

آزمون آزمایشی ۱۵ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

حسابان ۲: فصل ۱ تا انتهای فصل ۳ (صفحه ۱ تا ۶۹)

۱- نمودار تابع $f(x) = 2 - \frac{3}{x}$ را در راستای افقی، ۲ واحد به راست انتقال داده، سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در نهایت در

راستای قائم، ۳ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. نمودار نهایی محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- تابع $f(x) = \log(1-2x)$ مفروض است. اگر مجموعه جواب نامعادله $f(2x+1) < f(x)$ بازه (α, β) باشد، حاصل $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳- مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x) = 2a - 3 \cos(\frac{\pi}{a}x)$ برابر ۶ است. دوره تناوب تابع f کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - x - 2}$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



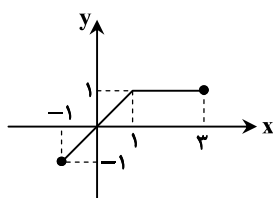
۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+1}{ax^2+bx-3} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{bx+a}{ax+b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) -۳ (۴) -۲

۶- با فرض $f(x) = x + \sqrt{4x^2 - x + 1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(2x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۷- نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت زیر است. اگر دامنه و برد تابع $y = af(bx)$ یکسان باشد، حاصل ab کدام است؟ ($a, b > 0$)



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۴

محل انجام محاسبات:

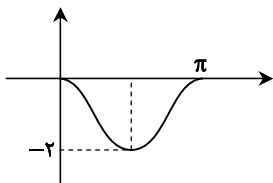
۸- چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + 2ax^2 + bx - 6$ مفروض است. اگر $f(x+1)$ بر $x+2$ و $f(x+2)$ بر $x+1$ بخش پذیر باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- اگر $g(x)$ خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x - 8$ بر $x+1$ باشد، مجموع ضرایب $g(x)$ کدام است؟

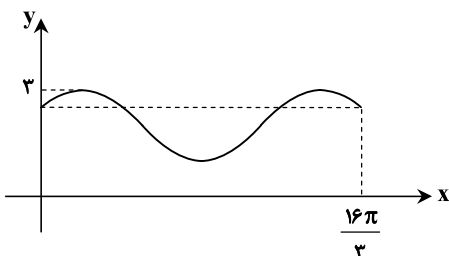
- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۰- نمودار تابع $f(x) = a \sin^2(bx)$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. مقدار $f(\frac{5\pi}{3})$ کدام است؟



- (۱) -۱
(۲) $-\frac{3}{4}$
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{3}{2}$

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + \cos(bx + \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل ab کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{5}{8}$
(۳) -۱
(۴) -۲

۱۲- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $2\cos(x + \frac{\pi}{3})\cos(x - \frac{\pi}{3}) = -1$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{3}$ (۲) 3π (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) 4π

۱۳- معادله $a \cos^2 x = 1 - \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارای سه ریشه متمایز است. حدود a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2} < a < 0$ (۲) $0 < a < \frac{1}{2}$ (۳) $a > \frac{1}{2}$ (۴) $a < -\frac{1}{2}$

۱۴- فرض کنید $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x + \cos x}$ باشد. حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ و $+\infty$ (۲) $+\infty$ و $-\infty$ (۳) $-\infty$ و $-\infty$ (۴) $-\infty$ و $+\infty$

محل انجام محاسبات:

۱۵- تابع $f(x) = (a-1)x^2 + \frac{1}{a}x$ در بازه $(-\infty, 2]$ اکیداً یکنواست. حدود a کدام است؟

- (۱) $0 < a \leq 1$ (۲) $1 \leq a < 2$ (۳) $-1 < a \leq 1$ (۴) $-1 < a < 2$

۱۶- اگر $a = \tan 20^\circ$ و $b = \tan 25^\circ$ باشد، حاصل $(a+1)(b+1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۷- تابع درجه دوم $f(x) = 2(x-3)^2 + 1$ و تابع خطی g را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + xg(x)}{g(x) - g^{-1}(x)} = 6$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۳

۱۸- تابع $f(x) = \frac{2x^2 + bx + c}{x-2}$ مفروض است. اگر خط $y = 3$ مجانب افقی تابع $y = x(ax + f(x))$ باشد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) -۲ (۴) -۳

هندسه: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس ۲ (صفحه ۹ تا ۴۶)

هندسه

۱۹- ماتریس‌های A ، B و C در رابطه $A + C = I - B$ صدق می‌کنند. حاصل $(A^2 + AC + AB)^2$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A^2 (۴) AB

۲۰- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = -2 \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ اگر وارون ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ باشد و بدانیم $x + y = 3$ ، مقدار c' کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۱- اگر m و n ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $m^3 + n^3$ کدام است؟

- (۱) ۵۲ (۲) -۶۴ (۳) ۷۲ (۴) -۸۰

۲۲- شعاع بزرگ‌ترین دایره به مرکز $(-4, 0)$ که با دایره $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 2 = 0$ مماس داخل باشد، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۲۳- $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ و ماتریس $mI - 2A$ وارون پذیر نمی‌باشد. مجموع درایه‌های A^{-1} کدام است؟

- (۱) $0/24$ (۲) $0/25$ (۳) $0/28$ (۴) $0/3$

محل انجام محاسبات:

۲۴- دترمینان ماتریس قطری $\begin{bmatrix} x+1 & 0 & x-1 \\ y & y+2 & y \\ 1-x & 0 & 3x \end{bmatrix}$ چند برابر دترمینان ماتریس اسکالر $\begin{bmatrix} b & 0 \\ a & a-1 \end{bmatrix}$ است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۲۵- A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه و $AB + BA = \bar{O}$ است. با چه شرایطی برای m رابطه $A^m B = BA^m$ برقرار است؟

- (۱) هر عدد طبیعی دلخواه (۲) هر عدد طبیعی مخالف ۱
(۳) هر عدد فرد طبیعی (۴) هر عدد زوج طبیعی

۲۶- دایره $C(O, R)$ مفروض است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از آن‌ها بتوان مماس‌هایی به طول $\sqrt{2}R$ بر این دایره رسم کرد، دایره C' است. مساحت محدود بین دایره‌های C و C' چقدر است؟

(۱) πR^2 (۲) $2\pi R^2$ (۳) $4\pi R^2$ (۴) $5\pi R^2$

۲۷- دایره C در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس است و مرکز آن روی خط $2x + y + 3 = 0$ قرار دارد. کدام نقطه زیر روی دایره C است؟

(۱) $(-3, 6)$ (۲) $(-2, 4)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(-4, 5)$

۲۸- A ماتریسی مربعی از مرتبه ۲، با دترمینان مثبت است. اگر $A^2 + I = \bar{O}$ باشد، دترمینان $A + I$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۸

۲۹- $M(\alpha, \beta)$ نقطه‌ای از دایره $x^2 + y^2 = 1$ است که کمترین فاصله را تا خط $3x + 4y = 12$ دارد. در این صورت $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{8}{5}$

ریاضیات گسسته: فصل ۱ تا فصل ۲ انتهای درس ۱ (صفحه ۴۲ تا ۴۳) ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

۳۰- اگر گراف G گرافی ۴- منتظم و $\bar{G}$ گرافی ۷- منتظم باشد، اندازه گراف G کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۳۱- نامساوی $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + M \geq 2(2a - 4b + 3c)$ همواره درست است. حداقل مقدار M کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

۳۲- در یک گراف از مرتبه ۹، اگر $\delta = 0$ و ۲ رأس از درجه ۲ وجود داشته باشد، حداکثر اندازه گراف کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۳۳- قیمت هر واحد از دو نوع کالای متمایز به ترتیب ۹۰۰ و ۱۳۰۰ تومان است. با مبلغ ۷۲۵۰۰ تومان به چند طریق می‌توان از این دو نوع کالا خریداری کرد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۴- به ازای چند عدد طبیعی n ، رابطه $n^2 + 3 | n + 3$ برقرار است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات:

- ۳۵- اگر حاصل $[(\Delta a, 10a), [25a^2, \Delta a]]$ همواره مضرب ۱۰۰ باشد، آنگاه چند مقدار طبیعی کمتر از ۱۰۰ برای a وجود دارد؟
 ۵۰ (۱) ۴۹ (۲) ۲۵ (۳) ۲۰ (۴)
- ۳۶- با مجموعه رأس‌های $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، چند گراف ساده می‌توان ساخت به‌طوری‌که اندازه گراف ۴ و $\deg(a) = 2$ باشد؟
 ۲۴۰ (۱) ۳۶۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۴۵۰ (۴)
- ۳۷- در گراف G با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{10}\}$ ، اگر $N_G(v_1) = N_G(v_2) = N_G(v_3) = \emptyset$ باشد و میانگین درجات رئوس گراف ۳ باشد و بقیه رأس‌ها از درجه ۴ و ۵ باشند، تعداد رأس‌های زوج در این گراف کدام است؟
 ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)
- ۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی x که در دو رابطه $x - 3 \mid 18$ و $x + 9 \mid 15$ صدق می‌کند، کدام است؟
 ۵ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴)
- ۳۹- رقم وسط بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی طبیعی n که به‌ازای آن معادله $18x + 48y = 5n + 2$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد، کدام است؟
 ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)
- ۴۰- در گرافی ساده با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ ، همسایگی بسته رأس‌ها شامل ۴، ۵، ۵، ۵، ۵ عضو هستند. این گراف چند دور به طول ۴ دارد؟
 ۷ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیر محمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل‌زاده	حسین شفیع‌زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم‌نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف‌خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاه‌مردی- احمد رضوانی جمال خم‌خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دری‌کوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور- شهرام شاه‌پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی



کارنامه فردی



پس از هر آزمون دانش‌آموزان به کارنامه خود دسترسی خواهند داشت. کارنامه آزمون‌های گزینه‌دو شامل اطلاعات مهمی است که به شما کمک می‌کند به سادگی آزمون خود را تحلیل نمایید. با کارنامه‌های گزینه‌دو و تحلیل آزمون می‌توانید نقاط ضعف خود را شناسایی و برطرف کنید.



• کارت آزمون

در بخش کارت آزمون اطلاعات مهم و اصلی آزمون (تعداد دروس، سؤالات آزمون، رتبه و تراز شما و ...) در اختیار شما قرار می‌گیرد.

• کارنامه درس به درس

بری هر درس در کارنامه تحلیلی مجزا وجود دارد که موارد مهمی مانند تراز هر درس، سطح علمی و ... در آن بخش قابل مشاهده است.

• تحلیل آزمون

در تحلیل آزمون به سؤالات درست، نادرست و بدون پاسخ خود همراه با محدوده، موضوع، حیطه یادگیری و پاسخ تشریحی آن دسترسی خواهید داشت.

• رفع اشکال هوشمند

با رفع اشکال هوشمند می‌توانید به سؤالات جدیدی دسترسی داشته باشید که مشابه با سؤالات نادرست و بدون پاسخ شما در آزمون است.



محصولات و خدمات سنجش و ارزشیابی گزینه دو

ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴



آزمون آزمایشی



- آزمون های تستی جهت آمادگی در کنکور
- امکان برگزاری به صورت حضوری (با هماهنگی نمایندگی) و آنلاین
- ارائه آبرکارنامه هوشمند با امکان بررسی کامل عملکرد



ارزشیابی تشریحی

- ارزشیابی تشریحی از دروس دارای امتحان نهایی
- برگزاری و تصحیح به روش روبریک نویسی (ارائه بهترین و موثرترین بازخورد)
- سوالات استاندارد و هم سطح با امتحان نهایی

بانک سوال



- دسترسی به بیش از ۱۰۰ هزار سوال تستی و تشریحی
- امکان ساخت تمرین و برگزاری آزمون
- برطرف کردن نقاط ضعف با رفع اشکال هوشمند



آزمونک

- آزمون های آنلاین به صورت تک درس
- امکان مرور و جمع بندی موضوعی و مبحثی
- ارائه کارنامه و گزارش ها در کمتر از ۲۴ ساعت



نمایندگی



داوطلبان کنکور



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی ۱۵ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴

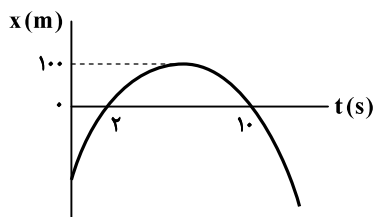


وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

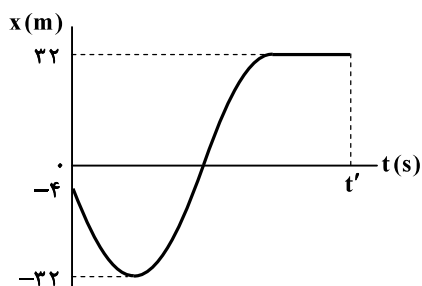
فیزیک

فیزیک ۳: فصل ۱ تا فصل ۳ ابتدای موج و انواع آن (صفحه ۱ تا ۶۹)

۴۱- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان- زمان آن به شکل مقابل است. در کدام گزینه نوع حرکت متحرک درست بیان شده است؟

(۱) در لحظه $t = 15\text{ s}$ حرکت کندشونده است.(۲) در لحظه $t = 7\text{ s}$ حرکت تندشونده است.(۳) در لحظه $t = 5\text{ s}$ حرکت تندشونده است.(۴) در لحظه $t = 9\text{ s}$ حرکت کندشونده است.

۴۲- با توجه به نمودار مکان- زمان داده‌شده، در بازه زمانی صفر تا t' ، مسافت طی‌شده توسط متحرک در کل زمان‌هایی که حرکت کندشونده و جهت حرکت مخالف جهت مثبت x است، چند متر است؟



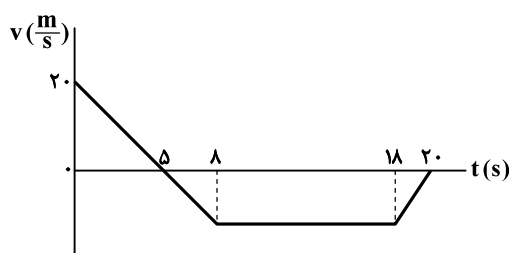
(۱) ۳۲

(۲) ۲۸

(۳) ۵۶

(۴) ۶۴

۴۳- یک متحرک در حرکت روی محور x ، در لحظه $t = 0$ از مکان $x = 0$ عبور می‌کند و نمودار سرعت- زمان آن به شکل زیر است. کدام جمله‌ها در مورد آن درست هستند؟

(الف) بیشترین فاصله آن از نقطه $x = 0$ برابر ۵۰ متر است.

(ب) در کل مدت حرکت، مسافت ۲۰۰ متر را طی می‌کند.

(پ) از لحظه $t = 0$ تا زمانی که دوباره به مبدأ مکان

برگردد، مسافت ۱۰۰ متر را طی می‌کند.

(۱) «الف» و «ب»

(۲) «ب» و «پ»

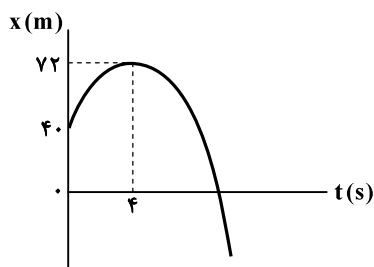
(۳) «الف» و «پ»

(۴) «الف»، «ب» و «پ»

۴۴- نمودار مکان- زمان یک متحرک در یک حرکت بر خط راست به شکل سهمی

مقابل است. از لحظه $t = 0$ تا ۸ ثانیه بعد از تغییر جهت حرکت، متحرک مسافت

چند متر را طی می‌کند؟



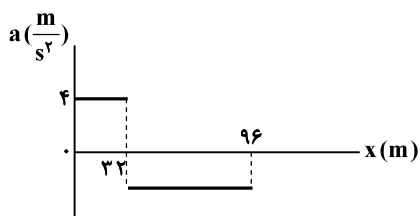
(۱) ۱۲۰

(۲) ۲۰۰

(۳) ۲۴۰

(۴) ۱۶۰

محل انجام محاسبات:



۴۵- متحرکی در لحظه $t = 0$ از مکان $x = 0$ و از حال سکون شروع به حرکت می‌نماید و نمودار شتاب- مکان آن به شکل زیر است و در مکان $x = 96 \text{ m}$ متوقف می‌شود. این متحرک در چه زمانی از مکان $x = 71 \text{ m}$ می‌گذرد؟

(۱) $t = 6 \text{ s}$

(۲) $t = 7 \text{ s}$

(۳) $t = 8 \text{ s}$

(۴) $t = 9 \text{ s}$

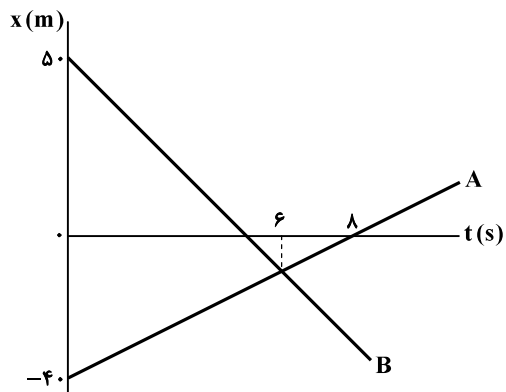
۴۶- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. به مدت چند ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر کوچک‌تر یا مساوی ۱۵ متر است؟

(۱) $1/5$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) $3/5$



۴۷- راننده اتومبیلی که با تندی $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در مسیر مستقیم در حرکت است، ناگهان یک مانع را در فاصله ۱۰۸ متری خود می‌بیند. راننده با شتاب ثابت حرکت خود را کند می‌کند و در فاصله ۶ متری از مانع متوقف می‌شود. اگر زمان واکنش راننده 0.4 ثانیه باشد، بزرگی شتاب اتومبیل در مدت ترمز کردن چند متر بر مربع ثانیه است؟

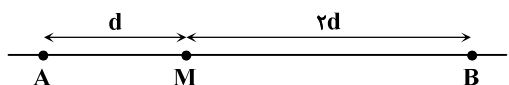
(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۸

(۱) ۵

۴۸- یک اتومبیل بدون تغییر جهت حرکت از نقطه A تا نقطه B را طی می‌کند. اگر تندی متوسط آن در قسمت AM برابر $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد و $\frac{1}{3}$ زمان حرکت از M تا B را با تندی متوسط $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و بقیه را با تندی متوسط $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ طی کند، تندی متوسط آن در کل مسیر A تا B چند متر بر ثانیه می‌شود؟



(۲) ۱۰

(۱) ۱۱

(۴) ۸

(۳) ۹

۴۹- متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t = 0$ از نقطه A عبور می‌کند و در لحظه $t = 10 \text{ s}$ از نقطه B می‌گذرد. اگر در این مدت سرعت متوسط متحرک $-6(\frac{\text{m}}{\text{s}})\hat{i}$ و تندی متوسط آن $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد و جهت حرکت در این مدت فقط یک مرتبه عوض شده باشد، چند مورد از جمله‌های زیر می‌تواند درست باشد؟

(الف) $\vec{BA} = (6 \cdot m)\hat{i}$

(ب) در این ۱۰ ثانیه دورترین فاصله متحرک از نقطه B برابر ۷۰ متر می‌شود.

(پ) از لحظه تغییر جهت حرکت تا $t = 10 \text{ s}$ مسافت ۲۰ متر طی می‌شود.

(۴) صفر

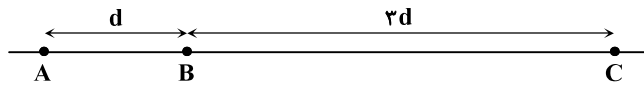
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات:

۵۰- اتومبیلی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، با تندی $\frac{m}{s}$ ۲ از نقطه A و با تندی $\frac{m}{s}$ $\sqrt{39}$ از نقطه B عبور می‌کند. تندی اتومبیل در زمان عبور از نقطه C چند متر بر ثانیه است؟

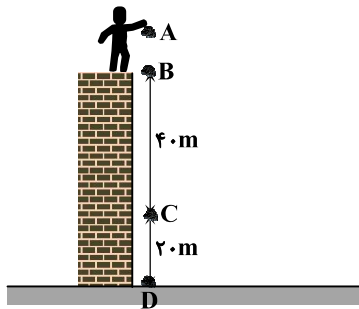


- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۶

۵۱- یک موتورسوار از نقطه A و از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ ۴ روی خط راست به حرکت درمی‌آید و تندی خود را تا $\frac{m}{s}$ ۴۰ افزایش می‌دهد و از آن به بعد با تندی ثابت ادامه می‌دهد. ۴ ثانیه بعد از شروع حرکت موتورسوار، یک اتومبیل با تندی $\frac{m}{s}$ ۳۶ در همان جهت از نقطه A عبور می‌کند و روی خط راست با تندی ثابت ادامه می‌دهد. این دو متحرک در نقاط B و C از کنار هم عبور می‌کنند. فاصله نقاط B و C از یکدیگر چند متر است؟

- (۱) ۳۶۰
(۲) ۲۵۲
(۳) ۳۲۴
(۴) ۲۸۸

۵۲- مطابق شکل، سنگی از نقطه A رها می‌شود و تا سطح زمین سقوط می‌کند. اگر سنگ فاصله BC را در مدت ۲ ثانیه طی کند، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا کل زمان سقوط چند ثانیه طول می‌کشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) $\sqrt{11}$
(۲) $\sqrt{12}$
(۳) $\sqrt{13}$
(۴) $\sqrt{15}$

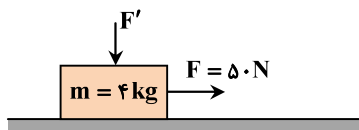
۵۳- از بالای یک برج، گلوله‌ای رها می‌شود و با مقاومت هوای ناچیز سقوط می‌کند. اگر تندی گلوله ۴ ثانیه قبل از رسیدن به زمین ۲ برابر تندی

متوسط آن در ۳ ثانیه اول سقوط باشد، مسافتی که گلوله در ۲ ثانیه آخر سقوط طی می‌کند، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۱۰
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۳۰
(۴) ۱۴۰

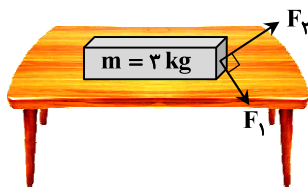
۵۴- در شکل مقابل، نیروهای افقی و عمودی F و F' به جسم اثر کرده و جسم از حال سکون به حرکت درمی‌آید و پس از طی مسافت ۱۰ متر، تندی جسم به ۱۰ متر بر ثانیه می‌رسد. اندازه نیروی F' و نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون است؟

$$(g = 10 \frac{N}{kg} \text{ و } \mu_k = 0.5)$$



- (۱) ۲۰، $3\sqrt{3}$
(۲) ۶۰، $3\sqrt{3}$
(۳) ۲۰، $3\sqrt{5}$
(۴) ۶۰، $3\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات:



۵۵- در شکل مقابل جرم m روی سطح افقی تحت تأثیر دو نیروی عمود بر هم F_1 و $F_2 = 2F_1$ قرار

گرفته و در آستانه حرکت قرار دارد. نیروی F_2 چند نیوتون است؟ ($\mu_s = 0.4\sqrt{5}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) $12\sqrt{2}$ (۲) ۱۲

(۳) $24\sqrt{2}$ (۴) ۲۴

۵۶- گلوله‌ای با سرعت v_0 در راستای قائم در هوا رو به بالا پرتاب می‌شود. گلوله پس از رسیدن به نقطه اوج (بالا ترین نقطه مسیر) متوقف شده و به نقطه پرتاب بازمی‌گردد. جهت شتاب حرکت گلوله در کل رفت و برگشت، و در لحظه‌ای که بزرگی شتاب حرکت گلوله ۱۴ متر بر

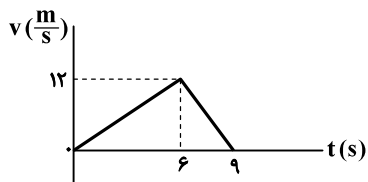
مربع ثانیه است، گلوله ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) یک بار تغییر می‌کند- در حال بالارفتن است.

(۳) تغییر نمی‌کند- در حال بالارفتن است.

۵۷- شخصی درون یک آسانسور روی نیروسنجی قرار دارد. آسانسور از حال سکون رو به بالا به حرکت درمی‌آید و پس از ۹ ثانیه می‌ایستد. اگر نمودار سرعت- زمان شخص مطابق شکل مقابل باشد، نسبت عدد نشان داده شده توسط نیروسنج در حرکت کندشونده به حرکت تندشونده

کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) $\frac{7}{4}$ (۲) ۲

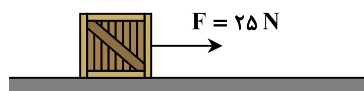
(۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۸- جسمی به جرم ۴ کیلوگرم در هوا در حال سقوط است. در لحظه t_1 شتاب حرکت جسم ۷ متر بر مربع ثانیه است. پس از مدتی در لحظه t_2 که نیروی مقاومت هوا ۱۰ نیوتون افزایش یافته است، شتاب سقوط جسم چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟

(۱) $5/5$ (۲) $4/5$ (۳) $8/5$ (۴) $9/5$

۵۹- مطابق شکل، به جعبه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم که روی سطح افقی ساکن است، نیروی افقی ۲۵ نیوتون وارد می‌شود و جعبه به حرکت درمی‌آید. پس از ۳ ثانیه مقداری ماسه داخل جعبه ریخته می‌شود؛ در نتیجه حرکت جعبه با شتاب ثابت کند شده و پس از مدتی متوقف

می‌شود. سرعت متوسط جعبه از ابتدای حرکت تا توقف کامل چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\mu_k = 0.3$)



(۱) ۳

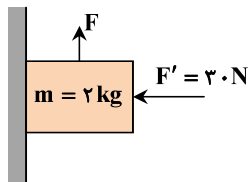
(۲) ۶

(۳) ۲

(۴) ۴

۶۰- در شکل مقابل جرم m که به یک سطح قائم تکیه دارد، تحت تأثیر نیروهای F و F' از حال سکون به سمت بالا به حرکت درمی‌آید. اگر نیروی F دو برابر شود، شتاب حرکت ۱۸ برابر

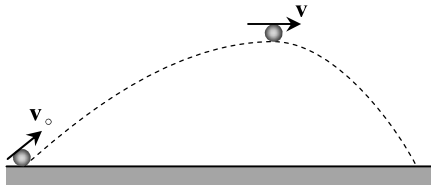
می‌شود. شتاب حرکت در حالت اول چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\mu_k = 0.4$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۱ (۲) $1/5$

(۳) ۲ (۴) $2/5$

محل انجام محاسبات:



۶۱- مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم m با سرعت v_0 به‌طور مایل در هوا رو به بالا پرتاب می‌شود. وقتی گلوله به نقطه اوج (بالاترین نقطه مسیر) رسیده و سرعت آن به‌صورت افقی برابر v می‌شود، اندازه نیروی مقاومت هوا f_D و بزرگی شتاب گلوله $\frac{g\sqrt{5}}{2}$ متر بر مربع ثانیه است. حال اگر مجدداً گلوله را از همان محل به‌طور قائم رو به بالا پرتاب کنیم، هنگامی که در حال بالا رفتن اندازه مقاومت هوا f'_D می‌شود، بزرگی شتاب گلوله کدام است؟

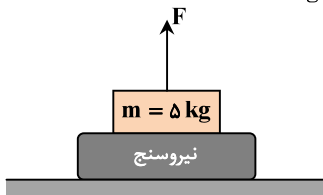
$$\frac{3}{4}g \quad (4)$$

$$\frac{3}{2}g \quad (3)$$

$$\frac{4}{3}g \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}g \quad (1)$$

۶۲- در شکل مقابل، در لحظه‌ای که نیروسنج 32 N را نشان می‌دهد، مقدار نیروی F چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



$$82 \quad (1)$$

$$50 \quad (2)$$

$$41 \quad (3)$$

$$18 \quad (4)$$

۶۳- جسمی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند. در صورتی که در یک بازه زمانی معین سرعت متوسط جسم 14 متر بر ثانیه باشد، کار برانید نیروهای وارد بر جسم 588 ژول است. تغییرات تکانه جسم در این مدت چند واحد SI است؟

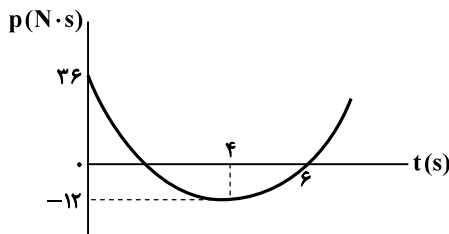
$$28 \quad (4)$$

$$21 \quad (3)$$

$$42 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

۶۴- نمودار تکانه برحسب زمان جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، به‌صورت سهمی زیر است. بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازه زمانی $0 \leq t \leq 5$ چند نیوتون است؟



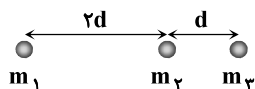
$$9/5 \quad (1)$$

$$7/5 \quad (2)$$

$$9 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

۶۵- در شکل مقابل، نیروی گرانشی خالص وارد بر جرم m_2 صفر است. بزرگی نیروی گرانشی خالص وارد بر جرم m_3 چند برابر بزرگی نیروی گرانشی خالص وارد بر جرم m_1 است؟



$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\sqrt{5} \quad (4)$$

$$2/5 \quad (3)$$

۶۶- جسمی روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع 9 سانتی‌متر دارای حرکت دورانی یکنواخت بوده و در مدت $1/10$ ثانیه $2/3$ دور می‌چرخد. شتاب مرکزگرای جسم در SI کدام است؟

$$\frac{40\pi^2}{9} \quad (4)$$

$$22/5\pi^2 \quad (3)$$

$$16\pi^2 \quad (2)$$

$$36\pi^2 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات:

۶۷- اتومبیلی به جرم ۸۰۰ کیلوگرم با سرعت ۷۲ کیلومتر بر ساعت در پیچ افقی به شعاع ۲۰۰ متر در حال حرکت است. بزرگی نیروی اصطکاک

ایستایی جانبی وارد بر اتومبیل چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و $\mu_s = ۰/۵$)

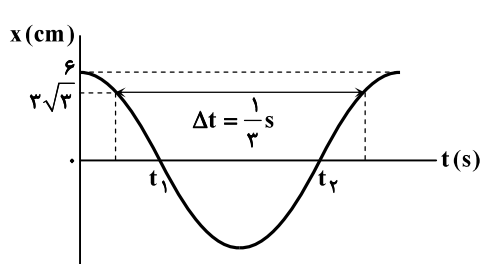
- (۱) ۴۰۰۰ (۲) ۲۷۰۰ (۳) ۳۲۰۰ (۴) ۱۶۰۰

۶۸- معادله مکان - زمان جسمی در SI به صورت $x = ۰/۰۸ \cos \frac{2\pi}{3} t$ است. تندی متوسط جسم از لحظه‌ای که از $x = +۴ \text{ cm}$ در حال حرکت

به سمت مرکز بوده تا لحظه‌ای که برای دومین بار متوقف می‌شود، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۱/۲ (۳) ۱۲ (۴) $\frac{28}{3}$

۶۹- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است. در بازه زمانی $t_1 \leq t \leq t_2$ ، بزرگی شتاب متوسط نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟



(۱) 3π

(۲) $\frac{2\pi}{2}$

(۳) $3\pi^2$

(۴) $\frac{3\pi^2}{2}$

۷۰- معادله نوسان‌های جسمی در SI به صورت $x = ۰/۲ \cos 20\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۳ برابر انرژی پتانسیل آن است، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟

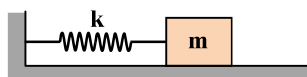
- (۱) 2π (۲) $2\sqrt{3}\pi$ (۳) $\frac{4}{3}\pi$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

۷۱- مطابق شکل، جرم m به فتر با ثابت k بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال تعادل است. هنگامی که آن را ۳ سانتی‌متر به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم، انرژی مکانیکی آن E_1 و دوره نوسان‌های آن T_1 است. بار دوم جرم مشابه دیگری روی جرم قبلی قرار می‌دهیم و مجموعه ۵ سانتی‌متر کشیده و رها می‌کنیم. انرژی مکانیکی مجموعه E_2 و دوره نوسان‌های آن T_2 می‌شود. نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ و $\frac{T_2}{T_1}$ به ترتیب

کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ و $\frac{50}{9}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{25}{9}$

(۳) $\sqrt{2}$ و $\frac{25}{9}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{50}{9}$



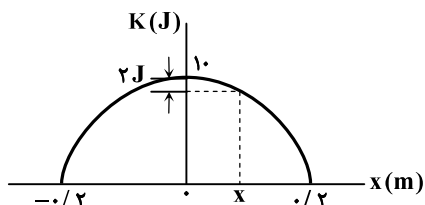
۷۲- نمودار انرژی جنبشی - مکان نوسانگری در SI مطابق شکل مقابل است.

در نقطه x تندی جسم $6\sqrt{2}$ متر بر ثانیه است. مسافتی که نوسانگر در

مدت ۴ ثانیه طی می‌کند، چند متر است؟ ($\pi^2 = ۱۰$)

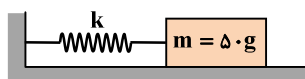
(۱) ۹ (۲) ۱۲

(۳) ۱۸ (۴) ۲۴



محل انجام محاسبات:

۷۳- در شکل مقابل جرم ۵۰ گرمی به فنری با ثابت k بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند و در هر دقیقه ۱۲۰۰ بار طول پاره خط مسیر را طی می‌کند. ثابت فنر چند نیوتون بر سانتی‌متر است؟ ($\pi^2 = 10$)



۴ (۱)

۲ (۲)

۱۰۰ (۳)

۲۰۰ (۴)

۷۴- طول نخ یک آونگ ساده ۴۵ سانتی‌متر کاهش می‌یابد و در نتیجه دوره نوسانات آن $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود. طول اولیه نخ آونگ چند سانتی‌متر است؟

۵۴ (۴)

۶۰ (۳)

۷۵ (۲)

۸۱ (۱)

۷۵- دو جرم m_A و $m_B = 2\text{ kg}$ به‌طور جداگانه به فنرهای مشابه بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کنند و در مدتی که جرم m_A ۵ نوسان کامل می‌کند، نوسانگر B، ۴ نوسان کامل انجام می‌دهد. جرم جسم B از جرم جسم A است.

(۱) ۲۸۰ گرم کمتر از (۲) ۲۸۰ گرم بیشتر از (۳) ۷۲۰ گرم کمتر از (۴) ۷۲۰ گرم بیشتر از

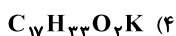
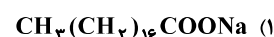


وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (صفحه ۱ تا ۶۶)

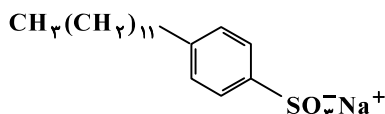
۷۶- در ساختار صابونی جامد، زنجیر هیدروکربنی دارای ۱۶ اتم کربن و یک پیوند دوگانه کربن-کربن است. کدام فرمول شیمیایی مربوط به این پاک‌کننده است؟



۷۷- کدام عبارت درست است؟

- (۱) مخلوط آب و روغن، ناهمگن و ناپایدار است و در صورتی که هم زده شود به مخلوطی ناهمگن و پایدار تبدیل می‌شود.
- (۲) مخلوطی به ظاهر همگن که نور هنگام عبور از آن پخش می‌شود، مانند سوسپانسیون‌ها ناپایدار است.
- (۳) کلئید و سوسپانسیون مخلوط‌های ناهمگن هستند و محلول و کلئید از نظر پایداری مشابه یکدیگرند.
- (۴) هنگام شستن چربی با آب، افزودن صابون سبب حل شدن چربی در آب می‌شود.

۷۸- با توجه به ساختار، کدام یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟



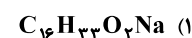
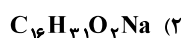
(۱) در صنعت از مواد پتروشیمیایی و طی فرایندهای شیمیایی پیچیده تولید می‌شود.

(۲) در مقایسه با پاک‌کننده‌ای با فرمول RCOO^-Na^+ ، پاک‌کننده‌ای قوی‌تر است.

(۳) در آب حاوی مقدار زیادی یون منیزیم به‌صورت جامدی سفیدرنگ ته‌نشین می‌شود.

(۴) شمار اتم‌های هیدروژن در بخش آب‌گریز ساختار آن با شمار اتم‌های هیدروژن در زنجیر هیدروکربنی صابون $\text{C}_{18}\text{H}_{39}\text{O}_2\text{K}^+$ یکسان است.

۷۹- مقدار $21/9$ گرم از یک صابون جامد دارای زنجیر هیدروکربنی سیرشده به 500 میلی‌لیتر محلول منیزیم کلرید با غلظت $0/06$ مول بر لیتر اضافه شده و مخلوط به اندازه کافی هم زده می‌شود. پس از انجام واکنش، تنها 20 درصد از صابون اضافه شده به مخلوط سبب ایجاد کف می‌شود. فرمول شیمیایی صابون کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

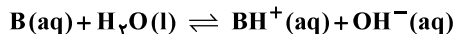


محل انجام محاسبات:

۸۰- در محلول ۰/۰۲ مولار اسید ضعیف HX شمار مولکول‌های اسید، ۲ برابر شمار یون‌های حاصل از یونش مولکول‌های اسید است. بر این اساس، غلظت یون هیدرونیوم در این محلول چند مول بر لیتر است؟

- (۱) ۰/۰۰۴ (۲) ۰/۰۰۲ (۳) ۰/۰۰۳ (۴) ۰/۰۰۶

۸۱- در محلولی از باز B با ثابت یونش 2×10^{-5} مول بر لیتر در دمای اتاق، غلظت یون هیدرونیوم $2/5 \times 10^{-9}$ مول بر لیتر است. در این محلول شمار مولکول‌های باز چند برابر شمار کاتیون‌های حاصل از یونش باز هستند؟



- (۱) ۰/۰۴ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۰۲

۸۲- در دمایی معین، از حل کردن استیک اسید در آب محلولی حاصل شده است که غلظت یون استات و غلظت مولکول‌های استیک اسید آن به ترتیب، ۰/۰۰۰۶ و ۰/۰۲ مول بر لیتر است. pH این محلول برابر چند است؟ ($\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.48$)

- (۱) ۲/۲۲ (۲) ۲/۹۲ (۳) ۳/۹۲ (۴) ۳/۲۲

۸۳- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) در دمایی معین، نوار منیزیم با محلول اسیدی‌تر با سرعت بیشتری واکنش می‌دهد.
(۲) بر اساس مدل آرنیوس، استرانسیم اکسید نوعی اکسید بازی به شمار می‌آید.
(۳) هر چه یک اسید ضعیف‌تر باشد رسانایی الکتریکی محلول آن نیز به یقین کمتر است.
(۴) غلظت یون هیدرونیوم در خون بیشتر از غلظت یون هیدرونیوم در محتویات روده انسان است.
۸۴- pH محلول ۰/۱۵ مولار اسید HX به اندازه ۰/۳ بیشتر از pH محلول ۰/۰۱ مولار نیتریک اسید است. بر این اساس، ثابت یونش HX به تقریب برابر چند است؟ ($\log 2 = 0.3$)

- (۱) $1/72 \times 10^{-3}$ (۲) $1/72 \times 10^{-4}$
(۳) $1/66 \times 10^{-4}$ (۴) $1/66 \times 10^{-3}$

۸۵- اگر ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 1/6$ و ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول پتاس با $pH = 12/3$ را مخلوط کنیم، pH محلول نهایی چند خواهد شد؟ (دمای محلول‌ها و دمای محلول نهایی $25^\circ C$ است). ($\log 2 = 0.3, \log 5 = 0.7, \log 5 = 0.5$)

- (۱) ۱۱/۶ (۲) ۲/۶ (۳) ۱۱/۳ (۴) ۳/۷

۸۶- کدام ماده به عنوان داروی ضد اسید کاربردی ندارد؟

- (۱) $Al(OH)_3$ (۲) $NaHCO_3$ (۳) $Mg(OH)_2$ (۴) NaOH

۸۷- درستی یا نادرستی عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ آورده شده است؟

الف) محلول شیشه پاک‌کن دارای باز ضعیف آمونیاک است.

ب) pH محلول 10^{-8} مولار سود سوزآور برابر ۸ است.

پ) گاز آزاد شده از واکنش پودر لوله‌بازکن با آب همان گاز آزاد شده از واکنش فلز منیزیم با محلول جوهرنمک است.

(۱) نادرست - درست - نادرست (۲) درست - نادرست - درست

(۳) درست - نادرست - نادرست (۴) نادرست - درست - درست

۸۸- pH محلول AOH برابر ۱۰/۶ و pH محلول HB برابر ۳/۴ است. کدام مقایسه در مورد این دو محلول به یقین درست است؟

الف) رسانایی الکتریکی هر دو محلول برابر است.

ب) نسبت غلظت یون هیدرونیوم به یون هیدروکسید در محلول HB با عکس این نسبت در محلول AOH برابر است.

پ) با افزودن دو محلول به یکدیگر، محلولی با $pH = 7$ به دست می‌آید.

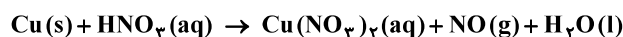
ت) درجه یونش هر دو محلول یکسان است.

- (۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ب»

محل انجام محاسبات:

۸۹- ۲۱۶ میلی گرم دی نیتروژن پنتا اکسید را در تعدادی آب حل کرده و حجم محلول را در ۵۰ میلی لیتر می رسانیم. از واکنش ۱۰ میلی لیتر از این محلول

با مقدار کافی فلز مس مطابق معادله موازنه نشده زیر چند میلی لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید می شود؟ ($N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



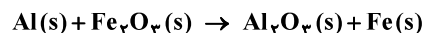
۴۴/۸ (۴)

۴/۴۸ (۳)

۲/۲۴ (۲)

۲۲/۴ (۱)

۹۰- در واکنش موازنه نشده زیر، گونه اکسند و میزان تغییرات عدد اکسایش هر مول گونه کاهنده در طی واکنش کدام است؟

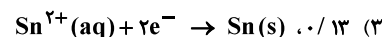
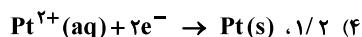
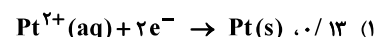
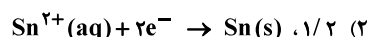
۴ Fe^{3+} ، ۳ واحد۳ Al^{3+} ، ۳ واحد۲ Fe ، ۶ واحد۱ Al ، ۶ واحد

۹۱- با توجه به واکنش زیر، گونه اکسند کدام است و ضمن مصرف کامل ۱۲۰ گرم منیزیم چند الکترون مبادله می شود؟ ($Mg = 24 g \cdot mol^{-1}$)

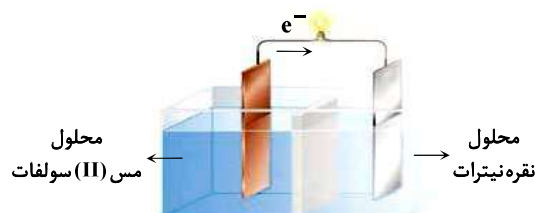
۴ Mg ، $3/01 \times 10^{24}$ ۳ Cu^{2+} ، $6/02 \times 10^{24}$ ۲ Cu^{2+} ، $3/01 \times 10^{24}$ ۱ Mg ، $6/02 \times 10^{24}$

۹۲- در سلول گالوانی «قلع - پلاتین» که طی عملکرد سلول ۱۰٪ از ولتاژ تولید شده به هدر می رود. ولت سنج متصل به این سلول به تقریب چه ولتاژی را

نشان می دهد و واکنش انجام شده پیرامون کاتد در این سلول چیست؟ ($E^\circ(Pt^{2+}/Pt) = 1/2 V$ ، $E^\circ(Sn^{2+}/Sn) = -0/14 V$)



۹۳- با توجه به شکل زیر، که سلول گالوانی (مس - نقره) را نشان می دهد. چند مورد از عبارات های بیان شده درست است؟ ($Ag = 108 g \cdot mol^{-1}$)



■ به تدریج از غلظت یون های نقره کاسته و بر غلظت یون های مس (II) افزوده می شود.

■ به ازای تولید ۵۴ گرم فلز نقره، $3/01 \times 10^{23}$ الکترون در سلول مبادله می شود.

■ یون های NO_3^- به سمت تیغه مس و یون های Cu^{2+} به سمت تیغه نقره حرکت می کنند.

■ در سطح کاتد نیم واکنش $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$ انجام می شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۴- کدام عبارت در مورد «سلول سوختی» نادرست بیان شده است؟

الف) نوعی سلول گالوانی با قابلیت تولید و ذخیره انرژی شیمیایی است.

ب) با توجه به کاهش رد پای کربن دی اکسید این سلول ها منبع انرژی سبز به شمار می آیند.

پ) در سلول های سوختی در مقایسه با موتورهای درون سوز اتلاف انرژی به شکل گرما کمتر است.

ت) در برخی سلول های سوختی از گاز متان به جای گاز اکسیژن استفاده می شود.

۴ «ب» و «پ»

۳ «الف» و «ت»

۲ «ت» و «پ»

۱ «الف» و «ب»

۹۵- در یک سلول سوختی «هیدروژن - اکسیژن» با مصرف ۱۶۰ گرم اکسیژن در کاتد، چند الکترون مصرف می شود؟ ($O = 16 g \cdot mol^{-1}$)

۳ $1/80 \times 10^{24}$ ۳ $1/204 \times 10^{24}$ ۲ $1/80 \times 10^{25}$ ۱ $1/204 \times 10^{25}$

محل انجام محاسبات:

۹۶- با توجه به واکنش موازنه نشده زیر چند مورد درست است؟



- با انجام واکنش میان عامل اکسنده و کاهنده، ۲۰ مول الکترون مبادله شده است.
- اختلاف مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها، پس از موازنه برابر ۶ است.
- تغییرات عدد اکسایش هر اتم فسفر، ۵ برابر تغییرات عدد اکسایش هر اتم نیتروژن است.
- در طی واکنش عدد اکسایش دو نوع اتم بدون تغییرات است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۹۷- کدام گزینه به‌درستی دو جمله داده‌شده مربوط به نیم‌واکنش‌های انجام‌شده در برقکافت آب را به‌ترتیب به‌درستی کامل می‌کند؟

الف) با مصرف هر مول آب در کاتد تولید می‌شود.

ب) نسبت حجم گاز تولیدشده در آند به حجم گاز تولیدشده در کاتد برابر است.

۱) دو مول یون هیدروژن تولید می‌شود- ۱

۲) دو مول یون هیدروژن تولید می‌شود- ۵/۰

۳) یک مول یون هیدروکسید تولید می‌شود- ۱

۴) یک مول یون هیدروکسید تولید می‌شود- ۵/۰

۹۸- کدام گزینه عملکردی را بیان می‌کند که در یک سلول گالوانی و یک سلول الکترولیتی مشترک است؟

۱) فراورده‌های عملکرد سلول نسبت به واکنش دهنده‌ها پایداری بیشتری دارند.

۲) آند قطب منفی است و در آن عمل اکسایش صورت می‌گیرد.

۳) حرکت یون‌های مثبت به‌سمت کاتد سلول و حرکت یون‌های منفی به‌سمت آند سلول است.

۴) با مصرف انرژی الکتریکی یک واکنش که در حالت عادی انجام نمی‌شود پیشرفت می‌کند.

۹۹- کدام مطلب دربارهٔ برقکافت سدیم کلرید مذاب درست است؟

۱) فلز سدیم در قطب مثبت سلول تولید می‌شود.

۲) نیم‌واکنش انجام‌شده در آند: $\text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Cl}^-(\text{aq})$ می‌باشد.

۳) در اطراف آند رنگ کاغذ pH قرمز می‌شود.

۴) الکترودهای به‌کاررفته بی‌اثر بوده و در نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی شرکت نمی‌کنند.

۱۰۰- چه تعداد از جمله‌های زیر در مورد خوردگی آهن درست است؟

■ از تماس دادن فلز آهن با مس در بدنه کشتی‌ها و لوله‌های نفتی برای جلوگیری از اکسایش آهن استفاده می‌شود.

■ در ساختن تانکرهای آب و کانال کولر از آهن پوشیده شده با فلز قلع که به آهن گالوانیزه معروف است، استفاده می‌شود.

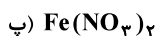
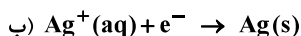
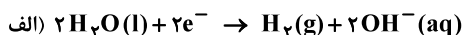
■ نیم‌واکنش کاهش در زنگ زدن آهن و آهن گالوانیزه همانند یکدیگر است.

■ از حلی به‌خلاف آهن گالوانیزه در ساختن ظروف بسته‌بندی مواد غذایی استفاده می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۱- در آبکاری یک قاشق فولادی با فلز نقره کدامیک از دو واکنش «الف» یا «ب» نیم‌واکنش کاتدی است و از محلول کدامیک از نمک‌های

داده‌شده «پ» یا «ت» به‌عنوان الکترولیت در این سلول استفاده می‌شود؟



۴ «ب» و «پ»

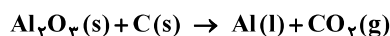
۳ «ب» و «ت»

۲ «الف» و «ت»

۱ «الف» و «پ»

محل انجام محاسبات:

۱۰۲- در فرایند هال به ازای سوختن ۳۰۰ کیلوگرم میله های گرافیتی با خلوص ۸۰ درصد چند کیلوگرم آلومینیم مذاب تولید می شود و جنس کاتد به کار رفته در این برقکافت چیست؟ (معادله موازنه شود.) ($C = ۱۲, Al = ۲۷ : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۷۲۰، گرافیت (۲) ۷۲۰، آهن

(۳) ۸۱۰، گرافیت (۴) ۸۱۰، آهن

۱۰۳- مجموع عدد اکسایش اتم های کربن در کدام ترکیب آلی بیشتر است؟

(۱) اتیلن گلیکول (۲) استیک اسید

(۳) اتانول (۴) اتان

۱۰۴- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) در فرایند هال، چگالی آلومینیم مذاب بیشتر از چگالی الکترولیت مذاب است و از قسمت های پایین سلول جمع آوری می شود.

(۲) مرحله اول در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، افزودن محلول بازی به آب دریاست.

(۳) سلول آبکاری نوعی سلول الکترولیتی است ولی فرایندهای انجام شده در آن خود به خودی هستند.

(۴) برای تهیه صنعتی فلزهای فعالی همچون Na و Mg نمی توان از برقکافت محلول آبی آن ها استفاده کرد.

۱۰۵- اگر الکتریسیته مورد نیاز برای فرایند برقکافت منیزیم کلرید مذاب توسط نوعی سلول سوختی «متان- اکسیژن» تأمین شود، به ازای مصرف هر لیتر گاز متان در شرایط استاندارد در سلول سوختی، چند لیتر گاز کلر در همان شرایط در سلول برقکافت به دست می آید؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبر زاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبر زاده	علیرضا شریف خطیبی- امید رضا پور حسینی	فرهاد فرزنامی
محمد کشانی محمد حسین	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاء الله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملا صالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

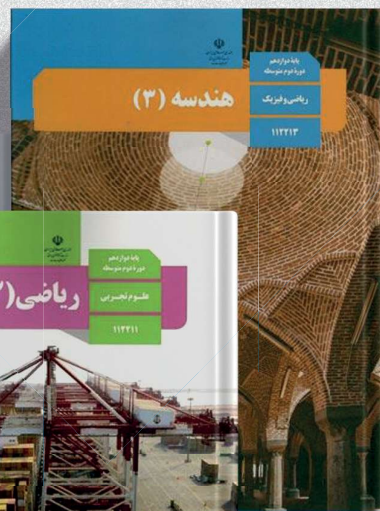
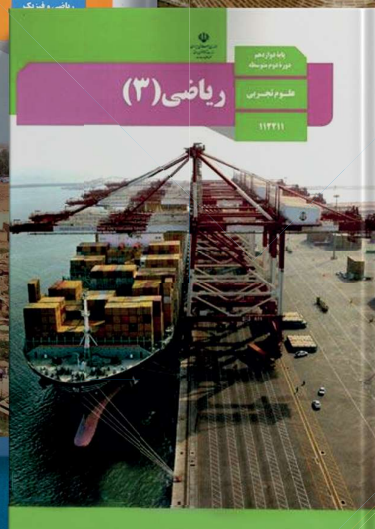
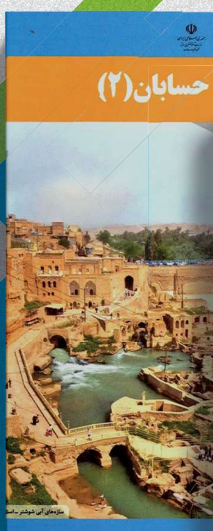
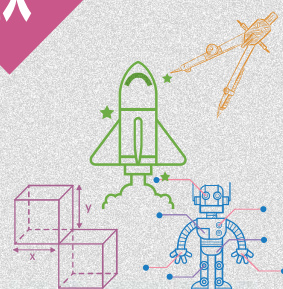
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۱۵ فروردین ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۸



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۱۹ گزیده دو، در روز جمعه ۱۹ فروردین ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزیده دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزیده دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزیده دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➡➡ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۸ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزیده دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزیده دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

کارشناسان		طراحان		گروه ریاضی
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفیع زاده • ایمان اردستانی	مسئول درس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری	حساب و ریاضی پایه	گروه ریاضی امیر محمد سعید شاکری سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی
محمد امین خدابنده • امیروردی	سید محسن میراسلامی • علی نعمت	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد	هندسه	
محمد امین خدابنده • امیروردی	علیرضا شریف خطیبی • امیدرضا پورحسینی	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی	ریاضیات گسسته	
پوپک مقدم	مهرداد کیوان • علی افضل زاده	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی	ریاضی تجربی	
	وحید رباعی	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی	ریاضی انسانی	
کارشناسان		طراحان		گروه علوم
بتول خواجه پور • حسین ایمانی پور مرتضی فرهنگد	محمد باژوگی • علی پناهی شایق بهرام میرحبیبی • منصور کهن دل فرزاد صادقیان	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پارسا کامکار	زیست شناسی	گروه علوم محمد حسین کشانی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی مریم گلی حسنیو	علی نعیمی • احمد رضوانی جمال خم حاجی	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی	فیزیک	
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • شهرام شاه پرویزی محمد علی توسلی فر	مسئول درس: شهرام شاه پرویزی	شیمی	
فرزانه صاعدی • روزبه اسحاقیان آیتا هرطونیان	فرزانه رجایی • فرزانه صاعدی	مسئول درس: شکبیا کریمی	زمین شناسی	
کارشناسان		طراحان		گروه انسانی
سید محمد صادق حسام زاده • سهر سالار کیا محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	محمدرضا لمسه چی • عبدالفیض آبادی	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی	علوم و فنون ادبی	گروه انسانی علی اکبر آخوندی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی
هستی ناصح • نیایش غریبی مهتاب شیرازی	فروغ تیموریان • محمدزمان کبیر	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری	جامعه شناسی	
ثنا کاشیان • فاطمه انوری	سیده ضحی سکاکی	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی	روان شناسی	
سارا حمزه • مهتاب شیرازی یکتا فضل الهی • صبا پهلوان	اسرافیل قربانیپور • پدرام علیمردادی عرفان جالیزی	مسئول درس: پویا رضاداد	زبان عربی	
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	بهرز یحیی • فاطمه نبی	مسئول درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان	تاریخ	
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	شهرام امامی	مسئول درس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب	جغرافیا	گروه انسانی علی اکبر آخوندی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی سید محمد علی محمدی
مهدی مشایخی • مهتاب بیسه محمدعلی مهرآبادی • قزاق مختاری نژاد	احمد خداداد حسینی • سعید رحیمیان	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام	فلسفه و منطق	
کوثر رعدی	حسین خاکساری • میترا چینی ساز محمدرضا مبارکی • ریش بدری	مسئول درس: امیر محمدبیگی دستیار: محمدرضا مبارکی	اقتصاد	

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)



– برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

– اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.

– برای رسم نمودار $y = f(x)+k$ ، اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < 0$ این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود.

ابتدا تبدیل‌های گفته شده را روی $y = f(x)$ اعمال می‌کنیم:

$$۲: y = f(x-2) \text{ واحد به راست}$$

$$۳: y = f(-x-2) \text{ قرینه نسبت به محور عرض‌ها}$$

$$۳: y = f(-x-2)-3 \text{ واحد به پایین}$$

برای یافتن نقطه برخورد با محور طول‌ها، کافی است $y = 0$ را جایگزین کنیم:

$$y = 0 \Rightarrow f(-x-2)-3 = 0 \Rightarrow f(-x-2) = 3 \Rightarrow 2 - \frac{3}{-x-2} = 3 \Rightarrow \frac{3}{x+2} = 1 \Rightarrow x+2 = 3 \Rightarrow x = 1$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۲- پاسخ: گزینه ۳



– تابع f را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) > f(b)$ در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه پایین خواهیم رفت.



با توجه به اینکه پایه تابع $y = \log x$ یعنی عدد ۱۰ بزرگ‌تر از یک است، این تابع اکیداً صعودی است، پس تابع $f(x) = \log(1-2x)$ که از قرینه افقی و انتقال تابع $y = \log x$ به دست می‌آید، اکیداً نزولی است. دامنه تابع از حل نامعادله زیر به دست می‌آید:

$$1-2x > 0 \Rightarrow 2x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$

پس تابع f تابعی اکیداً نزولی با دامنه $(-\infty, \frac{1}{2})$ است. اکنون به حل نامعادله موردنظر می‌پردازیم:

$$۱) f(2x+1) < f(x) \xrightarrow{\text{اکیداً نزولی}} 2x+1 > x \Rightarrow x > -1$$

$$۲) \text{ شرط دامنه } \begin{cases} 2x+1 < \frac{1}{2} \Rightarrow x < -\frac{1}{4} \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

از اشتراک تمام شرایط بالا به رابطه $-1 < x < -\frac{1}{4}$ می‌رسیم، پس $\alpha = -1$ و $\beta = -\frac{1}{4}$ و در نتیجه $\beta - \alpha = \frac{3}{4}$ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۳



– توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



ابتدا با توجه به اینکه مجموع ماکزیمم و مینیمم تابع برابر ۶ است، مقدار a را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \max + \min = 6 \\ \max = 2a + 3 \\ \min = 2a - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a + 3 + 2a - 3 = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

بنابراین دوره تناوب تابع f برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{\left| \frac{\pi}{a} \right|} = 2|a| = 3$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۴



- (تعریف): خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.

$$\begin{array}{ll} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty & \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty \end{array}$$



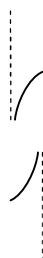
$$f(x) = \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

ابتدا، با ساده کردن صورت و مخرج کسر تابع f ، مجانب قائم تابع را پیدا می‌کنیم:

حد تابع f وقتی x به سمت ۲ میل می‌کند، نامتناهی است؛ پس خط $x = 2$ مجانب قائم تابع f است. اکنون حد راست و چپ تابع را وقتی $x \rightarrow 2$ پیدا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{-2}{+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{-2}{-} = +\infty$$



بنابراین شکل نمودار تابع f در اطراف $x = 2$ شبیه گزینه ۴ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۲)

۵- پاسخ: گزینه ۴



- اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_m} x^{n-m}$$



حد چپ و راست تابع $y = \frac{2x+1}{ax^2+bx-3}$ در $x = 1$ برابر با منفی بی‌نهایت است، پس در نقطه $x = 1$ باید مخرج کسر صفر شود و تغییر علامت ندهد، پس $x = 1$ ریشه مضاعف مخرج است:

$$ax^2 + bx - 3 = -3(x-1)^2 \Rightarrow ax^2 + bx - 3 = -3x^2 + 6x - 3 \Rightarrow a = -3, b = 6$$

بنابراین مقدار حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx+a}{ax+b} = \frac{b}{a} = -2$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۲



اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_m} x^{n-m}$$



با توجه به ضابطه تابع f ، حاصل حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{16x^2 - 2x + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{16x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |4x|}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 4x}{x} = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

۷- پاسخ: گزینه ۲



- برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می شود.

- برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم.
اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود و اگر $0 < k < 1$ باشد، نمودار $y = kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می آید.

- برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.
اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید و اگر $0 < k < 1$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود.



دامنه تابع $y = f(x-1)$ بازه $[-1, 3]$ است؛ بنابراین دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[-2, 2]$ و دامنه تابع $y = f(bx)$ بازه $[-\frac{2}{b}, \frac{2}{b}]$ است.

برد تابع $y = f(x-1)$ بازه $[-1, 1]$ است؛ بنابراین برد تابع $y = f(x)$ بازه $[-1, 1]$ و برد تابع $y = af(x)$ بازه $[-a, a]$ است.
پس دامنه و برد تابع $y = af(bx)$ به ترتیب برابر $D = [-\frac{2}{b}, \frac{2}{b}]$ و $R = [-a, a]$ است. به شرطی بازه های $[-a, a]$ و $[-\frac{2}{b}, \frac{2}{b}]$

برابرند که $a = \frac{2}{b}$ ؛ پس $ab = 2$ و گزینه ۲ درست است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۸- پاسخ: گزینه ۲



- باقی مانده تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از $r(x) = f(\frac{-b}{a})$.



مقدار $f(x+1)$ به ازای $x = -2$ و مقدار $f(x+2)$ به ازای $x = -1$ باید برابر صفر باشد، پس:

$$x = -2 \Rightarrow f(x+1) = f(-1) \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + 2a - b - 6 = 0 \Rightarrow 2a - b = 7$$

$$x = -1 \Rightarrow f(x+2) = f(1) \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow 1 + 2a + b - 6 = 0 \Rightarrow 2a + b = 5$$

پس $a = 3$ و $b = -1$ و در نتیجه $a + b = 2$ است.

۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)



- قضیه تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها: اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آنگاه چندجمله‌ای‌های منحصربه‌فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به طوری که:

$$f(x) = p(x)q(x) + r(x)$$

که در آن $r(x) = 0$ یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کمتر است.



ابتدا باقی‌مانده تقسیم را به دست می‌آوریم:

$$r = f(-1) = -1 - 3 + 2 - 8 = -10$$

حال قضیه تقسیم را می‌نویسیم:

$$f(x) = (x+1)g(x) + r \Rightarrow f(x) = (x+1)g(x) - 10$$

مجموع ضرایب $g(x)$ همان $g(1)$ است، پس با جایگذاری $x = 1$ در اتحاد تقسیم، $g(1)$ را پیدا می‌کنیم:

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2g(1) - 10 \Rightarrow -6 = 2g(1) - 10 \Rightarrow g(1) = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۰- پاسخ: گزینه ۴



- توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



ابتدا با استفاده از اتحاد مثلثاتی $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ ، تابع f را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{a}{2}(1 - \cos 2bx) = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cos 2bx$$

با توجه به اینکه تابع f در $x = 0$ ماکزیمم دارد، یعنی $-\frac{a}{2} > 0$ ، پس a عددی منفی است. با توجه به مقدار مینیمم تابع، مقدار a را پیدا می‌کنیم:

$$\min = \frac{a}{2} - \left| \frac{a}{2} \right| \xrightarrow{a < 0} -2 = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \Rightarrow a = -2$$

همچنین با توجه به دوره تناوب تابع، مقدار $|b|$ را پیدا می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|2b|} \Rightarrow |b| = 1$$

اکنون می‌توانیم مقدار خواسته شده را پیدا کنیم:

$$f(x) = -2 \sin^2 x \Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۱- پاسخ: گزینه ۳



- توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



$$\max = a + 1 \Rightarrow 3 = a + 1 \Rightarrow a = 2$$

با توجه به نمودار تابع، بیشترین مقدار تابع برابر ۳ است، پس:

با توجه به تقارن نمودار، وسط بازه $\left[0, \frac{16\pi}{3}\right]$ همان طول نقطه مینیمم است:

$$x = \frac{0 + \frac{16\pi}{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{8\pi}{3} \xrightarrow{\min} \cos\left(b \times \frac{8\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = -1$$

دقت کنید از آنجاکه تابع f در $x = 0$ صعودی است، پس $b < 0$ و همچنین طبق نمودار $\alpha = \pi$ اولین نقطه‌ای است که مقدار کسینوس، -۱ می‌شود:

$$b < 0 \Rightarrow b \times \frac{8\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = -\pi \Rightarrow \frac{8\pi b + \pi}{3} = -\pi \Rightarrow 8\pi b = -4\pi \Rightarrow b = \frac{-4}{8} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

بنابراین مقدار ab برابر $-\frac{1}{2} \times 2 = -1$ است.

۱۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)



- جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$



با استفاده از اتحادهای مثلثاتی زوایای ترکیبی، معادله موردنظر را ساده می‌کنیم:

$$2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Rightarrow 2\left(\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3}\right)\left(\cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3}\right) = -1$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x\right)\left(\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x\right) = -1 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{4} \cos^2 x - \frac{3}{4} \sin^2 x\right) = -1 \Rightarrow \cos^2 x - 3 \sin^2 x = -2$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - 3(1 - \cos^2 x) = -2 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

بنابراین جواب‌های موجود در بازه $(0, 2\pi)$ و مجموع آن‌ها به صورت روبه‌رو است: $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \Rightarrow$ جمع جواب‌ها $= 4\pi$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)



- جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.



ابتدا معادله موردنظر را ساده و سپس آن را حل می‌کنیم:

$$a \cos^2 x = 1 - \sin x \Rightarrow a(1 - \sin^2 x) = 1 - \sin x \Rightarrow a(1 - \sin x)(1 + \sin x) = 1 - \sin x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ a(1 + \sin x) = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1-a}{a} \Rightarrow \sin x = \frac{1-a}{a} \end{cases}$$

معادله اول در بازه $[0, 2\pi)$ فقط یک جواب دارد، پس برای آنکه معادله دارای ۳ ریشه باشد، می‌بایست معادله دوم در بازه $[0, 2\pi)$ دارای دو ریشه باشد، به شرطی معادله دوم، دو ریشه دارد که مقدار $\sin x$ برابر عددی بین ۱ و -۱ می‌شود:

$$-1 < \frac{1-a}{a} < 1 \Rightarrow \left(\frac{1-a}{a}\right)^2 < 1 \xrightarrow{a \neq 0} 1 - 2a + a^2 < a^2 \Rightarrow 1 - 2a < 0 \Rightarrow a > \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲



اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه:

(الف) اگر $L > 0$ و مقادیر $g(x)$ در یک همسایگی محذوف a مثبت باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

(ب) اگر $L > 0$ و مقادیر $g(x)$ در یک همسایگی محذوف a منفی باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$



حاصل حد صورت و مخرج کسر تابع f وقتی $x \rightarrow \pi$ برابر صفر است. پس ابتدا سعی می‌کنیم عامل صفرکننده صورت و مخرج را در تابع f حذف کنیم:

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x (1 + \cos x)} = \frac{\sin x (1 - \cos x)}{\cos x (1 + \cos x)(1 - \cos x)} = \frac{\sin x (1 - \cos x)}{\cos x (1 - \cos^2 x)} = \frac{1 - \cos x}{\sin x \cos x}$$

بنابراین حاصل دو حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \frac{2}{0^- \times (-1)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \frac{2}{0^+ \times (-1)} = -\infty$$

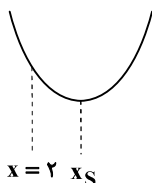
▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۱



بازای $a = 1$ تابع f خطی و اکیداً یکنواست.

اگر $a \neq 1$ ، پس f یک سهمی است و در نتیجه باید طول رأس سهمی بزرگ‌تر یا مساوی ۲ باشد:



$$\begin{aligned} x_S \geq 2 &\Rightarrow \frac{-\frac{1}{a}}{2(a-1)} \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{2a(1-a)} \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{2a(1-a)} - 2 \geq 0 \\ &\Rightarrow \frac{1 - 4a(1-a)}{2a(1-a)} \geq 0 \Rightarrow \frac{4a^2 - 4a + 1}{2a(1-a)} \geq 0 \Rightarrow \frac{(2a-1)^2}{2a(1-a)} \geq 0 \\ &\Rightarrow 0 < a < 1 \end{aligned}$$

پس جواب نهایی به صورت $0 < a \leq 1$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲



- رابطه تانژانت مجموع (یا تفاضل) زوایا:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$



با توجه به اینکه مجموع دو زاویه 20° ، 25° برابر 45° است، با استفاده از رابطه تانژانت مجموع دو زاویه، داریم:

$$45^\circ = 25^\circ + 20^\circ \Rightarrow \tan 45^\circ = \tan(25^\circ + 20^\circ) \Rightarrow 1 = \frac{\tan 25^\circ + \tan 20^\circ}{1 - \tan 25^\circ \tan 20^\circ} \Rightarrow \frac{a+b}{1-ab} = 1 \Rightarrow 1-ab = a+b$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$(a+1)(b+1) = a+b+ab+1 \xrightarrow{a+b+ab=1} (a+1)(b+1) = 2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۷- پاسخ: گزینه ۱



اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^{n-m}}{b_m}$$



g یک تابع خطی است. فرض کنید $g(x) = ax + b$ باشد؛ بنابراین $g^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$. ابتدا حد موردنظر را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + xg(x)}{g(x) - g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 12x + 19 + ax^2 + bx}{ax + b - \frac{1}{a}(x-b)}$$

به شرطی این حد وجود دارد که درجه صورت از مخرج بیشتر نباشد. مخرج کسر حداکثر درجه یک است، پس باید صورت درجه دو نباشد. با فرض $a = -2$ صورت کسر از درجه یک می‌شود و حد موردنظر برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + xg(x)}{g(x) - g^{-1}(x)} : \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(b-12)x + 19}{(a-\frac{1}{a})x + b + \frac{b}{a}} = \frac{b-12}{a-\frac{1}{a}} \xrightarrow{a=-2} \frac{b-12}{-\frac{3}{2}} = \frac{2b-24}{-3}$$

حاصل حد موردنظر برابر ۶ است، پس:

$$\frac{2b-24}{-3} = 6 \Rightarrow b = 3 \xrightarrow{a=-2} g(x) = -2x + 3 \Rightarrow g(1) = 1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۴



خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.



ابتدا ضابطه تابع موردنظر را محاسبه و ساده می‌کنیم:

$$y = x(ax + f(x)) = x(ax + \frac{2x^2 + bx + c}{x-2}) = x \times \frac{ax^2 - 2ax + 2x^2 + bx + c}{x-2} = \frac{(a+2)x^3 + (b-2a)x^2 + cx}{x-2}$$

مجانب افقی با محاسبه حد تابع وقتی $x \rightarrow \infty$ به دست می‌آید. درجه مخرج برابر یک است و برای آنکه حد تابع وقتی $x \rightarrow \infty$ متناهی شود، درجه صورت نمی‌تواند ۲ یا ۳ باشد (باید درجه اول باشد)، پس ضریب عبارت درجه ۲ یا ۳ باید برابر صفر باشد:

$$\begin{cases} a+2=0 \\ b-2a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{cx}{x-2}$$

مجانب افقی این تابع برابر خط $y = c$ است، پس $c = 3$ و در نتیجه $a+b+c = -3$ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

۱۹- پاسخ: گزینه ۳



— برای ماتریس مربعی A ، داریم: $I \cdot A = A \cdot I = A$



از فرض سؤال، داریم:

$$A + C = I - B \Rightarrow A + C + B = I$$

حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$(A^2 + AC + AB)^2 = (A(A + C + B))^2 = (AI)^2 = A^2$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳



- در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = e_1 \\ cx + dy = e_2 \end{cases}$ باشند، در این صورت دستگاه مذکور به شکل معادله ماتریسی $AX = B$ نوشته شده و در صورتی که ماتریس A وارون پذیر باشد یا $|A| \neq 0$ با ضرب A^{-1} از چپ در معادله فوق می توان مجهولات را به صورت زیر به دست آورد:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B \Rightarrow (A^{-1}A)X = A^{-1}B \Rightarrow IX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$


برای به دست آوردن مجهولات x و y ، می بایست وارون ماتریس ضرایب را در ماتریس مقادیر ضرب کنیم، پس:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c' \\ 4 + c' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{1}{2}c', y = 4 + c'$$

با توجه به اینکه $x + y = 3$ ، داریم:

$$x + y = \frac{1}{2}c' + 4 + c' = 3 \Rightarrow \frac{3}{2}c' = -1 \Rightarrow c' = -\frac{2}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۴



- (ضرب ماتریس در ماتریس): اگر A ماتریسی $m \times p$ و B ماتریسی $p \times n$ باشد (تعداد ستون های ماتریس A با تعداد سطرهای B برابر باشد)، در این صورت $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n} = [c_{ij}]$ قابل تعریف بوده و اگر فرض کنیم $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n} = [c_{ij}]$ $m \times n$ بوده که درایه روی سطر i ام و ستون j ام در آن یعنی، c_{ij} از ضرب سطر i ام A در ستون j ام B به دست می آید، یعنی:

$c_{ij} = \text{ستون } j \text{ ام } B \times \text{سطر } i \text{ ام } A$

$$\Rightarrow c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ip} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{pj} \end{bmatrix} = a_{i1} \times b_{1j} + a_{i2} \times b_{2j} + \dots + a_{ip} \times b_{pj}$$



با توجه به نکته بالا، داریم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-x & -1-2x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(1-x)x - 3(1+2x) + 0 = 0 \Rightarrow x - x^2 - 3 - 6x = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 3 = 0, \Delta = 25 - 12 = 13 > 0$$

اگر m و n ریشه های این معادله باشند، داریم:

$$\begin{cases} m + n = -\frac{b}{a} = -5 \\ mn = \frac{c}{a} = 3 \end{cases}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$m^3 + n^3 = (m+n)^3 - 3(m+n)mn = (-5)^3 + 3 \times 5 \times 3 = -8$$



- در معادله گسترده (ضمنی) دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$:

الف) همواره ضرایب x^2 و y^2 با هم برابر و مساوی ۱ است.

ب) مرکز دایره به مختصات $(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ است.

پ) شعاع دایره $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$ است.

- حالت‌های دو دایره نسبت به هم با شعاع‌های R و R' و خط‌المركزین $OO' = d$ به صورت زیر است: ($R > R'$)

	$d > R + R'$	دو دایره متخارج
	$d = R + R'$	دو دایره مماس بیرون
	$R - R' < d < R + R'$	دو دایره متقاطع
	$d = R - R'$	دو دایره مماس درون
	$d < R - R'$	دو دایره متداخل
	$d = 0$	دو دایره هم‌مرکز



ابتدا مرکز و شعاع دایره C را به دست می‌آوریم:

$$C: x^2 + y^2 + 6x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow O(-\frac{6}{2}, -\frac{-2}{2}) \Rightarrow O(-3, 1)$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 4 - 8} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

حال اندازه خط‌المركزین را محاسبه می‌کنیم:

$$O'(-4, 0), O(-3, 1) \Rightarrow OO' = \sqrt{(-4+3)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{2}$$

در دو دایره مماس داخل، داریم:

$$OO' = |R - R'| \quad \sqrt{2} = |2\sqrt{2} - R'| \Rightarrow R' = \sqrt{2} \text{ یا } 3\sqrt{2}$$

چون شعاع بزرگ‌ترین دایره را از ما خواسته $R' = 3\sqrt{2}$ قابل قبول است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۳- پاسخ: گزینه ۲



- عدد $(ad - bc)$ را دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ می‌نامیم و با نماد $|A|$ (می‌خوانیم، دترمینان A) نشان می‌دهیم بنابراین می‌توان گفت:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

- اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

- ماتریس مربعی A وارون‌پذیر نیست هرگاه $|A| = 0$ باشد.



ماتریس $mI - 2A$ را یافته و دترمینان آن را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, mI - 2A = m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m & -8 \\ -2 & m-8 \end{bmatrix}$$

$$|mI - 2A| = 0 \Rightarrow -m(m-8) - (-2)(-8) = 0 \Rightarrow -m^2 + 8m - 16 = 0$$

$$m^2 - 8m + 16 = 0 \Rightarrow (m-4)^2 = 0 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4-16} \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس A^{-1} را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{12} (4-4-1+4) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$$

مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

۲۴- پاسخ: گزینه ۴



- اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس اسکالر می‌نامیم.

$$\text{ماتریس اسکالر مرتبه ۳} = \begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}$$



در ماتریس قطری، درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی برابر صفراوند، پس:

$$A = \begin{bmatrix} x+1 & 0 & x-1 \\ y & y+2 & y \\ 1-x & 0 & 3x \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x-1=1-x=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

در ماتریس اسکالر، درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی صفراوند و درایه‌های روی قطر اصلی برابرند، پس:

$$B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ a & a-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=a-1=-1 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\frac{|A|}{|B|} = \frac{12}{1} = 12$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)



- ماتریسی که تمام درایه‌های آن صفر باشند را ماتریس صفر نامیده و با $\bar{O}$ نشان می‌دهیم.
- ضرب ماتریس‌ها در حالت کلی خاصیت جابه‌جایی ندارد $AB \neq BA$.



از فرض سؤال، داریم:

$$AB + BA = \bar{O} \Rightarrow AB = -BA$$

طرفین رابطه بالا را از سمت چپ در A ضرب می‌کنیم:

$$AAB = -ABA \Rightarrow A^2 \cdot B = -(-BA) \cdot A \Rightarrow A^2 B = BA^2$$

دوباره طرفین رابطه بالا را از سمت چپ در A ضرب می‌کنیم:

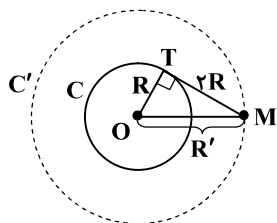
$$A^2 B = BA^2 \xrightarrow{\times A} A^3 B = \underbrace{AB}_{-BA} A^2 \Rightarrow A^3 B = -BA^3$$

اگر همین‌طور ادامه دهیم مشخص است که اگر m زوج باشد: $A^m B = BA^m$ و اگر m فرد باشد: $A^m B = -BA^m$

۲۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۱)



- مکان هندسی نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله ثابت k قرار دارند، دایره‌ای به مرکز O و به شعاع k است.

اگر M نقطه‌ای از مکان هندسی موردنظر باشد، از مماسی به طول ۲R به دایره $C(O, R)$ رسم شده است. طبق شکل، داریم:

$$MT = 2R$$

$$OM = \sqrt{OT^2 + MT^2} = \sqrt{R^2 + 4R^2} = \sqrt{5}R \Rightarrow R' = \sqrt{5}R$$

پس مکان هندسی نقطه M، دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\sqrt{5}R$ است.

حال مساحت محدود بین دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$S' - S = \pi R'^2 - \pi R^2 = \pi ((\sqrt{5}R)^2 - R^2) = 4\pi R^2$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

- (معادله دایره): اگر $O'(\alpha, \beta)$ مرکز دایره با شعاع r باشد، معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

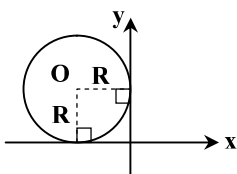
اگر دایره‌ای به شعاع R در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس باشد، مرکز آن نقطه $O(-R, R)$ است. این نقطه باید در خط $2x + y + 3 = 0$ صدق کند:

$$-2R + R + 3 = 0 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow O(-3, 3)$$

$$\text{معادله دایره: } (x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

از بین نقاط گزینه‌ها فقط نقطه $(-3, 6)$ در این دایره صدق می‌کند.

$$(-3 + 3)^2 + (6 - 3)^2 = 9 \Rightarrow 0 + 3^2 = 9 \Rightarrow 9 = 9$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۱

- برای ماتریس مربعی A و عدد طبیعی n داریم: $|A^n| = |A|^n$ 

از فرض سؤال، داریم:

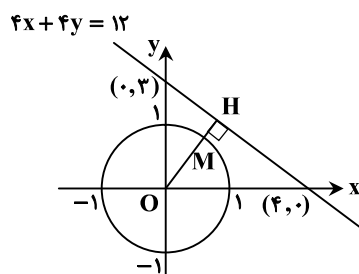
$$A^2 + I = \bar{O} \Rightarrow A^2 = -I \Rightarrow |A^2| = |-I| \Rightarrow |A|^2 = (-1)^2 |I| \Rightarrow |A|^2 = 1 \Rightarrow |A| = 1$$

برای محاسبه خواسته سؤال، داریم:

$$|A+I|^2 = |(A+I)^2| = |\underbrace{A^2 + I + 2A}_{\bar{O}}| = |2A| = 2^2 |A| = 4|A| = 4 \Rightarrow |A+I| = \pm 2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳



دایره و خط را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

مطابق شکل، اگر از مرکز دایره بر خط $3x + 4y = 12$ عمود رسم کنیم، نقطه برخورد آن با دایره، یعنی نقطه M نزدیک‌ترین نقطه دایره از خط می‌باشد. برای یافتن نقطه M، ابتدا معادله خط OH را می‌نویسیم و سپس با معادله دایره قطع می‌دهیم.

$$3x + 4y = 12 : \text{شیب} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \text{شیب OH} = \frac{4}{3}, O(0,0)$$

$$\text{معادله OH: } y = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases} \Rightarrow x^2 + \frac{16}{9}x^2 = 1 \Rightarrow \frac{25}{9}x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{ناحیه اول M}} x = \frac{3}{5}$$

$$y = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

پس $M(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ است و $\alpha = \frac{3}{5}$ و $\beta = \frac{4}{5}$ ؛ بنابراین:

$$\alpha + \beta = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۴



- گراف k- منتظم: گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشند، گراف k- منتظم می‌نامیم.

- اگر G یک گراف با n رأس و u یک رأس آن باشد و $d_G(u)$ و $d_{\bar{G}}(u)$ به ترتیب درجه رأس u در گراف‌های G و $\bar{G}$ باشند، داریم:

$$d_G(u) + d_{\bar{G}}(u) = n - 1$$

- در گراف k- منتظم مرتبه p با اندازه q داریم: $kp = 2q$ 

اگر v رأس دلخواهی از گراف G باشد، طبق نکات بالا، داریم:

$$d_G(v) + d_{\bar{G}}(v) = p - 1 \Rightarrow 4 + 7 = p - 1 \Rightarrow p = 12$$

بنابراین گراف G، گراف ۴- منتظم مرتبه ۱۲ است و داریم:

$$4 \times 12 = 2q \Rightarrow q = 24$$

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)



- اثبات بازگشتی: در اثبات برخی نامساوی‌های ریاضی، ابتدا عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. آنگاه با بازگشت از مسیر طی شده به نامساوی اولیه می‌رسیم و از آنجایی که همه عملیات مسیر رفت، بازگشت پذیرند به این نوع اثبات، اثبات بازگشتی می‌گوییم.



به روش بازگشتی همه جملات را به سمت چپ برده و مربع کامل تشکیل می‌دهیم و داریم:

$$a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 6a + 8b - 6c + M \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 6a + 9) - 9 + (4b^2 + 8b + 4) - 4 + (9c^2 - 6c + 1) - 1 + M \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (2b+2)^2 + (3c-1)^2 + M - 14 \geq 0$$

برای اینکه نامساوی بالا همواره درست باشد، باید داشته باشیم:

$$M - 14 \geq 0 \Rightarrow M \geq 14$$

بنابراین حداقل مقدار M برابر ۱۴ است.

۳۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)



- بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین درجه یک گراف: بزرگ‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف G را با $\Delta(G)$ و کوچک‌ترین آن‌ها را با $\delta(G)$ نمایش می‌دهیم و به ترتیب آن‌ها را ماکزیمم و مینیمم درجه گراف می‌نامیم.

$$q = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2} \quad \text{در هر گراف کامل } P \text{ رأسی تعداد یال‌ها برابر است با:}$$



۳ رأس را کنار گذاشته و با ۶ رأس باقی‌مانده گراف کامل مرتبه ۶ می‌سازیم که تعداد یال آن برابر $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ می‌باشد. یکی از ۳ رأس را به‌عنوان درجه صفر در نظر می‌گیریم و ۲ رأس دیگر را هر کدام با ۲ یال به ۲ رأس از ۶ رأس دیگر وصل می‌کنیم، پس حداکثر تعداد یال‌ها برابر است با:

$$q_{\max} = 15 + 2 \times 2 = 19$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)



- هرگاه بخواهیم جواب‌های معادله $ax + by = c$ یعنی x و y را در اعداد صحیح بیابیم و $c \in \mathbb{Z}$ و b و a در این صورت معادله مذکور $(ax + by = c)$ را یک معادله سیاله درجه اول یا خطی می‌نامیم.

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$



اگر تعداد کالاهای با قیمت ۹۰۰ تومان را x و تعداد کالاهای با قیمت ۱۳۰۰ تومان را y در نظر بگیریم، باید معادله سیاله خطی زیر را حل کنیم.

$$900x + 1300y = 72500 \xrightarrow{+100} 9x + 13y = 725 \Rightarrow 13y \equiv 725 \Rightarrow 13y - 9y \equiv 725 - 9 \times 80$$

$$\Rightarrow 4y \equiv 5 \Rightarrow 4y \equiv 5 - 9 \Rightarrow 4y \equiv -4 \xrightarrow{+4, (4,9)=1} y \equiv -1 \Rightarrow y = 9k - 1$$

با جایگذاری رابطه بالا در معادله $9x + 13y = 725$ داریم:

$$9x + 13(9k - 1) = 725 \Rightarrow 9x + 13 \times 9k - 13 = 725 \Rightarrow 9x = -13 \times 9k + 738 \Rightarrow x = -13k + 82$$

تعداد کالاهای عددی حسابی است، پس:

$$\left. \begin{aligned} x = -13k + 82 \geq 0 &\Rightarrow k \leq \frac{82}{13} \\ y = 9k - 1 \geq 0 &\Rightarrow k \geq \frac{1}{9} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{9} \leq k \leq \frac{82}{13} \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 6$$

بنابراین به ۶ طریق می‌توان این خرید را انجام داد.

۳۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)



- اگر $a \mid b$ و $b \neq 0$ در این صورت $|a| \leq |b|$.



طبق نکته بالا، داریم:

$$n^2 + 3 \mid n + 3 \Rightarrow |n^2 + 3| \leq |n + 3| \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n^2 + 3 \leq n + 3 \quad (1)$$

از طرفی بدیهی است که چون n عددی طبیعی است داریم:

$$n + 3 \leq n^2 + 3 \quad (2)$$

بنابراین از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$(1), (2) \Rightarrow n + 3 = n^2 + 3 \Rightarrow n^2 - n = 0 \Rightarrow n(n-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 & \text{غیرقابل قبول} \\ n = 1 \end{cases}$$

پس یک مقدار طبیعی برای n وجود دارد.

۳۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)



$$\forall a, b \in \mathbb{Z}; a \mid b \Rightarrow \begin{cases} (a, b) = |a| \\ [a, b] = |b| \end{cases} -$$

- اگر $a \mid b$ و $m \neq 0$ آنگاه $ma \mid mb$



طبق نکات بالا، داریم:

$$\delta a \mid 10a \Rightarrow (\delta a, 10a) = |\delta a| \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} (\delta a, 10a) = \delta a$$

$$\delta a \mid 25a^2 \Rightarrow [25a^2, \delta a] = |25a^2| = 25a^2$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$[(\delta a, 10a), [25a^2, \delta a]] = [\delta a, 25a^2] = 25a^2$$

$25a^2$ مضرب ۱۰۰ است، پس:

$$100 \mid 25a^2 \xrightarrow{+25} 4 \mid a^2 \Rightarrow 2 \mid a \Rightarrow a = 2k$$

a عدد زوج طبیعی کمتر از ۱۰۰ است، بنابراین داریم:

$$0 < a < 100 \Rightarrow 0 < 2k < 100 \Rightarrow 0 < k < 50 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 49$$

۴۹ مقدار برای a وجود دارد.

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)



- حداکثر تعداد یال‌های گراف با p رأس برابر $\frac{p(p-1)}{2}$ است.



ابتدا چون $\deg(a) = 2$ است، از بین رئوس b, c, d, e, f دو رأس انتخاب کرده و رأس a را به آن‌ها وصل می‌کنیم. تعداد حالات این کار برابر است با:

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

حال تعداد کل یال‌های ممکن با رئوس b, c, d, e, f را محاسبه می‌کنیم.

$$\binom{5}{2} = 10$$

چون $q = 4$ و 2 یال به رأس a متصل هستند، 2 یال دیگر را باید از بین 10 یال ممکن با رئوس b, c, d, e, f انتخاب کنیم که تعداد حالات آن برابر است با:

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 45 \times 10 = 450$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)



- اگر G یک گراف با مرتبه p و اندازه q و $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ مجموعه رئوس آن باشند، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q \Rightarrow \deg(v_1) + \deg(v_2) + \dots + \deg(v_p) = 2q$$

- مجموعه همسایه‌های یک رأس: فرض کنیم $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس‌هایی از گراف G که به رأس v متصل هستند، «همسایگی باز رأس v » می‌گوییم و با $N_G(v)$ نمایش می‌دهیم. اضافه کردن خود رأس v به $N_G(v)$ «همسایگی بسته رأس v » را به دست می‌دهد که آن را با $N_G[v]$ نمایش می‌دهیم. می‌توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G); uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$



با توجه به مجموعه رأس‌های این گراف داریم: $p = 10$

وقتی مجموعه همسایگی باز یک رأس تهی است، یعنی درجه آن رأس صفر است. پس $\deg(v_1) = \deg(v_2) = \deg(v_3) = 0$

$$\frac{2q}{p} = 3 \Rightarrow \frac{2q}{10} = 3 \Rightarrow 2q = 30$$

فرض می‌کنیم x رأس از درجه ۴ و y رأس از درجه ۵ داریم، پس:

$$\left. \begin{aligned} x + y + 3 = 10 &\Rightarrow x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x \\ \sum \deg(v_i) = 2q &\Rightarrow 4x + 5y = 30 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4x + 5(7 - x) = 30 \Rightarrow 4x + 35 - 5x = 30 \Rightarrow x = 5$$

پس تعداد رأس‌های با درجه ۴ مساوی ۵ است، دقت کنید ۳ رأس هم از درجه صفر داریم، پس تعداد رأس‌های با درجه زوج مساوی $5 + 3 = 8$ می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲



- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$



طبق مفروضات سؤال داریم:

$$18 | x - 3 \Rightarrow x - 3 = 18k \Rightarrow x = 18k + 3 \quad (1)$$

$$15 | x + 9 \Rightarrow x + 9 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv -9 \xrightarrow{(1)} 18k + 3 \equiv -9$$

$$\Rightarrow 18k \equiv -12 \xrightarrow{+6} 3k \equiv -2 \Rightarrow 3k \equiv -2 + 5 \Rightarrow 3k \equiv 3 \xrightarrow{+3} k \equiv 1$$

$$\Rightarrow k = 5q + 1 \Rightarrow k = \{..., 1, 6, 11, \dots\} \xrightarrow{k=6} x = (18 \times 6) + 3 = 111 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۹- پاسخ: گزینه ۴



- شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد، آن است که: $(a, b) | c$
- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$$



طبق نکته بالا، شرط آنکه معادله $18x + 48y = 5n + 2$ دارای جواب باشد آن است که:

$$(18, 48) | 5n + 2 \Rightarrow \underbrace{(3^2 \times 2, 2^4 \times 3)}_{2 \times 3} | 5n + 2 \Rightarrow 6 | 5n + 2 \Rightarrow 5n + 2 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 5n \equiv -2 \Rightarrow 5n \equiv \underbrace{-2 + 12}_{10} \Rightarrow 5n \equiv 10 \xrightarrow{+5} n \equiv 2 \Rightarrow n = 6q + 2 \Rightarrow 6q + 2 \leq 999 \Rightarrow q \leq 166$$

$$\xrightarrow{q=166} n = (6 \times 166) + 2 = 998 \Rightarrow \text{رقم وسط} = 9$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)



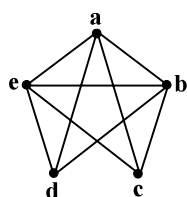
- تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابر است با: $\frac{(p)(m-1)!}{2}$

- مجموعه همسایه‌های یک رأس: فرض کنیم $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس‌هایی از گراف G که به رأس v متصل هستند، «همسایگی باز رأس v » می‌گوییم و با $N_G(v)$ نمایش می‌دهیم. اضافه کردن خود رأس v به $N_G(v)$ «همسایگی بسته رأس v » را به دست می‌دهد که آن را با $N_G[v]$ نمایش می‌دهیم. می‌توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G); uv \in E(G)\} \quad N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$



مجموعه همسایگی بسته رأس a ، مجموعه رأس‌هایی هستند که با رأس a مجاورند به اضافه خود رأس a . بنابراین وقتی همسایگی‌های بسته این ۵ رأس شامل ۵، ۵، ۴، ۴، ۵، ۵، ۳، ۳، ۴، ۴، ۴، ۴ است. با رسم این گراف می‌توان تعداد دورهای به طول ۴ را محاسبه کرد.



گراف موردنظر یک یال کمتر از گراف کامل مرتبه ۵ دارد. در شکل مقابل با فرض وصل بودن رأس‌های c و d از روش متمم، کل دورهای به طول ۴ را محاسبه کرده و دورهای شامل یال cd را از آن کم می‌کنیم. این دورها که تعدادشان ۶ تا است، عبارتند از:

$dcbad - dcbed - dcabd - dcaed - dcead - dcebd$

و در نتیجه داریم:

$$\text{تعداد دورهای به طول ۴} = \binom{5}{4} \frac{(4-1)!}{2} - 6 = 5 \times \frac{3!}{2} - 6 = 15 - 6 = 9$$

فیزیک

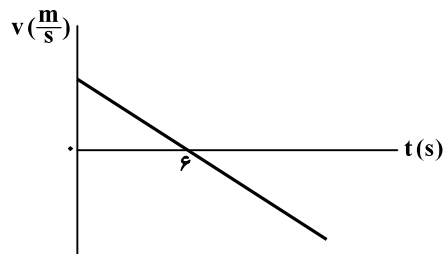
۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$t = \frac{1+2}{2} = 6 \text{ s} \quad \text{رأس سهمی}$$

از $t = 0$ تا $t = 6 \text{ s}$ حرکت کندشونده است و از $t = 6 \text{ s}$ به بعد حرکت تندشونده است.



۴۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)



جهت حرکت زمانی خلاف جهت مثبت محور x است که نمودار مکان-زمان نزولی باشد و حرکت زمانی کندشونده است که بزرگی شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان به تدریج کم شود. این موارد فقط از لحظه $t = 0$ تا لحظه‌ای که منحنی به مینیمم مقدار خود یعنی $x = -32 \text{ m}$ می‌رسد، برقرار است.

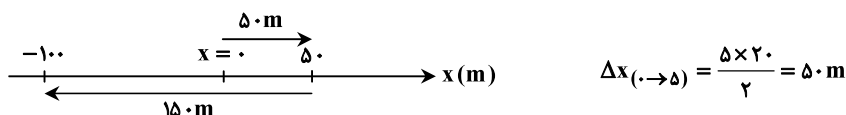
$$L = |-32 - (-4)| = 28 \text{ m} \quad \text{بنابراین داریم:}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

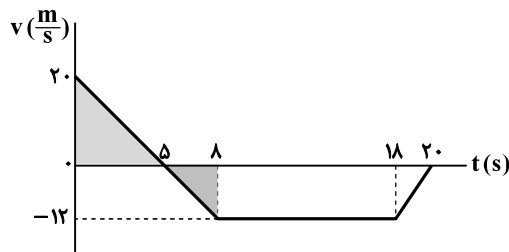
۴۳- پاسخ: گزینه ۲



متحرک از $t = 0$ تا $t = 5$ s در جهت مثبت محور حرکت می‌کند؛ سپس جهت حرکت تغییر می‌کند و تا $t = 20$ s در خلاف جهت اول حرکت می‌کند. بیشترین فاصله از نقطه شروع یا در لحظه تغییر جهت حرکت است یا در انتهای بازه زمانی موردنظر.



از تشابه دو مثلث رنگ‌شده، داریم:



$$\frac{20-0}{5-0} = \frac{0-v}{8-5} \Rightarrow v = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_{(5 \rightarrow 20)} = -\frac{15+10}{2} \times 12 = -150 \text{ m}$$

بیشترین فاصله از مبدأ ۱۰۰ متر است. مسافت طی شده ۲۰۰ متر است. از لحظه شروع حرکت تا وقتی دوباره به $x = 0$ برگردد، مسافت ۱۰۰ متر را طی می‌کند یعنی ۵۰ متر می‌رود و ۵۰ متر برمی‌گردد. بنابراین جمله‌های «ب» و «پ» درست هستند و جمله «الف» نادرست است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۴



تغییر جهت حرکت در زمانی است که منحنی مکان-زمان از صعودی به نزولی (یا از نزولی به صعودی) تغییر وضعیت می‌دهد. یعنی در $t = 4$ s جهت حرکت عوض می‌شود. ضمناً در $t = 4$ s سرعت (شیب خط مماس بر منحنی $x-t$) صفر می‌شود.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow 72 - 40 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 16}{4} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 = -2t^2 + 16t + 40$$

$$x(12) - x(4) = -2 \times 144 + 16 \times 12 + 40 - (-2 \times 16 + 16 \times 4 + 40) = -288 + 192 + 40 - 72 = -128 \text{ m}$$

$$L = |72 - 40| + |-128| = 160 \text{ m}$$



حل کوتاه‌تر و خیلی سریع‌تر این است که نمودار سرعت-زمان را رسم کنیم.

$$L = S_1 + S_2$$

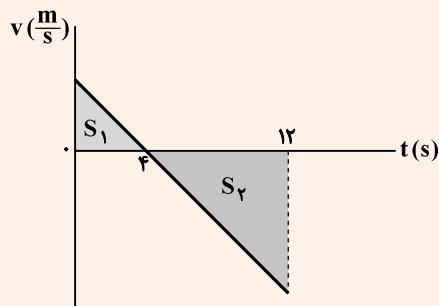
دو تا مثلث متشابه داریم. نسبت تشابه ۲ به ۱ است:

$$S_2 = 4S_1$$

مساحت زیر نمودار $v-t$ در مدت صفر تا ۴ s برابر جابه‌جایی در این مدت است.

$$S_1 = 72 - 40 = 32$$

$$L = S_1 + 4S_1 = 5S_1 = 5 \times 32 = 160 \text{ m}$$



۴۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)



متحرک از $x = 0$ تا $x = 32 \text{ m}$ را با شتاب $\frac{m}{s^2}$ طی می کند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 4 \text{ s} \quad v = at + v_0 \Rightarrow v(4) = 4 \times 4 + 0 = 16 \frac{m}{s}$$

از $x = 32 \text{ m}$ تا $x = 96 \text{ m}$ را با شتاب a_2 طی می کند و در $x = 96 \text{ m}$ متوقف می شود.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16^2 = 2a_2 \times (96 - 32) \Rightarrow -16^2 = 2a_2 \times 64 \Rightarrow a_2 = -2 \frac{m}{s^2}$$

حالا می خواهیم بفهمیم که از $t = 4 \text{ s}$ چه مدت طول می کشد که از $x = 32 \text{ m}$ به $x = 71 \text{ m}$ برسد.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 71 - 32 = -t^2 + 16t \Rightarrow t^2 - 16t + 39 = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}, t = 13 \text{ s}$$

یعنی ۳ ثانیه یا ۱۳ ثانیه بعد از $t = 4 \text{ s}$ که می شود $t = 7 \text{ s}$ یا $t = 17 \text{ s}$ که $t = 17 \text{ s}$ قابل قبول نیست. چون قبل از آن متوقف شده است. ضمن اینکه در گزینه ها هم نیست.

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



نمودار مکان- زمان هر دو متحرک خطی است، پس هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می کنند. ($x = vt + x_0$)

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{0 - (-40)}{8} = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = 5t - 40$$

در لحظه $t = 6 \text{ s}$ دو متحرک در یک مکان هستند؛ بنابراین داریم:

$$x_A(6) = x_B(6) \Rightarrow 5 \times 6 - 40 = v_B \times 6 + 50 \Rightarrow -60 = 6v_B \Rightarrow v_B = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = -10t + 50$$

فاصله دو متحرک از یکدیگر:

$$|x_A - x_B| = |(5t - 40) - (-10t + 50)| = |15t - 90| \Rightarrow |15t - 90| \leq 15 \Rightarrow -15 \leq 15t - 90 \leq 15 \Rightarrow -1 \leq t - 6 \leq 1 \Rightarrow 5 \leq t \leq 7 \text{ s}$$

بنابراین به مدت ۲ ثانیه فاصله دو متحرک کوچک تر یا مساوی ۱۵ متر است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$\Delta x_1 = v\Delta t = 30 \times 0.4 = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 10.8 - 12 - 6 = 90 \text{ m}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - 30^2 = 2a \times 90 \Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 5 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۳



ابتدا تندی متوسط قسمت MB را حساب می کنیم. در قسمت MB، $\frac{1}{3}$ زمان را با تندی متوسط $\frac{m}{s}$ و بقیه زمان را با تندی متوسط $10 \frac{m}{s}$ طی کرده است ولی اگر مدت این حرکت T باشد، خواهیم داشت:

$$s_{av, MB} = \frac{\frac{T}{3} \times 4 + \frac{2T}{3} \times 10}{T} = \frac{1}{3} \times 4 + \frac{2}{3} \times 10 = 8 \frac{m}{s}$$

حالا به کل حرکت از A تا B فکر کنید. مدت حرکت از A تا M می شود $\frac{d}{12}$ و برای MB هم مسافت ۲d و تندی متوسط $8 \frac{m}{s}$ است؛ پس

مدت حرکت از B تا M می شود $\frac{2d}{8}$ و تندی متوسط برای کل AB به صورت زیر حساب می شود:

$$s_{av, AB} = \frac{\frac{d}{12} + \frac{2d}{8}}{\frac{d}{12} + \frac{2d}{8}} = \frac{\frac{2d}{12} + \frac{d}{4}}{\frac{2d}{12} + \frac{d}{4}} = \frac{3}{4} = 9 \frac{m}{s}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$\overrightarrow{AB} = \vec{v}_{av} \cdot \Delta t = (-6\vec{i}) \times 10 = (-60\vec{i}) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (60\vec{i})$$

پس گزاره «الف» قطعاً درست است. برای بررسی گزاره‌های «ب» و «پ» لازم است حرکت را با جزئیات بیشتری تحلیل کنیم:

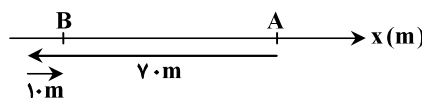
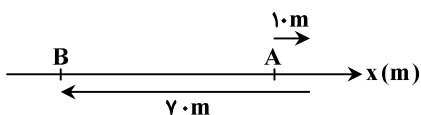
$$\begin{cases} L = s_{av} \cdot \Delta t = 8 \times 10 = 80 \text{ m} \\ |\vec{d}| = |\vec{v}_{av}| \cdot \Delta t = 6 \times 10 = 60 \text{ m} \end{cases}$$

مسافت طی شده ۸۰ متر و بزرگی جابه‌جایی ۶۰ متر است و می‌دانیم جهت حرکت فقط یک بار تغییر کرده است.

اگر L_1 و L_2 مسافت‌هایی باشد که متحرک در دو جهت مختلف طی می‌کند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} L_1 + L_2 = 80 \text{ m} \\ |L_1 - L_2| = 60 \text{ m} \end{cases}$$

دو حالت ممکن است؛ یعنی حرکت به یکی از دو شکل زیر است:



پس گزاره «ب» ممکن است درست باشد و گزاره «پ» قطعاً نادرست است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۰- پاسخ: گزینه ۳



$$\begin{aligned} v_C^2 - v_B^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v_C^2 - v_B^2 = 2a \times 2d \\ v_B^2 - v_A^2 = 2ad \end{cases} \Rightarrow \frac{v_C^2 - v_B^2}{v_B^2 - v_A^2} = 2 \\ \Rightarrow \frac{v_C^2 - 39}{39 - 4} &= 2 \Rightarrow v_C^2 = 3 \times 35 + 39 = 144 \Rightarrow v_C = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۱- پاسخ: گزینه ۴



موتورسوار در قسمت اول حرکت خود در مدت ۱۰ ثانیه، ۲۰۰ متر جلو می‌رود.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 40 = 4t + 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 1600 = 2 \times 4 \Delta x \Rightarrow \Delta x = 200 \text{ m}$$

و از آن به بعد معادله حرکت موتورسوار به صورت مقابل می‌شود:

$$x_1 = 40(t - 10) + 200 = 40t - 200$$

برای اتومبیل که ۴ ثانیه دیرتر از نقطه A می‌گذرد، معادله مکان-زمان به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_2 = 36(t - 4) = 36t - 144$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 36t - 144 = 40t - 200 \Rightarrow 4t = 56 \Rightarrow t = 14 \text{ s} \Rightarrow x = 40 \times 14 - 200 = 360 \text{ m} \quad \text{رابطه (۱)}$$

این دومین به هم رسیدن دو متحرک است. اولین بار قبل از $t = 10 \text{ s}$ بوده که معادله مکان-زمان موتورسوار در آن مدت به صورت مقابل است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 2t^2 + 0 + 0 = 2t^2$$

$$2t^2 = 36t - 144 \Rightarrow t^2 - 18t + 72 = 0 \Rightarrow t = 6 \text{ s}, t = 12 \text{ s}$$

لحظه $t = 6 \text{ s}$ قابل قبول است ($t = 12 \text{ s}$ بعد از $t = 10 \text{ s}$ است).

$$x = 36 \times 6 - 144 = 216 - 144 = 72 \text{ m} \quad \text{رابطه (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$BC = 360 - 72 = 288 \text{ m}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$\begin{cases} \Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow 4.0 = \frac{v_B + v_C}{2} \times 2 \Rightarrow v_B + v_C = 4.0 \Rightarrow v_C = 3.0 \frac{m}{s}, v_B = 1.0 \frac{m}{s} \\ \Delta v = g \cdot \Delta t \Rightarrow v_C - v_B = 1.0 \times 2 \Rightarrow v_C - v_B = 2.0 \end{cases}$$

$$v_2 - v_1 = 2g \Delta y \Rightarrow v_B - 0 = 2g \cdot AB \Rightarrow 1.0 = 2 \cdot AB \Rightarrow AB = 0.5 \text{ m}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow AD = \frac{1}{2} \times 1.0 \cdot t^2 \Rightarrow 5 + 4.0 + 2.0 = 5 t^2 \Rightarrow t^2 = 13 \Rightarrow t = \sqrt{13} \text{ s}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$v_{av} = \frac{v(0) + v(3)}{2} = \frac{0 + 3.0}{2} = 1.5 \frac{m}{s}$$

سرعت متوسط گلوله در ۳ ثانیه اول:

تندی گلوله ۴ ثانیه قبل از رسیدن به زمین ۲ برابر این مقدار یعنی ۳۰ متر بر ثانیه است.

۴ ثانیه بعد که گلوله به زمین می‌رسد، تندی آن $70 \frac{m}{s}$ می‌شود:

$$v_2 - v_1 = g \cdot t \Rightarrow v_2 - 3.0 = 1.0 \times 4 \Rightarrow v_2 = 7.0 \frac{m}{s}$$

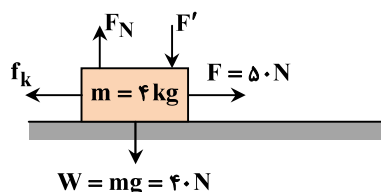
دو ثانیه قبل از رسیدن به زمین، تندی گلوله $50 \frac{m}{s}$ است.

$$v_2 - v' = g t \Rightarrow 7.0 - v' = 1.0 \times 2 \Rightarrow v' = 5.0 \frac{m}{s}$$

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{5.0 + 7.0}{2} \times 2 = 12.0 \text{ m}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

رابطه (۱): $F_N = F' + W = F' + 40$ در راستای عمودی

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10.0 - 0 = 2 \times a \times 1.0 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

در راستای افقی: $F - f_k = ma \Rightarrow 50 - f_k = 4 \times 5 \Rightarrow f_k = 30 \text{ N}$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 30 = 0.5 F_N \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

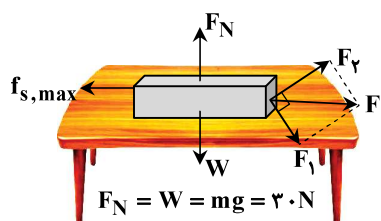
$$\xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} 60 = F' + 40 \Rightarrow F' = 20 \text{ N}$$

نیروی سطح:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{3600 + 900} = \sqrt{4500} = \sqrt{900 \times 5} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)



چون جسم ساکن است، طبق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.
یعنی برآیند دو نیروی F_1 و F_2 هم‌اندازه و مخالف نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت است.

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{F_1^2 + (2F_1)^2} = \sqrt{5F_1^2} = F_1\sqrt{5}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.4 \sqrt{5} \times 30 = 12\sqrt{5} \text{ N}$$

$$F_1\sqrt{5} = 12\sqrt{5} \Rightarrow F_1 = 12 \text{ N}$$

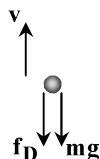
$$F_2 = 2F_1 = 24 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

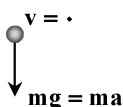


در حال بالا رفتن برآیند نیروها رو به پایین و شتاب رو به پایین و بزرگتر از شتاب جاذبه زمین (g) است.

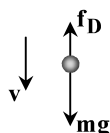


$$-(f_D + mg) = ma \Rightarrow a = -(g + \frac{f_D}{m})$$

در نقطه اوج، $v = 0$ و $f_D = 0$ است و شتاب حرکت برابر g و رو به پایین است.



در هنگام بازگشت شتاب رو به پایین و کمتر از شتاب جاذبه g است.



$$mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

در نتیجه جهت شتاب در کل مدت رو به پایین و بدون تغییر بوده و در حال بالا رفتن اندازه شتاب حرکت بیش از g است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۷- پاسخ: گزینه ۴

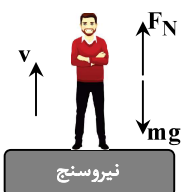


$$a_1 = \frac{12 - 0}{6} = 2 \frac{m}{s^2}$$

در حرکت تندشونده داریم:

$$a_2 = \frac{0 - 12}{9 - 6} = -4 \frac{m}{s^2}$$

در حرکت کندشونده داریم:



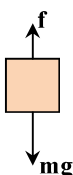
$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g + a) \Rightarrow \begin{cases} F_{N1} = m(10 + 2) = 12m \\ F_{N2} = m(10 + (-4)) = 6m \end{cases}$$

$$\frac{F_{N2}}{F_{N1}} = \frac{6m}{12m} = \frac{1}{2}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

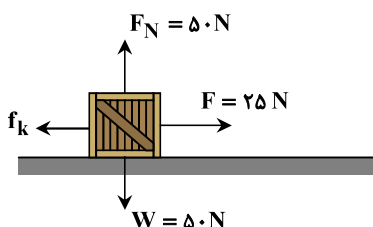


$$mg - f = ma \Rightarrow \begin{cases} mg - f_1 = ma_1 \\ mg - f_2 = ma_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg - (f_1 + 10) = ma_1 \\ mg - f_2 = ma_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m(a_1 - a_2) = mg - f_1 - mg + (f_1 + 10) \Rightarrow 10 = 4(7 - a_2) \Rightarrow 7 - a_2 = 2.5 \Rightarrow a_2 = 4.5 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

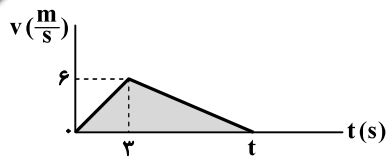
۵۹- پاسخ: گزینه ۱



$$f_k = \mu_k \times F_N = 0.3 \times 50 = 15 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 25 - 15 = 5a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 = 6 \frac{m}{s}$$



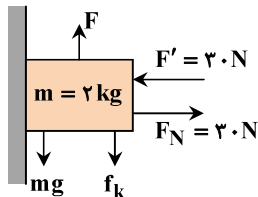
بدون توجه به جرم ماسه ریخته شده، پس از آن حرکت با شتاب ثابت کند شده (به علت افزایش وزن و اصطکاک) و جعبه می ایستد.

$$\Delta x = S_{\text{رنجی}} = \frac{6 \times t}{2} = 3t$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{t} = 3 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۰- پاسخ: گزینه ۱



$$W = mg = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \times F_N = 0.4 \times 30 = 12 \text{ N}$$

$$F - (f_k + W) = ma \Rightarrow F - (12 + 20) = 2a \Rightarrow F - 32 = 2a \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$F' - 32 = 2a' \Rightarrow 2F - 32 = 2(4a) \Rightarrow 2F - 32 = 8a \quad (2) \text{ رابطه}$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

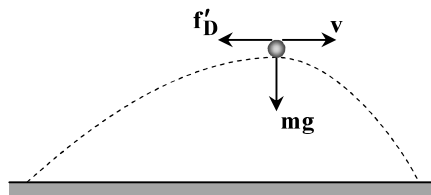
$$\begin{cases} F - 32 = 2a \\ 2F - 32 = 8a \end{cases} \Rightarrow 2a = 32 \Rightarrow a = 16 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

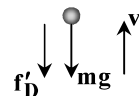


در نقطه اوج داریم:



$$F_{net} = \sqrt{f_D'^2 + (mg)^2} = ma = \frac{mg\sqrt{5}}{2}$$

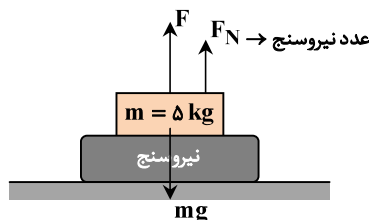
$$\Rightarrow f_D'^2 + (mg)^2 = \frac{5}{4}(mg)^2 \Rightarrow f_D'^2 = \frac{1}{4}m^2g^2 \Rightarrow f_D' = \frac{mg}{2}$$



$$\cdot - (f_D' + mg) = ma \Rightarrow - (\frac{mg}{2} + mg) = ma \Rightarrow a = -\frac{3}{2}g$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۴



$$F + F_N - mg = 0 \Rightarrow F + 32 - 50 = 0 \Rightarrow F = 18 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۲



$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 14 \Rightarrow v_1 + v_2 = 28 \frac{m}{s}$$

$$W_F \text{ برابرند} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(v_2 - v_1)(v_1 + v_2) \Rightarrow 588 = \frac{1}{2} \times m(v_2 - v_1) \times 28$$

$$\Rightarrow m(v_2 - v_1) = \frac{588}{14} = 42 \frac{kg \cdot m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳



$$p = At^2 + Bt + 36$$

$$p_f = -12 = 16A + 4B + 36 \Rightarrow 4A + B + 12 = 0$$

$$p_g = 0 = 36A + 6B + 36 = 0 \Rightarrow 6A + B + 6 = 0$$

$$\begin{cases} 4A + B = -12 \\ 6A + B = -6 \end{cases} \Rightarrow 2A = 6 \Rightarrow A = 3, B = -24$$

$$p = 3t^2 - 24t + 36 : \begin{cases} p_0 = 36 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \\ p_\Delta = 75 - 120 + 36 \Rightarrow p_\Delta = -9 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-9 - 36}{\Delta} \Rightarrow F_{av} = -9 \text{ N} \Rightarrow |F_{av}| = 9 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱



$$|F_{12}| = |F_{21}| \Rightarrow |F_{23}| = |F_{32}|$$

$$\begin{cases} \text{نیروی خالص وارد بر } m_1: F_1 = |F_{12}| + |F_{21}| \\ \text{نیروی خالص وارد بر } m_3: F_3 = |F_{23}| + |F_{32}| \end{cases} \Rightarrow |F_1| = |F_3|$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲



$$\Delta t = nT \Rightarrow 0.1 = \frac{2}{3} \times T \Rightarrow T = 0.15 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi}{0.15} \times 0.9 = \frac{6}{5} \pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\frac{36}{25} \pi^2}{0.09} \Rightarrow a_N = \frac{3600 \pi^2}{25 \times 9} = 16 \pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۴



$$v = 22 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad f_s = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow f_s = \frac{800 \times (20)^2}{200} = 1600 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۸- پاسخ: گزینه ۲



$$x_1 = 0.4 = 0.8 \cos \frac{2\pi}{3} t_1 \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{3} t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} t_1 = \begin{cases} \frac{\pi}{3} \rightarrow \text{در حال حرکت به سمت مرکز} \\ \frac{5\pi}{3} \rightarrow \text{در حال حرکت به سمت A} \end{cases} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$x_2 = A = 0.8 = 0.8 \cos \frac{2\pi}{3} t_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} t_2 = 2\pi \Rightarrow t_2 = 3 \text{ s}$$

$$\begin{cases} \Delta t = 3 - \frac{1}{2} = 2.5 \text{ s} \\ L = 4 + 3 \times 8 = 28 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{28}{2.5} = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 11/2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \sqrt{3} \sqrt{2} = 6 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega t = \frac{\pi}{6} \\ \omega t' = \frac{11\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \omega(t' - t) = \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega \times \frac{1}{3} = \frac{\Delta\pi}{3} \Rightarrow \omega = \Delta\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \Delta\pi \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

$$v_{\max} = \pm A\omega$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{t_1} = -A\omega = -0.4 \times \Delta\pi = -0.4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_{t_2} = +A\omega = +0.4 \times \Delta\pi = 0.4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{t_2} - v_{t_1}}{T} = \frac{0.4\pi - (-0.4\pi)}{0.4} = \frac{0.8\pi}{0.4} = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲



$$E = K + U \xrightarrow{K=3U} E = K + \frac{K}{3} = \frac{4}{3}K \Rightarrow \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow |v| = \frac{\sqrt{3}}{2}A\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{10} \times 20\pi = 2\sqrt{3}\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۱- پاسخ: گزینه ۳



ابتدا جرم نوسانگر و دامنه نوسان را برای دو حالت به صورت مقابل نام گذاری می کنیم:

$$m_1 = m, \quad m_2 = 2m$$

$$A_1 = 3 \text{ cm}, \quad A_2 = 5 \text{ cm}$$

انرژی مکانیکی جرم متصل به فنر به جرم جسم بستگی ندارد.

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۲- پاسخ: گزینه ۴



$$K_{\max} = E = 10 \text{ J} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$K_{(x)} = 10 - 2 = 8 \text{ J} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{رابطه (۲)}$$

از تقسیم روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\frac{1}{2}m(6\sqrt{2})^2}{\frac{1}{2}mA^2\omega^2} = \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{36}{A^2\omega^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow A^2\omega^2 = 90$$

$$\Rightarrow A\omega = 3\sqrt{10} = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow 0.2\omega = 3\pi \Rightarrow \omega = 15\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 15\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{15} \text{ s}$$

$$\Delta t = n \times T \Rightarrow 4 = n \times \frac{2}{15} \Rightarrow n = 30$$

$$L = n \times 4A = 30 \times 0.4 = 12 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۳- پاسخ: گزینه ۲



هر دو بار که طول پاره خط طی شود، یک نوسان انجام می گیرد.

$$\Delta t = n \times T \Rightarrow 60 = \frac{1200}{2} \times T \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0.1 = 2\pi \times \frac{0.5}{k} \Rightarrow k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۴- پاسخ: گزینه ۱



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{L_2 - 0.45}{L_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{L_2 - 0.45}{L_1} \Rightarrow 4L_1 = 9L_2 - 9 \times 0.45$$

$$\Rightarrow 5L_1 = 9 \times 0.45 \Rightarrow L_1 = 0.81 \text{ m} = 81 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۵- پاسخ: گزینه ۴



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \times \sqrt{\frac{k_B}{k_A}} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$t = nT \Rightarrow n_A T_A = n_B T_B \Rightarrow 5T_A = 4T_B \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{4}{5} \quad \text{رابطه (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{4}{5} = \sqrt{\frac{m_A}{2}} \Rightarrow \frac{16}{25} = \frac{m_A}{2} \Rightarrow m_A = \frac{32}{25} \text{ kg} = 1.28 \text{ kg}$$

$$m_B - m_A = 2 - 1.28 = 0.72 \text{ kg} = 720 \text{ g}$$

شیمی

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۳



کاتیون صابون جامد Na^+ است و اگر زنجیر هیدروکربنی دارای ۱۶ اتم کربن و سیرشده باشد، پس فرمول زنجیر هیدروکربنی $\text{C}_{16}\text{H}_{33}$ خواهد بود ولی به دلیل وجود پیوند دوگانه کربن-کربن، شمار اتم های H دو واحد کاهش می یابد، پس فرمول شیمیایی آن به صورت $\text{C}_{17}\text{H}_{31}\text{O}_2\text{Na}$ یا $\text{C}_{16}\text{H}_{31}\text{COONa}$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۱: مخلوط آب و روغن، در صورت افزودن صابون پایدار می شود و هم زدن نقشی در پایدار شدن ندارد.
گزینه ۲: مخلوطی به ظاهر همگن که نور هنگام عبور از آن پخش می شود (کلوئید)، برخلاف سوسپانسیون ها پایدار است.
گزینه ۴: هنگام شستن چربی با آب، افزودن صابون سبب پخش شدن چربی در آب می شود.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

نباید سراغ اینا بری

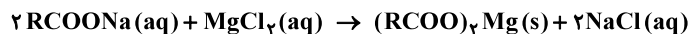
پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب حاوی مقدار زیادی یون منیزیم (آب سخت) رسوب ایجاد نمی‌کنند.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

هر مول منیزیم کلرید با ۲ مول صابون واکنش داده و آن را به صورت جامد ته‌نشین می‌کند.



$$21/9\text{ g صابون} \times \frac{80}{100} \times \frac{1\text{ mol صابون}}{\text{Mg صابون}} \times \frac{1\text{ mol MgCl}_2}{2\text{ mol صابون}} \times \frac{1000\text{ mL}}{0.06\text{ mol MgCl}_2} = 500\text{ mL}$$

$$\Rightarrow M = 292\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

فرمول شیمیایی صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و X کربنی به صورت $\text{C}_x\text{H}_{2x+1}\text{COONa}$ و جرم مولی آن $14x + 68$ گرم بر مول است، که با توجه به جرم مولی صابون موردنظر، X برابر ۱۶ است.

$$14x + 68 = 292 \Rightarrow x = 16$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

یون‌های حاصل از یونش مولکول‌های اسید، H^+ و X^- هستند که شمار آن‌ها با هم برابر است، پس به‌ازای هریک مولکول یونش یافته دو یون تولید می‌شود.



پیش از یونش	۰/۰۲	.	.
پس از یونش	۰/۰۲ - a	+a	+a

$$\frac{2a}{0.02 - a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4a = 0.02 - a \Rightarrow a = 0.004 = [\text{H}^+] = [\text{X}^-]$$

۸۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

غلظت یون هیدروکسید موجود در محلول ($[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{2/5 \times 10^{-9}} = 4 \times 10^{-6}$) برابر 4×10^{-6} مول بر لیتر است، پس:

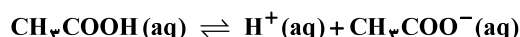
$$K_b = \frac{[\text{BH}^+][\text{OH}^-]}{[\text{B}]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{[\text{BH}^+] \times 4 \times 10^{-6}}{[\text{B}]} \Rightarrow \frac{[\text{B}]}{[\text{BH}^+]} = 0.2$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

غلظت یون هیدرونیوم و یون استات حاصل از یونش برابر هستند و با معلوم بودن غلظت یون هیدرونیوم، pH قابل محاسبه است:



$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(6 \times 10^{-4}) = 4 - \log 2 - \log 3 = 3 / 22$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جوابش اینه

رسانایی الکتریکی محلول اسید ضعیف افزون بر قدرت اسیدی به غلظت مولی آن نیز وابسته است و بدون در نظر گرفتن غلظت نمی‌توان در مورد رسانایی الکتریکی اظهار نظر کرد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۴- پاسخ: گزینه ۲



وقتی تفاوت pH های دو محلول برابر ۰/۳ باشد، یعنی نسبت غلظت یون هیدرونیوم در آن دو محلول ۲ (یا ۰/۵) است. پس غلظت یون هیدرونیوم در محلول نیتریک اسید (۰/۰۱ مول بر لیتر) ۲ برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HX (۰/۰۰۵ مولار) است:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HX]} = \frac{(0/005)^2}{0/15 - 0/005} \approx 1/72 \times 10^{-4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۵- پاسخ: گزینه ۳



$$[H^+] = 10^{-1/6} = 10^{-2} \times 10^{+1/4} = 10^{-2} \times 2/5 M \Rightarrow \text{mol } H^+ = 0/2 L \times 0/025 = 0/005$$

$$pH = 12/3 \Rightarrow pOH = 1/7 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{+1/3} = 10^{-2} \times 2 M \Rightarrow \text{mol } OH^- = 0/2 L \times 0/2 M = 0/04$$

شمار مول یون هیدروکسید ۰/۰۰۶ مول است.

با افزودن این دو محلول به هم و انجام واکنش خنثی شدن، ۰/۰۰۱ مول یون هیدروکسید در محلول باقی می ماند:

$$[OH^-] = \frac{0/001}{0/5} = 0/002 \text{ mol} \cdot L^{-1} \xrightarrow{[H^+][OH^-] = 10^{-14}} [H^+] = 5 \times 10^{-12} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$pH = -\log(5 \times 10^{-12}) = 11/3$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۴



NaOH یا محلول لوله بازکن یک باز قوی و غیرقابل خوردن است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲



الف) درست

ب) نادرست: pH محلول بسیار رقیق بازی اندکی از ۷ بیشتر است و به یقین برابر ۸ نمی شود.

پ) درست: فراورده گازی هر دو واکنش، $H_2(g)$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۴



الف) درست: با توجه به اینکه pH محلول AOH برابر ۱۰/۶ است، پس pOH این محلول برابر ۳/۴ است.

بنابراین غلظت یون هیدروکسید و کاتیون A^+ در محلول AOH با غلظت یون هیدرونیوم و آنیون B^- در محلول HB برابر و در نتیجه رسانایی الکتریکی دو محلول نیز برابر است.

ب) درست

پ) نادرست: برای بررسی pH حاصل از مخلوط کردن دو محلول اسیدی و بازی باید غلظت مولی، حجم محلول و حتی نوع آن ها از نظر قوی یا ضعیف بودن نیز در اختیار باشد.

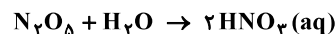
ت) نادرست

$$\left\{ \begin{array}{l} [H^+] = M_1 \alpha_1 \\ [OH^-] = M_2 \alpha_2 \end{array} \right\} \Rightarrow [H^+] = [OH^-] \Rightarrow M_1 \alpha_1 = M_2 \alpha_2$$

با توجه به بیان نشدن غلظت مولی دو محلول نمی توان در مورد درجه یونش ها اظهار نظر کرد.

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

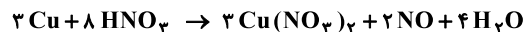
ابتدا شمار مول‌های HNO_3 حاصل از حل شدن N_2O_5 در آب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{26 \times 10^{-3} \text{ g}}{108 \text{ g}} = \frac{? \text{ mol}}{2 \text{ mol}} \Rightarrow ? = 4 \times 10^{-3}$$

این تعداد مول در ۵۰ mL محلول وجود دارد، پس در ۱۰ mL از آن مقدار مول اسید برابر است با:

$$\frac{1}{5} \times 4 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

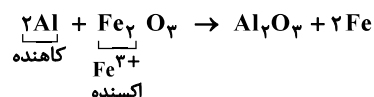
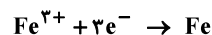
معادله موازنه شده واکنش مس با اسید چنین است:



$$\frac{8 \times 10^{-4} \text{ mol}}{8 \text{ mol}} = \frac{? \text{ mL}}{2 \times 22400 \text{ mL}} \Rightarrow ? = 4/48$$

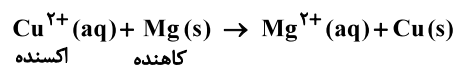
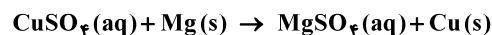
۹۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

Al گونه کاهنده است که عدد اکسایش آن از صفر به ۳+ رسیده است. Fe^{3+} گونه اکسنده است و عدد اکسایش آن از ۳+ به صفر رسیده است:

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

 Cu^{2+} گونه اکسنده است:

با مصرف هر مول Mg، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$? \text{ mole}^- = 120 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Mg}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-} = 6 / 0.2 \times 10^{24} \text{ e}^-$$

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

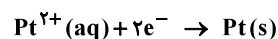
در سلول ایجاد شده فلز کاهنده تر که E° کمتری دارد و نقش آند را خواهد داشت قلع است:

$$\text{emf} = E^\circ_{\text{آند}} - E^\circ_{\text{کاتد}} \Rightarrow \text{emf} = (1/20) - (-0/14) = 1/34 \text{ V}$$

با توجه به اینکه ۱۰٪ نیروی محرکه ایجاد شده هدر می‌رود ولتاژ ۹۰٪ باقی مانده توسط ولت سنج نمایش داده می‌شود:

$$1/34 \times \frac{90}{100} = 1/20.6 \text{ V}$$

در کاتد کاهش کاتیون پلاتین رخ می‌دهد:

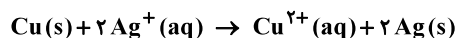


۹۳- پاسخ: گزینه ۱

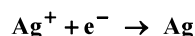
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)



واکنش کلی سلول:

عبارت «اول»: درست؛ Ag^+ مصرف شده Cu^{2+} تولید می‌شود.

عبارت «دوم»: درست؛ با توجه به واکنش کاهش در کاتد با تولید هر مول نقره یک مول الکترون مبادله می‌شود:



$$x \text{e}^- = 54 \text{ g Ag} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108 \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Ag}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-} = 3 / 0.1 \times 10^{23} \text{ e}^-$$

عبارت «سوم»: درست؛ یون‌های NO_3^- از محلول کاتد به سمت محلول آند می‌روند و یون‌های Cu^{2+} از محلول آند به سمت محلول کاتد حرکت می‌کنند.عبارت «چهارم»: درست؛ Ag^+ در سطح کاتد دچار کاهش شده به Ag فلزی تبدیل می‌شود.

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



(الف) نادرست؛ سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است اما برخلاف باتری‌ها انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کند.

(ب) درست؛ استفاده از سلول سوختی با کاهش آلودگی محیط‌زیست همراه است.

(پ) درست

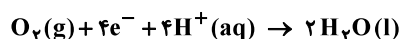
(ت) نادرست؛ در این سلول‌ها گاز متان به جای گاز هیدروژن در آند به کار می‌رود.

۹۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)



در کاتد نیم‌واکنش زیر انجام می‌شود:



همان‌طور که در واکنش دیده می‌شود به ازای مصرف یک مول گاز اکسیژن، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$? \text{e}^- = 16.0 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{4 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-} = 1 / 2.04 \times 10^{25} \text{ e}^-$$

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)



واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



مورد اول: درست؛ هر اتم N یک واحد کاهش یافته است، پس ۲۰ اتم آن ۲۰ واحد کاهش یافته است.

مورد دوم: نادرست

$$28 - 21 = 7$$

مورد سوم: درست؛ P از عدد اکسایش صفر به +۵ اکسایش یافته است.

عدد اکسایش N از +۵ به +۴ کاهش یافته است، پس تغییرات عدد اکسایش هر اتم P، ۵ برابر تغییرات هر اتم N است.

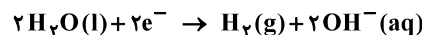
مورد چهارم: درست؛ عدد اکسایش اتم‌های H و O بدون تغییر است.

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

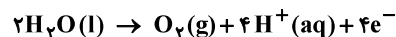
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



در برقکافت آب در کاتد واکنش زیر انجام می‌شود:

با توجه به واکنش با مصرف یک مول آب، یک مول OH^- تولید خواهد شد.

در برقکافت آب در آند واکنش زیر انجام می‌شود:



حجم گاز تولیدشده در آند یا همان O_2 نصف حجم گاز تولیدشده در کاتد یا همان H_2 است؛ زیرا به ازای مصرف ۴ مول الکترون در کاتد، ۲ مول H_2 تولید می‌شود.

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



هم در سلول گالوانی و هم در سلول الکترولیتی کاتیون‌ها (یون‌های مثبت) به سمت کاتد و آنیون‌ها (یون‌های منفی) به سمت آند سلول حرکت می‌کنند.



گزینه ۱: نادرست؛ در سلول گالوانی فراورده پایدارترند اما در سلول الکترولیتی واکنش‌دهنده‌ها پایداری بیشتری دارند.

گزینه ۲: نادرست؛ آند در سلول گالوانی قطب منفی و در سلول الکترولیتی قطب مثبت است.

گزینه ۴: نادرست؛ در سلول گالوانی واکنش‌ها خودبه‌خودی پیشرفت می‌کنند؛ اما در سلول‌های الکترولیتی واکنش‌ها باید با مصرف انرژی الکتریکی پیشرفت کنند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

گزینه ۱: نادرست؛ فلز سدیم حاصل کاهش $Na^+ (Na^+(l) + e^- \rightarrow Na(l))$ در کاتد سلول یا قطب منفی آن است.گزینه ۲: نادرست؛ نماد (aq) حالت یون‌های محلول در آب را نشان می‌دهد؛ برقکافت سدیم کلرید در حالت مذاب یون‌ها انجام می‌گیرد.گزینه ۳: نادرست؛ در برقکافت $NaCl$ مذاب یون‌های H^+ یا OH^- وجود ندارند و محیط اسیدی یا بازی نمی‌شود.

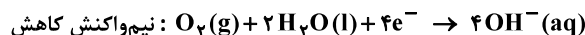
۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)



عبارت‌های «سوم» و «چهارم» درست هستند.

عبارت «سوم»: درست



عبارت «چهارم»: درست

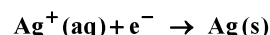


عبارت «اول»: نادرست؛ اتصال مس که نسبت به آهن قدرت کاهندگی کمتری دارد باعث می‌شود شدت اکسایش آهن بیشتر شود.

عبارت «دوم»: نادرست؛ آهن گالوانیزه، ورقه‌های آهنی با پوششی از فلز روی که در ساخت تانکر آب، کانال کولر و ... به کار می‌رود.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

در کاتد یا قطب منفی سلول الکترولیتی عمل کاهش Ag^+ روی می‌دهد که در واکنش «ب» دیده می‌شود:

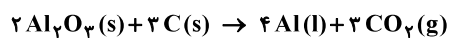
الکترولیت در عمل آبکاری یک نمک محلول از جنس فلزی است که روکش آهن می‌شود و در این مثال باید یک نمک محلول از فلز نقره باشد، مثل نیترات نقره که در مورد «ت» آمده است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱



واکنش موازنه شده چنین است:



$$? \text{ kg Al} = 300 \text{ kg C} \times \frac{10}{100} \times \frac{1000 \text{ g C}}{1 \text{ kg C}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{4 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol C}} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{1 \text{ kg Al}}{1000 \text{ g Al}} = 720 \text{ kg Al}$$

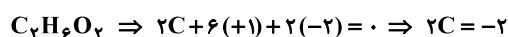
در سلول الکترولیتی این فرآیند، آند و کاتد از جنس گرافیت است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

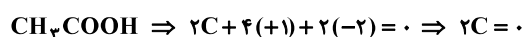
۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲



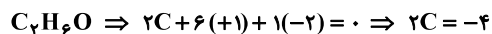
گزینه ۱:



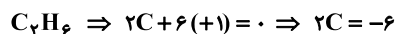
گزینه ۲:



گزینه ۳:



گزینه ۴:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳



تمام فرایندهای اکسایش- کاهش در سلول آبکاری (سلول الکترولیتی) غیر خودبه خودی هستند و با کمک گرفتن از منبع جریان پیوسته انجام می شوند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳



پس به ازای مصرف هر لیتر گاز متان در سلول سوختی، ۴ لیتر گاز کلر در فرایند برقکافت متیازیم کلرید مذاب تولید می شود.