

آزمون آزمایشی ۱۹ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴

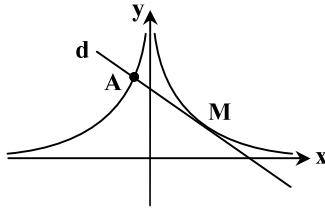


وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

حسابان ۲: فصل‌های ۴ و ۵ (صفحه ۷۱ تا ۱۴۴)

۱- در شکل زیر خط d در نقطه $M(1, 2)$ بر نمودار تابع f مماس است و نمودار f را در نقطه $A(a, 4a+10)$ قطع می‌کند. اگر $f'(1)$ برابر با ۴- باشد، مقدار a کدام است؟



$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

۲- تابع غیر ثابت $f(x) = \begin{cases} ax+b & x < 1 \\ \frac{c}{x} & x \geq 1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{ax+1}{x^2+1}$ در بازه $[0, 1]$ برابر ۲ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در نقطه $x = -1$ چقدر است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۴- تابع $y = |x-2|\sqrt[3]{x}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۵- تابع $f(x) = x\sqrt{\frac{2x+2}{x-2}}$ را در نظر بگیرید. اگر مشتق تابع $y = f(kx)$ در $x = 0$ با $f'(3)$ برابر باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

۶- اگر تابع f در $x = 4$ پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-3}{x^2-4x} = \frac{3}{2}$ ، حاصل مشتق تابع $y = \frac{f(x^2)}{x}$ در $x = 2$ کدام است؟

$$\frac{25}{4} \quad (4)$$

$$\frac{27}{4} \quad (3)$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{45}{4} \quad (1)$$

۷- اگر $f(1) = g(1) = 1$ و $f'(1) = 2$ و $g'(1) = -3$ ، حاصل مشتق تابع $\frac{f \circ g}{f+g}$ وقتی $x = 1$ چقدر است؟

$$-3/75 \quad (4)$$

$$-3/25 \quad (3)$$

$$-5/75 \quad (2)$$

$$-5/25 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات:



۸- تابع f در نقطه‌ای با طول ۲، مشتق اول و دوم دارد. فرض کنید $f'(1) = 2$ و $f''(1) = 3$ ، اگر $g(x) = xf(x^2)$ ، مقدار $g''(-1)$ چند است؟

- (۱) صفر (۲) -۱۸ (۳) -۶ (۴) -۲۴

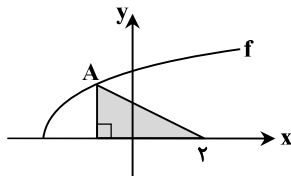
۹- خط $y = 3$ نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + k$ را در سه نقطه قطع می‌کند. تعداد جواب‌های صحیح ممکن برای k کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۵ (۳) ۳۱ (۴) ۳۳

۱۰- فرض کنید بازه $(2, a)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که تابع $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 2}$ در آن بازه اکیداً نزولی است، مقدار $f(a)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۱۳ (۴) ۹

۱۱- مطابق شکل زیر، نقطه A روی نمودار $f(x) = \sqrt{4+x}$ در ناحیه دوم قرار دارد. حداکثر مساحت مثلث سایه‌زده شده چقدر است؟



- (۱) $3\sqrt{2}$

- (۲) $2\sqrt{3}$

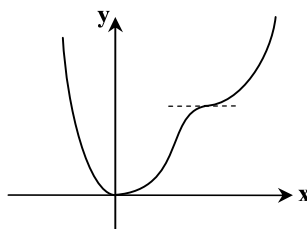
- (۳) $2\sqrt{2}$

- (۴) $3\sqrt{3}$

۱۲- نقطه $A(1, 3)$ ، نقطه عطف تابع $y = -x(x^2 + ax + b)$ است. حاصل ضرب طول نقاط اکسترم نسبی این تابع چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۳- نمودار تابع $f(x) = x^2(x^2 - 16x + a)$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟



- (۱) ۷۲

- (۲) ۳۶

- (۳) ۴۸

- (۴) ۲۴

۱۴- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 6x| & 3 < x \leq 4 \\ 3x + 1 & -1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ چقدر از مینیمم مطلق آن بیشتر است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۹

محل انجام محاسبات:

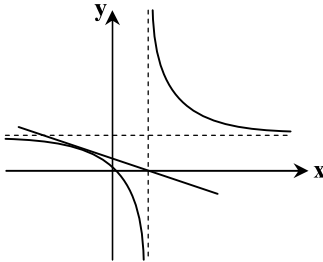
۱۵- خط گذرنده از نقاط $A(-4a, 0)$ و $B(0, 3a)$ در نقطه‌ای به طول ۱- بر نمودار $f(x) = \frac{x^2 + bx + 1}{x - 3}$ مماس است. مقدار ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{6}$

۱۶- نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^2(x-3) + a$ بر نقطه ماکزیمم نسبی تابع $g(x) = -f'(x-b)$ منطبق است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۷

۱۷- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ و خط مماس بر آن رسم شده است. طول نقطه تماس کدام است؟



- (۱) $-1/5$

- (۲) -2

- (۳) -3

- (۴) $-2/5$

۱۸- با فرض $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x + [-2x]}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} x f(1 + \frac{2}{x})$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) 2π

هندسه ۳: فصل ۲ از ابتدای درس ۳ تا انتهای فصل ۳ (صفحه ۴۷ تا ۸۴) هندسه

۱۹- کدام نقطه روی خط هادی سهمی $2x^2 - 4x + 3y = 4$ قرار دارد؟

- (۱) $(4, \frac{13}{8})$ (۲) $(3, \frac{19}{8})$ (۳) $(2, \frac{11}{8})$ (۴) $(5, \frac{15}{8})$

۲۰- حجم متوازی السطوح بنا شده بر بردارهای $\vec{i}$ ، $\vec{k}$ و $2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۲۱- در یک بیضی، کوچک‌ترین وتری که از مرکز بیضی می‌گذرد ۸ واحد و فاصله کانون تا نزدیک‌ترین رأس برابر ۲ واحد است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

محل انجام محاسبات:

۲۲- $\vec{a}$ برداری با اندازه ۴ است که اندازه تصویر آن روی صفحات xOy و yOz به ترتیب $\sqrt{13}$ و $\sqrt{12}$ است. اندازه تصویر $\vec{a}$ بر روی صفحه xOz کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\sqrt{11}$

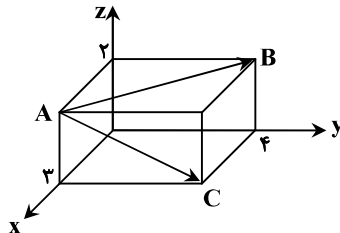
۲۳- رأس یک سهمی قائم روی محور x ها قرار دارد و کانون آن نقطه $(2, 2)$ است. این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) $5/0$ (۲) $5/1$ (۳) $25/0$ (۴) 1

۲۴- یک سهمی افقی و یک سهمی قائم، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۵ قطع کرده‌اند. اگر رأس هر دو سهمی نقطه $(4, 1)$ باشد، محل تلاقی خط هادی این دو سهمی کدام نقطه است؟

- (۱) $(0, 5)$ (۲) $(1, 4)$ (۳) $(5, 0)$ (۴) $(2, 2)$

۲۵- در مکعب مستطیل شکل زیر، حاصل $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ کدام است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸

۲۶- بردار $\vec{a} = (m^2 + 1, m, m^4 + 1)$ بر یکی از محورهای مختصات عمود است. این بردار با دو محور دیگر چه زوایایی می‌سازد؟

- (۱) 30° و 30° (۲) 30° و 60° (۳) 45° و 45° (۴) 90° و صفر

۲۷- $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار یکه عمود برهم‌اند. اگر مساحت مثلث بنا شده بر روی بردارهای $\vec{a} + 2\vec{b}$ و $3\vec{a} - 2\vec{b}$ برابر S باشد، حاصل

$(3\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ کدام است؟

- (۱) S (۲) $2S$ (۳) $4S$ (۴) $8S$

۲۸- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a}$ را برابر α و زاویه بین دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{a} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$ را برابر β در نظر بگیریم، در این صورت کدام

رابطه برقرار است؟

- (۱) $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$ (۲) $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ (۳) $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 45^\circ$ (۴) $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 0^\circ$

۲۹- در بیضی با طول اقطار ۱۰ و ۸، M نقطه‌ای روی بیضی و به فاصله ۳ از مرکز بیضی است. فاصله M از قطر بزرگ بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{16}{3}$ (۴) $\frac{20}{3}$

محل انجام محاسبات:

۳۰- مربع لاتین A به صورت مقابل است. چند مربع لاتین B وجود دارد که با A متعامد است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & & & \\ 4 & & & \\ & 4 & & \\ & 3 & & \end{bmatrix}$$

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۴

(۴) ۸

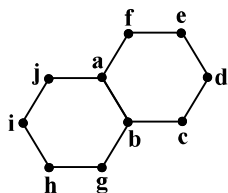
۳۱- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

(۱) ۲

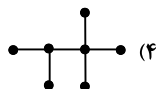
(۲) ۳

(۳) ۴

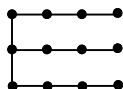
(۴) ۶



۳۲- در کدام یک از گراف‌های زیر، γ - مجموعه احاطه‌گر یکتا نیست؟

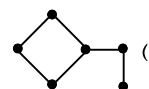


(۴)



(۳)

(۲)



(۱)

۳۳- درون یک مربع به ضلع ۸، حداقل چند نقطه می‌توان انتخاب کرد تا مطمئن شویم لااقل فاصله دو نقطه از این نقاط، کوچک‌تر یا مساوی با

 $4\sqrt{2}$ است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۵

(۱) ۴

۳۴- تعداد جملات بسط $(a+b+c)^{12}$ که در آن‌ها توان a مساوی ۵ باشد، کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

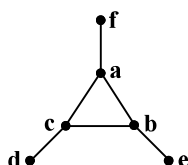
۳۵- گراف شکل مقابل چند γ - مجموعه دارد؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۲۷



محل انجام محاسبات:

۳۶- به چند طریق می توان ۵ جایزه مختلف را بین ۷ نفر توزیع کرد به طوری که به نفر اول دقیقاً یک جایزه برسد و به بقیه حداکثر یک جایزه برسد؟

(۱) ۱۲۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۱۸۲۰

۳۷- از بین ۴ دانش آموز ریاضی و ۷ دانش آموز تجربی، به چند طریق می توان یک گروه ۳ نفری انتخاب کرد به طوری که حداقل یک دانش آموز ریاضی و حداقل یک دانش آموز تجربی بین این ۳ نفر باشد؟

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۶ (۳) ۱۴۵ (۴) ۱۶۰

۳۸- چند عضو از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ مضرب ۳ یا ۵ هستند ولی مضرب ۱۵ نیستند؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۱ (۳) ۴۲ (۴) ۴۳

۳۹- چند تابع پوша از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به روی مجموعه $B = \{7, 8, 9, 10\}$ می توان نوشت که شامل زوج مرتب $(1, 7)$ باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۰- به چند طریق می توان ۹ توپ یکسان را در ۴ سبد متمایز جای داد به طوری که در سبد اول و دوم حداکثر ۲ توپ قرار گیرد؟

(۱) ۵۶ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۹۱

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیر محمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داوودندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاء الله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

محصولات و خدمات سنجش و ارزشیابی گزینه دو

ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴



آزمون آزمایشی



- آزمون های تستی جهت آمادگی در کنکور
- امکان برگزاری به صورت حضوری (با هماهنگی نمایندگی) و آنلاین
- ارائه آبرکارنامه هوشمند با امکان بررسی کامل عملکرد



ارزشیابی تشریحی

- ارزشیابی تشریحی از دروس دارای امتحان نهایی
- برگزاری و تصحیح به روش روبریک نویسی (ارائه بهترین و موثرترین بازخورد)
- سوالات استاندارد و هم سطح با امتحان نهایی

بانک سوال



- دسترسی به بیش از ۱۰۰ هزار سوال تستی و تشریحی
- امکان ساخت تمرین و برگزاری آزمون
- برطرف کردن نقاط ضعف با رفع اشکال هوشمند



آزمونک

- آزمون های آنلاین به صورت تک درس
- امکان مرور و جمع بندی موضوعی و مبحثی
- ارائه کارنامه و گزارش ها در کمتر از ۲۴ ساعت



نمایندگی



داوطلبان کنکور



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی ۱۹ فروردین ۱۴۰۴

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۴-۱۴۰۳



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) قبل و یا بعد از



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک

فیزیک ۳: فصل ۳ از ابتدای موج و انواع آن تا انتهای کتاب (صفحه ۶۹ تا ۱۵۶)

۴۱- چند مورد از جمله‌های زیر درست هستند؟

(الف) مدت باقی‌ماندن الکترون‌ها در ترازهای شبه پایدار حدود 10^5 برابر ترازهای برانگیخته معمولی است.

(ب) طیف حاصل از تابش یک جسم جامد، پیوسته است.

(پ) اساس کار لیزر گسیل خودبه‌خودی و اساس کار یک لامپ معمولی گسیل القایی است.

(ت) رادرفورد نسبت بار به جرم الکترون را به‌دست آورد و نشان داد که بار مثبت اتم در هسته متمرکز است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۲- در خط‌های طیفی اتم هیدروژن، اختلاف طول موج اولین خط مرئی و آخرین خط مرئی آن چند نانومتر است؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند
n'	۱	۲	۳	۴	۵

۳۲۰ (۱)

۳۰۰ (۲)

۲۷۰ (۳)

۲۴۰ (۴)

۴۳- اگر الکترون اتم هیدروژن با جذب یک فوتون از تراز n_1 به تراز n_2 برود، در کدام حالت طول موج فوتون جذب‌شده بیشتر است؟(۱) $n_1 = 3$ و $n_2 = 4$ (۲) $n_1 = 4$ و $n_2 = 5$ (۳) $n_1 = 5$ و $n_2 = 7$ (۴) $n_1 = 4$ و $n_2 = 6$ ۴۴- در یک اتم هیدروژن، الکترون با جذب یک فوتون از مدار n_1 به مدار $n_2 = 6$ می‌رود. اگر در این فرایند شعاع مدار الکترون ۴ برابر شدهباشد، طول موج فوتون جذب‌شده تقریباً چند نانومتر است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

۱۴۲۶ (۱) ۹۸۶ (۲) ۱۶۴۲ (۳) ۱۰۹۴ (۴)

۴۵- می‌خواهیم طول موج‌های طیف یون‌های زیر را مورد بررسی قرار دهیم. در چه تعداد از آن‌ها، نتایج محاسبه بر مبنای مدل بور با نتایج تجربی

می‌تواند سازگاری خوبی داشته باشد؟

(الف) ${}^7\text{Li}^{++}$ (ب) ${}^4\text{He}^{+}$ (پ) ${}^9\text{Be}^{+++}$ (ت) ${}^6\text{Li}^{+}$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۶- بسامد آستانه یک فلز f_0 است. یک پرتو با بسامد $\frac{3}{4}f_0$ بر این فلز می‌تابد. اگر بسامد پرتو مورد استفاده را ۲۰ درصد تغییر دهیم، بیشینه انرژی جنبشیالکترون‌های خروجی از فلز $1/5$ الکترون‌ولت کم می‌شود. طول موج آستانه این فلز چند نانومتر است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)

۲۴۰ (۱) ۲۸۶ (۲) ۲۲۵ (۳) ۲۷۲ (۴)

۴۷- اگر الکترون اتم هیدروژن از تراز n_1 به تراز $n_2 = 2$ گذاری انجام دهد، بسامد فوتون گسیلی $7/14 \times 10^{14}$ هرتز می‌شود. در صورتی که الکترون اتمهیدروژن از تراز n_1 به تراز $n_2 = 1$ گذاری انجام دهد، بسامد فوتون گسیلی آن چند هرتز می‌شود؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ و $E_R = 13/6 \text{ eV}$)۱) $3/264 \times 10^{15}$ (۲) $4/186 \times 10^{15}$ (۳) $2/128 \times 10^{15}$ (۴) $1/768 \times 10^{15}$ ۴۸- تابع کار یک فلز ۶ الکترون‌ولت است و یک پرتو با طول موج λ بر این فلز می‌تابد. کدام گزینه نادرست است؟ ($hc = 1242 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)(۱) اگر $\lambda = 225 \text{ nm}$ باشد، الکترونی از فلز خارج نمی‌شود.(۲) اگر $\lambda = 212 \text{ nm}$ باشد، الکترونی از فلز خارج نمی‌شود.(۳) اگر $\lambda = 180 \text{ nm}$ باشد، بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌های خارج‌شده از فلز 0.9 eV می‌شود.(۴) اگر $\lambda = 192 \text{ nm}$ باشد، بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌های خارج‌شده از فلز $1/2 \text{ eV}$ می‌شود.

محل انجام محاسبات:



۴۹- اگر اتم‌های هیدروژن در چهارمین حالت برانگیخته باشند، با در نظر گرفتن تمام گسیل‌های ممکن چند طول موج بلندتر از ۱۸۰۰ نانومتر

$$\text{ممکن است گسیل شود؟ } (R = \frac{1}{\lambda \cdot (nm)^{-1}})$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۰- کدام جمله‌ها درست هستند؟

- (الف) قدرت نفوذ (عمیق نفوذ) ذرات بتا بیشتر از ذرات آلفا است.
 (ب) در گسیل پوزیترون، تعداد نوترون‌های هسته افزایش می‌یابد.
 (پ) نسبت تعداد نوترون به پروتون در هسته سرب ($Z = 82$) بیشتر از هسته هلیوم ($Z = 2$) است.
 (۱) «الف» و «ب»
 (۲) «ب» و «پ»
 (۳) «الف» و «پ»
 (۴) «الف»، «ب» و «پ»

۵۱- نیروی هسته‌ای یک نیروی است که فقط هسته ایجاد می‌شود.

- (۱) کوتاه‌برد- بین نوکلئون‌های
 (۲) بلندبرد- بین نوکلئون‌های
 (۳) کوتاه‌برد- بین پروتون‌های
 (۴) کوتاه‌برد- بین نوترون‌های

۵۲- چند مورد از جمله‌های زیر درست هستند؟

- (الف) مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده هسته از جرم هسته، اندکی کمتر است.
 (ب) انرژی بستگی هسته‌ای با کاستی جرم هسته تناسب وارون دارد.
 (پ) عموماً وقتی یک هسته برانگیخته به حالت پایه برمی‌گردد، یک فوتون در محدوده‌های فرابنفش و مرئی گسیل می‌نماید.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۵۳- اگر یک هسته پرتوزا با عدد نوترونی ۱۴۴ و عدد جرمی ۲۳۴ دو ذره آلفا و یک الکترون گسیل نماید، کدام یک از موارد زیر در مورد هسته دختر درست خواهد بود؟

- (۱) ۱۳۹ نوترون دارد.
 (۲) ۸۶ پروتون دارد.
 (۳) ۸۸ پروتون دارد.
 (۴) ۱۴۰ نوترون دارد.

۵۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در غنی‌سازی اورانیوم، درصد ایزوتوپ سنگین‌تر اورانیوم افزایش داده می‌شود.
 (۲) در فرایند شکافت اورانیوم، یک هسته ^{235}U در اثر برخورد یک نوترون تند به دو هسته سبک‌تر تقسیم می‌شود.
 (۳) در راکتور شکافت، نقش میله‌های کنترل بالا بردن احتمال جذب نوترون توسط ^{235}U است.
 (۴) برای انجام واکنش گداخت باید دما بسیار بالا باشد.

۵۵- در مدت ۹۰ روز، تعداد $\frac{7}{8}$ هسته‌های موجود در یک نمونه پرتوزا واپاشیده می‌شوند. اگر یک نمونه از این ماده در لحظه $t = 0$ دارای N_0 هسته باشد، تعداد هسته‌هایی که در ۶۰ روز دوم (روز $t = 60$ تا روز $t = 120$) واپاشیده می‌شود، کدام خواهد بود؟

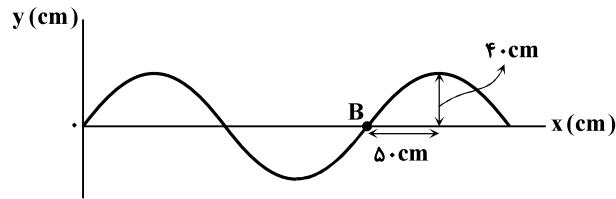
- (۱) $\frac{3N_0}{8}$ (۲) $\frac{N_0}{8}$ (۳) $\frac{3N_0}{16}$ (۴) $\frac{N_0}{16}$

۵۶- نیمی از هسته‌های پرتوزای X بعد از هر ۲ میلیون سال واپاشی شده و به هسته‌های پایدار Y تبدیل می‌شوند. اگر در یک قطعه سنگ در ابتدا تعداد هسته‌های X چهار برابر تعداد هسته‌های Y باشد، بعد از چند سال نسبت تعداد هسته‌های Y به هسته‌های X موجود در این سنگ برابر ۳۹ می‌شود؟

- (۱) ۱۲ میلیون (۲) ۱۰ میلیون (۳) ۸ میلیون (۴) ۶ میلیون

محل انجام محاسبات:

۵۷- نمودار جابه‌جایی- مکان یک موج عرضی که در راستای محور x منتشر می‌شود، مطابق شکل است. اگر سرعت ذره B در این لحظه 4π متر بر ثانیه و رو به بالا در جهت محور y باشد، جهت انتشار موج و تندی انتشار موج متر بر ثانیه است.



(۱) در جهت محور $x-10$

(۲) در جهت محور $x-2/5$

(۳) در خلاف جهت محور $x-10$

(۴) در خلاف جهت محور $x-2/5$

۵۸- امواج طولی و عرضی زمین‌لرزه‌ای با اختلاف زمانی ۱ دقیقه و ۱۰ ثانیه توسط گیرنده روی سطح زمین دریافت می‌شود. فاصله کانون زلزله از

دستگاه گیرنده چند کیلومتر است؟ ($v_p = 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ تندی موج طولی و $v_s = 4/5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ تندی موج عرضی)

(۱) ۷۲۰ (۲) ۸۷۵ (۳) ۵۶۰ (۴) ۳۱۵

۵۹- آهنگ انتقال انرژی در موج مکانیکی سینوسی با موج نسبت مستقیم و با موج نسبت وارون دارد.

(۱) مربع دامنه- مربع بسامد (۲) مربع دامنه- مربع دوره (۳) دامنه- بسامد (۴) دامنه- دوره

۶۰- میزان پیشروی موج عرضی در یک تار با چگالی $6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و سطح مقطع 0.5 cm^2 در مدت $2/5$ برابر دوره، $1/3$ متر است. اگر نیروی

کشش تار 120 نیوتون باشد، مسافتی که هر نقطه از تار در یک ثانیه طی می‌کند، چند برابر دامنه موج است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۸ (۴) ۶۰

۶۱- چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) تندی انتشار موج عرضی روی سطح آب‌های کم‌عمق، به عمق آب بستگی ندارد.

(ب) تندی انتشار موج مکانیکی در یک محیط به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد.

(پ) طول موج یعنی مسافتی که موج در یک دوره طی می‌کند، برابر با فاصله ستیغ از پاستیغ مجاور موج است.

(ت) طول موج میکروموج‌ها در خلأ بیشتر از امواج فرسرخ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- در یک موج الکترومغناطیسی که به سمت راست در حال انتشار است، جهت میدان الکتریکی موج رو به بالا و اندازه آن در حال افزایش

است. پس از گذشت ربع دوره، جهت میدان مغناطیسی به کدام سو است و اندازه آن چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) برون‌سو و در حال افزایش (۲) برون‌سو و در حال کاهش (۳) درون‌سو و در حال افزایش (۴) درون‌سو و در حال کاهش

۶۳- طول موج یک موج الکترومغناطیسی 130 نانومتر و بسامد آن 2000 تراهرتز بوده و در جهت برون‌سو در محیط منتشر می‌شود. اگر

جهت میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) به صورت $\nearrow$ باشد، جهت میدان الکتریکی آن ($\vec{E}$) به صورت است. ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

(۱) خلأ- $\searrow$ (۲) خلأ- $\nwarrow$ (۳) غیر خلأ- $\searrow$ (۴) غیر خلأ- $\nwarrow$

۶۴- تندی انتشار صوت در فلز A ، 12 برابر تندی انتشار صوت در هواست. به یک سر میله‌ای از جنس فلز A به طول 72 متر ضربه‌ای زده می‌شود.

شنونده‌ای در سر دیگر میله دو صدا با اختلاف زمانی 0.2 ثانیه می‌شنود. تندی انتشار صوت در میله فلزی چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۳۹۶۰ (۲) ۳۳۰۰ (۳) ۴۰۸۰ (۴) ۴۲۰۰

۶۵- فاصله منبع صوت از یک شنونده، 20 متر است. این فاصله چند متر کاهش باید تا تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده 14 دسی‌بل

افزایش یابد؟ (جذب صوت توسط هوا ناچیز است و $\log 2 = 0.3$)

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات:

چشمه	ناظر (شنونده)
•	• (الف)
→	• (ب)
•	← (پ)
•	→ (ت)
→	← (ث)

۶۶- شکل زیر جهت‌های حرکت یک چشمه صوتی و یک ناظر (شنونده) را در وضعیت‌های مختلف نشان می‌دهد. در کدام حالت، ناظر بسامد بیشتری در مقایسه با حالت «الف» می‌شنود ولی طول موجی که از صدای چشمه به او می‌رسد برابر با طول موج دریافتی در حالت «الف» است؟

(۱) «ب»

(۲) «پ»

(۳) «ت»

(۴) «ث»

۶۷- در شکل مقابل پرتو I به آینه تخت (۱) تابیده و بازتاب آن به آینه تخت (۲) می‌رسد و از آن بازتاب می‌شود. زاویه بازتاب در آینه (۲) چند درجه است؟

(۱) $140 - 2\alpha$ (۲) $80 - 2\alpha$ (۳) $50 + \alpha$ (۴) $40 + \alpha$

۶۸- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) بهترین حساسیت گوش انسان برای شنیدن، صوت‌های با فرکانس ۲۰ تا ۲۰۰۰۰ هرتز است.

(ب) جرم آسمانی تابش‌کننده نور زرد به رنگ سبز دیده می‌شود، چون با سرعت بالا به زمین نزدیک می‌شود.

(پ) از مکان‌یابی پژواکی همراه با اثر دوپلر توسط امواج الکترومغناطیسی در اندازه‌گیری تندی اتومبیل‌ها استفاده می‌شود.

(ت) از دستگاه لیتوتریپسی به کمک بازتابنده‌های بیضوی جهت شکستن سنگ‌های کلیه استفاده می‌شود.

(ث) صوت حاصل از وال عنبر با طول موج $1/5$ سانتی‌متر در آب توسط انسان شنیده نمی‌شود. ($1500 \frac{m}{s}$ = صوت در آب v)

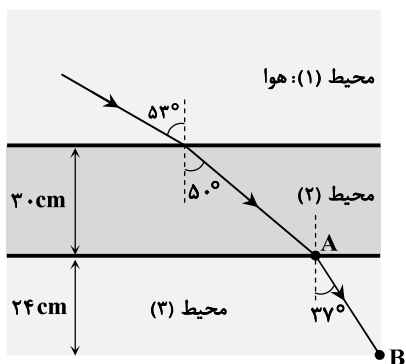
(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۶۹- در شکل مقابل، پرتو نور فاصله AB را در چند نانوثانیه طی می‌کند؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

(۱) $\frac{4}{3}$

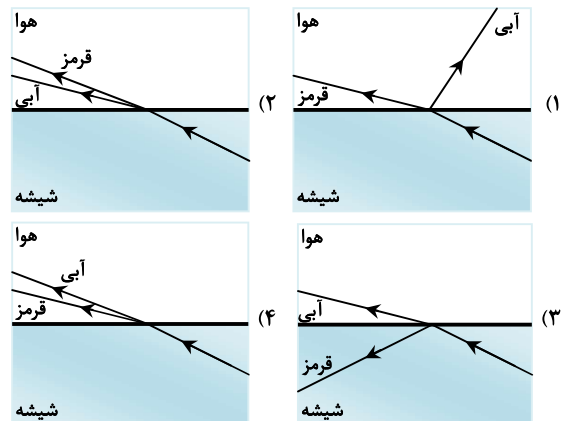
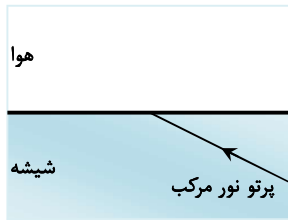
(۲) ۱۲

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۷۰- مطابق شکل، پرتو نور مرکب از آبی و قرمز به طور مایل از درون شیشه به سطح آن تابیده و وارد هوا می شود. پرتوهای خروجی در کدام شکل به درستی رسم شده اند؟



۷۱- مطابق شکل، جبهه های موج تابش در محیط (۱) با مرز بین دو محیط، زاویه 60° درجه می سازند و با ورود به محیط (۲) منحرف می شوند. اگر امتداد جبهه موج تابش با جبهه موج شکست زاویه

۷ درجه بسازد، نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ کدام است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| (۱) $\frac{8\sqrt{3}}{15}$ | (۲) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ |
| (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ | (۴) $\frac{5\sqrt{3}}{11}$ |

۷۲- شکل روبه رو مسیر پرتو نوری را نشان می دهد که از چهار محیط عبور می کند. n_1, n_2, n_3 و n_4 (ضریب شکست این محیطها) به ترتیب از راست به چپ کدام اعداد می توانند باشند؟

- (۱) ۱، ۱/۳، ۱/۲ و ۱
 (۲) ۱، ۱/۲، ۱/۳ و ۱
 (۳) ۱/۲، ۱/۱، ۱/۱۵ و ۱/۲
 (۴) ۱/۲، ۱/۱۵، ۱/۴ و ۱/۲

۷۳- چند مورد از گزاره های زیر صحیح است؟

(الف) در عبور موج تخت از یک شکاف، هر چقدر ابعاد شکاف به طول موج تخت نزدیک تر و هم مرتبه با آن می شود، پس از عبور از شکاف، میزان پراش بیشتر می شود.

(ب) در آزمایش یانگ با یک دستگاه، اگر به جای نور تک رنگ سبز از نور تک رنگ قرمز استفاده شود، پهنای نوارهای روشن بیشتر می شود.

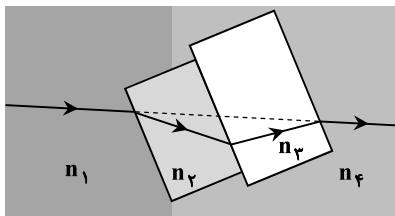
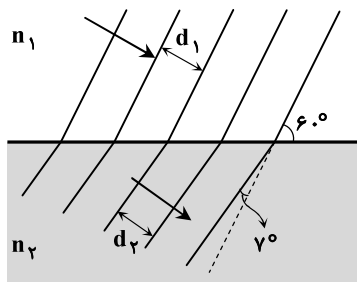
(پ) در موج ایستاده، فاصله دو شکم متوالی از هم برابر طول موج است.

(ت) در موج ایستاده، دو موج در نقاط شکم در فاز مخالف اند.

(ث) موج ایستاده از تداخل امواج صوتی هم فرکانس ایجاد می شود ولی در امواج الکترومغناطیسی ایجاد نمی شود.

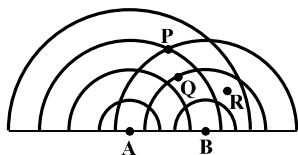
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات:



۷۴- طول موج هماهنگ دوم تار دو سر بسته ای ۴۸ سانتی متر بیشتر از طول موج هماهنگ پنجم آن است و اختلاف بسامد این دو هماهنگ ۳۷۵ هرتز است. تندی انتشار موج عرضی در تار چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۵۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰



۷۵- امواج حاصل از دو منبع نقطه‌ای (A و B) هم‌فرکانس و هم‌گام در محیطی مطابق شکل در دو بعد منتشر می‌شوند. تداخل این دو موج در نقاط P, Q, R به ترتیب از راست به چپ، است.

- (۱) سازنده، ویرانگر و ویرانگر (۲) سازنده، ویرانگر و سازنده
(۳) ویرانگر، سازنده و ویرانگر (۴) ویرانگر، سازنده و سازنده



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

شیمی

شیمی ۳: فصل‌های ۳ و ۴ (صفحه ۶۷ تا ۱۲۳)

۷۶- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

- (الف) قسمت عمده خاک رس را اکسیدی تشکیل می‌دهد که در حالت مذاب رسانای جریان برق است.
(ب) سرخ‌فام بودن خاک رس را به اکسیدی فلزی می‌توان نسبت داد که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن برابر ۱/۵ است.
(پ) ترکیب‌های Fe_2O_3 ، Al_2O_3 و Na_2O ساختار ذره‌ای مشابه دارند.
(ت) درصد جرمی سیلیسیم در ساختار فراوان‌ترین اکسید تشکیل‌دهنده خاک رس، با درصد جرمی آن در یون سیلیکات یکسان است.
(۱) «الف»، «ب» و «ت» (۲) «پ» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «الف» و «پ»

۷۷- درصد جرمی کربن در کدام هیدروکربن بیشتر است؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) بنزن (۲) اتن (۳) پاراایلن (۴) پروپان

۷۸- کدام عبارت درست است؟ ($C = 12, O = 16, Si = 28 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) در ساختار جامدهای کووالانسی، شمار معینی اتم با جاذبه کووالانسی به یکدیگر متصل هستند.
(۲) در ساختار الماس هر اتم کربن با ۴ جفت الکترون اشتراکی به دیگر اتم‌های کربن متصل است.
(۳) جرم یک مول اتم کربن در ساختار الماس از جرم یک مول اتم کربن در ساختار گرافیت بیشتر است.
(۴) جرم نمونه‌ای از سیلیس شامل یک مول اتم کمتر از جرم نمونه‌ای از الماس شامل یک مول اتم است.
۷۹- مولکول‌های متان و کربن تتراکلرید را در نظر بگیرید. کدام توصیف در ارتباط با این مولکول‌ها درست است؟
(۱) توزیع الکترون‌ها در مولکول متان برخلاف مولکول کربن تتراکلرید، متقارن است.
(۲) در هر پیوند اشتراکی از این دو مولکول، احتمال حضور الکترون‌های اشتراکی پیرامون هسته اتم کربن بیشتر است.
(۳) نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی این دو مولکول مشابه و در هر دو مولکول تراکم ابر الکترونیکی روی اتم‌های اطراف مرکز بیشتر است.
(۴) به دلیل توزیع متقارن الکترون‌ها در اطراف هسته اتم مرکزی، مولکول‌های هر دو ماده در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۸۰- کدام موارد از توصیف‌های زیر درست هستند؟

- (الف) HF به دلیل داشتن جاذبه‌های بین مولکولی قوی‌تر، در مقایسه با NH_3 در گستره دمایی بیشتری مایع است.
(ب) مقایسه $NaCl > H_2O > HF$ را می‌توان برای مقایسه قدرت جاذبه‌های بین مولکولی این سه ماده مطرح کرد.
(پ) اگر ماده‌ای در گستره دمایی ۵۰۰ درجه سانتی‌گراد مایع باشد، می‌توان گفت واحد ساختاری آن مولکول نیست.
(ت) وجود ترکیب‌های یونی در طبیعت نشان می‌دهد که در ساختار آن‌ها مجموع نیروهای جاذبه و دافعه برابر هستند.
(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

محل انجام محاسبات:

۸۱- کدام مقایسه در ارتباط با شعاع یون‌ها درست است؟



۸۲- اتم‌های M و X با تبدیل شدن به یون‌های M^{2+} و X^{2-} به آرایش مشابه سومین گاز نجیب دست می‌یابند. بر این اساس کدام عبارت درست است؟

(۱) نیروی جاذبه میان یون‌ها در ترکیب MCl_4 بیشتر از نیروی جاذبه میان یون‌ها در ترکیب MgCl_4 است.

(۲) نسبت اندازه بار به شعاع یون M^{2+} بزرگ‌تر از نسبت اندازه بار به شعاع یون X^{2-} است.

(۳) ترکیب عنصر M و عنصر اکسیژن از نظر ساختار ذره‌ای با ترکیب عنصر X و عنصر اکسیژن مشابه است.

(۴) مقایسه $\text{MX} > \text{MO} > \text{MCl}_4 > \text{MBr}_4$ را می‌توان برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور این ترکیب‌ها در نظر گرفت.

۸۳- اگر مولکول‌های AB_3 در میدان الکتریکی جهت‌گیری کنند، کدام عبارت در ارتباط با آن به یقین درست است؟

(۱) در میدان الکتریکی، اتم A به سمت صفحه با بار مثبت جهت‌گیری می‌کند.

(۲) اتم‌ها در مولکول آن مانند اتم‌ها در مولکول CO_2 در یک راستا قرار دارند.

(۳) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آن، اتم‌های B به رنگ سرخ نشان داده می‌شوند.

(۴) اگر A اتم اکسیژن باشد، آن‌گاه B به یقین اتم هالوژن است.

۸۴- براساس الگوی ساختار فلزها، آرایش منظمی از در سه بعد است که در فضای بین آن‌ها دریایی را ساخته‌اند که عامل پایداری این ساختار است.

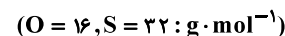
(۱) دریای الکترونی - کاتیون‌ها - الکترون‌های ظرفیتی

(۲) ابر الکترونی - اتم‌ها - الکترون‌های اتم‌ها

(۳) دریای الکترونی - اتم‌ها - الکترون‌های ظرفیتی

(۴) ابر الکترونی - کاتیون‌ها - الکترون‌های اتم‌ها

۸۵- اگر در مولکول کربونیل سولفید به جای اتم گوگرد، اتم اکسیژن قرار دهیم، چند مورد از تغییرات زیر رخ می‌دهند؟



(الف) جرم مولی و نقطه جوش کاهش می‌یابد.

(ب) گشتاور دوقطبی مولکول و تراکم الکترون‌ها اطراف هسته اتم کربن کاهش می‌یابند.

(پ) تقارن توزیع بار الکتریکی اطراف اتم مرکزی افزایش می‌یابد.

(ت) ساختار مولکول از خمیده به ساختاری متقارن و خطی تبدیل می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- در فرمول شیمیایی کدام ترکیب، در مقایسه با سایر ترکیب‌های داده‌شده، نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون عدد بزرگ‌تری است؟

(۱) سدیم سیلیکات (۲) کلسیم سولفات (۳) لیتیم فسفات (۴) روی کربنات

۸۷- با افزودن مقداری پودر روی به محلول زردرنگ از نمک وانادیم و هم زدن مخلوط، ابتدا محلولی به رنگ آبی روشن و سپس محلولی به رنگ سبز حاصل می‌شود. بر این اساس: (وانادیم بیست و سومین عنصر جدول است.)

(۱) در محلول نهایی، نمکی از وانادیم با عدد اکسایش +۲ وجود دارد.

(۲) روی به‌عنوان کاهنده باعث اکسایش یافتن وانادیم موجود در محلول اولیه شده است.

(۳) آرایش الکترونی وانادیم موجود در ساختار نمک حل شده در محلول نهایی مربوط به این واکنش، $[\text{Ar}]\text{d}^3$ است.

(۴) اگر مقداری پودر روی به محلول نهایی اضافه کنیم محلولی با رنگ جدید پدیدار می‌شود.

محل انجام محاسبات:

۸۸- چند مورد از مطالب زیر در مورد آلیاژ نیتینول درست است؟

- هر دو فلز به کار رفته در ساختار این آلیاژ دارای ۴ لایه الکترونی هستند.
- مجموع عدد اتمی هر دو فلز سازنده آن برابر عدد اتمی فلزی از گروه ۱۴ جدول تناوبی است.
- نماد شیمیایی هر دو فلز سازنده آن دو حرفی و دارای یک حرف مشترک است.
- براساس مدل دریای الکترونی می توان رسانایی الکتریکی آن را توجیه کرد.
- در شبکه بلور آن اتم های سازنده با یک الگوی منظم تکراری در سه بعد قرار گرفته اند.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۹- کدام مطلب در مورد مولکول دی متیل اتر نادرست است؟

- (الف) نقطه جوش آن از نقطه جوش پروپان بیشتر است.
 - (ب) نیروهای بین مولکولی در آن مشابه این نیروها در اتانول است.
 - (پ) شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار آن با همین شمار در مولکول اتانول برابر است.
 - (ت) با استفاده از طیف سنجی فرو سرخ نمی توان آن را از ایزومرش تشخیص داد.
- (۱) «ب» و «ت» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۹۰- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) اگر ماده ای ساختار بلوری داشته باشد، شکننده نباشد و در حالت جامد و در حالت مذاب رسانای جریان برق باشد، به یقین فلز است.
 - (۲) اغلب، سختی و نقطه ذوب ترکیب هایی که جامد کووالانسی هستند بیشتر از جامدهای یونی و مولکولی است.
 - (۳) تنوع مواد را می توان به صورت: مواد مولکولی < مواد یونی < جامدهای کووالانسی دانست.
 - (۴) اگر ماده ای سخت و شکننده باشد ولی در حالت مذاب رسانای جریان برق نباشد، به دسته جامدهای مولکولی تعلق دارد.
- ۹۱- کدام یک از عبارت های زیر در رابطه با آلاینده های هوا کره نادرست است؟
- (۱) ترکیب های C_xH_y می توانند به شکل نسوخته و از طریق تبخیر از منبع سوخت خارج شده و وارد هوا کره شود.
 - (۲) در ساختار اکسید بی رنگی از نیتروژن که توسط خودروها تولید می شود، یکی از اتم ها از قاعده هشت تایی پیروی نمی کند.
 - (۳) تعداد پیوندهای اشتراکی در اکسیدی از نیتروژن که گازی قهوه ای رنگ است، با تعداد پیوندهای اشتراکی در گاز SO_2 برابر است.
 - (۴) کربن مونواکسید باعث ایجاد بوی بدی در هوا شده و از سوختن ناقص هیدروکربن ها تولید می شود.
- ۹۲- اگر در نمودار انرژی- پیشرفت واکنش گرماده $2NO(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2NOCl(g)$ اختلاف سطح انرژی قله نمودار با واکنش دهنده ها و فراورده ها به ترتیب برابر با ۳۹ و ۶۴ کیلوژول باشد، به ازای تولید ۲/۲۶ گرم فراورده در این واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد می شود؟
- ($N = 14, O = 16, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1}$)
- (۱) ۵ (۲) ۷/۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۹۳- کدام مطلب در مورد مبدل های کاتالیستی در خودروهای بنزینی نادرست است؟

- (الف) به کمک آن می توان تمام آلاینده های خارج شده از اگزوز خودرو را حذف کرد و یا کاهش داد.
 - (ب) یکی از کاتالیزگرهای استفاده شده در آن، فلزی واسطه از دوره چهارم جدول تناوبی است.
 - (پ) ابعاد توده های فلزی به کار رفته در آن به عنوان کاتالیزگر ۲ تا ۱۰ میکرومتر است.
 - (ت) هر سه واکنش مربوط به حذف آلاینده ها در آن گرماده هستند.
- (۱) «پ» و «ت» (۲) «ب»، «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «الف»، «ب» و «پ»

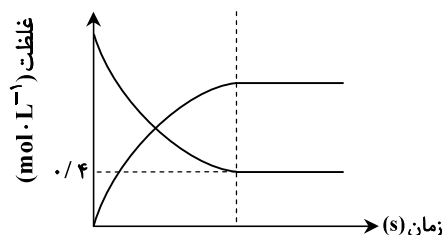
۹۴- اگر یک خودروی دیزلی در مدت زمان مشخصی ۱۷/۹۲ لیتر مخلوط گازی از نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی اکسید در شرایط STP تولید کند، برای از بین بردن کامل این آلاینده ها به چند گرم آمونیاک با درصد خلوص ۶۸٪ نیاز داریم؟ (فراورده های واکنش گاز نیتروژن و

بخار آب است.) ($H = 1, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۹/۲ (۲) ۱۸/۴ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات:

۹۵- در یک ظرف در بسته ۵ لیتری با دمای ثابت، مقداری گاز اتانول را وارد کرده‌ایم تا تعادل گازی $C_2H_5OH(g) \rightleftharpoons C_2H_4(g) + H_2O(g)$ با ثابت تعادل $4.0 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ برقرار شود. مقدار مول اتانول در ابتدای فرایند چقدر بوده است؟



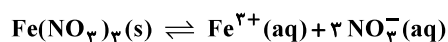
(۱) ۳/۲

(۲) ۴/۴

(۳) ۱۶

(۴) ۲۲

۹۶- در دو ظرف جداگانه محلول‌های سیر شده از پتاسیم نیترات و آهن (III) نیترات موجود است که در آن‌ها تعادل‌های زیر بین نمک‌های جامد و محلول موجود در ظرف برقرار هستند. با افزودن مقداری از پتاسیم هیدروکسید جامد، کدام یک از شرایط توصیف شده رخ می‌دهند؟



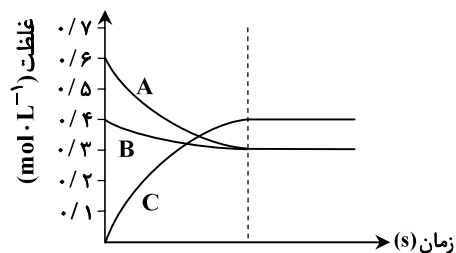
(۱) انحلال پذیری هر دو نمک افزایش می‌یابد.

(۲) انحلال پذیری KNO_3 افزایش و انحلال پذیری $Fe(NO_3)_3$ کاهش می‌یابد.

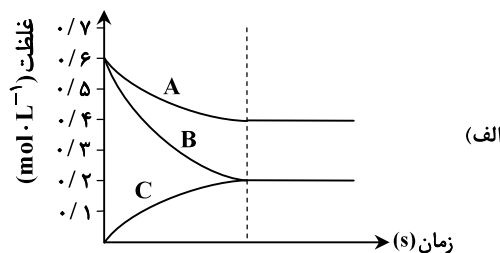
(۳) انحلال پذیری $Fe(NO_3)_3$ افزایش و انحلال پذیری KNO_3 کاهش می‌یابد.

(۴) انحلال پذیری هر دو نمک کاهش می‌یابد.

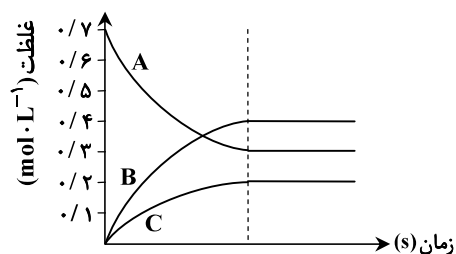
۹۷- اگر نمودار غلظت- زمان چهار تعادل گازی مختلف به صورت‌های زیر باشند، افزایش فشار (در دمای ثابت) باعث جابه‌جایی تعادل در چند مورد از آن‌ها خواهد شد؟



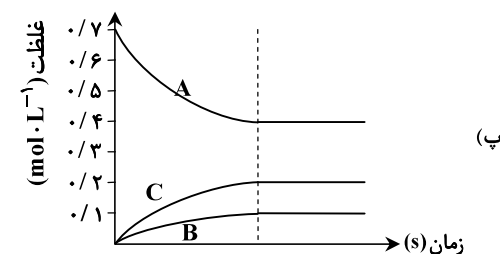
(ب)



(الف)



(ت)



(پ)

۳ (۴)

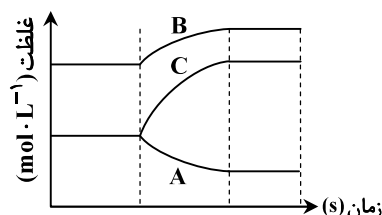
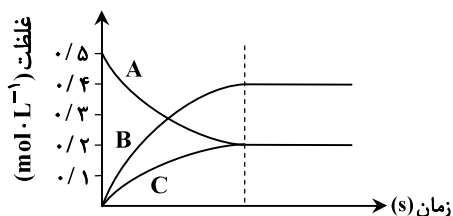
۲ (۳)

۱ (۲)

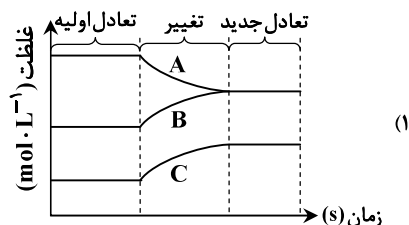
(۱) صفر

محل انجام محاسبات:

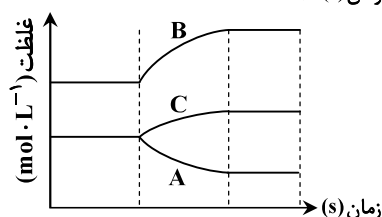
۹۸- با توجه به نمودار غلظت- زمان یک واکنش تعادلی گازی گرماگیر فرضی، با افزایش دمای ظرف واکنش در هنگام تعادل، نمودار تغییرات غلظت مواد موجود در تعادل با گذشت زمان چگونه خواهد بود؟



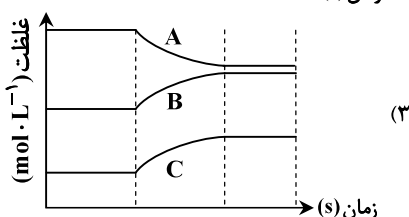
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۹۹- اگر برای برقراری تعادل گازی $A + B \rightleftharpoons C + D$ در ظرفی یک لیتری، در شروع واکنش تعداد مول‌های یکسان از A و B را وارد ظرف واکنش کرده باشیم و تعداد مول‌های A، B و C در حالت تعادل به ترتیب برابر با ۳، ۳ و ۲ مول باشد، با اضافه کردن چند مول B تعداد مول‌های D در تعادل جدید برابر با ۳/۲ مول خواهد بود؟

۱۵ (۵)

۱۳/۸ (۳)

۱۱ (۲)

۵/۸۸ (۱)

۱۰۰- کدام عبارت زیر نادرست است؟

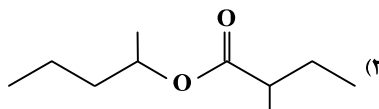
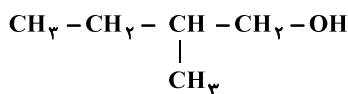
(۱) فراورده‌های پتروشیمیایی یا به‌طور مستقیم به‌کار برده می‌شوند یا به‌عنوان ماده اولیه برای تولید مواد دیگر در منابع گوناگون مورد استفاده قرار می‌گیرند.

(۲) فروش منابع طبیعی بدون فراوری و به همان صورت که از طبیعت به‌دست می‌آید «خام فروشی» نام دارد.

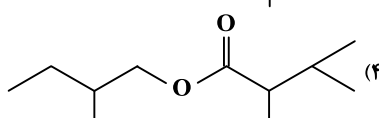
(۳) آمونیاک، سولفوریک اسید، متانول و بنزین جزو فراورده‌های پتروشیمیایی هستند که از پالایش نفت خام به‌دست می‌آیند.

(۴) امروزه تنها برخی از کشورهای جهان منابع خود را به همان صورتی که از طبیعت به‌دست می‌آورند، می‌فروشند.

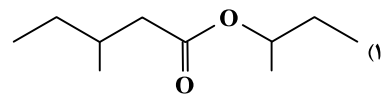
۱۰۱- کدام یک از استرهای زیر را می‌توان تنها با استفاده از یک ترکیب آلی با ساختار رسم شده در حضور اکسندهای مناسب تهیه کرد؟



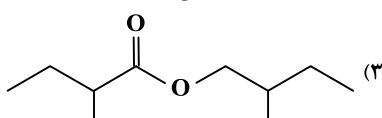
(۲)



(۴)



(۱)



(۳)

محل انجام محاسبات:

۱۰۲- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

- (۱) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در پارازایلن برابر ۱۲- است.
 - (۲) نام دیگر پارازایلن می‌تواند ۱، ۳- دی متیل بنزن باشد.
 - (۳) ترفتالیک اسید ساده‌ترین دی اسید آروماتیک است که هر مول از آن می‌تواند با 0.5 مول باریم هیدروکسید واکنش دهد.
 - (۴) دی الکل سازنده پلی اتیلن ترفتالات در خودروها به‌عنوان ضدیخ مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- ۱۰۳- برای تبدیل هر مول پارازایلن به ترفتالیک اسید به چند مول پتاسیم پرمنگنات نیاز است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۴- کدام واکنش از نوع اکسایش- کاهش نیست؟

- (۱) تبدیل اتن به اتیلن گلیکول
- (۲) تولید کلرو اتان از اتن
- (۳) تولید اتیل استات از اتانول و اتانویک اسید
- (۴) تبدیل مستقیم متان به متانول

۱۰۵- کدام یک از عبارت‌های زیر درست هستند؟

- (الف) پس از مصرف پلاستیک‌های ساخته‌شده از پلی اتیلن ترفتالات، می‌توان آن‌ها را بازیافت کرد.
- (ب) برای تهیه غیرمستقیم متانول از متان، لازم است از گاز O_2 در مجاورت کاتالیزگر استفاده شود.
- (پ) در واکنش تهیه متانول از کربن مونوکسید، مولکول‌های CO و H_2 به ترتیب اکسند و کاهنده هستند.
- (ت) در میدان‌های نفتی برای افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از گاز متانول را می‌سوزانند.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مستول درس	طراحان	دستیار مستول درس
سید امیر محمد سید شاکری	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمدعلی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

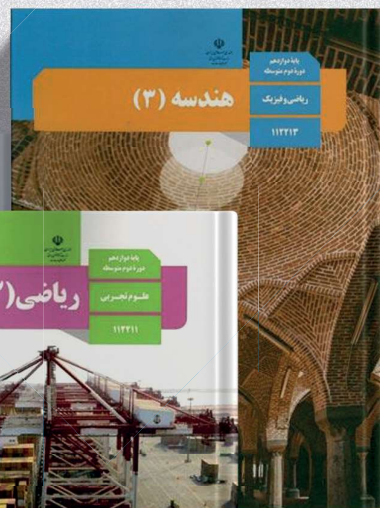
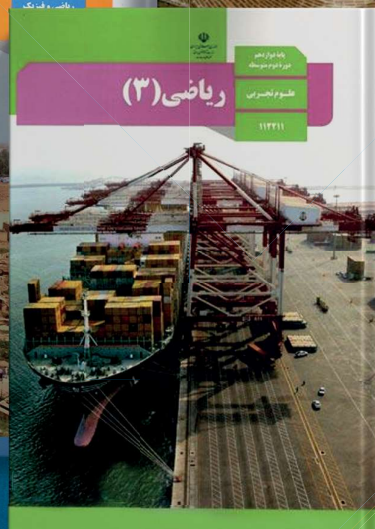
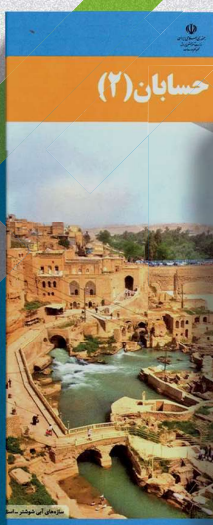
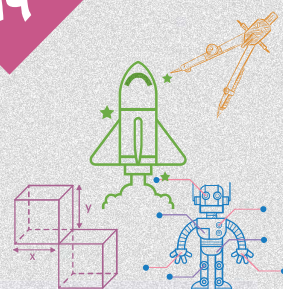
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۱۹ فروردین ۱۴۰۴

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۹



۱۴۰۳-۱۴۰۴



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۲۰ گزینه دو، در روز جمعه ۲۲ فروردین ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➡➡ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۹ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

کارشناسان		طراحان		گروه ریاضی
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفیع زاده • ایمان اردستانی	مسئول درس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری	حسابان و ریاضی پایه	گروه ریاضی امیر محمد سعید شاکری
محمد امین خدابنده • امیرورودی	سیدمحسن میراسلامی • علی نعمت	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد	هندسه	
محمد امین خدابنده • امیرورودی	علیرضا شریف خطیبی • امیدرضا پورحسینی	مسئول درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی	ریاضیات گسسته	
پوپک مقدم	مهرداد کیوان • علی افضل زاده	مسئول درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی	ریاضی تجربی	
	وحید رباعی	مسئول درس: حسین افسری دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی	ریاضی انسانی	
کارشناسان		طراحان		گروه علوم
بتول خواجه پور • حسین ایمانی پور	محمد بازوگی • علی پناهی شایق • بهرام میرحبیبی • منصور کهن دل	مسئول درس: امیر کبیری راد دستیار: پارسا کامکار	زیست شناسی	گروه علوم امیر محمد حسین کشانی
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی	علی نعیمی • احمد رضوانی • جمال خم حاجی	مسئول درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی	فیزیک	
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • مهرداد ملاصالحی • محمدعلی توسلی فر	مسئول درس: شهرام شاه پرویزی	شیمی	
فرزانه صاعدی • آیتا هرطونیان	فرزانه رجایی • فرزانه صاعدی	مسئول درس: شکبیا کریمی	زمین شناسی	
کارشناسان		طراحان		گروه انسانی
سید محمد صادق حسام زاده • محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	سپهر سالار کیا • محمد رضا لمسه چی • عماد فیض آبادی	مسئول درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی	علوم و فنون ادبی	گروه انسانی علی اکبر آخوندی
هستی ناصح • نیایش غریبی	مهدی ناصح • مهتاب شیرازی	مسئول درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری	جامعه شناسی	
ثنا کاشیان • فاطمه انوری	سید ضحی سکاکی	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی	روان شناسی	
سارا حمزه • مهتاب شیرازی • صبا پهلوان	اسرافیل قربانیپور • پدرام علیمردادی • عرفان جالیزی	مسئول درس: پویا رضاداد	زبان عربی	
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	بهرز یحیی • فاطمه نبی	مسئول درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان	تاریخ	
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	شهرام امامی	مسئول درس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب	جغرافیا	
مهدی مشایخی • مهتاب بیسه • محمدعلی مهرآبادی • قزاق مختاری نژاد	احمد خداداد حسینی • سعید رحیمیان	مسئول درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام	فلسفه و منطق	
کوثر رعدی	حسین خاکساری	مسئول درس: امیر محمد بیگی دستیار: محمدرضا مبارکی	اقتصاد	

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۱)

- مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ای به طول a است.

می‌دانیم شیب خط مماس بر تابع برابر مقدار مشتق در نقطه تماس است:

$$f'(1) = -4 \Rightarrow m_{AM} = -4 \Rightarrow -4 = \frac{4a + 10 - 2}{a - 1} \Rightarrow \frac{4a + 8}{a - 1} = -4 \Rightarrow -4a + 4 = 4a + 8 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

- اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a پیوسته است.

ابتدا دقت کنید که هریک از ضابطه‌ها، در محدوده داده شده مشتق پذیرند. بنابراین کافی است؛ مشتق پذیری f را در $x = 1$ بررسی کنیم.
اولاً شرط پیوستگی را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow a + b = c \quad (1)$$

ثانیاً برابری مشتق چپ و راست را بررسی می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} a & x < 1 \\ -\frac{c}{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f'_-(1) = f'_+(1) \Rightarrow a = -c \xrightarrow{(1)} a = -(a+b) \Rightarrow 2a = -b \Rightarrow \frac{b}{a} = -2$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

- آهنگ متوسط تغییر یک تابع را در بازه‌ای مانند $[a, a+h]$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع } f \text{ در بازه } [a, a+h] = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در نقطه } x = a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازه $[0, 1]$ برابر ۲ است، پس:

$$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{2} - 1 = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow f(x) = \frac{5x+1}{x^2+1}$$

اکنون آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را در $x = -1$ ، که همان $f'(-1)$ است، پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{5(x^2+1) - 2x(5x+1)}{(x^2+1)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-5x^2 - 2x + 5}{(x^2+1)^2} \Rightarrow f'(-1) = \frac{2}{4} \Rightarrow f'(-1) = \frac{1}{2}$$

۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)



- فرض کنیم $c \in D_f$. نقطه به طول c را یک نقطه بحرانی برای تابع f می‌نامیم، هرگاه $f'(c)$ برابر صفر باشد و یا $f'(c)$ موجود نباشد.



ابتدا ضابطه تابع را بدون قدرمطلق و با استفاده از توان کسری بازنویسی می‌کنیم:

$$y = |x-2|\sqrt[3]{x} \Rightarrow y = \begin{cases} (x-2)x^{\frac{1}{3}} & x \geq 2 \\ (-x+2)x^{\frac{1}{3}} & x < 2 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} x^{\frac{4}{3}} - 2x^{\frac{1}{3}} & x \geq 2 \\ -x^{\frac{2}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} & x < 2 \end{cases}$$

بنابراین تابع مشتق به صورت زیر است:

$$y' = \begin{cases} \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}} & x > 2 \\ -\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}} & x < 2 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{4\sqrt[3]{x} - 2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x > 2 \\ -\frac{4\sqrt[3]{x} + 2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x < 2 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} \frac{4x-2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x > 2 \\ \frac{-4x+2}{3\sqrt[3]{x^2}} & x < 2 \end{cases}$$

مشخص است که در $x=2$ مشتق راست و چپ نابرابر است، همچنین در $x=0$ مشتق نامتناهی است، پس مشتق در $x=0$ و $x=2$ تعریف نشده است. همچنین در $x=\frac{1}{4}$ مقدار مشتق برابر صفر است. بنابراین تابع مورد نظر، سه نقطه بحرانی با طول‌های صفر، ۲ و $\frac{1}{4}$ دارد.



ریشه عبارت داخل قدرمطلق و ریشه عبارت زیر رادیکال طول نقاط بحرانی است. یعنی $x=0$ و $x=2$ طول دو نقطه بحرانی است. برای یافتن سایر نقاط بحرانی داریم:

$$y = \pm(x-2)\sqrt[3]{x}$$

$$y' = \pm(\sqrt[3]{x} + \frac{x-2}{3\sqrt[3]{x^2}}) = \pm \frac{4x-2}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

پس تابع دارای سه نقطه بحرانی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۵- پاسخ: گزینه ۱



$$\text{اگر } f(x) = \sqrt[3]{x}, \text{ آنگاه } f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه توابع fg و $\frac{f}{g}$ ($g(a) \neq 0$) در $x=a$ مشتق پذیرند و داریم:

$$(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

- اگر f تابعی بر حسب u و u تابعی از x باشد:

$$y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$



ابتدا $f'(x)$ را محاسبه کرده و با استفاده از آن $f'(0)$ و $f'(3)$ را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \sqrt[3]{\frac{2x+2}{x-2}} + x \times \frac{-6}{\sqrt[3]{\left(\frac{2x+2}{x-2}\right)^2}} \Rightarrow \begin{cases} f'(0) = -1 \\ f'(3) = 2 + \frac{-18}{3 \times 4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

مشتق تابع $f(kx)$ برابر با $kf'(kx)$ است؛ که به ازای $x=0$ برابر $kf'(0)$ است:

$$kf'(0) = f'(3) \Rightarrow -k = \frac{1}{2} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۱



- تعریف مشتق تابع:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه تابع fg در $x=a$ مشتق پذیر است و داریم:

$$(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

- اگر f تابعی بر حسب u و u تابعی از x باشد:

$$y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$



در حد داده شده، مخرج کسر برابر صفر است. $(\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 4x) = 0)$ پس حد صورت کسر نیز باید برابر صفر باشد تا حد موردنظر متناهی

شود، یعنی $\lim_{x \rightarrow 4} (f(x) - 3) = 0$ و از آنجا که f در $x=4$ پیوسته است، پس $f(4) = 3$ ؛ همچنین مقدار حد داده شده برابر با $\frac{3}{2}$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 3}{x - 4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x} \right) \times \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} f'(4) = \frac{3}{2} \Rightarrow f'(4) = 6$$

اکنون به محاسبه مشتق تابع خواسته شده می پردازیم:

$$y = \frac{1}{x} f(x^2) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} f(x^2) + \frac{2x}{x} f'(x^2)$$

مقدار این مشتق به ازای $x=2$ برابر است با:

$$y' = -\frac{1}{4} f(4) + 2f'(4) = -\frac{3}{4} + 12 = \frac{45}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۷- پاسخ: گزینه ۲



- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه توابع $f \pm g$ و $\frac{f}{g}$ در $x=a$ مشتق پذیرند و داریم:

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

$$(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$$

- اگر f و g دو تابع مشتق پذیر باشند، در این صورت تابع مرکب $f \circ g$ مشتق پذیر است و داریم:

$$(f \circ g)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$



ابتدا مشتق صورت کسر را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$h = (f \circ g^{\vee})(x) \Rightarrow h' = \vee g(x) g'(x) \times f'(g^{\vee}(x)) \Rightarrow h'(1) = \vee g(1) g'(1) \times f'(1) \Rightarrow h'(1) = \vee \times 1 \times (-3) \times \vee \Rightarrow h'(1) = -12$$

حال مشتق کل تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$y = \frac{h}{f+g} \Rightarrow y' = \frac{h' \cdot (f+g) - (f'+g') \cdot h}{(f+g)^2} \xrightarrow{x=1} y' = \frac{h'(1) \times \vee - (\vee - 3) \times h(1)}{4}$$

$$= \frac{-24 + h(1)}{4} = -\frac{24}{4} = -6$$

در محاسبه مقدار $h(1)$ توجه کنید که:

$$h(1) = f \circ g^{\vee}(1) = f(1) = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۸- پاسخ: گزینه ۴



- اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه تابع fg در $x=a$ مشتق پذیر است و داریم:

$$(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

- اگر f تابعی بر حسب u و u تابعی از x باشد:

$$y = f(u) \Rightarrow y' = u' f'(u)$$

- مشتق تابع $y = f(x)$ با نماد $y' = f'(x)$ نمایش داده شد. به همین ترتیب اگر تابع مشتق، مشتق پذیر باشد، مشتق مرتبه دوم $y = f(x)$ را به $y'' = f''(x)$ نمایش می‌دهیم و برای محاسبه آن را از تابع $y' = f'(x)$ نسبت به x مشتق می‌گیریم.



مشتق دوم تابع g را محاسبه می‌کنیم:

$$g(x) = xf(x^{\vee}) \Rightarrow g'(x) = f(x^{\vee}) + \vee x^{\vee} f'(x^{\vee}) \Rightarrow g''(x) = \vee x f'(x^{\vee}) + \vee x^{\vee} f''(x^{\vee}) + \vee x^{\vee} f''(x^{\vee})$$

با جای گذاری $x = -1$ در رابطه به دست آمده، داریم:

$$g''(-1) = -\vee f'(1) - \vee f'(1) - \vee f''(1) = -6 f'(1) - 4 f''(1) = -6 \times \vee - 4 \times 3 = -12 - 12 = -24$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۹- پاسخ: گزینه ۳



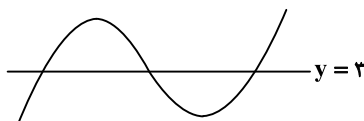
- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند $I (I \subseteq D_f)$ پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.

ب) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.



برای اینکه خط $y = 3$ تابع را در سه نقطه قطع کند، باید بین ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی تابع f باشد. بنابراین به محاسبه اکسترمم‌های نسبی تابع f می‌پردازیم:



$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \xrightarrow{f'=0} \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = k + 5 \\ x = 3 \Rightarrow y = k - 27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k - 27 < 3 < k + 5 \Rightarrow -2 < k < 30$$

اگر k عددی صحیح باشد، پس $k \in \{-1, 0, 1, \dots, 29\}$ ، بنابراین برای k ، ۳۱ عدد صحیح قابل قبول وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۰- پاسخ: گزینه ۳



- فرض کنیم تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق پذیر باشد. در این صورت:
اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) < 0$ ، آنگاه تابع f بر $[a, b]$ نزولی اکید است.



مشتق تابع را محاسبه کرده و جدول تغییرات تابع را رسم می کنیم:

$$f'(x) = \frac{(2x+3)(x-2) - (x^2+3x-1)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1, 5$$

x	-1	2	5	
f'	+	-	-	+
f	↗	↘	↘	↗

بزرگ ترین بازه ای که تابع f در آن اکیداً نزولی است، بازه $(2, 5)$ است، پس $a = 5$ و مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f(a) = f(5) = \frac{25 + 15 - 1}{3} = 13$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۱- پاسخ: گزینه ۳



نقطه $A(x, y)$ را در ناحیه دوم روی f در نظر بگیرید، مساحت مثلث سایه زده شده از رابطه زیر به دست می آید:

$$S = \frac{1}{2} \times (2-x) \times y = \frac{1}{2} (2-x) \sqrt{4+x}$$

مشتق تابع $S(x)$ به صورت زیر است:

$$S' = \frac{1}{2} (-\sqrt{4+x} + \frac{2-x}{2\sqrt{4+x}}) = \frac{-2(4+x) + 2-x}{2 \times 2 \times \sqrt{4+x}} = \frac{-6-3x}{4\sqrt{4+x}}$$

نقطه بحرانی تابع S را پیدا کرده و ماکزیم آن را محاسبه می کنیم:

$$S' = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \max(S) = 2\sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴



- فرض کنیم تابع f در نقطه $x = c$ پیوسته است. در این صورت نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:

(الف) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.(ب) جهت تفرع f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.

- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه ای باز مانند I ($I \subseteq D_f$) پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

(الف) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیم نسبی f است.

(ب) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.



تابع موردنظر را f می‌نامیم و مشتق دوم تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = -x^3 - ax^2 - bx$$

$$f'(x) = -3x^2 - 2ax - b$$

$$f''(x) = -6x - 2a$$

طبق فرض $A(1, 3)$ نقطه عطف تابع f است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f''(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 - a - b = 3 \\ -6 - 2a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -4 \\ 2a = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 6x + 1$$

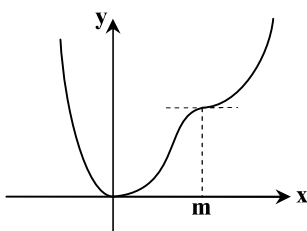
طول نقاط اکسترمم نسبی تابع f از حل معادله $f'(x) = 0$ به دست می‌آید؛ بنابراین اگر طول نقاط اکسترمم را α و β بنامیم، داریم:

ریشه‌های معادله $-3x^2 + 6x + 1 = 0$ است؛ بنابراین اگر طول نقاط اکسترمم را α و β بنامیم، داریم:

$$\alpha\beta = \frac{-1}{-3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۳)

۱۳- پاسخ: گزینه ۱



با توجه به نمودار تابع نقطه‌ای به طول m ، نقطه عطف افقی تابع f است. بنابراین معادله $f'(x) = 0$ در $x = m$ ریشه مضاعف دارد؛ زیرا شیب خط مماس در این نقطه برابر صفر است ولی مشتق تغییر علامت نمی‌دهد.

$$f(x) = x^4 - 16x^3 + ax^2$$

$$f'(x) = 4x^3 - 48x^2 + 2ax = 2x(2x^2 - 24x + a)$$

ریشه مضاعف دارد.

برای اینکه معادله $2x^2 - 24x + a = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، داریم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 24^2 - 4a = 0 \Rightarrow 4a = 24 \times 24 \Rightarrow a = 3 \times 24 \Rightarrow a = 72$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

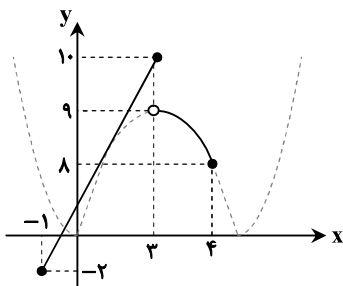
۱۴- پاسخ: گزینه ۲



- به بزرگ‌ترین مقدار تابع f در مجموعه A «ماکزیمم مطلق» این تابع در این مجموعه می‌گوییم. همچنین به کوچک‌ترین مقدار تابع f در مجموعه A «مینیمم مطلق» این تابع در این مجموعه می‌گوییم. بنابراین نقاط ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در مجموعه A به ترتیب «بالا‌ترین» و «پایین‌ترین» نقطه نمودار تابع در آن مجموعه هستند و زمانی که می‌گوییم ماکزیمم مطلق تابع f در نقطه $x = a$ اتفاق افتاده است یعنی $f(a)$ مقدار ماکزیمم مطلق و $(a, f(a))$ نقطه ماکزیمم مطلق تابع بر مجموعه موردنظر است. به عبارتی برای هر $x \in A$ داریم $f(x) \leq f(a)$. همچنین وقتی می‌گوییم مینیمم مطلق تابع f در نقطه $x = a$ اتفاق افتاده است یعنی $f(a)$ مقدار مینیمم مطلق و $(a, f(a))$ نقطه مینیمم مطلق تابع بر مجموعه موردنظر است.



نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



$$3 < x \leq 4 \Rightarrow f(x) = -x^2 + 6x \Rightarrow \text{رأس سهمی } A(3, 9)$$

مطابق نمودار رسم شده و با استفاده از تعریف اکسترمم مطلق، مقدار ماکزیمم مطلق برابر ۱۰ و مقدار مینیمم مطلق برابر -۲ است:

$$\begin{cases} \max = 10 \\ \min = -2 \end{cases} \Rightarrow \max - \min = 12$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)



- اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه تابع $\frac{f}{g}$ ($g(a) \neq 0$) در $x = a$ مشتق پذیر است و داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

- به طور کلی اگر n یک عدد صحیح باشد و $f(x) = x^n$ ، آنگاه: $f'(x) = nx^{n-1}$.
- مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ای به طول a است.



معادله خط گذرنده از نقاط A و B به صورت زیر است:

$$y - 3a = \frac{3a - 0}{0 + 4a}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + 3a$$

خط مماس به دست آمده با تابع f در نقطه‌ای به طول -1 مشترک هستند، پس:

$$f(-1) = \frac{3}{4}(-1) + 3a \Rightarrow \frac{3-b}{-4} = -\frac{3}{4} + 3a \Rightarrow 3-b = 3-12a \Rightarrow b = -1+12a \quad (1)$$

از طرفی شیب خط مماس بر تابع f برابر مشتق تابع f در آن نقطه است؛ بنابراین $f'(-1) = \frac{3}{4}$ و داریم:

$$f'(x) = \frac{(2x+b)(x-3) - (x^2+bx+1)}{(x-3)^2}$$

$$f'(-1) = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-4(b-2) - (2-b)}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-3b+6}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow -3b+6 = 12 \Rightarrow b = -2$$

بنابراین با توجه به رابطه (۱)، داریم:

$$b = -1+12a \xrightarrow{b=-2} 12a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{12} \Rightarrow ab = \frac{1}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۶- پاسخ: گزینه ۴



- (آزمون مشتق اول): فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای باز مانند I ($I \subseteq D_f$) پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.

ب) اگر به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، آنگاه $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.



$$f(x) = x^2 - 3x^2 + a$$

ابتدا اکسترمم‌های نسبی تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = 2x - 6x \xrightarrow{f'=0} \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=a \\ x=2 \Rightarrow y=a-4 \end{cases}$$

در توابع درجه سوم مقدار مینیمم نسبی کمتر از ماکزیمم نسبی است؛ پس از آنجا که $a-4 < a$ ، نقطه $(2, a-4)$ نقطه مینیمم نسبی تابع f است. اکنون به محاسبه ضابطه تابع g می‌پردازیم:

$$g(x) = -f'(x-b) = -(2(x-b) - 6(x-b)) = -3x^2 + (6+6b)x - 3b^2 - 6b$$

با توجه به فرض سؤال، طول نقطه ماکزیمم g برابر ۲ است. از آنجا که g یک تابع درجه دوم است، طول رأس سهمی (نقطه ماکزیمم) برابر ۲ است:

$$2 = -\left(\frac{6+6b}{-6}\right) \Rightarrow \frac{b+1}{1} = 2 \Rightarrow b = 1$$

عرض نقطه مینیمم نسبی تابع f و نقطه ماکزیمم نسبی تابع g نیز با یکدیگر برابر است، پس:

$$g(2) = f(2) \Rightarrow -12 + 24 - 9 = a - 4 \Rightarrow a = 7$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۳)

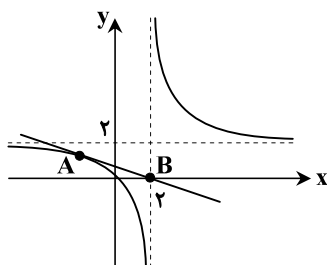
۱۷- پاسخ: گزینه ۲



- اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه تابع $\frac{f}{g}$ ($g(a) \neq 0$) نیز در $x = a$ مشتق پذیر است و داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$$

- مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار تابع در نقطه‌ای به طول a است.



مجانباتهای قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ ، به ترتیب خطهای $x=2$ و $y=2$ است.

نقطه تماس را $A(a, \frac{2a}{a-2})$ فرض می‌کنیم. خط مماس بر تابع در نقطه A ، از نقطه

$B(2, 0)$ عبور کرده است، پس شیب خط مماس برابر است با:

$$m = \frac{\frac{2a}{a-2} - 0}{a - 2} = \frac{2a}{(a-2)^2}$$

از طرفی شیب خط مماس در نقطه A برابر $f'(a)$ است:

$$f'(x) = \frac{2(x-2) - 2x}{(x-2)^2} = \frac{-4}{(x-2)^2}$$

$$f'(a) = \frac{-4}{(a-2)^2} \xrightarrow{m=f'(a)} \frac{2a}{(a-2)^2} = \frac{-4}{(a-2)^2} \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۴



- اگر x عضوی از دامنه تابع f باشد، تابع مشتق f در x را با $f'(x)$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

مشروط بر آنکه حد فوق موجود باشد. مجموعه تمام نقاطی از دامنه f که برای آن‌ها f' موجود باشد را دامنه f' می‌نامیم.

- تابع $f(x) = \sin(ax)$ مشتق پذیر است و داریم:

$$f'(x) = a \cos(ax)$$



برای محاسبه حد موردنظر از تغییر متغیر $x = \frac{1}{h}$ استفاده می‌کنیم، از آنجاکه $x \rightarrow -\infty$ پس $h \rightarrow 0^-$ و با استفاده از تعریف مشتق، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x f\left(1 + \frac{2}{x}\right) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} 2 \times \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} = 2 \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} = 2f'_-(1)$$

صورت کسر تابع f به ازای $x=1$ برابر صفر است، پس برای محاسبه $f'_-(1)$ ، کافی است فقط از صورت کسر مشتق بگیریم:

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\pi \cos \pi x}{x + [-2x]} = \frac{-\pi}{1-2} = \pi$$

پس حاصل حد خواسته شده برابر $2f'_-(1) = 2\pi$ است.



با توجه به ضابطه f حد مورد نظر (A) را تشکیل می‌دهیم:

$$A = \lim_{x \rightarrow -\infty} x f\left(1 + \frac{y}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \frac{\sin \pi \left(1 + \frac{y}{x}\right)}{1 + \frac{y}{x} + \left[-2\left(1 + \frac{y}{x}\right)\right]} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \sin \left(\pi + \frac{y\pi}{x}\right)}{1 + \frac{y}{x} - 2 + \left[\frac{-4}{x}\right]}$$

اکنون از تغییر متغیر $\frac{1}{x} = t$ استفاده می‌کنیم. واضح است که وقتی $x \rightarrow -\infty$ آنگاه $t \rightarrow 0^-$

$$A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sin \left(\frac{y\pi}{x}\right)}{\frac{y}{x} + \left[\frac{-4}{x}\right] - 1} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{-\frac{1}{t} \sin(y\pi t)}{yt + [-4t] - 1} = \frac{-2\pi}{0 + 0 - 1} = 2\pi$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲



- معادله سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h, k)$ به صورت زیر است.

معادله سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانه سهمی
$(y - k)^2 = 4a(x - h)$	$(a + h, k)$	$x = -a + h$	خط $y = k$	روبه راست
$(y - k)^2 = -4a(x - h)$	$(-a + h, k)$	$x = a + h$	خط $y = k$	روبه چپ
$(x - h)^2 = 4a(y - k)$	$(h, a + k)$	$y = -a + k$	خط $x = h$	روبه بالا
$(x - h)^2 = -4a(y - k)$	$(h, -a + k)$	$y = a + k$	خط $x = h$	روبه پایین



معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم و معادله خط هادی آن را مشخص می‌کنیم:

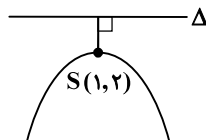
$$2x^2 - 4x + 3y - 4 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 2x) + 3y - 4 = 0 \Rightarrow 2(x - 1)^2 - 2 + 3y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x - 1)^2 = -3(y - 2)$$

$$(x - 1)^2 = \frac{-3}{2}(y - 2) \Rightarrow \text{رأس: } S(1, 2), 4a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

سهمی، قائم روبه پایین است. پس معادله خط هادی به صورت زیر است:

$$\Delta: y = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$



نقطه $(3, \frac{19}{4})$ روی این خط قرار دارد.

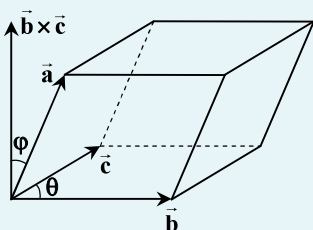
▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳



- حجم متوازی‌السطوح ساخته شده بر روی سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$$





با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} = (1, 0, 0) \\ \vec{b} = 3\vec{k} = (0, 0, 3) \\ \vec{c} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} = (2, 2, 2) \end{cases} \quad \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times (0 - 6) = -6$$

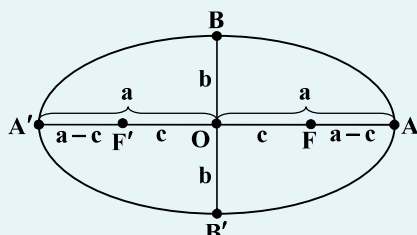
حجم متوازی السطوح $= |-6| = 6$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳



- در بیضی شکل زیر داریم:

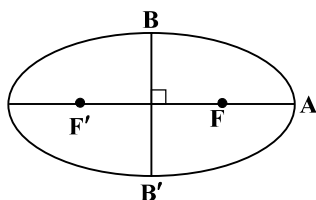


- ۱) $AA' = 2a$ = طول قطر بزرگ
- ۲) $BB' = 2b$ = طول قطر کوچک
- ۳) $FF' = 2c$ = فاصله کانونی
- ۴) $a^2 = b^2 + c^2$

- خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $2a$ و اندازه فاصله کانونی $2c$ برابر $\frac{c}{a}$ است.



کوچک ترین وتر گذرنده از مرکز بیضی، همان قطر کوچک بیضی است، پس داریم:



$$\begin{cases} BB' = 2b \Rightarrow b = 4 \\ FA = 2 = a - c \end{cases}$$

از رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ داریم:

$$\begin{aligned} b^2 = a^2 - c^2 = 16 &\Rightarrow (a - c)(a + c) = 16 \Rightarrow 2(a + c) = 16 \Rightarrow a + c = 8 \\ \Rightarrow \begin{cases} a + c = 8 \\ a - c = 2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

۲۲- پاسخ: گزینه ۲



- طول هر بردار مانند $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ در $\mathbb{R}^3$ از رابطه زیر به دست می آید.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$



اندازه تصویر بردار $\vec{a} = (x, y, z)$ روی صفحات xOy و yOz به ترتیب برابر است با: $\sqrt{x^2 + y^2}$ و $\sqrt{y^2 + z^2}$ ؛ بنابراین در این سؤال، داریم:

$$\begin{cases} |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 4 \\ \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{12} \\ \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + y^2 = 12 \\ y^2 + z^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2 = 16 - 12 = 4 \\ x^2 = 16 - 13 = 3 \end{cases}$$

$$\text{اندازه تصویر بردار } \vec{a} \text{ روی صفحه } xOz = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{3 + 4} = \sqrt{7}$$



از رابطه $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 4$ داریم:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16 \xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 32 \Rightarrow x^2 + y^2 + y^2 + z^2 + x^2 + z^2 = 32$$

$$\Rightarrow 12 + 12 + x^2 + z^2 = 32 \Rightarrow x^2 + z^2 = 8 \Rightarrow \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{8}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

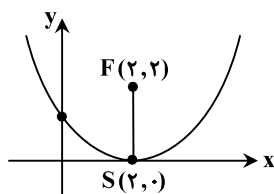


- معادله سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h, k)$ به صورت زیر است.

معادله سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانه سهمی
$(y - k)^2 = 4a(x - h)$	$(a + h, k)$	$x = -a + h$	خط $y = k$	روبه راست
$(y - k)^2 = -4a(x - h)$	$(-a + h, k)$	$x = a + h$	خط $y = k$	روبه چپ
$(x - h)^2 = 4a(y - k)$	$(h, a + k)$	$y = -a + k$	خط $x = h$	روبه بالا
$(x - h)^2 = -4a(y - k)$	$(h, -a + k)$	$y = a + k$	خط $x = h$	روبه پایین



نمودار سهمی با توجه به اطلاعات سؤال به صورت زیر است و داریم:



$$a = FS = 2$$

$$(x - 2)^2 = 4y \quad \text{معادله سهمی}$$

$$x = 0 \Rightarrow (0 - 2)^2 = 4y$$

$$4 = 4y \Rightarrow y = \frac{4}{4} = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

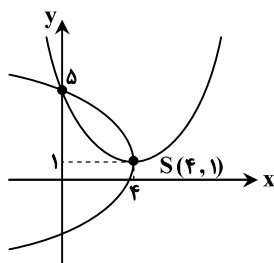


- معادله سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h, k)$ به صورت زیر است.

معادله سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانه سهمی
$(y - k)^2 = 4a(x - h)$	$(a + h, k)$	$x = -a + h$	خط $y = k$	روبه راست
$(y - k)^2 = -4a(x - h)$	$(-a + h, k)$	$x = a + h$	خط $y = k$	روبه چپ
$(x - h)^2 = 4a(y - k)$	$(h, a + k)$	$y = -a + k$	خط $x = h$	روبه بالا
$(x - h)^2 = -4a(y - k)$	$(h, -a + k)$	$y = a + k$	خط $x = h$	روبه پایین



معادله دو سهمی را می نویسیم. نقطه $(0, 5)$ باید در معادله دو سهمی صدق کند.



$$\begin{cases} \text{سهمی افقی: } (y - 1)^2 = 4a(x - 4) \\ \text{سهمی قائم: } (x - 4)^2 = 4a'(y - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (5 - 1)^2 = 4a(0 - 4) \Rightarrow 16 = 4a(-4) \Rightarrow a = -1 \\ (0 - 4)^2 = 4a'(5 - 1) \Rightarrow 16 = 4a'(4) \Rightarrow a' = 1 \end{cases}$$

خط هادی سهمی قائم، خط $y = 1 - 1 = 0$ و خط هادی سهمی افقی، خط $x = 4 + 1 = 5$ است. پس

محل تلاقی خطوط $y = 0$ و $x = 5$ نقطه $(5, 0)$ می باشد.

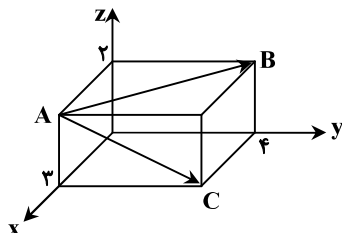
۲۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)



- اگر $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو بردار در $\mathbb{R}^3$ باشند، در این صورت ضرب داخلی $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را که با نماد $\vec{a} \cdot \vec{b}$ نمایش می‌دهیم به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$



مختصات نقاط A، B و C را مشخص می‌کنیم:

$$B = (0, 4, 2), A = (3, 0, 2), C = (3, 4, 0)$$

بردارهای $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ را یافته و داریم:

$$\vec{AB} = B - A = (-3, 4, 0), \vec{AC} = C - A = (0, 4, -2)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-3) \times 0 + 4 \times 4 + 0 \times (-2) = 16$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۳



- اگر $0 \leq \theta \leq \pi$ زاویه بین دو بردار ناصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در $\mathbb{R}^3$ باشند، آنگاه:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$



$$\vec{a} = (m^2 + 1, m, m^2 + 1), \vec{i} = (1, 0, 0), \vec{j} = (0, 1, 0), \vec{k} = (0, 0, 1)$$

طبق نکته بالا، اگر θ زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، داریم:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

پس اگر ضرب داخلی دو بردار صفر باشد، دو بردار بر هم عمودند. از طرفی زاویه بین بردار $\vec{a}$ و هر محور، زاویه بین $\vec{a}$ با بردار یکه آن محور است؛ بنابراین با توجه به مؤلفه‌های بردار $\vec{a}$ ، مقدار $m^2 + 1$ و $m^2 + 1$ نمی‌تواند صفر باشد و فقط m می‌تواند صفر باشد و لذا اگر $m = 0$ باشد، زاویه بین $\vec{a}$ و محور y ها برابر 90° است:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{j}}{|\vec{a}| |\vec{j}|} = \frac{m}{|\vec{a}| |\vec{j}|} = 0$$

پس بردار $\vec{a}$ بر محور y ها عمود است و $m = 0$ می‌باشد:

$$\vec{a} = (1, 0, 1)$$

زاویه بین $\vec{a}$ و محورهای x و z را به دست می‌آوریم:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{i}}{|\vec{a}| |\vec{i}|} = \frac{1}{\sqrt{2} \times 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{\alpha} = 45^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{k}}{|\vec{a}| |\vec{k}|} = \frac{1}{\sqrt{2} \times 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{\beta} = 45^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲



- (خواص ضرب خارجی):

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} \quad \text{خاصیت ۱:}$$

$$\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0} \quad \text{خاصیت ۲:}$$

$$r\vec{a} \times \vec{b} = r(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \times r\vec{b} \quad \text{خاصیت ۳: اگر } r \text{ عددی حقیقی باشد، آن گاه:}$$

خاصیت ۴: برای سه بردار $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ داریم:

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \times \vec{c}) + (\vec{b} \times \vec{c})$$



- (خواص ضرب داخلی):

$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} : \text{خاصیت جابه‌جایی}$$

$$(2) \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

$$(3) \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} : \text{خاصیت توزیع پذیری}$$

$$(4) \text{ برای دو بردار غیر صفر } \vec{a} \text{ و } \vec{b}, \text{ داریم:}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \text{ و } \vec{b} \text{ بر هم عمود هستند.}$$

$$(5) \vec{a} \cdot \vec{0} = 0, \vec{0} \cdot \vec{a} = 0$$

- مساحت مثلث ساخته شده بر روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$ است.



اگر θ زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، طبق مفروضات سؤال، داریم:

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \theta = 90^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} |(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})| = \frac{1}{2} |\underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} + \underbrace{2\vec{b} \times \vec{a} - 2\vec{a} \times \vec{b}}_{\vec{0}} - 4\vec{b} \times \vec{b}|$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} |2\vec{b} \times \vec{a} - 2\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |4\vec{b} \times \vec{a}| = 2 |\vec{b}| |\vec{a}| \sin 90^\circ = 2 \times 1 \times 1 = 2$$

دو بردار یکجه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند، پس $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ؛ بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = |\vec{a}|^2 - 4|\vec{b}|^2 = 1 - 4 = -3$$

$$-3 = 2 \times 2 = 4S$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

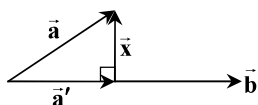


- بردار تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}' = r\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$



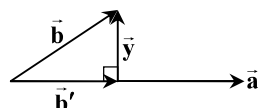
بردار $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$ همان تصویر بردار $\vec{a}$ بر روی $\vec{b}$ است، پس طبق شکل داریم:



$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \Rightarrow \vec{a} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \vec{a} - \vec{a}'$$

با فرض $\beta = 90^\circ$ ، مشخص است که بردار $\vec{x}$ بر بردار $\vec{b}$ عمود است، پس $\beta = 90^\circ$.

همچنین بردار $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a}$ همان تصویر بردار $\vec{b}$ بر روی $\vec{a}$ است، پس:



$$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} \Rightarrow \vec{b} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} = \vec{b} - \vec{b}'$$

با فرض $\alpha = 90^\circ$ ، مشخص است که بردار $\vec{y}$ بر بردار $\vec{a}$ عمود است.

پس $\alpha = 90^\circ$

بنابراین: $\alpha = \beta = 90^\circ$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳



- در بیضی شکل زیر داریم:

۱) $AA' = 2a$ = طول قطر بزرگ
 ۲) $BB' = 2b$ = طول قطر کوچک
 ۳) $FF' = 2c$ = فاصله کانونی
 ۴) $a^2 = b^2 + c^2$



با توجه به شکل مقابل و مفروضات سؤال، داریم:

$$\begin{cases} 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 16} = 3 \Rightarrow OF = OF' = 3, FF' = 2 \times 3 = 6$$

در مثلث MFF' ، $OM = OF = OF' = 3$ پس در این مثلث، میانه وارد بر FF' ، نصف FF' است و لذا این مثلث در رأس M قائم الزویه است.

$$\begin{cases} MF = x \\ MF' = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 2a \\ x^2 + y^2 = FF'^2 = 4c^2 \end{cases} \Rightarrow (x + y)^2 = (2a)^2 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2}_{4c^2} + 2xy = 4a^2 \Rightarrow 2xy = 4(a^2 - c^2)$$

$$2xy = 4b^2 \Rightarrow xy = 2b^2$$

$$S_{\triangle MFF'} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \times 2b^2 = b^2 = 4^2 = 16$$

$$S_{\triangle MFF'} = \frac{1}{2}MH \times FF' \Rightarrow 16 = \frac{1}{2}MH \times 6 \Rightarrow MH = \frac{16}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۱



- یک جدول مربعی از اعداد ۱، ۲، ...، n به شکل یک مربع $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ...، n پر شده باشد و در هیچ سطر و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، «مربع لاتین» می‌نامیم. (به هر یک از اعداد درون مربع لاتین یک درایه می‌گوییم).
 - دو مربع لاتین متعامد: فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند به طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه آن حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B (و یا برعکس) است. در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B «متعامدند» هرگاه هیچ یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.



چون B یک مربع لاتین است پس به شکل زیر می‌توان ستون‌های اول و دوم را به شکل منحصر به فرد پر کرد.
 با کنار هم قرار دادن درایه‌های ستون‌های اول و دوم مربع‌های لاتین A و B ملاحظه می‌شود که مربع‌های A و B هیچ‌گاه متعامد نیستند چون در آن‌ها عدد دورقمی تکراری داریم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & & \\ 4 & 2 & & \\ 3 & 4 & & \\ 1 & 3 & & \end{bmatrix} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 12 & 21 & & \\ 44 & 12 & & \\ 33 & 44 & & \\ 21 & 33 & & \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

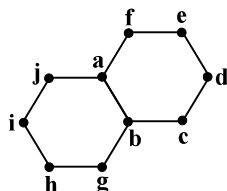
۳۱- پاسخ: گزینه ۲



- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.
- اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد و D یک مجموعه‌های احاطه‌گر در آن باشد، آنگاه $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq |D|$ و از آنجا که $\gamma(G)$ نیز اندازه یک مجموعه‌های احاطه‌گر است همواره داریم $\gamma(G) \leq \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ (اصطلاحاً گفته می‌شود در گراف G عدد $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ یک کران پایین است برای $\gamma(G)$ ؛ یعنی $\gamma(G)$ نمی‌تواند از آن کمتر شود).



با توجه به نکته بالا، داریم:



$$n = 10, \Delta = 3 \Rightarrow \gamma \geq \left\lfloor \frac{10}{3+1} \right\rfloor \Rightarrow \gamma \geq \left\lfloor \frac{10}{4} \right\rfloor \Rightarrow \gamma \geq 3$$

این گراف یک مجموعه‌های احاطه‌گر ۳ عضوی به صورت $\{a, d, h\}$ دارد. پس $\gamma \leq 3$ و داریم: $\gamma = 3$

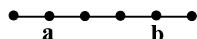
۳۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)



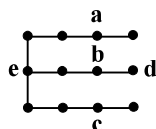
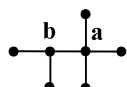
- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.



با توجه به نکته، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

در گزینه ۱ تنها مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم مجموعه $\{a, b\}$ است.در گزینه ۲ تنها مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم مجموعه $\{a, b\}$ است.

در گزینه ۳ دو مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم به صورت زیر دارد.

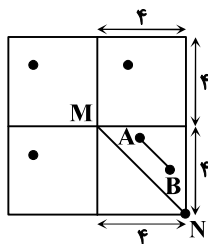
 $\{b, a, c, e\}$, $\{e, a, c, d\}$ در گزینه ۴ تنها مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم مجموعه $\{a, b\}$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲



- اصل لانه‌کبوتری: اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.



مربع به ضلع ۸ را طبق شکل، به ۴ مربع به ضلع ۴ تقسیم می‌کنیم. اگر ۵ نقطه درون این مربع انتخاب کنیم چون $(5 > 4)$ ، طبق اصل لانه کبوتری حداقل ۲ تا از این نقاط داخل یک مربع کوچک‌تر به ضلع ۴ قرار می‌گیرند و داریم:

$$AB < MN \Rightarrow AB < \sqrt{16+16} \Rightarrow AB < 4\sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۳۴- پاسخ: گزینه ۲



- تعداد حالت‌های توزیع n شیء یکسان بین k نفر با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است و از رابطه $\binom{n+k-1}{k-1}$ محاسبه می‌شود.



هر جمله بسط $(a+b+c)^3$ شامل عبارت $a^{x_1} \cdot b^{x_2} \cdot c^{x_3}$ با شرط $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ است. چون توان a مساوی ۵ است، $x_1 = 5$ و داریم:

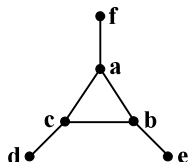
$$5 + x_2 + x_3 = 12 \Rightarrow x_2 + x_3 = 7, n = 7, k = 2 \quad \text{تعداد جوابها} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{1} = 8$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

۳۵- پاسخ: گزینه ۳



- در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.



عدد احاطه‌گری این گراف برابر $\gamma = 3$ است. برای تعیین γ - مجموعه، باید از بین دو رأس a و f یک رأس، از بین b و e یک رأس و از بین c و d یک رأس را انتخاب کنیم، پس طبق اصل ضرب داریم:

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \quad \text{تعداد حالات}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳



- در حالت کلی اگر $|A| = m$ و $|B| = k$ در این صورت با شرط $m \leq k$ تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه A به مجموعه B برابر است با:

$$(k)_m = \frac{k!}{(k-m)!}$$



ابتدا یک جایزه از بین ۵ جایزه مختلف را انتخاب کرده و به نفر اول می‌دهیم. تعداد حالات این کار برابر است با:

حال ۴ جایزه را بین ۶ نفر دیگر چنان توزیع می‌کنیم که به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد که تعداد حالات این کار به صورت زیر است:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{جایزه ۱} & \text{جایزه ۲} & \text{جایزه ۳} & \text{جایزه ۴} & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ 6 & \times & 5 & \times & 4 & \times & 3 = 360 \end{array}$$

تذکر: توجه کنید که تعداد حالات توزیع ۴ جایزه متفاوت بین ۶ نفر، معادل با تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه ۴ عضوی بر روی مجموعه ۶

$$(6)_4 = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

عضوی است که داریم:

$$5 \times 360 = 1800$$

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با:

۳۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)



- تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نشان داده می‌شود.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$
ابتدا تعداد کل حالات انتخاب ۳ نفر از بین $11 = 7 + 4$ را محاسبه می‌کنیم.

$$|S| = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 11 \times 3 \times 5 = 165$$

حال از روش متمم استفاده کرده و تعداد حالاتی که هر ۳ نفر ریاضی یا هر ۳ نفر تجربی باشند را محاسبه می‌کنیم و از کل حالات کم می‌کنیم.

$$\text{تعداد حالاتی که هر ۳ نفر ریاضی هستند} = \binom{4}{3} = 4$$

$$\text{تعداد حالاتی که هر ۳ نفر تجربی هستند} = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

خواسته سؤال برابر است با: $165 - 4 - 35 = 126$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲



- در اعداد طبیعی $1, 2, \dots, n$ ، تعداد اعداد بخش‌پذیر بر k برابر $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$ است.

- برای دو مجموعه A و B ، اعضای که در A یا در B هستند ولی در $A \cap B$ نیستند، به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$|A - B| + |B - A| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$$

مجموعه اعضای از $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ که مضرب ۳ هستند را A و مجموعه اعضای که مضرب ۵ هستند را B در نظر گرفته و داریم:

$$|A| = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33, \quad |B| = \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor = 20$$

 $A \cap B$ اعضای از S هستند که بر ۱۵ بخش‌پذیرند، پس:

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{100}{15} \right\rfloor = 6$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$|A - B| + |B - A| = |A| + |B| - 2|A \cap B| = 33 + 20 - 2 \times 6 = 41$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۱



- اصل شمول و عدم شمول برای سه مجموعه: اگر A, B و C زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع S باشند، در این صورت همواره تساوی‌های زیر برقرار است:

$$1) |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$2) |\overline{A \cap B \cap C}| = |\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

ابتدا تعداد کل توابع از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به روی مجموعه $B = \{7, 8, 9, 10\}$ که شامل زوج مرتب $(1, 7)$ باشند را محاسبه می‌کنیم.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 \times 4 \times 4 \times 4 & \Rightarrow & |S| = 64 \end{array}$$

تعداد توابع از A به B شامل زوج مرتب $(۱, ۷)$ که ۸ را نمی پوشانند، $|A_۱|$ ، ۹ را نمی پوشانند، $|A_۲|$ و ۱۰ را نمی پوشانند، $|A_۳|$ در نظر گرفته و داریم:

$$|A_۱| = |A_۲| = |A_۳| = ۳^۳ = ۲۷$$

$$|A_۱ \cap A_۲| = |A_۱ \cap A_۳| = |A_۲ \cap A_۳| = ۲^۳ = ۸$$

$$|A_۱ \cap A_۲ \cap A_۳| = ۱$$

حال $|A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳|$ را محاسبه می کنیم.

$$|A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳| = |A_۱| + |A_۲| + |A_۳| - |A_۱ \cap A_۲| - |A_۱ \cap A_۳| - |A_۲ \cap A_۳| + |A_۱ \cap A_۲ \cap A_۳|$$

$$\Rightarrow |A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳| = ۲۷ + ۲۷ + ۲۷ - ۸ - ۸ - ۸ + ۱ = ۵۸$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$|\overline{A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳}| = |S| - |A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳| = ۶۴ - ۵۸ = ۶$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۲



- تعداد حالت های توزیع n شیء یکسان بین k نفر با تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_۲ + \dots + x_k = n$ برابر است و از

$$\text{رابطه} \binom{n+k-1}{k-1} \text{ محاسبه می شود.}$$

- برای دو مجموعه A و B از مجموعه مرجع S داریم:

$$۱) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$۲) |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

$$۳) |\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$



تعداد توپ های سبدهای ۱ تا ۴ را با $x_۱, x_۲, x_۳$ و $x_۴$ نشان داده و داریم:

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۹, \quad x_۱ \leq ۲, \quad x_۲ \leq ۲$$

ابتدا تعداد جواب های معادله بالا را با شرط $x_i \geq ۰$ محاسبه می کنیم:

$$n = ۹, \quad k = ۴$$

$$|S| = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۲۰$$

تعداد جواب های معادله با شرط $x_۱ \geq ۳$ را با $|A|$ نشان داده و داریم:

$$x_۱ - ۳ \geq ۰, \quad y_۱ = x_۱ - ۳ \Rightarrow x_۱ = y_۱ + ۳$$

$$y_۱ + ۳ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۹ \Rightarrow y_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۶, \quad n = ۶, \quad k = ۴$$

$$|A| = \binom{۹}{۳} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$$

همچنین تعداد جواب های معادله با شرط $x_۲ \geq ۳$ را با $|B|$ نشان داده و داریم:

$$x_۲ - ۳ \geq ۰, \quad y_۲ = x_۲ - ۳ \Rightarrow x_۲ = y_۲ + ۳$$

$$x_۱ + y_۲ + ۳ + x_۳ + x_۴ = ۹ \Rightarrow x_۱ + y_۲ + x_۳ + x_۴ = ۶, \quad n = ۶, \quad k = ۴$$

$$|B| = \binom{۹}{۳} = ۸۴$$

$$A \cap B: \begin{cases} x_۱ \geq ۳ \Rightarrow x_۱ - ۳ \geq ۰ \Rightarrow y_۱ = x_۱ - ۳ \Rightarrow x_۱ = y_۱ + ۳ \\ x_۲ \geq ۳ \Rightarrow x_۲ - ۳ \geq ۰ \Rightarrow y_۲ = x_۲ - ۳ \Rightarrow x_۲ = y_۲ + ۳ \end{cases}$$

$$y_۱ + ۳ + y_۲ + ۳ + x_۳ + x_۴ = ۹ \Rightarrow y_۱ + y_۲ + x_۳ + x_۴ = ۳$$

$$n = ۳, \quad k = ۴ \Rightarrow |A \cap B| = \binom{۶}{۳} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۳ \times ۲ \times ۱} = ۲۰$$

خواسته سؤال $|\overline{A \cap B}|$ است که داریم:

$$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = ۲۲۰ - ۸۴ - ۸۴ + ۲۰ = ۷۲$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)



جمله‌های «الف» و «ب» درست هستند و جمله‌های «پ» و «ت» نادرست هستند.

علت نادرستی جمله «پ»:

اساس کار لیزر، گسیل القایی و اساس کار یک لامپ معمولی، گسیل خودبه‌خودی است؛ درحالی‌که در جمله «پ» برعکس گفته شده است.

علت نادرستی جمله «ت»:

نسبت بار به جرم الکترون را تامسون اندازه‌گیری کرد.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



تمام خطوط مرئی مربوط به رشته بالمر است و اولین خط مربوط به جهش $n=3$ به $n'=2$ و آخرین خط (خط چهارم) مربوط به $n=6$ و $n'=2$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = 0.01 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda = 720 \text{ nm}$$

$$\frac{1}{\lambda'} = 0.01 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) \Rightarrow \lambda' = 450 \text{ nm}$$

$$\lambda - \lambda' = 720 - 450 \Rightarrow \lambda - \lambda' = 270 \text{ nm}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



انرژی فوتون جذب‌شده برابر اختلاف انرژی دو تراز است. پس بیشتر شدن λ به معنی این است که ΔE بین دو تراز کمتر است.

$$E_{n_2} - E_{n_1} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

در الگوی اتمی بور هرچه به n های بالاتر برویم، ΔE بین ترازهای متوالی کمتر می‌شود؛ برای مثال $E_3 - E_2 < E_4 - E_3$.

پس بین دو گزینه ۱ و ۲ که با اطمینان می‌توانیم بگوییم $E_5 - E_4 < E_4 - E_3$ و بین دو گزینه ۳ و ۴ هم می‌توان گفت

$$E_7 - E_5 < E_6 - E_4$$

پس تنها کافی است مقایسه‌ای بین گزینه‌های ۲ و ۳ داشته باشیم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_7 - E_5 = E_R \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{49} \right) = E_R \left(\frac{24}{25 \times 49} \right) \\ E_5 - E_4 = E_R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = E_R \left(\frac{9}{25 \times 16} \right) \end{cases}$$

$$\frac{24}{49} < \frac{9}{16}$$

برای مقایسه دو عبارت فوق کافی است $\frac{24}{49}$ و $\frac{9}{16}$ را مقایسه کنیم:

یعنی گزینه ۳ پاسخ درست است.

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \frac{r_6}{r_{n_1}} = \left(\frac{6}{n_1} \right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{6}{n_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{6}{n_1} = 2 \Rightarrow n_1 = 3$$

$$\begin{cases} \frac{hc}{\lambda} = E_6 - E_3 \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_6 - E_3} \\ E_6 - E_3 = E_R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right) = \frac{E_R}{12} \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{12hc}{E_R} = \frac{12 \times 1240}{13/6} \approx 1094 \text{ nm}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)



علاوه بر اتم هیدروژن، یون‌های تک‌الکترون هم بر مبنای محاسبات مبتنی بر مدل بور قابل توضیح هستند. موارد «الف»، «ب» و «پ» یون تک‌الکترون هستند.

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)



حالت اول:

$$K_{\max} = hf - W_0 = hf - hf_0 \Rightarrow K_{\max 1} = h\left(\frac{3}{4}f_0\right) - hf_0 = \frac{1}{4}hf_0 = \frac{1}{4}W_0 \quad \text{رابطه (۱)}$$

حالت دوم: اینکه $K_{\max}$ کم شده است، یعنی بسامد پرتو فرودی هم کم شده است $(f_2 = \frac{1}{1.5}f_1)$:

$$K_{\max 2} = h\left(\frac{1}{1.5} \times \frac{3}{4}f_0\right) - hf_0 = \frac{1}{5}hf_0 = \frac{1}{5}W_0 \quad \text{رابطه (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$K_{\max 1} - K_{\max 2} = \frac{1}{4}hf_0 - \frac{1}{5}hf_0 = \frac{1}{20}hf_0 \Rightarrow \frac{1}{20}hf_0 = \frac{1}{5} \Rightarrow hf_0 = 5 \text{ eV}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{c}{\frac{hc}{\lambda_0}} = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{5} = \frac{12}{5} \times 10^{-7} \text{ m} = 240 \text{ nm}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



در فرایند گسیل فوتون، الکترون از تراز بالاتر n_1 به تراز پایین‌تر n_2 می‌رود و انرژی فوتون گسیل‌شده برابر $E_{n_1} - E_{n_2}$ است.

$$\Delta E(n_1 \rightarrow 1) = \Delta E(n_1 \rightarrow 2) + \Delta E(2 \rightarrow 1)$$

$$hf = h \times 7 / 14 \times 10^{14} + 13 / 6 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow 4 \times 10^{-15} (f - 7 / 14 \times 10^{14}) = \frac{3}{4} \times 13 / 6 \Rightarrow f - 7 / 14 \times 10^{14} = \frac{3}{16} \times 13 / 6 \times 10^{15}$$

$$\Rightarrow f = (0.714 + 2/55) \times 10^{15} = 3/264 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)



اگر طول موج پرتو از طول موج آستانه فلز بیشتر باشد، الکترونی از فلز خارج نمی‌شود.

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{1242}{6} = 207 \text{ nm}$$

پس با $\lambda = 225 \text{ nm}$ و $\lambda = 212 \text{ nm}$ الکترونی از فلز خارج نمی‌شود و با $\lambda = 180 \text{ nm}$ و $\lambda = 192 \text{ nm}$ الکترون‌ها از فلز خارج می‌شوند.

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\lambda = 180 \text{ nm} : K_{\max} = \frac{1242}{180} - 6 = 6/9 - 6 = 0.9 \text{ eV}$$

$$\lambda = 192 \text{ nm} : K_{\max} = \frac{1242}{192} - 6 \neq 1/2 \text{ eV}$$

دقت کنید پس از بررسی گزینه ۳ دیگر نیازی به کنترل کردن گزینه ۴ نیست، زیرا مسلم است که با $\lambda = 192 \text{ nm}$ مقدار $K_{\max}$ کمتر از چیزی می‌شود که با $\lambda = 180 \text{ nm}$ بوده است و قطعاً گزینه ۴ نادرست بیان شده است.

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)



می‌دانیم که اگر الکترون اتم هیدروژن از تراز بالاتر n_1 به تراز پایین تر n_2 گذاری انجام دهد، طول موج فوتون گسیل شده از رابطه ریدبرگ و با $n_1 = n_2$ و $n'_2 = n_2$ به دست می‌آید. مثلاً اگر از تراز $n = 5$ به تراز $n' = 4$ برود، طول موج فوتون گسیلی به ترتیب زیر حساب می‌شود:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

ضمناً می‌دانیم که برای $n' = 2$ و $n' = 1$ طول موج‌های طیف هیدروژن فرابنفش و مرئی هستند و از آنجا که 1800 نانومتر یک طول موج فروسرخ است، در اینجا فقط $n' = 3$ و $n' = 4$ را باید بررسی نماییم.

نکته دیگر اینکه در رابطه ریدبرگ با یک n معین هرچه n' کمتر شود، طول موج کوتاه‌تر می‌شود و با یک n' معین هرچه n بیشتر شود، طول موج کوتاه‌تر می‌شود.

$$\lambda_{(5 \rightarrow 3)} < \lambda_{(4 \rightarrow 3)} < \lambda_{(5 \rightarrow 4)}$$

این مقایسه را با توجه به نمودار ترازهای انرژی و توجه به اینکه در n های بالاتر ΔE بین ترازهای متوالی کم می‌شود نیز می‌توان بیان کرد.

$$E_5$$

$$E_4$$

$$E_5 - E_4 < E_4 - E_3 < E_5 - E_3$$

$$E_3$$

و هرچه ΔE بین دو تراز کوچک‌تر باشد، λ بیشتر می‌شود. $\left(\frac{hc}{\lambda} = \Delta E \right)$



برای حل سؤال، ابتدا طول موج مربوط به گذار $n = 5$ به $n' = 3$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) = R \left(\frac{16}{9 \times 25} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{25 \times 9}{16} \times 100 \text{ nm}$$

این مقدار را باید با 1800 مقایسه کنیم یعنی $\frac{25}{16}$ را باید با 2 مقایسه کنیم که قطعاً $\frac{25}{16} < 2$ یعنی $\lambda_{(5 \rightarrow 3)} < 1800$ است.

حالا طول موج مربوط به گذار $n = 4$ به $n' = 3$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = R \left(\frac{7}{9 \times 16} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{16}{7} \times 9 \times 100 \text{ nm}$$

این مقدار از 1800 nm بیشتر است. بنابراین طول موج گذار $n = 5$ به $n' = 4$ نیز بزرگ‌تر از 1800 nm می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۰- پاسخ: گزینه ۴



هر سه جمله درست هستند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۱- پاسخ: گزینه ۱



نیروی هسته‌ای بسیار قوی است ولی کوتاه‌برد که بین نوکلئون‌هایی که در مجاورت هم هستند، ایجاد می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴



هر سه جمله نادرست هستند.

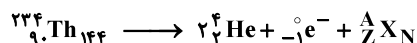
جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده آن کمتر است. این اختلاف را کاستی جرم هسته می‌نامیم و انرژی بستگی

هسته‌ای طبق رابطه $E = mc^2$ با این مقدار تناسب مستقیم دارد. اختلاف ترازهای انرژی هسته در محدوده keV تا MeV است و فوتونی با

این مرتبه از انرژی بسیار پرنرژی‌تر از فوتون‌های مرئی و فرابنفش است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۳- پاسخ: گزینه ۱



در فرایند واپاشی:

(۱) حاصل جمع Z دو طرف برابر است.

(۲) حاصل جمع A دو طرف برابر است.

$$234 = 4 + 0 + A \Rightarrow A = 229$$

$$90 = 2 - 1 + Z \Rightarrow Z = 89$$

هسته دختر ۸۷ پروتون و ۱۳۹ نوترون دارد.

$$N = 229 - 89 = 140$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۴- پاسخ: گزینه ۴



گزینه ۴ درست است.

گزینه ۱: نادرست است؛ در غنی سازی درصد ${}^{235}\text{U}$ که ایزوتوپ سبک تر است، افزایش داده می شود.گزینه ۲: نادرست است؛ نوترون کند باعث شکافت ${}^{235}\text{U}$ می شود.گزینه ۳: نادرست است؛ کندساز نوترون، احتمال جذب نوترون در ${}^{235}\text{U}$ را زیاد می کند و میله های کنترل برای جلوگیری از بالارفتن آهنگ رشد واکنش زنجیری هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

اینکه $\frac{7}{8}$ هسته های موجود در یک نمونه واپاشیده شده باشد، یعنی $\frac{1}{8}$ آن ها باقی مانده است.

$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow (3 \text{ نیمه عمر سپری شده است}) \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 30 \text{ روز} \Rightarrow (90 \text{ روز سه نیمه عمر است}).$$

برای آنکه تعداد هسته هایی که در مدت $t = 60 \text{ d}$ تا $t = 120 \text{ d}$ واپاشیده می شود را حساب کنیم، کافی است تعداد هسته های باقی مانده در $t = 60 \text{ d}$ و تعداد هسته های باقی مانده در $t = 120 \text{ d}$ را حساب کنیم؛ سپس اختلاف این دو مقدار می شود تعداد هسته هایی که در مدت مورد نظر واپاشیده شده است:

$$\begin{cases} N(60) = \frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{4} \\ N(120) = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_0}{4} - \frac{N_0}{16} = \frac{3N_0}{16}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۶- پاسخ: گزینه ۲



در این سنگ هسته های X به Y تبدیل می شوند و جمع تعداد هسته های X و Y ثابت می ماند. فرض کنید مجموع تعداد X و Y را N بنامیم.

$$\begin{cases} X_1 = 4Y_1 \Rightarrow X_1 = \frac{4}{5}N \\ Y_2 = 39X_2 \Rightarrow X_2 = \frac{1}{40}N \end{cases} \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = \frac{\frac{1}{40}N}{\frac{4}{5}N} = \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} \Rightarrow 5 \text{ نیمه عمر سپری شده است.}$$

$$\Delta t = 5 \times T_{\frac{1}{2}} = 5 \times 2 = 10 \text{ میلیون سال}$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



چون ذره B رو به بالا می‌رود، لذا از ذره سمت راست خود تبعیت می‌کند، پس موج در خلاف جهت محور x منتشر می‌شود:

$$\frac{\lambda}{4} = 5 \cdot \text{cm} = 0.05 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0.2 \text{ m}$$

$$v_B = A\omega \Rightarrow 4\pi = 0.04\omega \Rightarrow \omega = 10\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = f\lambda = 5 \times 0.2 = 1.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



$$d = v_P \times t_P \Rightarrow t_P = \frac{d}{v_P}$$

$$d = v_S \times t_S \Rightarrow t_S = \frac{d}{v_S}$$

$$t_S - t_P = \frac{d}{v_S} - \frac{d}{v_P} = d \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P} \right) \Rightarrow (1 \times 60 + 10) = d \left(\frac{1}{4/5} - \frac{1}{8} \right) = d \left(\frac{3}{8} \right) \Rightarrow d = \frac{70 \times 36}{3/5} = 720 \text{ km}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)



آهنگ انتقال انرژی در موج مکانیکی سینوسی با مربع دامنه و مربع بسامد موج نسبت مستقیم دارد؛ بنابراین با مربع دوره موج نسبت وارون دارد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{120}{6 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-5}}} = 2.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پیشروی موج در هر دوره، برابر یک طول موج و در مدت ۲/۵ دوره، برابر ۲/۵ طول موج است.

$$2/5 \lambda = \frac{10}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{20}{f} \Rightarrow f = 15 \text{ Hz}$$

$$\ell = 15 \times 4 \text{ A} = 60 \text{ A}$$

هر ذره از تار در هر دوره، مسافتی به اندازه ۴ A طی می‌کند.

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)



الف) نادرست است؛ در آب‌های کم‌عمق، با افزایش عمق آب، تندی انتشار موج سطحی بیشتر می‌شود.

ب) درست است.

پ) نادرست است؛ طول موج یعنی مسافتی که موج در یک دوره طی می‌کند، برابر است با فاصله دو ستیغ (برآمدگی) یا دو پاستیغ (فرورفتگی) متوالی موج.

ت) درست است؛ امواج میکروموج نسبت به امواج فرسرخ طول موج بیشتر و بسامد کمتر دارند ولی تندی انتشارشان در خلأ یکسان است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)



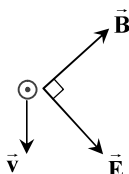
طبق قاعده دست راست، در ابتدا میدان مغناطیسی برون‌سو و اندازه آن در حال افزایش است. پس از ربع دوره میدان الکتریکی همچنان رو به بالا ولی اندازه آن در حال کاهش است و چون میدان الکتریکی و مغناطیسی همگام بوده و بسامد تغییراتشان یکسان است، جهت میدان مغناطیسی همچنان برون‌سو و اندازه آن در حال کاهش خواهد بود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۳- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان الکتریکی موج $(\vec{E})$ به صورت $\searrow$ است.



$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = f\lambda = 2000 \times 10^{12} \times 130 \times 10^{-9} \Rightarrow v = 2/6 \times 10^8 \frac{m}{s} < 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

محیط غیر خلا است که موج با تندی کمتر از $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ منتشر می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۴- پاسخ: گزینه ۱



مدت انتشار صوت در هوا:

$$\ell = v_1 \times t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{72}{v_1}$$

مدت انتشار صوت در فلز:

$$\ell = v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{72}{v_2} = \frac{72}{12v_1} = \frac{6}{v_1}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{72}{v_1} - \frac{6}{v_1} = \frac{66}{v_1} = 0.2 \Rightarrow v_1 = 330 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 12 \times 330 = 3960 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۵- پاسخ: گزینه ۴



$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 14 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 1/4 = \log \frac{I_2}{I_1} = 2 - 2 \times 0.3$$

$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 100 - 2 \log 2 = \log 100 - \log 4 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log \frac{100}{4} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 25$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 25 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 5 \Rightarrow \frac{20}{d_2} = 5 \Rightarrow d_2 = 4m$$

مقدار کاهش فاصله: $|d_1 - d_2| = 20 - 4 = 16m$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

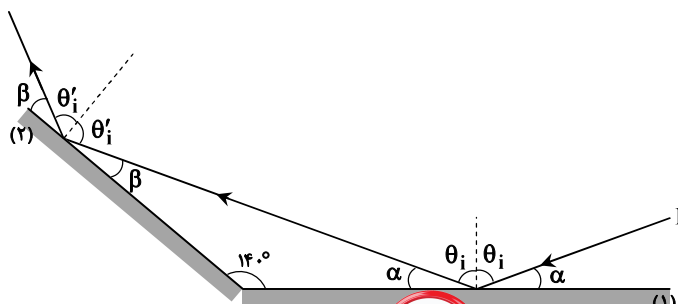
۶۶- پاسخ: گزینه ۲



در اثر دوپلر وقتی ناظر یا چشمه (یا هر دو) به هم نزدیک شوند، بسامدی که ناظر می شنود، در مقایسه با وقتی که هر دو ساکن بوده اند (حالت «الف») بیشتر است. ولی طول موج چنانچه چشمه ساکن باشد، (خواه ناظر ساکن یا متحرک) تغییر نمی کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳



$$140 + \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 40 - \alpha$$

$$\theta'_i = 90 - \beta = 90 - (40 - \alpha) = 50 + \alpha$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل‌های ۳ و ۴)

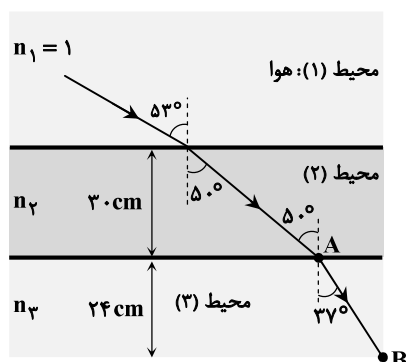


- (الف) نادرست است؛ زیرا بیشترین حساسیت گوش انسان برای فرکانس‌های ۲۰۰۰ تا ۵۰۰۰ هرتز است.
 (ب) درست است؛ وقتی منبع نور به بیننده نزدیک شود، بسامد نور دیده‌شده بیشتر از بسامد واقعی است، همان‌طور که بسامد نور سبز بیشتر از نور زرد است.
 (پ) درست است.
 (ت) درست است.
 (ث) درست است.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{1}{5} \times 10^{-2} = \frac{1/5 \times 10^3}{f} \Rightarrow f = 10^5 \text{ Hz} > 20000 \text{ Hz}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{n_3}{n_1} = \frac{v_1}{v_3} \Rightarrow \frac{4/5}{3/4} = \frac{3 \times 10^8}{v_3} \Rightarrow v_3 = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{24}{AB} = \frac{1}{10} \Rightarrow AB = 24 \text{ cm}$$

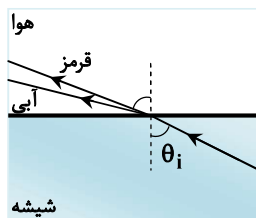
$$AB = v_3 t \Rightarrow 24 \times 10^{-2} = \frac{9}{4} \times 10^8 \times t \Rightarrow t = \frac{4}{9} \times 10^{-9} \text{ s} = \frac{4}{9} \text{ ns}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲



ضریب شکست شیشه برای نور آبی بیشتر از نور قرمز است، چون تندی نور آبی در شیشه کمتر از تندی نور قرمز است؛ بنابراین داریم:



$$n_{\text{آبی}} > n_{\text{قرمز}} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_{\text{آبی}}}{n_{\text{قرمز}}} = 1 \Rightarrow \sin \theta_r > \sin \theta_i \Rightarrow \theta_r > \theta_i$$

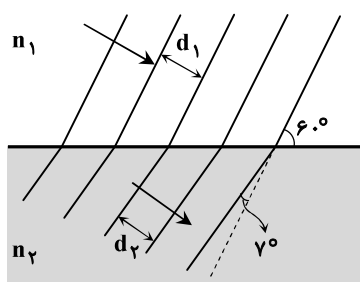
در هوا برای شیشه $\sin \theta_r > \sin \theta_i$ و در هوا برای آبی $\sin \theta_r > \sin \theta_i$ و قرمز یکسان است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱



زاویه تابش (θ_i) زاویه پرتو تابش با خط عمود است؛ یا به‌صورتی دیگر، زاویه جبهه موج تابش با سطح جداکننده دو محیط از هم است؛ پس $\theta_i = 60^\circ$ و زاویه شکست (θ_r)، زاویه پرتو شکست با خط عمود است؛ یا به‌صورت دیگر، زاویه جبهه موج شکست با سطح جداکننده دو محیط است؛ بنابراین داریم:



$$\theta_r = 60 - 30 = 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \cos 30^\circ = 0.5$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0.5} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1/6}{\sqrt{3}} = \frac{16}{30} \sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{15}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



با توجه به اینکه راستای پرتو فرودی و خروجی یکسان است، باید ضریب شکست محیط‌های n_1 و n_4 برابر باشند. از طرفی این دو محیط هوا (خلأ) نمی‌توانند باشند (چرا؟) از این رو گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند. با توجه به مسیر نور ضریب شکست n_2 از n_1 کمتر است، چرا که زاویه شکست از زاویه تابش بزرگ‌تر شده است. ضریب شکست n_3 از n_2 بزرگ‌تر است و با توجه به اینکه نور به مسیر اولیه خود بازگشته است، باید ضریب شکست n_3 از n_4 (یا n_1) هم بیشتر باشد. به این ترتیب فقط گزینه ۴ می‌تواند پاسخ درست باشد.

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



گزاره «الف» درست است.

(ب) درست است؛ چون پهنای نوارهای تاریک و روشن متناسب با طول موج است و طول موج نور قرمز بیشتر از سبز است.
(پ) نادرست است؛ فاصله دو شکم متوالی در موج ایستاده نصف طول موج است.
(ت) نادرست است؛ در نقاط شکم در امواج ایستاده، دو موج هم‌فازند و تداخل سازنده است.
(ث) نادرست است؛ تشکیل امواج ایستاده علاوه بر موج مکانیکی، در امواج الکترومغناطیسی نیز رخ می‌دهد.

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



$$L = \frac{n\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_2 = \frac{2L}{2} = L \\ \lambda_5 = \frac{2L}{5} = 0.4L \end{cases} \Rightarrow L - 0.4L = 0.6L = 4\lambda \Rightarrow L = 8 \cdot \text{cm} = 0.08 \text{ m}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow \begin{cases} f_2 = \frac{2v}{2L} \\ f_5 = \frac{5v}{2L} \end{cases} \Rightarrow f_5 - f_2 = \frac{3v}{2L} = 375 \text{ Hz} \quad v = \frac{(2 \times 375) \times 0.08}{3} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



در نقاط P و R دو موج هم‌فازند و تداخل سازنده است و در نقطه Q دو موج در فاز متقابل‌اند و تداخل ویرانگر است.

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



تنها مورد «پ» درست است. هر سه ترکیب از نوع جامد یونی هستند و ساختار ذره‌ای مشابهی دارند.



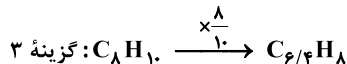
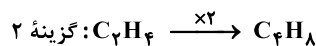
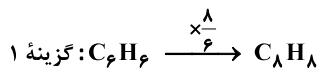
(الف) قسمت عمده خاک رس را سیلیس تشکیل می‌دهد که جامد کووالانسی بوده و حتی در حالت مذاب رسانای جریان برق نیست.
(ب) سرخ فام بودن خاک رس به وجود آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) مربوط است که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن برابر $\frac{2}{3}$ است.
(ت) درصد جرمی سیلیسیم در ساختار فراوان‌ترین اکسید تشکیل‌دهنده خاک رس (SiO_2)، با درصد جرمی آن در یون سیلیکات (SiO_4^{4-}) متفاوت است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



درصد جرمی کربن در هیدروکربنی بیشتر است که به ازای شمار اتم‌های H برابر دارای شمار اتم‌های کربن بیشتری باشد. از این رو با توجه به فرمول مولکولی چهار ترکیب شمار اتم‌های H در هر چهار ترکیب را به عدد یکسانی مانند ۸ می‌رسانیم.



پس درصد جرمی اتم کربن در C_6H_6 از سه ترکیب دیگر بیشتر است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



گزینه ۱: در ساختار جامدهای کووالانسی، شمار زیادی اتم با پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل هستند.
گزینه ۳: جرم یک مول اتم کربن در ساختار الماس با جرم یک مول اتم کربن در ساختار گرافیت برابر است.
گزینه ۴: جرم نمونه‌ای از سیلیس (SiO_2) شامل یک مول اتم ($\frac{2}{3}$ مول اکسیژن و $\frac{1}{3}$ مول سیلیسیم، معادل ۲۰ گرم) بیشتر از جرم نمونه‌ای از الماس شامل یک مول اتم (معادل ۱۲ گرم) است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



گزینه ۱: توزیع الکترون‌ها در مولکول متان و مولکول کربن تتراکلرید، متقارن است و هر دو ناقطبی هستند.
گزینه ۲: در پیوند اشتراکی کربن-هیدروژن، احتمال حضور الکترون‌های اشتراکی پیرامون هسته اتم کربن بیشتر است ولی در پیوند اشتراکی کربن-کلر، احتمال حضور الکترون‌های اشتراکی پیرامون هسته اتم کلر بیشتر است.
گزینه ۳: در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی متان تراکم بار الکتریکی روی اتم مرکزی (اتم کربن) ولی در کربن تتراکلرید تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های جانبی (اتم‌های کلر) بیشتر است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



الف) درست؛ جاذبه بین مولکول‌ها در HF از نوع پیوند هیدروژنی ولی در N_2 از نوع جاذبه ضعیف واندروالسی است.
پ) درست؛ گستره دمای برای مواد مولکولی چندان بزرگ نیست؛ زیرا نیروهای بین مولکولی در مقایسه با جاذبه یون-یون به مراتب ضعیف‌تر هستند.



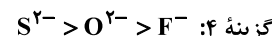
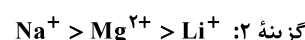
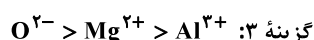
ب) NaCl یک جامد یونی است و نیروهای جاذبه بین یون‌ها از نوع یون-یون است. همچنین پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های HF قوی‌تر از پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های H_2O است.
ت) وجود ترکیب‌های یونی در طبیعت نشان می‌دهد، در ساختار ترکیب‌های یونی، جاذبه‌های میان یون‌های ناهمنام بر دافعه‌های یون‌های همنام غلبه دارد.

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



در یون‌های هم الکترون هرچه بار یون منفی‌تر باشد، شعاع یون بزرگ‌تر است؛ از سویی هرچه بار یون مثبت بیشتر باشد، شعاع آن کوچک‌تر است. مقایسه درست شعاع در سه گزینه دیگر چنین است:



۸۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)



عنصر M کلسیم و عنصر X گوگرد است.

گزینه ۲: درست؛ در یون‌های هم‌الکترون شعاع کاتیون کوچک‌تر از شعاع آنیون است.



گزینه ۱: نیروی جاذبه میان یون‌ها در ترکیب MCl_2 کمتر از نیروی جاذبه میان یون‌ها در ترکیب $MgCl_2$ است؛ زیرا شعاع Ca^{2+} بزرگ‌تر از شعاع Mg^{2+} است.

گزینه ۳: ترکیب عنصر M و عنصر اکسیژن (کلسیم اکسید، ماده یونی) از نظر ساختار ذره‌ای با ترکیب عنصر X و عنصر اکسیژن (گوگرد تری اکسید یا گوگرد دی اکسید، مواد مولکولی) متفاوت است.

گزینه ۴: مقایسه $MO > MX > MCl_2 > MBr_2$ را می‌توان برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور این ترکیب‌ها در نظر گرفت.

۸۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

مولکول AB_2 شکل خمیده دارد و اتم A به یقین دارای الکترون ناپیوندی است.

گزینه ۱: در میدان الکتریکی، اتم A به سمت صفحه با بار منفی (SO_2) یا صفحه با بار مثبت (H_2O) جهت‌گیری می‌کند.
گزینه ۲: اتم‌ها در مولکول AB_2 برخلاف اتم‌ها در مولکول CO_2 در یک راستا قرار ندارند؛ زیرا AB_2 یک ماده قطبی است، پس ساختاری خمیده دارد؛ در نتیجه اتم مرکزی A به یقین الکترون ناپیوندی دارد.

گزینه ۳: در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی آن، ممکن است تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های B بیشتر از اتم A باشد و در این صورت اتم‌های B به رنگ سرخ نشان داده خواهند شد و یا ممکن است تراکم بار روی اتم‌های B کمتر باشد و به رنگ آبی نشان داده شوند.

۸۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)



براساس الگوی دریای الکترونی ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای بین آن‌ها الکترون‌های ظرفیتی دریایی را ساخته‌اند که عامل پایداری این ساختار است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)



اگر در مولکول کربونیل سولفید (SCO) به جای اتم گوگرد، اتم اکسیژن قرار دهیم، مولکول CO_2 حاصل می‌شود.
(الف) جرم مولی و نقطه جوش کاهش می‌یابد.

(ب) گشتاور دوقطبی مولکول و تراکم الکترون‌ها اطراف هسته اتم کربن کاهش می‌یابند.

(پ) تقارن توزیع بار الکتریکی اطراف اتم مرکزی افزایش می‌یابد.



(ت) ساختار خطی مولکول تغییری نمی‌کند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱۳)



بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: سدیم سیلیکات: Na_4SiO_4 گزینه ۲: کلسیم سولفات: $CaSO_4$ گزینه ۳: لیتیم فسفات: Li_3PO_4 گزینه ۴: روی کربنات: $ZnCO_3$ 

بارانیون = شمارکاتیون
بارکاتیون شمارانیون

۸۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)



روی می‌تواند محلولی از وانادیم (V) را تا رسیدن به محلولی از وانادیم (III) کاهش دهد و در صورت وجود مقدار بیشتری روی، محلول وانادیم (III) نیز می‌تواند به محلولی از وانادیم (II) کاهش یابد و رنگ محلول نیز تغییر کند.



گزینه ۱: در محلول نهایی، نمکی از وانادیم در محلول وجود دارد که عدد اکسایش وانادیم در آن +۳ است.
گزینه ۲: روی به‌عنوان کاهنده باعث کاهش یافتن وانادیم موجود در محلول اولیه شده است.
گزینه ۳: آرایش الکترونی وانادیم موجود در ساختار نمک حل شده در محلول نهایی (با عدد اکسایش +۳) مربوط به این واکنش، $[Ar]3d^2$ است.

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)



آلیاژ نیتینول از دو فلز نیکل (Ni_{28}) و تیتانیوم (Ti_{22}) ساخته شده است.
مورد اول: درست؛ هر دو فلز در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند، پس دارای ۴ لایه الکترونی هستند.
مورد دوم: درست؛ مجموع عدد اتمی این دو فلز برابر ۵۰ است که عدد اتمی فلز قلع (Sn) از گروه ۱۴ نیز برابر ۵۰ است.
مورد سوم: درست
مورد چهارم: درست



مورد پنجم: نادرست؛ براساس مدل دریای الکترونی شبکه بلور فلزها شامل کاتیون‌هایی است که در سه بعد قرار گرفته‌اند و دریای الکترونی میان آن‌ها شناور است.

۸۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

فرمول مولکولی دی متیل اتر، C_2H_6O است.

(ب) نادرست؛ نیروی بین مولکولی در دی متیل اتر و اتانول به ترتیب از نوع وان‌دروالس و پیوند هیدروژنی است.

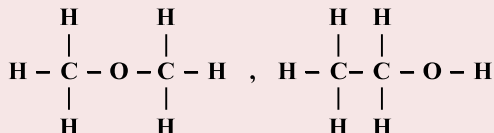
(ت) نادرست؛ طیف‌سنجی فروسرخ می‌تواند گروه‌های عاملی متفاوت را حتی در دو ایزومر نشان دهد.



نیاید سراغ اینا بری

الف) درست؛ دی متیل اتر ماده‌ای قطبی ولی پروپان (C_3H_8) ناقطبی است؛ از این رو نقطه جوش دی متیل اتر بالاتر است. (البته جرم مولی دو ترکیب به تقریب برابر است).

(پ) درست



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۹۰- پاسخ: گزینه ۴



جوابش اینه

اغلب جامدهای مولکولی سخت نیستند و به راحتی در حالت جامد خرد می‌شوند. ماده‌ای سخت و نارسا در حالت مذاب می‌تواند جامد کووالانسی باشد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

۹۱- پاسخ: گزینه ۴



جوابش اینه

کربن مونوکسید گازی بی‌رنگ و بی‌بو است که از سوختن ناقص هیدروکربنها به وجود می‌آید.



نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: هیدروکربن‌های سوخته نشده (C_xH_y) می‌توانند به‌صورت بخار از آگروز خودروها خارج شوند و آلودگی هوا را ایجاد کنند.

گزینه ۲: اکسید بی‌رنگ نیتروژن تولید شده توسط خودروها NO است که در ساختار لوویس آن N از قاعده هشت تایی بی‌روی نمی‌کند:



گزینه ۳: با توجه به ساختار لوویس NO_2 (گاز قهوه‌ای رنگ) و SO_2 مشخص است که هر دو گاز دارای ۳ پیوند اشتراکی هستند:



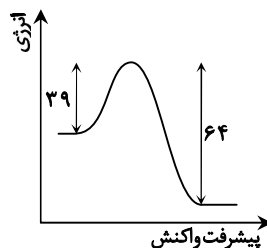
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۹۲- پاسخ: گزینه ۱



جوابش اینه

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال، نمودار انرژی-پیشرفت این واکنش به صورت زیر خواهد شد:



به این ترتیب ΔH این واکنش برابر است با:

$$\Delta H = 39 - 64 = -25 \text{ kJ}$$

این مقدار گرما به ازای تولید ۲ مول فراورده به دست می آید؛ بنابراین گرمای حاصل از تولید ۲۶/۲ گرم NOCl به صورت زیر محاسبه می شود:

$$26/2 \text{ g NOCl} \times \frac{1 \text{ mol NOCl}}{65/2 \text{ g NOCl}} \times \frac{25 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NOCl}} = 25 \text{ kJ}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



الف) نادرست؛ مبدل کاتالیستی نمی تواند آلاینده SO_2 را حذف کند و یا کاهش دهد.
 ب) نادرست؛ هیچ کدام از سه فلز Pd ، Pt و Rh به دوره چهارم جدول تناوبی تعلق ندارند.
 پ) نادرست؛ ابعاد توده های فلزی در مبدل کاتالیستی ۲ تا ۱۰ نانومتر است.



ت) این مورد درست است.

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



حذف اکسیدهای نیتروژنی حاصل از خودروهای دیزلی مطابق با واکنش زیر صورت می گیرد:



با توجه به حجم مخلوط گازهای تولیدشده، برای تعیین جرم آمونیاک ناخالص مورد نیاز خواهید داشت:

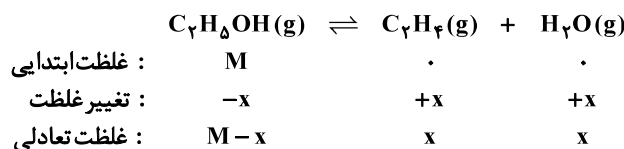
$$\text{ناخالص } NH_3 = \frac{100 \text{ g } NH_3}{68 \text{ g } NH_3} \times \frac{17 \text{ g } NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} \times \frac{2 \text{ mol } NH_3}{2 \text{ mol } (NO_2, NO)} \times \frac{1 \text{ mol } (NO_2, NO)}{22/4 \text{ L } (NO_2, NO)} \times \text{مخلوط } (NO_2, NO) = 20 \text{ g } NH_3$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

۹۵- پاسخ: گزینه ۴



با گذشت زمان غلظت واکنش دهنده ها کاهش می یابد (منحنی نزولی) و غلظت فرآورده ها افزایش پیدا می کند (منحنی صعودی)، پس می توان فهمید که غلظت اتانول در حالت تعادل برابر $0/4$ مولار بوده است. اگر غلظت اولیه این گاز را M مولار در نظر بگیریم، با توجه به واکنش انجام شده خواهیم داشت:

به این ترتیب برای تعیین مقدار M می توان گفت:

$$K = \frac{[C_2H_4][H_2O]}{[C_2H_5OH]} \Rightarrow 40 = \frac{x \times x}{0/4} \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$[C_2H_5OH]_{\text{تعادلی}} = M - x = 0/4 \Rightarrow M - 4 = 0/4 \Rightarrow M = 4/4 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

از آنجا که در صورت سؤال مقدار مول اولیه اتانول (و نه غلظت آن) خواسته شده است؛ بنابراین:

$$\text{مقدار مول اتانول} = \text{حجم} \times \text{غلظت} = 4/4 \frac{\text{mol}}{L} \times 5L = 22 \text{ mol}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۹۶- پاسخ: گزینه ۳



با افزودن پتاسیم هیدروکسید جامد به محلول موجود در ظرف ها، غلظت یون های $K^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ در هر دو ظرف افزایش می یابد. افزایش غلظت $K^+(aq)$ در ظرف محلول KNO_3 موجب جابه جایی تعادل آن در جهت برگشت شده و در نتیجه انحلال پذیری نمک کاهش خواهد یافت.

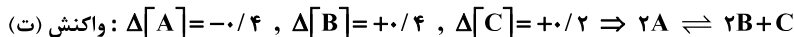
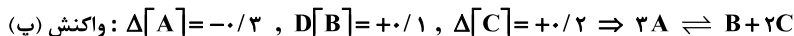
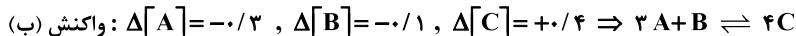
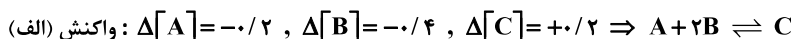
اما در ظرف محلول $Fe(NO_3)_3$ بین یون های OH^- اضافه شده به ظرف و یون های Fe^{3+} واکنش رخ می دهد و رسوب $Fe(OH)_3$ تولید می شود؛ به این ترتیب غلظت یون Fe^{3+} کاهش یافته و تعادل موجود در جهت رفت پیشرفت می کند. به این ترتیب مقدار بیشتری از $Fe(NO_3)_3$ در آب حل خواهد شد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



ابتدا باید برای هر نمودار، با توجه به میزان تغییر غلظت مواد موجود در واکنش، معادله آن را تعیین کنیم:



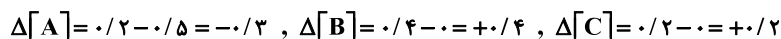
اگر مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در یک تعادل گازی با مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها یکسان نباشد، تغییر فشار (در دمای ثابت) موجب برهم خوردن تعادل می‌شود. به این ترتیب واکنش‌های «الف» و «ت» چنین شرایطی دارند.

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



در ابتدا لازم است با توجه به نمودار غلظت- زمان داده شده و تغییر غلظت مواد موجود در واکنش، معادله واکنش انجام شده را به دست آوریم. برای این منظور از میزان تغییر غلظت مواد از لحظه شروع واکنش تا رسیدن به تعادل استفاده می‌کنیم:



به این ترتیب معادله واکنش صورت گرفته به شکل $4B + 2C \rightleftharpoons 3A$ خواهد بود.

از آنجاکه این واکنش گرماگیر است، افزایش دما موجب جابه‌جایی آن در جهت رفت می‌شود. به این ترتیب غلظت A کاهش می‌یابد و غلظت B و C افزایش خواهد یافت که در تمام نمودارها مشاهده می‌شود. اما باید توجه داشت که در تعادل اولیه غلظت A و C با هم برابر بوده و نصف غلظت B می‌باشد (بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند). از طرفی میزان تغییرات غلظت گونه‌ها نیز مطابق با ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادله واکنش خواهد بود. به این ترتیب میزان تغییر غلظت C نصف B بوده و تغییر غلظت A نیز بیشتر از C و کمتر از B می‌باشد (در گزینه ۲، تغییر غلظت A و B یکسان در نظر گرفته شده است).

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

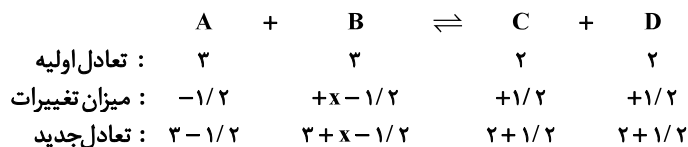
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



از آنجا که تعداد مول C و D تولید شده تا رسیدن به حالت تعادل با یکدیگر برابر است، در طی این فرایند ۲ مول D نیز تولید شده است. به این ترتیب برای محاسبه مقدار K این واکنش می‌توان گفت:

$$K = \frac{[C][D]}{[A][B]} = \frac{\left(\frac{2 \text{ mol}}{1 \text{ L}}\right)\left(\frac{2 \text{ mol}}{1 \text{ L}}\right)}{\left(\frac{3 \text{ mol}}{1 \text{ L}}\right)\left(\frac{3 \text{ mol}}{1 \text{ L}}\right)} = \frac{4}{9}$$

حال از آنجاکه با افزودن x مول B به این تعادل مقدار D به اندازه ۱/۲ مول افزایش یافته است، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار C نیز ۱/۲ مول بیشتر شده و A و B به همین میزان کاهش یافته‌اند:



در نتیجه با توجه به عدم تغییر مقدار K در تعادل جدید خواهیم داشت:

$$K = \frac{4}{9} = \frac{3/2 \times 3/2}{1/8 \times (1/8 + x)} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{10/24}{3/24 + 1/8 x} \Rightarrow 12/96 + 7/24 x = 92/16 \Rightarrow x = 11 \text{ mol}$$

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)



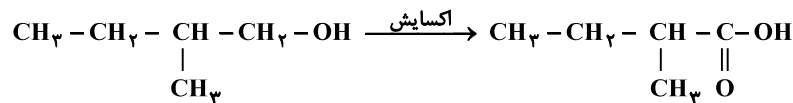
امروزه بسیاری از کشورهای جهان منبع خود را به شکل خام می‌فروشند.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

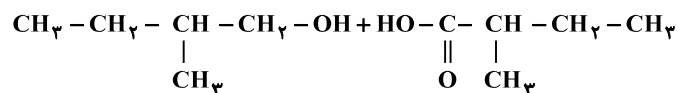
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



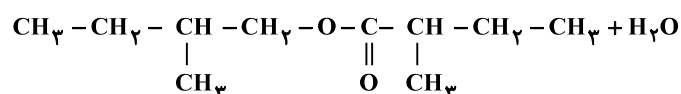
اگر الکل داده شده را با استفاده از اکسندهای مناسب اکسید کنیم، یک کربوکسیلیک اسید تولید می‌شود:



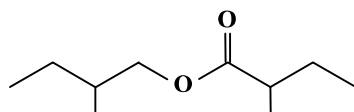
حال از واکنش الکل اولیه با کربوکسیلیک اسید تولید شده، یک استر حاصل خواهد شد:



↓



ساختار پیوند- خط استر به دست آمده نیز به صورت زیر است:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴



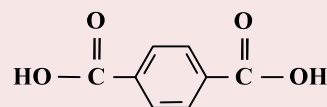
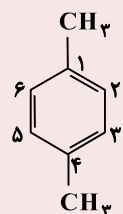
گزینه ۴: برای ساختن PET از اتیلن گلیکول (به عنوان دی الکل) استفاده می‌شود که در رادیاتور خودروها به عنوان ضد یخ به کار می‌رود.



گزینه ۱: برای تعیین مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در پارازایلن می‌توان به صورت زیر عمل کرد:

$$\text{C}_8\text{H}_{10} : \Delta C + 10(+1) = 0 \Rightarrow \Delta C = -10$$

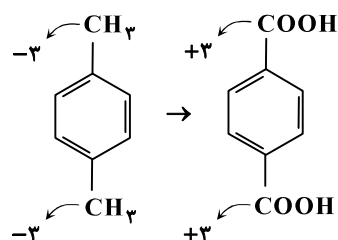
گزینه ۲: با توجه به ساختار پارازایلن نام آن را می‌توان به صورت ۱، ۴- دی متیل بنزن نیز نوشت:



گزینه ۳: ترفتالیک اسید یک کربوکسیلیک اسید دو عاملی با ساختار زیر است؛ بنابراین ساده‌ترین دی اسید آروماتیک خواهد بود که هر مول از آن با ۱ مول $\text{Ba}(\text{OH})_2$ خنثی می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به عدد اکسایش محاسبه شده تبدیل هر مول پارازایلن به ترفتالیک اسید با از دست دادن ۱۲ مول الکترون همراه است. عدد اکسایش اتم Mn در KMnO_4 برابر +۷ و در فرآورده MnO_2 برابر +۴ است، پس تغییر عدد اکسایش اتم Mn برابر +۳ است؛ بنابراین برای گرفتن ۱۲ مول الکترون به ۴ مول KMnO_4 نیاز است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



واکنش تولید استر از اسید و الکل از نوع اکسایش - کاهش نیست؛ زیرا عدد اکسایش اتم‌های کربن بدون تغییر می‌ماند.

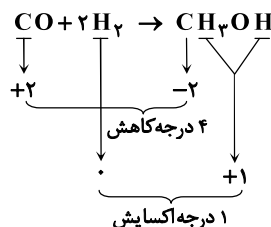
۱۰۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)



الف) درست؛ پلاستیک‌های ساخته‌شده از PET امکان بازیافت را دارند.

پ) درست؛ با توجه به معادله واکنش تولید متانول از CO و H_۲، این مولکول‌ها به ترتیب اکسند و کاهنده به‌شمار می‌روند:



ب) نادرست؛ در روش مستقیم (و نه غیرمستقیم) تولید متانول از متان، باید از گاز O_۲ در مجاورت کاتالیزگر استفاده شود.

ت) نادرست؛ در میدان‌های نفتی، برای افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از گاز متان (و نه متانول) را می‌سوزانند.