



پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	—	نیمسال اول
هندسه	—	—	نیمسال اول
گسسته	—	—	نیمسال اول

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.

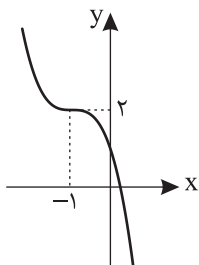
ریاضیات

۱- نمودار تابع $y = f(x)$ را دو واحد به چپ انتقال داده و نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. اگر شکل حاصل را نسبت به خط $y = 1$

قرینه کنیم، شکل حاصل نمودار f را با طول $x = 1$ قطع می‌کند. کدام نقطه روی نمودار $y = f(x)$ است؟

- (۱) $A(1, 0)$ (۲) $A(0, 1)$ (۳) $A(1, 1)$ (۴) $A(2, 0)$

۲- با فرض $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ ، نمودار $y = 6 - f(3 - x)$ شکل زیر است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) -۲

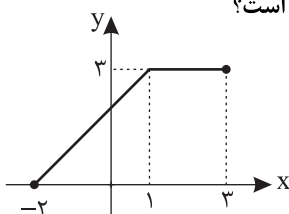
(۳) ۳

(۴) -۴

۳- تابع f با دامنه $[-1, 3]$ تابعی نزولی اکید است. مجموعه جواب نامعادله $f(3x - 3) \leq f(-2x + 7)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۴- شکل زیر، نمودار $y = f(2 - x)$ است. اگر نمودار $y = f(x - a)$ از ناحیه اول عبور نکند، حدود a کدام است؟



(۱) $-5 \leq a \leq 2$

(۲) $a \geq -5$

(۳) $-2 \leq a \leq 4$

(۴) $a \leq -4$

۵- باقیمانده تقسیم $f(x) = x^6 - ax^3 + bx^2 - x + 4$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر $4 - 2x$ شده است. مقدار ab چه عددی است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۶- اگر $f(x) = 3x^5 - ax^3 + 3x^2 + x - 4$ در تقسیم بر $x - 1$ باقیمانده‌اش $2a$ باشد، باقیمانده $f(a - x)$ بر $x - 2a$ چه عددی است؟

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۷

۷- تابع $f(x) = \sin \frac{3\pi}{a} x$ در بازه‌ای با طول حداکثر ۶ واحد یکنوازی اکید است. دوره تناوب $g(x) = 2 \cos^2 \frac{\pi a}{4} x$ چه عددی است؟

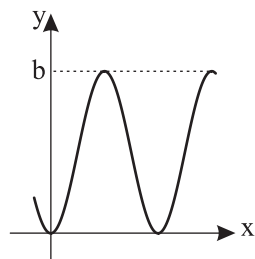
- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$

محل انجام محاسبات

۸- دو خط افقی بر نمودار تابع $f(x) = -3 - 4\sin^2 \frac{\pi}{4} x$ مماس هستند. هرگاه فاصله دو خط افقی همواره ۶ باشد، مقدار مثبت a چه عددی است؟

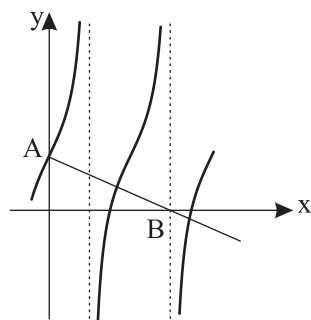
- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۹- نمودار تابع $f(x) = a - 2\sin(bx - \frac{3\pi}{4})$ شکل زیر است. مقدار $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۹

۱۰- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \tan(\frac{\pi x}{3}) + a$ شکل زیر است. اگر شیب پاره خط AB برابر $-\frac{4}{9}$ باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۱۱- دومین ریشه مثبت معادله $\sin x + \sin(\frac{\pi}{3} - x) = \frac{1}{4}$ با سومین ریشه مثبت آن چقدر اختلاف دارند؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{3\pi}{4}$

۱۲- اختلاف کوچکترین و بزرگترین جواب معادله $\tan x + \cos^2 x = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ چه عددی است؟

- (۱) π (۲) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{7\pi}{4}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{9 - k[\frac{\pi x}{2}]}{\sin x} = -\infty$ ، حدود k کدام است؟

- (۱) $-4/5 < k < -3$ (۲) $-4/5 < k < 3$ (۳) $3 < k < 4/5$ (۴) $-4/5 < k < -2$

محل انجام محاسبات

۱۴- هرگاه $f(x) = 1 - 2\cos^2(\frac{\pi}{4} - x)$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(a+x)+b} = +\infty$ مقدار ab کدام می تواند باشد؟

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) $-\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۵- اگر $f(x) = \frac{ax+4}{x+2}$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ یا ۴ (۲) ۲ و ۴ (۳) ۲ یا صفر (۴) ۴ یا صفر

۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 - 2x} - x + a) = b$ مقدار ab چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۷- اگر $\frac{2x}{x+a} + \frac{y}{y+b} = 4$ به طوری که $A(-15, -8)$ نقطه تلاقی مجانب های $y = f(x)$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۱ (۴) ۹

۱۸- اگر $f(x) = \log_2 \frac{2x-1}{x+2}$ کدام خط مجانب تابع $y = 3 + 2f(1-3x)$ نمی باشد؟

- (۱) $x = 1$ (۲) $y = 3$ (۳) $x = \frac{1}{6}$ (۴) $y = 5$

۱۹- ماتریس اسکالر A از مرتبه ۳ در رابطه $2A^3 = 3A^2 - A^4$ صدق می کند. اگر $A \neq \bar{O}$ باشد، حداکثر مقدار مجموع درایه های ماتریس A کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۹ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۲۷

۲۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس $(\frac{A^2}{8})^{-1}$ برابر کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۱۶ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{64}$

۲۱- اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ -1 & 4|A| \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} k & 4 \\ 1 & k+2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به ازای کدام مقادیر k ماتریس $4A + B$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) ۲ و ۶ (۲) ۳ و ۴ (۳) -۲ و -۶ (۴) -۳ و -۴

محل انجام محاسبات

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -7 & -\frac{1}{3} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل $|(AB)^2|$ برابر کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) -۱۲ (۳) -۲۴ (۴) -۴۸

۲۳- اگر A ماتریس مربعی مرتبه ۲، $A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ و $|A| = 2$ و $|k^2 A| = 32$ باشند، مجموع مقادیر k کدام است؟ ($k \in \mathbb{R}$)

- (۱) ۴ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۱

۲۴- اگر $A^{-1}BA = \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix}$ و مجموع درایه‌های ماتریس $(A^{-1}BA)^{10}$ برابر ۲۰۴۸ باشد، مقدار $|B + 2I|$ کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) -۸ (۴) -۱۴

۲۵- مثلث ABC ($AB \neq AC$) مفروض است. مکان هندسی نقاطی مانند O درون این مثلث به طوری که نسبت مساحت مثلث OAB به

مساحت مثلث OAC برابر $\frac{AB}{AC}$ باشد، کدام است؟

- (۱) عمودمنصف ضلع BC (۲) میانه وارد بر ضلع BC
(۳) ارتفاع وارد بر ضلع BC (۴) نیمساز داخلی زاویه A

۲۶- یک مستطیل به عرض ۲ و طول a واحد مفروض است. اگر دقیقاً ۸ نقطه روی محیط مستطیل باشد که از مرکز آن به فاصله ۳ واحد باشد، چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) صفر

۲۷- خط d گذرنده از نقطه $A(-2, -1)$ در نقطه $B(0, -4)$ بر دایره $x^2 + y^2 + nx + 3y + m = 0$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{325}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{325}}{4}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{15}{3}$

۲۸- به ازای چند مقدار صحیح n نقطه $A(3, 2)$ داخل دایره $C: x^2 + y^2 - 4x - 4y + n = 0$ و خارج دایره $C': x^2 + y^2 - 2x + ny + 1 = 0$ قرار دارد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۲۹- خطوط $y = -x + 3$ و $2x + y - 4 = 0$ قطرهای دایره C می‌باشند. اگر دایره C بر خطوط $3x + 4y - 21 = 0$ و $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ مماس

باشد، در این صورت این دایره روی محور y ها و تری به چه اندازه جدا می‌کند؟

(۱) $2\sqrt{15}$ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{3}$

۳۰- دو دایره متقاطع در نقاط A و B به معادله‌های $C: x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ را در نظر بگیرید. اگر

مرکزهای دایره‌های C و C' به ترتیب O و O' باشد، مساحت چهارضلعی $AOBO'$ چقدر است؟

(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{7}$

(۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{14}}{4}$

۳۱- برای چند عدد طبیعی دورقمی مانند n ، حاصل عبارت $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ عددی زوج است؟

(۱) ۴۳ (۲) ۴۴ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶

۳۲- اگر در یک تقسیم ۲۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم، بدون تغییر مقسوم‌علیه خارج قسمت ۴ واحد افزایش و باقیمانده ۳ واحد کاهش

می‌یابد. باقیمانده چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۳- اگر حاصل $\frac{5k+3}{6}$ برابر عددی صحیح باشد، با شرط $27 + 7m + 25k^2 \mid 36$ مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

(۱) -۲۴ (۲) -۴۸ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۳۴- به چند طریق می‌توان با پیمانه‌های ۴ و ۱۰ لیتری، ۱۴۰۰ لیتر آب را جابه‌جا کرد به طوری که از پیمانه کوچک‌تر بیشتر استفاده کنیم؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۵

(۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۳۵- در گراف G از مرتبه ۴، می‌دانیم $\Delta(G) = \delta^2(G)$ است. اگر تمامی رئوس این گراف زوج باشند، با افزودن چند یال می‌توانیم به گرافی

از همین مرتبه برسیم که تنها یک مسیر به طول ۳ دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶- گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ مفروض است. اگر مجموع درجات رئوس این گراف برابر ۵۴

باشد، به ترتیب از راست به چپ چند جفت رأس و چند جفت یال دوه‌دو مجاور در آن مشاهده می‌شود؟

(۱) ۸ و ۲۷ (۲) ۷ و ۲۷ (۳) ۲۷ و ۱۵۶ (۴) ۲۸ و ۱۶۸

محل انجام محاسبات

۳۷- در گراف G از مرتبه p و اندازه $p + 3$ ، مجموعه همسایگی‌های باز هر یک از رئوس ۳ عضو دارد. اگر این گراف دوری به طول ۵ نداشته باشد، مکمل آن چند زیرگراف از مرتبه ۲ و اندازه ۱ دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۳۸- به ازای چند عدد طبیعی و دورقمی مانند n ، رابطه $n^2 + n - 1 = 6n^2 + n - 1$ برقرار است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۷۲

۳۹- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 1a^0b^35ba$ بر ۱۱ و ۸ به ترتیب برابر ۴ و ۵ باشد، رقم یکان b^a کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۱ (۳) ۹ (۴) ۵

۴۰- گراف ساده G از مرتبه ۹ با کدام شرط زیر قابل رسم است؟

(۱) $\delta(G) \geq 5$ است و مسیری به طول بزرگ‌تر از ۴ نداریم.

(۲) فقط دورهایی به طول ۵، ۶، ۸ و ۹ داشته باشیم.

(۳) مقدار Δ در G و $\bar{G}$ برابر ۸ باشد.

(۴) ناهمبند و اندازه گراف برابر ۲۹ است.

محل انجام محاسبات



پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	—	نیمسال اول
شیمی	—	—	نیمسال اول

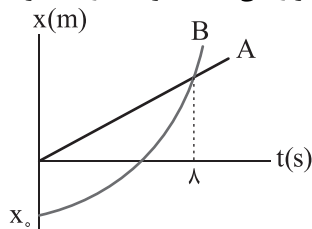
تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می باشد.

فیزیک

۴۱- متحرکی به صورت رفت و برگشتی بین دو نقطه A و B به فاصله ۱۰۰ متر از یکدیگر حرکت می‌کند. این متحرک از $t = 0$ شروع به حرکت می‌کند و هر مرتبه از A تا B را در مدت ۴۰ ثانیه می‌رود و در همین مدت هم برمی‌گردد و تندی آن در مدت حرکت بین این دو نقطه ثابت فرض می‌شود. بزرگی سرعت متوسط در مدت $t = 30s$ تا $t = 90s$ چند برابر تندی متوسط آن در مدت $t = 0$ تا $t = 120s$ است؟

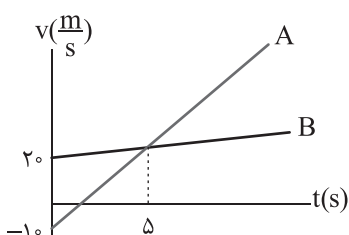
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۴۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل بوده و نمودار B، قسمتی از یک سهمی است. اگر زمانی که سرعت دو متحرک برابر می‌شود را t_1 بنامیم، کدامیک از موارد زیر درست است؟



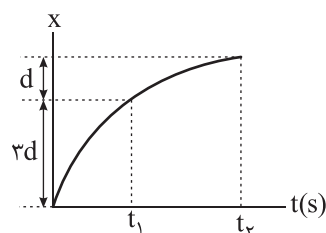
- (۱) $t_1 = 4s$
(۲) $4s < t_1 < 8s$
(۳) $0 < t_1 < 4s$
(۴) $t_1 > 8s$

۴۳- نمودار سرعت - زمان دو ذره A و B که بر روی یک خط راست حرکت می‌کنند و در لحظه $t = 0$ از یک مکان می‌گذرند، مطابق شکل است. ۵ ثانیه بعد از آنکه دو ذره به هم می‌رسند، فاصله آنها از یکدیگر چند متر می‌شود؟



- (۱) ۱۴۵
(۲) ۱۶۵
(۳) ۲۰۰
(۴) ۲۲۵

۴۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت ترمز می‌کند تا در لحظه $t = t_1$ متوقف شود، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در مدت $t = 0$ تا $t = t_1$ چند برابر سرعت متوسط متحرک در مدت $t = t_1$ تا $t = t_2$ است؟

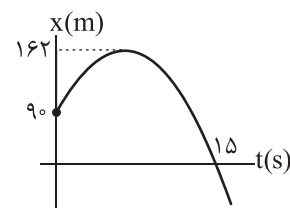


- (۱) ۳
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) ۴
(۴) ۶

۴۵- معادله سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 12t - 24$ است. اگر این متحرک در $t = 0$ از نقطه $x = 18m$ عبور کند، در کدامیک از زمان‌های زیر به مبدأ مکان نزدیک می‌شود و حرکت آن تندشونده است؟

- (۱) $t = 1/8s$ (۲) $t = 0/6s$ (۳) $t = 3/6s$ (۴) $t = 2/4s$

۴۶- سهمی شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی خط راست حرکت می‌کند. در کدامیک از موارد زیر نوع حرکت در زمان گفته‌شده، درست نوشته شده است؟



- (۱) $t = 8s$ ، کندشونده
(۲) $t = 3s$ ، تندشونده
(۳) $t = 4s$ ، تندشونده
(۴) $t = 5s$ ، کندشونده

۴۷- گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود و بدون مقاومت هوا سقوط می‌کند. اگر $2/5$ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، تندی گلوله $23 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله محل رهاشدن گلوله از سطح زمین چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $125/2$ (۲) $110/4$ (۳) $115/2$ (۴) $130/4$

محل انجام محاسبات

۴۸- جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع h رها شده و پس از زمان t به زمین می‌رسد. اگر بین لحظات $t_1 = \frac{t}{4}$ و $t_2 = \frac{t}{3}$ جسم مسافت ۱۲ متر

را طی کرده باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۴ (۳) ۹۰ (۴) ۷۲

۴۹- دو ذره A و B با شتاب‌های ثابت و به صورت تندشونده به طرف هم حرکت می‌کنند و در لحظه $t = 0$ تندی آنها به ترتیب $20 \frac{m}{s}$ و

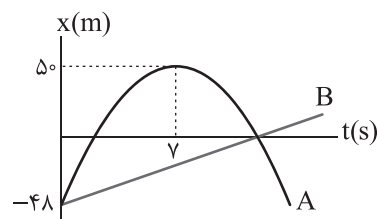
$30 \frac{m}{s}$ است. اگر از این لحظه تا زمانی که به هم برسند، مسافت‌های مساوی طی کنند و در لحظه به هم رسیدن، $|v_A| = \frac{2}{5} |v_B|$ ،

بزرگی شتاب ذره A چند برابر بزرگی شتاب ذره B است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $2/5$

۵۰- دو متحرک A و B روی یک خط راست حرکت می‌کنند و نمودار مکان-زمان آنها به شکل زیر است. (نمودار A سهمی و نمودار B

خط مستقیم است.) در لحظه $t = 15s$ فاصله آنها از یکدیگر چند متر است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۷۰

(۳) ۸۰

(۴) ۹۰

۵۱- گلوله کوچکی از ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شود و تا سطح زمین سقوط می‌کند. اگر بزرگی سرعت متوسط در ۲ ثانیه آخر حرکت

$40 \frac{m}{s}$ باشد، تندی گلوله در نیمه مسیر چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۶۰ (۲) $30\sqrt{2}$ (۳) ۲۵ (۴) $25\sqrt{2}$

۵۲- وزنه‌ای به جرم $5kg$ به طنابی با جرم ناچیز آویخته شده و با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده به طرف پایین حرکت می‌کند. اگر

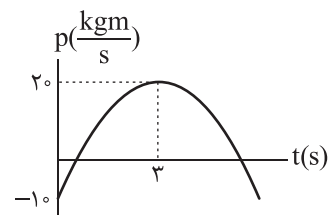
بزرگی نیروی کشش طناب دو برابر شود و بار دیگر جسم از حال سکون شروع به حرکت کند، بزرگی شتاب حرکت جسم چند متر بر

مجدور ثانیه خواهد شد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵۳- نمودار تکانه-زمان ذره‌ای که روی خط راست در حرکت است، سهمی شکل زیر است. بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر ذره در

مدت $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 9s$ چند نیوتون است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۲۵

۵۴- قطعه چوبی به جرم m روی سطح افقی دارای اصطکاک با سرعت اولیه افقی $10 \frac{m}{s}$ ، پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت d می‌ایستد.

اگر به جسم نیروی قائم رو به پایین به اندازه وزن جسم وارد شده و با سرعت اولیه افقی $20 \frac{m}{s}$ پرتاب شود، پس از طی مسافت d'

متوقف می‌شود. d' چند برابر d است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

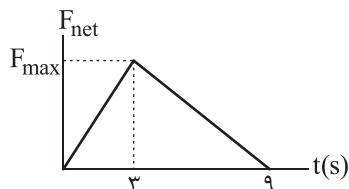
محل انجام محاسبات

۵۵- وزنه‌ای به جرم 10 کیلوگرم روی کف آسانسور قرار دارد و وقتی آسانسور با شتاب a_1 حرکت می‌کند، کف آسانسور بر وزنه نیروی 80 نیوتون وارد می‌کند. اگر آسانسور با شتاب a_2 حرکت کند، نیرویی که کف آسانسور بر وزنه وارد می‌کند، 2 برابر حالت اول می‌شود.

کدام یک از موارد زیر درست است؟ ($g \approx 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_1$ هم‌جهت هستند و $|\vec{a}_2| = 3|\vec{a}_1|$ (۲) $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_1$ در خلاف جهت هم هستند و $|\vec{a}_2| = |\vec{a}_1|$
(۳) $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_1$ در خلاف جهت هم هستند و $|\vec{a}_2| = 3|\vec{a}_1|$ (۴) $\vec{a}_2$ و $\vec{a}_1$ هم‌جهت هستند و $|\vec{a}_2| = 2|\vec{a}_1|$

۵۶- نمودار نیرو - زمان وارد بر جسمی به جرم 4 kg مطابق شکل زیر است. اگر نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$ برابر $8/6$ نیوتون باشد، $F_{\max}$ چند نیوتون است؟



- (۱) 12
(۲) 3
(۳) $11/2$
(۴) $2/8$

۵۷- در شکل زیر وزنه از حال سکون به حرکت درمی‌آید و در مدت 2 ثانیه، تندی آن به $6 \frac{m}{s}$ می‌رسد. در این لحظه، بزرگی نیروی F_2

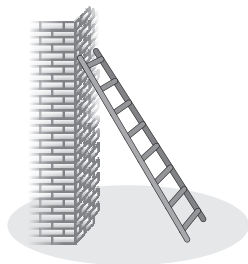
ناگهان سه برابر می‌شود. (بدون تغییر در جهت F_1 و F_2 و بزرگی F_1)، کل مسافت حرکت وزنه از شروع حرکت تا توقف کامل چند متر می‌شود؟



- (۱) $10/4$
(۲) $9/6$
(۳) $8/8$
(۴) $11/2$

۵۸- نردبانی به وزن W ، مطابق شکل، در آستانه لغزش قرار دارد و اصطکاک آن با دیوار ناچیز است. اگر بزرگی نیرویی که سطح زمین بر آن وارد

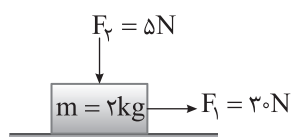
می‌کند، $\frac{\sqrt{10}}{3} W$ باشد، ضریب اصطکاک ایستایی زمین با نردبان چقدر است و بزرگی نیرویی که دیوار بر آن وارد می‌کند، چقدر است؟



- (۱) $\frac{W}{3}, \frac{1}{9}$
(۲) $\frac{W}{9}, \frac{1}{9}$
(۳) $\frac{2W}{3}, \frac{1}{3}$
(۴) $\frac{W}{3}, \frac{1}{3}$

۵۹- مطابق شکل به جسم ساکنی روی سطح افقی نیروی افقی $F_1 = 30 \text{ N}$ وارد می‌شود و جسم با شتاب ثابت به حرکت درمی‌آید. اگر

تغییر تکانه جسم در 4 ثانیه دوم حرکت $100 \frac{kg \cdot m}{s}$ باشد، ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) $0/1$
(۲) $0/15$
(۳) $0/2$
(۴) $0/25$

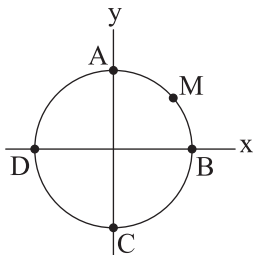
۶۰- طول پره یک پنکه 120 سانتی‌متر است و در هر دقیقه به طور یکنواخت 30 دور می‌گردد. بزرگی شتاب نقطه‌ای که در وسط پره پنکه

است، تقریباً چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\pi^2 \approx 10$)

- (۱) 6
(۲) 8
(۳) 3
(۴) 4

محل انجام محاسبات

۶۱- در شکل زیر، شعاع دایره ۵ متر است و یک ذره به صورت یکنواخت روی این دایره حرکت می‌کند. اگر بردار سرعت آن در نقطه M در SI برابر $\vec{v} = 5\sqrt{2}\vec{i} - 5\sqrt{2}\vec{j}$ باشد، در مورد سرعت یا شتاب آن کدامیک از موارد زیر درست است؟ (همه مقادیر با یکای SI است).



$$\vec{a}_A = 2\vec{i} \quad (1)$$

$$\vec{a}_B = -1\vec{i} \quad (2)$$

$$\vec{v}_D = 1\vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{v}_C = -2\vec{j} \quad (4)$$

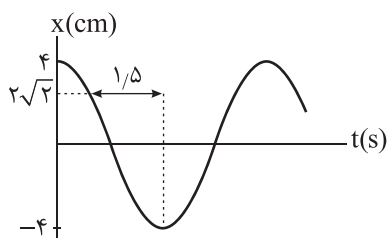
۶۲- یک ماهواره در مداری به دور زمین می‌گردد که شعاع آن نصف شعاع مدار همگام با زمین است. دوره گردش این ماهواره چند ساعت است؟

$$12 \quad (1) \quad 12\sqrt{2} \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 6\sqrt{2} \quad (4)$$

۶۳- وزنه‌ای به انتهای یک فنر بسته شده روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز، نوسان می‌کند و در هر ۱۵ ثانیه، ۴۰ مرتبه از نقطه تعادل می‌گذرد. بدون تغییر فنر، جرم وزنه را چند برابر کنیم تا در هر ۱۲ ثانیه ۸ نوسان کامل انجام دهد؟

$$1/5 \quad (1) \quad 2/5 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۶۴- اگر نمودار مکان-زمان در یک حرکت هماهنگ ساده به شکل زیر باشد، در کدامیک از زمان‌های زیر شتاب متحرک درست نوشته شده است؟ ($\pi^2 \approx 10$)



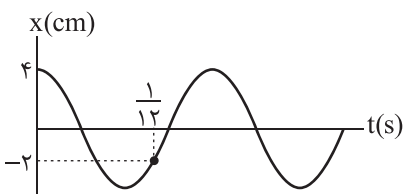
$$t = \frac{4}{3} \text{ s} \Rightarrow a = \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (1)$$

$$t = 1 \text{ s} \Rightarrow a = \frac{1}{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2)$$

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3)$$

$$t = \frac{2}{3} \text{ s} \Rightarrow a = -\frac{1}{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4)$$

۶۵- نمودار مکان-زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط نوسانگر از لحظه



$$t_1 = \frac{1}{12} \text{ s} \text{ تا } t_2 = \frac{1}{6} \text{ s} \text{ چند متر بر ثانیه است؟}$$

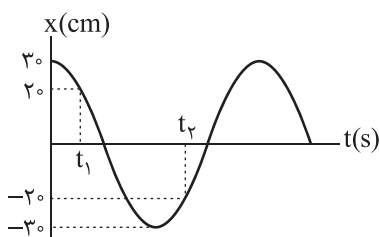
$$1/44 \quad (1)$$

$$0/72 \quad (2)$$

$$1/2 \quad (3)$$

$$0/6 \quad (4)$$

۶۶- نمودار مکان-زمان ذره‌ای که حرکت هماهنگ ساده دارد، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط ذره در بازه t_1 تا t_2 برابر $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد،



$$\text{بزرگی بیشینه شتاب نوسانگر تقریباً چند متر بر مربع ثانیه است؟} (\pi^2 \approx 10)$$

$$25 \quad (1)$$

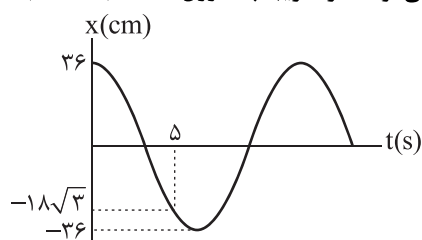
$$50 \quad (2)$$

$$75 \quad (3)$$

$$100 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۶۷- نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای به جرم 500 گرم مطابق شکل است. انرژی مکانیکی نوسانگر تقریباً چند ژول است؟ ($\pi^2 \approx 10$)



(۱) $1/8 \times 10^{-3}$

(۲) $1/8 \times 10^{-2}$

(۳) 9×10^{-2}

(۴) 9×10^{-3}

۶۸- نوسانگری به جرم m به فنری با ثابت k متصل شده و روی سطح افقی با بسامد $\frac{5}{\pi}$ هرتز نوسان می‌کند. اگر جرم نوسانگر 36 گرم افزایش یابد، بسامد نوسانگر 20% درصد تغییر می‌کند. k چند نیوتون بر متر است؟

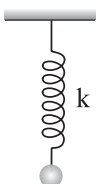
(۴) 720

(۳) 640

(۲) 160

(۱) 320

۶۹- فنر سبکی با ثابت $k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ از سقف آویزان شده است. وزنه‌ای به جرم 500 گرم به انتهای فنر بسته و از حالتی که فنر طول عادی دارد، وزنه را 10 cm بالا برده و سپس رها می‌کنیم. بیشینه تندی نوسانگر و بزرگی نیروی کشسانی فنر در پایین‌ترین نقطه مسیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



(۲) $10\text{ N}, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۱) $15\text{ N}, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۴) $10\text{ N}, 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۳) $15\text{ N}, 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

۷۰- تندی انتشار صوت در هوا $350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و در آب $1400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. وقتی صوت حاصل از یک دیافازون از هوا وارد آب می‌شود، طول موج آن 60 سانتی‌متر تغییر می‌کند. بسامد این صوت در آب چند هرتز است؟

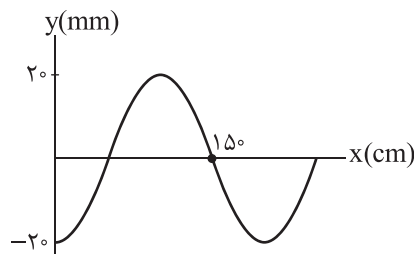
(۴) 3500

(۳) 4500

(۲) 1500

(۱) 1750

۷۱- موجی عرضی با بسامد 2 هرتز در یک تار منتشر می‌شود و شکل زیر وضعیت بخشی از تار در یک لحظه است. تندی انتشار موج چند برابر بیشینه تندی نوسان هر نقطه از تار است؟



(۱) $\frac{50}{\pi}$

(۲) $\frac{75}{\pi}$

(۳) $\frac{75}{2\pi}$

(۴) $\frac{100}{\pi}$

۷۲- موج عرضی توسط دیافازونی با بسامد f در یک تار فلزی منتشر می‌شود. اگر دیافازونی با بسامد $2f$ در تار به همان جرم و از همان جنس که قطر آن 2 برابر تار اول است، طول موج منتشر کند، طول موج در آزمایش دوم چند برابر طول موج در آزمایش اول می‌شود؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) 2

(۱) 1

۷۳- دامنه یک موج عرضی سینوسی که در یک طناب انتشار می‌یابد، برابر 5 cm است. تندی متوسط هر ذره طناب در هر 10 s برابر

(۴) $\frac{2}{4}$

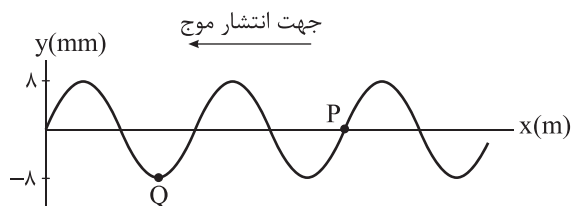
(۳) $\frac{7}{2}$

(۲) $\frac{6}{4}$

(۱) $\frac{8}{4}$

محل انجام محاسبات

۷۴- موج عرضی با بسامد ۵ هرتز در یک تار کشیده شده منتشر می شود و شکل زیر، نقش موج را در لحظه $t = 0$ نشان می دهد. در لحظه $t = 1/5$ s در مورد سرعت و شتاب نقاط P و Q کدام گزینه درست است؟



$$a_P = 0, a_Q = -\frac{2\pi^2}{\Delta} \frac{m}{s^2} \quad (1)$$

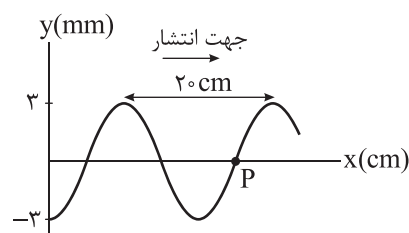
$$v_P = 0, v_Q = -\frac{4\pi}{\Delta} \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$v_P = -\frac{2\pi}{\Delta} \frac{m}{s}, v_Q = 0 \quad (3)$$

$$a_P = -\frac{4\pi^2}{\Delta} \frac{m}{s^2}, a_Q = 0 \quad (4)$$

۷۵- نیروی کشش یک تار فلزی ۴۰ نیوتون و مساحت مقطع تار $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$ و چگالی فلز $\frac{6}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. موج عرضی در این تار منتشر می شود.

در یک لحظه وضعیت بخشی از تار، به شکل زیر است. از این لحظه چند میلی ثانیه طول می کشد تا نقطه P برای دومین بار پس از این لحظه به وضعیت $y = -3 \text{ mm}$ برسد؟



$$70 \quad (1)$$

$$50 \quad (2)$$

$$60 \quad (3)$$

$$40 \quad (4)$$

شیمی

۷۶- از میان ترکیبات زیر چه تعداد دارای مولکول قطبی بوده و چه تعداد در هگزان (تینر) حل می شوند؟

«گلیسیرین - اوره - روغن زیتون - اتیلن گلیکول - گریس - بنزین - عسل - وازلین»

$$4 - 4 \quad (1) \quad 5 - 3 \quad (2) \quad 3 - 5 \quad (3) \quad 4 - 5 \quad (4)$$

۷۷- ۸۱ گرم اسید چربی با زنجیر کربنی ۱۶ کربنه سیر شده را برای تهیه صابون جامد وارد واکنش کرده ایم. مقدار باز مورد نیاز چند گرم بوده و اگر صابون حاصله را برای شست و شو در آب رودخانه ای حاوی یون های Mg^{2+} مورد استفاده قرار دهیم، چند گرم رسوب

تشکیل خواهد شد؟ ($\text{Mg} = 24, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{Na} = 23; \text{g.mol}^{-1}$)

$$84/3 - 12/65 \quad (1) \quad 168/6 - 12/65 \quad (2) \quad 168/6 - 12 \quad (3) \quad 84/3 - 12 \quad (4)$$

۷۸- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

(آ) نسبت شمار عنصرها به شمار اتمها در اوره با این نسبت در اتیلن گلیکول یکسان است.

(ب) فرمول مولکولی کلی پاک کننده غیرصابونی با قدرت پاک کنندگی بیشتر نسبت به صابون $\text{RC}_6\text{H}_5\text{SO}_3\text{Na}$ می باشد.

(پ) فرمول شیمیایی صابون مایع نیتروژن دار با زنجیر کربنی سیر شده می تواند به صورت مقابل باشد: $\text{C}_{18}\text{H}_{41}\text{CO}_2\text{N}$

(ت) فرمول مولکولی اسید چرب سازنده نوعی روغن با زنجیر کربنی سیر نشده می تواند به صورت مقابل باشد: $\text{C}_{18}\text{H}_{33}\text{COOH}$

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۷۹- اختلاف تعداد اتمهای کربن و هیدروژن در یک مولکول پاک کننده صابونی مایع نیتروژن دار که زنجیر هیدروکربنی آن دارای یک پیوند دوگانه است برابر با ۱۸ می باشد. اگر تعداد اتمهای کربن آن با یک پاک کننده غیرصابونی جامد دارای زنجیر هیدروکربنی سیر شده،

برابر باشد جرم مولی پاک کننده غیرصابونی کدام است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{S} = 32; \text{g.mol}^{-1}$)

$$334 \quad (1) \quad 348 \quad (2) \quad 320 \quad (3) \quad 334 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۸۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پاک کننده های خورنده علاوه بر، برهم کنش با آلاینده ها واکنش می دهند.
- (۲) بر اثر واکنش پاک کننده های خورنده با آلاینده ها گاز اکسیژن آزاد می شود.
- (۳) پاک کننده های صابونی با آلاینده ها واکنش شیمیایی انجام نمی دهند.
- (۴) پاک کننده های غیرصابونی در آب محتوی کاتیون های فلزات قلیایی خاکی رسوب تشکیل نمی دهند.

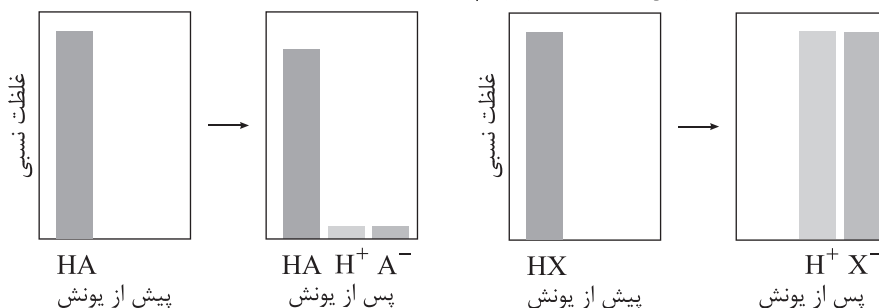
۸۱- کدام موارد از عبارت های زیر نادرست هستند؟

- (آ) برای از بین بردن جوش های صورت، استفاده از صابون های گوگردار توصیه می شود.
- (ب) پاک کننده های غیرصابونی با تشکیل گاز در آب، قدرت پاک کنندگی بیشتری دارند.
- (پ) نمک های فسفات برای جلوگیری از رسوب دادن صابون در آب سخت به آنها افزوده می شوند.
- (ت) برای افزایش قدرت ضد عفونی کنندگی صابون به آن کلر می افزایند.

(۱) ب و ت (۲) پ و ت (۳) آ و پ (۴) آ و ب

۸۲- نمودارهای زیر غلظت نسبی گونه های موجود در محلول دو اسید HA و HX را در شرایط یکسان دما، حجم و غلظت نشان می دهند.

کدام نتیجه گیری درست است؟ (درجه یونش اسید HA، برابر ۰/۲ است.)



(۱) pH محلول اسید HA کوچک تر از محلول HX است.

(۲) اگر غلظت مولار HA پیش از یونش برابر ۱/۵ باشد K_a آن برابر ۰/۷۵ است.

(۳) پس از یونش تعداد کل ذرات در محلول HA بیشتر از HX است.

(۴) اگر A و X هر دو هالوژن باشند جرم مولی HA همواره از HX بیشتر است.

۸۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر ماده جامد الکترولیتی دارای رسانایی الکتریکی خوبی در حالت محلول نمی باشد.
- (۲) در دمای معین و غلظت یکسان از دو محلول اسیدی متفاوت لزوماً رسانایی الکتریکی یکسان نیست.
- (۳) محلول موادی مانند گوگرد تری اکسید، کربن مونوکسید و دی نیتروژن پنتا اکسید الکترولیت است.
- (۴) گرافیت مانند فلزات رسانای الکترونی محسوب می شود زیرا این عمل را به کمک الکترون های آزاد انجام می دهد.

۸۴- مقدار ثابت یونش آب خالص در دمای 90°C تقریباً ۳۶ برابر مقدار آن در دمای 25°C می باشد. pH آب خالص در این دما کدام

است؟ ($\log 6 = 0.78$)

(۱) ۷/۲۲ (۲) ۷/۵ (۳) ۶/۵ (۴) ۶/۲۲

۸۵- ۷۰ میلی لیتر محلول NaOH با $\text{pH} = 11.5$ و با ۸۰ میلی لیتر محلول KOH با $\text{pH} = 11.3$ مخلوط کرده و به آن ۳۵ میلی لیتر آب

مقطر می افزاییم. pH محلول حاصل کدام است؟ ($\log 5 = 0.7$, $\log 3 = 0.5$)

(۱) ۱۱/۷ (۲) ۱۲/۳ (۳) ۱۱/۳ (۴) ۱۲/۷

محل انجام محاسبات

۸۶- محلولی از یک باز قوی با فرمول BOH به حجم ۵۰۰ میلی لیتر در اختیار داریم و می خواهیم pH این محلول را از ۱۲/۷ به ۱۲ برسانیم.

برای این منظور محاسبه کنید چند گرم HBr نیاز خواهیم داشت؟ ($H = 1, Br = 80 : g.mol^{-1}$) , ($\log 2 = 0.3$)

- (۱) ۲/۰۲ (۲) ۳/۲۴ (۳) ۰/۴۰ (۴) ۱/۶۲

۸۷- ۵۰۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید ۲ درصد جرمی با چگالی $\frac{g}{mL} = 1.02$ در اختیار داریم. pH این محلول کدام است؟ همچنین

این محلول با چند میلی لیتر محلول ۰/۴ مولار هیدروکلریک اسید به طور کامل واکنش می دهد؟

($Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۱/۷ - ۱۲۵ (۲) ۱۲ - ۱۲۵ (۳) ۱۱/۷ - ۲۵۰ (۴) ۱۲ - ۲۵۰

۸۸- کدام عبارت زیر نادرست است؟

(۱) شیشه پاک کن نسبت به لوله بازکن باز ضعیف تری بوده و pH کوچک تری دارد.

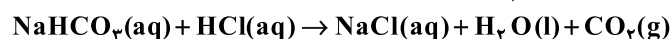
(۲) در روده انسان برخلاف معده $[OH^-] > [H^+]$ بوده و خلصت بازی دارد.

(۳) آمونیاک باز ضعیفی بوده و در حالت محلول به ازای انحلال هر مول آن سه مول یون OH^- تولید می شود.

(۴) جوش شیرین همانند منیزیم هیدروکسید ضداسید است و از آن برای خنثی کردن اسید اضافی معده استفاده می شود.

۸۹- مطابق واکنش زیر برای خنثی کردن ۲۵۰ میلی لیتر محلول اسیدی، ۵۶ گرم سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین) با درصد خلوص ۷۵٪ را وارد محلول کرده ایم. تا اسید مذکور به طور کامل خنثی شود، pH محلول اسید اولیه را به دست آورید. (از تغییر حجم

صرف نظر کنیم). ($\log 5 = 0.7$) , ($Na = 23, H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- (۱) ۱/۳ (۲) ۱/۷ (۳) ۱/۶ (۴) ۲/۳

۹۰- کدام گزینه درست است؟

(۱) پس از واکنش میان اتم های روی و اکسیژن، تعداد لایه های اصلی روی و اکسیژن به ترتیب کاهش و افزایش می یابند.

(۲) در تمامی واکنش های اکسایش - کاهش، تغییر عدد اکسایش به چشم نمی خورد.

(۳) در واکنش استری شدن، عدد اکسایش اتم کربن گروه عاملی کربوکسیل تغییر می کند.

(۴) میزان pH محیط در قدرت اکسندگی اکسیژن تأثیرگذار است.

۹۱- در واکنش فلز آلومینیم با محلول مس (II) سولفات کدام عبارت های زیر درست هستند؟ ($Al = 27, Cu = 64 : g.mol^{-1}$)

(آ) رنگ آبی محلول به دلیل حضور گونه اکسندگی در واکنش است.

(ب) با گذشت زمان جرم مواد جامد موجود در ظرف کاهش می یابد.

(پ) در واکنش موازنه شده، به ازای مصرف دو مول آلومینیم، تعداد الکترون های مبادله شده در این واکنش ۳ مول است.

(ت) اگر به جای فلز آلومینیم فلز نقره در محلول قرار دهیم واکنشی انجام نمی شود.

- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) آ و ت (۴) پ و ت

۹۲- تیغه ای از جنس آهن را درون محلول $ZnSO_4$ قرار می دهیم. محاسبه کنید که در پایان جرم تیغه آهنی چه تغییری خواهد کرد؟

($Zn = 65, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۹ گرم کاهش می یابد. (۲) ۹ گرم افزایش می یابد. (۳) تغییری نمی کند. (۴) ۱۳/۵ گرم افزایش می یابد.

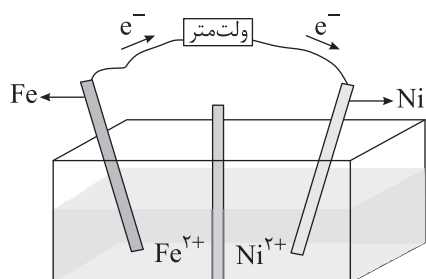
۹۳- در واکنش تیغه ای از جنس فلز روی با محلول مس (II) سولفات، ۸/۰ مول الکترون مبادله شده است. در صورتی که اختلاف جرم مواد

جامد قبل و بعد از اتمام واکنش برابر ۳/۰ باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($Cu = 64, Zn = 65 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۹۴- با توجه به شکل زیر که متعلق به سلول گالوانی (Ni-Fe) می باشد، کدام مورد نادرست است؟ ($\text{Fe} = ۵۶$, $\text{Ni} = ۵۹$; g.mol^{-1})



$$(E^\circ_{\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}} = -0.44 \text{ V}, E^\circ_{\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}} = -0.26 \text{ V})$$

(۱) در اطراف تیغه نیکل الکترون ها از رسانای یونی وارد رسانای الکترونی می شوند.

(۲) در این سلول جهت حرکت آنیون ها از دیواره متخلخل به سمت الکتروود آهن است.

(۳) با گذشت زمان جرم تیغه آهنی کاهش و جرم تیغه نیکل افزایش می یابد.

(۴) واکنش کلی انجام شده در سلول به صورت مقابل است: $\text{Fe(s)} + \text{Ni}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + \text{Ni(s)}$

۹۵- با توجه به جدول فرضی زیر کدام گزینه درست است؟

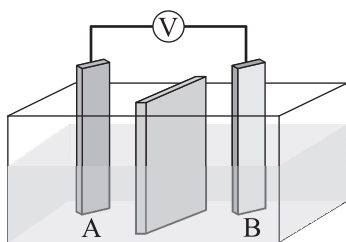
(۱) واکنش $\text{A} + \text{C}(\text{SO}_4) \rightarrow \text{A}(\text{SO}_4) + \text{C}$ انجام پذیر است.

(۲) در واکنش $\text{E} + \text{DNO}_3 \rightarrow \text{ENO}_3 + \text{D}$ ، E به عنوان اکسنده عمل می کند.

(۳) گرمای آزاد شده در اثر واکنش E با محلول AgNO_3 از سایر گونه ها بیشتر است. ($E^\circ(\text{E}^{2+}/\text{E}) < 0$)

(۴) اکسنده ترین گونه می تواند E^+ باشد.

۹۶- با توجه به شکل زیر که طرح ساده ای از یک سلول الکتروشیمیایی است، کدام گزینه درست است؟



$$(E^\circ(\text{Mg}^{2+}/\text{Mg}) = -2.37 \text{ V}, E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = +0.34 \text{ V})$$

$$(E^\circ(\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}) = -0.14 \text{ V}, E^\circ(\text{Pt}^{2+}/\text{Pt}) = +1.2 \text{ V})$$

(۱) بیشترین ولتاژی که می توان با الکترودهای فوق در سلول های گالوانی تشکیل شده به دست آورد ۳/۵۷ ولت است.

(۲) اگر در سلول (Mg-Cu) الکتروود مس را با پلاتین جایگزین کنیم جهت جریان الکترون ها در مدار بیرونی تغییر می کند.

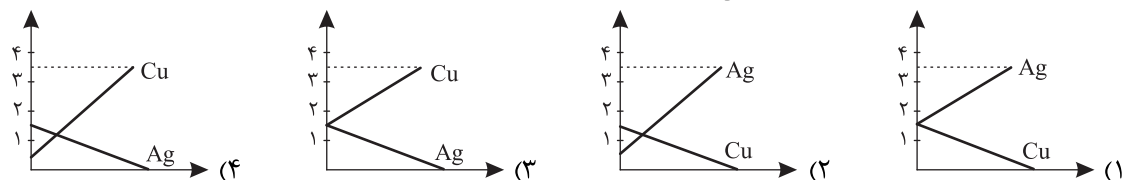
(۳) با توجه به E° های داده شده حداکثر می توان ۴ سلول گالوانی متفاوت ساخت.

(۴) در سلول (Cu-Pt) کاتیون های Cu^{2+} با عبور از دیواره متخلخل به سمت قطب منفی (آند) حرکت می کنند.

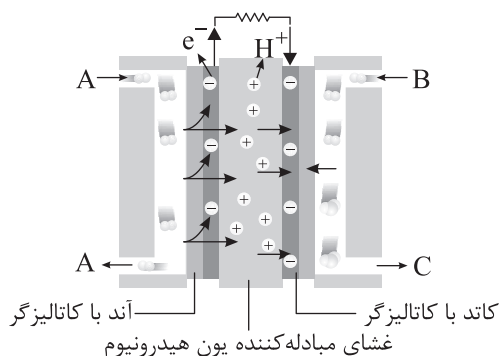
۹۷- در سلول گالوانی (Ag-Cu) اگر در ابتدا جرم تیغه نقره برابر ۵۴ گرم و جرم تیغه مس ۹۶ گرم باشد کدام نمودار تغییر مول های دو

تیغه را به درستی نشان می دهد؟ ($\text{Ag} = ۱۰۸$, $\text{Cu} = ۶۴$) (ولت $E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = +0.8$, ولت $E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = +0.34$) (در

این واکنش تیغه آندی به طور کامل مصرف می شود.)



محل انجام محاسبات



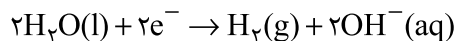
۹۸- با توجه به شکل کدام گزینه نادرست است؟

(۱) شکل مربوط به یک سلول سوختی می باشد که نوعی گالوانی محسوب می شود.

(۲) گازهای A و B به ترتیب گازهای H_2 و O_2 هستند.

(۳) بازدهی این سلول در حدود ۶۰٪ می باشد.

(۴) نیم واکنش کاهش در آن به صورت زیر است:



۹۹- با توجه به واکنش های داده شده، پس از موازنه مشخص کنید کدام موارد زیر درست هستند؟



(آ) در واکنش (I) یک یون چند اتمی نقش کاهنده را دارد.

(ب) به ازای تشکیل ۱۰ مول اسید قوی، $\frac{2}{3}$ مول الکترون در واکنش (II) مبادله می شود.

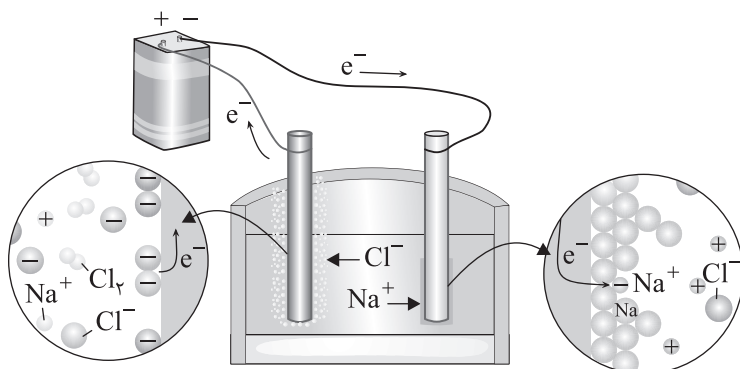
(پ) مجموع ضرایب استوکیومتری در واکنش (I) برابر ۱۸ است.

(ت) تغییر عدد اکسایش گونه کاهنده در واکنش (II) برابر با ضریب گونه کاهنده در واکنش (I) است.

(۱) آ و ت (۲) ب و ت (۳) آ و پ (۴) ب و پ

۱۰۰- در نیم واکنش آندی در برقکافت آب، 336 mL گاز تولید می شود. در صورتی که شرایط انجام واکنش (STP) باشد، تعداد الکترون های مبادله شده را بیابید.

(۱) $36/12 \times 10^{21}$ (۲) $18/06 \times 10^{21}$ (۳) $9/03 \times 10^{21}$ (۴) $27/09 \times 10^{21}$



۱۰۱- با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟

(۱) یک سلول الکترولیتی را نشان می دهد که در کاتد آن فلز سدیم مذاب به دست می آید.

(۲) الکترولیت این سلول $NaCl(aq)$ می باشد.

(۳) در آند سلول (قطب مثبت) گاز کلر (Cl_2) به دست می آید.

(۴) از سلول مقابل می توان برای استخراج فلز پتاسیم نیز استفاده کرد.

۱۰۲- در استخراج منیزیم از آب دریا کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

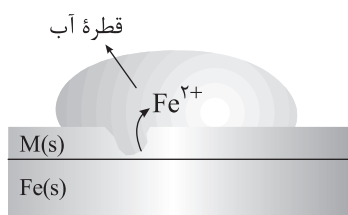
(۱) در آند سلول الکترولیتی گاز کلر تولید می شود که از آن برای تهیه HCl مورد نیاز استفاده می شود.

(۲) عمل استخراج فلز در یک سلول الکترولیتی و از برقکافت $MgCl_2$ مذاب صورت می گیرد.

(۳) در مرحله نخست کاتیون های $Mg^{2+}(aq)$ را به کمک یک محلول باز قوی رسوب می دهند.

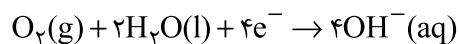
(۴) $Mg(OH)_2$ به صورت مذاب، مخلوط الکترولیت سلول برقکافت را تشکیل می دهد.

محل انجام محاسبات



۱۰۳- با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟

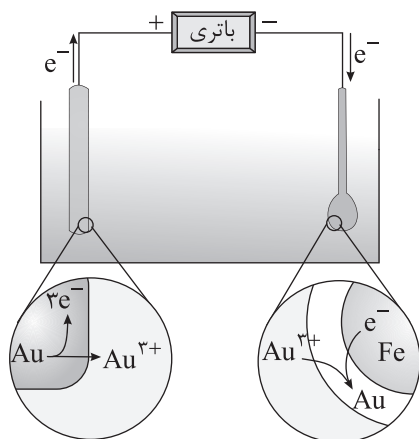
- (۱) فلز M کاهنده ضعیف‌تری نسبت به آهن می‌باشد.
- (۲) شکل مربوط به ورق حلبی است و فلز M، قلع می‌باشد.
- (۳) نیم‌واکنش کاهش در این سلول به صورت زیر است:



(۴) فلز M دارای E° کوچک‌تری نسبت به آهن است.

۱۰۴- در آبکاری یک قاشق آهنی با فلز طلا مطابق شکل زیر، با فرض اکسایش طلا در آند، کدام گزینه نادرست است؟

($\text{Fe} = 56$, $\text{Au} = 197$; g.mol^{-1})



- (۱) تیغه فلز طلا را به قطب مثبت باتری (آند) متصل می‌کنیم.
- (۲) محلول الکترولیت باید حاوی نمکی از فلز طلا باشد.
- (۳) به ازای مبادله ۰/۰۶ مول الکترون ۲/۸۲ گرم بر جرم قاشق افزوده می‌شود.
- (۴) نیم‌واکنش‌های انجام شده در آند و کاتد مربوط به فلز طلا می‌باشد.

۱۰۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر در مورد فرایند استخراج آلومینیم به روش هال درست هستند؟

- (آ) یکی از معایب این فرایند، انتشار گازهای گلخانه‌ای است.
 - (ب) آلومینیم مذاب، به دلیل چگالی بیشتر از مخلوط الکترولیت، در قسمت زیرین ظرف جمع می‌شود.
 - (پ) آلومینیم در سطح الکترود منفی (آند) سلول تولید می‌شود.
 - (ت) معادله کلی واکنش انجام شده به صورت مقابل است: $2\text{Al}_2\text{O}_3(\text{l}) \rightarrow 4\text{Al}(\text{l}) + 3\text{O}_2(\text{g})$
- (۱) آ و ت (۲) پ و ت (۳) آ و ب (۴) ب و پ

محل انجام محاسبات



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۸
دی ماه ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	مهدی حسینی - سینا پرهیزکار
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - نیما مهندس	ابوالفضل فروغی - پارسا رضایی
۴	فیزیک	علی نعیمی	مهدی داداشی - مرتضی میرخانی - علی نعیمی	محمد رضا خادمی - رضا یارمحمدی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی - کامران کیومرثی	پرهام امیری - حسن تاشلی پور

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{واحد ۲}} y = f(x+2)$$

$$\xrightarrow[\text{محور عرض ها قرینه}]{\text{نسبت به}} y = f(2-x)$$

اگر حاصل را نسبت به خط $y=1$ قطع کنیم، آنگاه

$$y = 2 - f(2-x)$$

شکل حاصل را با $y = f(x)$ قطع می دهیم:

$$f(x) = 2 - f(2-x) \xrightarrow{x=1} f(1) = 2 - f(1) \Rightarrow f(1) = 1$$

$$\Rightarrow A(1, 1) \in f$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۵)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

در ابتدا با توجه به نمودار داده شده ضابطه را می یابیم و برابر $6 - f(3-x)$ قرار می دهیم:

$$y = -(x+1)^3 + 2 \Rightarrow 6 - f(3-x) = -(x+1)^3 + 2$$

$$\Rightarrow f(3-x) = (x+1)^3 + 4$$

$$f(3-x) = (x+1)^3 + 4$$

به جای x قرار می دهیم $3-x$ پس:

$$f(3-(3-x)) = (3-x+1)^3 + 4 \Rightarrow f(x) = (4-x)^3 + 4$$

$$\Rightarrow f(x) = 64 - 48x + 12x^2 - x^3 + 4$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^3 + 12x^2 - 48x + 68 \Rightarrow \frac{b}{a} = -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۴، ۱۱ و ۲۲)

۳. گزینه ۳ صحیح است.

اولاً با توجه به آنکه f نزولی اکید است، پس:

$$3x-3 \geq -2x+7 \Rightarrow 5x \geq 10 \Rightarrow x \geq 2$$

$$3x-3 \in D_f \Rightarrow -1 \leq 3x-3 \leq 3$$

$$-2x+7 \in D_f \Rightarrow -1 \leq -2x+7 \leq 3$$

ثانیاً

پس در کل داریم:

$$-1 \leq 3x-3 \leq 3 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq x \leq 2$$

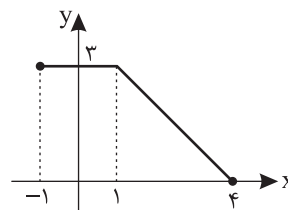
$$-1 \leq -2x+7 \leq 3 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

پس فقط $x=2$ قابل قبول است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۸)

۴. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به نمودار $y = f(2-x)$ نمودار $y = f(x)$ شکل زیر است:



اگر نمودار f را لافل ۴ واحد به چپ انتقال دهیم، آنگاه از ناحیه اول عبور نخواهد کرد.

$$-a \geq 4 \Rightarrow a \leq -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۵)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)q(x) + 4 - 2x$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x-2)q(x) + 4 - 2x$$

$$x=2 \Rightarrow 16 - 8a + 4b - 2 + 4 = 0 \Rightarrow -8a + 4b + 18 = 0$$

$$\Rightarrow 2b - 4a = -9$$

$$x=1 \Rightarrow 1 - a + b - 1 + 4 = 2 \Rightarrow b - a = -2$$

$$\begin{cases} 2b - 4a = -9 \\ b - a = -2 \end{cases} \Rightarrow -2a = -5 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$ab = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(1) = 2a \Rightarrow 3 - a + 2 + 1 - 4 = 2a \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

پس قرار است باقیمانده $f(1-x)$ را بر $x-2$ می خواهد پس:

$$f(1-x) = (x-2)q(x) + r \Rightarrow r = f(-1)$$

$$r = f(-1) = -3 + 1 + 2 - 1 - 4 = -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۷. گزینه ۱ صحیح است.

تابع $y = \sin ax$ یا $y = \cos ax$ در بازه هایی با طول حداکثر $\frac{T}{2}$

یکنوای اکید هستند. پس $T = 12$ یعنی $T_1 = \frac{2\pi}{a} = \frac{2a}{3} = 12$

$a = 18$ از طرفی:

$$T_2 = \frac{\pi}{a} = \frac{4}{a} = \frac{2}{9}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$f = -3 - 2a \times 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} x$$

$$f(x) = -3 - 2a(1 - \cos \frac{\pi}{2} x) \Rightarrow f(x) = -3 - 2a + 2a \cos \frac{\pi}{2} x$$

$$a > 0: \begin{cases} \max = -3 - 2a + |2a| = -3 \\ \min = -3 - 2a - |2a| = -3 - 4a \end{cases}$$

$$a < 0: \begin{cases} \max = -3 - 2a + |2a| = -3 - 4a \\ \min = -3 - 2a - |2a| = -3 \end{cases}$$

یعنی دو خط $y = -3$ و $y = -3 - 4a$ همواره بر نمودار $y = f(x)$ مماس هستند و فاصله آنها $|4a|$ است. پس:

$$|4a| = 6 \Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = a - 2 \sin(bx - \frac{3\pi}{4}) = a - 2 \cos bx$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\max = a + 2 = 4 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a + b = 6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۲۴ تا ۲۹)



به طور مشابه:

$$\lim_{x \rightarrow -\pi^+} f(x) = \frac{9 - k(-2)}{0^-} = -\infty \Rightarrow 9 + 2k > 0 \Rightarrow k > -4/5$$

$$-4/5 < k < -3$$

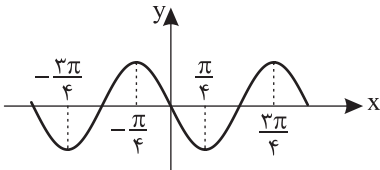
پس:

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

اولاً با توجه به $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ داریم:

$$f(x) = -(2\cos^2(x - \frac{\pi}{4}) - 1) = -\cos(2x - \frac{\pi}{2}) = -\sin 2x$$



برای آنکه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(a+x)+b} = +\infty$ باید تابع در $x = 0$ دارای min نسبی باشد.

پس کافی است نمودار f را $\frac{\pi}{4}$ به سمت چپ و ۱ واحد به سمت بالا

انتقال دهیم یعنی $a = \frac{\pi}{4}$ و $b = 1$ البته بی‌شمار جواب خواهیم

داشت. پس: قابل قبول $ab = \frac{\pi}{4}$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۵)

۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

روش اول: در ابتدا تابع $f \circ f$ را به دست می‌آوریم:

$$f \circ f(x) = \frac{a(ax+4)+4}{\frac{ax+4}{x+2}+2} = \frac{(a^2+4)x+\dots}{(a+2)x+\dots}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f \circ f(x) = \frac{a^2+4}{a+2} = 2 \Rightarrow a^2+4 = 2a+4 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ f(x) = f(a) \Rightarrow \frac{a^2+4}{a+2} = 2 \Rightarrow a = 0, 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به آنکه $\lim_{x \rightarrow \infty} x = x$ پس در ابتدا لازم است:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 2x - x + a} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} |x-1| - (x-a) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) - (x-a) = 0$$

پس $a = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 - 2x} - (x-1)) = b$$

در مزدوج عبارت ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x((x^2 - 2x) - (x-1)^2)}{\sqrt{x^2 - 2x} + x - 1} = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(-1)}{x+1} = b$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{2x} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow ab = -\frac{1}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(0) = a \Rightarrow A|_a^0$$

تابع $y = \tan \frac{\pi x}{3}$ به شرطی تعریف نشده است که:

$$\frac{\pi x}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$k = 0 \Rightarrow \frac{\pi x}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

اولین نقطه تعریف نشده‌گی:

$$k = 1 \Rightarrow \frac{\pi x}{3} = \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi x}{3} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

پس (۰, $B(4/5)$ به این ترتیب:

$$m_{AB} = -\frac{a}{\frac{9}{2}} = -\frac{2a}{9} \Rightarrow -\frac{2a}{9} = -\frac{4}{9} \Rightarrow a = 2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x - \sin x \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} \cos x + \cos \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{3} + x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin(\frac{\pi}{3} + x) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

ریشه‌های مثبت به ترتیب:

$$\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{15\pi}{6} - \frac{11\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

↑ ↑
دومین سومین

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

برای حل معادله داریم:

$$\frac{\sin x}{\cos x} + 1 - 2\sin^2 x = 1 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 2\sin^2 x, \cos x \neq 0$$

$$2\sin^2 x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 2x = 1 \end{cases}$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi \Rightarrow 0 < x < 2\pi$$

$$\sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

$$\min = \frac{\pi}{4}, \max = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \text{اختلاف} = \pi$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

وقتی $x \rightarrow -\pi^-$ یعنی انتهای کمان x :

در ناحیه دوم است و داریم $\sin x \rightarrow 0^+$ پس خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow -\pi^-} f(x) = \frac{9 - k(-2)}{0^+} = -\infty \Rightarrow 9 + 2k < 0 \Rightarrow k < -3$$



۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

چون $A(-15, -8)$ نقطه تلاقی مجانب‌های تابع است، بدین معناست که $\lim_{x \rightarrow -15} y = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} y = -8$. پس ابتدا $x \rightarrow \infty$ و در این حالت داریم:

$$2 + \frac{-8}{-8+b} = 4 \Rightarrow \frac{-8}{b-8} = 2 \Rightarrow -8 = 2b - 16 \Rightarrow b = 4$$

حال اگر $y \rightarrow \infty$ در این حالت داریم:

$$\frac{-3}{-15+a} + 1 = 4 \Rightarrow \frac{-3}{-15+a} = 3 \Rightarrow -3 = -45 + 3a \Rightarrow a = 14$$

$$\Rightarrow a - b = 10$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا خطوط مجانب تابع f را به دست می‌آوریم:

$$x = -2, x = \frac{1}{3}$$

$$y = 1 \text{ مجانب افقی}$$

برای یافتن خطوط مجانب $y = 3 + 2f(1-3x)$ داریم:

$$\begin{cases} 1-3x = -2 \Rightarrow x = 1 \\ 1-3x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$y = 3 + 2(1) = 5 \Rightarrow y = 5 \text{ مجانب افقی}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

هندسه

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

با فرض $A = kI$ ($k \neq 0$):

$$A^4 - 3A^2 = 2A^3 \Rightarrow (kI)^4 - 3(kI)^2 = 2(kI)^3$$

$$k^4 I - 3k^2 I - 2k^3 I = \bar{O} \Rightarrow (k^4 - 3k^2 - 2k^3)I = \bar{O}$$

$$k^4 - 2k^3 - 3k^2 = 0$$

$$\Rightarrow k^2(k^2 - 2k - 3) = 0 \Rightarrow k = 0, k = -1, k = 3$$

در حالتی که $k = 3$ است، ماتریس $A = 3I$ و مجموع درایه‌های آن برابر ۹ می‌باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۲)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} = -8I$$

از طرف دیگر می‌دانیم اگر k عدد حقیقی غیرصفر باشد، آنگاه

$$(kA)^{-1} = \frac{1}{k} A^{-1}$$

$$\left(\frac{A}{8}\right)^{-1} = 8(A^2)^{-1} = 8(-8I)^{-1} = 8\left(-\frac{1}{8}I^{-1}\right) = -I = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا رابطه مربوط به ماتریس A را نوشته و از طرفین آن دترمینان می‌گیریم.

$$|2A| = \begin{vmatrix} |A| & 1 \\ -1 & 4|A| \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = 4|A|^2 + 1$$

$$\Rightarrow 4|A|^2 - 4|A| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2|A| - 1)^2 = 0 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

با جای‌گذاری $|A|$ ، ماتریس $2A$ و سپس $4A$ را به دست می‌آوریم.

$$2A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$4A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 4 \\ 1 & k+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k+1 & 6 \\ -1 & k+6 \end{bmatrix}$$

یک ماتریس مربعی در صورتی وارون‌پذیر نیست که دترمینان آن برابر صفر باشد، پس داریم:

$$|4A + B| = 0 \Rightarrow (k+1)(k+6) + 6 = 0 \Rightarrow k^2 + 7k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (k+3)(k+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -4 \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۳۰)

۲۲. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم اگر ماتریس‌های A و B مربعی از مرتبه n و k یک عدد حقیقی باشد، آنگاه $|kAB| = k^n |A| |B|$ و همچنین $|A^k| = |A|^k$. پس داریم:

$$|-(AB)^2| = (-1)^2 |AB|^2 = -|A|^2 |B|^2$$

اکنون دترمینان ماتریس‌های A و B را به دست می‌آوریم.

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{برحسب سطر اول}} |A| = (-2)(-1)^2 \begin{vmatrix} -4 & 7 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = (-2)(12) = -24$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -7 & -\frac{1}{3} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{برحسب سطر اول}} |B| = \frac{1}{2}(-1)^4 \begin{vmatrix} -7 & -\frac{1}{3} \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(-\frac{7}{3}) = -\frac{7}{6}$$

بنابراین:

$$|-(AB)^2| = -|A|^2 |B|^2 = -(-24)^2 \left(-\frac{7}{6}\right)^2 = -\frac{24 \times 24}{6 \times 6} = -16$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$2|A|A + A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین}} 2|A|A + A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow (2|A| + 1)A = 5I$$

$$(2|A| + 1)^2 |A| = 5^2 \times 2 \Rightarrow |A| = 2$$



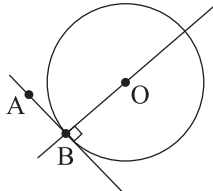
$$\begin{cases} R = 3 > \frac{a}{4} \Rightarrow a < 6 \\ R < OA \Rightarrow 3 < \sqrt{1 + \frac{a^2}{4}} \Rightarrow 8 < \frac{a^2}{4} \Rightarrow 32 < a^2 \Rightarrow 4\sqrt{2} < a \end{cases}$$

$$\cap \rightarrow 4\sqrt{2} < a < 6 \rightarrow \sqrt{2} \approx 1.4 \rightarrow 5.6 < a < 6$$

پس برای a مقدار صحیح وجود ندارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.



$x^2 + y^2 + nx + 3y + m = 0 \Rightarrow O \left(-\frac{n}{2}, -\frac{3}{2} \right)$
خط d گذرنده از نقاط A و B بر OB عمود است پس حاصل ضرب شیب آنها برابر -1 است.

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1+4}{-2-0} = \frac{3}{-2} \Rightarrow m_{OB} = \frac{2}{3}$$

$$B \in d' \Rightarrow d': y+4 = \frac{2}{3}(x-0) \Rightarrow d: 3y+12 = 2x$$

$$O \left(-\frac{n}{2}, -\frac{3}{2} \right) \in d' \Rightarrow 2(-\frac{n}{2}) + 12 = 2(-\frac{n}{2}) \Rightarrow -\frac{n}{2} + 12 = -n$$

$$\Rightarrow n = -\frac{15}{2}$$

$$C(x, y): x^2 + y^2 - \frac{15}{2}x + 3y + m = 0$$

برای محاسبه مقدار m مختصات B را در دایره صدق می‌دهیم.

$$B \left(-\frac{1}{2}, -4 \right) \in \text{دایره} \Rightarrow 0 + 16 - 0 - 12 + m = 0 \Rightarrow m = -4$$

$$C(x, y): x^2 + y^2 - \frac{15}{2}x + 3y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{\left(-\frac{15}{2}\right)^2 + 3^2 - 4(-4)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{225}{4} + 25} = \frac{\sqrt{325}}{4}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۱)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

اولاً شرط آنکه معادله C معادله یک دایره باشد آن است که:

$$a^2 + b^2 - 4c > 0 \Rightarrow 16 + 16 - 4n > 0 \Rightarrow n < 8 \quad (1)$$

$$C \text{ درون دایره } A: C(3, 2) < 0 \Rightarrow 9 + 4 - 12 - 8 + n < 0$$

$$\Rightarrow n < 7 \quad (2)$$

$$C' \text{ خارج دایره } A: C'(3, 2) > 0 \Rightarrow 9 + 4 - 6 + 2n + 1 > 0$$

$$\Rightarrow n > -4 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3): -4 < n < 7 \rightarrow \frac{n \in \mathbb{Z}}{n \neq 0} \rightarrow \text{مقدار صحیح } 9$$

دقت کنید! شعاع دایره C' برابر با $\frac{1}{2}\sqrt{4+n^2-4}$ است که $n = 0$

قابل قبول نیست.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

از طرفی:

$$|k^2 A| = 32 \Rightarrow (k^2)^2 |A| = 32 \Rightarrow k^4 \times 2 = 32 \Rightarrow k^4 = 16 \Rightarrow k = \pm 2$$

بنابراین مجموع مقادیر k برابر صفر است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

اگر A ماتریس مربعی باشد:

$$A^T = kA \Rightarrow A^n = k^{n-1}A$$

$$(A^{-1}BA)^T = \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a^2 & 2a^2 \\ 2a^2 & 2a^2 \end{bmatrix} = 2a \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1}BA)^1 = (2a)^1 \begin{bmatrix} a & a \\ a & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1}BA)^1 = (2a)^1 \times 4a \stackrel{\text{فرض}}{=} 2048$$

$$2(2a)^1 = 2048 \Rightarrow (2a)^1 = 1024 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow A^{-1}BA = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow |A^{-1}BA + 2I| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 8$$

از طرفی:

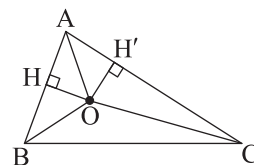
$$|A^{-1}BA + 2I| = |A^{-1}BA + 2A^{-1}A| = |A^{-1}(B + 2I)A|$$

$$= |A^{-1}| |B + 2I| |A| = 8 \Rightarrow |B + 2I| = 8$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید O نقطه‌ای از این مکان هندسی باشد.



از نقطه O ، عمودهای OH و OH' را بر اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{\frac{1}{2}OH \times AB}{\frac{1}{2}OH' \times AC} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{AB}{AC} = \frac{OH \times AB}{OH' \times AC}$$

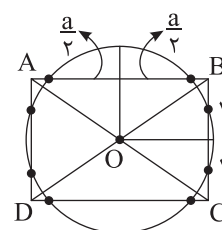
$$\Rightarrow \frac{OH}{OH'} = 1 \Rightarrow OH = OH'$$

یعنی نقطه O از دو ضلع زاویه A به یک فاصله است، پس این نقطه روی نیمساز داخلی زاویه A قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

با فرض $R = 3$ (شعاع دایره) مطابق شکل:





ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

روش اول: می دانیم $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ است.

پس اگر این عبارت زوج باشد، نتیجه می گیریم صورت کسر مضرب عدد ۱۲ است. چون $2n+1$ همواره فرد است، $n(n+1)$ باید مضرب ۴ باشد، در نتیجه $n = 4k$ یا $n = 4k-1$ است. ضمناً صورت کسر برای هر عدد طبیعی، مضرب ۳ خواهد بود. پس در کل حالات مطلوب عبارتند از:

$$n = 4k \Rightarrow 10 \leq 4k < 100 \Rightarrow 2.5 \leq k < 25$$

$$k \in \mathbb{N} \rightarrow k \in \{3, 4, \dots, 24\}$$

$$n = 4k-1 \Rightarrow 10 \leq 4k-1 < 100 \Rightarrow \frac{11}{4} \leq k < \frac{101}{4}$$

$$k \in \mathbb{N} \rightarrow k \in \{3, \dots, 25\}$$

که مجموعاً ۴۵ مقدار قابل قبول برای n به دست می آید.

روش دوم: چون زوجیت دو عبارت $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ و

$$\frac{n(n+1)}{2} + 1 + 2 + \dots + n$$

زوج باشد و از آنجا که n و $n+1$ نسبت به یکدیگر اولند، یکی از آنها باید مضرب ۴ باشد. پس $n = 4k$ یا $n = 4k-1$ با شرط $k \in \mathbb{Z}$ می توانند مطلوب باشند. ادامه راه حل مشابه روش اول است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

در هر دو حالت الگوریتم تقسیم را می نویسیم:

$$\begin{cases} a = bq + r \\ a + 25 = b(q+4) + (r-3) \end{cases} \xrightarrow{-} 25 = 4b - 3 \Rightarrow b = 7$$

حالا در هر دو حالت باقیمانده باید از مقسوم علیه کوچک تر باشد:

$$\begin{cases} 0 \leq r < 7 \\ 0 \leq r-3 < 7 \end{cases} \xrightarrow{\cap} 3 \leq r < 7 \Rightarrow$$

پس برای r مقدار مختلف وجود دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

از $5k+3 \mid 6$ می توان نتیجه گرفت:

$$6 \mid 5k+3 \Rightarrow \begin{cases} 36 \mid 30k+18 \\ 36 \mid 25k^2+30k+9 \end{cases} \xrightarrow{(-)} \rightarrow$$

$$36 \mid 25k^2 - 9 \xrightarrow{\text{صورت سؤال}} 36 \mid 7m \xrightarrow{(7, 36)=1} 36 \mid m$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۹ تا ۱۷)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

باید تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $4x + 10y = 1400$ را بیابیم به طوری که $x > y$ باشد.

$$\begin{aligned} 2x + 5y = 700 &\Rightarrow 2x + 5y \equiv 700 \pmod{5} \Rightarrow y \equiv 0 \pmod{5} \\ \Rightarrow y = 2k &\end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} 2x + 10k = 700 \Rightarrow x = 350 - 5k$$

$$\xrightarrow{x > y} 350 - 5k > 2k \xrightarrow{2k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0} 0 \leq k < 50$$

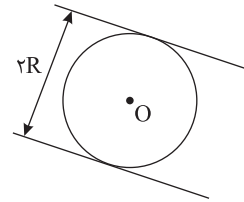
۵۰ روش

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۶ تا ۲۸)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

محل برخورد قطرهای دایره، مرکز دایره است، پس:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Rightarrow x=1, y=2 \Rightarrow O(1,2)$$



خطوطی که دایره C بر آنها مماس است، موازی هم هستند زیرا شیب های آنها با هم برابرند. پس فاصله آن دو خط برابر با طول قطر دایره می باشد.

$$3x+4y=21 \text{ و } 3x+4y=1$$

$$2R = \frac{|21-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{20}{5} = 4 \Rightarrow R=2$$

مرکز و شعاع دایره را داریم. بنابراین معادله دایره عبارت است از:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \xrightarrow{\text{محل برخورد یا محور } y} (y-2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2+\sqrt{3} \\ y_2 = 2-\sqrt{3} \end{cases}$$

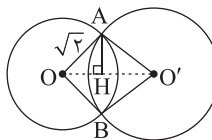
$$\Rightarrow |y_1 - y_2| = \text{طول وتر جداشده روی محور } y \text{ ها}$$

$$= |(2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3})| = 2\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.

AB و OO' برهم عمودند، پس:



$$S_{ABO} = \frac{AB \times OO'}{2}$$

$$C: O(-1, 0), R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4+0-4(-1)} = \sqrt{2}$$

$$C': O'(1, 2), R' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4+16-4(1)} = 2$$

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

از تقاطع دو دایره، وتر مشترک دو دایره یعنی خط گذرنده از A و B به دست می آید.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{(-)} \rightarrow$$

$$2x + 2y - 1 = 0$$

$$OH = \frac{|-2+0-1|}{\sqrt{4+4}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$\Delta AOH: AH^2 = 2 - \frac{9}{8} = \frac{7}{8}$$

$$AH = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \Rightarrow AB = \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

بنابراین:

$$S_{ABO} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{7}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$A \equiv (2a + b + 5) - (4 + b) \Rightarrow 2a + 1 \equiv 4 \Rightarrow a \equiv 3$$

$$a \equiv 3 \Rightarrow a = 3$$

$$A \equiv 5ba \Rightarrow \overline{5ba} \equiv \overline{500 + 10b + 7} \Rightarrow 500 + 10b + 7 \equiv 5 \Rightarrow 10b \equiv -499 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow b \equiv 1$$

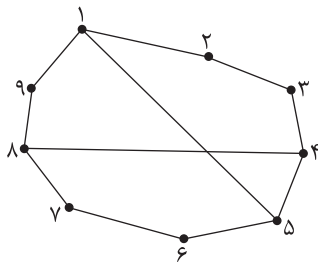
$$b = 1 \text{ یا } 9$$

پس b^a سه حالت $1^1, 5^9, 9^1$ را دارد و رقم یکان آن ۷ نمی تواند باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

گراف G به صورت زیر قابل رسم است:



اگر Δ در G برابر ۸ باشد، یعنی رأسی در گراف G وجود دارد که به سایر رئوس متصل است. بنابراین این رأس در گراف $\bar{G}$ ایزوله (تنها) است. پس هیچ رأسی در $\bar{G}$ نداریم که از آن به همه یالی وجود داشته باشد. ماکزیمم تعداد یال ممکن برای گراف ناهمبند مرتبه P ، برابر $\binom{P-1}{2}$ است. پس با ۲۸ یال می توانیم گرافی ناهمبند از مرتبه ۹ داشته باشیم ولی با افزودن یال بعدی، گراف همبند خواهد شد. نادرستی گزینه ۱ را هم می توانید براساس تمرین ۱۳ صفحه ۴۲ کتاب درسی نتیجه بگیرید.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۷، ۳۹ و ۴۲)

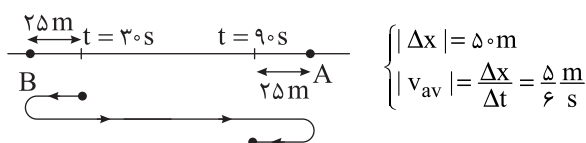
فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه تندی حرکت ثابت فرض شده است، تندی متوسط را در هر بازه زمانی که حساب کنیم، فرقی نمی کند.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{100}{4} = 25 \frac{m}{s}$$

با توجه به اینکه تندی ثابت است، در هر ۱۰ ثانیه ۲۵ متر طی می شود، پس در مدت $t = 30s$ تا $t = 90s$ حرکت متحرک به ترتیب زیر است:



و نسبت بزرگی سرعت متوسط در مدت $t = 30s$ تا $t = 90s$ به

$$\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$$

تندی متوسط برابر است با:

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵، ۶ و ۱۳)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

باید $\Delta(G) = \delta(G) = 0$ باشد. پس گراف G تهی است و برای رسیدن به P_4 باید سه یال به آن اضافه کنیم.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

این گراف از k_8 یک یال کمتر دارد. پس هر دو رأس دلخواه آن را که انتخاب کنیم، با هم مجاورند به جز همان زوج رأسی که یال بین آنها جدا شده است. در نتیجه تعداد جفت رئوس مجاور در این گراف برابر $\binom{8}{2} - 1 = 27$ است.

به ۶ رأس از این گراف، ۷ یال و به ۲ رأس از آن ۶ یال متصل است. هر زوج یال متصل به یک رأس با هم مجاورند. بنابراین تعداد یال های مجاور در گراف G به صورت زیر به دست می آید:

$$6 \times \binom{7}{2} + 2 \times \binom{6}{2} = 126 + 30 = 156$$

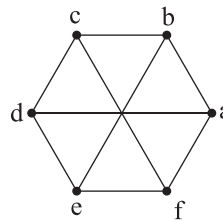
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

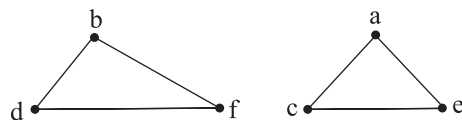
چون گراف G، ۳- منتظم است، می توان نوشت:

$$q = p + 3 \xrightarrow{q = \frac{2p}{3}} \frac{p}{3} = 3 \Rightarrow p = 6$$

پس شکل گراف G به صورت زیر خواهد بود.



حالا مکمل این گراف را رسم می کنیم:



برای داشتن یک زیرگراف از مرتبه ۲ و اندازه ۱ کافی است از هر بخش از این گراف ناهمبند دو رأس دلخواه و یال بین آنها را انتخاب کنیم:

$$2 \times \binom{3}{2} = 6$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

تفسیر سؤال این است که باید دو عدد داده شده نسبت به هم اول باشند. $(2n+1)(3n-1) = 6n^2 + n - 1$ بنابراین:

$$(2n+1, 3n-1) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 2n+1 \\ d \mid 3n-1 \end{cases} \Rightarrow d \mid 5 \xrightarrow{\text{حالت نامطلوب}} d = 5$$

$$3n-1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow n \equiv 2 \pmod{5} \xrightarrow{\text{فرم اعداد نامطلوب}} 10 \leq 5q+2 \leq 99$$

$$q \in \mathbb{Z} \Rightarrow q \in \{2, \dots, 19\} \Rightarrow \text{تعداد} = 18$$

$$\text{حالت مطلوب} = 90 - 18 = 72$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

$$\begin{cases} S_1 = v_d \\ S_2 = d \end{cases} \Rightarrow S_1 + S_2 = v_d$$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{S_1 + S_2} = \frac{(t_2 - t_1)^2}{t_2^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{t_2 - t_1}{t_2}$$

$$\Rightarrow t_2 = 2t_1$$

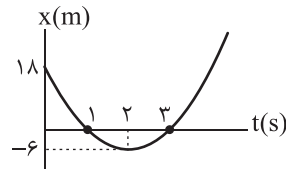
$$\begin{cases} v_{av}(0 \rightarrow t_1) = \frac{v_d}{t_1} \\ v_{av}(t_1 \rightarrow t_2) = \frac{d}{t_2 - t_1} = \frac{d}{t_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{av}(0 \rightarrow t_1)}{v_{av}(t_1 \rightarrow t_2)} = 3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$v = at + v_0, x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = 6t^2 - 24t + 18$$

نمودار مکان - زمان حرکت یک سهمی است. توصیف حرکت با توجه به نمودار مکان - زمان به صورت زیر است:



به $x=0$ نزدیک می شود و حرکت کندشونده است. $0 < t < 1$

از $x=0$ دور می شود و حرکت کندشونده است. $1 < t < 2$

به $x=0$ نزدیک می شود و حرکت تندشونده است. $2 < t < 3$

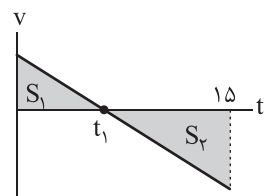
از $x=0$ دور می شود و حرکت تندشونده است. $3 < t$

توجه کنید که در مدت $t=2$ تا $t=3$ تندی کم می شود و از $t=2$ به بعد تندی زیاد می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

نمودار مکان - زمان به شکل سهمی است. پس شتاب حرکت ثابت است. در حرکت با شتاب ثابت اگر v_0 و a هم علامت باشند، حرکت همواره تندشونده است و اگر v_0 و a مختلف علامت باشند، حرکت از $t=0$ تا لحظه تغییر جهت حرکت، کندشونده و از آن به بعد تندشونده خواهد بود. در اینجا سرعت اولیه مثبت است (نمودار در ابتدا صعودی است) و پس از مدتی سرعت صفر می شود (رأس سهمی) و از آن به بعد سرعت منفی است. (نمودار نزولی می شود). پس معلوم می شود که شتاب منفی است. کردن لحظه تغییر جهت حرکت، از نمودار سرعت - زمان استفاده می کنیم. از $t=0$ تا $t=t_1$ حرکت کندشونده و بعد از آن تندشونده است.



$$S_1 = 162 - 90 = 72m, S_2 = |0 - 162| = 162m$$

$$\Rightarrow \frac{162}{72} = \left(\frac{15 - t_1}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{15 - t_1}{t_1} = \sqrt{\frac{81}{36}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

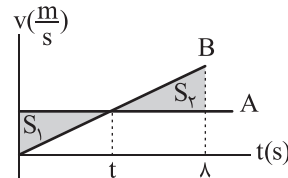
$$\Rightarrow t_1 = 6s \Rightarrow$$

تا قبل از $t=6s$ حرکت کندشونده و بعد از آن تندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

متحرک A با سرعت ثابت و متحرک B با شتاب ثابت مثبت حرکت می کنند. با رسم نمودار $v-t$ دو متحرک، مطابق شکل زیر، جابه جایی دو متحرک را مقایسه می کنیم.



$$t=4s \rightarrow x_A = x_B = x$$

$$\begin{cases} \Delta x_A = x - 0 = x \\ \Delta x_B = x - x_0 \end{cases}$$

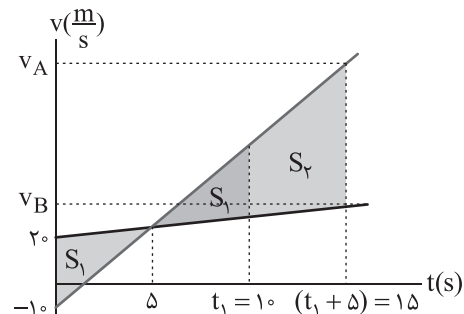
جابه جایی B بیشتر از A است. باید از لحظه $t=0$ تا $t=4s$ ، مساحت زیر نمودار $v-t$ متحرک B، بیشتر از A باشد. پس مساحت مثلث S_2 باید بیشتر از S_1 باشد.

در نتیجه لحظه t از نصف بازه زمانی 0 تا $4s$ کمتر است، پس $t < 4$.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۵)

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اینکه از یک محل شروع به حرکت می کنند، زمان به هم رسیدن دو متحرک، زمانی است که مساحت زیر نمودار $v-t$ آنها برابر شود. در نتیجه می بایست مساحت دو مثلث مشخص شده در شکل برابر شود و این دو مثلث هم نهشت باشند، پس در $t_1 = 10s$ به هم می رسند و ۵ ثانیه بعد از آن می شود $t_2 = 15s$



فاصله دو متحرک از یکدیگر مطابق شکل برابر S_2 است:

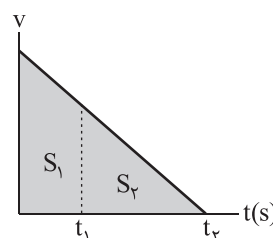
$$\Rightarrow \frac{S_1 + S_2}{S_1} = \left(\frac{10}{5}\right)^2 \Rightarrow S_1 + S_2 = 4S_1$$

$$S_2 = 3S_1 = 3 \times \frac{3 \times 5}{2} = 22.5m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم مساحت زیر نمودار $v-t$ در هر بازه زمانی، جابه جایی متحرک را نشان می دهد.





۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v - 23 = 10 \times 2/5 \Rightarrow v = 48 \frac{m}{s}$$

تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین $48 \frac{m}{s}$ است.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 48^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{48 \times 48}{20} = 115.2m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

۴۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0, v_0 = 0, y_0 = 0, a = g \approx 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta y(t \rightarrow t) = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta y(\frac{t}{4} \rightarrow \frac{t}{2}) = \frac{a}{2}((\frac{t}{2})^2 - (\frac{t}{4})^2) = \frac{a}{2} \times \frac{3t^2}{16} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2}t^2 = \frac{16 \times 12}{3} = 64m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۸)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر، مسافت مساوی را در مدت مساوی طی می کنند پس سرعت متوسط آنها قرینه یکدیگر است. توجه کنید که وقتی هر دو با شتاب ثابت و به صورت تندشونده حرکت می کنند، جهت حرکت آنها ثابت است.

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ در حرکت با شتاب ثابت}$$

$$v_{avA} = \frac{20 + v_A}{2}, v_{avB} = \frac{-30 + v_B}{2}$$

$$(v_{1A} = +20, v_{1B} = -30, v_A = -\frac{5}{6}v_B)$$

$$v_{avA} = -v_{avB} \Rightarrow \frac{20 + v_A}{2} = \frac{30 + \frac{5}{6}v_A}{2}$$

$$\Rightarrow 20 + v_A = 30 + \frac{5}{6}v_A \Rightarrow \frac{1}{6}v_A = 10 \Rightarrow v_A = 60 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_B = -\frac{5}{6} \times 60 = -50$$

$$a_A = \frac{60 - 20}{\Delta t} = \frac{40}{\Delta t}, a_B = \frac{-50 - (-30)}{\Delta t} = -\frac{20}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow |\frac{a_A}{a_B}| = 2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

متحرک A با شتاب ثابت حرکت می کند و در مدت $t = 7s$ تا $t = 7s$ جابه جایی آن $+98$ متر است و در $t = 7s$ سرعت آن صفر است.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 98 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 7 \Rightarrow v_0 = 28 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 28}{7} = -4 \frac{m}{s^2}$$

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -2t^2 + 28t - 48$$

دو متحرک در یک زمان به $x = 0$ می رسند.

$$x_A = 0 \Rightarrow -2t^2 + 28t - 48 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 14t + 24 = 0 \Rightarrow (t-7)^2 - 25 = 0 \Rightarrow t-7 = \pm 5$$

مطابق شکل زمان مورد نظر بعد از $t = 7s$ است. $t_1 = 2s$ $t_2 = 12s$ ✓

$$x_B = 0 \Rightarrow v_B \times 12 - 48 = 0 \Rightarrow v_B = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = 4t - 48$$

$$t = 15 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2 \times 15^2 + 28 \times 15 - 48 = -30 - 48 = -78m \\ x_B = 4 \times 15 - 48 = 12m \end{cases}$$

$$d = |x_B - x_A| = |12 - (-78)| = 90m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ و ۱۵ تا ۱۷)

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

جهت مثبت محور مکان را رو به پایین فرض می کنیم. $(a = +g)$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t = 10 \times 2 = 20 \frac{m}{s}$$

در ۲ ثانیه آخر سرعت $20 \frac{m}{s}$ زیاد می شود.

پس اگر تندی هنگام رسیدن به زمین v باشد، ۲ ثانیه قبل از آن $(v-20)$ بوده است و برای این دو ثانیه، سرعت متوسط به صورت زیر حساب می شود:

$$v_{av} = \frac{v + (v-20)}{2} = 40 \frac{m}{s}$$

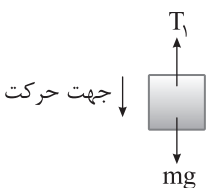
$$\Rightarrow 80 = 2v - 20 \Rightarrow 2v = 100 \Rightarrow v = 50 \frac{m}{s}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^2 - 0 = 2gh \\ v^2 - 0 = 2g \frac{h}{2} \end{cases} \Rightarrow (\frac{v}{2})^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow v' = \frac{v}{2} = \frac{50}{2} = 25 \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۲)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.



$$1) F_{net} = mg - T_1 = ma \Rightarrow 50 - T_1 = 5 \times (-1) \Rightarrow T_1 = 55N$$

$$T_2 = 2T_1 = 110N$$

$$2) F_{net} = T_2 - mg = ma \Rightarrow 110 - 50 = 5a \Rightarrow a = 12 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۳ تا ۳۷)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا معادله تکانه - زمان را با توجه به نمودار سهمی می نویسیم.

$$p = A(t-3)^2 + 20 \xrightarrow{t=0} -10 = 9A + 20$$

$$\Rightarrow A = -\frac{10}{9} \Rightarrow p = -\frac{10}{9}(t-3)^2 + 20$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(9) - p(3)}{9-3} = \frac{-120}{6} = -20N$$

$$\Rightarrow |F_{av}| = 20N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۷ و ۴۸)

$$F_1 - F_f - f_k = ma \Rightarrow 100 - 40 - f_k = 10 \times 3 \Rightarrow f_k = 30 \text{ N}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{6 + 0}{2} \times 2 = 6 \text{ m}$$

حالت دوم:

در حالت دوم بزرگی و جهت f_k فرقی نمی کند زیرا در هر دو حالت $F_N = mg$ و جهت حرکت به طرف راست است پس جهت f_k به طرف چپ است.

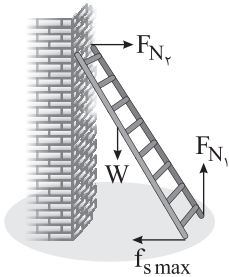
$$100 - 120 - 30 = 10a \Rightarrow a = -\frac{5}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 36 = -2 \times 5 \Delta x \Rightarrow \Delta x = 3.6 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 6 + 3.6 = 9.6 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۳ تا ۴۵)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.



$$F_{Nl} = W$$

نیروی که از طرف زمین به نردبان وارد می شود، برابری نیروهای F_{Nl} و $f_{s \max}$ است.

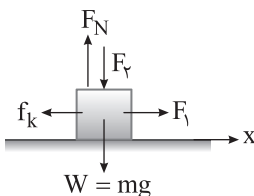
$$R = \frac{\sqrt{10}}{3} W = \sqrt{F_{Nl}^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{W^2 + f_{s \max}^2}$$

$$\Rightarrow f_{s \max} = \frac{1}{3} W = \mu_s F_{Nl} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

$$F_{Nr} = f_{s \max} = \frac{1}{3} W$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۵)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.



$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{100}{4} = 25 \text{ N}$$

$$F_1 - f_k = ma = F_{\text{net}} \Rightarrow 30 - f_k = 25 \Rightarrow f_k = 5 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k (F_N) = \mu_k (F_1 + mg) \Rightarrow 5 = \mu_k (5 + 20) = 25\mu_k$$

$$\Rightarrow \mu_k = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷، ۳۸ و ۴۵ تا ۴۷)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$F_{\text{net}} = -f_k = -\mu_k (mg) = ma_1 \Rightarrow a_1 = -\mu_k g$$

$$F_{\text{net}} = -f_k = -\mu_k (mg + mg) = ma_2$$

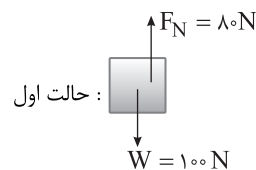
$$\Rightarrow a_2 = -2\mu_k g = 2a_1$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = \frac{-10^2}{2a_1} \\ d' = \frac{-20^2}{2(2a_1)} \end{cases} \Rightarrow \frac{d'}{d} = 2$$

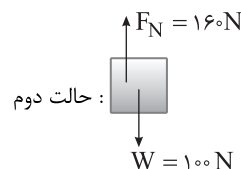
(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۷)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.



$$W - F_N = ma \Rightarrow 100 - 80 = 10a_1$$

$$\Rightarrow a_1 = 2 \frac{m}{s^2} \text{ جهت شتاب رو به پایین است.}$$



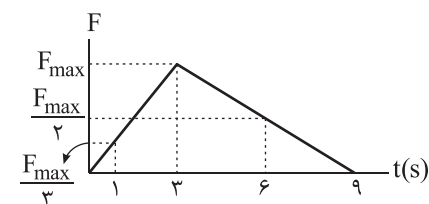
$$F_N - W = ma \Rightarrow 160 - 100 = 10a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = 6 \frac{m}{s^2} \text{ جهت شتاب رو به بالا است.}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۳ تا ۳۷)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم که مساحت زیر نمودار نیرو - زمان در یک بازه زمانی معین، برابر با تغییرات تکانه جسم در آن بازه زمانی است:



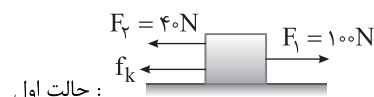
$$\Delta p = \left(\frac{F_{\max}}{3} + F_{\max}\right) \times \frac{3}{2} + \left(\frac{F_{\max}}{3} + F_{\max}\right) \times \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{4}{3} F_{\max} + \frac{9}{3} F_{\max} = \frac{13}{3} F_{\max}$$

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\frac{13}{3} F_{\max}}{3} = \frac{13}{9} F_{\max} = 8/6 \Rightarrow F_{\max} = 12 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۸)

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.



حالت اول:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 6 = 2a \Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$



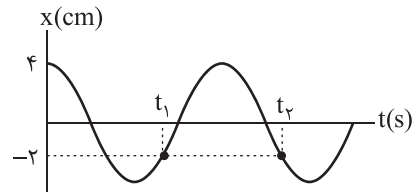
۶۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$t_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2}{3}T$$

$$t_1 = \frac{2T}{3} = \frac{1}{12} \Rightarrow T = \frac{1}{6}s$$

$$t_2 = \frac{1}{6} = \frac{2T}{3} = T + \frac{T}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{-A}{2}$$

پس مسیر حرکت نوسانگر روی نمودار مکان - زمان مطابق شکل است:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{(2+4+4+2)cm}{\frac{1}{6} - \frac{1}{12}} = 144 \frac{cm}{s} = 1.44 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$\ell = 20 + 30 + 10 = 60cm = 0.6m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{0.6}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0.2s$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t = 0.4s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{rad}{s}$$

$$|a_{max}| = A\omega^2 \Rightarrow |a_{max}| = 0.3 \times 25\pi^2$$

$$\pi^2 \simeq 10 \Rightarrow |a_{max}| = 75 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۲ تا ۶۸)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow t = \Delta s \Rightarrow -18\sqrt{3} = 36 \cos(\Delta \omega)$$

$$\Rightarrow \cos \Delta \omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta \omega = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{6} \frac{rad}{s}$$

$$E = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}m A^2 \omega^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 0.5 \times (36 \times 10^{-2})^2 \times \frac{\pi^2}{36}$$

$$\pi^2 \simeq 10 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 36 \times 10^{-3} = 9 \times 10^{-3} J$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۳، ۶۶ و ۶۷)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

طبق رابطه $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ برای بسامد نوسانگر، با افزایش جرم، بسامد آن ۲۰ درصد کاهش خواهد یافت.

$$\left\{ \begin{aligned} f_2 &= 0.8f_1 \\ f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 36}} = \frac{4}{5} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_1 + 36} = \frac{16}{25} \Rightarrow m_1 = 64g$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{64 \times 10^{-3}}} = \frac{5}{\pi} \Rightarrow k = 64 \frac{N}{m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۵)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

دوره حرکت دایره ای برای تمام نقاط پره برابر است.

$$T = \frac{60}{30} = 2s$$

$$a_C = R \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0.6 \times \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 = 0.6 \times \pi^2 \simeq 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$|\vec{v}| = \sqrt{(\Delta\sqrt{2})^2 + (-\Delta\sqrt{2})^2} = 10 \frac{m}{s}$$

$$v = R\omega \Rightarrow 10 = \Delta\omega \Rightarrow \omega = 2 \frac{rad}{s} \quad (\omega = \frac{2\pi}{T})$$

$$a = R\omega^2 = \Delta \times 2^2 = 20 \frac{m}{s^2}$$

اندازه سرعت و شتاب ثابت است. (حرکت دایره ای یکنواخت)

شتاب همواره به طرف مرکز است و بردار سرعت بر مسیر مماس است.

$$\vec{a}_A = -20\vec{j}, \vec{a}_B = -20\vec{i}, \vec{a}_D = 20\vec{i}, \vec{a}_C = 20\vec{j}$$

$$\vec{v}_A = 10\vec{i}, \vec{v}_B = -10\vec{j}, \vec{v}_C = -10\vec{i}, \vec{v}_D = 10\vec{j}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

مدار همگام با زمین، مداری که دوره تناوب چرخش ماهواره در آن با دوره گردش زمین به دور خودش، یعنی ۲۴ ساعت برابر است. می دانیم که مجذور دوره چرخش ماهواره با مکعب شعاع چرخش رابطه مستقیم دارد.

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \xrightarrow{r_2 = \frac{r_1}{2}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow T_2 = 6\sqrt{2} \text{ ساعت}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۶)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

نوسانگر در هر دوره ۲ مرتبه از نقطه تعادل می گذرد. پس در حالت اول هر ۱۵ ثانیه ۲۰ دوره است.

در حالت دوم هر ۱۲ ثانیه ۸ دوره است.

$$\left\{ \begin{aligned} T_1 &= \frac{15}{20} = \frac{3}{4} s \\ T_2 &= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} s \end{aligned} \right. \Rightarrow T_2 = 2T_1 \xrightarrow{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, K_2 = K_1} m_2 = 4m_1$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۲ تا ۶۸)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{3T}{8} = 1.5 \Rightarrow T = 4s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \frac{rad}{s} \Rightarrow x = A \cos \omega t = 0.4 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

$$a = -\omega^2 x = -\frac{\pi^2}{4} \times \frac{4}{100} \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right) = -\frac{1}{10} \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

$$t = \frac{4}{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{10} \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{4}{3}\right) = -\frac{1}{10} \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = +\frac{1}{20} \frac{m}{s^2}$$

$$t = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{10} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$t = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{10} \cos(\pi) = \frac{1}{10} \frac{m}{s^2}$$

$$t = \frac{2}{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{10} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{20} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۲ تا ۶۸)



تندی انتشار موج عرضی در طناب همگن برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{L_2 = \frac{1}{4}L_1} v_2 = \frac{1}{2}v_1$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۳)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 2/1 = \frac{\ell}{1} \Rightarrow \ell = 21m = 210cm$$

نوسانگر در هر دوره مسافتی برابر ۴A و در هر نصف دوره ۲A را طی می کند.

$$\frac{210}{2 \times 5} = 21 \Rightarrow \Delta t = \frac{21T}{2} \Rightarrow 10 = \frac{21}{2}T$$

$$\Rightarrow T = \frac{21}{10} = 2.1s$$

$$\lambda = Tv \Rightarrow \lambda = 1.05 \times 4 = 4.2m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۱)

۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$\omega = 2\pi f = 10\pi \frac{rad}{s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5}s = 0.2s$$

$$\Delta t = 1/5s = 7T + \frac{T}{4}$$

با گذشت مدت $7T + \frac{T}{4}$ هر نقطه از طناب به قرینه وضعیت فعلی

می رسد. نقطه P الان در $y = 0$ است و می خواهد بالا برود. پس سرعت آن $A\omega$ است و در $t = 1/5s$ سرعت آن $-A\omega$ می شود.

$$v_P = -A\omega = -8 \times 10\pi = -80\pi \frac{mm}{s} = -\frac{2\pi}{25} \frac{m}{s}$$

$$a_P = 0$$

نقطه Q الان در $y = -A$ است. پس در آن زمان در $y = +A$ خواهد بود و شتاب آن $-a_{max}$ می شود.

$$a_Q = -a_{max} = -A\omega^2 = -\frac{8}{1000} \times 100\pi^2 = -\frac{4\pi^2}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$v_Q = 0$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{40}{6000 \times \frac{1}{3} \times 10^{-4}}} = \sqrt{\frac{400}{16}} = 5 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = 20cm = 0.2m \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5}{0.2} = 25Hz$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25}s = 40ms$$

نقطه P در این لحظه در $y = 0$ است و می خواهد پایین برود. در $\frac{T}{4}$

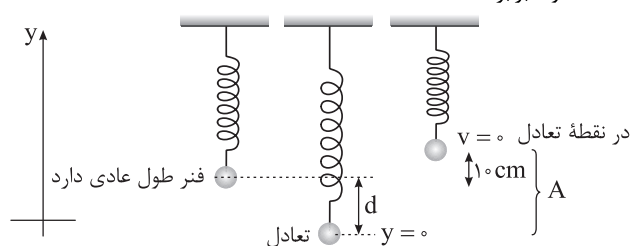
بعد برای نخستین مرتبه و $\frac{5T}{4}$ برای دومین مرتبه به $-A$ می رسد.

$$\Delta t = \frac{5}{4} \times 40 = 50ms$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۲ تا ۷۳)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

مرکز نوسان، نقطه تعادل وزنه است. در نقطه تعادل، نیروی فنر با وزن گلوله برابر است.



$$F_e = mg \Rightarrow kd = mg$$

$$d = \frac{mg}{k} = \frac{0.5 \times 10}{50} = 0.1m$$

$$A = 0.1 + 0.1 = 0.2m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{50}{0.5}} = \sqrt{100} = 10 \frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.2 \times 10 = 2 \frac{m}{s}$$

در پایین ترین نقطه مسیر، فنر به اندازه $(d + A)$ کشیده شده است.

$$F_e = k(d + A) = kd + kA = mg + kA$$

$$\Rightarrow F_e = 50(0.1 + 0.2) = 0.3 \times 50 = 15N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۳ تا ۶۵)

۷۰. گزینه ۱ صحیح است.

وقتی موج از یک محیط به محیط دیگر می رود بسامد آن تغییر نمی کند.

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f_1=f_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{اب}}{\lambda_{هوا}} = \frac{1400}{350} = 4 \Rightarrow \lambda - \frac{\lambda}{4} = 60 \Rightarrow \lambda = 80cm$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1400}{0.8} = 1750Hz$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۹ تا ۷۳)

۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$A = 20mm, \omega = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi \frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega = 20 \times 10^{-3} \times 4\pi = \frac{8\pi}{100} \frac{m}{s}$$

$$\frac{3}{4}\lambda = 150 \Rightarrow \lambda = 200cm = 2m$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda \cdot f = 2 \times 2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\text{تندی انتشار موج}}{\text{بیشینه تندی نوسان ذرات}} = \frac{4}{8\pi \times 10^{-2}} = \frac{50}{\pi}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۲ تا ۷۳)

۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی جرم و جنس تار همان است و قطر تار ۲ برابر شده، یعنی A

چهار برابر و طول تار $\frac{1}{4}$ برابر شده است.



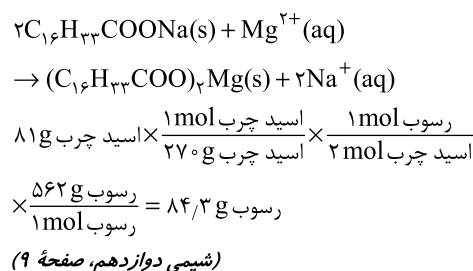
شیمی

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

از بین ترکیب‌های ذکر شده در صورت سؤال، مولکول‌های گلیسرین، اوره، اتیلن گلیکول و عسل قطبی بوده و مولکول‌های روغن زیتون، گریس، بنزین و وازلین که ناقطبی هستند در هگزان یا تینر حل می‌شوند. قابل توجه است که در مولکول روغن زیتون بخش ناقطبی بر بخش قطبی آن غلبه داشته و به همین دلیل مولکول آن در هگزان حل می‌شود.
(شیمی دوازدهم، صفحه ۴)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

فرمول اسید چرب با زنجیر ۱۶ کربنه سیرشده به صورت $C_{16}H_{33}COOH$ می‌باشد و داریم:
 $C_{16}H_{33}COOH + NaOH \rightarrow C_{16}H_{33}COONa + H_2O$
 $181g C_{16}H_{33}COOH \times \frac{1 \text{ mol اسید چرب}}{270g \text{ اسید چرب}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol اسید چرب}} \times \frac{40g NaOH}{1 \text{ mol NaOH}} = 12g NaOH$
بر اثر واکنش صابون تشکیل شده در آب سخت حاوی یون‌های Mg^{2+} داریم:



۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست: (الف)

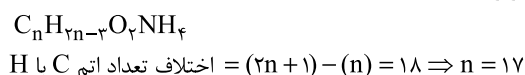
$$\frac{\text{تعداد عناصر}}{\text{تعداد اتم‌ها}} = \frac{4}{8} \Rightarrow \text{تعداد عناصر} = \frac{4}{8} \times \text{تعداد اتم‌ها} = \frac{3}{1} \times \text{تعداد اتم‌ها}$$

(ب) فرمول مولکولی کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت زیر است:

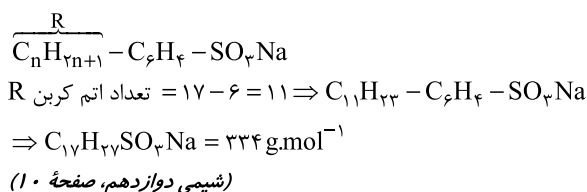
$RC_6H_4SO_3Na$
نکته: فرمول شیمیایی پاک‌کننده مایع دارای نیتروژن با زنجیر کربنی سیرشده دارای یک پیوند دوگانه به صورت $C_{18}H_{37}COONH_4$ و اسید چرب با زنجیر کربنی سیرنشده و دارای یک پیوند دوگانه به صورت $(C_{19}H_{39}O_2)C_nH_{2n-2}O_2$ است.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

پاک‌کننده صابونی مایع نیتروژن‌دار دارای کاتیون آمونیوم NH_4^+ می‌باشد و با توجه به زنجیر کربنی سیرنشده آن فرمول مولکولی آن به صورت زیر است:



فرمول کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی جامد به صورت زیر است:



۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

پاک‌کننده‌های خورنده بر اثر واکنش با آلاینده‌ها می‌توانند ترکیب محلول در آب تولید کنند و گاهی اوقات گاز هیدروژن آزاد می‌کنند.
(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۲)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست: (ب) پاک‌کننده‌های خورنده با تشکیل گاز در آب، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارند. (ت) برای افزایش قدرت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آنها ترکیبات کلردار می‌افزایند.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۸۲. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه در اسید HA ، $\alpha = 0/2$ می‌باشد، داریم:
 $K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{1/5 \times (0/2)^2}{0/8} = 0/075 \frac{mol}{L}$
بررسی سایر گزینه‌ها:
(۱) HX اسید قوی بوده و به طور کامل یونیده شده است پس غلظت یون هیدرونیوم در آن محلول بیشتر بوده و pH آن کوچک‌تر است.
(۳) در محلول HX به دلیل یونش کامل تعداد کل ذرات ۲ برابر تعداد مولکول‌های اولیه است. در حالی که در اسید HA با توجه به ضعیف بودن آن تعداد ذرات به اندازه $M \times V \times \alpha$ از ذرات اولیه بیشتر می‌شود.
(۴) در بین هالوژن‌ها HF تنها اسید ضعیف می‌باشد که جرم مولی آن از سایر هالیدهای هیدروژن کمتر است.
(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۸)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

کربن مونوکسید جزء معدود اکسیدهای نافلز است که با آب واکنش نداده و اسید تولید نمی‌کند بلکه در آب به صورت مولکولی حل می‌شود و محلول آن غیر الکترولیت است.
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

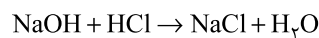
۸۴. گزینه ۴ صحیح است.

در دمای $90^\circ C$ داریم:
 $K_w = 36 \times 10^{-14} \frac{mol}{L^2}$
از آنجا که به‌ازای یونیده شدن هر مولکول آب، یک یون H^+ و یک یون OH^- تولید می‌شود، داریم:
 $[H^+] = [OH^-] = \sqrt{36 \times 10^{-14}} = 6 \times 10^{-7} \frac{mol}{L}$
 $pH = -\log[H^+] = -\log(6 \times 10^{-7}) = 7 - 0/78 = 6/22$
(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۶)



$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-2}} = 10^{-12} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(10^{-12}) = 12$$



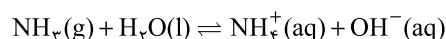
در مرحله دوم داریم:

$$\begin{aligned} 500 \text{ mL NaOH} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaOH}} \\ \times \frac{1 \text{ L HCl}}{0.4 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 125 \text{ mL HCl} \end{aligned}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۳۰)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

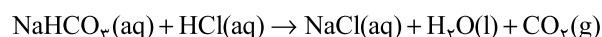
آمونیاک ($\text{NH}_3(\text{g})$) باز ضعیفی بوده و بر اثر انحلال هر مول از آن در آب به میزان بسیار کمتر از یک مول OH^- تشکیل می شود:



(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۹ تا ۳۲)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

طبق معادله واکنش ابتدا تعداد مول اسیدی که وارد واکنش شده است را محاسبه می کنیم.



$$\begin{aligned} 0.56 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \\ \times \frac{1 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol HCl}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol H}^+ \end{aligned}$$

مولاریته محلول اسید اولیه برابر است با:

$$[H^+] = \frac{n}{V} = \frac{5 \times 10^{-3}}{250 \times 10^{-3}} = 0.02 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

بنابراین pH محلول برابر است با:

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(2 \times 10^{-2}) = 1.7$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۳۲)

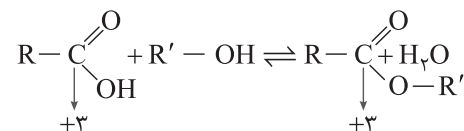
۹۰. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت های نادرست:

(۱) پس از واکنش میان اتم های روی و اکسیژن تعداد لایه های اصلی روی کاهش یافته ولی تعداد لایه های اصلی اکسیژن ثابت می ماند.

(۲) در تمامی واکنش های اکسایش - کاهش تغییر عدد اکسایش به چشم می خورد.

(۳) در واکنش استری شدن که یک الکل و یک اسید با یکدیگر واکنش می دهند عدد اکسایش اتم کربن گروه کربوکسیل تغییر نمی کند.



(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۰)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مقدار یون هیدروکسید موجود در هر محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{NaOH} : [H^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-11.5} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-11.5}}$$

$$= 10^{-2.5} = 3 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$n = M.V = 3 \times 10^{-3} \times 70 \times 10^{-3} = 21 \times 10^{-5} \text{ mol OH}^-$$

$$\text{KOH} : [H^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-11.3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-11.3}} = 10^{-2.7} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$n = M.V = 2 \times 10^{-3} \times 80 \times 10^{-3} = 16 \times 10^{-5} \text{ mol OH}^-$$

$$\text{OH}^- \text{ مقدار کل} = (21 \times 10^{-5}) + (16 \times 10^{-5}) = 37 \times 10^{-5} \text{ mol OH}^-$$

$$M = \frac{n}{V} = \frac{37 \times 10^{-5}}{185 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-12} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(5 \times 10^{-12}) = 11.3$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۸)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا تعداد مول OH^- کاهش یافته را محاسبه می کنیم.

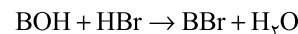
$$[H^+]_1 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-12.7} = 2 \times 10^{-13} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow [OH^-]_1 = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[H^+]_2 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-12} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow [OH^-]_2 = 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\left. \begin{aligned} n \text{ OH}^-_1 &= M_1.V = 5 \times 10^{-2} \times 0.5 = 2.5 \times 10^{-2} \text{ mol} \\ n \text{ OH}^-_2 &= M_2.V = 10^{-2} \times 0.5 = 0.5 \times 10^{-2} \text{ mol} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta n = 2 \times 10^{-2} \text{ mol}$$



چون اسید و باز هر دو تک ظرفیتی هستند تعداد مول OH^- مصرفی با تعداد مول اسید مورد نیاز برابر است.

$$2 \times 10^{-2} \text{ mol OH}^- \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{1 \text{ mol OH}^-} \times \frac{81 \text{ g HBr}}{1 \text{ mol HBr}} = 1.62 \text{ g HBr}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۹)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا با استفاده از رابطه $M = \frac{10 \text{ ad}}{\text{جرم مولی}}$ غلظت مولی محلول اولیه را

محاسبه می کنیم:

$$M = \frac{10 \times 2 \times 0.2}{40} = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol NaOH}} \Rightarrow [OH^-] = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



۲) با توجه به قدرت کاهندگی بیشتر E نسبت به D این واکنش انجام‌پذیر است و در آن E در نقش کاهنده، الکترون از دست داده و اکسید می‌شود.

۴) اکسندترین کاتیون یون A^{2+} می‌باشد. گونه E کاهنده‌ترین عنصر است و کاتیون آن (E^+) ضعیف‌ترین اکسند می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۷)

۹۶. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۲) در سلول $Mg - Cu$ فلز مس نقش کاتد را دارد و جایگزینی با تیغه Pt تأثیری در کاتد و آند سلول نداشته و Pt در سلول جدید نیز کاند بوده و جهت جریان الکترون‌ها در مدار بیرونی تغییری نمی‌کند.

۳) با توجه به E° های داده شده می‌توان ۶ سلول گالوانی متفاوت ساخت: ۱) $Mg - Cu$, ۲) $Mg - Sn$, ۳) $Mg - Pt$, ۴) $Sn - Cu$, ۵) $Sn - Pt$, ۶) $Cu - Pt$

۴) در سلول گالوانی ($Cu - Pt$) الکتروود مس نقش آند داشته و آنیون‌های محلول با عبور از دیواره متخلخل به سمت تیغه آند (Cu) حرکت می‌کنند در حالی که Pt نقش کاتد داشته و کاتیون‌ها با عبور از تیغه به سمت آن حرکت می‌کنند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۸)

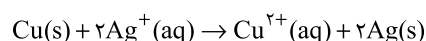
۹۷. گزینه ۲ صحیح است.

در سلول مورد نظر تیغه مس (Cu) نقش آند را داشته و طبق اطلاعات صورت سؤال به صورت کامل مصرف می‌شود. ابتدا تعداد مول دو تیغه را محاسبه می‌کنیم.

$$54gAg \times \frac{1molAg}{108gAg} = 0.5molAg$$

$$96gCu \times \frac{1molCu}{64gCu} = 1.5molCu$$

بازای مصرف یک مول Cu ، ۲ مول نقره طبق معادله زیر تولید می‌شود.



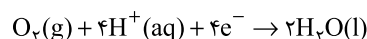
$$1.5molCu \times \frac{2molAg}{1molCu} = 3molAg$$

در مجموع در پایان کار $3/5$ مول نقره در تیغه کاتدی خواهیم داشت و تیغه آندی به طور کامل مصرف می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۳)

۹۸. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش‌های انجام شده در سلول سوختی که نوعی سلول گالوانی است به صورت زیر می‌باشد:
نیم‌واکنش کاهش در کاتد:



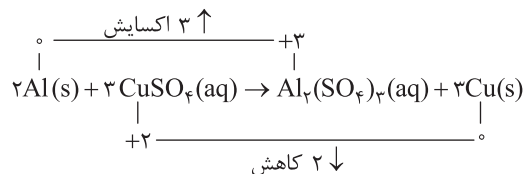
نیم‌واکنش اکسایش در آند:



(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۱)

۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

واکنش انجام‌شده در ظرف به صورت زیر است:



در بررسی عبارت‌ها داریم:

آ) رنگ آبی محلول به علت حضور یون‌های (Cu^{2+}) می‌باشد که گونه اکسند هستند.

ب) به‌ازای مصرف دو مول فلز Al ($2 \times 27 = 54g$) از جرم مواد جامد کاسته شده و به جای آن سه مول فلز مس ($3 \times 64 = 192g$) بر جرم مواد جامد داخل ظرف افزوده می‌شود.

پ) به‌ازای مصرف دو مول Al ، تعداد الکترون‌های مبادله شده در این واکنش ۶ مول می‌باشد.

ت) فلز نقره کاهنده ضعیف‌تری از فلز مس بوده و واکنشی میان آنها انجام نمی‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۱)

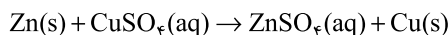
۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

قدرت کاهندگی فلز روی (Zn) بیشتر از فلز آهن (Fe) بوده و میان تیغه و محلول ذکر شده واکنشی رخ نمی‌دهد. بنابراین جرم تیغه آهنی تغییری نمی‌کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۲)

۹۳. گزینه ۱ صحیح است.

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در این واکنش به‌ازای مصرف هر مول فلزی روی، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود و اختلاف جرم مواد جامد داخل ظرف در صورت کامل بودن واکنش معادل $1g = 64 - 65$ می‌باشد.

$$0.8mole^- \times \frac{1g \text{ جرم}}{2mole^-} = 0.4g \text{ اختلاف جرم}$$

$$75\% = \frac{0.3}{0.4} \times 100 = \frac{\text{اختلاف جرم موجود}}{\text{اختلاف جرم مورد انتظار}} \times 100 = \text{بازده درصدی}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۲)

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

در این سلول گالوانی، تیغه Fe به دلیل E° کوچک‌تر و تمایل بیشتر برای از دست دادن e^- در نقش آند و تیغه Ni نقش کاتد را دارد که در سطح تیغه آن در محلول، الکترون‌ها از رسانای الکترونی (تیغه) به رسانای یونی (کاتیون‌های Ni^{2+}) منتقل می‌شوند.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۴)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

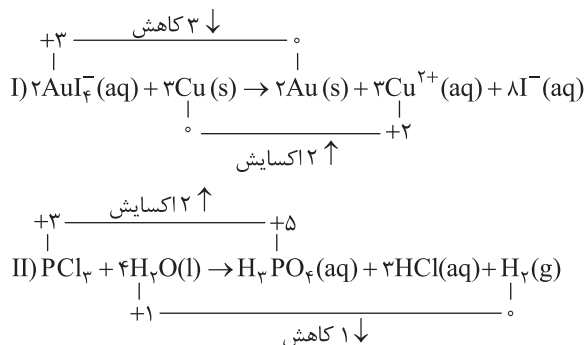
بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) قدرت کاهندگی A از C کمتر است، بنابراین واکنش مذکور انجام‌ناپذیر است.



۹۹. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا واکنش‌ها را موازنه کرده و سپس به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:



بررسی موارد نادرست:

(آ) در واکنش (I) عدد اکسایش طلا از +۳ به صفر رسیده است بنابراین

یون AuCl_4^- کاهش یافته و گونه اکسند است.

(ت) در واکنش (II) فسفر گونه کاهنده است و تغییر عدد اکسایش آن

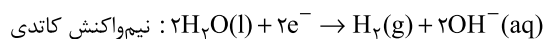
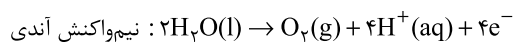
۲ واحد می‌باشد در حالی که گونه کاهنده واکنش (I) مس است که

ضریب استوکیومتری برابر ۳ دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۳)

۱۰۰. گزینه ۱ صحیح است.

در برقکافت آب داریم:



$$336 \text{ ml O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{22400 \text{ ml O}_2} \times \frac{4 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ e}^-}{1 \text{ mole}^-} = 36.12 \times 10^{21} \text{ e}^-$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۴)

۱۰۱. گزینه ۲ صحیح است.

برای استخراج فلزات فعال مانند سدیم بایستی از الکترولیز (برقکافت)

نمک‌های مذاب آنها استفاده کرد زیرا که این فلزات کاهنده قوی‌تری

نسبت به آب هستند و اگر در حالت محلول آنها را برقکافت کنیم، در

کاند آب در نیم‌واکنش کاهش شرکت کرده و گاز H_2 به دست می‌آید.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۵)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.

مخلوط الکترولیت سلول برقکافت را، (MgCl_2) مذاب تشکیل می‌دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۶)

۱۰۳. گزینه ۴ صحیح است.

شکل مربوط به ورقه حلبی بوده و فلز M قلع است که کاهنده

ضعیف‌تری نسبت به آهن بوده و E° بزرگ‌تری نسبت به آهن دارد. در

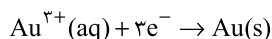
سلول گالوانی تشکیل شده، آهن در نقش آند خورده شده و قلع در

نقش کاتد در برابر خوردگی محافظت می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۵۹)

۱۰۴. گزینه ۳ صحیح است.

واکنش انجام شده در سلول به صورت زیر است:



در این واکنش اتم آهن درگیر واکنش اکسایش - کاهش نبوده و به‌ازای

هر ۳ mol الکترون یک مول فلز طلا بر روی قاشق رسوب می‌کند.

$$0.06 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Au}}{3 \text{ mole}^-} \times \frac{197 \text{ g Au}}{1 \text{ mol Au}} = 3.94 \text{ g Au}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۰)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست، در فرایندهای در کاتد فلز Al و در آند گاز CO_2 که گاز

گلخانه‌ای است تولید می‌شود.

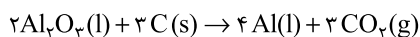
(ب) درست، در این سلول فلز Al مذاب تولید شده به دلیل چگالی بیشتر

نسبت به مخلوط الکترولیت در قسمت زیرین سلول جمع‌آوری می‌شود.

(پ) نادرست، سلول آن از نوع الکترولیتی بوده و کاتد قطب منفی و آند

قطب مثبت سلول را در آن تشکیل می‌دهد.

(ت) نادرست، واکنش انجام شده در سلول به صورت زیر است:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

