



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۱

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

کد کنترل

121

A



دفترچه شماره ۱

مرور نیم سال دوم دوازدهم



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۴

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استانداردهای دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

گسسته و آمار و احتمال

گسسته

گراف و مدل‌سازی (درس ۲) /
ترکیبیات (شمارش)
صفحه‌های ۴۳ تا ۸۴

هندسه

هندسه (۳)

آشنایی با مقاطع مخروطی /
بردارها
صفحه‌های ۴۷ تا ۸۴

حسابان

دوازدهم + پایه مرتبط

مشتق / کاربرد مشتق
صفحه‌های ۷۱ تا ۱۴۴

شیمی

شیمی (۳)

شیمی جلوه‌ای از هنر،
زیبایی و ماندگاری /
شیمی، راهی به سوی
آینده‌ای روشن‌تر
صفحه‌های ۶۷ تا ۱۲۳

فیزیک

فیزیک (۳)

نوسان و موج /
برهم‌کنش‌های موج /
آشنایی با فیزیک اتمی /
آشنایی با فیزیک هسته‌ای
صفحه‌های ۶۹ تا ۱۵۶

استراتژی و هدف‌گذاری با ماز

اهداف کوتاه‌مدت:

- رسیدن به بودجه‌بندی و مباحث آزمون بعد

اهداف میان‌مدت:

- هدف میان‌مدت پاییز: مطالعه و تسلط کامل بر نیم‌سال اول دوازدهم + دروس پایه دهم
- هدف میان‌مدت زمستان: مطالعه و تسلط کامل بر نیم‌سال دوم دوازدهم + دروس پایه یازدهم
- هدف میان‌مدت فروردین‌ماه: مرور و جمع‌بندی بقچه‌ای به صورت پایه‌ای و نیم‌سال و آماده شدن برای شرکت

در آزمون جامع

- هدف میان‌مدت سه هفته‌مانده به کنکور اردیبهشت: شرکت در آزمون‌های جامع کاملاً شبیه‌ساز کنکور با سطوح مختلف (آمادگی برای مواجهه با هر نوع کنکور)
- هدف میان‌مدت اردیبهشت و خرداد: کسب آمادگی کامل برای ۲۰ شدن در امتحانات نهایی
- هدف میان‌مدت دو هفته‌مانده به کنکور تیر: مرور سریع و آماده شدن برای کنکور تیر

اهداف بلندمدت:

- رسیدن به کنکور اردیبهشت (کنکور اصلی) + آمادگی برای ۲۰ شدن در امتحانات نهایی + کامبک برای کنکور تیر

۱- شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 1 & x \geq 1 \\ 4x^3 - 2x^2 + 2 & x < 1 \end{cases}$ چقدر از شیب نیم مماس راست، در نقطه گوشه‌ای آن

بیشتر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- اگر در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{ax+b} & x > 1 \\ -x^4 + 3x^2 & x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود باشد، a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۳- اگر $f(x) = a \sin \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \cos^2 \frac{x}{2}$ و $f'(\frac{2\pi}{3}) = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-4}$ و $g(x) = \frac{x+1}{(2x-8)^2}$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $\frac{f''g - g'f'}{g^2}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) -۴

۵- اگر $f(x) = 2\sqrt{2} - \sqrt{2x+4}$ باشد، آن گاه مشتق تابع $g(x) = f(xf(x))$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

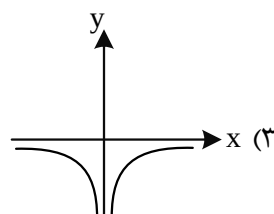
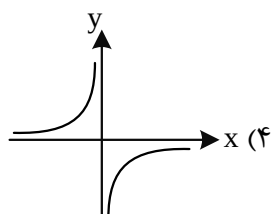
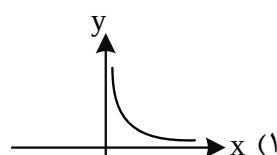
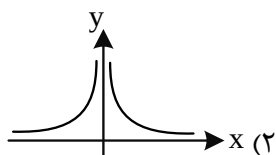
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

۶- در تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, a]$ نیم واحد بیشتر از آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x=1$ می‌باشد. مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{9}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{16}{7}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۷- نمودار مشتق تابع $f(x) = \frac{-1}{x}$ به کدام صورت است؟



۸- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 13x - 2 & x < 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - f(1)}{2h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{13}{2}$ (۴) موجود نیست.

۹- رفتار تابع $f(x) = \frac{-2x+3}{(x-3)^2}$ روی بازه $(-\infty, 3)$ چگونه است؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

۱۰- مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{1 + \sin 4x}{\sin 2x + \cos 2x}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۱۱- در تابع $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 1$ فاصله نقاط بحرانی تابع f از یکدیگر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۲- مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3(x-4)$ در بازه $[-1, 5]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۵ (۳) -۲۷ (۴) -۱۲۵

۱۳- کمترین فاصله نقطه $A(7, 0)$ از نقاط منحنی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+21}$ کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{7}$ (۴) $7\sqrt{2}$

۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی برای m ، تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + m}{4x + 1}$ فاقد اکستریم نسبی خواهد بود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) هیچ (۴) بی شمار

۱۵- نقطه مینیمم نسبی تابع $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 3$ در کدام یک از نواحی دستگاه مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

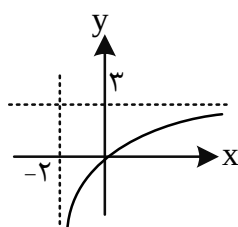
۱۶- اگر نقطه $A(-1, 4)$ نقطه عطف نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 6x + 2$ باشد، مقدار $a + 2b$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) -۲۰ (۳) -۲۸ (۴) ۲۸

۱۷- اگر جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = x^4 - 4x^3 + mx^2 + 2x - 7$ در تمام نقاط اعداد حقیقی، رو به بالا باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m \leq 6$ (۲) $m \geq 6$ (۳) $m \geq 3$ (۴) $m \leq 3$

۱۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+b}{x-c}$ به صورت مقابل است. حاصل $f''(1)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{4}{9}$

محل انجام محاسبات

۱۹- اگر نمودار تابع $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + m$ از هر چهار ناحیه دستگاه مختصات عبور کند، بزرگ‌ترین مقدار صحیح m کدام است؟

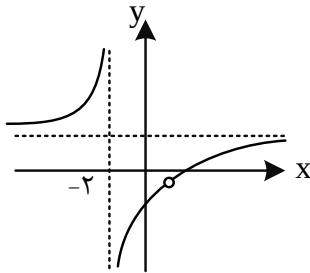
(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

۲۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 6}{x^2 - b}$ به شکل مقابل است. مقدار $f(1)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۲۱- در یک بیضی، فاصله کانونی با قطر کوچک هم‌اندازه است. از F عمودی بر قطر کانونی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقطه M قطع کند. اگر $MF = 1$ باشد، آن‌گاه فاصله M از کانون دیگر چقدر است؟ (F کانون بیضی است)

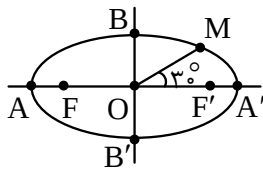
(۴) $\sqrt{2}$

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) $\sqrt{3}$

۲۲- در بیضی زیر نقاط F و F' کانون‌های بیضی و AA' و BB' قطرهای آن هستند. M نقطه‌ای روی بیضی است به طوری که $OM = OF = OF'$ و $\angle MOF' = 30^\circ$ می‌باشد. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۳- یک سهمی که محور تقارن آن موازی محور عرض‌هاست، محور x ها را در نقاط به طول ۱ و ۵ قطع می‌کند. اگر رأس سهمی روی نیمساز ناحیه اول باشد، فاصله کانون سهمی تا خط هادی آن کدام است؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) ۱

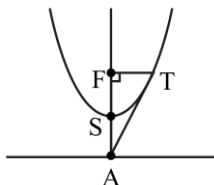
(۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

۲۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌شان از نقطه $(1, 2)$ با فاصله‌شان از خط $x = -3$ یکسان است، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۲۵- اگر معادله سهمی شکل مقابل $x^2 - 2x = 4y + 3$ باشد، آنگاه مساحت مثلث FAT که در آن A روی خط هادی قرار دارد، کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۲۶- اگر سه بردار $\vec{V}_1 = (1, -1, a)$ ، $\vec{V}_2 = (2, b, 1)$ و $\vec{V}_3 = (c, 3, 2)$ سه یال رسم شده از یک رأس در یک مکعب مستطیل باشند، طول قطر (قطر داخلی) این مکعب مستطیل کدام است؟

- (۱) $\sqrt{1096}$ (۲) $\sqrt{1097}$ (۳) $\sqrt{1098}$ (۴) $\sqrt{1099}$

۲۷- اگر $\vec{a}' = (1-n, n, 1)$ تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, 3, -1)$ بر بردار $\vec{b}$ باشد، طول تصویر بردار $\vec{a}'$ بر صفحه xOz کدام است؟

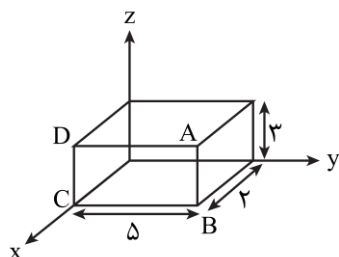
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۲۸- اگر سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, m)$ ، $\vec{b} = (1, 2, 0)$ و $\vec{c} = (3, 0, 1)$ هم صفحه باشند، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۲۹- در مکعب مستطیل شکل مقابل، معادله یال AB و صفحه ABCD به ترتیب کدام است؟



$$\begin{cases} x+y=2 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x=2 \\ 0 \leq y+z \leq 8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ z=3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y+z=8 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x=2 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (4)$$

۳۰- برای سه بردار غیر صفر $\vec{a}$, $\vec{b}$ و $\vec{c}$ اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ و $|\vec{c}| = 3$ باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

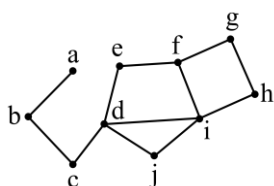
(۴) -۹

(۳) -۶

(۲) ۶

(۱) ۴

۳۱- در گراف مقابل، مجموعه X چنان است که مجموعه $X \cup \{e, f\}$ مجموعه‌ای احاطه‌گر می‌شود. حداقل تعداد اعضاء X کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

محل انجام محاسبات

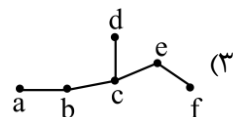
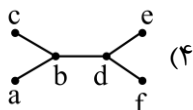
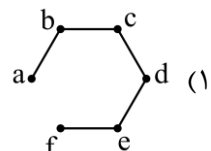
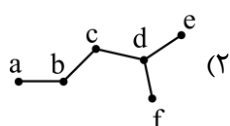
۳۲- گرافی از مرتبه ۹ و اندازه ۱۱ فقط دورهایی به طول ۵، ۶، ۸ و ۹ داشته و دوری با طول غیر از این چهار عدد ندارد. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۳- عدد احاطه‌گری گراف ۲-منتظم از مرتبه ۹ برابر ۴ است. تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم مکمل آن گراف چندان است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۳۴- کدام یک از گراف‌های زیر مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم ندارد؟



۳۵- با ارقام ۱، ۲، ۲، ۴، ۴ چند عدد پنج رقمی می‌توان نوشت به طوری که نه ارقام ۲ پیش هم باشند و نه ارقام ۴؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۳۶- معادله $x + y + z + t = \frac{20}{t}$ در مجموعه اعداد طبیعی n دسته جواب دارد. مجموع ارقام n کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۳۷- ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳ را به تصادف در خانه‌های خالی مربع مقابل قرار می‌دهیم، احتمال آن که مربع حاصل، مربع

لاتین شود را $\frac{1}{n}$ می‌نامیم. کدام یک از اعداد زیر شمارنده‌ای از n است؟

	۲	

۷ (۲)

۶ (۱)

۱۱ (۴)

۸ (۳)

۳۸- در شکل مقابل دو مربع نیمه‌پر A و B لاتین بوده و مربع B حاصل از جایگشت روی درایه‌های A می‌باشد. حاصل

$3a+b$ کدام است؟

$A =$

۱			
	a	۲	
		۳	
۳			

$B =$

		۲	
	۴		
۱		b	
			۲

۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

۳۹- چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که شامل رقم ۲ بوده و مضرب ۴ نباشند؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۴۰- مجموعه $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ متشکل از n عدد طبیعی، مفروض است حداقل مقدار n چقدر باشد تا مطمئن شویم

حداقل ۹ عدد از آن n عدد چنانند که هم در تقسیم بر ۶ دارای باقی‌مانده یکسان هستند و هم در تقسیم بر ۵

هم‌باقی‌مانده می‌باشند؟

۲۷۱ (۴)

۲۷۰ (۳)

۲۴۱ (۲)

۲۴۰ (۱)

محل انجام محاسبات



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۱

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

کد کنترل

122

A



دفترچه شماره ۲

مرورنیم سال دوم دوازدهم



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۴

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

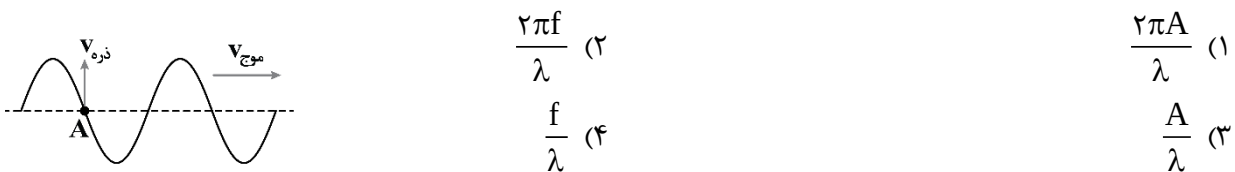
۴۱- یک نوسان ساز، موج های دوره ای را در یک ریسمان کشیده ایجاد می کند. کدام گزینه در مورد این امواج نادرست است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) اگر نیروی کشش ریسمان را افزایش دهیم، طول موج نیز افزایش می یابد.
- (۲) اگر بسامد نوسان ساز را افزایش دهیم، طول موج کاهش می یابد.
- (۳) اگر فقط چگالی خطی جرم ریسمان را افزایش دهیم، فاصله دو قله متوالی موج از هم افزایش می یابد.
- (۴) اگر دوره تناوب نوسان ساز را افزایش دهیم، تندی موج ثابت می ماند.

۴۲- در یک گیتار، طول هر تار بین دو انتهای ثابت 64cm است. برای نواختن بالاترین بسامد، جرم تار $2/25 \times 10^{-4}\text{kg}$ و برای نواختن پایین ترین بسامد، جرم تار $4 \times 10^{-4}\text{kg}$ است. تارها تحت کششی برابر 225N قرار دارند. اختلاف تندی انتشار موج در تارها برای ایجاد این دو بسامد چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۸۰۰

۴۳- شکل زیر موجی عرضی با طول موج λ ، بسامد f و دامنه A را در یک ریسمان نشان می دهد که با تندی $v_{\text{موج}}$ به سمت راست حرکت می کند، درحالی که تندی ذره نشان داده شده ریسمان $v_{\text{ذره}}$ است. نسبت $\frac{v_{\text{ذره}}}{v_{\text{موج}}}$ کدام است؟



۴۴- چشمه موجی با بسامد 10Hz در یک محیط، نوسان های طولی ایجاد می کند. اگر فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متوالی 40cm باشد، تندی انتشار موج در این محیط چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۴۵- شکل زیر، نقش دو موج را در لحظه معینی نشان می دهد که در یک محیط یکسان درحال انتشار هستند. بزرگی شتاب ذره A چند برابر بزرگی شتاب ذره B است؟

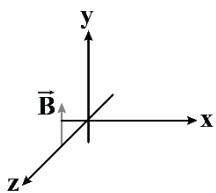


محل انجام محاسبات

۴۶- کدام گزینه در مورد امواج الکترومغناطیسی نادرست است؟

- (۱) میدان الکتریکی $\vec{E}$ همواره بر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ عمود است و هر دو میدان همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ بنابراین موج الکترومغناطیسی، یک موج عرضی است.
- (۲) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.
- (۳) امواج الکترومغناطیسی انرژی را به صورت انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی ذرات محیط منتقل می‌کنند.
- (۴) طیف امواج الکترومغناطیسی یک طیف پیوسته است.

۴۷- شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را که در لحظه $t=0$ بیشینه است، نشان می‌دهد. در هر ثانیه 2×10^{15} بار اندازه میدان مغناطیسی صفر می‌شود. اگر انتقال انرژی موج در جهت مثبت محور x باشد، در لحظه $t = 1/5 \times 10^{-3} \text{ ps}$ وضعیت میدان الکتریکی در این نقطه چگونه است؟

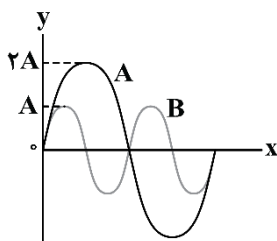


- (۱) اندازه آن صفر است.
- (۲) اندازه آن بیشینه و در جهت محور z است.
- (۳) اندازه آن بیشینه و در خلاف جهت محور z است.
- (۴) اندازه آن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ مقدار بیشینه خود و در جهت محور z است.

۴۸- شخصی با چکش به انتهای میله باریک فلزی بلندی ضربه‌ای می‌زند. تندی صوت در این میله ده برابر تندی صوت در هوا است. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است، دو صدا را که یکی از میله می‌آید و دیگری از هوای اطراف میله، با اختلاف زمانی 0.15 s می‌شنود. اگر طول میله 50 m باشد، تندی صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۳۴۰ (۴) ۳۴۰۰

۴۹- شکل زیر، نمودار جابه‌جایی - مکان دو چشمه صوتی A و B که در یک محیط منتشر می‌شود را نشان می‌دهد. اگر تراز شدت صوت حاصل از منبع A در فاصله r از آن برابر 6 dB باشد، تراز شدت صوت حاصل از منبع B در فاصله r از آن برابر چند دسی‌بل است؟ $(\log 2 = 0.3)$



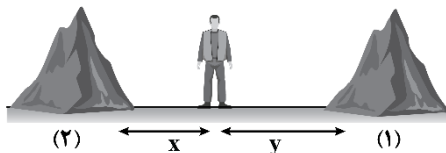
- (۱) ۱۴
(۲) ۲۶
(۳) ۲۰
(۴) ۸

محل انجام محاسبات

۵۰- در کدام یک از موارد زیر از بازتاب امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود؟

- (۱) اجاق خورشیدی - آنتن بشقابی
(۲) اجاق خورشیدی - میکروفون سهموی
(۳) سونار - آنتن بشقابی
(۴) سونار - میکروفون سهموی

۵۱- دانش‌آموزی بین دو صخره قائم (۱) و (۲) ایستاده است. دانش‌آموز فریاد می‌زند و دو پژواک صدای خود را با فاصله زمانی ۱/۱۳s می‌شنود. اگر این دانش‌آموز به اندازه ۴۰m به سمت صخره (۲) حرکت کند و دوباره فریاد بزند، پژواک اول و دوم صدای خود را با اختلاف زمانی چند ثانیه دریافت می‌کند؟ ($x > 40\text{m}$, $y > x$, $v_{\text{صوت}} = 320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

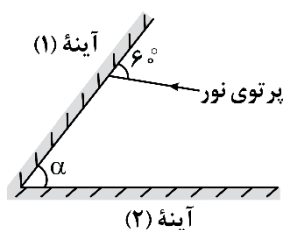


- (۱) ۰/۶۳
(۲) ۰/۸۸
(۳) ۱/۶۳
(۴) ۱/۳۸

۵۲- دو سطح (۱) و (۲) به ترتیب با ابعاد ناهمواری‌های $0.5\mu\text{m}$ و $30\mu\text{m}$ در اختیار داریم. یک دسته پرتوی الکترومغناطیسی در خلأ با بسامد $5 \times 10^4 \text{GHz}$ به این دو سطح می‌تابانیم. بازتابش امواج از دو سطح (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

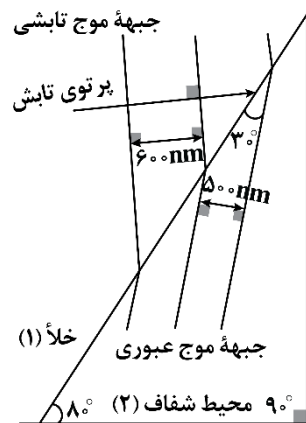
- (۱) منظم، منظم
(۲) پخشنده، پخشنده
(۳) پخشنده، منظم
(۴) منظم، پخشنده

۵۳- در شکل زیر، پرتوی نور به آینه (۱) تابیده، سپس بازتاب آن به آینه (۲) می‌تابد و دوباره پرتو به آینه (۱) تابیده و از آن بازتاب می‌شود. اگر پرتوی نهایی موازی آینه (۲) باشد، زاویه بین دو آینه (α) چند درجه است؟



- (۱) ۳۰
(۲) ۴۰
(۳) ۵۰
(۴) ۶۰

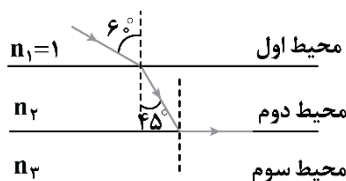
۵۴- شکل زیر، جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که بر مرز بین محیط (۱) و (۲) فرود آمده‌اند. زاویه پرتوی تابش در محیط (۱) با محور x چند درجه است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)



- (۱) ۳۷
(۲) ۲۷
(۳) ۶۳
(۴) ۵۳

محل انجام محاسبات

۵۵- با توجه به شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی از محیط شفاف با ضریب شکست $n=1$ وارد محیط‌های شفاف دیگر می‌شود. به ترتیب از راست به چپ ضریب شکست محیط دوم کدام است و تندی پرتوی نور در محیط سوم نسبت به محیط دوم چند درصد تغییر می‌کند؟ ($\sqrt{3}=1/7$, $\sqrt{2}=1/4$)



(۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ، ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۲) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ، ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

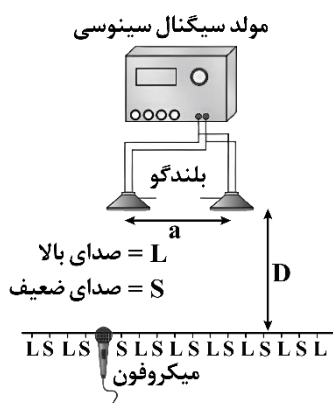
(۳) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ، ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ، ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

۵۶- اگر دو باریکه نور نارنجی و سبز، به‌طور مایل با زاویه تابش یکسانی از هوا وارد شیشه شوند، هنگام عبور از مرز دو محیط، باریکه ... بیش‌تر خم می‌شود، زیرا طول موج آن است.

(۱) سبز - کم‌تر (۲) سبز - بیش‌تر (۳) نارنجی - کم‌تر (۴) نارنجی - بیش‌تر

۵۷- آزمایش زیر برای بررسی کدام پدیده به‌کار می‌رود و با افزایش بسامد صوت تولیدشده، فاصله بین نقاط صدای بالا (L) و صدای ضعیف (S) چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) تداخل امواج صوتی، کاهش می‌یابد.

(۲) تداخل امواج صوتی، افزایش می‌یابد.

(۳) پراش امواج صوتی، کاهش می‌یابد.

(۴) پراش امواج صوتی، افزایش می‌یابد.

۵۸- تار ویولنی که طول آن $15/0\text{ cm}$ است و در دو انتها بسته شده است، در $n=1$ نوسان می‌کند. تندی موج عرضی در این تار $240\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و تندی صوت در هوا $320\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. طول موج امواج صوتی گسیل‌شده از تار در هوا چند سانتی‌متر است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۸۰

(۲) ۳۰

(۱) ۴۰

محل انجام محاسبات

۵۹- تار به چگالی $4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و سطح مقطع 2 mm^2 با نیروی 180 N بین دو نقطه ثابت، محکم کشیده شده است. اگر رشته‌ای از چند بسامد متوالی تشدید این تار به صورت 225 Hz ، 300 Hz و 375 Hz باشد، طول این تار چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۰۰

۶۰- توان لامپ A، ۴ برابر توان لامپ B و طول موج نور گسیلی از لامپ A در خلأ، ۵ درصد بیش‌تر از طول موج گسیلی از لامپ B در خلأ است. اگر لامپ A را در هوا و لامپ B را در محیطی شفاف با ضریب شکست $\frac{3}{2}$ قرار دهیم، تعداد فوتون‌هایی که در هر ثانیه از لامپ B گسیل می‌شود، چند برابر تعداد فوتون‌های گسیلی از لامپ A در هر ثانیه است؟

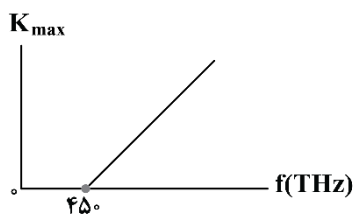
- (۱) ۵ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{21}{5}$ (۴) $\frac{5}{21}$

۶۱- بنابر نظریهٔ اینشتین برای فوتوالکتریک، اگر در بسامدی ثابت و بزرگ‌تر از بسامد آستانهٔ فلز، شدت نور را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها و تعداد آن‌ها به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند، ثابت می‌ماند. (۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۳) ثابت می‌ماند، افزایش می‌یابد. (۴) افزایش می‌یابد، ثابت می‌ماند.

۶۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار تغییرات بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها بر حسب بسامد نور تابیده شده مطابق شکل است. تابع کار فلز چند الکترون‌ولت است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)



(۱) $1/8$

(۲) $1/6$

(۳) $1/4$

(۴) $2/4$

۶۳- در طیف نور خورشید که به کرهٔ زمین می‌رسد، خطوط تاریک دیده می‌شود. این خطوط نشانگر چیست؟

(۱) عناصر موجود درون خورشید (۲) جذب قسمتی از نور خورشید توسط دستگاه طیف‌سنج

(۳) عناصر موجود در اتمسفر کرهٔ زمین و اتمسفر خورشید (۴) عدم وجود بعضی از مواد و عناصر در خورشید

محل انجام محاسبات

۶۴- بلندترین طول موج در رشته پاشن ($n'=3$) در اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ ($R=10^{-2}(\text{nm})^{-1}$)

- (۱) ۲۰۵۷ (۲) ۴۴۴۴ (۳) ۷۲۰ (۴) ۱۱۸۹

۶۵- در یک اتم هیدروژن، الکترون در سومین تراز برانگیخته قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، چه تعداد از فوتون‌ها به رشته لیمان ($n'=1$) گسیل می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر از موفقیت‌های مدل بور نیست؟

(۱) محاسبه طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن گونه

(۲) تبیین پایداری اتم

(۳) محاسبه انرژی یونش اتم‌های هیدروژن گونه

(۴) توضیح دلیل تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی هیدروژن

۶۷- در اتم هیدروژن با گذار الکترون از مدار n به n' ، طول موج تابش شده برابر $\frac{10}{21}\mu\text{m}$ است. شعاع مدار n چند برابر شعاع مدار بور است؟ ($R=0.05(\text{nm})^{-1}$)

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۲۵

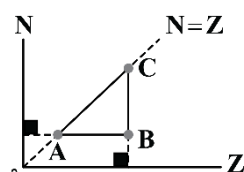
۶۸- الکترونی در سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. طول موج فوتون گسیل شده در این تراز به حالت پایه تقریباً چند نانومتر است؟ ($E_R=13/6\text{eV}$, $hc=1240\text{eV}\cdot\text{nm}$)

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۶۹- در اتم هیدروژن، الکترون در تراز n قرار دارد و انرژی آن تقریباً $1/51$ - الکترون‌ولت است. انرژی لازم برای این که این الکترون به تراز $n+1$ برود، چند الکترون‌ولت است؟ ($E_R=13/6\text{eV}$)

- (۱) $0/85$ (۲) $0/66$ (۳) $1/51$ (۴) $0/97$

۷۰- در شکل زیر، هسته‌های A، B و C در نموداری که تعداد نوترون‌های هسته را بر حسب عدد اتمی نشان می‌دهد، مشخص شده‌اند. کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟



(۱) هسته‌های B و C ایزوتوپ یکدیگر هستند.

(۲) هسته‌های A و C دارای عدد جرمی یکسانی هستند.

(۳) هسته C می‌تواند یک هسته پایدار باشد.

(۴) هسته‌های A و B دارای تعداد نوترون‌های یکسانی هستند.

محل انجام محاسبات

۷۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست هستند؟

- الف: در پرتوزایی طبیعی سه نوع پرتوی α ، β و γ ایجاد می‌شود.
 ب: پرتوهای α بیش‌ترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقه‌های سربی بگذرند.
 پ: در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا، تعداد نوکلئون‌ها پایسته است.
 ت: واپاشی γ فقط در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد.
 ث: در واپاشی β^- ، ذرات الکترون گسیل می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

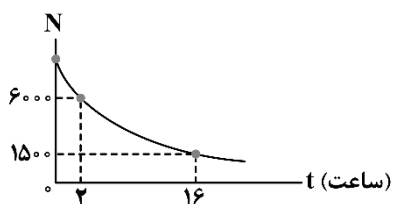
۷۲- در واپاشی یک هسته ناپایدار، دو ذره آلفا و یک پوزیترون گسیل می‌شود. با رخ دادن این اتفاق بار هسته به اندازه کولن می‌یابد. ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) $4/8 \times 10^{-19}$ ، افزایش (۲) $4/8 \times 10^{-19}$ ، کاهش
 (۳) 8×10^{-19} ، کاهش (۴) 8×10^{-19} ، افزایش

۷۳- $200g$ از ماده A با نیمه‌عمر ۴ روز و $50g$ از ماده B با نیمه‌عمر ۶ روز در اختیار داریم. پس از گذشت ۲۴ روز، اختلاف جرم واپاشیده‌شده ماده A و جرم فعال باقی‌مانده B چند گرم است؟

(۱) صفر (۲) $93/75$ (۳) 150 (۴) $193/75$

۷۴- نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای یک ماده بر حسب زمان مطابق شکل است. نیمه‌عمر این ماده چند ساعت است؟



(۱) ۷
 (۲) ۱۴
 (۳) ۸
 (۴) ۱۶

۷۵- در واکنش شکافت هسته‌ای، کدام یک از مواد زیر به‌عنوان کندساز نوترون‌ها استفاده نمی‌شود؟

(۱) سرب (۲) آب معمولی (۳) آب سنگین (۴) گرافیت

محل انجام محاسبات

۷۶- ۲۵ گرم مخلوطی از گرد طلا و کلسیم را در ۱۰۰ میلی لیتر محلول سولفوریک اسید وارد می کنیم تا واکنش کامل انجام شود. اگر در طول واکنش، غلظت مولی محلول از ۰/۸ مولار به ۰/۵ مولار برسد، درصد جرمی طلا در این نمونه چقدر بوده و چند مول فلز کلسیم در آن وجود داشته است؟ ($Ca = 40 : g.mol^{-1}$) آزمون وی ای پی

- (۱) ۹۷/۶ - ۰/۰۶ (۲) ۹۷/۶ - ۰/۰۳ (۳) ۹۵/۲ - ۰/۰۳ (۴) ۹۵/۲ - ۰/۰۶

۷۷- دمای ماده ای که در حالت جامد نارسا است را تا حدود $1535^{\circ}C$ افزایش می دهیم تا حالت فیزیکی آن از جامد به مایع تبدیل شود. اگر این ماده در حالت مذاب جریان برق را از خود عبور بدهد،

(۱) با عبور جریان الکتریکی در این ماده مذاب، یک واکنش شیمیایی در آن انجام خواهد شد.

(۲) رسانایی این ماده در حالت مذاب، برخلاف رسانایی گرافیت، از نوع الکترونی است.

(۳) این ماده در حالت جامد، همانند طلا، از مدل دریای الکترونی پیروی می کند.

(۴) در بلور جامد آن، امکان مشاهده پیوند اشتراکی بین اتم ها وجود ندارد.

۷۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

الف: سیلیس یک ماده دیرگداز با درجه سختی بالا بوده و در حالت مذاب، برخلاف فلزها جریان الکتریسیته را عبور نمی دهد.

ب: شمار اتم های اکسیژن در ساختار هر حلقه چندضلعی موجود در بلور سیلیس، ۲ برابر شمار اتم های سیلیسیم است.

پ: گرافیت سطحی کدر و ساختاری لایه ای داشته و لایه های آن به وسیله نیروی وان دروالسی روی هم قرار گرفته اند.

ت: الماس، در مقایسه با سیلیسیم کرید درجه سختی کمتری داشته و نسبت به گرافیت چگالی بیشتری دارد.

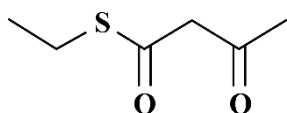
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۷۹- آهن موجود در ۵۰۰ گرم آهن (III) اکسید را استخراج کرده و آن را با مقدار کافی منیزیم مخلوط می کنیم. اگر درصد جرمی منیزیم در آلیاژ تولید شده برابر با ۳۰٪ باشد، برای تولید آلیاژ مورد نظر چند مول منیزیم مصرف شده است؟

$$(Fe = 56 \text{ و } Mg = 24 \text{ و } O = 16 : g.mol^{-1})$$

- (۱) ۴ (۲) ۶/۲۵ (۳) ۸ (۴) ۱۲/۵

۸۰- بر اثر سوختن ترکیب مقابل، بخار آب به همراه گازهای CO_2 و SO_2 تولید می شود. اگر ۳۶/۵ گرم از این ترکیب را به طور کامل بسوزانیم، چند گرم فراورده با گشتاور دوقطبی بزرگ تر از صفر تولید خواهد



شد؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $S = 32 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۳۸/۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۲/۵ (۴) ۵۲

۸۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) در بلور جامدهای یونی، نیروهای دافعه میان یون های همنام بر نیروهای جاذبه میان یون های ناهمنام غالب است.

(۲) بین عناصر فلزی تناوب سوم، کاتیون پایدار حاصل از عنصری با عدد اتمی بیشتر، دارای بیشترین چگالی بار است.

(۳) کلسیم سولفات در حالت جامد رسانای برق نبوده و برای توصیف آن نمی توان از واژه مولکول استفاده کرد.

(۴) میانگین مقدار فروپاشی ΔH لیتیم فلوئورید و لیتیم برمید، بیشتر از مقدار فروپاشی ΔH لیتیم کلرید است.

محل انجام محاسبات

۸۲- اگر گرمای حاصل از سوختن ۱۱/۵ گرم اتانول، بتواند مقداری پتاسیم برمید را به یک مول از یون‌های گازی سازنده تبدیل کند، آنتالپی سوختن اتانول چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی فروپاشی شبکه بلور KBr برابر با ۶۹۰ کیلوژول بر مول است). ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) -۱۸۰۰ (۲) -۱۳۸۰ (۳) -۱۴۲۵ (۴) -۱۲۷۰

۸۳- واکنش $CH_3OH(g) \rightleftharpoons CO(g) + 2H_2(g)$ پس از ورود ۱۲۸g متانول به یک سامانه بسته به حجم ۲ لیتر به تعادل رسیده است. اگر درصد جرمی متانول در حالت تعادل برابر ۵۰٪ بوده و سرعت متوسط تولید گاز هیدروژن از آغاز واکنش تا لحظه رسیدن به تعادل $1/6 mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$ باشد، واکنش پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای فرایند به تعادل رسیده است؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۹۰

۸۴- معادله انحلال منیزیم هیدروکسید در آب به صورت $Mg(OH)_2(s) \rightleftharpoons Mg^{2+}(aq) + 2OH^{-}(aq)$ و با مقدار ثابت تعادل $K = 3/2 \times 10^{-11} mol^3 \cdot L^{-3}$ است. انحلال پذیری این ماده در آب خالص چند برابر انحلال پذیری این ماده در محلول ۰/۰۸ گرم بر لیتر سدیم هیدروکسید است؟ (چگالی محلول بازی برابر با چگالی آب خالص است. $NaOH = 40 g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

۸۵- کدام یک از مطالب زیر درباره واکنش موازنه نشده $F_2(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons O_2(g) + HF(g) + Q$ درست‌اند؟

الف: برخلاف تعادل $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ ، با افزایش فشار، سرعت واکنش رفت افزایش می‌یابد.

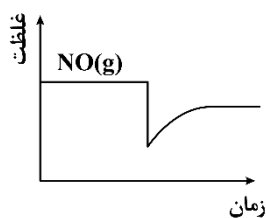
ب: با دو برابر شدن حجم ظرف، غلظت گاز هیدروژن فلوئورید بیشتر از نصف مقدار اولیه خواهد شد.

پ: با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل آن افزایش می‌یابد.

ت: در صورت خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف واکنش، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۸۶- در رابطه با واکنش تعادلی تجزیه یک نمونه گاز NO به عناصر سازنده آن در یک ظرف خالی، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ (تعادل مورد نظر در جهت رفت گرماده است).



(۱) با کاهش دمای سامانه، نمودار تغییر غلظت گاز NO به صورت مقابل درمی‌آید.

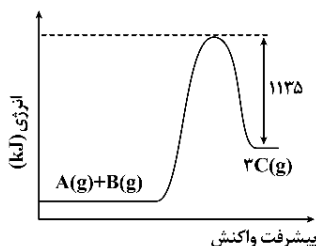
(۲) در سامانه تعادلی مورد نظر، غلظت گازهای اکسیژن و نیتروژن برابر با هم است.

(۳) تغییر حجم ظرف در این واکنش تعادلی، درصد پیشرفت آن را تغییر می‌دهد.

(۴) یکای ثابت تعادل این واکنش مشابه واکنش تعادلی کلی در فرایند هابر است.

محل انجام محاسبات

- ۸۷- اگر انرژی فعال سازی واکنش نشان داده شده در نمودار برابر ۱۲۵۵ کیلوژول باشد، با تولید ۸۸ گرم فراورده در این واکنش، چند لیتر گاز B مصرف شده و چند کیلوژول گرما مبادله می شود؟ (حجم هر مول گاز در شرایط آزمایش ۳۶ لیتر است. $C = 44 \text{ g.mol}^{-1}$)



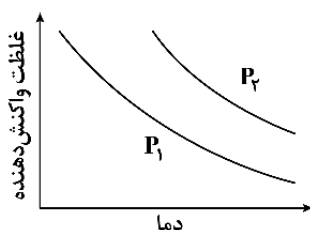
(۱) ۲۴ - ۸۰

(۲) ۴۸ - ۸۰

(۳) ۲۴ - ۶۰

(۴) ۴۸ - ۶۰

- ۸۸- نمودار مقابل، روند تغییر غلظت واکنش دهنده در واکنش $A(g) \rightleftharpoons B(g) + 3C(g)$ بر حسب تغییر دما را نشان می دهد. در رابطه با این واکنش، کدام مورد درست است؟



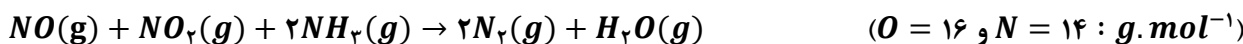
(۱) با انتقال مخلوط به یک ظرف بزرگ تر، درصد پیشرفت واکنش کاهش می یابد.

(۲) طی مراحل برقراری این تعادل، جرم مخلوط گازی در ظرف افزایش می یابد.

(۳) واکنش مورد نظر، همانند واکنش فتوسنتز، گرماگیر است.

(۴) در این فرایند، فشار P_2 در مقایسه با فشار P_1 کمتر است.

- ۸۹- در مخلوطی از گازهای NO و NO_2 ، درصد حجمی گاز با چگالی بیشتر ۳ برابر گاز دیگر است. بر اثر واکنش ۲۱۰ گرم از این مخلوط با مقدار کافی آمونیاک مطابق واکنش زیر، چند گرم گاز NO_2 واکنش نکرده باقی می ماند؟



(۴) ۱۱۵

(۳) ۵۷/۵

(۲) ۷۱

(۱) ۳۵/۵

- ۹۰- یک نمونه ۹۶ گرمی از گاز اوزون را وارد یک ظرف ۵ لیتری می کنیم. اگر پس از تجزیه نیمی از گاز اوزون موجود در این ظرف بر اساس معادله $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ ، تعادل در ظرف واکنش برقرار شود، مقدار ثابت تعادل این واکنش چقدر خواهد بود؟ ($O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) $\frac{27}{8}$ (۳) $\frac{27}{40}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۱) $\frac{9}{20}$

- ۹۱- مقدار ۶ مول گاز هیدروژن و ۴ مول گاز کلر را وارد یک ظرف ۴ لیتری می کنیم تا تعادل $H_2(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons 2HCl(g)$ برقرار شود. اگر در حالت تعادل، شمار مول های گاز HCl با گاز H_2 برابر باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۲

محل انجام محاسبات

۹۲- عوامل داده شده در کدام گزینه، تاثیر مشابهی بر سرعت واکنش رفت در لحظه اعمال تغییر در تعادل شیمیایی زیر دارند؟ (واکنش تعادلی مورد نظر در جهت رفت گرماگیر است.)



(۱) افزودن گاز PCl_5 به سامانه - کاهش فشار

(۲) کاهش دمای سامانه - افزایش حجم سامانه

(۳) افزودن گاز Cl_2 به سامانه - افزایش دما

(۴) خارج کردن گاز PCl_5 از سامانه - افزایش دما

۹۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) در واکنش $NiO(s) + CO(g) \rightleftharpoons Ni(s) + CO_2(g)$ ، با تغییر فشار، درصد پیشرفت واکنش تغییر می کند.

(۲) با کاهش حجم ظرف در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ ، مخلوط گازی ابتدا کم رنگ و سپس پررنگ تر می شود.

(۳) افزودن مقداری سدیم سیانید به محلولی از HCN ، باعث افزایش درجه یونش اسید و کاهش pH محلول می شود.

(۴) پس از افزودن کاتالیزگر به سامانه واکنش $CO(g) + 2H_2(g) \rightleftharpoons CH_3OH(g)$ ، مقدار K واکنش تغییر نمی کند.

۹۴- کدام مورد در رابطه با واکنش های تعادلی درست است؟

(۱) در واکنش کلی مربوط به انجام فرایند هابر، با کاهش حجم ظرف، مقدار ثابت تعادل افزایش می یابد.

(۲) در واکنش $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g) + Q$ ، با کاهش دما، غلظت فراورده افزایش پیدا می کند.

(۳) در تعادل $2H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons N_2H_4(g)$ ، با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش، ثابت تعادل کاهش می یابد.

(۴) در واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2CO_2(g)$ ، با خارج کردن گاز O_2 از ظرف، واکنش در جهت رفت جابه جا می شود.

۹۵- واکنش $Fe_2O_3(s) + 4H_2(g) \rightleftharpoons 2Fe(s) + 4H_2O(g)$ ، با ورود مقداری از واکنش دهنده ها به یک ظرف ۸ لیتری آغاز شده و با حضور جرم برابر از مواد شرکت کننده در واکنش برقرار شده است. ثابت تعادل واکنش چقدر بوده و چند درصد از گاز هیدروژن وارد شده به ظرف واکنش، طی این فرایند مصرف شده است؟

($O = 16$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

$$10 - \frac{1}{94} \quad (4)$$

$$10 - 94 \quad (3)$$

$$20 - \frac{1}{94} \quad (2)$$

$$20 - 94 \quad (1)$$

۹۶- چه تعداد از عبارت های داده شده در رابطه با دستگاه استفاده شده برای انجام فرایند هابر درست است؟

الف: سردکننده این دستگاه دما را تا $200^\circ C$ - کاهش می دهد.

ب: در این دستگاه، گازهای H_2 و N_2 واکنش نداده به محفظه واکنش بازگردانده می شوند.

پ: با کاهش دما در فرایند هابر، درصد مولی آمونیاک تولید شده در مخلوط نهایی افزایش پیدا می کند.

ت: در سامانه واکنش مورد نظر، در حالت تعادل، غلظت آمونیاک به یقین ۲ برابر غلظت گاز نیتروژن است.

ث: در شرایط بهینه این فرایند، درصد حجمی آمونیاک بیشتر از نصف مجموع درصد حجمی دو گاز دیگر است.

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۹۷- تعادل $NH_4Cl(s) \rightleftharpoons NH_4(g) + HCl(g)$; $K = 2/5 \times 10^{-5}$ پس از ورود مقداری آمونیوم کلرید به یک ظرف سربسته برقرار شده است. اگر در حالت تعادل مجموعاً ۰/۴ مول ماده گازی در ظرف وجود داشته باشد، حجم ظرف واکنش برابر با چند لیتر بوده و گاز هیدروژن کلرید تولید شده، با چند لیتر محلول سود با $pH = ۱۲$ به طور کامل واکنش می‌دهد؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۲۰ - ۴۰ (۲) ۲۰ - ۸۰ (۳) ۴۰ - ۴۰ (۴) ۴۰ - ۸۰

۹۸- مولکول گوگرد دی‌اکسید، از نظر جهت‌گیری در میدان الکتریکی مشابه مولکول بوده و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار آن، برابر شمار این الکترون‌ها در فراورده حاصل از واکنش میان گازهای اتن و هیدروژن کلرید خواهد بود.

- (۱) استیلن - ۳ (۲) دی‌اتیل اتر - ۳ (۳) بوتان - ۲ (۴) کلروفرم - ۲

۹۹- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست است؟

- الف: مواد خام با استفاده از انرژی، آب، فناوری شیمیایی و نیروی انسانی، به فراورده‌های سودمند تبدیل می‌شوند.
ب: سولفوریک اسید و متانول، فراورده‌های حاصل از فراوری نفت خام بوده و نسبت به نفت، گران‌تر هستند.
پ: به کمک فناوری شیمیایی، می‌توان نوعی اسید آلی را مستقیماً به ترکیب موجود در میخک تبدیل کرد.
ت: فرایند تولید متیل بوتانوات از ۱-بوتانول و متانوئیک اسید، نمونه‌ای از واکنش سنتز به شمار می‌رود.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

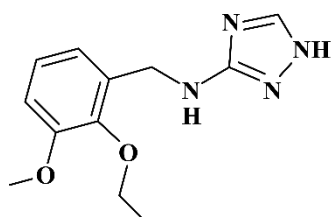
۱۰۰- شمار پیوندهای اشتراکی کربن-کربن یگانه موجود در ساختار کدام آلکان زیر، ۲ برابر شمار این پیوندها در ساختار مولکولی پارا‌زایلین است؟

- (۱) ۳،۳-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان (۲) ۳،۳،۲،۲-تترامتیل هگزان
(۳) ۳-اتیل-۲-متیل پنتان (۴) ۳-اتیل هپتان

۱۰۱- مقدار کافی از الکل حاصل از واکنش ۲-بوتن با آب را با اسید موجود در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱۸/۳ درصد جرمی بنزوئیک اسید با چگالی $1/2 g \cdot mL^{-1}$ وارد واکنش می‌کنیم. جرم استر تولید شده در این فرایند برحسب گرم کدام است؟ (بازده واکنش مورد نظر برابر با ۵۰٪ است. $H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

- (۱) ۱۴/۷۶ (۲) ۱۶/۰۲ (۳) ۲۹/۵۲ (۴) ۳۲/۰۴

۱۰۲- ترکیب مقابل را در نظر بگیرید:



شمار اتم‌های کربن از این ماده با عدد اکسایش بزرگ‌تر از صفر، چند برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن است؟

- (۱) ۰/۶۲۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۳۷۵ (۴) ۰/۲۵

محل انجام محاسبات

۱۰۳- برای تهیه ۲۵۰ میلی لیتر محلول ۰/۹ مولار از ترفتالیک اسید، باید چند میلی لیتر محلول ۳۳/۲ درصد جرمی از این اسید با چگالی ۱/۲۵ گرم بر میلی لیتر را با مقدار کافی آب مخلوط کنیم؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

۵۴ (۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۰ (۴)

۱۰۴- اگر یکی از گروه‌های عاملی کربوکسیل مولکول ترفتالیک اسید را با گروه آمینی جایگزین کنیم،
($H = 1$ و $C = 12$ و $N = 14$ و $O = 16$)

(۱) جرم مولی ترکیب مورد نظر افزایش پیدا می‌کند.

(۲) از ماده ایجاد شده در تولید پلی‌آمیدها می‌توان استفاده کرد.

(۳) انحلال‌پذیری ترکیب تولید شده در آب، کمتر از بنزآلدهید خواهد بود.

(۴) طی این فرایند، شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار ترکیب مورد نظر دچار تغییر نمی‌شود.

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف: چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزانی و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله خواص پلاستیک‌ها هستند.

ب: طی بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات، این ماده با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد دیگر تبدیل می‌شود.

پ: برای تولید بطری‌های آب، پلیمر PET را به همراه برخی از افزودنی‌ها در قالب‌های ویژه می‌ریزند.

ت: در واکنش تولید پلی‌اتیلن ترفتالات از مونومرهای آن، عدد اکسایش عناصر تغییری نمی‌کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



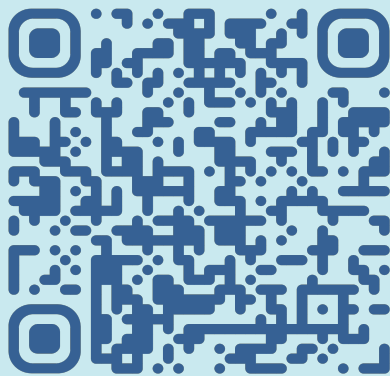
دفترچه پاسخ

مرور نیم سال دوم دوازدهم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۱



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۴

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	محمد پورسعید - رسول حاجی زاده علیرضا شریف خطیبی - کیوان دارابی مهرداد اسپیدکار	علیرضا ملک حسینی حمیدرضا ولی پور
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سجاد صادقی زاده - ارسلان رحمانی - مهدی پارسا احسان ایرانی - مهدی یوسفی - امیررضا خونی ها	حامد نبی منصور علیرضا تقی زاده
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - عالیہ میرزایی فرهنگ امیری - سعیده محبی	فرهنگ امیری - سجاد سیف اللهی بنامین بهرامی

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

تا حالا به این فکر کردین که چرا به نیمه دوم بازی فوتبال، نیمه مربیان گفته میشه؟ در واقع استراتژی‌های مربی، میتونه در نیمه دوم فوتبال نتیجه بازی رو کاملاً عوض کنه! بازی باخته رو به برد تبدیل کنه یا برعکسش! واقعیت اینه که نیمه دوم سال هم همینطوره! ارزش هر روز در نیمه دوم سال هم بیشتر از نیمه اول هست؛ چون الان بیشتر خودتون رو میشناسید، بازدهی و سرعت مطالعه‌تون بیشتر شده و کلاً حرفه‌ای‌تر شدین. ما در نیمه دوم سال این موارد رو در آزمون ماز براتون در نظر گرفتیم تا فارغ از نتیجه‌ای که در نیمسال اول گرفتید، بتونید نیمسال دوم رو به بهترین شکل سپری کنید:



بخشی از کارهایی که اخیراً برای ارتقای کیفیت و خدمات آزمون ماز انجام شده:

پوشش کامل‌تر مطالب در هر آزمون: با وجود اینکه در هر آزمون، تعداد تست‌های کمی برای هر درس در آزمون دارید، سعی می‌کنیم تمام نکات اون مبحث رو با تست‌های آزمون پوشش بدیم تا نگران پیشروی سریع در نیمسال دوم نباشید و همه نکات رو یاد بگیرید.

حجم کمتر پاسخنامه‌ها: برای بررسی راحت‌تر آزمون در نیمسال دوم، سعی کردیم حجم پاسخنامه‌ها رو منسجم‌تر کنیم تا در وقتتون بتونید صرفه‌جویی کنید.

چینش سؤالات براساس تاکسونومی بلوم: وقتی که قراره با ۱۰ سؤال، ۱۰ دانش‌آموز رو از هم تفکیک کنیم، باید یکی از سؤالات برای ۹ نفر قابل پاسخ‌دهی باشه، یکی دیگه برای ۸ نفر و در نهایت، یکی از سؤالات فقط برای ۱ نفر قابل حل میشه! حالا این سؤالات رو به کل سؤالات یک درس و این جامعه آماری رو به کل جامعه آماری ماز تعمیم بدید. چینش سؤالات براساس تاکسونومی بلوم به این شکل هست، پس اگر دانش‌آموز قوی‌ای هستید، همیشه در آزمون سؤالاتی هست که شمارو به چالش بکشه، و اگر دانش‌آموزی با تراز پایین هستید، باز هم سؤالاتی در آزمون هست که بتونید بهش پاسخ بدین!

برنامه مطالعاتی: می‌دونیم که برنامه‌ریزی و رسیدن به بودجه‌بندی آزمون کار سختیه و کلی انرژی باید صرف این برنامه‌ریزی بشه! پس ما بعد از هر آزمون، تمام لقمه‌های مطالعاتی + یک پلتفرم مطالعاتی (کاربرگ مطالعاتی) برای رسیدن به آزمون بعد در اختیارتون قرار می‌دیم تا با خیال راحت و بدون دغدغه، برنامه‌ریزی کنید و به آزمون بعد برسید.

کلام آخر:

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش‌آموزان عزیز ماز
ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون
توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...
- آقا! + بله؟
- توی این آزمون دقیقاً از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟
+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	فصل	مباحث	تعداد سوال
دوازدهم	حسابان ۲	فصل چهارم	آشنایی با مفهوم مشتق	۵
			مشتق‌پذیری و پیوستگی	۸
			آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر	۱
		فصل پنجم	توابع صعودی و نزولی	۱
			اکسترم‌های نسبی تابع	۳
			اکسترم‌های مطلق تابع	۲
	هندسه ۳	فصل دوم	جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن	۲
			رسم نمودار توابع	۳
			بیضی	۲
		فصل سوم	سهمی	۳
			معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	۱
			ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	۴
	ریاضیات گسسته	فصل دوم	مدل‌سازی با گراف	۴
		فصل سوم	مباحثی در ترکیبیات	۴
			روش‌هایی برای شمارش	۲

- آقا! + بله؟

- از این مباحثی که گفتین، کدوما مهم‌ترن؟

+ خب همه مباحث اهمیت خاص خودشون رو دارن و می‌تونن به صورت مجزا و یا ترکیبی با بقیه مباحث توی کنکور مطرح بشن ولی اگه بخوام مهم‌ترها رو بگم، از بین همه این مباحث، قسمت‌های "مشتق‌پذیری و پیوستگی"، "اکسترم‌های نسبی و مطلق تابع" در حسابان و همچنین قسمت "ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها" در هندسه ۳ و نهایتاً قسمت "ترکیبیات" در ریاضیات گسسته اهمیت زیادتری دارن.
حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- شیب نیم‌ماس چپ تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 1 & x \geq 1 \\ 4x^3 - 2x^2 + 2 & x < 1 \end{cases}$ چقدر از شیب نیم‌ماس راست، در نقطه گوشه‌ای آن بیشتر است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(آسان - مفهوم مشتق و مشتق‌پذیری - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

تابع f در نقطه $x = 1$ پیوسته است:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2(1)^2 + 1 + 1 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4(1)^3 - 2(1)^2 + 2 = 4 \\ f(1) = 4 \end{cases}$$

پس شرط لازم برای وجود مشتق‌های چپ و راست را دارد. حال اگر مشتق‌های چپ و راست تابع را در نقطه $x=1$ محاسبه کنیم چون دو عدد نابرابر هستند پس $x=1$ نقطه گوشه‌ای می‌باشد، حال شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع در این نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 4x+1 & x > 1 \\ 12x^2-4x & x < 1 \end{cases}$$

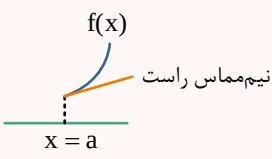
$$f'_+(1) = 4(1)+1 = 5 \quad f'_-(1) = 12(1)^2 - 4(1) = 8$$

پس شیب نیم‌مماس چپ برابر ۸ و شیب نیم‌مماس راست برابر ۵ است.

$$8 - 5 = 3 = \text{اختلاف شیب نیم‌مماس چپ و راست}$$

مشتق راست تابع $f(x)$ در نقطه $x=a$

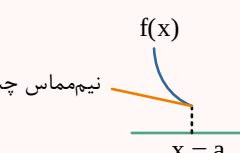
اگر تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=a$ از راست پیوسته و مشتق‌پذیر باشد، در این صورت مشتق راست تابع f در این نقطه، همان شیب نیم‌خطی است که در سمت راست $x=a$ بر نمودار تابع f مماس می‌شود که به این نیم‌خط، اصطلاحاً نیم‌مماس راست می‌گوییم.

$$\begin{cases} f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \end{cases}$$


$$f'_+(a) = \text{شیب نیم‌مماس راست در } x=a$$

مشتق چپ تابع $f(x)$ در نقطه $x=a$

اگر تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x=a$ از چپ پیوسته و مشتق‌پذیر باشد، در این صورت مشتق چپ تابع f در این نقطه، همان شیب نیم‌خطی است که در سمت چپ $x=a$ بر نمودار تابع f مماس می‌شود که به این نیم‌خط، اصطلاحاً نیم‌مماس چپ می‌گوییم.

$$\begin{cases} f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \end{cases}$$


$$f'_-(a) = \text{شیب نیم‌مماس چپ در } x=a$$

گروه آموزشی ماز

۲- اگر در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{ax+b} & x > 1 \\ -x^4 + 3x^2 & x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود باشد، a کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

(آسان - مفهوم مشتق و مشتق‌پذیری - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

چون تابع در نقطه $x=1$ مشتق‌پذیر است، پس در این نقطه پیوسته است و مشتق‌های چپ و راست آن نیز در این نقطه موجود و با هم برابرند. پس داریم:

$$f(1) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4}{ax+b} = \frac{4}{a+b} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^4 + 3x^2) = -1 + 3 = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{a+b} = 2 \Rightarrow a+b = 2 \quad (*)$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-4a}{(ax+b)^2} & x > 1 \\ -4x^3 + 6x & x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'_+(1) = \frac{-4a}{(a+b)^2} \\ f'_-(1) = -4(1)^3 + 6(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-4a}{(a+b)^2} = 2 \xrightarrow{(*)} \frac{-4a}{2^2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر $f(x) = a \sin \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \cos^2 \frac{x}{2}$ و $f'(\frac{2\pi}{3}) = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

از تابع داده شده مشتق می‌گیریم و $x = \frac{2\pi}{3}$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$f'(x) = a \times \frac{1}{4} \cos \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \times 2 \cos \frac{x}{2} \times \sin \frac{x}{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{a}{4} \cos \frac{x}{4} - \frac{1}{16} \sin x$$

$$f'(\frac{2\pi}{3}) = \frac{a}{4} \cos \frac{\pi}{6} - \frac{1}{16} \sin \frac{2\pi}{3} \Rightarrow f'(\frac{2\pi}{3}) = \frac{a\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{32} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$\sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3}$

قواعد مشتق‌گیری

نمونه	قاعده مشتق‌گیری	تابع
$y = c \Rightarrow y' = 0$	$y = \text{عدد ثابت} \Rightarrow y' = 0$	چندجمله‌ای
$y = -3x + 2 \Rightarrow y' = -3$	$y = mx + h \Rightarrow y' = m$	
$y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1}$ $y = \Delta x^{1/\Delta} \Rightarrow y' = \Delta(1/\Delta x^{0/\Delta})$	$y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1}$	
$y = \sqrt{\Delta x + 3} \Rightarrow y' = \frac{\Delta}{2\sqrt{\Delta x + 3}}$ $y = \sqrt[3]{x^2 - x} \Rightarrow y' = \frac{2x - 1}{3\sqrt[3]{(x^2 - x)^2}}$	$y = \sqrt[n]{O} \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = \frac{O'}{n\sqrt[n]{O^{n-1}}}$	رادیکالی
$y = (x^2 + 3x)^3 \Rightarrow y' = 3(2x + 3)(x^2 + 3x)^2$	$y = O^n \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = n \times O' \times O^{n-1}$	توان‌دار
$y = (x^2 - 3x)(7x + 4)$ $y' = (2x - 3)(7x + 4) + (7)(x^2 - 3x)$	$y = \square \times \bigcirc \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = \square' \times \bigcirc + \bigcirc' \times \square$	ضرب
$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = \frac{-(x) - (1)(1)}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$	$y = \frac{\square}{\bigcirc} \xrightarrow{\text{مشتق}} y = \frac{\square' \times \bigcirc - \bigcirc' \times \square}{\bigcirc^2}$	تقسیم
$y = \sin \Delta x \Rightarrow y' = \Delta \cos \Delta x$ $y = \cos x^2 \Rightarrow y' = -2x \sin x^2$ $y = \tan(\Delta x) \Rightarrow y' = \Delta(1 + \tan^2 \Delta x)$ $y = \cot(\frac{x}{2}) \Rightarrow y' = -\frac{1}{2}(1 + \cot^2 \frac{x}{2})$	$y = \sin \bigcirc \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = \bigcirc' \times \cos \bigcirc$ $y = \cos \bigcirc \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = -\bigcirc' \times \sin \bigcirc$ $y = \tan \bigcirc \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = \bigcirc'(1 + \tan^2 \bigcirc)$ $y = \cot \bigcirc \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = -\bigcirc'(1 + \cot^2 \bigcirc)$	مثلثاتی

گروه آموزشی ماز

۴- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-4}$ و $g(x) = \frac{x+1}{(2x-8)^2}$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{f''g - g'f'}{g^2}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

-4 (۴)

4 (۳)

-3 (۲)

3 (۱)

(سخت - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

با کمی دقت در عبارت خواسته شده می‌توان متوجه شد که:

$$\frac{f''g - g'f'}{g^2} = \left(\frac{f'}{g}\right)'$$

پس در ابتدا باید مشتق تابع f را به دست آوریم:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-4} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x-4) - 1(2x+1)}{(x-4)^2} = \frac{-9}{(x-4)^2}$$

$$\left(\frac{f'}{g}\right)(x) = \frac{\frac{-9}{(x-4)^2}}{\frac{x+1}{(2x-8)^2}} = \frac{\frac{-9}{(x-4)^2}}{\frac{x+1}{4(x-4)^2}} = \frac{-36}{x+1}$$

$$\left(\frac{f'}{g}\right)' = \left(\frac{-36}{x+1}\right)' = \frac{36}{(x+1)^2} \xrightarrow{\text{جایگذاری } x=2} \left(\frac{f'}{g}\right)'(2) = \frac{36}{(2+1)^2} = \frac{36}{9} = 4$$



توجه: به کمک مشتق تقسیم دو تابع می‌توان مشتق تابع هموگرافیک را به صورت زیر نتیجه گرفت:

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{(ad-bc)}{(cx+d)^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵- اگر $f(x) = 2\sqrt{2} - \sqrt{2x+4}$ باشد، آن‌گاه مشتق تابع $g(x) = f(xf(x))$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

$$\frac{-\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

(متوسط - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از قواعد مشتق‌گیری، داریم:

$$f(x) = 2\sqrt{2} - \sqrt{2x+4} \Rightarrow f'(x) = 0 - \frac{2}{2\sqrt{2x+4}} = \frac{-1}{\sqrt{2x+4}}$$

$$g(x) = f(xf(x)) \Rightarrow g'(x) = (1 \times f(x) + xf'(x))f'(xf(x))$$

$$\Rightarrow g'(2) = (f(2) + 2f'(2))f'(2f(2)) = \left(0 + 2\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right)\right)f'(2 \times 0)$$

$$\Rightarrow g'(2) = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)f'(0) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

مشتق تابع مرکب

اگر توابع f و g مشتق‌پذیر باشند، در این صورت برای محاسبه مشتق تابع مرکب $y = (f \circ g)(x)$ ، ابتدا از تابع درونی، یعنی g مشتق گرفته و سپس مشتق تابع بیرونی یعنی f را به ازای خروجی تابع g ، به دست آورده و در هم ضرب می‌کنیم. به عبارت دیگر:

$$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x)f'(g(x))$$

$$y = f(0) \Rightarrow y' = 0 \cdot f'(0)$$

در حالت کلی‌تر داریم:

گروه آموزشی ماز

۶- در تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, a]$ نیم واحد بیشتر از آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x=1$ می‌باشد. مقدار a کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{16}{9} \quad (1)$$

(آسان - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

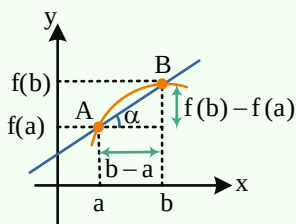
$$[0, a] \text{ آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه } = \frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = \frac{a + 2\sqrt{a} - 0}{a - 0} = 1 + \frac{2}{\sqrt{a}}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{2}{2\sqrt{x}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = 1 + 1 = 2$$

$$1 + \frac{2}{\sqrt{a}} = 2 + 0/5 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{a}} = 2 + 0/5 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{a}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{16}{9}$$

آهنگ تغییر

آهنگ متوسط تغییر: با توجه به شکل مقابل می‌توان گفت که آهنگ متوسط تغییر تابع f ، با شیب خطی که دو نقطه A و B را به هم وصل می‌کند (شیب خط قاطع یا شیب خط واصل) برابر است.

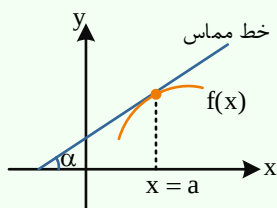


$$\text{شیب خط قاطع} = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

بنابراین آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a, b]$ برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر (آهنگ آنی تغییر): آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x = a$ بنا به تعبیر هندسی، با شیب خط مماس بر نمودار تابع f در آن نقطه برابر است و از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس در نقطه $x = a$ با مقدار مشتق تابع در آن نقطه برابر است، پس مطابق شکل مقابل داریم:

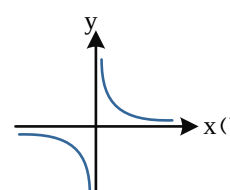
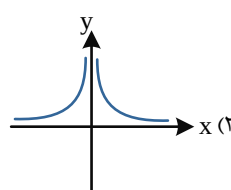
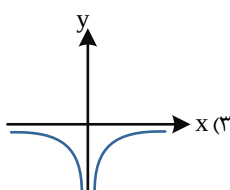
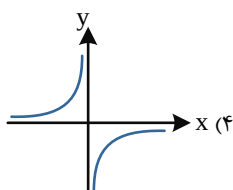


$$\text{شیب خط مماس} = \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در } x = a = \tan \alpha = f'(a)$$

بنابراین آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطه $x = a$ برابر است با: $f'(a)$

گروه آموزشی ماز

۷- نمودار مشتق تابع $f(x) = \frac{-1}{x}$ به کدام صورت است؟



(آسان - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشتق تابع $f(x) = \frac{-1}{x}$ به صورت $f'(x) = \frac{1}{x^2}$ است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

پس هر دو شاخه منحنی تابع f' در اطراف $x = 0$ به سمت $+\infty$ میل می‌کنند و گزینه ۲ جواب است.

تیز باش ...!

البته از آن‌جا که $f'(x) > 0$ است، می‌توان نتیجه گرفت که نمودار بالای محورهایست.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f'(x) = 0$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 13x - 2 & x < 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - f(1)}{2h}$ کدام است؟

(۴) موجود نیست.

$$\frac{13}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهوم مشتق و مشتق‌پذیری - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - f(1)}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} -\frac{1}{2} \times \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} = -\frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} = -\frac{1}{2} f'_+(1)$$

توجه شود که اگر $h \rightarrow 0^-$ ، آن گاه $h \rightarrow 0^+$ و بنابراین حاصل عبارت مطلوب برابر $-\frac{1}{4}f'_+(1)$ است (همچنین با تغییر متغیر $-h = t$ نیز این موضوع به سادگی قابل تشخیص است)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 13x - 2 & x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x > 1 \\ 13 & x < 1 \end{cases}$$

تابع f در نقطه $x = 1$ پیوستگی راست دارد و علاوه بر آن $f'_+(1) = 2(1) + 1 = 3$ می‌باشد، بنابراین حاصل عبارت مطلوب برابر $-\frac{1}{4} \times 3 = -\frac{3}{4}$ است.

گروه آموزشی ماز

۹- رفتار تابع $f(x) = \frac{-2x+3}{(x-3)^2}$ روی بازه $(-\infty, 3)$ چگونه است؟

(۱) صعودی (۲) نزولی (۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = \frac{-2x+3}{(x-3)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2(x-3)^2 - 2(x-3)(-2x+3)}{(x-3)^4}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(x-3)(-2x+6+4x-6)}{(x-3)^4} = \frac{2x}{(x-3)^3}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
f'	+	+	-	+
f		↗	↘	↗

اگر مشتق تابع را تعیین علامت کنیم، خواهیم داشت:

پس تابع در بازه $(-\infty, 3)$ ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

گروه آموزشی ماز

۱۰- مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{1+\sin 4x}{\sin 2x + \cos 2x}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲ (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

(متوسط - توابع مشتق و آهنگ لحظه‌ای - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا با توجه به فرمول مثلثاتی $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$ ضابطه تابع را ساده می‌کنیم، سپس مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{1+\sin 4x}{\sin 2x + \cos 2x} = \frac{(\sin 2x + \cos 2x)^2}{\sin 2x + \cos 2x} = \sin 2x + \cos 2x$$

$$f'(x) = 2\cos 2x - 2\sin 2x \Rightarrow f''(x) = -4\sin 2x - 4\cos 2x$$

$$\Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{8}\right) = -4\sin \frac{\pi}{4} - 4\cos \frac{\pi}{4} = -4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -4\sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- در تابع $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 1$ فاصله نقاط بحرانی تابع f از یکدیگر کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = -12x^3 + 12x^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -12x^3 + 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2(-x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(0) = 1, f(1) = 2 \Rightarrow A(0, 1), B(1, 2)$$

$$AB = \sqrt{(1-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

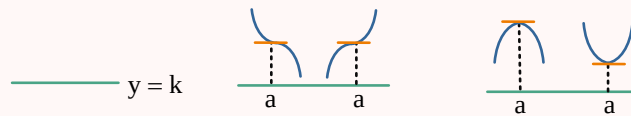
نقطه بحرانی

تعریف: هرگاه در نقطه‌ای به طول $x = a$ ، $f'(a)$ برابر صفر باشد و یا $f'(a)$ موجود نباشد، در این صورت، نقطه $(a, f(a))$ را نقطه بحرانی تابع f می‌نامیم.

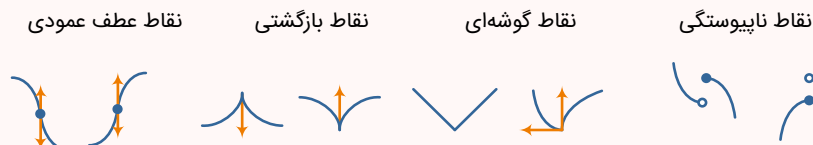
به بیان دیگر، اگر تابع f در بازه $[a, b]$ تعریف شده باشد، نقاط بحرانی این تابع عبارتند از:

الف) نقاط ابتدا و انتهای بازه (یعنی نقاطی به طول $x = a$ و $x = b$)

ب) نقاطی که مشتق تابع در آن‌ها برابر صفر است.



ج) نقاطی که تابع در آن‌ها مشتق‌ناپذیر است.



توجه

توجه کنید که نقطه بحرانی عضوی از دامنه تابع است، بنابراین نقاطی که عضوی از دامنه تابع نیستند، جزو نقاط بحرانی به حساب نمی‌آیند.

تعیین نقاط بحرانی در توابع چندجمله‌ای

در توابع چندجمله‌ای به فرم $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots$ ، طول نقاط بحرانی از حل معادله $f'(x) = 0$ به دست می‌آیند.

به عنوان مثال

طول نقطه (نقاط) بحرانی تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ را به دست آورید.

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \xrightarrow{\div 3} x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- مقدار مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3(x-4)$ در بازه $[-1, 5]$ کدام است؟

(۴) -۱۲۵

(۳) -۲۷

(۲) -۵

(۱) صفر

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = x^3(x-4) = x^4 - 4x^3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x^2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

بنابراین تابع f دارای ۴ نقطه بحرانی در $x = 0$ ، $x = 3$ ، $x = 5$ و $x = -1$ می‌باشد:

$$f(0) = 0$$

$$f(3) = 3^3 \times (3-4) = -27$$

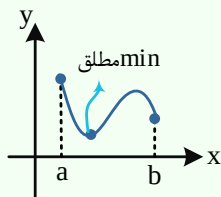
$$\Rightarrow \min_{\text{مطلق}} = -27$$

$$f(-1) = (-1)^3 \times (-1-4) = 5$$

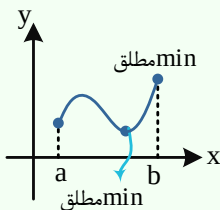
$$f(5) = 5^3 \times (5-4) = 125$$

اکسترم‌های مطلق تابع
تعریف

۱) فرض کنید تابع f در بازه $[a, b]$ تعریف شده باشد و $x = c$ در این بازه باشد، در این صورت به ازای هر x متعلق به این بازه، اگر $f(c) \leq f(x)$ باشد، آن‌گاه: $x = c$ را طول نقطه مینیمم مطلق و $f(c)$ را مقدار مینیمم مطلق تابع می‌نامیم.
نقطه $(c, f(c))$ را نقطه مینیمم مطلق تابع f می‌گوییم.



۲) فرض کنید تابع f در بازه $[a, b]$ تعریف شده باشد و $x = c$ در این بازه باشد، در این صورت، به ازای هر x متعلق به این بازه، اگر $f(c) \geq f(x)$ باشد، آن‌گاه $x = c$ را طول نقطه ماکزیمم مطلق و $f(c)$ را مقدار ماکزیمم مطلق تابع می‌نامیم.
نقطه $(c, f(c))$ را نقطه ماکزیمم مطلق تابع f می‌گوییم.



پیدا کردن نقاط اکسترم‌های مطلق یک تابع پیوسته در بازه $[a, b]$

برای پیدا کردن نقاط اکسترم مطلق تابع f در بازه $[a, b]$ به روش زیر عمل می‌کنیم:

- ۱) ابتدا طول نقاط بحرانی تابع f را به دست می‌آوریم. (امیدوارم یادت باشه که ابتدا و انتهای بازه بسته هم جزو نقاط بحرانی بودن)
- ۲) سپس مقدار تابع را به ازای طول نقاط بحرانی محاسبه می‌کنیم.
- ۳) در مرحله ۲، بزرگ‌ترین عدد به دست آمده را مقدار ماکزیمم مطلق و کوچک‌ترین آن‌ها را مقدار مینیمم مطلق تابع f می‌نامیم.

گروه آموزشی ماز

۱۳- کمترین فاصله نقطه $A(7, 0)$ از نقاط منحنی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+21}$ کدام است؟

۴) $7\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{7}$

۲) $3\sqrt{5}$

۱) $5\sqrt{3}$

(سخت - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنیم نقطه $B(\alpha, \sqrt{4\alpha+21})$ روی منحنی تابع f کمترین فاصله را از نقطه $A(7, 0)$ داشته باشد، در این صورت داریم:

$$AB = \sqrt{(\alpha-7)^2 + (\sqrt{4\alpha+21}-0)^2} = \sqrt{\alpha^2 - 14\alpha + 49 + 4\alpha + 21} = \sqrt{\alpha^2 - 10\alpha + 70}$$

$$\Rightarrow (AB)' = \frac{2\alpha - 10}{2\sqrt{\alpha^2 - 10\alpha + 70}} = 0 \Rightarrow \alpha = 5$$

$$\min AB = \sqrt{5^2 - 10 \times 5 + 70} = \sqrt{25 - 50 + 70} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

حال $\alpha = 5$ را جایگذاری می‌کنیم:

گروه آموزشی ماز

۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی برای m ، تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + m}{4x+1}$ فاقد اکسترم نسبی خواهد بود؟

۴) بی شمار

۳) هیچ

۲) ۲

۱) ۱

(سخت - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

برای اینکه تابع f فاقد اکسترم نسبی باشد، باید معادله $f'(x) = 0$ فاقد ریشه ساده باشد، بنابراین داریم:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 7x + m}{4x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(4x+7)(4x+1) - 4(2x^2 + 7x + m)}{(4x+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{16x^2 + 32x + 7 - 8x^2 - 28x - 4m}{(4x+1)^2} = \frac{8x^2 + 4x + 7 - 4m}{(4x+1)^2}$$

باید این معادله فاقد ریشه ساده باشد $\Rightarrow 8x^2 + 4x + 7 - 4m = 0$

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow 16 - 4(8)(7 - 4m) \leq 0 \xrightarrow{\div 16} 1 - 2(7 - 4m) \leq 0 \Rightarrow 1 - 14 + 8m \leq 0 \Rightarrow 8m \leq 13 \Rightarrow m \leq \frac{13}{8}$$

پس m فقط می‌تواند یک مقدار طبیعی را اختیار کند.

گروه آموزشی ماز

۱۵- نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 3$ در کدام یک از نواحی دستگاه مختصات قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

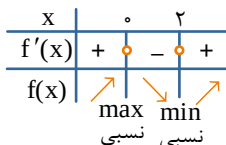
(۱) اول

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

$$f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 3 \Rightarrow f'(x) = 12x^2 - 24x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 24x = 0 \Rightarrow 12x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$



طبق جدول نقطه $x = 2$ نقطهٔ مینیمم نسبی تابع f است و چون $f(2) = 4(2^3) - 12(2^2) + 3 = -13$ است، پس نقطه $A(2, -13)$ در ناحیهٔ چهارم دستگاه مختصات قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر نقطه $A(-1, 4)$ نقطهٔ عطف نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 6x + 2$ باشد، مقدار $a + 2b$ کدام است؟

(۴) ۲۸

(۳) -۲۸

(۲) -۲۰

(۱) ۲۰

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

چون تابع f تابعی چندجمله‌ای است و در کل $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است، پس طول نقطهٔ عطف تابع f جواب معادلهٔ $f''(x) = 0$ است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + 6x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 6$$

$$\Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f''(-1) = 0 \Rightarrow -6a + 2b = 0 \Rightarrow b = 3a \quad (*)$$

از طرف دیگر، نقطهٔ عطف تابع، روی نمودار تابع قرار دارد، پس باید مختصات آن در معادلهٔ تابع f صدق کند، یعنی داریم:

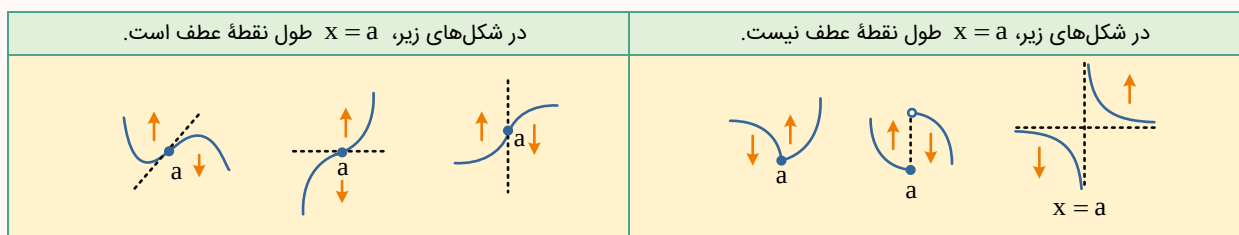
$$f(-1) = 4 \Rightarrow -a + b - 6 + 2 = 4 \Rightarrow -a + b = 8 \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow -a + 3a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = 12$$

$$\Rightarrow a + 2b = 4 + 2(12) = 28$$

نقطه عطف

- جهت تقعر در این نقطه عوض می‌شود.
- باید در این نقطه، تابع پیوسته بوده و دارای خط مماس باشد.
- خط مماس در نقطهٔ عطف از میان منحنی عبور می‌کند.



یافتن طول نقطهٔ عطف تابع $y = f(x)$

در نقطهٔ عطف، مشتق دوم تابع یا صفر است و یا وجود ندارد. ریشهٔ ساده $f''(x)$ ، طول نقطهٔ عطف است، یعنی $f''(x) = 0$ را حل کرده، ریشهٔ ساده آن را طول نقطهٔ عطف می‌گیریم. (در ریشهٔ مضاعف، f'' تغییر علامت ندارد، پس جهت تقعر تابع عوض نمی‌شود.) البته باید شرایط گفته شده برای نقطهٔ عطف رعایت شود.

به عنوان مثال

در تابع $f(x) = x^5 - 5x^4$ ، نقطه $x = 3$ طول نقطهٔ عطف است ولی $x = 0$ عطف نیست، ببینید:

$$f'(x) = 5x^4 - 20x^3 \Rightarrow f''(x) = 20x^3 - 60x^2 = 20x^2(x - 3)$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ x=0 & x=3 \\ \text{ریشه مضاعف} & \text{ریشه ساده} \end{matrix}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر جهت تقعر نمودار تابع $f(x) = x^4 - 4x^3 + mx^2 + 2x - 7$ در تمام نقاط اعداد حقیقی، رو به بالا باشد، حدود m کدام است؟

(۴) $m \leq 3$

(۳) $m \geq 3$

(۲) $m \geq 6$

(۱) $m \leq 6$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

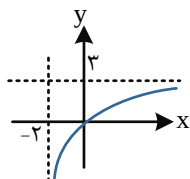
$$f(x) = x^4 - 4x^3 + mx^2 + 2x - 7 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 2mx + 2 \Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 24x + 2m$$

شرط اینکه تقعر تابع f در تمام نقاط اعداد حقیقی رو به بالا باشد این است که همواره $f''(x) \geq 0$ نامنفی باشد، برای این منظور باید در $f''(x) = 0$ شرط $\Delta \leq 0$ و $a > 0$ برقرار باشد، پس داریم:

همواره برقرار $a = 12 > 0 \Rightarrow$

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow (-24)^2 - 4 \times (12)(2m) \leq 0 \Rightarrow 24 - 4m \leq 0 \Rightarrow m \geq 6$$

گروه آموزشی ماز



۱۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+b}{x-c}$ به صورت مقابل است. حاصل $f''(1)$ کدام است؟

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $-\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{4}{9}$

(۳) $-\frac{4}{9}$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

$$-2 - c = 0 \Rightarrow c = -2$$

مطابق نمودار داده شده مجانب قائم تابع، خط $x = -2$ و مجانب افقی آن خط $y = 3$ است. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{x} = a = 3$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{3x+b}{x+2}$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow \frac{3(0)+b}{0+2} = 0 \Rightarrow b = 0$$

از طرفی، تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد پس باید $f(0) = 0$ باشد که در این صورت خواهیم داشت:

یعنی ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \frac{3x}{x+2}$ است. حال باید از f ، دو بار مشتق بگیریم:

$$f'(x) = \frac{3(x+2) - 3x}{(x+2)^2} = \frac{6}{(x+2)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{0 - 6(2)(x+2)}{(x+2)^4} = \frac{-12}{(x+2)^3}$$

$$\Rightarrow f''(1) = \frac{-12}{(1+2)^3} = \frac{-12}{27} = -\frac{4}{9}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر نمودار تابع $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + m$ از هر چهار ناحیه دستگاه مختصات عبور کند، بزرگ‌ترین مقدار صحیح m کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۵)

$$f(x) = 4x^3 - 12x^2 + m \Rightarrow f'(x) = 12x^2 - 24x$$

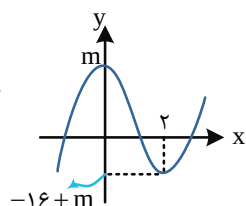
$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 24x = 0 \Rightarrow 12x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f(0) = m, f(2) = 4(2^3) - 12(2^2) + m = -16 + m$$

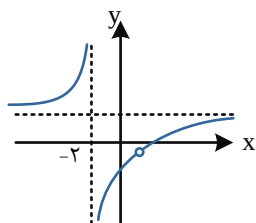
در نتیجه $x = 0$ و $x = 2$ نقاط بحرانی تابع می‌باشند و داریم:

با توجه به شکل مقابل مشخص است که اگر نمودار تابع f بخواهد از هر چهار ناحیه محورهای مختصات عبور کند باید عرض نقطه ماکزیمم نسبی، مثبت و عرض نقطه مینیمم نسبی، منفی باشد، یعنی:

$$\left. \begin{aligned} m &> 0 \\ -16 + m &< 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 < m < 16$$



که بیشترین مقدار صحیح m برابر ۱۵ می‌شود.



۲۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 6}{x^2 - b}$ به شکل مقابل است. مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۲) $-\frac{3}{4}$
(۴) $-\frac{3}{2}$

- (۱) $-\frac{4}{3}$
(۳) $-\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - کاربردهای مشتق - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۵)

چون $x = -2$ مجانب قائم تابع f است، پس باید $x = -2$ ریشهٔ مخرج کسر باشد، یعنی داریم:

$$x = -2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در مخرج}} (-2)^2 - b = 0 \Rightarrow 4 - b = 0 \Rightarrow b = 4$$

از طرفی وجود یک حفره در نمودار تابع نشان می‌دهد که بین صورت و مخرج ریشهٔ مشترکی وجود دارد و چون به ازای $b = 4$ ، مخرج به صورت $x^2 - 4$ می‌باشد و ریشه‌های آن ± 2 است، پس باید $x = 2$ ریشهٔ مشترک صورت و مخرج باشد، یعنی:

$$x = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در صورت}} 2^2 + 2a + 6 = 0 \Rightarrow a = -5$$

پس تابع f به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-3}{x+2}$$

$$\Rightarrow f(1) = \frac{1-3}{1+2} = -\frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در یک بیضی، فاصلهٔ کانونی با قطر کوچک هم‌اندازه است. از F عمودی بر قطر کانونی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقطهٔ M قطع کند. اگر $MF = 1$ باشد، آن‌گاه فاصلهٔ M از کانون دیگر چقدر است؟ (F کانون بیضی است)

(۴) $\sqrt{2}$

(۳) ۳

(۲) ۲

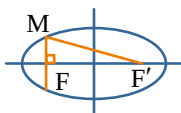
(۱) $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - دایره و بیضی - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

می‌دانیم وتر کانونی بیضی برابر $\frac{2b^2}{a}$ است، پس:

$$MF = \frac{b^2}{a} = 1 \Rightarrow b^2 = a$$



از طرفی طول قطر کوچک بیضی با فاصلهٔ کانونی برابر است و داریم:

$$2b = 2c \Rightarrow b = c$$

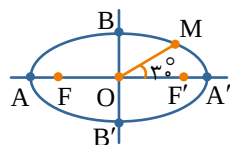
$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=c} a^2 = 2b^2 \xrightarrow{b^2=a} a^2 = 2a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b^2 = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2} \Rightarrow c = \sqrt{2}$$

با توجه به تعریف بیضی که $MF + MF' = 2a$ می‌باشد، داریم:

$$MF + MF' = 2a \xrightarrow{MF=1, 2a=4} 1 + MF' = 4 \Rightarrow MF' = 3$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در بیضی زیر نقاط F و F' کانون‌های بیضی و AA' و BB' قطرهای آن هستند. M نقطه‌ای روی بیضی است به طوری که $\angle MÔF' = 30^\circ$ و $OM = OF = OF'$ می‌باشد. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟



- (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

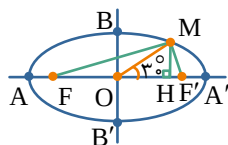
پاسخ: گزینه ۴

(سخت - دایره و بیضی - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

با توجه به این که $OM = OF = OF'$ می‌باشد، پس می‌توان گفت مثلث FMF' قائم‌الزاویه بوده ($\hat{M} = 90^\circ$) و OM میانهٔ وارد بر وتر است، زیرا نصف وتر می‌باشد.

چون $OM = OF'$ پس $\hat{F}' = 75^\circ$ و $\hat{F} = 15^\circ$ می‌باشد، از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه 15° دارد، طول ارتفاع وارد بر وتر، برابر $\frac{1}{4}$ طول وتر است،

$$MH = \frac{1}{4} FF' = \frac{1}{4} \times 2c = \frac{c}{2}$$



پس:

$$MH \times FF' = MF \times MF' \xrightarrow{\text{طبق درسهنامه } MF \times MF' = 2b^2} \frac{1}{4} c \times 2c = 2b^2 \Rightarrow c^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{c^2}{2}$$

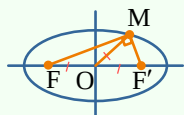
از طرفی:

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = \frac{c^2}{2} + c^2 \Rightarrow a^2 = \frac{3}{2} c^2 \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

حال داریم:

شنیدنی در بیضی

اگر مثلث FMF' در رأس M قائمه باشد:



$$\left. \begin{aligned} MF + MF' &= 2a \\ MF^2 + MF'^2 &= (2c)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow MF + MF' = 2a \xrightarrow{\text{توان}} \underbrace{MF^2 + MF'^2}_{4c^2} + 2MF \times MF' = 4a^2 \Rightarrow 2MF \times MF' = 4(a^2 - c^2) \Rightarrow MF \times MF' = 2b^2$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- یک سهمی که محور تقارن آن موازی محور عرض‌هاست، محور x ها را در نقاط به طول ۱ و ۵ قطع می‌کند. اگر رأس سهمی روی نیمساز ناحیه اول باشد، فاصله کانون سهمی تا خط هادی آن کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

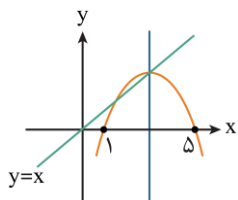
$$1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

(متوسط - سهمی - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



چون محور تقارن سهمی موازی محور y هاست پس سهمی قائم است و چون رأس سهمی روی نیمساز ناحیه اول است مختصات نقطه رأس $S(\alpha, \alpha)$ می‌باشد. اگر دهانه سهمی رو به بالا باشد سهمی محور x ها را قطع نمی‌کند پس دهانه سهمی رو به پایین است.

محور تقارن این سهمی خطی است که طول آن میانگین ۵ و ۱ است پس $x = 3$ معادله محور تقارن بوده و طول رأس نیز برابر ۳ است پس مختصات رأس $S(3, 3)$ می‌باشد.

حال معادله سهمی را می‌نویسیم:

$$(x-3)^2 = -4a(y-3) \xrightarrow{\text{سهمی از (۱,۰) می‌گذرد}} (1-3)^2 = -4a(0-3) \Rightarrow 4 = 12a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

فاصله کانون تا خط هادی سهمی برابر $2a$ یعنی $\frac{2}{3}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌شان از نقطه $(1, 2)$ با فاصله‌شان از خط $x = -3$ یکسان است، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

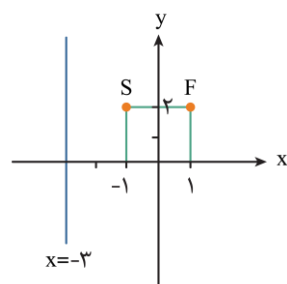
$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

(متوسط - سهمی - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



طبق تعریف سهمی، مکان هندسی مورد نظر، یک سهمی افقی است که کانون آن $F(1, 2)$ و خط هادی آن $x = -3$ است. مطابق شکل، طول رأس سهمی میانگین طول کانون و طول خط هادی است پس مختصات رأس سهمی $S(-1, 2)$ است. $a = SF = 2$ بوده و معادله سهمی به صورت $(y-2)^2 = 4 \times 2(x+1)$ می‌باشد و محل برخورد با محور x ها برابر است با:

$$y=0 \Rightarrow (0-2)^2 = 8(x+1) \Rightarrow x+1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

سهمی با جزئیات

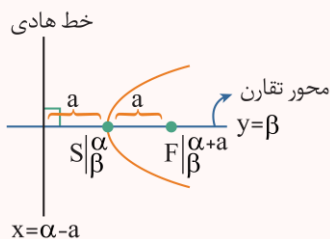
سهمی را در ۲ حالت افقی و عمودی بررسی می‌کنیم:

۱) سهمی افقی و $S(\alpha, \beta)$ نقطه رأس آن است:

در معادله سهمی افقی، y دارای توان ۲ و x دارای توان ۱ است.

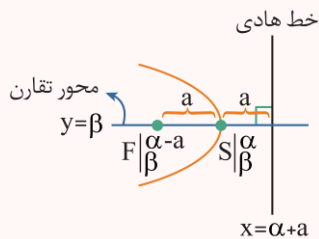
در سهمی افقی، خط هادی یک خط قائم و محور تقارن یک خط افقی است.

دهانه سهمی رو به راست باز می‌شود.



معادله سهمی: $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$

دهانه سهمی رو به چپ باز می‌شود.



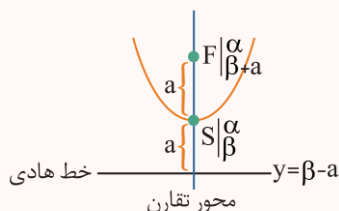
معادله سهمی: $(y-\beta)^2 = -4a(x-\alpha)$

۲) سهمی قائم و $S(\alpha, \beta)$ نقطه رأس آن است:

در معادله سهمی قائم، y دارای توان ۱ و x دارای توان ۲ است.

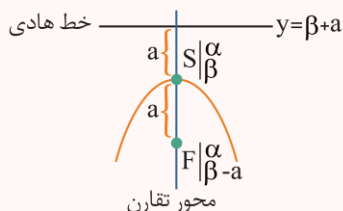
در سهمی قائم، خط هادی یک خط افقی و محور تقارن یک خط قائم است.

دهانه سهمی رو به بالا باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$

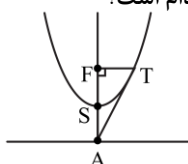
دهانه سهمی رو به پایین باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x-\alpha)^2 = -4a(y-\beta)$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر معادله سهمی شکل مقابل $x^2 - 2x = 4y + 3$ باشد، آن گاه مساحت مثلث FAT که در آن A روی خط هادی قرار دارد، کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

(متوسط - سهمی - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 - 2x = 4y + 3 \xrightarrow{+1} x^2 - 2x + 1 = 4y + 4 \Rightarrow (x-1)^2 = 4(y+1)$$

$x=1$ $y=-1$ $4a$

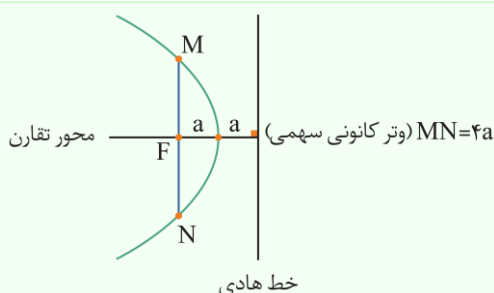
رأس سهمی $S \left|_{-1}^1 \right.$ و $4a = 4 \Rightarrow a = 1$

$AF = 2a = 2$

$FT = \text{نصف وتر کانونی سهمی} = \frac{4a}{2} = 2a = 2 \Rightarrow S_{\triangle FAT} = \frac{FT \times AF}{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

وتر کانونی سهمی

اگر خطی موازی خط هادی سهمی از کانون عبور کرده و سهمی را در دو نقطه M و N قطع کند، MN را وتر کانونی سهمی می‌گوییم که اندازه آن برابر فاصله کانونی سهمی یا ۲ برابر فاصله کانون تا خط هادی است.



گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر سه بردار $\vec{V}_1 = (1, -1, a)$ ، $\vec{V}_2 = (2, b, 1)$ و $\vec{V}_3 = (c, 3, 2)$ سه یال رسم شده از یک رأس در یک مکعب مستطیل باشند، طول قطر (قطر داخلی) این مکعب مستطیل کدام است؟

$\sqrt{1099}$ (۴)

$\sqrt{1098}$ (۳)

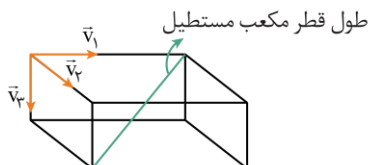
$\sqrt{1097}$ (۲)

$\sqrt{1096}$ (۱)

(متوسط - ضرب بردارها - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:



سه یال رسم شده از یک رأس، دوبه دو بر هم عمودند. پس:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0 \Rightarrow (1, -1, a) \cdot (2, b, 1) = 0 \Rightarrow a - b + 2 = 0 \xrightarrow{x=2} -2a + 2b - 4 = 0 \xrightarrow{(+)} 2b + c = 7 \quad (I)$$

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_3 = 0 \Rightarrow (1, -1, a) \cdot (c, 3, 2) = 0 \Rightarrow 2a + c - 3 = 0 \Rightarrow 2a + c - 3 = 0$$

$$\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_3 = 0 \Rightarrow (2, b, 1) \cdot (c, 3, 2) = 0 \Rightarrow 3b + 2c + 2 = 0 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \begin{cases} 2b + c = 7 \\ 3b + 2c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 16 \\ c = -25 \end{cases} \Rightarrow a - b + 2 = 0 \xrightarrow{b=16} a - 16 + 2 = 0 \Rightarrow a = 14$$

پس مختصات بردارهای $\vec{V}_1$ ، $\vec{V}_2$ و $\vec{V}_3$ عبارتند از:

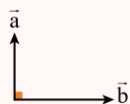
$$\vec{V}_1 = (1, -1, 14) \Rightarrow |\vec{V}_1| = \sqrt{198}$$

$$\vec{V}_2 = (2, 16, 1) \Rightarrow |\vec{V}_2| = \sqrt{261}$$

$$\vec{V}_3 = (-25, 3, 2) \Rightarrow |\vec{V}_3| = \sqrt{638}$$

$$\Rightarrow \text{طول قطر مکعب مستطیل} = \sqrt{|\vec{V}_1|^2 + |\vec{V}_2|^2 + |\vec{V}_3|^2} = \sqrt{198 + 261 + 638} = \sqrt{1097}$$

دو بردار عمود بر هم



اگر دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود باشند، ضرب داخلی آن‌ها صفر می‌شود و بالعکس.

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر $\vec{a}' = (1-n, n, 1)$ تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, 3, -1)$ بر بردار $\vec{b}$ باشد، طول تصویر بردار $\vec{a}'$ بر صفحه xOz کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - ضرب بردارها - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

مطابق شکل اگر $\vec{a}'$ تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر بردار $\vec{b}$ باشد با توجه به شکل، بردار $\vec{a} - \vec{a}'$ نیز بر بردار $\vec{a}'$ عمود است. پس:

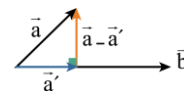
$$(\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{a}' = 0$$

$$\vec{a} - \vec{a}' = (1, 3, -1) - (1-n, n, 1) = (n, 3-n, -2)$$

$$\vec{a}' \cdot (\vec{a} - \vec{a}') = 0 \Rightarrow (1-n, n, 1) \cdot (n, 3-n, -2) = 0 \Rightarrow n - n^2 + 3n - n^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -2n^2 + 4n - 2 = 0 \Rightarrow -2(n-1)^2 = 0 \Rightarrow n = 1$$

پس $\vec{a}' = (0, 1, 1)$ و تصویر آن بر صفحه xOz به صورت $(0, 0, 1)$ می‌باشد که طول آن برابر ۱ است.



شکل فرضی:

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, m)$ ، $\vec{b} = (1, 2, 0)$ و $\vec{c} = (3, 0, 1)$ هم صفحه باشند، مقدار m کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

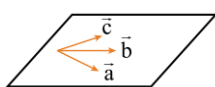
$-\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

(متوسط - ضرب بردارها - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



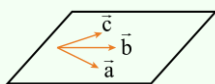
شرط لازم و کافی برای آن که سه بردار غیر صفر $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ هم صفحه باشند آن است که حجم متوازی السطوح ساخته با سه بردار برابر صفر باشد. یعنی:

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 0$$

$$V = \begin{vmatrix} -1 & 2 & m \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-2 + 0 + 0) - (2 + 0 + 6m) = 0 \Rightarrow -2 - 2 - 6m = 0 \Rightarrow 6m = -4 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

شرط هم صفحه بودن سه بردار

اگر سه بردار غیر صفر $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه واقع باشند، ضرب مختلط آن‌ها که همان حجم متوازی السطوح ساخته شده توسط آن‌هاست صفر می‌شود.



$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

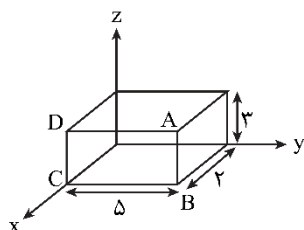
$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$$

$$\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

$$\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در مکعب مستطیل شکل مقابل، معادله یال AB و صفحه $ABCD$ به ترتیب کدام است؟



$$\begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y + z \leq 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ z = 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} y + z = 8 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (3)$$

(آسان - بردارها در فضا - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاره خط AB یا همان یال AB بر صفحه xOy عمود و با محور z موازی است پس x و y ثابت و z دارای محدوده (به علت محدودیت ارتفاع) است.

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$$

صفحه $ABCD$ موازی صفحه yOz و عمود بر محور x است پس در معادله x ثابت و y و z دارای محدودیت هستند. ببینید:

$$\begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- برای سه بردار غیر صفر $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ و $|\vec{c}| = 3$ باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

-۹ (۴)

-۶ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

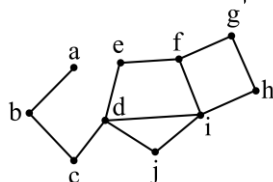
(متوسط - ضرب بردارها - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = -\vec{c} \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = -\vec{c} \cdot \vec{c} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = -|\vec{c}|^2 = -9$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- در گراف مقابل، مجموعه X چنان است که مجموعه $X \cup \{e, f\}$ مجموعه‌ای احاطه‌گر می‌شود. حداقل تعداد اعضاء X کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

(آسان - گراف و مدل‌سازی - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

دو رأس e و f مجموعه رئوس $\{d, e, f, g, i\}$ را احاطه کرده و رئوس a, b, c, h, j احاطه نشده باقی می‌مانند. با انتخاب $\{b, i\}$ به جای X تمام رئوس احاطه خواهند شد.

مجموعه احاطه‌گر

زیرمجموعه D از مجموعه رئوس گراف G را مجموعه احاطه‌گر می‌گوییم هرگاه هر رأس از گراف، یا در D باشد و یا حداقل با یکی از رأس‌های D مجاور باشد.

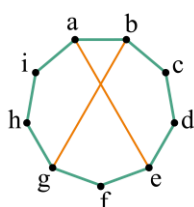
گروه آموزشی ماز

۳۲- گرافی از مرتبه ۹ و اندازه ۱۱ فقط دورهایی به طول ۵، ۶، ۸ و ۹ داشته و دوری با طول غیر از این چهار عدد ندارد. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(متوسط - گراف و مدل‌سازی - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



شکل گراف به صورت مقابل است که در آن مجموعه احاطه‌گر ۳ عضوی مانند $\{a, g, c\}$ دارد. البته با استفاده از نابرابری $\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$ معلوم می‌شود که γ نمی‌تواند ۲ باشد.

مجموعه احاطه‌گر مینیمم و عدد احاطه‌گری

بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نشان می‌دهیم.

گروه آموزشی ماز

۳۳- عدد احاطه‌گری گراف ۲-منتظم از مرتبه ۹ برابر ۴ است. تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم مکمل آن گراف چندتا است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

(متوسط - گراف و مدل‌سازی - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

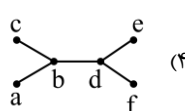
گراف ۲-منتظم از مرتبه ۹ به یکی از چهار مدل زیر است:

- I) C_9 II) $C_6 \cup C_3$ III) $C_5 \cup C_4$ IV) $C_3 \cup C_3 \cup C_3$

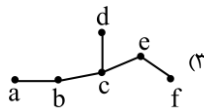
عدد احاطه‌گری در هر یک از چهار مدل به ترتیب برابر ۳، ۳، ۴، ۳ است. بنابراین گراف مورد نظر از یک گراف C_4 و C_5 تشکیل شده است که گرافی ناهمبند است در مکمل گراف یاد شده رأسی که با تمام رئوس دیگر مجاور باشد وجود ندارد، پس $\gamma(\bar{G}) \neq 1$ یعنی $\gamma \geq 2$. برای $\gamma = 2$ به تعداد ۲۰ مجموعه یافت می‌شود کافی است یک رأس از C_4 و یک رأس از C_5 انتخاب کنیم.

گروه آموزشی ماز

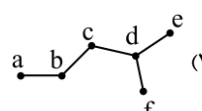
۳۴- کدام یک از گراف‌های زیر مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم ندارد؟



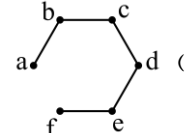
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

(متوسط - گراف و مدل‌سازی - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۱ مجموعه $\{a, c, f\}$ ، در گزینه ۲ مجموعه $\{a, c, e, f\}$ و در گزینه ۴ مجموعه $\{a, c, e, f\}$ مینیمال غیرمینیمم هستند ولی برای گزینه ۳ هر مجموعه احاطه‌گر مینیمالی سه عضوی بوده و مینیمم است.

مجموعه احاطه‌گر مینیمال

مجموعه احاطه‌گری که با حذف هر کدام از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد را مجموعه احاطه‌گر مینیمال می‌گوییم.

گروه آموزشی ماز

۳۵- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، چند عدد پنج رقمی می توان نوشت به طوری که نه ارقام ۲ پیش هم باشند و نه ارقام ۴؟

(۴) ۲۴

(۳) ۱۸

(۲) ۱۲

(۱) ۱۵

(متوسط - روش هایی برای شمارش - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |U| - |A \cup B|$$

طبق اصل شمول داریم:

تعداد کل جایگشت های ۵ رقم را محاسبه می کنیم و تعداد حالت هایی که حداقل ارقام یکی از دو دسته $\{۲, ۳\}$ و $\{۳, ۴\}$ کنار هم باشند را از آن کم می کنیم.

$$|U| = \frac{5!}{2! \times 2!} = \frac{120}{4} = 30$$

$$|2 \cup 4| = |2| + |4| - |2 \cap 4| = \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} - 3! = 12 + 12 - 6 = 18$$

$$|\bar{2} \cap \bar{4}| = |U| - |2 \cup 4| = 30 - 18 = 12$$

پس جواب برابر است با:

جایگشت های با تکرار

جایگشت n شیء که در آن k تا شیء یکسان وجود دارد برابر است با: $\frac{n!}{k!}$

یعنی جایگشت کل اشیاء را بر جایگشت اشیاء تکراری تقسیم می کنیم.

گروه آموزشی ماز

۳۶- معادله $x + y + z + t = \frac{20}{t}$ در مجموعه اعداد طبیعی n دسته جواب دارد. مجموع ارقام n کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

(متوسط - مباحثی در ترکیبیات - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

t باید یکی از شمارنده های طبیعی 20 باشد.

اگر $t = 1$ آن گاه به معادله $x + y + z = 19$ خواهیم رسید که به تعداد $\binom{18}{2}$ یعنی 153 جواب دارد.

اگر $t = 2$ آن گاه به معادله $x + y + z = 8$ خواهیم رسید که به تعداد $\binom{7}{2}$ یعنی 21 جواب دارد.

به ازای $t \geq 4$ برای معادله به دست آمده جوابی پیدا نمی شود. پس:

$$n = 153 + 21 = 174$$

پس مجموع ارقام عدد طبیعی n برابر با $1 + 7 + 4 = 12$ است.

جواب های طبیعی یک معادله

تعداد جواب های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۷- ارقام ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳ را به تصادف در خانه های خالی مربع مقابل قرار می دهیم، احتمال آن که مربع حاصل، مربع لاتین شود را $\frac{1}{n}$ می نامیم.

	۲	

کدام یک از اعداد زیر شمارنده ای از n است؟

(۲) ۷

(۱) ۶

(۴) ۱۱

(۳) ۸

(متوسط - مباحثی در ترکیبیات - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد طرق چین آن ارقام در خانه های خالی $\frac{8!}{3! \times 2! \times 3!}$ است که برابر 560 می شود. تعداد مربع لاتین های از مرتبه ۳ برابر ۱۲ است که در $\frac{1}{3}$ از آن ها یعنی

در ۴ تا مربع خانه وسط ۲ است، بنابراین جواب مورد نظر $\frac{4}{560}$ یعنی $\frac{1}{140}$ است. عدد 140 به ۷ بخش پذیر است ولی به هیچ یک از گزینه های دیگر بخش پذیر

نیست.

گروه آموزشی ماز

۳۸- در شکل مقابل دو مربع نیمه پر A و B لاتین بوده و مربع B حاصل از جایگشت روی درایه‌های A می‌باشد. حاصل $3a+b$ کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & a & 2 & \\ & & 3 & \\ 3 & & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} & & 2 & \\ & 4 & & \\ 1 & & b & \\ & & & 2 \end{bmatrix}$$

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

(متوسط - مباحثی در ترکیبیات - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

دو مربع به شکل مقابل و به صورت منحصربه‌فرد پر می‌شوند. بنابراین $a=1$ و $b=3$ می‌باشد.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

پس $3a+b = 3 \times 1 + 3 = 6$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۹- چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که شامل رقم ۲ بوده و مضرب ۴ نباشند؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

(متوسط - روش‌هایی برای شمارش - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد اعداد طبیعی دو رقمی که شامل رقم ۲ باشند برابر $9 \times 8 = 72$ یعنی ۱۸ است که از بین آن‌ها اعداد ۱۲، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۵۲، ۷۲ و ۹۲ مضرب ۴ بوده و مابقی مضرب ۴ نیستند. (برای درک بهتر می‌توانید کل اعداد دو رقمی شامل رقم ۲ را بنویسید.) تعداد ارقام مورد نظر $10 = 18 - 8$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۰- مجموعه $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ متشکل از n عدد طبیعی، مفروض است حداقل مقدار n چقدر باشد تا مطمئن شویم حداقل ۹ عدد از آن n عدد چنانند که هم در تقسیم بر ۶ دارای باقی‌مانده یکسان هستند و هم در تقسیم بر ۵ هم‌باقی‌مانده می‌باشند؟

(۴) ۲۷۱

(۳) ۲۷۰

(۲) ۲۴۱

(۱) ۲۴۰

(متوسط - روش‌هایی برای شمارش - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

شرط لازم و کافی برای آن که دو عدد a و b هم در تقسیم بر ۶ و هم در تقسیم بر ۵ هم‌باقی‌مانده باشند آن است که در تقسیم بر 30 (ک.م.م. ۶ و ۵) هم‌باقی‌مانده شوند. بنابراین n را کبوتر و 30 را لانه در نظر گرفته و از نابرابری زیر استفاده می‌کنیم:

$$n \geq 30 \times (9-1) + 1 \Rightarrow n \geq 241 \Rightarrow n_{\min} = 241$$

برای درک بهتر اعداد ۲۷، ۵۷، ۸۷ و ... هم در تقسیم بر ۵ هم‌باقی‌مانده‌اند (باقی‌مانده ۲۰ می‌شود) و هم در تقسیم بر ۶ باقی‌مانده یکسان دارند (باقی‌مانده ۳ می‌شود) که می‌توان گفت این اعداد در تقسیم بر ۳۰ نیز هم‌باقی‌مانده هستند.

گروه آموزشی ماز

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳

ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه

آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

$E=mc^2$



دانش‌آموزان عزیز ماز

در آزمون امروز از **مهم‌ترین** مباحث **نیمسال دوم** فیزیک دوازدهم براتون سؤالی خوبی رو آماده کردیم که به کمک اونا بتونین به جمع‌بندی سریع و درست و حسابی از این مباحث داشته باشین.

همون‌طور که می‌دونین از نیمسال دوم فیزیک دوازدهم حدود **۶ تست** در کنکور تجربی و حدود **۸ تست** در کنکور ریاضی مطرح می‌شه که با توجه به این‌که سؤالات این بخش‌ها چندان سخت نیستن، می‌تونه کمک زیادی به افزایش درصد درس فیزیکتون در کنکور بکنه.

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبه ۱ کنکور ۹۲) - مسئولین درس فیزیک پایه دوازدهم آزمون ماز

۴۱- یک نوسان‌ساز، موج‌های دوره‌ای را در یک ریسمان کشیده ایجاد می‌کند. کدام گزینه در مورد این امواج نادرست است؟

(۱) اگر نیروی کشش ریسمان را افزایش دهیم، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

(۲) اگر بسامد نوسان‌ساز را افزایش دهیم، طول موج کاهش می‌یابد.

(۳) اگر فقط چگالی خطی جرم ریسمان را افزایش دهیم، فاصله دو قله متوالی موج از هم افزایش می‌یابد.

(۴) اگر دوره تناوب نوسان‌ساز را افزایش دهیم، تندی موج ثابت می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

بررسی گزینه‌ها:

۱ با توجه به رابطه تندی انتشار امواج عرضی، با افزایش نیروی کشش طناب، تندی موج زیاد شده و در نهایت طول موج نیز افزایش می‌یابد:

$$\uparrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \uparrow \lambda = \frac{v}{f} \quad (\checkmark)$$

۲ با افزایش بسامد، طول موج کاهش می‌یابد.

$$\downarrow \lambda = \frac{v}{f \uparrow} \quad (\checkmark)$$

۳ با افزایش چگالی خطی جرم ریسمان، تندی موج کاهش می‌یابد و در نهایت طول موج (فاصله بین دو قله متوالی) نیز **کاهش** می‌یابد.

$$\downarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu \uparrow}} \Rightarrow \downarrow \lambda = \frac{v}{f} \quad (\times)$$

۴ تندی موج به ویژگی‌های منبع از جمله بسامد، دوره و بسامد زاویه‌ای بستگی ندارد، پس با تغییر دوره، تندی ثابت می‌ماند. (✓)

نکته

رابطه تندی انتشار امواج برحسب چگالی خطی جرم تار یا ریسمان:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

رابطه تندی انتشار امواج برحسب چگالی تار یا ریسمان:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

رابطه تندی انتشار امواج برحسب دوره تناوب (T)، بسامد (f) و طول موج (λ):

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- در یک گیتار، طول هر تار بین دو انتهای ثابت ۶۴cm است. برای نواختن بالاترین بسامد، جرم تار $2/25 \times 10^{-4} \text{ kg}$ و برای نواختن پایین‌ترین بسامد،

جرم تار $4 \times 10^{-4} \text{ kg}$ است. تارها تحت کششی برابر ۲۲۵N قرار دارند. اختلاف تندی انتشار موج در تارها برای ایجاد این دو بسامد چند متر بر ثانیه

است؟

۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

در هر دو حالت، تندی انتشار موج را از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{225 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-4}}} = 600 \frac{m}{s}$$

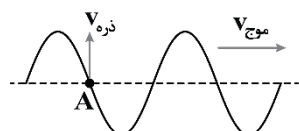
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{225 \times 10^{-4}}{2 \times 25 \times 10^{-4}}} = 800 \frac{m}{s}$$

$$\text{اختلاف تندیها} = 800 - 600 = 200 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- شکل زیر موجی عرضی با طول موج λ ، بسامد f و دامنه A را در یک ریسمان نشان می‌دهد که با تندی $v_{\text{موج}}$ به سمت راست حرکت می‌کند، درحالی‌که

تندی ذره نشان داده شده ریسمان $v_{\text{ذره}}$ است. نسبت $\frac{v_{\text{ذره}}}{v_{\text{موج}}}$ کدام است؟



$$\frac{2\pi f}{\lambda} \quad (2)$$

$$\frac{f}{\lambda} \quad (4)$$

$$\frac{2\pi A}{\lambda} \quad (1)$$

$$\frac{A}{\lambda} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

چون ذره نشان داده شده، در حال عبور از نقطه تعادل است، سرعت نوسان آن بیشینه است و برابر است با:

$$v_{\text{ذره}} = A\omega = A \times 2\pi f$$

گام دوم:

همچنین تندی انتشار موج برابر است با:

$$v_{\text{موج}} = \lambda f$$

گام آخر:

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{v_{\text{ذره}}}{v_{\text{موج}}} = \frac{A \times 2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi A}{\lambda}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- چشمه موجی با بسامد ۱۰Hz در یک محیط، نوسان‌های طولی ایجاد می‌کند. اگر فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متوالی ۴۰cm باشد، تندی انتشار

موج در این محیط چند متر بر ثانیه است؟

$$80 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متوالی در امواج طولی، برابر $\frac{\lambda}{2}$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{2} = 40 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.8 = \frac{v}{10} \Rightarrow v = 8 \frac{m}{s}$$



در امواج طولی، فاصله بین دو تراکم (جمع‌شدگی فنر) یا دو انبساط (بازشدگی فنر) متوالی برابر طول موج است.

گروه آموزشی ماز

۴۵- شکل زیر، نقش دو موج را در لحظه معینی نشان می‌دهد که در یک محیط یکسان در حال انتشار هستند. بزرگی شتاب ذره A چند برابر بزرگی شتاب

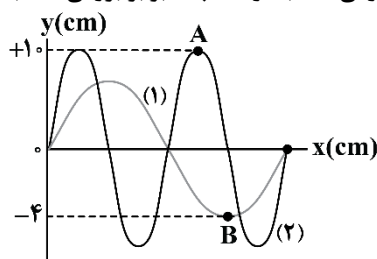
ذره B است؟

$$0.1 \quad (1)$$

$$0.625 \quad (2)$$

$$1/25 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$



با توجه به شکل متوجه می‌شویم که طول موج (۱)، دو برابر طول موج (۲) است:

$$\lambda_1 = 2\lambda_2$$

چون محیط انتشار دو موج یکسان است؛ بنابراین تندی انتشار دو موج باهم برابر است:

$$v_1 = v_2$$

حال نسبت بسامد زاویه‌ای دو موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{2\pi f_2}{2\pi f_1} = \frac{f_2}{f_1} \xrightarrow{f = \frac{v}{\lambda}} \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow{v_1=v_2} \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2$$

دامنه موج (۱)، برابر ۴ cm و دامنه موج (۲)، برابر ۱۰ cm است.

$$A_2 = 10 \text{ cm}, A_1 = 4 \text{ cm}$$

چون ذرات A و B در نقاط بازگشت قرار دارند؛ بنابراین بزرگی شتاب آن‌ها بیشینه و برابر $a_m = A\omega^2$ است.

$$|a_m| = A\omega^2 \Rightarrow \frac{|a_A|}{|a_B|} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) \times \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- کدام گزینه در مورد امواج الکترومغناطیسی نادرست است؟

(۱) میدان الکتریکی $\vec{E}$ همواره بر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ عمود است و هر دو میدان همواره بر جهت حرکت موج عمودند؛ بنابراین موج الکترومغناطیسی، یک موج عرضی است.

(۲) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.

(۳) امواج الکترومغناطیسی انرژی را به صورت انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی ذرات محیط منتقل می‌کنند.

(۴) طیف امواج الکترومغناطیسی یک طیف پیوسته است.

بررسی گزینه‌ها:

۱

در امواج الکترومغناطیسی، $\vec{E}$ ، $\vec{B}$ و $\vec{v}$ همواره دوبه‌دو بر هم عمودند. (✓)

۲

طول موج و بسامد میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی باهم برابر است و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی باهم بیشینه و باهم صفر می‌شوند. (✓)

۳

امواج الکترومغناطیسی انرژی را نه به صورت انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل ذرات محیط، بلکه به صورت انرژی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منتقل می‌کنند. (✗)

۴

تمام این امواج الکترومغناطیسی به رغم تفاوت فراوان در روش‌های تولید و کاربردهای آن‌ها، همگی با تندی نور در خلأ حرکت می‌کنند و هیچ گسستگی‌ای در این طیف وجود ندارد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۷- شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را که در لحظه $t=0$ بیشینه است، نشان می‌دهد. در هر ثانیه 2×10^{15} بار اندازه

میدان مغناطیسی صفر می‌شود. اگر انتقال انرژی موج در جهت مثبت محور x باشد، در لحظه $t = 1/5 \times 10^{-3} \text{ ps}$ وضعیت میدان الکتریکی در این نقطه

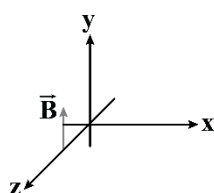
چگونه است؟

(۱) اندازه آن صفر است.

(۲) اندازه آن بیشینه و در جهت محور Z است.

(۳) اندازه آن بیشینه و در خلاف جهت محور Z است.

(۴) اندازه آن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ مقدار بیشینه خود و در جهت محور Z است.



گام اول:

ابتدا دوره تناوب را به دست می آوریم. در لحظه $t = 0$ میدان مغناطیسی بیشینه است، پس در هر دوره تناوب، میدان مغناطیسی دو بار صفر می شود؛ بنابراین با استفاده از تناسب، دوره تناوب را به دست می آوریم:

تعداد صفر شدن	زمان
۲	T
2×10^{15}	۱s

$$\Rightarrow T = \frac{2 \times 1}{2 \times 10^{15}} = 10^{-15} \text{ s}$$

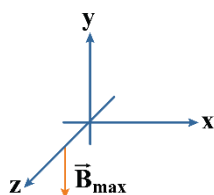
گام دوم:

تعداد نوسان را در بازه زمانی صفر تا $t = 1/5 \times 10^{-3} \text{ ps}$ می یابیم:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow n = \frac{1/5 \times 10^{-15}}{10^{-15}} = 1/5$$

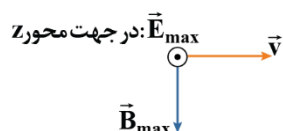
گام سوم:

اندازه میدان مغناطیسی در لحظه $t = 0$ بیشینه مثبت است. بعد از $1/5$ نوسان کامل، میدان مغناطیسی به بیشینه منفی می رسد که مطابق شکل است:



گام آخر:

با استفاده از قاعده دست راست می توان جهت میدان الکتریکی را به دست آورد. توجه کنید که چون اندازه میدان مغناطیسی بیشینه می باشد، پس اندازه میدان الکتریکی نیز بیشینه است و همچنین جهت انتقال انرژی موج، همان جهت انتشار (v) موج است:



نکته

تعداد نوسان در مدت t و دوره تناوب T به صورت زیر است:

$$n = \frac{t}{T}$$

دام تستی

اگر گزینه (۳) رو انتخاب کردی، در قاعده دست راست، میدان مغناطیسی رو بیشینه مثبت در نظر گرفتی و در دام افتادی.

گروه آموزشی ماز

۴۸- شخصی با چکش به انتهای میله باریک فلزی بلندی ضربه ای می زند. تندی صوت در این میله ده برابر تندی صوت در هوا است. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است، دو صدا را که یکی از میله می آید و دیگری از هوای اطراف میله، با اختلاف زمانی 0.15 s می شنود. اگر طول میله 50 m باشد، تندی صوت در فلز چند متر بر ثانیه است؟

۳۴۰۰ (۴)

۳۴۰ (۳)

۳۰۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

گام اول:

ابتدا زمان رسیدن صوت در هوا و در میله را به دست می آوریم:

$$t = \frac{L}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{هوا}} = \frac{L}{v_{\text{هوا}}} = \frac{50}{v_{\text{هوا}}} \\ t_{\text{فلز}} = \frac{L}{v_{\text{فلز}}} = \frac{50}{v_{\text{فلز}}} \end{cases} \rightarrow t_{\text{فلز}} = \frac{50}{10 v_{\text{هوا}}} = \frac{5}{v_{\text{هوا}}}$$

گام آخر:

تأخیر زمانی را با زمان های به دست آمده از گام اول می یابیم:

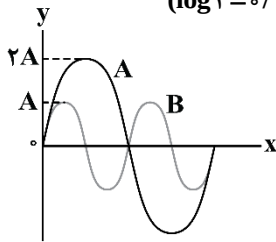
$$\Rightarrow \text{تأخیر زمانی: } \Delta t = t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} = \frac{50}{v_{\text{هوا}}} - \frac{5}{v_{\text{هوا}}} = \frac{45}{v_{\text{هوا}}}$$

$$\Rightarrow 0.15 = \frac{45}{v_{\text{هوا}}} \Rightarrow v_{\text{هوا}} = \frac{45}{0.15} = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\text{فلز}} = 3000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اگر گزینه ۱ رو انتخاب کردی اشتباهاً هوا ۷ رو انتخاب کردی.

گروه آموزشی ماز

۴۹- شکل زیر، نمودار جابه‌جایی - مکان دو چشمه صوتی A و B که در یک محیط منتشر می‌شود را نشان می‌دهد. اگر تراز شدت صوت حاصل از منبع A در فاصله ۵r از آن برابر ۶dB باشد، تراز شدت صوت حاصل از منبع B در فاصله ۲r از آن برابر چند دسی‌بل است؟ $(\log 2 = 0.3)$



- (۱) ۱۴
(۲) ۲۶
(۳) ۲۰
(۴) ۸

(سخت - نموداری - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

نسبت طول موج بسامد دو چشمه صوت را با توجه به نمودار داده‌شده به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_A = 2\lambda_B \xrightarrow{\text{ثابت: } v} \frac{f_B}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 2$$

گام دوم:

نسبت آهنگ انتقال انرژی دو چشمه برابر است با:

$$\frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 = 2^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \times \frac{1}{4} = 1$$

گام سوم:

نسبت شدت صوت دو چشمه برابر است با:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{P_B}{P_A} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = 1 \times 5^2 = 5^2 = 25$$

گام آخر:

حال اختلاف تراز شدت صوت دو چشمه صوت و سپس تراز شدت صوت چشمه B را می‌یابیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A} = 10 \log 25 = 20 \log 5 = 20(1 - \log 2) = 20(1 - 0.3) = 14 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \beta_B - 6 = 14 \text{ dB} \Rightarrow \beta_B = 20 \text{ dB}$$



نکته

$$\log 2 + \log 5 = \log (2 \times 5) = \log 10 = 1 \Rightarrow \log 5 = 1 - \log 2$$



نکته

آهنگ انتقال انرژی، متناسب است با مربع دامنه در مربع بسامد:

$$P \propto A^2 f^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$$

نسبت شدت صوت دو چشمه:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

اختلاف تراز شدت β_1 و β_2 :

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left(\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \right)$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- در کدام یک از موارد زیر از بازتاب امواج الکترومغناطیسی استفاده می شود؟

- (۱) اجاق خورشیدی - آنتن بشقابی
(۲) اجاق خورشیدی - میکروفون سهموی
(۳) سونار - آنتن بشقابی
(۴) سونار - میکروفون سهموی

پاسخ: گزینه ۱

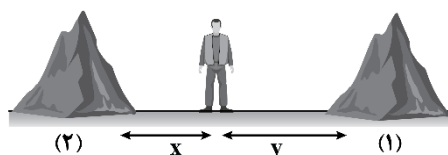
(آسان - حفظی - ۱۲۰۴)

اجاق خورشیدی و آنتن بشقابی با کمک بازتاب امواج الکترومغناطیسی از سطوح خمیده و جمع شدن آن ها در کانون کار می کنند. دقت کنید میکروفون سهموی و دستگاه سونار از امواج صوتی و فراصوت استفاده می کنند که الکترومغناطیسی نیستند.

گروه آموزشی ماز

۵۱- دانش آموزی بین دو صخره قائم (۱) و (۲) ایستاده است. دانش آموز فریاد می زند و دو پژواک صدای خود را با فاصله زمانی $1/13s$ می شنود. اگر این دانش آموز به اندازه $40m$ به سمت صخره (۲) حرکت کند و دوباره فریاد بزند، پژواک اول و دوم صدای خود را با اختلاف زمانی چند ثانیه دریافت می کند؟

$$(x > 40m, y > x, v_{\text{صوت}} = 320 \frac{m}{s})$$



(۲) ۰/۸۸

(۱) ۰/۶۳

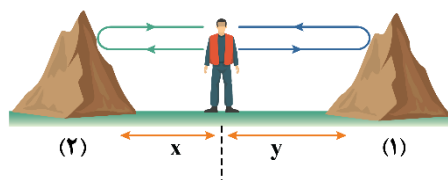
(۴) ۱/۳۸

(۳) ۱/۶۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

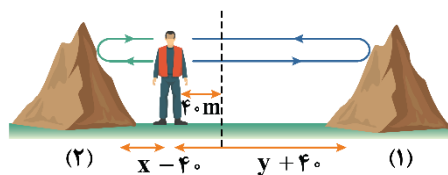
به شکل های زیر دقت کنید:



اختلاف مسافت طی شده توسط دو تپ در حالت اول: $\Delta L_1 = \Delta x_1 - \Delta x_2 = 2y - 2x$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v} - \frac{\Delta x_2}{v} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{v} = \frac{\Delta L_1}{v} = \frac{2y - 2x}{v}$$

در حالت دوم $40m$ به y اضافه شده و از x کم می شود.



اختلاف مسافت طی شده توسط دو تپ در حالت دوم: $\Delta L_2 = 2(y + 40) - 2(x - 40)$

$$\Delta L_2 = 2y - 2x + 160$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_1}{v} - \frac{\Delta x_2}{v} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{v} = \frac{\Delta L_2}{v} = \frac{2y - 2x + 160}{v} = \frac{2y - 2x}{v} + \frac{160}{v}$$

اختلاف زمانی دریافت دو پژواک در حالت دوم:

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \Delta t_1 + \frac{160}{v} = \Delta t_1 + \frac{160}{320} \Rightarrow \Delta t_2 = \Delta t_1 + 0.5 \Rightarrow \Delta t_2 = 1/13 + 0.5 = 1/63s$$

تحلیل سریع

چون شخص $40m$ به سمت چپ حرکت کرده است، پس 40 متر به y اضافه و 40 متر از x کم شده است و در مجموع دو تپ ارسالی در مسیر رفت و برگشت به اندازه 160 متر نسبت به حالت اول تغییر می کند.

اختلاف مسافت طی شده دو تپ در دو حالت (۱) و (۲) $\Delta L = L_2 - L_1 = 160m$

$$\Delta t_2 = 1/13 + \frac{160}{320} = 1/63s$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- دو سطح (۱) و (۲) به ترتیب با ابعاد ناهمواری های $5\mu m$ و $3\mu m$ در اختیار داریم. یک دسته پرتوی الکترومغناطیسی در خلأ با بسامد

$5 \times 10^4 \text{ GHz}$ به این دو سطح می تابانیم. بازتابش امواج از دو سطح (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

(۴) منظم، پخشنده

(۳) پخشنده، منظم

(۲) پخشنده، پخشنده

(۱) منظم، منظم

گام اول:

طول موج پرتوی تابشی را تعیین می‌کنیم:

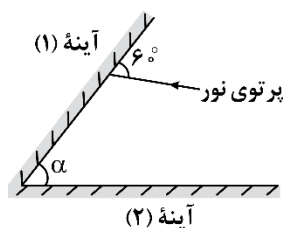
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{13}} = 6 \times 10^{-6} \text{ m} = 6 \mu\text{m}$$

گام آخر:

در صورتی که ابعاد ناهمواری سطح، خیلی کوچک‌تر از طول موج باشد، سطح موردنظر برای آن موج، صیقلی بوده و بازتاب، منظم خواهد بود و در صورتی که ابعاد ناهمواری بسیار بزرگ‌تر از طول موج باشد، بازتاب از نوع پخشنده می‌باشد. بنابراین بازتاب از سطح (۱) با ابعاد ناهمواری $5 \mu\text{m}$ از نوع منظم و بازتاب از سطح (۲) با ابعاد ناهمواری $3 \mu\text{m}$ از نوع پخشنده خواهد بود.

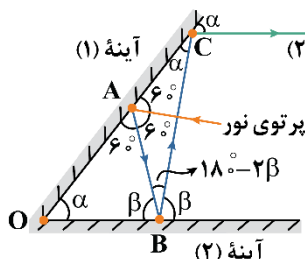
گروه آموزشی ماز

۵۳- در شکل زیر، پرتوی نور به آینه (۱) تابیده، سپس بازتاب آن به آینه (۲) می‌تابد و دوباره پرتو به آینه (۱) تابیده و از آن بازتاب می‌شود. اگر پرتوی نهایی موازی آینه (۲) باشد، زاویه بین دو آینه (α) چند درجه است؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۵۰
- (۴) ۶۰

مسیر کلی پرتو را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم. دقت کنید چون پرتوی نهایی موازی آینه (۲) است، زاویه این پرتو با سطح آینه (۱) برابر α است. مجموع زاویه‌های داخلی مثلث‌های OAB و OBC برابر 180° است؛ بنابراین:



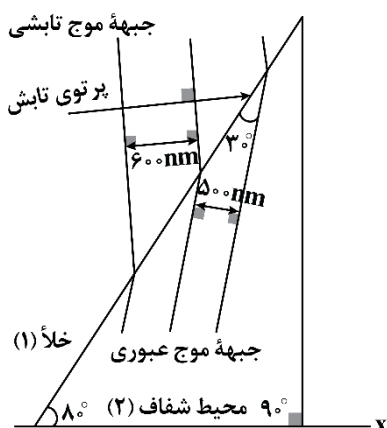
$$\Delta OAB: \alpha + 6^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 120^\circ - \alpha \quad (1)$$

$$\Delta OBC: \alpha + \alpha + 180^\circ - 2\beta + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 2\alpha \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} \beta = 120^\circ - \alpha \\ \beta = 2\alpha \end{cases} \Rightarrow 2\alpha = 120^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 40^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- شکل زیر، جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که بر مرز بین محیط (۱) و (۲) فرود آمده‌اند. زاویه پرتوی تابش در محیط (۱) با محور x چند درجه است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)



- (۱) ۳۷
- (۲) ۲۷
- (۳) ۶۳
- (۴) ۵۳

نکته

زاویه بین خط عمود بر سطح مرز و پرتوی تابیده (زاویه تابش) برابر زاویه ایجادشده بین جبهه موج با مرز است.

گام اول:

با توجه به نکته ذکر شده، زاویه تابش (α) برابر θ_1 و زاویه بازتابش برابر $\theta_2 = 30^\circ$ است. از آنجاکه $\lambda \propto \sin \theta$ است، زاویه تابش را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{600}{500} = \frac{\sin \theta_1}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin \theta_1 = 0.6 \Rightarrow \theta_1 = \alpha = 37^\circ$$

گام دوم:

مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر 180° درجه است؛ بنابراین:

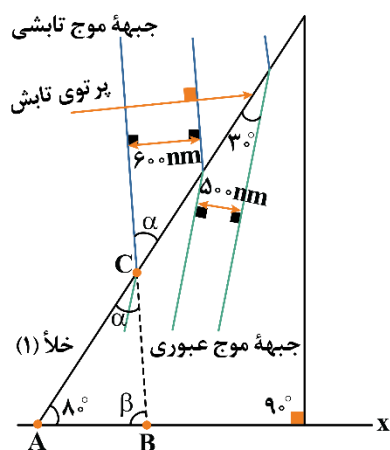
$$\alpha + \beta + 80^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\alpha=37^\circ} \beta = 63^\circ$$

گام آخر:

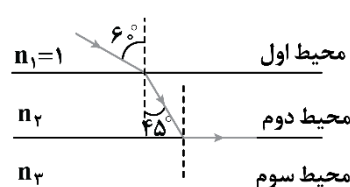
چون امتداد جبهه تابش با محور x زاویه 63° درجه ساخته است، پس پرتوی تابش با محور x زاویه 27° درجه می‌سازد.

$$x = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

گروه آموزشی ماز



۵۵- با توجه به شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی از محیط شفاف با ضریب شکست $n=1$ وارد محیط‌های شفاف دیگر می‌شود. به ترتیب از راست به چپ ضریب شکست محیط دوم کدام است و تندی پرتوی نور در محیط سوم نسبت به محیط دوم چند درصد تغییر می‌کند؟ ($\sqrt{3}=1/\sqrt{3}$, $\sqrt{2}=1/\sqrt{2}$)



(۱) $\sqrt{3}/2$ ، ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۲) $\sqrt{3}/2$ ، ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) $\sqrt{2}/3$ ، ۴۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) $\sqrt{2}/3$ ، ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

طبق رابطه اسنل و شکل زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_2 = \frac{n_1 \sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

گام دوم:

اکنون با توجه به تعریف رابطه ضریب شکست ($n = \frac{c}{v}$) و قانون اسنل، برای محیط دوم و سوم داریم:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{v_3}{v_2} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_3}{v_2} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 45^\circ} \Rightarrow v_3 = \sqrt{2} v_2$$

گام آخر:

می‌توانیم درصد تغییرات تندی موج را به صورت زیر بنویسیم:

$$\text{افزایش می‌یابد} = \frac{v_3 - v_2}{v_2} \times 100 = \frac{\sqrt{2}v_2 - v_2}{v_2} \times 100 = 0.4 \times 100 = 40\%$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- اگر دو باریکه نور نارنجی و سبز، به‌طور مایل با زاویه تابش یکسانی از هوا وارد شیشه شوند، هنگام عبور از مرز دو محیط، باریکه بیش تر خم می‌شود، زیرا طول موج آن است.

(۴) نارنجی - بیش تر

(۳) نارنجی - کم تر

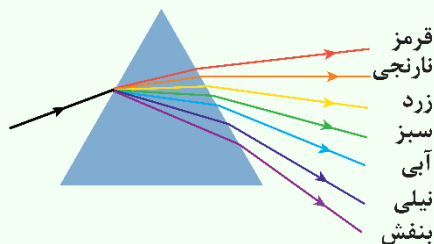
(۲) سبز - بیش تر

(۱) سبز - کم تر

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ضریب شکست شیشه برای نورهای با طول موج کم تر، بیش تر است؛ بنابراین نور سبز که طول موج آن کم تر از نور نارنجی است، بیش تر خم می‌شود.



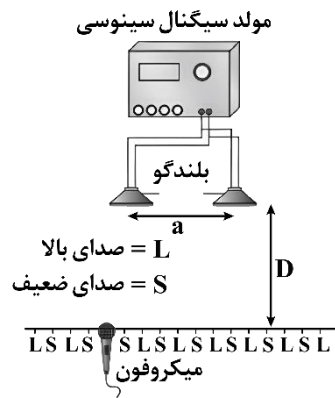
بنفش n > آبی n > سبز n > زرد n > نارنجی n > قرمز n : ضریب شکست
 بنفش < آبی < سبز < زرد < نارنجی < قرمز: میزان انحراف
 بنفش λ > آبی λ > سبز λ > زرد λ > نارنجی λ > قرمز λ : طول موج
 بنفش f < آبی f < سبز f < زرد f < نارنجی f < قرمز f : بسامد

طول موج کاهش
تندی کاهش

ضریب شکست افزایش
میزان انحراف افزایش
بسامد افزایش

گروه آموزشی ماز

۵۷- آزمایش زیر برای بررسی کدام پدیده به کار می‌رود و با افزایش بسامد صوت تولیدشده، فاصله بین نقاط صدای بالا (L) و صدای ضعیف (S) چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) تداخل امواج صوتی، کاهش می‌یابد.
- (۲) تداخل امواج صوتی، افزایش می‌یابد.
- (۳) پراش امواج صوتی، کاهش می‌یابد.
- (۴) پراش امواج صوتی، افزایش می‌یابد.

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

آزمایش نشان داده شده برای بررسی تداخل امواج صوتی به کار می‌رود. هرچه طول موج صوت بیشتر باشد، فاصله نقاط L و S بیش تر می‌شود؛ بنابراین با افزایش بسامد صوت و کاهش طول موج آن، فاصله این نقاط کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۵۸- تار ویولنی که طول آن ۱۵/۰ cm است و در دو انتها بسته شده است، در مد $n=1$ نوسان می‌کند. تندی موج عرضی در این تار $240 \frac{m}{s}$ و تندی صوت

در هوا $320 \frac{m}{s}$ است. طول موج امواج صوتی گسیل شده از تار در هوا چند سانتی متر است؟

۶۰ (۴)

۸۰ (۳)

۳۰ (۲)

۴۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

بسامد امواج تار برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{1 \times 240}{2 \times 15 \times 10^{-2}} = 800 \text{ Hz}$$

گام آخر:

طول موج امواج صوتی گسیل شده در هوا برابر است با:

$$\lambda = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} = \frac{320}{800} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

بسامد تار مرتعش دو انتها بسته $f_n = \frac{nv}{2L}$ است که v سرعت انتشار موج و n شماره هماهنگ یا مد تار است:

۱- تعداد گره = تعداد شکم = شماره هماهنگ n

گروه آموزشی ماز

۵۹- تازی به چگالی $4 \frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع 2 mm^2 با نیروی 180 N بین دو نقطه ثابت، محکم کشیده شده است. اگر رشته‌ای از چند بسامد متوالی

تشدید این تار به صورت ۲۲۵ Hz، ۳۰۰ Hz و ۳۷۵ Hz باشد، طول این تار چند سانتی متر است؟

۱۰۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۵۰ (۱)

گام اول:

تندی موج در تار برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{180}{4 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-6}}} = 150 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

اختلاف دو بسامد متوالی برابر بسامد اصلی تار است، پس بسامد اصلی تار برابر ۷۵Hz است.

گام آخر:

برای محاسبه طول تار می توان نوشت:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 75 = \frac{150}{2L} \Rightarrow L = 1m = 100cm$$

نکته

۱- بسامد هماهنگ n ام، برابر $f_n = \frac{nv}{2L}$ و بسامد اصلی، برابر $f_1 = \frac{v}{2L}$ است؛ بنابراین:

$$f_n = nf_1$$

۲- اگر دو بسامد متوالی f_n و f_{n+1} را از هم کم کنیم، همان بسامد اصلی است:

$$f_{n+1} - f_n = f_1$$

۳- اگر دو بسامد متوالی f_n و f_{n+1} را بر هم تقسیم کنیم، آن گاه:

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{n+1}{n}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- توان لامپ A، ۴ برابر توان لامپ B و طول موج نور گسیلی از لامپ A در خلأ، ۵ درصد بیش تر از طول موج گسیلی از لامپ B در خلأ است. اگر لامپ A را در هوا و لامپ B را در محیطی شفاف با ضریب شکست $\frac{3}{4}$ قرار دهیم، تعداد فوتون هایی که در هر ثانیه از لامپ B گسیل می شود، چند برابر تعداد فوتون های گسیلی از لامپ A در هر ثانیه است؟

$$\frac{5}{21} \quad (4)$$

$$\frac{21}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

با استفاده از رابطه $E = nhf$ ، تعداد فوتون های گسیلی را بر حسب انرژی، بسامد و ثابت پلانک می نویسیم و چون در صورت مسئله نسبت طول موج ها را در خلأ به ما داده است، بسامد را بر حسب طول موج جایگذاری می کنیم و چون نسبت توان ها را هم در صورت سؤال به ما داده است، انرژی را بر حسب توان و مدت زمان می نویسیم ($E = Pt$):

$$E = nhf \Rightarrow n = \frac{E}{hf} = \frac{E}{h \frac{c}{\lambda}} = \frac{E\lambda}{hc} \xrightarrow{E=Pt} n = \frac{Pt\lambda}{hc}$$

دقت کنید در این رابطه، λ طول موج در خلأ است. با توجه به رابطه به دست آمده می بینیم تعداد فوتون ها به ضریب شکست محیط بستگی ندارد و اطلاعات اضافه مسئله است. حالا تعداد فوتون های لامپ A و B را مقایسه می کنیم:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{\frac{P_B t_B \lambda_B}{hc}}{\frac{P_A t_A \lambda_A}{hc}} = \frac{P_B}{P_A} \times \frac{t_B}{t_A} \times \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{1}{1/0.5} = \frac{1}{4/2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{5}{21}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- بنابر نظریه اینشتین برای فوتوالکتریک، اگر در بسامدی ثابت و بزرگ تر از بسامد آستانه فلز، شدت نور را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکتریک ها و تعداد آن ها به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می کند؟

(۱) ثابت می ماند، ثابت می ماند. (۲) افزایش می یابد، افزایش می یابد. (۳) ثابت می ماند، افزایش می یابد. (۴) افزایش می یابد، ثابت می ماند.

برای بسامد بزرگتر از بسامد آستانه، افزایش شدت نور (با ثابت ماندن بسامد) فقط سبب افزایش تعداد فوتون‌ها و در نتیجه افزایش تعداد فوتوالکترون‌ها می‌شود، در حالی که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند، زیرا انرژی فوتون‌ها که از رابطه $E = hf$ به دست می‌آید، ثابت مانده است و هر الکترون فقط با یک فوتون برهم‌کنش می‌کند.

نکته

هر فوتون با یک الکترون برهم‌کنش دارد و انرژی هر فوتون hf است؛ بنابراین انرژی لازم برای جدا شدن الکترون به بسامد بستگی دارد و به شدت نور بستگی ندارد.

تذکره!

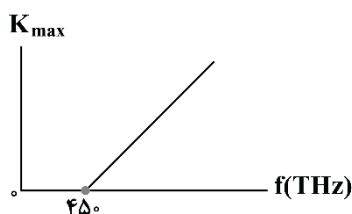
اگر $f > f_0$ باشد و پدیده فوتوالکتریک رخ بدهد:

$$\begin{cases} \text{ثابت } n \\ \text{افزایش } f \end{cases} \Rightarrow \text{انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش و تعداد فوتوالکترون‌ها ثابت} \\ \begin{cases} \text{افزایش } n \\ \text{ثابت } f \end{cases} \Rightarrow \text{انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت و تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار تغییرات بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد نور تابیده شده مطابق شکل است. تابع کار فلز

چند الکترون‌ولت است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)



۱/۸ (۱)

۱/۶ (۲)

۱/۴ (۳)

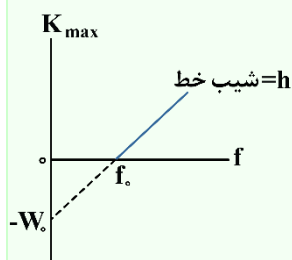
۲/۴ (۴)

نقطه‌ای که نمودار محور افقی را قطع کرده، همان بسامد آستانه (f_0) است؛ بنابراین داریم:

$$W_0 = hf_0 = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s} \times 45 \times 10^{12} \frac{1}{s} = 1.8 \text{ eV}$$

نکته

در شکل مقابل عرض از مبدأ $-W_0$ ، طول از مبدأ f_0 و شیب خط h می‌باشد.



$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{W_0 = hf_0} K_{\max} = hf - hf_0 = h(f - f_0)$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- در طیف نور خورشید که به کره زمین می‌رسد، خطوط تاریک دیده می‌شود. این خطوط نشانگر چیست؟

(۲) جذب قسمتی از نور خورشید توسط دستگاه طیف‌سنج

(۱) عناصر موجود درون خورشید

(۴) عدم وجود بعضی از مواد و عناصر در خورشید

(۳) عناصر موجود در اتمسفر کره زمین و اتمسفر خورشید

در هنگام رسیدن نور خورشید به کره زمین، برخی از طول موج‌ها در اتمسفر خورشید و برخی از طول موج‌ها در اتمسفر کره زمین توسط گازها جذب می‌شوند که باعث می‌شود طیف نور رسیده به کره زمین شامل خطوط تاریک باشد. به این خطوط تاریک، خطوط فرانیهوفر می‌گویند.

گروه آموزشی ماز

۶۴- بلندترین طول موج در رشته پاشن ($n' = 3$) در اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ ($R = 1.09 \times 10^7 \text{ nm}^{-1}$)

۱۱۸۹ (۴)

۷۲۰ (۳)

۴۴۴۴ (۲)

۲۰۵۷ (۱)

در رشته پاشن مقدار $n' = 3$ است و بلندترین طول موج در این رشته متناظر با $n = 4$ است. در معادله ریدبرگ مقادیر $n' = 3$ و $n = 4$ را جایگذاری می‌کنیم و مقدار طول موج را به دست می‌آوریم. چون صورت مسئله مقدار R را بر حسب $(\text{nm})^{-1}$ داده است، طول موج بر حسب nm به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{100} \times \frac{7}{9 \times 16} = \frac{7}{14400}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{14400}{7} \text{ nm} \approx 2057 \text{ nm}$$



بلندترین طول موج رشته معین n' متناظر با $n = n' + 1$ است:

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+1)^2} \right)$$

کوتاهترین طول موج رشته معین n' متناظر با $n = \infty$ است:

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{n'^2} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R}$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- در یک اتم هیدروژن، الکترون در سومین تراز برانگیخته قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، چه تعداد از فوتون‌ها به رشته لیمان ($n' = 1$) گسیل می‌شود؟

۴ (۴)

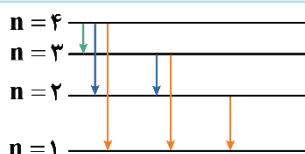
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۵)



سومین حالت برانگیخته، همان $n = 4$ است. با توجه به شکل روبه‌رو و ترازهای انرژی، فوتون از تراز ($n = 4$) یک بار به $n = 3$ ، یک بار به $n = 2$ و یک بار به $n = 1$ گسیل می‌شود؛ و همین‌طور برای ترازهای $n = 3$ و $n = 2$ هم همین‌طور و در مجموع تعداد ۶ فوتون گسیل می‌شود. از خط‌های طیفی رشته لیمان، سه خط می‌تواند گسیل شود.



اگر الکترون در تراز n م اتم هیدروژن باشد، تعداد کل گذارهای ممکن از رابطه $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر از موفقیت‌های مدل بور نیست؟

- (۱) محاسبه طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن گونه
(۲) تبیین پایداری اتم
(۳) محاسبه انرژی یونش اتم‌های هیدروژن گونه
(۴) توضیح دلیل تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی هیدروژن

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - حفظی - ۱۲۰۵)

ویژگی‌های مثبت مدل اتمی بور:

- ۱- پایداری اتم را توضیح داد.
- ۲- طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن را توجیه کرد.
- ۳- انرژی یونش اتم هیدروژن را محاسبه کرد.
- نارسایی‌های مدل اتمی بور:
- ۱- تنها برای اتم‌های هیدروژن گونه کاربرد دارد.
- ۲- نمی‌تواند دلیل تفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی در اتم هیدروژن را توضیح دهد؛ بنابراین جزو نارسایی‌های مدل اتمی بور در اتم هیدروژن است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- در اتم هیدروژن با گذار الکترون از مدار n به n' ، طول موج تابش شده برابر $\frac{10}{3} \mu\text{m}$ است. شعاع مدار n چند برابر شعاع مدار بور است؟

$$(R = 0.053 \text{ nm})^{-1}$$

۲۵ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

گام اول:

با استفاده از طول موج داده شده متوجه می شویم که طول موج تابش شده در محدوده مرئی قرار دارد. چون فقط طیف بالمر طول موج هایش در ناحیه مرئی می باشد، پس گذار الکترون، مربوط به ناحیه بالمر است؛ بنابراین $n' = 2$ است.

$$\lambda = \frac{1}{21} \mu\text{m} = \frac{10000}{21} \approx 476 \text{ nm} \Rightarrow 400 \text{ nm} < \lambda < 750 \text{ nm} \Rightarrow \text{بنابراین طول موج، مربوط به ناحیه مرئی است.}$$

گام دوم:

با استفاده از معادله ریدبرگ، n را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{21}{10000} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{4}{100} = \frac{1}{n^2} \Rightarrow n = 5$$

گام آخر:

شعاع مدار موردنظر را می توان با رابطه $R_n = n^2 a_0$ به دست آورد:

$$R_n = n^2 a_0 \xrightarrow{n=5} R_n = 25 a_0.$$



گستره طول موج ناحیه مرئی بین 380 nm تا 750 nm است:

$$400 \text{ nm} < \lambda_{\text{مرئی}} < 750 \text{ nm} \Rightarrow 0.4 \mu\text{m} < \lambda_{\text{مرئی}} < 0.75 \mu\text{m}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- الکترونی در سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. طول موج فوتون گسیل شده در این تراز به حالت پایه تقریباً چند نانومتر است؟
($E_R = 13/6 \text{ eV}$, $hc = 1240 \text{ eV.nm}$)

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۷۲۰ (۱)

روش اول:

سومین حالت برانگیخته برابر با $n = 4$ است، برای به دست آوردن طول موج این فوتون گسیل شده می توانیم از رابطه $E_U - E_L = hf$ استفاده کنیم که در این صورت باید مقادیر E_4 و E_1 را به دست آوریم و سپس به کمک رابطه $f = \frac{c}{\lambda}$ طول موج را به دست آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_4 = -\frac{E_R}{16} = \frac{-13/6}{16} = -0.8125 \text{ eV}$$

$$E_1 = -E_R = -13/6 \text{ eV}$$

$$E_U - E_L = E_4 - E_1 = -0.8125 - (-13/6) = -0.8125 + 2.1667 = 1.3542 \text{ eV}$$

$$1.3542 \text{ eV} = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{1.3542} \approx 915 \text{ nm}$$

چون مقدار hc برحسب eV.nm و انرژی را برحسب eV به دست آورده ایم، مقدار λ برحسب nm به دست می آید.

روش دوم:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda \approx 915 \text{ nm}$$



رابطه E_R برحسب ثابت ریدبرگ (R)، برابر است با:

$$E_R = hcR$$

این رابطه رو در خونه اثبات کن. ☺

گروه آموزشی ماز

۶۹- در اتم هیدروژن، الکترون در تراز n قرار دارد و انرژی آن تقریباً $1/51$ - الکترون ولت است. انرژی لازم برای این که این الکترون به تراز $n+1$ برود، چند الکترون ولت است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$)

۰/۹۷ (۴)

۱/۵۱ (۳)

۰/۶۶ (۲)

۰/۸۵ (۱)

با معلوم بودن E_n می‌توانیم شماره مدار آن را به دست آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -1/51 \text{ eV} = \frac{-13/6 \text{ eV}}{n^2} \Rightarrow n^2 = \frac{13/6}{1/51} = 9 \Rightarrow n = 3$$

طبق صورت مسئله، الکترون از تراز $n = 3$ به تراز $n + 1$ یعنی $n = 4$ گذار می‌کند. چون انرژی لازم برای گذار از $n = 3$ به $n = 4$ را می‌خواهد یعنی مقدار $E_4 - E_3$ را باید به دست آوریم.

$$E_4 = \frac{-E_R}{16} = \frac{-13/6}{16} = -0/85 \text{ eV}$$

$$E_4 - E_3 = -0/85 - (-1/51) = 0/66 \text{ eV}$$

یادآوری

با توجه به شکل زیر در گذارهای الکترون در مدل اتم هیدروژن بهتر است E_1 تا E_4 را حفظ باشیم.

$-0/85 \text{ eV}$	$n=4$
$-1/51 \text{ eV}$	$n=3$
$-3/40 \text{ eV}$	$n=2$
$-13/6 \text{ eV}$	$n=1$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، هسته‌های A، B و C در نموداری که تعداد نوترون‌های هسته را بر حسب عدد اتمی نشان می‌دهد، مشخص شده‌اند. کدام یک از عبارت‌های

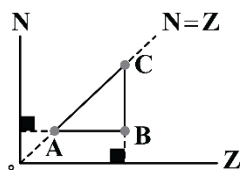
زیر نادرست است؟

(۱) هسته‌های B و C ایزوتوپ یکدیگر هستند.

(۲) هسته‌های A و C دارای عدد جرمی یکسانی هستند.

(۳) هسته C می‌تواند یک هسته پایدار باشد.

(۴) هسته‌های A و B دارای تعداد نوترون‌های یکسانی هستند.



(متوسط - نموداری - ۱۴۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

۱

دو هسته B و C، عدد اتمی یکسانی دارند و می‌دانیم ایزوتوپ‌ها عدد اتمی‌های یکسانی دارند. (✓)

۲

با توجه به نمودار، تعداد نوترون‌ها و عدد اتمی هسته C بیش‌تر از هسته A است، در نتیجه عدد جرمی آن $(A = Z + N)$ بزرگ‌تر است. (✗)

۳

چون هسته C بر روی خط $(N = Z)$ قرار دارد در نتیجه تعداد N و Z آن باهم برابر است و می‌تواند یک هسته پایدار باشد.

۴

طبق نمودار، تعداد نوترون‌های A و B باهم برابر است (روی یک خط قرار دارند). (✓)

گروه آموزشی ماز

۷۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست هستند؟

الف: در پرتوایی طبیعی سه نوع پرتوی α ، β و γ ایجاد می‌شود.

ب: پرتوهای α بیش‌ترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقه‌های سربی بگذرند.

پ: در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا، تعداد نوکلئون‌ها پایسته است.

ت: واپاشی γ فقط در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد.

ث: در واپاشی β^- ، ذرات الکترون گسیل می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

بررسی موارد:

الف

در پرتوایی طبیعی سه نوع پرتو ایجاد می‌شود: پرتوهای آلفا (α)، پرتوهای بتا (β) و پرتوهای گاما (γ) (✓)

ب

پرتوهای γ (گاما) بیش‌ترین نفوذ را دارند و پرتوی α کم‌ترین نفوذ را دارد. (✗)

پ

در تمامی فرایندهای واپاشی پرتوزا، تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته است؛ یعنی تعداد نوکلئون‌ها پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند مساوی است. (✓)

ت

واپاشی α (آلفا) در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد. (✗)

ث

در واپاشی β^- ذرات الکترون گسیل می‌شود. (✓)

گروه آموزشی ماز

۷۲- در واپاشی یک هسته ناپایدار، دو ذره آلفا و یک پوزیترون گسیل می‌شود. با رخ دادن این اتفاق بار هسته به‌اندازه کولن می‌یابد. ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$)

(۴) 8×10^{-19} ، افزایش

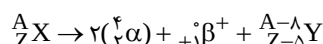
(۳) 8×10^{-19} ، کاهش

(۲) $4/8 \times 10^{-19}$ ، کاهش

(۱) $4/8 \times 10^{-19}$ ، افزایش

گام اول:

معادله واپاشی را می‌نویسیم و تغییرات بار هسته جدید را پیدا می‌کنیم:



گام آخر:

تعداد پروتون‌های هسته دختر (Y)، ۵ واحد کاهش می‌یابد، پس بار آن به‌اندازه $Q = 5 \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-19} \text{C}$ کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- ۲۰۰g از ماده A با نیمه‌عمر ۴ روز و ۵۰g از ماده B با نیمه‌عمر ۶ روز در اختیار داریم. پس از گذشت ۲۴ روز، اختلاف جرم واپاشیده‌شده ماده A و جرم فعال باقی‌مانده B چند گرم است؟

(۴) ۱۹۳/۷۵

(۳) ۱۵۰

(۲) ۹۳/۷۵

(۱) صفر

گام اول:

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده هر ماده را حساب می‌کنیم:

$$n_A = \frac{t}{(T_1)_A} = \frac{24}{4} = 6$$

$$n_B = \frac{t}{(T_1)_B} = \frac{24}{6} = 4$$

گام دوم:

جرم فعال باقی‌مانده هر ماده را به‌دست می‌آوریم:

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \begin{cases} A : m = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{200}{64} = \frac{25}{8} = 3.125 \text{g} \\ B : m = 50 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{50}{16} = \frac{25}{8} = 3.125 \text{g} \end{cases}$$

جرم واپاشیده شده A را به دست می آوریم:

$$\text{جرم واپاشیده شده} = 200 - 3/125 = 196/875g$$

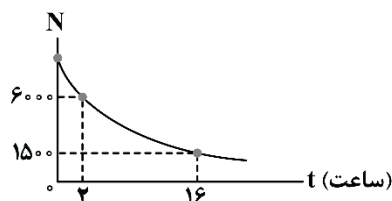
گام آخر:

اختلاف جرم خواسته شده در سؤال را به دست می آوریم:

$$(A - \text{جرم باقی مانده B}) = 196/875 - 3/125 = 193/75g$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- نمودار تعداد هسته های پرتوزای یک ماده بر حسب زمان مطابق شکل است. نیمه عمر این ماده چند ساعت است؟



۷ (۱)

۱۴ (۲)

۸ (۳)

۱۶ (۴)

(آسان - نموداری - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

از لحظه $t_1 = 2h$ تا $t_2 = 16h$ ، در مدت ۱۴ ساعت، تعداد هسته ها از ۶۰۰۰ به ۱۵۰۰ رسیده است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 1500 = \frac{6000}{2^{\frac{14}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{14}{T}} = 4 = 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{14}{T} = 2 \Rightarrow T = 7h$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- در واکنش شکافت هسته ای، کدام یک از مواد زیر به عنوان گندساز نوترون ها استفاده نمی شود؟

(۴) گرافیت

(۳) آب سنگین

(۲) آب معمولی

(۱) سرب

(آسان - حفظی - ۱۲۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

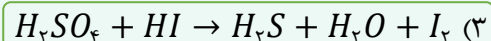
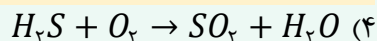
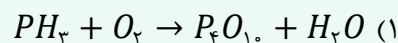
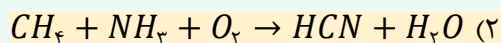
نوترون های آزاد شده در فرایند شکافت ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ ، انرژی جنبشی زیادی دارند (به طور متوسط حدود 2MeV) و به نوترون های تند معروف اند. این نوترون ها، با احتمال بسیار بیشتری جذب ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}$ می شوند. تجربه نشان می دهد اگر بتوان نوترون های تند را به نحوی کند ساخت که انرژی جنبشی آنها به حدود 0.04eV یا کمتر از آن برسد، احتمال جذب آنها توسط ایزوتوپ های $^{235}_{92}\text{U}$ افزایش می یابد. این افزایش احتمال می تواند برای ایجاد واکنش زنجیری شکافت، کافی باشد. آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم های کربن) از جمله موادی هستند که به عنوان گندساز نوترون ها در واکنش های شکافت هسته ای استفاده می شوند.

گروه آموزشی ماز

شیمی

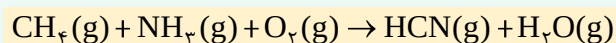
یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

دانش‌آموزان عزیز ماز

خیلی خیلی دوستتون دارم و از ته قلبم آرزو می‌کنم که تا اینجای کار دوران جمع‌بندی رو به خوبی جلو برده باشید و ادامه این مسیر رو هم خیلی خفن پیش ببرید. در این آزمون، سؤالاتی از نیمسال دوم شیمی دوازدهم مطرح شده است. دقت کنید که این بخش از کتاب درسی، حجم زیادی از مطالب خیلی ساده و حفظی رو داره. اگر این مطالب رو خیلی خوب بخونید، حتماً می‌تونید به سؤالاتش در کنکور جواب بدین. توصیه می‌کنم حتماً متن کتاب درسی رو خیلی خوب بخونید تا روی مطالب حفظی به تسلط خیلی خوبی برسید. علاوه بر مطالب نیمسال دوم پایه دوازدهم، بقیه فصول شیمی رو هم سعی کنید خیلی خوب بخونید. این کار، یکی از مهم‌ترین کارهایی هست که از الان تا روز کنکور باید انجامش بدین.

دکتر فرشاد هادیان‌فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۷۶- ۲۵ گرم مخلوطی از گرد طلا و کلسیم را در ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید وارد می‌کنیم تا واکنش کامل انجام شود. اگر در طول واکنش، غلظت مولی محلول از ۰/۸ مولار به ۰/۵ مولار برسد، درصد جرمی طلا در این نمونه چقدر بوده و چند مول فلز کلسیم در آن وجود داشته است؟
($Ca = 40 : g.mol^{-1}$)

(۴) ۰/۰۶ - ۹۵/۲

(۳) ۰/۰۳ - ۹۵/۲

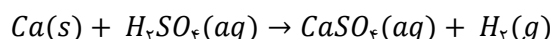
(۲) ۰/۰۳ - ۹۷/۶

(۱) ۰/۰۶ - ۹۷/۶

(متوسط - مسئله - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

فلز طلا، پتانسیل کاهشی بالایی داشته و با محلول‌های اسیدی واکنش نمی‌دهد، اما فلز کلسیم با محلول مورد نظر وارد واکنش می‌شود. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



فلزهای نجیب

مقدار E° برای شش عنصر فلزی طلا، پلاتین، پالادیم، جیوه، نقره و مس، بزرگ‌تر از صفر است. از میان این عناصر، مقدار E° برای عناصر طلا، پلاتین، نقره و مس در جدول پتانسیل کاهشی کتاب درسی مطرح شده است و توصیه می‌کنیم که نام و ترتیب این چهار عنصر را به خاطر بسپارید. از آنجا که مقدار E° این عناصر فلزی بزرگ‌تر از $E^\circ(H^+/H_2)$ است، محلول‌های اسیدی بر این فلزها اثری نداشته و آن‌ها را دچار خوردگی نمی‌کنند. به‌جز این عناصر، مقدار E° برای سایر فلزها منفی بوده و به همین خاطر است که سایر عناصر فلزی در واکنش با اسیدها دچار خوردگی می‌شوند.

با توجه به اینکه غلظت مولی محلول ۱۰۰ میلی‌لیتری سولفوریک اسید به اندازه ۰/۳ مولار کاسته شده است (این مقدار اسید، معادل با ۰/۳ مول از این ماده است)، بنابراین می‌توان گفت در کل ۰/۳ مول کلسیم (معادل ۱/۲ گرم از آن) مصرف شده است. جرم مخلوط طلا و کلسیم برابر با ۲۵ گرم بوده که فقط ۱/۲ گرم از آن را کلسیم تشکیل داده است. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم کلسیم} = \frac{\text{جرم کلسیم}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \frac{1/2}{25} \times 100 = 4/8$$

بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی طلا (۲۳/۸ گرم در ۲۵ گرم) در این مخلوط برابر با ۹۵/۲ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- دمای ماده‌ای که در حالت جامد نارسا است را تا حدود $1535^\circ C$ افزایش می‌دهیم تا حالت فیزیکی آن از جامد به مایع تبدیل شود. اگر این ماده در حالت مذاب جریان برق را از خود عبور بدهد،

- (۱) با عبور جریان الکتریکی در این ماده مذاب، یک واکنش شیمیایی در آن انجام خواهد شد.
- (۲) رسانایی این ماده در حالت مذاب، برخلاف رسانایی گرافیت، از نوع الکترونی است.
- (۳) این ماده در حالت جامد، همانند طلا، از مدل دریای الکترونی پیروی می‌کند.
- (۴) در بلور جامد آن، امکان مشاهده پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود ندارد.

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

جدول زیر، ویژگی‌های متنوعی از جامدهای بلوری را نشان می‌دهد:

نوع ماده	کوالانسی	مولکولی	یونی	فلزی
ذرات سازنده	اتم‌های نافلزی و شبه‌فلزی	مولکول‌ها شامل اتم‌های نافلزی	کاتیون و آنیون	اتم‌های فلزی
نیروهای بین ذره‌ای	پیوند اشتراکی (کوالانسی)	پیوند اشتراکی (کوالانسی) و نیروهای بین مولکولی	پیوند یونی	پیوند فلزی (مدل دریای الکترونی)
ساختار ماده	شبکه بلور کوالانسی	مولکول‌های مجزا و جدا از هم	شبکه بلور یونی	شبکه بلور فلزی
رسانایی الکتریکی	نارسا (به‌جز گرافیت و گرافن)	نارسا	در حالت محلول مذاب رسانا	رسانا
مثال	SiO ₂ - Si - الماس گرافیت - گرافن - SiC و ...	H ₂ O، CO ₂ ، SO ₂ ، F ₂ ، Cl ₂ ، I ₂ ، Br ₂ و ...	NaCl، MgO، Na ₂ SO ₄ ، NH ₄ Cl و ...	فلزهای اصلی مانند Na، Mg، Al، Ca و ... فلزهای واسطه مانند Fe، Mn، Cr، V و ...

مطابق داده‌های موجود در جدول بالا، فلزها و ترکیب‌های یونی در حالت مذاب رسانای جریان الکتریسیته هستند، اما مواد مولکولی و کووالانسی در حالت مایع رسانایی الکتریکی نخواهند داشت. توجه داریم که مواد یونی، مثل ترکیب داده شده در صورت سؤال، در حالت جامد نارسا هستند، اما مواد فلزی در حالت جامد رسانای جریان برق خواهند بود. بر این اساس، می‌توان گفت ترکیب مدنظر صورت سؤال، یک ماده یونی است که دمای ذوب بالایی داشته و فقط در حالت مذاب رسانا است. اگر مواد یونی را به حالت مذاب درآورده و جریان الکتریسیته را از آن‌ها عبور بدهیم، یون‌های موجود در این مواد به سمت الکترودهای موجود در محلول رفته و در نیم‌واکنش‌های کاهش و اکسایش شرکت می‌کنند. در چنین شرایطی، ترکیب مورد نظر به عناصر سازنده خود تجزیه می‌شود. توجه داریم که رسانایی الکتریکی مواد یونی در حالت مذاب و یا محلول، به‌خاطر وجود یون‌های موجود در این مواد است، پس مواد یونی در حالت مذاب و یا محلول از جمله رساناهای یونی به شمار می‌روند. این مواد از مدل دریای الکترونی پیروی نکرده و در ساختار برخی از انواع آن‌ها پیوند اشتراکی یافت می‌شود. به‌عنوان مثال، در ساختار ذره‌ای آنیون‌های موجود در بلور منیزیم سولفات، پیوند اشتراکی یافت می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: سیلیس یک ماده دیرگداز با درجه سختی بالا بوده و در حالت مذاب، برخلاف فلزها جریان الکتریسیته را عبور نمی‌دهد.
 ب: شمار اتم‌های اکسیژن در ساختار هر حلقه چندضلعی موجود در بلور سیلیس، ۲ برابر شمار اتم‌های سیلیسیم است.
 پ: گرافیت سطحی کدر و ساختاری لایه‌ای داشته و لایه‌های آن به وسیله نیروی وان‌دروالسی روی هم قرار گرفته‌اند.
 ت: الماس، در مقایسه با سیلیسیم کربید درجه سختی کمتری داشته و نسبت به گرافیت چگالی بیشتری دارد.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

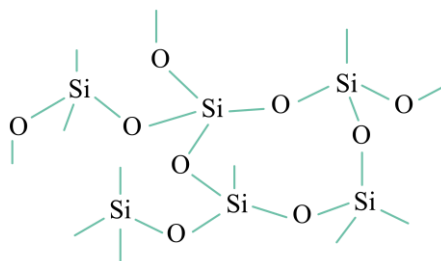
پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۴۰۳)

عبارتهای (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

«الف»: سیلیس یک جامد کووالانسی است، بنابراین می‌توان گفت یک نمونه از آن دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد. البته، توجه داریم که گرافیت با اینکه جامد کووالانسی است، اما نرم است. از طرفی، می‌دانیم که این ماده، همانند سایر مواد کووالانسی، در حالت مذاب نارسا است و جریان برق را از خود عبور نمی‌دهد.
 «ب»: فرمول شیمیایی سیلیس به‌صورت SiO_2 است. هر حلقه موجود در ساختار بلور سیلیس، از اتصال یکی در میان اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن تشکیل شده است، پس می‌توان گفت تعداد اتم‌های O و Si در ساختار همه حلقه‌های چندضلعی موجود در بلور سیلیس برابر است، اما توجه داریم که هر یک از اتم‌های O و Si به‌ترتیب در تشکیل ۲ و ۴ حلقه مشارکت می‌کنند. تصویر زیر، نمایی از ساختار سیلیس را نشان می‌دهد:



«پ»: گرافیت جامدی کووالانسی با چینش دو بعدی از اتم‌ها است. اتم‌های کربن در گرافیت در هر صفحه دو بعدی با پیوند کووالانسی به یکدیگر متصل هستند؛ درحالی که میان دو صفحه مجاور، نیروی وان‌دروالسی وجود دارد. از آن‌جا که بین لایه‌های مختلف سازنده گرافیت نیروی ضعیف وان‌دروالسی وجود دارد، این لایه‌ها می‌توانند به راحتی بر روی یکدیگر بلغزند و به همین خاطر، گرافیت برخلاف الماس ماده بسیار نرمی است.

مقایسه حالت فیزیکی جامدهای مختلف

مواد مولکولی از واحدهای مجزایی به نام مولکول تشکیل شده‌اند. این مواد در دمای اتاق می‌توانند به حالت گاز (مثل اتان، اتن، اتین و هیدروژن کلرید)، مایع (مثل هگزان و آب) و جامد (مثل یخ و نفتالن و پلی‌اتن) باشند؛ درحالی که ترکیب‌های یونی و ترکیب‌های کووالانسی در دمای اتاق فقط به حالت جامد دیده می‌شوند. فلزها نیز اغلب به حالت جامد دیده می‌شود. جیوه، تنها عنصر فلزی است که در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود و برم نیز تنها عنصر نافلزی است که در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود.

«ت»: چون طول پیوند $C-C$ (پیوند موجود در بلور الماس) کمتر از طول پیوند $Si-C$ (پیوند موجود در ساختار بلور سیلیسیم کربید) است، پس می‌توان گفت این پیوند انرژی بیشتری داشته و شکستن آن سخت‌تر است. بر این اساس، الماس در مقایسه با سیلیسیم کربید درجه سختی بیشتری خواهد داشت. از طرفی، چون ساختار الماس متراکم‌تر از گرافیت است، این ماده نسبت به گرافیت نیز چگالی بیشتری خواهد داشت.

گروه آموزشی ماز

۷۹- آهن موجود در ۵۰۰ گرم آهن (III) اکسید را استخراج کرده و آن را با مقدار کافی منیزیم مخلوط می‌کنیم. اگر درصد جرمی منیزیم در آلیاژ تولید شده

برابر با ۳۰٪ باشد، برای تولید آلیاژ مورد نظر چند مول منیزیم مصرف شده است؟ ($g.mol^{-1}$: $O = 16$ و $Mg = 24$ و $Fe = 56$)

(۴) ۱۲/۵

(۳) ۸

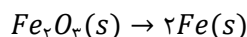
(۲) ۶/۲۵

(۱) ۴

(سخت - مسئله - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

آهن موجود در آهن (III) اکسید را با استفاده از گرافیت، آلومینیم، سدیم و با گاز کربن مونوکسید می‌توان استخراج کرد. در همه این واکنش‌ها، به ازای مصرف شدن یک مول Fe_2O_3 ، دو مول فلز آهن تولید می‌شود. بر این اساس، فرایند استخراج آهن را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



بر این اساس، جرم فلز آهن تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? g Fe = 500 g Fe_2O_3 \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{160 g Fe_2O_3} \times \frac{2 mol Fe}{1 mol Fe_2O_3} \times \frac{56 g Fe}{1 mol Fe} = 350 g$$

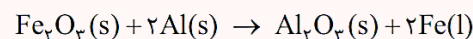
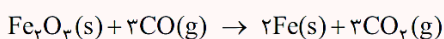
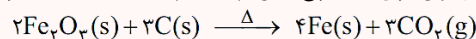
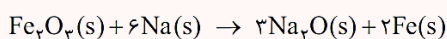
بر اثر مخلوط کردن ۳۵۰ گرم فلز آهن با مقداری فلز منیزیم، آلیاژی به دست آمده که درصد جرمی منیزیم در آن برابر با ۳۰٪ است. بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد جرمی منیزیم} = \frac{\text{جرم منیزیم}}{\text{جرم آهن} + \text{جرم منیزیم}} \times 100 \implies 30 = \frac{x g Mg}{x g Mg + 350 g Fe} \times 100 \implies x = 150 g Mg$$

در قدم بعد، شمار مول‌های فلز منیزیم را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol Mg = 150 g Mg \times \frac{1 mol Mg}{24 g Mg} = 6/25 mol$$

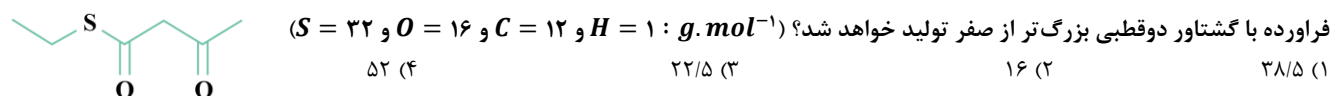
از واکنش‌های زیر می‌توان برای استخراج آهن از ساختار Fe_2O_3 استفاده کرد:



با توجه به معادله این واکنش‌ها، می‌توان گفت واکنش‌پذیری کربن، سدیم و آلومینیم از فلز آهن بیشتر است. از آنجا که دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم آسان‌تر بوده و استفاده از این عنصر صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه همانند تمامی شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود. توجه داریم که آهن (III) اکسید مصرف شده در مراحل استخراج آهن، به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود. در واقع، این ماده نوعی رنگدانه است که تمامی پرتوهای الکترومغناطیسی مرئی تابیده شده به سمت خود را جذب کرده و فقط پرتوهای مرئی قرمز رنگ را بازتاب می‌کند و به همین خاطر است که به رنگ قرمز دیده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

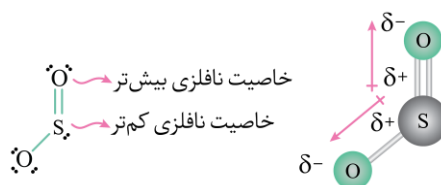
۸۰- بر اثر سوختن ترکیب مقابل، بخار آب به همراه گازهای CO_2 و SO_2 تولید می‌شود. اگر ۳۶/۵ گرم از این ترکیب را به طور کامل بسوزانیم، چند گرم



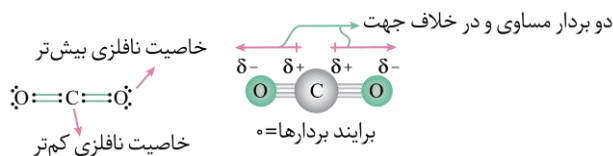
(سخت - مسئله و مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

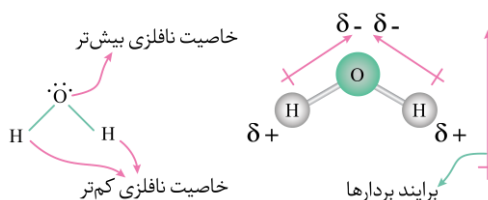
ساختار گوگرد دی‌اکسید به صورت زیر است:



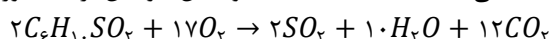
همان‌طور که مشخص است، گوگرد دی‌اکسید از مولکول‌های قطبی ساخته شده است. ساختار کربن دی‌اکسید نیز به صورت زیر است:



با توجه به تصاویر بالا، کربن دی‌اکسید از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است. ساختار آب نیز به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، آب نیز از مولکول‌های قطبی ساخته شده است. معادله واکنش سوختن ترکیب مورد نظر ($C_6H_4SO_2$) به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، بر اثر سوختن ۲ مول $C_6H_5SO_2$ مقدار ۲ مول گوگرد دی‌اکسید (معادل با ۱۲۸ گرم گوگرد دی‌اکسید) و ۱۰ مول بخار آب (معادل با ۱۸۰ گرم بخار آب) تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت بر اثر سوختن ۲ مول از ترکیب مورد نظر، ۳۰۸ گرم ترکیب قطبی تولید می‌شود که مولکول‌های سازنده این مواد، در حضور میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند. با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$? g \text{ ماده قطبی} = \frac{308 g}{2 \text{ mol } C_6H_5SO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_5SO_2}{146 g C_6H_5SO_2} \times 36/5 g C_6H_5SO_2 = 38/5 g$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند ۳۸/۵ گرم ماده قطبی تولید شده است.

گروه آموزشی ماز

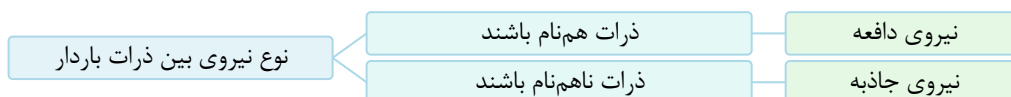
۸۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در بلور جامدهای یونی، نیروهای دافعه میان یون‌های هم‌نام بر نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهم‌نام غالب است.
- (۲) بین عناصر فلزی تناوب سوم، کاتیون پایدار حاصل از عنصری با عدد اتمی بیشتر، دارای بیشترین چگالی بار است.
- (۳) کلسیم سولفات در حالت جامد رسانای برق نبوده و برای توصیف آن نمی‌توان از واژه مولکول استفاده کرد.
- (۴) میانگین مقدار فروپاشی ΔH لیتیم فلوئورید و لیتیم برمید، بیشتر از مقدار فروپاشی ΔH لیتیم کلرید است.

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

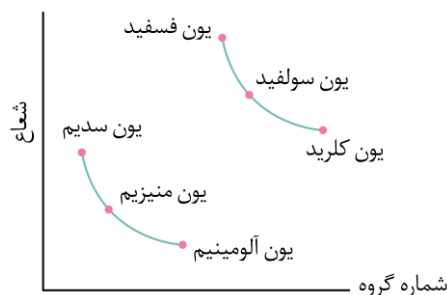
توجه داریم که نوع نیروی بین دو ذره باردار هم‌نام، از نوع دافعه و نوع نیروی بین دو ذره باردار ناهم‌نام از نوع جاذبه است. در این رابطه، داریم:



در مراحل تولید جامدهای یونی از عناصر سازنده این مواد، پس از دادوستد الکترون و تشکیل یون‌ها، میان یون‌های ناهم‌نام نیروی جاذبه و میان یون‌های هم‌نام نیروی دافعه ایجاد می‌شود. این نیروها به شمار معینی از یون‌ها محدود نمی‌شود؛ بلکه میان همه یون‌ها و در فاصله‌های گوناگون وارد می‌شوند. در واقع اگر هر یک از یون‌ها همانند کره‌ای باردار باشد، انتظار می‌رود که نیروهای جاذبه و دافعه از همه جهات به آن وارد شود. وجود سدیم کلرید و دیگر جامدهای یونی در طبیعت نشان می‌دهد که نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهم‌نام بر نیروهای دافعه میان یون‌های هم‌نام غالب است و به همین خاطر، شمار بسیار زیادی از یون‌ها به‌سوی یکدیگر کشیده می‌شوند و جامدهای یونی مثل سدیم کلرید را می‌سازند. در این دسته از مواد، آنیون‌ها و کاتیون‌ها در یک آرایش منظم و سه‌بعدی در کنار هم قرار می‌گیرند و شبکه بلوری جامد یونی مورد نظر را تشکیل می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ نمودار زیر، مقایسه شعاع یونی عناصر موجود در تناوب سوم را نشان می‌دهد:

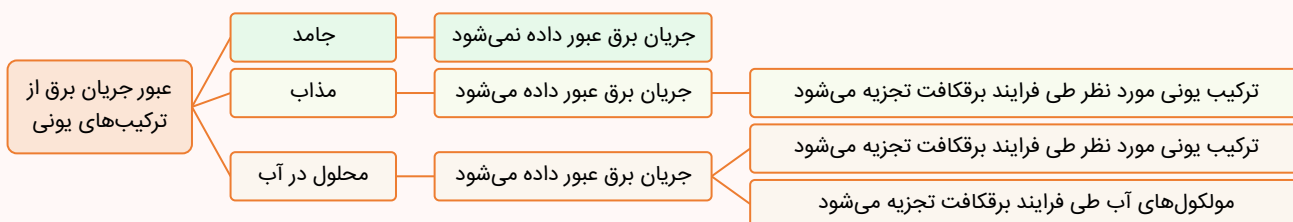


فلز سدیم، عنصر فلزی از تناوب سوم است که در مقایسه با سایر فلزهای موجود در این تناوب کمترین عدد اتمی و بیشترین واکنش‌پذیری را دارد. فلز آلومینیم، عنصر فلزی از تناوب سوم است که در مقایسه با سایر فلزهای موجود در این تناوب بیشترین عدد اتمی و کمترین واکنش‌پذیری را دارد. با توجه به نمودار داده شده، از میان کاتیون‌های موجود در این نمودار، یون آلومینیم کوچک‌ترین شعاع یونی را دارد؛ در حالی که بار الکتریکی آن در مقایسه با سایر کاتیون‌ها بیشتر است؛ پس می‌توان گفت چگالی بار این یون در مقایسه با سایر کاتیون‌های موجود در نمودار بیشتر است. در نقطه‌ی مقابل، بین یون‌های موجود در این نمودار، یون کلرید دارای کمترین چگالی بار است.

۳ کلسیم سولفات یک جامد یونی محسوب می‌شود که فرمول شیمیایی آن به‌صورت $CaSO_4$ است. در ساختار ترکیبات یونی در حالت جامد، آنیون‌ها و کاتیون‌ها در جاهای ثابتی قرار داشته و امکان حرکت ندارند. به همین خاطر، این مواد در حالت جامد رسانای جریان الکتریسیته نبوده و چون در ساختار آن‌ها هیچ مولکولی وجود ندارد، برای توصیف آن‌ها نمی‌توان از واژه مولکول استفاده کرد. این در حالی است که ترکیب‌های یونی در حالت مذاب و یا محلول در آب، رسانای جریان برق هستند.

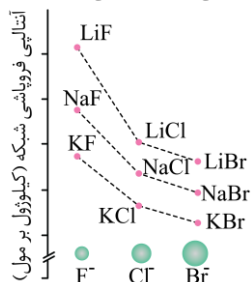
ترکیب یونی در مسیر مدار الکتریکی

ترکیب‌های یونی در حالت‌های فیزیکی مختلف، با قرار گرفتن در مسیر یک مدار الکتریکی، رفتارهای زیر را از خود نشان می‌دهند:



همان‌طور که مشخص است، در اغلب موارد از برقکافت ترکیب‌های یونی مذاب برای تجزیه این مواد استفاده می‌شود. فرایند هال و واکنش برقکافت سدیم کلرید مذاب، نمونه‌ای از این فرایندها هستند.

۴ نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی هالیدهای فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:



با توجه به این نمودار، تفاوت آنتالپی فروپاشی فلوئورید و کلرید هر فلز، بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی کلرید و برمید آن فلز است. بر این اساس، می‌توان گفت تفاوت فروپاشی ΔH لیتیم فلوئورید و لیتیم کلرید، بیشتر از تفاوت فروپاشی ΔH لیتیم کلرید و لیتیم برمید است. با توجه به توضیحات داده شده، میانگین مقدار فروپاشی ΔH لیتیم فلوئورید و لیتیم برمید، بیشتر از مقدار فروپاشی ΔH لیتیم کلرید است.

گروه آموزشی ماز

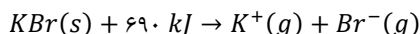
۸۲- اگر گرمای حاصل از سوختن ۱۱/۵ گرم اتانول، بتواند مقداری پتاسیم برمید را به یک مول از یون‌های گازی سازنده تبدیل کند، آنتالپی سوختن اتانول چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی فروپاشی شبکه بلور KBr برابر با ۶۹۰ کیلوژول بر مول است). ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

(۱) -۱۸۰۰ (۲) -۱۳۸۰ (۳) -۱۴۲۵ (۴) -۱۲۷۰

(آسان - مسئله ۱۲۰۳)

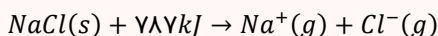
پاسخ: گزینه ۲

پتاسیم برمید با فرمول شیمیایی KBr ، یک ترکیب یونی دوتایی بوده و در فرآیندی گرماگیر می‌توان آن را به یون‌های گازی سازنده تبدیل کرد. واکنش فروپاشی شبکه بلور KBr به صورت زیر است:



آنتالپی فروپاشی

انرژی لازم برای تبدیل یک مول جامد یونی به یون‌های گازی سازنده آن در فشار ثابت، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی را نشان می‌دهد. در این فرآیند، به شبکه بلور انرژی داده می‌شود؛ در نتیجه واکنشی گرماگیر ($\Delta H > 0$) است و سطح انرژی فرآورده‌ها (یون‌های گازی)، بیشتر از واکنش‌دهنده (جامد یونی) بوده و پایداری آن، کمتر از واکنش‌دهنده است. برای مثال، واکنش مربوط به فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید به صورت زیر است:

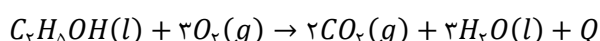


در این واکنش، یون‌های گازی، انرژی بیشتری (پایداری کمتری) نسبت به جامد یونی دارند و علت آن به گرماگیر بودن واکنش ارتباط دارد.

ابتدا مقدار گرمای داده شده به شبکه بلور KBr را محاسبه می‌کنیم:

$$690 \text{ kJ} \text{ گرما} \times \frac{1 \text{ mol } KBr}{690 \text{ kJ}} = 1 \text{ mol } KBr \text{ گرما} = 690 \text{ kJ}$$

آنتالپی سوختن یک ماده، معادل با مقدار گرمای آزاد شده از سوختن کامل یک مول ماده سوختنی در دمای اتاق است. مقدار Q در واکنش زیر، بیانگر مقدار آنتالپی سوختن اتانول است:



اگر مقدار آنتالپی سوختن اتانول را x کیلوژول بر مول در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$345 \text{ kJ} \text{ گرما} = 11.5 \text{ g } C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 \text{ g } C_2H_5OH} \times \frac{x \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \Rightarrow x = 1380 \text{ kJ}$$

با توجه به اینکه واکنش سوختن، واکنشی گرماگیر است؛ در نتیجه آنتالپی واکنش سوختن اتانول برابر با $-1380 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- واکنش $CH_3OH(g) \rightleftharpoons CO(g) + 2H_2(g)$ ، پس از ورود ۱۲۸g متانول به یک سامانه بسته به حجم ۲ لیتر به تعادل رسیده است. اگر درصد جرمی متانول در حالت تعادل برابر ۵۰٪ بوده و سرعت متوسط تولید گاز هیدروژن از آغاز واکنش تا لحظه رسیدن به تعادل $1/6 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، واکنش پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای فرایند به تعادل رسیده است؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

۹۰ (۴) ۷۵ (۳) ۶۰ (۲) ۴۵ (۱)

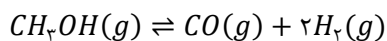
(متوسط - مسئله - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مقدار اولیه متانول را بر حسب مول حساب می‌کنیم:

$$n \text{ mol } CH_3OH = 128 \text{ g } CH_3OH \times \frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{32 \text{ g } CH_3OH} = 4 \text{ mol}$$

تغییر مول‌ها تا رسیدن به تعادل به صورت زیر است:



۴ ۰ ۰ تعداد مول اولیه:
۴ - x x ۲x تعداد مول در تعادل:

حال با استفاده از درصد جرمی متانول در حالت تعادل، مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{درصد جرمی متانول در حالت تعادل} &= \frac{\text{جرم متانول در تعادل}}{\text{جرم مخلوط گازها در تعادل}} \times 100 = \frac{(4-x) \times 32}{(4-x) \times 32 + (x \times 28) + (2x \times 2)} \times 100 = 50 \\ \Rightarrow \frac{128 - 32x}{(128 - 32x) + 28x + 4x} &= 0.5 \Rightarrow \frac{128 - 32x}{128} = 0.5 \Rightarrow 128 - 32x = 64 \Rightarrow x = 2 \text{ mol} \end{aligned}$$

بنابراین غلظت H_2 در تعادل برابر خواهد بود با:

$$[H_2] = \frac{2x}{V} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

در نهایت زمان رسیدن به تعادل را با توجه به سرعت متوسط تولید گاز هیدروژن به دست می‌آوریم:

$$\bar{R} = \frac{[H_2]}{\Delta t} \Rightarrow 1/6 = \frac{2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{1/6} \text{ min} = 12 \text{ min} \Rightarrow \Delta t = 12 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 720 \text{ s}$$

گروه آموزشی ماز

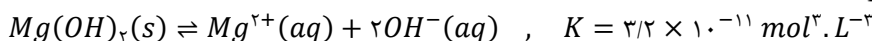
۸۴- معادله انحلال منیزیم هیدروکسید در آب به صورت $Mg(OH)_2(s) \rightleftharpoons Mg^{2+}(aq) + 2OH^{-}(aq)$ و با مقدار ثابت تعادل $K = 3/2 \times 10^{-11} \text{ mol}^3 \cdot L^{-3}$ است. انحلال پذیری این ماده در آب خالص چند برابر انحلال پذیری این ماده در محلول ۰/۰۸ گرم بر لیتر سدیم هیدروکسید است؟ (چگالی محلول بازی برابر با چگالی آب خالص است. $NaOH = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۵۰ (۴) ۴۰ (۳) ۲۵ (۲) ۲۰ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار منیزیم هیدروکسیدی را که در آب خالص حل می‌شود، محاسبه می‌کنیم. در این حالت، غلظت یون هیدروکسید دو برابر غلظت یون منیزیم خواهد بود. بر این اساس، داریم:

$$\begin{aligned} K &= [Mg^{2+}] \times [OH^{-}]^2 \xrightarrow{[OH^{-}] = 2[Mg^{2+}]} 3/2 \times 10^{-11} = [Mg^{2+}] \times (2[Mg^{2+}])^2 \Rightarrow 32 \times 10^{-12} = 4[Mg^{2+}]^3 \\ [Mg^{2+}]^3 &= 8 \times 10^{-12} \Rightarrow [Mg^{2+}] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1} \\ \text{پس در } 1000 \text{ گرم آب خالص (معادل یک لیتر)، مقدار } 2 \times 10^{-4} \text{ مول } Mg(OH)_2 \text{ حل خواهد شد. در این حالت، غلظت } Mg^{2+} \text{ در محلول به } 2 \times 10^{-4} \text{ مولار می‌رسد. به سراغ محلول بازی می‌رویم. باید غلظت یون هیدروکسید را در این محلول بازی محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:} \end{aligned}$$

$$[OH^{-}] = [NaOH] \Rightarrow [NaOH] = \frac{\text{غلظت گرم بر لیتر } NaOH}{\text{جرم مولی } NaOH} = \frac{0.8}{40} = 0.02 \text{ mol} \cdot L^{-1} \Rightarrow [OH^{-}] = 0.02 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

مقدار یون هیدروکسید آزاد شده از انحلال منیزیم هیدروکسید در مقابل یون هیدروکسید موجود در محلول اولیه بسیار اندک است، پس می‌توان از مقدار آن صرف نظر کرد. چون منبع دیگری از یون منیزیم وجود ندارد، غلظت یون منیزیم برابر غلظت منیزیم هیدروکسید حل شده در محلول مورد نظر است. پس مقدار منیزیم هیدروکسید حل شده در ۱۰۰۰ گرم از این محلول (معادل یک لیتر) را حساب می‌کنیم:

$$K = [Mg^{2+}] \times [OH^{-}]^2 \Rightarrow 3/2 \times 10^{-11} = [Mg^{2+}] \times (2 \times 10^{-3})^2 \Rightarrow [Mg^{2+}] = \frac{3/2 \times 10^{-11}}{4 \times 10^{-6}} = 8 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

پس در ۱۰۰۰ گرم از این محلول نیز 8×10^{-6} مول منیزیم هیدروکسید حل می شود. پس نسبت مورد نظر برابر است با:

$$A = \frac{\text{غلظت یون منیزیم در محلول خنثی}}{\text{غلظت یون منیزیم در محلول بازی}} = \frac{2 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-6}} = 25$$

پس انحلال پذیری منیزیم هیدروکسید در آب خالص، ۲۵ برابر انحلال پذیری آن در محلول بازی است.

گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام یک از مطالب زیر درباره واکنش موازنه نشده $F_2(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons O_2(g) + HF(g) + Q$ درست اند؟

الف: برخلاف تعادل $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ ، با افزایش فشار، سرعت واکنش رفت افزایش می یابد.

ب: با دو برابر شدن حجم ظرف، غلظت گاز هیدروژن فلوئورید بیشتر از نصف مقدار اولیه خواهد شد.

پ: با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه جا شده و مقدار ثابت تعادل آن افزایش می یابد.

ت: در صورت خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف واکنش، تعادل در جهت رفت جابه جا می شود.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

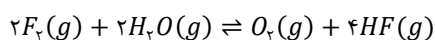
(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



بر این اساس، عبارت های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

«الف»: در یک سامانه، با افزایش فشار بر روی گازها حجم آن ها کم شده و با کاهش فشار، حجم گازها بیشتر می شود. در واقع، فشار گازها با حجم آن ها رابطه وارونه دارد. در واکنش هایی که تعداد مول های گازی در دو سمت تعادل یکسان است، افزایش فشار باعث جابه جایی تعادل نمی شود، اما به دلیل افزایش غلظت مواد شرکت کننده در تعادل، هم واکنش رفت و هم واکنش برگشت با سرعت بیشتری انجام می شود. بنابراین می توان گفت در هر دو تعادل داده شده، با افزایش فشار سرعت واکنش رفت افزایش می یابد.

تأثیر تغییرات حجم و فشار بر سامانه های تعادلی

یکی از راه های تغییر حجم سامانه های گازی، تغییر فشار است. در واقع با افزایش فشار اعمال شده بر یک تعادل گازی، حجم اشغال شده توسط گازها کاهش پیدا می کند و با کاهش فشار اعمال شده بر یک تعادل گازی نیز حجم اشغال شده توسط گازها افزایش می یابد. با کاهش حجم یک سامانه تعادلی، غلظت این گازها افزایش پیدا می کند. در این شرایط، تعادل به سمت تعداد مول های گازی کمتر جابه جا شده و فشار گازهای موجود در محفظه واکنش را تا حد امکان کاهش می دهد. در نقطه مقابل، با افزایش حجم یک سامانه تعادلی، غلظت این گازها کاهش یافته و تعادل به سمت تعداد مول های گازی بیشتر جابه جا می شود و فشار گازهای موجود در محفظه را تا حد امکان افزایش می دهد.

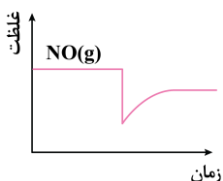
«ب»: در لحظه اول با دو برابر شدن حجم ظرف، غلظت گاز هیدروژن فلوئورید نصف می شود. همان طور که می دانیم، با افزایش حجم ظرف واکنش، تعادل به سمت تعداد مول های گازی بیشتر یعنی در جهت رفت جابه جا شده و در نتیجه در تعادل مورد نظر، غلظت گاز هیدروژن فلوئورید کمی افزایش پیدا می کند. بر این اساس، می توان گفت در تعادل جدید برقرار شده در مقایسه با تعادل اولیه، غلظت گاز هیدروژن فلوئورید بیشتر از نصف خواهد شد.

«پ»: با توجه به گرماده بودن واکنش مورد نظر، با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش، تعادل در جهت برگشت جابه جا شده و مقدار ثابت تعادل کاهش می یابد. با افزایش دمای یک سامانه در حال تعادل، واکنش در جهت مصرف گرما (Q) پیش می رود تا دمای سامانه را مجدداً کاهش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت رفت جابه جا شده و مقدار فراورده ها افزایش پیدا می کند. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با افزایش دما در جهت برگشت پیش رفته و مقدار واکنش دهنده ها افزایش می یابد. با کاهش دمای یک سامانه در حال تعادل، واکنش در جهت تولید گرما پیش می رود تا دمای سامانه را دوباره افزایش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت برگشت جابه جا شده و مقدار واکنش دهنده ها افزایش پیدا می کند. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با کاهش دما در جهت رفت پیش می رود و مقدار فراورده ها افزایش می یابد.

«ت»: با خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف واکنش، غلظت گاز اکسیژن در ظرف کاهش یافته و تعادل در جهت رفت جابه جا خواهد شد تا مجدداً مقداری گاز اکسیژن تولید کند و غلظت این ماده را افزایش بدهد.

گروه آموزشی ماز

۸۶- در رابطه با واکنش تعادلی تجزیه یک نمونه گاز NO به عناصر سازنده آن در یک ظرف خالی، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ (تعادل مورد نظر در جهت رفت گرماده است.)



(۱) با کاهش دمای سامانه، نمودار تغییر غلظت گاز NO به صورت مقابل درمی آید.

(۲) در سامانه تعادلی مورد نظر، غلظت گازهای اکسیژن و نیتروژن برابر با هم است.

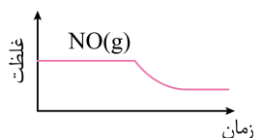
(۳) تغییر حجم ظرف در این واکنش تعادلی، درصد پیشرفت آن را تغییر می دهد.

(۴) یکای ثابت تعادل این واکنش مشابه واکنش تعادلی کلی در فرایند هابر است.

معادله واکنش مورد نظر به صورت $2NO(g) \rightleftharpoons N_2(g) + O_2(g) + Q$ است. این تعادل پس از ورود گاز NO به یک ظرف برقرار شده و به ازای مصرف هر ۲ مولکول از این گاز، یک مولکول از هر فراورده تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت شمار مول فراورده‌ها در ظرف مورد نظر پس از برقراری تعادل برابر با یکدیگر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با کاهش دما در تعادل مورد نظر، واکنش در جهت رفت (در جهت تولید گرما) جابه‌جا شده و گاز نیتروژن مونوکسید مصرف می‌شود. توجه داریم که در این حالت، در نمودار غلظت گاز NO دندانچه ایجاد نشده و روند تغییر غلظت این گاز کاملاً تدریجی است. نمودار تغییر غلظت گاز NO پس از کاهش دمای سامانه مورد نظر به صورت زیر است:



۳ چون مجموع شمار مول‌های گازی در دو سمت معادله واکنش مورد نظر با هم برابر است، تغییر حجم ظرف در این واکنش تعادلی اصلاً موجب جابه‌جایی تعادل مورد نظر نشده و درصد پیشرفت آن را تغییر نمی‌دهد.

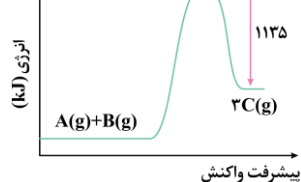
۴ یکای ثابت تعادل برای واکنش‌های مختلف، متفاوت از یکدیگر است و به تفاوت میان شمار مول‌های گازی و محلول موجود در دو طرف واکنش بستگی دارد. در این رابطه، داریم:

تعداد مول‌های گازی و محلول در سمت چپ واکنش - تعداد مول‌های گازی و محلول در سمت راست واکنش Δn
 یکای $K = (mol \cdot L^{-1})^{\Delta n}$

در واکنش‌های داده شده، مقدار Δn برابر با هم نیست، پس یکای ثابت تعادل این دو واکنش مشابه نخواهد بود. در تعادل $2NO(g) \rightleftharpoons N_2(g) + O_2(g)$ مقدار Δn برابر با صفر بوده و این تعادل فاقد یکا است.

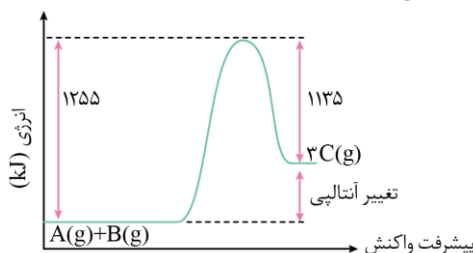
گروه آموزشی ماز

۸۷- اگر انرژی فعال‌سازی واکنش نشان داده شده در نمودار برابر ۱۲۵۵ کیلوژول باشد، با تولید ۸۸ گرم فراورده در این واکنش، چند لیتر گاز B مصرف شده و چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ (حجم هر مول گاز در شرایط آزمایش ۳۶ لیتر است. $C = 44 g \cdot mol^{-1}$)



- ۱) ۸۰ - ۲۴
- ۲) ۸۰ - ۴۸
- ۳) ۶۰ - ۲۴
- ۴) ۶۰ - ۴۸

نمودار زیر، روند تغییر انرژی در واکنش مورد نظر را نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار داده شده، مقدار تغییر آنتالپی واکنش را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta H = (\text{انرژی فعال‌سازی رفت}) - (\text{انرژی فعال‌سازی برگشت}) = (1255) - (1135) = 120 \text{ kJ}$$

با توجه به تغییر آنتالپی این واکنش، مقدار انرژی مبادله شده را محاسبه می‌کنیم.

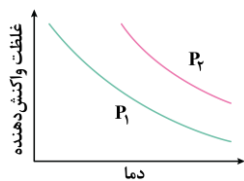
$$? \text{ انرژی } kJ = 88 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{44 \text{ g C}} \times \frac{120 \text{ kJ}}{3 \text{ mol C}} = 80 \text{ kJ}$$

در قدم بعد، مقدار گاز B مصرف شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ L B} = 88 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{44 \text{ g C}} \times \frac{1 \text{ mol B}}{3 \text{ mol C}} \times \frac{36 \text{ L B}}{1 \text{ mol B}} = 24 \text{ L}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- نمودار مقابل، روند تغییر غلظت واکنش دهنده در واکنش $A(g) \rightleftharpoons B(g) + 3C(g)$ بر حسب تغییر دما را نشان می‌دهد. در رابطه با این واکنش، کدام مورد درست است؟

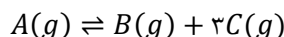


- (۱) با انتقال مخلوط به یک ظرف بزرگ‌تر، درصد پیشرفت واکنش کاهش می‌یابد.
- (۲) طی مراحل برقراری این تعادل، جرم مخلوط گازی در ظرف افزایش می‌یابد.
- (۳) واکنش مورد نظر، همانند واکنش فتوسنتز، گرماگیر است.
- (۴) در این فرایند، فشار P_2 در مقایسه با فشار P_1 کمتر است.

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



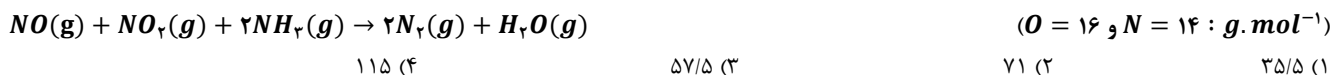
در واکنش مورد نظر، با افزایش دمای محیط غلظت واکنش دهنده کاهش یافته است، پس می‌توان گفت در این فرایند با افزایش دما، واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده و مقداری از واکنش دهنده مصرف شده است. در فرایندهای گرماگیر، با افزایش دما واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت واکنش مورد نظر، همانند واکنش فتوسنتز، گرماگیر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ چون مجموع شمار مول‌های گازی در فرآورده‌های این واکنش بیشتر است، با انتقال مخلوط به یک ظرف بزرگ‌تر، واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده و درصد پیشرفت واکنش افزایش می‌یابد.
- ۲ هر واکنش شیمیایی، مستقل از اینکه تعادلی باشد یا نباشد، از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت طی مراحل برقراری این تعادل، جرم مخلوط گازی در ظرف ثابت باقی می‌ماند.
- ۴ واکنش را در یک دمای مشخص در نظر بگیرید. در این دما، مقدار واکنش دهنده در فشار P_2 بیشتر است، پس می‌توان گفت در این فشار، واکنش پیشرفت کمتری داشته و مقدار بیشتری واکنش دهنده در ظرف باقی‌مانده است. واکنش در حالتی پیشرفت کمتری دارد که فشار محیط بالاتر باشد. بر این اساس، می‌توان گفت فشار P_2 در مقایسه با فشار P_1 بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۸۹- در مخلوطی از گازهای NO و NO_2 ، درصد حجمی گاز با چگالی بیشتر ۳ برابر گاز دیگر است. بر اثر واکنش ۲۱۰ گرم از این مخلوط با مقدار کافی آمونیاک مطابق واکنش زیر، چند گرم گاز NO_2 واکنش نکرده باقی می‌ماند؟



(سخت - مسئله - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

در شرایط یکسان از نظر دما و فشار، چگالی هر گاز متناسب با جرم مولی آن گاز است. بر این اساس، می‌توان گفت در مخلوطی از گازهای NO و NO_2 ، چگالی گاز NO_2 بیشتر از گاز دیگر است. از طرفی، می‌دانیم که درصد حجمی گازها در یک مخلوط گازی، با درصد مولی آن‌ها برابر است. فرض می‌کنیم ۱۰۰ مول گاز در مخلوط گازی وجود داشته باشد؛ در نتیجه ۲۵ مول گاز NO و ۷۵ مول گاز NO_2 در این مخلوط وجود خواهد داشت. واکنش موازنه شده میان آمونیاک و اکسیدهای نیتروژن به صورت $NO + NO_2 + 2NH_3 \rightarrow 2N_2 + 3H_2O$ است. نمونه ۱۰۰ مولی از گازهای گفته شده را در نظر گرفته و جرم این نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$? g NO = 100 \text{ mol مخلوط} \times \frac{25 \text{ mol } NO}{100 \text{ mol مخلوط}} \times \frac{30 \text{ g } NO}{1 \text{ mol } NO} = 750 \text{ g}$$

$$? g NO_2 = 100 \text{ mol مخلوط} \times \frac{75 \text{ mol } NO_2}{100 \text{ mol مخلوط}} \times \frac{46 \text{ g } NO_2}{1 \text{ mol } NO_2} = 3450 \text{ g}$$

$$\text{جرم } NO_2 + \text{جرم } NO = 3450 + 750 = 4200 \text{ g}$$

در قدم اول، باید حساب کنیم که در ۲۱۰ گرم از این مخلوط، چند گرم از هر گاز وجود دارد. مخلوط شامل ۱۰۰ مول گاز، ۴۲۰۰ گرم داشته و شامل ۷۵۰ گرم گاز NO و ۳۴۵۰ گرم گاز NO_2 می‌شود. بنابراین در مخلوط ۲۱۰ گرمی داریم:

$$? \text{ mol } NO = 210 \text{ g مخلوط} \times \frac{750 \text{ g } NO}{4200 \text{ g مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } NO}{30 \text{ g } NO} = 1/25 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } NO_2 = 210 \text{ g مخلوط} \times \frac{3450 \text{ g } NO_2}{4200 \text{ g مخلوط}} \times \frac{1 \text{ mol } NO_2}{46 \text{ g } NO_2} = 3/75 \text{ mol}$$

در واکنش انجام شده، ۱/۲۵ مول از گاز NO_2 واکنش داده و $2/5 = 1/25 - 3/75$ مول گاز NO_2 با جرم $115 \text{ g} = 2/5 \times 46$ باقی می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

۹۰- یک نمونه ۹۶ گرمی از گاز اوزون را وارد یک ظرف ۵ لیتری می‌کنیم. اگر پس از تجزیه نیمی از گاز اوزون موجود در این ظرف بر اساس معادله $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ تعادل در ظرف واکنش برقرار شود، مقدار ثابت تعادل این واکنش چقدر خواهد بود؟ ($O = 16 : g.mol^{-1}$)

$$\frac{27}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{27}{40} \quad (۳)$$

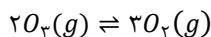
$$\frac{9}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{20} \quad (۱)$$

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

در ابتدای این فرایند، ۹۶ گرم گاز اوزون وارد ظرف شده و نیمی از آن (معادل با ۴۸ گرم گاز اوزون که برابر با یک مول از این گاز می‌شود)، تجزیه شده است. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در حالت تعادل، ۴۸ گرم گاز اوزون (معادل با ۱ مول گاز اوزون) در ظرف واکنش باقی‌مانده و ۴۸ گرم از این گاز تجزیه شده است. بر این اساس، مقدار مول گاز اکسیژن تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol O_2 = 48 g O_3 \times \frac{1 mol O_3}{48 g O_3} \times \frac{3 mol O_2}{2 mol O_3} = 1.5 mol$$

در قدم بعد، با توجه به حجم ۵ لیتری ظرف واکنش، مقدار غلظت تعادلی هر گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$[O_2] = \frac{O_2 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{1.5 mol O_2}{5 L} = 0.3 mol.L^{-1}$$

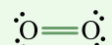
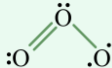
$$[O_3] = \frac{O_3 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{1 mol O_3}{5 L} = 0.2 mol.L^{-1}$$

در قدم آخر، مقدار ثابت تعادل این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[O_2]^3}{[O_3]^2} = \frac{(0.3)^3}{(0.2)^2} = \frac{27}{40} = 0.675 mol.L^{-1}$$

اوزون، آلوتروپی از اکسیژن

مولکول اوزون، ساختار خمیده دارد. در ساختار مولکول اوزون سه پیوند اشتراکی (یک پیوند دوگانه و یک پیوند یگانه) وجود دارد. هنگامی که تابش پراثری فرابنفش به این مولکول می‌رسد، پیوند اشتراکی بین دوتا از اتم‌های اکسیژن می‌شکند و مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود. ذره‌های تولید شده می‌توانند دوباره در واکنش با یکدیگر، مولکول اوزون را تولید کنند اما در این واکنش، مقداری انرژی به شکل تابش فروسرخ آزاد می‌شود. با انجام این فرایند در لایه اوزون، بخش زیادی از پرتوهای فرابنفش خورشید به پرتوهای کم‌خطرتر تبدیل می‌شوند. جدول زیر، ویژگی‌های مهم گاز اوزون و اکسیژن را نشان می‌دهد:

فرمول شیمیایی	ساختار لوویس	جرم مولی	نقطه جوش	رنگ در حالت گازی	رنگ در حالت مایع	مدل فضا پرکن
O_2		۳۲	-۱۸۳	بی‌رنگ	آبی روشن	
O_3		۴۸	-۱۱۲	آبی روشن	آبی تیره	

گروه آموزشی ماز

۹۱- مقدار ۶ مول گاز هیدروژن و ۴ مول گاز کلر را وارد یک ظرف ۴ لیتری می‌کنیم تا تعادل $H_2(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons 2HCl(g)$ در ظرف مورد نظر برقرار شود. اگر در حالت تعادل، شمار مول‌های گاز HCl با گاز H_2 برابر باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟

$$6 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش تعادلی مورد نظر به صورت $H_2(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons 2HCl(g)$ است. در این واکنش، به ازای مصرف x مول از هر واکنش‌دهنده، مقدار $2x$ مول از گاز هیدروژن کلرید به عنوان فراورده تولید می‌شود. بر این اساس، جدول تغییرات مقدار مول این مواد را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

ماده	H_2	Cl_2	HCl
مول اولیه	۶	۴	صفر
تغییر مقدار مول	$-x$	$-x$	$+2x$
مول تعادلی	$6-x$	$4-x$	$2x$

طبق فرض سؤال، در حالت تعادل شمار مول‌های گاز HCl با گاز H_2 برابر است. بر این اساس، داریم:

$$HCl \text{ مول} = H_2 \text{ مول} \implies 2x = 6 - x \implies 6 = 3x \implies x = 2$$

با توجه به مقدار مؤلفه x ، در حالت تعادل ۴ مول گاز هیدروژن، ۲ مول گاز کلر و ۴ مول گاز هیدروژن کلرید در ظرف واکنش وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$[H_2] = \frac{H_2 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{4 mol H_2}{4 L} = 1 mol.L^{-1}$$

$$[Cl_2] = \frac{Cl_2 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{2 mol Cl_2}{4 L} = 0.5 mol.L^{-1}$$

$$[HCl] = \frac{\text{مول } HCl}{\text{حجم ظرف}} = \frac{4 \text{ mol } HCl}{4 \text{ L}} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به غلظت تعادلی مواد شرکت کننده در این واکنش شیمیایی، داریم:

$$K = \frac{[HCl]^2}{[H_2] \times [Cl_2]} = \frac{1^2}{1 \times 0.5} = 2$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار ثابت تعادل این واکنش برابر با ۲ است.

ثابت تعادل و محاسبه آن

هر واکنش تعادلی، در دمای مشخص، بر حسب مقدار پیشرفت خود دارای یک ثابت تعادل است که با نماد K نشان داده می‌شود. برای محاسبه ثابت تعادل واکنش $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$ می‌توانیم از رابطه زیر هم استفاده کنیم:

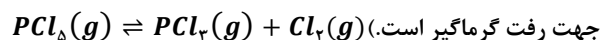
$$K = \frac{n_C^c \times n_D^d}{n_A^a \times n_B^b} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{\Delta n} \quad \text{و} \quad \Delta n = (c + d) - (a + b)$$

در رابطه فوق، مؤلفه n تعداد مول‌های تعادلی هر ماده را نشان می‌دهد. دقت کنید که در محاسبه Δn صرفاً ضرایب مواد گازی و در حالت محلول را در نظر بگیرید. اگر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های گازی یا محلول با مجموع ضرایب فراورده‌های گازی یا محلول برابر باشد، Δn برابر صفر شده و مقدار ثابت تعادل مستقل از حجم ظرف می‌شود:

$$K = \frac{n_C^c \times n_D^d}{n_A^a \times n_B^b}$$

گروه آموزشی ماز

۹۲- عوامل داده شده در کدام گزینه، تاثیر مشابهی بر سرعت واکنش رفت در لحظه اعمال تغییر در تعادل شیمیایی زیر دارند؟ (واکنش تعادلی مورد نظر در



- (۱) افزودن گاز PCl_5 به سامانه - کاهش فشار
(۲) کاهش دمای سامانه - افزایش حجم سامانه
(۳) افزودن گاز Cl_2 به سامانه - افزایش دما
(۴) خارج کردن گاز PCl_5 از سامانه - افزایش دما

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

دما، غلظت و کاتالیزگر، از جمله عوامل مؤثر بر سرعت هر واکنش شیمیایی هستند. کاهش دمای سامانه، به‌طور هم‌زمان سرعت واکنش‌های رفت و برگشت را کاهش داده و افزایش دمای سامانه، به‌طور هم‌زمان سرعت واکنش‌های رفت و برگشت را افزایش می‌دهد. افزایش حجم سامانه (معادل با کاهش فشار در سامانه) نیز به‌طور هم‌زمان غلظت همه مواد موجود در ظرف واکنش را کاهش داده و بر این اساس، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت را کاهش می‌دهد. در نقطه مقابل، کاهش حجم سامانه (معادل با افزایش فشار در سامانه)، غلظت همه مواد موجود در ظرف واکنش را افزایش داده و به دنبال آن، به‌طور هم‌زمان سرعت واکنش‌های رفت و برگشت را افزایش می‌دهد. توجه داریم که افزودن و یا خارج کردن هر کدام از فراورده‌های واکنش (گاز کلر و گاز PCl_3)، در لحظه اعمال تغییر هیچ تأثیری روی سرعت واکنش رفت ندارد. این در حالی است که افزودن گاز PCl_5 به سامانه موجب افزایش سرعت واکنش رفت در لحظه اعمال تغییر شده و خارج کردن گاز PCl_5 نیز موجب کاهش سرعت واکنش رفت در لحظه اعمال تغییر خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۹۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در واکنش $NiO(s) + CO(g) \rightleftharpoons Ni(s) + CO_2(g)$ ، با تغییر فشار، درصد پیشرفت واکنش تغییر می‌کند.
(۲) با کاهش حجم ظرف در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ ، مخلوط گازی ابتدا کم‌رنگ و سپس پررنگ‌تر می‌شود.
(۳) افزودن مقداری سدیم سیانید به محلولی از HCN ، باعث افزایش درجه یونش اسید و کاهش pH محلول می‌شود.
(۴) پس از افزودن کاتالیزگر به سامانه واکنش $CO(g) + 2H_2(g) \rightleftharpoons CH_3OH(g)$ ، مقدار K واکنش تغییر نمی‌کند.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

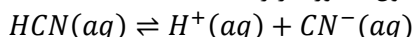
افزودن کاتالیزگر به سامانه واکنش‌های تعادلی، تأثیری در مقدار ثابت تعادل واکنش، مقدار واکنش‌دهنده باقیمانده در حالت تعادل و مقدار فراورده تولید شده تا لحظه برقراری تعادل ندارد. کاتالیزگر فقط می‌تواند زمان مورد نیاز برای برقرار شدن تعادل را کاهش بدهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ برای آن که تغییر حجم بر جابه‌جایی یک تعادل شیمیایی مؤثر باشد، باید حداقل یکی از اجزای شرکت‌کننده در واکنش گازی شکل باشد و تعداد مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش نیز برابر نباشند. در واکنش $NiO(s) + CO(g) \rightleftharpoons Ni(s) + CO_2(g)$ ، تعداد مول‌های گازی در دو سمت معادله یکسان است، پس تغییر فشار بر جابه‌جایی این تعادل تأثیری ندارد.

۲ گاز NO_2 ، اکسیدی از نیتروژن است که به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود. با کاهش حجم ظرف در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ ، ابتدا غلظت همه مواد افزایش یافته و به همین خاطر، رنگ مخلوط گازی پررنگ می‌شود. در مرحله بعد، تعادل مورد نظر با توجه به کاهش حجم ظرف، به سمت رفت (به سمتی که دارای تعداد مول‌های گازی کمتری باشد) جابه‌جا شده و گاز NO_2 را مصرف می‌کند. با مصرف گاز NO_2 ، شدت رنگ مخلوط گازی موجود در ظرف واکنش به تدریج کم‌تر می‌شود.

تعداد مربوط به یونش هیدروسیانیک اسید در محلول به صورت زیر است:



با انحلال سدیم سیانید در محلول، یون‌های سدیم و سیانید وارد محلول می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت با افزودن یون CN^- به سامانه تعادلی هیدروسیانیک اسید، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و در نتیجه مقدار درجه یونش کاهش می‌یابد. از طرفی با انجام این فرایند، غلظت یون H^+ نیز در محلول مورد نظر کاهش یافته و مقدار pH محلول افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۹۴- کدام مورد در رابطه با واکنش‌های تعادلی درست است؟

- (۱) در واکنش کلی مربوط به انجام فرایند هابر، با کاهش حجم ظرف، مقدار ثابت تعادل افزایش می‌یابد.
- (۲) در واکنش $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g) + Q$ ، با کاهش دما، غلظت فراورده افزایش پیدا می‌کند.
- (۳) در تعادل $2H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ ، با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش، ثابت تعادل کاهش می‌یابد.
- (۴) در واکنش $2CO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2CO_2(g)$ ، با خارج کردن گاز O_2 از ظرف، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

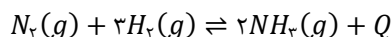
پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۴)

در واکنش گرماده $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g) + Q$ ، با کاهش دمای سامانه واکنش، تعادل در جهت تولید گرما (در جهت رفت) جابه‌جا شده و بر این اساس، غلظت فراورده افزایش پیدا می‌کند. طی این فرایند، مقدار ثابت تعادل واکنش نیز بیشتر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

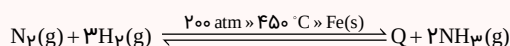
۱- نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و در دمای اتاق با گاز H_2 حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه واکنش نمی‌دهد؛ بنابراین از واکنش گازهای نیتروژن و هیدروژن در شرایط اتاق نمی‌توانیم برای تولید آمونیاک استفاده کنیم. از طرف دیگر، واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن برگشت‌پذیر است و به صورت تعادلی انجام می‌شود؛ پس کل گازهای نیتروژن و هیدروژن وارد شده به محفظه واکنش، به فراورده تبدیل نمی‌شوند. هابر به دنبال شرایطی بود که در آن، واکنش‌دهنده‌ها تا حد ممکن به فراورده‌ها تبدیل شوند و واکنش به میزان بیشتری پیشرفت کند. هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. معادله واکنش انجام شده در این فرایند به صورت زیر است:



این واکنش تعادلی با کاهش حجم ظرف، به سمت رفت جابه‌جا می‌شود، اما همان‌طور که می‌دانیم، مقدار ثابت تعادل طی این فرایند هیچ تغییری نمی‌کند. در واقع، تنها عاملی که می‌تواند مقدار ثابت تعادل یک واکنش را تغییر بدهد، تغییر دمای سامانه واکنش است.

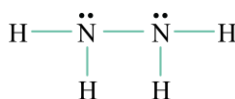
مروری بر فرایند هابر

آقای فریتس هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. واکنش انجام‌شده توسط هابر به صورت زیر است:

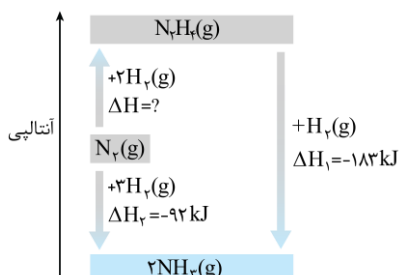


همان‌طور که مشخص است، شرایط بهینه برای انجام شدن این فرایند، شامل دمای $450^\circ C$ (معادل $723^\circ K$ با 200 atm و فلز آهن به عنوان کاتالیزگر مناسب می‌شود. در چنین شرایطی، ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

۳- ساختار مولکولی هیدرازین (N_2H_4) به صورت زیر است:



مطابق نمودار زیر، سطح آنتالپی هیدرازین (N_2H_4) از سطح آنتالپی آمونیاک (NH_3) و نیتروژن (N_2) بالاتر است:



بر این اساس، می‌توان گفت واکنش $2H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ گرماگیر بوده و نماد Q در سمت چپ معادله آن قرار می‌گیرد. با افزایش دمای محتویات ظرف واکنش در چنین واکنشی، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل آن افزایش پیدا می‌کند.

۴- در واکنش شیمیایی $2CO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2CO_2(g)$ ، با خارج کردن گاز O_2 یکی از واکنش‌دهنده‌های واکنش از ظرف، واکنش در جهت تولید این ماده (در جهت برگشت) جابه‌جا می‌شود.

۹۵- واکنش $Fe_2O_3(s) + 4H_2(g) \rightleftharpoons 2Fe(s) + 4H_2O(g)$ ، با ورود مقداری از واکنش دهنده‌ها به یک ظرف ۸ لیتری آغاز شده و با حضور جرم برابر از مواد شرکت کننده در واکنش برقرار شده است. ثابت تعادل واکنش چقدر بوده و چند درصد از گاز هیدروژن وارد شده به ظرف واکنش، طی این فرایند مصرف شده است؟ ($O = ۱۶$ و $H = ۱ : g.mol^{-1}$)

$$۱۰ - \frac{1}{94} \quad (۴)$$

$$۱۰ - 94 \quad (۳)$$

$$۲۰ - \frac{1}{94} \quad (۲)$$

$$۲۰ - 94 \quad (۱)$$

(سخت - مسئله - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گاز هیدروژن و بخار آب، تنها مواد گازی شرکت کننده در این واکنش شیمیایی هستند. بر این اساس، جرم گاز هیدروژن و بخار آب موجود در ظرف واکنش را برابر با x گرم در نظر می‌گیریم. بر این اساس، داریم:

$$? mol H_2 = x g H_2 \times \frac{1 mol H_2}{2 g H_2} = \frac{x}{2} mol \implies [H_2] = \frac{H_2 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{\frac{x}{2} mol H_2}{8 L} = \frac{x}{16} mol.L^{-1}$$

$$? mol H_2O = x g H_2O \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} = \frac{x}{18} mol \implies [H_2O] = \frac{H_2O \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{\frac{x}{18} mol H_2O}{8 L} = \frac{x}{144} mol.L^{-1}$$

معادله واکنش انجام شده به صورت $Fe_2O_3(s) + 4H_2(g) \rightleftharpoons 2Fe(s) + 4H_2O(g)$ است. در قدم بعد، ثابت تعادل واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

$$K = \frac{[H_2O]^4}{[H_2]^4} = \frac{(\frac{x}{144})^4}{(\frac{x}{16})^4} = (\frac{16}{144})^4 = \frac{1}{94}$$

برای محاسبه درصد گاز هیدروژن مصرف شده در واکنش، باید مقدار اولیه گاز هیدروژن را محاسبه کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? mol H_2 = x g H_2O \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{4 mol H_2}{4 mol H_2O} = \frac{x}{18} mol H_2$$

$$\text{مقدار گاز هیدروژن مصرف شده} + \text{مقدار گاز هیدروژن تعادلی} = \frac{x}{2} + \frac{x}{18} = \frac{10x}{18} mol$$

در قدم بعد، درصد گاز هیدروژن مصرف شده در واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد مصرف گاز هیدروژن در واکنش} = \frac{\text{مقدار هیدروژن مصرف شده}}{\text{مقدار هیدروژن اولیه}} \times 100 = \frac{\frac{x}{18} mol H_2}{\frac{10x}{18} mol H_2} \times 100 = 10 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۹۶- چه تعداد از عبارتهای داده شده در رابطه با دستگاه استفاده شده برای انجام فرایند هابر درست است؟

الف: سردکننده این دستگاه دما را تا $-200^\circ C$ کاهش می‌دهد.

ب: در این دستگاه، گازهای H_2 و N_2 واکنش نداده به محفظه واکنش بازگردانده می‌شوند.

پ: با کاهش دما در فرایند هابر، درصد مولی آمونیاک تولید شده در مخلوط نهایی افزایش پیدا می‌کند.

ت: در سامانه واکنش مورد نظر، در حالت تعادل، غلظت آمونیاک به یقین ۲ برابر غلظت گاز نیتروژن است.

ث: در شرایط بهینه این فرایند، درصد حجمی آمونیاک بیشتر از نصف مجموع درصد حجمی دو گاز دیگر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

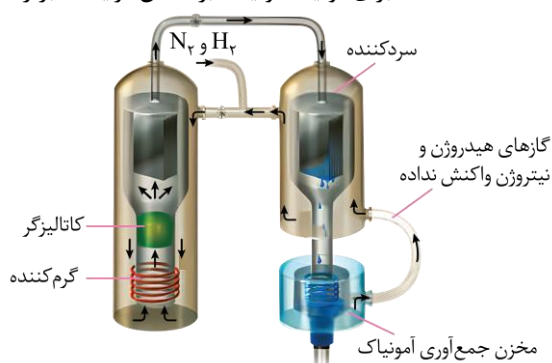
۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - حفظی و مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

در فرایند تعادلی هابر، گاز آمونیاک با استفاده از گازهای H_2 و N_2 در شرایط ویژه تولید می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، نقطه جوش گازهای H_2 و N_2 از نقطه جوش آمونیاک بسیار پایین‌تر است، بنابراین با تنظیم دمای سردکننده در دمایی کمی پایین‌تر از دمای جوش آمونیاک، می‌توان این گاز را مایع کرده و از مخلوط گازی جدا نمود. تصویر زیر، نمایی از دستگاه استفاده شده برای تولید آمونیاک بر اساس فرایند هابر را نشان می‌دهد:



در این دستگاه، گازهای هیدروژن و نیتروژن از ورودی بالای ظرف به درون دستگاه تزریق شده و پس از افزایش دما، در مجاورت کاتالیزگر واکنش می‌دهند و مخلوطی از گازهای آمونیاک، هیدروژن و نیتروژن را ایجاد می‌کنند. مخلوط گازی به سمت سردکننده حرکت می‌کند و پس از کاهش دمای آن تا پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک، مولکول‌های NH_3 به حالت مایع درآمده و از مخلوط خارج می‌شوند. در رابطه با این فرایند، عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: چون نقطه جوش آمونیاک بالاتر از نقطه جوش عناصر هیدروژن و نیتروژن است (نقطه جوش آمونیاک برابر با $-34^\circ C$ درجه سانتی‌گراد و دمای جوش گازهای نیتروژن و هیدروژن به ترتیب برابر با $-196^\circ C$ و $-253^\circ C$ درجه سانتی‌گراد است)، در فرایند هابر برای جداسازی آمونیاک تولید شده از مخلوط واکنش، از تفاوت آشکار در نقطه جوش آمونیاک با سایر مواد استفاده می‌شود. با خارج کردن گاز آمونیاک از ظرف واکنش، مقدار بیشتری از گازهای هیدروژن و نیتروژن به آمونیاک تبدیل می‌شوند و بازده واکنش افزایش پیدا می‌کند.

«ب»: دستگاه فرایند هابر، دارای یک چرخه بوده و در آن، گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده، مجدداً به سمت گرم‌کننده حرکت می‌کنند تا از آن‌ها برای تولید آمونیاک بیشتر استفاده شود.

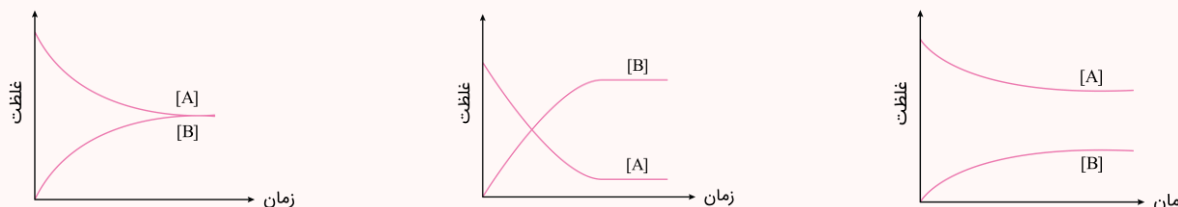
«پ»: واکنش تعادلی تولید آمونیاک، یک فرایند گرماده است؛ بنابراین با کاهش دما واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده و در نتیجه درصد مولی آمونیاک تولید شده طی این فرایند افزایش خواهد یافت.

ضرورت حضور عنصر نیتروژن برای رشد گیاهان

با توجه به روند رو به افزایش جمعیت جهان و محدودیت منابع، تأمین غذای مردم جهان به یکی از چالش‌های زندگی تبدیل شده است. بهترین راه حل برای غلبه بر این چالش، افزایش بهره‌وری در تولید فراورده‌های کشاورزی است که با شناسایی، تولید و افزودن کودهای شیمیایی مناسب به خاک، می‌تواند محقق شود. یکی از عناصر مورد نیاز گیاهان برای رشد، نیتروژن است. هر چند که در حدود 80% از حجم هوا توسط گاز نیتروژن تشکیل شده است، اما گیاهان نمی‌توانند این عنصر ضروری برای رشد خود را به طور مستقیم از هوا جذب کنند. به همین خاطر، نیتروژن را باید در قالب ترکیبات نیتروژن‌دار از جمله آمونیاک و اوره به خاک افزود. به عنوان مثال، در برخی از کشورها آمونیاک مایع را به عنوان کود شیمیایی به طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

«ت»: معادله واکنش انجام شده به صورت $3H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ است. هر چند که ضریب گاز آمونیاک در این واکنش ۲ برابر ضریب گاز نیتروژن است، اما چون یک ماده در سمت فراورده‌ها و یک ماده در سمت واکنش دهنده‌ها قرار گرفته است، نمی‌توان گفت در حالت تعادل، غلظت آمونیاک حتماً ۲ برابر غلظت گاز نیتروژن خواهد بود.

در لحظه برقراری تعادل، غلظت واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها ثابت می‌ماند اما هیچ لزومی به یکسان بودن غلظت آن‌ها در لحظه برقراری تعادل وجود ندارد. به عنوان مثال، در واکنش تعادلی $A \rightleftharpoons B$ ، ممکن است در لحظه تعادل، غلظت ماده A ، ۱۰ برابر غلظت B باشد. هر یک از نمودارهای غلظت - زمان زیر را می‌توان به روند تغییر غلظت مواد شرکت‌کننده در این سامانه شیمیایی تا لحظه برقراری تعادل نسبت داد:



«ث»: در شرایط بهینه انجام فرایند هابر یعنی در دمای $450^\circ C$ ، فشار 200 atm و در مجاورت کاتالیزگر $Fe(s)$ ، درصد مولی گاز آمونیاک برابر با 28% درصد است. از طرفی درصد مولی گازها در یک سامانه با درصد حجمی آن‌ها یکسان است. بنابراین درصد حجمی گاز آمونیاک از نصف مجموع درصد حجمی دو گاز دیگر (یعنی $36 = \frac{72}{2}$) کمتر است.

گروه آموزشی ماز

۹۷- تعادل $NH_4Cl(s) \rightleftharpoons NH_3(g) + HCl(g)$; $K = 2/5 \times 10^{-5}$ پس از ورود مقداری آمونیوم کلرید به یک ظرف سر بسته برقرار شده است. اگر در حالت تعادل مجموعاً 0.4 مول ماده گازی در ظرف وجود داشته باشد، حجم ظرف واکنش برابر با چند لیتر بوده و گاز هیدروژن کلرید تولید شده، با چند لیتر محلول سود با $pH = 12$ به طور کامل واکنش می‌دهد؟

۴۰ - ۸۰ (۴)

۴۰ - ۴۰ (۳)

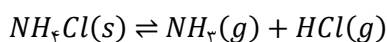
۲۰ - ۸۰ (۲)

۲۰ - ۴۰ (۱)

(سخت - مسئله ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



طبق فرض سؤال، مجموع مقدار گازهای تولید شده برابر با 0.4 مول است. با توجه به معادله موازنه شده واکنش، ضریب گازهای تولید شده با هم برابر و معادل یک است؛ بنابراین مقدار این دو گاز در لحظه تعادل با یکدیگر برابر است. پس مقدار هر یک از گازهای آمونیاک و هیدروژن کلرید در لحظه تعادل برابر با 0.2 مول خواهد بود.

شمار مول‌های مواد شرکت کننده در تعادل و روند تغییرات مواد به صورت زیر است:



در ابتدای واکنش: x $\cdot$ $\cdot$

در لحظه تعادل: $x - 0.2$ 0.2 0.2

با توجه به اینکه آمونیوم کلرید حالت جامد دارد، ثابت تعادل واکنش به غلظت گازهای تولید شده بستگی داشته و به صورت $K = [NH_4] \times [HCl]$ نوشته می‌شود. با توجه به این موضوع، با نوشتن رابطه ثابت تعادل، حجم ظرف واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = [NH_4] \times [HCl] = 0.2 \times 0.2 \times \left(\frac{1}{V}\right)^{2-0} = 2/5 \times 10^{-5} \rightarrow \left(\frac{1}{V}\right)^2 = 6/25 \times 10^{-4} \Rightarrow V = 40 L$$

بنابراین حجم ظرف واکنش برابر با ۴۰ لیتر است. به منظور حل قسمت دوم سؤال، با استفاده از pH محلول و مقدار هیدروژن کلرید تولید شده در واکنش تعادلی، حجم محلول بازی را محاسبه می‌کنیم. در رابطه با محلول بازی مورد نظر، داریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-12}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \xrightarrow{[H^+] = 10^{-12}} [OH^-] = 10^{-2}$$

سود، یک باز قوی است پس می‌توان گفت غلظت محلول بازی برابر با ۰/۰۱ مول بر لیتر است. با توجه به اینکه مقدار هیدروژن کلرید تولید شده برابر با ۰/۲ مول است، پس می‌توان گفت ۰/۲ مول ماده بازی موجود در محلول سود نیز به کمک این مقدار اسید خنثی می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$mol(NaOH) = [NaOH] \times V(L) \Rightarrow 0.2 = 10^{-2} \times V \Rightarrow V = 20 L$$

پس با استفاده از گاز هیدروژن کلرید تولید شده، می‌توان ۲۰ لیتر محلول سود با $pH = 12$ را خنثی کرد.

گروه آموزشی ماز

۹۸- مولکول گوگرد دی‌اکسید، از نظر جهت گیری در میدان الکتریکی مشابه مولکول بوده و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار آن، برابر شمار این الکترون‌ها در فراورده حاصل از واکنش میان گازهای اتن و هیدروژن کلرید خواهد بود.

(۴) کلروفرم - ۲

(۳) بوتان - ۲

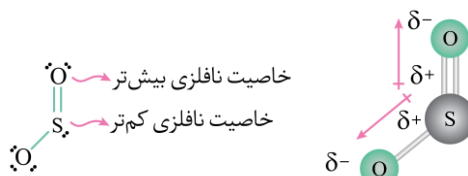
(۲) دی‌اتیل اتر - ۳

(۱) استیلن - ۳

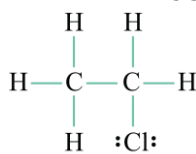
(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گوگرد و اکسیژن در ترکیب با هم، یک نوع ماده قطبی (گوگرد دی‌اکسید) و یک نوع ماده ناقطبی (گوگرد تری‌اکسید) را می‌توانند تولید کنند. ساختار مولکول گوگرد دی‌اکسید به صورت زیر است:



این مولکول بر روی اتم مرکزی خود یک جفت الکترون ناپیوندی داشته و ساختار خمیده پیدا کرده است، پس می‌توان گفت گوگرد دی‌اکسید نوعی ترکیب قطبی به شمار می‌رود. کلروفرم ($CHCl_3$) و دی‌اتیل اتر، برخلاف استیلن و بوتان، دو ترکیب قطبی بوده و همانند گوگرد دی‌اکسید، در حضور یک میدان الکتریکی جهت گیری پیدا می‌کنند. گاز اتن بر اساس معادله $C_2H_4(g) + HCl(g) \rightarrow C_2H_5Cl(g)$ با گاز هیدروژن کلرید (HCl) واکنش داده و کلرواتان را تولید می‌کند. ساختار فراورده تولید شده در این واکنش به صورت زیر است:



در ساختار فراورده تولید شده، ۳ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد، در حالی که در ساختار گاز گوگرد دی‌اکسید ۶ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود. توجه داریم که گاز اتن بر اساس معادله $C_2H_4(g) + Cl_2(g) \rightarrow C_2H_4Cl_2(g)$ نیز با گاز کلر واکنش داده و ۲،۱-دی‌کلرواتان را تولید می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۹۹- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست است؟

الف: مواد خام با استفاده از انرژی، آب، فناوری شیمیایی و نیروی انسانی، به فراورده‌های سودمند تبدیل می‌شوند.

ب: سولفوریک اسید و متانول، فراورده‌های حاصل از فراوری نفت خام بوده و نسبت به نفت، گران تر هستند.

پ: به کمک فناوری شیمیایی، می‌توان نوعی اسید آلی را مستقیماً به ترکیب موجود در میخک تبدیل کرد.

ت: فرایند تولید متیل بوتانوات از ۱-بوتانول و متانوئیک اسید، نمونه‌ای از واکنش سنتز به شمار می‌رود.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «الف» و «ت»

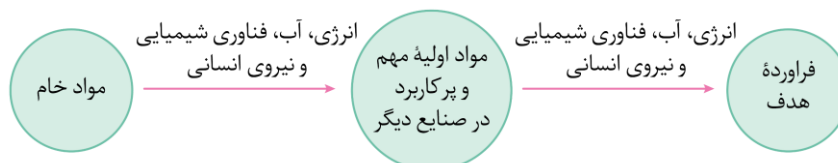
(۲) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: تصویر زیر، روند فراوری مواد خام را نشان می‌دهد:



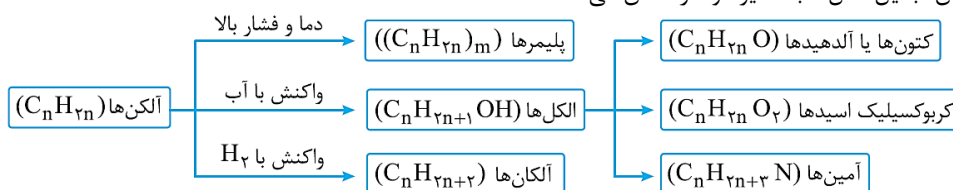
با توجه به این تصویر، مواد خام با استفاده از انرژی، آب، فناوری شیمیایی و نیروی انسانی به فراورده هدف (فراورده‌ای که به‌طور مستقیم و یا غیرمستقیم توسط مصرف‌کننده به مصرف می‌رسد) تبدیل می‌شوند.

روش‌های مختلف بهره‌وری از منابع

بسیاری از کشورها منابع طبیعی خود را کم و بیش بدون فراوری و به همان صورتی که از طبیعت به‌دست می‌آید، به فروش می‌رسانند. این فرایند، به خام فروشی منابع معروف است. روش دیگر برای بهره‌وری از منابع، این است که به کمک فناوری‌های شیمیایی مواد خام و اولیه را به فراورده‌های دیگر تبدیل کرد تا بتوان به قیمت‌های بسیار بالاتری به فروش رساند. برای نمونه، فروش نفت خام ساده‌ترین راه بهره‌برداری از این منبع طبیعی بوده و نمونه‌ای از فرایند خام‌فروشی است؛ درحالی که راه دیگر آن، پالایش نفت خام و فروش فراورده‌های تولید شده در این فرایند است.

«ب»: آمونیاک، سولفوریک اسید، متانول، بنزین، پلی‌اتن، اتانول و اتیلن‌گلیکول، از جمله فراورده‌های پتروشیمیایی هستند که با استفاده از نفت خام به‌دست می‌آیند. این مواد، با استفاده از فناوری‌های شیمیایی تولید می‌شوند. با تبدیل نفت خام به فراورده‌های پتروشیمیایی ارزشمندتر مانند آمونیاک، بنزین، اتیلن گلیکول، متانول و سولفوریک اسید، می‌توان از خام‌فروشی این ماده جلوگیری کرده و آن را با قیمت‌های بالاتری به فروش رساند.

«پ»: الکل‌ها، از واکنش میان آلکن‌ها با آب تولید شده و با استفاده از فرایندهای شیمیایی، به سایر مواد آلی تبدیل می‌شوند. نمودار زیر، روند تبدیل آلکن‌ها به الکل‌ها و پس از آن، روش تبدیل الکل‌ها به سایر مواد را نشان می‌دهد:

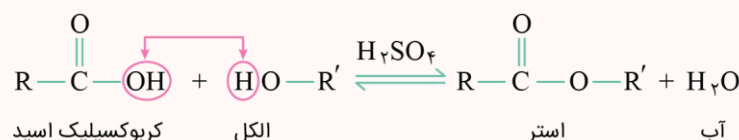


با توجه به این نمودار، الکل‌ها را می‌توان به کربوکسیلیک اسیدها و یا کتون‌ها تبدیل کرد اما امکان تبدیل مستقیم کربوکسیلیک اسیدها (یا همان اسیدهای آلی) به ترکیب‌های کتونی وجود ندارد. همان‌طور که می‌دانیم، در گیاه میخک یک ترکیب کتونی به اسم ۲-هپتانون وجود دارد.

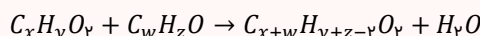
«ت»: سنتز، یک فرایند شیمیایی هدفمند است که در آن با استفاده از مواد ساده‌تر، مواد شیمیایی دیگر را تولید می‌کنند. به کمک این فرایند، مواد نو از جمله رنگ‌دانه‌ها، خوشبوکننده‌ها، داروهای ضد سرطان، الیاف، سوخت‌های دوستدار محیط زیست و مواد هوشمند تولید می‌شوند. فرایند تولید استرها با استفاده از الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها، نمونه‌ای از واکنش سنتز به شمار می‌رود. در این واکنش، مولکول آب به‌عنوان فراورده جانبی تولید می‌شود. توجه داریم که متیل بوتانات، از واکنش متانول با بوتانئیک اسید تولید می‌شود.

واکنش استری شدن

استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) به‌دست آورد. فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:



این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_2$ و یک الکل با فرمول شیمیایی $\text{C}_w\text{H}_z\text{O}$ به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۱۰۰- شمار پیوندهای اشتراکی کربن-کربن یگانه موجود در ساختار کدام آلکان زیر، ۲ برابر شمار این پیوندها در ساختار مولکولی پاراایلین است؟

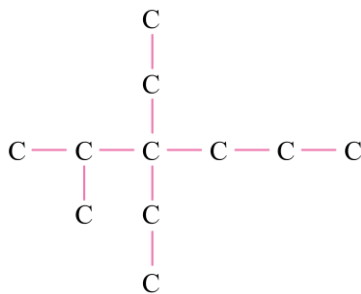
(۱) ۳،۲-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان

(۲) ۳،۲،۲-ترمتیل هگزان

(۳) ۳-اتیل-۲-متیل پنتان

(۴) ۳-اتیل هپتان

پارازایلین با فرمول C_8H_{10} یکی از اجزای موجود در نفت خام است. این ترکیب همانند نفتالن، یک هیدروکربن بوده و با توجه به حضور یک حلقه‌ی بنزنی در آن، یک آروماتیک محسوب می‌شود. تصویر زیر، ساختار پارازایلین را نشان می‌دهد:



در ساختار پارازایلین، ۵ پیوند اشتراکی $C - C$ یگانه وجود دارد. باید به دنبال آلکانی باشیم که در ساختار آن ۱۱ اتم کربن وجود داشته باشد. چنین ترکیبی، در ساختار خود ۱۰ پیوند اشتراکی $C - C$ یگانه دارد. ترکیب آلکانی با نام ۳،۳-دی‌اتیل-۲-متیل هگزان، دارای ۱۱ اتم کربن بوده و در ساختار مولکولی آن ۱۰ پیوند کربن-کربن یگانه وجود دارد. ساختار اسکلت کربنی این ماده به صورت مقابل است:

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- مقدار کافی از الکل حاصل از واکنش ۲-بوتن با آب را با اسید موجود در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱۸/۳ درصد جرمی بنزوئیک اسید با چگالی $1/2 g \cdot mL^{-1}$ وارد واکنش می‌کنیم. جرم استر تولید شده در این فرایند بر حسب گرم کدام است؟

(بازده واکنش مورد نظر برابر با ۵۰٪ است. $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

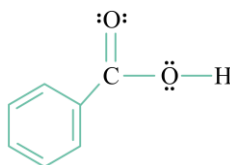
۳۲/۰۴ (۴)

۲۹/۵۲ (۳)

۱۶/۰۲ (۲)

۱۴/۷۶ (۱)

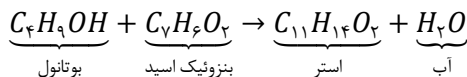
ساختار بنزوئیک اسید به صورت زیر است:



ابتدا غلظت مولی بنزوئیک اسید با فرمول مولکولی $C_7H_6O_2$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10 \text{ ad}}{M} = \frac{10 \times 18/3 \times 1/2}{122} = 1/8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

واکنش استری شدن میان بنزوئیک اسید و بوتانول (الکل حاصل از واکنش ۲-بوتن با آب) به صورت زیر است:



در نهایت، جرم استر تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

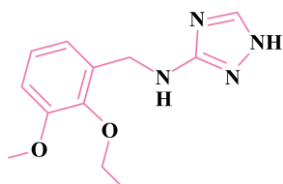
$$? g C_6H_5O_2 = 200 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{1/8 \text{ mol } C_6H_5O_2}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } C_{11}H_{14}O_2}{1 \text{ mol } C_6H_5O_2} \times \frac{178 \text{ g } C_{11}H_{14}O_2}{1 \text{ mol } C_{11}H_{14}O_2} = 64/08 \text{ g}$$

در قدم آخر، مقدار عملی استر تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \implies 50 = \frac{x}{64/08} \times 100 \implies x = 32/04 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- ترکیب مقابل را در نظر بگیرید:



شمار اتم‌های کربن از این ماده با عدد اکسایش بزرگ‌تر از صفر، چند برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن است؟

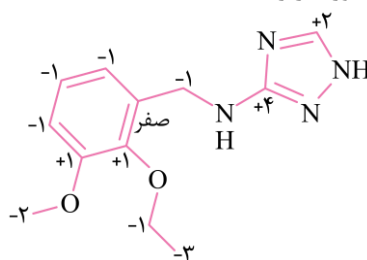
۰/۵ (۲)

۰/۶۲۵ (۱)

۰/۲۵ (۴)

۰/۳۷۵ (۳)

عدد اکسایش اتم‌های کربن در ساختار ترکیب داده شده به صورت زیر است:



در ساختار مولکولی این ماده، ۴ اتم دارای عدد اکسایش بزرگتر از صفر بوده و روی اتم‌های اکسیژن و نیتروژن سازنده این ماده، مجموعاً ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بر این اساس، مقدار نسبت مورد نظر برابر با ۰/۵ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- برای تهیه ۲۵۰ میلی لیتر محلول ۰/۹ مولار از ترفتالیک اسید، باید چند میلی لیتر محلول ۳۳/۲ درصد جرمی از این اسید با چگالی ۱/۲۵ گرم بر میلی لیتر را با مقدار کافی آب مخلوط کنیم؟ ($q: mol^{-1}$ و $H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

1. . . (f

۹.۳

6. (2)

۵۴ (۱)

ساختار ترفتالیک اسید به صورت زیر است:



فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_8H_8O_4$ است. هریک از اتم‌های کربن موجود در این ماده، توسط یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه به ۳ اتم دیگر متصل شده‌اند. ابتدا جرم ترفتالیک اسید مورد نیاز برای تهیه ۲۵۰ میلی لیتر محلول ۰/۹ مولار از این ماده را محاسبه می‌کنیم.

$$? g \text{ C}_8\text{H}_8\text{O}_f = 25.0 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{.9 \text{ mol C}_8\text{H}_8\text{O}_f}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{166 \text{ g C}_8\text{H}_8\text{O}_f}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_8\text{O}_f} = 37.5 \text{ g}$$

در مرحله بعد، با توجه به جرم ترفتالیک اسید مورد نیاز، حجم محلول $33/2$ درصد جرمی از این ترکیب را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mL محلول} = 37/35 \text{ g } C_8H_6O_f \times \frac{100 \text{ g محلول}}{33/2 \text{ g } C_8H_6O_f} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1/25 \text{ g محلول}} = 9. \text{ mL}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- اگر یکی از گروه‌های عاملی کربوکسیل مولکول ترفتالیک اسید را با گروه آمینی جایگزین کنیم،

$$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

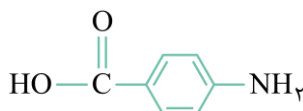
(۱) جرم مولی، ترکیب مورد نظر افزایش پیدا می کند.

(۲) از ماده ایجاد شده در تولید پلی آمیدها می توان استفاده کرد.

(۳) انحلال پذیری ترکیب تولید شده در آب، کمتر از بنزالدهید خواهد بود.

(۴) طی این فرایند، شمار پیوندهای $C-C$ در ساختار ترکیب مورد نظر دچار تغییر نمی‌شود.

اگر یکی از گروه‌های عاملی کربوکسیل مولکول ترفتالیک اسید را با گروه آمینی جایگزین کنیم، نوعی آمینواسید ایجاد می‌شود که در ساختار آن به‌صورت هم‌زمان، گروه‌های عاملی اسیدی و آمینی حضور دارند. ساختار این ماده به‌صورت زیر خواهد بود:



از آمینواسیدها (ترکیب‌هایی با گروه‌های عاملی آمینی و اسیدی) برای تولید پلی‌آمیدها و از هیدروکسی اسیدها (ترکیب‌هایی با گروه‌های عاملی الکلی و اسیدی) برای تولید پلی‌استرها استفاده می‌شود. در این رابطه، داریم:

مونومر اول	مونومر دوم	اسم پلیمر	گروه عاملی در پلیمر
دی‌اسید : 	دی‌الکل : 	پلی‌استر	استری
دی‌اسید : 	دی‌آمین : 	پلی‌آمید	آمیدی
هیدروکسی اسید : 	هیدروکسی اسید : 	پلی‌استر	استری
آمینو اسید : 	آمینو اسید : 	پلی‌آمید	آمیدی

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ طای این فرایند، جرم مولی ترکیب مورد نظر به اندازه مجموع یک اتم کربن و ۲ اتم اکسیژن کاهش یافته و به اندازه مجموع یک اتم نیتروژن و دو اتم هیدروژن افزایش می‌یابد. براینکه این تغییرات، در راستای کاهش جرم مولی ترکیب مورد نظر است.
- ۳ ترکیب تولید شده در مقایسه با بنزآلدهید دارای قسمت‌های قطبی بزرگ‌تری بوده و بر این اساس، می‌توان گفت انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر از بنزآلدهید خواهد بود.
- ۴ طای این فرایند، شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار ترکیب مورد نظر به اندازه یک واحد کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

- الف: چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزانی و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله خواص پلاستیک‌ها هستند.
 ب: طای بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات، این ماده با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد دیگر تبدیل می‌شود.
 پ: برای تولید بطری‌های آب، پلیمر PET را به همراه برخی از افزودنی‌ها در قالب‌های ویژه می‌ریزند.
 ت: در واکنش تولید پلی‌اتیلن ترفتالات از مونومرهای آن، عدد اکسایش عناصر تغییری نمی‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

بررسی سایر موارد:

- «الف»: چگالی کم، نفوذناپذیری در مقابل هوا، ارزانی و مقاومت در برابر خوردگی، از جمله خواص مهم پلاستیک‌ها هستند. همین خواص ویژه سبب گسترش استفاده از پلاستیک‌ها در دنیا شده است. به دنبال استفاده بی‌رویه و بیش از حد از پلاستیک‌ها در صنایع گوناگون باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. سطح فناوری هر کشور یا گروه صنعتی مشخص می‌کند که از کدام راه برای بازیافت پسماندها و پلاستیک‌ها استفاده کند.
- «ب»: یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی‌اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، باید مواد ساخته شده از این پلیمر را جداگانه جمع‌آوری و سپس با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی، به مواد قابل استفاده تبدیل کرد.
- «پ»: برای تولید بطری‌های پلاستیکی آب، ابتدا پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) را تولید کرده و در مرحله بعد، این پلیمر را به همراه افزودنی‌های مناسب، در قالب می‌ریزند و بطری‌های آب را تهیه می‌کنند.
- «ت»: در واکنش آبکافت پلی‌استرها و واکنش استری شدن، هیچ تغییر عدد اکسایشی رخ نمی‌دهد و این واکنش از نوع اکسایش-کاهش نیست. در این واکنش، هیچ الکترونی بین گونه‌ها مبادله نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

برای تقویت مهارت‌های شما و درک عمیق‌تر مفاهیم، چند سؤال چالش‌برانگیز دیگر برای شما در نظر گرفته شده است که حل آن‌ها می‌تواند به پیشرفت شما کمک کند!

۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف: مولکول XM_2 در حالتی یک مولکول ناقطبی به شمار می‌رود که ساختار خمیده داشته باشد.

ب: در ساختار یخ، هر مولکول توسط ۴ پیوند هیدروژنی در ارتباط با ۴ مولکول H_2O دیگر قرار می‌گیرد.

پ: برای ذوب مواد کووالانسی، برخلاف یک نمونه از یخ، باید به نیروی پیوندهای اشتراکی بین اتم‌ها غلبه کرد.

ت: علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول OF_2 ، مخالف علامت بار جزئی در اتم مرکزی مولکول دی‌متیل اتر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- در یک ظرف ۵ لیتری، نمونه‌ای از گاز NO که از $10^{23} \times 3/612$ مولکول تشکیل شده است، وجود دارد. یک مول گاز نیتروژن و دو مول گاز کربن دی‌اکسید را وارد این ظرف می‌کنیم تا پس از مصرف نیمی از آن‌ها، تعادل شیمیایی زیر در ظرف مورد نظر برقرار شود. مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟



(۱) $1/0.24$ (۲) $2/0.48$ (۳) $5/12$ (۴) $10/24$

۳- تعادل $COCl_2(g) \rightleftharpoons CO(g) + Cl_2(g)$ در ظرف یک لیتری مطابق با داده‌های جدول زیر برقرار شده است:

ماده	$COCl_2(g)$	$CO(g)$	$Cl_2(g)$
غلظت مولی ($mol.L^{-1}$)	۸	۴	۴

اگر حجم ظرف واکنش را ۳ برابر کرده و تعادل جدید پس از گذشتن ۴۰ ثانیه ایجاد شود، سرعت متوسط گاز کلر در طول این فرایند برابر مول بر دقیقه می‌شود.

(۱) مصرف - ۳ (۲) تولید - ۶ (۳) مصرف - ۶ (۴) تولید - ۳

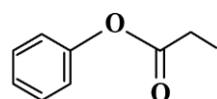
۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) الکل مورد نیاز برای سنتز ترکیب مقابل را می‌توان از واکنش میان گاز پروپن با آب به‌دست آورد.

(۲) ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها، یک مایع بی‌رنگ بوده و به‌صورت نامحدود در آب حل خواهد شد.

(۳) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در دو هیدروکربن مختلف با تعداد اتم هیدروژن یکسان، برابر است.

(۴) فراورده‌ای از اتن که به‌عنوان افشانه بی‌حس‌کننده‌های موضعی کاربرد دارد، دارای ۷ پیوند اشتراکی است.



۵- برای اکسایش $79/5$ گرم پارازیلین با درصد خلوص ۸۰٪ و تبدیل آن به ترفتالیک اسید، چند میلی‌لیتر محلول ۴۷۴ گرم بر لیتر پتاسیم پرمنگنات نیاز

است؟ ($g.mol^{-1}$: $H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $K = 39$ و $Mn = 55$)

(۱) ۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۸۰۰

۱- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

- الف: مولکول XM_2 در حالتی یک مولکول ناقطبی به شمار می‌رود که ساختار خمیده داشته باشد.
 ب: در ساختار یخ، هر مولکول توسط ۴ پیوند هیدروژنی در ارتباط با ۴ مولکول H_2O دیگر قرار می‌گیرد.
 پ: برای ذوب مواد کووالانسی، برخلاف یک نمونه از یخ، باید به نیروی پیوندهای اشتراکی بین اتم‌ها غلبه کرد.
 ت: علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول OF_2 ، مخالف علامت بار جزئی در اتم مرکزی مولکول دی‌متیل اتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

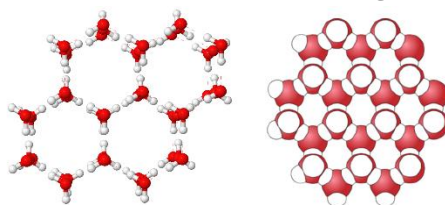
پاسخ: گزینه ۳

عبارات‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

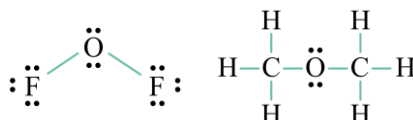
«الف»: اگر احتمال حضور الکترون‌های پیوندی روی هسته اتم‌ها، یکسان و متقارن باشد، مولکول ناقطبی و اگر یکسان و متقارن نباشد، مولکول قطبی است. مولکولی با فرمول XM_2 می‌تواند قطبی و یا ناقطبی باشد. اگر این مولکول ساختار خطی داشته باشد، ناقطبی است و اگر ساختار خمیده داشته باشد، قطبی است. برای مثال، مولکول CO_2 ناقطبی بوده و مولکول SO_2 قطبی است.

«ب»: در بلور یخ، هر مولکول آب دو اتم هیدروژن و یک اتم اکسیژن دارد. هر اتم اکسیژن به ۲ اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر و هر اتم هیدروژن به یک اتم اکسیژن از مولکول دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است. با توجه به توضیحات داده شده، در بلور یخ هر مولکول آب با ۴ پیوند هیدروژنی در ارتباط با ۴ مولکول آب دیگر قرار می‌گیرد. تصویر زیر نمایی از بلور یخ را نشان می‌دهد:



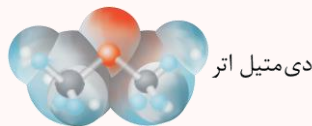
«پ»: برای ذوب جامدهای مولکولی و کووالانسی، باید به ترتیب بر نیروهای وان‌دروالسی میان مولکول‌ها و نیروی پیوند اشتراکی میان اتم‌ها غلبه کرد. در اثر تضعیف این نیروها، ماده مورد نظر ذوب می‌شود. چون قدرت پیوندهای اشتراکی خیلی بیشتر از قدرت نیروهای وان‌دروالسی است، جامدهای کووالانسی در مقایسه با مواد مولکولی دمای ذوب بیشتری دارند.

«ت»: در مولکول OF_2 ، اتم مرکزی یعنی اکسیژن بار جزئی مثبت دارد. اتم مرکزی در دی‌متیل اتر (C_2H_6O) نیز اتم اکسیژن است، با این تفاوت که بار جزئی آن منفی است. ساختار این دو مولکول به صورت زیر است:



نکته‌ای مهم پیرامون دی‌متیل اتر

دی‌متیل اتر با فرمول شیمیایی $CH_3 - O - CH_3$ ، ساده‌ترین عضو خانواده اترها بوده و مولکولی قطبی است. گروه عاملی موجود در این مولکول، گروه اتری است. گروه عاملی ایجاد کننده طعم و بو در رازبانه نیز گروه اتری است. در تصویر زیر نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی دی‌متیل اتر را مشاهده می‌کنید:



دی‌متیل اتر

پروپان و دی‌متیل اتر به ترتیب دو ترکیب غیرقطبی و قطبی هستند و جرم مولی نزدیک به هم دارند، بنابراین نقطه جوش دی‌متیل اتر بالاتر است؛ در نتیجه گاز دی‌متیل اتر آسان‌تر از گاز پروپان به مایع تبدیل می‌شود. توجه داریم که پروپان نوعی هیدروکربن است. این مواد از اتصال اتم‌های هیدروژن و کربن به وجود می‌آیند. توزیع الکترون‌ها در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی اغلب هیدروکربن‌ها به صورت متقارن و یکنواخت است و به همین خاطر، گشتاور دوقطبی این ترکیب‌ها برابر صفر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۲- در یک ظرف ۵ لیتری، نمونه‌ای از گاز NO که از $10^{23} \times \frac{3}{612}$ مولکول تشکیل شده است، وجود دارد. یک مول گاز نیتروژن و دو مول گاز کربن دی‌اکسید را وارد این ظرف می‌کنیم تا پس از مصرف نیمی از آن‌ها، تعادل شیمیایی زیر در ظرف مورد نظر برقرار شود. مقدار ثابت تعادل این واکنش



۱۰/۲۴ (۴)

۵/۱۲ (۳)

۲/۰۴۸ (۲)

۱/۰۲۴ (۱)

در ابتدای کار، در یک ظرف ۵ لیتری، نمونه‌ای از گاز NO که از $۱۰^{۲۳} \times ۳/۶۱۲$ مولکول تشکیل شده و معادل با $۰/۶$ مول از این گاز است، وجود دارد. یک مول گاز نیتروژن و دو مول گاز کربن دی‌اکسید را وارد ظرف مورد نظر کرده‌ایم تا تعادل $N_2(g) + ۲CO_2(g) \rightleftharpoons ۲NO(g) + ۲CO(g)$ در ظرف مورد نظر برقرار شود. توجه داریم که میزان تغییر مول هر گاز در طول مراحل برقراری تعادل، متناسب با ضریب استوکیومتری آن گاز است و طبق فرض سؤال، از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل، نیمی از گازهای واکنش‌دهنده (نیم مول از گاز نیتروژن و یک مول از گاز کربن دی‌اکسید) در واکنش مصرف شده‌اند. بر این اساس، روند تغییر مقدار مول مواد در ظرف واکنش به‌صورت زیر درمی‌آید:

ماده	N_2	CO_2	NO	CO
مول اولیه	۱	۲	۰/۶	صفر
تغییر مقدار مول	-۰/۵	-۱	+۱	+۱
مول تعادلی	۰/۵	۱	۱/۶	۱

حجم ظرف واکنش برابر با ۵ لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$[N_2] = \frac{N_2 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{۰/۵ \text{ mol } N_2}{۵ \text{ L}} = ۰/۱ \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[CO_2] = \frac{CO_2 \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{۱ \text{ mol } CO_2}{۵ \text{ L}} = ۰/۲ \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[NO] = \frac{NO \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{۱/۶ \text{ mol } NO}{۵ \text{ L}} = ۰/۳۲ \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[CO] = \frac{CO \text{ مول}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{۱ \text{ mol } CO}{۵ \text{ L}} = ۰/۲ \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به غلظت تعادلی مواد شرکت‌کننده در واکنش، مقدار ثابت تعادل این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[NO]^2 \times [CO]^2}{[N_2] \times [CO_2]^2} = \frac{(۰/۳۲)^2 \times (۰/۲)^2}{۰/۱ \times (۰/۲)^2} = ۱/۰۲۴ \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار ثابت تعادل این واکنش برابر با $۱/۰۲۴$ است.

گروه آموزشی ماز

۳- تعادل $COCl_2(g) \rightleftharpoons CO(g) + Cl_2(g)$ در ظرف یک لیتری مطابق با داده‌های جدول زیر برقرار شده است:

ماده	$COCl_2(g)$	$CO(g)$	$Cl_2(g)$
غلظت مولی (mol.L^{-1})	۸	۴	۴

اگر حجم ظرف واکنش را ۳ برابر کرده و تعادل جدید پس از گذشتن ۴۰ ثانیه ایجاد شود، سرعت متوسط گاز کلر در طول این فرایند برابر مول بر دقیقه می‌شود.

(۴) تولید - ۳

(۳) مصرف - ۶

(۲) تولید - ۶

(۱) مصرف - ۳

معادله واکنش مربوط به تعادل ایجادشده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{n_{CO} \times n_{Cl_2}}{n_{COCl_2}} \times V^{1-2} = \frac{n_{CO} \times n_{Cl_2}}{n_{COCl_2} \times V} \Rightarrow K = \frac{۴ \times ۴}{۸ \times ۱} = ۲$$

از تغییر حجم سامانه واکنش می‌توان برای تغییر غلظت مواد گازی شرکت‌کننده در واکنش کمک گرفت. برای آن‌که تغییر حجم بر جابه‌جایی یک تعادل شیمیایی مؤثر باشد، باید حداقل یکی از اجزای شرکت‌کننده در واکنش گازی‌شکل باشد و تعداد مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش نیز برابر نباشند. با افزایش حجم ظرف، تعادل در جهت تولید مقدار مول گاز بیشتر (در جهت واکنش رفت) جابه‌جا می‌شود.

پس جدول زیر مقدار تغییرات مواد موجود در این معادله را تا رسیدن به تعادل نشان می‌دهد:

	$COCl_2$	CO	Cl_2
مقدار مول در تعادل اولیه	۸	۴	۴
مقدار تغییر مول	-x	+x	+x
مقدار مول در تعادل ثانویه	۸ - x	۴ + x	۴ + x

حال به کمک ثابت تعادل که تغییر حجم ظرف واکنش تأثیری بر آن ندارد، مقدار x را به دست می آوریم. توجه داریم که حجم ظرف واکنش در تعادل جدید برقرار شده برابر با ۳ لیتر است. در این رابطه داریم:

$$K = \frac{n_{CO} \times n_{Cl_2}}{n_{COCl_2}} \times \frac{1}{V} \Rightarrow 2 = \frac{(4+x)^2}{(8-x)} \times \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 48 - 6x \Rightarrow x^2 + 14x - 32 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+16) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ mol}$$

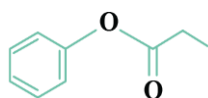
پس تغییر مقدار گاز کلر برابر با ۲ مول بوده است. در واقع در طول این فرایند، مقدار ۲ مول گاز کلر تولید شده است. در نهایت سرعت متوسط تولید این ماده را حساب می کنیم:

$$\bar{R}_{Cl_2} = \frac{|\Delta n_{Cl_2}|}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{Cl_2} = \frac{2 \text{ mol}}{4.0 \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

پس سرعت متوسط تولید گاز کلر در بازه زمانی تغییر در تعادل اولیه تا ایجاد تعادل ثانویه، برابر ۳ مول بر دقیقه است.

گروه آموزشی ماز

۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟



- (۱) الکل مورد نیاز برای سنتز ترکیب مقابل را می توان از واکنش میان گاز پروپن با آب به دست آورد.
- (۲) ساده ترین عضو خانواده الکل ها، یک مایع بی رنگ بوده و به صورت نامحدود در آب حل خواهد شد.
- (۳) مجموع عدد اکسایش اتم های کربن در دو هیدروکربن مختلف با تعداد اتم هیدروژن یکسان، برابر است.
- (۴) فراورده ای از اتن که به عنوان افشانه بی حس کننده های موضعی کاربرد دارد، دارای ۷ پیوند اشتراکی است.

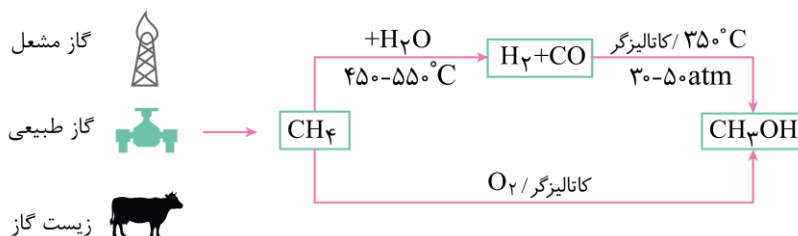
(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

استرها از واکنش میان الکل ها و اسیدها تولید می شوند. بخش متصل به اتم اکسیژن از گروه عاملی استری، از ساختار الکل وارد آن شده و بخش متصل به اتم کربن از گروه عاملی استری نیز از ساختار اسید وارد استر شده است. ترکیب استری مورد نظر از واکنش میان یک الکل سیرنشده ۵ کربنه با پروپانویک اسید ایجاد شده است، درحالی که در واکنش میان پروپن با آب، مولکول های پروپانول تولید می شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۲) متانول (ساده ترین عضو خانواده الکل ها) در واکنش با پلی اتیلن ترفتالات یا PET، این ماده را به مواد مفیدی تبدیل می کند. توجه داریم که متانول، همانند اتانول، یک مایع بی رنگ است. متانول مورد نیاز برای این فرایند، با استفاده از روش های زیر تولید می شود:



متانول و اتانول از جمله مواد الکلی هستند که گشتاور دوقطبی بالایی داشته و به همین خاطر، به صورت نامحدود در آب حل می شوند. از این دو ماده، نمی توان محلول سیرشده تهیه کرد.

بازيافت مواد پلاستيكي

استفاده بی رویه و بیش از حد پلاستیک ها در صنایع گوناگون و زیست تخریب ناپذیر بودن آن ها سبب شده که این مواد در جای جای کره زمین یافت شوند؛ پس باید راهی برای بازیافت این مواد پیدا کرد. یکی از مواد پلاستیکی قابل بازیافت، پلی اتیلن ترفتالات است. برای این منظور، مواد و وسایل ساخته شده از این پلیمر را باید به طور جداگانه جمع آوری کرده و پس از آن، با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی به مواد قابل استفاده تبدیل کرد. برای بازیافت پلی اتیلن ترفتالات از روش های مقابل استفاده می شود:

۱. مواد ساخته شده از پلی اتیلن ترفتالات را می توان پس از شست و شو و تمیز کردن، ذوب کرده و دوباره از آن ها برای تولید وسایل و ابزار استفاده کرد.
۲. این مواد را می توان پس از شست و شو خرد کرده و به تکه های کوچک به نام پرک تبدیل و در تولید مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد.
۳. این مواد و پسماندها را می توان به کمک واکنش های شیمیایی به مونومرهای سازنده یا مواد اولیه ارزشمند تبدیل کرد. البته، توجه داریم که برگرداندن پسماندها به مونومرهای سازنده کار دشواری است و به فناوری های پیشرفته ای نیاز دارد.

(۳) فرض کنید فرمول مولکولی این دو هیدروکربن به صورت C_xH_n و C_yH_n باشد. مجموع عدد اکسایش اتم های کربن در این دو ترکیب آلی به صورت زیر به دست می آید:

$$xC + n(+1) = 0 \Rightarrow xC = -n$$

$$yC + n(+1) = 0 \Rightarrow yC = -n$$

بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم های کربن در این دو هیدروکربن یکسان و برابر با $-n$ خواهد بود.

۴ از گاز کلرواتان به عنوان افشانه در بی حس کننده های موضعی استفاده می شود. فرمول مولکولی کلرواتان به صورت C_2H_5Cl است. در هر مولکول از این گاز، ۷ پیوند اشتراکی وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۵- برای اکسایش $79/5$ گرم پارازیلین با درصد خلوص 80% و تبدیل آن به ترفتالیک اسید، چند میلی لیتر محلول 474 گرم بر لیتر پتاسیم پرمنگنات نیاز است؟ ($Mn = 55$ و $K = 39$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

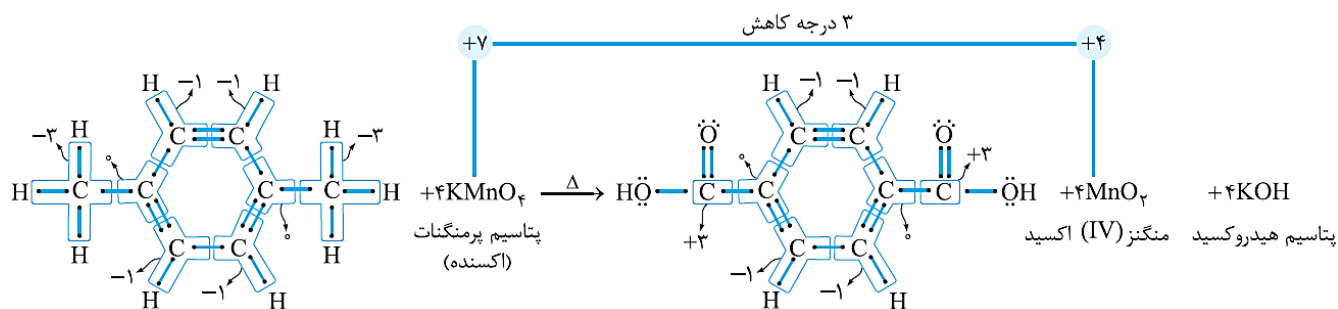
۴۰۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

واکنش اکسایش پارازیلین به صورت زیر است:



در واکنش مورد نظر عدد اکسایش دو اتم کربن موجود در پارازیلین از -3 به $+3$ رسیده است، پس می توان گفت در این واکنش عدد اکسایش اتم های کربن در مجموع 12 واحد افزایش یافته است. از طرف دیگر، در این واکنش یون پرمنگنات (MnO_4^-) به ترکیب MnO_2 کاهش پیدا می کند. بر این اساس، تغییر عدد اکسایش منگنز برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{MnO_4^-}: Mn + 4(-2) = -1 \Rightarrow Mn = +7 \\ \underline{MnO_2}: Mn + 2(-2) = 0 \Rightarrow Mn = +4 \end{array} \right\} \rightarrow \text{عدد اکسایش } Mn \text{ سه واحد کاهش یافته است.}$$

الکترون های مبادله شده توسط گونه های اکسنده و کاهنده باید با هم برابر باشد. بنابراین به ازای هر مول پارازیلین به 4 مول پرمنگنات نیاز است. در قدم اول، غلظت مولی محلول پتاسیم پرمنگنات را محاسبه می کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلول} = \frac{\text{غلظت گرم بر لیتر محلول}}{\text{جرم مولی حل شونده}} \Rightarrow \text{غلظت مولی } KMnO_4 = \frac{474 \text{ g} \cdot L^{-1}}{158 \text{ g} \cdot mol^{-1}} = 3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

بر این اساس، داریم:

$$\begin{aligned} \text{محل } mL = 79/5 \text{ g پارازیلین ناخالص} &\times \frac{80 \text{ g پارازیلین}}{100 \text{ g پارازیلین ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol پارازیلین}}{106 \text{ g پارازیلین}} \times \frac{4 \text{ mol } MnO_4^-}{1 \text{ mol پارازیلین}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{3 \text{ mol } MnO_4^-} \\ &\times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} = 800 \text{ mL} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز