

گزیده



داوطلبان آزمون سراسری (دی ۱۴۰۱)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۲ دی ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری دی ماه ۱۴۰۱ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۰	۱	۵۰	۸۰ دقیقه

مرحله ۷

دفترچه شماره ۱

با توجه به اعلام حذفیات کنکور سراسری از طرف سازمان
سنجش، پرسش‌هایی که در محدوده اعلامی بودند، از این
آزمون حذف گردیده و در دفترچه سؤالات مشخص شده‌اند.

۱- یک مربی فوتبال به چند طریق می‌تواند از بین شش بازیکن دفاعی که در تمامی پست‌های دفاعی می‌توانند بازی کنند، ۴ بازیکن را برای بازی در چهار پست مختلف دفاع انتخاب کند؟

(۴) ۳۰

(۳) ۱۲۰

(۲) ۳۶۰

(۱) ۱۸۰

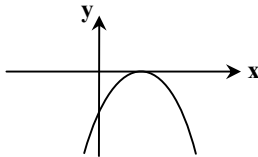
۲- معادله سهمی روبه‌رو کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $y = -x^2 + 4x - 3$

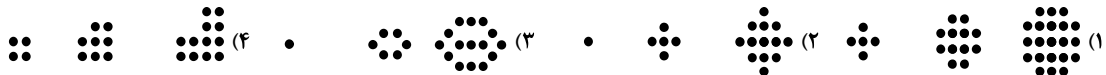
(۲) $y = -x^2 - 2\sqrt{2}x - 2$

(۳) $y = x^2 - 8x + 16$

(۴) $y = -x^2 + 2\sqrt{2}x - 2$



۳- تعداد نقاط در کدام یک از الگوهای زیر، یک الگوی خطی است؟



۴- ۳۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر است. بیشترین سهم دریافتی نان‌ها چند قرص است؟

(۴) ۱۲۰

(۳) ۱۰۰

(۲) ۹۰

(۱) ۳۰

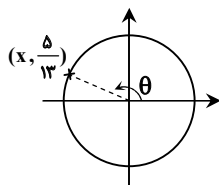
۵- در دایره مثلثاتی شکل روبه‌رو، مقدار $\cot \theta$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{12}$

(۲) $-\frac{5}{12}$

(۳) $2/4$

(۴) $-2/4$



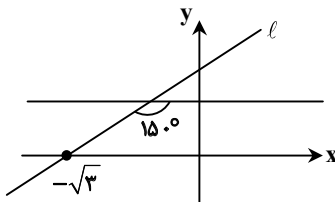
۶- با توجه به شکل روبه‌رو، خط ℓ از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۱) $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 2)$

(۲) $(2\sqrt{3}, 1)$

(۳) $(-2\sqrt{3}, -1)$

(۴) $(\sqrt{3}, 0)$



۷- حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{y - 5x}{x - y}$ کدام است؟ ($x \neq y \neq 0$)

(۴) $\frac{3y + x}{x - y}$

(۳) -۳

(۲) $\frac{2y}{x - y}$

(۱) ۲

۸- مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x^2 + 4)(|x| + 2)}{(x^2 - 4)(x^2 - x + 1)} < 0$ کدام است؟

(۴) $(-\infty, -2)$

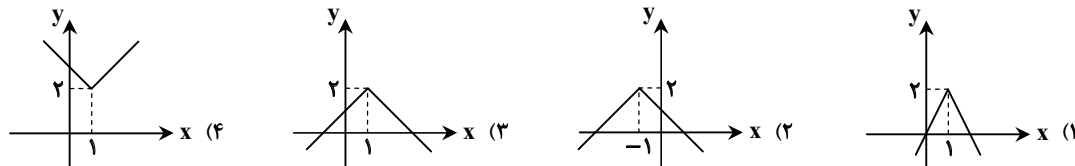
(۳) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

(۲) $(-2, 2)$

(۱) $(2, +\infty)$

محل انجام محاسبات

۹- نمودار تابع $y = -|x-1| + 2$ کدام است؟



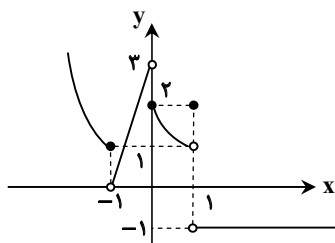
۱۰- اگر $P(A') = \frac{2}{3}$ ، $P(B') = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ ، حاصل $\frac{P(B)}{P(A \cap B)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱- اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت باشد و داشته باشیم $\frac{g(-1)f(4) + g(4)f(2)}{g(2) + f(-2)} = 3$ ، آنگاه $f(\frac{2}{3}) \times g(\frac{2}{3})$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) ۶

۱۲- نمودار تابع $f(x)$ به شکل روبه‌رو است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۱

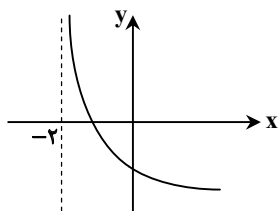
۱۳- به فرض آنکه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sin x - \sin 2x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۴- اگر $\frac{\sin(\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = 2$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

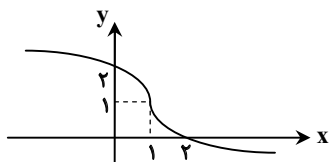
۱۵- نمودار روبه‌رو مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟



- (۱) $y = 2^x - 2$ (۲) $y = \log_2(x+2)$ (۳) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$ (۴) $y = -\log_2(x+2)$

محل انجام محاسبات

۱۶- نمودار تابع $f(x)$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. تعداد جواب‌های معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر

۱۷- معادله $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸- اگر $\frac{1+q+q^2+\dots+q^{11}}{1+q^3+q^6+q^9} = 3$ ، مقدار q کدام است؟ ($q \neq 1$)

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

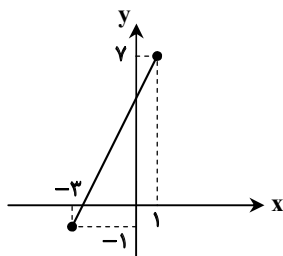
۱۹- با فرض $f(x) = x^2 - 4x + m$ ، مقدار m کدام باشد تا معادله $|f(x)| = 4$ دارای ۳ ریشه متمایز باشد؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۲۰- برای عدد a می‌دانیم $[x+a] \neq [x] + a$. دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-a}$ کدام است؟ ($[\]$ نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\mathbb{R} - \{a\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۳) $\mathbb{R} - [0, 1)$ (۴) $\mathbb{R}$

۲۱- نمودار تابع خطی $f(x)$ به صورت روبه‌رو است. نمودار توابع $f^{-1} \circ f(x)$ و $f \circ f^{-1}(x)$ در



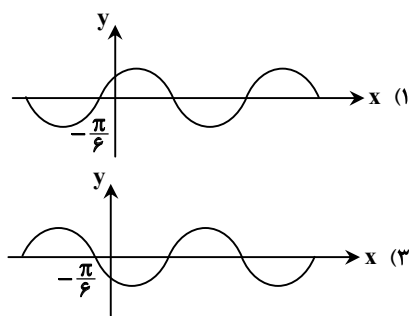
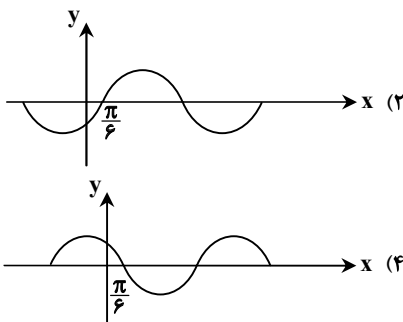
کدام بازه برهم منطبق هستند؟

- (۱) $[-3, 1]$
(۲) $[0, 1]$
(۳) $[-3, 1]$
(۴) $[-1, 1]$

۲۲- اگر $\log_2(x+1) + \log_2(x-1) = 4 - 2\log_2 3$ ، مقدار $A = \log_2(x+1) - \log_2(x-1)$ کدام است؟

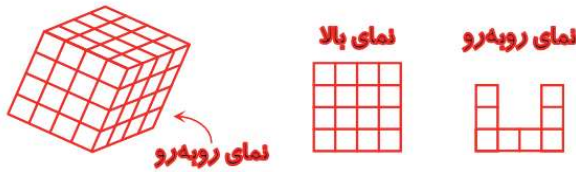
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳- کدام گزینه نمودار تابع $y = \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$ را به درستی نمایش می‌دهد؟



محل انجام محاسبات

۳۲- از مکعب شکل روبه‌رو، حداکثر چند مکعب کوچک حذف کنیم تا دو نمای بالا و روبه‌روی شکل حاصل به‌صورت زیر شود؟



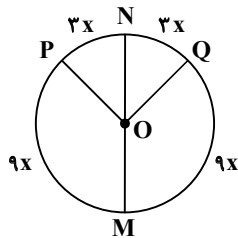
۱۶ (۱)

۲۴ (۲)

۴۰ (۳)

۴۴ (۴)

۳۳- در شکل روبه‌رو، O مرکز دایره است. اندازه زاویه POQ چقدر است؟



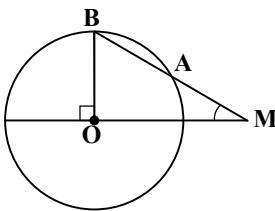
60° (۱)

75° (۲)

80° (۳)

90° (۴)

۳۴- نقطه M خارج از دایره $C(O, R)$ طوری قرار دارد که $MA = R$. اگر زاویه O قائمه باشد، اندازه زاویه M کدام است؟



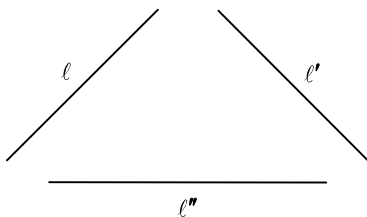
15° (۱)

$22/5^\circ$ (۲)

30° (۳)

45° (۴)

۳۵- سه خط دویه دو ناموازی ℓ ، ℓ' و ℓ'' در صفحه مفروض‌اند. می‌خواهیم پاره‌خطی به‌طول ۵ سانتی‌متر رسم کنیم که دو سر آن روی ℓ و ℓ' و موازی ℓ'' باشد. از کدام‌یک از تبدیلات زیر باید استفاده کنیم؟



(۱) انتقال

(۲) بازتاب

(۳) دوران 180°

(۴) تجانس معکوس

۳۶- مثلث متساوی‌الساقین به طول اضلاع $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{3}$ و $\sqrt{6}$ را نسبت به ضلع بزرگ‌تر بازتاب می‌دهیم. مساحت چهارضلعی به‌دست آمده کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{6}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۷- چه تعداد از گزاره‌های زیر دربارهٔ تبدیل دوران درست است؟

(الف) دوران، مرکز دوران را ثابت نگه می‌دارد.

(ب) دوران یک تبدیل طولیاست.

(پ) دوران الزاماً شیب خط را حفظ نمی‌کند.

(ت) دوران جهت شکل را تغییر نمی‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- تبدیل D تجانس به مرکز O و ضریب $\frac{2}{3}$ است. اگر A' مجانس نقطه A باشد و $AA' = 2$ ، طول OA' کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

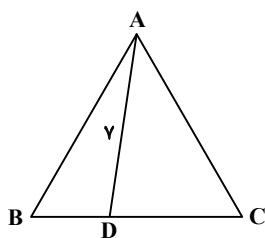
۳۹- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸، نسبت $\frac{BD}{DC}$ چقدر است؟ ($BD < DC$)

(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{4}$



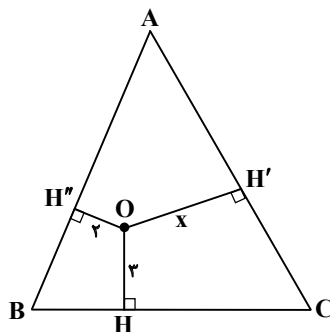
۴۰- در شکل روبه‌رو اگر $BC = 13$ ، $AB = 14$ و $AC = 15$ ، مقدار x چند برابر $\frac{1}{15}$ است؟

(۱) ۱۰۱

(۲) ۱۰۳

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۰۲



آمار و احتمال

آمار و احتمال: کل کتاب

۴۱- برای دو پیشامد غیر تهی A و B داریم $P(B|A) = \frac{1}{7}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{14}$ ، مقدار $P(A)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{4}{7}$

محل انجام محاسبات

۴۲- اگر Q_1 ، Q_2 و Q_3 به ترتیب چارک اول، میانه و چارک سوم در داده‌های زیر باشند، حاصل $\frac{Q_1 + Q_3}{Q_2}$ کدام است؟

۶، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- در آزمون هماهنگ کشوری درس آمار و احتمال، میانگین و انحراف معیار نمرات یک نمونه تصادفی ۳۶ نفره در این درس به ترتیب برابر ۱۶ و ۴ است. اگر انحراف معیار جامعه این تحقیق برابر ۶ باشد، بازه اطمینان ۹۵٪ میانگین نمرات آزمون درس آمار و احتمال در این دانش‌آموزان کدام است؟

(۱) $[15/3, 19/7]$ (۲) $[14, 18]$ (۳) $[15, 17]$ (۴) $[14/7, 17/3]$

۴۴- می‌خواهیم از یک جامعه ۱۰۰ نفره، ۲۰ نفر را با روش نمونه‌گیری سیستماتیک انتخاب کنیم. احتمال انتخاب هر عضو جامعه در این نمونه کدام است؟

(۱) $\frac{1}{100}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۴۵- در داده‌های ۸، ۹، ۱۰، ۱۳، ۱۳، ۱۲، ۹، ۸، ۱۱، ۱۳، ۹ و ۹ دامنه میان چارکی کدام است؟

(۱) ۳/۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۲/۵

۴۶- در جدول فراوانی دسته‌بندی‌شده زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۳۰ باشد، فراوانی دسته سوم کدام است؟

دسته‌ها	[۶، ۸)	[۸، ۱۰)	[۱۰، ۱۲)	[۱۲، ۱۴)	[۱۴، ۱۶]
فراوانی	۹	۵	x	۱۰	۱۸

(۱) ۱۲
(۲) ۱۴
(۳) ۱۶
(۴) ۱۸

۴۷- در یک رستوران ۳ آشپز A، B و C به ترتیب ۵۰٪، ۳۰٪ و ۲۰٪ غذاها را می‌پزند. اگر احتمال خراب شدن غذا توسط آشپز A، B و C به ترتیب برابر ۵٪، ۷٪ و ۱۰٪ باشد، احتمال آنکه غذای سفارش داده‌شده توسط شما در این رستوران، خراب باشد چند درصد است؟

(۱) ۴/۸ (۲) ۰/۴۸ (۳) ۶/۶ (۴) ۰/۶۶

۴۸- نقیض « $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$ » کدام است؟

(۱) $\forall y \in \mathbb{R}; y < 0 \vee y^2 \leq 1$ (۲) $\exists y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$

(۳) $\forall y \in \mathbb{R}; y \geq 0 \vee y^2 > 1$ (۴) $\exists y \in \mathbb{R}; y > 0 \vee y^2 \geq 1$

۴۹- کدام هم‌ارزی نادرست است؟

(۱) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge (\sim q)$ (۲) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee (\sim q)$

(۳) $\sim(\sim p \wedge q) \equiv p \vee (\sim q)$ (۴) $\sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

۵۰- فرض کنید ۳ کارت داریم. هر دو روی کارت اول سبز، هر دو روی کارت دوم قرمز، یک روی کارت سوم سبز و یک روی دیگر آن قرمز است.

کارتی را به تصادف برمی‌داریم و مشاهده می‌کنیم که یک روی آن سبز است؛ احتمال اینکه هر دو روی آن سبز باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات

گزیده



داوطلبان آزمون سراسری (دی ۱۴۰۱)

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون آزمایشی ۲ دی ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری دی ماه ۱۴۰۱ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۷۰		مدت پاسخ گویی: ۸۰ دقیقه		

مرحله ۷

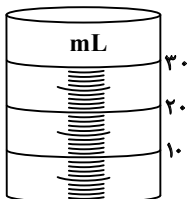
دفترچه شماره ۲

با توجه به اعلام حذفیات کنکور سراسری از طرف سازمان
سنجش، پرسشهایی که در محدوده اعلامی بودند، از این
آزمون حذف گردیده و در دفترچه سؤالات مشخص شده اند.

۵۱- یکای مقاومت الکتریکی برحسب یکاهای اصلی کدام است؟

(۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$ (۲) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$ (۴) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$

۵۲- شکل روبه‌رو، یک استوانه مدرج را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این وسیله چند میلی‌متر مکعب است؟



(۱) 1×10^4

(۲) 5×10^3

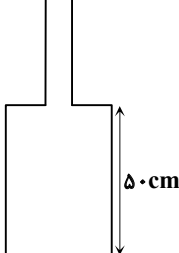
(۳) 1×10^3

(۴) 5×10^2

۵۳ (حذف)-

۵۴ (حذف)-

۵۵- در شکل روبه‌رو، مساحت کف ظرف 20 cm^2 و مساحت سطح مقطع باریک آن 5 cm^2 است. اگر درون ظرف 1250 cm^3 آب بریزیم، فشار در کف ظرف چند کیلوپاسکال از فشار هوا بیشتر خواهد بود؟



($\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

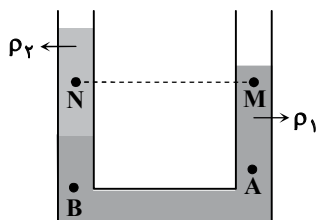
(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۵۶- مطابق شکل، دو مایع با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 درون لوله U شکل در تعادل هستند. در کدام گزینه رابطه بین فشار در نقاط مختلف به درستی بیان شده است؟



(۱) $P_B > P_A > P_N > P_M$

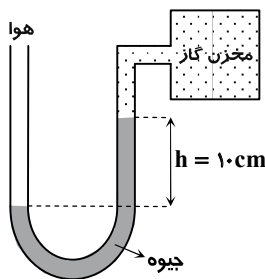
(۲) $P_B > P_A > P_N = P_M$

(۳) $P_A > P_B > P_M > P_N$

(۴) $P_N > P_M > P_B > P_A$

محل انجام محاسبات

۵۷- در شکل روبه‌رو، فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



(۱) ۱۱۳/۶-

(۲) ۱۳/۶-

(۳) ۱۳/۶

(۴) ۱۱۳/۶

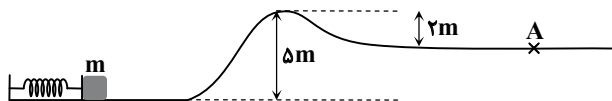
۵۸- (حذف)-

۵۹- جسمی به جرم m با تندی $2 \frac{m}{s}$ در حرکت است. وزنه‌ای به جرم $3m$ را روی آن می‌گذاریم. تندی آن را چقدر و چگونه تغییر دهیم تا انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟

- (۱) $2 \frac{m}{s}$ و افزایش (۲) $3 \frac{m}{s}$ و افزایش (۳) $1 \frac{m}{s}$ و کاهش (۴) $4 \frac{m}{s}$ و کاهش

۶۰- در شکل زیر، جرم وزنه 2 kg و تمامی سطوح بدون اصطکاک هستند. اگر وزنه را مقداری به طرف چپ ببریم (فنر فشرده شود) و از حال سکون رها

نماییم، جسم روی سطح حرکت کرده و با تندی $6 \frac{m}{s}$ از نقطه A عبور می‌کند. کار انجام شده توسط فنر روی وزنه، چند ژول بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۲۴

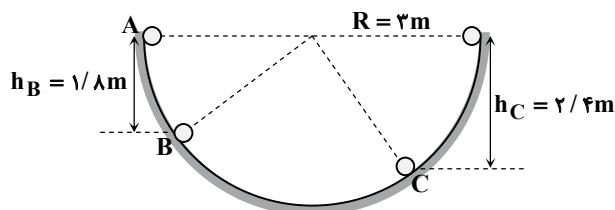
(۲) ۱۳۲

(۳) ۳۶

(۴) ۹۶

۶۱- در شکل زیر، گلوله به جرم m از نقطه A از حال سکون رها شده و روی مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۳ متر به حرکت درمی‌آید. اگر کل

مسیر بدون اصطکاک باشد، در فاصله بین نقاط B و C، تندی گلوله چند متر بر ثانیه تغییر می‌کند؟ ($\sqrt{3} \approx 1.7$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۶

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) 0.8

(۴) $4\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۶۲- ورزشکاری با توان متوسط 13 W ، در مدت 2 s ، یک توپ ساکن به جرم 400 g را از روی زمین تا ارتفاع $1/5$ متری بلند می نماید و آن را با

تندی v پرتاب می کند. تندی v چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) $2/5$ (۲) 5 (۳) $7/5$ (۴) 10

۶۳- (حذف)-

۶۴- درون ظرف عایقی، m گرم آب 55°C قرار دارد. یک قطعه یخ به جرم m' و دمای 10°C - درون ظرف قرار می دهیم. اگر دمای تعادل

مجموعه به 20°C برسد، جرم آب اولیه (m) چند برابر جرم یخ اولیه (m') است؟ (از تبادل گرما با محیط صرف نظر شود و $c_{\text{آب}} = \frac{1}{4} c_{\text{یخ}}$ و

$$\frac{L_F}{c_{\text{آب}}} = 80 \text{ است.})$$

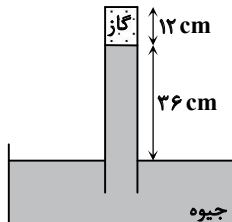
- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

۶۵- (حذف)-

۶۶- در شکل زیر، تعادل برقرار و فشار هوای محیط 76 سانتی متر جیوه است. اگر دمای گاز محبوس در لوله 90 درجه سلسیوس افزایش یابد،

سطح جیوه داخل لوله 2 سانتی متر پایین می رود. دمای اولیه گاز محبوس، چند درجه سلسیوس بوده است؟ (سطح جیوه داخل ظرف را ثابت

فرض کرده و از تبخیر جیوه صرف نظر کنید.)



(۱) 177

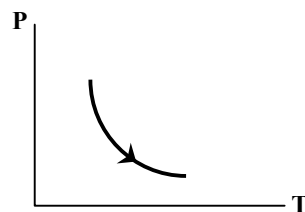
(۲) 127

(۳) 217

(۴) 97

۶۷- نمودار فشار بر حسب دما برای مقداری گاز کامل مطابق شکل روبه رو است. اگر W کار انجام شده روی گاز، Q گرمای دریافت شده توسط

گاز و ΔU تغییر انرژی درونی گاز باشد، کدام گزینه درباره این فرایند درست است؟



(۱) $\Delta U = 0$, $Q > 0$, $W < 0$

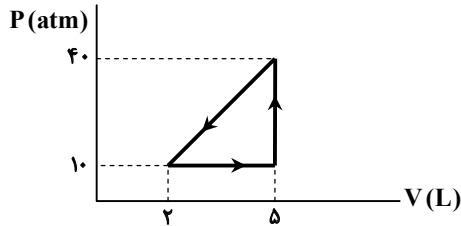
(۲) $\Delta U > 0$, $Q > 0$, $W < 0$

(۳) $\Delta U = 0$, $Q < 0$, $W > 0$

(۴) $\Delta U > 0$, $Q > 0$, $W > 0$

محل انجام محاسبات

۶۸- در چرخه روبه‌رو، گاز آرمانی ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)



(۱) 4500 J گرما از محیط می‌گیرد.

(۲) 4500 J گرما به محیط می‌دهد.

(۳) 9000 J گرما از محیط می‌گیرد.

(۴) 9000 J گرما به محیط می‌دهد.

۶۹- اگر یک ماشین گرمایی با توان خروجی 2000 W و بازده 20% درصد، در هر چرخه 600 J ژول گرما به منبع دما پایین بدهد، در هر دقیقه چند چرخه انجام می‌دهد؟

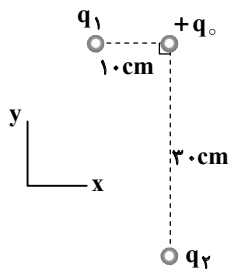
(۴) ۴۰۰

(۳) ۸۰۰

(۲) ۵۰۰

(۱) ۱۰۰۰

۷۰- مطابق شکل، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_0 +$ از طرف بارهای q_1 و q_2 برابر $\vec{F} = (3/2 \times 10^{-4} \text{ N})\vec{i} - (1/6 \times 10^{-4} \text{ N})\vec{j}$ است.



نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) -۱۸

(۳) $\frac{9}{2}$

(۴) $-\frac{9}{2}$

۷۱- مطابق شکل، یک ذره با بار $q = -2 \mu\text{C}$ درون میدان الکتریکی یکنواخت حاصل از دو صفحه با بارهای ناهمنام در تعادل است. اگر بزرگی

میدان $E = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ باشد، جرم این ذره چند گرم و علامت بار صفحه بالایی کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



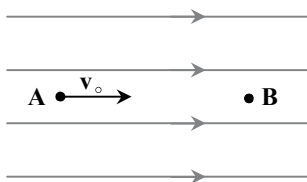
(۱) ۵/۰، منفی

(۲) ۲، منفی

(۳) ۵/۰، مثبت

(۴) ۲، مثبت

۷۲- بار الکتریکی $q = -2 \mu\text{C}$ با انرژی جنبشی 20 eV میکروژول، مطابق شکل در راستای خطوط میدان الکتریکی یکنواخت با تندی اولیه v_0 به طرف راست پرتاب می‌شود. اگر بار توسط میدان الکتریکی در نقطه B متوقف شود، $V_B - V_A$ چند ولت است؟



(۱) -۱۰

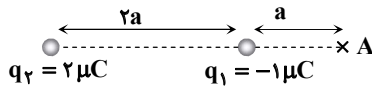
(۲) +۱۰

(۳) -۴۰

(۴) +۴۰

محل انجام محاسبات

۷۳- اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطه A برابر $\frac{N}{C} \times 10^{-3} \times \frac{1}{8}$ است. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه A چند نیوتن بر کولن ($\frac{N}{C}$) است؟



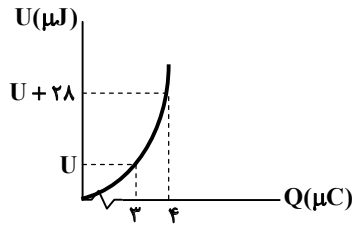
- (۱) 4×10^{-2} (۲) 6×10^{-2}
(۳) $1/4 \times 10^{-3}$ (۴) $2/2 \times 10^{-3}$

۷۴- خازن تختی را که فاصله $1/8$ میلی متری بین صفحات آن از هوا پر شده است، به ولتاژ $100V$ وصل کرده ایم. چگالی سطحی بار صفحات خازن

چند میکروکولن بر مترمربع ($\frac{\mu C}{m^2}$) است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$)

- (۱) 0.5 (۲) 1 (۳) $1/5$ (۴) 2

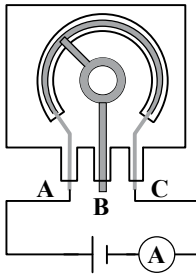
۷۵- نمودار انرژی ذخیره شده در یک خازن بر حسب بار الکتریکی روی صفحات آن مطابق شکل است. U چند میکروژول است؟



- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۵۸ (۴) ۶۴

۷۶- مطابق شکل، پتانسیومتری را به یک باتری آرمانی و آمپرسنج وصل کرده ایم. اگر پیچ تنظیم این پتانسیومتر

را در جهت عقربه های ساعت بچرخانیم، کدام گزینه در مورد عددی که آمپرسنج نشان می دهد، درست است؟



- (۱) کاهش می یابد.
(۲) افزایش می یابد.
(۳) ثابت و برابر صفر است.
(۴) ثابت و غیر صفر است.

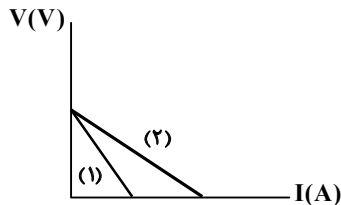
۷۷- یک قطعه رسانا در دمای $20^\circ C$ موجود است. اگر مقاومت ویژه ماده سازنده رسانا در دمای $120^\circ C$ برابر ρ_1 و در دمای $220^\circ C$ برابر ρ_2

و $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{9}{7}$ باشد، ضریب دمایی مقاومت ویژه این رسانا در سیستم SI کدام است؟

- (۱) $3/5 \times 10^{-3}$ (۲) 4×10^{-3} (۳) $4/5 \times 10^{-3}$ (۴) $6/5 \times 10^{-3}$

۷۸- اگر نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری های (۱) و (۲) بر حسب جریان عبوری از آنها

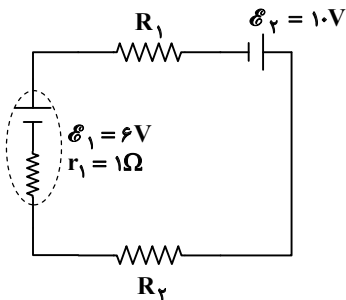
به صورت زیر باشد، کدام گزینه در مورد مقایسه نیروی محرکه باتری ها یا مقاومت درونی آنها درست است؟



- (۱) $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ (۲) $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2$
(۳) $r_1 > r_2$ (۴) $r_1 < r_2$

محل انجام محاسبات

۷۹- در مدار روبه‌رو، اگر اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۱ برابر $5/5V$ و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 برابر $10V$ باشد، مقاومت R_2 چند اهم است؟



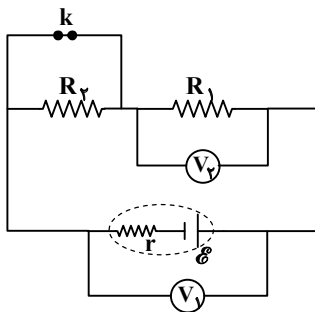
(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۱۱

(۴) ۱۵

۸۰- در مدار رسم‌شده، اگر کلید k را باز (قطع) کنیم، اعدادی که ولت‌سنج‌های آرمانی ۱ و ۲ نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



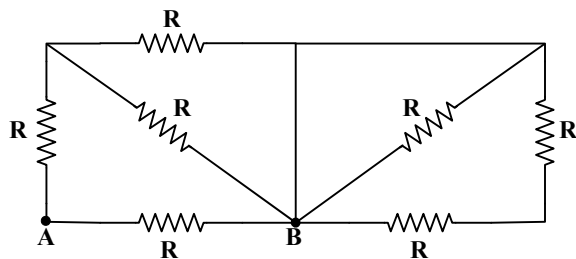
(۱) افزایش - افزایش

(۲) کاهش - کاهش

(۳) افزایش - کاهش

(۴) کاهش - افزایش

۸۱- در شکل روبه‌رو، مقاومت معادل بین نقاط A و B چند برابر R است؟



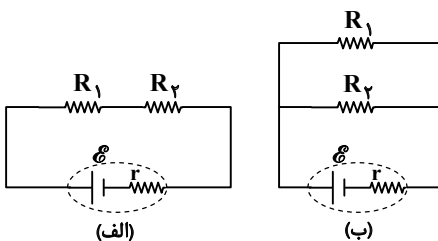
(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{15}{34}$

(۴) $\frac{34}{15}$

۸۲- مقادیر R_1 ، R_2 و r و $\mathcal{E}$ در دو شکل یکسان و $R_1 = R_2 = 2r$ است. توان مصرفی مقاومت R_1 در شکل (ب) چند برابر توان مصرفی مقاومت R_1 در شکل (الف) است؟



(۱) $\frac{25}{4}$

(۲) $\frac{25}{16}$

(۳) $\frac{9}{16}$

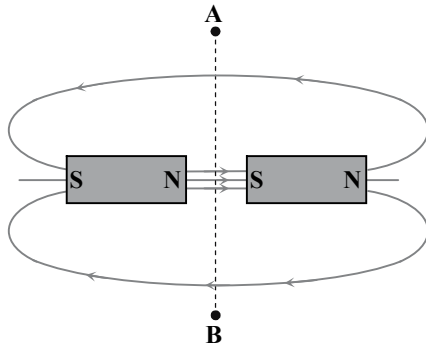
(۴) $\frac{9}{2}$

محل انجام محاسبات

۸۳- بر روی یک لامپ اعداد $200V$ و $100W$ نوشته شده است. اگر این لامپ را به اختلاف پتانسیل $180V$ وصل کنیم، انرژی مصرفی آن در مدت 120 دقیقه چند کیلووات ساعت خواهد بود؟ (دمای لامپ را ثابت در نظر بگیرید.)

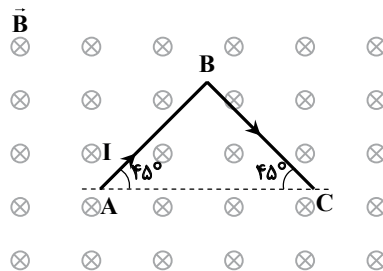
- (۱) $1/62$ (۲) $1/62 \times 10^{-1}$ (۳) $1/8$ (۴) $1/8 \times 10^{-1}$

۸۴- با توجه به خطوط میدان رسم شده، اگر یک قطب نما را در مسیر نقطه چین، به آرامی از A تا B جابه جا کنیم، چند بار جهت عقربه قطب نما کاملاً تغییر می کند؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر

۸۵- مطابق شکل، سیم حامل جریان $1A$ در یک میدان مغناطیسی به بزرگی $1T$ قرار دارد و $AB = BC = 5m$ است. نیروی مغناطیسی خالص (F_T) وارد بر این سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



- (۱) $5\sqrt{2}$ و $\downarrow$
(۲) $5\sqrt{2}$ و $\uparrow$
(۳) 10 و $\uparrow$
(۴) 10 و $\downarrow$

۸۶- با سیمی به طول $120m$ ، پیچۀ مسطحی به شعاع $10cm$ ساخته ایم. جریان چند آمپر از پیچه عبور کند تا میدان مغناطیسی در مرکز آن

$$240G \text{ باشد؟ } (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$$

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۸۷- در کدام یک از مواد مغناطیسی، سمت گیری دوقطبی های مغناطیسی حوزه ها پس از حذف میدان خارجی تا مدت زمان زیادی تقریباً بدون تغییر باقی می ماند؟

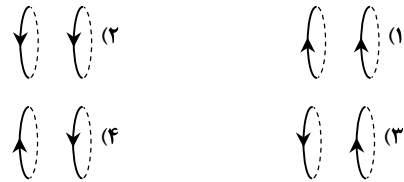
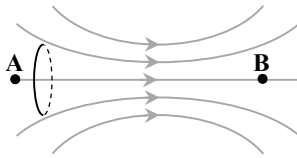
- (۱) پارامغناطیس (۲) دیامغناطیس (۳) فرومغناطیس نرم (۴) فرومغناطیس سخت

۸۸- رابطه شار مغناطیسی گذرنده از یک پیچه که دارای ۲۰ حلقه است، با زمان در SI به صورت $\Phi = 0.2t^2 + 0.3t$ است. اگر اندازه جریان القا می متوسط پیچه در بازۀ زمانی صفر تا $2s$ ، $1/4A$ باشد، مقاومت پیچه چند اهم است؟

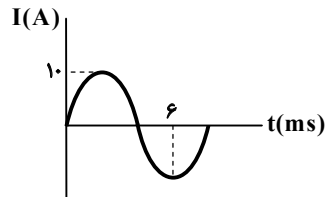
- (۱) $2/5$ (۲) ۵ (۳) $7/5$ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۸۹- یک حلقه فلزی را مطابق شکل از نقطه A تا نقطه B درون یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت، با تندی ثابت حرکت می‌دهیم. جهت جریان القا‌یی در آن ابتدا به صورت و سپس به صورت است.



۹۰- شکل روبه‌رو نمودار جریان متناوبی را نشان می‌دهد که از یک القاگر با ضریب القاوری 40 H عبور می‌کند. در لحظه $t = 1 \text{ ms}$ انرژی ذخیره‌شده در القاگر چند ژول است؟



- (۱) ۲۰۰
(۲) ۴۰۰
(۳) ۵۰۰
(۴) ۱۰۰۰

۳۰

شیمی

زمان پیشنهادی

شیمی ۱: کل کتاب ■ شیمی ۲: کل کتاب

۹۱- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- (الف) در نمونه طبیعی عنصر منیزیم، عدد جرمی سنگین‌ترین اتم، ۲ واحد بزرگ‌تر از عدد جرمی سبک‌ترین اتم است.
(ب) در سبک‌ترین اتم هیدروژن، شمار ذره‌های زیراتمی (الکترون، پروتون و نوترون) با هم برابر هستند.
(پ) در نمونه‌ای طبیعی از عنصر لیتیم، شمار نوترون‌های ایزوتوپی که فراوانی کمتری دارد، بیشتر از شمار پروتون‌ها است.
(ت) در یک نمونه طبیعی از عنصر هیدروژن، اتم‌های پرتوزایی وجود دارند که جرم متفاوتی دارند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۲- عنصری دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی ^{20}X ، ^{21}X و ^{22}X است. اگر درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ، ۸۰ و فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ

- ۳ برابر ایزوتوپ دیگر (ایزوتوپ دوم) باشد، در نمونه‌ای از این عنصر به جرم 4.07 گرم، چند اتم ^{21}X وجود دارد؟
(۱) $0.001 N_A$ (۲) $0.002 N_A$ (۳) $0.01 N_A$ (۴) $0.02 N_A$

۹۳- اتم X دارای ۵ زیرلایه دو الکترونی است و سایر زیرلایه‌های اشغال‌شده آن، هریک با ۶ الکترون پر شده‌اند. چند مورد از عبارات‌های زیر در مورد اتم X درست است؟

- این اتم در آرایش الکترونی خود، دارای ۸ زیرلایه اشغال‌شده از الکترون است.
■ این اتم دارای ۲ الکترون ظرفیتی است.
■ متعلق به گروه چهارم و دوره چهارم جدول دوره‌ای است.
■ در دسته d قرار دارد و بیرونی‌ترین زیرلایه آن، نیمه‌پر است.

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

محل انجام محاسبات

۹۴- با توجه به جدول زیر، نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب یونی حاصل از کدام دو عنصر بزرگ‌تر است؟

A	B	C	D	عنصر
$2s^2 2p^4$	$3s^1$	$4s^2$	$3s^2 3p^3$	آرایش الکترونی لایه ظرفیت

(۱) D و B

(۲) B و A

(۳) D و C

(۴) A و C

۹۵- در کدام گزینه، تعداد اتم‌ها در فرمول شیمیایی ترکیب اول، ۳ برابر تعداد کاتیون‌ها در فرمول شیمیایی ترکیب دوم است؟

(۱) ید پنتافلوئورید - مس (II) اکسید

(۲) دی‌نیتروژن تترااکسید - سدیم سولفید

(۳) گوگرد تری‌اکسید - کلسیم فسفید

(۴) کربن تتراکلرید - آهن (II) نیتريد

۹۶- در کدام گزینه نسبت تعداد الکترون‌های پیوندی به الکترون‌های ناپیوندی به درستی مقایسه شده است؟

(۱) $HCN > CH_3O > CO > H_2O$

(۲) $SiBr_4 > PCl_3 > CO > HCN$

(۳) $SO_3 > CO_2 > CO > SO_2$

(۴) $COCl_2 > POCl_3 > NO_2Cl > H_2O$

۹۷- (حذف)-

۹۸- مطابق معادله شیمیایی زیر، گاز کلر را می‌توان از واکنش منگنز دی‌اکسید با محلول هیدروکلریک اسید تهیه کرد. اگر $8/69$ گرم منگنز دی‌اکسید به 500 گرم محلول هیدروکلریک اسید موجود در یک ظرف درباز اضافه شود و به‌طور کامل با آن واکنش دهد؛ پس از پایان واکنش جرم مخلوط مواد موجود در ظرف چند گرم است؟ ($Cl_2 = 71$, $MnO_2 = 86/9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود.) $MnO_2(s) + HCl(aq) \rightarrow MnCl_2(aq) + H_2O(l) + Cl_2(g)$

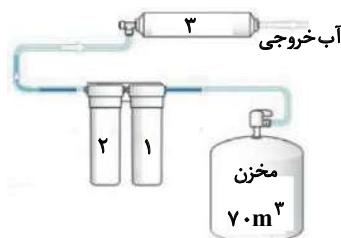
(۴) $501/59$

(۳) $508/69$

(۲) $502/9$

(۱) $492/9$

۹۹- مطابق شکل، آب یک مخزن با حجم 70 m^3 پس از عبور از فیلتر (۱) با حذف یون سولفات و پس از عبور از فیلتر (۲) با حذف یون کلسیم تصفیه می‌شود و سپس در بخش (۳) کلرزی انجام شده و ضدعفونی می‌گردد. فیلتر (۱) حاوی چه ترکیبی می‌تواند باشد و چند کیلوگرم محلول $0/7$ درصد جرمی نسبت به یون کلرید، در بخش (۳) مورد نیاز است؟ (حد مجاز یون کلرید 1 ppm و چگالی آب مخزن، $1 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ در نظر گرفته شود.)



(۱) باریم کلرید، ۱

(۲) سدیم کلرید، ۱

(۳) باریم کلرید، ۱۰

(۴) سدیم کلرید، ۱۰

محل انجام محاسبات

۱۰۰- مقدار ۵۰ گرم نمک پتاسیم نیترات (KNO_3) را در ۲۵ گرم آب با دمای $50^\circ C$ می ریزیم. پس از هم زدن، ۸۰ درصد نمک به صورت جامد در ته ظرف باقی می ماند. انحلال پذیری نمک در این دما و درصد جرمی محلول تشکیل شده به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟

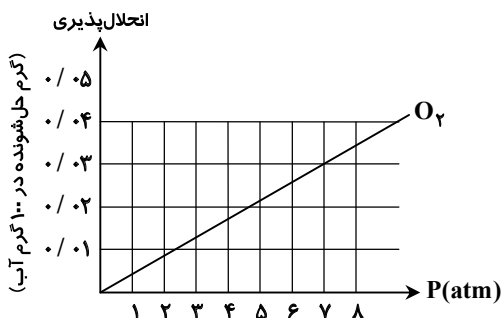
- (۱) $28/5 - 10$ (۲) $28/5 - 40$ (۳) $61 - 10$ (۴) $61 - 40$

۱۰۱- از واکنش ۴۰۰ mL محلول ۰/۲ مولار فسفریک اسید با مقدار کافی آهک جامد (CaO) در دمای معین، چند گرم بلور کلسیم فسفات حاصل می شود؟ (چگالی محلول در کل فرایند را $1g \cdot mL^{-1}$ و انحلال پذیری کلسیم فسفات در شرایط واکنش را ۰/۰۵ گرم به ازای ۱۰۰ گرم آب در نظر بگیرید و $Ca_3(PO_4)_2 = 310g \cdot mol^{-1}$)

(معادله موازنه شود.) $H_3PO_4(aq) + CaO(s) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + H_2O(l)$

- (۱) $6/2$ (۲) $6/1$ (۳) $12/4$ (۴) $12/2$

۱۰۲- با توجه به نمودار زیر (نمودار انحلال پذیری- فشار، در دمای $20^\circ C$)، غلظت گاز اکسیژن در ۲ kg آب $20^\circ C$ در فشار ۷ atm چند ppm است و با کاهش فشار به ۱ atm، به تقریب چند لیتر گاز اکسیژن از محلول خارج می شود؟ ($O = 16g \cdot mol^{-1}$) (دما ثابت و حجم مولی گازها در فشار ۱ اتمسفر، ۲۴ لیتر فرض شود.)



- (۱) $300 - 75/0$

- (۲) $30 - 75/0$

- (۳) $30 - 375/0$

- (۴) $300 - 375/0$

۱۰۳- چه تعداد از عبارات های زیر درست است؟

- الف) مقایسه: $HBr > HCl > HF$ را می توان به جرم مولی و نقطه جوش این مواد نسبت داد.
ب) پیوند هیدروژنی را می توان قوی ترین نیروی وان دروالس در نظر گرفت.
پ) نیروی جاذبه بین مولکولی موادی مانند استون، اتانول و آب از نوع پیوند هیدروژنی است.
ت) مقایسه: $H_2O > H_2S > CO_2$ ، می تواند مربوط به گشتاور دوقطبی این مولکول ها باشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول دوره ای است، کدام عبارات ها درست هستند؟

گروه \ دوره	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲					E	F
۳	D	X	Y	Z		

الف) شعاع اتمی عنصر Z از E بیشتر است.

ب) در بین عناصر X، Y و Z، یکی از آن ها شبه فلز است.

پ) عنصر F در واکنش با فلزهای قلیایی، ترکیب یونی تشکیل می دهد.

ت) عنصر D در واکنش با عنصر Z، ترکیب یونی با فرمول D_2Z_3 تشکیل می دهد.

- (۱) الف، پ و ت (۲) ب و پ (۳) الف، ب و پ (۴) ب و ت

محل انجام محاسبات

۱۰۵- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

- (الف) فلزهای واسطه با تشکیل یون پایدار به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.
 (ب) هرچه ماده‌ای سریع‌تر و شدیدتر واکنش دهد، فعالیت شیمیایی بیشتری دارد.
 (پ) در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها بیشتر از مواد اولیه است.
 (ت) هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن دشوارتر است.
- (۱) الف و ت (۲) ب و پ (۳) الف و پ (۴) ب و ت

۱۰۶- آرایش الکترونی یون M^{3+} به $3d^5$ ختم می‌شود. کدام گزینه در رابطه با عنصر M درست است؟

- (۱) فعالیت شیمیایی عنصر M ناچیز است، زیرا در ترکیبات خود به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.
 (۲) M فلزی متعلق به دوره ۴ و گروه ۶ جدول دوره‌ای است.
 (۳) عنصر M عنصری واسطه است که در بیرونی‌ترین زیرلایه خود هشت الکترون دارد.
 (۴) اکسید طبیعی عنصر M به فرمول MO ، یک ترکیب یونی محسوب می‌شود.

۱۰۷- فلز M موجود در یک قطعه ۱۰۰ گرمی از یک آلیاژ به‌طور کامل با مقدار زیادی محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. اگر حجم گاز حاصل از این واکنش در شرایط استاندارد ۳۳/۶ لیتر باشد، درصد خلوص فلز M در این نمونه آلیاژ کدام است و MCl_4 تولیدشده در این واکنش با چند مول سدیم هیدروکسید به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟ (در این فرایند، گاز تنها در نتیجه واکنش فلز M با محلول اسید ایجاد می‌شود و $M = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

$M(s) + HCl(aq) \rightarrow MCl_4(aq) + H_2(g)$ (معادله واکنش‌ها موازنه شود).

$MCl_4(aq) + NaOH(aq) \rightarrow M(OH)_4(s) + NaCl(aq)$

- (۱) ۸۴، ۷۵/۰ (۲) ۷۲، ۳ (۳) ۷۲، ۷۵/۰ (۴) ۸۴، ۳

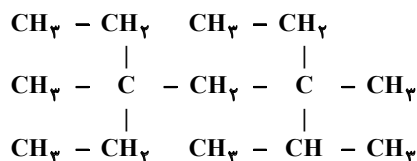
۱۰۸- از واکنش ۴۴۸۰ لیتر گاز اتن و برم مایع در شرایط استاندارد، ۴ لیتر H_2 ، ۲-دی‌برمو اتان مایع با چگالی ۱/۸۸ گرم بر میلی‌لیتر تولید شده است. بازده درصدی این واکنش کدام است؟ ($C = 12, H = 1, Br = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۱۰۹- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

- (الف) نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌ها است؛ ترکیب‌هایی که در ساختار خود اتم‌های C و H دارند.
 (ب) حدود ۲۰ درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک و... به‌کار می‌رود.
 (پ) کربن، عنصر اصلی سازنده نفت خام است و در لایه ظرفیت خود چهار الکترون دارد.
 (ت) ترکیب‌های شناخته‌شده از اتم کربن، از مجموع ترکیب‌های شناخته‌شده از دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای بیشتر است.
- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت

۱۱۰- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد ترکیب زیر نادرست است؟



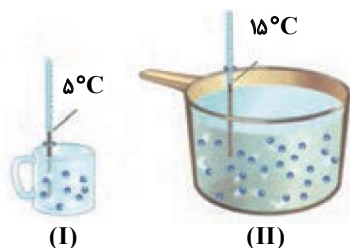
(۱) نام آن ۳، ۵-دی‌اتیل-۲، ۳، ۵-تری‌متیل هپتان است.

(۲) فرمول مولکولی آن $C_{14}H_{30}$ است.

(۳) تعداد شاخه‌های فرعی آن با تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول اتین برابر است.

(۴) بر اثر سوزاندن کامل یک مول از آن در شرایط STP، ۲۹ مول گاز تولید می‌شود.

محل انجام محاسبات



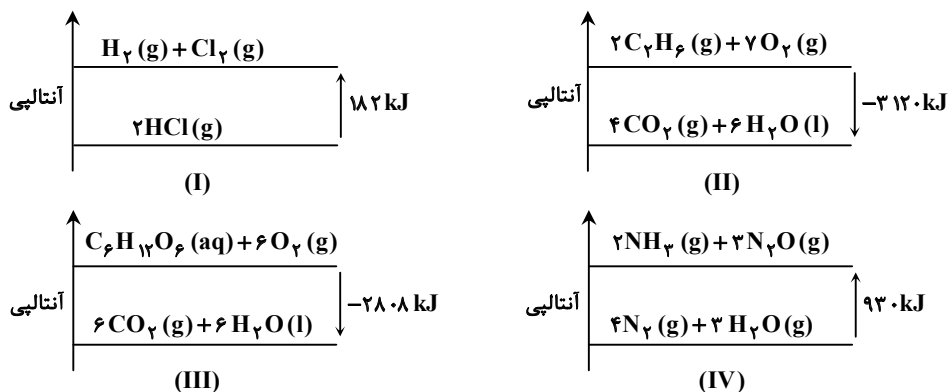
- ۱۱۱- با توجه به شکل‌های داده شده که مربوط به دو ظرف دارای آب است، کدام گزینه درست است؟
 (۱) اگر جرم آب موجود در ظرف «II» برابر «I» باشد، ظرفیت گرمایی ویژه آب در ظرف «II» نیز ۵ برابر «I» است.
 (۲) مجموع انرژی جنبشی مولکول‌های آب موجود در دو ظرف، با هم برابر است.
 (۳) اگر آب موجود در ظرف «I» را به «II» اضافه کنیم، میانگین انرژی جنبشی ذرات در ظرف «II» نسبت به قبل کاهش می‌یابد.
 (۴) اگر دمای ظرف «I» را افزایش دهیم تا انرژی گرمایی آب موجود در دو ظرف برابر شود، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب موجود در دو ظرف نیز با هم برابر خواهد شد.

۱۱۲- اگر آنتالپی واکنش ترمیت برابر با -822 kJ باشد، به تقریب چند گرم آلومینیم در این واکنش شرکت نماید تا گرمای آزاد شده دمای

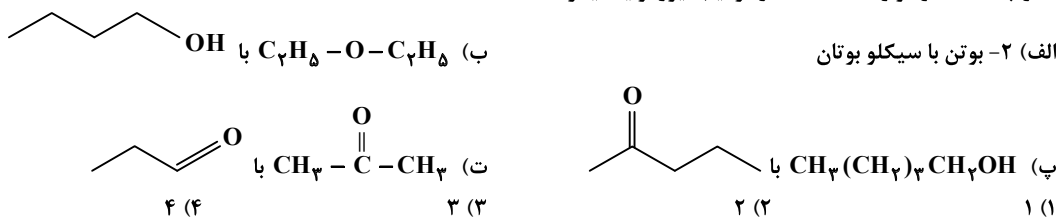
صد گرم آب را از 48°C به 54°C برساند؟ ($c_{\text{H}_2\text{O}} = 4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\text{Al} = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۰/۱۶ (۲) ۰/۵ (۳) ۱۶ (۴) ۵۰

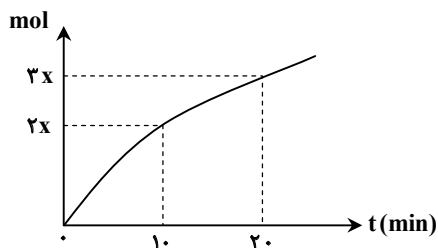
۱۱۳- با توجه به نمودارهای زیر، در دما و فشار یکسان، کدام گزینه درست است؟ (محور آنتالپی در هر مورد، مستقل از سایر موارد درجه‌بندی شده است.)



- (۱) با توجه به نمودار «IV»، مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها به اندازه ۹۳۰ کیلوژول بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.
 (۲) مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل فراورده‌ها در نمودار «II»، برابر با ۳۱۲۰ کیلوژول است.
 (۳) با توجه به نمودارهای «I» و «IV» می‌توانیم نتیجه بگیریم که ۳ مول $\text{N}_2\text{O}(\text{g})$ و ۲ مول $\text{NH}_3(\text{g})$ ، ناپایداری‌تر از ۱ مول $\text{Cl}_2(\text{g})$ و ۱ مول $\text{H}_2(\text{g})$ هستند.
 (۴) گرمای آزاد شده از اکسایش ۲ مول گلوکز، ۳/۶ برابر سوختن ۱ مول اتان است.
 ۱۱۴- در چه تعداد از موارد داده شده، دو ترکیب ایزومر یکدیگر هستند؟



محل انجام محاسبات



۱۱۵- واکنش $4\text{NH}_3(\text{g}) + 5\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 4\text{NO}(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ در یک ظرف دو لیتری در حال انجام است. نمودار مول- زمان برای یکی از مواد شرکت کننده در آن به صورت زیر می باشد. این نمودار می تواند مربوط به کدام ماده باشد و سرعت تولید یا مصرف آن در فاصله زمانی ۱۰ تا ۲۰ دقیقه، چند $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ است؟ (نمودار به صورت تقریبی رسم شده است.)

$$\begin{array}{ll} \frac{x}{6.0} - \text{O}_2 & (2) \\ \frac{x}{12.0} - \text{O}_2 & (1) \\ \frac{x}{6.0} - \text{NO} & (4) \\ \frac{x}{12.0} - \text{NO} & (3) \end{array}$$

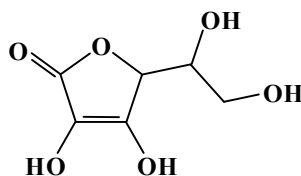
۱۱۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) با خوردن لیکوپن، واکنش های متنوع و پیچیده ای در بدن رخ داده و رادیکال ها به وجود می آیند که سبب آسیب به بدن می شوند.
(ب) ریز مغذی ها حاوی ترکیبات آلی سیر شده هستند و در حفظ سلامت بافت ها و اندام ها دخالت دارند.
(پ) برخی از ریز مغذی ها به عنوان کاتالیزگر، مانع واکنش ناخواسته و نامطلوب به دلیل حضور رادیکال ها می شوند.

(ت) نیتروژن مونوکسید با ساختار $\cdot \ddot{\text{N}} = \ddot{\text{O}} :$ ، یک رادیکال محسوب می شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۷- چه تعداد از عبارات های زیر در ارتباط با ترکیبی که فرمول ساختاری آن نمایش داده شده، درست است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(الف) یک ترکیب آلی محلول در آب است.

(ب) دارای گروه های عاملی هیدروکسیل، اتری و استری است.

(پ) شمار اتم های هیدروژن آن، ۵ واحد کمتر از مجموع شمار دیگر اتم ها است.

(ت) شمار جفت الکترون های ناپیوندی در آن با شمار جفت الکترون های ناپیوندی در مولکول گلوکز برابر است.

۱۱۸- در مونومر سازنده کدام یک از پلیمر های زیر، تعداد جفت الکترون های ناپیوندی بیشتر است؟

- (۱) پلی استیرن (۲) تفلون (۳) پلی وینیل کلرید (۴) پلی پروپن

۱۱۹- برای تولید نوعی استر یک عاملی، از $4/6$ گرم اتانول و 8 گرم از یک اسید آلی استفاده شده است. اگر در پایان واکنش و مصرف شدن کامل الکل، $0/6$ گرم از اسید آلی باقی مانده باشد، به ترتیب از راست به چپ، چند گرم آب در این فرایند تولید می شود و جرم مولی اسید آلی چند

گرم بر مول است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) $74, 1/8$ (۲) $74, 3/6$ (۳) $102, 1/8$ (۴) $102, 3/6$

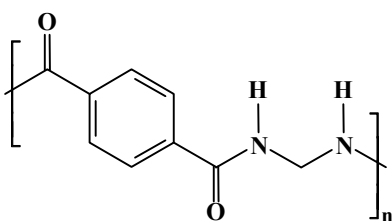
۱۲۰- کدام گزینه در ارتباط با پلیمر نشان داده شده، درست است؟

(۱) مانند کولار از دسته پلی آمیدها است و الکل دو عاملی و اسید دو عاملی مونومر های سازنده آن هستند.

(۲) اگر در ساختار مونومر نیتروژن دار آن، به جای گروه های آمین، گروه های هیدروکسیل قرار دهیم، اتیلن گلیکول ساخته می شود.

(۳) فرمول مولکولی اسید دو عاملی سازنده این پلیمر $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ است.

(۴) اگر در تهیه یک مول از این پلیمر، 10 مول از هر نوع مونومر استفاده شده باشد، 10 مول آب به عنوان فرآورده جانبی تولید می شود.



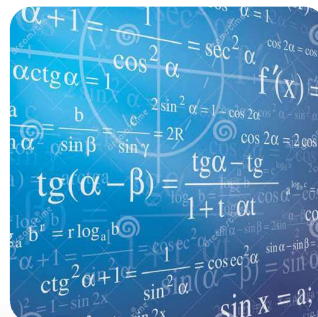
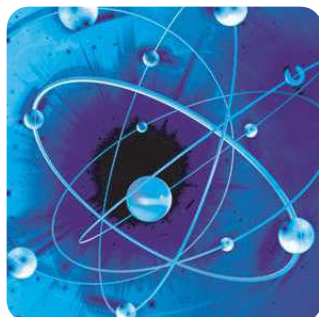
محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲ دی ۱۴۰۱ (مرحله ۷)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری (دی ۱۴۰۱)

گروه آزمایشی علوم ریاضی



داوطلب گرامی!

بنا به حذفیات اعلام شده از طرف سازمان سنجش،
پرسش‌هایی که در محدوده اعلامی بودند، از این
آزمون حذف گردیده و در دفترچه پاسخ‌های تشریحی

مشخص شده‌اند!

سال تحصیلی

۰۱-۰۲

تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۸ گزینه دو، در روز جمعه ۹ دی ۱۴۰۱ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک ها، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ... ، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۷ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

نکته: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n, r)$ نمایش دهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می‌شود:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$P(6, 4) = \frac{6!}{(6-4)!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: مختصات رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ می‌باشد.

سهمی بر محور طول‌ها مماس است، پس عرض رأس سهمی برابر صفر است، بنابراین مطابق نکته داریم:

$$\frac{4ac-b^2}{4a} = 0 \Rightarrow 4ac-b^2 = 0 \Rightarrow -(b^2-4ac) = 0 \Rightarrow -\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

ضمناً سهمی رو به پایین است، پس $a < 0$. همچنین طول رأس سهمی عددی مثبت است، پس:

$$\frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$$

تنها گزینه ۴ تمامی این شرایط را دارا می‌باشد. در این گزینه داریم:

$$b = 2\sqrt{2} > 0, \quad a = -1 < 0, \quad \Delta = b^2 - 4ac = (2\sqrt{2})^2 - 4(-1)(-2) = 0$$

۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: الگوهایی که جمله عمومی آن‌ها به صورت $t_n = an + b$ است را الگوهای خطی می‌نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

تعداد نقاط هر یک از گزینه‌ها برابر است با:

گزینه ۱: $5, 12, 21, \dots$ (تفاضل ۷)
گزینه ۲: $1, 5, 13, \dots$ (تفاضل ۴)

گزینه ۳: $1, 6, 15, \dots$ (تفاضل ۵)
گزینه ۴: $4, 8, 12, \dots$ (تفاضل ۴)

تنها در گزینه چهارم، اختلاف بین جملات متوالی مقداری ثابت است. در واقع جمله عمومی دنباله گزینه چهارم به صورت $a_n = 4n$ می‌باشد که یک الگوی خطی است.

۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

راه حل اول:

اگر $d > 0$ می‌توان سهم‌های هر فرد را به صورت یک دنباله حسابی، به صورت زیر نوشت:

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, t_1 + 3d, t_1 + 4d$$

مطابق فرض مسئله داریم:

$$\frac{1}{3}((t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d)) = t_1 + (t_1 + d) \Rightarrow \frac{1}{3}(3t_1 + 9d) = 2t_1 + d \Rightarrow t_1 + 3d = 2t_1 + d \Rightarrow t_1 = 2d \quad (*)$$

از طرفی چون کلاً ۳۰۰ قرص نان داشته‌ایم:

$$t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) = 300 \Rightarrow 5t_1 + 10d = 300 \xrightarrow{(*)} 5(2d) + 10d = 300 \Rightarrow 20d = 300 \Rightarrow d = 15 \Rightarrow t_1 = 30$$

بنابراین بیشترین سهم برابر است با:

$$t_1 + 4d = 30 + 4(15) = 90$$

راه حل دوم:

با فرض $d > 0$ و چون تعداد جملات فرد است، سهم هر فرد را می توان به صورت زیر نوشت:

$$t_p - 2d, t_p - d, t_p, t_p + d, t_p + 2d$$

تعداد کل نان ها ۳۰۰ عدد است. پس:

$$(t_p - 2d) + (t_p - d) + t_p + (t_p + d) + (t_p + 2d) = 300 \Rightarrow 5t_p = 300 \Rightarrow t_p = 60$$

از طرفی مطابق صورت مسئله داریم:

$$\frac{1}{3}[t_p + (t_p + d) + (t_p + 2d)] = (t_p - 2d) + (t_p - d) \Rightarrow \frac{1}{3}(3t_p + 3d) = 2t_p - 3d \Rightarrow t_p + d = 2t_p - 3d$$

$$\xrightarrow{t_p=60} 4d = 60 \Rightarrow d = 15$$

بنابراین:

$$t_p + 2d = 60 + 30 = 90$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: مختصات نقطه $P(x, y)$ متناظر با زاویه θ روی دایره مثلثاتی به صورت $x = \cos \theta$ و $y = \sin \theta$ است.

مطابق نکته، $P(x, \frac{5}{13})$ روی دایره مثلثاتی و متناظر با زاویه θ است، پس:

$$\sin \theta = \frac{5}{13}$$

برای به دست آوردن مقدار $\cot \theta$ ، دو راه حل ارائه می کنیم:

راه حل اول:

$$\text{نکته: } 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\frac{25}{169}} \Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{169}{25} - 1 \Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{144}{25} \Rightarrow \cot \theta = \pm \frac{12}{5}$$

با توجه به اینکه θ در ربع دوم است، $\cot \theta$ مقداری منفی است، پس:

$$\cot \theta = -\frac{12}{5} = -2 \frac{4}{5}$$

راه حل دوم:

$$\text{نکته: } \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

ابتدا به کمک نکته مقدار $\cos \theta$ را به دست می آوریم:

$$\sin \theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{25}{169} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{12}{13}$$

چون θ در ربع دوم قرار دارد و مقدار $\cos \theta$ در ربع دوم منفی است، پس:

$$\cos \theta = -\frac{12}{13}$$

بنابراین:

$$\cot \theta = \frac{-\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5} = -2 \frac{4}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل، خط از نقطه $(-\sqrt{3}, 0)$ عبور می کند. از طرفی چون زاویه ای که خط با قسمت مثبت

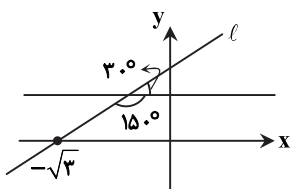
محور افقی می سازد، برابر ۳۰ درجه است، پس شیب آن برابر $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ می باشد.

بنابراین مطابق نکته، معادله این خط به صورت زیر است:

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b \xrightarrow{\text{از } (-\sqrt{3}, 0) \text{ می گذرد}} 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}(-\sqrt{3}) + b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$$

با توجه به گزینه ها، تنها نقطه $(-2\sqrt{3}, -1)$ روی این خط قرار دارد.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{y-\Delta x}{x-y} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} + \frac{y-\Delta x}{x-y} = \frac{x+y+2\sqrt{xy}+x+y-2\sqrt{xy}}{x-y} + \frac{y-\Delta x}{x-y}$$

$$= \frac{2x+2y}{x-y} + \frac{y-\Delta x}{x-y} = \frac{2y-2x}{x-y} = \frac{-2(x-y)}{x-y} = -2$$

نکته: اگر معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دارای $\Delta < 0$ باشد (دارای ریشه حقیقی نباشد)، آنگاه این عبارت در کل اعداد حقیقی، هم علامت a است.

با تعیین ریشه‌های معادله، عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$|x| + 2 = 0 \Rightarrow |x| = -2 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

x	-2	2
$x^2 + 4$	+	+
$ x + 2$	+	+
$x^2 - x + 1$	+	+
$x^2 - 4$	+	-
عبارت	+	+

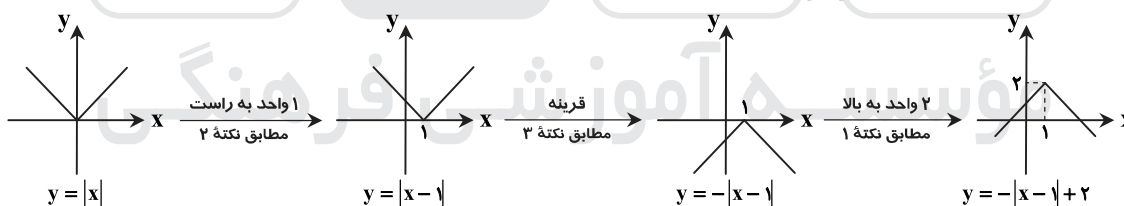
$\Rightarrow (-2, 2)$: مجموعه جواب $\Rightarrow$ تعریف نشده

نکته ۱: با داشتن نمودار تابعی مانند $f(x)$ ، می‌توان نمودار تابع $f(x) + k$ را با انتقال نمودار $f(x)$ به اندازه k واحد در امتداد محور y ها به دست آورد. اگر $k > 0$ ، انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ ، انتقال در جهت منفی خواهد بود.

نکته ۲: برای رسم تابع $f(x) + k$ کافی است نمودار $f(x)$ را k واحد در امتداد محور x ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ ، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.

نکته ۳: برای رسم نمودار تابع $-f(x)$ کافی است نمودار $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

برای رسم این تابع، مراحل زیر را طی می‌کنیم:



بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

$$\text{نکته: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{نکته: } P(A) = 1 - P(A')$$

با توجه به نکات می‌توان نوشت:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

بنابراین:

$$\frac{P(B)}{P(A \cap B)} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = 3$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنه تابع همانی را $\mathbb{R}$ در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y = x$ است که با معادله $f(x) = x$ هم نمایش داده می‌شود.
نکته: تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله $f(x) = k$ نمایش می‌دهند.
با توجه به نکات، می‌توان نوشت:

$$f(-2) = -2, \quad f(2) = 2, \quad f(4) = 4, \quad g(-1) = g(4) = g(2) = k$$

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{g(-1)f(4) + g(4)f(2)}{g(2) + f(-2)} = 3 \Rightarrow \frac{4k + 2k}{k + (-2)} = 3 \Rightarrow 6k = 3k + (-6) \Rightarrow k = -2 \Rightarrow g(x) = -2$$

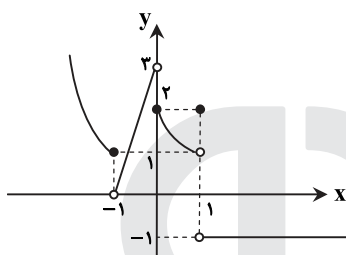
بنابراین:

$$f\left(\frac{3}{2}\right)g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار داریم:



$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1 + 0 = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

نکته: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

نکته: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

با استفاده از نکات می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x - \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x - 2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x (1 - 2 \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 - 2 \cos x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = -1 \times 1 = -1$$

اگر f بخواهد در $x = 0$ پیوسته باشد، باید داشته باشیم:

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \Rightarrow a = -1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته:
$$\begin{cases} \sin(\pi + x) = -\sin x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases} \quad \begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \end{cases}$$

با توجه به نکته، عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin(\pi + \alpha) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = 2 \Rightarrow \frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = 2$$

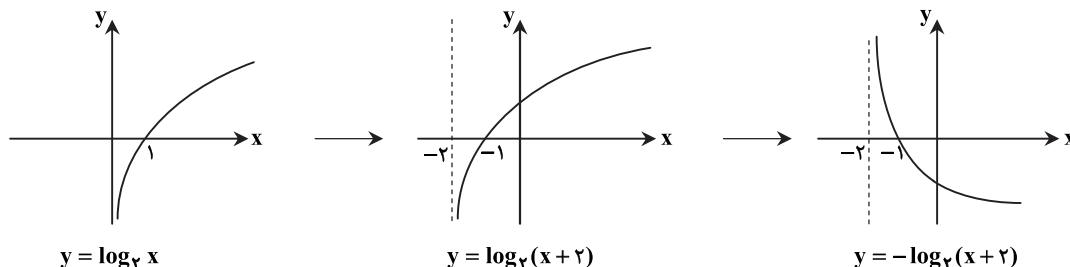
برای به‌دست آوردن مقدار $\tan \alpha$ دو روش ارائه می‌کنیم:

روش اول: به‌کمک طرفین وسطین معادله بالا داریم: $-\sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cos \alpha - 2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$

روش دوم: اگر صورت و مخرج تساوی حاصل را بر $\cos \alpha$ تقسیم کنیم داریم:

$$\frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = 2 \Rightarrow \frac{-\tan \alpha - 1}{1 - \tan \alpha} = 2 \Rightarrow -\tan \alpha - 1 = 2 - 2 \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

را حل اول:

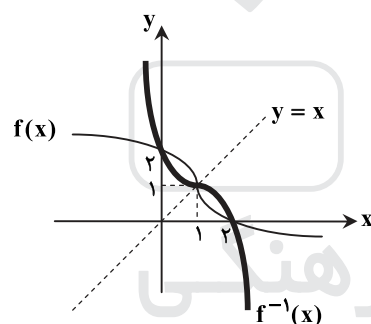
نکته: نمودار $y = -f(x)$ قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور x ها است.نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار $y = f(x-a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را به اندازه a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.نمودار مورد نظر، نمودار یک تابع لگاریتمی است که ۲ واحد به سمت چپ منتقل شده و سپس نسبت به محور x ها قرینه شده است. به نمودارهای زیر دقت کنید:

را حل دوم (روش تستی):

با توجه به شکل، این تابع لگاریتمی است، پس گزینه ۱ نادرست است. از طرفی این نمودار، محور y ها را در عددی منفی قطع کرده است، پس در سه گزینه دیگر با قرار دادن $x = 0$ ، مقدار y را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۲: $y = \log_2(0+2) = 1$ ✗
 گزینه ۳: $y = \log_2(0-2) = \log_2(-2)$ (تعریف نشده) ✗
 گزینه ۴: $y = -\log_2(0+2) = -1$ ✓

بنابراین گزینه ۴ می‌تواند ضابطه این تابع باشد.

نکته: جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ ، طول نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ است.نکته: اگر $f(x)$ تابعی یک به یک باشد، برای به دست آوردن نمودار تابع $f^{-1}(x)$ کافی است قرینه $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به دست بیاوریم.با استفاده از نکته بالا، نمودار $f^{-1}(x)$ را رسم می‌کنیم:با توجه به شکل، واضح است که توابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ هر دو از سه نقطه $(2,0)$ ، $(0,2)$ و $(1,1)$ می‌گذرند.بنابراین معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ دارای سه جواب است.می‌دانیم $x = (\sqrt{x})^2$. پس با طرفین وسطین کردن این معادله داریم:

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) \Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) = 0$$

$$\Rightarrow (1-\sqrt{x}) \left[\frac{1}{1+\sqrt{x}} - 1 - \sqrt{x} \right] = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1-\sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ \frac{1}{1+\sqrt{x}} = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow (1+\sqrt{x})^2 = 1 \Rightarrow 1 + x + 2\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x + 2\sqrt{x} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \checkmark \\ \sqrt{x} + 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 \text{ ✗} \end{cases}$$

بنابراین این معادله ۲ جواب دارد.

راه حل اول:

نکته ۱: مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a و قدرنسبت q برابر $S_n = a \frac{(1-q^n)}{1-q}$ می باشد.

نکته ۲: اگر در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، مجموع ضرایب صفر باشد، آنگاه یکی از ریشه ها ۱ و دیگری $\frac{c}{a}$ است.

در عبارت صورت، یک دنباله هندسی با تعداد جملات ۱۲، جمله اول ۱ و قدرنسبت q وجود دارد، پس مطابق نکته داریم:

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{11} = 1 \times \frac{1-q^{12}}{1-q}$$

در عبارت مخرج، یک دنباله هندسی با تعداد جملات ۴، جمله اول ۱ و قدرنسبت q^3 وجود دارد، پس مطابق نکته داریم:

$$1 + q^3 + q^6 + q^9 = 1 \times \frac{1-q^{12}}{1-q^3}$$

بنابراین:

$$\frac{1+q+\dots+q^{11}}{1+q^3+q^6+q^9} = 3 \Rightarrow \frac{\frac{1-q^{12}}{1-q}}{\frac{1-q^{12}}{1-q^3}} = 3 \Rightarrow \frac{1-q^3}{1-q} = 3 \Rightarrow \frac{(1-q)(1+q+q^2)}{1-q} = 3$$

$$\Rightarrow 1+q+q^2 = 3 \Rightarrow q^2+q-2=0 \Rightarrow (q-1)(q+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} q-1=0 \Rightarrow q=1 \\ q+2=0 \Rightarrow q=-2 \end{cases}$$

راه حل دوم:

نکته: $a^n - 1 = (a-1)(a^{n-1} + \dots + a^2 + a + 1)$

برای صورت کسر داده شده مطابق نکته داریم:

$$1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{11} = \frac{1-q^{12}}{1-q^3}$$

برای مخرج کسر داریم:

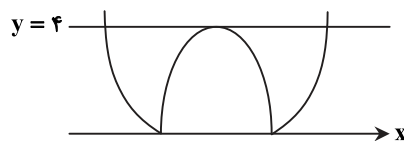
$$1 + q^3 + q^6 + q^9 = (1+q^3) + q^6(1+q^3) = (1+q^3)(1+q^6)$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1+q+\dots+q^{11}}{1+q^3+q^6+q^9} = \frac{\frac{1-q^{12}}{1-q}}{(1+q^3)(1+q^6)} = \frac{(1-q^6)(1+q^6)}{(1-q)(1+q^3)(1+q^6)} = \frac{(1-q^3)(1+q^3)}{(1-q)(1+q^3)} = \frac{(1-q)(1+q+q^2)}{1-q} = 1+q+q^2$$

ادامه راه حل مشابه قبل است.

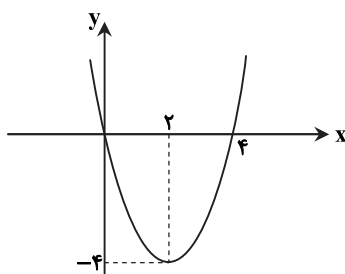
نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ ، ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم. سپس قسمت هایی از نمودار را که زیر محور x واقع شده است، نسبت به محور x قرینه می کنیم.



چون $y = x^2 - 4x + m$ یک سهمی است و قرار است معادله $|f(x)| = 4$ دارای ۳ ریشه متمایز باشد، باید نمودار آن به صورت روبه رو باشد، یعنی باید حداقل مقدار تابع برابر $y = -4$ باشد که در نهایت معادله $|f(x)| = 4$ دارای ۳ ریشه بشود. بنابراین باید معادله $f(x) = -4$ دارای ریشه مضاعف باشد:

$$x^2 - 4x + m = -4 \Rightarrow x^2 - 4x + m + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} 16 - 4(m+4) = 0 \Rightarrow m = 0$$

دقت کنید که در این صورت ضابطه تابع به صورت $f(x) = x^2 - 4x$ و نمودار آن به صورت روبه رو خواهد بود:



نکته: اگر $a \in \mathbb{Z}$ می توان نوشت: $[x+a] = [x] + a$

با توجه به فرض سؤال که در آن داریم $[x+a] \neq [x] + a$ ، می توان فهمید که a عددی غیر صحیح است. از طرفی می دانیم مقدار یک تابع جزء صحیح همواره عددی صحیح است. بنابراین:

$$\begin{cases} [x] \in \mathbb{Z} \\ a \notin \mathbb{Z} \\ [x] - a = 0 \Rightarrow [x] = a \quad \times \end{cases}$$

بنابراین مخرج این عبارت هیچ گاه صفر نمی شود و دامنه عبارت $\mathbb{R}$ است.

نکته: $D_{f^{-1}} = R_f$

نکته:

$$D_{f \circ f^{-1}} = \left\{ x \in D_{f^{-1}} \mid \underbrace{f^{-1}(x)}_{\text{بديهي}} \in D_f \right\} = D_{f^{-1}}, \quad D_{f^{-1} \circ f} = \left\{ x \in D_f \mid \underbrace{f(x)}_{\text{بديهي}} \in D_{f^{-1}} \right\} = D_f$$

نکته: اگر f تابعی معکوس پذیر باشد، آنگاه:

$$f \circ f^{-1}(x) = x \quad ; \quad x \in D_{f^{-1}}$$

$$f^{-1} \circ f(x) = x \quad ; \quad x \in D_f$$

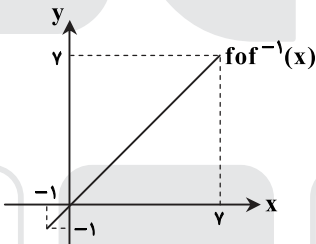
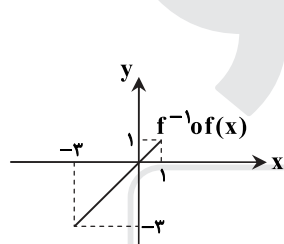
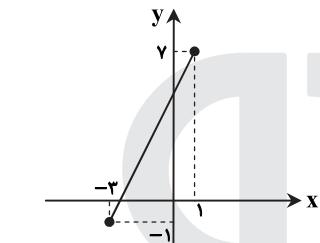
یعنی هر دو تابع $f \circ f^{-1}$ و $f^{-1} \circ f$ تابع همانی هستند، ولی دامنه آن ها لزوماً برابر نیست. با توجه به نمودار f داریم:

$$D_f = [-3, 1], R_f = [-1, 7] \Rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, 7]$$

بنابراین دو تابع $f \circ f^{-1}$ و $f^{-1} \circ f$ در بازه

$$D_f \cap D_{f^{-1}} = [-3, 1] \cap [-1, 7] = [-1, 1] \text{ بر}$$

هم منطبق اند. پس گزینه ۴ پاسخ است.



نکته: با فرض $a > 0$ و $x, y, a \neq 1$ داریم: $\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$

نکته: با فرض $a > 0$ و $a, x \neq 1$ داریم: $\log_a x = y \Leftrightarrow x = a^y$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}, \quad \log_a x + \log_a y = \log_a xy, \quad \log_a x^n = n \log_a x$$

نکته: برای حل یک معادله لگاریتمی، ابتدا با استفاده از خواص لگاریتم معادله را ساده تر می کنیم. سپس معادله حاصل را حل می نماییم. در پایان قابل قبول بودن جواب ها را بررسی می کنیم.

ابتدا فرض مسئله را ساده تر می کنیم و مقدار x را به دست می آوریم:

$$\log_7(x+1) + \log_7(x-1) = 4 - 2 \log_7 3 \Rightarrow \log_7(x+1)(x-1) = \log_7 16 - \log_7 9 \Rightarrow \log_7(x^2-1) = \log_7 \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = \frac{16}{9} \Rightarrow x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases} \quad \times$$

$x = -\frac{5}{3}$ در معادله اصلی صدق نمی کند، پس فقط $x = \frac{5}{3}$ قابل قبول است. با جایگذاری این مقدار در عبارت داده شده، داریم:

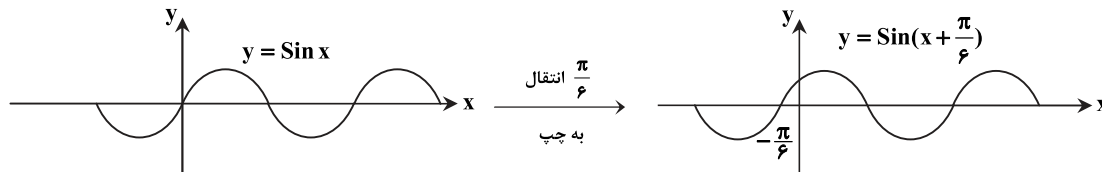
$$A = \log_7(x+1) - \log_7(x-1) = \log_7 \frac{x+1}{x-1} = \log_7 \frac{\frac{5}{3}+1}{\frac{5}{3}-1} = \log_7 \frac{\frac{8}{3}}{\frac{2}{3}} = \log_7 4 = 2$$

نکته: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار $y = f(x+a)$ کافی است نمودار $y = f(x-a)$ را a واحد به سمت چپ (راست) منتقل کنیم. ابتدا ضابطه تابع داده شده را ساده می کنیم:

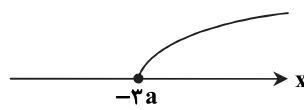
$$y = \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \cos x + \cos \frac{\pi}{6} \sin x \Rightarrow y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$$

بنابراین کافی است نمودار $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{6}$ واحد به سمت چپ انتقال دهیم.



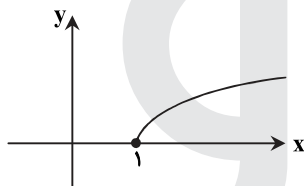
بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

نکته: شرط لازم برای وجود حد تابع $f(x)$ در $x = a$ ، تعریف شدن $f(x)$ در همسایگی این نقطه است. مطابق فرض سؤال تابع در $x = 1$ تعریف شده است، ولی حد ندارد. نمودار تابع داده شده به صورت روبه رو است:



$$y = \sqrt{x + 3a}$$

تنها نقطه ای که می تواند تعریف شده باشد، ولی حد نداشته باشد، نقطه $x = -3a$ یا همان ریشه عبارت زیر رادیکال است؛ زیرا تابع در این نقطه همسایگی چپ ندارد، پس در این نقطه حد ندارد، بنابراین می توان فهمید عدد ۱ ریشه عبارت زیر رادیکال است.



$$\sqrt{3a + x} :$$

$$3a + 1 = 0 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$y = \sqrt{x - 1}$$

نمودار تابع به صورت روبه رو است:

همان طور که مشخص است، این تابع در $x = 1$ تعریف شده است، ولی حد ندارد.

نکته: تابع f را بر بازه بسته $[a, b]$ پیوسته گوئیم، هرگاه تابع f در هر نقطه از (a, b) پیوسته باشد، همچنین در a از راست و در b از چپ پیوسته باشد.

تابع f در بازه $[-9, -4]$ پیوسته است، زیرا: $-9 < x \leq -4 \Rightarrow 4 \leq -x < 9 \Rightarrow 2 \leq \sqrt{-x} < 3 \Rightarrow [\sqrt{-x}] = 2$ یعنی در بازه $[-9, -4]$ تابع f ، تابع ثابت $y = 2$ و در نتیجه پیوسته است. سایر گزینه ها نادرست است، زیرا:

گزینه ۱: $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} [\sqrt{-x}] = 1, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} [\sqrt{-x}] = 0 \Rightarrow$ در $x = -1$ ناپیوسته است.

گزینه ۳: $\lim_{x \rightarrow (-9)^+} [\sqrt{-x}] = 2, f(-9) = 3 \Rightarrow$ در $x = -9$ از راست ناپیوسته است.

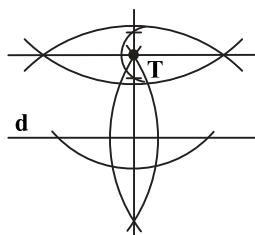
گزینه ۴: $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} [\sqrt{-x}] = 1, f(-4) = 2 \Rightarrow$ در $x = -4$ از راست ناپیوسته است.

نکته ۱: در رسم عمودمنصف یک پاره خط، دو بار از پرگار استفاده می شود.

نکته ۲: در رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای خارج آن، ابتدا به مرکز نقطه موردنظر کمائی می زنیم تا خط را در دو نقطه قطع کند، سپس عمودمنصف پاره خط واصل بین آن دو نقطه را رسم می کنیم. پس ۳ بار از پرگار استفاده می کنیم.

نکته ۳: در رسم خطی عمود بر یک خط از نقطه ای روی آن، ابتدا به مرکز نقطه موردنظر و شعاع دلخواه کمائی می زنیم تا خط را در دو نقطه قطع کند، سپس عمودمنصف پاره خط واصل بین دو نقطه را رسم می کنیم. پس ۳ بار از پرگار استفاده می کنیم.

در رسم خطی به موازات خط d از نقطه T خارج آن، ابتدا از T خطی بر آن عمود کرده و d' می نامیم، سپس در T خطی بر d' عمود کرده و d'' می نامیم و از آنجایی که دو خط عمود بر یک خط، در صفحه موازی اند، پس $d'' \parallel d$ و با توجه به نکات، ۶ بار از پرگار استفاده شده است. بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



نکته: اگر دو چندضلعی با نسبت تشابه k متشابه باشند، آنگاه نسبت محیط‌های آن‌ها برابر k و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر k^2 است.

$$k^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

نسبت تشابه این دو چندضلعی، $\frac{2}{3}$ است.

از آنجا که نمی‌دانیم محیط ۱۲ مربوط به شکل کوچک‌تر است یا بزرگ‌تر، مسئله ۲ جواب دارد.

$$\begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{12}{P} \Rightarrow P = 18 \\ \frac{2}{3} = \frac{P}{12} \Rightarrow P = 8 \end{cases}$$

فقط مقدار $P = 8$ در گزینه‌ها وجود دارد.

نکته: مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای که b نقطه مرزی و i نقطه درونی دارد، برابر است با: $S = \frac{b}{2} + i - 1$

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\text{مساحت چندضلعی بیرونی} = \frac{b_1}{2} + i_1 - 1 = \frac{14}{2} + 15 - 1 = 21$$

$$\text{مساحت چندضلعی درونی} = \frac{b_2}{2} + i_2 - 1 = \frac{7}{2} + 2 - 1 = \frac{9}{2}$$

پس:

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = 21 - \frac{9}{2} = \frac{33}{2}$$

نکته ۱: در هر متوازی‌الاضلاع، قطر‌ها یکدیگر را نصف می‌کنند.

نکته ۲: سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کنند.

در مثلث ABC ، پاره‌خط‌های AM و BO میانه هستند، پس مطابق نکته ۲:

$$\begin{aligned} S_{BMN} &= \frac{1}{6} S_{ABC} & [1] \\ S_{ABC} &= \frac{1}{2} S_{ABCD} & [2] \end{aligned}$$

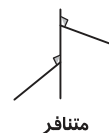
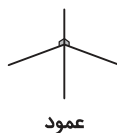
از طرف دیگر، در متوازی‌الاضلاع، هر قطر آن را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند، پس:

از مقایسه تساوی‌های [۱] و [۲] نتیجه می‌شود:

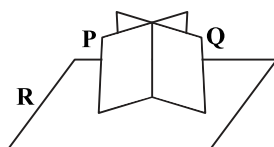
$$S_{BMN} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} S_{ABCD} \right) = \frac{1}{12} S_{ABCD} = \frac{1}{12} \times 24 = 2$$

تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: می‌دانیم در صفحه دو خط عمود بر یک خط با هم موازی هستند؛ ولی در فضا دو خط عمود بر یک خط، لزوماً موازی نیستند. (به مثال‌ها توجه کنید):



گزینه ۲: مطابق شکل، دو صفحه عمود بر یک صفحه، لزوماً با هم موازی نیستند.



گزینه ۴: دو خط که هیچ نقطه‌ای مشترک ندارند، موازی و یا متناظرند. بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (فیثاغورس)}$$

$$AB^2 = BH \cdot BC$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 4^2 = 2(BC) \Rightarrow BC = 8$$

$$ABC \text{ در مثلث قائم الزاویه } BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 4^2 + AC^2 = 8^2 \Rightarrow AC = \sqrt{48}$$

$$ACM \text{ در مثلث قائم الزاویه } CM^2 = AC^2 + AM^2 \Rightarrow CM^2 = (\sqrt{48})^2 + 2^2 = 52$$

$$\Rightarrow CM = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

مکعب اصلی شامل $4 \times 4 \times 4 = 64$ مکعب کوچک می باشد. برای اینکه نمای بالا مشخص شود، حداقل باید یک صفحه 4×4 داشته باشیم. برای ایجاد نمای روبه رو، دو ستون به اندازه ۲ مکعب روی آن صفحه نیاز است، پس حداقل $(4 \times 4) + 2 + 2 = 20$ مکعب کوچک لازم داریم. یعنی حداکثر می توانیم $64 - 20 = 44$ مکعب کوچک را حذف کنیم. به طور مثال، شکل روبه رو را می توان در نظر گرفت.

۳۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: مجموع اندازه های کمان های یک دایره برابر 360° است.

نکته ۲: اندازه هر زاویه مرکزی، برابر اندازه کمان روبه روی آن است.

با استفاده از نکته ۱ داریم:

$$\widehat{PN} + \widehat{NQ} + \widehat{QM} + \widehat{MP} = 360^\circ \Rightarrow 3x + 3x + 9x + 9x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 24x = 360^\circ \Rightarrow x = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

$$\widehat{POQ} = \widehat{PNQ} = 3x + 3x = 6x = 6 \times 15^\circ = 90^\circ \text{ حال با استفاده از نکته ۲ داریم:}$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

راه حل اول:

نکته: در دایره $C(O, R)$ شکل روبه رو، اگر $MA = R$ ، آنگاه:

$$\beta = 3\alpha$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\hat{O} = 3\hat{M} \xrightarrow{\hat{O}=90^\circ} 3\hat{M} = 90^\circ \Rightarrow \hat{M} = 30^\circ$$

راه حل دوم:

نکته: اندازه هر زاویه خارجی مثلث، برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور است.

$$\hat{MAO} : OA = AM \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{M} = \alpha$$

با توجه به نکته بالا، اندازه زاویه خارجی $\hat{A}_1$ برابر است با:

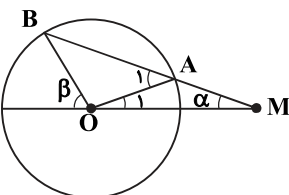
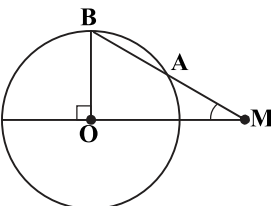
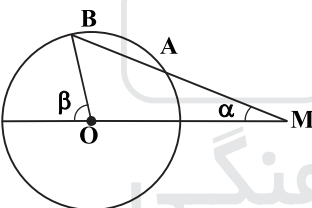
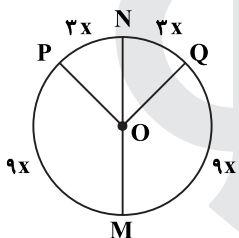
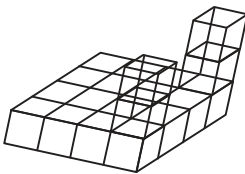
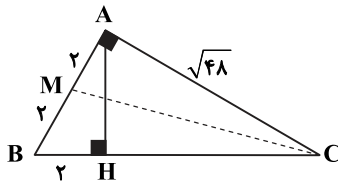
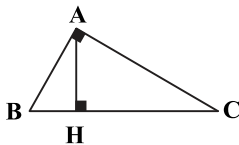
$$\hat{A}_1 = \hat{O}_1 + \hat{M} = 2\alpha$$

$$\hat{OAB} : OA = OB \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1 = 2\alpha$$

حال چون β اندازه زاویه خارجی مثلث OBM است، داریم:

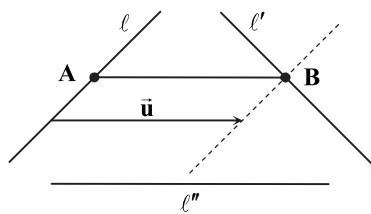
طبق فرض $\beta = 90^\circ$ ، پس $3\alpha = 90^\circ$. بنابراین:

تذکر: راه حل دوم در واقع اثبات نکته راه حل اول است.

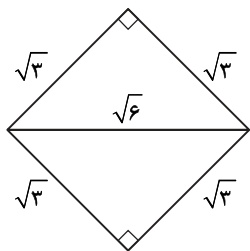


$$\beta = \hat{M} + \hat{B} = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$$

$$\alpha = 30^\circ$$



برای رسم پاره خط مورد نظر، خط ℓ را با برداری به موازات خط ℓ'' به طول ۵ سانتی متر انتقال می دهیم تا خط ℓ' را قطع کند. (خط چین رسم شده، تصویر ℓ تحت انتقال است.)
از نقطه تقاطع (B)، پاره خط AB را به موازات ℓ'' رسم می کنیم. طول این پاره خط برابر طول بردار انتقال؛ یعنی برابر ۵ سانتی متر است.
بنابراین با انتقال می توان این کار را انجام داد.



مثلاً با اضلاع $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{3}$ و $\sqrt{6}$ قائم الزویه است؛ زیرا:

$$\sqrt{6}^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^2$$

با توجه به قائم الزویه و متساوی الساقین بودن مثلث مورد نظر، چهار ضلعی حاصل مربعی به ضلع $\sqrt{3}$ است. بنابراین مساحت آن برابر است با:

$$S = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

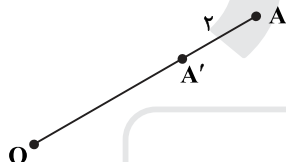
نکته: دوران، مرکز دوران را ثابت نگه می دارد.

نکته: دوران طولیاست و جهت شکل را تغییر نمی دهد.

نکته: جز در حالت دوران 180° و مضارب صحیح آن، دوران شیب خط را حفظ نمی کند.

با توجه به نکات بالا، همه موارد درست هستند. پس گزینه ۴ پاسخ است.

مطابق فرض:



$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{2}{3}$$

با تفصیل در مخرج خواهیم داشت:

$$\frac{OA'}{OA - OA'} = \frac{2}{3-2} \Rightarrow \frac{OA'}{AA'} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{OA'}{2} = \frac{2}{1} \Rightarrow OA' = 4$$

راه حل اول:

نکته (قضیه کسینوس ها): در مثلث دلخواه ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

با استفاده از قضیه کسینوس ها در مثلث ABD داریم:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos \hat{B}$$

$$\Rightarrow 49 = 64 + x^2 - 2 \times 8 \times x \times \cos 60^\circ$$

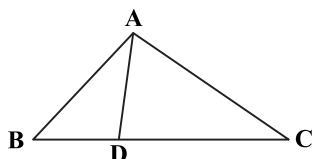
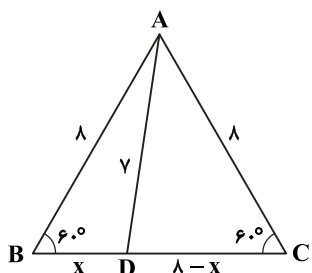
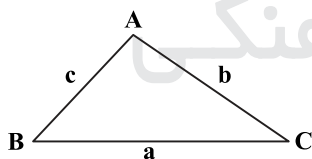
$$\Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-5) = 0$$

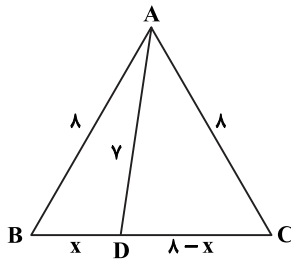
$$\xrightarrow{BD < CD} BD = 3, CD = 5 \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{3}{5} = 0.6$$

راه حل دوم:

نکته (قضیه استوارت): در مثلث دلخواه ABC، اگر D نقطه ای دلخواه روی BC باشد، آنگاه:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$





با استفاده از قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$\lambda^2(\lambda - x) + \lambda^2(x) = y^2(\lambda) + x(\lambda - x)(\lambda)$$

$$\Rightarrow \lambda^2(\lambda - x + x) = \lambda(49 + \lambda x - x^2) \Rightarrow 64 \times \lambda = \lambda(49 + \lambda x - x^2)$$

$$\Rightarrow 49 + \lambda x - x^2 = 64 \Rightarrow x^2 - \lambda x + 15 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 5) = 0$$

$$\xrightarrow{BD < CD} BD = 3, CD = 5 \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

نکته (قضیه هرون برای محاسبه مساحت): مساحت مثلث با اضلاع a، b و c برابر است با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad ; \quad P = \frac{a+b+c}{2}$$

ابتدا محیط مثلث و سپس مساحت آن را طبق فرمول هرون محاسبه می کنیم:

$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \Rightarrow S = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 4 \times 3 \times 7 = 84$$

از طرفی مساحت مثلث ABC به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC} \Rightarrow 84 = \frac{1}{2} \times 2 \times 14 + \frac{1}{2} \times x \times 15 + \frac{1}{2} \times 3 \times 13 \Rightarrow 84 = \frac{15x + 67}{2} \Rightarrow 15x + 67 = 168$$

$$\Rightarrow 15x = 101 \Rightarrow x = \frac{101}{15}$$

پس گزینه ۱ پاسخ است.

۴۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: در صورتی که A پیشامدی باشد که $P(A) > 0$ ، برای هر پیشامد B، «احتمال B به شرط رخ دادن A» به شکل زیر تعریف می شود:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

مطابق نکته، با جای گذاری مقادیر داده شده در رابطه داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \xrightarrow{\frac{P(A \cap B)}{P(B|A)} = \frac{1}{7}} \frac{1}{7} = \frac{\frac{1}{14}}{P(A)} \Rightarrow P(A) = \frac{14}{1} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۲)

نکته: عدد وسط مجموعه ای از داده ها را که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند، میانه داده ها می گوئیم و آن را با Q_2 نشان می دهیم. همچنین

میانه نیمه اول داده ها را چارک اول و میانه نیمه دوم داده ها را چارک سوم می نامیم و به ترتیب با Q_1 و Q_3 نمایش می دهیم.

داده ها مرتب هستند، پس مطابق نکته داریم:

$$\begin{array}{ccc} 6, 11, 12, & \boxed{13}, & 13, 14, 15, \\ \downarrow & & \downarrow \\ Q_1 & & Q_2 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 16, 17, 18, & \boxed{19}, & 20, 21, 22 \\ \downarrow & & \downarrow \\ Q_3 & & \end{array}$$

چارک اول

میانه

چارک سوم

بنابراین:

$$\frac{Q_1 + Q_3}{Q_2} = \frac{13 + 19}{16} = \frac{32}{16} = 2$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر نمونه ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می توانیم بگوئیم $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ که

در آن μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

با جای گذاری مقادیر $\bar{x} = 16$ ، $\sigma = 6$ و $n = 36$ در رابطه بالا داریم:

$$16 - \frac{2 \times 6}{\sqrt{36}} \leq \mu \leq 16 + \frac{2 \times 6}{\sqrt{36}} \Rightarrow 14 \leq \mu \leq 18$$

بنابراین بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین نمرات کشوری این آزمون عبارت است از:

$$[14, 18]$$

نکته: نمونه‌گیری سیستماتیک نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابر است. فقط از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد.

مطابق نکته، چون می‌خواهیم از این جامعه ۱۰۰ نفره ۲۰ نفر انتخاب کنیم، باید جامعه را به ۲۰ طبقه تقسیم کنیم. چون اندازه طبقات باید برابر باشد، پس هر طبقه شامل ۵ نفر می‌باشد، پس احتمال انتخاب هر عضو در این طبقات برابر $\frac{1}{5}$ است.

نکته ۱: برای تعیین میانه، ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم. سپس اگر تعداد داده‌ها فرد بود، میانه داده وسط است و اگر تعداد داده‌ها زوج بود، میانه برابر با میانگین دو داده وسط است.

نکته: میانه نیمه اول داده‌ها را با Q_1 نمایش می‌دهیم و چارک اول می‌نامیم و میانه نیمه دوم داده‌ها را با Q_3 نمایش می‌دهیم و چارک سوم می‌نامیم.

نکته: دامنه میان چارکی را با IQR نمایش می‌دهیم که برابر $Q_3 - Q_1$ است.

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 11, 12, 13, 13, 13, 13$$

$$Q_1 = \frac{9+9}{2} = 9 \quad Q_2 = \frac{9+10}{2} = 9.5 \quad Q_3 = \frac{12+13}{2} = 12.5$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 12.5 - 9 = 3.5$$

بنابراین دامنه میان چارکی برابر است با:

نکته:

- تعداد دفعاتی را که هر داده مشاهده می‌شود، فراوانی آن داده می‌گوییم.
 - با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید.
 - اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید.
- مطابق نکته برای دسته وسط داریم:

$$100 \times \frac{\text{فراوانی دسته وسط}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \text{درصد فراوانی نسبی دسته اول}$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{x}{9+5+x+10+18} \times 100 \Rightarrow \frac{10x}{42+x} = 3$$

$$\Rightarrow 126 + 3x = 10x \Rightarrow 7x = 126 \Rightarrow x = 18$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه‌ای را افزای می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

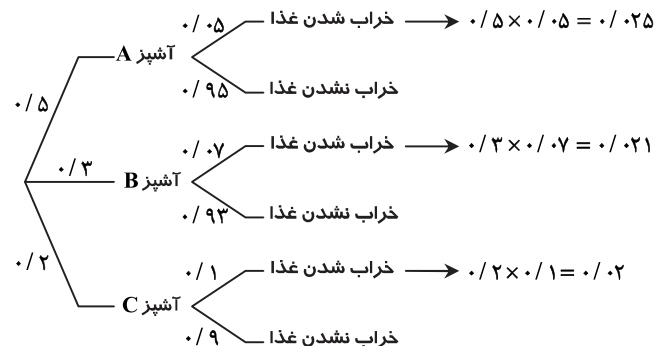
پیشامد خراب شدن غذا را F و احتمال آنکه آشپز غذای شما به ترتیب آشپز A, B یا C باشد را $P(A), P(B)$ و $P(C)$ می‌نامیم، پس مطابق نکته داریم:

$$P(F) = P(A) \times P(F|A) + P(B) \times P(F|B) + P(C) \times P(F|C)$$

$$= 0.5 \times 0.5 + 0.3 \times 0.7 + 0.2 \times 0.1 = 0.25 + 0.21 + 0.02 = 0.48 = 48\%$$

راه حل دوم:

با استفاده از نمودار درختی داریم:

بنابراین احتمال خواسته شده برابر $0.25 + 0.21 + 0.02 = 0.48 = 48\%$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $\sim (\exists x ; p(x)) \equiv \forall x ; \sim p(x)$

نکته: $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (\sim q)$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\sim (\exists y \in \mathbb{R} ; y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \equiv \forall y \in \mathbb{R} ; \sim (y < 0 \wedge y^2 \leq 1) \equiv \forall y \in \mathbb{R} ; y \geq 0 \vee y^2 > 1$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱ (قوانین دمورگان): $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ ، $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

نکته ۲: $\sim (\sim p) \equiv p$

با توجه به نکات، گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ درست و گزینه ۴ نادرست است.

$$\sim (\sim p \vee q) \equiv \sim (\sim p) \wedge (\sim q) \equiv p \wedge (\sim q)$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

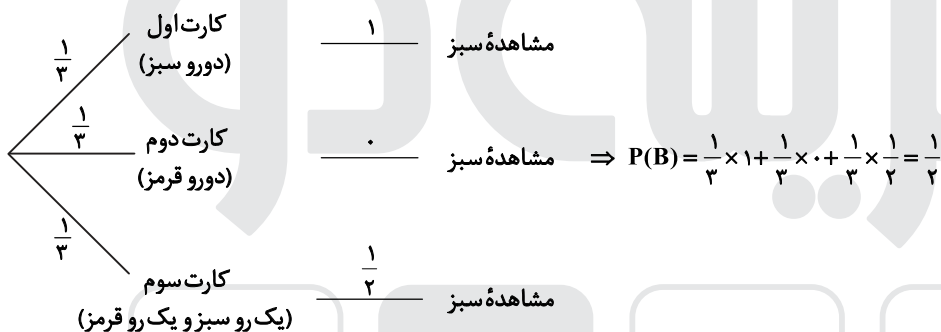
۵۰- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

نکته (احتمال شرطی): اگر A و B دو پیشامد باشند، آنگاه:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

فرض کنید A پیشامد سبز بودن هر دو روی کارت و B پیشامد مشاهده رنگ سبز در کارت انتخابی باشد. باید $P(A | B)$ را محاسبه کنیم. با استفاده از نمودار درختی داریم:



با توجه به اینکه ۳ کارت داریم و فقط یکی از آن‌ها هر دو روی آن سبز است، پس $P(A) = \frac{1}{3}$ می‌توان نوشت:

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A) = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

راه حل دوم: فرض کنید مطابق شکل زیر، هر دو روی کارت‌ها را شماره‌گذاری کنیم:

(کارت دورو قرمز)		(کارت یک رو سبز و یک رو قرمز)		(کارت دورو سبز)	
قرمز	قرمز	قرمز	سبز	سبز	سبز
۶	۵	۴	۳	۲	۱

وقتی مشاهده می‌کنیم که یک روی کارت سبز است، فضای نمونه‌ای به $S' = \{\text{سبز ۱}, \text{سبز ۲}, \text{سبز ۳}\}$ کاهش پیدا می‌کند. پیشامد مطلوب آن است که روی سبز آمده مربوط به کارت دو رو سبز باشد، یعنی $A = \{\text{سبز ۱}, \text{سبز ۲}\}$ ؛ بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S')} = \frac{2}{3}$$

فیزیک

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} R = \frac{V}{I} \Rightarrow 1(\Omega) = \frac{1(V)}{1(A)} \\ \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 1(V) = \frac{1(J)}{1(C)} \\ q = It \Rightarrow 1(C) = 1(A) \cdot 1(s) \\ F = ma, W = Fd \cos \theta \Rightarrow 1(J) = 1(N) \cdot 1(m) = 1\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right) \cdot 1m \end{cases} \Rightarrow 1(\Omega) = \frac{1(kg) \times 1(m) \times 1(m)}{1(s^2) \times 1(A) \times 1(s) \times 1(A)} = \frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۵۲- پاسخ: گزینه ۳

$$1mL = 1mL \times \frac{1L}{10^3 mL} \times \frac{10^{-3} m^3}{1L} \times \frac{10^3 mm^3}{1m^3} = 1 \times 10^3 mm^3$$

دقت اندازه‌گیری این وسیله، ۱mL است:

۵۳- (حذف)-

۵۴- (حذف)-

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا باید ارتفاع آب در ظرف را محاسبه کنیم.

$$V = A \times h = 2 \cdot cm^2 \times 50 \cdot cm = 100 \cdot cm^3$$

$$V' = 1250 - 100 = 250 \cdot cm^3$$

$$h_{\text{بخش باریک}} = \frac{V'}{A} = \frac{250 \cdot cm^3}{5 \cdot cm^2} = 50 \cdot cm$$

$$h_{\text{کل}} = 50 \cdot cm + 50 \cdot cm = 100 \cdot cm = 1m$$

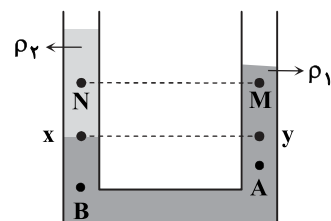
$$P - P_0 = \rho gh_{\text{کل}} = 1000 \times 10 \times 1 = 10^4 Pa = 10 \cdot kPa$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: سه نقطه A و B و M در مایع شماره ۱ هستند. از آنجایی که نقطه M بالاترین و نقطه B پایین‌ترین است، پس:

$$P_B > P_A > P_M$$



نکته ۲: دو نقطه M و N هم‌ارتفاع هستند، اما چگالی دو مایع متفاوت است، پس $P_M \neq P_N$. دو نقطه X و Y هم‌ارتفاع و در مایع ۱ هستند، پس $P_X = P_Y$. با توجه به شکل $\rho_1 > \rho_2$ است، در نتیجه اگر از نقطه X و Y به یک اندازه ($h = My = Nx$) بالا رویم، اختلاف فشار ایجاد شده در مایع (۱) بیشتر خواهد بود ($\Delta P = \rho gh$): در نتیجه $P_N > P_M$ خواهد بود. برای مرتب شدن فشارها باید مقایسه بین P_A و P_N را انجام دهیم:

$$\begin{cases} P_N < P_X \\ P_A > P_X \end{cases} \Rightarrow P_A > P_N$$

$$P_B > P_A > P_N > P_M$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

بنابراین داریم:

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

$$P_0 = P_{\text{فاز}} + \rho gh \Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای: } P_g = P_{\text{فاز}} - P_0 = -\rho gh = -13600 \times 10 \times 0.1 = -13600 Pa = -13.6 \cdot kPa$$

۵۸- (حذف)-

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$K_2 = K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow 4 m v_2^2 = m v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{1}{4} v_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2}$$

$$v_1 = 2 \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = 1 - 2 = -1 \frac{m}{s}$$

بنابراین تندی جسم را باید $1 \frac{m}{s}$ کاهش دهیم.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{فرد}} = \frac{1}{2} m (v^2 - 0)$$

$$-mgh + W_{\text{فرد}} = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow -2 \times 10 \times 3 + W_{\text{فرد}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 36 \Rightarrow W_{\text{فرد}} = 96 \text{ J}$$

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد.

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow 0 + 0 = -mgh_B + \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_B} = \sqrt{36} = 6 \frac{m}{s}$$

$$U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow 0 + 0 = -mgh_C + \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow \frac{1}{2} v_C^2 = 24 \Rightarrow v_C = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} = 4 \times 1.7 = 6.8 \frac{m}{s}$$

$$v_C - v_B = 6.8 - 6 = 0.8 \frac{m}{s}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$P_{av} = \frac{W}{t} \Rightarrow 13 = \frac{W_{\text{شخص}}}{2} \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 26 \text{ J}$$

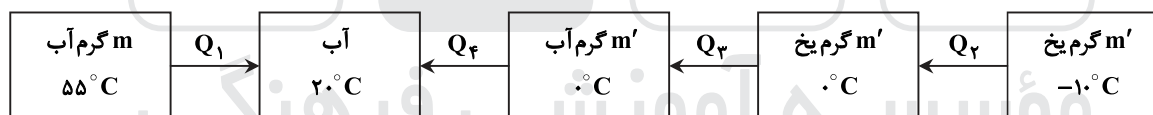
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow -mgh + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow -0.4 \times 10 \times 1.5 + 26 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times v^2 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

۶۳- (حذف)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow mc_{\text{آب}}(20 - 55) + m'c_{\text{یخ}}(0 - (-10)) + m'L_F + m'c_{\text{آب}}(20 - 0) = 0$$

$$\Rightarrow -35mc_{\text{آب}} + 10m' \frac{c_{\text{آب}}}{2} + m'(8 \cdot c_{\text{آب}}) + m'c_{\text{آب}}(20 - 0) = 0 \Rightarrow -35m + 5m' + 8 \cdot m' + 20 \cdot m' = 0$$

$$\Rightarrow 10.5m' = 35m \Rightarrow \frac{m}{m'} = 3$$

۶۵- (حذف)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

حالت اول:

A سطح مقطع لوله است.

$$P_1 = P_0 - 36 = 40 \text{ cmHg} \text{ و } V_1 = 12A, T_1$$

حالت دوم:

$$P_2 = P_0 - 34 = 42 \text{ cmHg} \text{ و } V_2 = (12 + 2)A = 14A, T_2 = T_1 + 90$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{40 \times 12}{T_1} = \frac{42 \times 14}{T_1 + 90} \Rightarrow \frac{40}{T_1} = \frac{49}{T_1 + 90} \Rightarrow 40(T_1 + 90) = 49T_1 \Rightarrow 9T_1 = 40 \times 90 \Rightarrow T_1 = 400 \text{ K} = 127^\circ \text{C}$$

در این فرایند همواره فشار کاهش و دما افزایش یافته است، پس با توجه به قانون گازهای کامل ($PV = nRT$)، حجم گاز نیز همواره افزایش یافته و در نتیجه $W < 0$ است. از طرفی با توجه به اینکه دمای گاز افزایش یافته است، $\Delta U > 0$ خواهد بود و داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W > 0$$

$$|W| = \frac{(\Delta - 2) \times 10^{-3} \times (40 - 10) \times 10^5}{2} = 4500 \text{ J}$$

چون چرخه در صفحه $P-V$ پادساعت گرد است، کار انجام شده روی گاز مثبت خواهد بود، پس $W = +4500 \text{ J}$.
در هر چرخه ترمودینامیکی $Q = -W = -4500 \text{ J}$

پس در این چرخه، گاز 4500 J گرما به محیط می دهد.

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \text{ و } P = \frac{|W|}{t} \text{ : توان مکانیکی ماشین}$$

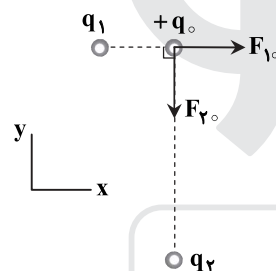
کار انجام شده در هر چرخه برابر است با:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow 0.7 = \frac{|W|}{600 + |W|} \Rightarrow 120 = 0.8|W| \Rightarrow |W| = 150 \text{ J}$$

کار انجام شده در هر دقیقه: $|W| = 2000 \times 60 = 120000 \text{ J}$

$$\text{تعداد چرخه در هر دقیقه: } \frac{120000}{150} = \frac{12000}{15} = \frac{4000}{5} = 800$$

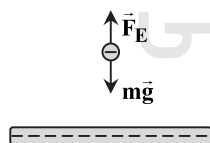
مؤلفه $\vec{i}$ ، نیرویی است که بار q_1 وارد می کند و مؤلفه $\vec{j}$ ، نیرویی است که بار q_2 وارد می کند. با توجه به جهت نیروها مشخص می شود که بارهای q_1 و q_2 ناهم نام هستند.



$$\left. \begin{aligned} F_{1o} &= 3/2 \times 10^{-4} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_o|}{0.1^2} = 3/2 \times 10^{-4} \\ F_{2o} &= 1/6 \times 10^{-4} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_o|}{0.3^2} = 1/6 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{0.1}{0.3}\right)^2 = \frac{1/6}{3/2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{9}{2}$$

با توجه به اینکه ذره در حال تعادل است، جهت نیروی الکتریکی ($\vec{F}_E$) رو به بالا بوده و در نتیجه بار صفحه بالایی مثبت و بار صفحه پایینی منفی است. با توجه به تعادل نیروها داریم:



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow m = \frac{2 \times 10^{-6} \times 10^4}{10} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} = 2 \text{ g}$$

قضیه کار و انرژی جنبشی: $W_E = \Delta K \Rightarrow -\Delta U = \Delta K \Rightarrow \Delta U = -\Delta K = q\Delta V \Rightarrow -(K_B - K_A) = q(V_B - V_A)$

$$\Rightarrow V_B - V_A = \frac{-(K_B - K_A)}{q} = \frac{-(-2 \times 10^{-6})}{-2 \times 10^{-6}} = -10 \text{ V}$$

$$\frac{E_r}{E_1} = \frac{|q_r|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 = \frac{2}{1} \times \left(\frac{a}{3a}\right)^2 = \frac{2}{9} \Rightarrow E_r = 0.4 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



با توجه به علامت بارهای q_1 و q_2 جهت میدان ها مطابق شکل است.

پس در مورد E_T خواهیم داشت:

$$E = E_1 - E_r = 1/8 \times 10^3 - 0.4 \times 10^3 = 1/4 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\left. \begin{aligned} Q &= CV \\ C &= \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q = \epsilon_0 \frac{A}{d} \times V \Rightarrow \frac{Q}{A} = \frac{\epsilon_0 V}{d} \Rightarrow \sigma = \frac{\epsilon_0 V}{d} = \frac{9 \times 10^{-12} \times 100}{1/8 \times 10^{-3}} \Rightarrow \sigma = 5 \times 10^{-7} \frac{C}{m^2} = 0.5 \frac{\mu C}{m^2}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U}{U_1} = \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{U+28}{U} = \left(\frac{4}{3} \right)^2 \Rightarrow \frac{U+28}{U} = \frac{16}{9} \Rightarrow 9U + 9 \times 28 = 16U \Rightarrow 9 \times 28 = 7U \Rightarrow U = 36 \mu J$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

جریان باتری از پایه A وارد و از پایه C خارج می‌شود و چون پایه B آزاد است، چرخش پیچ تنظیم پتانسیومتر بر مقاومتی که در مسیر جریان وجود دارد اثر نخواهد داشت، لذا جریان ثابت و غیرصفر است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

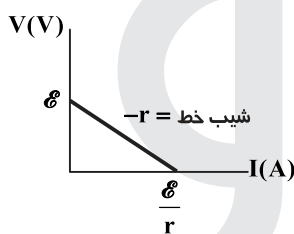
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \rho_0 (1 + \alpha \times 100) \\ \rho_2 &= \rho_0 (1 + \alpha \times 200) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + 200\alpha}{1 + 100\alpha} \Rightarrow \frac{1 + 200\alpha}{1 + 100\alpha} = \frac{9}{7} \Rightarrow 7 + 1400\alpha = 9 + 900\alpha \Rightarrow 2 = 500\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2}{500} = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری (که به مدار انرژی می‌دهد) برابر $\mathcal{E} - rI$ و نمودار V بر حسب I برای آن به صورت روبه‌رو است.



با توجه به نمودار صورت مسئله، می‌توان فهمید $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ و $r_1 > r_2$ است.

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

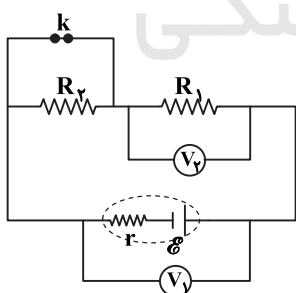
$$V = \mathcal{E} - rI \Rightarrow 5/5 = 6 - 1 \times I \Rightarrow I = 0.5 A$$

$$\text{قانون حلقه: } +5/5 - 10 + 10 - V_{R_2} = 0 \Rightarrow V_{R_2} = 5/5 V$$

$$R_2 = \frac{V_{R_2}}{I} = \frac{5/5}{0.5} = 11 \Omega$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)



در ابتدا از مقاومت R_2 جریانی نمی‌گذرد و مقاومت معادل مدار فقط R_1 است. با قطع کلید k ، مقاومت R_2 در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت معادل افزایش

می‌یابد و با توجه به رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ ، جریان کاهش می‌یابد.

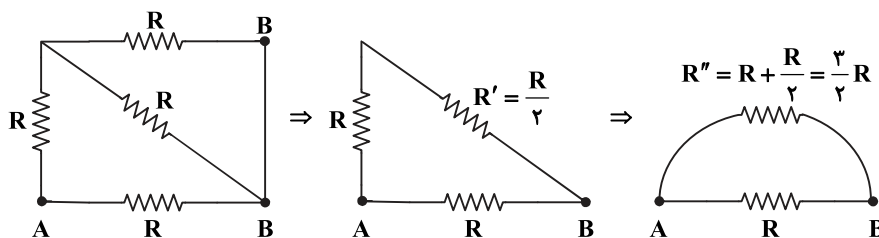
طبق رابطه $V_1 = \mathcal{E} - rI$ ، با کاهش جریان، عدد V_1 افزایش می‌یابد. از طرفی

طبق رابطه $V_2 = R_2 I$ ، با کاهش جریان، عدد V_2 نیز کم می‌شود.

۸۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

مقاومت‌هایی که در ناحیه سمت راست نقطه B قرار دارند، اتصال کوتاه شده و از مدار خارج می‌شوند.



$$R_{eq} = \frac{\frac{3}{2} R \times R}{\frac{3}{2} R + R} = \frac{3}{5} R$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R_1 + r} = \frac{\mathcal{E}}{\Delta r} \Rightarrow P_1 = R_1 I^2 = \frac{2r\mathcal{E}^2}{\Delta r^2} = \frac{2\mathcal{E}^2}{25r} \quad \text{ب) } I = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R_1}{2}} = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow P_1 = R_1 \left(\frac{I}{2}\right)^2 = \frac{2r\mathcal{E}^2}{16r^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{8r}$$

$$\frac{P_{1(\text{شکل ب})}}{P_{1(\text{شکل الف})}} = \frac{\frac{\mathcal{E}^2}{8r}}{\frac{2\mathcal{E}^2}{25r}} = \frac{1}{2} \times \frac{25}{16} = \frac{25}{32}$$

ابتدا توان مصرفی لامپ را به ازای اختلاف پتانسیل $180V$ به دست می آوریم. چون دما را ثابت فرض کرده ایم، مقاومت آن در هر دو حالت یکسان است، پس:

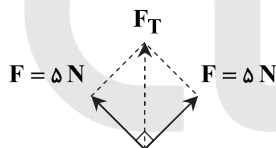
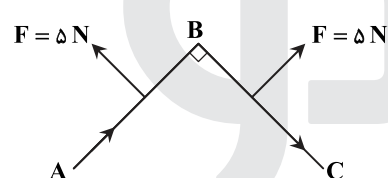
$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{100} = \left(\frac{180}{200}\right)^2 \Rightarrow P_2 = 81W = 81 \times 10^{-3} kW$$

برای محاسبه انرژی مصرفی بر حسب کیلووات ساعت، توان را بر حسب کیلووات در زمان بر حسب ساعت ضرب می کنیم.

$$U = P \times t = (81 \times 10^{-3} kW) \times (120 \text{ min} \times \frac{1h}{60 \text{ min}}) = 81 \times 10^{-3} \times 2 = 162 \times 10^{-3} = 0.162 kWh$$

با توجه به جهت خطوط، جهت عقربه در نقطه A به سمت چپ، در بین دو قطب به سمت راست و در نقطه B به سمت چپ است، لذا جهت عقربه دو بار تغییر می کند.

$$F = I B \sin \theta \Rightarrow F_{AB} = F_{BC} = (1A)(\Delta m)(1T)(\sin 90^\circ) = \Delta N$$



با قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر هر قطعه و جهت نیروی خالص به صورت روبه رو است.

$$F_T = \sqrt{\Delta^2 + \Delta^2} = \Delta\sqrt{2} N$$

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{L}{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{\mu_0 L I}{4\pi R^2} \Rightarrow 24 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 120 \times I}{4\pi \times 0.1^2} \Rightarrow I = 20A$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = 0$$

$$t_2 = 2s \Rightarrow \Phi_2 = 0.2 \times 2^2 + 0.3 \times 2 = 0.8 + 0.6 = 1.4 Wb$$

$$|\mathcal{E}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |R I| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow R \times 1/4 = 20 \times \frac{1/4 - 0}{2 - 0} \Rightarrow R = 10\Omega$$

از نقطه A تا وسط میدان، میدان تدریجاً قوی تر شده، در نتیجه شار مغناطیسی افزایش می یابد و طبق قانون لنز، جهت میدان ناشی از جریان القایی، خلاف سوی میدان اصلی یعنی به سمت چپ باید باشد. از این رو طبق قاعده دست راست، جهت جریان در قسمت جلوی حلقه به طرف بالا خواهد بود. از نقطه وسط تا نقطه B، میدان تدریجاً کم شده و جهت جریان در قسمت جلوی حلقه با استدلال مشابه، به طرف پایین است.

$$\frac{3}{4}T = 6 \Rightarrow T = 8ms$$

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow I = 10 \sin \frac{2\pi}{8 \times 10^{-3}} t = 10 \sin \frac{1000\pi}{4} t \xrightarrow{t=10^{-3}} I = 10 \sin \frac{\pi}{4} = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times (5\sqrt{2})^2 = 20 \times 25 \times 2 = 1000 J$$

۹۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

در نمونه طبیعی عنصر منیزیم، ۳ گونه اتم با عددهای جرمی ۲۴، ۲۵ و ۲۶ وجود دارند که عدد جرمی سنگین ترین اتم، ۲ واحد بیشتر از عدد جرمی سبک ترین اتم است.
بررسی عبارت های نادرست:

(ب) در سبک ترین اتم هیدروژن (^1H) یک الکترون و یک پروتون وجود دارد، ولی نوترون وجود ندارد.

(پ) در نمونه طبیعی عنصر لیتیم، ایزوتوپ ^7Li فراوانی کمتری دارد. در این ایزوتوپ، شمار نوترون ها (۳ نوترون) با شمار پروتون ها (۳ پروتون) برابر است.

(ت) در یک نمونه طبیعی از عنصر هیدروژن تنها یک نوع اتم پرتوزا (^3H) وجود دارد.

۹۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

درصد فراوانی ^{21}X را a و درصد فراوانی ^{22}X را b در نظر می گیریم. با توجه به داده های مسئله داریم:

$$\begin{cases} a + b = 20 \\ b = 3a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 15 \end{cases}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(20 \times 80) + (21 \times 5) + (22 \times 15)}{100} = \frac{1600 + 105 + 330}{100} = 20/35$$

راه حل دوم:

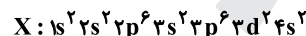
$$M = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) = 20 + \left(\frac{5}{100} \times 1\right) + \left(\frac{15}{100} \times 2\right) = 20/35$$

$$^{21}\text{X} \text{ تعداد اتم های } = 4/07 \text{ g X} \times \frac{1 \text{ mol X}}{20/35 \text{ g X}} \times \frac{5 \text{ mol } ^{21}\text{X}}{100 \text{ mol X}} \times \frac{N_A ^{21}\text{X}}{1 \text{ mol } ^{21}\text{X}} = 0/01 N_A$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

۹۳- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت سوم درست است.



بررسی عبارت های نادرست:

عبارت اول: اتم X دارای ۷ زیرلایه اشغال شده از الکترون است.

عبارت دوم: اتم X دارای ۴ الکترون ظرفیتی است.

عبارت چهارم: این عنصر در دسته d قرار دارد و بیرونی ترین زیرلایه آن ($4s^2$)، کاملاً پر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۹۴- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم ها، یون های پایدار عنصرها به صورت A^{2-} ، B^+ ، C^{2+} و D^{3-} است.

$$1 \text{ گزینه } B^+, D^{3-} \Rightarrow B_3D \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون ها}}{\text{شمار آنیون ها}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$2 \text{ گزینه } B^+, A^{2-} \Rightarrow B_2A \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون ها}}{\text{شمار آنیون ها}} = \frac{2}{1} = 2$$

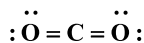
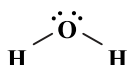
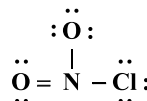
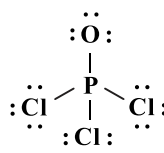
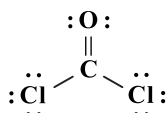
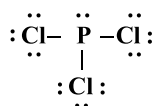
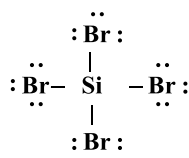
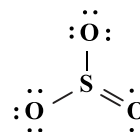
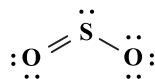
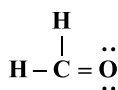
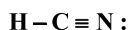
$$3 \text{ گزینه } C^{2+}, D^{3-} \Rightarrow C_3D_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون ها}}{\text{شمار آنیون ها}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

$$4 \text{ گزینه } C^{2+}, A^{2-} \Rightarrow CA \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون ها}}{\text{شمار آنیون ها}} = \frac{1}{1} = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

ترکیب اول	ترکیب دوم	
گزینه ۱	IF_6 (۶ اتم)	CuO (۱ کاتیون)
گزینه ۲	N_2O_4 (۶ اتم)	Na_2S (۲ کاتیون)
گزینه ۳	SO_3 (۴ اتم)	Ca_3P_2 (۳ کاتیون)
گزینه ۴	CCl_4 (۵ اتم)	Fe_3N_2 (۳ کاتیون)



۹۷ (حذف)-

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)



معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

جرم مخلوط (۵۰۸/۶۹ گرم) به اندازه جرم گاز کلر تولید شده کاهش می یابد:

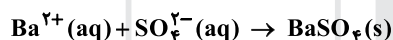
$$8.69 \text{ g MnO}_2 \times \frac{1 \text{ mol MnO}_2}{86.9 \text{ g MnO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{1 \text{ mol MnO}_2} \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 7.1 \text{ g Cl}_2$$

$$\text{جرم مخلوط پس از واکنش} = 50.8 / 69 - 7.1 = 50.1 / 59 \text{ g}$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

حذف یون سولفات با تشکیل رسوب باریوم سولفات انجام می شود:



$$1 \text{ ppm} = \frac{1 \text{ mg Cl}^-}{1 \text{ kg}}$$

$$\text{جرم محلول} = 70 \text{ m}^3 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mg Cl}^-}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ g Cl}^-}{1000 \text{ mg Cl}^-} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{1 \text{ g Cl}^-} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 10 \text{ kg}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

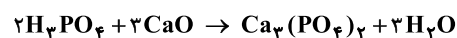
$$50 \text{ g KNO}_3 \times \frac{10}{100} = 5 \text{ g} \Rightarrow 50 - 5 = 45 \text{ g KNO}_3 \text{ حل شده}$$

$$? \text{ g KNO}_3 = 100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{10 \text{ g KNO}_3}{25 \text{ g H}_2\text{O}} = 40 \text{ g} \Rightarrow \text{KNO}_3 = \frac{40 \text{ g KNO}_3}{100 \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم ماده حل شده}}{\text{جرم کل محلول}} \times 100 = \frac{10}{25 + 10} \times 100 = 28\%$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴



$$\frac{400}{1000} \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4} \times \frac{310 \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2} = 12.4 \text{ g (جرم کل کلسیم فسفات حاصل)}$$

$$\text{(این مقدار از کلسیم فسفات حل می شود.)} \Rightarrow x = 0.2 \text{ g} \Rightarrow 0.5 \times 100 = 50\% \text{ براساس انحلال پذیری}$$

$$\text{جرم بلور حاصل} = 12.4 / 4 - 0.2 = 12.2 \text{ g}$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$?g O_2 = 2000g H_2O \times \frac{0.3g O_2}{100g H_2O} = 0.6g O_2$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.6g O_2}{2000g H_2O} \times 10^6 = 300ppm$$

با کاهش فشار تا ۱ atm، به تقریب ۰/۰۲۵ گرم اکسیژن به ازای هر ۱۰۰ گرم محلول، از آن خارج می شود.

$$?g O_2 = 2000g H_2O \times \frac{0.25g O_2}{100g H_2O} = 0.5g$$

$$?LO_2 = 0.5g O_2 \times \frac{1mol O_2}{32g O_2} \times \frac{24LO_2}{1mol O_2} = 0.375L$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت های نادرست:

الف) مقایسه $HBr > HCl > HF$ را می توان به جرم مولی نسبت داد، ولی مقایسه نقطه جوش این مواد به صورت $HF > HBr > HCl$ است.

ب) پیوند هیدروژنی را می توان قوی ترین نیروی بین مولکولی در نظر گرفت. (پیوند هیدروژنی جزء نیروهای وان دروالس نیست).

پ) نیروی جاذبه بین مولکولی استون، از نوع وان دروالس و نیروی جاذبه بین مولکولی اتانول و آب، از نوع پیوند هیدروژنی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

عبارت های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

الف) در هر گروه از بالا به پایین و در هر دوره از راست به چپ، شعاع اتمی افزایش می یابد؛ بنابراین شعاع اتمی Z از E بیشتر است.

ب) عنصرهای X، Y و Z به ترتیب Al، Si و P هستند که در بین آن ها Si شبه فلز است.

پ) عنصر F همان فلوئور است که در واکنش با فلزهای قلیایی، ترکیب های یونی تشکیل می دهد.

ت) فرمول ترکیب یونی حاصل از عنصرهای D و Z به صورت D_3Z_2 است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴

الف) Sc نخستین فلز واسطه دوره چهارم است و کاتیون Sc^{3+} به آرایش گاز نجیب آرگون می رسد.

پ) در واکنش هایی که به طور طبیعی انجام می شوند، واکنش پذیری فراورده ها کمتر از مواد اولیه است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴

عنصر M، فلز آهن (Fe) با آرایش الکترونی زیر است:



گزینه ۱: فعالیت شیمیایی آن کم است.

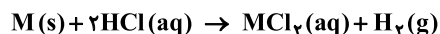
گزینه ۲: M فلزی متعلق به گروه ۸ و دوره ۴ جدول است.

گزینه ۳: در عنصر M، بیرونی ترین زیر لایه $4s^2$ است که دو الکترون دارد.

گزینه ۴: فلز آهن دارای دو اکسید طبیعی FeO و Fe_2O_3 است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

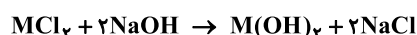
۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴



$$33/6L H_2 \times \frac{1mol H_2}{22/4L H_2} = 1/5 mol H_2$$

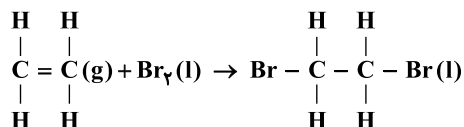
$$1/5 mol H_2 \times \frac{1mol M}{1mol H_2} \times \frac{56g M}{1mol M} = 8.4g M \text{ خالص}$$

$$M \text{ درصد خلوص} = \frac{8.4}{100} \times 100 = 84$$



$$1/5 mol MCl_2 \times \frac{2mol NaOH}{1mol MCl_2} = 2/5 mol NaOH$$

ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



$$44.8 \text{ L C}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol}}{22.4 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4} \times \frac{188 \text{ g C}_2\text{H}_4\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4\text{Br}_2} = 376.0 \text{ g}$$

$$4 \text{ L} \times \frac{100 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1/188 \text{ g C}_2\text{H}_4\text{Br}_2}{1 \text{ mL C}_2\text{H}_4\text{Br}_2} = 75.2 \text{ g}$$

$$\frac{75.2}{376.0} \times 100 = 20\% \text{ بازده درصدی}$$

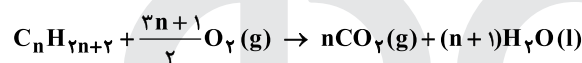
عبارات های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

(الف) هیدروکربن ها در ساختار خود تنها اتم های H و C دارند.

(ب) کمتر از ۱۰ درصد نفت خام صرف تولید مواد پتروشیمیایی می‌شود.

فرمول کلی سوختن کامل یک آلکان به صورت زیر است (در شرایط STP):

تعداد مول های گازی تولید شده هنگام سوختن کامل یک آلکان در شرایط استاندارد، با تعداد اتم های کربن آن برابر است. بنابراین از سوختن کامل این آلکان، ۱۴ مول گاز CO₂ تولید می‌شود.

دمای آب ظرف «I» کمتر از ظرف «II» است؛ بنابراین با اضافه کردن آب موجود در ظرف «I» به ظرف «II»، دمای آب موجود در ظرف «II» نسبت به قبل کمتر می‌شود.

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ۱: ظرفیت گرمایی ویژه برای یک نمونه ماده، به جرم آن بستگی ندارد.

گزینه ۲: جرم و دمای آب موجود در ظرف «II» بیشتر است؛ بنابراین مجموع انرژی جنبشی مولکول های آن نیز بیشتر است.

گزینه ۴: با توجه به اینکه جرم آب موجود در ظرف «I» کمتر از «II» است، برای برابر شدن انرژی گرمایی دو ظرف، باید حتماً دمای ظرف «I» از «II» بیشتر شود که در این صورت، میانگین انرژی جنبشی مولکول های آب موجود در ظرف «I» بیشتر خواهد شد.



$$Q = mc\Delta\theta = 100 \times 6 \times 4/2 = 2520 \text{ J} = 2.52 \text{ kJ}$$

گرما آزاد می‌کند ۸۲۲ kJ ۲×۲۷ g آلومینیوم

$$x = \frac{2 \times 27 \times 2.52}{822} = \frac{2 \times 27 \times 2.52}{822} = \frac{2 \times 27 \times \frac{5}{2}}{822} = \frac{135}{822} = 0.16 \text{ g}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{گرمای آزاد شده از اکسایش ۲ مول گلوکز} = 2 \times 28.08 = 56.16 \text{ kJ} \\ \text{گرمای آزاد شده از سوختن ۱ مول اتان} = \frac{3120}{2} = 1560 \text{ kJ} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{56.16}{1560} = 3/6$$

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) با توجه به نمودار «IV»، مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها به اندازه ۹۳۰ کیلوژول بیشتر از فراورده ها است.

(۲) مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل چند ماده را به طور مطلق، نمی توان اندازه گیری کرد.

(۳) با توجه به نمودارهای «I» و «IV»، نمی توان نتیجه گرفت که فراورده های کدام واکنش ناپایدارتر هستند و تنها می توانیم نتیجه بگیریم که فراورده های هر دو واکنش، ناپایدارتر از واکنش دهنده های خود هستند.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

تنها دو ترکیب مورد «پ» با یکدیگر ایزومر نیستند.

(الف) سیکلو آلکان‌ها با آلکن‌های هم‌کربن خود ایزومر هستند. (C_nH_{2n})

(ب) اترها با الکل‌های هم‌کربن خود ایزومر هستند. ($C_nH_{2n+2}O$)

(ت) آلدئیدها با کتون‌های هم‌کربن خود ایزومر هستند. ($C_nH_{2n}O$)

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

چون نمودار مول-زمان داده شده صعودی است، پس مربوط به یکی از فرآورده‌ها است. با توجه به گزینه‌ها می‌تواند مربوط به گاز NO باشد.

$1x = 2x - 3x = \text{تعداد مول NO تولیدی در زمان موردنظر}$

$600s = 10 \text{ min} = \text{زمان}$

$$\bar{R}(\text{NO}) = \frac{\frac{x \text{ mol}}{2 \text{ L}}}{600 \text{ s}} = \frac{x}{1200} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(الف) لیکوپن یک بازدارنده است و باعث جذب رادیکال‌ها می‌شود.

(ب) ریزمغذی‌ها سیرنشده هستند.

(پ) ریزمغذی‌ها نقش بازدارنده را ایفا می‌کنند و نه کاتالیزگر.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

(الف) به دلیل داشتن بخش‌های قطبی زیاد، محلول در آب است.

(ت) ترکیب داده شده مانند گلوکز ($C_6H_{12}O_6$)، دارای ۶ اتم اکسیژن و در نتیجه، $12 = 6 \times 2$ جفت الکترون ناپیوندی است.

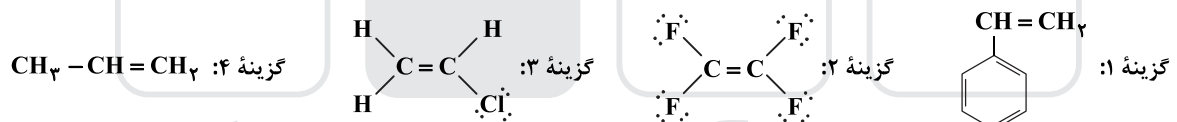
بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) در ترکیب موردنظر، عامل اتری ($-O-$) وجود ندارد.

(پ) شمار اتم‌های هیدروژن (۸ تا)، ۴ واحد کمتر از مجموع شمار دیگر اتم‌های مولکول آن ($12 = 6C + 6O$) است.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

ابتدا مونومر سازنده هریک از پلیمرهای داده شده را می‌نویسیم.



در استیرن و پروپن جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد. در مونومر تفلون، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و در وینیل کلرید، ۳ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

در واکنش استری شدن، الکل و اسید با ضریب استوکیومتری یک، واکنش داده و استر و آب نیز با ضرایب استوکیومتری یک تولید می‌شوند؛ بنابراین شمار مول الکل مصرف شده با شمار مول اسید مصرف شده و شمار مول آب تولید شده برابر است.

$$4 / 6 \text{ g } C_7H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_5OH}{96 \text{ g } C_7H_5OH} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_5OH} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 1 / 8 \text{ g } H_2O$$

طی این فرایند، ۰/۱ مول اسید مصرف می‌شود که جرمی برابر با ۷/۴ گرم ($7/4 = 1/6 \times 8$) دارد؛ پس جرم مولی اسید ۷۴ گرم بر مول است.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) مانند کولار از دسته پلی‌آمیدها است و آمین دو عاملی و اسید دو عاملی، مونومرهای سازنده این پلیمر هستند.

(۲) اگر در ساختار مونومر نیتروژن دار آن، به جای گروه‌های آمین، گروه‌های هیدروکسیل قرار دهیم، $HO-CH_2-CH_2-OH$ حاصل می‌شود نه

اتیلن گلیکول ($HO-CH_2CH_2-OH$)!

(۴) اگر در تهیه یک مول از این پلیمر، ۱۰ مول از هر نوع مونومر استفاده شده باشد، ۲۰ مول آب به عنوان فرآورده جانبی تولید می‌شود.