

آزمون‌های آزمایشی خلی سبز

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴



مرحله اول

پایه دوازدهم

آزمون تخصصی جامع پایه یازدهم

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه
۴	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۵ دقیقه
۵	شیمی	۲۵	۶۶	۹۰	۲۵ دقیقه
	مجموع	۹۰ سؤال			۱۳۵ دقیقه

تاریخ برگزاری: ۱۴۰۳/۰۴/۱۳



۱- در دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{n}{2} + \frac{3}{2}$ ، حاصل عبارت $a_1a_2 - a_2a_3 + a_3a_4 - a_4a_5 + \dots - a_{2n}a_{2n+1}$ کدام است؟

- (۱) -۸۰ (۲) -۷۰ (۳) -۶۴ (۴) -۹۶

۲- اگر α و 2α ریشه‌های معادله $2 \log x + \frac{k}{x} = 3 \log 2$ باشند، مقدار k کدام است؟

- (۱) $4 \log 2$ (۲) $(\log 4)^2$ (۳) $\log 8$ (۴) $2(\log 2)^2$

۳- نمودارهای دو تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = |x+2| - 6$ یکدیگر را در دو نقطه به طول‌های α و β قطع می‌کنند.

ریشه‌های کدام معادله $\frac{4}{\beta}$ و $\frac{4}{\alpha}$ است؟

- (۱) $3x^2 + 2x - 1 = 0$ (۲) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (۳) $3x^2 - 2x - 1 = 0$ (۴) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

۴- معادله $x^4 - 4x^3 + mx^2 - 4x + 1 = 0$ سه جواب متمایز دارد. مقدار m کدام است؟

- (۱) -۱۶ یا -۸ (۲) ۶ یا -۸ (۳) -۶ (۴) -۱۰

۵- مجموعه جواب‌های نامعادله $|x^2 - 2x + m| < |x^2 - 2x|$ بازه $(\alpha, \alpha + 4)$ است. حاصل $\alpha + m$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۲

۶- قرینه نقطه $A(2, 6)$ نسبت به خط $x + 4y = k$ روی محور y قرار دارد. مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۷- توابع $f(x) = x + 2\sqrt{4-x^2}$ و $g(x) = x^2 + ax + 3$ مفروض‌اند. اگر دامنه تابع $f \circ g$ تک‌عضوی باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ± 2 (۲) $\pm 2\sqrt{5}$ (۳) $\pm \sqrt{5}$ (۴) $\pm \sqrt{3}$

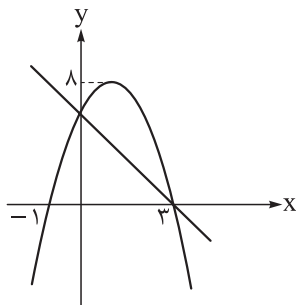
۸- توابع $f(2-3x) = \sqrt{3x-4}$ و $g(3x-4) = \sqrt{ax+b}$ مفروض‌اند، به طوری که دو تابع f و g مساوی هستند.

حاصل $2a + b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

محل انجام محاسبات

۹- نمودار سهمی $y = f(x)$ و تابع خطی g در شکل مقابل رسم شده است. مقدار



$(f \circ g^{-1})(2)$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

۱۰- تابع $f(x) = 2^x + \frac{a}{x}$ با دامنه $x > 0$ مفروض است. اگر $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(-2)$ باشد، مقدار $\left[\frac{a}{3}\right]$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۱- اگر $x = 4$ و $x = \alpha$ جواب‌های معادله $\log_{\sqrt{x}} m + \log_m x = 3$ باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای α کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۳۲

۱۲- به بزرگی یک زلزله برحسب ریشتر (M) تقریباً چه قدر اضافه شود تا انرژی آزادشده آن (E)، ۸۰۰ برابر شود؟
($\log 5 \approx 0.7$ و $\log E = 11.8 + 1.5M$)

- (۱) $1/92$ (۲) $1/95$ (۳) $1/93$ (۴) $1/96$

۱۳- اگر $\log_4 a = a$ و $\log_3 b = \frac{1}{4}(2 + 3a)$ باشد، حاصل $\log_8 (b^2 - 8)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

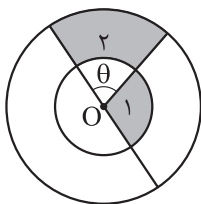
۱۴- برای $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$ ، اگر $\tan x + \cot x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $P = \sin^6 x - \cos^6 x$ چند برابر $\frac{13}{125}$ است؟

- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۷ (۴) -۷

۱۵- مقدار عبارت $A = \sqrt{\frac{1}{\sin 15^\circ}} + \sqrt{\frac{1}{\cos 15^\circ}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2 + 2\sqrt{6}}$ (۲) $\sqrt{4 + 2\sqrt{6}}$ (۳) $\sqrt{2 + 4\sqrt{6}}$ (۴) $2\sqrt{1 + \sqrt{6}}$

محل انجام محاسبات



۱۶- در شکل مقابل دو دایره هم‌مرکز رسم شده‌اند، به طوری که شعاع دایره کوچک‌تر نصف شعاع دایره بزرگ‌تر است. اگر S_1 (مساحت ناحیه ۱) نیز نصف S_2 (مساحت ناحیه ۲) باشد، مقدار θ برحسب رادیان کدام است؟ (O مرکز دایره‌ها است.)

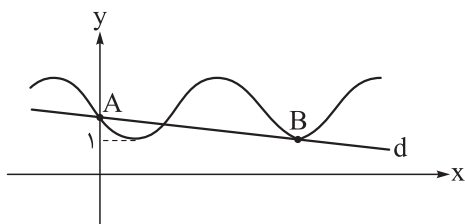
$$\frac{2\pi}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{4\pi}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3\pi}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{5} \quad (۱)$$

۱۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b\cos(x - \frac{\pi}{3})$ در شکل زیر رسم شده است. اگر شیب خط d برابر $-\frac{3}{14\pi}$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟



$$-1 \quad (۱)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$-3 \quad (۳)$$

$$3 \quad (۴)$$

۱۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} - 2}{x\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

$$\frac{2}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{3} \quad (۱)$$

۱۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt[3]{\cos x}}}{\sin x}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۴)$$

$$-\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (۲)$$

$$-\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۱)$$

۲۰- تابع $f(x) = 2[\log_2 x] + k[x^2]$ در $x = 4$ پیوسته است. مقدار k کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است.)

$$2 \quad (۴)$$

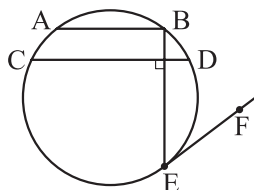
$$1 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۲)$$

$$-2 \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر اگر $AB \parallel CD$ ، $CD \perp BE$ ، $\widehat{AB} = 40^\circ$ و $\widehat{AC} = 20^\circ$ ، آن گاه اندازه زاویه ظلی BEF چند درجه است؟



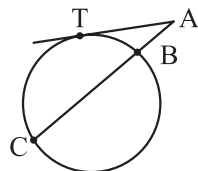
(۱) ۸۰

(۲) ۶۰

(۳) ۸۵

(۴) ۷۰

۲۲- در شکل زیر AT بر دایره مماس است. اگر $AB = \frac{1}{4} AT$ ، آن گاه طول BC چند برابر طول AT است؟



(۲) $\sqrt{3}$

(۱) ۲

(۴) $1/5$

(۳) $\sqrt{2}$

۲۳- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ دارای مماس مشترک داخلی به طول ۳R هستند. اگر $OO' = 5R$ ، آن گاه

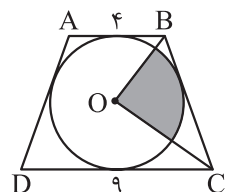
حاصل $\frac{R'}{R}$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۳



۲۴- در دوزنقه متساوی الساقین مقابل، دایره‌ای به مرکز O محاط شده است. مساحت ناحیه رنگی

کدام است؟

(۲) $\frac{9\pi}{2}$

(۱) $\frac{9\pi}{4}$

(۴) $\frac{5\pi}{2}$

(۳) 2π

۲۵- در مستطیل ABCD می‌دانیم $A(3, 2)$ ، $C(-2, -1)$ و B روی خط $x = -2$ قرار دارد. اگر بازتاب B نسبت به محور

xها، B' و بازتاب D نسبت به محور yها، D' باشد، طول پاره خط $B'D'$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{34}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $5\sqrt{2}$

(۱) ۵

محل انجام محاسبات

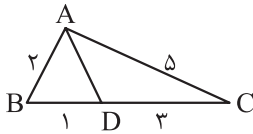
۲۶- اگر $A(2,0)$ ، $B(0,4)$ و $A'(\alpha,\beta)$ تصویر A در دوران به مرکز B و زاویه 120° خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، آن گاه حاصل $2\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

۲۷- نقطه ثابت A به فاصله $\frac{3}{4}R$ از مرکز دایره $C(O,R)$ قرار دارد. اگر تصویر این دایره در تجانس به مرکز A و نسبت تجانس k بر دایره (C) مماس خارج باشد، آن گاه k کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{9}{2}$

۲۸- با توجه به شکل، نسبت شعاع دایره محیطی مثلث ABD به شعاع دایره محیطی مثلث ACD کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۹- طول اضلاع مثلث ABC ، ۳، ۵ و ۷ هستند. طول کوچک‌ترین نیمساز زاویه درونی این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{8}$ (۲) $\frac{17}{8}$ (۳) $\frac{13}{8}$ (۴) $\frac{14}{8}$

۳۰- مساحت یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع a و $2a$ و زاویه 150° با مساحت یک لوزی به طول ضلع $3a$ برابر است. طول قطر کوچک لوزی، چند برابر a است؟

- (۱) $\sqrt{10} - \sqrt{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

محل انجام محاسبات

۳۱- در جدول زیر، مرکز دسته با درصد فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی مربوط به دسته

مرکز دسته	۲	۶	۱۰	۱۴	۱۸
درصد فراوانی نسبی	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	x	$x+10$	۲۴

وسط کدام است؟

- (۱) 80° (۲) 85°
(۳) 90° (۴) 95°

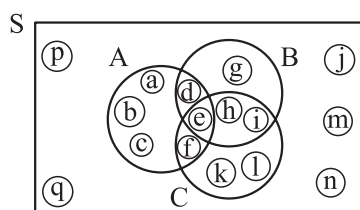
۳۲- برای برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه از دو نمونه تصادفی استفاده کرده‌ایم. اندازه نمونه دوم را طوری انتخاب می‌کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین با نمونه دوم، نصف مقدار محاسبه شده با نمونه اول باشد. اندازه نمونه دوم، چند برابر نمونه اول است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) ۲

۳۳- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $\sim q \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ است؟

- (۱) $p \vee q$ (۲) $p \wedge q$ (۳) $\sim(p \vee q)$ (۴) $\sim p \vee \sim q$

۳۴- سه پیشامد A، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد نادرست است؟



$$P((A - (A - B)) \cup (A - (A - C))) = \frac{3}{16} \quad (۱)$$

$$P(A | (B \cup C)) = \frac{3}{8} \quad (۲)$$

$$P(B | (A' \cap C')) = \frac{1}{6} \quad (۳)$$

$$P([A \cap (A' \cup (B \cap C))] \cup [A' \cap ((B \cup C)')]) = \frac{5}{16} \quad (۴)$$

۳۵- از کیسه‌ای که محتوی آن ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز است، به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال بین مهره‌های خارج شده مهره سیاه نیست یا مهره قرمز هست؟

- (۱) $\frac{37}{110}$ (۲) $\frac{73}{110}$ (۳) $\frac{4}{11}$ (۴) $\frac{7}{11}$

۳۶- مجموعه S، فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و A، B و C سه پیشامد از S هستند. اگر $n(S) = 6$ ، $n(A) = 2$ ، $n(B) = 5$ ،

$n(C) = 3$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{5}{6}$ ، $P(A - B) = 0$ ، $P(A - C) = P(A - B) = 0$ ، $P(C - B) > 0$ ، آن‌گاه $P(C)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{63}$ (۲) $\frac{25}{63}$ (۳) $\frac{37}{63}$ (۴) $\frac{44}{63}$

محل انجام محاسبات

۳۷- احتمال موفقیت در یک آزمایش برابر p است. این آزمایش را آن قدر تکرار می‌کنیم تا برای اولین بار با شکست روبه‌رو شویم. احتمال آن که این آزمایش، حداکثر سه بار انجام شود، کدام است؟

$$1-p^3 \quad (1) \quad 1-(1-p)^3 \quad (2) \quad (1-p)^3 \quad (3) \quad p^3 \quad (4)$$

۳۸- اگر $1+b, 2a-21, 16$ و 4 به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های متمایز $13, a-2, 4$ و 6 باشند، ضریب تغییرات داده‌های $a+b, a, b, b-6$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{37/5}}{10} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

۳۹- مجموعه‌های A, B, C و D را در نظر بگیرید. تفاضل دوبه‌دوی این مجموعه‌ها را تشکیل می‌دهیم و ملاحظه می‌شود که شش مجموعه‌ی تهی به دست می‌آید. اگر $|C|=|A|+2, |D|=|B|-3, |C|=|A|+2$ و $|(C-A) \times B| = \frac{1}{4} |A \times B|$ و $|B \times C| = \frac{3}{2} |D \times A|$ باشد، مجموعه $(C-A) \times (D-C)$ چند عضو دارد؟ «منظور از $|X|$ تعداد اعضای مجموعه X است.»

$$10 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 20 \quad (4)$$

۴۰- یک تاس را به دفعات پرتاب می‌کنیم. در پرتاب k ام اگر عدد روشده n باشد، مجموعه $A_k = (n^2, an-b)$ را تشکیل می‌دهیم. احتمال آن که مساحت نمودار $A_1 \times A_2$ بزرگ‌تر از مساحت نمودار $A_2 \times A_3$ باشد $\frac{1}{3}$ است. اگر

مساحت نمودار $A_4 \times A_5$ در کم‌ترین حالت برابر ۱ باشد، $a+b$ کدام است؟

$$12 \quad (1) \quad 15 \quad (2) \quad 10 \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

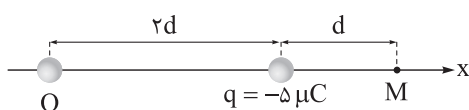
انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

۴۱- دو جسم بدون بار الکتریکی A و B را به یکدیگر مالش می‌دهیم. اگر اندازه بار الکتریکی هر یک بعد از مالش برابر 8 nC باشد، در حین مالش، چند الکترون و چگونه بین دو جسم مبادله شده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

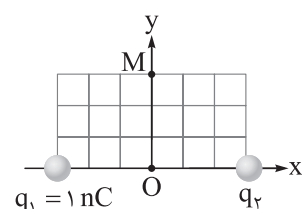
- (۱) 5×10^{13} از جسم A به جسم B
 (۲) 5×10^{13} از جسم B به جسم A
 (۳) 5×10^{10} از جسم A به جسم B
 (۴) 5×10^{10} از جسم B به جسم A

۴۲- در شکل زیر، اگر میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای Q در نقطه M برابر با $(7/2 \times 10^5 \text{ N/C}) \vec{i}$ باشد، نیرویی که بار الکتریکی نقطه‌ای q به بار Q وارد می‌کند، بر حسب نیوتون کدام است؟

- (۱) $8/11 \vec{i}$
 (۲) $-8/11 \vec{i}$
 (۳) $1/6 \vec{i}$
 (۴) $-1/6 \vec{i}$

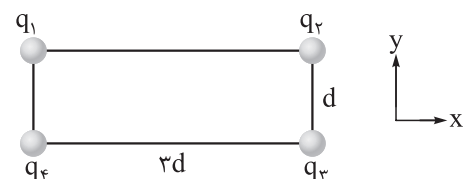


۴۳- در شکل مقابل، یک دوقطبی الکتریکی روی محور x قرار دارد. اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $Q = 2 \text{ nC}$ در مبدأ مختصات قرار گیرد، اندازه میدان الکتریکی در نقطه M چند برابر می‌شود؟



- (۱) ۳
 (۲) $3\sqrt{2}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) $\sqrt{6}$

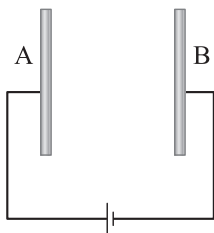
۴۴- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی چهار رأس مستطیلی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 در جهت محور x باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ برابر با کدام است؟



- (۱) $9\sqrt{10}$
 (۲) $-9\sqrt{10}$
 (۳) $10\sqrt{10}$
 (۴) $-10\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

۴۵- در شکل زیر، دو صفحه فلزی A و B که در فاصله 20 cm از هم قرار دارند، به اختلاف پتانسیل الکتریکی 500 V وصل هستند. ذره‌ای به جرم $2/0\text{ g}$ و بار الکتریکی $8\text{ }\mu\text{C}$ - از مجاورت صفحه A با تندی 6 m/s به صورت افقی به سمت صفحه B پرتاب می‌شود. کدام یک از موارد زیر درباره این ذره درست است؟ (مقاومت هوا و وزن ذره ناچیز است).



(۱) ذره با تندی 1 m/s به صفحه B برخورد می‌کند.

(۲) ذره با تندی 2 m/s به صفحه B برخورد می‌کند.

(۳) ذره در فاصله 1 cm از صفحه B متوقف می‌شود.

(۴) ذره در فاصله 2 cm از صفحه B متوقف می‌شود.

۴۶- اگر حجم کره فلزی باردار A، ۸ برابر حجم کره فلزی باردار B و چگالی سطحی بار الکتریکی کره A، ۳ برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B باشد، بار الکتریکی کره A چند برابر بار الکتریکی کره B است؟

- (۱) ۱۲ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{2}{3}$

۴۷- مساحت صفحه‌های خازنی 2 cm^2 و فاصله بین صفحه‌های آن 3 mm است. فضای بین دو صفحه خازن از عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۵ پر شده و خازن به یک باتری به اختلاف پتانسیل 18 V متصل است. خازن را از باتری جدا کرده و سپس عایق بین صفحه‌های آن را خارج می‌کنیم. چه تعداد از موارد زیر درست است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\text{ F/m}$)

(الف) ظرفیت خازن $2/4\text{ pF}$ تغییر می‌کند.

(ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن 72 V تغییر می‌کند.

(پ) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن 216 pC تغییر می‌کند.

(ت) اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن 24 kV/m تغییر می‌کند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۸- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت $600\text{ }\mu\text{F}$ برابر 30 V است. اگر تمام انرژی ذخیره‌شده در خازن در مدت $1/2\text{ ms}$ تخلیه شود، توان متوسط خروجی خازن چند وات است؟

- (۱) $22/5$ (۲) ۲۲۵ (۳) ۴۵ (۴) ۴۵۰

۴۹- مقاومت الکتریکی لامپی $5\text{ }\Omega$ و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن 4 V است. در مدت ۵ دقیقه، چند الکترون از لامپ عبور می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$)

- (۱) $1/5 \times 10^{21}$ (۲) $1/5 \times 10^{20}$ (۳) $2/5 \times 10^{21}$ (۴) $2/5 \times 10^{20}$

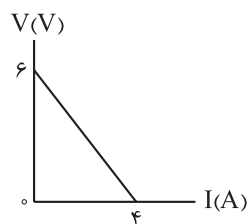
محل انجام محاسبات

۵۰- رسانای A، سیم توپر مسی به قطر ۱mm و رسانای B، لوله توخالی آلومینیومی به شعاع خارجی ۲mm و شعاع داخلی ۱mm است. اگر طول رسانای A، ۲ برابر طول رسانای B باشد، مقاومت الکتریکی رسانای A چند برابر مقاومت الکتریکی رسانای B است؟ (مقاومت ویژه آلومینیوم، ۲ برابر مقاومت ویژه مس است.)

۳ (۲)

۱۲ (۱)

 $\frac{1}{3}$ (۴)

 $\frac{1}{12}$ (۳)


۵۱- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن، به شکل مقابل است. بیشینه توان خروجی این باتری چند وات است؟

۶ (۲)

۳ (۱)

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

۵۲- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. در یک بازه زمانی یک دقیقه‌ای، کدام یک از موارد زیر درباره این باتری درست است؟

الف) در باتری ۴ kJ / انرژی تلف می‌شود.

ب) مقدار انرژی ورودی به باتری ۱/۶۸ kJ است.

پ) در باتری ۱/۲ kJ انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود.

ت) از باتری ۷/۲ kJ انرژی الکتریکی خارج می‌شود.

۲ الف و ت

۱ الف و پ

۴ ب و ت

۳ ب و پ

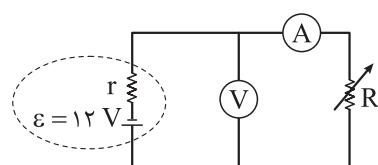
۵۳- در مدار شکل زیر، با تغییر مقاومت متغیر از ۸Ω به ۴Ω، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۸۰ درصد تغییر می‌کند. اگر مقاومت متغیر برابر با ۳Ω باشد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

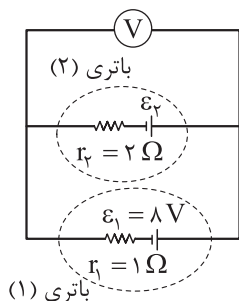
۸ (۳)

۹ (۴)



محل انجام محاسبات

۵۴- در مدار شکل مقابل، اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد برابر 10 V باشد، نیروی محرکه باتری (۲) چند ولت است؟



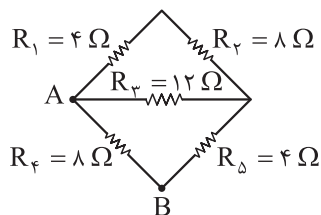
۶ (۱)

۱۲ (۲)

۱۴ (۳)

۱۶ (۴)

۵۵- در شکل مقابل، اگر دو سر یک باتری را به نقاط A و B وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_4 می‌شود؟



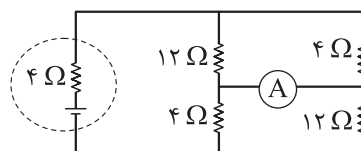
$\frac{4}{25}$ (۲)

$\frac{2}{25}$ (۱)

$\frac{25}{8}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۵۶- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی 0.6 A را نشان می‌دهد. اگر این آمپرسنج را برداشته و به جای آن یک ولت‌سنج آرمانی قرار دهیم، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟



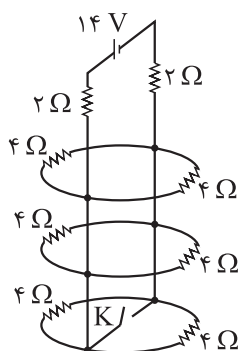
۴ (۲)

۸ (۱)

صفر (۴)

۲ (۳)

۵۷- در مدار شکل مقابل، با بستن کلید K، جریان الکتریکی عبوری از منبع نیروی محرکه، چند آمپر تغییر می‌کند؟



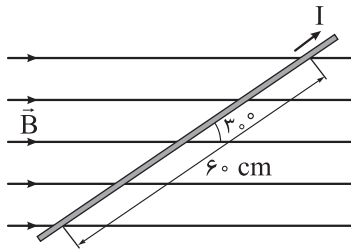
0.2 (۱)

0.5 (۲)

۳ (۳)

$3/5$ (۴)

محل انجام محاسبات



۵۸- در شکل مقابل، سیمی که جریان عبوری از آن $I = 5 \text{ A}$ است، در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 40 \text{ G}$ قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟

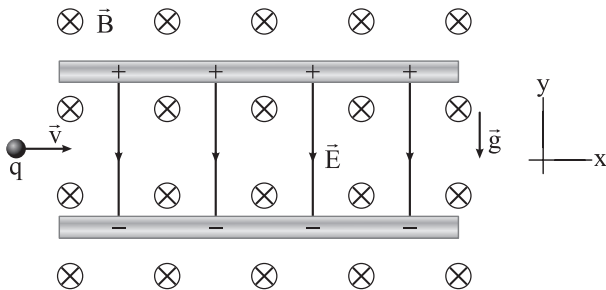
$$(2) \odot, 6 \times 10^{-3}$$

$$(1) \otimes, 6 \times 10^{-3}$$

$$(4) \odot, 6 \times 10^{-2}$$

$$(3) \otimes, 6 \times 10^{-2}$$

۵۹- در شکل زیر، ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -40 \mu\text{C}$ و جرم 2 g در فضایی که میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E = 450 \text{ N/C}$ و مغناطیسی $B = 0.18 \text{ T}$ وجود دارد، با سرعت $\vec{v} = (10^4 \text{ m/s})\hat{i}$ پرتاب می‌شود. بلافاصله پس از پرتاب ذره، شتاب آن در SI کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

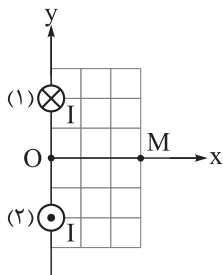


$$(1) 37\hat{j}$$

$$(2) -37\hat{j}$$

$$(3) 70\hat{j}$$

$$(4) -70\hat{j}$$



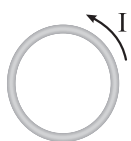
۶۰- در شکل مقابل، دو سیم (۱) و (۲) که جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند، عمود بر صفحه قرار دارند. به ترتیب، میدان مغناطیسی خالص در نقطه M و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۱)، از طرف سیم (۲) در چه جهتی است؟

(۱) در جهت محور X، در جهت محور Y

(۲) در جهت محور X، در خلاف جهت محور Y

(۳) در خلاف جهت محور X، در جهت محور Y

(۴) در خلاف جهت محور X، در خلاف جهت محور Y



۶۱- در شکل مقابل، حلقه دایره‌ای شکلی به قطر 20 cm در صفحه قرار دارد. اگر جریان الکتریکی عبوری از حلقه $I = 3 \text{ A}$ باشد، میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چند میکروتسلا و در چه جهتی است؟

$$\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)$$

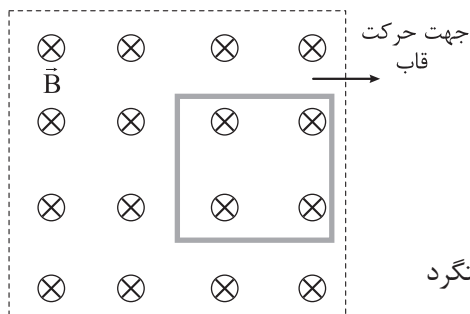
$$(4) \odot, 6\pi$$

$$(3) \otimes, 3\pi$$

$$(2) \otimes, 6\pi$$

$$(1) \odot, 3\pi$$

محل انجام محاسبات



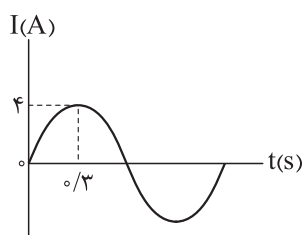
۶۲- در شکل مقابل، قاب مربع شکل فلزی به ضلع 20 cm و مقاومت الکتریکی $5\ \Omega$ عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 600 G قرار دارد. اگر حلقه در مدت 4 s به طور کامل از میدان مغناطیسی خارج شود، جریان الکتریکی القایی متوسط در قاب، چند میلی آمپر و در چه جهتی است؟

- (۱) ۶، ساعتگرد
(۲) ۶، پادساعتگرد
(۳) $1/2$ ، ساعتگرد
(۴) $1/2$ ، پادساعتگرد

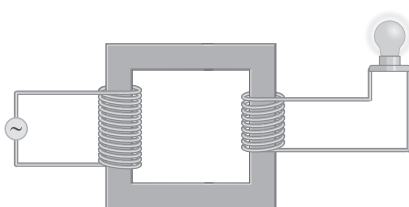
۶۳- انرژی ذخیره شده در یک سیملوله آرمانی به ضریب القاوری 8 mH برابر 1 J است. اگر تعداد دور سیملوله در واحد طول آن در SI برابر با ۶۰۰ باشد، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله در نقطه‌ای در داخل آن و دور از لبه‌ها، چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ T.m / A}$)

- (۱) $\frac{3\pi}{5}$
(۲) $\frac{6\pi}{5}$
(۳) 6π
(۴) 12π

۶۴- نمودار جریان متناوب سینوسی تولیدشده توسط یک مولد جریان متناوب، بر حسب زمان به شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اندازه جریان الکتریکی حاصل از مولد، برای دومین مرتبه به 2 A می‌رسد؟



- (۱) $0/1$
(۲) $0/4$
(۳) $0/7$
(۴) $0/5$



۶۵- در مدار شکل مقابل، مقاومت الکتریکی لامپ $10\ \Omega$ و تعداد دورهای پیچ اولیه و ثانویه مبدل به ترتیب برابر با ۸۰ و ۵۰ است. اگر توان مصرفی لامپ 40 W باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مبدل جریان متناوب چند ولت است؟

- (۱) ۳۲
(۲) ۱۶
(۳) ۲۵
(۴) $12/5$

محل انجام محاسبات

(الف) در جدول دوره‌ای عناصر، همهٔ عنصرهایی که آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت اتم آن‌ها مشابه است، در یک گروه جای گرفته‌اند.

(ب) عنصرهای گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، از بالا به پایین شامل نافلز، شبه‌فلز و فلز بوده و هیچ‌کدام در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون نمی‌گیرند.

(ت) بیشتر عنصرهای جدول دوره‌ای را فلزها تشکیل می‌دهند که همگی در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.

۶۷- در مورد عنصرهای ${}_{32}\text{Ge}$ ، ${}_{26}\text{Fe}$ ، ${}_{14}\text{Si}$ و ${}_{13}\text{Al}$ و ${}_{8}\text{B}$ ، چه تعداد از ویژگی‌های زیر مشترک هستند؟

- سطح صیقلی
- چکش خواری
- رسانایی گرمایی
- توانایی رسیدن به آرایش گاز نجیب در واکنش‌ها
- تمایل به اشتراک الکترون
- توانایی رسانایی الکتریکی

$\psi(\psi)$ $\omega(\omega)$ $\eta(\eta)$ $\iota(\iota)$

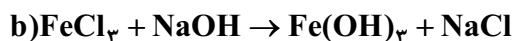
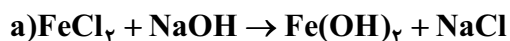
۶۸- در شکل زیر، جایگاه چند عنصر در جدول تناوبی نشان داده شده است. با توجه به آن، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- ترتیب $A < M < X < G$ ، ترتیب شعاع اتمی این عناصر را نشان می‌دهد.
- تفاوت شعاع اتمی A و D ، بیشتر از این تفاوت در عنصرهای Y و D است.
- بیشترین بار کاتیون در ترکیب‌های عنصر Z ، بزرگ‌تر از ترکیب‌های عنصر E است.

• اختلاف تعداد الکترون‌های دارای $l=0$ در عنصرهای E و Z برابر اختلاف الکترون‌های دارای $l=2$ در آنها است.

$\psi(\psi)$ $\omega(\omega)$ $\eta(\eta)$ $\iota(\iota)$

۶۹- با توجه به واکنش‌های موازنه‌نشدهٔ زیر، کدام عبارت نادرست است؟



- (۱) نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش b به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش a ، برابر $۱/۳۳$ است.
(۲) از این واکنش‌ها می‌توان برای شناسایی فلز آهن و همچنین بار کاتیون آن در یک نمونه استفاده کرد.
(۳) با توجه به این واکنش‌ها درمی‌یابیم که واکنش‌پذیری سدیم بیشتر از آهن است.
(۴) در واکنش‌های a و b به ترتیب فراورده‌های حامدی به رنگ‌های آجری و سبز تولید می‌شوند.

۷۰- اگر $30/3$ گرم پتاسیم نیترات طبق معادله موازنه نشده زیر تجزیه شود و جرم فراورده جامد تولید شده 3 گرم بیشتر از ناخالصی های واکنش دهنده باشد، کاهش جرم مخلوط واکنش چند گرم خواهد بود؟ ($K = 39, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

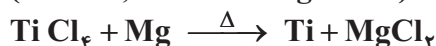
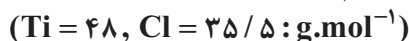

 $16/20$ (۴)

 $12/15$ (۳)

 $10/12$ (۲)

 3 (۱)

۷۱- تیتانیم را می توان از واکنش موازنه نشده زیر تهیه کرد. اگر در کارخانه ای از مصرف $3/54 \times 10^7$ گرم تیتانیم (IV) کلرید، $7/91 \times 10^6$ گرم فلز تیتانیم به دست آید، بازده درصدی واکنش به تقریب کدام است؟

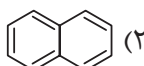

 $88/45$ (۴)

 $78/37$ (۳)

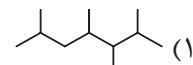
 $73/65$ (۲)

 $64/12$ (۱)

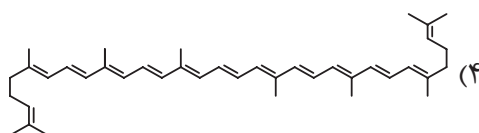
۷۲- در کدام یک از ترکیب های آلی زیر، تفاوت شمار کربن ها و هیدروژن ها، برابر با نصف شمار هیدروژن ها است؟



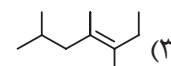
(۲)



(۱)

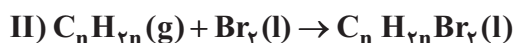
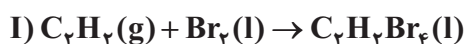


(۴)



(۳)

۷۳- با توجه به واکنش های موازنه نشده زیر، کدام مورد به یقین درست است؟ ($Br = 80, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



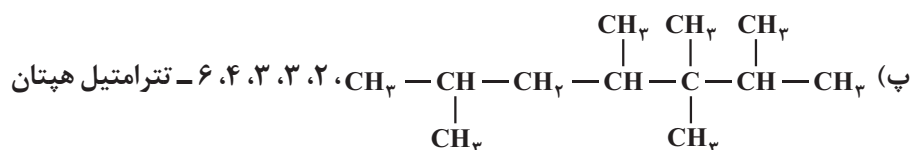
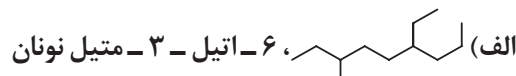
اگر در مول های برابر از واکنش دهنده های آلی، جرم فراورده واکنش I، به تقریب $1/71$ برابر جرم فراورده واکنش II باشد، پروپن واکنش دهنده واکنش II است.

(۲) در این واکنش ها، با از بین رفتن رنگ قرمز برم مایع، جرم مخلوط واکنش افزایش می یابد.

(۳) درصد جرمی کربن، در فراورده واکنش II، می تواند برابر با $6/89$ درصد باشد.

(۴) همه هیدروکربن هایی که درصد جرمی کربن در خانواده آنها ثابت است، می توانند در واکنش II شرکت کنند.

۷۴- نام کدام ترکیب درست بوده و کدام دو ترکیب ایزومر یکدیگرند؟



(۴) ب - پ و ت

(۳) پ - ب و ت

(۲) ب - الف و پ

(۱) الف - ب و پ

محل انجام محاسبات

۷۵- کدام یک از موارد زیر، با انرژی گرمایی یک نمونه ماده، رابطه مستقیم ندارد؟

(۱) میانگین تندی ذره‌های سازنده

(۲) جرم توده ماده

(۳) ارزش سوختی نمونه ماده

(۴) میانگین انرژی جنبشی ذره‌های ماده

۷۶- کدام مورد درست است؟ ($C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) برای تأمین انرژی لازم برای تبخیر ۲ مول آب با آنتالپی تبخیر 40°C کیلوژول بر مول، به راحتی می‌توان $12/8$ گرم کربن را در واکنش $\text{C(s)} + 2\text{H}_2\text{(g)} \rightarrow \text{CH}_4\text{(g)}$, $\Delta H = -75 \text{ kJ.mol}^{-1}$ مصرف کرد.

(۲) میانگین انرژی جنبشی به حالت فیزیکی یک نوع ماده وابسته نبوده و تنها به دمای آن بستگی دارد، به طوری که میانگین انرژی جنبشی یک مول آب 10°C برابر با ۱ مول بخار آب 10°C است.

(۳) آنتالپی فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌های یک واکنش، در واقع مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذره‌های سازنده آن‌هاست، به طوری که تغییر در انرژی جنبشی فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها به صورت گرما مبادله می‌شود.

(۴) واکنش تولید اوزون از اکسیژن، یک واکنش برگشت‌پذیر بوده و به ازای ضرایب مولی واکنش موازنه‌شده آن، آنتالپی به اندازه 143 کیلوژول افزایش می‌یابد.

۷۷- یک قطعه فلز به شکل مکعب‌مربع و به طول ضلع 2 سانتی‌متر در دمای اتاق در اختیار داریم. به این قطعه 500 ژول

گرما می‌دهیم. اگر دمای نهایی آن به $42/5^\circ \text{C}$ برسد، با توجه به جدول زیر، این فلز کدام می‌تواند باشد؟

Fe	Cu	Ag	Al	نماد فلز
۰/۴۵	۰/۳۸	۰/۲۳	۰/۹۰	گرمای ویژه ($\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$)
۷/۹	۹/۰	۱۰/۵	۲/۷	چگالی (g.cm^{-3})

Al (۱)

Ag (۲)

Cu (۳)

Fe (۴)

۷۸- اگر از واکنش $8/4$ گرم اتیلن در واکنش موازنه‌نشده $\text{C}_2\text{H}_4\text{(g)} + \text{F}_2\text{(g)} \rightarrow \text{CF}_4\text{(g)} + \text{HF(g)}$, $874/2$ کیلوژول

گرما آزاد شود، با توجه به جدول زیر، میانگین آنتالپی پیوند کربن-کربن در اتیلن کدام است؟ ($C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

F—F	C—H	C—F	H—F	پیوند
۱۵۴	۴۲۲	۴۸۵	۵۶۵	آنتالپی (kJ.mol^{-1})

۶۲۶ (۴)

۶۱۴ (۳)

۳۱۳ (۲)

۳۰۷ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۹- جدول زیر، آنتالپی سوختن برخی ترکیب‌های آلی را در دمای 25°C نشان می‌دهد. با توجه به آن، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟ ($\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ.mol^{-1})	ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ.mol^{-1})
$\text{CH}_4(\text{g})$	-۸۹۰	$\text{C}_2\text{H}_2(\text{g})$	-۱۳۰۰
$\text{C}_2\text{H}_6(\text{g})$	-۱۵۶۰	$\text{C}_3\text{H}_6(\text{g})$	-۱۹۳۸
$\text{C}_2\text{H}_4(\text{g})$	-۱۴۱۰	$\text{CH}_3\text{OH}(\text{l})$	-۷۲۶
$\text{C}_3\text{H}_8(\text{g})$	-۲۰۵۸	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l})$	-۱۳۶۸

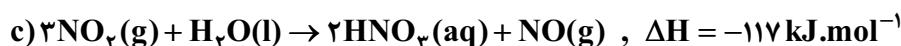
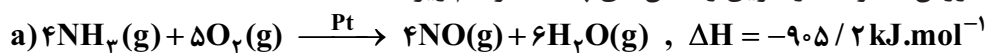
- ارزش سوختن اتان، حدود ۲۲ کیلوژول بیشتر از ارزش سوختی اتانول است.
- آنتالپی سوختن پروپان را می‌توان حدود -۲۲۳۰ کیلوژول بر مول در نظر گرفت.
- گرمای واکنش $\text{C}_3\text{H}_6(\text{g}) + 4\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 3\text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ می‌تواند کم‌تر از ۱۹۳۸ کیلوژول بر مول باشد.
- تفاوت آنتالپی واکنش موازنه‌شده سوختن کامل پروپن و پروپین در دمای 25°C برابر ۱۲۰ کیلوژول است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۰- کدام مورد نادرست است؟

- ۱) اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، تغییرات آنتالپی آن نیز از جمع جبری تغییرات آنتالپی همان واکنش‌ها به دست می‌آید.
- ۲) تهیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) با نام تجاری آب اکسیژنه از عناصر سازنده‌اش، یک واکنش دومرحله‌ای گرماده است.
- ۳) تهیه آمونیاک به روش هابر، یک واکنش دومرحله‌ای است که فراورده مرحله اول آن ناپایدارتر از فراورده واکنش کلی است.
- ۴) شیمی‌دان‌های هواکره یک واکنش گرماگیر را برای تبدیل آلاینده‌های NO و CO به گازهای پایدارتر و با آلاینده‌گی کم‌تر، طراحی کرده‌اند.

۸۱- تهیه نیتریک اسید به روش استوالد، از طریق واکنش‌های پشت سر هم زیر است:



با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی واکنش $2\text{NH}_3(\text{g}) + 4\text{O}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow 2\text{HNO}_3(\text{aq}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ بر حسب کیلوژول بر مول، کدام است؟

۱ (۱) -۷۴۰/۶ ۲ (۲) -۷۴۲/۱ ۳ (۳) -۱۴۸۱/۲ ۴ (۴) -۱۴۸۴/۲

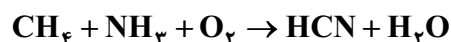
۸۲- کدام یک از عوامل زیر، باعث افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی نمی‌شود؟

۱) محیط سرد ۲) محیط تاریک ۳) وجود اکسیژن ۴) محیط خشک

محل انجام محاسبات

۸۳- در مورد واکنش گازی داده شده، پس از موازنه آن، کدام مورد نادرست است؟

$$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$



(۱) سرعت متوسط تشکیل ۲/۳۴ گرم هیدروژن سیانید با سرعت متوسط مصرف ۲/۹۱۲ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP برابر است.

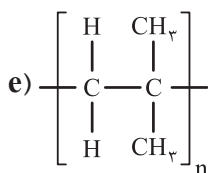
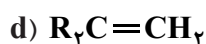
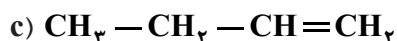
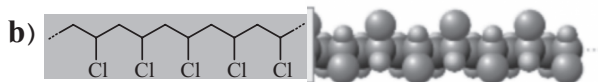
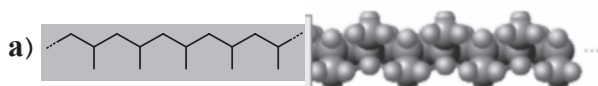
(۲) سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده های دارای هیدروژن با سرعت متوسط تولید فراورده بدون اکسیژن برابر بوده و دو برابر سرعت متوسط واکنش است.

(۳) اگر در یک مدت زمان معین، ۳/۴ گرم آمونیاک مصرف شود، در نصف این مدت زمان، ۵/۴ گرم بخار آب تشکیل می شود.

(۴) در شرایط STP، سرعت متوسط مصرف متان بر حسب $L.min^{-1}$ ، ۴۴۸ برابر سرعت متوسط تولید بخار آب بر حسب $mol.s^{-1}$ است.

۸۴- کدام یک از موارد زیر، در رابطه با مونومر یا پلیمر ساختارهای داده شده درست است؟

$$(Cl = 35.5, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$



(الف) درصد جرمی کربن در واحد تکرارشونده ترکیب b، ۴۸.۸٪ برابر درصد جرمی کربن در مونومر ترکیب e است. (ب) اگر گروه های هیدروکربنی R در ترکیب d با هم مشابه نباشند، درصد جرمی کربن در پلیمر حاصل از این ترکیب به یقین حدود ۸۵ درصد است.

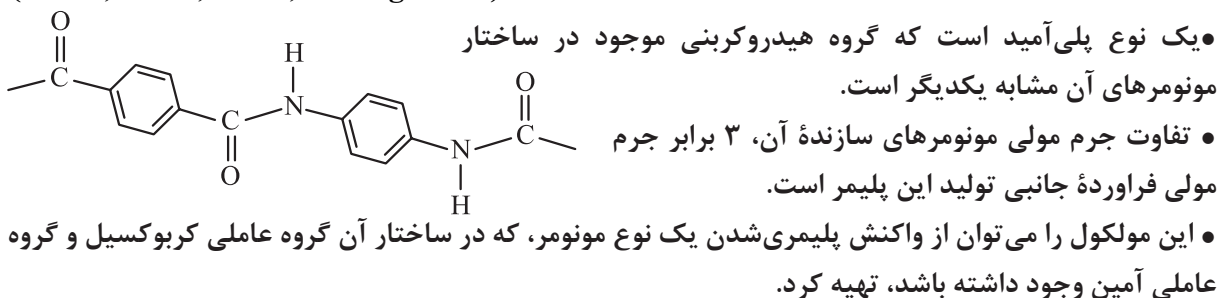
(پ) شمار جفت الکترون های پیوندی در واحد تکرارشونده پلیمر حاصل از ترکیب c، دو برابر شمار الکترون های ناپیوندی مونومر ترکیب b است.

(ت) پلیمر a می تواند از واکنش پلیمری شدن ترکیب d ایجاد شود، به شرطی که گروه های R در ترکیب d مشابه باشند.

(۱) الف، ب و پ (۲) الف و پ (۳) پ و ت (۴) ب و پ

محل انجام محاسبات

۸۵- شکل زیر، بخشی از ساختار مولکول کولارانشان می‌دهد. با توجه به آن، چند مورد از عبارات‌های داده شده درست هستند؟
($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



• نوع نیروهای بین مولکول‌های آن در استیک اسید هم وجود دارد، اما مجموع نیروهای بین مولکولی آن کم‌تر از استیک اسید است.

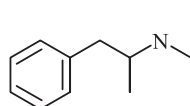
۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۸۶- اگر از واکنش ۵۴۰ گرم اگزالیک اسید ($HOOC-COOH$) و مقدار کافی از $H_2N-R-NH_2$ ، ۵۱۳ گرم پلیمر تولید شود، فرمول مولکولی دی‌آمین مصرفی کدام بوده و شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در ساختار هر مولکول آن کدام است؟ (بازده واکنش برابر ۷۵ درصد و گروه R را یک گروه هیدروکربنی زنجیری و سیر شده در نظر بگیرید و $O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

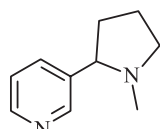
۱۳ - $C_3N_2H_4$ (۱) ۱۴ - $C_3N_2H_4$ (۲)

۱۰ - $C_2N_2H_8$ (۳) ۱۱ - $C_2N_2H_8$ (۴)

۸۷- در شکل‌های زیر، ساختار ماده‌های متآمفتامین و نیکوتین آمده است که به ترتیب ماده‌های روان‌گردان و مخدر محسوب می‌شوند. با توجه به ساختار آن‌ها کدام گزینه درست است؟ ($N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



متآمفتامین



نیکوتین

(۱) شمار گروه‌های عاملی آمین موجود در نیکوتین، یک واحد بیشتر از متآمفتامین است.

(۲) تفاوت شمار هیدروژن‌های این دو ترکیب برابر با تفاوت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی آن‌ها است.

(۳) درصد جرمی نیتروژن در نیکوتین، دو برابر درصد جرمی نیتروژن در متآمفتامین است.

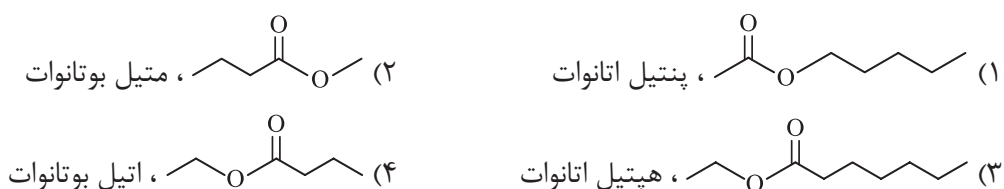
(۴) شمار پیوندهای C-H در متآمفتامین ۱۱ واحد بیشتر از شمار پیوندهای دوگانه کربن - کربن در نیکوتین است.

۸۸- کدام مورد درست است؟

- (۱) پلانکت و گروه پژوهشی او در حال بررسی و مطالعه انواع پلیمرها، تفلون را از واکنش تترافلوئورو اتن تهیه کردند.
- (۲) اتن می‌تواند در شرایط گوناگون واکنش پلیمری شدن را انجام داده و فراورده‌هایی با ساختار و چگالی متفاوت ایجاد کند.
- (۳) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروهای هیدروژنی بر نیروهای وان‌دروالسی غلبه می‌کنند و ویژگی ناقطبی الکل افزایش می‌یابد.
- (۴) بین یک مولکول استروئیک و یک مولکول کربوکسیلیک اسید که شمار پیوندهای برابری دارند، نقطه جوش استر به یقین بیشتر است.

محل انجام محاسبات

۸۹- کدام یک از ترکیب‌های زیر، به درستی نام‌گذاری نشده است؟



۹۰- کدام مورد درست است؟

- (۱) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.
- (۲) برخی مواد طبیعی و ساختگی از کره زمین به دست می‌آیند.
- (۳) زمین انباری از ذخایر ارزشمند است که این منابع به طور یکسان توزیع شده‌اند.
- (۴) عناصر در جدول دوره‌ای براساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد جرمی (A)، چیده شده‌اند.

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامهٔ این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامهٔ اولیهٔ آزمودنتان را در صفحهٔ شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحهٔ شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۴

۱۴۰۳/۰۴/۱۳

دفترچه
پاسخ
آزمون مرحله اول
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه	محمدطاهر شعاعی - حسین هاشمی طاهری - حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موثینی
فیزیک	علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - علیرضا گونه
شیمی	عباس سرمایه

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمدسجاد نقیه - سجاد داوطلب	نرجس تیمناک - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری - مریم نظری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - مینا غلام پور - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	وحید فارسیان - محمد کهنه پوشی	وحید فارسیان - محمد مرادی	مهسا خاکی - احسان رحیمی - هومن زندی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان: کل کتاب

تست و پاسخ ۱

در دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{n}{2} + \frac{3}{2}$ ، حاصل عبارت $a_1 a_2 - a_2 a_3 + a_3 a_4 - a_4 a_5 + \dots - a_{2n} a_{2n+1}$ کدام است؟
 (۱) -80 (۲) -70 (۳) -64 (۴) -96

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال در چارچوب غالب کنکورهای سراسری سال‌های اخیر نیست، اما از آن جهت که درک درستی نسبت به جمله عمومی و همچنین بازی با اندیس‌ها را می‌طلبد، حائز اهمیت است.

خودت حل کنی بهتره توی عبارت صورت سؤال، دوتا - دوتا حاصل ضرب‌ها را با هم در نظر بگیر، می‌بینی یه عبارت مشترک دارن، از اون فاکتور بگیری برات روشن می‌شه.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا در دنباله حسابی صورت سؤال، جمله اول و قدرنسبت دنباله رو پیدا می‌کنیم:

$$a_n = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} d = n \text{ ضریب} = \frac{1}{2} \\ a_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \end{cases}$$

گام دوم: عبارت خواسته شده صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$a_1 a_2 - a_2 a_3 + a_3 a_4 - a_4 a_5 + \dots - a_{2n} a_{2n+1} = a_2(a_1 - a_3) + a_4(a_3 - a_5) + \dots + a_{2n}(a_{2n-1} - a_{2n+1})$$

هر کدام از عبارت‌های $a_1 - a_3, a_3 - a_5, \dots, a_{2n-1} - a_{2n+1}$ برابر با $-2d$ است؛ پس تا این‌جا، باید حاصل عبارت زیر را حساب کنیم:

$$a_1 a_2 - a_2 a_3 + a_3 a_4 - a_4 a_5 + \dots - a_{2n} a_{2n+1} = -2d(a_2 + a_4 + \dots + a_{2n})$$

گام سوم: دنباله جملات $a_2, a_4, \dots, a_{2n}$ یک دنباله حسابی 10° جمله‌ای با جمله اول $a_2 = a_1 + d = \frac{5}{2}$ و قدرنسبت $d' = a_4 - a_2 = 2d = 1$ است.

گام چهارم: حال مجموع این 10° جمله را حساب می‌کنیم:

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = \frac{1}{2}[2a_2 + 9d'] = 5[5 + 9] = 70$$

گام پنجم: در نتیجه حاصل عبارت صورت سؤال برابر -70 است.

تست و پاسخ ۲

اگر α و 2α ریشه‌های معادله $2 \log 2 = x + \frac{k}{x}$ باشند، مقدار k کدام است؟

(۱) $4 \log 2$ (۲) $(\log 4)^2$ (۳) $\log 8$ (۴) $2(\log 2)^2$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤالات ترکیبی مباحث به ظاهر نامرتب، جزء علایق طراحان کنکورهای سراسری چند سال اخیر شده است.

خودت حل کنی بهتره معادله داده شده رو به معادله درجه دوم استاندارد تبدیل کن و از فرمول‌های S و P استفاده کن.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله درجه دوم را تشکیل می‌دهیم:

$$x^2 - (2 \log 2)x + k = 0$$

گام دوم: جواب‌های معادله بالا، α و 2α هستند؛ پس مجموع آن‌ها برابر 3α می‌شود. حالا از فرمول S استفاده می‌کنیم:

$$S = -\frac{b}{a} = 2 \log 2 \Rightarrow 3\alpha = 2 \log 2 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3} \log 2$$

گام سوم: k همان حاصل ضرب جواب‌ها (یا P خودمان) است:

$$\Rightarrow k = (2\alpha)\alpha = 2\alpha^2 = 2(\log 2)^2$$



تست و پاسخ ۳

نمودارهای دو تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = |x+2| - 6$ یکدیگر را در دو نقطه به طول‌های α و β قطع می‌کنند. ریشه‌های کدام معادله $\frac{4}{\alpha}$ و $\frac{4}{\beta}$ است؟

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (1) \quad 3x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (2) \quad 2x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (3) \quad 3x^2 + 2x - 1 = 0 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره اگر دیدید سؤالی محاسبات زیادی دارد، مهندسی معکوس کنید و از گزینه‌ها استفاده کنید، به اعدادی برسید که با جای‌گذاری آن‌ها بتوان با محاسبات کم‌تری به گزینه درست رسید.

پاسخ تشریحی روش اول: به گزینه‌ها نگاه کنید. در ۳ گزینه جواب‌های معادله‌ها به سادگی پیدا می‌شوند.

(۱): $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{3}$

(۲): $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}$

(۳): $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{3}$

این ریشه‌ها همان $\frac{4}{\alpha}$ و $\frac{4}{\beta}$ هستند، پس α و β در (۱) به ترتیب برابر ۴ و -۱۲، در (۲) برابر ۴ و ۸ و در (۳) برابر ۴ و -۱۲ هستند.

با جای‌گذاری α و β ‌های به‌دست‌آمده در توابع f و g ، می‌بینیم که فقط به ازای α و β در (۳) مقادیر دو تابع f و g با هم برابرند.

$$f(\alpha) = f(4) = 0 = g(4)$$

$$f(\beta) = f(-12) = 4 = g(-12)$$

روش دوم:

گام اول: ابتدا باید مقادیر α و β را پیدا کنیم، پس معادله $f(x) = g(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

گام دوم: براساس ریشه عبارت داخل قدرمطلق (و همچنین دامنۀ عبارت رادیکالی)، معادله را در دو حالت بازه‌بندی شده حل می‌کنیم:

$$\bullet x < -2: \sqrt{4-x} = -x-2-6 = -x-8 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4-x = x^2 + 16x + 64 \Rightarrow x^2 + 17x + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x+5) = 0 \xrightarrow{x < -2} x_1 = -12$$

$$\bullet x \geq -2: \sqrt{4-x} = x+2-6 = x-4 \Rightarrow x-4 = 0 \Rightarrow x_2 = 4$$

پس α و β برابر ۴ و -۱۲ هستند.

گام سوم: حال ریشه‌های معادله مجهول ما باید $\frac{4}{\alpha} = -\frac{1}{3}$ و $\frac{4}{\beta} = 1$ باشند؛ یعنی در این معادله باید $\frac{4}{\alpha} + \frac{4}{\beta} = \frac{2}{3}$ و $P = \frac{4}{\alpha} \cdot \frac{4}{\beta} = -\frac{1}{3}$ باشند.

گام چهارم: معادله را براساس رابطه مهم $x^2 - Sx + P = 0$ می‌سازیم: $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 2x - 1 = 0$

تست و پاسخ ۴

معادله $x^4 - 4x^3 + mx^2 - 4x + 1 = 0$ سه جواب متمایز دارد. مقدار m کدام است؟

-۱۰ (۴)

-۶ (۳)

-۸ یا ۶ (۲)

-۸ یا -۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ما چنین شکلی از معادله درجه ۴ را بلد نیستیم حل کنیم. پس باید راهی پیدا کنیم تا بتوانیم از دانسته‌هایمان استفاده کنیم.

در چنین معادلات خاصی که ضریب x^4 و عدد ثابت با هم و همچنین ضرایب x^3 و x نیز با هم برابرند، تقسیم‌کردن کل معادله بر x^2

راهگشاست (بینید):

$$x^2 - 4x + m - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + m = 0$$





گام دوم: حالا از تغییر متغیر $t = x + \frac{1}{x}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$t^2 - 2 - 4t + m = 0 \Rightarrow t^2 - 4t + m - 2 = 0$$

گام سوم: برای این‌که معادله اصلی ۳ جواب داشته باشد، لازم است یکی از جواب‌های معادله بالا $t = 2$ یا $t = -2$ باشد (زیرا معادله $x + \frac{1}{x} = \pm 2$ ریشه مضاعف دارد)، اما دقت کنید که اگر $t = 2$ یک جواب معادله باشد، همین یک جواب را دارد و طبیعتاً یک جواب برای x به دست می‌آید که با فرض سؤال تناقض دارد.

پس $t = -2$ قابل قبول است:

$$(-2)^2 - 4(-2) + m - 2 = 0 \Rightarrow m = -10$$

تست و پاسخ ۵

مجموعه جواب‌های نامعادله $|x^2 - 2x + m| < |x^2 - 2x|$ بازه $(\alpha, \alpha + 4)$ است. حاصل $\alpha + m$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۲

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره همیشه در نامعادلات، دنبال عددگذاری و رد گزینه نباشید و سعی کنید روش اصلی را یاد بگیرید تا در چنین سؤالاتی به چالش نخورید.

خودت حل کنی بهتره طرفین رو به توان ۲ برسونید و از اتحاد مزدوج استفاده کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: این را می‌دانیم که اگر $|a| < |b|$ باشد، آن‌گاه $(a - b)(a + b) < 0$ است. (طرفین را به توان ۲ رساندیم و از اتحاد مزدوج استفاده کردیم.)

پس در این سؤال داریم:

$$(x^2 - 2x - x^2 + 2x - m)(x^2 - 2x + x^2 - 2x + m) < 0 \Rightarrow m(2x^2 - 4x + m) > 0 \quad (*)$$

گام دوم: قطعاً α و $\alpha + 4$ (سر و ته بازه جواب) ریشه‌های معادله بالا هستند (به همین سادگی)؛ پس داریم:

$$S = \frac{4}{2} = 2 = \alpha + \alpha + 4 = 2\alpha + 4 \Rightarrow \alpha = -1$$

$$P = \frac{m}{2} = \alpha(\alpha + 4) = -3 \Rightarrow m = -6$$

$$\Rightarrow \alpha + m = -7$$

گام سوم: نتیجه نهایی:

تست و پاسخ ۶

طول (یا x) آن صفر است.

قرینه نقطه $A(2, 6)$ نسبت به خط $x + 4y = k$ روی محور y ها قرار دارد. مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره کافیست فقط قرینه رو مثلاً $A'(\alpha, \beta)$ در نظر بگیری، بعد رابطه بین شیب‌ها و مختصات نقطه وسط رو بنویسی.

پاسخ تشریحی گام اول: قرینه نقطه A روی محور y ها قرار دارد؛ پس مختصات آن را $A'(\alpha, y_0)$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: پاره خط AA' بر خط داده شده (محور تقارن) عمود است، پس حاصل ضرب شیب‌های آن‌ها -1 می‌شود.

$$m_{\text{خط}} = -\frac{1}{4}, m_{AA'} = \frac{6 - y_0}{2}$$

$$\xrightarrow{m_{\text{خط}} m_{AA'} = -1} -\frac{1}{4} \left(\frac{6 - y_0}{2} \right) = -1 \Rightarrow 6 - y_0 = 8 \Rightarrow y_0 = -2$$

مختصات نقطه قرینه، $A'(\alpha, -2)$ است.

گام سوم: نقطه وسط پاره خط AA' باید روی خط داده شده قرار بگیرد. (زیرا A' و A فاصله برابری از خط دارند.)

$$\Rightarrow M = \frac{A + A'}{2} \Rightarrow M(1, 2)$$

$$(1) + 4(2) = k \Rightarrow k = 9$$

گام چهارم: مختصات نقطه را در معادله خط قرار می‌دهیم:



تست و پاسخ ۷

توابع $f(x) = x + 2\sqrt{4-x^2}$ و $g(x) = x^2 + ax + 3$ مفروض اند. اگر دامنه تابع $f \circ g$ تک‌عضوی باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ± 2 (۲) $\pm 2\sqrt{5}$ (۳) $\pm\sqrt{5}$ (۴) $\pm\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: دامنه تابع g کل اعداد حقیقی و دامنه تابع f بازه $[-2, 2]$ است.

گام دوم: دامنه تابع $f \circ g$ را می‌نویسیم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x^2 + ax + 3 \leq 2\}$$

گام سوم: حال باید کاری کنیم نامعادله مشخص شده، فقط یک جواب داشته باشد. برای این کار کافی است بررسی کنیم که نامساوی $x^2 + ax + 3 \leq 2$ که همان $x^2 + ax + 1 \leq 0$ است، فقط یک جواب داشته باشد که آن هم به ازای $a = \pm 2$ امکان پذیر است. (حواستان به مربع کامل هست؟) در این حالت تک جواب معادله $x = \mp 1$ است. دقت کنید که با این شرط نامساوی $x^2 + ax + 3 \geq -2$ برقرار می‌شود.

تست و پاسخ ۸

توابع $f(2-3x) = \sqrt{3x-4}$ و $g(3x-4) = \sqrt{ax+b}$ مفروض اند، به طوری که دو تابع f و g مساوی هستند. حاصل $2a+b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

یعنی عیناً دو تابع یکسان هستند، هم ضابطه‌هایشان و هم دامنه‌هایشان.

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره سعی کن داخل پرانتزها عیناً مثل هم باشن، اون وقت رادیکال‌ها هم باید یکی باشن.

پاسخ تشریحی

گام اول: دو تابع f و g با هم مساوی‌اند، پس می‌توانیم به جای یکدیگر از آن‌ها استفاده کنیم:

$$f(2-3x) = \sqrt{3x-4}, \quad f(3x-4) = \sqrt{ax+b}$$

گام دوم: تابع $y = f(2-3x)$ را به تابع $y = f(3x-4)$ تبدیل می‌کنیم. برای این کار ابتدا x را به $x+2$ تبدیل می‌کنیم و سپس در تابع حاصل x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم:

$$f(2-3x) = \sqrt{3x-4} \xrightarrow{x \rightarrow x+2} f(-4-3x) = \sqrt{3(x+2)-4} = \sqrt{3x+2} \xrightarrow{x \rightarrow -x} f(3x-4) = \sqrt{-3x+2}$$

گام سوم: و این تابع باید مساوی $\sqrt{ax+b}$ باشد؛ در نتیجه $a = -3$ و $b = 2$ است.

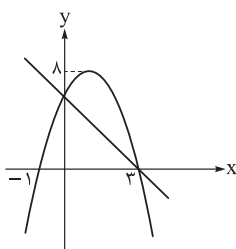
$$2a+b = -6+2 = -4$$

گام چهارم: خواسته نهایی را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۹

نمودار سهمی $y = f(x)$ و تابع خطی g در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $(f \circ g)^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



پاسخ: گزینه ۳

مشاوره ترکیب تابع وارون و $f \circ g$ از مهم‌ترین تیپ‌های سوالات تابع کنکور است. حتماً چند الگوی خاص از این تیپ مسئله را کار کنید و یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره اول ضابطه‌های f و g رو به دست بیار. بعدش فقط به یک ویژگی ساده وارون نیاز داری، تمام!



پاسخ تشریحی گام اول: در ابتدا، باید ضابطه‌های دو تابع f و g را به دست آوریم:

$$\xrightarrow{\text{ریشه‌های } f \text{ موجودند}} f(x) = a(x+1)(x-3) \xrightarrow[\substack{\text{عرض رأس} = 8 \\ x_s = \frac{-1+3}{2} = 1}]{\lambda = a(2)(-2) \Rightarrow a = -2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2(x+1)(x-3)$$

$$\Rightarrow g(x) = -2x + 6$$

تابع خطی g هم از نقاط $(0, 6) = (0, f(0))$ و $(3, 0)$ می‌گذرد:

$$g^{-1}(2) = k \Rightarrow g(k) = 2$$

گام دوم: باید $g^{-1}(2)$ را پیدا کنیم؛ آن را k می‌نامیم:

$$\Rightarrow -2k + 6 = 2 \Rightarrow k = 2$$

$$(f \circ g^{-1})(2) = f(\underbrace{g^{-1}(2)}_k) = f(2) = 6$$

گام سوم: مقدار $(f \circ g^{-1})(2)$ را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۰

تابع $f(x) = 2^x + \frac{a}{x}$ با دامنه $x > 0$ مفروض است. اگر $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(-2) = 2m$ باشد، مقدار $[\frac{a}{3}]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$-4 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال سخت و متفاوتی است. پس طبیعتاً با روش متفاوتی هم باید حل شود. اگر برای شما هم سخت است، نگران نباشید و می‌توانید از آن گذر کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: تساوی $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(-2) = 2m$ را تشکیل می‌دهیم. طبق تعریف اصلی تابع وارون داریم:

$$f(2m) = 2, f(m) = -2$$

گام دوم: از روی ضابطه تابع تساوی‌های بالا را بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2^{2m} + \frac{a}{2m} = 2 \\ 2^m + \frac{a}{m} = -2 \end{cases}$$

گام سوم: تساوی پایین را از ۲ برابر تساوی بالا کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow (2^{2m+1} + \frac{a}{m}) - (2^m + \frac{a}{m}) = 4 - (-2) \Rightarrow 2^{2m+1} - 2^m = 4 - (-2) = 6 \Rightarrow 2(2^m)^2 - 2^m - 6 = 0$$

گام چهارم: با تغییر متغیر $t = 2^m$ معادله فوق را حل می‌کنیم:

$$2t^2 - t - 6 = (t-2)(2t+3) = 0 \xrightarrow{t>0} t = 2^m = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$2 = 2^2 + \frac{a}{2} \Rightarrow a = -4$$

گام پنجم: پس $f(2) = 2$ است و این تساوی را در ضابطه تابع صدق می‌دهیم:

$$[\frac{a}{3}] = [-\frac{4}{3}] = -2$$

گام ششم: خواسته نهایی را حساب می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۱

اگر $x = \alpha$ و $x = 4$ جواب‌های معادله $\log_{\sqrt{x}} m + \log_m x = 3$ باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای α کدام است؟

$$32 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$24 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره در هر معادله‌ای دیدی یه بخشی از معادله داره تکرار می‌شه، اون رو یه متغیر جدید بگیر.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا از ویژگی مهم $\log_b a = \frac{m}{n} \log_b a^m$ استفاده می‌کنیم و معادله را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$2 \log_x m + \log_m x = 3$$



$$\frac{2}{\log_m x} + \log_m x = 3$$

گام دوم: از ویژگی $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ استفاده می‌کنیم:

گام سوم: $\log_m x$ در معادله در حال تکرار شدن است، پس آن را متغیر جدید t در نظر می‌گیریم:

$$\frac{2}{t} + t = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = (t-1)(t-2) = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 2$$

گام چهارم: مقادیر x را براساس مقادیر t به دست آمده حساب می‌کنیم:

$$\log_m x = 1 \Rightarrow x_1 = m, \log_m x = 2 \Rightarrow x_2 = m^2$$

گام پنجم: یکی از جواب‌های معادله $x = 4$ است، پس یا $m = 4$ است یا $m^2 = 4$ که همان $m = 2$ است؛ در نتیجه مقادیر قابل قبول برای α برابر (جواب دیگر یعنی) ۲ یا ۱۶ است که حاصل ضرب آن‌ها برابر ۳۲ است.

تست و پاسخ ۱۲

به بزرگی یک زلزله برحسب ریشتر (M) تقریباً چه قدر اضافه شود تا انرژی آزاد شده آن (E)، ۸۰۰ برابر شود؟ ($\log 5 \approx 0.7$)

$$\frac{E_2}{E_1} = 800$$

$$\Delta M = M_2 - M_1$$

$$1/95 \quad (2)$$

$$1/96 \quad (4)$$

$$1/92 \quad (1)$$

$$1/93 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: رابطه داده شده صورت سؤال را برای دو زلزله می‌نویسیم:

$$\log E_1 = 11/8 + 1/5 M_1, \log E_2 = 11/8 + 1/5 M_2$$

$$\log E_2 - \log E_1 = 1/5 (M_2 - M_1) \Rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1/5 \Delta M$$

گام دوم: رابطه زلزله ۱ را از رابطه زلزله ۲ کم می‌کنیم:

$$\log 800 = 1/5 \Delta M$$

گام سوم: نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ را برابر ۸۰۰ می‌گیریم:

$$\Rightarrow \log(8 \times 100) = \log 8 + \log 100 = 3 \log 2 + 2 = 3(1 - \log 5) + 2 = 5 - 3 \log 5 = 1/5 \Delta M$$

$$\Rightarrow \Delta M = \frac{5 - 3 \log 5}{1/5}$$

$$\Delta M = \frac{2/9}{1/5} \approx 1/93$$

گام چهارم: مقدار تقریبی $\log 5 = 0.7$ را جای گذاری می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۳

اگر $a = \log_9 4$ و $\log_9 b = \frac{1}{4}(2 + 3a)$ باشد، حاصل $\log_8 (b^2 - 8)$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره یکی از تیپ‌های خیلی رایج در مبحث ویژگی‌های لگاریتم، به دست آوردن مقدار یک لگاریتم برحسب یک لگاریتم دیگر است. در این سؤال رابطه را داده ایم و مقدار آرگومان لگاریتم را می‌خواهیم. حتماً توجه ویژه‌ای به این تیپ سؤالات لگاریتم داشته باشید.

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا در رابطه $\log_9 b$ ، به جای a عبارت $\log_9 4$ قرار می‌دهیم:

$$\log_9 b = 1 + \frac{3}{4} \log_9 4$$

گام دوم: حال از ویژگی‌های لگاریتم استفاده می‌کنیم. مبنای ۹ را به ۳ تبدیل می‌کنیم تا مقدار b به دست آید:

$$\log_9 b = 1 + \frac{3}{4} \log_{3^2} 4 = 1 + \frac{3}{4} \log_3 4 = \log_3 3 + \log_3 \sqrt[4]{4^3} = \log_3 3 + \log_3 2\sqrt{2} \Rightarrow b = 6\sqrt{2}$$

$$\log_8 (b^2 - 8) = \log_8 (72 - 8) = \log_8 64 = 2$$

گام سوم: سراغ محاسبه رابطه خواسته شده برحسب b می‌رویم:





تست و پاسخ ۱۴

برای $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ ، اگر $\tan x + \cot x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $P = \sin^6 x - \cos^6 x$ چند برابر $\frac{13}{125}$ است؟
 (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۷ (۴) -۷

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره کنکورهای ۳ سال اخیر نشان داده است که چه قدر اتحادهای مثلثاتی مهم هستند و طراحان به این مبحث علاقه مندند.

خودت حل کنی بهتره به یک $\sin 2x$ و یک چاق و لاغر نیاز دارید، همین.

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا عبارت P را به یک شکل ساده تر می نویسیم تا ببینیم به چه عبارتهایی نیاز داریم.

$$P = \sin^6 x - \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 - (\cos^2 x)^3 = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)$$

شبه مربع کامل است.

$$\Rightarrow P = -(\cos^2 x - \sin^2 x)((\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^2 x \cos^2 x)$$

$\frac{1}{4} \sin^2 2x$

$$\Rightarrow P = -\cos 2x(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2x) \quad (*)$$

گام دوم: پس ما به $\sin 2x$ (که از آن $\cos 2x$ هم به دست می آید) نیاز داریم. برای این کار از اتحاد $\tan \theta + \cot \theta = \frac{2}{\sin 2\theta}$ استفاده می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{5} \xrightarrow{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1} \cos 2x = -\frac{4}{5}$$

دقت کنید که چون $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ است، $\frac{\pi}{2} < 2x < \pi$ و در نتیجه $\cos 2x$ مقداری منفی است.

گام سوم: P را حساب می کنیم:

$$\xrightarrow{(*)} P = -(-\frac{4}{5})(1 - \frac{1}{4}(\frac{3}{5})^2) = \frac{4}{5} \times \frac{91}{100} = \frac{91}{125} = 7 \times \frac{13}{125}$$

تست و پاسخ ۱۵

مقدار عبارت $A = \sqrt{\frac{1}{\sin 15^\circ}} + \sqrt{\frac{1}{\cos 15^\circ}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2+2\sqrt{6}}$ (۲) $\sqrt{4+2\sqrt{6}}$ (۳) $\sqrt{2+4\sqrt{6}}$ (۴) $2\sqrt{1+\sqrt{6}}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا عبارت A را به توان ۲ می رسانیم:

$$A^2 = \frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{1}{\cos 15^\circ} + 2 \frac{1}{\sqrt{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} + \frac{2}{\sqrt{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}}$$

$\frac{1}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{4}$

گام دوم: حال باید عبارت $\sin 15^\circ + \cos 15^\circ$ را حساب کنیم:

$$T = \sin 15^\circ + \cos 15^\circ = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 15^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 15^\circ) = \sqrt{2} \sin(45^\circ + 15^\circ) = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

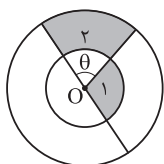
$$A^2 = 4T + 4 = 4(\frac{\sqrt{6}}{2}) + 4 = 2\sqrt{6} + 4$$

گام سوم: مقدار عبارت A را حساب می کنیم:

$$A = \sqrt{2\sqrt{6} + 4}$$

از طرفی، A مثبت است؛ پس داریم:

تست و پاسخ ۱۶



در شکل مقابل دو دایره هم مرکز رسم شده اند، به طوری که شعاع دایره کوچک تر نصف شعاع دایره بزرگ تر است. اگر S_1 (مساحت ناحیه ۱) نیز نصف S_2 (مساحت ناحیه ۲) باشد، مقدار θ بر حسب رادیان کدام است؟ (O مرکز دایره ها است.)

$$\frac{3\pi}{5} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{5} \quad (1)$$

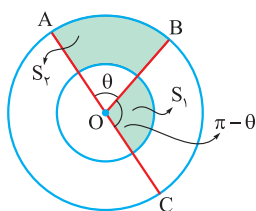
$$\frac{2\pi}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4\pi}{5} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: زاویه AOB را θ گرفته ایم، پس مکمل آن یعنی زاویه BOC برابر $\pi - \theta$ است. شعاع دایره کوچک را نیز r می گیریم.

گام اول: ابتدا مساحت های S_1 و S_2 را به دست می آوریم.



$$S_1 = \frac{1}{2} r^2 (\pi - \theta) = \frac{1}{2} \pi r^2 - \frac{1}{2} \theta r^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2} (2r)^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{3}{2} \theta r^2$$

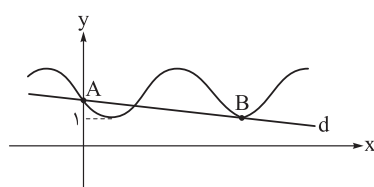
$$S_2 = 2S_1 \rightarrow \frac{3}{2} \theta r^2 = 2 \left(\frac{1}{2} \pi r^2 - \frac{1}{2} \theta r^2 \right)$$

گام دوم: طبق فرض S_2 را نصف S_1 می گیریم.

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \theta r^2 = \pi r^2 - \theta r^2 \Rightarrow \frac{5}{2} \theta r^2 = \pi r^2 \Rightarrow \frac{5}{2} \theta = \pi \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

تست و پاسخ ۱۷

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \cos(x - \frac{\pi}{3})$ در شکل زیر رسم شده است. اگر شیب خط d برابر $-\frac{3}{14\pi}$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟



$\cos x$ را $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست انتقال داده ایم.

$$-1 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: باید معادلاتی بنویسیم تا پارامترهای a و b را بتوانیم حساب کنیم. ابتدا از عرض از مبدأ تابع شروع می کنیم:

$$f(0) = a + b \cos \frac{\pi}{3} = a + \frac{b}{2} \Rightarrow A(0, a + \frac{b}{2})$$

مختصات نقطه B هم به صورت $B(2\pi + \frac{\pi}{3}, 1)$ است.

گام دوم: حال شیب خط d را حساب کرده و برابر $-\frac{3}{14\pi}$ قرار می دهیم:

$$m_d = \frac{1 - a - \frac{b}{2}}{\frac{7\pi}{3}} = -\frac{3}{14\pi} \Rightarrow 2a + b = 3 \quad (1)$$

گام سوم: برای رسم نمودار تابع f از روی نمودار تابع $y = \cos x$ ، مشخص است که نمودار نسبت به محور x ها قرینه شده است؛ پس $b < 0$ است.



گام چهارم: در نتیجه کمترین مقدار تابع به ازای $\cos x = 1$ به دست می‌آید.

$$\Rightarrow f_{\min} = a + b = 1 \quad (2)$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\Rightarrow a - b = 3$$

گام پنجم: از دستگاه معادلات (1) و (2) به دست می‌آید:

تست و پاسخ ۱۸

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} - 2}{x\sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

حد: مبهم $\frac{0}{0}$ است.

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{9} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در حد صفر صفر، همیشه کوتاه‌ترین راه حل هوپیتال نیست! پس لازم است روش‌های اصلی کتاب درسی را هم کامل بلد باشیم.

خودت حل کنی بهتره کلاً به کاری کن رادیکال از بین بره، یا با مزدوج یا با چاق و لاغر.

پاسخ تشریحی گام اول: صورت و مخرج را در مزدوج‌های هر کدام ضرب می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} - 2}{x\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + 2} \times \frac{x\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + 1} \right) = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + \sqrt[3]{x} - 4}{x^3 - 1}$$

گام دوم: عبارت مخرج را با استفاده از چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم. در صورت هم عامل $\sqrt[3]{x} - 1$ را می‌توانیم داشته باشیم، زیرا به ازای $\sqrt[3]{x} = 1$ حد صورت صفر است:

$$L = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x} - 1)(3\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 4)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{5}{3} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

$$L = \frac{5}{3} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

گام سوم: باز هم مخرج را با اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

تست و پاسخ ۱۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt[3]{\cos x}}}{\sin x}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی گام اول: باید عبارت صورت را از حالت رادیکالی خارج کنیم؛ پس صورت و مخرج را همزمان در عبارت چاق زیر رادیکال صورت ضرب می‌کنیم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sqrt{1 - \sqrt[3]{\cos x}}}{\sin x} \times \frac{\sqrt{1 + \sqrt[3]{\cos x} + \sqrt[3]{\cos^2 x}}}{\sqrt{1 + \sqrt[3]{\cos x} + \sqrt[3]{\cos^2 x}}} \right) = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$$

گام دوم: مجدداً برای این که رادیکال صورت را برداریم، همزمان صورت و مخرج را در $\sqrt{1 + \cos x}$ ضرب می‌کنیم:

$$L = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} \times \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sqrt{1 + \cos x}} \right) = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{\sin x} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin x|}{\sin x}$$

گام سوم: در یک همسایگی چپ $x = 0$ ، عبارت $\sin x$ مقداری منفی دارد، در نهایت داریم:

$$L = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{\sin x} = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = -\frac{\sqrt[3]{6}}{6}$$

تست و پاسخ ۲۰

تابع $f(x) = 2[\log_2 x] + k[x^2]$ در $x = 4$ پیوسته است. مقدار k کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

حدهای چپ و راست و مقدار تابع، هر سه با هم برابرند.

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مهم‌ترین تابع در بحث حد و پیوستگی، تابع شامل جزء صحیح است. لطفاً آن را به درستی یاد بگیرید و حتماً قبل از حل این تست، جزء صحیح را یادآوری و مرور کنید.

خودت حل کنی بهتره حدهای چپ و راست و مقدار تابع رو در $x = 4$ به دست بیار و با هم برابر قرار بده. چون هر دو تابع $y = x^2$ و $y = \log_2 x$ توی $x = 4$ صعودی‌ان، حد چپ یه واحد از حد راست و هم‌چنین مقدار کمتره.

پاسخ تشریحی گام اول: لازم است حدهای چپ و راست و مقدار تابع را به دست آوریم و مساوی هم بگذاریم:

$$\text{حد چپ} = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 2[2^-] + k[16^-] = 15k + 2$$

$$\text{مقدار تابع} = f(4) = 2[2] + k[16] = 16k + 4$$

$$\text{حد راست} = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2[2^+] + k[16^+] = 16k + 4$$

گام دوم: حالا هر سه را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

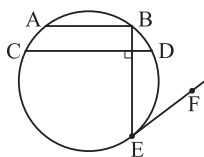
$$\Rightarrow 16k + 4 = 15k + 2 \Rightarrow k = -2$$



هندسه: کل کتاب

تست و پاسخ ۲۱

در شکل زیر اگر $AB \parallel CD$ ، $CD \perp BE$ ، $\widehat{AB} = 40^\circ$ و $\widehat{AC} = 20^\circ$ ، آن گاه اندازه زاویه ظلی BEF چند درجه است؟



۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

۷۰ (۴)

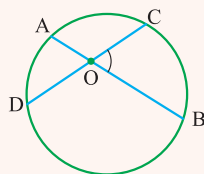
۸۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره با دانستن فرمول های زوایا در دایره می توانیم بسیاری از سوالات این مبحث را حل کنیم.

خودت حل کنی بهتره اندازه کمان BD و DE را با قضایای مربوط به زوایای داخل دایره به دست بیاور.

درس نامه

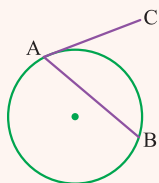


$$\hat{O} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{CB}}{2}$$

نکات ۱) کمان های محصور بین دو وتر موازی با یکدیگر برابرند.

۲) برای هر دو وتر متقاطع AB و CD در دایره داریم:

۳) زاویه ظلی در هر دایره با نصف اندازه کمان روبه رویش برابر است.



$$\hat{CAB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق نکته اول درس نامه، اندازه کمان BD را محاسبه می کنیم.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = 20^\circ$$

گام دوم: اندازه کمان DE را محاسبه می کنیم.

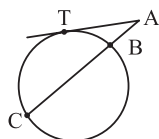
$$\frac{\widehat{BAC} + \widehat{DE}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{DE} = 180^\circ \Rightarrow 20^\circ + 40^\circ + \widehat{DE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 120^\circ$$

گام سوم: اندازه زاویه ظلی BEF را محاسبه می کنیم.

$$\widehat{BEF} = \frac{1}{2} \widehat{EDB} = \frac{1}{2} (\widehat{DE} + \widehat{BD}) = \frac{1}{2} (120^\circ + 20^\circ) = \frac{1}{2} (140^\circ) = 70^\circ$$

تست و پاسخ ۲۲

در شکل زیر AT بر دایره مماس است. اگر $AB = \frac{1}{4} AT$ ، آن گاه طول BC چند برابر طول AT است؟



$\sqrt{3}$ (۲)

۲ (۱)

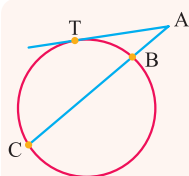
$1/5$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره روابط طولی در دایره از مباحث مهم فصل اول هندسه یازدهم است.

خودت حل کنی بهتره با نگاه کردن به فرمول های روابط طولی دایره در کتاب هندسه یازدهم سعی کن این سؤال را حل کنی!



$$AT^2 = AB.AC$$

درس نامه

اگر AT بر دایره زیر مماس باشد، داریم:

$$AT^2 = AB.AC \Rightarrow AT^2 = \frac{1}{4} AT \times (\overbrace{AB+BC}^{\frac{1}{4}AT}) \Rightarrow AT^2 = \frac{1}{4} AT^2 + \frac{1}{4} AT.BC$$

پاسخ تشریحی

$$\Rightarrow \frac{3}{4} AT^2 = \frac{1}{4} AT.BC \xrightarrow{\text{طرفین را بر } AT^2 \text{ تقسیم می‌کنیم.}} \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{BC}{AT} \Rightarrow \frac{BC}{AT} = \frac{3}{2}$$

تست و پاسخ ۳۳

دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ دارای مماس مشترک داخلی به طول $3R$ هستند. اگر $OO' = 5R$ ، آن گاه حاصل $\frac{R'}{R}$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سعی کنید حتماً فرمول‌های طول مماس مشترک داخلی و خارجی دایره را حفظ کنید و با هم اشتباه نکنید.

خود حل کنی بهتره با نوشتن فرمول طول مماس مشترک داخلی و جاگذاری اندازه‌ها خیلی راحت به جواب می‌رسی.

درس نامه

$$\sqrt{OO'^2 - (r + r')^2}$$

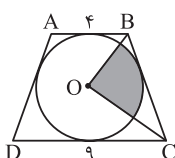
طول مماس مشترک داخلی دو دایره متخارج $C(O, r)$ و $C'(O', r')$ برابر است با:

پاسخ تشریحی

$$3R = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 3R = \sqrt{25R^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 9R^2 = 25R^2 - (R + R')^2 \Rightarrow (R + R')^2 = 16R^2 \\ \Rightarrow R + R' = 4R \Rightarrow R' = 3R$$

تست و پاسخ ۳۴

در دوزنقه متساوی الساقین مقابل، دایره‌ای به مرکز O محاط شده است. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



$$\frac{5\pi}{2} \text{ (۴)}$$

$$2\pi \text{ (۳)}$$

$$\frac{9\pi}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{9\pi}{4} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره تسلط به ویژگی‌های دایره‌های محیطی و محاطی چندضلعی‌های مختلف، به خصوص چندضلعی‌های خاص مثل دوزنقه متساوی الساقین در حل این مدل تست‌ها به شما کمک می‌کند.

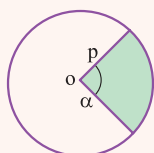
خود حل کنی بهتره اندازه زاویه $\widehat{BOC}$ و شعاع r را محاسبه کنید و پس از آن با فرمول مساحت قطاع دایره، مساحت قسمت رنگی را محاسبه کنید.

درس نامه

(۱) در هر دوزنقه متساوی الساقین محیطی، قطر دایره محاطی آن واسطه هندسی دو قاعده است.

(۲) مساحت قطاعی از دایره به شعاع r با زاویه مرکزی α برابر است با:

$$\frac{\alpha}{360} \pi r^2$$





نکته در چندضلعی محیطی، مرکز دایره محاطی، نقطه هم‌رسی نیمسازهاست چون از تمام اضلاع به فاصله یکسان (که همان شعاع دایره محاطی است) می‌باشد. پس BO و OC نیمساز زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ هستند.

پاسخ تشریحی گام اول: ناحیه مطلوب، قطاعی از دایره به شعاع r و زاویه مرکزی $\hat{BOC}$ است. ابتدا اندازه زاویه $\hat{BOC}$ و شعاع r را به دست می‌آوریم.

$$AB \parallel CD, BC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{OBC} + \hat{BCO} = 90^\circ$$

$$\triangle OBC: \hat{O} + \underbrace{\hat{OBC} + \hat{OCB}}_{90^\circ} = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} = 90^\circ$$

$$(2r)^2 = AB \times DC \Rightarrow 4r^2 = 4 \times 9 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$$

طبق نکته اول درس‌نامه:

$$S = \frac{\alpha}{360} \pi r^2 = \frac{90}{360} \pi \times 3^2 = \frac{9\pi}{4}$$

گام دوم: حالا با توجه به اندازه‌های به دست آمده مساحت قطاع را به دست می‌آوریم.

تست و پاسخ ۲۵

در مستطیل $ABCD$ می‌دانیم $A(3, 2)$ ، $C(-2, -1)$ و B روی خط $x = -2$ قرار دارد. اگر بازتاب B نسبت به محور x ها، B' و بازتاب D نسبت به محور y ها، D' باشد، طول پاره خط $B'D'$ کدام است؟

$$\sqrt{34} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این مدل سؤال‌ها، سؤال‌های ساده‌ای هستند که با دانستن ویژگی‌های تبدیلات هندسی و کمی تمرین می‌توانید به سرعت آن‌ها را حل کنید.

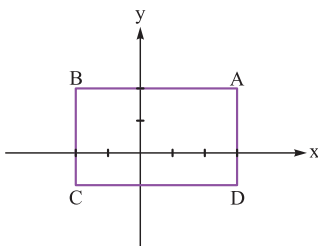
خودت حل کنی بهتره مستطیل را روی صفحه مختصات رسم کنید و با در نظر گرفتن ویژگی‌های بازتاب، قرینه نقاط خواسته شده را به دست آورید.

درس‌نامه

در بازتاب هر نقطه نسبت به محور x ها، مؤلفه x آن ثابت می‌ماند و مؤلفه y آن قرینه می‌شود. برای بازتاب هر نقطه نسبت به محور y ها، مؤلفه y را ثابت نگه می‌داریم و مؤلفه x را قرینه می‌کنیم. فاصله دو نقطه $A(x, y)$ و $B(x', y')$ در صفحه مختصات برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با رسم مستطیل متوجه می‌شویم مختصات نقاط B و D به ترتیب $(-2, 2)$ و $(3, -1)$ هستند.



گام دوم: طبق درس‌نامه، بازتاب نقطه $D(3, -1)$ نسبت به محور y ها، نقطه $D'(-3, -1)$ و بازتاب نقطه $B(-2, 2)$ نسبت به محور x ها $B'(-2, -2)$ است.

گام سوم: حالا طول $B'D'$ را محاسبه می‌کنیم.

$$B'D' = \sqrt{(-3 - (-2))^2 + (-1 - (-2))^2} = \sqrt{2}$$



تست و پاسخ ۲۶

اگر $A(2,0)$ ، $B(0,4)$ و $A'(\alpha, \beta)$ تصویر A در دوران به مرکز B و زاویه 12° خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، آن گاه حاصل $2\beta - \alpha$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۲ (۳)

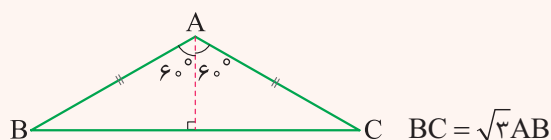
۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره باز هم ویژگی‌های تبدیلات هندسی که با ویژگی‌های مثلث ترکیب شده است.

خود حل کنی بهتره اول از همه تصویر دوران یافته A را رسم کن و بعد با استفاده از فیثاغورس و اندازه زوایای مثلث، عبارت $2\beta - \alpha$ را ایجاد کن.

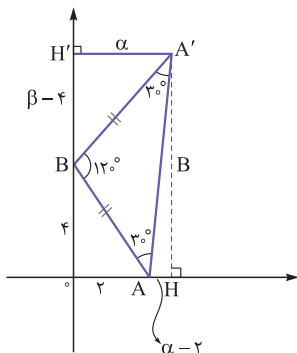


درس نامه

تبدیل دوران، طول پاره خط‌ها را حفظ می‌کند.

در مثلث متساوی الساقین ABC با زاویه رأس $\hat{A} = 12^\circ$ داریم:

پاسخ تشریحی گام اول:



$$A'B = AB \Rightarrow A'B^2 = AB^2 \Rightarrow \alpha^2 + (\beta - 4)^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - 8\beta + 16 = 4 + 16 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - 8\beta = 4 \quad (*)$$

$$AA' = \sqrt{3}AB$$

گام دوم: مثلث ABA' متساوی الساقین با زاویه رأس 12° است؛ پس در این مثلث:

$$AA' = \sqrt{3}AB = \sqrt{3} \times \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{15} \Rightarrow (AA')^2 = 4 \times 15 = 60 \Rightarrow \beta^2 + (\alpha - 2)^2 = 60$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 56 \quad (**)$$

$$-4\alpha + 8\beta = 56 - 4 \Rightarrow -\alpha + 2\beta = 13$$

گام سوم: از تفاضل $(**)$ و $(*)$ داریم:

تست و پاسخ ۲۷

نقطه ثابت A به فاصله $\frac{3}{4}R$ از مرکز دایره $C(O, R)$ قرار دارد. اگر تصویر این دایره در تجانس به مرکز A و نسبت تجانس k بر دایره (C) مماس خارج باشد، آن گاه k کدام است؟

$\frac{9}{2}$ (۴)

۵ (۳)

$\frac{7}{2}$ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

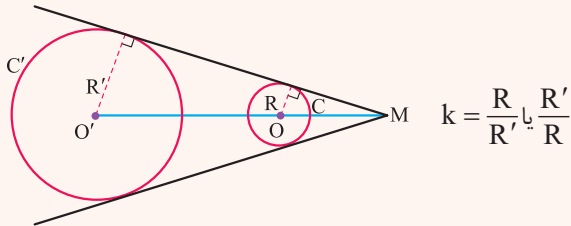
مشاوره در این سؤال ترکیب تبدیلات هندسی و وضعیت‌های دایره نسبت به هم را می‌بینیم که برای حل آن بهتر است به ویژگی‌ها و حالات تجانس توجه ویژه‌ای داشته باشید.

خود حل کنی بهتره شکل را رسم کنید و از فرمول دایره‌های مماس خارج استفاده کنید.



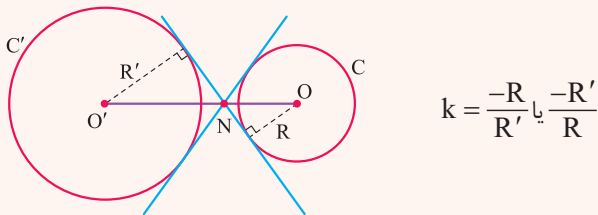
درس نامه...

۱) مرکز تجانس مستقیم دو دایره، نقطه برخورد مماس‌های مشترک خارجی است که روی خط‌المركزین دو دایره نیز قرار دارد. در این حالت چون مراکز دو دایره در یک طرف مرکز تجانس قرار دارند، نسبت تجانس عددی مثبت و برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است.



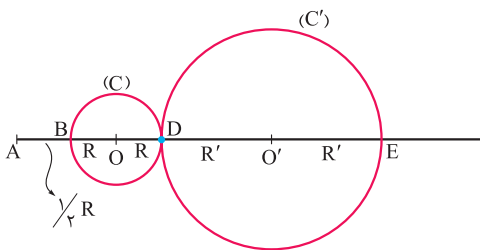
دقت کنید که در تجانس به مرکز M و نسبت $\frac{R'}{R}$ ، دایره C روی دایره C' و در تجانس به مرکز M و نسبت $\frac{R}{R'}$ ، دایره C' روی دایره C تصویر می‌شود.

۲) مرکز تجانس معکوس دو دایره، نقطه برخورد مماس‌های مشترک داخلی است که این نقطه روی خط‌المركزین دو دایره نیز قرار دارد. در این حالت چون مراکز دایره‌ها در دو طرف مرکز تجانس قرار دارند، نسبت تجانس عددی منفی و برابر قرینه نسبت شعاع‌های دو دایره است.



توجه کنید که در تجانس به مرکز N و نسبت $\frac{-R'}{R}$ ، دایره C روی دایره C' و در تجانس به مرکز N و نسبت $\frac{-R}{R'}$ ، دایره C' روی دایره C تصویر می‌شود.

پاسخ تشریحی مطابق شکل O' تصویر O در تجانس به مرکز A و نسبت تجانس k می‌باشد. برای این که دو دایره (C) و (C') مماس خارج باشند، باید داشته باشیم:

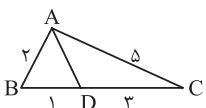


$$OO' = R + R' \Rightarrow AO' - AO = R + R' \Rightarrow \frac{3}{2}kR - \frac{3}{2}R = R + kR \Rightarrow (\frac{3}{2}k - \frac{3}{2})R = (1+k)R$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}k - \frac{3}{2} = 1 + k \Rightarrow \frac{1}{2}k = \frac{5}{2} \Rightarrow k = 5$$

تست و پاسخ ۲۸

با توجه به شکل، نسبت شعاع دایره محیطی مثلث ABD به شعاع دایره محیطی مثلث ACD کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

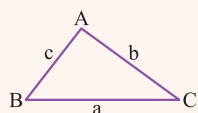
مشاوره با دانستن قضیه سینوس‌ها و ارتباط آن با شعاع دایره محیطی هر مثلث، می‌توانی این سؤال را حل کنی.

خودت حل کنی بهتره دو بار از قضیه سینوس ها در مثلث های ABD و ACD استفاده کن.

درس نامه

(۱) مجموع زاویه های داخلی هر مثلث 180° است.

(۲) در هر مثلث، نسبت طول هر ضلع به سینوس زاویه روبه روی آن، برابر با قطر دایره محیطی است.



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\sin \hat{D}_1 = \sin \hat{D}_2$$

پاسخ تشریحی با توجه به شکل $\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ$ پس:

گام اول (استفاده از قضیه سینوس ها در مثلث ABD): شعاع دایره محیطی مثلث ABD را R در نظر می گیریم. طبق قضیه سینوس ها در این

$$2R = \frac{AB}{\sin \hat{D}_1}$$

مثلث داریم:

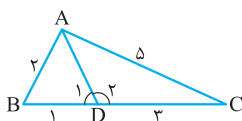
گام دوم (استفاده از قضیه سینوس ها در مثلث ACD): شعاع دایره محیطی مثلث ACD را R' در نظر می گیریم. طبق قضیه سینوس ها در این

$$2R' = \frac{AC}{\sin \hat{D}_2}$$

مثلث داریم:

گام سوم (محاسبه نسبت شعاع های دو دایره محیطی): طرفین دو تساوی به دست آمده را بر یکدیگر تقسیم می کنیم.

$$\frac{2R}{2R'} = \frac{AB \times \sin \hat{D}_2}{AC \times \sin \hat{D}_1} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{5}$$



تست و پاسخ ۲۹

طول اضلاع مثلث ABC، ۳، ۵ و ۷ هستند. طول کوچک ترین نیمساز زاویه درونی این مثلث کدام است؟

$$\frac{14}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{13}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{17}{8} \text{ (۲)}$$

$$\frac{15}{8} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره قضیه نیمسازها از قضایای مهم کتاب است و سؤالات گوناگونی از این مبحث در آزمون ها مطرح می شود.

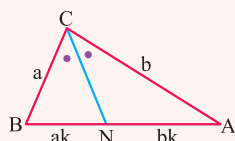
خودت حل کنی بهتره کوچک ترین نیمساز زاویه درونی را رسم کن و اندازه قطعاتی که نیمساز زاویه روی ضلع روبه رویش ایجاد می کند

را با استفاده از قضیه نیمسازها به دست بیار تا در نهایت بتوانی طول آن نیمساز را پیدا کنی.

درس نامه

(۱) در هندسه دهم از ویژگی های تناسب آموختیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b+a} = \frac{c}{c+d}$$



(۲) در شکل روبه رو اگر CN نیمساز زاویه ACB باشد، داریم:

$$1) \frac{BN}{AN} = \frac{BC}{AC}$$

$$2) CN^2 = AC \cdot BC - BN \cdot AN$$



پاسخ تشریحی در هر مثلث، کوچکترین نیمساز مربوط به بزرگترین زاویه مثلث است که مقابل به بزرگترین ضلع است. در شکل پایین، $\hat{B}$ بزرگترین زاویه مثلث و در نتیجه نیمساز BD کوچکترین نیمساز مثلث ABC است.

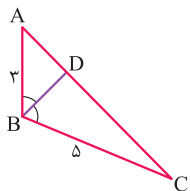
گام اول (استفاده از قضیه نیمسازها در مثلث ABC):

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{CD + AD} = \frac{3}{5 + 3} \Rightarrow \frac{AD}{7} = \frac{3}{8} \Rightarrow AD = \frac{21}{8}, CD = \frac{35}{8}$$

$$BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot CD = 15 - \frac{21 \times 35}{64} = \frac{225}{64} \Rightarrow BD = \frac{15}{8}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال):



تست و پاسخ ۳۰

مساحت یک متوازی الاضلاع به اضلاع a و $2a$ و زاویه 15° با مساحت یک لوزی به طول ضلع $3a$ برابر است. طول قطر کوچک لوزی، چند برابر a است؟

$$2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} (3)$$

$$\frac{1}{4} (2)$$

$$\sqrt{10} - \sqrt{8} (1)$$

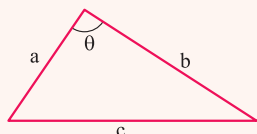
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره دانستن کاربرد قضایای سینوس ها یا کسینوس ها در مثلث بسیار مهم است که با تمرین زیاد حاصل می شود!

خودت حل کنی بهتره زاویه بین اضلاع لوزی را به دست بیاور و سپس با استفاده از قضیه کسینوس ها طول قطر لوزی را محاسبه کن.

درس نامه

- ۱) مساحت متوازی الاضلاع به طول اضلاع a و b و زاویه α برابر با $ab \sin \alpha$ و مساحت لوزی به طول ضلع a و زاویه $\hat{\alpha}$ برابر با $a^2 \sin \alpha$ است.
- ۲) قضیه کسینوس ها: اگر در مثلثی به طول ضلع های a ، b و c ، زاویه بین دو ضلع a و b برابر با θ باشد، داریم:



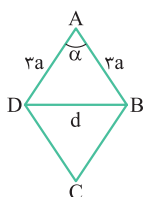
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

پاسخ تشریحی گام اول (برابر قراردادن مساحت لوزی و متوازی الاضلاع): زاویه حاده لوزی را α در نظر می گیریم.

$$S_{\text{لوزی}} = S_{\text{متوازی الاضلاع}} \Rightarrow a \times 2a \times \sin 15^\circ = 3a \times 3a \times \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 2a^2 \left(\frac{1}{4}\right) = 9a^2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{81}} = \sqrt{\frac{80}{81}} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مطابق شکل در مثلث ABD طول ضلع BD را با استفاده از قضیه کسینوس ها به دست می آوریم.



$$d^2 = (3a)^2 + (3a)^2 - 2(3a)(3a)\left(\frac{4\sqrt{5}}{9}\right) = 18a^2 - 8\sqrt{5}a^2$$

$$\Rightarrow d^2 = 2a^2(9 - 4\sqrt{5}) = 2a^2(\sqrt{5} - 2)^2 \Rightarrow d = \sqrt{2}(\sqrt{5} - 2)a = (\sqrt{10} - \sqrt{8})a$$



آمار و احتمال: کل کتاب

تست و پاسخ (۳۱)

در جدول زیر، مرکز دسته با درصد فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی مربوط به دسته وسط کدام است؟

مرکز دسته	۲	۶	۱۰	۱۴	۱۸
درصد فراوانی نسبی	۷/۵	۸/۵	x	x+۱۰	۲۴

(۱) ۸°

(۲) ۸۵°

(۳) ۹۰°

(۴) ۹۵°

پاسخ: گزینه (۳)

پاسخ تشریحی: می‌دانید مجموع درصد فراوانی‌های نسبی ۱۰۰° است؛ پس:

$$۷/۵ + ۸/۵ + x + x + ۱۰ + ۲۴ = ۱۰۰ \Rightarrow ۲x = ۵۰ \Rightarrow x = ۲۵$$

از طرفی می‌دانیم زاویه مرکزی مربوط به هر دسته برابر است با حاصل ضرب فراوانی نسبی در ۳۶۰° :

$$\theta_r = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۱}{۴} \times ۳۶۰^\circ = ۹۰^\circ$$

تست و پاسخ (۳۲)

برای برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه از دو نمونه تصادفی استفاده کرده‌ایم. اندازه نمونه دوم را طوری انتخاب می‌کنیم که انحراف معیار

برآورد میانگین با نمونه دوم، نصف مقدار محاسبه شده با نمونه اول باشد. اندازه نمونه دوم، چند برابر نمونه اول است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) $\frac{۱}{۲}$

(۱) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینه (۳)

نکته: انحراف معیار برآورد میانگین $(\sigma_{\bar{x}_n})$ با عکس جذر اندازه نمونه (یعنی $\frac{1}{\sqrt{n}}$) رابطه دارد.

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_{n_2}}}{\sigma_{\bar{x}_{n_1}}} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow n_2 = 4n_1$$

پاسخ تشریحی: طبق نکته داریم:

تست و پاسخ (۳۳)

کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim q$ است؟

(۴) $\sim p \vee \sim q$

(۳) $\sim(p \vee q)$

(۲) $p \wedge q$

(۱) $p \vee q$

پاسخ: گزینه (۳)

نکته:

$$۱) \sim(\sim p) \equiv p$$

$$۲) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$۳) p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

نکته: سه‌تا قانون را یادآوری کنیم:

$$۱) \text{ قانون دمورگان: } \begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

$$۲) \text{ قانون جذب: } \begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$$

$$۳) \text{ قانون شبه جذب: } \begin{cases} p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \\ p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \end{cases}$$



پاسخ تشریحی

گام اول: بیاید عبارت داده شده را ساده کنیم:

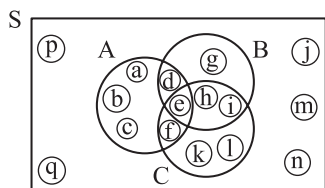
$$\underbrace{\sim(p \wedge \sim q)}_r \Leftrightarrow \underbrace{\sim q}_s \equiv (\sim r \vee s) \wedge (\sim s \vee r) \equiv ((p \wedge \sim q) \vee \sim q) \wedge (q \vee (\sim(p \wedge \sim q)))$$

گام دوم: به کمک قوانین گفته شده عبارت به دست آمده در گام اول را ساده می کنیم:

$$\underbrace{[(p \wedge \sim q) \vee \sim q]}_{\text{قانون جذب}} \wedge \underbrace{[q \vee (\sim(p \wedge \sim q))]}_{\text{قانون دموگان}} \equiv \underbrace{\sim q \wedge [q \vee (\sim(p \vee q))]}_{\text{قانون شیه جذب}} \equiv \underbrace{\sim q \wedge (q \vee \sim p)}_{\text{قانون دموگان}} \equiv \underbrace{\sim q \wedge \sim p}_{\text{قانون دموگان}} \equiv (p \vee q)$$

تست و پاسخ ۳۴

سه پیشامد A، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه ای S مفروض اند. کدام مورد نادرست است؟



$$P((A - (A - B)) \cup (A - (A - C))) = \frac{3}{16} \quad (1)$$

$$P(A | (B \cup C)) = \frac{3}{8} \quad (2)$$

$$P(B | (A' \cap C')) = \frac{1}{6} \quad (3)$$

$$P([A \cap (A' \cup (B \cap C))] \cup [A' \cap ((B \cup C)')]) = \frac{5}{16} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

بیاید تک تک گزینه ها را بررسی کنیم. به این صورت که پیشامد درون $P(\text{cloud})$ را به کمک جبر مجموعه ها ساده کنیم و

از فرمول های $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ و $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ استفاده کنیم (در این تست $n(S) = 16$ است):

$$(1) (A - (A - B)) \cup (A - (A - C)) = (A \cap (A \cap B)') \cup (A \cap (A \cap C)') = [A \cap (A' \cup B)] \cup [A \cap (A' \cup C)]$$

دمورگان $A' \cup B$
دمورگان $A' \cup C$
شیه جذب $A \cap B$
شیه جذب $A \cap C$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C) = \{d, e, f\}$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{n(D)=3}{n(S)=16} = \frac{3}{16} \quad \checkmark$$

$$(2) P(A | (B \cup C)) = \frac{P(A \cap (B \cup C))}{P(B \cup C)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{8}{16}} = \frac{3}{8} \quad \checkmark$$

$$(3) P(B | (A' \cap C')) = \frac{P(B \cap (A' \cap C'))}{P(A' \cap C')} = \frac{P(B - (A \cup C))}{P((A \cup C)')} = \frac{P(\{g\})}{P(\{g, j, m, n, p, q\})} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{6}{16}} = \frac{1}{6} \quad \checkmark$$

تبدیل اشتراک $(A \cup C)'$ به منهای $A \cup C$
متمم مجموعه دوم
هر آنچه در $A \cup C$ نیست.
عضو ۶

$$(4) [A \cap (A' \cup (B \cap C))] \cup [(A' \cap ((B \cup C)'))]$$

شیه جذب $A \cap (B \cap C) = \{e\}$
دمورگان $A' \cap B' \cap C' = (A \cup B \cup C)' = \{j, m, n, p, q\}$

$$= \{e, j, m, n, p, q\} \Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

پس این گزینه اشتباه محاسبه شده است.



تست و پاسخ ۳۵

از کیسه‌ای که محتوی آن ۵ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز است، به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال بین مهره‌های خارج شده مهره سیاه نیست یا مهره قرمز هست؟

$$\frac{7}{11} \quad (4)$$

$$\frac{4}{11} \quad (3)$$

$$\frac{73}{110} \quad (2)$$

$$\frac{37}{110} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: این پیشامدها را به این صورت تعریف می‌کنیم:

لااقل یک مهره قرمز بیرون بیاید: B

هیچ مهره سیاهی بیرون نیاید: A

پس ما $P(A \cup B)$ را می‌خواهیم.

اما محاسبه متمم یعنی $P(A' \cap B')$ راحت‌تر است که می‌شود لااقل یک مهره سیاه و صفر مهره قرمز. این حالت‌ها را داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{l} \text{یک سیاه از بین ۴ سیاه} \\ \Rightarrow \binom{4}{1} = 4 \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{دو سیاه از بین ۴ سیاه} \\ \Rightarrow \binom{4}{2} = 6 \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{سه سیاه از بین ۴ سیاه} \\ \Rightarrow \binom{4}{3} = 4 \end{array} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{دو سفید از بین ۵ سفید} \\ \Rightarrow \binom{5}{2} = 10 \\ \text{یک سفید از بین ۵ سفید} \\ \Rightarrow \binom{5}{1} = 5 \end{array} \xrightarrow{+} 4 + 6 + 4 = 14$$

برویم سراغ $n(S)$:

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = 220 \Rightarrow P(A' \cap B') = \frac{14}{220} = \frac{7}{110}$$

انتخاب سه مهره از دوازده مهره

و این یعنی $P(A \cup B) = 1 - \frac{7}{110} = \frac{103}{110}$

تست و پاسخ ۳۶

مجموعه S، فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و A، B و C سه پیشامد از S هستند. اگر $n(S) = 6$ ، $n(A) = 2$ ، $n(B) = 5$ ، $n(C) = 3$ ، $P(A - C) = P(A - B) = 0$ ، $P(B) = \frac{5}{6}$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(C - B) > 0$ ، آن‌گاه $P(C)$ کدام است؟

$$\frac{44}{63} \quad (4)$$

$$\frac{37}{63} \quad (3)$$

$$\frac{25}{63} \quad (2)$$

$$\frac{19}{63} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: مشخص است که یک فضای احتمال غیرهم‌شانس داریم، چون $P(A) \neq \frac{n(A)}{n(S)}$ و $P(B) \neq \frac{n(B)}{n(S)}$. فرض کنیم:

$$n(S) = 6 \Rightarrow S = \{x, y, z, a, b, c\}$$

$$n(A) = 2 \Rightarrow A = \{x, y\} \Rightarrow P(A) = P(x) + P(y) = \frac{1}{3}$$

حالا $P(A - C) = P(A - B) = 0$ و این یعنی $A \subseteq B$ و $A \subseteq C$. بیایید فرض کنیم:

$$B = \{x, y, z, a, b\}$$



در این صورت قطعاً $C = \{x, y, c\}$ ، چون $P(C - B) > 0$ و این یعنی $C \not\subseteq B$.

$$P(C) = P(x) + P(y) + P(c) = \frac{1}{9} + 1 - \frac{5}{7} = \frac{7 + 63 - 45}{63} = \frac{25}{63}$$

پس:

$$\{c\} = B' \Rightarrow P(c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{7}$$

تست و پاسخ ۳۷

احتمال موفقیت در یک آزمایش برابر p است. این آزمایش را آن قدر تکرار می‌کنیم تا برای اولین بار با شکست روبه‌رو شویم. احتمال آن که این آزمایش، حداکثر سه بار انجام شود، کدام است؟

$$1 - p^3 \quad (1) \quad 1 - (1 - p)^3 \quad (2) \quad (1 - p)^3 \quad (3) \quad p^3 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی منظور سؤال آن است که حداکثر تا سه آزمایش، شکست را تجربه کنیم، حالا یا اولین آزمایش یا دومین و یا سومین آزمایش باشد. متمم این حالت آن است که در سه آزمایش اول موفق شویم و کار به آزمایش چهارم بکشد؛ پس:

A' : انجام آزمایش چهارم $\Rightarrow$ حداکثر سه آزمایش
پیروزی در سه آزمایش اول
شکست در آزمایش ۱ یا پیروزی در آزمایش ۱
و شکست در ۲ یا پیروزی در ۲ و شکست در ۳

$$\Rightarrow P(A') = p \times p \times p = p^3 \Rightarrow P(A) = 1 - p^3$$

و اگر نمی‌خواستیم از متمم استفاده کنیم:

$$P(A) = \overset{\substack{\text{پیروزی در ۱ و ۲} \\ \uparrow}}{(1-p)} + \overset{\substack{\text{پیروزی در ۱} \\ \uparrow}}{p(1-p)} + \overset{\substack{\text{شکست در ۱} \\ \downarrow}}{p^2(1-p)} = 1 - p + p - p^2 + p^2 - p^3 = 1 - p^3$$

شکست در ۳ شکست در ۲ شکست در ۱

دیدید؟ همان شد! ولی متمم راحت‌تر و زیباتر بود.

تست و پاسخ ۳۸

اگر $a + 1, 2b - 21, 16$ و 4 به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های متمایز $a - 2, 13, 4$ و 6 باشند، ضریب تغییرات داده‌های $a + b, b - 6, b, a$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{37/5}}{10} \quad (2) \quad \frac{3}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی دقت کنید که 4 و 6 داده‌های کوچک‌تر از میانگین و 13 بزرگ‌تر از میانگین است. مربع انحراف از میانگین برای داده‌های 4 و 6 برابر شده با 16 و 4 و این یعنی انحراف از میانگین برای این دو داده -4 و -2 بوده (چون از میانگین کوچک‌ترند) یعنی میانگین 8 است؛ پس برای 13 انحراف از میانگین 5 و مربع آن 25 می‌شود، این یعنی $25 = 3b + 1$ و در نتیجه $b = 8$ ؛ اما a :

$$(a - 2 - 8)^2 = 2a - 21 \Rightarrow a^2 - 20a + 100 = 2a - 21 \Rightarrow a^2 - 22a + 121 = 0 \Rightarrow (a - 11)^2 = 0 \Rightarrow a = 11$$

پس داده‌های $a + b, b - 6, b, a$ می‌شوند $19, 8, 2, 11$.

برویم سراغ میانگین و واریانسشان:

$$\bar{x} = \frac{2 + 8 + 11 + 19}{4} = 10 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(2-10)^2 + (8-10)^2 + (11-10)^2 + (19-10)^2}{4} = 37/5$$

$$\Rightarrow C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{37/5}}{10}$$

و این هم ضریب تغییرات:





تست و پاسخ ۳۹

مجموعه‌های A, B, C و D را در نظر بگیرید. تفاضل دوبه‌دوی این مجموعه‌ها را تشکیل می‌دهیم و ملاحظه می‌شود که شش مجموعه‌ی تهی به دست می‌آید. اگر $|A| + 2 = |C|$ ، $|D| = |B| - 3$ ، $|C \times B| = \frac{1}{4} |A \times B|$ و $|C - A| \times B| = \frac{3}{4} |D \times A|$ باشد، مجموعه $(C - A) \times (D - C)$ چند عضو دارد؟ «منظور از $|X|$ تعداد اعضای مجموعه X است.»

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: با توجه به این که تفاضل دوبه‌دوی چهار مجموعه A, B, C و D به ما دوازده مجموعه می‌دهد (4×3) ، پس دقیقاً نصف تفاضل‌ها تهی است و این یعنی مجموعه‌ها به ترتیب از کم‌عضوترین به پرعضوترین زیرمجموعه یکدیگرند؛ یعنی $A \subseteq C \Rightarrow |A| < |C|$ و $D \subseteq B \Rightarrow |D| < |B|$. حالا می‌دانیم $|C - A| = |C| - |A| = 2$ و در نتیجه:

$$1) |C - A| \times B| = 2|B| = \frac{1}{4} |A \times B| = \frac{1}{4} |A| |B| \Rightarrow \frac{1}{4} |A| = 2 \Rightarrow |A| = 8 \Rightarrow |C| = |A| + 2 = 10.$$

$$2) |B \times C| = |B| \times 10 = \frac{3}{4} |D \times A| = \frac{3}{4} |D| \times 8 \Rightarrow |B| = 1/2 |D|$$

$$\Rightarrow |B| = 1/2 (|B| - 3) \Rightarrow (0/2) |B| = 3/6 \Rightarrow |B| = 18 \Rightarrow |D| = 15$$

پس $|C - A| \times (D - C)| = 2 \times 5 = 10$ عضو دارد، چون $C \subseteq D \Rightarrow |D - C| = |D| - |C| = 5$.

تست و پاسخ ۴۰

یک تاس را به دفعات پرتاب می‌کنیم. در پرتاب k ام اگر عدد روشده n باشد، مجموعه $A_k = (n^2, an - b)$ را تشکیل می‌دهیم. احتمال آن که مساحت نمودار $A_1 \times A_2$ بزرگ‌تر از مساحت نمودار $A_2 \times A_3$ باشد $\frac{1}{3}$ است. اگر مساحت نمودار $A_4 \times A_5$ در کم‌ترین حالت برابر ۱ باشد، $a + b$ کدام است؟

۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: از آنجا که در ضرب دکارتی، مساحت نمودارها را طول بازه‌ها مشخص می‌کنند، در قدم اول طول هر بازه را محاسبه می‌کنیم:

$$A_k \text{ بازه } = |A_k| = an - b - n^2$$

گام دوم: بیا باید مساحت $A_1 \times A_2$ و $A_2 \times A_3$ را با هم مقایسه کنیم:

$$\begin{cases} \text{طول بازه } A_2 & \text{طول بازه } A_1 \\ A_1 \times A_2 \text{ مساحت ناحیه } = |A_1| |A_2| \\ A_2 \times A_3 \text{ مساحت ناحیه } = |A_2| |A_3| \\ \text{طول بازه } A_3 & \end{cases}$$

بنا به گفته سؤال

$$|A_1| |A_2| > |A_2| |A_3| \Rightarrow |A_1| > |A_3|$$

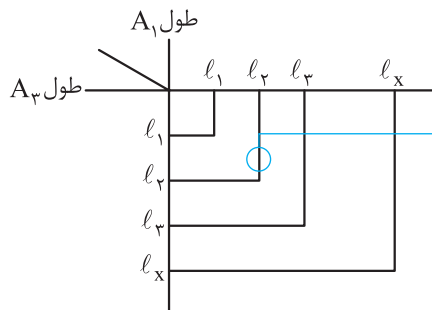
گام سوم: محاسبه احتمال $|A_1| > |A_3|$:

فرض کنید برای طول بازه A_1 ، x حالت مختلف داشته باشیم.



پس دقیقاً x حالت هم برای طول بازه A_3 داریم. بنابراین وضعیت طول این دو بازه نسبت به هم X^2 حالت مختلف است:

به این جدول نگاه کنید تا منظورمان را بهتر بفهمید.



مثلاً این خانه، حالتی که $|A_1| = l_2$ و $|A_3| = l_3$ باشد را نشان می‌دهد.

واضح است که از X^2 حالت به وجود آمده، در X حالت طول A_1 و طول A_3 یکسان هستند. خوب می‌ماند $x - X^2$ حالت که در نصف این حالت‌ها $|A_1| > |A_3|$ و در نصف این حالت‌ها $|A_1| < |A_3|$ یعنی در $\frac{X^2 - x}{2}$ حالت $|A_1| > |A_3|$ است.

پس با توجه به این که احتمال $|A_1| > |A_3|$ برابر $\frac{1}{3}$ است، داریم:

$$\frac{X^2 - x}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{X^2 - x}{2X} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3X = 2X - 2 \Rightarrow X = 2$$

گام چهارم: بررسی تعداد حالت‌های ممکن برای A_k :

در گام ۱، طول A_k را برابر $|A_k| = -n^2 + an - b$ به دست آمد. پس یک عبارت درجه دوم بر حسب n داریم. از آن جایی که می‌خواهیم این طول، سه حالت مختلف داشته باشد و ما برای n شش حالت ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را داریم، باید $a = 7$ باشد تا یک سهمی با محور تقارن

$$|A_k| = f(n) = -n^2 + 7n + b \quad n = \frac{7}{2} \text{ داشته باشیم. که در این صورت:}$$

$$\begin{cases} f(3) = f(4) \Rightarrow \text{یک حالت} \\ f(2) = f(5) \Rightarrow \text{یک حالت} \\ f(1) = f(6) \Rightarrow \text{یک حالت} \end{cases}$$

گام پنجم: کم‌ترین مساحت ممکن برای $A_4 \times A_5$ برابر ۱ است و این یعنی $\min |A_k| = 1$.

$$7n - b - n^2$$

$$|A_k| = n^2 - 7n + b$$

$$n = 3 \text{ یا } 4 \Rightarrow |A_k| = 12 - b$$

$$n = 2 \text{ یا } 5 \Rightarrow |A_k| = 10 - b$$

$$n = 1 \text{ یا } 6 \Rightarrow |A_k| = 6 - b \Rightarrow \min$$

در نتیجه:

$$6 - b = 1 \Rightarrow b = 5$$

$$a + b = 7 + 5 = 12$$

گام ششم: چیزی نداریم بگوییم!



فیزیک: کل کتاب

تست و پاسخ (۴۱)

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

دو جسم بدون بار الکتریکی A و B را به یکدیگر مالش می‌دهیم. اگر اندازه بار الکتریکی هر یک بعد از مالش برابر $8nC$ باشد، در حین مالش، چند الکترون و چگونه بین دو جسم مبادله شده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 5×10^{13} از جسم A به جسم B
(۲) 5×10^{13} از جسم B به جسم A
(۳) 5×10^{10} از جسم A به جسم B
(۴) 5×10^{10} از جسم B به جسم A

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی، ابتدا جسمی را که الکترون‌خواهی بیشتری دارد مشخص کنید و سپس به کمک رابطه $q = \pm ne$ تعداد الکترون مبادله شده را به دست آورید.

درس نامه

در جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، اگر دو جسم با جنس‌های مختلف از این جدول را با هم مالش دهیم، الکترون از ماده بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. مثلاً مطابق جدول شکل مقابل، در اثر مالش شیشه با پارچه ابریشمی، به دلیل الکترون‌خواه‌تر بودن پارچه ابریشمی، پارچه ابریشم دارای بار منفی شده و بار شیشه، مثبت می‌شود.

انتهای مثبت سری
شیشه
پشم
ابریشم
لاستیک
انتهای منفی سری

در اثر مالش دو جسم بدون بار الکتریکی به یکدیگر، همان تعداد الکترون که از یک جسم جدا می‌شود، به جسم دیگر اضافه می‌گردد. یعنی اندازه بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود.

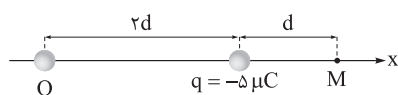
همواره بار الکتریکی جسم، مضرب صحیحی از یک مقدار پایه (بار بنیادی e) است که همان اصل کوانتیده بودن بار است؛ بنابراین داریم:
 $q = \pm ne$, $e = 1/6 \times 10^{-19} C$
 n بیانگر اختلاف تعداد پروتون و الکترون است. اگر تعداد پروتون‌ها بیشتر باشد، از علامت مثبت در رابطه بالا استفاده می‌کنیم و اگر تعداد الکترون‌ها بیشتر باشد، از علامت منفی در رابطه بالا استفاده می‌کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبوالکتریک)، جسم B نسبت به A، به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، بنابراین جسم B الکترون‌خواه‌تر است و الکترون از جسم A به جسم B منتقل شده است.

گام دوم: بار الکتریکی جسم B برابر با $-8nC$ است. به کمک رابطه $q = -ne$ تعداد الکترون مبادله شده بین دو جسم را به دست می‌آوریم:
 $q_B = -ne \Rightarrow -8 \times 10^{-9} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{10}$
توجه کنید که n ، اختلاف تعداد الکترون و پروتون در جسم B است و از آن‌جا که قبل از مالش جسم B خنثی بوده است، n بیانگر تعداد الکترون مبادله شده است.

تست و پاسخ (۴۲)

در شکل زیر، اگر میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای Q در نقطه M برابر با $(7/2 \times 10^5 N/C)\vec{i}$ باشد، نیرویی که بار الکتریکی نقطه‌ای q به بار Q وارد می‌کند، بر حسب نیوتون کدام است؟



- (۱) $8/1 \vec{i}$
(۲) $-8/1 \vec{i}$
(۳) $1/6 \vec{i}$
(۴) $-1/6 \vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱





مشاوره در حل سؤالات نیروی کولنی و میدان الکتریکی، با مواردی مواجه می‌شویم که جهت مهم است و بهتر است همان ابتدا تکلیفتان را با جهت نیروها، جهت میدان الکتریکی و این که جهت نیروی q_1 به q_2 را خواسته یا برعکس مشخص کنید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به جهت میدان بار Q در نقطه M ، علامت بار Q را مشخص کنید. سپس با استفاده از رابطه

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

رابطه‌ای بین اندازه بار Q و d^2 و k به وجود می‌آید.

در مرحله آخر، اندازه نیرویی که بار q به Q وارد می‌کند را به کمک رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ به دست آورید و جهت آن را مشخص کنید.

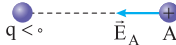
درس نامه

● اندازه میدان الکتریکی (E) در فاصله r از بار نقطه‌ای q از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

k ثابت کولن است و اندازه تقریبی آن $\frac{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$ می‌باشد.

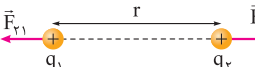
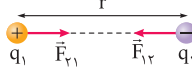
● برای تشخیص جهت میدان الکتریکی در یک نقطه، کافی است یک بار آزمون مثبت را در نقطه مورد نظر قرار دهیم و سپس جهت نیروی کولنی که ذره باردار q به بار آزمون مثبت وارد می‌کند را تشخیص دهیم.

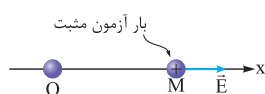
	
بار آزمون مثبت در نقطه A توسط بار $q > 0$ دفع می‌شود.	بار آزمون مثبت در نقطه A توسط بار $q < 0$ جذب می‌شود.

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار داشته باشند، نیرویی به بزرگی $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ در راستای خط واصل دو بار الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، اندازه نیرویی که دو ذره باردار به هم وارد می‌کنند با هم برابر ولی در خلاف جهت هم هستند.

k ثابت کولن است که تقریباً $\frac{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$ است.

در شکل‌های زیر نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی همانم و ناهمنام مشخص شده است.

	
نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی همانم از نوع دافعه است.	نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهمنام از نوع جاذبه است.



پاسخ تشریحی **گام اول:** جهت میدان الکتریکی ناشی از بار Q در نقطه M در جهت مثبت محور x است. مطابق شکل مقابل با در نظر گرفتن بار آزمون مثبت در نقطه M ، علامت بار Q را مشخص می‌کنیم: بار Q باید مثبت باشد تا جهت میدان در نقطه M به سمت راست باشد. (همدیگر را دفع کردند).

گام دوم: اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار Q در فاصله d (نقطه M) برابر $7/2 \times 10^5 \text{ N/C}$ است. به کمک رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 7/2 \times 10^5 = \frac{k|Q|}{(3d)^2} \Rightarrow 7/2 \times 10^5 = \frac{k|Q|}{9d^2} \Rightarrow 9 \times 7/2 \times 10^5 = \frac{k|Q|}{d^2}$$

گام سوم: به کمک رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ ، اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار $q = -5 \mu\text{C}$ و Q که در فاصله $2d$ از هم قرار دارند را به دست می‌آوریم.

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k \times 5 \times 10^{-6} \times |Q|}{(2d)^2} = \frac{k|Q|}{d^2} \times \frac{5 \times 10^{-6}}{4}$$

$$\frac{k|Q|}{d^2} = 9 \times 7/2 \times 10^5 \Rightarrow F = 9 \times 7/2 \times 10^5 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{4} = 81 \times 10^{-1} = 8/1 \text{ N}$$

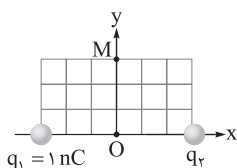
$$\vec{F}_{qQ} = +\lambda / \vec{i} \quad \vec{F}_{Qq} = -\lambda / \vec{i}$$

$Q > 0$ $q = -5 \mu C$

گام چهارم: شکل مقابل جهت نیروی وارد بر بار Q از طرف بار q را نشان می‌دهد.

تست و پاسخ ۴۳

در شکل مقابل، یک دوقطبی الکتریکی روی محور x قرار دارد. اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $Q = 2 nC$ در مبدأ مختصات قرار گیرد، اندازه میدان الکتریکی در نقطه M چند برابر می‌شود؟



$$3\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$\sqrt{6} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، اندازه و جهت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه M مشخص کن.

کنید و سپس برآیند این دو را به دست آورید (البته برحسب فاصله مجهول).

در مرحله دوم، با اضافه شدن بار $Q = 2 nC$ در مبدأ مختصات، میدان الکتریکی ناشی از بار Q را نیز در نقطه M مشخص کنید. سپس میدان الکتریکی خالص در نقطه M را در حالت جدید به دست آورید و در نهایت نسبت خواسته شده را محاسبه کنید.

درس نامه

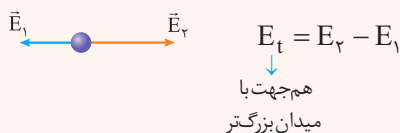
برای محاسبه میدان الکتریکی خالص، یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

(۱) هم‌راستا و هم‌جهت



$$E_t = E_1 + E_2$$

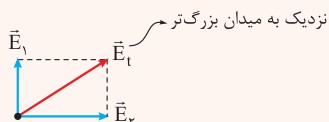
(۲) هم‌راستا و خلاف جهت



$$E_t = E_2 - E_1$$

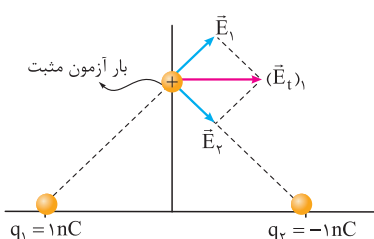
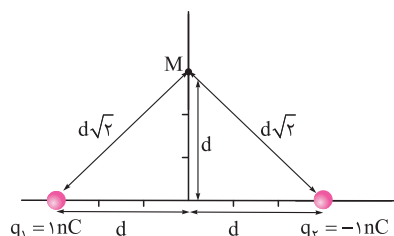
هم‌جهت با
میدان بزرگتر

(۳) عمود بر هم



$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

به مجموعه دو بار الکتریکی ذره‌ای هم‌اندازه و ناهم‌نام که در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند، دوقطبی الکتریکی می‌گوییم.

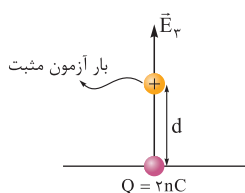


پاسخ تشریحی گام اول: بارهای الکتریکی q_1 و q_2 ، دوقطبی الکتریکی هستند، بنابراین $q_2 = -1 nC$ است. مطابق شکل مقابل، فاصله بین بارهای q_1 و q_2 تا مبدأ d را فرض می‌کنیم و سپس میدان ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه M به دست می‌آوریم:

$$E_1 = E_2 = \frac{k|q_1|}{(d\sqrt{2})^2} = \frac{k \times 10^{-9}}{2d^2}$$

گام دوم: شکل مقابل جهت میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را در نقطه M نشان می‌دهد. برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم:

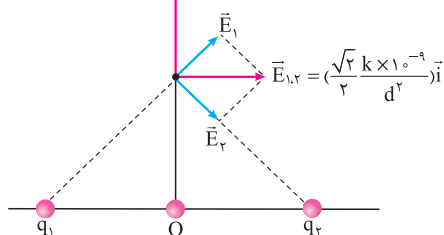
$$(E_t)_1 = E_1 \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{k \times 10^{-9}}{d^2}$$



گام سوم: میدان الکتریکی ناشی از بار $Q = 2nC$ را که در مبدأ مختصات قرار می‌گیرد، در نقطه M به دست می‌آوریم. شکل مقابل جهت میدان ناشی از این بار را که $\vec{E}_r$ نامیده‌ایم، نشان می‌دهد.

$$E_r = \frac{kQ}{r^2} = \frac{k \times 2 \times 10^{-9}}{d^2}$$

$$\vec{E}_r = \left(2 \frac{k \times 10^{-9}}{d^2} \right) \vec{j}$$



گام چهارم: برایاند میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1, q_2 و Q را به دست می‌آوریم و آن را $(\vec{E}_t)_r$ می‌نامیم. شکل مقابل میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ و $\vec{E}_r$ را نشان می‌دهد.

$$(E_t)_r = \sqrt{(E_{1,r})^2 + E_r^2}$$

$$(E_t)_r = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{k \times 10^{-9}}{d^2} \right)^2 + \left(2 \times \frac{k \times 10^{-9}}{d^2} \right)^2}$$

$$(E_t)_r = \frac{k \times 10^{-9}}{d^2} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + (2)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{k \times 10^{-9}}{d^2}$$

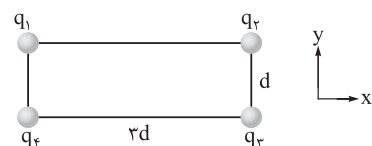
$$\frac{(E_t)_r}{(E_t)_1} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{k \times 10^{-9}}{d^2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{k \times 10^{-9}}{d^2}} = 3$$

گام پنجم: حالا نوبت نسبت گرفتن است:

ببخشین که تعداد گام‌ها زیاد شد، فواستیم براتون ریز ریزش کنیم. 😊

تست و پاسخ ۴۴

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی چهار رأس مستطیلی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 در جهت محور x باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ برابر با کدام است؟



$$-9\sqrt{10} \quad (2)$$

$$-10\sqrt{10} \quad (4)$$

$$9\sqrt{10} \quad (1)$$

$$10\sqrt{10} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

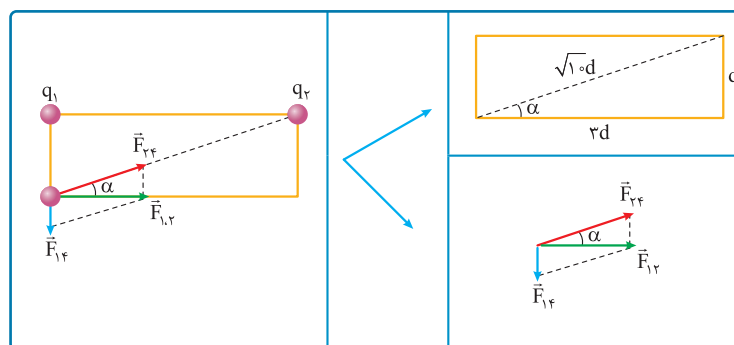
مشاوره بعضی از سؤالات الکتریسیته ساکن رابطه تنگتنگی با هندسه دارند و گاهی هم، همراه با چاشنی خلاقیت هستند. مراقب باشید که این سبک سؤال‌ها شما را به هدر دادن زمان دعوت نکنند.

خودت حل کنی بهتره ابتدا تمام حالت‌های ممکن برای نیروهای وارد بر بار q_4 را بررسی کنید و آن‌هایی که باعث می‌شوند برآیند نیروها در راستای محور x باشند را انتخاب کنید (سعی کنید در همین مرحله همانم یا ناهمنام بودن بار q_1 و q_2 را تشخیص دهید). حال یکی از این حالت‌های مطلوب را انتخاب کرده و با استفاده از هندسه سؤال (اضلاع مستطیل که d و $3d$ هستند) رابطه‌ای بین نیروهای F_{14} و F_{24} پیدا کنید تا در نهایت نسبت بار q_2 به q_1 به دست بیاید.

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی‌ای که بار q_3 به بار q_4 وارد می‌کند در راستای محور x است، پس خیالمان از بابت بار q_3 راحت است. حال باید برآیند نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_4 وارد می‌کنند در راستای محور x باشد. جهت نیرویی که بارهای q_1 و q_2 با بار q_4 وارد می‌کنند به چهار شکل زیر می‌تواند باشد.

(۱)	(۲)	(۳)	(۴)

برایند نیروها در شکل (۱) و (۲) در راستای محور X نخواهد بود، بنابراین شکل (۳) یا (۴) برای ما مطلوب است که در این دو شکل یکی از نیروها از نوع جاذبه و دیگری از نوع دافعه است تا این جا متوجه می شویم که بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند. (رد ۱ و ۳)
گام دوم: حال شکل سوم در گام اول را انتخاب می کنیم و با توجه به این که باید برایند آن ها در راستای محور X باشد، روابط بین دو نیرو را مشخص می کنیم.



$$\sin \alpha = \frac{d}{\sqrt{10}d}, \quad \sin \alpha = \frac{F_{1f}}{F_{2f}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{F_{1f}}{F_{2f}}$$

براساس زاویه بین نیروها براساس هندسه سؤال

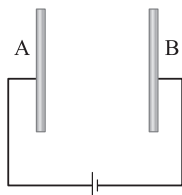
گام سوم: با استفاده از رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ نسبت بارهای q_1 و q_2 را به دست می آوریم:

$$\frac{F_{1f}}{F_{2f}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \frac{\frac{k|q_1||q_2|}{d^2}}{\frac{k|q_2||q_2|}{(\sqrt{10}d)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \frac{1 \cdot |q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{10\sqrt{10}} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 10\sqrt{10} \xrightarrow{\text{در گام اول متوجه شدیم که } q_1 \text{ و } q_2 \text{ ناهمنام هستند.}} \frac{q_2}{q_1} = -10\sqrt{10}$$

تست و پاسخ ۴۵

در شکل زیر، دو صفحه فلزی A و B که در فاصله 20 cm از هم قرار دارند، به اختلاف پتانسیل الکتریکی 500 V وصل هستند. ذره ای به جرم 2 g و بار الکتریکی $-8\text{ }\mu\text{C}$ از مجاورت صفحه A با تندی 6 m/s به صورت افقی به سمت صفحه B پرتاب می شود. کدام یک از موارد زیر درباره این ذره درست است؟ (مقاومت هوا و وزن ذره ناچیز است.)



- (۱) ذره با تندی 1 m/s به صفحه B برخورد می کند.
- (۲) ذره با تندی 2 m/s به صفحه B برخورد می کند.
- (۳) ذره در فاصله 1 cm از صفحه B متوقف می شود.
- (۴) ذره در فاصله 2 cm از صفحه B متوقف می شود.

پاسخ: گزینه ۴

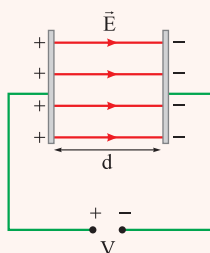
مشاوره می دانیم در فضایی که میدان الکتریکی وجود دارد، به ذره باردار نیرو وارد می شود و این نیرو می تواند باعث انجام کار روی ذره باردار و شتاب گرفتن آن شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از رابطه $E = \frac{V}{d}$ اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه را به دست آورید. سپس به کمک قضیه

کار - انرژی جنبشی مشخص کنید که این ذره برای توقف خود، به چه فاصله ای نیاز دارد.



درس نامه



● مطابق شکل اگر دو صفحه رسانای باردار در فاصله d از هم قرار گیرند و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه V باشد، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه از رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست می آید و جهت آن از پتانسیل بیشتر به سمت پتانسیل کمتر است.

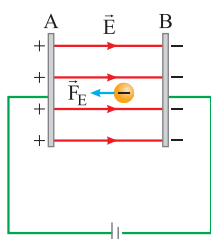
$$E = \frac{V}{d}$$

● اگر ذره باردار q در فضایی تحت تأثیر میدان الکتریکی E قرار گیرد، نیرویی به بزرگی $F_E = E|q|$ از طرف میدان الکتریکی به ذره باردار وارد می شود.
در شکل های زیر جهت نیروی وارد بر ذره باردار مشخص شده است.

اگر بار q مثبت باشد، جهت نیروی $\vec{F}_E$ هم جهت با میدان الکتریکی است.	اگر بار q منفی باشد، جهت نیروی $\vec{F}_E$ در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از رابطه $E = \frac{V}{d}$ اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را به دست می آوریم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{500 \text{ V}}{2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}} \rightarrow E = \frac{500}{0.02} = 25000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



گام دوم: با توجه به پایانه ها، علامت بار ذخیره شده در صفحات A و B و جهت میدان الکتریکی را تشخیص می دهیم تا جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار (همون شتابمون) را مشخص کنیم. تنها نیرویی که به ذره باردار وارد می شود، نیروی الکتریکی ($\vec{F}_E$) است.

گام سوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی مشخص می کنیم که این ذره باردار، چه فاصله ای را باید طی کند تا متوقف شود:

$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K_f=0, W_t=W_E} |q| Ed' \cos \theta = -K_i \xrightarrow{\theta=180^\circ, |q|=8 \times 10^{-6} \text{ C}, E=25000 \frac{\text{V}}{\text{m}}, K_i=\frac{1}{2} m v_i^2}$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-6} \times 25000 \times d' = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 6^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-2} \times d' = 10^{-4} \times 36$$

$$\Rightarrow d' = 18 \times 10^{-2} \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

بنابراین ذره باردار در فاصله $(20 - 18) = 2 \text{ cm}$ قبل از صفحه B متوقف می شود.

تست و پاسخ ۴۶

اگر حجم کره فلزی باردار A، ۸ برابر حجم کره فلزی باردار B و چگالی سطحی بار الکتریکی کره A، ۳ برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B باشد، بار الکتریکی کره A چند برابر بار الکتریکی کره B است؟

$$\frac{2}{3} (4)$$

$$6 (3)$$

$$\frac{4}{3} (2)$$

$$12 (1)$$

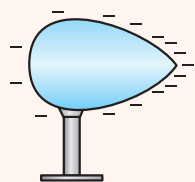
پاسخ: گزینه ۱



خودت حل کنی بهتره با توجه به نسبت حجم کره‌ها، نسبت شعاع دو کره را به دست آورید. سپس رابطه $\sigma = \frac{Q}{A}$ را به صورت مقایسه‌ای بین دو کره A و B بنویسید و نسبت $\frac{Q_A}{Q_B}$ را به دست آورید.

درس نامه اگر مساحت سطحی که بار الکتریکی روی جسم توزیع می‌شود برابر A و بار الکتریکی موجود در سطح آن برابر Q باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow (C) \text{ بار الکتریکی} \quad \leftarrow \text{چگالی سطحی بار الکتریکی } (C/m^2)$$



چگالی سطحی بار الکتریکی، نشان‌دهنده تراکم بار الکتریکی در قسمت‌های مختلف سطح یک جسم است. شکل مقابل یک جسم رسانای باردار دوکی شکل را بر روی پایه عایق نشان می‌دهد. چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار بیشتر از نقاط دیگر است. در ضمن، مساحت رویه کره‌ای به شعاع r از رابطه $4\pi r^2$ محاسبه می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: حجم کره A، ۸ برابر حجم کره B است. نسبت شعاع دو کره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 2$$

گام دوم: رابطه $\sigma = \frac{Q}{A}$ را به صورت نسبی (مقایسه‌ای) برای کره‌های A و B به کار می‌بریم:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \frac{1}{4}} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = 12$$

تست و پاسخ ۴۷

مساحت صفحه‌های خازنی 2 cm^2 و فاصله بین صفحه‌های آن 3 mm است. فضای بین دو صفحه خازن از عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۵ پر شده و خازن به یک باتری به اختلاف پتانسیل 18 V متصل است. خازن را از باتری جدا کرده و سپس عایق بین صفحه‌های آن را خارج می‌کنیم. چه تعداد از موارد زیر درست است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

وقتی خازن شارژ شده را از باتری جدا می‌کنیم، بار ذخیره شده در خازن ثابت می‌ماند.

(الف) ظرفیت خازن $2/4 \text{ pF}$ تغییر می‌کند.

(ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن 72 V تغییر می‌کند.

(پ) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن 216 pC تغییر می‌کند.

(ت) اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن 24 kV/m تغییر می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سوال به تست بسیار قوی برای به چالش کشیدن سوادت توی مبحث فائز نه. حتی آگه توی آزمون بوش جواب ندادی اشکال نداره! الان وقته تمایله...

درس نامه ظرفیت خازن را به دو صورت می‌توانیم حساب کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow (C) \text{ بار ذخیره شده} \quad \leftarrow \text{ظرفیت خازن } (F)$$

(۱) با استفاده از بار ذخیره شده در خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن:

(۲) با استفاده از عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن (عوامل ساختاری):

ضریب گذردهی الکتریکی خلأ ثابت دی‌الکتریک

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \rightarrow (m^2) \text{ مساحت صفحات خازن} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

فاصله صفحات خازن (m)



میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن از رابطه زیر به دست می آید:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

اگر خازن شارژشده‌ای را از باتری جدا کنیم، طبق قانون پایستگی بار الکتریکی، بار ذخیره شده در خازن ثابت می ماند و با تغییر ظرفیت خازن، بار آن تغییر نمی کند. به روابط زیر توجه کنید:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{\text{خازن جدا از باتری}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \quad \text{اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V) \rightarrow \text{بار خازن (C)} \leftarrow \text{ظرفیت خازن (F)}$$

$$E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \xrightarrow{\text{خازن جدا از باتری}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2}$$

پاسخ تشریحی ابتدا ظرفیت خازن را در حالت اول حساب می کنیم:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\substack{\kappa = 5, A = 2 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ d = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}}} C_1 = \frac{5 \times 9 \times 10^{-12} \times 2 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^{-12} \text{ F}$$

حالا به بررسی عبارات می پردازیم:

الف) درست - ظرفیت خازن در حالت دوم را نیز به دست آورده و با حالت اول مقایسه می کنیم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\substack{A_2 = A_1 \\ d_2 = d_1}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \xrightarrow{\kappa_1 = 5 \kappa_2} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{C_1 = 3 \times 10^{-12} \text{ F} = 3 \text{ pF}} \frac{C_2}{3} = \frac{1}{5} \Rightarrow C_2 = 0.6 \text{ pF} \Rightarrow C_2 - C_1 = 0.6 - 3 = -2.4 \text{ pF}$$

ب) درست - اختلاف پتانسیل دو سر خازن را در حالت دوم به دست آورده و با حالت اول مقایسه می کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q \text{ ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = 5 \xrightarrow{V_1 = 18 \text{ V}} \frac{V_2}{18} = 5$$

$$\Rightarrow V_2 = 90 \text{ V} \Rightarrow V_2 - V_1 = 90 - 18 = 72 \text{ V}$$

پ) نادرست - طبق درس نامه می دانیم وقتی خازن از باتری جدا می شود، بار ذخیره شده در آن ثابت می ماند.

ت) درست - اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه های خازن را در حالت اول و حالت دوم به دست آورده و با هم مقایسه می کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\substack{V_2 = 90 \\ d_2 = d_1}} \frac{E_2}{E_1} = 5 \times 1 = 5$$

$$E_1 = \frac{V_1}{d_1} \xrightarrow{\substack{V_1 = 18 \text{ V} \\ d_1 = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}}} E_1 = \frac{18}{3 \times 10^{-3}} = 6000 \text{ V/m} = 6 \text{ kV/m}$$

$$\xrightarrow{E_2 = 5 E_1} E_2 = 5 \times 6 = 30 \text{ kV/m} \Rightarrow E_2 - E_1 = 30 - 6 = 24 \text{ kV/m}$$

تست و پاسخ ۴۸

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازنی به ظرفیت $600 \mu\text{F}$ برابر 30 V است. اگر تمام انرژی ذخیره شده در خازن در مدت $1/2 \text{ ms}$ تخلیه شود، توان متوسط خروجی خازن چند وات است؟

۴۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۲۲۵ (۲)

۲۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول انرژی ذخیره شده در خازن رو حساب کن. بعدش به کمک رابطه توان، توان متوسط فروبی خازن رو به دست بیار.





درس نامه انرژی ذخیره شده در خازن از روابط زیر محاسبه می شود:

$$U = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

ظرفیت (F) بار (C) انرژی (J) اختلاف پتانسیل (ولتاژ) (V)

توان متوسط تخلیه انرژی خازن از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P = \frac{U}{t} \rightarrow \text{انرژی خازن (J)} \rightarrow \text{زمان تخلیه (s)}$$

توان متوسط تخلیه انرژی خازن (W)

پاسخ تشریحی گام اول: انرژی ذخیره شده در خازن را حساب می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow{C=600 \mu F = 600 \times 10^{-6} F, V=30 V} U = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-6} \times (30)^2 = 0.27 J$$

$$P = \frac{U}{t} \xrightarrow{U=0.27 J, t=1/2 ms = 1/2 \times 10^{-3} s} P = \frac{0.27}{1/2 \times 10^{-3}} = \frac{2700}{12} = 225 W$$

گام دوم: توان متوسط تخلیه انرژی خازن را حساب می کنیم:

تست و پاسخ ۴۹

مقاومت الکتریکی لامپی 5Ω و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن $4V$ است. در مدت 5 دقیقه، چند الکترون از لامپ عبور می کند؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} C)$$

$$2/5 \times 10^{20} (4)$$

$$2/5 \times 10^{21} (3)$$

$$1/5 \times 10^{20} (2)$$

$$1/5 \times 10^{21} (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه جریان الکتریکی: بار خالص عبوری از مقطع سیم در واحد زمان، برابر است با جریان الکتریکی که از رابطه زیر به دست می آید:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta q = ne} I = \frac{ne}{\Delta t}$$

بار عبوری (C) زمان (s) جریان الکتریکی (A)

قانون اهم: در دمای ثابت نسبت اختلاف پتانسیل یک رسانا به جریان الکتریکی گذرنده از آن، مقدار ثابتی است که این مقدار ثابت برابر با مقاومت الکتریکی رسانا است. طبق قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \rightarrow \text{ولتاژ (V)} \rightarrow \text{جریان الکتریکی (A)}$$

مقاومت (Ω)

پاسخ تشریحی گام اول: جریان الکتریکی را طبق قانون اهم به دست می آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow{V=4 V, R=5 \Omega} 5 = \frac{4}{I} \Rightarrow I = \frac{4}{5} = 0.8 A$$

گام دوم: تعداد الکترون های عبوری از لامپ را حساب می کنیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t} \xrightarrow{I=0.8 A, \Delta t=5 \text{ min}=300 s} 0.8 = \frac{n \times 1.6 \times 10^{-19}}{300} \Rightarrow n = \frac{300}{2 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = 1/5 \times 10^{21}$$

تست و پاسخ ۵۰

رسانای A، سیم توپر مسی به قطر 1 mm و رسانای B، لوله توخالی آلومینیومی به شعاع خارجی 2 mm و شعاع داخلی 1 mm است. اگر طول رسانای A، ۲ برابر طول رسانای B باشد، مقاومت الکتریکی رسانای A چند برابر مقاومت الکتریکی رسانای B است؟ (مقاومت ویژه آلومینیوم، ۲ برابر مقاومت ویژه مس است.)

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{1}{12} (3)$$

$$3 (2)$$

$$12 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره توی این سوالات هواسه به دو مورد باشه. یکی این که قطر رو با شعاع اشتباه نکنی. دوم این که بینی نسبت پی رو به پی می نویسی و برعکس حساب نکنی!





درس نامه •• مقاومت الکتریکی رسانایی به طول L و مساحت سطح مقطع A از رابطه زیر به دست می آید:

مقاومت ویژه $(\Omega \cdot m)$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

طول (m) مساحت سطح مقطع (m^2) ← مقاومت الکتریکی (Ω)

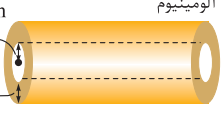
پاسخ تشریحی گام اول: سطح مقطع رسانای A و B را حساب می کنیم:

مس



$$D_A = 1 \text{ mm} \quad A_A = \frac{\pi D_A^2}{4} = \frac{\pi (1)^2}{4} = \frac{\pi}{4} (\text{mm}^2)$$

آلومینیوم



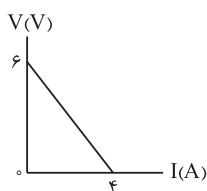
$$r_B = 1 \text{ mm} \quad R_B = 2 \text{ mm} \quad A_B = \pi(R_B^2 - r_B^2) = \pi(2^2 - 1^2) = 3\pi (\text{mm}^2)$$

گام دوم: نسبت مقاومت رسانای A به مقاومت رسانای B را به دست می آوریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\rho_A = \frac{1}{2}\rho_B, L_A = 2L_B, A_A = \frac{\pi}{4} \text{ mm}^2, A_B = 3\pi \text{ mm}^2} \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3\pi}{\frac{\pi}{4}} = 12$$

تست و پاسخ ۵۱

نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آن، به شکل مقابل است. بیشینه توان خروجی این باتری چند وات است؟



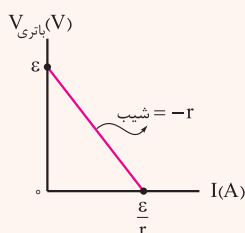
- (۱) ۳ (۲) ۶
(۳) ۱۲ (۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول از روی نمودار، $\mathcal{E}$ و r رو به دست بیار. بعدش طبق رابطه توان فروبی بیشینه، $P_{\max}$ رو حساب کن.

درس نامه ••

(۱) نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب جریان الکتریکی گذرنده از آن مطابق شکل مقابل است. از روی این نمودار می توانیم نیروی محرکه باتری ($\mathcal{E}$) و مقاومت درونی باتری (r) را به دست آوریم:



$$V_{\text{باتری}} = \mathcal{E} - rI$$

(۲) توان خروجی یک باتری در صورتی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار با مقاومت درونی باتری، برابر باشد. در این صورت داریم:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \rightarrow \text{نیروی محرکه باتری (V)} \quad \leftarrow \text{بیشینه توان خروجی (W)}$$

$$\rightarrow \text{مقاومت درونی باتری (}\Omega\text{)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: از روی نمودار ولتاژ دو سر باتری بر حسب جریان گذرنده از آن، نیروی محرکه

و مقاومت درونی باتری را حساب می کنیم:

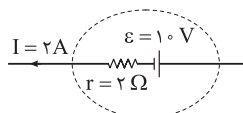
$$\frac{\mathcal{E}}{r} = 4 \Rightarrow \frac{6}{r} = 4 \Rightarrow r = 1.5 \Omega$$



گام دوم: طبق نکته ۲ درس نامه، توان خروجی بیشینه باتری را حساب می کنیم: $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \xrightarrow{\varepsilon=6V, r=1/5\Omega} P_{\max} = \frac{6^2}{4 \times 1/5} = 6W$

تست و پاسخ ۵۲

شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی است. در یک بازه زمانی یک دقیقه ای، کدام یک از موارد زیر درباره این باتری درست است؟



(الف) در باتری ۴ kJ / ۰ انرژی تلف می شود.

(ب) مقدار انرژی ورودی به باتری ۱ / ۶۸ kJ است.

(پ) در باتری ۱ / ۲ kJ انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می شود.

(ت) از باتری ۷ / ۲ kJ انرژی الکتریکی خارج می شود.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

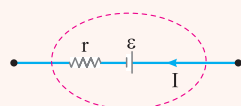
(۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۳

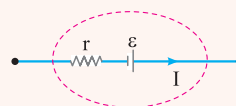
خودت حل کنی بهتره ابتدا تشخیص دهید که این باتری در مدار، به عنوان مولد عمل می کند یا مصرف کننده است. سپس انرژی الکتریکی مربوطه را به دست آورید.

درس نامه

(۱) باتری مولد (شکل الف) انرژی الکتریکی خروجی دارد و جریان الکتریکی از پایانه مثبت آن، وارد مدار می شود، اما باتری مصرف کننده (شکل ب) در مدار، انرژی الکتریکی مصرف می کند و جریان الکتریکی، به پایانه مثبت آن وارد می شود.



(ب)



(الف)

(۲) رابطه انرژی الکتریکی در یک باتری مصرف کننده به صورت زیر است:

نیروی محرکه (V)

$$U = \varepsilon It + r I^2 t \rightarrow \text{زمان (s)}$$

مقاومت
جریان
درونی باتری الکتریکی
(A) (Ω)

$$U = \text{انرژی مصرفی باتری (انرژی ورودی به باتری) (J)}$$

$$\varepsilon It = \text{بخشی از انرژی U که به انرژی شیمیایی تبدیل می شود. (J)}$$

$$r I^2 t = \text{بخشی از انرژی U که در مقاومت درونی باتری تلف می شود. (J)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که جریان الکتریکی از پایانه مثبت این باتری، وارد شده و از پایانه منفی آن خارج می شود، این باتری از نوع مصرف کننده بوده، و مورد «ت» نادرست است. یعنی انرژی الکتریکی از آن خارج نمی شود.

انرژی های مربوط به این باتری را به دست می آوریم:

$$\varepsilon It = 10 \times 2 \times 60 = 1200 J = 1/2 kJ$$

سپس ۱ / ۲ kJ انرژی الکتریکی به انرژی شیمیایی تبدیل می شود و مورد «پ» درست است.

$$r I^2 t = 2 \times 2^2 \times 60 = 480 J = 0/48 kJ$$

گام دوم:

بنابراین انرژی تلف شده در این باتری ۴۸ kJ / ۰ بوده و مورد «الف» نادرست است.

$$U = \varepsilon It + r I^2 t \xrightarrow{\varepsilon It = 1/2 kJ, r I^2 t = 0/48 kJ} U = 1/2 + 0/48$$

گام سوم:

$$\Rightarrow U = 1/68 kJ$$

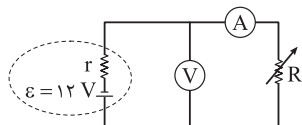
یعنی در این باتری، ۱ / ۶۸ kJ انرژی الکتریکی مصرف شده و مورد «ب» درست است. بنابراین موارد «ب» و «پ» درست هستند و ۳ قابل قبول است.





تست و پاسخ ۵۳

در مدار شکل زیر، با تغییر مقاومت متغیر از 8Ω به 4Ω ، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، 80% درصد تغییر می‌کند. اگر مقاومت متغیر برابر با 3Ω باشد، مقداری که ولتسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



۴ (۲)

۳ (۱)

۹ (۴)

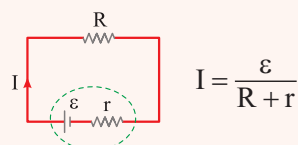
۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره رابطه جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه را یک بار به ازای $R_1 = 8\Omega$ و بار دیگر به ازای $R_2 = 4\Omega$ بنویسید و با استفاده از رابطه $I_2 = 1/8 I_1$ مقاومت درونی مولد را پیدا کنید. سپس با مقاومت $R_3 = 3\Omega$ جریان مدار و عدد ولتسنج را حساب کنید.

درس نامه

(۱) محاسبه جریان در مدار تک‌حلقه:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

I = جریان الکتریکی (A)

ε = نیروی محرکه مولد (V)

R = مقاومت خارجی مدار (Ω)

r = مقاومت درونی مولد (Ω)

(۲) رابطه قانون اهم:

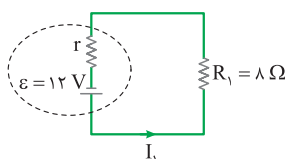
V = اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B (V).

R = مقاومت الکتریکی (Ω)

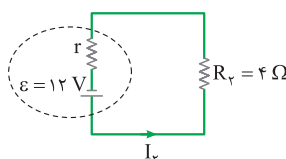
I = جریان الکتریکی (A)

(۳) آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد، اما مقاومت ولتسنج آرمانی، بی‌نهایت فرض می‌شود و از آن جریانی نمی‌گذرد.

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه را به صورت زیر، دو بار به کار می‌بریم:



$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \xrightarrow{R_1 = 8\Omega} I_1 = \frac{12}{8 + r}$$



$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \xrightarrow{R_2 = 4\Omega} I_2 = \frac{12}{4 + r}$$

گام دوم: با توجه به این که مقاومت مدار کاهش پیدا کرده است، جریان الکتریکی بیشتر می‌شود و داریم:

$$I_2 = I_1 + 0/8 I_1 \Rightarrow I_2 = 1/8 I_1$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های جریان به دست آمده در گام اول، می‌توان نوشت:

$$\frac{12}{4 + r} = 1/8 \left(\frac{12}{8 + r} \right) \Rightarrow \frac{1}{4 + r} = \frac{1}{8 + r} \Rightarrow 8 + r = 4 + r \Rightarrow r = 4\Omega$$

گام سوم: جریان الکتریکی در مدار را به ازای $R_3 = 3\Omega$ به دست می‌آوریم و براساس آن، عدد ولتسنج را که برابر با اختلاف پتانسیل دو سر

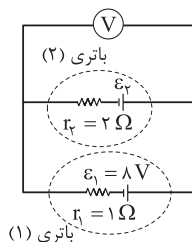
مقاومت R_3 است، محاسبه می‌کنیم:

$$I_3 = \frac{\varepsilon}{R_3 + r} \xrightarrow{R_3 = 3\Omega, r = 4\Omega} I_3 = \frac{12}{3 + 4} = 3A$$

$$V = R_3 I_3 \xrightarrow{R_3 = 3\Omega, I_3 = 3A} V = 3 \times 3 = 9V$$

تست و پاسخ ۵۴

در مدار شکل مقابل، اگر مقداری که ولتسنج آرمانی نشان می‌دهد برابر 10 V باشد، نیروی محرکه باتری (۲) چند ولت است؟



۶ (۱)

۱۲ (۲)

۱۴ (۳)

۱۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا تشخیص دهید که کدام باتری به عنوان مولد و کدام باتری به عنوان مصرف کننده در مدار عمل می‌کنند. سپس جریان مدار را به دست آورید و با معلوم بودن اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲، نیروی محرکه آن را پیدا کنید.

درس نامه

باتری‌های مولد، به مدار انرژی می‌دهند و جریان الکتریکی از پایانه مثبت آن‌ها وارد مدار می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های مولد از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$V = \varepsilon - rI$$

ε = نیروی محرکه مولد (V)

V = اختلاف پتانسیل (V)

I = جریان عبوری از مولد (A)

r = مقاومت درونی مولد (Ω)

باتری‌های مصرف کننده، از مدار انرژی می‌گیرند و جریان الکتریکی از پایانه منفی آن‌ها وارد مدار می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های مصرف کننده از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$V = \varepsilon + rI$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** ولتسنج، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از باتری‌ها را نشان می‌دهد. یعنی: $V_1 = V_2 = 10\text{ V}$.

نیروی محرکه باتری ۱، از اختلاف پتانسیل دو سر آن کم‌تر است ($\varepsilon_1 < V_1$)، بنابراین باتری ۱ به عنوان مصرف کننده در مدار عمل می‌کند؛ در نتیجه باتری ۲ باید یک باتری مولد باشد.

گام دوم: با استفاده از اطلاعات مربوط به باتری ۱، جریان الکتریکی در مدار را به دست می‌آوریم:

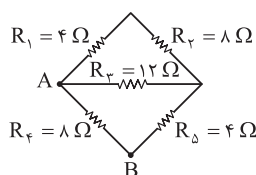
$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir_1 \xrightarrow{V_1=10\text{ V}, \varepsilon_1=8\text{ V}, r_1=1\Omega} 10 = 8 + I \times 1 \Rightarrow I = 2\text{ A}$$

اکنون نیروی محرکه باتری ۲ را محاسبه می‌کنیم:

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2 \xrightarrow{V_2=10\text{ V}, I=2\text{ A}, r_2=2\Omega} 10 = \varepsilon_2 - 2 \times 2 \Rightarrow \varepsilon_2 = 14\text{ V}$$

تست و پاسخ ۵۵

در شکل مقابل، اگر دو سر یک باتری را به نقاط A و B وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_4 می‌شود؟



$\frac{4}{25}$ (۲)

$\frac{2}{25}$ (۱)

$\frac{25}{8}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست، مشابه سوال سراسری تجربی ۱۴۰۰ است.

خودت حل کنی بهتره جریان عبوری از مقاومت R_1 را برابر با I در نظر بگیرید و براساس آن، جریان عبوری از مقاومت R_4 را حساب کنید. در پایان با استفاده از رابطه $P = RI^2$ نسبت توان مصرفی مقاومت R_1 به توان مصرفی مقاومت R_4 را به دست آورید.



درس نامه

(۱) به هم بستن متوالی مقاومت‌ها: دو مقاومت R_1 و R_2 را متوالی می‌گوییم که فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن‌ها هیچ انشعاب جریان‌داری خارج نگردد. در این حالت از هر دو مقاومت، جریان یکسانی عبور می‌کند و مقاومت معادل آن‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I \xrightarrow{R_1} I \xrightarrow{R_2} \quad R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = \text{مقاومت معادل } (\Omega)$$

(۲) به هم بستن موازی مقاومت‌ها: دو مقاومت R_1 و R_2 را موازی می‌گوییم که هر دو سر آن‌ها به وسیله سیم‌های رابط به یکدیگر متصل شده باشند. در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان است و مقاومت معادل آن‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

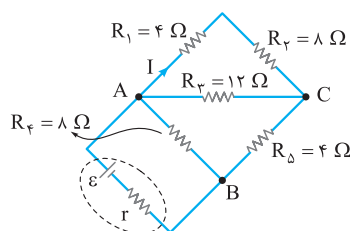
$$I_1 \xrightarrow{R_1} I_2 \xrightarrow{R_2} \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

(۳) یکی از روابطی که می‌توانیم به وسیله آن، توان مصرفی در یک مقاومت R را محاسبه کنیم، به صورت زیر است:

$$P = R I^2 \rightarrow (A) \text{ جریان الکتریکی} \leftarrow (W) \text{ توان}$$

مقاومت الکتریکی (Ω)

(۴) قاعده انشعاب (گره): مجموع جریان‌هایی که به هر نقطه انشعاب (گره) وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می‌شود.



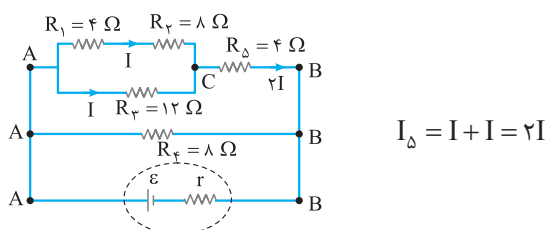
پاسخ تشریحی گام اول: جریان عبوری از مقاومت R_1 را برابر با I در نظر می‌گیریم و براساس

آن جریان عبوری از سایر مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم. برای این منظور، شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم و جریان الکتریکی هر مقاومت را روی آن معلوم می‌کنیم:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 4 + 8 = 12 \Omega$$

R_2 و R_1 متوالی هستند و جریان یکسانی دارند.

$R_{1,2}$ و R_3 موازی هستند و اختلاف پتانسیل یکسانی دارند. از آنجا که $R_3 = R_{1,2}$ است، پس جریان عبوری از مقاومت R_3 هم برابر با I است. از طرفی با توجه به قاعده انشعاب، جریان عبوری از مقاومت R_4 به دست می‌آید:



$$I_\delta = I + I = 2I$$

$$R_{1,2,3,4} = R_{1,2,3} + R_4$$

R_4 با $R_{1,2,3}$ متوالی است.

$$\Rightarrow R_{1,2,3,4} = \frac{R_{1,2} \times R_3}{R_{1,2} + R_3} + R_4 = \frac{12 \times 12}{12 + 12} + 4 = 6 + 4 = 10 \Omega$$

جریان عبوری از مقاومت R_4 را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{1,2,3,4} = V_4 \Rightarrow R_{1,2,3,4} \times I_{1,2,3,4} = R_4 I_4 \Rightarrow 10 \times 2I = 4 \times I_4 \Rightarrow I_4 = 2/5 I$$

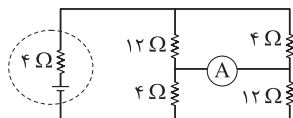
گام دوم: نسبت توان مصرفی مقاومت R_1 به توان مصرفی مقاومت R_4 را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{P_{R_1}}{P_{R_4}} = \frac{R_1 I_1^2}{R_4 I_4^2} = \frac{4 \times I^2}{4 \times (2/5 I)^2} = \frac{1}{2} \times \frac{I^2}{6/25 I^2} = \frac{1}{12/5} = \frac{5}{12}$$



تست و پاسخ ۵۶

در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی $0/6A$ را نشان می‌دهد. اگر این آمپرسنج را برداشته و به جای آن یک ولت‌سنج آرمانی قرار دهیم، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟



- (۱) ۸
(۲) ۴
(۳) ۲
(۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تیپ سؤال که آمپرسنج به تنهایی در یک شاخه بدون مقاومت قرار می‌گیرد، اخیراً در آزمون‌های مختلف، زیاد دیده می‌شود. وجه مشترک در حل این نوع سؤال‌ها، استفاده از قاعده انشعاب (گره) در یکی از دو سر آمپرسنج است.

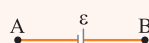
خودت حل کنی بهتره ابتدا جریان گذرنده از باتری را حساب کنید. سپس نیروی محرکه مولد را به دست آورید. در مرحله بعد، ولت‌سنج را به جای آمپرسنج قرار دهید و جریان گذرنده از مقاومت‌ها را تعیین کنید. در پایان با گذر از مقاومت‌های 12Ω و 4Ω و نوشتن اختلاف پتانسیل‌های آن‌ها، عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد، یعنی اختلاف پتانسیل دو سر آن را به دست آورید.

درس نامه

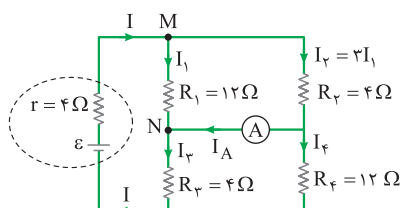
برای محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار، ابتدا پتانسیل نقطه اول را می‌نویسیم. آن‌گاه از این نقطه روی مدار و در جهت دلخواه، به طور ذهنی به طرف نقطه دوم می‌رویم و ضمن گذر از هر قسمت، تغییر پتانسیل را می‌نویسیم تا به نقطه دوم برسیم. حاصل نوشته‌ها برابر با پتانسیل نقطه دوم است.



$$V_B - V_A = -IR$$



$$V_B - V_A = \varepsilon$$



پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت آمپرسنج آرمانی ناچیز است و مانند یک سیم رابط عمل می‌کند، بنابراین مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم و مقاومت‌های R_3 و R_4 نیز با هم موازی هستند.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 \times 12 = I_2 \times 4 \Rightarrow I_2 = 3I_1$$

با توجه به تقارن موجود در شکل، به طور مشابه داریم:

$$I_3 = I_2 = 3I_1$$

$$I_4 = I_1$$

گام دوم: در گره (نقطه انشعاب) M می‌توان نوشت:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I_2 = 3I_1} I = I_1 + 3I_1 = 4I_1$$

در گره (نقطه انشعاب) N نیز می‌توان نوشت:

$$I_1 + I_A = I_3 \xrightarrow{I_A = 0/6A, I_3 = 3I_1} I_1 + 0/6 = 3I_1 \Rightarrow I_1 = 0/3A$$

$$I = 4I_1 = 1/2A$$

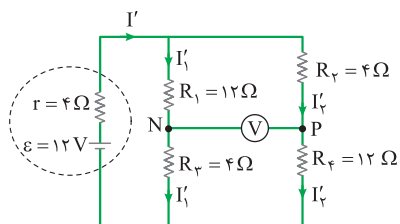
گام سوم: در حلقه سمت چپ از نقطه M شروع می‌کنیم و جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در این حلقه را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$-R_1 I_1 - R_2 I_2 + \varepsilon - Ir = 0$$

$$\xrightarrow{R_1 = 12\Omega, R_2 = 4\Omega, I_2 = 3I_1 = 0/9A, I = 1/2A, r = 4\Omega, I_1 = 0/3A} -12 \times 0/3 - 4 \times 0/9 + \varepsilon - 1/2 \times 4 = 0 \Rightarrow \varepsilon = 3/6 + 3/6 + 4/8 = 12V$$



گام چهارم: اکنون آمپرسنج را برداشته و به جای آن یک ولتسنج آرمانی قرار می‌دهیم. از ولتسنج آرمانی، جریانی نمی‌گذرد. در این حالت مقاومت‌های R_1 و R_3 با هم و مقاومت‌های R_2 و R_4 نیز با هم متوالی هستند. در این حالت جدید، مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:



$$R_{1,3} = R_1 + R_3 = 12 + 4 = 16 \Omega$$

$$R_{2,4} = R_2 + R_4 = 4 + 12 = 16 \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{1,3} \times R_{2,4}}{R_{1,3} + R_{2,4}} = \frac{16 \times 16}{16 + 16} = 8 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon=12V}{R_{eq}=8\Omega, r=4\Omega} \rightarrow I' = \frac{12}{8+4} = 1A$$

جریان عبوری از مولد را در این حالت با I' نشان می‌دهیم و داریم:

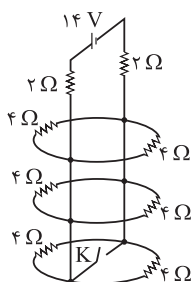
$$I_1' = I_2' = I_3' = I_4' = \frac{I'}{2} = \frac{1}{2} A$$

گام پنجم: با گذر از مقاومت‌های R_1 و R_2 ، از نقطه N تا نقطه P ، اختلاف پتانسیل‌ها را می‌نویسیم تا اختلاف پتانسیل دو سر ولتسنج را به دست آوریم:

$$V_N + I_1' R_1 - I_2' R_2 = V_P \xrightarrow{I_1'=I_2'=\frac{1}{2}A, R_1=12\Omega, R_2=4\Omega} V_N + \frac{1}{2} \times 12 - \frac{1}{2} \times 4 = V_P \Rightarrow V_N + 4 = V_P \Rightarrow V_P - V_N = 4V$$

تست و پاسخ ۵۷

در مدار شکل مقابل، با بستن کلید K ، جریان الکتریکی عبوری از منبع نیروی محرکه، چند آمپر تغییر می‌کند؟



۱) ۲/۰

۲) ۵/۰

۳) ۳

۴) ۵/۳

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست، مشابه یکی از مسئله‌های آخر فصل ۲ از کتاب درسی فیزیک ۲ رشته ریاضی است که با تغییرات اندکی در این جا مطرح شده است.

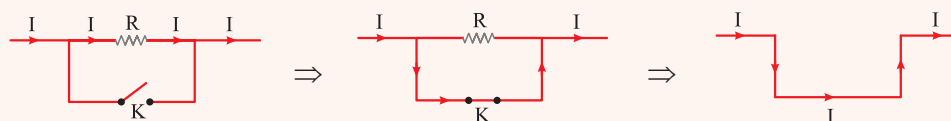
خودت حل کنی بهتره در حالتی که کلید K باز است، همه مقاومت‌های 4Ω را با هم موازی بگیرد. سپس مقاومت معادل مدار و جریان عبوری از مولد را به دست آورید. بعد از بسته شدن کلید، دوباره مقاومت معادل مدار و جریان عبوری از مولد را به دست آورید و با حالت اول مقایسه کنید.

درس نامه

۱) وقتی n مقاومت مشابه R به طور موازی با هم بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

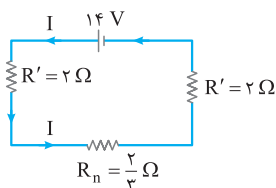
$$R_n = \frac{R}{n}$$

۲) اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت یا مجموعه‌ای از مقاومت‌ها به وسیله یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم گذشته و از آن مقاومت یا مقاومت‌ها، هیچ جریانی نمی‌گذرد. در این حالت می‌گوییم که آن مقاومت یا مقاومت‌ها، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردند. به عبارت دیگر به جای آن‌ها یک قطعه سیم رابط قرار می‌گیرد.



پاسخ تشریحی گام اول: در حالتی که کلید باز است ۶ مقاومت ۴ اهمی با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_n = \frac{R}{n} \xrightarrow{R=4\Omega, n=6} R_n = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Omega$$



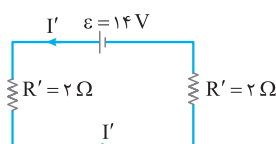
در این حالت، شکل ساده تری از مدار را رسم می کنیم و مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:

$$R_{eq} = R' + R_n + R' = 2 + \frac{2}{3} + 2$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{14}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = \frac{14}{3} \Omega, r=0} I = \frac{14}{\frac{14}{3}} = 3 \text{ A}$$

اکنون جریان گذرنده از مولد را حساب می کنیم:



گام دوم: در حالتی که کلید بسته می شود، همه مقاومت های ۴ اهمی، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می گردند. در این حالت نیز، شکل ساده تری از مدار را رسم می کنیم و مقاومت معادل مدار را

$$R'_{eq} = R' + R' = 2 + 2 = 4 \Omega$$

به دست می آوریم:

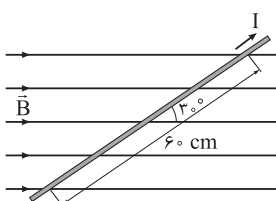
$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \xrightarrow{R'_{eq} = 4 \Omega, r=0} I' = \frac{14}{4} = 3.5 \text{ A}$$

جریان گذرنده از مولد را در حالت کلید بسته نیز حساب می کنیم:

گام سوم: تغییر جریان الکتریکی عبوری از منبع نیروی محرکه (مولد) را به دست می آوریم:

$$\Delta I = I' - I \xrightarrow{I' = 3.5 \text{ A}, I = 3 \text{ A}} \Delta I = 3.5 - 3 = 0.5 \text{ A}$$

تست و پاسخ ۵۸



در شکل مقابل، سیمی که جریان عبوری از آن $I = 5 \text{ A}$ است، در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 40 \text{ G}$ قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟

$$\odot, 6 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$\otimes, 6 \times 10^{-3} \quad (1)$$

$$\odot, 6 \times 10^{-2} \quad (4)$$

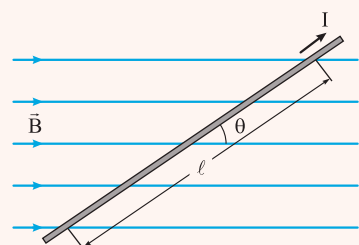
$$\otimes, 6 \times 10^{-2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست بر اساس یکی از مثال های فصل ۳ از کتاب درسی فیزیک ۲ طرح شده و مشابه آن، در کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ رشته ریاضی آمده است.

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $F = I\ell B \sin \theta$ اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به دست آورید. سپس با استفاده از قاعده دست راست، جهت این نیرو را تعیین کنید.

درس نامه



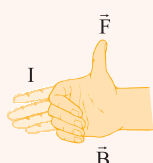
(۱) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر یک سیم حامل جریان از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = I\ell B \sin \theta$$

F = اندازه نیرو (N) I = جریان الکتریکی (A) ℓ = طول قسمتی از سیم که داخل میدان قرار می گیرد (m)

B = اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت (T) θ = زاویه بین امتداد سیم و میدان مغناطیسی

(۲) **قاعده دست راست:** اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان باشد - به گونه ای که وقتی آن ها را روی زاویه کوچک تری که امتداد سیم با $\vec{B}$ می سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد - انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم خواهد بود.



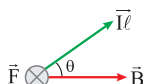


پاسخ تشریحی گام اول: اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان را به دست می آوریم:

$$F = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{I=5A, \ell=60cm=0.6m, B=40G=40 \times 10^{-4}T, \theta=30^\circ} F = 5 \times 0.6 \times 40 \times 10^{-4} \times \sin 30^\circ$$

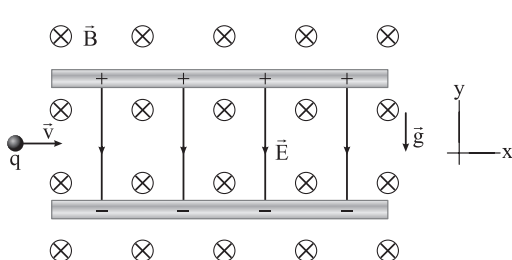
$$\Rightarrow F = 3 \times 4 \times 10^{-3} \times \frac{1}{2} = 6 \times 10^{-3} N$$

گام دوم: با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم، عمود بر صفحه و درون سو به دست می آید.



تست و پاسخ ۵۹

در شکل زیر، ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -40 \mu C$ و جرم $2g$ در فضایی که میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E = 450 N/C$ و مغناطیسی $B = 0.18 T$ وجود دارد، با سرعت $\vec{v} = (10^4 m/s) \hat{i}$ پرتاب می‌شود. بلافاصله پس از پرتاب ذره، شتاب آن در SI کدام است؟ ($g = 10 N/kg$)



(۱) $37 \hat{j}$

(۲) $-37 \hat{j}$

(۳) $70 \hat{j}$

(۴) $-70 \hat{j}$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

(۱) بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار از طرف میدان الکتریکی از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = |q| E \rightarrow \text{اندازه میدان الکتریکی (N/C)} \leftarrow \text{بزرگی نیروی الکتریکی (N)}$$

بار الکتریکی (C)

نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت، در جهت میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

(۲) بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = |q| v B \sin \theta \rightarrow \text{زاویه بین } \vec{v} \text{ و } \vec{B} \leftarrow \text{اندازه نیروی مغناطیسی (N)}$$

↑
تندی ذره (m/s)

↓
میدان مغناطیسی (T) بار الکتریکی (C)

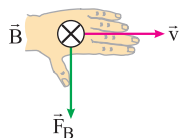
(۳) جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک را به کمک قاعده دست راست به دست می آوریم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره باردار ($\vec{v}$) قرار بدهیم به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) قرار بگیرد، انگشت شستمان در این حالت جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت ($\vec{F}$) را نشان می‌دهد. برای بار منفی همین قاعده را با کمک دست چپ انجام می‌دهیم.

پاسخ تشریحی گام اول: سه نیروی الکتریکی، مغناطیسی و وزن بر این ذره وارد می‌شود. اندازه و جهت هر یک از این نیروها را به دست می آوریم:

نیروی الکتریکی: بار الکتریکی ذره منفی است؛ بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی یعنی در جهت محور y بوده و اندازه آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$F_E = |q| E \xrightarrow{|q|=40 \times 10^{-6}C, E=450N/C} F_E = 40 \times 10^{-6} \times 450 = 18 \times 10^{-3} N$$

نیروی مغناطیسی: جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره را با استفاده از قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. در این جا چون بار الکتریکی ذره منفی است، این قاعده را به کمک دست چپ انجام می‌دهیم. طبق این قاعده، چهار انگشت دست چپ را در جهت حرکت ذره ($\vec{v}$) قرار می‌دهیم به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) قرار بگیرد. در این حالت انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را نشان می‌دهد. اندازه این نیرو را با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه زیر به دست می‌آوریم:



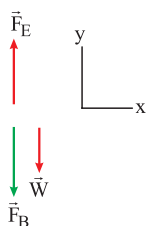
$$F_B = |q| v B \sin \theta$$

$$\frac{|q|=4 \times 10^{-6} \text{ C}, v=10^4 \text{ m/s}}{B=0.18 \text{ T}, \theta=90^\circ} \rightarrow F_B = 4 \times 10^{-6} \times 10^4 \times 0.18 \times 1 = 72 \times 10^{-3} \text{ N}$$

نیروی وزن: جهت نیروی وزن ذره به سمت پایین است و اندازه آن را به راحتی از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$W = mg \rightarrow \frac{m=2 \times 10^{-3} \text{ kg}}{g=10 \text{ N/kg}} \rightarrow W = 2 \times 10^{-3} \times 10 = 20 \times 10^{-3} \text{ N}$$

گام دوم: سؤال از ما شتاب ذره را بلافاصله پس از پرتاب ذره می‌خواهد، پس به سراغ قانون دوم نیوتون می‌رویم و پاسخ این سؤال را به اتمام می‌رسانیم.

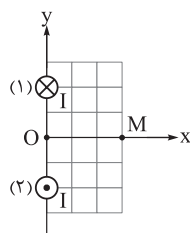


$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow (F_E - F_B - W)\vec{j} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow (18 \times 10^{-3} - 72 \times 10^{-3} - 20 \times 10^{-3})\vec{j} = 2 \times 10^{-3} \vec{a} \Rightarrow -74 \times 10^{-3} \vec{j} = 2 \times 10^{-3} \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -37 \vec{j}$$

تست و پاسخ ۶۰

در شکل مقابل، دو سیم (۱) و (۲) که جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند، عمود بر صفحه قرار دارند. به ترتیب، میدان مغناطیسی خالص در نقطه M و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۱)، از طرف سیم (۲) در چه جهتی است؟



(۱) در جهت محور X، در جهت محور Y

(۲) در جهت محور X، در خلاف جهت محور Y

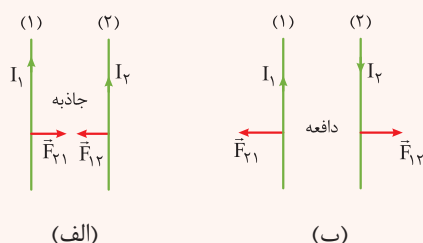
(۳) در خلاف جهت محور X، در جهت محور Y

(۴) در خلاف جهت محور X، در خلاف جهت محور Y

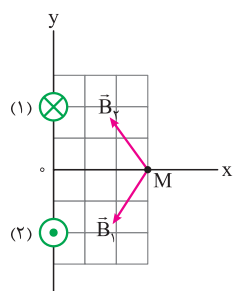
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

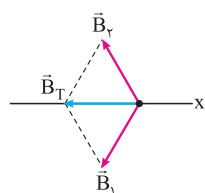
(۱) برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، انگشت شست دست راستمان را در جهت جریان الکتریکی قرار می‌دهیم و چهار انگشتان را خم می‌کنیم. در این صورت، جهت خم شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان را نشان می‌دهد.



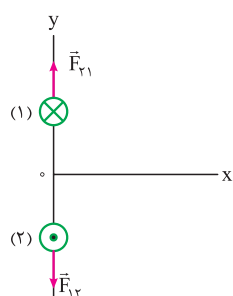
(۲) دو سیم بلند و موازی را که حامل جریان هستند، در نظر بگیرید. اگر جریان عبوری از این دو سیم هم‌جهت باشند، دو سیم یکدیگر را جذب (شکل الف) و اگر در خلاف جهت باشند، دو سیم یکدیگر را دفع می‌کنند (شکل ب).



(الف)



(ب)



(پ)

پاسخ تشریحی **گام اول:** انگشت شست دست راستمان را یکبار در جهت جریان الکتریکی عبوری از سیم ۱ و بار دیگر در جهت جریان الکتریکی عبوری از سیم ۲ قرار می‌دهیم و چهار انگشتان را خم می‌کنیم تا جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر یک از سیم‌ها در نقطه M را تعیین کنیم (شکل الف).

چون جریان عبوری از هر دو سیم یکسان و فاصله آن‌ها از نقطه M یکسان است، پس بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان عبوری از آن‌ها در نقطه M نیز یکسان است ($B_1 = B_2$)؛ بنابراین میدان مغناطیسی خالص ناشی از جریان عبوری از این دو سیم در نقطه M در خلاف جهت محور x است (شکل ب).

۱ و ۲ پُر!

گام دوم: جریان عبوری از دو سیم در خلاف جهت یکدیگرند (یکی از آن‌ها درون سو و دیگری برون سو است). پس یکدیگر را دفع می‌کنند و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۱) از طرف سیم (۲) در جهت محور y است (شکل پ).

تست و پاسخ ۶۱



در شکل مقابل، حلقه دایره‌ای شکلی به قطر ۲۰ cm در صفحه قرار دارد. اگر جریان الکتریکی عبوری از حلقه $I = 3 \text{ A}$ باشد، میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چند میکروتسلا و در چه جهتی است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

(۴) 6π ، $\odot$

(۳) 3π ، $\otimes$

(۲) 6π ، $\otimes$

(۱) 3π ، $\odot$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

(۱) میدان مغناطیسی در مرکز حلقه حامل جریان I به شعاع R از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

(۲) برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه حامل جریان، کافی است انگشت شست دست راستمان را در جهت جریان بگیریم. در این صورت جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** میدان مغناطیسی در مرکز حلقه حامل جریان $I = 3 \text{ A}$ به قطر ۲۰ cm برابر است با:

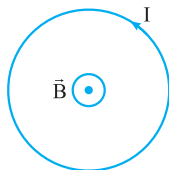
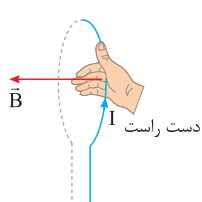
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \xrightarrow{I=3\text{A}, \mu_0=4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}, 2R=20\text{cm}=2 \times 10^{-2}\text{m}} B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 3}{2 \times 10^{-2}} = 6\pi \times 10^{-6} \text{ T} = 6\pi \mu\text{T}$$



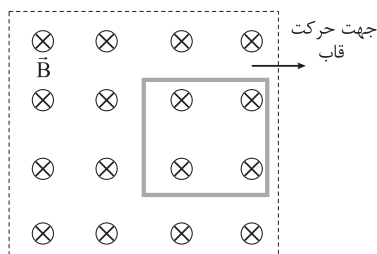
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: اگر مطابق شکل زیر انگشت شست دست راستمان را در جهت جریان (پادساعتگرد) قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت دیگر، در جهت خارج صفحه (برون سو) قرار می گیرند؛ پس جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه برون سو (⊙) است.



تست و پاسخ ۶۲



(۴) ۱/۲، پادساعتگرد

(۳) ۱/۲، ساعتگرد

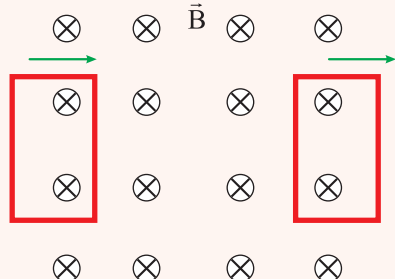
(۲) ۶، پادساعتگرد

(۱) ۶، ساعتگرد

در شکل مقابل، قاب مربع شکل فلزی به ضلع ۲۰cm و مقاومت الکتریکی ۵Ω عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۶۰۰G قرار دارد. اگر حلقه در مدت ۰/۴s به طور کامل از میدان مغناطیسی خارج شود، جریان الکتریکی القایی متوسط در قاب، چند میلی آمپر و در چه جهتی است؟
 شار مغناطیسی کاهش می یابد.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه



۱) شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه با تعداد خطهای میدان که از حلقه می گذرد متناسب است؛ پس اگر تعداد خطهای میدان گذرنده از حلقه افزایش یابد، شار افزایش می یابد و اگر تعداد خطهای گذرنده از حلقه کاهش یابد، شار مغناطیسی نیز کم می شود. مثلاً در شکل مقابل، در هنگام ورود حلقه به میدان، شار مغناطیسی افزایش و در هنگام خروج حلقه از میدان، شار مغناطیسی کاهش می یابد.

۲) براساس قانون لنز اگر شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه تغییر کند، در حلقه جریانی القا می شود که میدان حاصل از آن جریان، با تغییر شار مخالفت می کند؛ یعنی اگر شار مغناطیسی افزایش یابد، میدان القایی در خلاف جهت میدان اصلی و اگر شار مغناطیسی کاهش یابد، میدان القایی در جهت میدان اصلی خواهد بود.

۳) جریان القایی درون یک حلقه از قانون القای فاراده به دست می آید:

$$|\varepsilon| = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \xrightarrow{|\varepsilon|=RI} I = \frac{|\Delta\Phi|}{R\Delta t}$$

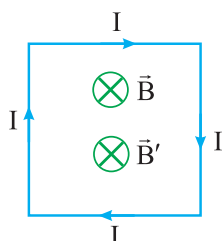
اگر سطح حلقه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی بوده و تغییرات شار، ناشی از تغییرات میدان مغناطیسی (ΔB) باشد، رابطه بالا را به صورت زیر می نویسیم:

$$I = \frac{|\Delta\Phi|}{R\Delta t} \xrightarrow{|\Delta\Phi|=A|\Delta B|} I = \frac{A|\Delta B|}{R\Delta t}$$

پاسخ تشریحی گام اول: در بازه زمانی که حلقه شروع به خارج شدن از میدان مغناطیسی می کند تا خروج کامل آن از میدان، اندازه میدان از ۶۰۰G به صفر می رسد؛ بنابراین جریان القایی در حلقه برابر می شود با:

$$I = \frac{A|\Delta B|}{R\Delta t} \xrightarrow{A=2 \times 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2, R=5\Omega, |\Delta B|=|0-600|=600 \text{ G}=6 \times 10^{-2} \text{ T}, \Delta t=0/4 \text{ s}} I = \frac{4 \times 10^{-2} \times 6 \times 10^{-2}}{5 \times 0/4} = 1/2 \times 10^{-3} \text{ A} = 1/2 \text{ mA}$$





گام دوم: از آن جایی که در هنگام خروج حلقه از میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد، پس طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی $\vec{B}'$ در جهت میدان اصلی $\vec{B}$ (یعنی درون سو) خواهد بود؛ بنابراین مطابق شکل مقابل اگر شست دست راست را در جهت جریان ساعتگرد در قاب مربع شکل قرار دهیم، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر درون این قاب به صورت درون سو (عمود بر سطح و به طرف داخل) خواهد بود.

تست و پاسخ ۶۳

انرژی ذخیره شده در یک سیملوله آرمانی به ضریب القاوری 8 mH برابر 1 J است. اگر تعداد دور سیملوله در واحد طول آن در SI برابر با 600 باشد، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله در نقطه‌ای در داخل آن و دور از لبه‌ها، چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$)

- (۱) $\frac{3\pi}{5}$ (۲) $\frac{6\pi}{5}$ (۳) 6π (۴) 12π

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

(۱) انرژی ذخیره شده در القاگر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow \text{جریان الکتریکی (A)} \rightarrow \text{ضریب القاوری (H)} \rightarrow \text{انرژی (J)}$$

(۲) اندازه میدان مغناطیسی حاصل از جریان عبوری از سیملوله در داخل آن و دور از لبه‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \rightarrow \text{جریان الکتریکی (A)} \rightarrow \text{طول سیملوله (m)} \rightarrow \text{تعداد دور ضریب تراوایی مغناطیسی خلا (T.m/A)} \rightarrow \text{میدان مغناطیسی (T)}$$

گام اول: ابتدا جریان عبوری از سیملوله را با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه زیر به دست می‌آوریم:

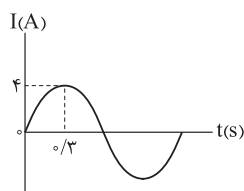
$$U = \frac{1}{2} L I^2 \xrightarrow[L=8 \times 10^{-3} \text{ H}]{U=1 \text{ J}} 10^{-1} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-3} I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{10^{-1}}{4} = 25 \Rightarrow I = 5 \text{ A}$$

گام دوم: حالا به راحتی بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان عبوری از سیملوله در داخل آن و دور از لبه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \xrightarrow[\frac{N}{\ell}=600 \frac{1}{m}, I=5 \text{ A}]{\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}} B = 4\pi \times 10^{-7} \times 600 \times 5 = 12\pi \times 10^{-4} \text{ T} = 12\pi \text{ G}$$

تست و پاسخ ۶۴

نمودار جریان متناوب سینوسی تولیدشده توسط یک مولد جریان متناوب، بر حسب زمان به شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اندازه جریان الکتریکی حاصل از مولد، برای دومین مرتبه به 2 A می‌رسد؟



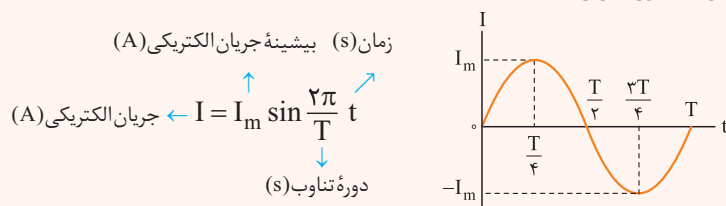
- (۱) $\pi/1$ (۲) $\pi/4$ (۳) $\pi/7$ (۴) $\pi/5$

پاسخ: گزینه ۴



درس نامه

معادله جریان متناوب سینوسی بر حسب زمان و نمودار آن به صورت زیر است.



پاسخ تشریحی

گام اول: از نمودار جریان متناوب سینوسی بر حسب زمان این مولد، اطلاعات زیر را استخراج می کنیم:

$$I_m = 4A, \frac{T}{4} = 0.3 \Rightarrow T = 1.2s$$

گام دوم: حالا می توانیم معادله جریان متناوب سینوسی بر حسب زمان این مولد را بنویسیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{\frac{I_m=4A}{T=1.2s}} I = 4 \sin \frac{2\pi}{1.2} t = 4 \sin \frac{5\pi}{3} t$$

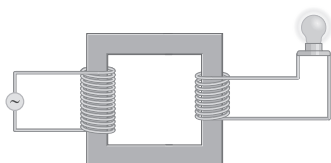
گام سوم: سؤال از ما لحظه ای را که اندازه جریان الکتریکی حاصل از این مولد، برای دومین بار به $2A$ می رسد، می خواهد. کافی است از معادله جریان متناوب سینوسی بر حسب زمان این مولد که در گام دوم به دست آوردیم، استفاده کنیم.

$$I = 4 \sin \frac{5\pi}{3} t \xrightarrow{I=2A} 2 = 4 \sin \frac{5\pi}{3} t$$

$$\Rightarrow \sin \frac{5\pi}{3} t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5\pi}{3} t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = 0.1s \Rightarrow \text{برای اولین بار} \\ \frac{5\pi}{3} t_2 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_2 = 0.5s \Rightarrow \text{برای دومین بار} \end{cases}$$

تست و پاسخ ۶۵

در مدار شکل مقابل، مقاومت الکتریکی لامپ 10Ω و تعداد دورهای پیچۀ اولیه و ثانویه مبدل به ترتیب برابر با 80 و 50 است. اگر توان مصرفی لامپ $40W$ باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مبدل جریان متناوب چند ولت است؟



۱۶ (۲)

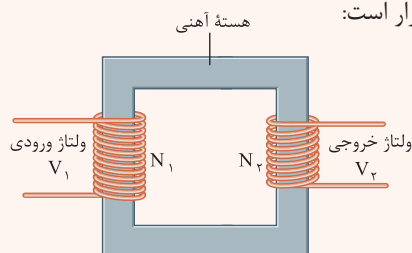
۳۲ (۱)

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه: برای یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچیه های آن ناچیز است، رابطه زیر برقرار است:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

گام اول: ابتدا با استفاده از توان مصرفی لامپ، اختلاف پتانسیل الکتریکی پیچۀ ثانویه را به دست می آوریم:

$$P = \frac{V_2^2}{R} \xrightarrow{\frac{P=40W}{R=10\Omega}} 40 = \frac{V_2^2}{10} \Rightarrow V_2^2 = 400 \Rightarrow V_2 = 20V$$

گام دوم: حالا داده ها را در رابطه زیر جای گذاری می کنیم و اختلاف پتانسیل الکتریکی مبدل جریان متناوب را محاسبه می کنیم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{20}{V_1} = \frac{50}{80} \Rightarrow V_1 = 32V$$



شیمی یازدهم: کل کتاب

تست و پاسخ ۶۶

${}_{82}\text{Pb}$ ، ${}_{50}\text{Sn}$ ، ${}_{32}\text{Ge}$ ، ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_6\text{C}$

کدام موارد زیر درست است؟

الف) در جدول دوره‌ای عناصر، همهٔ عنصرهایی که آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت اتم آن‌ها مشابه است، در یک گروه جای گرفته‌اند.
 ب) عنصرهای گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، از بالا به پایین شامل نافلز، شبه‌فلز و فلز بوده و هیچ‌کدام در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون نمی‌گیرند.
 پ) شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده، در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.

ت) بیشتر عنصرهای جدول دوره‌ای را فلزها تشکیل می‌دهند که همگی در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.

۱) الف - ب ۲) ب - پ ۳) پ - ت ۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) هلیوم (${}^2\text{He}$) با این که در گروه ۱۸ جدول تناوبی قرار دارد، اما عنصری از دسته S می‌باشد و آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت آن با دیگر گازهای نجیب ($ns^2 np^6$) متفاوت است.

ب) هیچ‌یک از عناصر گروه ۱۴، تمایل به دریافت الکترون و تبدیل شدن به آنیون (یون منفی) را ندارند.

درس نامه ●● عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی

آرایش الکترونی اتم عنصرهای گروه ۱۴ به $ns^2 np^2$ ختم می‌شود؛ یعنی اتم همهٔ عنصرهای این گروه در لایهٔ ظرفیت خود ۴ الکترون دارند. عدد اتمی عنصرهای این گروه، ۴ واحد کم‌تر از گاز نجیب هم‌دورهٔ آن‌ها است. ۵ عنصر اول گروه ۱۴ که باید ویژگی‌هاشون رو بلد باشین، عبارت‌اند از:

یک نافلز (C)	دو شبه‌فلز (Si و Ge)	و دو فلز (Sn و Pb)
Si، Ge، Sn، Pb	سطح براق دارند و رسانایی گرمایی دارند.	
C، Si، Ge، Sn، Pb	گرافیت (C) — رسانای جریان برق هستند.	
C، Si، Ge	فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند.	
Sn، Pb	الکترون از دست می‌دهند.	
C، Si، Ge	در اثر ضربه خرد می‌شوند.	

۵ عنصر اول گروه ۱۴

پ) این عبارت کاملاً درسته! نکتهٔ بعدی رو ببین!

نکته

جایگاه: مانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند؛ مثل سیلیسیم (${}_{14}\text{Si}$) و ژرمانیم (${}_{32}\text{Ge}$).

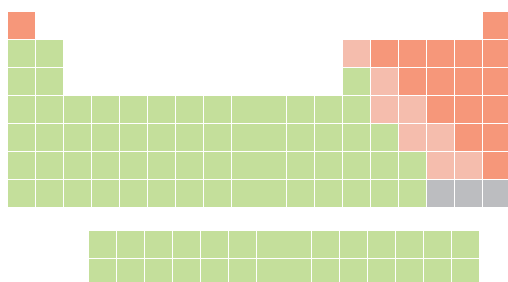
۱۳	۵	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲	B	۳	Si	۴	As	۵
			Ge		Sb	
					Te	
					Po	
					At	

رفتار فیزیکی بیشتر شبه‌فلزها، به‌جز چکش‌خواری
 رفتار فیزیکی —
 برای دو شبه‌فلز Si و Ge —
 رسانایی الکتریکی کم
 رسانایی گرمایی بالا
 سطح صیقلی
 خردشدن در اثر ضربه (عدم خاصیت چکش‌خواری و شکل‌پذیری)
 رفتار شیمیایی: رفتار شیمیایی همانند نافلزها (توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون)
 همگی به دسته P جدول تناوبی تعلق دارند.
 در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول و هفتم) حداقل یک عنصر شبه‌فلز وجود دارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



فلز
نافلز
شبه فلز

(ت) به طور عمده (یعنی بیشتر) فلزها در سمت چپ و مرکز جدول دوره‌ای قرار دارند نه همگی! مثلاً یک‌سری فلزها (مثل Sn، Pb و ...) در سمت راست جدول دوره‌ای جای گرفته‌اند.

تست و پاسخ ۶۷

در مورد عنصرهای ${}_{22}\text{Fe}$ ، ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_{13}\text{Al}$ و ${}_5\text{B}$ ، چه تعداد از ویژگی‌های زیر مشترک هستند؟

- سطح صیقلی
- چکش‌خواری
- رسانایی گرمایی
- توانایی رسیدن به آرایش گاز نجیب در واکنش‌ها
- تمایل به اشتراک الکترون
- توانایی رسانایی الکتریکی

۴ (۴)

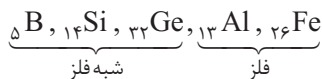
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا عنصرهای داده‌شده را براساس رفتارشان، دسته‌بندی می‌کنیم:



فلزها و شبه‌فلزها در بیشتر خواص فیزیکی (به جز چکش‌خواری) مشابه یکدیگرند؛ اما در رفتار شیمیایی، با یکدیگر تفاوت آشکاری دارند، به طوری که فلزها الکترون از دست می‌دهند، اما شبه‌فلزها فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند تا به آرایش گاز نجیب برسند. بنابراین فلزها و شبه‌فلزها در سه ویژگی: سطح صیقلی (براق)، رسانایی گرمایی و توانایی رسانایی الکتریکی مشترک هستند؛ اما در ویژگی‌های زیر با یکدیگر متفاوت‌اند:

چکش‌خواری ← ${}_{13}\text{Al}$ ، ${}_{26}\text{Fe}$ ← چکش‌خوارند.

← ${}_5\text{B}$ ، ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_{22}\text{Fe}$ ← خرد می‌شوند.

توانایی رسیدن به آرایش گاز نجیب در واکنش‌ها ← ${}_{13}\text{Al}$ با از دست دادن ۳ الکترون به آرایش گاز نجیب (${}_{10}\text{Ne}$) می‌رسد، اما ${}_{26}\text{Fe}$ حتی با از دست دادن ۲ یا ۳ الکترون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

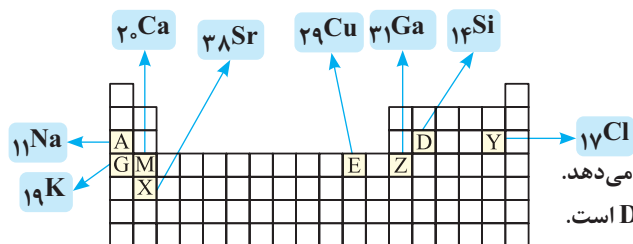
← ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_{22}\text{Fe}$ و در برخی مواد ${}_5\text{B}$ ، با اشتراک الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.

تمایل به اشتراک الکترون ← ${}_{13}\text{Al}$ و ${}_{26}\text{Fe}$ ← الکترون از دست می‌دهند (تشکیل کاتیون).

← ${}_5\text{B}$ و ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_{22}\text{Fe}$ ← فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند.

تست و پاسخ ۶۸

در شکل زیر، جایگاه چند عنصر در جدول تناوبی نشان داده شده است. با توجه به آن، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



• ترتیب $A < M < X < G$ ، ترتیب شعاع اتمی این عناصر را نشان می‌دهد.

• تفاوت شعاع اتمی D و A ، بیشتر از این تفاوت در عنصرهای Y و D است.

• بیشترین بار کاتیون در ترکیب‌های عنصر Z ، بزرگ‌تر از ترکیب‌های عنصر E است.

• اختلاف تعداد الکترون‌های دارای $I = 0$ در عنصرهای Z و E برابر اختلاف

الکترون‌های دارای $I = 2$ در آن‌ها است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲





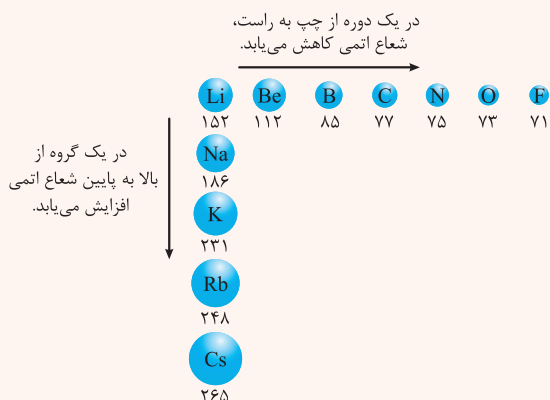
درس نامه •• شعاع اتمی

براساس مدل کوانتومی می توان برای هر اتم، شعاع در نظر گرفت.

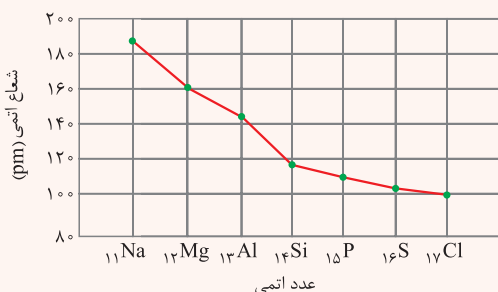
در شکل روبه‌رو، شعاع اتمی برخی اتم‌ها و روند تغییر آن آمده است.

یکای شعاع اتمی پیکومتر (pm) است.

(۱) در یک گروه از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی اشغال شده اتم عنصرها افزایش یافته، به همین دلیل شعاع اتمی آن‌ها افزایش می‌یابد.



(۲) در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها، کاهش می‌یابد؛ زیرا از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، تعداد پروتون‌ها و بار مثبت هسته زیاد می‌شود، در حالی که تعداد لایه‌های الکترونی ثابت است؛ در نتیجه نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه ظرفیت افزایش می‌یابد و این الکترون‌ها با نیروی قوی‌تری به سمت هسته جذب می‌شوند، بنابراین شعاع اتمی کاهش می‌یابد.



• تفاوت شعاع اتمی عناصر متوالی در یک دوره، در فلزها، بیشتر از نافلزها است. (شیب نمودار تغییرات شعاع اتمی رفته‌رفته کاهش می‌یابد.)

• بیشترین تفاوت شعاع اتمی عناصر متوالی دوره سوم، بین فلز $_{13}\text{Al}$ و شبه‌فلز $_{14}\text{Si}$ است.

• تفاوت شعاع اتمی $_{13}\text{Al}$ و $_{14}\text{Si}$ حتی از تفاوت شعاع اتمی $_{14}\text{Si}$ با $_{17}\text{Cl}$ هم بیشتر!

• مقایسه شعاع اتمی عناصر موجود در کتاب درسی (صرفاً جهت محکم کاری):

$$_{9}\text{F} <_{17}\text{Cl} <_{35}\text{Br} <_{3}\text{Li} <_{12}\text{Mg} <_{11}\text{Na} <_{20}\text{Ca} <_{38}\text{Sr} <_{19}\text{K}$$

(۷۱) (۹۹) (۱۱۴) (۱۵۲) (۱۶۰) (۱۸۶) (۱۹۷) (۲۱۵) (۲۳۱)

پاسخ تشریحی

عبارت‌ها اول تا سوم درست‌اند.

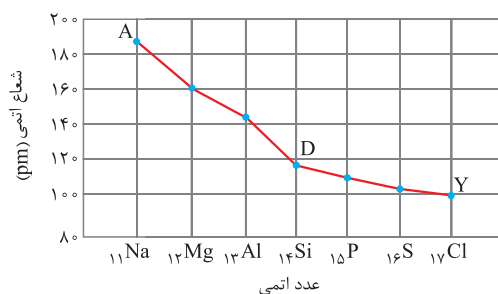
بررسی عبارت‌ها:

• عنصرهای A، G، M و X به ترتیب، عنصرهای $_{11}\text{Na}$ ، $_{19}\text{K}$ ، $_{20}\text{Ca}$ و $_{38}\text{Sr}$ هستند. با توجه به اعداد شعاع اتمی جدول کتاب درسی، ترتیب شعاع اتمی به شکل زیر می‌باشد! (فعلاً همین رو از ما بپذیرید که توجیه آن در مفهومی کتاب درسی نمی‌باشد 😊)

در واقع مشکل اصلی مقایسه $_{11}\text{Na}$ و $_{38}\text{Sr}$ و هم‌چنین $_{19}\text{K}$ است. در مورد اولی $_{20}\text{Ca}$ بزرگ‌تر بوده و در مورد دومی $_{19}\text{K}$ بزرگ‌تر است!

$$A < M < X < G \rightarrow \underset{186}{\text{Na}} < \underset{197}{\text{Ca}} < \underset{215}{\text{Sr}} < \underset{231}{\text{K}}$$

شعاع اتمی (pm):

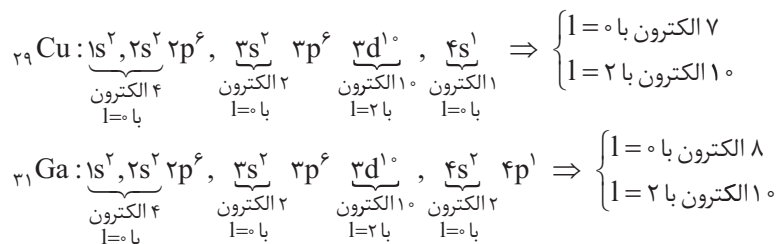


• در دوره سوم، با افزایش عدد اتمی، تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی (شیب نمودار) رفته‌رفته کاهش می‌یابد؛ بنابراین تفاوت شعاع اتمی عنصر $_{14}\text{D}$ با عنصر ابتدای دوره ($_{11}\text{Na}$ ، A)، بیشتر از این تفاوت با عنصر انتهای دوره ($_{17}\text{Cl}$ ، Y) است.

• Z و E به ترتیب، عنصرهای $_{31}\text{Ga}$ و $_{29}\text{Cu}$ می‌باشند. عنصر $_{31}\text{Ga}$ در گروه ۱۳، کاتیون $+3$ و عنصر $_{29}\text{Cu}$ کاتیون‌های $+1$ و $+2$ تولید می‌کند.



● آرایش الکترونی گسترده هر دو عنصر ${}_{29}\text{Cu}$ (E) و ${}_{31}\text{Ga}$ (Z) را می نویسیم:



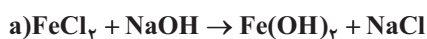
Cu و Ga در $l=0$ با اختلاف الکترون های $8 - 7 = 1$

Cu و Ga در $l=2$ با اختلاف الکترون های $10 - 10 = 0$

خواهیم داشت:

پس این اختلاف ها با یکدیگر برابر نیست.

تست و پاسخ ۶۹



با توجه به واکنش های موازنه نشده زیر، کدام عبارت نادرست است؟



(۱) نسبت مجموع ضرایب فراورده ها در واکنش b به مجموع ضرایب واکنش دهنده ها در واکنش a، برابر $1/33$ است.

(۲) از این واکنش ها می توان برای شناسایی فلز آهن و همچنین بار کاتیون آن در یک نمونه استفاده کرد.

(۳) با توجه به این واکنش ها درمی یابیم که واکنش پذیری سدیم بیشتر از آهن است.

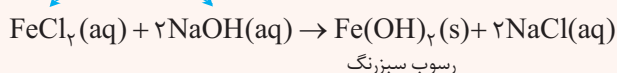
(۴) در واکنش های a و b به ترتیب فراورده های جامدی به رنگ های آجری و سبز تولید می شوند.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●● شناسایی یون های آهن

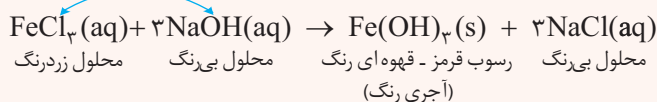
(۱) شناسایی یون Fe^{2+} (آهن (II):

یون Fe^{2+} با یون OH^- رسوب سبزرنگ آهن (II) هیدروکسید تشکیل می دهد؛ بنابراین از واکنش زیر می توان برای شناسایی یون آهن (II) استفاده کرد:

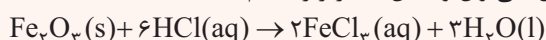


(۲) شناسایی یون Fe^{3+} (آهن (III):

یون Fe^{3+} با یون OH^- رسوب قرمز - قهوه ای رنگ (آجری رنگ) آهن (III) هیدروکسید تشکیل می دهد؛ بنابراین از واکنش زیر می توان برای شناسایی یون آهن (III) استفاده کرد:

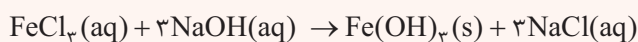


● در رنگ آهن، یون Fe^{3+} وجود دارد. برای شناسایی این یون در رنگ آهن، می توان واکنش های زیر را انجام داد:



(الف) اول رنگ آهن را با هیدروکلریک اسید واکنش می دهیم:

(ب) به محلول حاصل، سدیم هیدروکسید اضافه می کنیم:



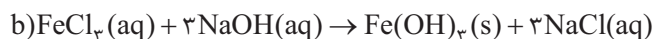
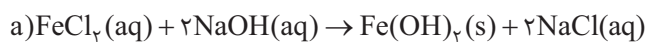
رسوب قرمز - قهوه ای رنگ

(آجری رنگ)

به طوری که، مراحل شناسایی کاتیون موجود در رنگ آهن به صورت زیر است:



پاسخ تشریحی: ابتدا معادله واکنش ها را موازنه می کنیم:



بررسی گزینه ها:

$$\frac{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده ها در واکنش b}}{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده ها در واکنش a}} = \frac{4}{3} = 1/33$$

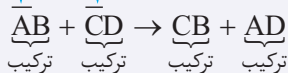
۱)

۲) از این واکنش ها برای شناسایی نوع کاتیون های یک فلز (مثل Fe^{3+} و Fe^{2+}) و نیز فلز موجود در یک نمونه (مثل وجود Fe در محلول) استفاده می شود (توجه شما رو به تیتراژ کاش کنید صفحه ۱۹ کتاب «پلونه می توان فلز موهود در یک نمونه را شناسایی کرد» جلب می کنم).

۳) درسته که واکنش پذیری سدیم از آهن بیشتره، ولی این موضوع را از روی این واکنش ها نمی توانیم دریابیم!

نکته: واکنش دو ترکیب (واکنش جابه جایی دوگانه):

جابه جایی دوگانه



در این نوع واکنش ها، جای کاتیون ها، با هم عوض می شود و محصولات، اغلب دو ترکیب دیگر هستند.

شرط انجام واکنش: در فراورده ها حالتی غیر از (aq) داشته باشیم (مثل رسوب (s) یا مایع (l)). در

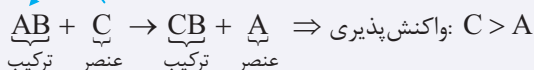
انجام واکنش های جابه جایی دوگانه، انجام واکنش هیچ ارتباطی به واکنش پذیری عنصرها ندارد.

واکنش یک عنصر با یک ترکیب (واکنش جابه جایی یگانه):

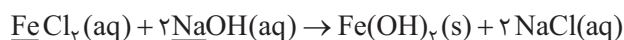
در این واکنش ها جای عنصر با یکی از عنصرهای موجود در ترکیب عوض می شود و محصول، یک عنصر و یک ترکیب است.

شرط انجام واکنش: واکنش پذیری عنصر واکنش دهنده، بیشتر از عنصر فراورده باشد.

به طور کلی واکنشی به طور طبیعی (خودبه خودی) انجام می شود که واکنش پذیری فراورده ها کم تر از واکنش دهنده ها باشد.



در دو واکنش صورت تست، واکنش اصلی بین یون های آهن و آنیون هیدروکسید (OH^-) اتفاق افتاده و تولید رسوب کرده است؛ بنابراین تنها کاتیون، جایگزین کاتیون شده و یون سدیم (Na^+) نقشی در انجام واکنش ندارد؛ به بیان دیگر، در واکنش های جابه جایی دوگانه، تفاوت واکنش پذیری عنصرها مطرح نیست و زمانی واکنش پذیری مطرح می شود که عنصر، جایگزین کاتیون شود.



جابه جایی کاتیون ها

۴) رسوب حاصل از واکنش b، $\text{Fe}(\text{OH})_3$ و واکنش a، $\text{Fe}(\text{OH})_2$ بوده که به ترتیب قرمز آجری و سبزرنگ است.

تست و پاسخ ۷۰



اگر ۳۰/۳ گرم پتاسیم نیترات طبق معادله موازنه نشده زیر تجزیه شود و جرم فراورده جامد

مجموع جرم گازهای تولید شده

تولید شده ۳ گرم بیشتر از ناخالصی های واکنش دهنده باشد، کاهش جرم مخلوط واکنش چند گرم

خواهد بود؟ ($K = 39, O = 16, N = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



۱۶/۲۰ (۴)

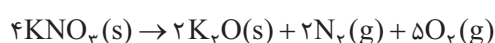
۱۲/۱۵ (۳)

۱۰/۱۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: واکنش موازنه شده به صورت روبه رو است:



اگر درصد خلوص KNO_3 را P درصد ($\frac{P}{100}$) فرض کنیم، جرم فراورده جامد تولید شده (K_2O) برابر است با:

$$30/3 \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3} \times \frac{2 \text{ mol K}_2\text{O}}{4 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{94 \text{ g K}_2\text{O}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}} \times \frac{P}{100} = \frac{141}{1000} P \text{ g K}_2\text{O}$$

روش اول: کسر تبدیل:





روش دوم: کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{30/3 \times P}{100} = \frac{x}{\cancel{4} \times \cancel{101}} = \frac{x}{47} \Rightarrow x = \frac{141}{1000} P$$

با توجه به فرموده طراح سؤال! جرم فراورده جامد (K_2O)، ۳ گرم بیشتر از جرم ناخالصی های KNO_3 می باشد، پس خواهیم داشت:

$$\frac{141}{1000} P - 30/3 \times \frac{(100 - P)}{100} = 3 \Rightarrow \frac{141P}{1000} - 30/3 + \frac{30/3 P}{100} = 3 \Rightarrow \frac{444P}{1000} = 33/3 \Rightarrow P = 75\%$$

جرم ناخالصی های KNO_3 جرم K_2O

فب! تا این جا فهمیدیم که درصد خلوص KNO_3 برابر ۷۵ درصد است. با توجه به این که کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گازهای N_2 و O_2 می باشد، جرم این گازها را حساب می کنیم:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{مجموع جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{30/3 \times 75}{100} = \frac{x}{\cancel{4} \times \cancel{101}} = \frac{x}{(2 \times 28) + (5 \times 32)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \times 75 \times 54}{10 \times 100} = \frac{3 \times 81}{10 \times 2} = \frac{243}{20} = \frac{121.5}{10} = 12.15 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۷۱

تیتانیم را می توان از واکنش موازنه نشده زیر تهیه کرد. اگر در کارخانه ای از مصرف $3/54 \times 10^7$ گرم تیتانیم (IV) کلرید، $7/91 \times 10^6$ گرم فلز تیتانیم به دست آید، بازده درصدی واکنش به تقریب کدام است؟ ($Ti = 48, Cl = 35.5 : g.mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی: معادله موازنه شده واکنش به صورت روبه رو است:

روش اول: کسر تبدیل:

ابتدا مقدار نظری فلز تیتانیم را به دست می آوریم:

$$3/54 \times 10^7 \text{ g TiCl}_4 \times \frac{1 \text{ mol TiCl}_4}{190 \text{ g TiCl}_4} \times \frac{1 \text{ mol Ti}}{1 \text{ mol TiCl}_4} \times \frac{48 \text{ g Ti}}{1 \text{ mol Ti}} = 8/94 \times 10^6 \text{ g Ti}$$

مقدار عملی تیتانیم برابر $7/91 \times 10^6$ گرم است؛ به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{7/91 \times 10^6}{8/94 \times 10^6} \times 100 \approx 88/45\%$$

روش دوم: کسر تناسب:

در حل مسائل بازده درصدی به روش کسر تناسب، حتماً حتماً بازده درصدی را باید در مقدار مربوط به واکنش دهنده ضرب کنیم!

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{3/54 \times 10^7 \times \frac{x}{100}}{1 \times 190} = \frac{7/91 \times 10^6}{1 \times 48} \Rightarrow 3/54 \times 48 \times \frac{x}{100} = 7/91 \times 19$$

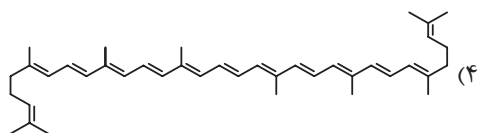
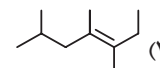
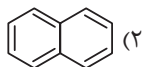
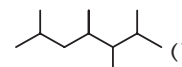
$$x = \frac{7/91 \times 19 \times 100}{3/54 \times 48} = \frac{791 \times 190 \times 100}{354 \times 48} \approx 80 \uparrow \Rightarrow \boxed{4}$$





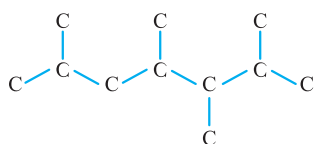
تست و پاسخ ۷۳

در کدام یک از ترکیب‌های آلی زیر، تفاوت شمار کربن‌ها و هیدروژن‌ها، برابر با نصف شمار هیدروژن‌ها است؟



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی راه حل اول: (۱) ترکیب مورد نظر ۱۱ اتم کربن دارد؛ با توجه به این که این ترکیب

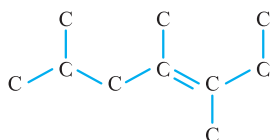


یک آلکان می‌باشد، بنابراین طبق فرمول عمومی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) دارای ۲۴ اتم هیدروژن است.

$$n=11 \Rightarrow C_nH_{2n+2} \Rightarrow C_{11}H_{24} \Rightarrow \text{تفاوت } C \text{ و } H = 24 - 11 = 13 \Rightarrow 13 \neq 12$$

$\downarrow$ تفاوت H و C $\downarrow$ نصف اتم‌های H

(۲) نفتالن دارای فرمول مولکولی $C_{10}H_8$ است. تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن آن برابر $10 - 8 = 2$ بوده که با نصف اتم‌های هیدروژن آن (۴) برابر نمی‌باشد.



(۳) این ترکیب از دسته آلکن‌ها با فرمول عمومی (C_nH_{2n}) است.

$$n=10 \Rightarrow C_nH_{2n} \Rightarrow C_{10}H_{20} \Rightarrow \text{تفاوت } C \text{ و } H = 20 - 10 = 10 \Rightarrow 10 = 10$$

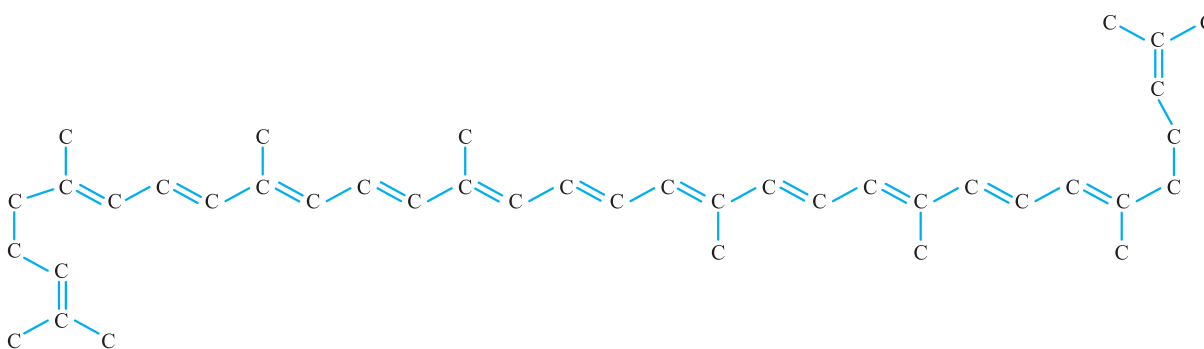
$\downarrow$ تفاوت H و C $\downarrow$ نصف اتم‌های H

(۴)

نکته

$$(\text{تعداد پیوندهای سه گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دو گانه} \times 2) - (2n + 2) = (\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن}) - (1 \times \text{تعداد اتم‌های هالوژن}) - (1 \times \text{تعداد اتم‌های نیتروژن}) + (\text{تعداد حلقه‌ها} \times 2)$$

این ترکیب دارای ۴۰ اتم کربن است. با توجه به این که ۱۳ پیوند دوگانه $C=C$ دارد:



$$H \text{ تعداد اتم‌های } H = (2 \times 40 + 2) - (2 \times 13) = 56 \Rightarrow \text{تفاوت } C \text{ و } H = 56 - 40 = 16 \Rightarrow 16 \neq 28$$

$\downarrow$ تفاوت H و C $\downarrow$ نصف اتم‌های H

راه حل دوم: اگر فرمول یک هیدروکربن را C_xH_y در نظر بگیریم، در این صورت داریم:

$$C_xH_y \Rightarrow \text{تفاوت } C \text{ و } H = y - x, \quad \text{نصف اتم‌های } H = \frac{y}{2}$$

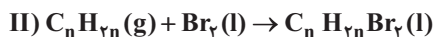
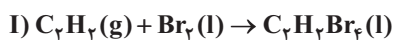
$$\Rightarrow y - x = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{y}{2} = x \Rightarrow y = 2x \Rightarrow \text{فرمول ترکیب: } C_xH_{2x}$$

یعنی ترکیب مورد نظر می‌تواند یک آلکن باشد $\leftarrow$ (۳) درست است.

۷۳

تست و پاسخ

با توجه به واکنش‌های موازنه‌نشده زیر، کدام مورد به یقین درست است؟ ($\text{Br} = 80, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



۱) اگر در مول‌های برابر از واکنش‌دهنده‌های آلی، جرم فراورده واکنش I، به تقریب ۱/۷۱ برابر جرم فراورده واکنش II باشد، پروپین واکنش‌دهنده واکنش II است.

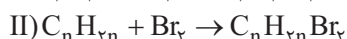


۲) در این واکنش‌ها، با از بین رفتن رنگ قرمز برم مایع، جرم مخلوط واکنش افزایش می‌یابد.

۳) درصد جرمی کربن، در فراورده واکنش II، می‌تواند برابر با ۶/۸۹ درصد باشد.

۴) همه هیدروکربن‌هایی که درصد جرمی کربن در خانواده آن‌ها ثابت است، می‌توانند در واکنش II شرکت کنند.

پاسخ: گزینه ۱

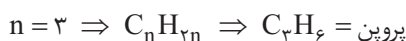


پاسخ تشریحی ۱ طبق واکنش‌های موازنه‌شده:

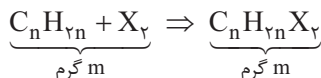
در مول‌های برابر از واکنش‌دهنده، مول‌های برابری از فراورده خواهیم داشت؛ پس نسبت جرم این دو ماده، برابر با نسبت جرم مولی آن‌ها است، بنابراین:

$$\frac{\text{جرم } \text{C}_7\text{H}_7\text{Br}_2}{\text{جرم } \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2} = \frac{346}{14n+160} \approx 1/71 \Rightarrow \frac{346}{14n+160} \approx \frac{171}{100} \Rightarrow 14n+160 \approx 200 \Rightarrow 14n \approx 40 \Rightarrow n = \frac{40}{14} \approx 3$$

فرمول مولکولی واکنش‌دهنده آلی واکنش II، C_nH_{2n} است. این فرمول عمومی مربوط به آلکن‌ها و سیکلوآلکن‌ها می‌باشد؛ از آن‌جا که در بین این دو گروه تنها آلکن‌ها با برم مایع واکنش می‌دهند، بنابراین واکنش‌دهنده مورد نظر قطعاً یک آلکن است:



۲) بر اثر انجام واکنش‌های داده‌شده، مولکول‌های برم (Br_2) که قرمز رنگ هستند، مصرف شده و تبدیل به ترکیب بی‌رنگ می‌شوند؛ اما طبق



قانون بقای جرم، در این واکنش‌ها جرم مخلوط اولیه و فراورده نهایی با هم برابر است:

۳) درصد جرمی کربن در $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2$ برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن در } \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{Br}_2 = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{12 \times n}{(14 \times n) + 160} \times 100 = 6/89 \Rightarrow n = 1$$

تنها در صورتی درصد جرمی کربن در این ترکیب برابر ۶/۸۹ خواهد بود که تعداد کربن‌های آن برابر ۱ باشد، اما هیچ آلکنی با ۱ کربن نداریم!

۴) درصد جرمی کربن و درصد جرمی هیدروژن در آلکن‌ها و سیکلوآلکن‌ها (با فرمول C_nH_{2n}) عددی ثابت است، اما فقط آلکن‌ها در واکنش افزایشی با برم شرکت می‌کنند.

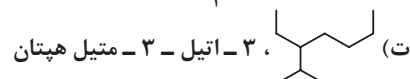
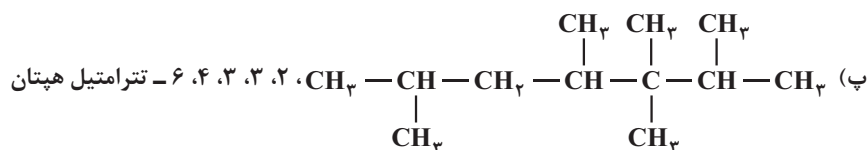
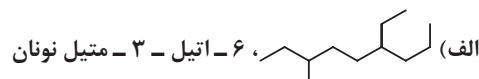
$85/7 = \text{درصد جرمی C} \Rightarrow (\text{آلکن‌ها و سیکلوآلکن‌ها}) \text{C}_n\text{H}_{2n} \Leftarrow \text{درصد جرمی H} = 14/3$

نکته

۷۴

تست و پاسخ

نام کدام ترکیب درست بوده و کدام دو ترکیب ایزومر یکدیگرند؟



۴) ب - پ و ت

۳) پ - ب و ت

۲) ب - الف و پ

۱) الف - ب و پ

پاسخ: گزینه ۲



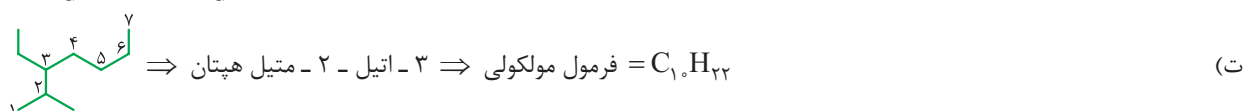
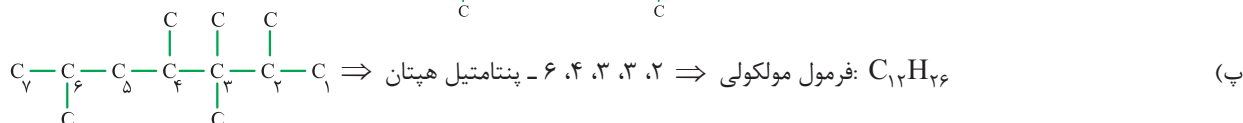
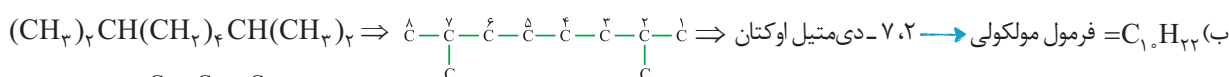
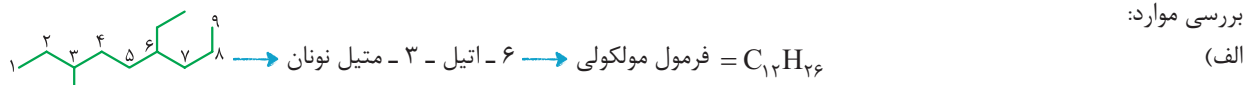
پاسخ تشریحی

نام مورد «ب» درست و ترکیبات «الف» و «پ» با یکدیگر ایزومرند.

نکته

به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر یا همپار می‌گویند.

بررسی موارد:



توجه داشته باشید که نام ترکیب «الف» هم درست بوده و ترکیب‌های «ب» و «ت» نیز ایزومر یکدیگرند، اما چنین گزینه‌ای وجود ندارد!

تست و پاسخ ۷۵

مجموع انرژی جنبشی ذره‌ها

کدام یک از موارد زیر، با انرژی گرمایی یک نمونه ماده، رابطه مستقیم ندارد؟

- (۱) میانگین تندی ذره‌های سازنده
- (۲) جرم توده ماده
- (۳) ارزش سوختی نمونه ماده
- (۴) میانگین انرژی جنبشی ذره‌های ماده

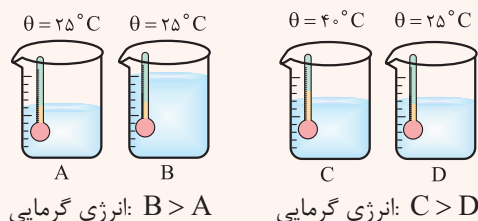
پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

● به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده، انرژی گرمایی آن ماده می‌گویند. انرژی گرمایی هم به دما و هم به تعداد ذره‌های سازنده (جرم) ماده بستگی دارد. اگر تعداد ذره‌های سازنده دو نمونه از یک ماده برابر باشد، نمونه‌ای با دمای بیشتر، انرژی گرمایی بیشتری دارد و اگر دمای دو نمونه از یک ماده برابر باشد، نمونه‌ای با تعداد ذره‌های سازنده (جرم) بیشتر، انرژی گرمایی بیشتری خواهد داشت.

مثال:

● با توجه به این که انرژی گرمایی، هم به دما و هم به تعداد ذره‌های سازنده ماده بستگی دارد، **هواستون باشه که:**



(۱) ممکن است دمای یک ماده بالاتر از یک ماده دیگر باشد، اما انرژی گرمایی آن کم‌تر باشد.

(۲) ممکن است دو ماده دمای یکسانی داشته باشند اما انرژی گرمایی آن‌ها متفاوت باشد.

(۳) ممکن است دو ماده انرژی گرمایی یکسانی داشته باشند، اما دمای آن‌ها متفاوت باشد.

● انرژی گرمایی برای توصیف یک نمونه ماده به کار می‌رود.

● جهت جاری شدن انرژی گرمایی، از ماده‌ای با دمای بالاتر به ماده‌ای با دمای پایین‌تر است.

● در یک واکنش شیمیایی در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها وجود ندارد.

● انرژی گرمایی قابل اندازه‌گیری نیست.

پاسخ تشریحی

انرژی گرمایی هم به دما و هم به جرم ماده وابسته است و با هر کدام رابطه مستقیم دارد. با توجه به این که دمای یک ماده، تعیین‌کننده میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده ماده است، در دو نمونه با جرم برابر، نمونه‌ای با دمای بیشتر (میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده بیشتر)، انرژی گرمایی بیشتری نیز دارد. توجه کنید که انرژی گرمایی با ارزش سوختی (مقدار انرژی حاصل از سوختن یا اکسایش یک گرم از ماده)، اصلاً رابطه‌ای ندارد!



تست و پاسخ ۷۶

کدام مورد درست است؟ ($C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) برای تأمین انرژی لازم برای تبخیر ۲ مول آب با آنتالپی تبخیر 40 کیلوژول بر مول، به راحتی می توان $12/8$ گرم کربن را در واکنش $C(s) + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$ ، $\Delta H = -75 \text{ kJ.mol}^{-1}$ مصرف کرد.
- (۲) میانگین انرژی جنبشی به حالت فیزیکی یک نوع ماده وابسته نبوده و تنها به دمای آن بستگی دارد، به طوری که میانگین انرژی جنبشی یک مول آب 10°C برابر با ۱ مول بخار آب 10°C است.
- (۳) آنتالپی فراورده ها و واکنش دهنده های یک واکنش، در واقع مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل ذره های سازنده آن هاست، به طوری که تغییر در انرژی جنبشی فراورده ها و واکنش دهنده ها به صورت گرما مبادله می شود.
- (۴) واکنش تولید اوزون از اکسیژن، یک واکنش برگشت پذیر بوده و به ازای ضرایب مولی واکنش موازنه شده آن، آنتالپی به اندازه 143 کیلوژول افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده تنها به دمای ماده وابسته است. هر چه دما بالاتر، میانگین انرژی جنبشی ذرات نیز بیشتر خواهد بود. درست است که کتاب درسی فرموده: «جنبش های نامنظم ذره ها در حالت گاز شدیدتر از مایع و آن هم شدیدتر از حالت جامد است» ولی این عبارت، در واقع توضیح شکل ۱ در صفحه ۵۶ کتاب درسی با عنوان «اثر دما بر میزان جنبش مولکول ها» است. در واقع چون دمای ماده در حالت گاز بیشتر از بقیه است، جنبش های آن هم شدیدتر است! بررسی سایر عبارت ها:

۱) **کی گفته به راحتی؟** تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است. البته به جز عبارت «به راحتی»، بقیه قسمت های این عبارت، صحیح است. با توجه به آنتالپی تبخیر آب (مقدار گرمای جذب شده توسط یک مول آب و تبدیل آن به حالت بخار)، جرم کربن مصرف شده برای تأمین انرژی لازم برای تبخیر ۲ مول آب را حساب می کنیم:



$$2 \text{ mol } H_2O \times \frac{40 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{1 \text{ mol } C}{75 \text{ kJ}} \times \frac{12 \text{ g } C}{1 \text{ mol } C} = 12/8 \text{ g } C$$

۲) آنتالپی (H) یا محتوای انرژی، انرژی کل یک سامانه یعنی مجموع انرژی جنبشی (گرمایی) و انرژی پتانسیل (شیمیایی) است، اما تغییر آنتالپی (ΔH) که به شکل مبادله گرما با محیط پیرامون ظاهر می شود، به دلیل تفاوت در انرژی پتانسیل فراورده ها و واکنش دهنده هاست نه تفاوت انرژی جنبشی!

۳) واکنش تولید گاز اوزون از گاز اکسیژن، یک واکنش برگشت پذیر است. تولید گاز اوزون از گاز اکسیژن، فرایندی گرماگیر ($\Delta H > 0$) و واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، گرماده ($\Delta H < 0$) می باشد. با توجه به این که برای تولید یک مول گاز اوزون از گاز اکسیژن، آنتالپی به اندازه 143 kJ افزایش می یابد، به ازای ضرایب مولی واکنش موازنه شده، خواهیم داشت:

$$2 \text{ mol } O_3 \times \frac{143 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } O_3} = 286 \text{ kJ}$$

تست و پاسخ ۷۷

یک قطعه فلز به شکل مکعب مربع و به طول ضلع ۲ سانتی متر در دمای اتاق در اختیار داریم. به این قطعه 500 ژول گرما می دهیم. اگر دمای نهایی آن به $42/5^\circ\text{C}$ برسد، با توجه به جدول زیر، این فلز کدام می تواند باشد؟

Fe	Cu	Ag	Al	نماد فلز
۰/۴۵	۰/۳۸	۰/۲۳	۰/۹۰	گرمای ویژه ($\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$)
۷/۹	۹/۰	۱۰/۵	۲/۷	چگالی (g.cm^{-3})

Al (۱)

Ag (۲)

Cu (۳)

Fe (۴)

پاسخ: گزینه ۴





پاسخ تشریحی

راه حل اول: ابتدا باید به کمک حجم مکعب مربع و چگالی فلزهای داده شده، جرم هر فلز را حساب کنیم:

$$a^3 = 2^3 = 8 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم مکعب مربع}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \text{حجم} \Rightarrow \begin{cases} \text{Al: } 2/7 = \frac{\text{جرم}}{8} \Rightarrow \text{جرم} = 21/6 \text{ g} \\ \text{Ag: } 10/5 = \frac{\text{جرم}}{8} \Rightarrow \text{جرم} = 84 \text{ g} \\ \text{Cu: } 9 = \frac{\text{جرم}}{8} \Rightarrow \text{جرم} = 72 \text{ g} \\ \text{Fe: } 7/9 = \frac{\text{جرم}}{8} \Rightarrow \text{جرم} = 63/2 \text{ g} \end{cases}$$

حالا به کمک اطلاعات داده شده، گرمای ویژه هر کدام را حساب می کنیم:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 42/5 - 25 = 17/5^\circ\text{C}$$

دمای اتاق دمای نهایی

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta} \Rightarrow \begin{cases} \text{Al: } c = \frac{500}{21/6 \times 17/5} = 1/3 \\ \text{Ag: } c = \frac{500}{84 \times 17/5} = 0/34 \\ \text{Cu: } c = \frac{500}{72 \times 17/5} = 0/40 \\ \text{Fe: } c = \frac{500}{63/2 \times 17/5} = 0/45 \end{cases}$$

فسته نباشی دلور، شرافوت پهلوان! با توجه به گرمای ویژه به دست آمده، تنها مقدار به دست آمده با گرمای ویژه آهن (Fe) مطابقت دارد.

راه حل دوم: به جای این محاسبات، می توانیم حاصل ضرب چگالی در گرمای ویژه را برای فلز مورد نظر حساب کنیم و با فلزهای داده شده مقایسه کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta = \text{چگالی} \times \text{حجم} \times c \times \Delta\theta \Rightarrow \text{چگالی} \times c = \frac{Q}{\text{حجم} \times \Delta\theta} = \frac{500}{8 \times 17/5} = \frac{500}{4 \times 34} = \frac{25}{4 \times 7} = \frac{25}{28} = \frac{21+4}{28} = 3 + \frac{4}{7}$$

بزرگ تر از 3/5

$$\text{چگالی} \times c \Rightarrow \begin{cases} \text{Al: } 2/7 \times 0/90 = 3/5 \text{ کم تر از } (2/43) \times \\ \text{Ag: } 10/5 \times 0/23 = 3/5 \text{ کم تر از } (2/415) \times \\ \text{Cu: } 9/0 \times 0/38 = 3/5 \text{ کم تر از } (3/42) \times \\ \text{Fe: } 7/9 \times 0/45 = 3/5 \text{ بیشتر از } (3/555) \checkmark \end{cases}$$

حالا برای فلزهای داده شده داریم:

بنابراین فلز مورد نظر آهن است.

تست و پاسخ ۷۸



اگر از واکنش ۸/۴ گرم اتیلن در واکنش موازنه نشده $\text{C}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{F}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CF}_4(\text{g}) + \text{HF}(\text{g})$ ، ۸۷۴/۲ کیلوژول گرما آزاد شود، با توجه به جدول زیر، میانگین آنتالپی پیوند کربن - کربن در اتیلن کدام است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

علامت آنتالپی منفی است.

پیوند دوگانه C=C

پیوند	H-F	C-F	C-H	F-F
آنتالپی (kJ.mol^{-1})	۵۶۵	۴۸۵	۴۲۲	۱۵۴

۶۲۶ (۴)

۶۱۴ (۳)

۳۱۳ (۲)

۳۰۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



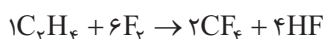


خودت حل کنی بهتره باتوجه به رقم اول گزینه‌ها هم می‌توانستیم به پاسخ برسیم: $-2914 = x + 4(422) + 6(154) - 8(485) - 4(565)$

$$\Rightarrow x = \frac{-2914 - 4(422) - 6(154) + 8(485) + 4(565)}{-4} = -16$$

رقم‌های اول:

وقتی در نهایت رقم اول برابر -۱۶ است، یعنی پاسخ مورد نظر یا عددی منفی با یکان ۶ بوده یا عددی مثبت با یکان ۴. **۳**



پاسخ تشریحی گام اول: واکنش موازنه شده به صورت مقابل است:

گام دوم: مقدار آنتالپی واکنش را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} gC_7H_6 \times \frac{1}{28} gC_7H_6 \times \frac{Q}{1 mol C_7H_6} = 874 / 2 kJ \Rightarrow Q = 2914 kJ$$

چون در این واکنش گرما آزاد شده است، پس واکنش گرماده بوده و مقدار ΔH آن برابر با -2914 کیلوژول است.

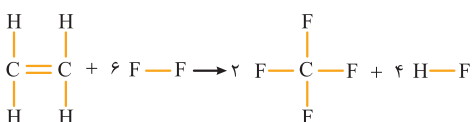
نکات برای به دست آوردن آنتالپی یک واکنش از طریق آنتالپی پیوندهای مختلف باید به دو مورد زیر توجه کرد:

۱ تمام مواد شرکت کننده در واکنش، حالت فیزیکی گاز داشته باشند.

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده} \right]$$

۲

گام سوم: فرمول ساختاری مواد شرکت کننده در واکنش را رسم می‌کنیم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\Delta H(C=C) + 4\Delta H(C-H) + 6\Delta H(F-F)] - [8\Delta H(C-F) + 4\Delta H(H-F)]$$

$$\Rightarrow -2914 = [x + 4(422) + 6(154)] - [8(485) + 4(565)] \Rightarrow x = 614 kJ$$

تست و پاسخ ۷۹

جدول زیر، آنتالپی سوختن برخی ترکیب‌های آلی را در دمای $25^\circ C$ نشان می‌دهد. با توجه به آن، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

ماده آلی	آنتالپی سوختن ($kJ.mol^{-1}$)	ماده آلی	آنتالپی سوختن ($kJ.mol^{-1}$)
$CH_4(g)$	-890	$C_7H_6(g)$	-1938
$C_7H_6(g)$	-1560	$CH_3OH(l)$	-726
$C_7H_6(g)$	-1410	$C_7H_5OH(l)$	-1368
$C_7H_6(g)$	-2058		

- ارزش سوختن اتان، حدود ۲۲ کیلوژول بیشتر از ارزش سوختی اتانول است. C_2H_5OH
- آنتالپی سوختن پروپان را می‌توان حدود -2230 کیلوژول بر مول در نظر گرفت. C_3H_8
- گرمای واکنش $C_7H_6(g) + 4O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 2H_2O(g)$ می‌تواند کم‌تر از ۱۹۳۸ کیلوژول بر مول باشد. C_7H_6
- تفاوت آنتالپی واکنش موازنه شده سوختن کامل پروپین و پروپین در دمای $25^\circ C$ برابر ۱۲۰ کیلوژول است. C_3H_6

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و سوم درست‌اند.

نکات

- ۱) به مقدار گرمای آزاد شده به ازای سوختن کامل ۱ مول ماده سوختنی در دمای اتاق، آنتالپی سوختن آن ماده گفته می شود.
- ۲) ارزش سوختی یک ماده سوختنی از رابطه روبه رو محاسبه می شود:
- ۳) سطح انرژی مواد خالص در حالت های فیزیکی مختلف به صورت جامد > مایع > گاز است.

• ارزش سوختی اتان و اتانول برابر است با:

$$(C_2H_6) \text{ ارزش سوختی اتان} = \frac{|\Delta H_{\text{سوختن}}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow x = \frac{|-1560|}{3} = 520 \text{ kJ.g}^{-1}$$

$$(C_2H_5OH) \text{ ارزش سوختی اتانول} = \frac{|\Delta H_{\text{سوختن}}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow x = \frac{|-1368|}{46} = 29.7 \text{ kJ.g}^{-1}$$

ارزش سوختی اتان به تقریب ۲۲ کیلوژول بیشتر است.

• اختلاف قدرمطلق آنتالپی سوختن اتان و متان با اختلاف قدرمطلق آنتالپی سوختن پروپان و اتان برابر است، بر این اساس می توان نوشت:

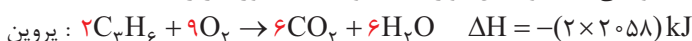
$$1560 - 890 = x - 1560 \Rightarrow x = 2230$$

چون فرایند سوختن گرماده است، لذا مقدار آنتالپی سوختن عددی منفی بوده و برابر -2230 کیلوژول بر مول است.

• آنتالپی سوختن پروپین برابر با -1938 کیلوژول بر مول است، یعنی از سوختن کامل ۱ مول پروپین در دمای اتاق، 1938 کیلوژول گرما آزاد می شود. در دمای اتاق، H_2O به حالت مایع است و در واکنش انجام شده، H_2O به حالت گاز نوشته شده است. از آن جا که واکنش گرماده است، می توان نمودار روبه رو را رسم کرد.

اگر H_2O به حالت گاز باشد، گرمای آزاد شده طی انجام واکنش کمتر است.

• مطابق جدول، آنتالپی سوختن پروپین و پروپین به ترتیب برابر با -2058 و -1983 کیلوژول بر مول بوده و تفاوت این مقادیر برابر با 120 کیلوژول است، اما آنتالپی سوختن به ازای سوختن یک مول ماده سوختی است. واکنش موازنه شده دو ماده به صورت زیر است:



تفاوت ΔH واکنش های موازنه شده برابر با 2178 کیلوژول است.

تست و پاسخ ۸۰

کدام مورد نادرست است؟

۱) اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، تغییرات آنتالپی آن نیز از جمع جبری تغییرات آنتالپی همان واکنش ها به دست می آید.

۲) تهیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) با نام تجاری آب اکسیژنه از عناصر سازنده اش، یک واکنش دومرحله ای گرماده است.



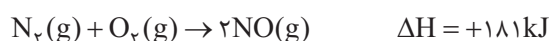
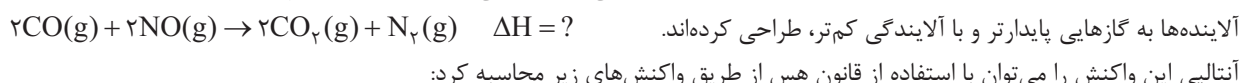
۳) تهیه آمونیاک به روش هابر، یک واکنش دومرحله ای است که فراورده مرحله اول آن ناپایدارتر از فراورده واکنش کلی است.

۴) شیمی دان های هواکره یک واکنش گرماگیر را برای تبدیل آلاینده های NO و CO به گازهای پایدارتر و با آلاینده گی کمتر، طراحی کرده اند.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی در «خود را بیازمایید» صفحه ۷۶ کتاب درسی می بینیم که:

گازهای آلاینده مانند NO و CO از آگروز خودروها به هواکره وارد می شوند. شیمی دان های هواکره انجام واکنش زیر را برای تبدیل این آلاینده ها به گازهایی پایدارتر و با آلاینده گی کمتر، طراحی کرده اند.

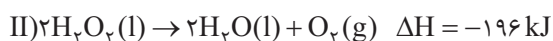
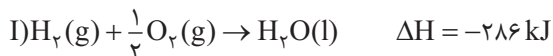


آنتالپی واکنش هدف برابر با -747 کیلوژول است و باید بدانیم که این واکنش، یک واکنش گرماده به حساب می آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

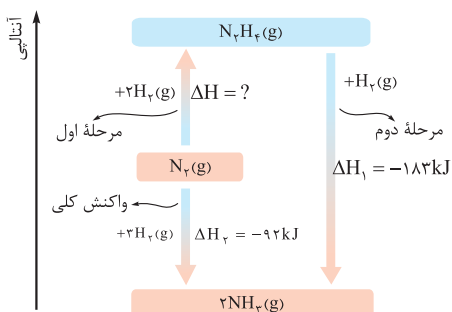
۱) مطابق قانون هس اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، تغییرات آنتالپی آن نیز از جمع جبری تغییرات آنتالپی همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

۲) هیدروژن پراکسید (H_2O_2) ماده‌ای است که با نام تجاری آب‌اکسیژنه به فروش می‌رسد. با استفاده از واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش $H_2(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O_2(l)$ را می‌توان محاسبه کرد.



برای رسیدن به واکنش کلی، کافی است که واکنش دوم را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرد. اکنون آنتالپی واکنش کلی برابر است با:

$$\Delta H_{\text{کلی}} = \Delta H_{(I)} + (-\frac{1}{2} \Delta H_{(II)}) \Rightarrow \Delta H_{\text{کلی}} = -286 + \frac{196}{2} = -188 \text{ kJ}$$



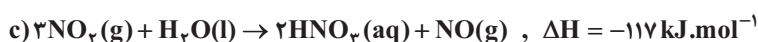
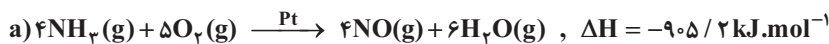
چون مقدار ΔH ، عددی منفی است، لذا باید بدانیم که این واکنش گرماده است.

۳) شواهد تجربی نشان می‌دهند که تهیه آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن، مطابق نمودار زیر یک واکنش دمرحله‌ای است.

فرآورده مرحله اول، هیدرازین (N_2H_4) بوده که سطح انرژی بالاتری نسبت به فرآورده واکنش کلی یعنی آمونیاک (NH_3) دارد. بر این اساس هیدرازین از آمونیاک ناپایدارتر است.

تست و پاسخ ۸۱

تهیه نیتریک اسید به روش استوالد، از طریق واکنش‌های پشت سر هم زیر است:



با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش $2NH_3(g) + 4O_2(g) + H_2O(l) \rightarrow 2HNO_3(aq) + 3H_2O(g)$ برحسب کیلوژول بر مول، کدام است؟

$$-1484/2 (4)$$

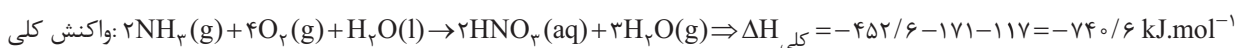
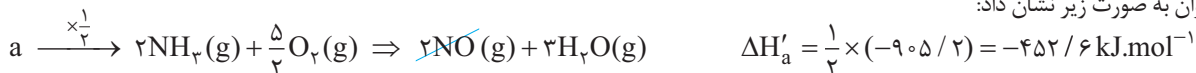
$$-1481/2 (3)$$

$$-742/1 (2)$$

$$-740/6 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: اگر واکنش a را در $\frac{1}{2}$ و واکنش b را در $\frac{3}{2}$ ضرب کنیم و واکنش c بدون تغییر باشد، به واکنش کلی خواهیم رسید. این روند را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



تست و پاسخ ۸۲

کدام یک از عوامل زیر، باعث افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی نمی‌شود؟

(۴) محیط خشک

(۳) وجود اکسیژن

(۲) محیط تاریک

(۱) محیط سرد

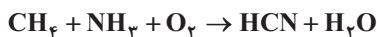
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: وجود اکسیژن باعث افزایش سرعت فساد مواد غذایی می‌شود و زمان ماندگاری غذا در حضور اکسیژن، کاهش می‌یابد. به طور کلی تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است.



تست و پاسخ ۸۳

در مورد واکنش گازی داده شده، پس از موازنه آن، کدام مورد نادرست است؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



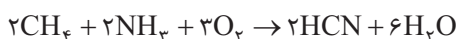
- (۱) سرعت متوسط تشکیل $2/34$ گرم هیدروژن سیانید با سرعت متوسط مصرف $2/912$ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP برابر است.
 (۲) سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده های دارای هیدروژن با سرعت متوسط تولید فراورده بدون اکسیژن برابر بوده و دو برابر سرعت متوسط واکنش است.

HCN

CH_4 و NH_3

- (۳) اگر در یک مدت زمان معین، $3/4$ گرم آمونیاک مصرف شود، در نصف این مدت زمان، $5/4$ گرم بخار آب تشکیل می شود.
 (۴) در شرایط STP، سرعت متوسط مصرف متان بر حسب $L.min^{-1}$ برابر سرعت متوسط تولید بخار آب بر حسب $mol.s^{-1}$ است.

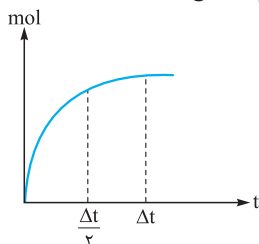
پاسخ: گزینه ۳



معادله موازنه شده واکنش به صورت مقابل است:

اگر سرعت متوسط واکنش ثابت باشد، چون در مدت زمان Δt ، $3/4$ گرم آمونیاک مصرف شده است، پس در مدت زمان Δt ، $1/7$ گرم از آن مصرف می شود. از این رو می توان نوشت:

$$1/7 g NH_3 \times \frac{1 mol NH_3}{17 g NH_3} \times \frac{6 mol H_2O}{2 mol NH_3} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 5/4 g H_2O$$



اما سرعت متوسط واکنش و یا سرعت متوسط تولید H_2O ثابت نیست. مطابق نمودار مقابل، شیب نمودار «مول - زمان» برای تولید H_2O کاهش می یابد و در مدت زمان Δt ، مقدار تولید شده آب نمی تواند $5/4$ گرم باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

نکات ۱ سرعت متوسط مصرف یا تولید یک ماده در یک واکنش شیمیایی و در یک بازه زمانی خاص، متناسب با ضرایب استوکیومتری آنها است. برای مثال در واکنش $A \rightarrow 2B$ ، در مدت زمان Δt ، سرعت متوسط B ، 2 برابر سرعت متوسط A است.

۲ اگر سرعت تولید یا مصرف هر یک از مواد شرکت کننده در واکنش را بر ضریب استوکیومتری شان تقسیم کنیم، سرعت متوسط واکنش به دست می آید:

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

بنابراین سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید یا مصرف موادی که ضریب استوکیومتری آنها برابر ۱ می باشد، یکسان است.

۱ با گذشت مدت زمان معین، حجم گاز O_2 مصرف شده برابر است با:
 $2/34 g HCN \times \frac{1 mol HCN}{27 g HCN} \times \frac{3 mol O_2}{2 mol HCN} \times \frac{22/4 L O_2}{1 mol O_2} = 2/912 L O_2$
 بنابراین، سرعت متوسط این دو در این بازه زمانی برابر است.

۲ چون ضریب استوکیومتری واکنش دهنده های هیدروژن دار یعنی CH_4 و NH_3 با ضریب استوکیومتری فراورده بدون اکسیژن یعنی HCN برابر است، می توان نوشت:

$$\bar{R}_{NH_3} = \bar{R}_{CH_4} = \bar{R}_{HCN}$$

همچنین سرعت متوسط واکنش برابر است با:

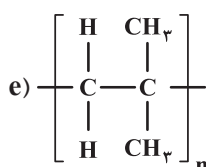
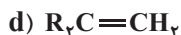
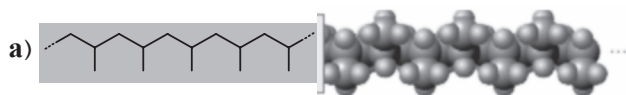
۴ در مدت زمان a ثانیه، اگر 2 مول متان مصرف شود، 6 مول H_2O تولید می شود. بر این اساس می توان نوشت:

$$\frac{\bar{R}_{CH_4} (L.min^{-1})}{\bar{R}_{H_2O} (mol.s^{-1})} = \frac{\frac{\Delta V_{CH_4}}{\Delta t (min)}}{\frac{\Delta n_{H_2O}}{\Delta t (s)}} \Rightarrow \frac{\bar{R}_{CH_4}}{\bar{R}_{H_2O}} = \frac{2 mol CH_4 \times \frac{22/4 L CH_4}{1 mol CH_4}}{6 mol H_2O} \times \frac{a s \times \frac{1 min}{60 s}}{a s} = \frac{44/8 \times 60}{6} = 448$$



تست و پاسخ ۸۴

کدام یک از موارد زیر، در رابطه با مونومر یا پلیمر ساختارهای داده شده درست است؟ ($\text{Cl} = 35/5, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



الف) درصد جرمی کربن در واحد تکرارشونده ترکیب b، ۴۸۸٪ برابر درصد جرمی کربن در مونومر ترکیب e است.
ب) اگر گروه‌های هیدروکربنی R در ترکیب d با هم مشابه نباشند، درصد جرمی کربن در پلیمر حاصل از این ترکیب به یقین حدود ۸۵ درصد است.
پ) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در واحد تکرارشونده پلیمر حاصل از ترکیب c، دو برابر شمار الکترون‌های ناپیوندی مونومر ترکیب b است.
ت) پلیمر a می‌تواند از واکنش پلیمری شدن ترکیب d ایجاد شود، به شرطی که گروه‌های R در ترکیب d مشابه باشند.

ب و پ (۴)

پ و ت (۳)

الف و پ (۲)

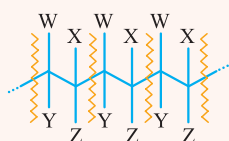
الف، ب و پ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

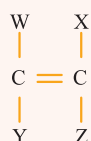
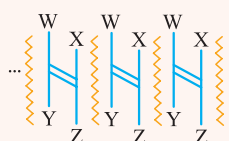
پاسخ تشریحی: موارد «الف» و «پ» درست‌اند.

درس‌نامه تشخیص مونومر از ساختار یک پلیمر

در برخی از سؤال‌ها، ساختار یک پلیمر داده شده و از شما خواسته می‌شود که فرمول شیمیایی یا ساختار و یا نام مونومر را حدس بزنید. به این منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم:

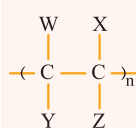


مرحله اول: ابتدا پیوندهای اشتراکی یگانه کربن - کربن در زنجیر اصلی پلیمر مورد نظر را به صورت یک‌درمیان می‌شکنیم:

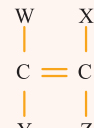


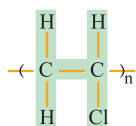
مرحله دوم: پیوند یگانه C-C واحدهای تکرارشونده را به پیوند دوگانه C=C تبدیل می‌کنیم:

در مواقعی که ساختار گسترده پلیمر داده نشده و ساختار آن به صورت واحد تکرارشونده آن نشان داده شده است، برای تشخیص مونومر سازنده، فقط کافی است زیروند n و پرانتز آن را حذف و پیوند C-C را به پیوند C=C تبدیل کنیم:



تعیین مونومر





الف) مطابق شکل مقابل، واحد تکرارشونده پلیمر b با رنگ سبز مشخص شده و فرمول مولکولی آن به صورت C_2H_3Cl است. فرمول مولکولی مونومر سازنده پلیمر e نیز به صورت C_2H_3Cl است.

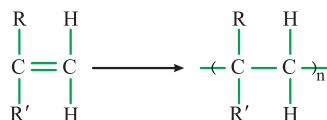
$$C_2H_3Cl \text{ در درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم اتم های کربن}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{2 \times 12}{62.5} \times 100$$

$$C_2H_3Cl \text{ در درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم اتم های کربن}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 \Rightarrow y = \frac{4 \times 12}{56} \times 100$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times 12 \times 100}{\frac{62.5}{2} \times 12 \times 100} = \frac{56}{125} = \frac{56}{1000} = \frac{56 \times 8}{1000} = 0.448$$

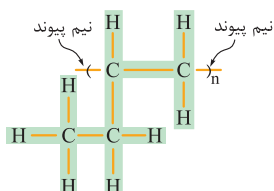
نسبت خواسته شده برابر است با:

ب) واکنش پلیمری شدن مونومر d، در صورتی که گروه های R در آن مشابه نباشند به صورت زیر است:

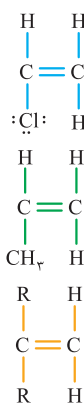


اگر R و R' سیر شده و فاقد حلقه باشند، فرمول پلیمر به صورت $(C_nH_{2n})_n$ خواهد بود و درصد جرمی کربن در آن حدود ۸۵٪ است، اما اگر R یا R' سیر نشده و یا دارای حلقه باشد، نمی توان گفت که درصد جرمی کربن در آن به یقین حدود ۸۵٪ است.

پ) واحد تکرارشونده حاصل از ترکیب C با رنگ سبز در شکل زیر، نشان داده شده است:



در شکل مقابل، ۱۱ جفت الکترون پیوندی و دو نیم پیوند، که معادل با یک پیوند است، وجود دارد؛ بنابراین در واحد تکرارشونده آن ۱۲ جفت الکترون پیوندی وجود دارد. ساختار مونومر سازنده پلیمر b نیز به صورت مقابل است:



در ساختار رسم شده، ۳ جفت الکترون ناپیوندی یا ۶ الکترون ناپیوندی وجود دارد. نسبت خواسته شده در این عبارت برابر با ۲ است.

ت) مونومر حاصل از پلیمر a، پروپین بوده و ساختار آن به صورت مقابل است:

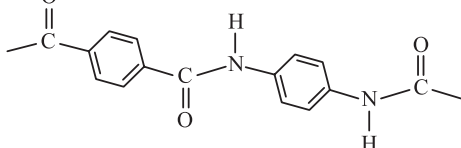
اما ساختار مونومر ترکیب d را ببینید:

اگر یکی از گروه های R، به صورت H- بوده و دیگری به صورت CH₃- باشد، می تواند پلیمر a را تولید کند؛ یعنی گروه های R نباید مشابه باشند!

تست و پاسخ ۸۵

شکل زیر، بخشی از ساختار مولکول کولار را نشان می دهد. با توجه به آن، چند مورد از عبارات داده شده درست هستند؟

$$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1})$$



• یک نوع پلی آمید است که گروه هیدروکربنی موجود در ساختار مونومرهای آن مشابه یکدیگر است.

• تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده آن، ۳ برابر جرم مولی فراورده جانبی تولید این پلیمر است.

• این مولکول را می توان از واکنش پلیمری شدن یک نوع مونومر، که در ساختار آن گروه عاملی کربوکسیل و گروه عاملی آمین وجود داشته باشد، تهیه کرد.

• نوع نیروهای بین مولکول های آن در استیک اسید هم وجود دارد، اما مجموع نیروهای بین مولکولی آن کم تر از استیک اسید است.



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

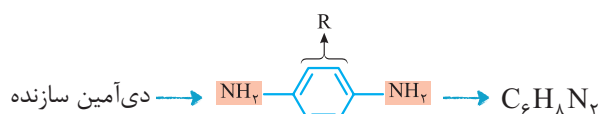
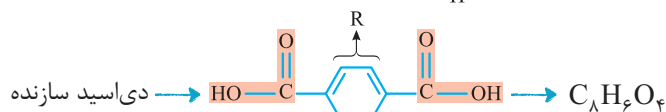
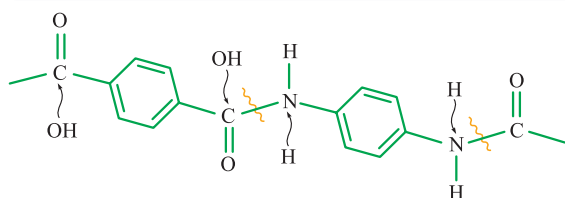


پاسخ تشریحی فقط عبارت اول درست است.

نکته پلی آمیدها از واکنش دی اسید با دی آمین حاصل می شوند. برای پیدا کردن مونومرهای سازنده یک پلی آمید، کافی است که پیوند آمیدی $\begin{matrix} O \\ || \\ C-N \end{matrix}$ شکسته شود و به طرف دی اسید، دو گروه OH و به طرف دی آمین، دو اتم H اضافه شود.

عبارت اول:

مونومرهای سازنده کولار به شکل مقابل از ساختار آن جدا می شود.

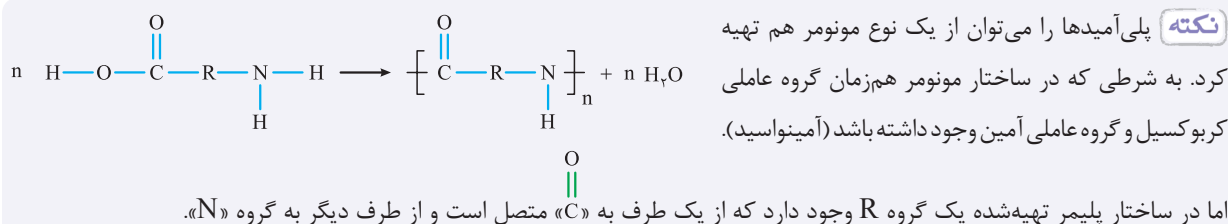


گروه هیدروکربنی (R) در هر دو ترکیب، حلقه بنزنی بوده و یکسان است.

عبارت دوم: جرم مولی دی اسید ($\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$) برابر با ۱۶۶ گرم بر مول و جرم مولی دی آمین ($\text{C}_6\text{H}_8\text{N}_2$) برابر با ۱۰۸ گرم بر مول بوده و تفاوت جرم مولی آن ها برابر با ۵۸ گرم بر مول است. فرآورده جانبی واکنش پلیمری شدن نیز آب (H_2O) بوده که جرم مولی آن برابر ۱۸ گرم بر مول است. نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{58}{18} = 3/2$$

عبارت سوم:



در ساختار کولار، دو گروه بنزن داریم، یک گروه بنزن از هر دو طرف به گروه «C» متصل بوده و یک گروه بنزن دیگر از هر طرف به گروه «N» متصل است؛ بنابراین این ساختار نمی تواند تنها از یک نوع مونومر تهیه شده باشد.

ت) در ساختار کولار به دلیل پیوند $\text{N}-\text{H}$ ، پیوند هیدروژنی بین مولکول های آن ایجاد می شود. در ساختار استیک اسید ($\text{CH}_3-\text{C}(=\text{O})-\text{OH}$) به دلیل پیوند $\text{O}-\text{H}$ ، پیوند هیدروژنی برقرار است، اما مجموع نیروهای بین مولکولی در کولار به دلیل جرم مولی زیاد، بسیار بیشتر از استیک اسید است.

تست و پاسخ ۸۶

اگر از واکنش ۵۴۰ گرم اگزالیک اسید ($\text{HOOC}-\text{COOH}$) و مقدار کافی از $\text{H}_2\text{N}-\text{R}-\text{NH}_2$ ، ۵۱۳ گرم پلیمر تولید شود، فرمول مولکولی دی آمین مصرفی کدام بوده و شمار جفت الکترون های پیوندی در ساختار هر مولکول آن کدام است؟ (بازده واکنش برابر ۷۵ درصد و گروه R را یک گروه هیدروکربنی زنجیری و سیر شده در نظر بگیرید و $\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

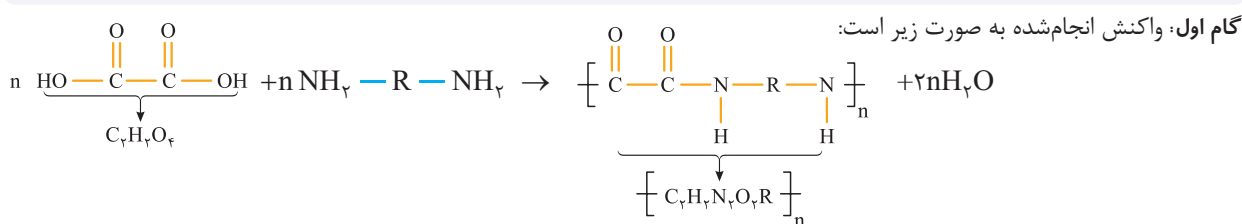
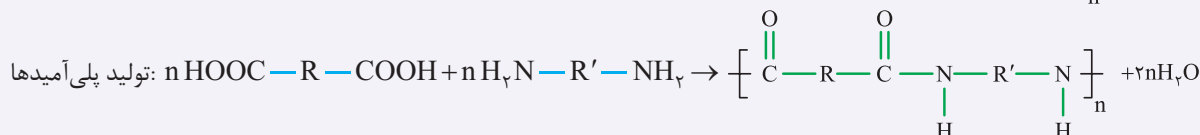
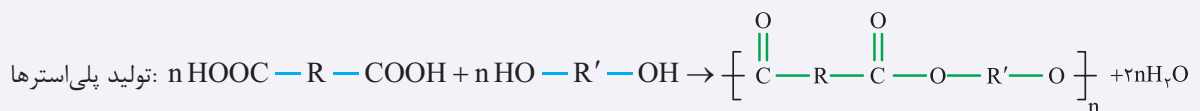
(۱) $\text{C}_3\text{H}_7\text{N}_2$ (۱۳) (۲) $\text{C}_3\text{H}_7\text{N}_2$ (۱۴) (۳) $\text{C}_7\text{H}_7\text{N}_2$ (۱۰) (۴) $\text{C}_7\text{H}_7\text{N}_2$ (۱۱)

پاسخ: گزینه ۲



خودت حل کنی بهتره اول از همه واکنش تولید پلی آمید از دی اسید و دی آمین رو بنویس. با روابط استوکیومتری می تونی جرم مولی گروه R رو به دست بیاری. فقط کافیه بدونی که اگه R سیر شده و زنجیری باشه، چون از دو سمت پیوند داده، پس فرمولش می شه C_nH_{2n} .

نکته واکنش تولید پلیمرهایی مانند پلی استرها و پلی آمیدها: در این نوع واکنشها، علاوه بر پلیمر، یک مولکول کوچک مانند آب نیز تولید می شود، در نتیجه جرم مولی پلیمر از مجموع جرم مولی مونومرهای سازنده آن کم تر است.



گام دوم: به دست آوردن جرم مولی R:

روش اول: کسر تبدیل:

$$54\% \text{ g } C_7H_7O_4 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_7O_4}{9\% \text{ g } C_7H_7O_4} \times \frac{1 \text{ mol } (C_7H_7N_2O_4R)_n}{n \text{ mol } C_7H_7O_4} \times \frac{n \times (R + 86) \text{ g } (C_7H_7N_2O_4R)_n}{1 \text{ mol } (C_7H_7N_2O_4R)_n} \times \frac{75\%}{1\%} = 513 \text{ g}$$

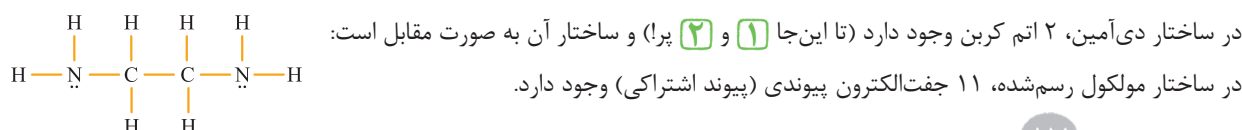
پلیمر

$$\Rightarrow R + 86 = 114 \Rightarrow R = 28 \text{ g}$$

روش دوم: کسر تناسب:

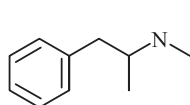
$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{54\% \times 75\%}{100} = \frac{513}{n \times 9\%} = \frac{513}{1 \times n(R + 86)} \Rightarrow R + 86 = 114 \Rightarrow R = 28 \text{ g}$$

با توجه به این که R از دو سمت پیوند داده، فرمول مولکولی آن به صورت C_nH_{2n} بوده و می توان نوشت:

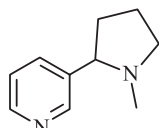


تست و پاسخ ۸۷

در شکل های زیر، ساختار ماده های متآمفتامین و نیکوتین آمده است که به ترتیب ماده های روان گردان و مخدر محسوب می شوند. با توجه به ساختار آن ها کدام گزینه درست است؟ ($N = 14, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



متآمفتامین



نیکوتین

(۱) شمار گروه های عاملی آمین موجود در نیکوتین، یک واحد بیشتر از متآمفتامین است.
(۲) تفاوت شمار هیدروژن های این دو ترکیب برابر با تفاوت شمار جفت الکترون های ناپیوندی آن ها است.

(۳) درصد جرمی نیتروژن در نیکوتین، دو برابر درصد جرمی نیتروژن در متآمفتامین است.

(۴) شمار پیوندهای C-H در متآمفتامین ۱۱ واحد بیشتر از شمار پیوندهای دوگانه کربن - کربن در نیکوتین است.

پاسخ: گزینه ۲

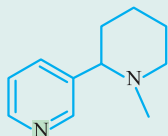


خود حل کنی بهتره می تونی بگی که صورت کسر اول، دو برابر کسر دوم، ولی مخرج هاشون یکی نیست! پس نمی تونه دو برابر باشه!

فرمول مولکولی نیکوتین به صورت $C_{10}H_{14}N_2$ بوده و فرمول مولکولی متآمفتامین به صورت $C_{10}H_{15}N$ است. تفاوت تعداد اتمهای هیدروژن در دو مولکول برابر با ۱ است. به ازای هر اتم N، یک جفت الکترون ناپیوندی در ساختار وجود خواهد داشت. در نیکوتین، ۲ جفت و در متآمفتامین نیز ۱ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که تفاوت آنها برابر با ۱ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:
(۱) گروه عاملی آمینی را می توان در ۳ ساختار $R-NH_2$ ، $R-NH-R$ و $R-N(R)-R$ مشاهده کرد. در هر دو ترکیب، یک گروه عاملی آمینی یافت می شود.

دام تستی دقت کنید که N موجود در حلقه حتماً باید به اتم H متصل باشد که گروه عاملی آمینی را ایجاد کند. برای مثال گروهی که با رنگ سبز در شکل مقابل مشاهده می کنید، گروه عاملی آمینی نیست.
(در گروه آمین، نیتروژن پیوند دوگانه ندارد!)



(۳) درصد جرمی نیتروژن در دو ترکیب به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{درصد جرمی N در نیکوتین} = \frac{\text{جرم اتم های N}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{2 \times 14}{162} \times 100 \approx 17.3\%$$

$$\text{درصد جرمی N در متآمفتامین} = \frac{\text{جرم اتم های N}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{14}{149} \times 100 \approx 9.4\%$$

(۴) تعداد پیوندهای $C=C$ در نیکوتین برابر با ۲ است. در متآمفتامین نیز، ۱۵ اتم هیدروژن وجود دارد که فقط یکی از این اتمها به اتم N متصل بوده و بقیه (۱۴ مورد) به صورت پیوند $C-H$ هستند. تفاوت خواسته شده در سؤال برابر با ۱۲ است.

تست و پاسخ
کدام مورد درست است؟

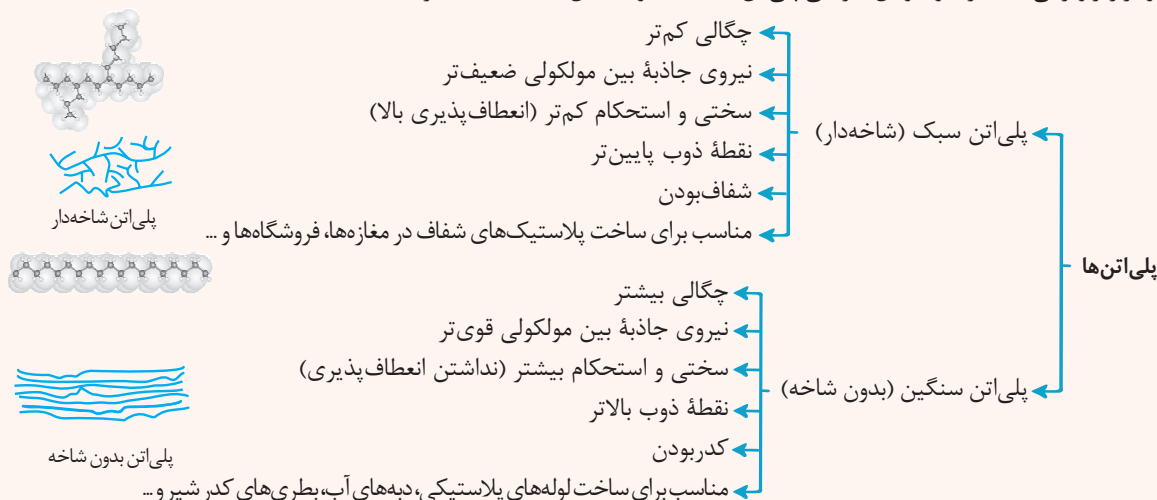
- (۱) پلانکت و گروه پژوهشی او در حال بررسی و مطالعه انواع پلیمرها، تفلون را از واکنش تترافلورو اتن تهیه کردند.
- (۲) اتن می تواند در شرایط گوناگون واکنش پلیمری شدن را انجام داده و فرآورده هایی با ساختار و چگالی متفاوت ایجاد کند.
- (۳) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل ها، نیروهای هیدروژنی بر نیروهای وان دروالسی غلبه می کنند و ویژگی ناقطبی الکل افزایش می یابد.
- (۴) بین یک مولکول استر و یک مولکول کربوکسیلیک اسید که شمار پیوندهای برابری دارند، نقطه جوش استر به یقین بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی مولکول های اتن می توانند از کناره ها و یا پشت سر هم به یکدیگر متصل شوند و پلی اتن های سبک و سنگین را به وجود آورند که از نظر چگالی، ساختار، استحکام و ... متفاوت هستند.

درس نامه

در نمودار زیر ویژگی ساختاری و خواص فیزیکی پلی اتن های سبک و سنگین نسبت به یکدیگر مقایسه شده است:



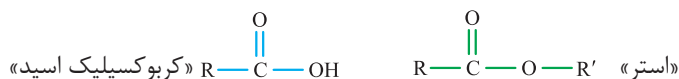


بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آقای پلانکت و گروه پژوهشی او در اثر مطالعه بر روی سردکننده‌ها، توانستند پلیمری به نام تفلون را از واکنش تترافلئورواتن، به صورت اتفاقی کشف کنند.

۳) با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی (R) در الکل‌ها (R-OH)، بخش ناقطبی مولکول بر بخش قطبی آن غلبه پیدا خواهد کرد. در بین مولکول‌های الکل، پیوند هیدروژنی و جاذبه وان دروالسی وجود دارد که با افزایش بخش ناقطبی (R)، نیروی وان دروالسی بر جاذبه هیدروژنی غالب خواهد شد.

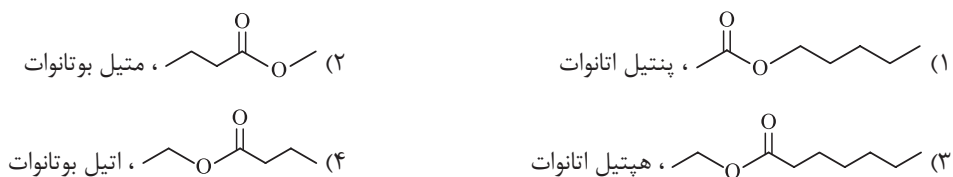
۴) مولکول‌های استر و کربوکسیلیک اسید که تعداد پیوندهای اشتراکی برابری داشته باشند، به یقین فرمول مولکولی یکسانی دارند و ایزومرند. بر این اساس جرم مولی هر دو مولکول با هم برابر است. فرم کلی استرها و کربوکسیلیک اسیدها به صورت زیر است:



بین مولکول‌های کربوکسیلیک اسید به دلیل داشتن H متصل به O، پیوند هیدروژنی برقرار بوده و نقطه جوش بیشتری نسبت به استر هم کربن خود دارد.

تست و پاسخ ۸۹

کدام یک از ترکیب‌های زیر، به درستی نام گذاری نشده است؟

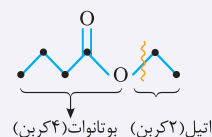


پاسخ: گزینه ۳

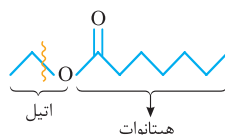
نکته برای نام گذاری استرهای زنجیری و سیر شده کافی است که از الگوی زیر پیروی کنیم:



برای مثال اسم استر زیر، اتیل بوتانوات است:

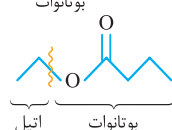
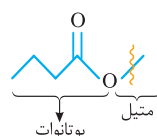
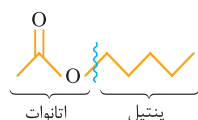


پاسخ تشریحی نام استری با ساختار مقابل، اتیل هپتانوات است:



دام تستی دقت کنید که این مولکول چرخیده شده و بخش آلیل آن سمت چپ قرار دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:





تست و پاسخ ۹۰

کدام مورد درست است؟

- (۱) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.
- (۲) برخی مواد طبیعی و ساختگی از کره زمین به دست می‌آیند.
- (۳) زمین انباری از ذخایر ارزشمند است که این منابع به طور یکسان توزیع شده‌اند.
- (۴) عناصرها در جدول دوره‌ای براساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد جرمی (A)، چیده شده‌اند.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با گسترش دانش تجربی، شیمی‌دان‌ها به رابطه میان خواص مواد با عناصرهای سازنده آن‌ها پی بردند. آن‌ها همچنین دریافتند که گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲ همه مواد طبیعی و ساختگی از کره زمین به دست می‌آید نه برخی از آن‌ها!
- ۳ منابع موجود در زمین به صورت غیریکنواخت توزیع شده است که این امر باعث ایجاد تجارت جهانی شده است.
- ۴ عناصرها در جدول دوره‌ای براساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد اتمی چیده شده‌اند. نماد عدد اتمی، Z بوده و تعداد پروتون‌ها در هر اتم را نشان می‌دهد.