frac{۱۰+۶}{2}\times ۴=۳۲m$ است؛ یعنی مورد «ب» هم درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

با توجه به نمودار مکان- زمان $v(۵)=۰$ است.

$$\Delta x=\frac{v_۱+v_۲}{۲}\cdot\Delta t \Rightarrow \begin{cases}\Delta x_{(۳\to۵)}=\dfrac{v(۳)+v(۵)}{۲}\times۲=v(۳)+۰=v(۳)\\ \Delta x_{(۵\to۱۰)}=\dfrac{v(۵)+v(۱۰)}{۲}\times۵=\dfrac{۰+v(۱۰)}{۲}\times۵=\dfrac{۵}{۲}v(۱۰)\end{cases}$$ رابطهٔ (۱)

$$\Delta v=a\cdot\Delta t \Rightarrow \begin{cases}v(۵)=v(۳)+۲a \Rightarrow v(۳)=-۲a\\ v(۱۰)=v(۵)+۵a \Rightarrow v(۱۰)=۵a\end{cases}$$ رابطهٔ (۲)

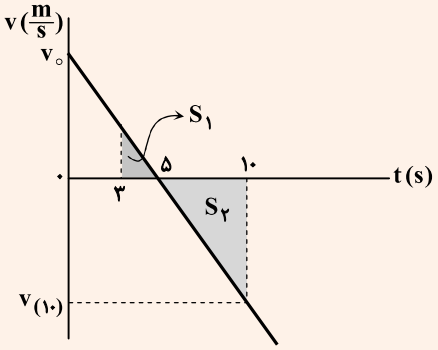
از دو رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$l=\Delta x_{(۳\to۵)}+\left[-\Delta x_{(۵\to۱۰)}\right]=-۲a-۵a\times\frac{۵}{۲}=-\frac{۲۹}{۲}a \Rightarrow -\frac{۲۹}{۲}a=۱۴۵ \Rightarrow a=-۱۰\frac{m}{s^۲}$$

$$v(۵)=۵a+v_۰ \Rightarrow ۰=-۵۰+v_۰ \Rightarrow v_۰=۵۰\frac{m}{s}$$

اینجوری هم میشه

نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم. در لحظهٔ $t=۵s$ سرعت متحرک صفر است. قبل از لحظهٔ $t=۵s$ سرعت متحرک مثبت است (x صعودی است.) و بعد از $t=۵s$ سرعت آن منفی است.



تشابه دو مثلث $\Rightarrow \frac{S_۲}{S_۱}=(\frac{۵}{۲})^۲ \Rightarrow \frac{۴}{۲۵}S_۲=S_۱$

$$S_۱+S_۲=۱۴۵ \Rightarrow S_۲+\frac{۴}{۲۵}S_۲=۱۴۵ \Rightarrow \frac{۲۹}{۲۵}S_۲=۱۴۵$$

$$\Rightarrow S_۲=۱۲۵$$

$$\frac{|v(۱۰)|\times۵}{۲}=۱۲۵ \Rightarrow |v(۱۰)|=۵۰\frac{m}{s} \Rightarrow \begin{cases}v_{۱۰}=-۵۰\dfrac{m}{s}\\ v_۰=۵۰\dfrac{m}{s}\end{cases}$$

$v(۱۰)$ قرینهٔ $v_۰$ است.

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow \begin{cases}H=\dfrac{۱}{۲}gt_A^۲\\ \dfrac{H}{۹}=\dfrac{۱}{۲}gt_B^۲\end{cases} \Rightarrow t_A=۳t_B$$

گلولهٔ B پنج ثانیه دیرتر رها شده و دو گلوله هم‌زمان به زمین رسیده‌اند $\Rightarrow t_A=t_B+۵ \Rightarrow ۳t_B=t_B+۵ \Rightarrow t_B=۲/۵s$

$$v=gt \Rightarrow v_B=۱۰\times۲/۵=۲۵\frac{m}{s}$$

۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

از روی گزینه‌های داده‌شده، مشخص است که وزنه تحت تأثیر دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ حرکت می‌کند اما برای درک بهتر، ابتدا نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را می‌یابیم:

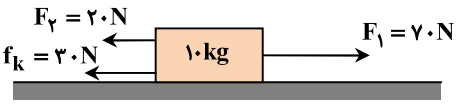
$$f_{s,max}=\mu_s F_N \xrightarrow{F_N=mg} f_{s,max}=۰/۴\times۱۰\times۱۰=۴۰N$$

برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ بیشتر از $۴۰N$ است؛ بنابراین وزنه شروع به حرکت می‌کند:

$$f_k=\mu_k\cdot F_N=\mu_k\cdot mg=۰/۳\times۱۰۰=۳۰N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

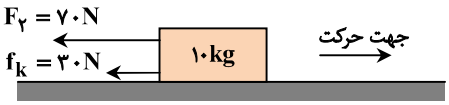
در پنج ثانیهٔ اول وضعیت نیروها به‌ترتیب مقابل است:



$$F_{net}=ma \Rightarrow ۷۰-۲۰-۳۰=۱۰a \Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۲\times۵+۰=۱۰\frac{m}{s}$$

در $t=۵s$ سرعت جسم $۱۰\frac{m}{s}$ به‌طرف راست است. در این زمان $F_۱$ حذف می‌شود و $F_۲=۷۰N$ می‌شود اما تا وقتی که حرکت به‌طرف راست باشد، هنوز f_k به‌طرف چپ است.



$$F_{net}=ma \Rightarrow -۷۰-۳۰=۱۰a \Rightarrow a=-۱۰\frac{m}{s^۲}$$

پس یک حرکت کندشونده داریم که بزرگی شتاب آن $۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سرعت اولیهٔ آن $۱۰\frac{m}{s}$ به‌طرف راست است. باید لحظهٔ تغییر جهت حرکت را پیدا کنیم:

$$v=۰ \Rightarrow -۱۰t+۱۰=۰ \Rightarrow t=۱s$$

۱ ثانیه بعد از حذف نیروی $F_۱$ یعنی در $t=۶s$ جهت حرکت عوض می‌شود و از آن به بعد، جهت f_k به‌طرف راست است:

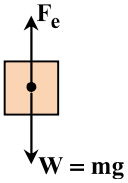
$$F_{net}=ma \Rightarrow ۷۰-۳۰=۱۰a \Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

از این لحظه $(t=۶s)$ تا $t=۱۰s$ یعنی به‌مدت ۴ ثانیه حرکت تندشونده با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ داریم:

$$v=at+v_۰=۴\times۴+۰=۱۶\frac{m}{s} \qquad p=mv=۱۰\times۱۶=۱۶۰\frac{kg\cdot m}{s}$$

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه



حرکت تندشونده رو به بالا (۱): $F_{e_۱}-mg=ma_۱ \Rightarrow F_{e_۱}=m(a_۱+g)$

حرکت تندشونده رو به پایین (۲): $W-F_{e_۲}=ma_۲ \Rightarrow F_{e_۲}=m(g-a_۲)$

$$F_e=kx \Rightarrow F_{e_۱}-F_{e_۲}=k(x_۱-x_۲)$$

$$\Rightarrow m(a_۱+g)-m(g-a_۲)=k(x_۱-x_۲)$$

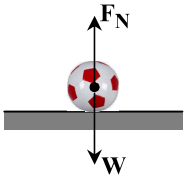
$$\Rightarrow ۵(۳+۶)=k\times\frac{۱۲}{۱۰۰}$$

$$k=\frac{۵\times۹\times۱۰۰}{۱۲}=\frac{۵\times۳\times۱۰۰}{۴}=۳۷۵\frac{N}{m}$$

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

حرکت توپ از ارتفاع ۲۰ متری تا سطح زمین با شتاب ثابت g است.



$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲g\Delta y \Rightarrow v^۲-۰=۲\times۱۰\times۲۰ \Rightarrow v=۲۰\frac{m}{s}$$

$$F_{net}\cdot\Delta t=m\cdot\Delta v \Rightarrow (F_N-W)\times\Delta t=m\cdot\Delta v \Rightarrow (F_N-۰/۲\times۱۰)\times۰/۳=۰/۲\times(۱۶-(-۲۰))$$

$$\Rightarrow F_N-۲=\frac{۲}{۳}\times۳۶ \Rightarrow F_N=۲+۲۴=۲۶N$$

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

شتاب لحظه‌ای در حرکت یکنواخت دایره‌ای یعنی همان شتاب مرکزگرا:

$$a_c=\frac{v^۲}{r}=\frac{۱۰۰}{۵}=۲۰\frac{m}{s^۲}$$

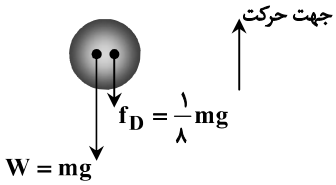
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در خلاف جهت حرکت آن است، پس در هنگام بالارفتن، جهت f_D به‌طرف پایین است و در هنگام پـایین آمدن، جهت f_D به‌طرف بالا است.

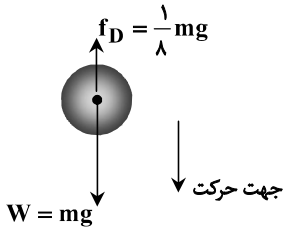
بالارفتن:



$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow mg + \frac{1}{8}mg = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{9}{8}g$$

جهت شتاب رو به پایین است.

پایین آمدن:



$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow mg - \frac{1}{8}mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{7}{8}g$$

جهت شتاب رو به پایین است.

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{9}{8}g}{\frac{7}{8}g} = \frac{9}{7}$$

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ p = mv \end{cases} \Rightarrow K = \frac{1}{2}pv \Rightarrow 6 = 2 \times \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 3$$

در گردش ماهواره به دور زمین: $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$

$$\text{اثبات}: \begin{cases} \frac{GM_e m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_e}{r} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \\ T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \end{cases}$$

$$v_A = 3v_B \xrightarrow{r \propto \frac{1}{v^2}} r_B = 9r_A \xrightarrow{r^3 \propto T^2} T_B^2 = (81 \times 9)T_A^2 \Rightarrow T_B = (9 \times 3)T_A \Rightarrow T_A = \frac{1}{27}T_B$$

تعداد دور در یک مدت معین با بسامد، نسبت مستقیم و با دوره، نسبت عکس دارد.

$$N_A = 27N_B = 27 \times 4 = 108$$

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

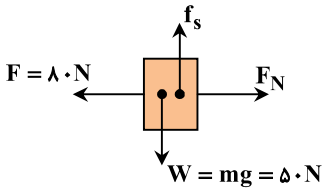
طبق صورت مسئله هر دو جعبه به تندی حدی رسیده‌اند. وقتی تندی جسم به تندی حدی می‌رسد، مقاومت هوا (f_D) با وزن جسم (mg) برابـر می‌شود. چون وزن جعبهٔ دوم بیشتر است، باید مقدار f_D هم برای آن بیشتر شود. f_D به شکل و ابعاد جسم بستگی دارد (که برای هر دو جعبـه و چترها مشابه است.) و هرچه تندی بیشتر شود، مقدار f_D هم زیادتر می‌شود. پس جعبهٔ (۲) با تندی بیشتری به تندی حدی می‌رسد.

ضمناً چون هر دو جعبه به تندی حدی می‌رسند، شتاب هر دو در بخش انتهایی حرکت صفر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه



$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow f_s = ۵۰N$$
$$F_{net,x} = ۰ \Rightarrow F_N = ۸۰N$$
$$f_s \le \mu_s F_N \Rightarrow ۵۰ \le ۸۰\mu_s \Rightarrow \mu_s \ge \frac{۵}{۸}$$

گزاره‌های «الف» و «پ» درست هستند اما گزارهٔ «ب» نادرست است؛ چون نیرویی که دیوار بر جعبه وارد می‌کند $R = \sqrt{f_s^۲ + F_N^۲}$ است و با دو برابر شدن نیروی F مقدار F_N هم ۲ برابر می‌شود. اگرچه مقدار f_s عوض نمی‌شود؛ اما مقدار R تغییر می‌کند.

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

حالت اول:

وقتی جسم در آستانهٔ لغزیدن است:

$$F = f_{s,max} \Rightarrow f_{s,max} = ۸۰N$$

حالت دوم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow ۹۰ - f_k = ۱۰ \times ۳ \Rightarrow f_k = ۶۰N$$

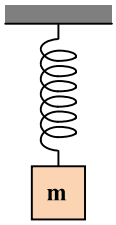
حالت سوم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow ۵۰ - ۶۰ = ۱۰a \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^۲}$$

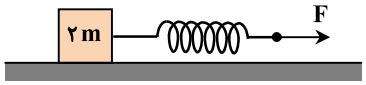
یعنی در حالت $F = ۵۰N$ حرکت جسم کندشونده و بزرگی شتاب آن $۱\frac{m}{s^۲}$ می‌شود.

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه



حالت اول: $F_e = mg \Rightarrow k \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۱۰m$ رابطهٔ (۱)



حالت دوم: $F'_e - f_k = ۲m \cdot a$

$\xrightarrow{f_k = \mu_k F_N = \mu_k \times ۲mg}$ $F'_e - ۲mg\mu_k = ۲ma$ رابطهٔ (۲)

مقدار F'_e برای تغییر طول ۴ سانتی‌متر $k \times \frac{۴}{۱۰۰}$ است که $\frac{۴}{۵}$ مقدار F_e در حالت اول است. با استفاده از رابطهٔ (۱) داریم:

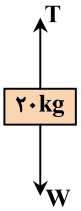
$$F'_e = \frac{۴}{۵} \times ۱۰m = ۸m$$

با استفاده از رابطهٔ (۲) می‌توان نوشت:

$$۸m - (۲m \times ۱۰ \times ۰/۲) = ۲ma \Rightarrow ۴m = ۲ma \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$\Delta y = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۲۵ = \frac{۱}{۲}a \times ۱۰^۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

$$T - W = ma \Rightarrow T - ۲۰۰ = ۲۰ \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow T = ۲۱۰N$$

طناب بر وزنه نیروی ۲۱۰ نیوتون وارد می‌کند، پس وزنه هم بر طناب نیروی ۲۱۰ نیوتون وارد می‌کند.

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

معادلهٔ سهمی : $p = A(t-۱۰)^۲ + B$

$$t = ۰\ ,\ p = ۴۰۰\frac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow ۱۰۰A + B = ۴۰۰ \quad (۱)\ \text{رابطهٔ}$$

$$t = ۱۰s\ ,\ p = -۲۰۰\frac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow ۰ + B = -۲۰۰ \xrightarrow{(۱)} A = ۶$$

معادلهٔ تکانه- زمان به‌صورت مقابل می‌شود:

$$p = ۶(t-۱۰)^۲ - ۲۰۰$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(۳۰) - p(۱۰)}{۳۰ - ۱۰} = \frac{(۲۴۰۰ - ۲۰۰) - (-۲۰۰)}{۲۰} = \frac{۲۴۰۰}{۲۰} = ۱۲۰N$$

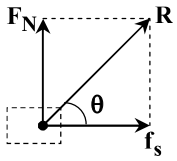
۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

نیروی مرکزگرا نیروی اصطکاک است که سطح جاده بر ماشین وارد می‌کند:

$$f_s = \frac{mv^۲}{R}$$

ضمناً در راستای قائم نیروی خالص وارد بر ماشین صفر است:

$$F_N = mg$$



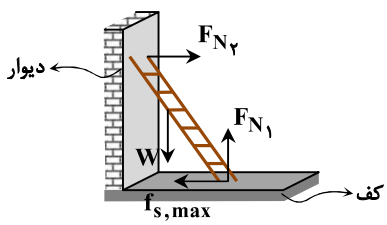
$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_s} = \frac{mg}{\frac{mv^۲}{R}} \Rightarrow \tan\theta = \frac{Rg}{v^۲}$$

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_۱}$$

$$F_{N_۱} = W$$

نیروی کف بر نردبان برایند دو نیروی $f_{s,max}$ و $F_{N_۱}$ است.



$$R = \sqrt{F_{N_۱}^۲ + f_{s,max}^۲} \Rightarrow mg + ۱۰ = \sqrt{(mg)^۲ + (۰/۷۵ \times mg)^۲}$$

$$\Rightarrow mg + ۱۰ = mg\sqrt{۱ + (\frac{۳}{۴})^۲} \Rightarrow ۱۰ = mg \times \frac{۱}{۴}$$

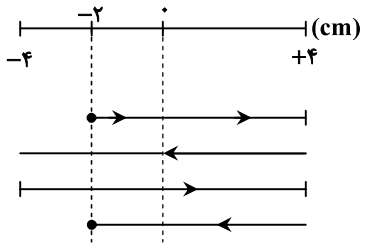
$$\Rightarrow mg = ۴۰N \Rightarrow m = ۴kg$$

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$t_1=\frac{1}{15}s \Rightarrow \omega t_1=20\pi t_1=\frac{4\pi}{3}rad \Rightarrow x_1=0/04\,Cos\frac{4\pi}{3}=-0/02m=-2cm$

وقتی زاویهٔ (ωt) در ربع‌های فرد دایرهٔ مثلثاتی است، متحرک به وضع تعادل $(x=0)$ نزدیک می‌شود.



$t_2=\frac{7}{30}s \Rightarrow \omega t_2=20\pi t_2=\frac{20\pi\times 7}{30}=\frac{14\pi}{3}=4\pi+\frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow x_2=0/04\,Cos(\frac{14\pi}{3})=-0/02m=-2cm$

در زوایای $\theta=0,2\pi,4\pi$ برحسب رادیان متحرک به نقطهٔ $+A$ می‌رسد و در زوایای $\theta=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2},\frac{7\pi}{2},...$ به مرکز $(x=0)$ می‌رسد.

$l=2+4+8+8+4+2=28cm \Rightarrow s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{28}{\frac{5}{30}}=168\frac{cm}{s}$

دقت کنید: هرگاه مدت‌زمان داده‌شده مضرب درست $\frac{T}{2}$ باشد $(\Delta t=\frac{nT}{2})$ مسافت طی‌شده هم همان مضرب درست از $(2A)$ می‌شود $(l=n\times 2A)$ و تندی متوسط برابر $\frac{2A}{\frac{T}{2}}$ یعنی $\frac{4A}{T}$ می‌شود. در این مسئله این‌طور نیست اما اگر بود کار خیلی ساده‌تر می‌شد.

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

هر دقیقه ۱۲۰ دوره است $\Rightarrow f=\frac{120}{60}=2Hz \Rightarrow \omega=2\pi f=4\pi\frac{rad}{s}$

$2A=5 \Rightarrow A=\frac{5}{2}cm=\frac{1}{40}m$

با داشتن A و ω به سراغ محاسبهٔ v_{max} و a_{max} می‌رویم:

$$\begin{cases} v_{max}=A\omega=\frac{1}{40}\times 4\pi=\frac{\pi}{10}\frac{m}{s} \\ a_{max}=A\omega^2=\frac{1}{40}\times 4\pi\times 4\pi=\frac{2\pi^2}{5}\frac{m}{s^2} \end{cases}$$

خوبه اینو بدونی

$E=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow v_{max}^2=\frac{k}{m}A^2 \xrightarrow{\frac{k}{m}=\omega^2} v_{max}^2=\omega^2A^2 \Rightarrow v_{max}=A\omega$

$a_{max}=\frac{F_{max}}{m}=\frac{kA}{m}=\omega^2A$

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$E=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E'=2\times 3^2E=18E$

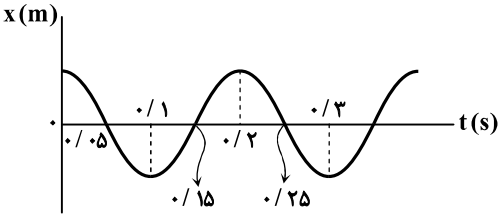
$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f'=\sqrt{\frac{2}{\frac{1}{2}}}f=2f$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$$\frac{۳}{۲}T = ۰/۳ \Rightarrow T = ۰/۲s$$



- در زمان‌های $t = ۰/۰۵s$، $t = ۰/۱۵s$ و $t = ۰/۲۵s$ نوسانگر از وضع تعادل ($x = ۰$) عبور می‌کند. پس شتاب آن صفر و تندی بیشینه است.
- در زمان‌های $t = ۰$، $t = ۰/۱s$، $t = ۰/۲s$ و $t = ۰/۳s$ متحرک از $\pm A$ می‌گذرد؛ یعنی تندی صفر و اندازهٔ شتاب بیشینه می‌شود.

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

$$\begin{cases} l_{max} = l_۰ + A \\ l_{min} = l_۰ - A \end{cases} \Rightarrow ۶۰ - ۴۰ = ۲A \Rightarrow A = ۱۰cm$$

در هر دوره ۲ بار شتاب صفر می‌شود (هنگام عبور از وضع تعادل)؛ پس هر دقیقه ۹۰ دوره است. $(\frac{۱۸۰}{۲} = ۹۰)$

$$F_{max} = k \cdot A = m\omega^۲ A = m \times (\frac{۲\pi}{T})^۲ \times A = ۰/۱ \times (\frac{۲\pi}{\frac{۶۰}{۹۰}})^۲ \times ۰/۱ = ۰/۱ \times ۹\pi^۲ \times ۰/۱ = ۰/۹N$$

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

دامنهٔ حرکت نوسانگر ۱۰ سانتی‌متر و بیشینهٔ انرژی پتانسیل کشسانی آن $۸J$ است.

$$E = U_{max} = ۸J \Rightarrow K_{max} = ۸J$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \ , \ E = \frac{۱}{۲}m(v_{max})^۲ \ , \ v = \frac{۱}{۴}v_{max} \Rightarrow K = (\frac{۱}{۴})^۲ \times E \Rightarrow K = \frac{۱}{۱۶} \times ۸ = ۰/۵J$$

$$U + K = E \Rightarrow U + ۰/۵ = ۸ \Rightarrow U = ۷/۵J$$

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

دوره و بسامد آونگ ساده به‌جرم وزنه بستگی ندارد.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

با افزایش طول آونگ دورهٔ تناوب زیاد و بسامد نوسان کم می‌شود؛ یعنی تعداد نوسان در یک مدت معین کم می‌شود.

تعداد نوسان ↑ — مدت‌زمان ↑

$$N = f \cdot \Delta t$$

↓ بسامد

$$\frac{N_۲}{N_۱} = \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{l_۱}{l_۲}} \Rightarrow \frac{۲۰}{۳۰} = \sqrt{\frac{l_۱}{l_۱ + ۲۰}} \Rightarrow \frac{۴}{۹} = \frac{l_۱}{l_۱ + ۲۰} \Rightarrow ۴l_۱ + ۸۰ = ۹l_۱ \Rightarrow ۵l_۱ = ۸۰ \Rightarrow l_۱ = ۱۶cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

روی نمودار مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده اگر مقدار قرینه شود و جهت تغییرات تابع (صعودی یا نزولی بودن) تغییر کند، فاصلهٔ زمانی آن دو لحظه $\frac{T}{۲}$ می‌شود:

$$\frac{T}{۲}=۰/۴ \Rightarrow T=۰/۸\,s$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۰/۸}=\frac{۲۰\pi}{۸}=\frac{۵\pi}{۲}\,\frac{rad}{s}$$

$$a=-\omega^{۲}x \Rightarrow |a|=\omega^{۲}\cdot|x|=\frac{۵\pi}{۲}\times\frac{۵\pi}{۲}\times\frac{۲}{۱۰۰}=\frac{۵\times۵\times۱۰}{۲۰۰}=\frac{۵}{۴}\,\frac{m}{s^{۲}}$$

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

جوابش اینه

این نمودار نشان می‌دهد که انرژی جنبشی وزنه در لحظه‌ای که سرعت $\pm\sqrt{۳۰}\frac{m}{s}$ باشد با انرژی پتانسیل کشسانی فنر در لحظه‌ای که سرعت وزنه $\pm\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$ شود، برابر است.

$$U+K=E \Rightarrow K_{۱}+K_{۲}=E$$

$K_{۱}$: انرژی جنبشی در حالت $v_{۱}=-\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$ — $K_{۲}$: انرژی جنبشی در حالت $v_{۲}=\sqrt{۳۰}\frac{m}{s}$

با توجه به رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ داریم:

$$K_{۲}=۳K_{۱} \Rightarrow K_{۱}+۳K_{۱}=E \Rightarrow ۴K_{۱}=E$$

می‌دانیم $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ و $E=\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}$ پس می‌توان گفت:

$$K_{۱}=\frac{۱}{۴}E \Rightarrow v_{۱}^{۲}=\frac{۱}{۴}v_{max}^{۲} \Rightarrow v_{max}^{۲}=۴v_{۱}^{۲}=۴\times(-\sqrt{۱۰})^{۲} \Rightarrow |v_{max}|=۲\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$$

$$v_{max}=A\omega \Rightarrow ۲\sqrt{۱۰}=\frac{۲}{۱۰۰}\times۲\pi f \Rightarrow f=\frac{۵۰\sqrt{۱۰}}{\pi}=۵۰\,Hz$$

خوبه اینو بدونی

- اگر انرژی جنبشی به‌ازای $v=v_{۱}$ با انرژی پتانسیل به‌ازای $v=v_{۲}$ برابر شود، $v_{۱}^{۲}+v_{۲}^{۲}=v_{max}^{۲}$ می‌شود. با استفاده از این مطلب می‌توانیم حل فوق را کوتاه‌تر کنیم.

شیـــــــمی

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

عدد اتمی چهار عنصر نافلز در دورهٔ سوم جدول تناوبی به‌ترتیب برابر ۱۵، ۱۶، ۱۷ و ۱۸ است که شماره گروه آن‌ها نیز به‌طور تصادفی برابر عدد اتمی آن‌هاست. از سویی عدد اتمی اکسنده‌ترین عنصر در جدول تناوبی برابر ۹ و متعلق به $F_{۹}$ است، پس شماره گروه فلز B از دورهٔ چهارم باید ۶، ۷، ۸ و یا ۹ باشد. در نتیجه عدد اتمی فلز B باید ۲۴، ۲۵، ۲۶ و یا ۲۷ باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اکنون مجموع $n+l$ چهار نافلز دورهٔ سوم را محاسبه می‌کنیم.

$_{15}P: 3s^2 3p^3 \Rightarrow 2(3+0)+3(3+1)=18$ ✗

$_{16}S: 3s^2 3p^4 \Rightarrow 2(3+0)+4(3+1)=22$ ✗

$_{17}Cl: 3s^2 3p^5 \Rightarrow 2(3+0)+5(3+1)=26$ ✓

$_{18}Ar: 3s^2 3p^6 \Rightarrow 2(3+0)+6(3+1)=30$ ✗

پس عنصر A، $_{17}Cl$ و عنصر B، $_{26}Fe$ است.

الف) درست؛ یکی از دو فراوردهٔ برقکافت منیزیم کلرید مذاب، گاز کلر است.

ب) نادرست؛ برای مثال قدرت کاهندگی فلز Zn از فلز Fe بیشتر است.

پ) درست؛ عنصر آهن دارای دو کاتیون با بارهای $+2$ و $+3$ است.

ت) نادرست؛ پتانسیل کاهشی عنصر کلر از پتانسیل کاهشی عنصر فلوئور به یقین کوچک‌تر است ولی پتانسیل آن از پتانسیل کاهشی دو عنصر برم و ید نیز به یقین بزرگ‌تر است؛ زیرا خصلت نافلزی دو عنصر برم و ید از خصلت نافلزی عنصر کلر کمتر است.

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

معادلهٔ کلی واکنش انجام شده در سلول گالوانی «$Al-Cu$» به‌صورت زیر است:

$$2Al(s)+3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq)+3Cu(s) \sim 6mole^-$$

$$\frac{xg}{2\times 27gAl}=\frac{yg}{3\times 64gCu}=\frac{0/3mol}{6mole^-} \Rightarrow x=2/7\ ,\ y=9/6$$

بنابراین از جرم تیغهٔ Al به اندازهٔ ۲/۷ گرم کاسته شده و بر جرم تیغهٔ Cu به اندازهٔ ۹/۶ گرم افزوده می‌شود، پس:

$$\frac{(100-2/7)}{(100+9/6)} \simeq 0/88$$

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

در سلول گالوانی «آهن- مس» الکترود آهن در نقش آند اکسید شده و به Fe^{2+} تبدیل می‌شود. از سویی در نیم‌واکنش کاتدی، یون‌های Cu^{2+} با گرفتن الکترون کاهش می‌یابند، پس:

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = (+0/34)-(-0/44)=0/78\,V$$

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

مورد ۳: درست؛ در سلول گالوانی «$Al-H_2$» نیم‌سلول هیدروژن نقش کاتد را دارد، پس یون‌های الکترولیت یا $H^+(aq)$ با گرفتن الکترون به H_2 تبدیل می‌شوند. در نتیجه غلظت آن‌ها کاهش یافته و pH محلول افزایش می‌یابد.

نباید سراغ اینا بری

مورد ۱: نادرست؛ فلز Al نقش اکسندگی ندارد؛ زیرا نمی‌تواند الکترون جذب کند. بلکه نقش کاهندگی دارد و می‌تواند الکترون از دست بدهد.

مورد ۲: نادرست؛ emf سلول گالوانی همواره عددی مثبت است.

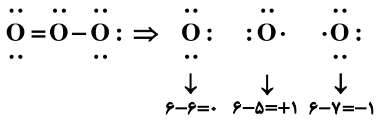
مورد ۴: نادرست؛ واکنش H_2 با Al^{3+} خودبه‌خودی نیست؛ زیرا قدرت کاهندگی H_2 از قدرت کاهندگی Al کمتر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

مورد الف: درست



مورد ب: نادرست؛ لیتیم سبک‌ترین فلز است نه سبک‌ترین عنصر.

مورد پ: درست

$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$: نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن- اکسیژن

$2H_2O \rightarrow O_2 + 4H^+ + 4e^-$: نیم‌واکنش اکسایش در برقکافت آب

مورد ت: نادرست؛ وجود ناخالصی سبب کاهش نقطه ذوب می‌شود. گرماده بودن انحلال کلسیم کلرید در آب ارتباطی با کاربرد آن در برقکافت سدیم کلرید مذاب ندارد. از سویی در سلول الکترولیتی مورد نظر، آب نداریم.

مورد ث: نادرست؛ فلز قلع در حلبی در هیچ‌یک از دو فرایند اکسایش و کاهش شرکت نمی‌کند.

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

معادلهٔ کلی موازنه شده در دو سلول سوختی « $H_2 - O_2$ » و « $CH_4 - O_2$ » به‌صورت زیر است:

$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \sim 4e^-$

$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O \sim 8e^-$

با توجه به فرض سؤال، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول برابر است، پس معادلهٔ اول را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم. بر این اساس ضریب گاز کاهنده در سلول سوختی هیدروژن یا همان H_2 برابر ۴ و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ کلی سلول سوختی متان برابر ۶ است، پس:

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

گزینهٔ ۱:

$Cr_2O_7^{2-} + 6I^- + 14H^+ \rightarrow 2Cr^{3+} + 3I_2 + 7H_2O$

نسبت ضریب گونهٔ کاهنده یعنی I^- به ضریب گونهٔ اکسنده یعنی $Cr_2O_7^{2-}$ برابر $\frac{6}{1} = 6$ است.

گزینهٔ ۲:

$4Au + 8CN^- + O_2 + 2H_2O \rightarrow 4Au(CN)_2^- + 4OH^-$

نسبت ضریب گونه کاهنده یعنی Au به ضریب گونهٔ اکسنده یعنی O_2 برابر $\frac{4}{1} = 4$ است.

گزینهٔ ۳:

$MnO_2 + 4HCl \rightarrow MnCl_2 + Cl_2 + 2H_2O$

نسبت ضریب گونه کاهنده یعنی Cl^- در HCl که برابر ۴ است به ضریب گونهٔ اکسنده یعنی MnO_2 برابر $\frac{4}{1} = 4$ است.

گزینهٔ ۴:

$2Fe^{3+} + Fe \rightarrow 3Fe^{2+}$

نسبت ضریب گونهٔ کاهنده یعنی Fe به ضریب گونهٔ اکسنده یعنی Fe^{3+} برابر $\frac{1}{2}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده، $C_{۲۳}H_{۲۷}Cl_۲N_۳O_۲$ است.

بنابراین مجموع عدد اکسایش ۲۳ اتم کربن در آن برابر است با:

$$(C_{۲۳})+(۲۷\times(+۱))+(۲\times(-۱))+(۳\times(-۳))+(۲\times(-۲))=۰ \Rightarrow C_{۲۳}=-۱۲$$

مجموع عدد اکسایش اتم‌های گوگرد در آنیون $S_۴O_۶^{۲-}$ برابر است با: $S_۴+(۶\times(-۲))=-۲ \Rightarrow S_۴=+۱۰$

بنابراین: $\frac{-۱۲}{+۱۰}=-۱/۲$

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

واکنش برقکافت آب به‌صورت زیر است:

$$۲H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۲(g)+O_۲(g)$$

با انجام واکنش و مصرف شدن آب، غلظت محلول الکترولیت افزایش می‌یابد.

ابتدا جرم یون کلرید را در محلول اولیه در ابتدای آزمایش به‌دست می‌آوریم:

$$۲L\times\frac{۷۰۲۰mg\,NaCl}{۱L}\times\frac{۱g}{۱۰۰۰mg}\times\frac{۳۵/۵g\,Cl^-}{۵۸/۵g\,NaCl}=۸/۵۲g\,Cl^-$$

اکنون جرم محلول را در زمانی که غلظت یون کلرید در محلول به ۵۳۲۵ ppm رسیده است، به‌دست می‌آوریم:

$$۵۳۲۵=\frac{۸/۵۲g\,Cl^-}{?g\,\text{محلول}}\times۱۰^۶ \Rightarrow ?=۱۶۰۰g$$

بنابراین در مدت‌زمان انجام آزمایش جرم محلول از ۲۰۰۰g به ۱۶۰۰g کاهش یافته است، پس ۴۰۰g آب تجزیه شده است.

با توجه به معادلهٔ برقکافت آب، به‌ازای تجزیه ۲ مول آب یا ۲×۱۸g آب، تفاوت مول گازهای تولیدشده در آند (اکسیژن) و کاتد (هیدروژن) برابر یک مول است، پس:

$$۴۰۰gH_۲O\times\frac{۱mol\,\text{تفاوت گاز}}{۲\times۱۸gH_۲O}\times\frac{۲۲/۴L}{۱mol}\simeq۲۴۸/۸L$$

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

گزینهٔ ۱: درست

$$O_۲(g)+۲H_۲O(l)+۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq)$$

گزینهٔ ۲: درست؛ با اکسایش هر مول آهن در آند، ۲ مول الکترون تولید و به‌سمت کاتد فرستاده می‌شود که با توجه به معادلهٔ نیم‌واکنش کاهش، به‌ازای ۲ مول الکترون، ۲ مول یون OH^- تولید می‌شود.

گزینهٔ ۳: درست

$$۴Fe+۳O_۲+۶H_۲O \rightarrow ۴Fe(OH)_۳$$

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ کلی زنگ زدن آهن برابر ۱۷ است که عدد اتمی هالوژن دورهٔ سوم جدول تناوبی یا همان Cl نیز برابر ۱۷ است.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ نسبت مولی آنیون به کاتیون در زنگ آهن با فرمول شیمیایی $Fe(OH)_۳$ برابر $\frac{۳}{۱}$ و نسبت مولی کاتیون به آنیون در $Al_۲O_۳$ برابر $\frac{۲}{۳}$ است که :

$$\frac{\frac{۳}{۱}}{\frac{۲}{۳}}\neq۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

معادلهٔ موازنه شده فرایند هال به‌صورت زیر است:

$$۲Al_۲O_۳ + ۳C \rightarrow ۴Al + ۳CO_۲ \sim ۱۲e^-$$

مورد الف: درست

مورد ب: نادرست؛ الکترولیت مذاب مخلوطی شامل $Al_۲O_۳$ مذاب است نه محلول در آب.

مورد پ: درست

مورد ت: درست

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

جوابش اینه

مورد «اول»: نادرست؛ قطعه باید به کاتد یا قطب منفی باتری بیرونی وصل شود ولی باتری از نوع منبع جریان مستقیم است نه جریان متناوب.

مورد «دوم»: درست

مورد «سوم»: نادرست؛ آهن نقشی در نیم‌واکنش‌ها ندارد و نه اکسایش می‌یابد و نه کاهش، پس غلظت $Fe^{۲+}$ از ابتدا تا انتهای فرایند برابر صفر است.

مورد «چهارم»: درست

مورد «پنجم»: نادرست؛ حداقل ولتاژ مورد نیاز برای انجام این فرایند ارتباطی با پتانسیل کاهشی فلز آهن ندارد. اتم‌های نقره در آند اکسید شده و در کاتد نیز کاهش می‌یابند.

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: واکنش خنثی شدن هر نوع اسید و بازی چه قوی و چه ضعیف، برگشت‌ناپذیر است.

گزینهٔ ۲: اگر زنجیر هیدروکربنی از حدی بزرگ‌تر باشد، انحلال‌پذیری آن در آب کم می‌شود و خاصیت پاک‌کنندگی صابون کاهش می‌یابد.

گزینهٔ ۳: در ساختار صابون سر مثبت (کاتیون) نقشی در پاک‌کنندگی ندارد و تنها آنیون در پاک‌کنندگی وارد می‌شود.

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$C_nH_{۲n+۱}COONH_۴$$

$$\text{شمار اتم H} = ۲n+۵ \Rightarrow \text{جرم H در یک مول صابون} = (۲n+۵)(g)$$

$$\text{جرم اتم‌های اکسیژن در یک مول صابون} = ۲\times ۱۶ = ۳۲\,g$$

$$۲n+۵-۳۲ = ۱۱ \Rightarrow ۲n = ۳۸ \Rightarrow n = ۱۹ \Rightarrow$$ شمار اتم‌های کربن در صابون برابر ۲۰ است.

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

در بین اسیدهای حاصل از انحلال هالیدهای هیدروژن در آب HF ضعیف است.

خوبه اینو بدونی

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} = \frac{[H^+]\cdot\alpha}{۱-\alpha} \Rightarrow [H^+]\cdot\alpha = K_a - K_a\alpha \Rightarrow \alpha([H^+]+K_a) = K_a \Rightarrow \alpha = \frac{K_a}{[H^+]+K_a} \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{\frac{[H^+]}{K_a}+۱}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

کلیهٔ عبارت‌ها نادرست هستند.

نباید سراغ اینا بری

عبارت «اول»: محلول ضدیخ مانند محلول شکر در آب غیرالکترولیت است.

عبارت «دوم»: رسانایی به مجموع غلظت یون‌ها وابسته است و بزرگ یا کامل بودن α کافی نیست.

عبارت «سوم»: با توجه به معادلهٔ زیر، انحلال هر مول K_2O در آب ۴ مول یون تولید می‌کند؛ بنابراین از انحلال ۰/۲ مول K_2O، ۰/۸ مول یون آب‌پوشیده تولید می‌شود.

$$K_2O(s)+H_2O(l) \rightarrow 2K^+(aq)+2OH^-(aq)$$

عبارت «چهارم»: با اضافه کردن آب مقطر درجه یونش افزایش می‌یابد اما رسانایی کم می‌شود؛ زیرا محلول رقیق می‌شود و غلظت کاهش می‌یابد.

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

گزینهٔ ۱: چون HF اسید ضعیف است، پس شمار اندکی از یون‌های آب‌پوشیده با شمار زیادی مولکول HF یونش نیافته در تعادل هستند.

گزینهٔ ۲: برای $NaOH$ تفکیک تعریف می‌شود و یونش نادرست است.

گزینهٔ ۴: درجه یونش هم به غلظت H^+ و هم غلظت مولی دو محلول وابسته است، پس لزوماً برابر بودن pH دو محلول اسیدی به معنای برابری درجه یونش آن‌ها نیست.

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: فرمول شیمیایی اسید چرب حاصل از چربی کوهان شتر $C_{17}H_{35}COOH$ است که سیرشده است.

گزینهٔ ۲: جوش شیرین قدرت پاک‌کنندگی را افزایش می‌دهد اما ضدعفونی‌کننده نیست.

گزینهٔ ۳: صابون با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی نمی‌دهد؛ بنابراین قدرت‌پاک‌کنندگی صابون به انحلال‌پذیری آن بستگی دارد نه به توانایی انجام واکنش.

خوبه اینو بدونی

- فرمول چربی کوهان شتر $C_{57}H_{110}O_6$ و هر سه اسید چرب سازنده آن یکسان و سیرشده با فرمول $C_{18}H_{36}O_2$ یا $C_{17}H_{35}COOH$ است.

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

فقط عبارت «سوم» درست است؛ زیرا pH نشان‌دهندهٔ غلظت H^+ در محلول است یعنی غلظت H^+ در محلول اسید ضعیف ولی با غلظت زیاد می‌تواند از غلظت H^+ در محلول بسیار رقیق‌تر یک اسید قوی بیشتر باشد.

نباید سراغ اینا بری

عبارت «اول»: آرنیوس مدلی برای مقایسه قدرت اسیدها و بازها ندارد.

عبارت «دوم»: باریم کلرید نمک است و با آب واکنش نمی‌دهد، پس تغییری در غلظت OH^- یا H^+ ایجاد نمی‌کند.

عبارت «چهارم»: از واکنش CO_2 با آب، H_2CO_3 حاصل می‌شود که اسیدی ضعیف است و نمی‌توان به‌ازای هر مول از آن در آب ۳ مول یون آب‌پوشیده ایجاد نمود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

خوبه اینو بدونی

- pH نشان‌دهندهٔ غلظت H^+ در محلول یا میزان خاصیت اسیدی محلول است ولی قدرت اسیدی با α یا K_α سنجیده می‌شود.

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

برای HNO_3 که اسید قوی است، $\alpha \simeq 1$ در نظر می‌گیریم؛ بنابراین چنانچه غلظت H^+ در محلولی از HNO_3 برابر غلظت H^+ در محلولی از HF با $\alpha < 1$ باشد، لازم است غلظت محلول HF به مراتب بیشتر باشد.

نباید سراغ اینا بری

گزینهٔ ۱: نادرست؛ H_2SO_4 یک اسید قوی دو پروتون‌دار است که در دو مرحله یونش یافته و مجموع غلظت یون‌ها در محلول ۱M، آن، بیشتر از ۲M است.

گزینهٔ ۳: نادرست؛ از محلول بازی آمونیاک به‌عنوان شیشه‌پاک‌کن استفاده می‌شود.

گزینهٔ ۴: نادرست؛ فقط اکسید فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی (به‌جز Be و Mg) اکسید بازی به‌شمار می‌آیند.

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$M_{NH_3} = \frac{3/4\,g}{2L} \times \frac{1\,mol}{17\,g} = 0/1\,mol\cdot L^{-1}$$

	$NH_3(g)$	+ $H_2O(l)$	$\rightleftharpoons$ $NH_4^+(aq)$	+ $OH^-(aq)$
غلظت اولیه	0/1		0	0
غلظت تعادلی	$0/1 - \cancel{x}$ (صرف‌نظر می‌شود)		x	x

$$10^{-5} = \frac{x^2}{0/1} \Rightarrow x = [OH^-] = 10^{-3} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} \Rightarrow [H^+] = 10^{-11}$$

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$[CH_3COO^-] = [H^+] = 10^{-3/3} = 5\times10^{-4}\,mol\cdot L^{-1}$$

$$\text{غلظت مولی یون اتانوات} = \frac{10ad}{M} \Rightarrow 5\times10^{-4} = \frac{10\times a\times 1}{59} \Rightarrow a = 295\times10^{-5} \Rightarrow ppm = 10^4 a \Rightarrow ppm = 29/5$$

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$HNO_3: \begin{cases} pH = 0/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-0/3} = 0/5 \Rightarrow M = 0/5 \\ \text{حجم} = 2L \end{cases} \Rightarrow \text{مول } HNO_3 = 0/5\times2 = 1$$

مول HNO_3 لازم برای خنثی کردن NaOH برابر مول NaOH و مول HNO_3 لازم برای خنثی کردن $Ca(OH)_2$، دو برابر مول $Ca(OH)_2$ است؛ بنابراین:

$$(\frac{a}{40}\times1) + (0/5b\times2) = 1 \Rightarrow a + 40b = 40 \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } a = 20 \Rightarrow b = 0/5 \\ \text{اگر } a = 10 \Rightarrow b = 0/75 \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)



$$\frac{۰/۱M_{HA}}{۰/۲\times M_{HB}}=۴ \Rightarrow M_{HA}=۸M_{HB}$$

$$\left[H^+\right]=M\alpha \Rightarrow \alpha_{HA}\times M_{HA}=\alpha_{HB}\times M_{HB}$$

$$\alpha_{HA}\times ۸M_{HB}=\alpha_{HB}\times M_{HB}$$

$$\frac{\alpha_{HA}}{\alpha_{HB}}=\frac{۱}{۸}=۰/۱۲۵$$

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



حالت ۱ : $pH=۴ \Rightarrow \left[H^+\right]=۱۰^{-۴} \Rightarrow ۱۰^{-۸}=\frac{(۱۰^{-۴})^۲}{M_۱} \Rightarrow M_۱=$ مولار ۱

حالت ۲ : $pH=۴/۱۵ \Rightarrow \left[H^+\right]=۱۰^{-۴/۱۵} \Rightarrow ۱۰^{-۸}=\frac{۱۰^{-۸/۳}}{M_۲} \Rightarrow M_۲=۱۰^{-۰/۳}=$ مولار ۰/۵

مول خنثی شده $=$ حجم $\times \Delta M=۰/۱(۱-۰/۵)=۰/۰۵ mol$

$$۰/۰۵ mol=\frac{x g KOH}{۵۶ g\cdot mol^{-۱}} \Rightarrow x=۲/۸ g KOH$$

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



اولیه $pH=۱ \Rightarrow \left[H^+\right]=M=۰/۱ \Rightarrow mol\,HCl=۳L\times ۰/۱M=۰/۳$

ثانویه $pH=۱/۷ \Rightarrow \left[H^+\right]=۰/۰۲ \Rightarrow mol\,HCl=۳L\times ۰/۰۲=۰/۰۶$

مول اسید خنثی شده $=۰/۳-۰/۰۶=۰/۲۴ Mg(OH)_۲$

با توجه به اینکه هر مول $Mg(OH)_۲$ دو مول HCl (اسید معده) را خنثی می‌کند؛ بنابراین:

$$۰/۲۴ mol\,HCl\times\frac{۱ mol\,Mg(OH)_۲}{۲ mol\,HCl}\times\frac{۵۸ g\,Mg(OH)_۲}{۱ mol\,Mg(OH)_۲}\times\frac{۱۰۰}{۲۹}=۲۴ g\ Mg(OH)_۲$$

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



$$KOH: pH=۱۴ \Rightarrow pOH=۰ \Rightarrow \left[OH^-\right]=M=۱ \Rightarrow KOH\ \text{مول}=۰/۱۰۰L\times ۱M=۰/۱\ mol(OH^-)$$

$$Ca(OH)_۲\ \text{مول}=\frac{۳۷g}{۷۴g}=۰/۵ \Rightarrow mol(OH^-)=۱ \Rightarrow OH^-\ \text{مجموع مول}=۱/۱ \Rightarrow \left[OH^-\right]_{\text{کل}}=\frac{۱/۱}{۱۱}=۰/۱ \Rightarrow pOH=۱$$

$$\Rightarrow pH=۱۳$$

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)



pH محلولی $HNO_۳$ در ابتدا برابر ۲ است، پس نمودارهای (۲) و (۴) نادرست هستند. اکنون باید محاسبه کنیم که با افزودن $۵ mL$ محلول ۰/۱ مولار $NaOH$، pH محلول $HNO_۳$ به چه عددی می‌رسد.

$$mol\,NaOH=۰/۱\times ۰/۰۰۵=۵\times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \text{مول اسید مصرفی}=۵\times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \text{مول اسید باقی‌مانده}=(۰/۱۰۰\times ۰/۰۱)-۵\times ۱۰^{-۴}=۵\times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \left[HNO_۳\right]=\frac{۵\times ۱۰^{-۴} mol}{۱۰۵\times ۱۰^{-۳} L} \Rightarrow pH\simeq ۲/۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$HF:\begin{cases} pH=۲/۷ \Rightarrow [H^+]=۲\times۱۰^{-۳} \\ K_a=۱۰^{-۳} \end{cases} \Rightarrow ۱۰^{-۳}=\frac{(۲\times۱۰^{-۳})^۲}{M-۲\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow M=۶\times۱۰^{-۳}$$

$$۲HF+CaO \rightarrow CaF_۲+H_۲O$$

$$\frac{۶\times۱۰^{-۳}\times۰/۴L}{۲mol\,HF}=\frac{x\times۱۰^{-۳}}{۵۶g\,CaO}\times\frac{۷۰}{۱۰۰} \Rightarrow x=۹۶mg\,CaO$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

$$\left.\begin{array}{l} \text{مول چربی کوهان شتر} = ۰/۲ \Rightarrow \text{مول آمونیاک لازم} = ۳\times۰/۲=۰/۶ \\ C_{۱۷}H_{۳۵}COOH \text{ مول} = ۰/۲ \Rightarrow \text{مول آمونیاک لازم} = ۱\times۰/۲=۰/۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{کل مول آمونیاک} = ۰/۸$$

$$۰/۸mol\,NH_۳\times\frac{۱۷g\,NH_۳}{۱mol\,NH_۳}\times\frac{۱۰۰g\,\text{محلول}}{۳۴g\,NH_۳}\times\frac{۱L\,\text{محلول}}{۰/۸g\,\text{محلول}}=۵۰L$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir