



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۷/۰۷

آزمون
سوم
حضورى



سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

ریاضی (۱)	هندسه (۱)	فیزیک (۱)	شیمی (۱)
کل کتاب دهم صفحه ۱ تا ۱۷۰	کل کتاب دهم صفحه ۹ تا ۹۶	کل کتاب دهم صفحه ۱ تا ۱۴۹	کل کتاب دهم صفحه ۱ تا ۱۳۲
حسابان (۱)	آمار و احتمال	هندسه (۲)	فیزیک (۲)
کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۵۱	کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۳۷	کل کتاب یازدهم صفحه ۹ تا ۷۷	کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۳۰
شیمی (۲)	شیمی (۱)	شیمی (۲)	شیمی (۱)
کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۳۱	کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۳۱	کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۳۱	کل کتاب یازدهم صفحه ۱ تا ۱۳۱

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	درس	از شماره	تا شماره	تعداد سؤال	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	زوج‌درس ریاضیات	ریاضی (۱)	۱	۲۰	۳۰	۵۵ دقیقه	۶۵ سؤال ۹۵ دقیقه
		هندسه (۱)	۲۱	۳۰			
		حسابان (۱)	۱	۱۰	۳۰		
		آمار و احتمال	۱۱	۲۰			
		هندسه (۲)	۲۱	۳۰			
۲	زوج‌درس فیزیک	فیزیک (۱)	۳۱	۵۰	۲۰	۲۵ دقیقه	
		فیزیک (۲)	۳۱	۵۰	۲۰		
۳	زوج‌درس شیمی	شیمی (۱)	۵۱	۶۵	۱۵	۱۵ دقیقه	
		شیمی (۲)	۵۱	۶۵	۱۵		

داوطلب گرامی:

لطفاً در هر درس، از بین سؤالات پایه دهم و سؤالات پایه یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید.
توجه داشته باشید که درس‌های «ریاضی ۱ و هندسه ۱» با «حسابان ۱، آمار و احتمال و هندسه ۲» زوج درس هستند و باید به یکی از این مجموعه‌ها پاسخ دهید.

Azmoon.kheilisabz.com



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

داوطلب گرامی، دقت کنید که کل ریاضیات دهم (ریاضی ۱ و هندسه ۱) با کل ریاضیات یازدهم (حسابان ۱، هندسه ۲ و آمار و احتمال) زوج درس است. برای پاسخ گویی به سؤال های ۱ تا ۳۰، از بین سؤال های ریاضیات دهم و ریاضیات یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه درست زوج درس ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات ریاضیات دهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «ریاضی»، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات ریاضیات یازدهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «ریاضی»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

صفحه های ۱ تا ۱۷۰

ریاضی دهم

 ۱- در الگوی درجه دوم با جملات $2, a, b, c, 2, \dots$ ، جمله هفتم برابر کدام است؟

$$6 - 2b \quad (1) \quad 9 - 2b \quad (2) \quad 12 - 3b \quad (3) \quad 18 - 3b \quad (4)$$

 ۲- اگر از سه جمله متوالی یک دنباله هندسی، عدد ثابت x را کم کنیم، به ترتیب به اعداد ۱، m و $2m + 1$ می رسیم. مقدار x کدام است؟

$$\frac{m-1}{2} \quad (1) \quad \frac{m^2-2m-1}{2} \quad (2) \quad \frac{(m-1)^2}{2} \quad (3) \quad \frac{2m+1}{4} \quad (4)$$

 ۳- اگر $a = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$ باشد، حاصل $a^3 - 6a$ کدام است؟

$$6 \quad (1) \quad 3\sqrt[3]{2} \quad (2) \quad 2\sqrt[3]{4} \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

 ۴- جذر عدد $A = 8 + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ برابر $1 + \sqrt{2} + \sqrt{a}$ است. مقدار a کدام است؟

$$10 \quad (1) \quad 2/5 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 5/5 \quad (4)$$

 ۵- هرگاه $a = \frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$ ، مقدار $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^{\frac{1}{2}}(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$ چه عددی است؟

$$4 \quad (1) \quad \sqrt{12} \quad (2) \quad \sqrt{14} \quad (3) \quad \sqrt{18} \quad (4)$$

 ۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax+b}{x^2+x+3} < 2$ به صورت $\mathbb{R} - \{2\}$ است. حاصل $a - b$ کدام است؟

$$8 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 9 \quad (4)$$

 ۷- جواب نامعادله $\frac{3x+4}{x+2} < 3$ بازه $(\alpha, +\infty)$ است. مقدار $[\frac{1}{\alpha} + 2\alpha]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$2 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad -4 \quad (3) \quad -5 \quad (4)$$

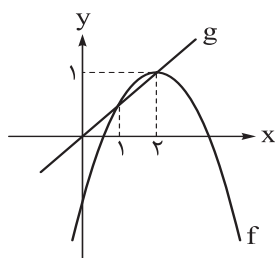
 ۸- معادله های $x^2 + 2bx + 4c = 0$ و $x^2 + bx + c^2 + \frac{1}{4} = 0$ هر دو دارای ریشه مضاعف اند. در این صورت مقدار $|b.c|$

با سینوس کدام زاویه برابر است؟

$$30^\circ \quad (1) \quad 45^\circ \quad (2) \quad 60^\circ \quad (3) \quad 90^\circ \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۹- نمودار سهمی f و خط g به صورت زیر است. بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y = f(x) - g(x)$ کدام است؟



$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

۱۰- در یک مستطیل به قطر x ، طول $\frac{4}{3}$ برابر عرض آن است. اگر $f(x)$ تابع چندجمله‌ای باشد که مساحت مستطیل را بر حسب x بیان کند، آن گاه کدام تابع زیر، ثابت است؟

$$y = f(x) - \frac{1}{24}x^2 - 1 \quad (2)$$

$$y = f(x) - \frac{1}{48}x^2 + 1 \quad (1)$$

$$y = f(x) - \frac{1}{5}x^2 - 1 \quad (4)$$

$$y = f(x) - \frac{1}{25}x^2 + 1 \quad (3)$$

۱۱- نمودار تابع درجه دوم f محور x ها را در نقاطی به طول ۳- و ۵ قطع می‌کند. اگر تابع $y = \frac{a + f(3x + b)}{x}$ همانی باشد، مقدار a کدام است؟

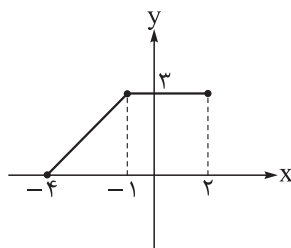
$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

$$\frac{8}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

۱۲- نمودار تابع $y = x - f(x)$ به صورت مقابل است. برد تابع $y = 2x + f(x)$ کدام است؟



$$[-8, 3] \quad (1)$$

$$[-12, 3] \quad (2)$$

$$[-12, 6] \quad (3)$$

$$[-8, 6] \quad (4)$$

۱۳- اگر $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ و $3 \sin \alpha = \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha} - 4 \sin \alpha \cos \alpha$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۱۴- اگر $\tan \alpha - \cot \alpha = \sqrt{2}$ باشد، حاصل $P = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

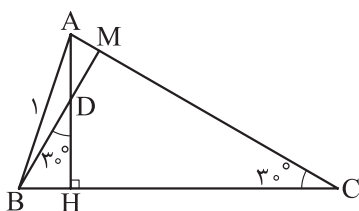
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۱۵- در مثلث شکل مقابل، $AD = \frac{1}{4}$ است. مساحت مثلث BMC چند برابر $\frac{\sqrt{3}}{32}$ است؟



(۱) ۱۱

(۲) ۱۳

(۳) ۱۷

(۴) ۱۵

۱۶- در پرتاب دو تاس سالم، احتمال آن که جمع دو تاس k باشد، سه برابر احتمال این است که مجموع دو تاس برابر ۳ شود. احتمال این که جمع دو تاس $k + ۳$ باشد، چه عددی است؟

 (۴) $\frac{5}{36}$

 (۳) $\frac{1}{9}$

 (۲) $\frac{1}{18}$

 (۱) $\frac{1}{12}$

۱۷- از هر یک از ۱۵ منطقه یک کشور، ۷ دانش آموز برای تیم فوتسال انتخاب شده‌اند. به چند طریق می توان ۵ نفر از بین آن‌ها برای تیم نهایی انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو دانش آموز انتخابی از یک منطقه نباشند؟

 (۲) $\binom{15}{5} \times 7!$

 (۱) $\binom{15}{7} \times 5!$

 (۴) $\binom{15}{7} 5^7$

 (۳) $\binom{15}{5} 7^5$

۱۸- پنج دانش آموز کلاس اول و چهار دانش آموز کلاس دوم در یک ردیف کنار هم ایستاده‌اند. احتمال آن که کلاس دومی‌ها یک‌درمیان باشند، چند برابر احتمال آن است که هیچ دو کلاس دومی کنار هم نباشند؟

 (۴) $\frac{1}{12}$

 (۳) $\frac{1}{6}$

 (۲) $\frac{1}{5}$

 (۱) $\frac{1}{30}$

۱۹- یک تاس را آن قدر پرتاب می کنیم تا برای اولین بار مضرب ۳ بیاید. با کدام احتمال در ۳ پرتاب این نتیجه حاصل می شود؟

 (۴) $\frac{4}{27}$

 (۳) $\frac{8}{81}$

 (۲) $\frac{12}{81}$

 (۱) $\frac{16}{27}$

۲۰- در جعبه ای ۴ مهره سفید و n مهره قرمز داریم. مهره ای به تصادف از جعبه خارج می کنیم. با احتمال $\frac{2}{3}$ مهره خارج شده قرمز است. حال اگر دو مهره خارج می کردیم، به کدام احتمال مهره ها هم رنگ نبودند؟

 (۴) $\frac{8}{11}$

 (۳) $\frac{4}{11}$

 (۲) $\frac{8}{33}$

 (۱) $\frac{16}{33}$

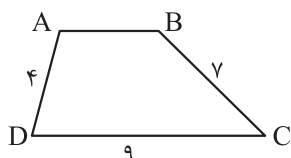
محل انجام محاسبات

۲۱- تعداد نقاطی از صفحه که از پاره خط AB به فاصله ۳ و از وسط پاره خط AB به فاصله ۴ باشند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۲- مطابق شکل، چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه است. طول قاعده AB چند مقدار

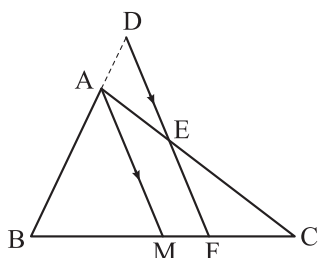
طبیعی متفاوت را می‌تواند بپذیرد؟



- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

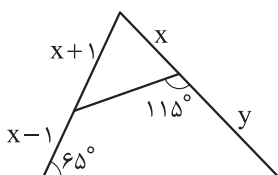
۲۳- مطابق شکل در مثلث ABC ، M وسط BC و D بر امتداد AB واقع است، به طوری که $AB = 3AD$. از D خطی

موازی AM رسم کرده‌ایم تا AC و BC را در E و F قطع کند. حاصل $\frac{EF}{AM}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

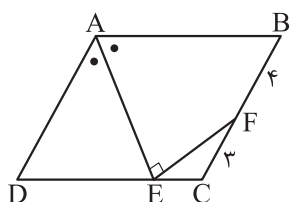
۲۴- با توجه به شکل، کدام رابطه برقرار است؟



- (۱) $y = x + 1$ (۲) $y = x + 2$ (۳) $y = x + 3$ (۴) $y = 2x$

۲۵- در مستطیلی به مساحت ۱۸، فاصله هر رأس از قطری که از آن نمی‌گذرد $\frac{6}{\sqrt{5}}$ است. محیط این مستطیل کدام است؟

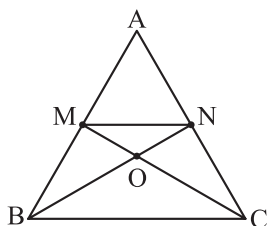
- (۱) ۱۸ (۲) ۲۲ (۳) $9\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{10}$



۲۶- در شکل رسم شده، $ABCD$ متوازی‌الاضلاع و AE نیمساز زاویه A است. محیط

متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴) ۴۰



۲۷- مطابق شکل، M و N وسط‌های AB و AC هستند. نسبت مساحت مثلث AMN به مساحت مثلث OBC کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{8}{9} \quad (4)$$

$$1 \quad (1)$$

$$1\frac{1}{3} \quad (3)$$

۲۸- طول قاعده‌های یک دوزنقه متساوی‌الساقین ۱۴ و ۲۶ و طول قطر آن ۲۵ است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

$$360 \quad (4)$$

$$300 \quad (3)$$

$$270 \quad (2)$$

$$250 \quad (1)$$

۲۹- کدام گزینه در فضا درست است؟

(۱) دو صفحه عمود بر یک صفحه، با هم موازی‌اند.

(۲) دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند.

(۳) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

(۴) دو خط موازی با یک صفحه با هم موازی‌اند.

۳۰- مساحت قاعده یک مخروط 9π است. اگر مساحت مقطع این مخروط با صفحه گذرنده از رأس و مرکز قاعده، ۲۱ باشد،

حجم مخروط کدام است؟

$$42\pi \quad (4)$$

$$18\pi \quad (3)$$

$$9\pi \quad (2)$$

$$21\pi \quad (1)$$

صفحه‌های ۱ تا ۱۵۱

حسابان یازدهم

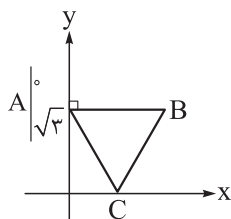
۱- اگر a, b, c و صفرهای $f(x) = 2x^3 + kx^2 - 13x + 6k$ باشند، به طوری که $a + b = -1$ و $ab = -6$ ، مقدار $a^2 + b^2 + c^2$ چه عددی است؟

$$13/25 \quad (2)$$

$$12/75 \quad (1)$$

$$7/25 \quad (4)$$

$$25/25 \quad (3)$$



۲- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۳- هرگاه $f(x) = 2x^3 + 4x$ ، نمودارهای توابع $y = f^{-1}(2x)$ و $g(x) = \frac{x+1}{2}$ با کدام طول یکدیگر را قطع می‌کنند؟

$$3 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

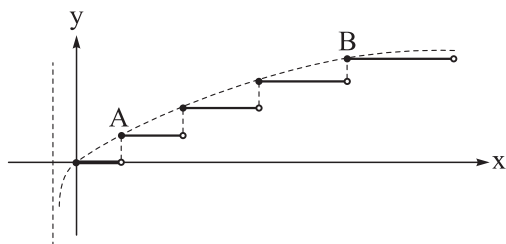
$$-1 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۴- هرگاه $f(x) = ax + |x|$ و $f^{-1}(x) = \frac{3x + b|x|}{8}$ ، مقدار ab کدام است؟ ($a \geq 1$)

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۵- بخشی از نمودار $y = [\log_2(2x + 1)]$ به صورت شکل زیر است؛ طول پاره خط AB کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)



- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) $\sqrt{58}$
(۳) $\sqrt{43}$
(۴) $\sqrt{11}$

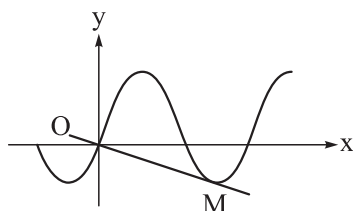
۶- هرگاه $\log_4 a = a$ و $\log_{16} b = \frac{3}{4}(1 + a)$ ، مقدار $\log_5(\sqrt[3]{b} - 1)$ چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷- اگر $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{4}$ و $\begin{cases} 5 \sin \alpha \cos \beta = 1 \\ 5 \sin \beta \cos \alpha = 2 \end{cases}$ ، مقدار $\sin(2\alpha + 2\beta)$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{16}{25}$ (۲) $\frac{24}{25}$ (۳) $\frac{12}{25}$ (۴) $\frac{9}{25}$

۸- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - 2 \cos(x + \frac{\pi}{3})$ به صورت شکل زیر است. شیب پاره خط OM کدام است؟ (نقطه M مینیمم تابع f است.)



- (۱) $-\frac{5\pi}{3}$
(۲) $-\frac{3}{5\pi}$
(۳) $-\frac{4\pi}{5}$
(۴) $-\frac{5}{4\pi}$

۹- هرگاه $f(x) = x^2 - 4x + b$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(a+x) - f(a-x)}{2x^2 - x - 1}$ چه عددی است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۰- ضابطه $y = f(x)$ کدام باشد تا $y = [f(x)]$ در $x = 2$ پیوسته باشد، اما $g(x) = [f(x)] + [-f(x)]$ در $x = 2$ پیوسته نباشد؟ (نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $y = 4 + (x - 2)^2$ (۲) $y = 4 - (x - 2)^2$ (۳) $y = \frac{x - 2}{3}$ (۴) $y = \frac{2 - x}{3}$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

۱۱- تعداد کدام نوع از متغیرهای تصادفی در متغیرهای زیر، بیشتر از بقیه متغیرها است؟

«مراحل تحصیل، زمان مکالمات تلفنی در یک اداره، رنگ پیراهن کارمندان یک اداره، نوع آلاینده‌گی هوا، میزان آلاینده‌گی هوا، وزن دانش‌آموزان یک مدرسه، درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک مدرسه در کنکور، گروه خونی معلم‌های یک مدرسه، مراحل رشد، تعداد افراد با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم در اتاق‌های یک ساختمان اداری، هوش افراد در یک شرکت»

(۱) کیفی ترتیبی (۲) کیفی اسمی (۳) کمی گسسته (۴) کمی پیوسته

۱۲- فراوانی نسبی پنج دسته از داده‌های آماری به ترتیب ۱۵/۰، ۲۵/۰، ۲/۰ و ۳/۰ است. اگر به دسته وسط داده‌های ۳/۶، ۴/۲ و ۴/۱ را اضافه کنیم، در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی این دسته ۴۰° زیاد می‌شود. مجموع مربعات داده‌ها و ضریب تغییرات داده‌ها در وضعیت اول به ترتیب ۲۴۰۰ و ۳۳/۰ بود، میانگین داده‌ها در وضعیت جدید تقریباً چند است؟

(۱) ۳/۰۹ (۲) ۳/۰۷ (۳) ۳/۰۳ (۴) ۳/۰۱

۱۳- با دیدن یک سری داده آماری، میانگین را ۴۸ تخمین زده‌ایم. برای این میانگین، انحراف داده‌ها از میانگین ۵، ۳، ۱، ۱-، -۲، -۳، -۳، -۶ و -۷ به دست آمده است. میانگین واقعی داده‌ها کدام است؟

(۱) ۴۸ (۲) ۴۷ (۳) ۴۶ (۴) ۴۵

۱۴- برای تعدادی داده آماری غیربرابر، نمودار جعبه‌ای رسم کرده‌ایم. میانه و میانگین این داده‌ها برابر است. اگر یک سری داده جدید به داخل جعبه اضافه کنیم به طوری که میانه و میانگین تغییر نکند، واریانس داده‌ها، ضریب تغییرات و طول جعبه

(۱) بیشتر می‌شود، بیشتر می‌شود، بدون تغییر می‌ماند

(۲) بیشتر می‌شود، کم‌تر می‌شود، بدون تغییر می‌ماند

(۳) کم‌تر می‌شود، کم‌تر می‌شود، کم‌تر می‌شود

(۴) کم‌تر می‌شود، کم‌تر می‌شود، بیشتر می‌شود

۱۵- در یک نمونه‌گیری سامانمند، از یک جامعه ۳۰ نفر انتخاب شده‌اند که افرادی با شماره‌های ۱۲، ۱۰۲ و ۲۸۲ در نمونه حضور دارند. چه قدر احتمال دارد فردی به شماره ۴۲ انتخاب شده باشد؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۱۶- با یک نمونه 100 تایی از یک جامعه، میانگین جامعه با اطمینان بیش از 95 درصد در بازه $(4/56, 6/51)$ برآورد شده است. اگر انحراف معیار نمونه $1/5$ برابر انحراف معیار جامعه باشد، ضریب تغییرات داده‌های نمونه کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) \frac{1}{4} & (2) \frac{1}{3} \\ (3) \frac{4}{27} & (4) \frac{2}{9} \end{array}$$

۱۷- در یک کارخانه تولید لامپ، جعبه‌هایی شامل 10 لامپ بسته‌بندی می‌شوند. از محصولات این کارخانه برای نمونه 30 جعبه به طور تصادفی انتخاب کرده‌ایم. در 10 تا از جعبه‌ها یک لامپ معیوب، در 10 تا از آن‌ها 2 لامپ معیوب و در 10 تای دیگر 3 لامپ معیوب مشاهده می‌شود. اگر از کل محصولات کارخانه به طور تصادفی از یک جعبه دو لامپ خارج کنیم، با اطمینان بیش از 95 درصد، احتمال مشاهده لااقل یک لامپ معیوب در بازه قرار دارد.

$$\begin{array}{ll} (1) (6/41, 4/30) & (2) (9/37, 1/34) \\ (3) (3/23, 7/16) & (4) (1/21, 9/18) \end{array}$$

۱۸- گزاره سوری $\forall x \in A; |x + x^{-1}| = 2$ را در نظر بگیرید. مجموعه A را به طور تصادفی از بین زیرمجموعه‌های مجموعه جواب گزاره‌نمای $(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0$ انتخاب می‌کنیم. دامنه گزاره‌نما مجموعه اعداد حقیقی است. با چه احتمالی گزاره سوری داده‌شده درست است؟

$$\begin{array}{llll} (1) \frac{1}{16} & (2) \frac{3}{16} & (3) \frac{3}{32} & (4) \frac{4}{32} \end{array}$$

۱۹- اگر برای یک مجموعه، تعداد افرزهایی که فقط شامل مجموعه‌های دو عضوی است، برابر 15 باشد، تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی این مجموعه کدام است؟

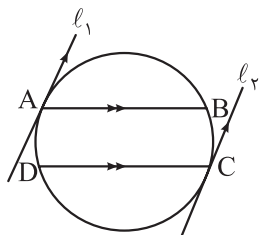
$$\begin{array}{llll} (1) 28 & (2) 15 & (3) 6 & (4) 21 \end{array}$$

۲۰- برای $i = 1, 2, \dots, 6$ داریم $A_i = (i-1, 2i+1]$. از بین این 6 بازه به تصادف دو تا را انتخاب می‌کنیم و نمودار ضرب دکارتی آن‌ها را رسم می‌کنیم. اگر مساحت ناحیه حاصل کم‌تر از 30 نباشد، با چه احتمالی یکی از مجموعه‌های انتخاب‌شده A_3 است؟

$$\begin{array}{llll} (1) \frac{1}{2} & (2) \frac{1}{3} & (3) \frac{3}{5} & (4) \frac{3}{7} \end{array}$$

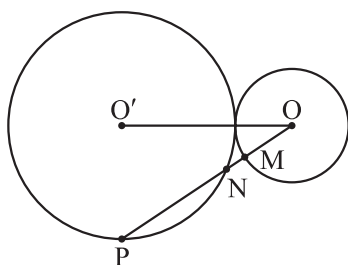
محل انجام محاسبات

۲۱- مطابق شکل، دو وتر موازی AB و CD در یک دایره رسم شده‌اند و دو خط موازی ℓ_1 و ℓ_2 در A و C بر دایره مماس‌اند. اگر $\widehat{AB} = 2\widehat{AD}$ ، آن‌گاه نسبت طول وتر AB به طول وتر AD کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{2}$

۲۲- مطابق شکل، دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O', 2r)$ بر هم مماس‌اند؛ از O خطی گذرانده‌ایم که دو دایره را قطع کند. اگر $\widehat{NP} = 60^\circ$ ، آن‌گاه طول MN چند برابر r است؟



- (۱) $\sqrt{2} - 1$
(۲) $\sqrt{6} - 2$
(۳) $\frac{\sqrt{10} - 2}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{21} - 3}{4}$

۲۳- دوزنقه متساوی‌الساقینی به طول قاعده‌های ۸ و $12/5$ ، محیطی است؛ مساحت دایره محاطی آن کدام است؟

- (۱) 25π
(۲) $\frac{81}{4}\pi$
(۳) 16π
(۴) $\frac{49}{4}\pi$

۲۴- در دوران به مرکز $O(2, b)$ نقطه $A(-1, 3)$ روی نقطه $B(b-1, 5)$ تصویر می‌شود. کم‌ترین فاصله نقطه O از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$
(۲) $2\sqrt{5}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{5}$

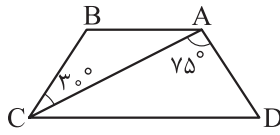
۲۵- در دایره $C(O, R)$ ، نقطه M وسط شعاع OA و C' مجانس دایره C در تجانس به مرکز M و نسبت $5/1$ است. طول مماس مشترک دو دایره C و C' کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}R$
(۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}R$
(۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}R$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}R$

۲۶- دو نقطه $A(2, 7)$ و $B(14, 12)$ و نقطه C واقع بر خط $y = 1/5$ ، رأس‌های یک مثلث هستند. کم‌ترین محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۲۸
(۲) ۳۰
(۳) ۳۳
(۴) ۳۶

۲۷- قطر یک دوزنقه متساوی الساقین، با ساق‌های آن زاویه‌های 30° و 75° می‌سازد. نسبت طول قاعده بزرگ به قاعده کوچک این دوزنقه کدام است؟



$$2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$6(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (3)$$

۲۸- در یک مثلث قائم الزاویه، نسبت طول ضلع بزرگ به طول ضلع کوچک $\sqrt{3}/25$ است. نسبت طول نیمساز داخلی زاویه قائمه، به طول ضلع متوسط کدام است؟

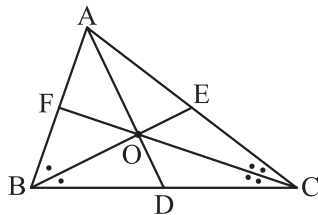
$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$

$$6\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{2} \quad (1)$$

۲۹- مطابق شکل، نیمسازهای دو زاویه B و C در O متقاطع‌اند و امتداد AO، ضلع BC را در D قطع می‌کند. اگر $\frac{BF}{AF} = 1/25$ و $\frac{CE}{AE} = 1/5$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{CD}{BD}$ کدام است؟



$$1/8 \quad (2)$$

$$1/2 \quad (1)$$

$$1/6 \quad (4)$$

$$1/4 \quad (3)$$

۳۰- مساحت مثلثی به طول اضلاع x، $3x+1$ و $4x-1$ برابر با $2x+x^2$ است. طول بلندترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

$$12 \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

داوطلب گرامی، برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های ۳۱ تا ۵۰، از بین سؤالات فیزیک دهم و فیزیک یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه‌های درست زوج‌درس‌ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون‌های تابستان، زوج‌درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات فیزیک دهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ‌برگ در کادر «فیزیک»، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات فیزیک یازدهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ‌برگ در کادر «فیزیک»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

فیزیک دهم

۳۱- چه تعداد از کمیت‌های زیر، نرده‌ای و فرعی هستند؟

«کار، جریان الکتریکی، نیرو، فشار، دما، انرژی، سرعت و شار مغناطیسی»

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۳۲- به وسیله یک ترازوی دقیق جرم یک قطعه را شش بار اندازه‌گیری کرده‌ایم و نتایج زیر به دست آمده است:

 « $3/42\text{ g}$ ، $3/50\text{ g}$ ، $3/44\text{ g}$ ، $3/10\text{ g}$ ، $3/47\text{ g}$ ، $3/42\text{ g}$ » کدام یک از مقدارهای زیر گزارش نهایی این اندازه‌گیری‌ها

برحسب گرم است؟

۱ (۳/۴۵)	۲ (۳/۴۴)	۳ (۳/۴۰)	۴ (۳/۳۹)
----------	----------	----------	----------

 ۳۳- یک مکعب مستطیل فلزی به ابعاد $15\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ از ماده‌ای به چگالی $4/5\text{ g/cm}^3$ ساخته شده و

 درون آن یک حفره به حجم 1 L قرار دارد. حداکثر چند درصد حجم حفره را با مایعی به چگالی $\rho = 1/25\text{ kg/L}$ پر

 کنیم، به طوری که مجموعه روی سطح آب شناور بماند؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1\text{ kg/L}$)

۱ (۲۴)	۲ (۳۶)
--------	--------

۳ (۶۴)	۴ (۷۶)
--------	--------

۳۴- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

الف) هر قدر لوله موئین باریک‌تر باشد، ارتفاع مایع درون آن بیشتر خواهد بود.

ب) نمک، شیشه و فلزات نمونه‌هایی از جامدهای بی‌شکل (آمورف) هستند.

پ) تشکیل قطرات ریز و درشت آب بر روی یک گلبرگ به سبب غلبه نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب بر دگرچسبی آب

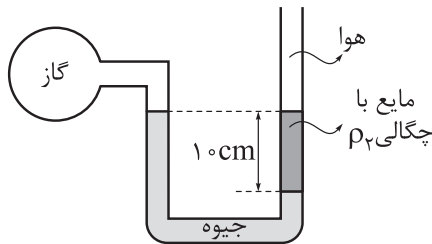
و گلبرگ است.

ت) فاصله متوسط بین مولکول‌ها در جامدها و مایع‌ها تقریباً یکسان است.

۱) الف و ب	۲) الف و ت	۳) ب و پ	۴) پ و ت
------------	------------	----------	----------

محل انجام محاسبات

۳۵- در شکل زیر فشار پیمانه‌ای گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{گاز}} = ۱۳/۶ \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{پ}} = ۳/۴ \text{ g/cm}^3$)



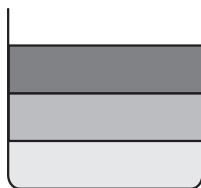
۲/۵ (۱)

۷/۵ (۲)

-۲/۵ (۳)

-۷/۵ (۴)

۳۶- حجم‌های یکسان از سه مایع با چگالی‌های $\rho_1 = ۱/۷ \text{ g/cm}^3$, $\rho_2 = ۰/۸۵ \text{ g/cm}^3$ و $\rho_3 = ۰/۸ \text{ g/cm}^3$ درون یک مخزن استوانه‌ای ریخته‌ایم. اگر ارتفاع کل مایع‌ها ۸/۱۶ m و فشار هوا در محیط ۷۳ cmHg باشد، فشار در



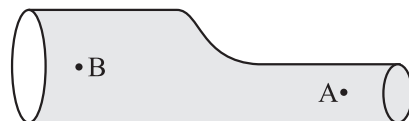
کف مخزن چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \text{ g/cm}^3$)

۱۴۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

۱۰۰ (۴)

۱۲۰ (۳)



۳۷- در شکل روبه‌رو اگر آهنگ شارش حجمی شاره در مقطع گذرنده از نقطه A، ۳۷۵ L/min و تندی شاره در نقطه‌های A و B به ترتیب از راست به چپ ۱۰ m/s و ۲ m/s باشد، اختلاف مساحت مقطع لوله در دو

قسمت A و B چند سانتی‌متر مربع است؟

۱۲۵ (۴)

۶۲/۵ (۳)

۳۱/۵ (۲)

۲۵ (۱)

۳۸- اگر تندی جسمی را ۲۰ درصد افزایش دهیم، انرژی جنبشی آن ۲۲ J افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی اولیه جسم چند ژول بوده است؟

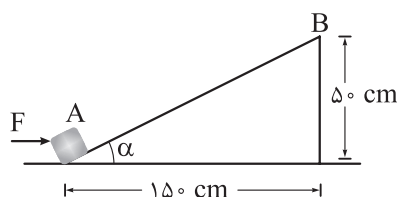
۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۳۹- در شکل زیر جسمی به جرم $۲/۵ \text{ kg}$ در نقطه A ساکن است. این جسم با نیروی افقی و ثابت $F = ۲۰ \text{ N}$ تا نقطه B منتقل شده و متوقف می‌شود. کار نیروهای تلف‌کننده در طی این حرکت چند ژول است؟ ($g = ۱۰ \text{ N/kg}$)



-۱۲/۵ (۱)

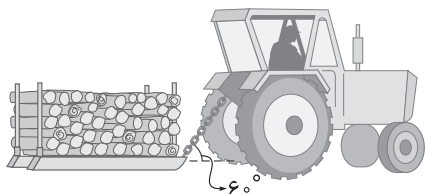
-۱۷/۵ (۲)

-۲۲/۵ (۳)

-۲۷/۵ (۴)

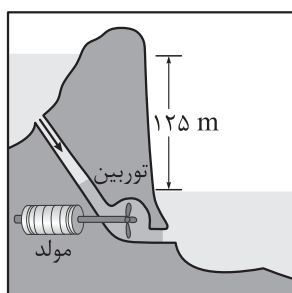
محل انجام محاسبات

۴۰- مطابق شکل، کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های پر از هیزم را از حال سکون روی یک زمین هموار به اندازه 250 m جابه‌جا می‌کند. اگر جرم سورت‌ها و بار آن 2000 kg باشد و تراکتور نیروی ثابت $F = 8000\text{ N}$ را با زاویه 60° بالای افق به سورت‌ها وارد کند و نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3000\text{ N}$ باشد، انرژی جنبشی سورت‌ها و بار آن در پایان این جابه‌جایی چند کیلوژول می‌شود؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



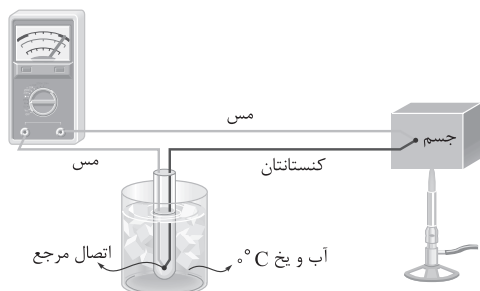
- (۱) 250 (۲) 500 (۳) 1000 (۴) 1250

۴۱- آب ذخیره‌شده در پشت سد یک نیروگاه برق‌آبی، از مسیری مطابق شکل روی پره‌های توربین می‌ریزد و انرژی الکتریکی تولید می‌شود. اگر در هر ثانیه 200 مترمکعب آب روی توربین بریزد و توان خروجی مولد نیروگاه 200 MW باشد، بازده نیروگاه چند درصد است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$, $\rho_{\text{آب}} = 1\text{ kg/L}$)



- (۱) 75 (۲) 90 (۳) 85 (۴) 80

۴۲- شکل مقابل یک را نشان می‌دهد که جزء دماسنج‌های معیار به حساب و کمیت دماسنجی در آن، است.



- (۱) ترموکوپل - نمی‌آید - جریان الکتریکی
(۲) ترموکوپل - نمی‌آید - اختلاف پتانسیل الکتریکی
(۳) دماسنج مقاومت پلاتینی - می‌آید - جریان الکتریکی
(۴) دماسنج مقاومت پلاتینی - می‌آید - اختلاف پتانسیل الکتریکی

۴۳- دمای یک قطعه یخ را از 40°C به 10°C می‌رسانیم. حجم این قطعه چند درصد افزایش می‌یابد؟ ($\alpha_{\text{یخ}} = 5 \times 10^{-5}\text{ K}^{-1}$)

- (۱) 45% (۲) 15% (۳) 45% (۴) 15%

۴۴- یک سماور برقی با ظرفیت گرمایی $1/6\text{ kJ/K}$ حاوی 2 لیتر آب با دمای 20°C است. اگر توان مفید گرمکن این سماور 2500 W باشد، چند دقیقه طول می‌کشد تا دمای آب درون سماور به 80°C برسد؟ ($c_{\text{آب}} = 4200\text{ J/kgK}$)

- (۱) 8 (۲) 7 (۳) 4 (۴) $3/5$

محل انجام محاسبات

۴۵- مقداری یخ با دمای -20°C را درون 500 g آب 30°C می‌ریزیم. اگر تا رسیدن به تعادل گرمایی، آب 42 kJ گرما از دست بدهد، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ $L_F = 336\text{ J/g}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200\text{ J/kg.K}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2100\text{ J/kg.K}$

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۰۰

۴۶- یک حباب هوا به حجم 3 cm^3 ته یک دریاچه به عمق 18 m قرار دارد که دما در آنجا 7°C است. حباب تا سطح آب بالا می‌آید که در آنجا دما 27°C است. اگر فشار هوا در سطح دریا 1 bar باشد، حجم حباب در سطح آب چند سانتی‌متر مکعب خواهد شد؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1\text{ g/cm}^3, g = 10\text{ N/kg})$

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۱

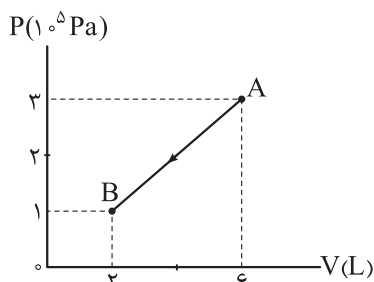
۴۷- مخلوطی از گازهای اکسیژن و هیدروژن درون یک مخزن فلزی به حجم 20 L و دمای 27°C قرار دارند و فشارسنج عدد 4 atm را نشان می‌دهد. اگر جرم اکسیژن، دو برابر جرم هیدروژن باشد، جرم گاز موجود در مخزن چند گرم است؟ (جرم مولی هیدروژن و اکسیژن به ترتیب 2 g/mol و 32 g/mol است، $P_0 = 1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa}$ و $R = 8\text{ J/mol.K}$)

- (۱) $\frac{25}{6}$ (۲) $\frac{200}{9}$ (۳) $\frac{200}{27}$ (۴) $\frac{25}{9}$

۴۸- طی یک فرایند بی‌دررو، ۲ مول گاز کامل 480 J کار روی محیط انجام می‌دهد. انرژی درونی گاز طی این فرایند چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) 480 ، افزایش (۲) 480 ، کاهش (۳) 240 ، افزایش (۴) 240 ، کاهش

۴۹- نمودار $P-V$ برای مقداری گاز آرمانی مطابق شکل است. اگر انرژی درونی گاز در طی این فرایند 3500 J تغییر کرده باشد، گاز در طی این فرایند، ژول گرما است.



- (۱) 4300 ، گرفته
(۲) 4300 ، از دست داده
(۳) 2500 ، گرفته
(۴) 2500 ، از دست داده

۵۰- مقدار $2/0$ مول گاز آرمانی با دمای 87°C را به طور هم‌دما متراکم نموده و سپس به صورت بی‌دررو آن را منبسط می‌کنیم تا به حجم اولیه برسد. اگر دمای نهایی گاز پس از این دو فرایند به -57°C برسد، فشار گاز طی این دو فرایند چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟

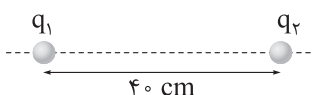
- (۱) 25% ، افزایش (۲) 25% ، کاهش (۳) 40% ، افزایش (۴) 40% ، کاهش

محل انجام محاسبات

۳۱- دو کره رسانای مشابه کوچک دارای بارهای الکتریکی q_1 و $q_2 = -4q_1$ هستند و یکدیگر را با نیروی 45 mN می‌ربایند. اگر ۵۰ درصد از بار q_2 را به کره دیگر منتقل کنیم و فاصله میان آن‌ها را ۵۰ درصد افزایش دهیم، اندازه نیرویی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند میلی‌نیوتون تغییر خواهد کرد؟

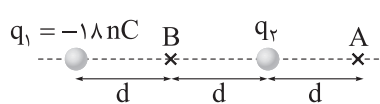
- (۱) ۱۰ (۲) ۳۵ (۳) ۳۰ (۴) ۱۵

۳۲- در شکل زیر دو بار نقطه‌ای و ساکن q_1 و q_2 در فاصله 40 cm از یکدیگر قرار دارند. اگر میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_2 ، $9 \times 10^3 \text{ N/C}$ و میدان الکتریکی بار q_2 در محل بار q_1 ، $3 \times 10^4 \text{ N/C}$ باشد، نیرویی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



- (۱) 48×10^{-3} (۲) 36×10^{-3} (۳) $4/8 \times 10^{-3}$ (۴) $3/6 \times 10^{-3}$

۳۳- در شکل زیر اگر میدان الکتریکی خالص در دو نقطه A و B برابر $\vec{E}$ باشد، بار q_2 چند نانوکولن است؟



- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) $-\frac{16}{3}$ (۴) $\frac{16}{3}$

۳۴- ذره بارداری به جرم 8 g با تندی 10 m/s از نقطه A درون یک میدان الکتریکی پرتاب می‌شود و با تندی 5 m/s از نقطه B با پتانسیل الکتریکی 20 kV می‌گذرد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A، برابر 30 kV باشد، بار الکتریکی ذره چند میکروکولن است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره را نیروی الکتریکی در نظر بگیرید.)

- (۱) +۳ (۲) -۳ (۳) +۶ (۴) -۶

۳۵- یک خازن تخت را با یک باتری شارژ می‌کنیم و آن را از باتری جدا می‌نماییم. اگر در این حالت فاصله میان صفحات خازن را نصف و فضای خالی میان صفحات را با ماده عایقی با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 5$ پر کنیم، میدان الکتریکی میان صفحات و انرژی ذخیره‌شده در خازن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

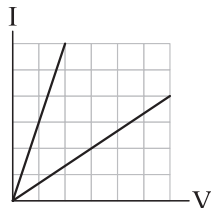
- (۱) $10, \frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}, \frac{1}{10}$ (۴) $10, \frac{1}{5}$

محل انجام محاسبات

۳۶- اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن را 20 V افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن و بار روی صفحات آن به ترتیب $5/4\text{ mJ}$ و $360\text{ }\mu\text{C}$ افزایش می یابد. انرژی ذخیره شده اولیه در خازن چند میکروژول بوده است؟

- (۱) 625 (۲) 450 (۳) 225 (۴) 125

۳۷- دو مقاومت $R_A = 18\text{ }\Omega$ و R_B را یک بار به صورت موازی و بار دیگر به صورت متوالی به یکدیگر بسته ایم و در یک مدار ساده قرار داده ایم. اگر نمودار تغییرات جریان بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت ها در دو حالت به صورت شکل زیر باشد، بیشترین مقدار برای R_B چند اهم است؟



- (۱) 36 (۲) 9 (۳) 18 (۴) 45

۳۸- کدام یک از عبارت های زیر درست است؟

(الف) برای تبدیل جریان متناوب به جریان مستقیم می توان از رنوستا استفاده کرد.

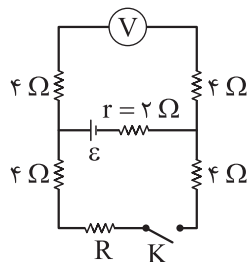
(ب) مقاومت های پیچهای برای به دست آوردن مقاومت های بسیار دقیق و هم چنین توان بالا ساخته می شود.

(پ) از ترمیستور اغلب به عنوان وسیله تنظیم و کنترل جریان استفاده می شود.

(ت) در مقاومت های نوری، با افزایش شدت نور، مقاومت الکتریکی کاهش می یابد.

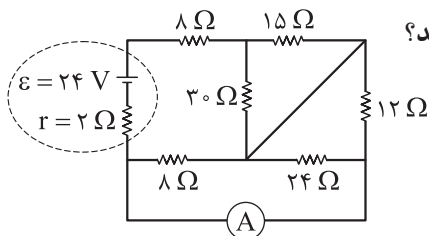
- (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) پ و ت (۴) ب و ت

۳۹- در مدار زیر با بستن کلید K ، عددی که ولت سنج آرمانی نشان می دهد، 5% درصد کاهش می یابد. R چند اهم است؟



- (۱) 4 (۲) 12 (۳) 18 (۴) 30

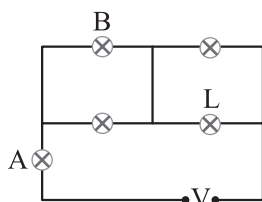
۴۰- در شکل روبهرو آمپرسنج آرمانی چه عددی را بر حسب آمپر نشان می دهد؟



- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

۴۱- در شکل زیر لامپ‌ها مشابه هستند. اگر لامپ L بسوزد، توان مصرفی لامپ‌های A و B به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) کم می‌شود، کم می‌شود.

(۲) کم می‌شود، زیاد می‌شود.

(۳) زیاد می‌شود، کم می‌شود.

(۴) زیاد می‌شود، زیاد می‌شود.

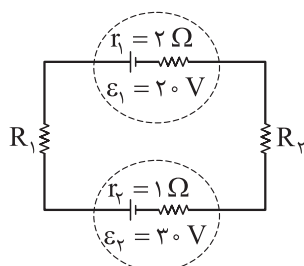
۴۲- دو لامپ مشابه را که روی هر کدام اعداد 100 W و 220 V نوشته شده به صورت متوالی به یکدیگر بسته و دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل 220 V متصل می‌کنیم. توان مصرفی کل این دو لامپ چند وات خواهد شد؟

(۴) ۲۵

(۳) ۵۰

(۲) ۱۰۰

(۱) ۲۰۰



۴۳- در مدار روبه‌رو اگر توان ورودی باتری 20 W ، ولتی، $10/5\text{ W}$ باشد، توان خروجی باتری 30 W چند وات است؟

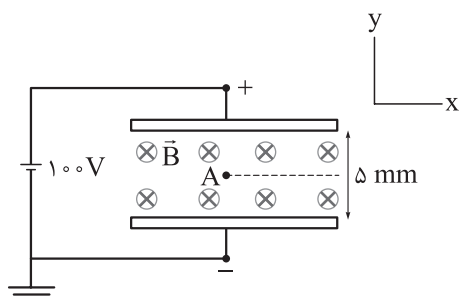
(۲) ۱۴/۷۵

(۱) ۸/۷۵

(۴) ۱۷/۲۵

(۳) ۱۵/۲۵

۴۴- در شکل زیر ذره‌ای به جرم $2\text{ }\mu\text{g}$ و بار $q = +4\text{ pC}$ با سرعت $\vec{v} = (2 \times 10^5\text{ m/s})\vec{i}$ از نقطه A پرتاب شده و ذره به موازات محور X به حرکت خود ادامه می‌دهد. اندازه میدان مغناطیسی چند گاوس است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



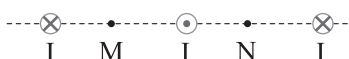
(۱) ۶۲۵

(۲) ۸۵۰

(۳) ۱۲۵۰

(۴) ۱۷۰۰

۴۵- در شکل زیر سه سیم بلند و نازک دارای جریان‌های یکسان و عمود بر صفحه کاغذ رسم شده‌اند. میدان مغناطیسی



برایند در نقاط M و N، به ترتیب از راست به چپ در چه جهتی است؟

(۲) $\uparrow, \uparrow$

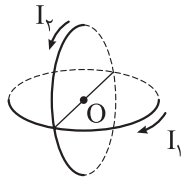
(۱) $\uparrow, \downarrow$

(۴) $\downarrow, \uparrow$

(۳) $\downarrow, \downarrow$

محل انجام محاسبات

۴۶- مطابق شکل دو حلقه دایره‌ای به شعاع 5 cm عمود بر هم قرار دارند و جریان‌های الکتریکی از آن‌ها می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی خالص در مرکز این حلقه‌ها (نقطه O) $4/25\text{ G}$ و جریان یکی از حلقه‌ها 30 A باشد، جریان عبوری از حلقه دیگر چند آمپر است؟ ($\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)



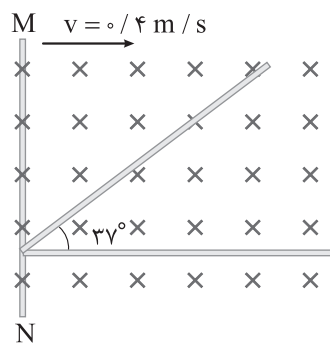
۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

۷/۵ (۴)

۸ (۳)

۴۷- در شکل زیر، سیم‌ها بدون روکش هستند و مجموعه درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو با بزرگی 3 T قرار دارد. اگر میله رسانای MN را با تندی ثابت 4 m/s به طرف راست حرکت دهیم، نیروی محرکه القایی متوسط ایجادشده در رسانا در بازه زمانی $t_1 = 0/2\text{ s}$ تا $t_2 = 0/4\text{ s}$ چند میلی‌ولت است؟ (طول میله‌ها به اندازه کافی بلند فرض می‌شود، $\sin 37^\circ = 0/6$)


 فرض می‌شود، $\sin 37^\circ = 0/6$

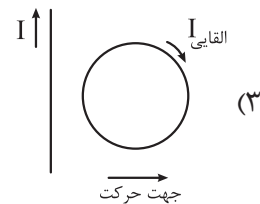
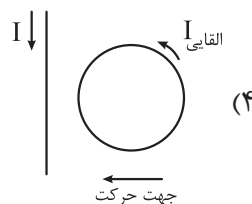
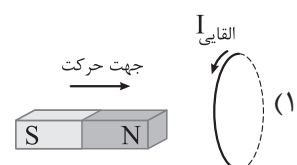
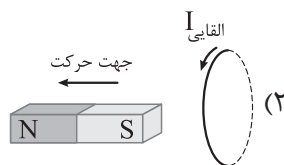
۱/۸ (۱)

۱۰/۸ (۲)

۳/۲ (۳)

۳/۶ (۴)

۴۸- در کدام یک از شکل‌های زیر، جهت جریان القایی درست تعیین شده است؟



۴۹- هنگامی که جریان عبوری از یک القاگر را 2 A افزایش می‌دهیم، انرژی ذخیره‌شده در آن 96% افزایش می‌یابد. اگر ضریب القاوری این القاگر 20 mH باشد، انرژی ذخیره‌شده در القاگر چند میلی‌ژول افزایش یافته است؟

۱۲۰ (۴)

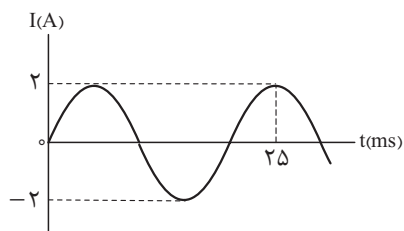
۱۴۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۴۹۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۰- نمودار جریان بر حسب زمان در یک مولد جریان متناوب مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارتهای زیر در مورد آن درست است؟



الف) جریان الکتریکی در هر ثانیه ۲۵ بار به مقدار بیشینه می‌رسد.

ب) در لحظه $t = 0/12 \text{ s}$ ، شار مغناطیسی عبوری از مولد بیشینه است.

پ) معادله جریان - زمان در SI به صورت $I = 2 \sin 100 \pi t$ است.

ت) در هر ثانیه، جهت جریان ۵۰ بار تغییر می‌کند.

۴) پ و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

۱) الف و ب

محل انجام محاسبات

داوطلب گرامی، برای پاسخ گویی به سؤال های ۵۱ تا ۶۵، از بین سؤال های شیمی دهم و شیمی یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه درست زوج درس ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید. * اگر در این آزمون، به سؤالات شیمی دهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «شیمی»، گزینه (۱) را انتخاب کنید. * اگر در این آزمون، به سؤالات شیمی یازدهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «شیمی»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

صفحه های ۱ تا ۱۲۲

شیمی دهم

۵۱- اگر اعداد داده شده در گزینه ها، مربوط به انحلال پذیری گازهای CO_2 ، O_2 ، N_2 ، NO در دمای 20°C و فشار 2 atm در آب باشد، عدد کدام گزینه مقدار انحلال پذیری گاز قطبی را به درستی نشان می دهد؟

(۱) 0.014 (۲) 0.338 (۳) 0.009 (۴) 0.004

۵۲- در ساختار لوویس کدام ترکیب، همه اتم ها دارای جفت الکترون ناپیوندی اند؟

(۱) گوگرد تری اکسید (۲) کربن دی سولفید (۳) سیلیسیم تترا برمید (۴) نیتروژن تری فلوئورید

۵۳- در دو ظرف جداگانه، گازهای کربن مونوکسید و متان قرار دارند. با توجه به جدول زیر، کدام گاز می تواند در شرایط STP قرار داشته باشد و شمار مولکول های این گاز در ظرف کدام است؟ ($\text{H} = 1$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$: g.mol^{-1})

نوع گاز	جرم گاز (g)	چگالی گاز (g.L^{-1})
CO	۱/۴	۱/۲۵
CH_4	۳/۲	۱/۲

(۱) CO , $2 / 408 \times 10^{22}$

(۲) CH_4 , $1 / 204 \times 10^{23}$

(۳) CO , $3 / 01 \times 10^{22}$

(۴) CH_4 , $6 / 02 \times 10^{23}$

۵۴- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- هر چه طول موج یک پرتو کوتاه تر باشد، انرژی کمتری با خود حمل می کند.
- پیش از کشف طیف نشری خطی هیدروژن، مدل بور برای اتم هیدروژن ارائه شد.
- از لامپ فراوان ترین گاز نجیب هواکره، برای ایجاد نوشته های نورانی سرخ فام استفاده می شود.
- طول موج 410 nm در طیف نشری خطی هیدروژن، مربوط به بازگشت الکترون برانگیخته از لایه سوم به دوم است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

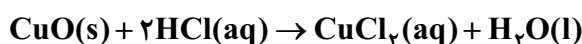
۵۵- اگر در $2/5$ کیلوگرم از محلول باریوم کلرید، 10^{-3} مول یون باریوم وجود داشته باشد، غلظت یون کلرید در این محلول چند ppm است؟ ($\text{Cl} = 35/5$, $\text{Ba} = 137$: g.mol^{-1})

(۱) $14/2$ (۲) $28/4$ (۳) $35/5$ (۴) 71

محل انجام محاسبات

۵۶- کدام مطلب دربارهٔ سی‌ویکمین عنصر جدول دوره‌ای درست است؟

- (۱) با عنصرهایی با عددهای اتمی ۵، ۱۳، ۴۸، ۸۱ و ۱۱۳ هم‌گروه است.
 - (۲) با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل کاتیون X^{3+} ، به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.
 - (۳) چهاردهمین عنصر دسته p جدول دوره‌ای به حساب می‌آید.
 - (۴) شمار الکترون‌ها با $l = 2$ در اتم آن با شمار این الکترون‌ها در عنصرهای قبل و بعد از آن در دورهٔ چهارم، برابر است.
- ۵۷- نمونه‌ای از فلز مس دارای دو ایزوتوپ ^{63}Cu و ^{65}Cu است. اگر نمونه‌ای به جرم $15/88$ گرم از مس (II) اکسید با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید مطابق معادلهٔ زیر واکنش داده و $26/88$ گرم مس (II) کلرید تشکیل شود، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر مس در این نمونه کدام است؟ ($O = 16, Cl = 35.5: g \cdot mol^{-1}$)



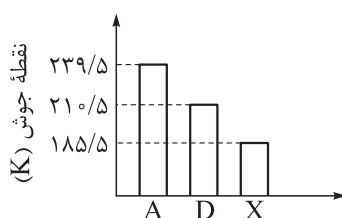
۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۵۸- با توجه به نمودار زیر که مربوط به مقایسهٔ نقطهٔ جوش NH_3 ، PH_3 و AsH_3 است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) دلیل بالاتر بودن نقطهٔ جوش A نسبت به D و X، بیشتر بودن جرم مولی آن است.

ب) در شرایط یکسان، گاز X آسان‌تر از گاز D به مایع تبدیل می‌شود.

پ) مادهٔ A، فراوردهٔ فرایند هابر است و به عنوان کود شیمیایی، به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

ت) اتم مرکزی ترکیب D در دورهٔ چهارم و گروه ۱۵ جدول دوره‌ای قرار دارد.

۴) ب - ت

۳) الف - پ

۲) پ - ت

۱) الف - ب

۵۹- در آرایش الکترونی اتم X، ۵ زیرلایهٔ الکترونی پر شده و ۵ الکترون با $n + l = 5$ وجود دارد. کدام فرمول شیمیایی را نمی‌توان به ترکیبی از اتم X نسبت داد؟

 ۲) $X_2\text{CO}_3$

 ۱) XSO_4

 ۴) $\text{X(NO}_3)_2$

 ۳) XPO_4

محل انجام محاسبات

۶۰- چند مورد از مطالب زیر، درباره ایزوتوپی از هیدروژن که شمار ذره‌های زیراتمی آن با هم برابر است، درست می‌باشد؟
 • در طبیعت یافت نمی‌شود و پرتوزا است.

- جرم اتمی آن به تقریب ۲۰۰۰ برابر جرم الکترون (های) آن است.
- واکنش پذیری آن از ایزوتوپی از هیدروژن که فاقد نوترون است، بیشتر می‌باشد.
- دارای یک الکترون ظرفیتی است و به دسته s جدول دوره‌ای تعلق دارد.

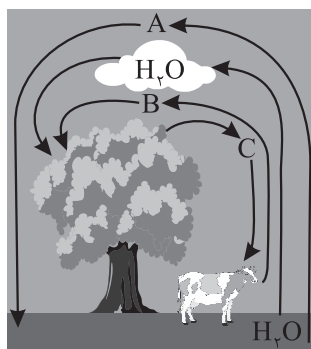
۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۶۱- با توجه به معادله انحلال پذیری نمک‌های A و B، کدام مطلب نادرست است؟

نمک	معادله انحلال پذیری
A	$S = -\theta / 40 + 34$
B	$S = \theta / 80 + 28$

- (۱) در دمای 5°C ، درصد جرمی محلول سیرشده این دو نمک با هم برابر است.
- (۲) محلولی شامل ۱۵ گرم B در 5°C گرم آب در دمای 1°C ، سیر نشده است.
- (۳) با کاهش دمای محلول سیرشده B از 5°C به 2°C ، مقداری نمک رسوب می‌کند.
- (۴) نمک‌های A و B به ترتیب می‌توانند لیتیم سولفات و پتاسیم نترات باشند.

۶۲- با توجه به شکل زیر که برهم کنش هواکره با زیست کره را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟

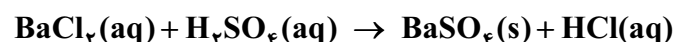


۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

- A نخستین گازی است که در ستون تقطیر جزء به جزء هوای مایع، از مخلوط جدا می‌شود.
- بخش عمده هواکره را گازهای A و B تشکیل می‌دهند.
- جانداران ذره‌بینی با تثبیت گاز C، آن را برای مصرف گیاهان آماده می‌کنند.
- B یکی از فراورده‌های سوختن کامل سوخت‌های فسیلی است.
- C، یکی از واکنش‌دهنده‌های واکنش تولید اوزون تروپوسفری است.

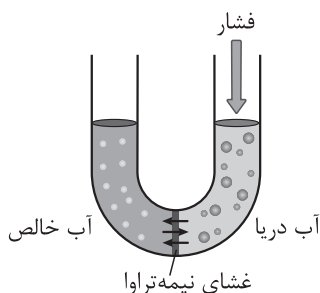
۶۳- اگر در واکنش کامل ۱۰ میلی لیتر محلول باریم کلرید با سولفوریک اسید، ۹۳۲ میلی گرم ترکیب نامحلول در آب تشکیل شود، محلول باریم کلرید چند مولار است و HCl تولیدشده در این واکنش، با چند گرم منگنز (IV) اکسید به طور کامل واکنش می‌دهد؟

$$(Ba = 137, Mn = 55, Cl = 35.5, S = 32, O = 16 : g.mol^{-1})$$



۰/۱۷۴،۰/۲ (۴) ۰/۱۷۴،۰/۴ (۳) ۰/۰۸۷،۰/۲ (۲) ۰/۰۸۷،۰/۴ (۱)

محل انجام محاسبات



۶۴- چند مورد از مطالب زیر، درباره فرایند نشان داده شده در شکل روبه‌رو، درست‌اند؟

- با گذشت زمان ارتفاع مایع در لوله سمت چپ بالا می‌رود.
- آب به‌دست‌آمده از این روش، آلایندگی کم‌تری نسبت به تصفیه با روش تقطیر دارد.
- با گذشت زمان، فشار لازم برای انجام این فرایند افزایش می‌یابد.
- آب تصفیه‌شده با این روش برخلاف آب به‌دست‌آمده از روش صافی کربن، نیازی به کلرزنی ندارد.

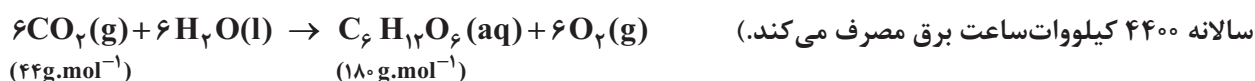
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۵- درختان با جذب کربن دی‌اکسید، می‌توانند آن را به گلوکز تبدیل کنند. اگر در هر درخت، ماهانه $3/75$ کیلوگرم گلوکز ساخته شود، با کربن دی‌اکسید جذب‌شده در یک سال توسط 280 درخت، ردپای کربن دی‌اکسید ایجادشده در تأمین برق چند خانواده ایرانی را می‌توان از بین برد؟ (فرض کنید منبع تأمین برق، نفت خام است و هر خانواده ایرانی،



منبع تولید برق	مقدار CO_2 تولیدشده به ازای هر کیلووات‌ساعت برق مصرفی (kg)
نفت خام	۰/۷

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

صفحه‌های ۱ تا ۱۲۱

شیمی یازدهم

۵۱- از میان عنصرهای A ، X ، D ، B ، M ، عنصر را دارد.

- (۱) A ، بیشترین خصلت نافلزی
- (۲) B ، کم‌ترین شمار الکترون‌های ظرفیتی
- (۳) D ، بیشترین شعاع اتمی
- (۴) M ، توانایی تشکیل ترکیب یونی با X

۵۲- اگر بازده واکنش تبدیل گاز اکسیژن به اوزون ($3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{O}_3$) 15% درصد باشد، برای تهیه 25% مول اوزون، به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟ ($\text{O} = 16\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)

۸ (۴)

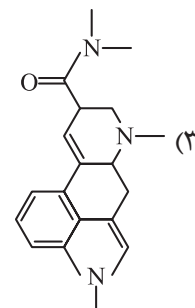
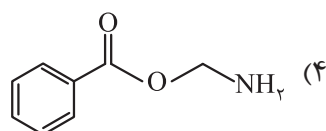
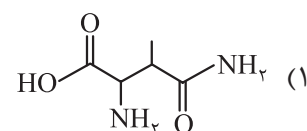
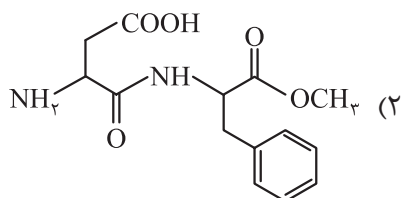
۴ (۳)

۱/۲ (۲)

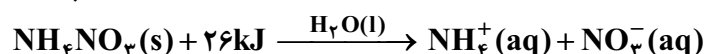
۰/۱۸ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۳- در اثر آبکافت کدام ترکیب، آمونیاک به دست می آید؟



۵۴- برای کاهش دمای ۲۵۰ گرم آب از دمای ۲۵°C به ۱۲°C، چند گرم آمونیوم نیترات باید در آب حل شود؟ (از گرمای مبادله شده توسط آمونیوم نیترات صرف نظر شود. $H = 1, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$, $c_{\text{آب}} = 4/2 J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$)



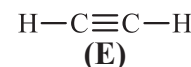
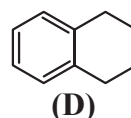
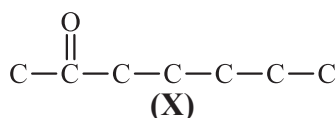
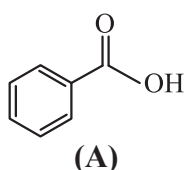
۴۲ (۴)

۲۱ (۳)

۴/۲ (۲)

۲/۱ (۱)

۵۵- با توجه به ساختارهای داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



• ترکیب (X) در میخک وجود دارد و نام آن، ۲-هپتانول است.

• ترکیب (E)، نخستین عضو خانواده آلکین ها است و در گذشته، آن را با نام اتیلن می خواندند.

• ترکیب (A) یکی از طعم دهنده های مواد غذایی است و در ساختار آن، ۵ پیوند C-H وجود دارد.

• ترکیب (D) با ترکیبی با ساختار ، هم پار است.

• تفاوت جرم مولی ترکیب (X) با بنزالدهید، با جرم ۴ مول گاز هیدروژن برابر است.

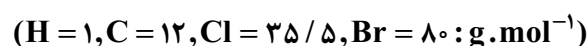
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۵۶- از واکنش ۰/۲ مول از مونومر سازنده پلی وینیل کلرید با مقدار کافی برم، چند گرم فراورده به دست می آید و تفاوت شمار جفت الکترون های ناپیوندی و پیوندی در هر مولکول از فراورده، کدام است؟



۲، ۳۷/۶ (۴)

۳، ۳۷/۶ (۳)

۳، ۴۴/۵ (۲)

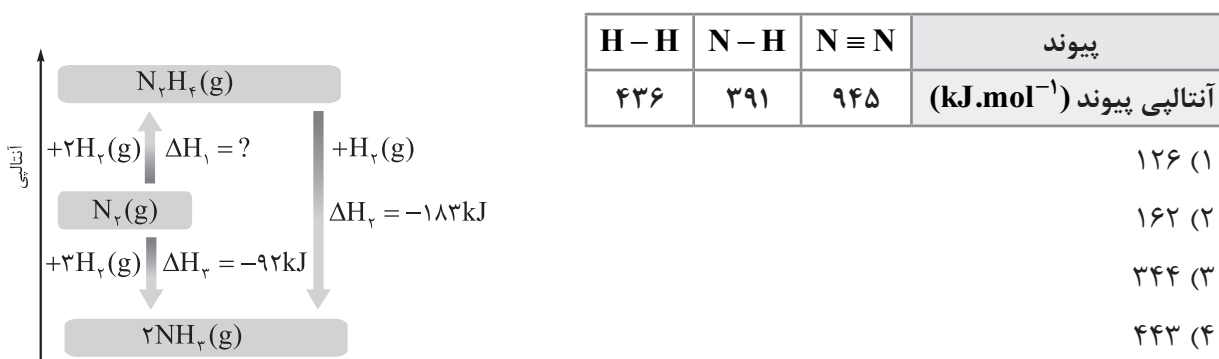
۲، ۴۴/۵ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۷- اگر سبک‌ترین آلکان راست‌زنجیری که در دمای 22°C و فشار 1atm به حالت مایع است را A و سنگین‌ترین الکل یک‌عاملی سیرشده که به هر نسبت در آب حل می‌شود را B بنامیم، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟
 $(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$

- (الف) جرم مولی مونومر سازنده نشاسته گندم، سه برابر جرم مولی B است.
 (ب) در ساختار A، ۱۶ پیوند اشتراکی وجود دارد که ۷۵ درصد آن‌ها از نوع C-H هستند.
 (پ) نقطه جوش B از الکل سازنده متیل استات کم‌تر است.
 (ت) مولکول‌های A و B، هم کربن هستند، اما شمار اتم‌های هیدروژن A بیشتر است.
- (۱) پ - ت (۲) الف - ب (۳) ب - پ (۴) الف - ت

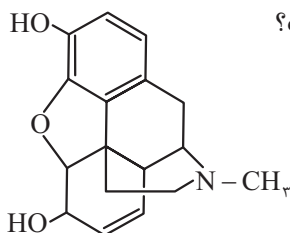
۵۸- با توجه به جدول و نمودار داده‌شده، آنتالپی پیوند N-N در هیدرازین (N_2H_4)، چند کیلوژول بر مول است؟



۵۹- کدام مطلب، درست است؟

- (۱) شبه‌فلز ژرمانیم در گروه ۱۴، مرز بین یک عنصر فلزی و یک عنصر نافلزی است.
 (۲) در بین عنصرهای واسطه دوره چهارم، در آرایش الکترونی ۹ عنصر، زیرلایه‌هایی با $n + l = 4$ به طور کامل پر هستند.
 (۳) در گروه هالوژن‌ها، روند تغییر شعاع اتمی و روند تغییر واکنش‌پذیری عنصرها، با افزایش عدد اتمی ناهمسو است.
 (۴) فلزهای قلیایی در گروه اول جدول دوره‌ای قرار دارند و همه آن‌ها با تشکیل یون M^+ ، به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسند.

۶۰- با توجه به شکل روبه‌رو که ساختار مورفین را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) دارای گروه‌های عاملی آمینی، هیدروکسیل و اتری است.
 (۲) فرمول مولکولی آن، $\text{C}_{17}\text{H}_{19}\text{NO}_3$ است.
 (۳) ۴ اتم کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.
 (۴) هر مول از آن با ۶ / ۸۹ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد، به طور کامل واکنش می‌دهد.

محل انجام محاسبات

۶۱- اگر سرعت متوسط واکنش: $A(g) + 2X(g) \rightarrow 2D(g) + E$ ، در ۴۰ ثانیه اول واکنش برابر با $3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، حاصل $a + b$ در جدول زیر کدام است؟

ماده	مقدار مول اولیه	مقدار مول پس از ۴۰ ثانیه
A	a	b
D	۰	b

(۲) ۵ / ۰

(۱) ۴ / ۰

(۴) ۱

(۳) ۸ / ۰

۶۲- در ساختار آلکان ۲، ۲، ۴-تری متیل پنتان، چند گروه CH_3 وجود دارد و اگر به جای شاخه‌های فرعی متیل آن، گروه اتیل قرار گیرد، مجموع اعداد در نام ترکیب، چند واحد تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

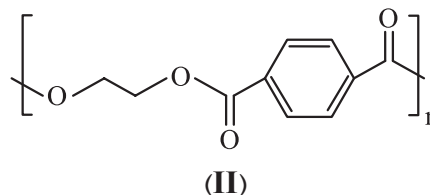
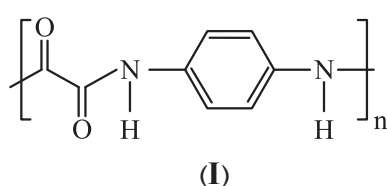
(۲) ۵، ۳

(۱) ۵، ۵

(۴) ۴، ۵

(۳) ۴، ۳

۶۳- با توجه به ساختارهای داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- کولار متعلق به خانواده‌ای از پلیمرها است که پلیمر (I) نیز در آن قرار دارد.
- فرمول مولکولی دی‌الکل سازنده پلیمر (II) به صورت $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_7$ است.
- تفاوت جرم مولی دی‌اسید سازنده پلیمرهای (I) و (II) برابر ۷۶ گرم است.
- اگر دی‌اسید سازنده پلیمر (II) با دی‌آمین سازنده پلیمر (I) واکنش دهد، پلیمری با فرمول $(\text{C}_{14}\text{H}_{10}\text{O}_7\text{N}_2)_n$ به دست می‌آید.

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

محل انجام محاسبات

۶۴- اگر ارزش سوختی گرافیت، گاز هیدروژن و متان به ترتیب برابر با $۳۲/۸$ ، ۱۴۳ و ۵۵ کیلوژول بر گرم باشد، ΔH واکنش:



$$+۸۵/۶ \quad (۱)$$

$$-۲۰۰/۴ \quad (۲)$$

$$-۸۵/۶ \quad (۳)$$

$$+۲۰۰/۴ \quad (۴)$$

۶۵- اگر در واکنش تولید استر عامل طعم و بوی آناناس، به طور میانگین در هر دقیقه، $۳/۴۸$ گرم استر تولید شود،

سرعت متوسط مصرف الکل در این واکنش، چند گرم بر ثانیه است؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

$$۵ \times ۱۰^{-۴} \quad (۱)$$

$$۲/۳ \times ۱۰^{-۲} \quad (۲)$$

$$۱/۳۸ \times ۱۰^{-۱} \quad (۳)$$

$$۴/۴ \times ۱۰^{-۲} \quad (۴)$$

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات

برترین دبیران کنکور ایران در کتاب های تست آنلاین مُنیاز



علی مقدم نیا



امید مصلابی



محمد نوکنده



فرزانه رجایی



ارسلان رحمانی



محمد چلاجور

ویژگی های کتاب های تست آنلاین مُنیاز

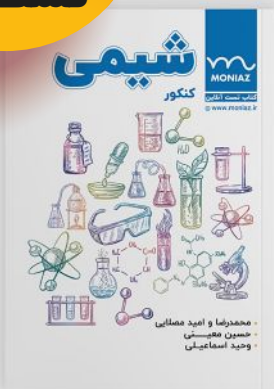
منتخب تست های آزمون های آزمایشی
در کتاب های تست آنلاین مُنیاز

تحلیل
ویدیویی
تمامی
تست ها

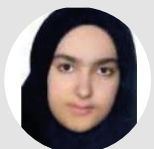


آپدیت
مستمر

هزینه ی
بسیار پائین



کتاب تست آنلاین **ریاضی تجربی مُنیاز** منبع اصلی من
در سال دوازدهم بود. چون ایده های جالب **تست های مُنیاز**
باعث پیشرفت و سرعت تست زدن من شده بود.



فاطمه هدایتی
رتبه ۷ کنکور

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

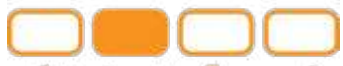


آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir





ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۷/۰۷

دفترچه
پاسخ
آزمون سوم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
آمار و احتمال	حمید گلزاری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی فرد - مسعود شفیعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی - حسین هاشمی طاهری
فیزیک	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد
شیمی	یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمدحسین رحیمی	شقایق راهبریان - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	مهدی خوش نویس - محمدحسین رحیمی - ابوالفضل ناصری - بردیا نصیری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمدحسین رحیمی - کیوان صارمی	زهرا جالینوسی - مهدی خوش نویس - محمدرضا صادقی - کسری منتظری - بردیا نصیری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	حمید فدائی فرد	محمدباغبان - محمدرضا سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - محمدرضا فضلی - امیر محمودی انزلی - کسری منتظری - بردیا نصیری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی - مرضیه قاسمی	یاسر عبداللهی - حسین ابروانی	سیدعلی حسین زاده - یاسر راش - احسان رحیمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانپور

Azmoon.kheilisabz.com



ریاضی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۷۰

تست و پاسخ (۱)

$$a_n = m_1 n^2 + m_2 n + m_3$$

در الگوی درجه دوم با جملات $2, a, b, c, 2, \dots$ جمله هفتم برابر کدام است؟

$$8 - 3b \quad (4)$$

$$12 - 3b \quad (3)$$

$$9 - 2b \quad (2)$$

$$6 - 2b \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۴)

خودت حل کنی بهتره الگوی درجه دوم را به صورت $a_n = m_1 n^2 + m_2 n + m_3$ در نظر بگیریم.

پاسخ تشریحی فرض می‌کنیم الگوی درجه دوم به فرم $a_n = m_1 n^2 + m_2 n + m_3$ باشد. حالا از جملاتی که داده، استفاده می‌کنیم تا ضرایب m_1, m_2 و m_3 را پیدا کنیم.

گام اول: توجه کنید که در الگوی داده شده، جمله اول و پنجم با هم برابرند، پس:

$$a_1 = a_5 = 2 \Rightarrow m_1(1)^2 + m_2(1) + m_3 = m_1(5)^2 + m_2(5) + m_3 = 2 \Rightarrow \underbrace{m_1 + m_2 + m_3}_{(1)} = \underbrace{25m_1 + 5m_2 + m_3}_{(2)} = 2$$

ساده می‌کنیم. $\rightarrow (1): 24m_1 + 4m_2 = 0$

$$(2): m_1 + m_2 + m_3 = 2$$

از (۱)، m_2 را برحسب m_1 به دست می‌آوریم و در (۲) جای گذاری می‌کنیم تا m_3 هم برحسب m_1 به دست بیاید. داریم:

$$\begin{cases} m_2 = -6m_1 \\ m_3 = 2 + 5m_1 \end{cases}$$

$$a_n = m_1 n^2 - 6m_1 n + (2 + 5m_1)$$

گام دوم: پس الگوی درجه دوم برحسب m_1 به صورت مقابل می‌شود:

گام سوم: چون گزینه‌ها برحسب b نوشته شده‌اند، برای جمله سوم دنباله داریم: $a_3 = 9m_1 - 18m_1 + 2 + 5m_1 = -4m_1 + 2 = b$

گام چهارم: جمله هفتم را به دست آورده و آن را با توجه به گام سوم برحسب b می‌نویسیم:

$$a_7 = 49m_1 - 42m_1 + 2 + 5m_1 = 12m_1 + 2 = -3(-4m_1 + 2) + 2 + 6 = -3b + 8$$

تست و پاسخ (۲)

اگر از سه جمله متوالی یک دنباله هندسی، عدد ثابت x را کم کنیم، به ترتیب به اعداد $1, m$ و $2m+1$ می‌رسیم. مقدار x کدام است؟

$$\frac{2m+1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{(m-1)^2}{2} \quad (3)$$

$$\frac{m^2 - 2m - 1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{m-1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۲)

درس نامه... دنباله هندسی و خواص آن

$$a, ar, ar^2, \dots$$

a جمله اول و r قدرنسبت دنباله هندسی است. فرمول عمومی آن $a_n = ar^{n-1}$ می‌باشد.

رابطه واسطه هندسی بین ۳ جمله متوالی آن برقرار است، یعنی اگر جملات a_{k-1}, a_k, a_{k+1} را داشته باشیم، در این صورت: $a_k^2 = a_{k-1} a_{k+1}$

پاسخ تشریحی گام اول: چون سه جمله متوالی دنباله هندسی داریم، آن‌ها را به صورت a, ar, ar^2 در نظر می‌گیریم.

$$\frac{a}{r} - x, a - x, ar - x \equiv 1, m, 2m+1$$

گام دوم: از هر کدام از جمله‌ها، مقدار x را کم می‌کنیم:

یعنی:

$$\frac{a}{r} - x = 1 \quad (1)$$

$$a - x = m \Rightarrow a = x + m \quad (2)$$

$$ar - x = 2m+1 \xrightarrow{\text{جای گذاری از (2)}} (x+m)r - x = 2m+1 \Rightarrow (x+m)r = 2m+1+x \Rightarrow r = \frac{2m+1+x}{m+x} \quad (3)$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم: حالا رابطه‌های (۲) و (۳) را در (۱) جای گذاری می‌کنیم تا x را بر حسب m پیدا کنیم:

$$\frac{a}{r} - x = 1 \Rightarrow \frac{x+m}{2m+1+x} - x = 1 \Rightarrow \frac{(m+x)^2}{2m+1+x} = x+1 \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} x^2 + 2mx + m^2 = (2m+1+x)(x+1)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2mx + m^2 = 2mx + x + x^2 + 2m + 1 + x \Rightarrow m^2 - 2m - 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{m^2 - 2m - 1}{2}$$

تست و پاسخ ۳

اگر $a = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$ باشد، حاصل $a^3 - 6a$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $3\sqrt[3]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: کافی است که مقدار a^3 را به دست بیاوریم و a و a^3 را در عبارت جای گذاری کنیم.

گام اول: ابتدا a^3 را با توجه به مقدار a که داده شده، محاسبه می‌کنیم:

$$a^3 = (\sqrt[3]{2}(1 + \sqrt[3]{2}))^3 = 2(1 + \sqrt[3]{2})^3 = 2(1 + 3\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} + 2) = 2(3 + 3(\underbrace{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}_a)) = 6 + 6a$$

گام دوم: حالا حاصل خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$a^3 - 6a = 6 + 6a - 6a = 6$$

تست و پاسخ ۴

جذر عدد $A = 8 + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ برابر $1 + \sqrt{2} + \sqrt{a}$ است. مقدار a کدام است؟

$$1 + \sqrt{2} + \sqrt{a} = \sqrt{A}$$

- (۱) ۱۰ (۲) $2/5$ (۳) ۵ (۴) $5/5$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره! یاد اتحاد مربع ۳ جمله بیفتید!

درس نامه • فرمول اتحاد مربع سه جمله‌ای

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

پاسخ تشریحی: گام اول: با کمی دقت به عبارت داده شده، می‌بینیم که برابر با مقدار زیر است:

$$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 1^2$$

$$A = 8 + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} = (\sqrt{5} + \sqrt{2} + 1)^2$$

گام دوم: سؤال گفته که جذر عبارت A برابر با $1 + \sqrt{2} + \sqrt{a}$ است؛ پس:

$$\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{5} + \sqrt{2} + 1 = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{a} \Rightarrow a = 5$$

تست و پاسخ ۵

هرگاه $a = \frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$ ، مقدار $(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2$ چه عددی است؟

- (۱) ۴ (۲) $\sqrt{12}$ (۳) $\sqrt{14}$ (۴) $\sqrt{18}$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: سعی می‌کنیم a را تا حد امکان ساده کنیم و بعد، حاصل خواسته شده را پیدا کنیم.





گام اول: ابتدا به سراغ a می‌رویم و تا حد امکان ساده‌اش می‌کنیم. عبارت زیر رادیکال را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$a = \frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2}} = \frac{1}{|\sqrt{3}+2|} = \frac{1}{\sqrt{3}+2} \quad (\text{I}) \xrightarrow[\text{گویا می‌کنیم.}]{\text{مخرج کسرها}} a = \frac{1}{\sqrt{3}+2} \times \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}-2}{3-4} = 2-\sqrt{3} \quad (\text{II})$$

گام دوم: پس از (I) و (II) نتیجه می‌گیریم که $a = 2-\sqrt{3}$ و $\frac{1}{a} = \sqrt{3}+2$ است؛ پس:

گام سوم: با جای گذاری مقدار $a + \frac{1}{a}$ در عبارت، مقدار خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^{\frac{1}{2}} (a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(4-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})} = \sqrt{16-2} = \sqrt{14}$$

اتحاد مزدوج

تست و پاسخ ۶

مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax+b}{x^2+x+3} < 2$ به صورت $\mathbb{R} - \{2\}$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟

۹ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: نامعادله را مرتب می‌کنیم:

$$\frac{ax+b}{x^2+x+3} < 2 \Rightarrow \frac{ax+b-2(x^2+x+3)}{x^2+x+3} < 0 \Rightarrow \frac{-2x^2+(a-2)x+b-6}{x^2+x+3} < 0$$

گام دوم: در مورد مخرج نامعادله، چون ضریب x^2 بزرگ‌تر از صفر است و $\Delta = 1-12 = -11 < 0$ است، عبارت همواره مثبت است؛ پس صورت کسر باید کوچک‌تر از صفر باشد.

گام سوم: با توجه به مجموعه جواب داده شده، نتیجه می‌گیریم که صورت، فقط یک ریشه مضاعف برابر با ۲ دارد:

$$y = -2x^2 + (a-2)x + (b-6) \Rightarrow x = \frac{-B}{2A} = \frac{-(a-2)}{-4} = 2 \Rightarrow a-2 = 8 \Rightarrow a = 10$$

$$0 = -2 \times 4 + 2(10-2) + b-6 \Rightarrow b+2 = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$a-b = 10 - (-2) = 10 + 2 = 12$$

گام پنجم: با پیدا شدن مقدار a و b ، حاصل خواسته شده برابر می‌شود با:

تست و پاسخ ۷

جواب نامعادله $\frac{2x+4}{x+2} < 3$ بازه $(\alpha, +\infty)$ است. مقدار $[2\alpha + \frac{1}{\alpha}]$ کدام است؟ (، []، نماد جزء صحیح است.)

-۵ (۴)

-۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: اول نامعادله را حل می‌کنیم تا مقدار α را به دست بیاوریم:

$$\frac{2x+4}{x+2} < 3 \Rightarrow \frac{2x+4-3(x+2)}{x+2} < 0 \Rightarrow \frac{-x-2}{x+2} < 0 \Rightarrow x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$$

با توجه به بازه داده شده که $(\alpha, +\infty)$ است، $\alpha = -2$ است.

$$[2\alpha + \frac{1}{\alpha}] = [-4 - \frac{1}{2}] = [-4.5] = -5$$

گام دوم: حالا حاصل مقدار خواسته شده را پیدا می‌کنیم:

تست و پاسخ ۸

معادله‌های $x^2 + 2bx + 4c = 0$ و $x^2 + bx + c^2 + \frac{1}{4} = 0$ هر دو دارای ریشه مضاعفاند. در این صورت مقدار $|b.c|$ با سینوس کدام زاویه

برابر است؟

$$\alpha = ? \Leftarrow \sin \alpha = |b.c|$$

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

پاسخ: گزینه ۲





خودت حل کنی بهتره ریشه مضاعف دارند، یعنی $\Delta = 0$ است.

پاسخ تشریحی گام اول: چون هر دو معادله ریشه مضاعف دارد، برای هر دو معادله داده شده، $\Delta = 0$ است:

$$\begin{cases} x^2 + 2bx + 4c = 0 \\ x^2 + bx + c^2 + \frac{1}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4b^2 - 16c = 0 \\ \Delta = b^2 - 4c^2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 4c (*) \\ b^2 = 4c^2 + 1 \end{cases}$$

$$4c^2 - 4c + 1 = 0 \Rightarrow (2c - 1)^2 = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

گام دوم: از معادله‌ای که به دست آورده‌ایم، مقدار c را پیدا می‌کنیم:

$$b^2 = 4 \times \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \sqrt{2}$$

گام سوم: مقدار b را هم از رابطه $(*)$ به دست می‌آوریم:

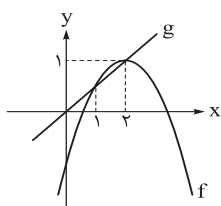
$$\sin \alpha = |b.c| = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گام چهارم: حالا داریم:

با توجه به گزینه‌ها، α باید برابر با 45° باشد تا $\sin$ آن برابر با $\frac{\sqrt{2}}{4}$ شود.

تست و پاسخ ۹

نمودار سهمی f و خط g به صورت زیر است. بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y = f(x) - g(x)$ کدام است؟



$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در نمودارهای مربوط به سهمی‌ها، با توجه به اطلاعاتی که از نقاط سهمی داده می‌شود، فرم‌های مختلف را برایش در نظر بگیرد. این باعث ساده‌تر شدن حل می‌شود؛ مثلاً در این سؤال، چون رأس سهمی داده شده، تابع f را به فرم $f(x) = a(x - h)^2 + k$ در نظر بگیرد که در آن (h, k) مختصات رأس سهمی است.

پاسخ تشریحی سعی می‌کنیم با توجه به اطلاعاتی که در نمودار است، توابع f و g را به دست بیاوریم:

گام اول: رأس سهمی تابع f ، $(2, 1)$ است. فرم تابع f را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k \xrightarrow[\text{رأس سهمی: } (2, 1)]{} f(x) = a(x - 2)^2 + 1$$

گام دوم: به سراغ تابع g می‌رویم: یک خط است که از مبدأ و نقطه $(2, 1)$ می‌گذرد، پس:

$$g(x) = mx \xrightarrow{(2, 1)} 1 = 2m \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x$$

گام سوم: حالا هر دو تابع f و g در نقطه $x = 1$ همدیگر را قطع می‌کنند، پس با برابر قرار دادن دو تابع در این نقطه می‌توانیم مقدار a را پیدا کنیم:

$$f(1) = g(1) \Rightarrow a + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

گام چهارم: حالا تابع $y = f(x) - g(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$y = f(x) - g(x) = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1 - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 1 - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 + 1 - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$$

$$y_{\max} = \frac{-\Delta}{4a'} = \frac{-\left(\frac{9}{4} - 4 \times \frac{1}{2}\right)}{4\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\left(\frac{9}{4} - 2\right)}{-2} = \frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{8}$$

گام پنجم: بیشترین مقدار تابع y برابر می‌شود با:





تست و پاسخ ۱۰

در یک مستطیل به قطر x ، طول $\frac{4}{3}$ برابر عرض آن است. اگر $f(x)$ تابع چندجمله‌ای باشد که مساحت مستطیل را بر حسب x بیان کند، آن گاه

$$y = k \quad (k \in \mathbb{R})$$

کدام تابع زیر، ثابت است؟

$$y = f(x) - 0.24x^2 - 1 \quad (2)$$

$$y = f(x) - 0.48x^2 + 1 \quad (1)$$

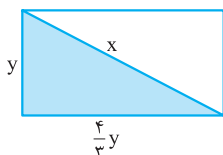
$$y = f(x) - 0.5x^2 - 1 \quad (4)$$

$$y = f(x) - 0.25x^2 + 1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: اطلاعات داده شده را در مستطیل زیر وارد می‌کنیم:



رابطه فیثاغورس را در مثلث رنگی می‌نویسیم. $y^2 + (\frac{4}{3}y)^2 = x^2 \Rightarrow \frac{25}{9}y^2 = x^2 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{25}x^2$

گام دوم: حالا مساحت مستطیل را بر حسب x می‌نویسیم تا $f(x)$ به دست بیاید:

$$f(x) = y \times \frac{4}{3}y = \frac{4}{3}y^2 = \frac{4}{3} \times \frac{9}{25}x^2 = \frac{12}{25}x^2 = 0.48x^2$$

$$y = f(x) - 0.48x^2 + 1 = 1$$

گام سوم: با توجه به گزینه‌های داده شده، تابعی که در ۱ داده شده، تابع ثابت می‌شود:

تست و پاسخ ۱۱

نمودار تابع درجه دوم f محور x ها را در نقاطی به طول ۳- و ۵ قطع می‌کند. اگر تابع $y = \frac{a + f(3x+b)}{x}$ همانی باشد، مقدار a کدام است؟

$$y = x$$

$$\frac{8}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ۱۱ اگر رأس سهمی داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت مربع کامل بگیریم و با جای گذاری یک نقطه غیر

$$f(x) = A(x - x_s)^2 + y_s$$

از ریشه‌ها، A را به دست آوریم:

۲) اگر نقاط برخورد سهمی با محور x ها داده شده باشد، بهتر است معادله سهمی را به صورت تجزیه شده در نظر بگیریم.

$$f(x) = A(x - x_1)(x - x_2)$$

صفرهای تابع (ریشه‌ها)

۳) اگر سه نقطه عادی از سهمی داده شده باشد، بهتر است از صورت استاندارد سهمی استفاده کرده و نقاط را جای گذاری کنیم تا A ، B و

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C$$

C به دست بیاید:

عرض از مبدأ سهمی

پاسخ تشریحی گام اول: چون برخوردهای سهمی با محور x ها داده شده، حالت تجزیه شده را برای تابع f در نظر می‌گیریم؛ پس داریم:

$$f(x) = A(x - 5)(x + 3) = A(x^2 - 2x - 15)$$

گام دوم: تابع $y = \frac{a + f(3x+b)}{x}$ تابعی همانی است؛ یعنی:

$$y = \frac{a + f(3x+b)}{x} = x \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم.}} a + f(3x+b) = x^2 \Rightarrow f(3x+b) = x^2 - a$$

گام سوم: عبارت $f(3x+b)$ را از گام اول به دست می‌آوریم و در معادله بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$f(3x+b) = A((3x+b)^2 - 2(3x+b) - 15) = A(9x^2 + 6bx + b^2 - 6x - 2b - 15) = A(9x^2 + (6b-6)x + b^2 - 2b - 15) = x^2 - a$$

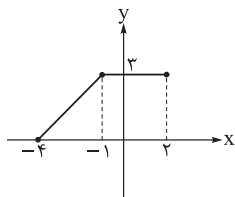


گام چهارم: حالا، تک تک جملات را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \text{ضرب } x^2: 9A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{9} (*) \\ \text{ضرب } x^1: A(6b - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ \text{یا} \end{cases} \xrightarrow{(*)} b = 1 \\ \text{ضرب } x^0: A(b^2 - 2b - 15) = -a \xrightarrow[\text{جای گذاری از بالا}]{(A=\frac{1}{9}, b=1)} \frac{1}{9}(1 - 2 - 15) = -a \Rightarrow a = \frac{16}{9} \end{cases}$$

تست و پاسخ ۱۲

نمودار تابع $y = x - f(x)$ به صورت مقابل است. برد تابع $y = 2x + f(x)$ کدام است؟



(۲) $[-12, 3]$

(۱) $[-8, 3]$

(۴) $[-8, 6]$

(۳) $[-12, 6]$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

راه اول: گام اول: اول ضابطه تابع $y = x - f(x)$ را از روی نموداری که داده شده، می‌نویسیم:

$$y = x - f(x) = \begin{cases} x + 4 & -4 \leq x < -1 \\ 3 & -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

گام دوم: حالا می‌توانیم تابع f را پیدا کنیم:

$$f(x) = x - y = \begin{cases} x - x - 4 & -4 \leq x < -1 \\ x - 3 & -1 \leq x \leq 2 \end{cases} = \begin{cases} -4 & -4 \leq x < -1 \\ x - 3 & -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

گام سوم: حالا برد تابع $y = 2x + f(x)$ را با نوشتن ضابطه‌اش می‌توانیم به دست بیاوریم:

$$y = 2x + f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & -4 \leq x < -1 \\ 3x - 3 & -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

از روی بازه‌هایی که برای x نوشته‌ایم هر یک از ضابطه‌ها را می‌سازیم تا برد به دست بیاید:

$$-4 \leq x < -1 \Rightarrow -8 \leq 2x < -2 \Rightarrow -12 \leq 2x - 4 < -6 \Rightarrow -12 \leq y < -6$$

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 6 \Rightarrow -6 \leq 3x - 3 \leq 3 \Rightarrow -6 \leq y \leq 3$$

$$R_y = [-12, -6) \cup [-6, 3] = [-12, 3]$$

گام چهارم: برد تابع، اجتماع دوتا بازه‌ای که برای y به دست آوردیم، می‌شود؛ یعنی:

راه دوم: از سه نقطه $2, -1, -4$ استفاده می‌کنیم. در جدول زیر داریم:

x	-4	-1	2
$y_1 = x - f(x)$	0	3	3
$f(x) = x - y_1$	$-4 - 0 = -4$	$-1 - 3 = -4$	$2 - 3 = -1$
$y_2 = 2x + f(x)$	$-8 - 4 = -12$	$-2 - 4 = -6$	$4 - 1 = 3 \Rightarrow R_{y_2} = [-12, 3]$

تست و پاسخ ۱۳

اگر $0 < \alpha < 45^\circ$ و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{1+3\cos^2 \alpha - 4\sin \alpha \cos \alpha}}{3}$ ، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره! به جای ۱ در زیر رادیکال، $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ را قرار دهی!



پاسخ تشریحی

گام اول: سعی می‌کنیم عبارت زیر رادیکال را ساده کنیم. از اتحاد $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ استفاده می‌کنیم:

$$1 + 3\cos^2 \alpha - 4\sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha - 4\sin \alpha \cos \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha - 4\sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha - 2\cos \alpha)^2$$

اتحاد مربع دوجمله‌ای

$$3\sin \alpha = \sqrt{(\sin \alpha - 2\cos \alpha)^2} = |\sin \alpha - 2\cos \alpha|$$

گام دوم: حالا معادله ساده می‌شود:

گام سوم: چون $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ است، با توجه به دایره مثلثاتی $\sin \alpha < \cos \alpha$ و در نتیجه عبارت داخل قدرمطلق منفی می‌شود. با برداشتن قدرمطلق، معادله زیر را داریم:

$$3\sin \alpha = -(\sin \alpha - 2\cos \alpha) \Rightarrow 3\sin \alpha = -\sin \alpha + 2\cos \alpha \Rightarrow 4\sin \alpha = 2\cos \alpha \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } 4\cos \alpha} \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

تست و پاسخ ۱۴

اگر $\tan \alpha - \cot \alpha = \sqrt{2}$ باشد، حاصل $P = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با کمک اتحاد مکعب دوجمله‌ای، عبارت $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ را ساده کنید.

پاسخ تشریحی

راه اول: گام اول: ابتدا سعی می‌کنیم مخرج عبارت P داده شده را ساده کنیم. از اتحاد مکعب دوجمله‌ای داریم:

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \Rightarrow \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$P = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

پس عبارت P به صورت مقابل ساده می‌شود:

در عبارت P، $\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ داریم. سعی می‌کنیم از عبارتی که در سؤال داده، این مقدار را پیدا کنیم.

گام دوم: در معادله داده شده، به جای تانژانت و کتانژانت، عبارت‌های برحسب سینوس و کسینوس جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\tan \alpha - \cot \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک می‌گیریم}} \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 = 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (I)$$

گام سوم: حالا باید عبارت (I) را دوباره ساده‌تر کنیم؛ از اتحاد مربع ۲ جمله‌ای کمک می‌گیریم:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (II)$$

پس با جای‌گذاری (I) در (II) داریم:

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{6}$$

$$P = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{3}{6}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

گام چهارم: با جای‌گذاری نتیجه‌ای که در گام سوم به دست آمده در عبارت P داریم:

راه دوم: گام اول: ابتدا عبارت $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ را به کمک اتحاد چاق و لاغر ساده می‌کنیم:

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha) \Rightarrow$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (۱)$$



گام دوم: حالا از فرض مسئله استفاده می کنیم:

$$\tan \alpha - \cot \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{2} \xrightarrow[\text{می گیریم}]{\text{مخرج مشترک}} \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$$

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (۲)$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

گام سوم: با جای گذاری (۲) در (۱) داریم:

$$P = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{1}{3}$$

گام چهارم: حالا حاصل عبارت P را می توانیم به دست بیاوریم:

تست و پاسخ ۱۵

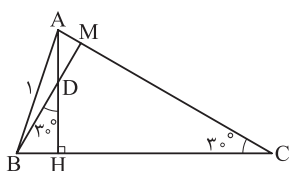
در مثلث شکل مقابل، $AD = \frac{1}{p}$ است. مساحت مثلث BMC چند برابر $\frac{\sqrt{3}}{32}$ است؟

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

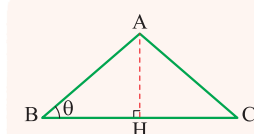
۱۵ (۴)

۱۷ (۳)

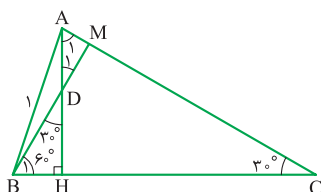


پاسخ: گزینه ۴

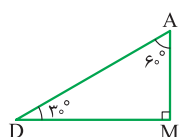
درس نامه: مساحت مثلث



$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \theta$$



گام اول: در مثلث داده شده، اول به زاویه ها دقت می کنیم:



می بینیم که $D_1 = 30^\circ$ است، چون زاویه متقابل به رأس هست.

در مورد A_1 هم، در مثلث AHC که مثلث قائم الزاویه است، $A_1 = 60^\circ$ می شود؛ پس مثلث ADM به این شکل می شود:

پس در شکل اصلی BM ارتفاع وارد بر ضلع AC است.

گام دوم: چون طول ضلع AD داده شده، با نسبت های مثلثاتی می توانیم اندازه ضلع AM را پیدا کنیم:

$$\sin \hat{D}_1 = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow AM = \frac{1}{4}$$

گام سوم: حالا می توانیم طول ضلع BM را از رابطه فیثاغورس پیدا کنیم:

$$BM^2 = AB^2 - AM^2 \Rightarrow BM = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

گام چهارم: برای به دست آوردن مساحت مثلث BMC، کافیه اندازه ضلع BC را هم داشته باشیم:

$$\sin \hat{C} = \sin 30^\circ = \frac{BM}{BC} \Rightarrow BC = 2BM = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

گام پنجم: مساحت مثلث BMC برابر است با:

$$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2} BM \times BC \times \sin \hat{B}_1 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{\sqrt{15}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{32}$$

پس مساحت BMC، ۱۵ برابر $\frac{\sqrt{3}}{32}$ است.



تست و پاسخ ۱۶

در پرتاب دو تاس سالم، احتمال آن که جمع دو تاس k باشد، سه برابر احتمال این است که مجموع دو تاس برابر ۳ شود. احتمال این که جمع دو تاس $k + ۳$ باشد، چه عددی است؟

$$\frac{۵}{۳۶} \quad (۴)$$

$$\frac{۱}{۹} \quad (۳)$$

$$\frac{۱}{۱۸} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۱۲} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه در پرتاب ۲ تاس متمایز، جمع دو عدد رو شده می تواند $۲ \leq k \leq ۱۲$ باشد که احتمال هر کدام در جدول زیر آمده است:

جمع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
احتمال وقوع	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۶}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$

پاسخ تشریحی گام اول: احتمال این که جمع دو تاس برابر با ۳ باشد، $P(A) = \frac{۲}{۳۶}$ ؛ بنابراین احتمال این که جمع دو تاس برابر با k بشود، طبق صورت سؤال $P(B) = \frac{۶}{۳۶}$ خواهد بود؛ پس از جدولی که در درس نامه آمده، متوجه می شویم که $k = ۷$ است. گام دوم: حالا با مشخص شدن مقدار k ، احتمال این که جمع دو تاس برابر با $k + ۳ = ۱۰$ باشد را می توانیم به دست بیاوریم:

$$P(\text{جمع دو تاس} = ۱۰) = \frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۱۲}$$

تست و پاسخ ۱۷

از هر یک از ۱۵ منطقه یک کشور، ۷ دانش آموز برای تیم فوتسال انتخاب شده اند. به چند طریق می توان ۵ نفر از بین آن ها برای تیم نهایی انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو دانش آموز انتخابی از یک منطقه نباشند؟

$$\binom{۱۵}{۷} ۵^۷ \quad (۴)$$

$$\binom{۱۵}{۷} ۷^۵ \quad (۳)$$

$$\binom{۱۵}{۷} \times ۷! \quad (۲)$$

$$\binom{۱۵}{۷} \times ۵! \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مبحث شمارش، بدون شمردن ریاضی دهم، جزء مباحث مهم کنکور است. معمولاً حتماً یک سؤال از این بخش در کنکور می آید. سوالات بخش ترکیب تیپ مشابهی دارند. با کمی تمرین می توانید به تسلط برسید.

پاسخ تشریحی گام اول: چون می خواهیم از دانش آموزان انتخابی، هیچ دو نفر انتخابی از یک منطقه نباشند، اول ۵ منطقه از ۱۵ منطقه انتخاب می کنیم:

$$\binom{۱۵}{۵}$$

گام دوم: حالا از بین مناطق انتخاب شده، باید از هر منطقه یک دانش آموز را از بین ۷ دانش آموزی که از آن منطقه هستند انتخاب کنیم؛ یعنی:

$$= \binom{۷}{۱} = ۷ \quad \text{انتخاب ۱ دانش آموز از ۷ دانش آموز یک منطقه}$$

گام سوم: چون ۵ منطقه داریم، پس $۷^۵ = \underbrace{۷ \times ۷ \times \dots \times ۷}_{\text{تا ۵}} = ۷^۵$ تا انتخاب برای دانش آموزان داریم. پس تعداد کل حالت ها برابر می شود با: $\binom{۱۵}{۵} \times ۷^۵$

تست و پاسخ ۱۸

پنج دانش آموز کلاس اول و چهار دانش آموز کلاس دوم در یک ردیف کنار هم ایستاده اند. احتمال آن که کلاس دومی ها یک درمیان باشند، چند برابر احتمال آن است که هیچ دو کلاس دومی کنار هم نباشد؟

$$\frac{۱}{۱۲} \quad (۴)$$

$$\frac{۱}{۶} \quad (۳)$$

$$\frac{۱}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{۱}{۳۰} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول: مکان دانش آموزان کلاس دوم را با $\square$ و مکان دانش آموزان کلاس اول را با $\bigcirc$ نشان می‌دهیم. اول می‌خواهیم احتمال این که کلاس دومی‌ها یکی در میان باشند را به دست بیاوریم؛ چون تعداد کلاس دومی‌ها یکی کم‌تر از تعداد کلاس اولی‌هاست ۳ حالت می‌توانیم داشته باشیم:

$$1) \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square$$

$$2) \bigcirc \bigcirc \square \square \bigcirc \bigcirc \square \square$$

$$3) \square \square \square \square \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$$

سه حالت نشان داده شده در شکل بالا
 $\downarrow$ جایگشت کلاس اولی‌ها
 $\downarrow$ جایگشت کلاس دومی‌ها
 $\downarrow$ جایگشت در شکل بالا

پس تعداد کل حالت‌ها برابر می‌شود با:

$$P(A) = \frac{5! \times 4! \times 3}{9!}$$

احتمال رخداد این حالت‌ها برابر می‌شود با:

تعداد کل حالت‌ها: جایگشت همه دانش آموزان

گام دوم: حالا احتمال این که هیچ دو کلاس دومی‌ای در کنار هم نباشند را به دست می‌آوریم. اول کلاس اولی‌ها را می‌چینیم؛ کلاس دومی‌ها باید بین کلاس اولی‌ها بایستند:

$$- \bigcirc - \bigcirc - \bigcirc - \bigcirc - \bigcirc -$$

کلاس دومی‌ها می‌توانند در هر کدام از جاهایی که با خط تیره $(-)$ نشان داده شده، قرار بگیرند؛ پس ۴ مکان از این ۶ مکان را انتخاب می‌کنیم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$5! \times \binom{6}{4} \times 4! = 5! \times 4! \times 15 \Rightarrow P(B) = \frac{5! \times 4! \times 15}{9!}$$

جایگشت کلاس اولی‌ها
 $\downarrow$ انتخاب ۴ مکان از ۶ مکان و جایگشت کلاس دومی‌ها

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{5! \times 4! \times 3}{9!}}{\frac{5! \times 4! \times 15}{9!}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

گام سوم: احتمال به دست آمده از گام اول را بر احتمال به دست آمده از گام دوم تقسیم می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۹

یک تاس را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار مضرب ۳ بیاید. با کدام احتمال در ۳ پرتاب این نتیجه حاصل می‌شود؟

$$\frac{4}{27} \quad (4)$$

$$\frac{8}{81} \quad (3)$$

$$\frac{12}{81} \quad (2)$$

$$\frac{16}{27} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: در پرتاب تاس، اگر اعداد ۳ و ۶ رو شود، مضرب ۳ خواهند بود.

گام دوم: پیشامد مطلوب این است که در پرتاب سوم، مضارب ۳ ظاهر شوند؛ پس:

$$A: \text{تعداد اعضای پیشامد } A = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{32}{216}$$

پرتاب اول پرتاب دوم پرتاب سوم
 به غیر از ۳ و ۶ {۳} {۶}

گام سوم: تعداد اعضای فضای نمونه را پیدا می‌کنیم:

$$S: \text{تعداد اعضای فضای نمونه } S = \frac{6}{6} \times \frac{6}{6} \times \frac{6}{6} = 216$$

پرتاب اول پرتاب دوم پرتاب سوم

گام چهارم: احتمال خواسته شده برابر می‌شود با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{32}{216} = \frac{4}{27}$$



تست و پاسخ ۲۰

در جعبه‌ای ۴ مهره سفید و n مهره قرمز داریم. مهره‌ای به تصادف از جعبه خارج می‌کنیم. با احتمال $\frac{2}{3}$ مهره خارج شده قرمز است. حال اگر دو مهره خارج می‌کردیم، به کدام احتمال مهره‌ها هم‌رنگ نبودند؟

$$\frac{8}{33} (2)$$

$$\frac{16}{33} (1)$$

$$\frac{8}{11} (4)$$

$$\frac{4}{11} (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: جعبه زیر را در نظر بگیرید؛ از اطلاعات داده شده داریم:

۴ سفید
 n قرمز

$$P(\text{قرمز بودن}) = \frac{n}{n+4} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3n = 2n + 8 \Rightarrow n = 8$$

پس یعنی ۸ مهره قرمز در جعبه داریم.

گام دوم: از این جعبه که ۴ مهره سفید و ۸ مهره قرمز دارد، می‌خواهیم ۲ مهره خارج کنیم. احتمال این را می‌خواهیم که این دو مهره هم‌رنگ نباشند؛ پس باید یکی از سفیدها و یکی از قرمزها انتخاب کنیم:

انتخاب یک مهره سفید
انتخاب یک مهره قرمز

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{8}{1} = 32$$

$$n(S) = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

انتخاب ۲ مهره، از ۱۲ تا مهره رنگی

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{32}{66} = \frac{16}{33}$$

گام سوم: احتمال خواسته شده برابر است با:

هندسهٔ دهم: صفحه‌های ۹ تا ۹۶

تست و پاسخ ۲۱

تعداد نقاطی از صفحه که از پاره خط AB به فاصلهٔ ۳ و از وسط پاره خط AB به فاصلهٔ ۴ باشند، کدام است؟

ویژگی ۱

ویژگی ۲

(۴) صفر

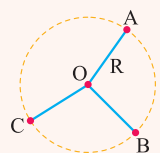
(۳) ۳

(۲) ۴

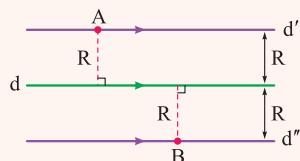
(۱) ۲

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه



(۱) برای پیدا کردن نقطه‌هایی که از نقطهٔ O به فاصلهٔ R باشند، باید دایره‌ای به مرکز O و شعاع R بکشیم. هر نقطه‌ای که روی این دایره باشد، فاصله‌اش از O برابر R است. ببینید:



(۲) برای پیدا کردن نقطه‌هایی که از خط d به فاصلهٔ R باشند، باید دو خط موازی با d و به فاصلهٔ R در دو طرف آن رسم کنیم. هر نقطه‌ای که روی یکی از این خط‌ها باشد، فاصله‌اش از خط d برابر R است. نگاه کنید:

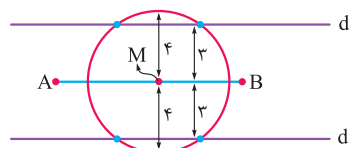
(۳) هر وقت دنبال نقطه‌ای بودید که هر دو ویژگی بالا را داشته باشد، اول نقطه‌های هر ویژگی را پیدا کنید و بعد نقطه‌های مشترک (که همان نقطه‌های برخورد هستند) بین دو ویژگی را در صورت وجود به عنوان جواب در نظر بگیرید.



پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن استراتژی حل): سؤال به دنبال نقطه‌هایی است که هر دو ویژگی ۱ و ۲ را داشته باشد؛ پس مورد (۳) درس‌نامه کلید حل مسئله است.



(شکل ۱)



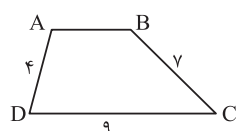
(شکل ۲)

گام دوم (پیدا کردن نقطه‌های ویژگی ۱): طبق مورد (۲) درس‌نامه، با کشیدن دو خط موازی با AB و به فاصله ۳ واحد از آن، نقطه‌های ویژگی ۱ پیدا می‌شوند؛ ببینید:

گام سوم (پیدا کردن نقطه‌های ویژگی ۲): فرض می‌کنیم M وسط پاره خط AB باشد (شکل ۲) را ببینید. با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، با کشیدن دایره‌ای به مرکز M و شعاع ۳ واحد، نقطه‌های ویژگی ۲ هم پیدا می‌شوند. این دایره را به شکل اضافه می‌کنیم (بازم شکل ۲) را ببینید:

گام چهارم (پیدا کردن جواب‌های مسئله): نقطه‌های برخورد دایره با خط‌های d و d' همان‌طور که در شکل (۲) می‌بینید، تعداد این نقطه ۴ است؛ پس مسئله ۴ جواب دارد.

تست و پاسخ ۲۲



مطابق شکل، چهارضلعی ABCD دوزنقه است. طول قاعده AB چند مقدار طبیعی متفاوت را می‌تواند بپذیرد؟

۶ (۲)

۵ (۱)

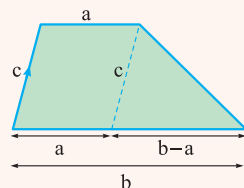
۸ (۴)

۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره از رأس B خطی موازی با ساق AD بکشید تا دوزنقه به یک متوازی‌الاضلاع و مثلث تبدیل شود. در ادامه از نامساوی مثلث، در مثلث درست‌شده استفاده کنید.

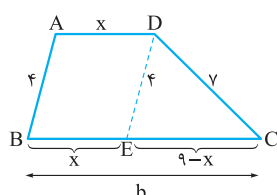
درس‌نامه



(۱) اگر از ابتدا یا انتهای قاعده کوچک یک دوزنقه، خطی موازی با ساقش بکشیم، یک مثلث در کنار متوازی‌الاضلاع درست می‌شود. برای درک بهتر این موضوع، شکل مقابل را ببینید:

(۲) هر وقت طول بزرگ‌ترین ضلع یک مثلث از جمع طول دو ضلع دیگرش کوچک‌تر باشد، می‌توانیم بگوییم چنین مثلثی وجود دارد؛ این یعنی در هر مثلث دلخواه، نامساوی مقابل برقرار است:

جمع طول دو ضلع دیگر > طول بزرگ‌ترین ضلع



پاسخ تشریحی گام اول (درست کردن متوازی‌الاضلاع و مثلث در دوزنقه): همان‌طور که در شکل روبه‌رو می‌بینید، خط DE را موازی ساق AB رسم کرده‌ایم تا طبق مورد (۱) درس‌نامه یک مثلث در کنار متوازی‌الاضلاع ساخته شود. حالا فرض می‌کنیم $AD = x$ باشد، در این صورت ابعاد متوازی‌الاضلاع و مثلث مطابق شکل روبه‌رو مشخص می‌شوند:

گام دوم (اجرای شرط وجود مثلث DEC):

طبق مورد (۲) درس‌نامه برای این که مثلث DEC وجود داشته باشد، باید نامساوی «جمع طول دو ضلع دیگر > طول بزرگ‌ترین ضلع» برقرار باشد، اما این‌جا چون طول $EC = 9 - x$ معلوم نیست؛ پس دو حالت ممکن است رخ بدهد:

الف) $DC = 7$ ، بزرگ‌ترین ضلع باشد، در این صورت داریم:

$$7 < 4 + (9 - x) \Rightarrow 7 < 13 - x \Rightarrow x < 6 \quad (۱)$$



ب) $EC = 9 - x$ ، بزرگترین ضلع باشد، در این حالت هم داریم: $(2) \Rightarrow x > -2 \Rightarrow 9 - x < 4 + 7 \Rightarrow$ جمع طول دو ضلع دیگر < طول بزرگترین ضلع در آخر باید حواستان باشد که x نمی تواند عددی منفی باشد، چون در این صورت طول ضلع های $AD = x$ یا $BE = x$ منفی می شود؛ بنابراین:

$$x > 0 \quad (3)$$

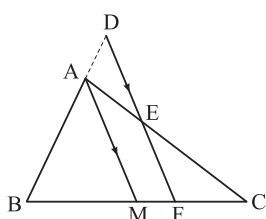
گام سوم (پیدا کردن محدوده x و خواسته سؤال): برای پیدا کردن محدوده x از نامساوی های ۱، ۲ و ۳ اشتراک می گیریم:

$$\begin{cases} x < 6 \\ x > -2 \\ x > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 < x < 6$$

عددهای طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ در نامساوی بالا صدق می کنند؛ بنابراین x می تواند ۵ مقدار طبیعی را بپذیرد.

تست و پاسخ ۲۳

مطابق شکل در مثلث ABC ، M وسط BC و D بر امتداد AB واقع است، به طوری که $AB = 3AD$. از D خطی موازی AM رسم کرده ایم تا AC و BC را در E و F قطع کند. حاصل $\frac{EF}{AM}$ کدام است؟



$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره از قضیه تالس در مثلث های BDF و AMC استفاده کنید.

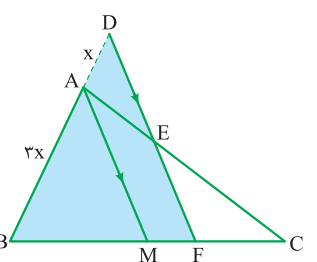
درس نامه

(۱) طبق قضیه تالس اگر مطابق شکل مقابل، خطی موازی یک ضلع مثلث رسم شود، روی دو ضلع دیگر قطعه هایی با طول های متناسب می سازد. این تناسب را به دو روش می توانیم بنویسیم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad (ب) \text{ جزء به کل} \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad (الف) \text{ جزء به جزء}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{5} \Rightarrow a = 4k, b = 5k$$

$$(2) \text{ از تناسب } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ می توانیم نتیجه بگیریم که } a = ck \text{ و } b = dk \text{ است؛ مثلاً:}$$

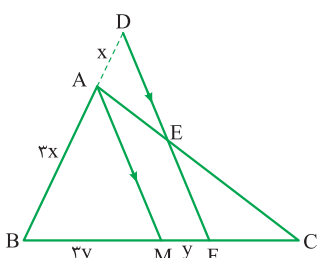


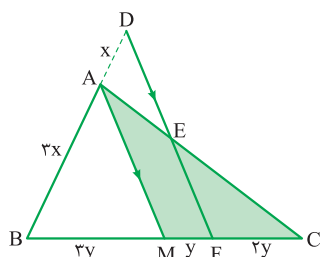
پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول MF و MB): از تساوی $AB = 3AD$ می توانیم نتیجه بگیریم که اگر $AD = x$ باشد، $AB = 3x$ می شود. (همین جا این اطلاعات را روی شکل مقابل می نویسیم). حالا خوب به مثلث BDF و پاره خط های موازی AM و DF نگاه کنید. به کمک قضیه تالس در این مثلث داریم:

$$\frac{BM}{MF} = \frac{AB}{AD} = \frac{3x}{x} = 3 \Rightarrow \frac{BM}{MF} = 3 \xrightarrow{\text{طبق مورد (2) درس نامه}} BM = 3y, MF = y$$

گام دوم (محاسبه FC بر حسب y): سؤال می گوید AM میانه است، این یعنی $MB = MC$ و در نتیجه:

$$MB = MC \xrightarrow{MC = y + FC} 3y = y + FC \Rightarrow FC = 2y$$





گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا خوب به مثلث AMC و پاره‌خط‌های موازی AM و EF نگاه کنید. طبق قضیه تالس در این مثلث نسبت $\frac{EF}{AM}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{FC}{MC} = \frac{EF}{AM} \Rightarrow \frac{2y}{3y} = \frac{EF}{AM} \Rightarrow \frac{EF}{AM} = \frac{2}{3}$$

جزء به کل در $\triangle AMC$

تست و پاسخ ۲۴

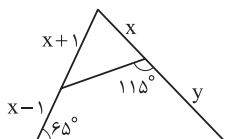
با توجه به شکل، کدام رابطه برقرار است؟

(۱) $y = x + 1$

(۳) $y = x + 3$

(۲) $y = x + 2$

(۴) $y = 2x$



پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تشابه با دوزاویه برابر، مهم‌ترین حالت تشابه دو مثلث است. برای این حالت شکل‌های مهم و پرکاربردی وجود دارند که به کمک آن‌ها می‌توانید سریعاً مثلث‌های متشابه را تشخیص دهید. این شکل‌ها را می‌توانید در درس‌نامه ببینید.

درس‌نامه

(۱) شکل‌های مهم و پرکاربردی را که در آن‌ها دو مثلث با زوایه‌های برابر متشابه هستند، در جدول زیر ببینید:

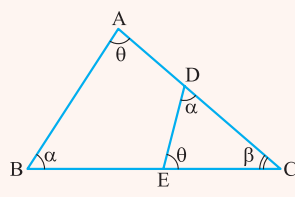
شکل‌ها				
مثلث‌های متشابه	$\triangle AOB \sim \triangle COD$	$\triangle ADE \sim \triangle ABC$	$\triangle ABC \sim \triangle ADC$	$\triangle ABD \sim \triangle CEB$

(۲) برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویه برابر را در یک نسبت می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند.

مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل مقابل برابر می‌شود با:

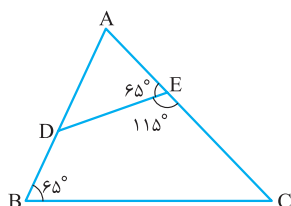
$$\frac{AC}{EC} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC}$$

رو به α رو به β رو به θ



پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل اطلاعات مسئله): به گفته سؤال زاویه DEC، 115° است؛ بنابراین

$\angle AED = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ می‌شود. حالا به زوایه‌های 65° در شکل نگاه کنید، الان طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مثلث‌های ADE و ABC با دو زاویه برابر متشابه‌اند.

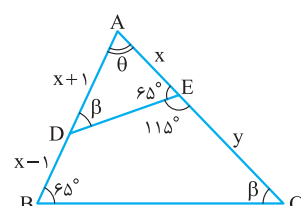


گام دوم (پیدا کردن رابطه بین x و y با نوشتن نسبت تشابه): اول زاویه‌های برابر را در شکل مقابل مشخص می‌کنیم. حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه نسبت تشابه مثلث‌های ADE و ABC را می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

رو به θ رو به 65° رو به θ

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{x+1}{x+y} \Rightarrow x+y = 2x+2 \Rightarrow y = x+2$$





تست و پاسخ ۲۵

در مستطیلی به مساحت ۱۸، فاصله هر رأس از قطری که از آن نمی‌گذرد $\frac{6}{\sqrt{5}}$ است. محیط این مستطیل کدام است؟

۵۰ (۴)

۹۰ (۳)

۲۲ (۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

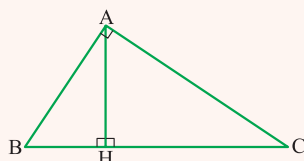
در هر مثلث قائم‌الزاویه بین طول اضلاع، ارتفاع وارد بر قاعده و تکه‌هایی که این ارتفاع روی وتر درست می‌کند، رابطه‌های زیر وجود دارد:

۱) $AB^2 = BH \times BC$

۲) $AC^2 = CH \times BC$

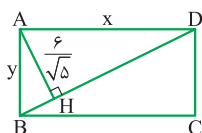
۳) $AH^2 = BH \times HC$

۴) $AB \times AC = AH \times BC$



پاسخ تشریحی گام اول (کشیدن شکل مسئله و تحلیل اطلاعات مسئله): شکل مسئله به صورت زیر است. سؤال می‌گوید فاصله هر رأس از قطری

که از آن نمی‌گذرد، $\frac{6}{\sqrt{5}}$ است؛ این یعنی فاصله رأسی مثل A از قطر BD برابر $\frac{6}{\sqrt{5}}$ می‌شود. از طرفی با توجه به این که مساحت مستطیل برابر



با ۱۸ است، می‌توانیم بگوییم $xy = 18$.

گام دوم (محاسبه طول BD): به کمک رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABD، طول BD را به دست می‌آوریم:

$$AB \times AD = AH \times BD \Rightarrow xy = \frac{6}{\sqrt{5}} \times BD \xrightarrow{xy=18} \frac{1}{y} = \frac{6}{\sqrt{5}} \times BD \Rightarrow BD = 3\sqrt{5}$$

گام سوم (محاسبه x و y و خواسته سؤال): حالا بیا بید برای مثلث قائم‌الزاویه ABD، فیثاغورس بنویسیم:

$$x^2 + y^2 = BD^2 \xrightarrow{BD=3\sqrt{5}} x^2 + y^2 = (3\sqrt{5})^2 \quad (*)$$

می‌دانیم $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ است؛ بنابراین رابطه (*) را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$(x+y)^2 - 2xy = 45 \xrightarrow{xy=18} (x+y)^2 - 2 \times 18 = 45 \Rightarrow (x+y)^2 = 81 \Rightarrow x+y = 9$$

$$ABCD \text{ محیط} = 2(x+y) = 2 \times 9 = 18$$

بنابراین محیط مستطیل برابر می‌شود با:

تست و پاسخ ۲۶

در شکل رسم‌شده، ABCD متوازی‌الاضلاع و AE نیمساز زاویه A است. محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)

۴۰ (۴)

۳۴ (۳)

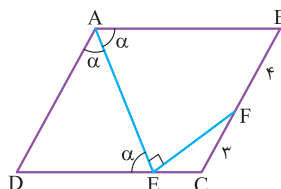
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول (اثبات متساوی‌الساقین بودن مثلث ADE): با توجه به این که AD نیمساز

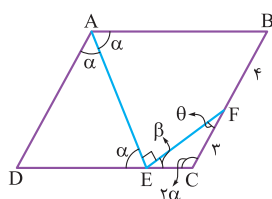
است، می‌توانیم فرض کنیم $\hat{DAE} = \hat{EAB} = \alpha$ باشد. می‌دانیم ضلع‌های مقابل هم در متوازی‌الاضلاع موازی‌اند؛ بنابراین $AB \parallel DC$ است. حالا اگر AE را مورب در نظر بگیریم، طبق قضیه موازی و مورب

$\hat{BAE} = \hat{AED} = \alpha$ می‌شود؛ در نتیجه مثلث AED متساوی‌الساقین است.



گام دوم (محاسبه طول AD و DE): می‌دانیم ضلع‌های مقابل به هم در متوازی‌الاضلاع مساوی هم هستند؛ بنابراین $AD = BC = 3 + 4 = 7$

است. از طرفی دیدیم که مثلث ADE متساوی‌الساقین است؛ در نتیجه می‌توانیم بگوییم $DE = AD = 7$.



گام سوم (اثبات متساوی الساقین بودن مثلث EFC): می‌دانیم زاویه‌های مقابل هم در متوازی الاضلاع برابرند؛ بنابراین $\hat{C} = \hat{A} = 2\alpha$ است. حالا فرض می‌کنیم $\hat{FEC} = \beta$ و $\hat{EFC} = \theta$ باشد، در این صورت دو رابطه زیر را می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} \hat{DEC} = 18^\circ \Rightarrow \alpha + 9^\circ + \beta = 18^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 9^\circ \\ \text{مثلث EFC} \Rightarrow \beta + 2\alpha + \theta = 18^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی - پایینی}} \alpha + \theta = 9^\circ$$

مثلث EFC متساوی الساقین است. $\Rightarrow \beta = \theta \Rightarrow \alpha + \beta = 9^\circ$

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): حالا که می‌دانیم مثلث EFC متساوی الساقین است؛ می‌توانیم بگوییم $EC = FC = 3$ و در نتیجه طول DC برابر می‌شود با:

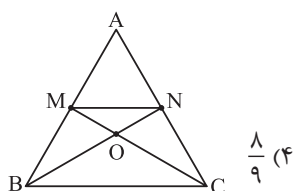
$$DC = DE + EC \xrightarrow{DE=7, EC=3} DC = 7 + 3 = 10$$

$$2(AD + DC) = 2\left(\frac{7+10}{2}\right) = 34$$

بنابراین محیط متوازی الاضلاع برابر است با:

تست و پاسخ ۲۷

مطابق شکل، M و N وسط‌های AB و AC هستند. نسبت مساحت مثلث AMN به مساحت مثلث OBC کدام است؟



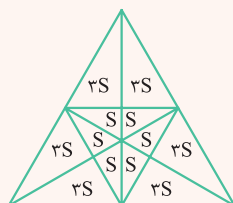
$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

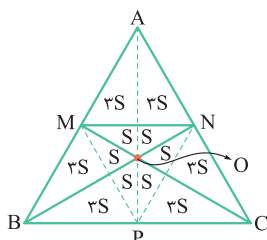
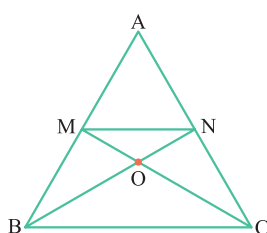
پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه



میانها مساحت مثلث را به روش‌های جالبی تقسیم‌بندی می‌کنند. یکی از این تقسیم‌بندی‌های جالب زمانی اتفاق می‌افتد که میانها و پاره‌خطهایی که پای آن‌ها را به هم وصل می‌کند، حضور داشته باشند؛ درست مثل شکل روبه‌رو. در این ساختار می‌توانید مساحت مثلث‌های داخلی را S و مساحت مثلث‌های کناری را 3S در نظر بگیرید.

پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن استراتژی حل): همان‌طور که می‌بینید در شکل مسئله هم میانها حضور دارد، هم پای آن‌ها به هم وصل شده‌اند؛ پس سعی می‌کنیم ساختار درس‌نامه را بسازیم.



گام دوم (درست کردن ساختار مورد نظر): میانه AP و خطوط PM و PN را به شکل داده‌شده اضافه می‌کنیم. حالا طبق درس‌نامه می‌توانیم مساحت مثلث‌های داخلی را S و مساحت مثلث‌های کناری را 3S در نظر بگیریم؛ ببینید:

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا که مساحت همه قسمت‌های مثلث را بر حسب S داریم، می‌توانیم نسبتی که سؤال می‌خواهد را حساب کنیم:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{3S + 3S}{3S + S + S + 3S} = \frac{6S}{8S} = \frac{3}{4}$$



تست و پاسخ ۲۸

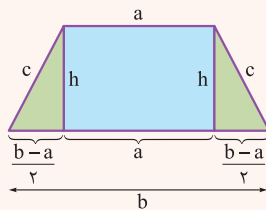
طول قاعده‌های یک دوزنقه متساوی‌الساقین ۱۴ و ۲۶ و طول قطر آن ۲۵ است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

- ۲۵۰ (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

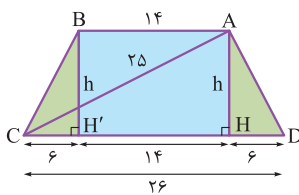
خودت حل کنی بهتره ارتفاع‌های دوزنقه را بکشید.

درس‌نامه...



(۱) با رسم ارتفاع‌های هر دوزنقه متساوی‌الساقین، یک مستطیل و دو مثلث قائم‌الزاویه همنهشت درست می‌شود. برای درک بهتر این موضوع شکل روبه‌رو را ببینید:

(۲) در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، طول قطرها برابرند.



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): دوزنقه مورد نظر را به همراه ارتفاع‌هایش می‌کشیم.

با توجه به مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم در شکل مقابل یک مستطیل با طول و عرض ۱۴ و h و دو مثلث قائم‌الزاویه با ضلع‌های h و ۶ $\frac{26-14}{2} = 6$ می‌بینیم. به گفته سؤال، طول قطر این دوزنقه ۲۵ است،

این یعنی $AC = BD = 25$. حالا یکی از این قطرها را به شکل اضافه می‌کنیم (قطر AC در شکل مقابل).

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): خوب به مثلث قائم‌الزاویه AHC نگاه کنید. در این مثلث با توجه به این که ۱۵، ۲۰ و ۲۵ عددهای فیثاغورسی‌اند، طول ارتفاع AH می‌شود ۱۵. حالا که طول ارتفاع و قاعده‌های دوزنقه را داریم، می‌توانیم مساحتش را به دست بیاوریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} h (AB + CD) = \frac{1}{2} \times 15 (26 + 14) = 15 \times 20 = 300$$

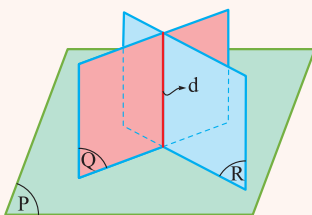
تست و پاسخ ۲۹

کدام گزینه در فضا درست است؟

- (۱) دو صفحه عمود بر یک صفحه، با هم موازی‌اند. (۲) دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند.
(۳) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند. (۴) دو خط موازی با یک صفحه با هم موازی‌اند.

پاسخ: گزینه ۲

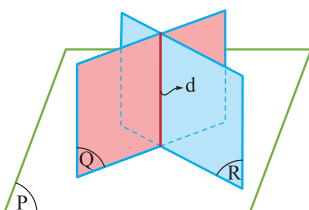
درس‌نامه...



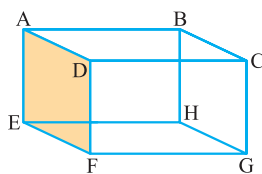
(۱) اگر دو خط بر یک صفحه عمود باشند، آن دو خط موازی‌اند و همین‌طور اگر دو صفحه بر یک خط عمود باشند، آن دو صفحه موازی‌اند.

(۲) اگر خطی مثل d بر یک صفحه مثل P عمود باشد، تمام صفحه‌هایی که از خط d می‌گذرند هم بر صفحه P عمودند. برای تجسم بهتر، شکل روبه‌رو را ببینید:

پاسخ تشریحی با توجه به مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم (۲) درست است، اما بیایید دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها را هم ببینیم:



(۱) شکل مقابل را در نظر بگیرید. فرض می‌کنیم خط d بر صفحه P عمود باشد، در این صورت طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم صفحه‌های Q و R هم بر صفحه P عمودند. الان به وضوح می‌بینید که دو صفحه مثل Q و R بر یک صفحه مثل P عمودند، ولی موازی که نیستند هیچ، متقاطع هم هستند!

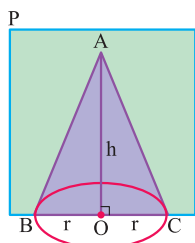


۳ و ۴ مکعب مستطیل مقابل را ببینید. واضح است که یال‌های AD و CD هر دو بر یال DF عمودند، ولی موازی که نیستند هیچ، متقاطع هم هستند (رد ۳). همین‌طور دو یال GH و CG هر دو با صفحه رنگی موازی‌اند، اما خودشان در نقطه G متقاطع‌اند (رد ۴).

تست و پاسخ ۳۰

مساحت قاعده یک مخروط 9π است. اگر مساحت مقطع این مخروط با صفحه گذرنده از رأس و مرکز قاعده، ۲۱ باشد، حجم مخروط کدام است؟
 (۱) 21π (۲) 9π (۳) 18π (۴) 42π

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت مقابل است. همان‌طور که می‌بینید سطح مقطع مخروط با صفحه‌ای که از رأس و مرکز قاعده‌اش می‌گذرد، یک مثلث متساوی‌الساقین است (مثلث ABC در شکل روبه‌رو).

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مطابق شکل بالا، فرض می‌کنیم شعاع قاعده مخروط r و ارتفاعش h باشد. به گفته سؤال مساحت قاعده مخروط 9π است، این یعنی $\pi r^2 = 9\pi$ و در نتیجه $r = 3$ است. از طرفی با توجه به این که مساحت مقطع ۲۱ واحد است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{1}{2} \times h \times BC = 21 \xrightarrow{BC=2r=6} \frac{1}{2} \times h \times 6 = 21 \Rightarrow 3h = 21 \Rightarrow h = 7$$

حالا که r و h را داریم، می‌توانیم حجم مخروط را به دست بیاوریم:

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (3)^2 (7) = 21\pi$$

حسابان یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۵۱

تست و پاسخ ۱

اگر a, b, c و صفهای $f(x) = 2x^2 + kx^2 - 13x + 6k$ باشند، به طوری که $a + b = -1$ و $ab = -6$ ، مقدار $a^2 + b^2 + c^2$ چه عددی است؟

(۱) $12/75$	(۲) $13/25$
(۳) $25/25$	(۴) $7/25$

↓
 c, b, a در معادله $f(x) = 0$ صدق می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره از $a + b = -1$ و $ab = -6$ عامل درجه دوم $f(x)$ را بسازید.

پاسخ تشریحی با توجه به این که a و b ریشه‌های تابع f هستند و روابط جمع و ضرب بینشان داده شده، می‌توانیم عامل درجه دوم تابع f را بنویسیم و از روی آن ریشه دیگر تابع که برابر با c است را پیدا کنیم.

گام اول: چون a و b ریشه‌های تابع f هستند و $a + b = -1$ و $ab = -6$ است، داریم:

$$S = a + b = -1 \xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - (-1)x - 6 = x^2 + x - 6 = 0$$

$$P = ab = -6$$

این عبارت، عامل درجه دوم تابع f است.

گام دوم: چون تابع f سه تاریشه دارد، یک عامل درجه اول هم دارد که آن را به صورت $mx + n$ در نظر می‌گیریم؛ پس f به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(x) = (x^2 + x - 6)(mx + n) = mx^3 + mx^2 - 6mx + nx^2 + nx - 6n = mx^3 + (m+n)x^2 + (n-6m)x - 6n$$



گام سوم: حالا این $f(x)$ را که نوشته ایم با $f(x)$ ای که در سؤال داده، برابر قرار می دهیم:

$$mx^3 + (m+n)x^2 + (n-6m)x - 6n = 2x^3 + kx^2 - 13x + 6k$$

$$x^3 \text{ ضریب: } m = 2$$

$$x^2 \text{ ضریب: } m + n = k$$

$$x^1 \text{ ضریب: } n - 6m = -13 \Rightarrow n = 6m - 13 \stackrel{m=2}{=} 12 - 13 = -1$$

$$x^0 \text{ ضریب: } -6n = 6k$$

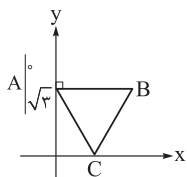
ضرایب توان های مختلف x در دو طرف تساوی باید با هم برابر شوند:

گام چهارم: پس $f(x) = (x^2 + x - 6)(2x - 1) = (x + 3)(x - 2)(2x - 1)$ می شود. حالا ریشه های تابع f را پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{همان } a, b, c \text{ هستند}} a^2 + b^2 + c^2 = 9 + 4 + \frac{1}{4} = 13 \frac{1}{4}$$

تست و پاسخ ۲

مثلث ABC متساوی الاضلاع است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\begin{aligned} & 4 \quad (2) \\ & \sqrt{3} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{3} \quad (1) \\ & 3 \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره معمولاً در کنکور از کاربرد مثلثات در اشکال هندسی یک سؤال می آید.

خودت حل کنی بهتره اول طول ضلع AC را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی

گام اول: برای این که مساحت مثلث ABC را پیدا کنیم، لازم داریم که طول ضلع آن را داشته باشیم؛ پس باید طول ضلع AC را با توجه به اطلاعات مسئله پیدا کنیم.

مثلث ABC متساوی الاضلاع است، پس در شکل روبه رو زاویه $\hat{A}_1 = 60^\circ$ می شود. توجه کنید که در این صورت، زاویه $\hat{A}_2 = 30^\circ$ می شود.

گام دوم: حالا که زاویه $\hat{A}_2$ مشخص شد، در مثلث قائم الزاویه ACO از تانژانت زاویه $\hat{A}_2$ استفاده می کنیم تا مختصات نقطه C را پیدا کنیم:

$$\tan \hat{A}_2 = \frac{OC}{OA} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{OC}{\sqrt{3}} \Rightarrow OC = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 \Rightarrow C(1, 0)$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(0 - 1)^2 + (\sqrt{3} - 0)^2} = \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2 \quad \text{گام سوم: طول ضلع } AC \text{ برابر است با:}$$

گام چهارم: مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a ، از رابطه $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ به دست می آید؛ پس:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۳

هر گاه $f(x) = 2x^3 + 4x$ ، نمودارهای توابع $y = f^{-1}(2x)$ و $g(x) = \frac{x+1}{2}$ با کدام طول یکدیگر را قطع می کنند؟

$$3 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره معادله $y = g(x)$ را تشکیل بدهید و سپس از خاصیت تابع وارون استفاده کنید.





$$1) y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

$$2) \begin{cases} f^{-1}(f(x)) = x, x \in D_f \\ f(f^{-1}(x)) = x, x \in D_{f^{-1}} \end{cases}$$

درس نامه •• رابطه وارون تابع با خود تابع

پاسخ تشریحی گام اول: برای پیدا کردن طول نقطه تقاطع، معادله توابع y و $g(x)$ را مساوی هم می گذاریم و از خواص تابع وارون استفاده می کنیم:

$$y = g(x) \Rightarrow f^{-1}(2x) = \frac{x+1}{2} \xrightarrow{\text{خاصیت (۱) درس نامه}} 2x = f\left(\frac{x+1}{2}\right) (*)$$

گام دوم: تابع f را که داریم، فقط کافی است که به جای x در ضابطه تابع f ، عبارت $\frac{x+1}{2}$ را بگذاریم:

$$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 2\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{x+1}{2}\right) = \frac{(x+1)^2}{4} + 2(x+1) \xrightarrow{(*)} 2x = \frac{(x+1)^2}{4} + 2(x+1)$$

گام سوم: حالا معادله را حل می کنیم:

$$2x = \frac{(x+1)^2}{4} + 2x + 2 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{4} + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = -8 \Rightarrow x+1 = -2 \Rightarrow x = -3$$

پس دو تابع y و g ، با طول $x = -3$ همدیگر را قطع می کنند.

تست و پاسخ ۴

$$\text{هرگاه } f(x) = ax + |x| \text{ و } f^{-1}(x) = \frac{2x+b|x|}{\lambda} \text{ مقدار } ab \text{ کدام است؟ } (a \geq 1)$$

۴) -۳

۳) ۳

۲) ۲

۱) -۲

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره از خاصیت معکوس بودن شیب خطوط در f و f^{-1} استفاده کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: قدرمطلق را از تابع f حذف می کنیم و آن را به صورت تابع دوضابطه ای در می آوریم:

$$f(x) = ax + |x| = \begin{cases} (a+1)x & ; x \geq 0 \\ (a-1)x & ; x < 0 \end{cases}$$

گام دوم: دوتا خط در تابع f داریم. وقتی وارون تابع f را به دست بیاوریم، f^{-1} نیز دوتا خط خواهد داشت. شیب های خط های متناظر در f و f^{-1} معکوس یکدیگر است؛ پس کاری که باید بکنیم این است که f^{-1} را هم دوضابطه ای کنیم و شیب خط ها را معکوس شیب خط های f قرار بدهیم:

$$f^{-1}(x) = \frac{2x+b|x|}{\lambda} = \begin{cases} \frac{(2+b)x}{\lambda} & ; x \geq 0 \\ \frac{(2-b)x}{\lambda} & ; x < 0 \end{cases}$$

گام سوم: چون در سؤال گفته که $a \geq 1$ ، پس برای $x \geq 0$ ، $(a+1)x \geq 0$ می شود؛ پس وارون خط $(a+1)x$ ، برابر با $\frac{(2+b)x}{\lambda}$ است و برای $x < 0$ ، $(a-1)x < 0$ می شود؛ پس وارون خط $(a-1)x$ نیز خط $\frac{(2-b)x}{\lambda}$ می شود. شیب خط ها را معکوس هم قرار می دهیم:

$$\begin{cases} a+1 = \frac{1}{\frac{(2+b)}{\lambda}} \\ a-1 = \frac{1}{\frac{(2-b)}{\lambda}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+1 = \frac{\lambda}{2+b} \\ a-1 = \frac{\lambda}{2-b} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\lambda}{2+b} - 1 = \frac{\lambda}{2-b} + 1 \Rightarrow \frac{\lambda}{2+b} - \frac{\lambda}{2-b} = 2 \Rightarrow \frac{4}{2+b} - \frac{4}{2-b} = 1$$

این معادله را حل می کنیم.

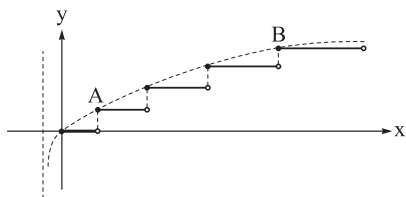
$$\Rightarrow \frac{4(2-b) - 4(2+b)}{(2+b)(2-b)} = 1 \Rightarrow -8b = 9 - b^2 \Rightarrow b^2 - 8b - 9 = 0 \Rightarrow (b-9)(b+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = \frac{\lambda}{3-1} - 1 = 3 \\ b = 9 \Rightarrow a = \frac{\lambda}{3+9} - 1 = -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ یا}$$

چون $a \geq 1$ ، پس $a = 3$ قابل قبول است و حاصل ab برابر با -3 می شود.



تست و پاسخ ۵

بخشی از نمودار $y = [\log_2(2x+1)]$ به صورت شکل زیر است؛ طول پاره خط AB کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)



$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\sqrt{۵۸} \quad (۲)$$

$$\sqrt{۴۳} \quad (۳)$$

$$\sqrt{۱۱} \quad (۴)$$

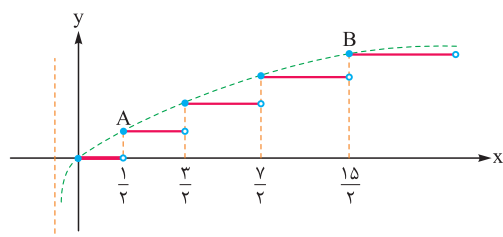
پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره عبارت $\log_2(2x+1)$ زمانی برابر با عدد صحیح می شود که عبارت $2x+1$ توانی از ۲ باشد.

پاسخ تشریحی

با توجه به شکل روبه‌رو، باید Xهایی را پیدا کنیم که در

آن، عبارت $\log_2(2x+1)$ عدد صحیح می شود تا مختصات نقاط A و B را بتوانیم تعیین کنیم.



گام اول: توان‌های مختلف ۲ را در نظر می‌گیریم و در شکل طول نقاط را مشخص می‌کنیم:

$$2x+1=2^0=1 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0$$

$$2x+1=2^1 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow \text{این مقدار، طول نقطه A را نشان می‌دهد:}$$

$$2x+1=2^2 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$2x+1=2^3 \Rightarrow 2x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$$

$$2x+1=2^4 \Rightarrow 2x=15 \Rightarrow x=\frac{15}{2} \Rightarrow \text{این مقدار، طول نقطه B را نشان می‌دهد:}$$

گام دوم: حالا عرض نقاط A و B را پیدا می‌کنیم:

$$x_A = \frac{1}{2} \Rightarrow y_A = [\log_2(2 \times \frac{1}{2} + 1)] = [1] = 1 \Rightarrow A \left(\frac{1}{2}, 1 \right)$$

$$x_B = \frac{15}{2} \Rightarrow y_B = [\log_2(2 \times \frac{15}{2} + 1)] = [4] = 4 \Rightarrow B \left(\frac{15}{2}, 4 \right)$$

گام سوم: طول پاره خط AB را پیدا می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{15}{2}\right)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$

تست و پاسخ ۶

هرگاه $a = \log_4 9$ و $b = \frac{3}{4}(1+a)$ ، مقدار $\log_8(\sqrt{b}-1)$ چه عددی است؟

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از مبحث لگاریتم معمولاً در کنکور یک سؤال می‌آید. این سؤال می‌تواند مسئله‌ای باشد یا مثل همین سؤال، پیدا کردن یک مقدار.

خودت حل کنی بهتره مقدار a را در عبارت $b = \frac{3}{4}(1+a)$ جای گذاری کنید.





درس نامه •• برخی از خواص لگاریتم

مثال	خاصیت
$\log_2 2 = 1$	$\log_a a = 1$
$\log_2 36 = \log_2 4 + \log_2 9 = 2 \log_2 2 + 2 \log_2 3 = 2 + 2 \log_2 3$	$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$
$\log_2 \frac{4}{9} = \log_2 4 - \log_2 9 = 2 \log_2 2 - 2 \log_2 3 = 2 - 2 \log_2 3$	$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$
$\log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$	$\log_b b^m = m \log_b b = m$
$\log_9 3 = \log_{3^2} 3 = \frac{1}{2} \log_3 3 = \frac{1}{2}$	$\log_{a^m} a = \frac{1}{m} \log_a a = \frac{1}{m}$
$\frac{\log_2 3}{\log_2 5} = \log_5 3$	$\frac{\log_c a}{\log_c b} = \log_b a$
$8^{\log_2 5} = 2^{\log_2 8 \cdot \log_2 5} = 2^{\log_2 125} = 125$	$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار a داده شده را در عبارت دوم جای گذاری می کنیم تا b را پیدا کنیم:

$$\log_{16} b = \frac{3}{4}(1+a) \xrightarrow{a=\log_4 9} \log_{16} b = \frac{3}{4}(1+\log_4 9) \xrightarrow{\log_4 4=1} \log_{16} b = \frac{3}{4}(\log_4 4 + \log_4 9) = \frac{3}{4} \log_4 36$$

$$\Rightarrow \log_{16} b = \frac{3}{4} \log_4 36 \Rightarrow \frac{1}{4} \log_4 b = \frac{3}{4} \log_4 36 \Rightarrow \log_4 b = \log_4 36^3 \Rightarrow b = 36^3$$

گام دوم: حالا حاصل عبارت خواسته شده را با داشتن مقدار b پیدا می کنیم:

$$\log_5 (\sqrt[3]{b} - 11) = \log_5 (\sqrt[3]{36^3} - 11) = \log_5 (36 - 11) = \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2$$

تست و پاسخ ۷

اگر $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{4}$ و $\begin{cases} \sin \alpha \cos \beta = 1 \\ \sin \beta \cos \alpha = 2 \end{cases}$ مقدار $\sin(2\alpha + 2\beta)$ چه عددی است؟

$$\frac{9}{25} (4)$$

$$\frac{12}{25} (3)$$

$$\frac{24}{25} (2)$$

$$\frac{16}{25} (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• نسبت های مثلثاتی $\alpha \pm \beta$ و 2α

شماره	فرمول	نتایج
۱	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
۲	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
۳	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$	$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

پاسخ تشریحی از معادلاتی که داده شده، استفاده می کنیم و نسبت های مثلثاتی $\alpha + \beta$ را پیدا می کنیم.





گام اول: دو عبارت داده شده را با هم جمع می کنیم:

$$\begin{cases} 5 \sin \alpha \cos \beta = 1 \\ 5 \sin \beta \cos \alpha = 2 \end{cases} \xrightarrow{+} 5(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) = 3 \Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$$

گام دوم: برای به دست آوردن حاصل عبارت $\sin(2(\alpha + \beta))$ نیاز به $\cos(\alpha + \beta)$ هم داریم. از اتحاد مثلثاتی $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ استفاده می کنیم:

$$\cos^2(\alpha + \beta) = 1 - \sin^2(\alpha + \beta) = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = \pm \frac{4}{5}$$

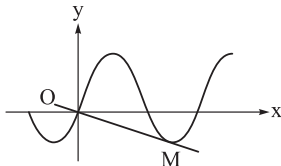
چون $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{4}$ ، پس $0 < \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ و مقدار $\cos$ آن باید مثبت باشد؛ پس مقدار $\cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5}$ قابل قبول است.

گام سوم: حالا حاصل عبارت خواسته شده را پیدا می کنیم:

$$\sin(2(\alpha + \beta)) = 2 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta) \xrightarrow{\text{گام اول و دوم}} 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$$

تست و پاسخ ۸

بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - 2 \cos(x + \frac{\pi}{3})$ به صورت شکل زیر است. شیب پاره خط OM کدام است؟ (نقطه M مینیمم تابع f است).



$$-\frac{3}{5\pi} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{4\pi} \quad (4)$$

$$-\frac{5\pi}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{4\pi}{5} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از مبحث مثلثات معمولاً ۲ سؤال مستقیم می آید که معمولاً یکی از آن ها از مبحث نمودارهای مثلثاتی است! معمولاً یک نمودار و یک ضابطه که در آن چند مجهول وجود دارد، داده می شود و شما باید با توجه به نقاط روی نمودار، $\min$ ، $\max$ و T مجهول ها را پیدا کنید. حواستان هم به علامت ضرایب عددی باشد.

درس نامه •• بررسی مقدار $\min$ و $\max$ تابع $y = a \cos(bx) + c$

ضابطه	شرط	نمودار با شروع از محور	شروع نمودار از محور y	توضیح	$\min$ یا $\max$
$y = a \cos(bx) + c$	$a > 0$		نزولی	علامت b مهم نیست.	$\max = a + c$ (بالا ترین عرض)
	$a < 0$		صعودی	علامت b مهم نیست.	$\min = - a + c$ (پایین ترین عرض)

پاسخ تشریحی گام اول: اول باید مقدار a را پیدا کنیم. نقطه $(0,0)$ روی نمودار قرار دارد؛ پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a - 2 \cos(0 + \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow a = 2 \cos(\frac{\pi}{3}) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

پس $f(x) = 1 - 2 \cos(x + \frac{\pi}{3})$ است.





گام دوم: نقطه M بر روی نمودار، روی min تابع f قرار دارد. کمترین مقدار تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 2 \Rightarrow -1 \leq 1 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 3$$

پس $f_{\min}(x) = -1$ است.

گام سوم: حالا باید طول نقطه M را پیدا کنیم:

$$1 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Rightarrow 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\xrightarrow[k \in \mathbb{Z}]{\cos 2k\pi = 1} x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi \xrightarrow[M \text{ اولین نقطه min در } x]{x_M > 0} k = 1 \Rightarrow x_M = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

xهای مثبت است.

$$\Rightarrow M \text{ مختصات نقطه } = \left(\frac{5\pi}{3}, -1\right) \Rightarrow \text{شیب خط OM} = m = \frac{-1 - 0}{\frac{5\pi}{3} - 0} = \frac{-3}{5\pi}$$

تست و پاسخ ۹

هرگاه $f(x) = x^2 - 4x + b$ مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(a+x) - f(a-x)}{2x^2 - x - 1}$ چه عددی است؟

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

(1) صفر

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: در عبارت $\frac{f(a+x) - f(a-x)}{2x^2 - x - 1}$ ، به ازای $x = 1$ ، مخرج برابر با صفر می‌شود. از طرفی با توجه به گزینه‌ها، حد جواب دارد؛ پس صورت هم به ازای $x = 1$ باید صفر شود تا کسر حالت مبهم $\frac{0}{0}$ را پیدا کند تا پس از رفع ابهام، حاصل آن یک عدد شود.

گام اول: با توجه به توضیحاتی که دادیم، صورت کسر به ازای $x = 1$ صفر است؛ پس:

$$f(a+1) - f(a-1) = 0 \Rightarrow f(a+1) = f(a-1) \quad (1)$$

گام دوم: از طرفی تابع f، یک تابع درجه ۲ است، بنابراین از عبارت (۱) نتیجه می‌گیریم که نقاط $x_1 = a+1$ و $x_2 = a-1$ نسبت به محور تقارن سهمی f، متقارن هستند؛ پس داریم:

$$f \text{ محور تقارن } x = x_S = \frac{-B}{2A} = \frac{-(-4)}{2} = 2 = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow 4 = a+1 + a-1 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

گام سوم: حالا با پیدا کردن مقدار a، مقدار حد تابع را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2+x) - f(2-x)}{2x^2 - x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)^2 - 4(x+2) + b - ((2-x)^2 - 4(2-x) + b)}{(x-1)(2x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 4 - 4x - 8 + b - (4 - 4x + x^2 - 8 + 4x + b)}{(x-1)(2x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{0}{(x-1)(2x+1)} = 0 \end{aligned}$$

چون صورت، صفر مطلق می‌شود و مخرج، صفر حدی است، حاصل حد برابر با صفر می‌شود.

تست و پاسخ ۱۰

ضابطه $y = f(x)$ کدام باشد تا $y = [f(x)]$ در $x = 2$ پیوسته باشد، اما $g(x) = [f(x)] + [-f(x)]$ در $x = 2$ پیوسته نباشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$y(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} y$$

$$y = 4 - (x-2)^2 \quad (2)$$

$$y = \frac{2-x}{3} \quad (4)$$

$$y = 4 + (x-2)^2 \quad (1)$$

$$y = \frac{x-2}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی با رد گزینه، سؤال را حل می‌کنیم:

گام اول: اول (۳) و (۴) را بررسی می‌کنیم. شرط پیوستگی در یک نقطه مانند x_0 این است که $f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ باشد.

در (۳)، $f(2) = 0$ است؛ پس $y = [f(2)] = 0$ می‌شود. حالا حد چپ و راست تابع y در نقطه $x = 2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{x-2}{3} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{2^+ - 2}{3} \right] = \left[\frac{0^+}{3} \right] = 0$$

عبارت $y = \left[\frac{x-2}{3} \right]$ در $x = 2$ پیوسته نیست. $\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{x-2}{3} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{2^- - 2}{3} \right] = \left[\frac{0^-}{3} \right] = -1$$

پس ضابطه $f(x)$ نمی‌تواند به صورت $f(x) = \frac{x-2}{3}$ باشد.

برای (۴) هم مشابه با (۳) است. $y = [f(2)] = 0$ می‌شود. حالا حد چپ و راستش را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{2-x}{3} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{2 - 2^+}{3} \right] = \left[\frac{0^-}{3} \right] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{2-x}{3} \right] = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{2 - 2^-}{3} \right] = \left[\frac{0^+}{3} \right] = 0$$

پس چون $y = [f(x)]$ در $x = 2$ پیوسته نیست، ضابطه f نمی‌تواند به صورت $f(x) = \frac{2-x}{3}$ باشد.

گام دوم: حالا می‌رویم به سراغ (۲):

$$f(x) = 4 - (x-2)^2 \Rightarrow y = [f(x)] = [4 - (x-2)^2] \Rightarrow \begin{cases} y = [f(2)] = [4] = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} [4 - (x-2)^2] = \lim_{x \rightarrow 2^+} [4 - (2^+ - 2)^2] = [4 - 0^+] = [4^-] = 3 \end{cases}$$

چون حد راست با مقدار تابع برابر نیست، پس در $x = 2$ ، $y = [f(x)]$ پیوسته نیست. این گزینه هم حذف می‌شود. جواب (۱) است که آن را بررسی می‌کنیم.

$$f(x) = 4 + (x-2)^2 \Rightarrow y = [f(x)] = [4 + (x-2)^2] \Rightarrow [f(2)] = [4] = 4$$

گام سوم: بررسی کامل (۱):

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} [4 + (x-2)^2] = \lim_{x \rightarrow 2^+} [4 + (2^+ - 2)^2] = \lim_{x \rightarrow 2^+} [4 + 0^+] = [4^+] = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} [4 + (x-2)^2] = \lim_{x \rightarrow 2^-} [4 + (2^- - 2)^2] = \lim_{x \rightarrow 2^-} [4 + 0^+] = [4^+] = 4 \end{cases}$$

می‌بینیم که $y = [f(x)]$ در $x = 2$ پیوسته است.

گام چهارم: حالا به سراغ بررسی تابع $g = [f(x)] + [-f(x)]$ می‌رویم تا ببینیم در $x = 2$ پیوسته است یا نه:

$$g = [f(x)] + [-f(x)] = [4 + (x-2)^2] + [-4 - (x-2)^2] = [(x-2)^2] + [-(x-2)^2] + 4 - 4 = [(x-2)^2] + [-(x-2)^2]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(2) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} ([(x-2)^2] + [-(x-2)^2]) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ([(2^+ - 2)^2] + [-(2^+ - 2)^2]) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ([0^+] + [-(0^+)]) = [0^+] + [0^-] = 0 - 1 = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} ([(x-2)^2] + [-(x-2)^2]) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ([(2^- - 2)^2] + [-(2^- - 2)^2]) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ([0^+] + [-(0^+)]) = [0^+] + [0^-] = 0 - 1 = -1 \end{cases}$$

می‌بینیم که $g(2) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ ، پس به ازای $y = f(x) = 4 + (x-2)^2$ ، تابع g در $x = 2$ پیوسته نیست.

نکته توجه داشته باشید که در تمامی گزینه‌ها، با جای‌گذاری $x = 2$ ، عدد صحیح به دست می‌آید. از طرفی می‌دانیم که تابع $[f(x)]$

در تمامی نقاطی که حاصل $f(x)$ عددی صحیح باشد، ناپیوسته است، مگر در حالتی که آن نقطه، $\min$ نسبی () تابع f باشد.





آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۷

تست و پاسخ ۱۱

تعداد کدام نوع از متغیرهای تصادفی در متغیرهای زیر، بیشتر از بقیه متغیرها است؟
«مراحل تحصیل، زمان مکالمات تلفنی در یک اداره، رنگ پیراهن کارمندان یک اداره، نوع آلاینده‌گی هوا، میزان آلاینده‌گی هوا، وزن دانش‌آموزان یک مدرسه، درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک مدرسه در کنکور، گروه خونی معلم‌های یک مدرسه، مراحل رشد، تعداد افراد با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم در اتاق‌های یک ساختمان اداری، هوش افراد در یک شرکت»

(۲) کیفی اسمی

(۱) کیفی ترتیبی

(۴) کمی پیوسته

(۳) کمی گسسته

پاسخ: گزینه ۱

درس‌نامه

کمی پیوسته: اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، هر مقداری بین a و b را نیز می‌پذیرد. مثال‌های معروف: طول، زمان، جرم، BMI، شاخص آلودگی هوا.	متغیرها	کمی (قابل اندازه‌گیری‌اند.)
کمی گسسته: اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، بعضی مقادیر بین a و b را نمی‌پذیرد. مثال‌های معروف: تعداد دانش‌آموزان کلاس، نمره در امتحان نهایی.		کمی (قابل اندازه‌گیری نیستند.)
کیفی ترتیبی: دارای نوعی ترتیب خاص است. مثال‌های معروف: مراحل رشد، مراحل تحصیلی، درجه نظامی.	کیفی	کیفی (قابل اندازه‌گیری نیستند.)
کیفی اسمی: هیچ ترتیب خاصی ندارد. مثال‌های معروف: جنسیت، ملیت، رنگ چشم، گروه خونی.		کیفی (قابل اندازه‌گیری نیستند.)

پاسخ تشریحی با توجه به درس‌نامه بالا داریم:

کمی پیوسته: زمان مکالمات تلفنی در یک اداره - وزن دانش‌آموزان یک مدرسه ← ۲ مورد
کمی گسسته: تعداد افراد با وزن بالای ۷۰ کیلوگرم در اتاق‌های یک ساختمان اداری - درصد درس ریاضی دانش‌آموزان یک مدرسه در کنکور
(بچه‌ها هواستون باشه درصد هیچ شغفی مثلاً π یا $\sqrt{3}$ نمی‌تونه باشه!) ← ۲ مورد
کیفی ترتیبی: مراحل تحصیل - میزان آلاینده‌گی هوا - مراحل رشد - هوش افراد در یک شرکت ← ۴ مورد
کیفی اسمی: رنگ پیراهن کارمندان یک اداره - گروه خونی معلم‌های یک مدرسه - نوع آلاینده‌گی هوا ← ۳ مورد

تست و پاسخ ۱۲

فراوانی نسبی پنج دسته از داده‌های آماری به ترتیب $۰/۱۵$ ، $۰/۲۵$ ، a ، $۰/۲$ و $۰/۳$ است. اگر به دسته وسط داده‌های $۳/۶$ ، $۴/۲$ و $۴/۱$ را اضافه کنیم، در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی این دسته ۴° زیاد می‌شود. مجموع مربعات داده‌ها و ضریب تغییرات داده‌ها در وضعیت اول به ترتیب ۲۴۰۰ و $۰/۳۳$ بود، میانگین داده‌ها در وضعیت جدید تقریباً چند است؟

(۲) $۳/۰۷$

(۱) $۳/۰۹$

(۴) $۳/۰۱$

(۳) $۳/۰۳$

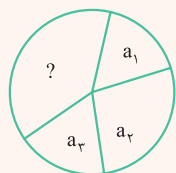
پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره زاویه مرکزی دسته وسط در حالت اول و حالت دوم را مقایسه کنید تا تعداد داده‌ها مشخص شود، سپس با کمک ضریب تغییرات، میانگین داده‌ها در حالت اول را به دست آورید و در آخر، جمع داده‌های قدیمی و سه داده جدید را به دست آورید تا میانگین جدید حاصل شود.





درس نامه... فراوانی نسبی: اگر فراوانی یک داده (یک دسته) را بر فراوانی کل تقسیم کنیم، فراوانی نسبی به دست می آید که مجموع فراوانی نسبی همه داده ها (همه دسته ها) برابر ۱ است.



نمودار دایره ای: در نمودار دایره ای متناسب با فراوانی نسبی هر دسته، یک زاویه مرکزی و یک قطاع به آن داده (دسته) نسبت داده می شود؛ یعنی هر چه فراوانی نسبی بیشتر باشد، مساحت و زاویه مربوط به آن داده (دسته) بیشتر می شود.

اگر فراوانی دسته ای f و تعداد کل داده ها n باشد، زاویه مربوط به آن دسته برابر $\frac{f}{n} \times 360^\circ$ می شود. (فردمونیش این که باید فراوانی نسبی رو توی 360° ضرب کنی تا زاویه مرکزی به دست بیاد!)

واریانس و انحراف معیار: اگر میانگین داده های $x_1, x_2, \dots, x_n$ و $\bar{x}$ برابر باشد، واریانس را از دو فرمول زیر می توان به دست آورد:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

فرمول اول واریانس:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$$

فرمول دوم واریانس:

انحراف معیار برابر جذر واریانس می شود. (انحراف معیار را با نماد σ نمایش می دهیم.)

ضریب تغییرات: ضریب تغییرات تعدادی داده با انحراف معیار σ ، و میانگین $\bar{x}$ برابر است با: (ضریب تغییرات را با نماد C.V نمایش می دهیم.)

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

پاسخ تشریحی

$$\frac{0}{3} + \frac{0}{2} + a + \frac{0}{25} + \frac{0}{15} = 1 \Rightarrow a = \frac{0}{1}$$

گام اول: مجموع فراوانی نسبی داده ها برابر ۱ است:

$$a \times 360 = \frac{0}{1} \times 360 = 360^\circ$$

گام دوم: زاویه مرکزی دسته وسط برابر است با:

$$\frac{x}{n} = \frac{1}{100} \Rightarrow x = \frac{n}{100} \quad (I) \quad \text{فرض کنید فراوانی دسته وسط برابر } x \text{ و فراوانی کل برابر } n \text{ باشد، در این صورت}$$

گام چهارم: به دسته وسط ۳ داده $\frac{3}{6}, \frac{4}{2}, \frac{4}{1}$ و ۴ اضافه می شود؛ پس فراوانی دسته وسط برابر $x + 3$ و فراوانی کل $n + 3$ می شود. از طرفی زاویه مرکزی این دسته ۴ درجه زیاد می شود؛ پس زاویه مرکزی جدید این دسته ۴۰ درجه است که فراوانی نسبی جدید این دسته $\frac{40}{360} = \frac{1}{9}$ می شود.

$$\Rightarrow \frac{x+3}{n+3} = \frac{1}{9} \Rightarrow 9x + 27 = n + 3 \xrightarrow{(I)} 9 \times \frac{n}{100} + 27 = n + 3 \Rightarrow n = 240$$

گام پنجم: ضریب تغییرات داده ها برابر $\frac{33}{100}$ است.

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{240}^2}{240} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{24000}{240} - \bar{x}^2} = \sqrt{100 - \bar{x}^2} \Rightarrow C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{33}{100} \Rightarrow \frac{\sqrt{100 - \bar{x}^2}}{\bar{x}} = \frac{33}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{100 - \bar{x}^2}{\bar{x}^2} = \frac{1089}{10000} \Rightarrow \bar{x} = 3$$

گام ششم: میانگین داده های اولیه ۳ است؛ پس مجموع آن ها $240 \times 3 = 720$ می شود. حالا با اضافه شدن سه داده $\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{3}{6}$ ، مجموع ۲۴۳ داده برابر $\frac{731}{9} = 81.222 \dots$ می شود که میانگین آن ها تقریباً برابر $\frac{731}{9} \approx 81.222$ است.

تست و پاسخ ۱۳

با دیدن یک سری داده آماری، میانگین را ۴۸ تخمین زده ایم. برای این میانگین، انحراف داده ها از میانگین ۵، ۳، ۳، ۱، -۱، -۲، -۳، -۳، -۶ و ۷ به دست آمده است. میانگین واقعی داده ها کدام است؟

۴۵ (۴)

۴۶ (۳)

۴۷ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



مشاوره در بعضی مواقع، به دست آوردن میانگین به طور مستقیم، محاسبات طولانی دارد که راه جایگزین، تخمین زدن میانگین است.

خود حل کنی بهتره اگر میانگین انحراف داده‌ها از میانگین را به دست آورید و حاصل را با ۴۸ جمع کنید، به جواب می‌رسید!

درس نامه

روش به دست آوردن میانگین با استفاده از تخمین را با یک مثال توضیح می‌دهیم، اما قبل از آن باید حواسمان به یک نکته مهم باشد:

نکته اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانگین داده‌های $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ برابر $a\bar{x} + b$ می‌شود.

با توجه به نکته گفته شده، برای مثال اگر میانگین داده‌های ۸۹۱، ۹۱۲، ۹۰۵ و ۸۹۵ را بخواهیم، چون همه داده‌ها نزدیک عدد ۹۰۰ هستند، ابتدا همه را منهای ۹۰۰ می‌کنیم که در این صورت انحراف داده‌ها از میانگین به صورت -۹ ، ۱۲ ، ۵ و -۵ می‌شود. حالا میانگین این داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-۵ + ۵ + ۱۲ - ۹}{۴} = \frac{۳}{۴} = ۰.۷۵$$

بنابراین میانگین داده‌های اولیه برابر $۹۰۰ + ۰.۷۵ = ۹۰۰.۷۵$ می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: میانگین انحراف داده‌ها از میانگین را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۵ + ۳ + ۳ + ۱ - ۱ - ۲ - ۳ - ۳ - ۶ - ۷}{۱۰} = \frac{-۱۰}{۱۰} = -۱$$

$$۴۸ - ۱ = ۴۷$$

گام دوم: عدد به دست آمده را با ۴۸ جمع می‌کنیم تا میانگین واقعی داده‌ها حاصل شود:

تست و پاسخ ۱۴

برای تعدادی داده آماری غیربرابر، نمودار جعبه‌ای رسم کرده‌ایم. میانه و میانگین این داده‌ها برابر است. اگر یک سری داده جدید به داخل جعبه اضافه کنیم به طوری که میانه و میانگین تغییر نکنند، واریانس داده‌ها، ضریب تغییرات و طول جعبه

(۱) بیشتر می‌شود، بیشتر می‌شود، بدون تغییر می‌ماند

(۲) بیشتر می‌شود، کم‌تر می‌شود، بدون تغییر می‌ماند

(۳) کم‌تر می‌شود، کم‌تر می‌شود، کم‌تر می‌شود

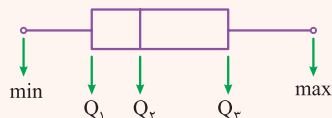
(۴) کم‌تر می‌شود، کم‌تر می‌شود، بیشتر می‌شود

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در چند سال گذشته با سؤال‌های تحلیلی در فصل آمار توصیفی مواجه شدیم که تنها راه پاسخ‌گویی به این سؤالات، تسلط بر مفاهیم اولیه است.

خود حل کنی بهتره با کم‌شدن پراکندگی داده‌ها، حاصل واریانس نیز کاهش می‌یابد، به علاوه اگر تعدادی داده بین چارک اول و سوم اضافه کنیم، چارک اول و سوم در داده‌های جدید به هم نزدیک‌تر می‌شوند!

درس نامه



نمودار جعبه‌ای به شکل روبه‌رو است که در آن تقریباً $\frac{1}{4}$ داده‌ها کم‌تر از Q_1 ، تقریباً $\frac{1}{4}$ داده‌ها بین Q_1 و Q_2 ، تقریباً $\frac{1}{4}$ داده‌ها بین Q_2 و Q_3 و تقریباً $\frac{1}{4}$ داده‌ها بزرگ‌تر از Q_3 است.

پاسخ تشریحی گام اول: وقتی چند داده به داخل جعبه اضافه می‌کنیم، پراکندگی داده‌ها کاهش می‌یابد؛ بنابراین حاصل واریانس کم‌تر می‌شود.

گام دوم: با اضافه شدن داده‌ها، میانه و میانگین تغییر نمی‌کند، از طرفی با کم‌شدن واریانس، انحراف معیار نیز کاهش می‌یابد؛ بنابراین حاصل ضریب تغییرات نیز کم‌تر می‌شود.

گام سوم: طول جعبه همان اختلاف Q_3 و Q_1 است که چون با اضافه شدن تعدادی داده بین Q_1 و Q_3 ، در داده‌های جدید، Q_1 و Q_3 به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند؛ پس طول جعبه نیز کم‌تر می‌شود.



تست و پاسخ ۱۵

در یک نمونه‌گیری سامانمند، از یک جامعه ۳۰ نفر انتخاب شده‌اند که افرادی با شماره‌های ۱۲، ۱۰۲ و ۲۸۲ در نمونه حضور دارند. چه قدر احتمال دارد فردی به شماره ۴۲ انتخاب شده باشد؟

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{3} & (۱) \\ \frac{2}{3} & (۳) \\ \frac{1}{3} & (۲) \\ ۴ & \text{صفر} \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره در نمونه‌گیری به روش سامانمند (سیستماتیک)، اختلاف شماره هر دو عضو انتخاب‌شده، مضربی از قدر نسبت است.

درس نامه •• نمونه‌گیری به روش سامانمند یا سیستماتیک

در روش نمونه‌گیری سامانمند، بسته به تعداد عضوهای نمونه‌ای که می‌خواهیم، جامعه را به طبقه‌ها یا گروه‌های مختلفی تقسیم می‌کنیم، سپس از طبقه اول، یکی از اعضا را به تصادف انتخاب می‌کنیم و از بقیه طبقه‌ها نیز همان عضو را انتخاب می‌کنیم. (برای مثال اگر از گروه اول، عضو دوم را برداریم، از بقیه گروه‌ها نیز عضو دوم را برمی‌داریم.)
حالا نمونه‌های انتخاب‌شده تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند که اگر تعداد اعضای جامعه n و تعداد اعضای نمونه m باشد، قدر نسبت برابر $d = \left[\frac{n}{m} \right]$ می‌شود.

پاسخ تشریحی سؤال به شدت نفس‌گیر و سفته!

گام اول: شماره یکی از نمونه‌های انتخاب‌شده ۲۸۲ است، پس تعداد اعضای نمونه حداقل ۲۸۲ است؛ بنابراین کم‌ترین مقدار قدر نسبت برابر است با:

$$\min(d) = \left[\frac{n}{m} \right] = \left[\frac{282}{30} \right] = 9$$

اما اگر قدر نسبت ۹ باشد، شماره اولین نمونه ۳ می‌شود و در این صورت نمونه ۳۲ام ۲۸۲ است؛ بنابراین $d > 9$ باید باشد.
گام دوم: اختلاف شماره هر دو نمونه انتخاب‌شده، مضربی از قدر نسبت است. $102 - 12 = 90$ ، $282 - 12 = 270$ و $282 - 102 = 180$ و ب.م.م. ۹۰، ۲۷۰ و ۱۸۰ برابر ۹۰ است؛ پس d یکی از مقسوم‌علیه‌های ۹۰ است که از ۹ نیز بزرگ‌تر است:

۶ حالت $\rightarrow \{90, 45, 30, 18, 15, 10\}$: مقسوم‌علیه‌های بزرگ‌تر از ۹ عدد ۹۰

گام سوم: حالا اگر فردی به شماره ۴۲ انتخاب شده باشد، با توجه به این که $42 - 12 = 30$ ، قدر نسبت باید مقسوم‌علیه‌ای از ۳۰ باشد که در بین ۶ عدد $\{90, 45, 30, 18, 15, 10\}$ ، فقط سه عدد ۱۰، ۱۵ و ۳۰ مطلوب است و جواب $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۶

با یک نمونه ۱۰۰ تایی از یک جامعه، میانگین جامعه با اطمینان بیش از ۹۵ درصد در بازه $(\frac{51}{6}, \frac{56}{4})$ برآورد شده است. اگر انحراف معیار نمونه $\frac{1}{5}$ برابر انحراف معیار جامعه باشد، ضریب تغییرات داده‌های نمونه کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{3} & (۲) & \frac{4}{27} & (۳) \\ \frac{2}{9} & (۴) & & \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تابه حال در کنکور سراسری از برآورد بازه‌ای سوالی مطرح نشده، اما این مبحث رو بلد باشین حتماً چون نسبت به بقیه مباحث این فصل ساده‌تره و در صورتی که ازش سوالی طرح بشه، خیلی راحت می‌تونید بهش پاسخ بدین!

خودت حل کنی بهتره میانگین نمونه، عدد میانی بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد می‌شود و طول این بازه برابر $\frac{45}{\sqrt{n}}$ است.



درس نامه

بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد: اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که در آن μ میانگین جامعه، $\bar{x}$ میانگین نمونه و σ انحراف معیار جامعه است.

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}, \quad b-a = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

نکته اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد به صورت (a, b) یا $[a, b]$ باشد، داریم:

$$\bar{x} = \frac{51/6 + 56/4}{2} = 54$$

پاسخ تشریحی گام اول: بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد به صورت $(51/6, 56/4)$ است؛ پس:

$$56/4 - 51/6 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 4/8 = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow{n=100} \sigma = 12$$

بنابراین میانگین نمونه برابر ۵۴ و انحراف معیار جامعه برابر ۱۲ است.

گام دوم: انحراف معیار نمونه $1/5$ برابر انحراف معیار جامعه، یعنی $12 \times 1/5 = 18$ است؛ پس ضریب تغییرات داده‌های نمونه برابر

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3} \text{ می‌شود.}$$

تست و پاسخ ۱۷

در یک کارخانه تولید لامپ، جعبه‌هایی شامل ۱۰ لامپ بسته‌بندی می‌شوند. از محصولات این کارخانه برای نمونه ۳۰ جعبه به طور تصادفی انتخاب کرده‌ایم. در ۱۰ تا از جعبه‌ها یک لامپ معیوب، در ۱۰ تا از آن‌ها ۲ لامپ معیوب و در ۱۰ تا از دیگر ۳ لامپ معیوب مشاهده می‌شود. اگر از کل محصولات کارخانه به طور تصادفی از یک جعبه دو لامپ خارج کنیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد، احتمال مشاهده لااقل یک لامپ معیوب در بازه قرار دارد.

$$(1) (0.30/0.4, 0.41/0.6) \quad (2) (0.34/0.1, 0.37/0.9) \quad (3) (0.16/0.7, 0.23/0.3) \quad (4) (0.18/0.9, 0.21/0.1)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه برآورد بازه‌ای نسبت: اگر از جامعه‌ای به نسبت بزرگ، n نمونه تصادفی انتخاب کنیم و m تا از آن‌ها دارای ویژگی مورد نظر

ما باشند، آن‌گاه نسبت واقعی نمونه‌هایی از جامعه که این ویژگی را دارند، با اطمینان ۹۵ درصد در بازه زیر است که در آن $p = \frac{m}{n}$ ، برآورد

پارامتر نسبت ویژگی در جامعه است:

$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$$

پاسخ تشریحی گام اول: نسبت این که یک لامپ انتخاب کنیم و این لامپ معیوب باشد، برابر $p = \frac{1}{30} \times \frac{1}{10} + \frac{1}{30} \times \frac{2}{10} + \frac{1}{30} \times \frac{3}{10} = \frac{2}{10}$ است.

گام دوم: حالا دقت کنید احتمال این که دو لامپ انتخاب کنیم و هر دو سالم باشند، برابر $\left(1 - \frac{2}{10}\right)\left(1 - \frac{2}{10}\right) = \frac{64}{100}$ است، پس احتمال این که

دو لامپ انتخاب کنیم و حداقل یکی معیوب باشد، برابر $1 - \frac{64}{100} = \frac{36}{100}$ می‌شود.

گام سوم: با توجه به این که تعداد اعضا $n = 300$ است، داریم:

$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = \left(0.2 - 2\sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{300}}, 0.2 + 2\sqrt{\frac{0.2 \times 0.8}{300}}\right)$$

$$= (0.2 - 0.056, 0.2 + 0.056) = (0.144, 0.256) = (0.14/0.6, 0.26/0.4)$$



تست و پاسخ ۱۸

گزاره سوری $\forall x \in A; |x + x^{-1}| = 2$ را در نظر بگیرید. مجموعه A را به طور تصادفی از بین زیرمجموعه‌های مجموعه جواب گزاره‌نمای $(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0$ انتخاب می‌کنیم. دامنه گزاره‌نما مجموعه اعداد حقیقی است. با چه احتمالی گزاره سوری داده شده درست است؟

$$\frac{4}{32} \quad (4) \quad \frac{3}{32} \quad (3) \quad \frac{3}{16} \quad (2) \quad \frac{1}{16} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مجموعه‌های گزاره‌نمای $(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$(x^3 - x)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x \in \{0, 1, -1, 2, -2\}$$

گام دوم: مجموعه A یکی از زیرمجموعه‌های مجموعه فوق است؛ بنابراین A دارای $2^5 = 32$ حالت است.

گام سوم: حالا ریشه‌های معادله $|x + x^{-1}| = 2$ را به دست می‌آوریم:

$$\left| x + \frac{1}{x} \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = -2x \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

گام چهارم: برای این که گزاره سوری $\forall x \in A; |x + x^{-1}| = 2$ درست باشد، A می‌تواند برابر یکی از مجموعه‌های $\emptyset$ ، $\{1\}$ ، $\{-1\}$ و

$\{1, -1\}$ باشد که احتمال آن $\frac{4}{32}$ می‌شود. (شاید بپرسید که تهی چرا؟ چون که عضوی نداره که بفواد گزاره رو نقض کنه!)

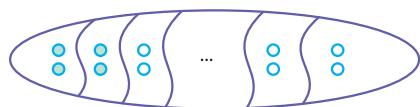
تست و پاسخ ۱۹

اگر برای یک مجموعه، تعداد افزازهایی که فقط شامل مجموعه‌های دوعضوی است، برابر ۱۵ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی این مجموعه کدام است؟

$$21 \quad (4) \quad 6 \quad (3) \quad 15 \quad (2) \quad 28 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: مجموعه، به مجموعه‌های ۲ عضوی افزاز شده، سپس تعداد اعضای آن زوج است؛ برای همین فرض می‌کنیم تعداد کل اعضا $2n$ باشد، در این صورت تعداد افزازهای دوعضوی برابر است با:



$$\rightarrow \frac{\binom{2n}{2} \binom{2n-2}{2} \binom{2n-4}{2} \dots \binom{2}{2}}{n!}$$

$$\begin{aligned} \frac{2n!}{2!(2n-2)!} \times \frac{(2n-2)!}{2!(2n-4)!} \times \dots \times \frac{2!}{2!} &= \frac{2n!}{(2!)^n} = \frac{2n!}{n! \times (2!)^n} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2n}{n! \times 2^n} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 2n - 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n}{n! \times 2^n} \\ &= \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 2n - 1 \times (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times \dots \times (2 \times n)}{n! \times 2^n} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 2n - 1 \times 2^n \times n!}{n! \times 2^n} = 15 \Rightarrow n = 3 \end{aligned}$$

(باکلی تلاش و مشقت فراوان به دست اومد، البته می‌تونستید به جای این کار عدد هرس بزنید!)

گام دوم: $n = 3$ ، پس تعداد اعضای مجموعه برابر $3 \times 2 = 6$ است و مجموعه شامل $\binom{6}{2} = 15$ زیرمجموعه دوعضوی می‌شود.



تست و پاسخ (۲۰)

برای $i = 1, 2, \dots, 6$ داریم $A_i = (i-1, 2i+1]$. از بین این ۶ بازه به تصادف دوتا را انتخاب می‌کنیم و نمودار ضرب دکارتی آن‌ها را رسم می‌کنیم. اگر مساحت ناحیه حاصل کم‌تر از 3^0 نباشد، با چه احتمالی یکی از مجموعه‌های انتخاب شده A_3 است؟

$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴)

پاسخ: گزینه (۴)

خود حل کنی بهتره طول هر بازه را به دست آورید و سپس حالاتی را بنویسید که حاصل ضرب طول دو مجموعه کم‌تر از 3^0 نیست و از میان آن‌ها، حالاتی که یکی از مجموعه‌ها A_3 هست را نیز به دست آورید.

درس نامه •• نمودارهای ضرب دکارتی

با توجه به این که مجموعه‌های A و B گسسته یا پیوسته باشند، نمایش $A \times B$ روی محورهای مختصات به یکی از ۴ حالت زیر خواهد بود که در آن‌ها A ، محدوده x ‌ها و B ، محدوده y ‌ها را تعیین می‌کند.

مثال		نمایش روی مختصات	
	$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3\}$	تعدادی نقطه (تعداد نقاط برابر $n(A)n(B)$ است).	A گسسته B گسسته
	$A = \{1, 2, 3\}$ $B = [-1, 1)$	تعدادی خط یا پاره‌خط عمودی (تعداد خط‌ها برابر $n(A)$ است).	A گسسته B پیوسته
	$\mathbb{R} \times \mathbb{N}$	تعدادی خط، نیم‌خط یا پاره‌خط افقی (تعداد خط‌ها برابر $n(B)$ است).	A پیوسته B گسسته
	$A = (1, 3)$ $B = [0, 2]$	سطح یک مستطیل یا مربع (مساحت شکل حاصل برابر طول بازه A ضرب در طول بازه B می‌شود).	A پیوسته B پیوسته

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا طول هر بازه را به دست می‌آوریم:

$A_1 = (0, 3] \rightarrow$ طول ۳ $A_2 = (1, 5] \rightarrow$ طول ۴ $A_3 = (2, 7] \rightarrow$ طول ۵
 $A_4 = (3, 9] \rightarrow$ طول ۶ $A_5 = (4, 11] \rightarrow$ طول ۷ $A_6 = (5, 13] \rightarrow$ طول ۸

گام دوم: به ۷ طریق می‌توانیم دو بازه انتخاب کنیم که مساحت ناحیه آن کم‌تر از 3^0 نباشد: (خود 3^0 هم مطلوب است).

$[A_2, A_6]$ $[A_3, A_4]$ $[A_3, A_5]$ $[A_3, A_6]$ $[A_4, A_5]$ $[A_4, A_6]$ $[A_5, A_6]$

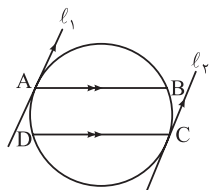
حالا در بین این ۷ حالت، در ۳ حالت یکی از مجموعه‌های انتخاب شده A_3 است که احتمال $\frac{3}{7}$ آن می‌شود.



هندسه یازدهم: صفحه های ۹ تا ۷۷

تست و پاسخ (۲۱)

مطابق شکل، دو وتر موازی AB و CD در یک دایره رسم شده اند و دو خط موازی ℓ_1 و ℓ_2 در A و C بر دایره مماس اند. اگر $\widehat{AB} = 2\widehat{AD}$ ، آن گاه نسبت طول وتر AB به طول وتر AD کدام است؟

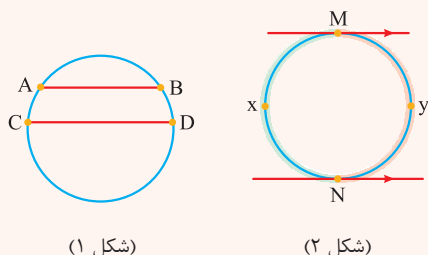


- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه (۲)

درس نامه

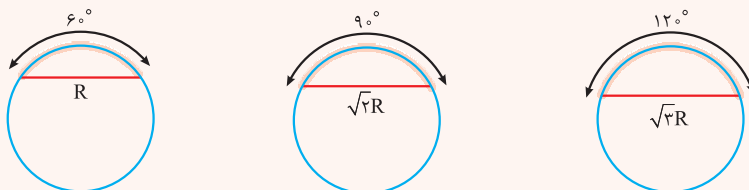
(۱) در هر دایره، اندازه کمان های زندانی بین دو وتر موازی، برابر است. این یعنی در شکل (۱)، اگر $AB \parallel CD$ باشد، در این صورت $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ خواهد بود. این اتفاق برای مماس های موازی هم می افتد؛ بنابراین در شکل (۲) هم می توانیم بگوییم $\widehat{MxN} = \widehat{MyN}$ برقرار است.



(شکل ۱)

(شکل ۲)

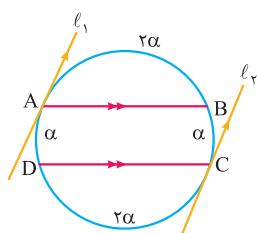
(۲) در یک دایره به شعاع R ، وترهایی که طولشان $\sqrt{3}R$ و $\sqrt{2}R$ باشد، اندازه کمان های کوچکی که جدا می کنند، سریعاً پیدا می شوند. برای درک بهتر این موضوع شکل های زیر را ببینید:



مثلاً هر وقت دیدید طول یک وتر $\sqrt{3}R$ است، می توانید خیلی سریع بگویید اندازه کمان کوچکی که جدا می کند 120° است یا برعکس. اگر اندازه یک کمان 120° بود، حتماً طول وتر متناظرش $\sqrt{3}R$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه اندازه کمان های AB و AD): قبل از هر چیز رابطه $\widehat{AB} = 2\widehat{AD}$ را به صورت $\widehat{AD} = \alpha$ و $\widehat{AB} = 2\alpha$ روی شکل مقابل می نویسیم. به گفته سوال، وترهای AB و CD موازی و همین طور مماس های ℓ_1 و ℓ_2 هم موازی اند؛ پس طبق مورد (۱) درس نامه داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} \xrightarrow{\widehat{AD} = \alpha} \widehat{BC} = \alpha \text{ این رابطه را روی شکل می نویسیم;} \\ \ell_1 \parallel \ell_2 \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{DC} = \widehat{AB} + \widehat{BC} \Rightarrow \widehat{DC} = 2\alpha \text{ این رابطه را روی شکل می نویسیم;} \end{array} \right.$$

$$\alpha + \alpha + 2\alpha + 2\alpha = 360^\circ \Rightarrow 6\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\widehat{AB} = 2\alpha = 2 \times 60^\circ = 120^\circ \text{ و } \widehat{AD} = \alpha = 60^\circ$$

حالا کل دایره را مساوی 360° می گذاریم تا α پیدا شود:

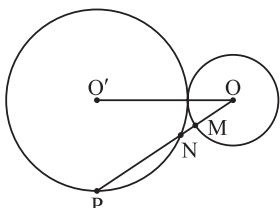
بنابراین اندازه کمان های AB و AD برابر می شود با:

گام دوم (محاسبه طول وترهای AB و AD): حالا که می‌دانیم $\widehat{AB} = 120^\circ$ و $\widehat{AD} = 60^\circ$ است، طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم

$$\frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{3}R}{R} = \sqrt{3} \quad \text{شعاع دایره را } R \text{ در نظر گرفتیم و } AD = R \text{؛ در نتیجه نسبت طول این دو وتر می‌شود:}$$

تست و پاسخ ۲۲

مطابق شکل، دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O', 2r)$ بر هم مماس‌اند؛ از O خطی گذرانده‌ایم که دو دایره را قطع کند. اگر $\widehat{NP} = 60^\circ$ ، آن‌گاه طول MN چند برابر r است؟



$$\sqrt{6} - 2 \quad (۲)$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{21} - 3}{4} \quad (۴)$$

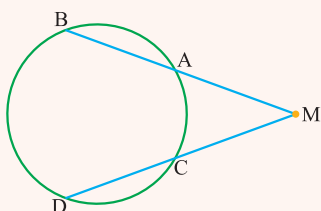
$$\frac{\sqrt{10} - 2}{2} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول پاره خط OO' را امتداد بدهید تا دایره بزرگ‌تر را در T' قطع کند، سپس از رابطه طولی بین قطعه‌هایی که امتداد دو وتر از دایره بزرگ‌تر روی همدیگر درست می‌کنند، استفاده کنید.

درس‌نامه ●● اول مورد (۱) درس‌نامه سؤال قبل را بخوانید، بعد هم بروید سراغ مورد زیر:

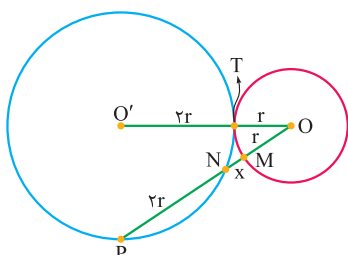
بین قطعه‌هایی که امتداد دو وتر در خارج دایره روی همدیگر درست می‌کنند، این رابطه برقرار است:



$$MA \times MB = MC \times MD$$

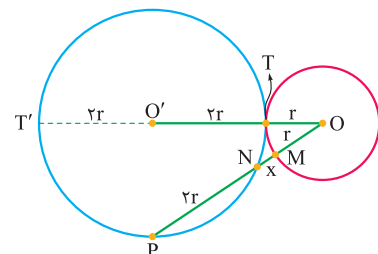
پاسخ تشریحی گام اول (نوشتن اطلاعات مسئله روی شکل): اول شعاع‌های r و $2r$ را مطابق شکل

مشخص می‌کنیم. به گفته سؤال $\widehat{NP} = 60^\circ$ است، پس طول NP با شعاع دایره بزرگ‌تر برابر است، یعنی $NP = 2r$. در آخر فرض می‌کنیم $MN = x$ باشد.



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): باید رابطه‌ای بین x و r پیدا کنیم. برای این کار شعاع $O'T$ را

امتداد می‌دهیم تا دایره را نقطه T' قطع کند (شکل مقابل را ببینید). حالا از رابطه طولی بین امتداد دو وتر در نقطه O استفاده می‌کنیم:



مواست باشد OO' ننویس.

$$OT \times OT' = ON \times OP \quad \begin{matrix} OT=r \text{ و } OT'=r+2r+2r=5r \\ ON=x+r \text{ و } OP=r+x+2r=x+3r \end{matrix} \rightarrow (r) \times (5r) = (x+r)(x+3r)$$

مواست باشد OM ننویس.

$$\Rightarrow 5r^2 = x^2 + (r+3r)x + (r)(3r) \Rightarrow x^2 + 4rx - 2r^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4r \pm \sqrt{(4r)^2 - 4(1)(-2r^2)}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4r \pm \sqrt{24r^2}}{2} = -2r \pm \sqrt{6}r \xrightarrow{x>0} x = -2r + \sqrt{6}r = (\sqrt{6} - 2)r$$



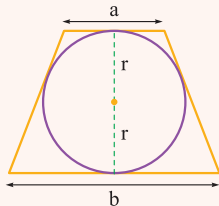
تست و پاسخ ۲۳

دوزنقه متساوی الساقینی به طول قاعده‌های ۸ و ۱۲/۵، محیطی است؛ مساحت دایره محاطی آن کدام است؟

- (۱) 25π (۲) $\frac{81}{4}\pi$ (۳) 16π (۴) $\frac{49}{4}\pi$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره دوزنقه متساوی الساقین محیطی را جدی بگیرید؛ یکی از پرتکرارترین‌های کنکور است.



درس نامه اگر یک دوزنقه متساوی الساقین، مطابق شکل مقابل بر یک دایره محیط شود، بین قطر دایره محاطی و قاعده‌های دوزنقه، این رابطه برقرار می‌شود:

$$(2r)^2 = ab$$

پاسخ تشریحی فرض می‌کنیم شعاع دایره محیطی این دوزنقه متساوی الساقین r باشد، در این صورت با توجه به درس نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$(2r)^2 = 8 \times 12/5 \Rightarrow (2r)^2 = 100 \Rightarrow 2r = 10 \Rightarrow r = 5$$

بنابراین مساحت دایره محاطی می‌شود 25π .

تست و پاسخ ۲۴

در دوران به مرکز $O(2, b)$ ، نقطه $A(-1, 3)$ روی نقطه $B(b-1, 5)$ تصویر می‌شود. کم‌ترین فاصله نقطه O از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره فاصله O از نقطه‌های A و B را مساوی هم بگذارید.

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و محاسبه مقادیر b): شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید. می‌دانیم اگر نقطه B دوران یافته نقطه A به

مرکز O باشد، تساوی $OA = OB$ برقرار است؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} OA = OB &\Rightarrow \sqrt{(-1-2)^2 + (3-b)^2} = \sqrt{((b-1)-2)^2 + (5-b)^2} \\ &\Rightarrow \sqrt{9 + (b^2 - 6b + 9)} = \sqrt{(b^2 - 6b + 9) + (b^2 - 10b + 25)} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} b^2 - 6b + 18 = 2b^2 - 16b + 34 \Rightarrow b^2 - 10b + 16 = 0 \Rightarrow (b-8)(b-2) = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ یا } 8$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): فاصله نقطه $O(2, b)$ از مبدأ مختصات می‌شود $\sqrt{2^2 + b^2} = \sqrt{4 + b^2}$. از طرفی سؤال کم‌ترین مقدار این

فاصله را می‌خواهد، پس حاصل $\sqrt{4 + b^2}$ را به ازای $b = 2$ به دست می‌آوریم:

$$\text{کم‌ترین فاصله } O \text{ از مبدأ} = \sqrt{4 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

تست و پاسخ ۲۵

در دایره $C(O, R)$ ، نقطه M وسط شعاع OA و C' مجانس دایره C در تجانس به مرکز M و نسبت $5/1$ است. طول مماس مشترک دو

دایره C و C' کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}R$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{4}R$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}R$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول (پیدا کردن مجانس دایره C): مجانس C را در ۲ مرحله پیدا می کنیم:

مرحله ۱	مرحله ۲
مجانس نقطه O به مرکز M و نسبت ۵/۰ - را پیدا می کنیم: این نقطه را O' می نامیم.	دایره به مرکز O' و شعاع R/۲ را می کشیم. این دایره مجانس دایره C به مرکز M و نسبت ۵/۰ است.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): همان طور که در گام قبل دیدید، دو دایره متقاطع اند؛ بنابراین این دو دایره فقط مماس مشترک خارجی دارند که طولش برابر می شود با:

$$L = \sqrt{OO'^2 - (R - \frac{R}{2})^2} \xrightarrow{OO' = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = \frac{2R}{2}} L = \sqrt{(\frac{2R}{2})^2 - (\frac{R}{2})^2} = \sqrt{\frac{4R^2}{4} - \frac{R^2}{4}} = \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

تست و پاسخ ۲۶

دو نقطه A(۲,۷) و B(۱۴,۱۲) و نقطه C واقع بر خط $y = 1/5$ ، رأس های یک مثلث هستند. کم ترین محیط مثلث ABC کدام است؟

۳۶ (۴)

۳۳ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

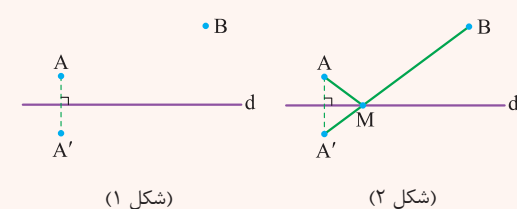
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه •• مسئله هرون

در این مسئله دو نقطه A و B مطابق شکل مقابل در یک طرف خط d قرار دارند. می خواهیم نقطه ای مثل M را روی خط d پیدا کنیم به طوری که مسیر (AM + MB) کم ترین طول ممکن را داشته باشد. برای پیدا کردن این نقطه کارهای زیر را انجام می دهیم:

(۱) اول نقطه A را نسبت به خط d بازتاب می دهیم تا به نقطه A' برسیم (شکل ۱)

(۲) نقطه A' را به نقطه B وصل می کنیم تا خط d را در نقطه M قطع کند (شکل ۲). نقطه M همان نقطه ای است که در آن، مسیر AMB کم ترین طول ممکن را دارد.



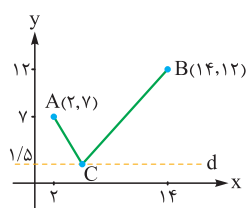
(شکل ۱)

(شکل ۲)

نکته در شکل ۲ رابطه $AM + MB = A'B$ برقرار است، پس در مسئله هرون به جای محاسبه $AM + MB$ می توانیم $A'B$ را به دست بیاوریم.

پاسخ تشریحی

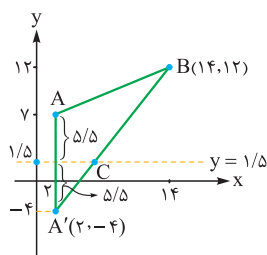
گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت مقابل است. همان طور که



می بینید نقطه های A و B در یک طرف خط d قرار دارند. می خواهیم نقطه ای مثل C را روی خط d پیدا کنیم به طوری که محیط مثلث ABC کم ترین مقدار ممکن باشد. واضح است که طول پاره خط AB ثابت بوده و برابر است با:

$$AB = \sqrt{(14-2)^2 + (12-7)^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

بنابراین برای این که محیط مثلث ABC کم ترین باشد، باید طول مسیر ANC کم ترین شود، پس با مسئله هرون طرف هستیم.



گام دوم (پیدا کردن نقطه C): همان طور که در درس نامه گفتیم برای پیدا کردن نقطه C، اول نقطه A را نسبت به خط $y = 1/5$ بازتاب می دهیم تا به نقطه $A'(2, -4)$ برسیم (شکل مقابل را ببینید) و بعد A' را به B وصل می کنیم تا خط $y = 1/5$ را در نقطه C قطع کند. این نقطه همان نقطه ایست که به دنبالش هستیم.

گام سوم (محاسبه خواسته سوال): محیط مثلث ABC می شود $AB + AC + BC$. از طرفی در درس نامه یاد گرفتیم که در مسئله هرون رابطه $AC + BC = A'B$ برقرار است؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC \xrightarrow{AC+BC=A'B} \text{محیط مثلث } ABC = 13 + A'B$$

$$A'B = \sqrt{(14-2)^2 + (12-(-4))^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 4\sqrt{3^2 + 4^2} = 4 \times 5 = 20$$

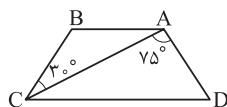
حالا طول A'B را حساب می کنیم:

$$\text{محیط مثلث } ABC = 13 + A'B = 13 + 20 = 33$$

بنابراین کم ترین مقدار محیط مثلث ABC برابر است با:

تست و پاسخ ۲۷

قطر یک دوزنقه متساوی الساقین، با ساق های آن زاویه های 3° و 75° می سازد. نسبت طول قاعده بزرگ به قاعده کوچک این دوزنقه کدام است؟



$$6(\sqrt{3} - \sqrt{2}) (4)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} (3)$$

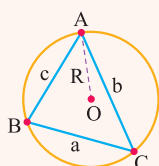
$$2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) (2)$$

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره از قضیه سینوس ها در مثلث های ABC و ACD استفاده کنید.

درس نامه

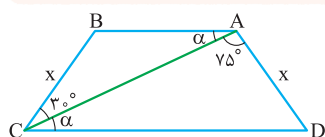


طبق قضیه سینوس ها، نسبت طول هر ضلع مثلث به سینوس زاویه مقابلش، برابر با قطر دایره محیطی آن مثلث است. یعنی برای مثلث مقابل می توانیم بنویسیم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

اگر رابطه $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ را به ازای $\alpha = 3^\circ$ و $\beta = 45^\circ$ بنویسیم، $\sin 75^\circ$ به دست می آید:

$$\sin(3^\circ + 45^\circ) = \underbrace{\sin 3^\circ}_{\frac{1}{2}} \times \underbrace{\cos 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \underbrace{\cos 3^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \underbrace{\sin 45^\circ}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$



گام اول (رسم شکل مسئله و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت مقابل است. چون دوزنقه متساوی الساقین است، می توانیم طول ساق ها را X در نظر بگیریم. حالا خوب به قاعده های موازی و مورب AC نگاه کنید؛ طبق قضیه خطوط موازی و مورب، می توانیم فرض کنیم $\hat{BAC} = \hat{ACD} = \alpha$ باشد.

گام دوم (محاسبه خواسته سوال): فرض می کنیم طول قاعده ها a و b باشد، در این صورت طبق قضیه سینوس ها در مثلث های رنگی داریم:

$$\begin{cases} \Delta ABC: \frac{a}{\sin 3^\circ} = \frac{x}{\sin \alpha} \\ \Delta ACD: \frac{b}{\sin 75^\circ} = \frac{x}{\sin \alpha} \end{cases} \xrightarrow{\text{سمت راست تساوی ها برابرند، پس سمت چپشان هم باید برابر باشند.}} \frac{a}{\sin 3^\circ} = \frac{b}{\sin 75^\circ} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$$

تست و پاسخ ۲۸

در یک مثلث قائم الزاویه، نسبت طول ضلع بزرگ به طول ضلع کوچک $\sqrt{3}/25$ است. نسبت طول نیمساز داخلی زاویه قائمه، به طول ضلع متوسط کدام است؟

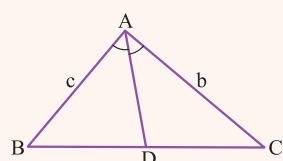
۴) $2\sqrt{2}$

۳) $3\sqrt{2}$

۲) $6\sqrt{2}$

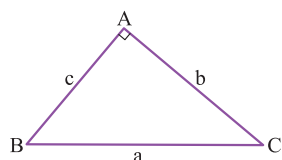
۱) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه هر وقت در یک مثلث، طول دو ضلع و زاویه بین آن‌ها را داشته باشیم (مثلاً در شکل مقابل b و c و $\hat{A}$ را داشته باشیم) و طول نیمساز گذرنده از همان زاویه را بخواهیم (AD)، مستقیماً از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

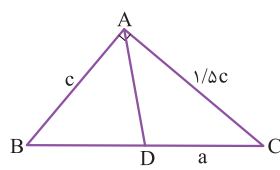
$$\text{طول نیمساز } AD = \frac{\overbrace{2bc}^{\cos(\frac{\hat{A}}{2})} \times \underbrace{[\text{دو برابر ضرب ضلع‌های کناری نیمساز}]}_{\text{جمع ضلع‌های کناری } b+c}}{b+c}$$



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول ضلع‌های مثلث بر حسب یک پارامتر): شکل مسئله به صورت مقابل است. فرض می‌کنیم طول ضلع‌های مثلث مطابق شکل، a و b و c باشند. به ضلع بزرگ ضلع متوسط ضلع کوچک

گفته سؤال نسبت طول ضلع بزرگ به طول ضلع کوچک برابر $\sqrt{3}/25$ است؛ این یعنی $\frac{a}{c} = \sqrt{3}/25$ و در نتیجه $a = \sqrt{3}/25c$ به دست می‌آوریم.

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=\sqrt{3}/25c} (\sqrt{3}/25c)^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 3/25c^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 2/25c^2 = b^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 1/5c = b$$



گام دوم (پیدا کردن خواسته سؤال): اول $b = 1/5c$ را روی شکل می‌نویسیم. حالا خوب به نیمساز AD نگاه کنید. همان‌طور که می‌بینید طول ضلع‌های کناری این نیمساز را به همراه زاویه بینشان داریم، پس رابطه درس‌نامه را برای AD می‌نویسیم:

$$\text{طول نیمساز } AD = \frac{\overbrace{2(c)(1/5c)}^{\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}}} \times \underbrace{[\text{دو برابر ضرب ضلع‌های کناری نیمساز}]}_{\text{جمع ضلع‌های کناری } c+1/5c=6/5c}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{3c^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{6/5c} = \frac{3\sqrt{2}c^2}{6/5c} \Rightarrow AD = \frac{3\sqrt{2}}{2}c = 3\sqrt{2}c$$

حواستون باشه حل هنوز تموم نشده! یه وقت به خاطر $3\sqrt{2}c$ رو زنی. سؤال گفته طول نیمساز AD چند برابر ضلع متوسط است، یعنی

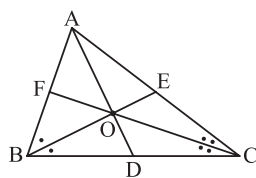
$$\frac{3\sqrt{2}c}{1/5c} = \frac{3\sqrt{2}c \times 5}{1/5 \times 2} = \frac{15\sqrt{2}c}{2} = 15\sqrt{2}$$

حاصل $\frac{3\sqrt{2}c}{1/5c}$ را می‌خواهیم که برابر می‌شود با:

تست و پاسخ ۲۹

مطابق شکل، نیمسازهای دو زاویه B و C در O متقاطع‌اند و امتداد AO، ضلع BC را در D قطع می‌کند.

اگر $\frac{CE}{AE} = 1/5$ و $\frac{BF}{AF} = 1/25$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{CD}{BD}$ کدام است؟



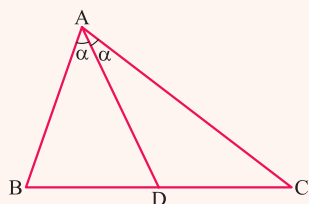
۴) $1/6$

۳) $1/4$

۲) $1/8$

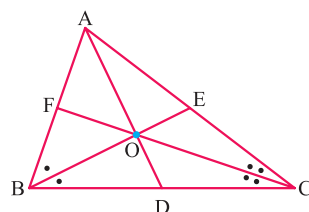
۱) $1/2$

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه ●● طول تکه‌هایی که نیمساز هر مثلث روی ضلع مقابلش درست می‌کند، متناسب با ضلع‌های کناری‌شان است؛ این یعنی در مثلث متناسب زیر برقرار است:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \text{ضلع کناری BD} \rightarrow \text{ضلع کناری DC}$$



پاسخ تشریحی گام اول (تبدیل نسبت تکه‌هایی که داریم به نسبت ضلع‌های مثلث): به کمک تناسبی که در درس‌نامه گفتیم نسبت تکه‌ها را به نسبت ضلع‌های مثلث تبدیل می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نسبت BE نیمساز است: } \frac{CE}{AE} = \frac{BC}{AB} \xrightarrow{\frac{CE}{AE} = 1/5 = \frac{2}{10}} \frac{BC}{AB} = \frac{2}{10} \quad (1) \\ \text{نسبت CF نیمساز است: } \frac{AF}{FB} = \frac{AC}{BC} \xrightarrow{\frac{FB}{AF} = 1/2 = \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{4}{5}} \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} \quad (2) \end{array} \right.$$

گام دوم (تبدیل نسبت تکه‌هایی که می‌خواهیم به نسبت ضلع‌ها): نسبت $\frac{CD}{BD}$ را می‌خواهیم که با توجه به نیمساز بودن AD این نسبت برابر $\frac{AC}{AB}$ است؛ پس باید به کمک رابطه‌های (1) و (2) نسبت $\frac{AC}{AB}$ را به دست بیاوریم. با کمی دقت به این دو رابطه متوجه می‌شویم با ضرب کردن طرفینشان، به نسبتی که می‌خواهیم می‌رسیم؛ ببینید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{BC}{AB} = \frac{2}{10} \\ \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} \frac{BC}{AB} \times \frac{AC}{BC} = \frac{2}{10} \times \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$$

تست و پاسخ ۳۰

مساحت مثلثی به طول اضلاع x ، $3x+1$ و $4x-1$ برابر با x^2+2x است. طول بلندترین ارتفاع این مثلث کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره از رابطه هرون استفاده کنید.

درس نامه

(۱) رابطه هرون: اگر P نصف محیط مثلثی با ضلع‌های a ، b و c باشد، مساحت آن مثلث برابر است با: $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$

(۲) در هر مثلث، بزرگ‌ترین ارتفاع به کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود.

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه طول ضلع‌های مثلث و مساحتش): اول نصف محیط را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{a + b + c}{2} = \frac{x + (3x+1) + (4x-1)}{2} = \frac{8x}{2} = 4x$$

حالا با توجه به این که مساحت مثلث x^2+2x است، می‌توانیم بنویسیم:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \Rightarrow x^2+2x = \sqrt{(4x)(4x-x)[4x-(3x+1)][4x-(4x-1)]}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+2x}{x(x+2)} = \sqrt{\frac{(4x)(3x)(x-1)}{12x^2(x-1)}} \xrightarrow{(\dots)^2 = (\dots)^2} x^2(x+2)^2 = 12x^2(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2+4x+4 = 12x-12 \Rightarrow x^2-8x+16 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)^2 = 0 \Rightarrow x=4 \Rightarrow a=x=4 \text{ و } b=3x+1=13 \text{ و } c=4x-1=15 \text{ و } S=x^2+2x=24$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طبق مورد (۲) درس‌نامه، بزرگ‌ترین ارتفاع بر کوچک‌ترین ضلع، یعنی $a=4$ وارد می‌شود. حالا برای محاسبه

طول ارتفاع وارد بر این ضلع (h_a) مساحت مثلث را براساس این ارتفاع می‌نویسیم: $S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 4 \times h_a \Rightarrow 24 = 2h_a \Rightarrow h_a = 12$



فیزیک دهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

تست و پاسخ (۳۱)

چه تعداد از کمیت‌های زیر، نرده‌ای و فرعی هستند؟

«کار، جریان الکتریکی، نیرو، فشار، دما، انرژی، سرعت و شار مغناطیسی»

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره تشخیص اصلی یا فرعی و نرده‌ای یا برداری بودن کمیت‌ها هر چند سال یک بار سر و کلاهش در کنکور پیدا می‌شود. برای حل این تست‌ها کافی است ۷ کمیت اصلی و ۷ کمیت برداری را حفظ باشید و شرط برداری بودن کمیت‌ها را بدانید.

درس نامه (۱) کمیت‌های اصلی و فرعی:

کمیت اصلی: کمیت‌هایی هستند که یکای مستقلی دارند. ۷ کمیت طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب شده‌اند.

کمیت فرعی: کمیت‌هایی هستند که یکای مستقلی ندارند و به کمک رابطه‌های فیزیکی برحسب کمیت‌ها (یکاهای) دیگر تعریف می‌شوند. به جز ۷ کمیت اصلی، بقیه کمیت‌ها همگی فرعی‌اند؛ مانند: سرعت، نیرو، فشار و ...

۲) کمیت‌های نرده‌ای و برداری:

کمیت نرده‌ای: کمیتی که برای بیان آن فقط از یک عدد و یکای مناسب آن استفاده می‌شود. مانند: تندی، انرژی، فشار و ...
کمیت برداری: کمیتی که برای بیان آن علاوه بر یک عدد و یکای مناسب، لازم است به جهت آن نیز اشاره شود و از قوانین جمع برداری پیروی می‌کنند؛ مانند: سرعت، شتاب، نیرو و ...

نکته در حد کنکور سراسری، ۷ تا کمیت جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی، برداری و بقیه کمیت‌ها به جز این ۷ مورد کمیت نرده‌ای هستند.

پاسخ تشریحی تک تک کمیت‌ها را بررسی می‌کنیم:

کار ← نرده‌ای، فرعی	جریان الکتریکی ← نرده‌ای، اصلی	نیرو ← برداری، فرعی
فشار ← نرده‌ای، فرعی	دما ← نرده‌ای، اصلی	انرژی ← نرده‌ای، فرعی
سرعت ← برداری، فرعی	شار مغناطیسی ← نرده‌ای، فرعی	

حواستون باشه جریان الکتریکی و فشار از قانون جمع برداری پیروی نمی‌کنند و کمیت‌هایی نرده‌ای هستند. علاوه بر این، فشار به صورت نسبت اندازه نیروی عمودی وارد بر سطح تعریف می‌شود و به همین دلیل کمیتی نرده‌ای است. (به واژه اندازه توجه کنید.)

تست و پاسخ (۳۲)

به وسیله یک ترازوی دقیق جرم یک قطعه را شش بار اندازه‌گیری کرده‌ایم و نتایج زیر به دست آمده است:

« $3/42\text{ g}$ ، $3/47\text{ g}$ ، $3/10\text{ g}$ ، $3/44\text{ g}$ ، $3/50\text{ g}$ ، $3/42\text{ g}$ » کدام یک از مقادیرهای زیر گزارش نهایی این اندازه‌گیری‌ها برحسب گرم است؟

۳/۴۴ (۲) ۳/۴۵ (۱)

۳/۳۹ (۴) ۳/۴۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی

برای این که خطای یک اندازه گیری را کاهش دهیم، تعداد دفعات اندازه گیری را افزایش می دهیم و سپس میانگین اندازه های به دست آمده را به عنوان نتیجه اندازه گیری اعلام می کنیم.

توجه کنید، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با سایر اعداد داشته باشند، آن ها را حذف می کنیم و میانگین بقیه اعداد را به دست می آوریم. در میان عددهای گزارش شده، عدد $3/10$ ، اختلاف زیادی با سایر عددها دارد (عدد پرت) و از اثر آن در میانگین گرفتن صرف نظر می کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\text{نتیجه اندازه گیری} = \frac{3/42 + 3/47 + 3/44 + 3/50 + 3/42}{5} = \frac{17/25}{5} = 3/45 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۳۳

یک مکعب مستطیل فلزی به ابعاد $8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ از ماده ای به چگالی $4/5 \text{ g/cm}^3$ ساخته شده و درون آن یک حفره به حجم 1 L قرار دارد. حداکثر چند درصد حجم حفره را با مایعی به چگالی $\rho = 1/25 \text{ kg/L}$ پر کنیم، به طوری که مجموعه روی سطح آب شناور بماند؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ kg/L}$)

حجم حفره 1000 cm^3 است.

چگالی جسم کم تر از چگالی آب شود.

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

۷۶ (۴)

۶۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: با محاسبه حجم اشغال شده توسط فلز و چگالی فلز، جرم فلز به کاررفته در مکعب را به دست می آوریم:

$$V_{\text{اشغال شده توسط فلز}} = V_{\text{ظاهر مکعب مستطیل}} - V_{\text{حفره}} = (8 \times 10 \times 15) - (1000) = 1200 \text{ cm}^3 - 1000 \text{ cm}^3 = 200 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{فلز به کاررفته}} = \rho_{\text{فلز}} \times V_{\text{اشغال شده توسط فلز}} = 4/5 \times 200 = 900 \text{ g}$$

گام دوم: چگالی مخلوط تشکیل شده از فلز و مایع به کاررفته باید کم تر از چگالی آب ($1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) باشد تا مکعب مستطیل بتواند بر روی آب شناور باشد؛ بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مکعب مستطیل}} < 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{مکعب مستطیل}} = \frac{m_{\text{مایع}} + m_{\text{فلز}}}{V_{\text{مکعب}}} \xrightarrow{m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} \times V_{\text{مایع}}} \frac{\rho_{\text{مایع}} \times V_{\text{مایع}} + m_{\text{فلز}}}{8 \times 10 \times 15} = \frac{1/25 \times V_{\text{مایع}} + 900}{1200} < 1$$

$$\Rightarrow 1/25 V_{\text{مایع}} + 900 < 1200 \Rightarrow \frac{5}{4} V_{\text{مایع}} < 300 \Rightarrow V_{\text{مایع}} < \frac{300 \times 4}{5} = 240 \text{ cm}^3$$

گام سوم: درصد حجم مایع به کاررفته نسبت به حجم حفره را به دست می آوریم:

$$\text{درصد حجم مایع به حجم حفره} = \frac{\text{حجم مایع}}{\text{حجم حفره}} \times 100 = \frac{240}{1000} \times 100 = 24\%$$

تکنیک kg/L معادل g/cm^3 است. (سعی کنید با تبدیل زنجیره ای ثابت کنید).

تست و پاسخ ۳۴

کدام یک از عبارات های زیر درست است؟

(الف) هر قدر لوله موئین باریک تر باشد، ارتفاع مایع درون آن بیشتر خواهد بود.

(ب) نمک، شیشه و فلزات نمونه هایی از جامدهای بی شکل (آمورف) هستند.

(پ) تشکیل قطرات ریز و درشت آب بر روی یک گلبیگ به سبب غلبه نیروی هم چسبی به مولکول های آب بر دگر چسبی آب و گلبیگ است.

(ت) فاصله متوسط بین مولکول ها در جامدها و مایع ها تقریباً یکسان است.

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۴

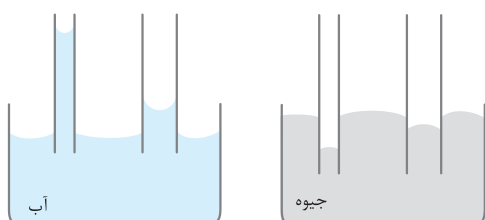
مشاوره این سؤال تسلط دانش آموز بر متن کتاب درسی را مورد سنجش قرار می دهد.



درس نامه

نوع حرکت ذرات: نوسان‌های بسیار کوچک حول مکان‌های تعادلشان
نیروی بین ذرات: نیروی قوی‌تر از مایعات و گازها
حالت جامد
جامد بلورین ← در اثر سرد شدن تدریجی مایع، به دست آمده و از یک الگوی سه‌بعدی تکرار شونده و منظم تشکیل شده است؛ مانند فلزات، نمک‌ها، الماس، یخ و بیشتر مواد معدنی.
انواع جامد
جامد بی‌شکل (آمورف) ← در اثر سرد کردن سریع مایع، به دست آمده و ذرات آن در طرح‌های نامنظمی کنار هم قرار دارند؛ مانند شیشه و قیر سرد شده.

نکته فاصله ذرات سازنده جامد و مایع تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم ($\text{\AA}$) و فاصله بین مولکول‌های هوا در شرایط معمولی در حدود $35 \text{\AA}$ است.



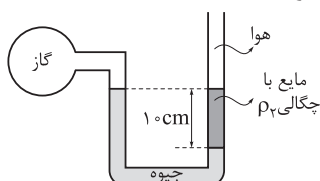
پاسخ تشریحی تک تک عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزاره «الف» نادرست. هر چه لوله موئین باریک‌تر باشد، پدیده موئینگی در آن بیشتر رخ می‌دهد. در لوله داخل آب، آب ارتفاع بیشتری خواهد داشت، اما در مورد جیوه، ارتفاع جیوه پایین‌تر از سطح آزاد جیوه خواهد شد. در شکل‌های روبه‌رو این تفاوت‌ها را می‌بینید.

گزاره «ب» نادرست. نمک و فلزها جزء جامدهای بلورین هستند. گزاره‌های «پ» و «ت» درست هستند.

تست و پاسخ ۳۵

در شکل زیر فشار پیمانه‌ای گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{پ}} = 3/4 \text{ g/cm}^3$)



$$(P_{\text{گاز}} - P_0)$$

$$2/5 \quad (1)$$

$$7/5 \quad (2)$$

$$-2/5 \quad (3)$$

$$-7/5 \quad (4)$$

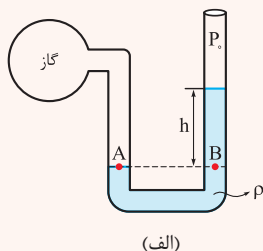
پاسخ: گزینه ۴

درس نامه فشار پیمانه‌ای در گازها

اختلاف فشار مطلق گاز و فشار هوا ($P - P_0$) را فشار پیمانه‌ای می‌گویند. فشار پیمانه‌ای می‌تواند مثبت، صفر یا منفی باشد.

(۱) اگر فشار مطلق گاز بیشتر از فشار هوا باشد، فشار پیمانه‌ای مثبت است. (شکل الف)

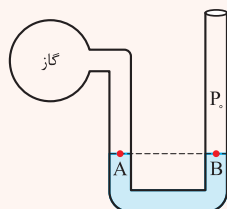
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = \rho gh$$



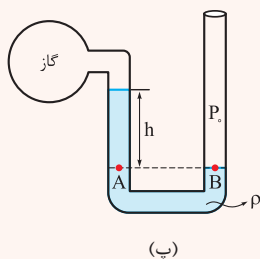
(الف)

(۲) اگر فشار مطلق گاز با فشار هوا برابر باشد، فشار پیمانه‌ای صفر است. (شکل ب)

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = 0$$

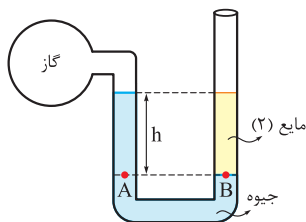


(ب)



۳ اگر فشار مطلق گاز از فشار هوا کم تر باشد، فشار پیمانه ای منفی است. (شکل پ)

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه ای}} = -\rho gh$$



پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل، دو نقطه A و B در یک مایع قرار دارند و هم تراز هستند؛

$$P_A = P_B \Rightarrow$$

بنابراین فشار A و B برابر است.

$$P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{جیوه}} gh = \rho_2 gh + P_0 \Rightarrow$$

$$\underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه ای گاز}} = \rho_2 gh - \rho_{\text{جیوه}} gh$$

فشار پیمانه ای گاز

$$P_{\text{پیمانه ای گاز}} = (\rho_2 - \rho_{\text{جیوه}}) gh = (3/4 - 13/6) \times 10^3 \times g \times 0/1 = -1020 \text{ gPa}$$

$$Pa \xrightarrow{\div (\frac{\rho_{\text{جیوه}} g}{100})} \text{cm Hg}$$

گام دوم: برای تبدیل پاسکال به سانتی متر جیوه از تکنیک زیر استفاده می کنیم.

توجه کنید، جیوه ρ در سیستم SI و بر حسب kg/m^3 برابر 13600 است.

$$P_{\text{پیمانه ای گاز}} = \frac{-1020 \text{ g}}{(\frac{13600 \text{ g}}{100})} = \frac{-102000}{13600} = \frac{-1020}{136} = -7/5 \text{ cmHg}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_{\text{Hg}}} \times h_2 = \frac{3/4}{13/6} \times 10 = 2/5 \text{ cmHg}$$

تکنیک از رابطه روبه رو، فشار مایع ۲ را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$P_{\text{گاز}} + 10 \text{ cmHg} = 2/5 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = -7/5 \text{ cmHg}$$

تست و پاسخ ۳۶

ارتفاع هر سه مایع یکسان است.

حجم های یکسان از سه مایع با چگالی های $\rho_1 = 1/7 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_2 = 0/85 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_3 = 0/8 \text{ g/cm}^3$ درون یک مخزن استوانه ای ریخته ایم. اگر ارتفاع کل مایع ها $8/16 \text{ m}$ و فشار هوا در محیط 73 cmHg باشد، فشار در کف مخزن چند سانتی متر جیوه است؟



$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3)$$

$$140(2)$$

$$160(1)$$

$$100(4)$$

$$120(3)$$

پاسخ: گزینه ۲



درس نامه ۰۰۰ (۱) اگر در ظرفی دو یا چند مایع مخلوط نشدنی ریخته شوند، مایع ها براساس چگالی شان،

درون ظرف قرار می گیرند به طوری که هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، در قسمت پایین تر ظرف قرار

می گیرد. برای مثال در شکل روبه رو داریم: $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

(۲) فشار ناشی از مایع در یک نقطه درون آن از رابطه زیر به دست می آید:

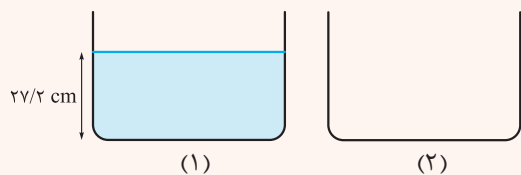
$$\text{چگالی مایع (kg/m}^3\text{)}$$

$$\text{عمق نقطه از سطح مایع (m)} \leftarrow P = \rho gh \rightarrow \text{فشار حاصل از مایع (Pa)}$$

$$\text{شتاب گرانش (m/s}^2\text{)}$$

(۳) یکی از یکاهای متداول فشار، سانتی متر جیوه است. فشار «h سانتی متر جیوه» یعنی فشاری که ناشی از ارتفاع h سانتی متر از مایع جیوه است.





برای فهم بهتر، مثال زیر را بخوانید.
 دو ظرف مشابه (۱) و (۲) را در نظر بگیرید. در ظرف (۱) به ارتفاع $27/2 \text{ cm}$ آب ریخته‌ایم که فشار P_1 را بر کف ظرف (۱) وارد می‌کند. می‌خواهیم بدانیم چه ارتفاعی بر حسب سانتی‌متر از مایع جیوه در ظرف (۲) بریزیم تا همان فشار P_1 را بر کف ظرف (۲) وارد کند.

چون فشار حاصل از آب در کف ظرف (۱) با فشار حاصل از جیوه در کف ظرف (۲) برابر است؛ پس $P_1 = P_2$ است و می‌توانیم بنویسیم:

$$P_1 = P_2 \xrightarrow{P = \rho gh} \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, h_{\text{آب}} = 27/2 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3} \rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

یعنی اگر به ارتفاع 2 cm از مایع جیوه در ظرف (۲) بریزیم، فشاری که این 2 cm جیوه بر کف ظرف (۲) وارد می‌کند، برابر با فشاری است که $27/2 \text{ cm}$ آب بر کف ظرف (۱) وارد می‌کند. به عبارت دیگر، فشاری که $27/2 \text{ cm}$ آب بر کف ظرف (۱) وارد می‌کند، برابر با 2 cmHg سانتی‌متر جیوه است.

پاسخ تشریحی گام اول: هر سه مایع، درون یک مخزن استوانه‌ای ریخته شده‌اند و از آن‌جا که حجم هر سه مایع یکسان است؛ بنابراین ارتفاع هر سه مایع برابر است.

$$\text{ارتفاع هر سه مایع برابر است} \Rightarrow \frac{\text{ارتفاع کل}}{3} = \frac{8/16}{3} = 2/72 \text{ m} = 272 \text{ cm}$$

$$P_{\text{cmHg-(1) مایع}} = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1/7 \times 272}{13/6} = 34 \text{ cmHg}$$

گام دوم: فشار ستون مایع (۱) را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{cmHg-(2) مایع}} = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{0/85 \times 272}{13/6} = 17 \text{ cmHg}$$

گام سوم: فشار ستون مایع (۲) را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

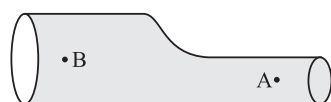
$$P_{\text{cmHg-(3) مایع}} = \frac{\rho_3 h_3}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{0/8 \times 272}{13/6} = 16 \text{ cmHg}$$

گام چهارم: فشار ستون مایع (۳) را بر حسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

گام پنجم: فشار در کف مخزن ناشی از فشار هوا و فشار سه مایع است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{کف ظرف}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_0 = 34 + 17 + 16 + 73 = 140 \text{ cmHg}$$

تست و پاسخ ۳۷



$$A_A v_A = 375 \text{ L/min}$$

طبق معادله پیوستگی
 شارش حجمی در مقطع گذرنده از
 نقطه B هم، همین مقدار است.

در شکل روبه‌رو اگر آهنگ شارش حجمی شاره در مقطع گذرنده از نقطه A، 375 L/min و تندی شاره در نقطه‌های A و B به ترتیب از راست به چپ 10 m/s و 2 m/s باشد، اختلاف مساحت مقطع لوله در دو قسمت A و B چند سانتی‌متر مربع است؟

$$31/5 \text{ (2)}$$

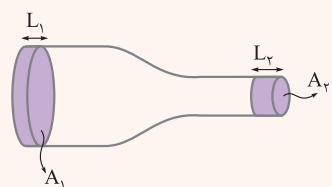
$$125 \text{ (4)}$$

$$25 \text{ (1)}$$

$$62/5 \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه •• معادله پیوستگی



شکل روبه‌رو شاره تراکم‌ناپذیری با جریان لایه‌ای را نشان می‌دهد که در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت حرکت می‌کند. در حالت پایا و در مدت‌زمان یکسان، جرم و حجم یکسانی از هر دو مقطع می‌گذرد. حجمی از شاره که در مدت‌زمان t از سطح مقطع (۱) عبور می‌کند، برابر با حجمی از شاره است که در همین مدت‌زمان از سطح مقطع (۲) عبور می‌کند؛ یعنی داریم:

$$A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow{t_1 = t_2} A_1 \frac{L_1}{t_1} = A_2 \frac{L_2}{t_2} \xrightarrow{\frac{L_1}{t_1} = v_1, \frac{L_2}{t_2} = v_2} A_1 v_1 = A_2 v_2$$



پاسخ تشریحی

گام اول: آهنگ شارش حجمی شاره را بر حسب m^3/s به دست می آوریم:

$$\text{آهنگ جریان شاره} = 375 \frac{L}{\min} \times \frac{1m^3}{1000L} \times \frac{1\min}{60s} = \frac{1}{160} m^3/s$$

گام دوم: طبق معادله پیوستگی برای شاره‌های تراکم‌ناپذیر، آهنگ جریان شاره (Av) در طول لوله یکسان است؛ بنابراین داریم:

$$A_A v_A = \frac{1}{160} (m^3/s) \Rightarrow A_A \times 10 = \frac{1}{160} \Rightarrow A_A = \frac{1}{1600} m^2$$

$$A_B v_B = \frac{1}{160} (m^3/s) \Rightarrow A_B \times 2 = \frac{1}{160} \Rightarrow A_B = \frac{1}{320} m^2$$

$$A_B - A_A = \frac{1}{320} - \frac{1}{1600} = \frac{4}{1600} = \frac{1}{400} m^2 = \frac{10^4 cm^2}{400} = 25 cm^2$$

تست و پاسخ ۳۸

اگر تندی جسمی را ۲۰ درصد افزایش دهیم، انرژی جنبشی آن ۲۲ J افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی اولیه جسم چند ژول بوده است؟

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 22 J$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{120}{100} = 1/2$$

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: نسبت انرژی جنبشی در حالت دوم به حالت اول را به دست می آوریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 1 \times \left(\frac{1/2 v_1}{v_1}\right)^2 = 1/4$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 22 \xrightarrow{K_2 = 1/4 K_1} 1/4 K_1 - K_1 = 22 \quad \text{گام دوم: تغییرات انرژی جنبشی جسم، } 22 J \text{ است؛ بنابراین داریم:}$$

$$\Rightarrow 0/44 K_1 = 22 \Rightarrow K_1 = \frac{22}{0/44} = \frac{2200}{44} = \frac{100}{2} = 50 J$$

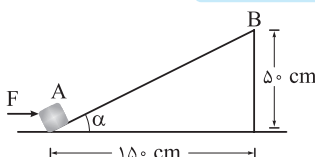
تست و پاسخ ۳۹

در شکل زیر جسمی به جرم $2/5 \text{ kg}$ در نقطه A ساکن است. این جسم با نیروی افقی و ثابت $F = 20 N$ تا نقطه B منتقل شده و متوقف می‌شود.

کار نیروهای تلف‌کننده در طی این حرکت چند ژول است؟ ($g = 10 N/kg$)

$$v_A - v_B = 0 \Rightarrow \Delta K = 0$$

W نیروهای اتلافی = ?



-۱۲/۵ (۱)

-۱۷/۵ (۲)

-۲۲/۵ (۳)

-۲۷/۵ (۴)

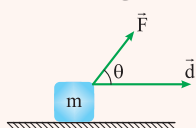
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ۱۰۰ (۱) شکل زیر، جسمی به جرم m را نشان می‌دهد که تحت تأثیر نیروی $\vec{F}$ قرار دارد و به اندازه d جابه‌جا می‌شود.

کار نیروی $\vec{F}$ از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$W_F = Fd \cos \theta$$

زاویه بین بردار نیرو ($\vec{F}$) و بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$)



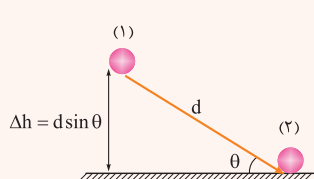
(۲) کار نیروی وزن به مسیر حرکت وابسته نیست و تنها به تغییرات ارتفاع (جابه‌جایی در راستای قائم) بستگی دارد. اگر مکان نهایی جسم نسبت به مکان اولیه پایین‌تر باشد، کار نیروی وزن مثبت و اگر مکان نهایی جسم نسبت به مکان اولیه بالاتر باشد، کار نیروی وزن منفی است.

مکان نهایی پایین‌تر از مکان اولیه باشد.

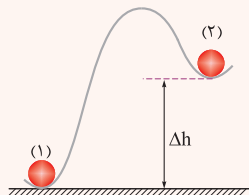
$$W_{mg} = \pm mg \Delta h$$

تغییرات ارتفاع مکان نهایی بالاتر از مکان اولیه باشد.

در شکل‌های زیر کار نیروی وزن جسمی به جرم m را برای ۳ حالت مختلف به دست می‌آوریم:



$$W_{mg} = +mg\Delta h = mgd \sin \theta$$



$$W_{mg} = -mg\Delta h$$



$$W_{mg} = 0$$

پاسخ تشریحی گام اول: وجود نیروی F ، ما را مجاب خواهد کرد که از رابطه $W_t = \Delta K$ استفاده کنیم و به سراغ رابطه $E_p - E_k = W_F$ نرویم.

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -2/5 \times 10 \times 0/5 = -12/5 \text{ J}$$

گام دوم: کار نیروی وزن را به دست می‌آوریم.

توجه کنید، زمانی که جسم رو به بالا حرکت کند از رابطه $-mg\Delta h$ و زمانی که جسم رو به پایین حرکت کند از رابطه $+mg\Delta h$ برای محاسبه کار نیروی وزن استفاده می‌کنیم.

گام سوم: کار نیروی F را به دست می‌آوریم. برای محاسبه W_F کافی است جابه‌جایی در جهت نیروی F را در نظر بگیریم: ($d \cos \alpha = d_x = 1/5 \text{ m}$)

$$W_F = Fd \cos \alpha \Rightarrow W_F = Fd_x = 20 \times 1/5 = 30 \text{ J}$$

گام چهارم: از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم و کار نیروهای اتلافی را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_F + W_{\text{اتلافی}} = \Delta K$$

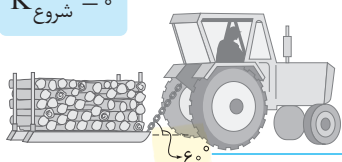
تندی جسم در نقطه‌های A و B صفر است؛ بنابراین $K_B = K_A = 0$ و در نتیجه $\Delta K = 0$ است.

$$W_{mg} + W_F + W_{\text{اتلافی}} = 0 \Rightarrow -12/5 + 30 + W_{\text{اتلافی}} = 0 \Rightarrow W_{\text{اتلافی}} = -17/5 \text{ J}$$

تست و پاسخ ۴۰

مطابق شکل، کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از هیزم را از حال سکون روی یک زمین هموار به اندازه 250 m جابه‌جا می‌کند. اگر جرم سورتمه و بار آن 2000 kg باشد و تراکتور نیروی ثابت $F = 8000 \text{ N}$ را با زاویه 60° بالای افق به سورتمه وارد کند و نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3000 \text{ N}$ باشد، انرژی جنبشی سورتمه و بار آن در پایان این جابه‌جایی چند کیلوژول می‌شود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

$$K_{\text{شروع}} = 0$$



زاویه بین F و جابه‌جایی 60° است.

$$250 \text{ (1)}$$

$$500 \text{ (2)}$$

$$1000 \text{ (3)}$$

$$1250 \text{ (4)}$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: کار نیروهای F و f_k را جداگانه به دست می‌آوریم.

$$W_F = Fd \cos \alpha = 8000 \times 250 \times \cos 60^\circ = 1000000 \text{ J} = 1000 \text{ kJ}$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -3000 \times 250 = -750000 \text{ J} = -750 \text{ kJ}$$

توجه کنید زاویه‌ای که بردار جابه‌جایی با بردار نیروی F می‌سازد، 60° است.

گام دوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی، انرژی جنبشی در پایان مسیر را به دست می‌آوریم.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} = K_{\text{پایان}} - K_{\text{ابتدا}}$$

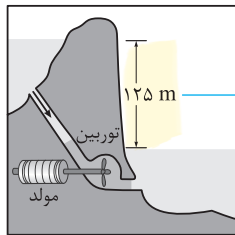
تراکتور از حال سکون شروع به حرکت کرده است؛ بنابراین $K_{\text{ابتدا}} = 0$ است.

$$1000 - 750 = K_{\text{پایان}} \Rightarrow K_{\text{پایان}} = 250 \text{ kJ}$$



تست و پاسخ ۴۱

آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی، از مسیری مطابق شکل روی پره های توربین می ریزد و انرژی الکتریکی تولید می شود. اگر در هر ثانیه ۲۰۰ مترمکعب آب روی توربین بریزد و توان خروجی مولد نیروگاه ۲۰۰ MW باشد، بازده نیروگاه چند درصد است؟



از ارتفاع در محاسبه P_{in} استفاده می شود.

$$P_{out} = 200 \text{ MW}$$

$$(g = 10 \text{ N/kg}, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ kg/L})$$

در هر ثانیه $m = 200000 \text{ kg}$ آب روی توربین می ریزد.

۷۵ (۱)

۹۰ (۲)

۸۵ (۳)

۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: توان ورودی توربین از انرژی پتانسیل گرانشی آب به دست می آید؛ بنابراین داریم:

$$P_{in} = \frac{mg\Delta h}{t} = \frac{(\rho V) \times g\Delta h}{t} = \frac{1000 \times 200 \times 10 \times 125}{1} = 250 \times 10^6 \text{ W} = 250 \text{ MW}$$

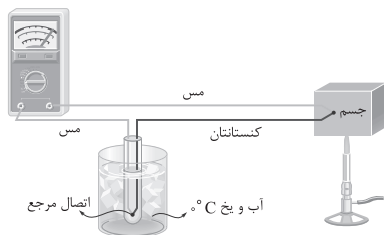
گام دوم: توان ورودی ۲۵۰ MW از کار نیروی گرانشی به دست می آید که ۲۰۰ MW از آن به انرژی الکتریکی تبدیل می شود؛ بنابراین بازده توربین برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \frac{200}{250} \times 100 = 80\%$$

توجه کنید که یکای kg/L معادل g/cm^3 است.

تست و پاسخ ۴۲

شکل مقابل یک را نشان می دهد که جزء دماسنج های معیار به حساب و کمیت دماسنجی در آن، است.



(۱) ترموکوپل - نمی آید - جریان الکتریکی

(۲) ترموکوپل - نمی آید - اختلاف پتانسیل الکتریکی

(۳) دماسنج مقاومت پلاتینی - می آید - جریان الکتریکی

(۴) دماسنج مقاومت پلاتینی - می آید - اختلاف پتانسیل الکتریکی

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه شکل مقابل، یک دماسنج ترموکوپل را نشان می دهد.

ترموکوپل یک مدار الکتریکی است که در اثر تغییر دما، عدد ولتسنج آن تغییر می کند؛ بنابراین کمیت دماسنجی ترموکوپل، اختلاف پتانسیل است. به دلیل اختلاف دما بین اتصال آزمون و اتصال مرجع، بین این دو اتصال اختلاف پتانسیل ایجاد می شود. با مرتبط کردن عدد ولتسنج با این اختلاف دما، می توانیم دمای جسم را اندازه بگیریم.

محدوده دماسنجی ترموکوپل ها به جنس سیم های A و B بستگی دارد و می تواند دماهای خیلی بالا را اندازه گیری کند. به دلیل جرم کوچک سیم ها

در محل اتصال، سرعت اندازه گیری بالایی دارند. مزیت دیگر این دماسنج، قابل استفاده بودن در مدارهای الکترونیکی است.

دماسنج ترموکوپل قبلاً جزء دماسنج های معیار بوده است، اما به دلیل دقت کمی که نسبت به دماسنج های معیار جدید دارد، دیگر دماسنج معیار محسوب نمی شود.



پاسخ تشریحی مطابق با شکل کتاب درسی، شکل نشان دهنده دماسنج ترموکوپل است.

سه دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تفسنج (پیرومتر) جزء دماسنج‌های معیار محسوب می‌شوند و دماسنج ترموکوپل جزء دماسنج‌های معیار نیست.

کمیت دماسنجی دماسنج ترموکوپل، ولتاژ (اختلاف پتانسیل الکتریکی) است.

تست و پاسخ ۴۳

دمای یک قطعه یخ را از -4°C به -1°C می‌رسانیم. حجم این قطعه چند درصد افزایش می‌یابد؟ ($\alpha_{\text{یخ}} = 5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 3\alpha \Delta\theta \times 100$$

۰/۱۵ (۲)

۰/۴۵ (۱)

۰/۰۱۵ (۴)

۰/۰۴۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی درصد تغییرات حجم جسم بر اثر انبساط، برای جامدها از رابطه $3\alpha \Delta\theta \times 100$ و برای مایع‌ها از رابطه $\beta \Delta\theta \times 100$ به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$3\alpha \Delta\theta \times 100 = 3 \times 5 \times 10^{-5} \times (-1 - (-4)) \times 100$$

$$= 15 \times 10^{-5} \times 30 \times 100 = 45 \times 10^{-2} = 0/45\%$$

تست و پاسخ ۴۴

یک سماور برقی با ظرفیت گرمایی $1/6 \text{ kJ/K}$ حاوی ۲ لیتر آب با دمای 20°C است. اگر توان مفید گرمکن این سماور 2500 W باشد، چند دقیقه طول می‌کشد تا دمای آب درون سماور به 80°C برسد؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

$$P = \frac{Q}{t} = 2500 \text{ W}$$

۷ (۲)

۸ (۱)

۳/۵ (۴)

۴ (۳)

دمای آب و سماور هر دوبه 80°C برسند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: آب و سماور برقی در حالت اول در تعادل هستند و دمای آن‌ها 20°C است و برای رسیدن دمای آب به 80°C ، تغییرات دمای هر دوی آن‌ها برابر و 60°C است.

$$\Delta\theta_{\text{سماور برقی}} = \Delta\theta_{\text{آب}} = 80 - 20 = 60^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: گرمایی که دمای آب و سماور برقی را 60°C بالا می‌برد، به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow Q = 2 \times 4200 \times 60 + 1600 \times 60 = 600000 \text{ J}$$

توجه کنید، ۲ لیتر آب، 2 kg جرم دارد و ظرفیت گرمایی سماور بر حسب J/K برابر 1600 است.

گام سوم: به کمک رابطه $P = \frac{Q}{t}$ ، مدت‌زمان لازم برای این تغییر دما را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 2500 = \frac{600000}{t} \Rightarrow t = \frac{600000}{2500} = 240 \text{ s} = 4 \text{ min}$$

تست و پاسخ ۴۵

مقداری یخ با دمای -20°C را درون 500 g آب 30°C می‌ریزیم. اگر تا رسیدن به تعادل گرمایی، آب 42 kJ گرما از دست بدهد، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ ($c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$, $L_F = 336 \text{ J/g}$)

همین مقدار گرما را یخ دریافت کرده است.

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

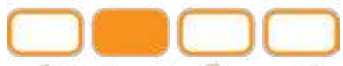


آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir





پاسخ تشریحی گام اول: ۵۰۰ گرم آب 3°C با از دست دادن ۴۲ kJ گرما به تعادل می‌رسد، دمای تعادل (θ_e) را به دست می‌آوریم:

$$Q_{\text{آب}} = mc_{\text{آب}}\Delta\theta \Rightarrow -42000 = 0.5 \times 4200 \times (\theta_e - 3) \Rightarrow \theta_e - 3 = \frac{-42000}{0.5 \times 4200} = \frac{-10}{0.5} = -20 \Rightarrow \theta_e = 1^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: مقدار گرمایی که آب از دست می‌دهد با مقدار گرمایی که m گرم یخ -2°C دریافت می‌کند تا به تعادل گرمایی (1°C) برسد، برابر است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 42 \text{ kJ} \Rightarrow m \times c_{\text{یخ}} \times \Delta\theta_1 + mL_F + m \times c_{\text{آب}} \times \Delta\theta_2 = 42000 \text{ J}$$

$$m \times 2 / 1 \times 20 + m \times 336 + m \times 4 / 2 \times 10 = 42000 \Rightarrow 42m + 336m + 42m = 42000$$

$$\Rightarrow m + 8m + m = 1000 \Rightarrow 10m = 1000 \Rightarrow m = 100 \text{ g}$$

طرفین تساوی را بر ۴۲ تقسیم می‌کنیم.

تکنیک توجه کنید در رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، جرم را بر حسب گرم و c را بر حسب $\frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$ نوشتیم و L_F را بر حسب $\frac{\text{J}}{\text{g}}$ به کار بردیم.

$$c_{\text{آب}} = 4 / 2 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} \quad c_{\text{یخ}} = 2 / 1 \frac{\text{J}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} \quad L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

تست و پاسخ ۴۶

یک حباب هوا به حجم 3 cm^3 ته یک دریاچه به عمق 18 m قرار دارد که دما در آنجا 7°C است. حباب تا سطح آب بالا می‌آید که در آنجا دما 27°C است. اگر فشار هوا در سطح دریا 1 bar باشد، حجم حباب در سطح آب چند سانتی‌متر مکعب خواهد شد؟

$$(g = 10 \text{ N/kg}, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3)$$

$$P_1 = P_0 + \rho gh \quad T_1 = 273 + 7 = 280 \text{ K}$$

$$P_2 = P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 273 + 27 = 300 \text{ K}$$

۶ (۲)

۱ (۴)

۹ (۱)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ۱ هر 10 متری که در عمق آب پایین برویم، فشار به اندازه 1 bar افزایش می‌یابد.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

۲ قانون گازهای کامل:

$T =$ دمای مطلق

$V =$ حجم

$P =$ فشار

دمای کلوین

$$T = \theta + 273$$

دمای سلسیوس

۳ رابطه بین دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلوین:

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به قسمت اول درس‌نامه، فشار ته دریاچه را حساب می‌کنیم:

$$P_1 = P_0 + P_g \xrightarrow{P_0 = 1 \text{ bar}} P_1 = 1 + 1 / 8 = 2 / 8 \text{ bar}$$

$$P_g = \frac{18}{1} = 18 \text{ bar}$$

$$T_1 = \theta_1 + 273 \xrightarrow{\theta_1 = 7^{\circ}\text{C}} T_1 = 7 + 273 = 280 \text{ K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 \xrightarrow{\theta_2 = 27^{\circ}\text{C}} T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

گام دوم: دماها را بر حسب کلوین می‌نویسیم:

گام سوم: با استفاده از قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1 = 2/8 \text{ bar}, P_2 = 1 \text{ bar}, V_1 = 3 \text{ cm}^3, T_1 = 280 \text{ K}, T_2 = 300 \text{ K}} \frac{2/8 \times 3}{280} = \frac{1 \times V_2}{300} \Rightarrow V_2 = 9 \text{ cm}^3$$

تست و پاسخ ۴۷

مخلوطی از گازهای اکسیژن و هیدروژن درون یک مخزن فلزی به حجم ۲۰ L و دمای ۲۷ °C قرار دارند و فشارسنج عدد ۴ atm را نشان می‌دهد. اگر جرم اکسیژن، دو برابر جرم هیدروژن باشد، جرم گاز موجود در مخزن چند گرم است؟

(جرم مولی هیدروژن و اکسیژن به ترتیب ۲ g/mol و ۳۲ g/mol است، $P_0 = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ و $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

فشار پیمانه‌ای (سنجه‌ای) را نمایش می‌دهد.

$$\frac{25}{9} \quad (1) \quad \frac{200}{9} \quad (2) \quad \frac{200}{27} \quad (3) \quad \frac{25}{9} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: با استفاده معادله حالت گاز کامل، $PV = nRT$ ؛ تعداد مول گاز را به دست می‌آوریم. توجه کنید که در این رابطه فشار مطلق گاز را باید در نظر بگیریم و دما برحسب کلوین است.

$$PV = nRT \rightarrow \frac{P_{\text{مطلق گاز}} = P_0 + P_{\text{پیمانه‌ای}} = 1 + 4 = 5 \text{ atm} = 5 \times 10^5 \text{ Pa}}{5 \times 10^5 \times (20 \times 10^{-3})} = n \times 8 \times (273 + 27)$$

$$n = \frac{10^4}{8 \times 300} = \frac{100}{24} \text{ mol}$$

گام دوم: تعداد مول‌های گاز، از مجموع تعداد مول‌های گازهای اکسیژن و هیدروژن تشکیل شده است؛ بنابراین داریم:

$$n_{O_2} + n_{H_2} = \frac{100}{24} \rightarrow \frac{n}{M} \rightarrow \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} + \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{100}{24} \Rightarrow \frac{m_{O_2}}{32} + \frac{m_{H_2}}{2} = \frac{100}{24} \rightarrow \frac{m_{O_2} = 2m_{H_2}}{32} + \frac{m_{H_2}}{2} = \frac{100}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{m_{H_2}}{16} + \frac{m_{H_2}}{2} = \frac{100}{24} \Rightarrow \frac{9m_{H_2}}{16} = \frac{100}{24} \Rightarrow m_{H_2} = \frac{200}{27} \text{ g}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{O_2} + m_{H_2} = 3m_{H_2} = 3 \times \frac{200}{27} = \frac{200}{9} \text{ g}$$

تست و پاسخ ۴۸

طی یک فرایند بی‌دررو، ۲ مول گاز کامل ۴۸۰ J کار روی محیط انجام می‌دهد. انرژی درونی گاز طی این فرایند چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

گاز روی محیط کار انجام می‌دهد: $W = -480 \text{ J}$.

(۱) افزایش، ۴۸۰
(۲) کاهش، ۴۸۰
(۳) افزایش، ۲۴۰
(۴) کاهش، ۲۴۰

$Q = 0$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: در فرایند بی‌دررو، گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط صفر است؛ به عبارتی $Q = 0$ است؛ در نتیجه داریم:

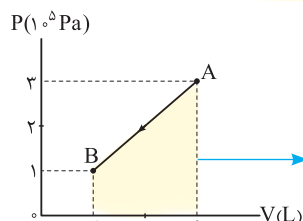
$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$$

گام دوم: در رابطه قانون اول ترمودینامیک ($\Delta U = Q + W$)، کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه است و از آنجا که در این فرایند

گاز روی محیط کار انجام داده است، پس $W = -480 \text{ J}$ است؛ بنابراین داریم: انرژی درونی گاز کاهش یافته است. $\Delta U = W = -480 \text{ J} \Rightarrow$

تست و پاسخ ۴۹

نمودار $P-V$ برای مقداری گاز آرمانی مطابق شکل است. اگر انرژی درونی گاز در طی این فرایند ۳۵۰۰ J تغییر کرده باشد، گاز در طی این فرایند، ژول گرما است.



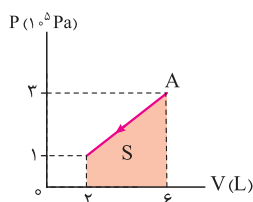
$$P_B V_B < P_A V_A \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow \Delta U = -3500 \text{ J}$$

مساحت زیر نمودار بیانگر کار انجام‌شده است.

حجم در حال کاهش است؛ پس $W > 0$.

- (۱) ۴۳۰۰، گرفته
(۲) ۴۳۰۰، از دست داده
(۳) ۲۵۰۰، گرفته
(۴) ۲۵۰۰، از دست داده

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی گام اول: مساحت محدود در زیر نمودار P-V بیانگر کار انجام شده توسط محیط روی گاز است و از آنجا که در طی فرایند، حجم گاز کاهش یافته است، W مثبت است. مطابق شکل مساحت ناحیه هاشورخورده بیانگر W است.

$$W = +S = \frac{(1 \times 10^5 + 3 \times 10^5) \times 4 \times 10^{-3}}{2} \Rightarrow$$

$$W = \frac{4 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3}}{2} = 800 \text{ J}$$

گام دوم: طبق رابطه $PV = nRT$ نتیجه می گیریم که دمای مطلق گاز متناسب با PV است ($T \propto PV$) و از طرفی انرژی درونی گاز هم متناسب با دما هست ($U \propto T$)؛ بنابراین می توانیم نتیجه بگیریم:

از آنجا که $P_B V_B = 200 \text{ J}$ و $P_A V_A = 1800 \text{ J}$ است، نتیجه می گیریم انرژی درونی در طی فرایند A تا B کاهش یافته است و $\Delta U = -3500 \text{ J}$ منفی است.

گام سوم: از رابطه $\Delta U = Q + W$ برای محاسبه گرمای مبادله شده گاز با محیط استفاده می کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=+800 \text{ J}, \Delta U=-3500 \text{ J}} -3500 = Q + 800$$

گاز در طی این فرایند 4300 ژول گرما از دست داده است. $Q = -4300 \text{ J} \Rightarrow$

تست و پاسخ ۵۰

مقدار ۲ / مول گاز آرمانی با دمای 87°C را به طور هم دما متراکم نموده و سپس به صورت بی دررو آن را منبسط می کنیم تا به حجم اولیه برسد.

اگر دمای نهایی گاز پس از این دو فرایند به 57°C برسد، فشار گاز طی این دو فرایند چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right) \times 100$$

(۲) ۲۵٪، کاهش

(۴) ۴۰٪، کاهش

(۱) ۲۵٪، افزایش

(۳) ۴۰٪، افزایش

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: اگر حجم اولیه گاز را V_1 و فشار اولیه آن را P_1 در نظر بگیریم، در طی فرایند هم دما، گاز متراکم شده و حجم و فشار آن به V_2 و P_2 می رسد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=T_2} P_1 V_1 = P_2 V_2$$

گام دوم: در یک فرایند بی دررو، گاز با حجم V_2 و فشار P_2 به گاز با حجم V_3 و فشار P_3 می رسد، رابطه بین حالت دوم و سوم به صورت زیر برقرار است:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \xrightarrow{T_1=T_2=T_3=273+87=360 \text{ K}} \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$$

همان طور که در گام اول متوجه شدیم، $P_1 V_1 = P_2 V_2$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{\text{حجم در حالت (۲) برابر حالت (۱) است.}} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{360} = \frac{P_2}{216} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{216}{360} = \frac{3}{5}$$

$$\text{درصد تغییرات فشار} = \left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{3}{5} - 1\right) \times 100 = -40\%$$

فشار گاز، ۴۰ درصد کاهش یافته است.

تکنیک می توانیم قانون گازهای کامل را مستقیماً بین حالت اول و آخر بنویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=273+87=360 \text{ K}, V_1=V_2} \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{360} = \frac{P_2}{216} \Rightarrow P_2 = \frac{3}{5} P_1$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{5} P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -40\%$$

یعنی فشار گاز ۴۰ درصد کاهش یافته است.

فیزیک یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۳۰

تست و پاسخ (۳۱)

دو کرهٔ رسانای مشابه کوچک دارای بارهای الکتریکی q_1 و $q_2 = -4q_1$ هستند و یکدیگر را با نیروی 45 mN می‌ربایند. اگر 50° درصد از بار q_2 را به کرهٔ دیگر منتقل کنیم و فاصلهٔ میان آن‌ها را 50° درصد افزایش دهیم، اندازهٔ نیرویی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند میلی‌نیوتون تغییر خواهد کرد؟

۱۵ (۴)

۳۰ (۳)

۳۵ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه (۲)

درس نامه

قانون کولن: اگر بارهای q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گیرند، اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای که به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \quad , \quad k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

اندازهٔ نیروی الکتریکی (N) وارد بر هر بار (C) بزرگی بار q_1 (C) بزرگی بار q_2 (C) فاصلهٔ بین دو بار (m) ثابت کولن

پاسخ تشریحی گام اول: اگر 50° درصد از بار q_2 را به کرهٔ رسانا با بار q_1 منتقل کنیم، آن‌گاه بار هریک از کره‌ها برابر است با (بار کره‌ها در حالت دوم را با علامت پریم نشان دادیم):

$$q'_2 = q_2 - \frac{50^\circ}{100^\circ} q_2 \xrightarrow{q_2 = -4q_1} q'_2 = -4q_1 - \frac{50^\circ}{100^\circ} (-4q_1) = -2q_1$$

$$q'_1 = q_1 + \frac{50^\circ}{100^\circ} q_2 \xrightarrow{q_2 = -4q_1} q'_1 = q_1 + \frac{50^\circ}{100^\circ} (-4q_1) = -q_1$$

گام دوم: حالا کافی است قانون کولن را به صورت نسبتی بنویسیم تا نیروی الکتریکی‌ای را که دو کره در حالت دوم به یکدیگر وارد می‌کنند، به دست بیاوریم.

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1| |q'_2|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{q'_1 = -q_1, q'_2 = -2q_1, F_1 = 45 \text{ mN}} \xrightarrow{q_2 = -4q_1, r_2 = r_1 + \frac{50^\circ}{100^\circ} r_1 = \frac{3}{2} r_1}$$

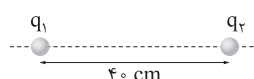
$$\frac{F_2}{45} = \frac{q_1 \times 2q_1}{q_1 \times 4q_1} \times \left(\frac{\frac{2}{3} r_1}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{45} = \frac{1}{9} \times \frac{4}{9} \Rightarrow F_2 = 10 \text{ mN}$$

گام سوم: نیروی الکتریکی بین دو کره، قبل از انتقال بار برابر با $F_1 = 45 \text{ mN}$ و پس از انتقال بار برابر با $F_2 = 10 \text{ mN}$ است، پس نیروی الکتریکی بین آن‌ها، پس از انتقال بار، به اندازهٔ 35 mN تغییر می‌کند.

$$\Delta F = F_2 - F_1 \xrightarrow{F_1 = 45 \text{ mN}, F_2 = 10 \text{ mN}} \Delta F = 10 - 45 = -35 \text{ mN} \quad (\text{علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش نیرو است}).$$

تست و پاسخ (۳۲)

در شکل زیر دو بار نقطه‌ای و ساکن q_1 و q_2 در فاصلهٔ 40 cm از یکدیگر قرار دارند. اگر میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_2 ، $9 \times 10^3 \text{ N/C}$ و میدان الکتریکی بار q_2 در محل بار q_1 ، $3 \times 10^4 \text{ N/C}$ باشد، نیرویی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، چند نیوتون



است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

36×10^{-3} (۲)

48×10^{-3} (۱)

$3/6 \times 10^{-3}$ (۴)

$4/8 \times 10^{-3}$ (۳)

پاسخ: گزینه (۲)



درس نامه...

میدان الکتریکی: هر بار الکتریکی در فضای اطراف خود خاصیتی را ایجاد می کند که وقتی بار دیگری در این فضا قرار گیرد، تحت تأثیر قرار گرفته و به آن نیرو وارد می شود. این خاصیت را میدان الکتریکی می گوئیم. اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصله r از آن، از رابطه زیر به دست می آید:

اندازه بار الکتریکی (C) اندازه میدان الکتریکی (N/C)

$$E = k \frac{|q|}{r^2}, \quad k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

$\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ ثابت کولن r^2 فاصله از بار (m)

گام اول: ابتدا اندازه هریک از بارهای الکتریکی را با توجه به میدان الکتریکی حاصل از آن به دست می آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \quad \frac{E_1 = 9 \times 10^9 N/C, r_1 = 4 \times 10^{-1} m}{k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}} \rightarrow 9 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{|q_1|}{16 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1| = 16 \times 10^{-8} C$$

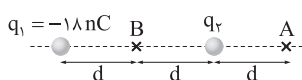
$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \quad \frac{E_2 = 3 \times 10^4 N/C, r_2 = 4 \times 10^{-1} m}{k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}} \rightarrow 3 \times 10^4 = 9 \times 10^9 \frac{|q_2|}{16 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_2| = \frac{16}{3} \times 10^{-7} C$$

گام دوم: حالا با استفاده از قانون کولن، نیروی الکتریکی ای که بار q_1 به بار q_2 وارد می کند را محاسبه می کنیم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad \frac{|q_1| = 16 \times 10^{-8} C, |q_2| = \frac{16}{3} \times 10^{-7} C}{k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}, r = 4 \times 10^{-1} m} \rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{16 \times 10^{-8} \times \frac{16}{3} \times 10^{-7}}{16 \times 10^{-2}} = 4/8 \times 10^{-3} N$$

تست و پاسخ ۳۳

در شکل زیر اگر میدان الکتریکی خالص در دو نقطه A و B برابر $\vec{E}$ باشد، بار q_2 چند نانوکولن است؟



۸ (۲)

-۸ (۱)

$\frac{16}{3}$ (۴)

$-\frac{16}{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

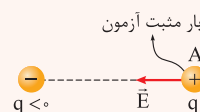
درس نامه...

جهت بردار میدان الکتریکی: برای این که جهت بردار میدان الکتریکی ($\vec{E}$) حاصل از بار الکتریکی (q) را در یک نقطه مشخص کنیم، کافیست در آن نقطه یک بار مثبت آزمون قرار دهیم. در این صورت، جهت میدان الکتریکی در آن نقطه، هم جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت آزمون است. در شکل های زیر، جهت میدان الکتریکی حاصل از بارهای مثبت و منفی در نقطه A را مشخص کردیم:



(الف)

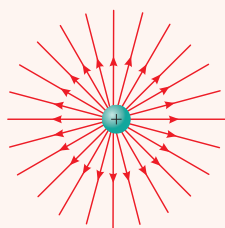
بار q بار آزمون q_0 را به سمت راست دفع می کند؛ پس جهت $\vec{E}$ هم به سمت راست است.



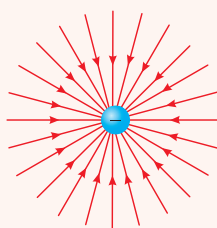
(ب)

بار q بار آزمون q_0 را به سمت چپ جذب می کند؛ پس جهت $\vec{E}$ هم به سمت چپ است.

به طور کلی می‌توانیم بگوییم جهت بردار میدان الکتریکی حاصل از بار مثبت در اطراف آن به سمت خارج (شکل پ) و جهت بردار میدان الکتریکی حاصل از بار منفی در اطراف آن به سمت داخل (شکل ت) است.



(پ)



(ت)

میدان الکتریکی خالص: برای این که میدان الکتریکی خالص در یک نقطه را به دست آوریم، ابتدا باید بردار میدان الکتریکی حاصل از هر بار الکتریکی در آن نقطه را مشخص کنیم، سپس برابند میدان‌ها در آن نقطه را به دست آوریم. در شکل‌های زیر، اندازه میدان الکتریکی خالص (E_T) در اطراف بارهای هم‌نام و ناهم‌نام را نشان دادیم:

(ث)

$$\vec{E}_1 \quad \vec{E}_2 \quad \vec{E}_T$$

$$E_{TA} = E_1 + E_2 \quad E_{TB} = |E_1 - E_2| \quad E_{TC} = E_1 + E_2$$

(ج)

$$\vec{E}_1 \quad \vec{E}_2 \quad \vec{E}_T$$

$$E_{TA} = E_1 + E_2 \quad E_{TB} = |E_1 - E_2| \quad E_{TC} = E_1 + E_2$$

(چ)

$$\vec{E}_1 \quad \vec{E}_2 \quad \vec{E}_T$$

$$E_{TA} = |E_1 - E_2| \quad E_{TB} = E_1 + E_2 \quad E_{TC} = |E_1 - E_2|$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا اندازه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

بار q_1 : اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطه B برابر با E_1 باشد، آن‌گاه اندازه میدان آن در نقطه A برابر است با:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_{1A}}{E_{1B}} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{r_A = \frac{1}{3}d, E_{1B} = E_1, r_B = d} \frac{E_{1A}}{E_1} = \left(\frac{d}{\frac{1}{3}d}\right)^2 \Rightarrow E_{1A} = \frac{1}{9}E_1$$

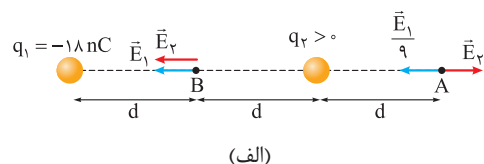
بار q_2 : اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در نقطه B برابر با E_2 باشد، آن‌گاه اندازه میدان آن در نقطه A برابر است با:

$$\frac{E_{2B}}{E_{2A}} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \xrightarrow{r_A = r_B = d, E_{2B} = E_2} \frac{E_2}{E_{2A}} = \left(\frac{d}{d}\right)^2 \Rightarrow E_2 = E_{2A}$$

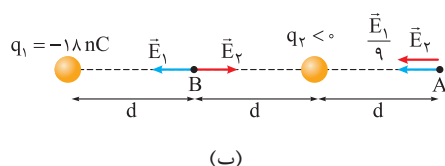
معلومه دیگر! فاصله بار q_2 از A و B یک‌یکه؛ پس می‌دانش هم یک‌یکه!

گام دوم: حالا بردارهای میدان الکتریکی را در نقطه‌های A و B رسم می‌کنیم. توجه کنید که علامت بار q_2 را نمی‌دانیم؛ پس هر دو حالت

(مثبت یا منفی) را در نظر می‌گیریم:



اگر بار q_2 مثبت باشد:



اگر بار q_2 منفی باشد:



گام سوم: باتوجه به این که بردار میدان الکتریکی خالص در نقطه‌های A و B یکسان است؛ پس اگر بار q_2 مثبت باشد (شکل الف) جهت میدان خالص در این نقاط به سمت چپ (پهن توی B به سمت چپ؛ پس توی A هم باید به سمت چپ باشد). و اگر بار q_2 منفی باشد (شکل ب) جهت میدان خالص در این دو نقطه باز هم به سمت چپ است.

$$q_2 > 0 \Rightarrow E_1 + E_2 = \frac{E_1}{q} - E_2 \Rightarrow \frac{1}{q} E_1 = -2E_2 \quad \times$$

$$q_2 < 0 \Rightarrow E_1 - E_2 = \frac{E_1}{q} + E_2 \Rightarrow \frac{1}{q} E_1 = 2E_2 \quad \checkmark$$

بنابراین بار q_2 منفی است (۲) و (۴) پرا) و مقدار آن را با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{q} E_1 = 2E_2 \xrightarrow{E = k \frac{|q|}{r^2}, q_1 = -\lambda n C, r_1 = r_2 = d} \frac{1}{q} k \frac{\lambda^2}{d^2} = 2k \frac{|q_2|}{d^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \lambda n C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -\lambda n C$$

تست و پاسخ ۳۴

ذره بارداری به جرم $8 \text{ g} / 10^3$ با تندی 10 m/s از نقطه A درون یک میدان الکتریکی پرتاب می‌شود و با تندی 5 m/s از نقطه B با پتانسیل الکتریکی 20 kV می‌گذرد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A، برابر 30 kV باشد، بار الکتریکی ذره چند میکروکولن است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره را نیروی الکتریکی در نظر بگیرید.)

(۴) -۶

(۳) +۶

(۲) -۳

(۱) +۳

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \rightarrow \text{تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار } q \text{ (J)} \\ q \rightarrow \text{بار الکتریکی (C)}$$

حواستون باشه تو این رابطه باید بار q رو با علامتش بذارین.

(۲) اگر ذره بارداری در یک میدان الکتریکی فقط تحت تأثیر میدان باشد (یعنی به جز نیروی الکتریکی، نیروی دیگری بر ذره وارد نشود)، اصل پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است:

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)

$$\Delta U_E = -\Delta K \rightarrow \text{تغییر انرژی جنبشی (J)}$$

پاسخ تشریحی با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ و با توجه به این که ذره فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\Delta U_E = -\Delta K} \Delta V = -\frac{\Delta K}{q} \xrightarrow{\Delta V = V_B - V_A, \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)} \rightarrow$$

$$V_B - V_A = -\frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{q} \xrightarrow{V_A = 30 \times 10^3 \text{ V}, V_B = 20 \times 10^3 \text{ V}, m = 8 \times 10^{-6} \text{ kg}, v_1 = 10 \text{ m/s}, v_2 = 5 \text{ m/s}} \rightarrow$$

$$-10 \times 10^3 = -\frac{\frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} (25 - 100)}{q} \Rightarrow q = -3 \times 10^{-6} \text{ C یا } q = -3 \mu\text{C}$$





تست و پاسخ ۳۵

یک خازن تخت را با یک باتری شارژ می‌کنیم و آن را از باتری جدا می‌نماییم. اگر در این حالت فاصلهٔ میان صفحات خازن را نصف و فضای خالی میان صفحات را با مادهٔ عایقی با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 5$ پر کنیم، میدان الکتریکی میان صفحات و انرژی ذخیره‌شده در خازن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟

$$10, \frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{10} \quad (3)$$

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$10, \frac{1}{10} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) ظرفیت خازن تخت: ظرفیت خازن تخت به ساختمان آن (κ و d, A) بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

κ : ثابت دی‌الکتریک
 ϵ_0 : ضریب گذردگی
 A : مساحت هر یک از صفحه‌ها (m^2)
 d : فاصلهٔ صفحات از هم (m)
 C : ظرفیت خازن (F)
 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$
 $\kappa_{\text{هوا}} \approx 1$
 $\frac{F}{m}$: الکتریکی خلأ

(۲) اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی یکنواخت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$|\Delta V| = E d$$

E : میدان الکتریکی (m)
 d : فاصلهٔ بین دو نقطه در راستای میدان الکتریکی
 $|\Delta V|$: اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)
 $\frac{V}{m}$: میدان الکتریکی

(۳) نسبت بار الکتریکی خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن برابر با ظرفیت خازن است.

$$C = \frac{Q}{V}$$

Q : بار الکتریکی خازن (C)
 V : دو سر خازن (V)
 C : اختلاف پتانسیل الکتریکی
 Q : ظرفیت خازن (F)

(۴) انرژی ذخیره‌شده در خازن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

U : انرژی ذخیره‌شده در خازن (J)
 Q : بار الکتریکی خازن (C)
 C : ظرفیت خازن (F)

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که فاصلهٔ بین صفحات خازن و هم‌چنین ثابت دی‌الکتریک آن تغییر کرده است، پس ظرفیت خازن

نیز تغییر می‌کند؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، نسبت $\frac{C_1}{C_2}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{d_2}{d_1} \xrightarrow{\kappa_2=5, \kappa_1=1} \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{5} \times \frac{d_2}{d_1} \xrightarrow{d_2=\frac{1}{2}d_1} \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{10}$$

گام دوم: از طرفی، وقتی خازن را پس از پرشدن از باتری جدا می‌کنیم، بار الکتریکی روی صفحات آن ثابت می‌ماند؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

نسبت انرژی ذخیره‌شده در خازن در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{C_2=10C_1} \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{10}$$

۱ و ۴ پُر!





گام سوم: هم چنین با استفاده از رابطه $Q = CV$ و $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ نسبت میدان الکتریکی بین صفحات خازن در حالت دوم به حالت اول را می توانیم بنویسیم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{\frac{Q_1=Q_2}{\frac{C_1}{C_2}=\frac{1}{2}}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{|\Delta V_2|}{|\Delta V_1|} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1}=\frac{1}{2}, \frac{d_1}{d_2}=2} \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

تست و پاسخ ۳۶

اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن را 20 V افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن و بار روی صفحات آن به ترتیب $5/4 \text{ mJ}$ و $360 \mu\text{C}$ افزایش می یابد. انرژی ذخیره شده اولیه در خازن چند میکروژول بوده است؟

۱۲۵ (۴)

۲۲۵ (۳)

۴۵۰ (۲)

۶۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

(۱) انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه زیر به دست می آید:

ظرفیت خازن (F)

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \rightarrow \text{اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن (V)}$$

 انرژی ذخیره شده در خازن (J)

(۲) اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن از V_1 به V_2 و بار الکتریکی روی صفحات آن از Q_1 به Q_2 تغییر کند، رابطه زیر برقرار است.

ظرفیت خازن (F)

$$\Delta Q = C \Delta V \rightarrow \text{تغییر اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)}$$

 تغییر بار الکتریکی (C)

گام اول: ابتدا ظرفیت خازن را با استفاده از رابطه $\Delta Q = C \Delta V$ به دست می آوریم:

$$\Delta Q = C \Delta V \xrightarrow{\frac{\Delta Q = 360 \times 10^{-6} \text{ C}}{\Delta V = 20 \text{ V}}} 360 \times 10^{-6} = 20 C \Rightarrow C = 18 \times 10^{-6} \text{ F}$$

گام دوم: حالا می توانیم با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} C V^2$ بنویسیم:

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow{\frac{U_2 - U_1 = 5/4 \times 10^{-3} \text{ J}}{C = 18 \times 10^{-6} \text{ F}, V_2 = V_1 + 20 \text{ V}}} 5/4 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 18 \times 10^{-6} [(V_1 + 20)^2 - V_1^2]$$

$$\Rightarrow 6 = 10^{-2} [V_1^2 + 40 V_1 + 400 - V_1^2] \Rightarrow 40 V_1 = 600 - 400 \Rightarrow V_1 = \frac{200}{4} = 50 \text{ V}$$

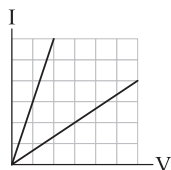
گام سوم: در آخر انرژی ذخیره شده اولیه در خازن را محاسبه می کنیم.

$$U_1 = \frac{1}{2} C V_1^2 \xrightarrow{\frac{C = 18 \times 10^{-6} \text{ F}}{V_1 = 50 \text{ V}}} U_1 = \frac{1}{2} \times 18 \times 10^{-6} \times 25 = 225 \times 10^{-6} \text{ J} \text{ یا } U_1 = 225 \mu\text{J}$$



تست و پاسخ ۳۷

دو مقاومت $R_A = 18 \Omega$ و R_B را یک بار به صورت موازی و بار دیگر به صورت متوالی به یکدیگر بسته‌ایم و در یک مدار ساده قرار داده‌ایم. اگر نمودار تغییرات جریان بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت‌ها در دو حالت به صورت شکل زیر باشد، بیشترین مقدار برای



R_B چند اهم است؟

۹ (۲)

۳۶ (۱)

۴۵ (۴)

۱۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

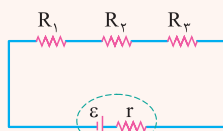
درس نامه

۱) تعریف مقاومت الکتریکی: به نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن، مقاومت الکتریکی رسانا می‌گوییم.

$$R = \frac{V}{I} \rightarrow \begin{matrix} \text{اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)} \\ \text{جریان الکتریکی (A)} \end{matrix}$$

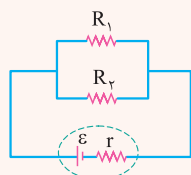
مقاومت الکتریکی (Ω)

۲) مقاومت معادل مقاومت‌هایی که به صورت سری (متوالی) به یکدیگر وصل شده‌اند، برابر با مجموع مقاومت‌هاست.



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

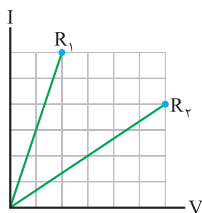
۳) اگر دو مقاومت به صورت موازی به یکدیگر وصل شده باشند، مقاومت معادل آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

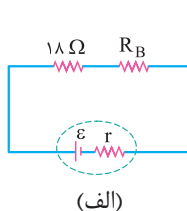
۴) مقاومت معادل مقاومت‌هایی که به صورت سری به یکدیگر وصل شده‌اند، از هر یک از مقاومت‌ها بیشتر و مقاومت معادل مقاومت‌هایی که به صورت موازی به یکدیگر وصل شده‌اند، از هر یک از مقاومت‌ها کمتر است.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار و با استفاده از رابطه $R = \frac{V}{I}$ می‌توانیم بنویسیم:

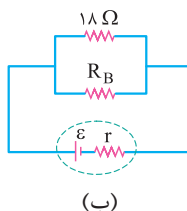


$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{I_1}{I_2} = \frac{6}{2} \times \frac{6}{4} = \frac{9}{2}$$

گام دوم: با توجه به نکته ۴ درس‌نامه، R_2 مقاومت معادل در حالت سری (شکل الف) و R_1 مقاومت معادل در حالت موازی (شکل ب) است.



$$R_2 = 18 + R_B$$



$$R_1 = \frac{18 R_B}{18 + R_B}$$



گام سوم: حالا کافی است نسبت R_2 به R_1 را بنویسیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{18 + R_B}{18 R_B} \xrightarrow{\frac{R_2}{R_1} = \frac{9}{2}} \frac{9}{2} = \frac{(18 + R_B)^2}{18 R_B} \Rightarrow 81 R_B = 324 + 36 R_B + R_B^2$$

$$\Rightarrow R_B^2 - 45 R_B + 324 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_B = 36 \Omega \\ R_B = 9 \Omega \end{cases}$$

بنابراین بیشترین مقدار R_B برابر با 36Ω است.

تست و پاسخ ۳۸

کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) برای تبدیل جریان متناوب به جریان مستقیم می توان از رُوستا استفاده کرد.
 (ب) مقاومت های پیچهای برای به دست آوردن مقاومت های بسیار دقیق و همچنین توان بالا ساخته می شود.
 (پ) از ترمیستور اغلب به عنوان وسیله تنظیم و کنترل جریان استفاده می شود.
 (ت) در مقاومت های نوری، با افزایش شدت نور، مقاومت الکتریکی کاهش می یابد.
- (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) پ و ت (۴) ب و ت

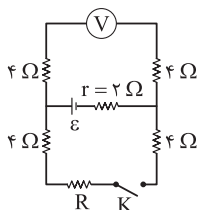
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی عبارت ها را بررسی می کنیم.

(الف) در مدارهای یک سوکننده برای تبدیل جریان های متناوب به جریان های مستقیم از دیود استفاده می شود. ✗
 (ب) مقاومت های پیچهای شامل پیچهای از یک سیم نازک اند که معمولاً جنس آنها از آلیاژی مثل نیکروم یا منگنین است و برای به دست آوردن مقاومت های پایین بسیار دقیق و همچنین توان های بالا ساخته می شوند. ✓
 (پ) ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت های الکتریکی معمولی تفاوت دارد. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما، مانند زنگ خطر آتش، دماپاها و نیز در دماسنج ها استفاده می شود. ✗
 (ت) مقاومت نوری (LDR)، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می شود. ✓

تست و پاسخ ۳۹

در مدار زیر با بستن کلید K، عددی که ولتسنج آرمانی نشان می دهد، ۵ درصد کاهش می یابد. R چند اهم است؟



(۱) ۴

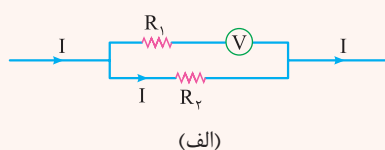
(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

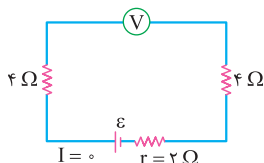


$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

(۱) مقاومت ولتسنج آرمانی بی نهایت است؛ بنابراین جریان الکتریکی از آن عبور نمی کند؛ پس عملاً در شاخه ای که ولتسنج آرمانی در آن قرار دارد، جریان الکتریکی عبوری صفر است. مثلاً در شکل (الف) تمام جریان I از مقاومت R_2 می گذرد و جریانی از R_1 عبور نمی کند.
 (۲) جریان خروجی از باتری در مدار از رابطه روبهرو به دست می آید:
 (۳) در یک مدار الکتریکی ساده با یک مولد به نیروی محرکه ε و مقاومت درونی r که جریان I برقرار است، اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه زیر به دست می آید:

$$V = \varepsilon - rI$$

پاسخ تشریحی وقتی کلید K باز است، مدار به صورت شکل (الف) می شود.

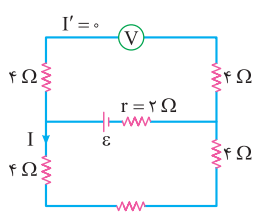


(الف)

مقاومت ولتسنج آرمانی بسیار زیاد است، پس در شاخه‌ای که ولتسنج آرمانی قرار دارد، جریان عبور نمی کند؛ بنابراین در این حالت جریان در مدار برقرار نمی شود و ولتسنج آرمانی مقدار ε را نشان می دهد.

$$V_1 = \varepsilon$$

وقتی کلید K بسته است، مدار به صورت شکل (ب) می شود.



(ب)

ولتسنج آرمانی در شاخه‌ی بالایی قرار دارد، پس جریانی در شاخه‌ی بالایی برقرار نمی شود ($I' = 0$) و تمام جریان مدار از شاخه‌ی پایینی عبور می کند. در این حالت ولتسنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می دهد. عددی که ولتسنج آرمانی در این حالت نشان می دهد، ۵ درصد کمتر از حالت اول است؛ پس می توانیم بنویسیم:

$$V_2 = V_1 - \frac{5}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{95}{100} V_1 \xrightarrow{V_1 = \varepsilon, r = 2 \Omega} \varepsilon - 2I = \frac{95}{100} \varepsilon \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{40}$$

حالا می توانیم با استفاده از رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، مقاومت معادل مدار در شاخه‌ی پایین را به دست آوریم:

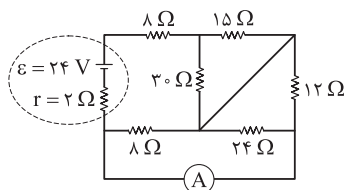
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{40}, r = 2 \Omega} \frac{\varepsilon}{R_{eq} + 2} = \frac{\varepsilon}{40} \Rightarrow R_{eq} = 38 \Omega$$

R_{eq} مقاومت معادل سه مقاومت سری 4Ω و R ، 4Ω است؛ پس مقاومت R برابر است با:

$$R_{eq} = 4 + 4 + R \xrightarrow{R_{eq} = 38 \Omega} R = 30 \Omega$$

تست و پاسخ ۴۰

در شکل روبه‌رو آمپرسنج آرمانی چه عددی را بر حسب آمپر نشان می دهد؟



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

(۱) صفر

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال مراحل حل زیادی دارد و عملاً داخلش چند سؤال وجود دارد؛ پس گام به گام تحلیلش کن.

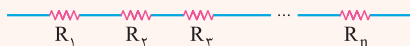
خودت حل کنی بهتره ابتدا شکل مدار را ساده کرده و مقاومت معادل را به دست آورید، سپس جریان کل مدار و به دنبال آن با تقسیم جریان، جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی پایین مدار را به دست آورید. در نهایت با داشتن جریان کل و جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی، جریان گذرنده از آمپرسنج را حساب کنید.



درس نامه •• ترکیب مقاومت‌ها، اتصال کوتاه

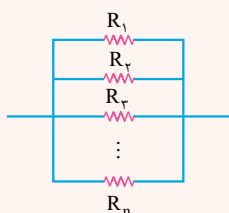
(۱) به هم بستن متوالی مقاومت‌ها: دو مقاومت را متوالی می‌گوییم که فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن‌ها، هیچ انشعاب جریان‌داری خارج نگردد.

وقتی مقاومت‌های $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ به طور متوالی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها (R_{eq}) از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

(۲) به هم بستن موازی مقاومت‌ها: مقاومت‌هایی را موازی می‌گوییم که هر دو سر آن‌ها به وسیله سیم‌های رابط به یکدیگر متصل شده باشند. وقتی مقاومت‌های $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ به طور موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها (R_{eq}) از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

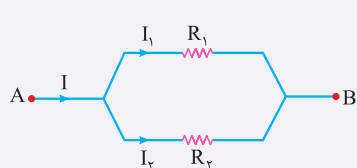
(۳) اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت یا مجموعه‌ای از مقاومت‌ها به وسیله یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است)، به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم گذشته و از مقاومت یا مجموعه‌ای از مقاومت‌ها هیچ جریانی نمی‌گذرد. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم که آن مقاومت یا مقاومت‌ها، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردند؛ به عبارت دیگر به جای مقاومت یا مقاومت‌ها، یک قطعه سیم رابط قرار می‌گیرد.

(۴) نقاطی در مدار که به وسیله یک سیم رابط (مقاومت ناچیز) به هم وصل می‌شوند، پتانسیل یکسانی دارند و می‌توان از نام‌گذاری مشترکی برای آن‌ها استفاده کرد؛ به این ترتیب می‌توان شکل ساده‌تری از مدارها را رسم و آن‌ها را تحلیل کرد.

نکات آمپرسنج و تقسیم جریان بین شاخه‌های موازی مدار:

(۱) آمپرسنج A، وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در مدار که مقاومت الکتریکی ناچیزی دارد و برای اندازه‌گیری جریان هر شاخه، به طور متوالی در آن شاخه قرار می‌گیرد.

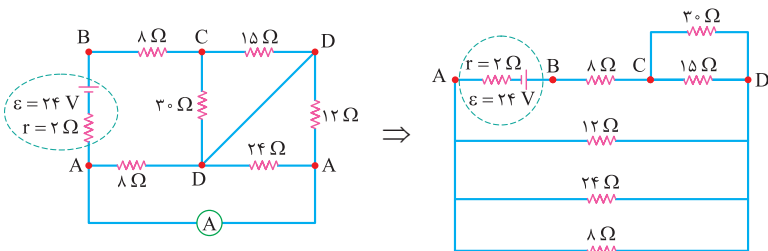
(۲) در تقسیم جریان، بین دو شاخه موازی مدار، هر شاخه‌ای که مقاومت کمتری داشته باشد، جریان بیشتری از آن می‌گذرد.



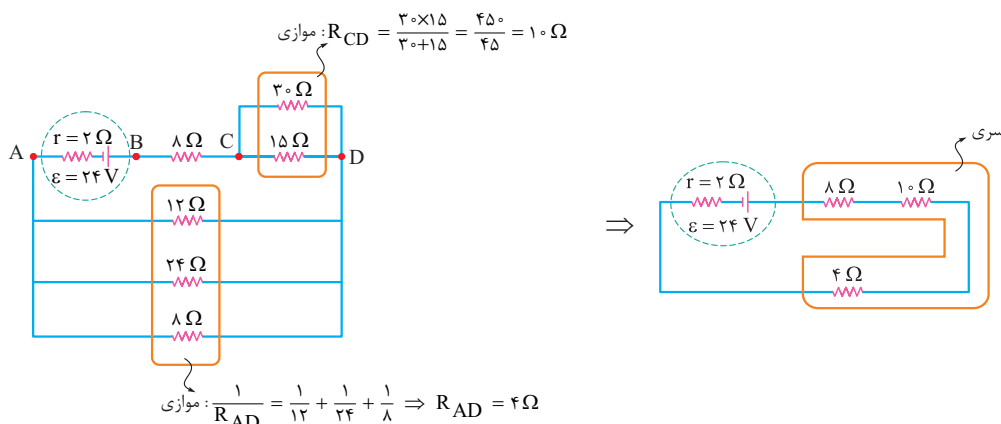
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_{1,2}}{R_1} = \frac{R_{1,2} \times I}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_{1,2}}{R_2} = \frac{R_{1,2} \times I}{R_2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا شکل مدار را ساده می‌کنیم:



گام دوم: مقاومت معادل خارجی مدار را به دست می آوریم:

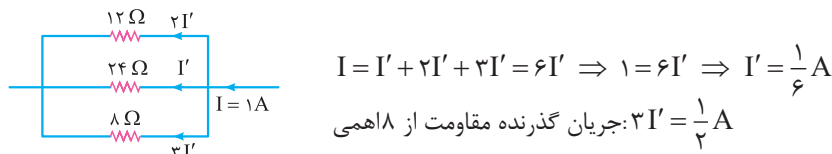


$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{24}{22 + 2} = 1 A$$

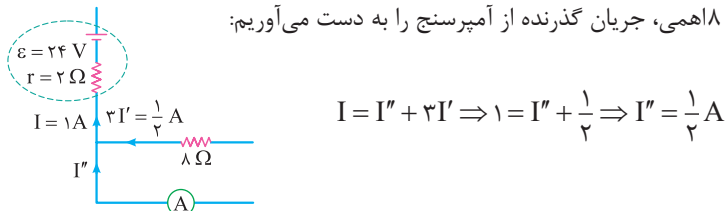
گام سوم: جریان خروجی از باتری (جریان کل) را به دست می آوریم:

گام چهارم: جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی پایین مدار را به دست می آوریم:

می دانیم جریان عبوری از مقاومت های موازی با مقاومت رابطه معکوس دارد، پس با نسبت معکوس مقاومت ها جریان را تقسیم می کنیم؛ بنابراین اگر بزرگ ترین مقاومت بین نقاط A و D، ۲۴Ω و ۲۴Ω باشد، سایر جریان ها را با نسبت معکوس تقسیم می کنیم:



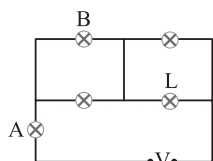
گام پنجم: با داشتن جریان کل و جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی، جریان گذرنده از آمپرسنج را به دست می آوریم:



بنابراین جریان گذرنده از آمپرسنج برابر با $\frac{1}{2}$ آمپر است.

تست و پاسخ (۴۱)

در شکل زیر لامپ ها مشابه هستند. اگر لامپ L بسوزد، توان مصرفی لامپ های A و B، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می کند؟



- (۱) کم می شود، کم می شود.
- (۲) کم می شود، زیاد می شود.
- (۳) زیاد می شود، کم می شود.
- (۴) زیاد می شود، زیاد می شود.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره معمولاً توی کنکور سؤال کیفی از مدار مطرح می شه و اگر مفاهیم پایه رو توی مدار بلد باشی، به راحتی می تونی از پس این سؤال ابر بیایی.



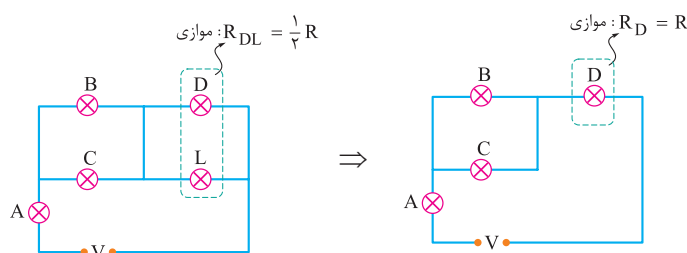
خودت حل کنی بهتره ابتدا تغییر مقاومت، سپس تغییر جریان کل و جریان گذرنده از لامپ‌های A و B را بررسی کرده و سپس به کمک آن، تغییر توان مصرفی لامپ‌ها را بررسی کنید.

درس نامه

نکات

- ۱) اگر یک لامپ بسوزد، جریانی از آن عبور نمی‌کند.
- ۲) در اثر سوختن یک لامپ، توان مصرفی لامپ‌های موازی با آن افزایش و توان مصرفی لامپ‌های متوالی با آن کاهش می‌یابد.
- ۳) اگر جریان الکتریکی یا ولتاژ دو سر یک لامپ افزایش یابد، توان مصرفی لامپ افزایش یافته و لامپ پرنورتر می‌شود.

پاسخ تشریحی در اثر سوختن لامپ L، از آن جریانی عبور نمی‌کند؛ بنابراین داریم:



باتوجه به این که مقاومت معادل دو مقاومت موازی از کوچک‌ترین مقاومت مجموعه نیز کوچک‌تر است؛ بنابراین با حذف لامپ L که با لامپ D موازی است، مقاومت مجموعه لامپ‌های D و L و در نتیجه مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد. از طرفی طبق رابطه $I = \frac{V}{R}$ ، با افزایش مقاومت کل، جریان کل مدار و در نتیجه جریان گذرنده از لامپ‌های A و B نیز کاهش می‌یابد. در نهایت، طبق رابطه $P = RI^2$ ، با کاهش جریان لامپ‌های A و B درمی‌یابیم که توان مصرفی هر دو لامپ کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۴۲

دو لامپ مشابه را که روی هر کدام اعداد ۱۰۰ W و ۲۲۰ V نوشته شده به صورت متوالی به یکدیگر بسته و دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل ۲۲۰ V متصل می‌کنیم. توان مصرفی کل این دو لامپ چند وات خواهد شد؟

- ۲۵ (۴) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره با یه مقایسه خیلی ساده می‌تونیم قفل این سؤال رو بشکنی. مقایسه خیلی مهمه خیلی!

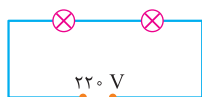
خودت حل کنی بهتره ابتدا ولتاژ دو سر هر یک از لامپ‌ها را در اتصال متوالی به دست آورید، سپس توان مصرفی هر یک از لامپ‌ها و در نهایت توان مصرفی مجموعه را به دست آورید.

درس نامه

چگونه توان مصرفی یک لامپ با ولتاژ و توان اسمی مشخص را به دست آوریم؟

$$\frac{P_{\text{مصرفی}}}{P_{\text{اسمی}}} = \left(\frac{V_{\text{واقعی}}}{V_{\text{اسمی}}} \right)^2 \quad \text{با توجه به رابطه } P = \frac{V^2}{R} \text{ می‌توان گفت:}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا ولتاژ دو سر هر یک از لامپ‌ها را در صورت اتصال متوالی به دست می‌آوریم:



$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} V_{\text{کل}} \Rightarrow V_1 = V_2 = 110 \text{ V}$$

با توجه به مشابه بودن لامپ‌ها، ولتاژ هر یک از لامپ‌ها نصف ولتاژ مجموعه است.



گام دوم: با توجه به ثابت بودن مقاومت لامپ‌ها، توان مصرفی هر یک از لامپ‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\text{ثابت } R} \frac{P_{\text{مصرفی}}}{P_{\text{اسمی}}} = \left(\frac{V_{\text{واقعی}}}{V_{\text{اسمی}}} \right)^2 \Rightarrow \frac{P_{\text{مصرفی}}}{100} = \left(\frac{110}{220} \right)^2$$

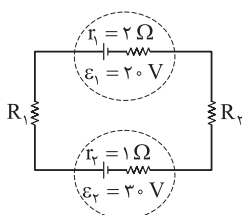
$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = \frac{1}{4} \times 100 = 25 \text{ W} \xrightarrow{\text{یکسان } V} P_1 = P_2 = 25 \text{ W}$$

گام سوم: توان مصرفی مجموعه را از مجموع توان مصرفی مقاومت‌ها به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مصرفی کل}} = P_1 + P_2 \Rightarrow P_{\text{مصرفی کل}} = 25 + 25 = 50 \text{ W}$$

تست و پاسخ ۴۳

در مدار زیر اگر توان ورودی باتری ۲۰ ولتی، $10/5 \text{ W}$ باشد، توان خروجی باتری ۳۰ ولتی چند وات است؟



$$14/75 \text{ (۲)}$$

$$8/75 \text{ (۱)}$$

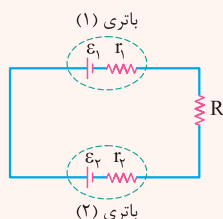
$$17/25 \text{ (۴)}$$

$$15/25 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک توان ورودی باتری ۲۰ ولتی، جریان گذرنده از مدار را به دست آورده، سپس با داشتن جریان مدار، توان خروجی باتری ۳۰ ولتی را به دست آورید.

درس نامه

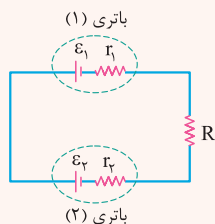


(۱) در مدارهای شامل دو باتری، برای تعیین جهت جریان عبوری از مدار به صورت زیر عمل می‌کنیم:

• اگر $\epsilon_1 > \epsilon_2$ باشد، جهت جریان عبوری از مدار، هم جهت با جهت جریان تولیدی توسط باتری (۱) است. برای مثال در مدار شکل روبه‌رو اگر $\epsilon_1 > \epsilon_2$ باشد، جهت جریان عبوری از مدار پادساعتگرد است.

• اگر $\epsilon_2 > \epsilon_1$ باشد، جهت جریان عبوری از مدار، هم جهت با جهت جریان تولیدی توسط باتری (۲) است. برای مثال در مدار شکل روبه‌رو اگر $\epsilon_2 > \epsilon_1$ باشد، جهت جریان عبوری از مدار ساعتگرد است.

(۲) در مدار شامل دو باتری جریان کل عبوری از مدار از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$I = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{R + r_1 + r_2} \quad (\epsilon_2 > \epsilon_1 \text{ با فرض})$$

(۳) در یک مدار، اگر جریان عبوری از مدار از قطب مثبت باتری خارج شود، باتری تولیدکننده انرژی (یا توان) است و توان تولیدی باتری از

$$P_{\text{تولیدی}} = \epsilon I - r I^2$$

رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

و اگر جریان عبوری از مدار به قطب مثبت باتری وارد شود، باتری مصرف‌کننده انرژی (یا توان) است و توان ورودی باتری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{ورودی}} = \epsilon I + r I^2$$

$$P_{\text{مصرفی}} = R I^2$$

(۴) توان مصرفی مقاومت الکتریکی از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:





پاسخ تشریحی

گام اول: به کمک توان ورودی باتری 20V ، جریان گذرنده از مدار را به دست می آوریم:

$$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon_1 I + r_1 I^2 \Rightarrow 10/5 = 20I + 2I^2 \Rightarrow I^2 + 10I - 5/25 = 0$$

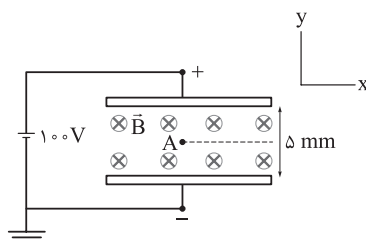
$$\Rightarrow \begin{cases} I = 0/5 \text{ A} \\ I = -10/5 \text{ A} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

گام دوم: با داشتن جریان گذرنده از مدار، توان خروجی باتری 30V ولتی را به دست می آوریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon_2 I - r_2 I^2 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 30 \times (0/5) - 1 \times (0/5)^2 = 15 - 0/25 = 14/25 \text{ W}$$

تست و پاسخ ۴۴

در شکل زیر ذره‌ای به جرم $2 \mu\text{g}$ و بار $q = +4 \text{ pC}$ با سرعت $\vec{v} = (2 \times 10^5 \text{ m/s}) \hat{i}$ از نقطه A پرتاب شده و ذره به موازات محور x به حرکت خود ادامه می دهد. اندازه میدان مغناطیسی چند گاوس است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) ۶۲۵

(۲) ۸۵۰

(۳) ۱۲۵۰

(۴) ۱۷۰۰

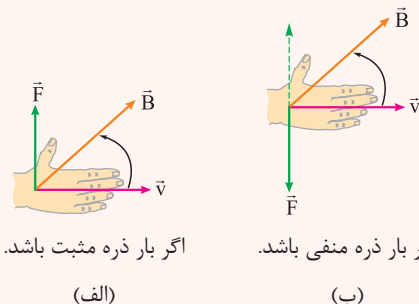
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سوال از اون سوالاتیه که دانش آموزی که مهارت داشته باشه، می تونه بهش جواب بده و ترکیب الکتریسته و دینامیکه.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک اختلاف پتانسیل بین صفحات و فاصله صفحات، میدان الکتریکی و سپس نیروی الکتریکی را به دست آورید، سپس به کمک تعادل ذره باردار و نیروهای الکتریکی و وزن، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار را به دست آورید و در نهایت با داشتن نیروی مغناطیسی، بزرگی میدان مغناطیسی را تعیین کنید.

درس نامه

(۱) **قاعده دست راست** برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت قرار می دهیم که وقتی آن ها را خم می کنیم، در جهت بردار میدان مغناطیسی قرار بگیرند. در این حالت، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را نشان می دهد (شکل الف). توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است؛ پس برای بار منفی می توانیم از همان قاعده دست راست استفاده کنیم، اما در نهایت جهت بردار خواسته شده را برعکس کنیم. (شکل ب)



اگر بار ذره مثبت باشد.

(الف)

اگر بار ذره منفی باشد.

(ب)

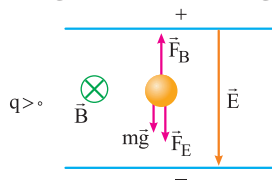
(۲) نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی در محل بار است. اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار q از رابطه روبهرو به دست می آید:

$$F = E |q| \Rightarrow E = \frac{F}{|q|}$$

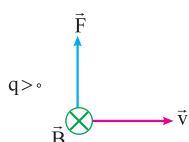
پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا نیروی الکتریکی وارد بر ذره را به دست می آوریم:

$$F_E = Eq \xrightarrow{E = \frac{\Delta V}{d}} F_E = \frac{\Delta V}{d} q \Rightarrow F_E = \frac{100}{5 \times 10^{-3}} \times 4 \times 10^{-12} = 8 \times 10^{-8} \text{ N}$$

گام دوم: با داشتن نیروی الکتریکی و وزن ذره، با توجه به این که ذره بدون انحراف به مسیر افقی خود ادامه می دهد، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به دست می آوریم:



در این جا جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت طبق قاعده دست راست رو به بالا است.



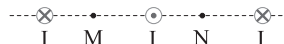
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_B = mg + F_E \Rightarrow F_B = (2 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times 100) + 8 \times 10^{-8} = 10^{-7} \text{ N}$$

گام سوم: با داشتن نیروی مغناطیسی، بزرگی میدان مغناطیسی را به دست می آوریم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{\sin \theta = 1} 10^{-7} = 4 \times 10^{-12} \times 2 \times 10^5 \times B \Rightarrow B = 0.125 \text{ T} = 1250 \text{ G}$$

تست و پاسخ ۴۵

در شکل زیر سه سیم بلند و نازک دارای جریان های یکسان و عمود بر صفحه کاغذ رسم شده اند. میدان مغناطیسی بر این دو نقاط M و N به ترتیب از راست به چپ در چه جهتی است؟



(۴) ↓، ↑

(۳) ↓، ↓

(۲) ↑، ↑

(۱) ↑، ↓

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مشابه این سؤال توی کنکور تجربی ۹۷ بوده، ولی این شکلیش خیلی جالبه. حتماً تحلیل کنین.

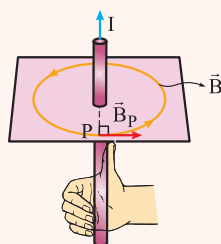
خودت حل کنی بهتره طبق قاعده دست راست و با توجه به این که بزرگی میدان با فاصله رابطه معکوس دارد، جهت میدان را در نقاط M و N به دست آورید.

درس نامه

اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم حامل جریان با اندازه جریان گذرنده از آن (I) نسبت مستقیم و با فاصله از آن نسبت عکس دارد.

$$B \propto \frac{I}{R}$$

برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در نقطه ای در اطراف سیم بلند و مستقیم حامل جریان باید دو کار انجام دهیم:

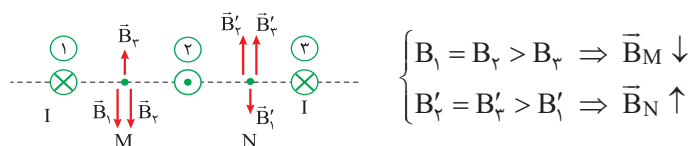


(۱) **قاعده دست راست:** سیم را طوری در دست راست خود بگیرید که انگشت شست در جهت جریان قرار گیرد. در این حالت جهت خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می دهد.

(۲) بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه در اطراف سیم، عمود بر خط واصل بین سیم و آن نقطه و هم جهت با خط میدان مغناطیسی عبوری از آن نقطه، رسم می شود.

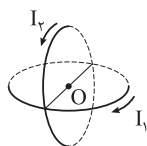


پاسخ تشریحی طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از هر یک از سیم‌ها را در نقاط M و N به دست آورده و به این نکته توجه می‌کنیم که چون جریان‌ها با یکدیگر هم‌اندازه‌اند؛ بنابراین بزرگی میدان هر کدام از سیم‌ها با فاصله نقطه از سیم، رابطه معکوس دارد.



تست و پاسخ ۴۶

مطابق شکل دو حلقه دایره‌ای به شعاع ۵ cm عمود بر هم قرار دارند و جریان‌های الکتریکی از آن‌ها می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی خالص در مرکز این حلقه‌ها (نقطه O) $4/25 \text{ G}$ و جریان یکی از حلقه‌ها 30 A باشد، جریان عبوری از حلقه دیگر چند آمپر است؟



$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

۱۵ (۲)

۱۶ (۱)

۷/۵ (۴)

۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال از اون سؤالاییه که قیافش ترسناکه، ولی توی دلش هیچی نیست.

خودت حل کنی بهتره ابتدا میدان مغناطیسی ناشی از حلقه با جریان مشخص را حساب کنید، سپس با داشتن میدان برابند، میدان مغناطیسی ناشی از حلقه دیگر را به دست آورید. نهایتاً با مقایسه بزرگی میدان ناشی از حلقه‌ها، جریان گذرنده از حلقه دوم را به دست آورید.

درس نامه

۱) اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه مسطح حامل جریان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \quad (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

جریان عبوری از پیچه برحسب آمپر (A) تعداد حلقه‌های پیچه
 اندازه میدان مغناطیسی برحسب تسلا (T)
 شعاع هر حلقه پیچه برحسب متر (m)
 تراوایی مغناطیسی خلأ

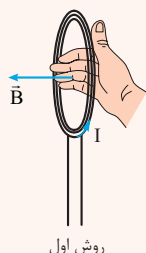
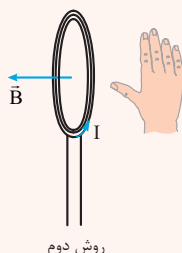
اگر به کمک سیمی به طول L، پیچه‌ای مسطح به شعاع R بسازیم، تعداد حلقه‌های پیچه را از رابطه زیر می‌توان به دست آورد:

$$N = \frac{L}{2\pi R}$$

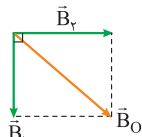
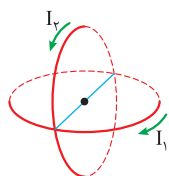
۲) برای تعیین جهت میدان مغناطیسی داخل پیچه مسطح، دو روش داریم:

روش اول: شست دست راست را در جهت جریان در حلقه‌های پیچه قرار می‌دهیم. در این حالت جهت خم شدن چهار انگشت دیگر در داخل پیچه، جهت میدان مغناطیسی داخل پیچه را نشان می‌دهد.

روش دوم: چهار انگشت دست راست را در جهت جریان در حلقه‌های پیچه قرار می‌دهیم. در این حالت انگشت شست، جهت میدان مغناطیسی داخل پیچه را نشان می‌دهد.



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا به کمک میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها و با توجه به عمودبودن حلقه‌ها بر یکدیگر (عمودبودن میدان ناشی از حلقه‌ها در مرکز حلقه بر هم) و همچنین جریان یکی از حلقه‌ها، میدان مغناطیسی ناشی از حلقه دیگر را به دست می‌آوریم:



$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B_1 = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 1 \times 30}{2 \times 0/05} = 3/75 \times 10^{-4} T = 3/75 G$$

$$B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow 4/25 = \sqrt{3/75^2 + B_2^2}$$

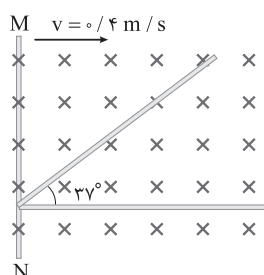
$$\Rightarrow 18/0625 = 14/0625 + B_2^2 \Rightarrow B_2^2 = 4 \Rightarrow B_2 = 2 G$$

گام دوم: به کمک میدان مغناطیسی ناشی از حلقه دوم، بزرگی جریان الکتریکی گذرنده از آن را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{\text{یکسان } R, N} \frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{2}{3/75} = \frac{I_2}{30} \Rightarrow I_2 = 16 A$$

تست و پاسخ ۴۷

در شکل زیر، سیم‌ها بدون روکش هستند و مجموعه درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو با بزرگی $3 T$ قرار دارد. اگر میله رسانای MN را با تندی ثابت $4 m/s$ به طرف راست حرکت دهیم، نیروی محرکه القایی متوسط ایجادشده در رسانا در بازه زمانی $t_1 = 0/2 s$ تا $t_2 = 0/4 s$ چند میلی‌ولت است؟ (طول میله‌ها به اندازه کافی بلند فرض می‌شود، $\sin 37^\circ = 0/6$)



$$1/8 (1)$$

$$10/8 (2)$$

$$3/2 (3)$$

$$3/6 (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره چالش توی این سوال اینده که بتونی مساحت حلقه رو توی دو حالت به دست بیاری. سعی کن حتماً خودت حل کنی.

خودت حل کنی بهتره ابتدا مساحت حلقه را در لحظات t_1 و t_2 به دست آورید، سپس شار گذرنده در هر دو حالت را حساب کنید و در نهایت به کمک قانون القای فاراده، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط را به دست آورید.

درس نامه

(۱) شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت از رابطه زیر به دست می‌آید.

میدان مغناطیسی (T)

زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با میدان مغناطیسی $\Phi = BA \cos \theta$ ← شار مغناطیسی (Wb)

مساحت سطح پیچه (m^2)

تغییر هر یک از کمیت‌های A ، B و θ می‌تواند شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه را تغییر دهد.

$$\Delta \Phi = (\Delta B) A \cos \theta, \Delta \Phi = B (\Delta A) \cos \theta, \Delta \Phi = BA (\Delta \cos \theta)$$

تغییر شار مغناطیسی (Wb) تعداد حلقه‌ها

$$|\bar{\epsilon}| = \left| \frac{-N \Delta \Phi}{\Delta t} \right| \leftarrow \text{اندازه نیروی محرکه القایی متوسط (V)}$$

مدت زمان (s)

$$\bar{I} = \frac{|\bar{\epsilon}|}{R}$$

(۲) اگر شار مغناطیسی عبوری از پیچه یا سیم‌لوله‌ای که از دور تشکیل شده است، در مدت زمان Δt تغییر کند، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط ایجادشده در پیچه، از رابطه زیر به روبرو می‌آید:

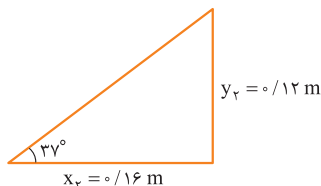
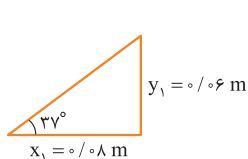
(۳) اندازه جریان الکتریکی متوسط در پیچه یا سیم‌لوله‌ای با مقاومت R از رابطه مقابل به دست می‌آید:



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا با توجه به تندی حرکت میله MN، مساحت حلقه را در لحظه‌های t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$x = vt \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.4 \times 0.2 = 0.08 \text{ m} \\ x_2 = 0.4 \times 0.4 = 0.16 \text{ m} \end{cases}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \tan 37^\circ \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0.08 \times \frac{3}{4} = 0.06 \text{ m} \\ y_2 = 0.16 \times \frac{3}{4} = 0.12 \text{ m} \end{cases}$$



$$A = \frac{1}{2}xy \Rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{1}{2} \times 0.08 \times 0.06 = 24 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ A_2 = \frac{1}{2} \times 0.16 \times 0.12 = 96 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{cases}$$

گام دوم: شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در دو لحظه t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم:

$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} \Phi_1 = 24 \times 10^{-4} \times 0.3 \times 1 = 7.2 \times 10^{-4} \text{ Wb} \\ \Phi_2 = 96 \times 10^{-4} \times 0.3 \times 1 = 28.8 \times 10^{-4} \text{ Wb} \end{cases}$$

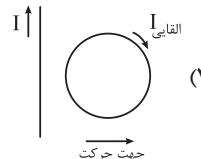
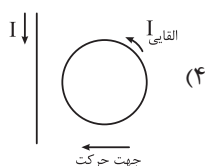
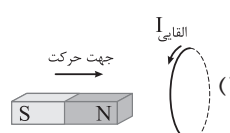
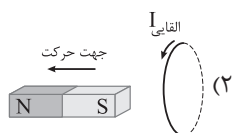
گام سوم: بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 1 \times \frac{(28.8/8 - 7.2/2) \times 10^{-4}}{0.4 - 0.2}$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = \frac{21.6 \times 10^{-4}}{0.2} = 10.8 \times 10^{-3} \text{ V} = 10.8 \text{ mV}$$

تست و پاسخ ۴۸

در کدام یک از شکل‌های زیر، جهت جریان القایی درست تعیین شده است؟



پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سؤال از اون سؤال‌های آموزشیه که توش کلی نکته از قانون لنز می‌تونن یاد بگیرن.

خودت حل کنی بهتره با توجه به قانون لنز، جهت جریان القایی در تک‌تک گزینه‌ها را بررسی کن.

درس نامه •• قانون لنز

جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک مدار یا پیچ در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورنده جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می کند.
علامت منفی در رابطه قانون فاراده، نشان دهنده همین مخالفت است.
از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می شود.

الف) وقتی شار افزایش می یابد:

$$\leftarrow B_{\text{اصلی}} \quad B_{\text{القایی}} \rightarrow$$

میدان القایی در جهت مخالف میدان اصلی است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند.

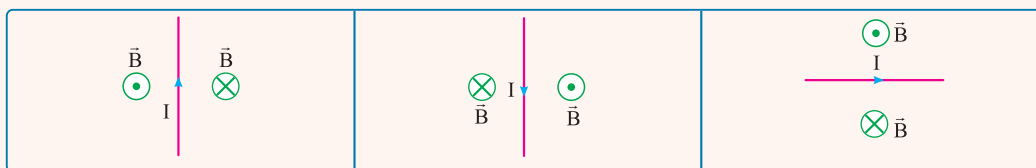
ب) وقتی شار کاهش می یابد:

$$\leftarrow B_{\text{اصلی}} \quad B_{\text{القایی}} \leftarrow$$

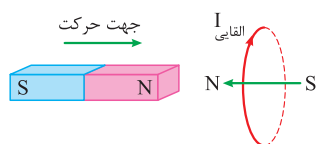
میدان القایی هم جهت با میدان اصلی است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.

قاعده دست راست برای تعیین جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست حامل جریان:

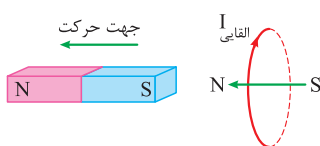
اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان سیم قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت، جهت مغناطیسی را در اطراف سیم مشخص می کند.



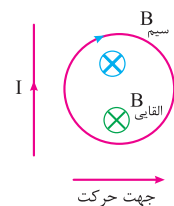
پاسخ تشریحی طبق قانون لنز جهت جریان القایی ایجاد شده در یک رسانای بسته به گونه ای است که با عامل ایجادکننده آن تغییر شار، مخالفت کند؛ بنابراین به بررسی گزینه ها می پردازیم:



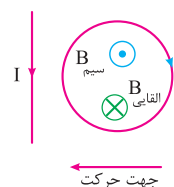
۱) با توجه به نزدیک شدن آهنربا به حلقه، میدان مغناطیسی و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می یابد و جهت جریان القایی در حلقه به گونه ای است که میدان القایی ناشی از آن مخالف میدان آهنربا باشد.



۲) با توجه به دور شدن آهنربا، شار گذرنده از حلقه کاهش یافته و جهت جریان القایی در حلقه به گونه ای است که میدان القایی ناشی از آن هم جهت با میدان آهنربا باشد.



۳) با توجه به دور شدن حلقه از سیم، شار گذرنده از حلقه کاهش یافته؛ در نتیجه جهت جریان القایی به گونه ای است که میدان ناشی از آن با میدان ناشی از سیم هم سو باشد.



۴) با توجه به نزدیک شدن حلقه به سیم، شار گذرنده از حلقه افزایش یافته؛ بنابراین جهت جریان القایی در حلقه باید به گونه ای باشد که میدان مغناطیسی ناشی از آن در خلاف جهت میدان ناشی از سیم در محل حلقه باشد.

بنابراین ۳ به درستی جهت جریان القایی را نشان می دهد.



تست و پاسخ ۴۹

هنگامی که جریان عبوری از یک القاگر را ۲A افزایش می‌دهیم، انرژی ذخیره‌شده در آن ۹۶٪ افزایش می‌یابد. اگر ضریب القاوری این القاگر ۲۰ mH باشد، انرژی ذخیره‌شده در القاگر چند میلی‌ژول افزایش یافته است؟

- ۴) ۱۲۰ ۳) ۱۴۰ ۲) ۲۴۰ ۱) ۴۹۰

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤالات مقایسه‌ای به این شکل جدیداً خیلی محبوب طراحان شده، حتماً حواست باشد به تحلیلش.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه مقایسه‌ای انرژی ذخیره‌شده در القاگر، جریان الکتریکی را در حالت اول و دوم به دست آورید، سپس به کمک جریان الکتریکی دو حالت و ضریب القاوری، تغییر انرژی ذخیره‌شده در القاگر را به دست آورید.

درس نامه انرژی ذخیره‌شده در القاگر

جریان‌گذرنده از القاگر (A)

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

↓ ↓ ↓
ضریب القاوری (H) انرژی ذخیره‌شده (J)

$$\text{رابطه مقایسه‌ای: } \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

پاسخ تشریحی گام اول: می‌دانیم انرژی ذخیره‌شده در القاگر با مربع جریان الکتریکی گذرنده از آن رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \xrightarrow{\text{ثابت } L} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{U_1 + 0.96 U_1}{U_1} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1.96}{1.00} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1.4}{1.0} = \frac{7}{5} \xrightarrow{I_2 = I_1 + 2(A)} \frac{I_1 + 2}{I_1} = \frac{7}{5} \Rightarrow I_1 = 5A, I_2 = 7A$$

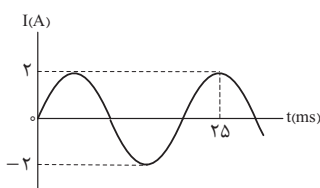
گام دوم: با داشتن I_1 و I_2 تغییر انرژی ذخیره‌شده در القاگر را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} L (I_2^2 - I_1^2) \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} (7^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 = 240 \times 10^{-3} \text{ J} = 240 \text{ mJ}$$

تست و پاسخ ۵۰

نمودار جریان بر حسب زمان در یک مولد جریان متناوب مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد آن درست است؟



- الف و ب ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

الف) جریان الکتریکی در هر ثانیه ۲۵ بار به مقدار بیشینه می‌رسد.

ب) در لحظه $t = 0 / 12 \text{ s}$ ، شار مغناطیسی عبوری از مولد بیشینه است.

پ) معادله جریان - زمان در SI به صورت $I = 2 \sin 100 \pi t$ است.

ت) در هر ثانیه، جهت جریان ۵۰ بار تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره برای حل این سؤالات باید در رابطه با نمودار، تیزبین باشی و بتوانی از ش اطلاعات استخراج کنی.

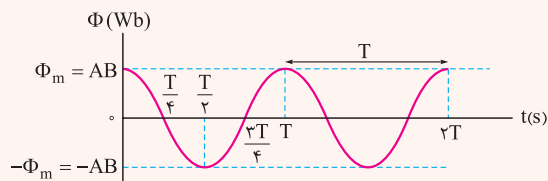
خودت حل کنی بهتره ابتدا از روی نمودار معادله $I - t$ ، جریان بیشینه و دوره تناوب را به دست آورید، سپس به بررسی عبارات بپردازید.

درس نامه

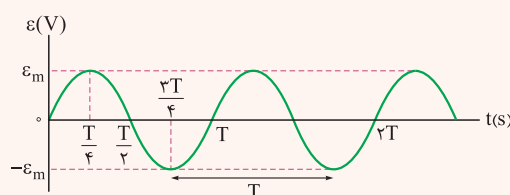
● جریان متناوب (ac): جریانی است که مقدار و جهت آن ثابت نبوده و با گذشت زمان تغییر می کند.

● جریان متناوب سینوسی متداول ترین نوع جریان متناوب است.

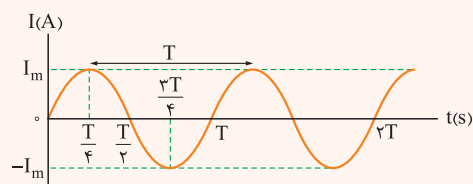
● روابط و نمودارهای جریان متناوب:



$$\Phi = AB \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$



$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

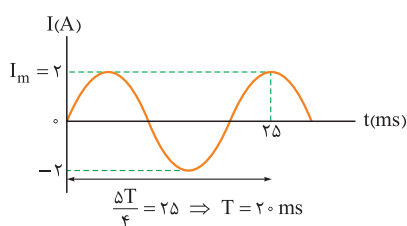


$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\varepsilon_m}{R}$$

پاسخ تشریحی اطلاعاتی که می توانیم از نمودار جریان متناوب به دست آوریم:



$$I_m = 2 \text{ A}$$

$$(دوره تناوب) T = 20 \text{ ms} = 0.02 \text{ s}$$

$$(بسامد) f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz}$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow I = 2 \sin 100\pi t$$

حال به بررسی عبارات می پردازیم:

الف) نادرست است؛ زیرا با توجه به این که دوره تناوب 0.02 s است، در مدت 1 s تعداد $n = \frac{1}{0.02} = 50$ چرخه طی می شود. می دانیم در هر چرخه ۲ بار مقدار جریان الکتریکی بیشینه می شود؛ بنابراین در مدت 1 s ، ۱۰۰ بار مقدار جریان الکتریکی بیشینه می شود.

ب) درست است؛ می دانیم هنگامی که جریان و نیروی محرکه القایی صفر هستند، شار مغناطیسی بیشینه است. از طرفی در لحظه $t = 0.12 \text{ s}$ که معادل با ۶ دوره تناوب است، جریان الکتریکی صفر بوده؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از مولد بیشینه است.

پ) درست است.

ت) نادرست است؛ با توجه به این که در مدت 1 s ، تعداد $n = \frac{1}{0.02} = 50$ چرخه طی می شود و در هر چرخه دو بار جهت جریان تغییر می کند، جهت جریان ۱۰۰ بار تغییر می کند.



شیمی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۲

تست و پاسخ (۵۱)

اگر اعداد داده شده در گزینه‌ها، مربوط به انحلال پذیری گازهای CO_2 و O_2 ، N_2 ، NO در دمای 20°C و فشار 2 atm در آب باشد، عدد کدام گزینه مقدار انحلال پذیری گاز قطبی را به درستی نشان می‌دهد؟

با آب واکنش می‌دهد.

گاز قطبی

۰ / ۳۳۸ (۲)

۰ / ۰۰۴ (۴)

۰ / ۰۱۴ (۱)

۰ / ۰۰۹ (۳)

پاسخ: گزینه (۱)

پاسخ تشریحی NO مولکولی قطبی و CO_2 مولکولی ناقطبی است. بین این دو مولکول، CO_2 انحلال پذیری بیشتری دارد، زیرا برخلاف NO با آب واکنش می‌دهد. بین دو مولکول ناقطبی دیگر (O_2 و N_2)، مولکول O_2 ، جرم مولی بیشتر و در نتیجه انحلال پذیری بیشتری دارد؛ پس مقایسه انحلال پذیری این گازها به صورت زیر است:

CO_2	>	NO	>	O_2	>	N_2
↓		↓		↓		↓
مولکول ناقطبی که با آب واکنش می‌دهد.		مولکول قطبی		مولکول ناقطبی با جرم مولی بیشتر		مولکول ناقطبی با جرم مولی کمتر
(۰/۳۳۸)		(۰/۰۱۴)		(۰/۰۰۹)		(۰/۰۰۴)

تست و پاسخ (۵۲)

در ساختار لوویس کدام ترکیب، همه اتم‌ها دارای جفت الکترون ناپیوندی اند؟

(۴) نیتروژن تری‌فلوئورید

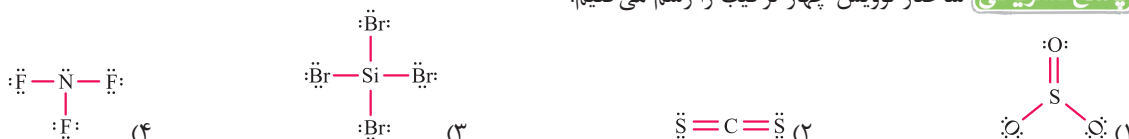
(۳) سیلیسیم تترابرمید

(۲) کربن دی‌سولفید

(۱) گوگرد تری‌اکسید

پاسخ: گزینه (۴)

پاسخ تشریحی ساختار لوویس چهار ترکیب را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید، تنها مولکولی که همه اتم‌های آن جفت الکترون ناپیوندی دارند، مولکول NF_3 است.

تست و پاسخ (۵۳)

در دو ظرف جداگانه، گازهای کربن مونوکسید و متان قرار دارند. با توجه به جدول زیر، کدام گاز می‌تواند در شرایط **STP** قرار داشته باشد و شمار مولکول‌های این گاز در ظرف کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

حجم مولی 22.4 L دارد.

نوع گاز	جرم گاز (g)	چگالی گاز (g.L^{-1})
CO	۱/۴	۱/۲۵
CH_4	۳/۲	۱/۲

(۱) CO ، $2/408 \times 10^{23}$

(۲) CH_4 ، $1/204 \times 10^{23}$

(۳) CO ، $3/01 \times 10^{23}$

(۴) CH_4 ، $6/02 \times 10^{23}$

پاسخ: گزینه (۳)

پاسخ تشریحی در شرایط **STP**، حجم یک مول از هر گازی برابر 22.4 L است. به این ترتیب باید حجم مولی هر دو گاز را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} \text{حجم مولی} &= \frac{\text{جرم مولی}}{\text{چگالی}} \\ \text{جرم مولی} &= \text{چگالی} \times \text{حجم مولی} \\ \text{جرم مولی CO} &= 1/25 \times 22.4 = 4.48 \text{ g.mol}^{-1} \\ \text{جرم مولی CH}_4 &= 1/2 \times 22.4 = 11.2 \text{ g.mol}^{-1} \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

با توجه به این که CO در شرایط STP است، شمار مولکول‌های این گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$1/4 \text{ g CO} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{28 \text{ g CO}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol CO}} = 3.01 \times 10^{22} \text{ مولکول}$$

تست و پاسخ ۵۴

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، انرژی کم‌تری با خود حمل می‌کند.
- پیش از کشف طیف نشری خطی هیدروژن، مدل بور برای اتم هیدروژن ارائه شد.
- از لامپ فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.
- طول موج ۴۱۰ nm در طیف نشری خطی هیدروژن، مربوط به بازگشت الکترون برانگیخته از لایه سوم به دوم است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی همه عبارت‌ها نادرست‌اند.

- طول موج یک پرتو با انرژی آن رابطه وارونه دارد، پس هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کند.
- نیلز بور به کمک بررسی تعداد و جایگاه خطوط در طیف نشری خطی هیدروژن، توانست ضمن ارائه مدل خود، طیف نشری خطی هیدروژن را نیز توجیه کند؛ یعنی مدل بور پس از کشف طیف نشری خطی هیدروژن ارائه شد.
- فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، آرگون (Ar) است، اما برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام از نئون استفاده می‌شود، نه آرگون!

نکته مقایسه درصد حجمی گازهای نجیب در هواکره، به صورت زیر است:

Ar > Ne > He > Kr > Xe: درصد حجمی در هواکره

- طول موج ۴۱۰ nm در طیف نشر خطی هیدروژن، مربوط به بازگشت الکترون برانگیخته از لایه ششم به لایه دوم است.

نکته چگونگی ایجاد طول موج‌ها و رنگ‌های ایجادشده در ناحیه مرئی طیف نشری خطی هیدروژن را حتماً به خاطر بسپارید:

انتقال الکترون	طول موج (nm)	رنگ نوار
از $n = 6$ به $n = 2$	۴۱۰	بنفش
از $n = 5$ به $n = 2$	۴۳۴	نیلی
از $n = 4$ به $n = 2$	۴۸۶	آبی
از $n = 3$ به $n = 2$	۶۵۶	سرخ

تست و پاسخ ۵۵

BaCl₂

اگر در ۲/۵ کیلوگرم از محلول باریم کلرید، 10^{-3} مول یون باریم وجود داشته باشد، غلظت یون کلرید در این محلول چند ppm است؟
(Cl = ۳۵/۵، Ba = ۱۳۷: g.mol⁻¹)

۱۴/۲ (۱) ۲۸/۴ (۲) ۳۵/۵ (۳) ۷۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی راه اول: گام اول: با استفاده از مول یون باریم، جرم یون کلرید موجود در محلول را حساب می‌کنیم. از انحلال هر مول باریم کلرید (BaCl₂)، یک مول یون Ba²⁺ و دو مول یون Cl⁻ تولید می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$10^{-3} \text{ mol Ba}^{2+} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^{-}}{1 \text{ mol Ba}^{2+}} \times \frac{35.5 \text{ g Cl}^{-}}{1 \text{ mol Cl}^{-}} = 71 \times 10^{-3} \text{ g Cl}^{-}$$





گام دوم: از رابطه ppm استفاده می کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6 = \frac{71 \times 10^{-3}}{2/5 \times 10^{-3}} \times 10^6 = 28/4$$

راه دوم: در محلول BaCl_2 ، تعداد مول یون کلرید، دو برابر تعداد مول یون Ba^{2+} یعنی برابر با 2×10^{-3} مول است. حال با استفاده از رابطه

دیگر ppm، غلظت یون کلرید را به دست می آوریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده (mg)}}{\text{جرم محلول (kg)}} = \frac{(2 \times 10^{-3}) \times (35/5 \times 10^3) \text{ mg}}{2/5 \text{ kg}} = 28/4$$

تست و پاسخ ۵۶

کدام مطلب درباره سی و یکمین عنصر جدول دوره‌ای درست است؟

- (۱) با عنصرهایی با عددهای اتمی ۵، ۱۳، ۴۸، ۸۱ و ۱۱۳ هم گروه است.
- (۲) با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل کاتیون X^{3+} به آرایش گاز نجیب قبل از خود می رسد.
- (۳) چهاردهمین عنصر دسته p جدول دوره‌ای به حساب می آید.
- (۴) شمار الکترون‌ها با $l=2$ در اتم آن با شمار این الکترون‌ها در عنصرهای قبل و بعد از آن در دوره چهارم، برابر است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی سی و یکمین عنصر جدول تناوبی، ۵ الکترون کم‌تر از گاز نجیب هم‌دوره خود یعنی کریپتون (Kr) دارد؛ در نتیجه در ۵ گروه قبل‌تر از گروه ۱۸، یعنی گروه ۱۳ جدول تناوبی و در دوره چهارم قرار دارد.

حالا بریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

(۱) عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۳، ۵ واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره خود هستند؛ پس از بالا به پایین برابر می شوند با ۵، ۱۳، ۳۱، ۴۹ (نه ۴۸!)، ۸۱ و ۱۱۳.

(۲) آرایش الکترونی این عنصر به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1 4s^2$ است و اگر ۳ الکترون از دست بدهد، به آرایش الکترونی $[\text{Ar}] 3d^1$ می رسد که با آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود برابر نیست!

(۳) طبق آرایش الکترونی این عنصر ($1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1 4s^2$)، ۱۳ الکترون‌های در زیرلایه‌های p، وجود دارد؛ پس این عنصر سیزدهمین عنصر دسته p جدول دوره‌ای می باشد، نه چهاردهمین!

(۴) $l=2$ مربوط به زیرلایه d است. در هر سه عنصر با عددهای اتمی ۳۰، ۳۱ و ۳۲، ۱۰ الکترون با $l=2$ وجود دارد:

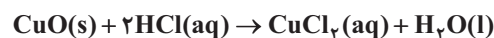
$${}_{30}\text{X}: [\text{Ar}] 3d^1 4s^2$$

$${}_{31}\text{Y}: [\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^1$$

$${}_{32}\text{Z}: [\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^2$$

تست و پاسخ ۵۷

نمونه‌ای از فلز مس دارای دو ایزوتوپ ${}^{63}\text{Cu}$ و ${}^{65}\text{Cu}$ است. اگر نمونه‌ای به جرم ۱۵/۸۸ گرم از مس (II) اکسید با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید مطابق معادله زیر واکنش داده و ۲۶/۸۸ گرم مس (II) کلرید تشکیل شود، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر مس در این نمونه کدام است؟ ($O = 16, Cl = 35/5; \text{g.mol}^{-1}$)



۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با استفاده از استوکیومتری واکنش، جرم مولی میانگین مس را حساب کن، بعدش از فرمول جرم اتمی میانگین

استفاده کن!





پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا باید جرم اتمی میانگین را محاسبه کنیم. صورت سؤال جرم واکنش دهنده و فراورده دارای مس را به ما داده است؛ پس با استفاده از کسر تناسب می توان جرم اتمی میانگین را محاسبه کرد:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{15/88}{M+16} = \frac{26/88}{M+71} \Rightarrow M = 63/4$$

تکنیک اگر دو کسر با هم برابر باشند یا با هم تناسب داشته باشند، می توانیم از تفصیل در صورت و مخرج استفاده کنیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\frac{15/88}{M+16} = \frac{26/88 - 15/88}{(M+71) - (M+16)} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5} \Rightarrow M+16 = 79/4 \Rightarrow M = 63/4$$

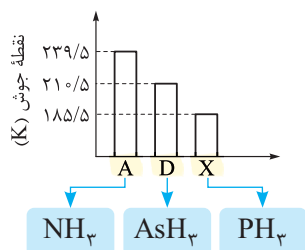
طبق رابطه گفته شده خواهیم داشت:

گام دوم: با کمک رابطه جرم اتمی میانگین، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین مس را محاسبه می کنیم:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) \Rightarrow 63/4 = 63 + \frac{F_2}{100} \times 2 \Rightarrow F_2 = 2\%$$

تست و پاسخ ۵۸

با توجه به نمودار زیر که مربوط به مقایسه نقطه جوش NH_3 ، PH_3 و AsH_3 است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



(الف) دلیل بالاتر بودن نقطه جوش A نسبت به D و X، بیشتر بودن جرم مولی آن است.

(ب) در شرایط یکسان، گاز X آسان تر از گاز D به مایع تبدیل می شود.

(پ) ماده A، فراورده فرایند هابر است و به عنوان کود شیمیایی، به طور مستقیم به خاک تزریق می شود.

(ت) اتم مرکزی ترکیب D در دوره چهارم و گروه ۱۵ جدول دوره های قرار دارد.

(۲) پ - ت

(۱) الف - ب

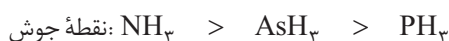
(۴) ب - ت

(۳) الف - پ

پاسخ: گزینه ۲

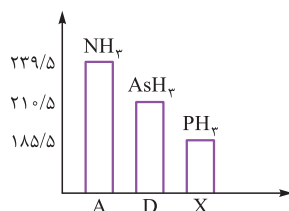
پاسخ تشریحی عبارت های «پ» و «ت» درست اند.

برای بررسی گزینه ها، ابتدا باید نقطه جوش ۳ ترکیب را با هم مقایسه کنیم. بین این ۳ ترکیب، NH_3 به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی، بیشترین نقطه جوش را دارد. بین AsH_3 و PH_3 ، چون جرم مولی AsH_3 از PH_3 بیشتر است، نقطه جوش AsH_3 بالاتر است.



↓ ↓ ↓
جرم مولی کمتر جرم مولی بیشتر دارای پیوند هیدروژنی

بررسی موارد:



(الف) دلیل بالاتر بودن نقطه جوش A نسبت به D و X، وجود پیوند هیدروژنی بین مولکول های آن است.

(ب) هر چه نقطه جوش یک ماده بالاتر باشد، در شرایط یکسان، آسان تر به مایع تبدیل می شود. در این جا

D نقطه جوش بالاتری نسبت به X دارد و آسان تر به مایع تبدیل خواهد شد.

(پ) NH_3 فراورده فرایند هابر ($\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$) می باشد که به عنوان کود شیمیایی به

طور مستقیم به خاک تزریق می شود.

(ت) ترکیب D، AsH_3 است و اتم مرکزی آن As ۳۳ بوده که در دوره چهارم و گروه ۱۵ جدول تناوبی قرار دارد.



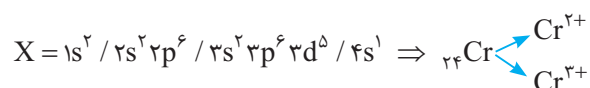
تست و پاسخ ۵۹

در آرایش الکترونی اتم X، ۵ زیرلایه الکترونی پر شده و ۵ الکترون با $n + l = 5$ وجود دارد. کدام فرمول شیمیایی را نمی‌توان به ترکیبی از اتم X نسبت داد؟

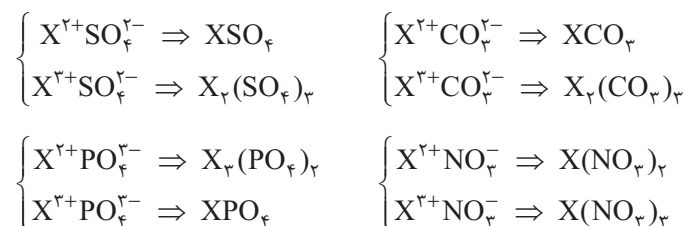


پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: از ابتدایی‌ترین زیرلایه شروع به نوشتن می‌کنیم تا ۵ زیرلایه الکترونی پر شوند:
 $1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6$
 در آرایش الکترونی اتم X، ۵ الکترون با $n + l = 5$ وجود دارد: زیرلایه‌های ۵s، ۴p و ۳d، $n + l$ برابر ۵ دارند که در این اتم، فقط زیرلایه ۳d ۵ الکترون را می‌توانیم داشته باشیم، اما *هواستون* باشد برای این که ۵ زیرلایه پر شده داشته باشیم، آرایش الکترونی اتم مورد نظر باید به $3d^5 4s^2$ ختم شود و نه $3d^5 4s^1$.



با توجه به بار آنیون‌های NO_3^- ، PO_4^{3-} ، CO_3^{2-} ، SO_4^{2-} داریم:



تست و پاسخ ۶۰

چند مورد از مطالب زیر، درباره ایزوتوپی از هیدروژن که شمار ذره‌های زیراتمی آن با هم برابر است، درست می‌باشد؟
 • در طبیعت یافت نمی‌شود و پرتوزا است.
 • جرم اتمی آن به تقریب ۲۰۰۰ برابر جرم الکترون (های) آن است.
 • واکنش‌پذیری آن از ایزوتوپی از هیدروژن که فاقد نوترون است، بیشتر می‌باشد.
 • دارای یک الکترون ظرفیتی است و به دسته S جدول دوره‌ای تعلق دارد.

یک e، یک p و یک n دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: تنها عبارت چهارم درست است. هیدروژن (${}^1_1H$) یک الکترون و یک پروتون دارد، حالا برای این که شمار ذره‌های زیراتمی آن برابر باشند، باید یک نوترون هم داشته باشد؛ پس ایزوتوپ مد نظر ${}^2_1H$ است.
 بررسی موارد:

• هیدروژن ۷ ایزوتوپ دارد که از بین آن‌ها، سه ایزوتوپ (${}^1_1H$ ، ${}^2_1H$ و ${}^3_1H$) طبیعی هستند و در طبیعت یافت می‌شوند و ۴ ایزوتوپ (${}^4_1H$ ، ${}^5_1H$ ، ${}^6_1H$ و ${}^7_1H$) ساختگی هستند.

• مقدار عددی جرم اتمی یک اتم به تقریب با مقدار عددی عدد جرمی آن برابر است، پس جرم اتمی ${}^2_1H$ برابر ۲ amu است. ${}^2_1H$ یک الکترون دارد و از طرفی می‌دانیم که جرم هر الکترون به تقریب برابر $\frac{1}{1836}$ amu می‌باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم اتمی } {}^2_1H}{\text{جرم الکترون}} = \frac{2}{\frac{1}{1836}} = 4000$$

• ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسانی دارند؛ بنابراین واکنش‌پذیری ایزوتوپ‌های هیدروژن با هم برابر است.
 • اتم هیدروژن با آرایش $1s^1$ ، یک الکترون ظرفیتی دارد و متعلق به دسته S جدول دوره‌ای است.

تست و پاسخ ۶۱

با توجه به معادله انحلال پذیری نمک‌های A و B، کدام مطلب نادرست است؟

نمک	معادله انحلال پذیری
A	$S = -\infty / 40 + 34$
B	$S = \infty / 80 + 28$

- در دمای 5°C ، درصد جرمی محلول سیرشده این دو نمک با هم برابر است.
- محلولی شامل ۱۵ گرم B در ۵۰ گرم آب در دمای 10°C ، سیر نشده است.
- با کاهش دمای محلول سیرشده B از 50°C به 20°C ، مقداری نمک رسوب می‌کند.
- نمک‌های A و B به ترتیب می‌توانند لیتیم سولفات و پتاسیم نیترات باشند.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- اگر انحلال پذیری دو نمک در دمای 5°C با هم برابر باشد، درصد جرمی محلول سیرشده آن‌ها نیز با هم برابر خواهد بود:

$$\left. \begin{aligned} (A \text{ نمک}) S &= (-\infty / 4 \times 5) + 34 = 32 \\ (B \text{ نمک}) S &= (\infty / 8 \times 5) + 28 = 32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{با هم برابر هستند.}$$

- ابتدا باید انحلال پذیری نمک B در دمای 10°C را محاسبه کنیم، سپس مقدار نمک B در ۵۰ گرم آب:

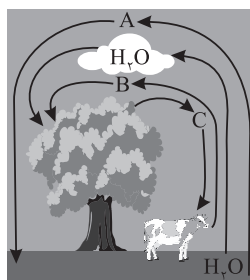
$$S_B(10) = \infty / 8 \times 10 + 28 = 36$$

برای این که محلول سیرشده باشد، باید ۱۸ گرم نمک در ۵۰ گرم آب حل شود؛ پس محلول با ۱۵ گرم نمک، سیر نشده است.

- با کاهش دما، انحلال پذیری نمک B در آب کاهش می‌یابد و مقداری نمک رسوب می‌کند.
- با توجه به نمودارهای انحلال پذیری نمک‌ها در کتاب درسی، نمودار انحلال پذیری پتاسیم نیترات (KNO_3) خطی نیست؛ پس نمک B نمی‌تواند پتاسیم نیترات باشد.

تست و پاسخ ۶۲

با توجه به شکل زیر که برهم کنش هواکره با زیست کره را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟



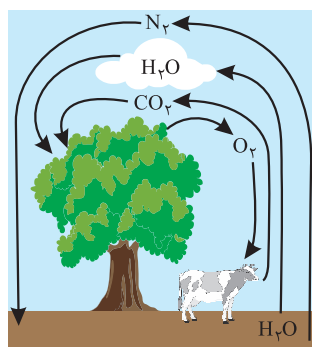
- A. نخستین گازی است که در ستون تقطیر جزء به جزء هوای مایع، از مخلوط جدا می‌شود.
- B. بخش عمده هواکره را گازهای A و B تشکیل می‌دهند.
- C. جانداران ذره‌بینی با تثبیت گاز C، آن را برای مصرف گیاهان آماده می‌کنند.
- B. یکی از فراورده‌های سوختن کامل سوخت‌های فسیلی است.
- C. یکی از واکنش‌دهنده‌های واکنش تولید اوزون تروپوسفری است.

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست‌اند.

شکل داده شده، برهم کنش هواکره با زیست کره را نشان می‌دهد. A، B و C به ترتیب گازهای نیتروژن (N_2)، کربن دی‌اکسید (CO_2) و اکسیژن (O_2) هستند.



ترتیب جداسدن گازها در ستون تقطیر هوای مایع به صورت مقابل است:

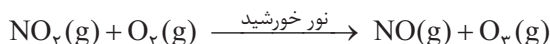
$\text{N}_2 \rightarrow \text{Ar} \rightarrow \text{O}_2$
 (۱) (۲) (۳)

بررسی موارد:

● ترتیب جداسدن گازها در ستون تقطیر هوای مایع به صورت مقابل است:



- بخش عمده هواکره را دو گاز A و C (نیتروژن و اکسیژن) تشکیل می دهند.
- جانداران ذره بینی موجود در خاک با تثبیت گاز نیتروژن (گاز A)، این گاز را برای مصرف گیاهان آماده می کنند.
- گاز CO_2 (گاز B) یکی از فراورده های سوختن کامل سوخت های فسیلی است.
- اوزون تروپوسفری، از واکنش گاز قهوه ای رنگ نیتروژن دی اکسید با گاز اکسیژن (گاز C) در حضور نور خورشید تولید می شود:

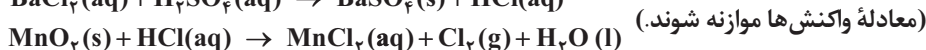
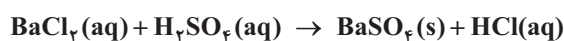


تست و پاسخ ۶۳

اگر در واکنش کامل ۱۰ میلی لیتر محلول باریم کلرید با سولفوریک اسید، ۹۳۲ میلی گرم ترکیب نامحلول در آب تشکیل شود، محلول باریم کلرید چند مولار است و HCl تولید شده در این واکنش، با چند گرم منگنز (IV) اکسید به طور کامل واکنش می دهد؟



(Ba = ۱۳۷, Mn = ۵۵, Cl = ۳۵/۵, S = ۳۲, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)



$$0/174,0/2(4)$$

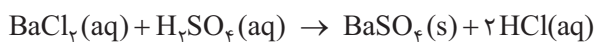
$$0/174,0/4(3)$$

$$0/087,0/2(2)$$

$$0/087,0/4(1)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: معادله واکنش اول را موازنه می کنیم:



گام دوم: با استفاده از کسر تناسب، غلظت مولی محلول باریم کلرید و مول HCl را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{مول}}$$

$$\frac{\text{BaCl}_2}{\text{BaSO}_4} = \frac{\text{HCl}}{\text{HCl}}$$

$$\frac{x \times 0/01}{1} = \frac{932 \times 10^{-3}}{233} = \frac{y}{2 \times 1} \Rightarrow \begin{cases} x = 0/4 \text{ mol.L}^{-1} \\ y = 8 \times 10^{-3} \text{ mol HCl} \end{cases}$$

گام سوم: معادله واکنش دوم را موازنه می کنیم:



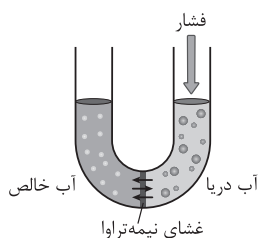
گام چهارم: با استفاده از مول HCl ، جرم MnO_2 را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{z}{1 \times 87} = \frac{8 \times 10^{-3}}{4} \Rightarrow z = 0/174 \text{ g MnO}_2$$

تست و پاسخ ۶۴

چند مورد از مطالب زیر، درباره فرایند نشان داده شده در شکل روبه رو، درست اند؟

- با گذشت زمان ارتفاع مایع در لوله سمت چپ بالا می رود.
- آب به دست آمده از این روش، آلاینده گی کمی نسبت به تصفیه با روش تقطیر دارد.
- با گذشت زمان، فشار لازم برای انجام این فرایند افزایش می یابد.
- آب تصفیه شده با این روش برخلاف آب به دست آمده از روش صافی کربن، نیازی به کلرزنی ندارد.



$$4(4)$$

$$3(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و سوم درست‌اند.

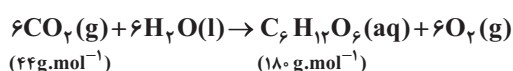
شکل نشان داده‌شده، همان فرایند اسمز معکوس است.

بریم سراغ عبارت‌ها:

- در فرایند اسمز معکوس، با اعمال یک فشار خارجی، جهت حرکت مولکول‌های آب نسبت به فرایند اسمز، برعکس می‌شود. در این‌جا مولکول‌های آب از سمت محلول (آب دریا) به سمت حلال خالص می‌روند؛ در نتیجه ارتفاع مایع در لولهٔ سمت چپ بالا می‌رود.
- در فرایند تقطیر، میکروب‌ها و ترکیب‌های آلی فزّار در آب باقی می‌مانند؛ در حالی که در فرایند اسمز معکوس، تنها میکروب‌ها باقی می‌مانند.
- با گذشت زمان و جابه‌جایی مولکول‌های آب، محلول سمت راست به مرور غلیظ‌تر می‌شود؛ از این‌رو فشار بیشتری لازم است تا فرایند جابه‌جایی مولکول‌های آب انجام شود.
- آب به‌دست‌آمده از هر سه روش «تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربن» حاوی میکروب است و نیاز به کلرزنی دارد.

تست و پاسخ ۶۵

درختان با جذب کربن دی‌اکسید، می‌توانند آن را به گلوکز تبدیل کنند. اگر در هر درخت، ماهانه $3/75$ کیلوگرم گلوکز ساخته شود، با کربن دی‌اکسید جذب‌شده در یک سال توسط 280 درخت، ردّ پای کربن دی‌اکسید ایجاد‌شده در تأمین برق چند خانوادهٔ ایرانی را می‌توان از بین برد؟ (فرض کنید منبع تأمین برق، نفت خام است و هر خانوادهٔ ایرانی، سالانه 4400 کیلووات‌ساعت برق مصرف می‌کند).



منبع تولید برق	مقدار CO_2 تولیدشده به ازای هر کیلووات‌ساعت برق مصرفی (kg)
نفت خام	۰/۷

۲۴ (۴)

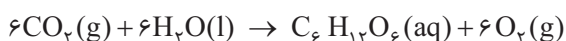
۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی



با استفاده از کسر تناسب، مقدار CO_2 مصرفی به ازای تولید $3/75$ کیلوگرم گلوکز را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{6 \times 44} = \frac{3/75}{1 \times 180} \Rightarrow x = 5/5 \text{ kg CO}_2 \text{ در هر ماه}$$

$$\text{حالا باید مقدار CO}_2 \text{ مصرفی را برای هر سال محاسبه کنیم:}$$

این مقدار برای 280 درخت برابر است با: 66×280 کیلوگرم!

در آخر جرم CO_2 را به kWh و سپس kWh را به تعداد خانواده تبدیل می‌کنیم:

$$(280 \times 66) \text{ kg CO}_2 \times \frac{1 \text{ kWh}}{0/7 \text{ kg CO}_2} \times \frac{1 \text{ خانواده}}{4400 \text{ kWh}} = 6 \text{ خانواده}$$

شیمی یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۲۱

تست و پاسخ ۵۱

از میان عنصرهای A، B، C، D، E، F، G، H، I، J، K، L، M، N، O، P، Q، R، S، T، U، V، W، X، Y، Z، عنصر را دارد.

(۱) A، بیشترین خصلت نافلز

(۲) B، کم‌ترین شمار الکترون‌های ظرفیتی

(۳) D، بیشترین شعاع اتمی

(۴) M، توانایی تشکیل ترکیب یونی با X

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) بیشترین خصلت نافلزی را عنصر X (همان فلزبور) دارد.
۲) کمترین شمار الکترون‌های ظرفیتی را عنصرهای A و D دارند.

اتم	A	X	D	B	M
آرایش الکترونی	$[He]2s^2 2p^3$	$[He]2s^2 2p^5$	$[Ne]3s^2 3p^3$	$[Ne]3s^2 3p^4$	$[Ne]3s^2 3p^5$
شمار الکترون‌های ظرفیتی	۵	۷	۵	۶	۷

	گروه ۱۷	گروه ۱۶	گروه ۱۵
دوره ۲	X		A
دوره ۳	M	B	D

افزایش شعاع اتمی

- ۳) با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در جدول دوره‌ای، هر چه عنصری در سمت چپ‌تر (یعنی شماره گروه کم‌تر) و پایین‌تر (یعنی شماره دوره بیشتر) جدول تناوبی باشد، شعاع اتمی آن بیشتر است.
۴) عنصرهای M و X، هردو نافلزند و توانایی تشکیل ترکیب یونی با یکدیگر را ندارند. یک ترکیب یونی دوتایی، از واکنش یک فلز و یک نافلز تولید می‌شود.

تست و پاسخ ۵۲

اگر بازده واکنش تبدیل گاز اکسیژن به اوزون ($3O_2 \rightarrow 2O_3$)، ۱۵ درصد باشد، برای تهیه ۰/۰۲۵ مول اوزون، به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟ ($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

- ۱) ۱۸/۰ ۲) ۲/۱ ۳) ۴ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی برای محاسبه جرم گاز اکسیژن، می‌توانیم از دو روش استفاده کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب: در این روش، بازده درصدی را در صورت کسر مربوط به واکنش‌دهنده ضرب می‌کنیم:

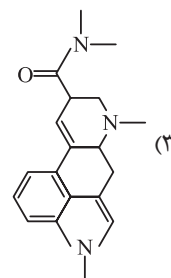
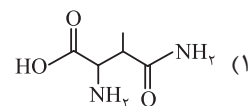
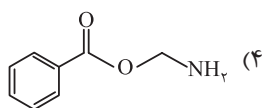
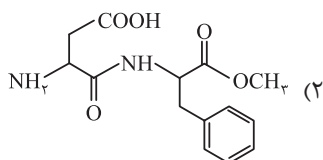
$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{O_3} \Rightarrow \frac{x \times 15}{100} = \frac{3 \times 32}{2 \times 1} \Rightarrow x = \frac{3 \times 32 \times 2 \times 15}{100 \times 2 \times 1} = \frac{16 \times 5}{10} = 8 \text{ g } O_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل: ابتدا به کمک بازده درصدی واکنش، مقدار نظری اوزون را حساب کرده و سپس به کمک کسر تبدیل‌های مناسب، مول اوزون را به جرم گاز اکسیژن تبدیل می‌کنیم:

$$0.025 \text{ mol } O_3 \times \frac{100 \text{ mol } O_3}{15 \text{ mol } O_3} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } O_3} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 8 \text{ g } O_2$$

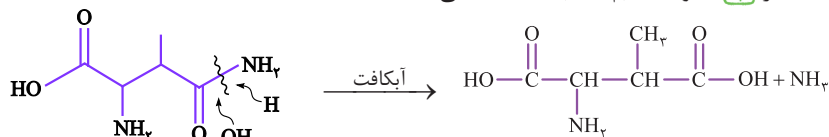
تست و پاسخ ۵۳

در اثر آبکافت کدام ترکیب، آمونیاک به دست می‌آید؟



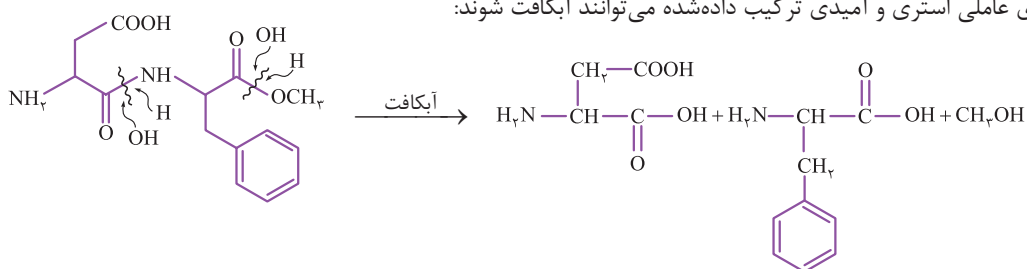
پاسخ: گزینه ۱

در اثر آبکافت گروه عاملی آمیدی ترکیب داده شده در ۱، آمونیاک (NH_3) به دست می آید:

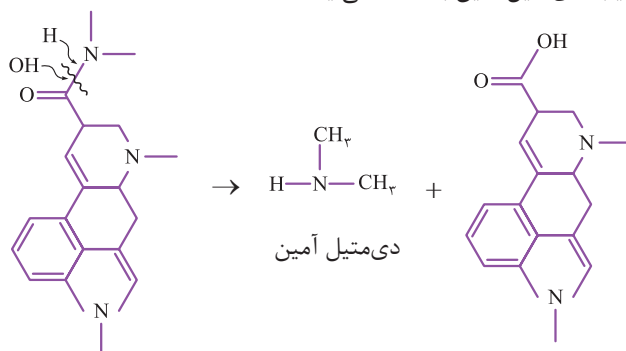


پاسخ تشریحی بررسی سایر گزینه ها:

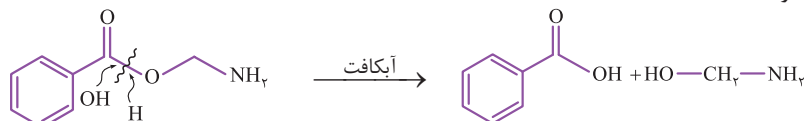
گروه های عاملی استری و آمیدی ترکیب داده شده می توانند آبکافت شوند:



از آبکافت گروه آمیدی این ترکیب، دی متیل آمین به دست می آید:

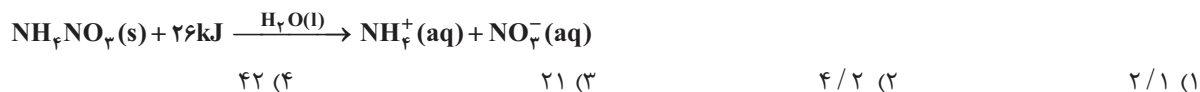


گروه عاملی استری ترکیب می تواند آبکافت شود:



تست و پاسخ ۵۴

برای کاهش دمای ۲۵ گرم آب از دمای 25°C به 12°C ، چند گرم آمونیوم نیترات باید در آب حل شود؟ (از گرمای مبادله شده توسط آمونیوم نیترات صرف نظر شود. $c_{\text{آب}} = 4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$, $H = 1, N = 14, O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: حساب می کنیم که برای کاهش دمای ۲۵ گرم آب، چند کیلوژول گرما باید از آن گرفته شود:

$$Q = |mc\Delta\theta| = 25 \times 4/2 \times (25 - 12) = 25 \times 42 \times 13 \text{ J} \Rightarrow Q = \frac{25 \times 42 \times 13}{1000} \text{ kJ} = \frac{42 \times 13}{40} \text{ kJ}$$

$$\text{NH}_4\text{NO}_3 \sim 26 \text{ kJ}$$

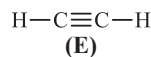
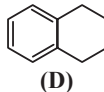
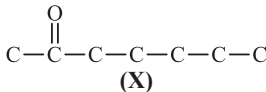
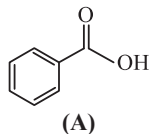
گام دوم: با توجه به آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات، جرم آن را حساب می کنیم:

$$\frac{42 \times 13}{40} \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{26 \text{ kJ}} \times \frac{80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = \frac{42 \times 13 \times 80}{40 \times 26} = 42 \text{ g NH}_4\text{NO}_3$$



تست و پاسخ ۵۵

با توجه به ساختارهای داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- ترکیب (X) در میخک وجود دارد و نام آن، ۲-هپتانول است.
- ترکیب (E)، نخستین عضو خانواده آلکینها است و در گذشته، آن را با نام اتیلن می خواندند.
- ترکیب (A) یکی از طعم دهنده های مواد غذایی است و در ساختار آن، ۵ پیوند C-H وجود دارد.
- ترکیب (D) با ترکیبی با ساختار هم پار است.
- تفاوت جرم مولی ترکیب (X) با بنز آلدهید، با جرم ۴ مول گاز هیدروژن برابر است.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

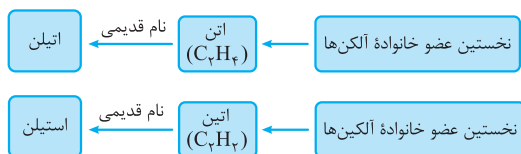
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت های اول، چهارم و پنجم درست اند.

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: ترکیب (X)، همان ۲-هپتانول است که در میخک وجود دارد.

عبارت دوم: ترکیب (E) همان اتین است که در گذشته آن را با نام استیلن می خواندند.



عبارت سوم: ترکیب (A) همان بنزوئیک اسید است که جزء نگهدارنده های مواد غذایی است و نه طعم دهنده!

عبارت چهارم: فرمول هر دو ترکیب، C₁₀H₈ است.

توجه در صورت استفاده از فرمول برای محاسبه تعداد اتم H، مجموع تعداد حلقه و تعداد پیوند دوگانه برای هر دو ترکیب برابر ۵ است.

$$(تعداد حلقه + تعداد پیوند دوگانه) \times (2 - 2) + 2n = تعداد اتم های H$$

عبارت پنجم: فرمول مولکولی ترکیب (X) و بنز آلدهید به ترتیب به صورت C₇H₁₄O و C₇H₆O است: C₇H₁₄O - C₇H₆O = H₈ = ۴H₂

تست و پاسخ ۵۶

از واکنش ۰/۲ مول از مونومر سازنده پلی وینیل کلرید با مقدار کافی برم، چند گرم فراورده به دست می آید و تفاوت شمار جفت الکترون های

ناپیوندی و پیوندی در هر مولکول از فراورده، کدام است؟ (H = ۱, C = ۱۲, Cl = ۳۵/۵, Br = ۸۰ : g.mol⁻¹)

۲، ۳۷/۶ (۴)

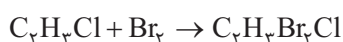
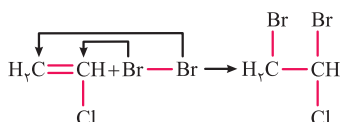
۳، ۳۷/۶ (۳)

۳، ۴۴/۵ (۲)

۲، ۴۴/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی معادله واکنش وینیل کلرید با برم به صورت زیر است:



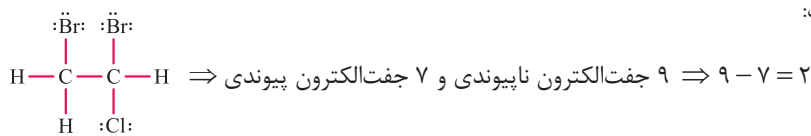
با مصرف ۰/۲ مول وینیل کلرید، ۰/۲ مول فراورده به دست می آید:

$$C_2H_3Br_2Cl \text{ جرم مولی} = (2 \times 12) + 3 + (2 \times 80) + 35/5 = 222/5 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم فراورده} = 0/2 \times 222/5 = 44/5 \text{ g}$$



ساختار لوویس فراورده واکنش به صورت زیر است:



تست و پاسخ ۵۷

اگر سبک‌ترین آلکان راست‌زنجیری که در دمای 22°C و فشار 1 atm به حالت مایع است را A و سنگین‌ترین الکل یک‌عاملی سیر شده که به

هر نسبت در آب حل می‌شود را B بنامیم، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

پنتان

۱- پروپانول

الف) جرم مولی مونومر سازنده نشاسته گندم، سه برابر جرم مولی B است.

ب) در ساختار A، ۱۶ پیوند اشتراکی وجود دارد که ۷۵ درصد آن‌ها از نوع C-H هستند.

پ) نقطه جوش B از الکل سازنده متیل استات کم‌تر است.

ت) مولکول‌های A و B، هم کربن هستند، اما شمار اتم‌های هیدروژن A بیشتر است.

(۲) الف - ب

(۱) پ - ت

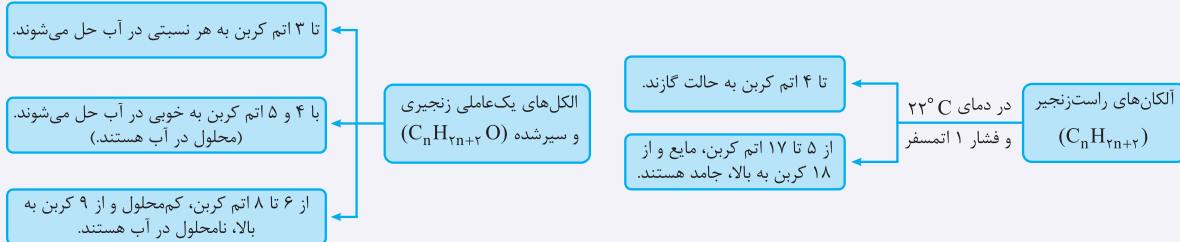
(۴) الف - ت

(۳) ب - پ

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

نکته



پاسخ تشریحی: آلکان A، پنتان (C_5H_{12}) و الکل B، ۱-پروپانول ($\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$) است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) مونومر سازنده گندم، گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) است:

$$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \text{ جرم مولی} = (6 \times 12) + 12 + (6 \times 16) = 180 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow \frac{180}{60} = 3$$

$$\text{C}_3\text{H}_8\text{O} \text{ جرم مولی} = (3 \times 12) + 8 + 16 = 60 \text{ g.mol}^{-1}$$

ب) در ساختار هر آلکان n کربنی، $(3n + 1)$ پیوند اشتراکی وجود دارد که $(n - 1)$ تای آن‌ها، پیوند C-C و $(2n + 2)$ تای آن‌ها، پیوند C-H هستند.

$$\text{C}_5\text{H}_{12} \begin{cases} \text{شمار کل پیوندها} = 3(5) + 1 = 16 \\ \text{C-C پیوندهای} = 5 - 1 = 4 \\ \text{C-H پیوندهای} = 12 \end{cases}$$

$$\text{درصد پیوندهای C-H} = \frac{\text{شمار پیوندهای C-H}}{\text{شمار کل پیوندها}} \times 100 = \frac{12}{16} \times 100 = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

پ) الکل B ($\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$)، ۳ کربنی است؛ اما الکل سازنده متیل استات، متانول بوده که ۱ کربنی است. در بین عضوهای یک خانواده، هر چه جرم مولی بیشتر باشد، نقطه جوش بالاتر است.

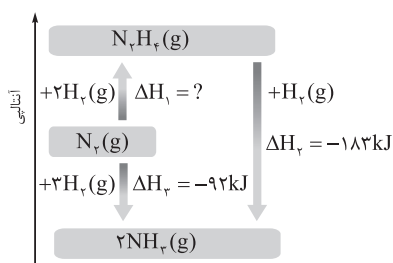
ت) دیدیم که مولکول‌های A (C_5H_{12}) و B ($\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$)، هم کربن نیستند.





تست و پاسخ ۵۸

با توجه به جدول و نمودار داده شده، آنتالپی پیوند N-N در هیدرازین (N_2H_4)، چند کیلوژول بر مول است؟



پیوند	$H-H$	$N-H$	$N \equiv N$
آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۴۳۶	۳۹۱	۹۴۵

(۱) ۱۲۶

(۲) ۱۶۲

(۳) ۳۴۴

(۴) ۴۴۳

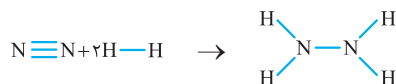
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به نمودار، ΔH واکنش $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$ را به دست می آوریم:

$$\Delta H_1 + \Delta H_2 = \Delta H_3 \Rightarrow \Delta H_1 = -92 - (-183) = +91 kJ$$

گام دوم: با توجه به رابطه محاسبه ΔH واکنش به کمک آنتالپی های پیوند، آنتالپی پیوند N-N در هیدرازین را محاسبه می کنیم:



$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\Delta H(N \equiv N) + 2\Delta H(H-H)] - [\Delta H(N-N) + 4\Delta H(N-H)]$$

$$\Rightarrow 91 = 945 + 2(436) - \Delta H(N-N) - 4(391) \Rightarrow \Delta H(N-N) = 945 + 872 - 1564 - 91 = 162 kJ \cdot mol^{-1}$$

تست و پاسخ ۵۹

کدام مطلب، درست است؟

- (۱) شبه فلز ژرمانیم در گروه ۱۴، مرز بین یک عنصر فلزی و یک عنصر نافلزی است.
- (۲) در بین عنصرهای واسطه دوره چهارم، در آرایش الکترونی ۹ عنصر، زیرلایه هایی با $n+l=4$ به طور کامل پر هستند.
- (۳) در گروه هالوژن ها، روند تغییر شعاع اتمی و روند تغییر واکنش پذیری عنصرها، با افزایش عدد اتمی ناهمسو است.
- (۴) فلزهای قلیایی در گروه اول جدول دوره ای قرار دارند و همه آن ها با تشکیل یون M^+ ، به آرایش هشت تایی گاز نجیب قبل از خود می رسند.

پاسخ: گزینه ۳

نکته در گروه هالوژن ها (عنصرهای گروه ۱۷) مانند سایر گروه های جدول دوره ای، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی عنصرها افزایش می یابد، اما در این گروه، از بالا به پایین، واکنش پذیری عنصرها، کاهش می یابد.



پاسخ تشریحی بررسی سایر گزینه ها:

← نافلز	C
← شبه فلز	Si
	Ge
← فلز	Sn
	Pb

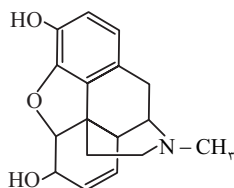
(۱) در گروه ۱۴، عنصر بالای ژرمانیم، شبه فلز سیلیسیم و عنصر پایین آن، فلز قلع است؛ پس نمی توان گفت ژرمانیم، مرز بین یک فلز و یک نافلز است.

۲) زیرلایه‌های ۳p و ۴s دارای $n+l=4$ هستند. زیرلایه ۳p در همهٔ عنصرهای دورهٔ چهارم، به طور کامل پر و ۶ الکترونی است. زیرلایه ۴s نیز به جز عنصر اصلی K و دو عنصر واسطه Cr و Cu، کاملاً پر و ۲ الکترونی می‌باشد؛ بنابراین می‌توان گفت در بین ۱۰ عنصر واسطه دورهٔ چهارم، در ۸ عنصر زیرلایه‌هایی با $n+l=4$ به طور کامل پر هستند.

۴) فلز قلیایی لیتیم (۳ Li) با تشکیل کاتیون Li^+ به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیوم می‌رسد و هشت تایی نمی‌شود.

تست و پاسخ ۶۰

با توجه به شکل روبه‌رو که ساختار مورفین را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) دارای گروه‌های عاملی آمینی، هیدروکسیل و اتری است.

(۲) فرمول مولکولی آن، $C_{17}H_{19}NO_3$ است.

(۳) ۴ اتم کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

(۴) هر مول از آن ۸۹/۶ لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد، به طور کامل واکنش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی در ساختار مورفین، ۵ اتم کربن (کربن‌های ۳، ۴، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ در شکل روبه‌رو)

وجود دارد که به آن‌ها هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به ساختار داده‌شده، ترکیب مورد نظر دارای گروه عاملی آمینی $(-N-)$ ، هیدروکسیل

$(-OH)$ و اتری $(-O-)$ است.

۲) با توجه به ساختار گستردهٔ مورفین، این مولکول دارای ۱۷ اتم کربن، ۱۹ اتم هیدروژن، ۱ اتم نیتروژن و ۳ اتم اکسیژن است؛ بنابراین فرمول مولکولی مورفین به صورت $C_{17}H_{19}NO_3$ می‌باشد.

نکته برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن (و دارای اتم‌های C، H، N و O) می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

تعداد اتم‌های نیتروژن + (تعداد پیوندهای سه‌گانه) - ۴ - (تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه) - ۲ = $(2n + 2)$ = شمار اتم‌های هیدروژن

مورفین دارای ۱۷ اتم کربن، ۴ پیوند دوگانه، ۵ حلقه و ۱ اتم نیتروژن است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$19 = 2(17) + 2 - 2(4 + 5) + 1$$

۴) در ساختار مورفین، ۴ پیوند $C=C$ وجود دارد؛ بنابراین هر مول از آن ۴ مول گاز هیدروژن به طور کامل واکنش می‌دهد:

$$STP \text{ در شرایط } H_2 \text{ حجم } 4 \text{ مول } = 4 \times 22.4 = 89.6 \text{ L}$$

تست و پاسخ ۶۱

اگر سرعت متوسط واکنش: $A(g) + 2X(g) \rightarrow 2D(g) + E$ ، در ۴۰ ثانیهٔ اول واکنش برابر با $3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، حاصل $a + b$ در جدول

ماده	مقدار مول اولیه	مقدار مول پس از ۴۰ ثانیه
A	a	b
D	۰	b

۲) ۵/۰

۴) ۱

زیر کدام است؟

۱) ۴/۰

۳) ۸/۰

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره رابطهٔ سرعت واکنش را بر حسب دو ماده A و D بنویس و a و b رو به دست بیار!

پاسخ تشریحی گام اول: رابطهٔ سرعت واکنش را بر حسب D نوشته و b را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(D)}{2} \Rightarrow \bar{R}(D) = 2\bar{R}(\text{واکنش}) = 2 \times 0.3 = 0.6 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}(D) = \frac{\Delta n(D)}{\Delta t} \Rightarrow 0.6 = \frac{(b - 0) \text{ mol}}{40 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} \Rightarrow 10b = 4 \Rightarrow b = 0.4$$



گام دوم: رابطه سرعت واکنش را بر حسب A نوشته و a را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(A) \Rightarrow \bar{R}(A) = \frac{\Delta n(A)}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0}{3} = -\frac{(a-b)\text{mol}}{4 \times 10^{-3} \text{ s}} \Rightarrow \frac{0}{3} = \frac{6(a-b)}{4 \times 10^{-3} \text{ s}}$$

$$\Rightarrow a - b = 0 / 2 \xrightarrow{b=0/4} a = 0 / 6$$

$$a + b = 0 / 6 + 0 / 4 = 1$$

گام سوم: حاصل a + b را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۶۲

در ساختار آلکان ۲، ۲، ۴-تری‌متیل پنتان، چند گروه CH_3 وجود دارد و اگر به جای شاخه‌های فرعی متیل آن، گروه اتیل قرار گیرد، مجموع اعداد در نام ترکیب، چند واحد تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۵، ۴ (۴)

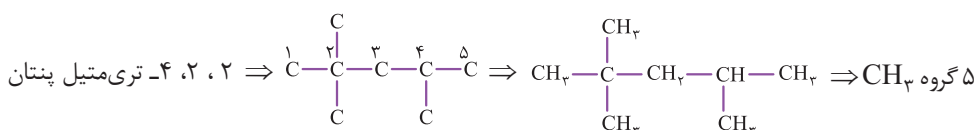
۳، ۴ (۳)

۳، ۵ (۲)

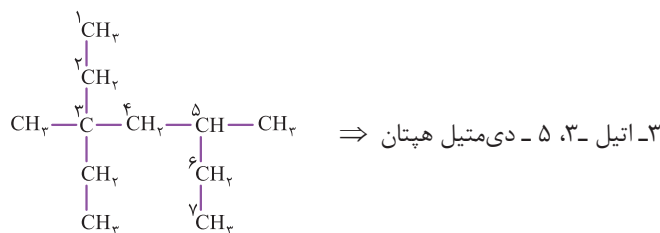
۵، ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: زنجیر اصلی ۲، ۲، ۴-تری‌متیل پنتان، ۵ اتم کربن دارد و به کربن شماره ۲ و ۴ آن، به ترتیب ۲ و ۱ گروه متیل متصل است:



اگر به جای ۳ شاخه فرعی متیل، گروه اتیل قرار گیرد، خواهیم داشت:



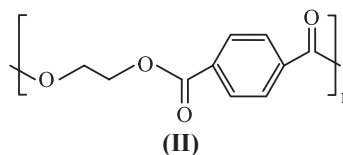
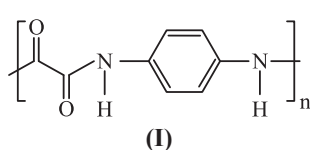
$$\text{مجموع اعداد در نام ترکیب اولیه} = 2 + 2 + 4 = 8$$

$$\Rightarrow 11 - 8 = 3$$

$$\text{مجموع اعداد در نام ترکیب نهایی} = 3 + 3 + 5 = 11$$

تست و پاسخ ۶۳

با توجه به ساختارهای داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- کولار متعلق به خانواده‌ای از پلیمرها است که پلیمر (I) نیز در آن قرار دارد.
- فرمول مولکولی دی‌الکل سازنده پلیمر (II) به صورت $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}_7$ است.
- تفاوت جرم مولی دی‌اسید سازنده پلیمرهای (I) و (II) برابر ۷۶ گرم است.
- اگر دی‌اسید سازنده پلیمر (II) با دی‌آمین سازنده پلیمر (I) واکنش دهد، پلیمری با فرمول $(\text{C}_{14}\text{H}_{16}\text{O}_7\text{N}_2)_n$ به دست می‌آید.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

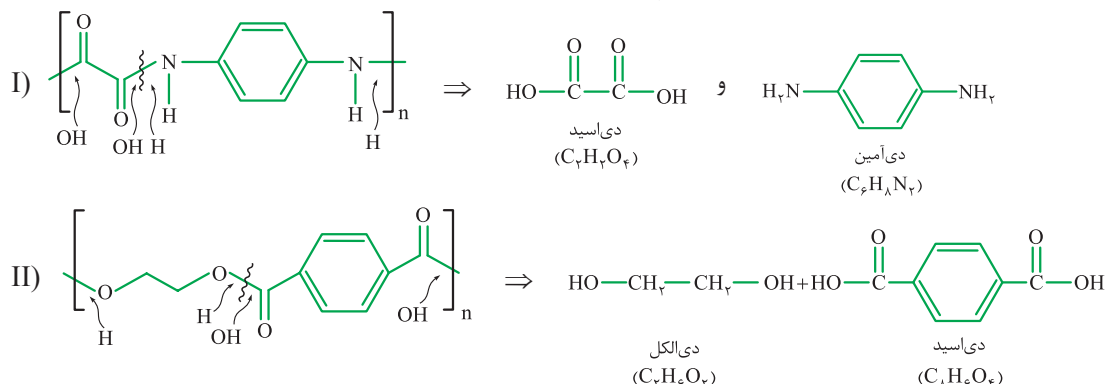
۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: همه عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

عبارت اول: پلیمر (I) جزء خانواده پلی‌آمیدها است. کولار نیز نوعی پلی‌آمید است.

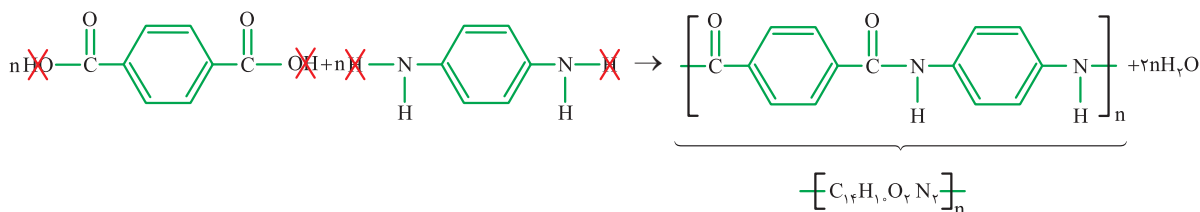
عبارت دوم: بیاید مونومرهای سازنده هر دو پلیمر را مشخص کنیم:



عبارت سوم: با توجه به فرمول مولکولی دی‌اسید سازنده هر دو پلیمر خواهیم داشت:

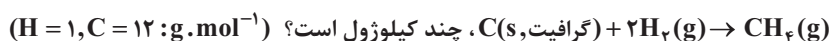
$$C_8H_6O_4 - C_6H_4O_4 = C_2H_2 = (6 \times 12) + 4 = 76g$$

عبارت چهارم: معادله واکنش دی‌اسید سازنده پلیمر (II) با دی‌آمین سازنده پلیمر (I) به صورت زیر است:



تست و پاسخ ۶۴

اگر ارزش سوختی گرافیت، گاز هیدروژن و متان به ترتیب برابر با ۳۲/۸، ۱۴۳ و ۵۵ کیلوژول بر گرم باشد، ΔH واکنش:



۱) ۸۵/۶ (۱) ۲) ۲۰۰/۴ (۲) ۳) ۸۵/۶ (۳) ۴) ۲۰۰/۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ابتدا به کمک ارزش سوختی مواد، آنتالپی سوختن آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\text{آنتالپی سوختن (kJ.mol}^{-1}\text{)} = \frac{\text{ارزش سوختی (kJ.g}^{-1}\text{)}}{\text{جرم مولی (g.mol}^{-1}\text{)}}$$

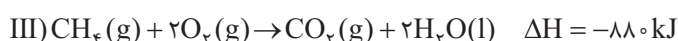
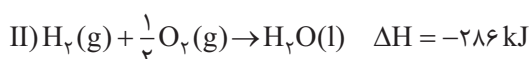
$$C(s, \text{گرافیت}) \Rightarrow 32/8 = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{12} \Rightarrow \text{آنتالپی سوختن} = -393/6 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$H_2 \Rightarrow 143 = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{2} \Rightarrow \text{آنتالپی سوختن} = -286 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$CH_4 \Rightarrow 55 = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{16} \Rightarrow \text{آنتالپی سوختن} = -88 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

برای محاسبه ΔH واکنش داده‌شده، می‌توان از دو روش استفاده کرد:

روش اول: استفاده از قانون هس: معادله واکنش سوختن ۱ مول از مواد داده‌شده را می‌نویسیم و با ضرب کردن آن‌ها در اعداد مناسب، به معادله





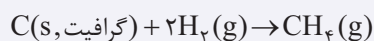
برای رسیدن به واکنش: $C(s, \text{گرافیت}) + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$ ، معادله (I) نباید تغییر کند، معادله (II) در ۲ ضرب و معادله (III)، باید وارونه شود؛ بنابراین:

$$\Delta H(\text{کلی}) = \Delta H(I) + 2\Delta H(II) - \Delta H(III) = -393/6 + 2(-286) - (-880) = -85/6 \text{ kJ}$$

روش دوم: استفاده از فرمول

نکته برای محاسبه ΔH یک واکنش به کمک آنتالپی‌های سوختن مواد، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی‌های سوختن مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی‌های سوختن مواد واکنش‌دهنده}]$$



$$\Delta H = [\Delta H_{\text{سوختن}}(CH_4)] - [\Delta H_{\text{سوختن}}(H_2) + \Delta H_{\text{سوختن}}(C(s, \text{گرافیت}))] = -393/6 + 2(-286) - (-880) = -85/6 \text{ kJ}$$

تست و پاسخ ۶۵

اگر در واکنش تولید استر عامل طعم و بوی آناناس، به طور میانگین در هر دقیقه، ۳/۴۸ گرم استر تولید شود، سرعت متوسط مصرف الکل

در این واکنش، چند گرم بر ثانیه است؟ ($H=1, C=12, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

اتانول

اتیل بوتانوات

$$4/4 \times 10^{-2} \text{ (۴)}$$

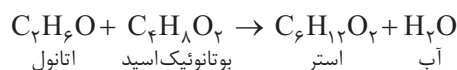
$$1/38 \times 10^{-1} \text{ (۳)}$$

$$2/3 \times 10^{-2} \text{ (۲)}$$

$$5 \times 10^{-4} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی استر عامل طعم و بوی آناناس، یک استر ۶کربنی به نام اتیل بوتانوات است. الکل و اسید سازنده این استر به ترتیب اتانول و بوتانوئیک اسید هستند. در واکنش استری شدن، ضرایب همه مواد برابر ۱ است:



باید از جرم استر تولیدشده به جرم الکل مصرف شده برسیم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{1 \times 46} = \frac{3/48}{1 \times 116} \Rightarrow x = 1/38 \text{ g } C_2H_5O$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل

$$3/48 \text{ g } C_6H_{11}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{11}O_2}{116 \text{ g } C_6H_{11}O_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5O}{1 \text{ mol } C_6H_{11}O_2} \times \frac{46 \text{ g } C_2H_5O}{1 \text{ mol } C_2H_5O} = 1/38 \text{ g } C_2H_5O$$

$$\bar{R}(C_2H_5O) = \frac{1/38 \text{ g}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2/3 \times 10^{-2} \text{ g.s}^{-1}$$

حالا سرعت مصرف اتانول را حساب می‌کنیم:



دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

