آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پنجم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۶/مهر/۱۴۰۳

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۴-۱۴۰۳

۱- دوره دروس پایه دهم
۲- دوره دروس پایه یازدهم
۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
۴- امکان انتخاب فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	✓	✓	-

- با توجه به موارد فوق دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.
- هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون تعیین سطح (جامع پایه یازدهم) در تاریخ ۱۳ تیر ۱۴۰۳ برگزار شده است؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.
- آزمون مرحله پنجم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) به عنوان ایستگاهی برای دورهٔ دروس پایه یا تعیین سطح می‌باشد.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پایه دهم

چنان‌چه پایهٔ دهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

بودجه‌بندی دروس

حسابان و ریاضیات پایه	هندسه
ریاضی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۷۰	هندسه (۱) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
فیزیک	**شیمی**
فیزیک (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹	شیمی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضی	۱۰	۱	۱۰	۲۰ دقیقه
هندسه	۱۰	۱۱	۲۰	۲۰ دقیقه
فیزیک	۲۰	۲۱	۴۰	۲۵ دقیقه
شیمی	۱۵	۴۱	۵۵	۲۰ دقیقه
مجموع	۵۵ سؤال			۸۵ دقیقه

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضی دهم

۱- اگر $a=\frac{۱}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{۱}{۳}a^۳+a^۲+a$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

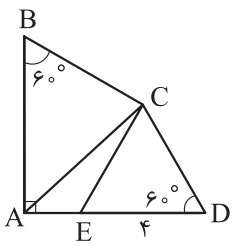
۲- a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ خطی است. به طوری که $a_n=(a_۳-۶)n-a_۱$. واسطهٔ حسابی بین $a_۷$ و $a_{۱۳}$ کدام است؟

۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۳۸ ۴) ۴۰

۳- در یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت، جملهٔ سوم از جملهٔ اول، ۲۰ واحد بیشتر و از جملهٔ پنجم، ۴۵ واحد کم‌تر است. اگر $t_{۱۰}-t_۸=k(\frac{۳}{۲})^۵$ باشد مقدار k کدام است؟

۱) ۴۵ ۲) ۳۵ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۴- در شکل مقابل، مساحت مثلث CDE برابر $۵\sqrt{۳}$ و $DC=BC$ است. طول پاره‌خط AE کدام است؟ $(DE=۴\ ,\ \hat{B}=\hat{D}=۶۰^\circ\ ,\ \hat{A}=۹۰^\circ)$



۱) $\frac{۹}{۲}\sqrt{۳}-۵$ ۲) $۳\sqrt{۳}-۵$

۳) $\frac{۵\sqrt{۳}-۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵-\sqrt{۳}}{۲}$

۵- انتهای کمان θ در ناحیهٔ اول دایرهٔ مثلثاتی است و رابطهٔ $\sqrt{۵\tan\theta+۵\cot\theta}=۳\sin\theta+۳\cos\theta$ برقرار است. در این صورت حاصل $\sin^۴\theta+\cos^۴\theta$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۶- اگر a و b جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۳x=۲m$ و c و a جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۲x=۳m$ باشند، حاصل $b+c$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۶ ۲) -۱ ۳) ۴ ۴) -۵

۷- سهمی $y=ax^۲+bx+c$ از نقطهٔ $(-۴,c)$ می‌گذرد و بر خط $y=-۲$ مماس است. اگر این سهمی، نیمساز ناحیهٔ اول را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند، مقدار b کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۷}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۸- مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(x-۱)(x^۳+ax^۲+b)\geq ۰$ برابر $\mathbb{R}$ است. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹- تابع $f(x)=(ax-2)(x-a)+2x^2$ خطی است. مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(x-f(x))(x+f(x))\geq 0$ کدام است؟

۱) $[-\frac{4}{5},-\frac{3}{7}]$ ۲) $[-\frac{4}{5},-\frac{4}{7}]$ ۳) $[-\frac{3}{5},-\frac{4}{7}]$ ۴) $[-\frac{3}{5},-\frac{3}{7}]$

۱۰- در یک مستطیل، بین اندازهٔ طول (a) و اندازهٔ عرض (b) رابطهٔ $\frac{4a}{b}=\frac{3b+4a}{a}$ برقرار است. ضابطهٔ تابعی که اندازهٔ قطر مستطیل را برحسب a بیان می‌کند کدام است؟

۱) $f(a)=\frac{\sqrt{13}}{2}a$ ۲) $f(a)=\frac{\sqrt{13}}{3}a$ ۳) $f(a)=\frac{\sqrt{11}}{2}a$ ۴) $f(a)=\frac{\sqrt{11}}{3}a$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

هندسه دهم

۱۱- در مثلث ABC، عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویهٔ B روی ضلع AC متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

۱) $\hat{B} > 2\hat{C}$ ۲) $\hat{B} > \hat{C}$ ۳) $\hat{A} > \hat{B}$ ۴) $2\hat{A} < \hat{B}$

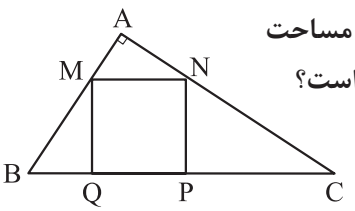
۱۲- از مثلث ABC مقادیر $AB = 5$ و $BC = 8$ مفروض است. با کدام دادهٔ دیگر، رسم مثلث ABC دارای جواب منحصربه‌فرد است؟

۱) $\hat{C} = 30^\circ$ ۲) $AC = 3$ ۳) $AH = 4$ (ارتفاع) ۴) $AM = 3$ (میانه)

۱۳- در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویهٔ داخلی B و C در نقطهٔ I و نیمساز داخلی B و زاویهٔ خارجی C در نقطهٔ I' یکدیگر را قطع می‌کنند. اگر $4I'\hat{I}C = 5I\hat{I}'C$، آن‌گاه زاویهٔ بین نیمسازهای خارجی زوایای B و C چند درجه است؟

۱) ۵۰ ۲) ۵۵ ۳) ۶۰ ۴) ۶۵

۱۴- مطابق شکل، مربع MNPQ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC محاط شده است. اگر مساحت مثلث‌های BMQ و CNP به ترتیب ۴ و ۶ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث AMN کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۲/۴
۳) ۲/۸ ۴) ۲/۵

۱۵- در ذوزنقهٔ ABCD با قاعده‌های AB و CD، فاصلهٔ وسط قطر BD از محل برخورد قطرها ۱۰ واحد است. اگر $C\hat{B}D = 90^\circ$ و $AB = AD = 50$ باشد، طول ساق BC کدام است؟

۱) ۷۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

۱۶- اگر با اضافه‌شدن یک ضلع به ضلع‌های یک n‌ضلعی محدب، ۵ قطر به قطرهای آن اضافه شود، تعداد قطرهای این n‌ضلعی محدب کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۴

۱۷- در یک مثلث قائم‌الزاویهٔ غیرمتساوی‌الساقین، یکی از زاویه‌های داخلی، دو برابر زاویهٔ دیگر است. با رسم ارتفاع وارد بر وتر، مساحت این مثلث به کدام نسبت تقسیم می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۱۸- مجموع طول میانه‌های مثلثی ۱۵ است. محیط این مثلث کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۱۹- در فضا، دو خط متمایز d و d' در چه صورتی با هم موازی هستند؟

۱) هر دو بر خطی مانند d'' عمود باشند.
۲) هر دو با صفحه‌ای مانند P موازی باشند.
۳) هر دو بر صفحه‌ای مانند P عمود باشند.
۴) هر دو در صفحه‌ای مانند P واقع باشند.

۲۰- قطرهای مستطیل ABCD در نقطهٔ O متقاطع‌اند. در دوران حول ضلع BC، حجم شکل حاصل از دوران مستطیل چند برابر حجم شکل حاصل از دوران مثلث OBC است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۹ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

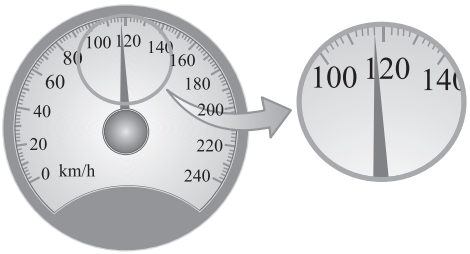
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک دهم

۲۱- چگالی مایع‌های A و B به ترتیب $0/6\ g/cm^3$ و $0/8\ g/cm^3$ است. برای آن‌که جسمی به جرم $300\ g$ و حجم $0/4\ L$ بر سطح مخلوط همگنی از این دو مایع شناور بماند، مایع B باید چند درصد از حجم مخلوط را تشکیل دهد؟ (حجم دو مایع هنگام مخلوط‌شدن تغییری نمی‌کند.)

۱) حداقل ۲۵ درصد ۲) حداقل ۷۵ درصد ۳) حداکثر ۲۵ درصد ۴) حداکثر ۷۵ درصد

۲۲- شکل (۱)، صفحهٔ تندی‌سنج مدرج خودروی A و شکل (۲)، نمایشگر تندی‌سنج دیجیتال خودروی B را نشان می‌دهد. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



(۱) (۲)

الف) دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج خودروی A، $1\ km/h$ است.

ب) دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج خودروی B، $0/5\ km/h$ است.

پ) تندی‌سنج خودروی A، دقیق‌تر از تندی‌سنج خودروی B است.

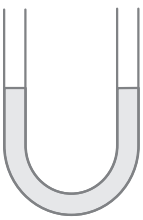
ت) تندی‌سنج خودروی B، دقیق‌تر از تندی‌سنج خودروی A است.

۱) الف و پ ۲) ب و ت ۳) پ ۴) ت

۲۳- در ظرفی استوانه‌ای، جرم یکسانی از آب و جیوه ریخته شده است. اگر ارتفاع آب $20\ cm$ باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی آب $1\ g/cm^3$ است.)

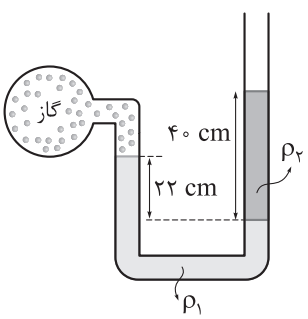
۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۴- در لولهٔ U‌شکل زیر به سطح مقطع $2\ cm^2$، مقداری جیوه وجود دارد. اگر در یکی از شاخه‌های این لوله $60\ g$ آب و در شاخهٔ دیگر آن $26\ g$ روغن ریخته شود، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله به چند میلی‌متر می‌رسد؟ (چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ است.)



۱) ۱/۲۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۰/۸
۴) ۸

۲۵- در شکل مقابل، دو مایع به چگالی‌های $\rho_1 = 2\ g/cm^3$ و $\rho_2 = 0/9\ g/cm^3$ در لولهٔ U‌شکل وجود دارند. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10\ N/kg$)

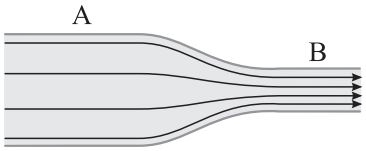


۱) ۰/۸
۲) −۰/۸
۳) ۸
۴) −۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶- در شکل زیر، شارهٔ تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟



الف) تندی شاره در قسمت B، ۲ برابر تندی شاره در قسمت A است.

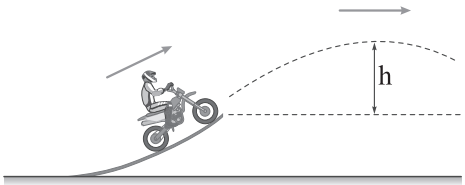
ب) آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت B، ۲ برابر آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت A است.

پ) فشار شاره در قسمت A، بیشتر از فشار شاره در قسمت B است.

ت) فشار شاره در قسمت B، بیشتر از فشار شاره در قسمت A است.

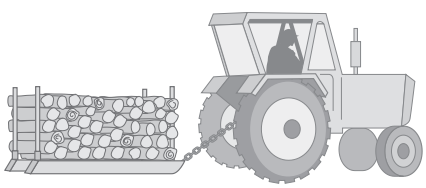
۱) الف و ت ۲) ب و پ ۳) پ ۴) ت

۲۷- در شکل زیر، موتورسواری از انتهای یک سکو، پرشی را با تندی $85\ km/h$ انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به $77\ km/h$ برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10\ N/kg$، اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.)



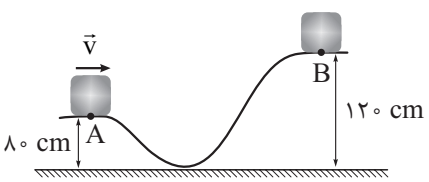
۱) ۳/۶
۲) ۷/۲
۳) ۵
۴) ۱۰

۲۸- در شکل زیر، کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از قطعه‌های چوبی برش داده شده برای کارخانه را روی سطح افقی و در مسیر مستقیم از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. جرم کل سورتمه و بار آن ۱۵۰۰ kg است. تراکتور نیروی ثابت ۵۵۰۰ نیوتونی را در زاویهٔ 60° بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. اگر تندی سورتمه پس از ۶۰ m جابه‌جایی به $4\ m/s$ برسد، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر سورتمه چند نیوتون است؟



۱) ۲۳۰۰
۲) ۲۳۵۰
۳) ۲۵۰۰
۴) ۲۵۵۰

۲۹- در شکل زیر، جسمی از نقطهٔ A با تندی $v = 8\ m/s$ در جهت نشان داده‌شده، روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر ۲۵ درصد از انرژی جنبشی اولیهٔ جسم در مسیر رسیدن آن از نقطهٔ A به نقطهٔ B تلف شود، تندی جسم هنگام رسیدن به نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10\ N/kg$)



۱) $2\sqrt{10}$
۲) $2\sqrt{6}$
۳) ۶
۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰- هواپیمایی به جرم $60\ ton$ که روی سطح زمین در حال حرکت است، در لحظه‌ای با تندی $80\ m/s$ از سطح جدا می‌شود و یک دقیقه پس از آن با تندی $160\ m/s$ از ارتفاع ۶۰۰ متری سطح زمین عبور می‌کند. توان متوسط موتور هواپیما در این مدت چند مگاوات است؟ ($g = 10\ N/kg$ و اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۵/۶ ۲) ۲۲
۳) ۱۵۶ ۴) ۲۲۰

۳۱- مقدار معینی آب در یک ظرف استوانه‌ای قرار دارد. اگر دمای آب از $35^\circ F$ به $40^\circ F$ برسد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ (از انبساط ظرف چشم‌پوشی کنید.)

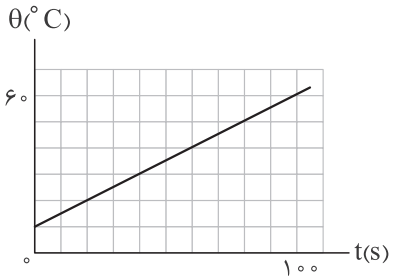
الف) چگالی آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
ب) ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
پ) فشار ناشی از آب در کف ظرف ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
ت) فشار ناشی از آب در کف ظرف پیوسته ثابت می‌ماند.

۱) الف و ت ۲) الف و پ ۳) ب و ت ۴) ب و پ

۳۲- در مخزنی استوانه‌ای در دمای $-10^\circ C$ تا ارتفاع $5\ m$، بنزین ریخته شده است. در این دما فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر $25\ cm$ است. اگر از انبساط ظرف در نتیجهٔ افزایش دما چشم‌پوشی شود، در چه دمایی برحسب درجهٔ سلسیوس بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $1\times10^{-3}\ \frac{1}{^\circ C}$ است.)

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۳۳- نمودار دمای یک جسم فلزی به جرم $500\ g$ که با آهنگ ثابت $300\ W$ گرما دریافت می‌کند، برحسب زمان، به شکل زیر است. ظرفیت گرمایی این جسم در SI کدام است؟



۱) ۶۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۳۶۰
۴) ۷۲۰

۳۴- جسمی فلزی به جرم $600\ g$ و دمای $100^\circ C$ را درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $900\ J/K$ که حاوی $500\ g$ آب با دمای $15^\circ C$ است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه به $20^\circ C$ برسد، گرمای ویژهٔ فلز سازندهٔ جسم در SI کدام است؟ (گرمای ویژهٔ آب $4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

۱) ۱۲۵ ۲) ۶۲۵
۳) ۲۵۰ ۴) ۳۱۲/۵

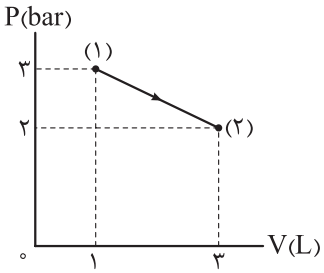
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۵- در ظرف عایقی، $1\,kg$ آب با دمای $40^\circ C$ وجود دارد. اگر قطعه یخی به جرم m و دمای $-5^\circ C$ را در آب بیندازیم، تا برقراری تعادل گرمایی، قطعه یخ $147\,kJ$ گرما دریافت می‌کند. m برحسب گرم کدام است؟ (گرما فقط بین قطعهٔ یخ و آب مبادله می‌شود، $c_{آب} = 2c_{یخ} = 4/2\,\frac{J}{g.K}$ و $L_F = 336\,J/g$)

۱) ۲۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۸۰۰

۳۶- نمودار $P-V$ ی گازی رقیق در شکل مقابل نشان داده شده است. در این فرایند با فرض آن‌که انرژی درونی گاز در نقطهٔ (۱) برابر $456\,J$ و در نقطهٔ (۲) برابر $912\,J$ باشد، گاز چند ژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟

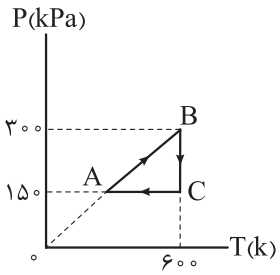


۱) ۴۴، دریافت کرده است. ۲) ۴۴، از دست داده است.
۳) ۹۵۶، دریافت کرده است. ۴) ۹۵۶، از دست داده است.

۳۷- فشار مقدار معینی گاز آرمانی، طی دو فرایند جداگانه، ازحالت اولیهٔ یکسان یک بار به صورت هم‌دما و یک بار به صورت بی‌دررو، نصف می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، کار انجام‌شده توسط گاز و دمای نهایی گاز، در کدام فرایند بیشتر است؟

۱) هم‌دما، بی‌دررو ۲) بی‌دررو، هم‌دما ۳) هم‌دما، هم‌دما ۴) بی‌دررو، بی‌دررو

۳۸- نمودار فشار $5\,mol$ گاز آرمانی برحسب دمای آن، در طی یک چرخهٔ ترمودینامیکی به شکل مقابل است. اگر در فرایند CA، مقدار گرمای مبادله‌شده، ۵۰ درصد بیشتر از اندازهٔ کار انجام‌شده روی گاز باشد، گرمای دریافتی گاز در فرایند AB چند کیلوژول است؟ $(R = 8\,\frac{J}{mol.K})$



۱) ۱۸ ۲) ۶
۳) ۱۲ ۴) ۳۰

۳۹- در چرخهٔ ماشین بنزینی، کدام‌یک از مراحل زیر، فرایندی بی‌دررو در نظر گرفته می‌شود؟

الف) ضربهٔ مکش ب) ضربهٔ تراکم
پ) ضربهٔ قدرت ت) ضربهٔ خروج گاز

۱) الف و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) الف و ت

۴۰- یک ماشین گرمایی درون‌سوز در هر چرخه $8\,kJ$ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و $2\,kJ$ کار تحویل می‌دهد. اگر ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را بپیماید، به ترتیب توان ماشین برحسب کیلووات و بازدهٔ ماشین کدام است؟

۱) ۰/۲، ۵۰ ۲) ۰/۲، ۸۰ ۳) ۰/۲۵، ۵۰ ۴) ۰/۲۵، ۸۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی دهم

۴۱- کدام مورد درست است؟

۱) اتم‌هایی با نمادهای ${}^{A}_{Z}E$ و ${}^{A}_{Z'}M$، ایزوتوپ یکدیگر محسوب می‌شوند و خواص شیمیایی یکسانی دارند.

۲) در هستهٔ ایزوتوپی از اورانیم $(U_{۹۲})$ که اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود، ۱۴۶ نوترون وجود دارد.

۳) اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم ${}^{۸۰}X$ برابر ۱۰ باشد، عنصر X به دورهٔ چهارم جدول تناوبی تعلق دارد.

۴) نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم $(Tc_{۹۹})$ است که دارای شمار نوترون به پروتون بزرگ‌تر از ۱/۵ بوده و رادیوایزوتوپ محسوب می‌شود.

۴۲- کدام گزینه، عبارت «مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های موجود در زیرلایهٔ ..... اتم عنصر .....، بیشتر از اتم ..... است.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) $Cu_{۲۹}$ ـ $Zn_{۳۰}$ ـ ۳d

۲) $Kr_{۳۶}$ ـ $As_{۳۳}$ ـ ۴p

۳) $Cr_{۲۴}$ ـ $Co_{۲۷}$ ـ ۴s

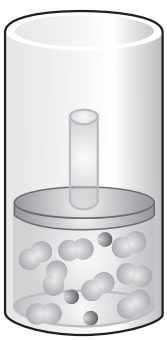
۴) $Sc_{۲۱}$ ـ $Cl_{۱۷}$ ـ ۳p

۴۳- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **رنگ شعلهٔ هر ترکیب، منحصربه‌فرد است و از آن می‌توان برای شناسایی ترکیب استفاده کرد.**
- **الکترون در حالت برانگیخته، پر انرژی‌تر و پایدارتر از الکترون در حالت پایه است.**
- **با دورشدن الکترون از هسته، انرژی آن کاهش می‌یابد.**
- **در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گسترهٔ مرئی، کم‌ترین طول موج مربوط به پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایهٔ ششم به حالت پایه است.**

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۴- شکل مقابل، مخلوطی از گازهای اکسیژن و هلیم در یک سیلندر را نشان می‌دهد. اگر در این مخلوط، ۰/۲۴ گرم هلیم وجود داشته باشد، حجم این مخلوط گازی، چند لیتر است؟ (حجم مولی گازها در این شرایط را ۲۵ لیتر در نظر بگیرید؛ $He = ۴, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-۱}$)



۱) ۱/۵

۲) ۴

۳) ۵/۵

۴) ۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۵- با توجه به شکل زیر که برشی از اتم یک عنصر را نشان می‌دهد، آرایش الکترون ـ نقطه‌ای این اتم به کدام صورت است و کدام ویژگی را می‌توان به آن نسبت داد؟



A

۱) $\dot{A}\cdot$، در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی یافت می‌شود.

۲) $\ddot{A}\cdot$، در حالت گازی، به جو بی‌اثر شهرت دارد.

۳) $\ddot{A}\cdot$، در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ الکترونی آن، ۵ الکترون وجود دارد.

۴) $\dot{A}\cdot$، نخستین عنصر گروه ۱۳ جدول تناوبی است.

۴۶- با توجه به جدول زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟ $(O=16, Cu=64 : g\cdot mol^{-1})$

	a	b	c	d
نام یا فرمول ترکیب	مس (II) اکسید	NO	نقره نیترات	CH_2F_2

الف) به ازای تشکیل ۱۲ گرم ترکیب a از عنصرهای سازنده‌اش، ۰/۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

ب) از واکنش محلول آبی ترکیب c با باریم کلرید، رسوب سفید رنگی با نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۲ تشکیل می‌شود.

پ) ترکیب b، یک اکسید نافلزی است و کاغذ pH در محلول آن در آب، به رنگ سرخ در می‌آید.

ت) در ساختار لوویس ترکیب d، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی برابر ۰/۷۵ است.

۱) الف ـ ت ۲) ب ـ پ ـ ت ۳) الف ـ پ ـ ت ۴) ب ـ پ

۴۷- کدام مورد، نادرست است؟

۱) اگر هوای مایع در دمای $-200^\circ C$ را تقطیر جزءبه‌جزء کنیم، ابتدا نیتروژن از مخلوط خارج و جداسازی می‌شود.

۲) به‌جز گازهای اکسیژن و نیتروژن، درصد حجمی سایر گازها در هوای پاک و خشک، کم‌تر از ۱ درصد است.

۳) اگر در فشار ثابت، دمای مخلوط گازی از آرگون و اکسیژن را به تدریج کاهش دهیم، آرگون زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

۴) عنصر اکسیژن در زیست‌کره، در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی یافت می‌شود.

۴۸- مجموع عددهای a، b و x در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ زیر، کدام است؟

$$a\ Fe(NO_3)_2 + 4\ HNO_3 \rightarrow 3\ Fe(NO_3)_3 + b\ NO_x + 2\ H_2O$$

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۶

۴۹- در فرایند هابر، برای جداکردن آمونیاک از مخلوط واکنش، از تفاوت در کدام ویژگی گازها کمک گرفته می‌شود؟

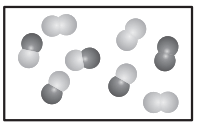
۱) واکنش‌پذیری ۲) چگالی

۳) نقطهٔ جوش ۴) جرم مولی

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۰- شکل زیر، نمونه‌ای کلر را نشان می‌دهد. اگر ۱۰۷/۲۵ گرم از این نمونه کلر در واکنش $SO_2(g)+Cl_2(g) \rightarrow SCl_2(g)+Cl_2O(g)$ شرکت کند، چند لیتر گاز گوگرد دی‌کلرید در شرایط STP تولید می‌شود؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی در نظر بگیرید؛ معادلهٔ واکنش، موازنه شود.)



۱) ۲۲/۴
۲) ۱۱/۲
۳) ۳۳/۶
۴) ۴۴/۸

۵۱- اگر غلظت یون برمید در محلولی از کلسیم برمید، برابر ۲۰۰۰ppm باشد، درصد جرمی یون کلسیم در این محلول کدام است؟ $(Ca=40, Br=80 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۱
۳) ۰/۵
۴) ۱

۵۲- کدام مورد، به مفهوم متفاوتی اشاره دارد؟

۱) بلور ید خالص می‌تواند در هگزان حل شود.
۲) کربن دی‌اکسید یک گاز ناقطبی است اما انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.
۳) استون می‌تواند به هر میزان در آب حل شود.
۴) نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب، قوی‌تر از میانگین جاذبه‌ها در آب خالص و اتانول خالص است.

۵۳- مخلوطی از دو نمک Na_2SO_4 و MSO_4 به جرم ۱۳۵ گرم را در مقدار معینی آب به طور کامل حل کرده و حجم محلول را به ۵ لیتر می‌رسانیم. اگر غلظت آنیون سولفات در محلول، برابر ۰/۱۸ مولار و در مجموع $8/428\times10^{23}$ کاتیون در محلول وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟ (جرم مولی را هم‌ارز عدد جرمی در نظر بگیرید، $O=16, Na=23, S=32 : g\cdot mol^{-1}$)

۱) $^{40}_{20}Ca$
۲) $^{64}_{29}Cu$
۳) $^{56}_{26}Fe$
۴) $^{24}_{12}Mg$

۵۴- کدام مورد درست است؟

۱) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری اکسیژن گازی در آب‌نمک، بیشتر از آب‌مقطر است.
۲) نیاز روزانهٔ هر فرد به یون کلسیم دو برابر یون سدیم است و این یون برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.
۳) نفوذ آب به درون میوه‌های خشک مانند مویز، نمونه‌ای از فرایند اسمز معکوس است.
۴) روش‌های تقطیر و صافی کربن، برای جداسازی ترکیب‌های آلی فزار، عملکرد مشابهی ندارند.

۵۵- معادلهٔ انحلال‌پذیری مس (II) سولفات بر حسب دما به صورت $S=0/38\theta+12/4$ است. در یک آزمایش به ۱۲۵g آب $80^\circ C$، مقدار ۰/۳ مول $CuSO_4$ اضافه کرده و محلول را خوب هم می‌زنیم، به گونه‌ای که هیچ رسوبی در ته ظرف وجود نداشته باشد. اگر در دمای ثابت، ۰/۰۵ مول $CuSO_4$ به محلول درون ظرف اضافه کنیم و آن را خوب هم بزنیم، محتویات درون ظرف شامل ..... گرم محلول مس (II) سولفات و ..... گرم رسوب مس (II) سولفات خواهد بود. $(O=16, S=32, Cu=64 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۴/۵ ـ ۱۷۶/۵
۲) ۱/۵ ـ ۱۷۹/۵
۳) ۵/۵ ـ ۱۷۵/۵
۴) ۲/۵ ـ ۱۷۸/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز ـ رشته ریاضی

پایه دوازدهم ـ مرحله پنجم ـ ۶ مهر ۱۴۰۳

پایه یازدهم

چنان‌چه پایهٔ یازدهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

بودجه‌بندی دروس

حسابان و ریاضیات پایه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	هندسه
حسابان (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	آمار و احتمال کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱	هندسه (۲) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵

فیزیک	شیمی
فیزیک (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	شیمی (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
حسابان	۱۰	۵۶	۶۵	۲۰ دقیقه
آمار و احتمال	۱۰	۶۶	۷۵	۱۰ دقیقه
هندسه	۱۰	۷۶	۸۵	۲۰ دقیقه
فیزیک	۲۰	۸۶	۱۰۵	۲۵ دقیقه
شیمی	۱۵	۱۰۶	۱۲۰	۲۰ دقیقه
مجموع	۶۵ سؤال			۹۵ دقیقه

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حسابان یازدهم

۵۶- اگر $a_n = ۳\times ۲^{n-۱}$ باشد، حاصل عبارت $X = \frac{a_۱a_۲}{a_۳} + \frac{a_۲a_۳}{a_۴} + ... + \frac{a_{۱۰}a_{۱۱}}{a_{۱۲}}$ کدام است؟

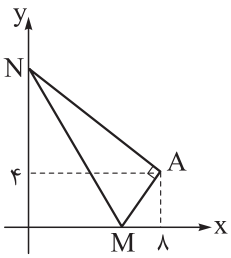
۱) ۱۵۳۳ ۲) ۱۵۳۴/۵ ۳) ۳۰۶۹ ۴) ۷۶۶/۵

۵۷- معادلات $x^۲ - (m+۲)x + ۲m = ۰$ و $x^۲ - (m-۲)x - ۴m = ۰$ یک جواب مشترک مخالف صفر دارند. جواب‌های غیرمشترک، جواب‌های کدام معادله هستند؟

۱) $x^۲ - ۱۲x - ۱۶ = ۰$ ۲) $۹x^۲ + ۱۲x - ۳۲ = ۰$

۳) $۹x^۲ - ۱۲x - ۳۲ = ۰$ ۴) $x^۲ + ۱۲x - ۱۶ = ۰$

۵۸- مطابق شکل، نقاط M و N روی محورهای مختصات قرار دارند و مثلث AMN در رأس $A(۸,۴)$ قائمه است. کم‌ترین مقدار طول وتر MN کدام است؟



۱) ۴ ۲) ۸

۳) $۴\sqrt{۵}$ ۴) $۸\sqrt{۵}$

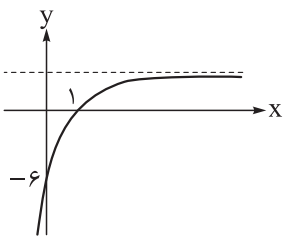
۵۹- نقاط $A(۰,-۲)$ و $B(-۳,۲)$ دو رأس از مستطیل ABCD با مساحت ۵۰ هستند. عرض نقطهٔ D کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۴ ۲) -۱۰ ۳) -۴ ۴) ۱۰

۶۰- اگر $f(x) = \log_۲(\sqrt{x+۱} - ۱)$ و g وارون تابع f باشد، مقدار $(gog)(۰)$ کدام است؟

۱) ۶۸ ۲) ۸۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۷

۶۱- نمودار تابع $f(x) = ۲ + a\times ۲^{bx+c}$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f^{-۱}(\frac{۳}{۲})$ کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۴

۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۶۲- انتهای کمان α در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی و $\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) = -\frac{۳}{۵}$ است. مقدار $\sin^۲(\frac{\pi}{۴} - \alpha)$ کدام است؟

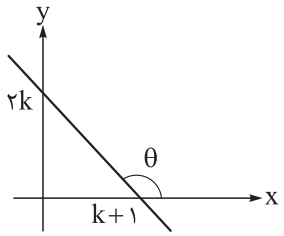
۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۹۸

۳) ۰/۰۴ ۴) ۰/۹۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۳- اگر در شکل مقابل $\cos 2\theta = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟



۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{2}{5}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{1}{5}$

۶۴- اگر $\lim\limits_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+a}-\sqrt{ax+4}}{\sqrt[3]{x}+1} = b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ $(b \in \mathbb{R})$

۱) $-\frac{5}{2}$
۲) $\frac{9}{2}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $-\frac{1}{2}$

۶۵- تابع $f(x) = \frac{2x^2 - ax + b}{x-2}$ در $x = x_0$ حد دارد، اما پیوسته نیست. اگر x_0 یکی از ریشه‌های معادلهٔ $4x^2 + ax - 3b = 0$ باشد، حاصل $[\frac{a-3b}{4}]$ کدام است؟ ($[\ ]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) -7
۲) -6
۳) -9
۴) -10

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

آمار و احتمال یازدهم

۶۶- مجموعهٔ $(A\cap(A'\cup B))\cup((A'\cup B')-(B\cap(A\cup B))')$ برابر کدام است؟

۱) A ۲) B ۳) A' ۴) B'

۶۷- از بین تمام اعداد چهاررقمی با ارقام غیرتکراری، یک عدد را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر با احتمال P درصد، این عدد شامل رقم ۵ باشد، حاصل $[P]$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۶۸- چه‌قدر احتمال دارد گزارهٔ $(p\vee q)\Rightarrow(q\wedge(r\vee s))$، یک گزاره با ارزش درست باشد؟

۱) $\frac{۱۰}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۹}{۱۶}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

۶۹- شش مدرس به نام‌های حمید، امیر، سعید، رسول، وحید و عباس قرار است به ترتیب در یک مجتمع به تدریس یک موضوع بپردازند. در چند حالت امیر زودتر از سعید و سعید زودتر از وحید تدریس می‌کند؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۲۰

۷۰- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم مجموع دو تاس عددی فرد است. با کدام احتمال، دو عدد روشده متوالی هستند؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۷۱- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۵ لامپ موجود است. در جعبهٔ اول ۱۲ لامپ سالم و در جعبهٔ دوم ۸ لامپ سالم موجود است. از جعبهٔ اول ۵ لامپ و از جعبهٔ دوم ۱۰ لامپ به تصادف برداشته و در جعبهٔ جدید قرار می‌دهیم. احتمال آن‌که به تصادف یک لامپ سالم از جعبهٔ جدید برداریم، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱۷}{۳۶}$ ۴) $\frac{۲۳}{۴۵}$

۷۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B'-A)=P(A')P(B')$، $P(A-B)=\frac{۱}{۴}$ و $P(A\mid B)=\frac{۳}{۸}$ باشند، $P(B'\mid A)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۷۳- اگر میانگین داده‌های جدول زیر ۲/۶ باشد، آن‌گاه مقدار k کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	۴	۵	k	۱	۲

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۴ ۴) ۱۸

۷۴- مجموع دوازده دادهٔ آماری برابر ۱۸۰ و ضریب تغییرات آن‌ها ۰/۱ است. اگر این داده‌ها را سه برابر و سپس یک واحد از هر کدام کم کنیم، واریانس داده‌های جدید برابر کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۶/۷۵ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۲۰/۲۵

۷۵- از یک جامعه، نمونهٔ ۱۰ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۸ و ۷ و ۵ و ۵ و ۴ گرفته شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، بازهٔ اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

۱) $(۶/۶,۸)$ ۲) $(۶,۹/۲)$ ۳) $(۶,۸)$ ۴) $(۵,۹)$

محل انجام محاسبات

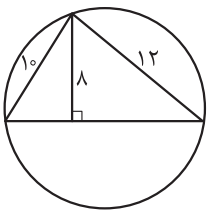
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

هندسه یازدهم

۷۶- مثلث ABC را که در آن $\hat{B} = \hat{C} = ۷۰^\circ$ در نظر گرفته و خط‌های مماس بر دایرهٔ محیطی آن را در دو نقطهٔ B و C رسم می‌کنیم. زاویهٔ حادهٔ بین این دو خط مماس چند درجه است؟

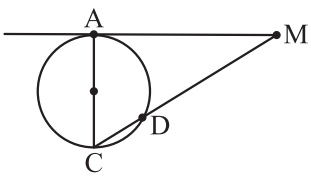
۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۷۰ ۴) ۸۰

۷۷- با توجه به شکل، طول شعاع دایره کدام است؟



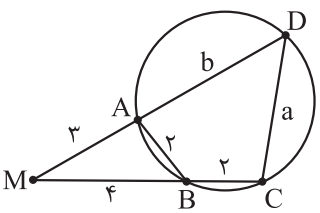
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷/۵
۴) ۱۰

۷۸- مطابق شکل، $AC = ۱۲$ قطر دایره و $AM = ۱۶$ در نقطهٔ A بر دایره مماس است. طول CD کدام است؟



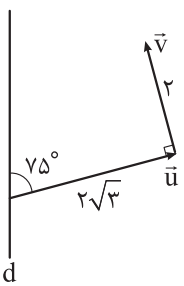
۱) ۶/۲
۲) ۶/۶
۳) ۶/۸
۴) ۷/۲

۷۹- با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل a.b کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۳۰

۸۰- خط d را مطابق شکل ابتدا با بردار $\vec{u}$ و سپس خط حاصل را با بردار $\vec{v}$ انتقال می‌دهیم. فاصلهٔ تصویر نهایی از خط d کدام است؟



۱) $\sqrt{۶}$
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) ۳

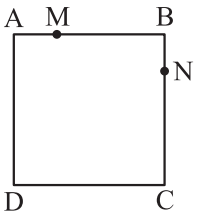
۸۱- در مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC)$ دوران‌یافتهٔ رأس C حول رأس B، روی ضلع AC و عمودمنصف ضلع AB قرار دارد. زاویهٔ دوران چند درجه است؟

۱) ۴۵° ۲) ۳۶° ۳) ۳۰° ۴) ۱۵°

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- در مربع ABCD نقاط M و N روی AB و BC طوری حرکت می‌کنند که AM = BN. کدام گزینه الزاماً درست است؟



۱) طول پاره‌خط MN همواره ثابت است.

۲) زاویهٔ $M\hat{D}N$ همواره 45° است.

۳) عمودمنصف MN همواره از نقطهٔ ثابتی می‌گذرد.

۴) مساحت BMN همواره ثابت است.

۸۳- طول دو ضلع مثلثی ۱ و ۲ و زاویهٔ بین این دو ضلع 60° است. فاصلهٔ نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع، از رأس روبه‌روی ضلع دیگر این مثلث کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۸۴- مجموع شعاع دایره‌های محیطی و محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۱۵، ۱۳ و ۴ کدام است؟

۱) $\frac{65}{8}$ ۲) $\frac{69}{8}$ ۳) $\frac{77}{8}$ ۴) $\frac{83}{8}$

۸۵- اندازه‌های اضلاع AB ، BC و AC از مثلث ABC به ترتیب با اعداد ۲ ، ۳ و ۴ متناسب‌اند. اگر نقطهٔ همرسی نیمسازهای درونی را O بنامیم، مساحت مثلث BOD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{6}$

محل انجام محاسبات

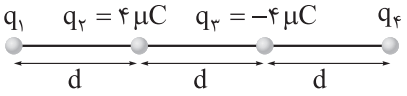
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک یازدهم

۸۶- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۵\times۱۰^{۵}\ N/C$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذرهٔ بارداری به جرم ۲g معلق است. بار الکتریکی ذره برحسب نانوکولن کدام است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

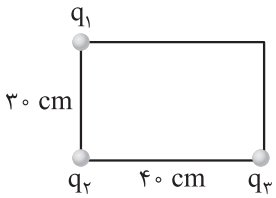
۱) ۴۰ ۲) -۴۰
۳) ۰/۴ ۴) $-۰/۴$

۸۷- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۴$ برابر صفر است. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۲$ برابر $\vec{F}$ باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۳$ کدام است؟



۱) $\vec{F}$ ۲) $-\vec{F}$
۳) $۲\vec{F}$ ۴) $-۳\vec{F}$

۸۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیل قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مستطیل برابر صفر باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



۱) $\frac{q_۳}{q_۱} = -\frac{۶۴}{۲۷}$ ۲) $\frac{q_۳}{q_۱} = \frac{۶۴}{۲۷}$
۳) $\frac{q_۲}{q_۱} = \frac{۱۲۵}{۶۴}$ ۴) $\frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۱۲۵}{۶۴}$

۸۹- اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های یک باتری برابر ۱۶ V است. اگر بار الکتریکی $-۴۰\ \mu C$ از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی باتری جابه‌جا شود، انرژی الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۶۴/۰، کاهش می‌یابد. ۲) ۴/۶، کاهش می‌یابد. ۳) ۶۴/۰، افزایش می‌یابد. ۴) ۴/۶، افزایش می‌یابد.

۹۰- ثابت دی‌الکتریک بین صفحه‌های یک خازن تخت برابر ۲ است. اگر چگالی سطحی بار الکتریکی صفحهٔ مثبت خازن برابر $۱/۸\ nC/cm^۲$ باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها چند ولت بر متر است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ F/m)$

۱) $۱۰^۶$ ۲) ۲×۱۰^۶ ۳) $۱۰^۹$ ۴) ۲×۱۰^۹

۹۱- مساحت هر یک از صفحه‌های خازنی $۱۰\ mm^۲$، فاصلهٔ بین آن‌ها ۵ mm و ثابت دی‌الکتریک انعطاف‌پذیر بین صفحه‌های آن برابر ۴ است. در حالتی که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ثابت و برابر ۲۰ V است، فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را ۱ mm کاهش می‌دهیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند پیکوژول و چگونه تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ F/m)$

۱) ۶/۳، کاهش می‌یابد. ۲) ۴/۱۴، کاهش می‌یابد. ۳) ۶/۳، افزایش می‌یابد. ۴) ۴/۱۴، افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) مقاومت‌های پیچه‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های بسیار بالا و هم‌چنین توان‌های بالا ساخته می‌شوند.

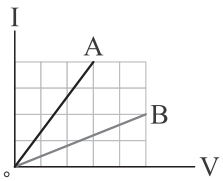
ب) با افزایش شدت نور تابیده‌شده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد.

پ) قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است.

ت) با افزایش دمای رسانای فلزی، تعداد حامل‌های بار الکتریکی تقریباً ثابت می‌ماند، ولی ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های آن افزایش می‌یابد.

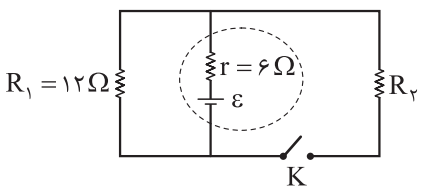
۱) «الف» و «ب» ۲) «پ» و «ت» ۳) «الف» و «ت» ۴) «ب» و «پ»

۹۳- نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای فلزی A و B که از یک ماده ساخته شده‌اند، برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها به شکل زیر است. رسانای A استوانه‌ای توپر به قطر ۱ mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲ mm و شعاع داخلی ۱ mm است. طول رسانای B چند برابر طول رسانای A است؟



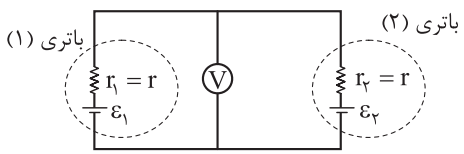
۱) ۰/۹ ۲) ۳/۶
۳) ۱۰ ۴) ۴۰

۹۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K اگر توان خروجی باتری تغییری نکند، توان مصرفی مقاومت R_1 چند برابر می‌شود؟



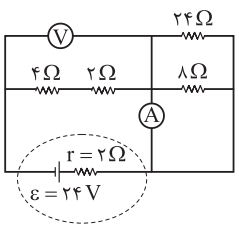
۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۵- در مدار شکل روبه‌رو، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر کدام است؟



۱) $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ ۲) $|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|$
۳) $\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{۲}$ ۴) $\frac{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}{۲}$

۹۶- در مدار شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، در SI کدام است؟

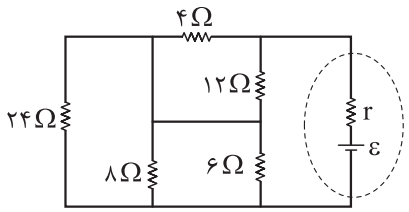


۱) ۳، ۱۸
۲) ۳، ۱۶
۳) ۴، ۱۸
۴) ۴، ۱۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۷- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۲۴ اُهمی، چند برابر توان مصرفی مقاومت ۱۲ اُهمی است؟



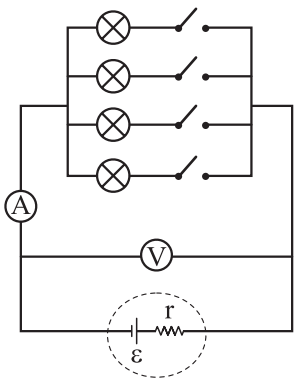
۱) ۸

۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۹۸- در مدار شکل زیر، لامپ‌ها مشابه‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها یکی پس از دیگری بسته شوند، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



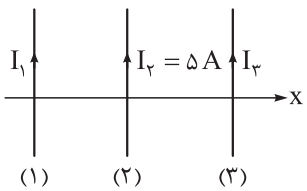
۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۹۹- در شکل زیر، سه سیم حامل جریان الکتریکی، عمود بر محور x قرار دارند. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های (۱) و (۳) در محل سیم (۲) به ترتیب ۳۰۰ G و ۵۰۰ G باشد، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر ۶۰ cm از سیم (۲) برحسب نیوتون کدام است؟



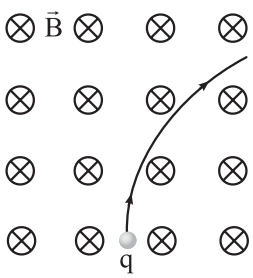
۱) $۰/۰۶\vec{i}$

۲) $-۰/۰۶\vec{i}$

۳) $۰/۲۴\vec{i}$

۴) $-۰/۲۴\vec{i}$

۱۰۰- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی q، با تندی $۲\times۱۰^{۳}\ m/s$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سو به بزرگی $B = ۴۰۰\ mT$ شده و تحت تأثیر نیروی مغناطیسی، مسیر مشخص‌شده را طی می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره $۰/۰۴\ N$ باشد، q برحسب میکروکولن کدام است؟



۱) ۵

۲) −۵

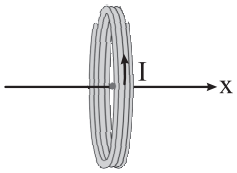
۳) ۵۰

۴) −۵۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱- در شکل زیر، سطح پیچهٔ مسطحی به قطر $40\ cm$ و تعداد دورِ ۸۰، بر محور x عمود است. اگر جریان $I = 4\ A$ از پیچه عبور کند، میدان مغناطیسی در مرکز پیچه برحسب گاوس کدام است؟ $(\mu_0 = 12/5\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

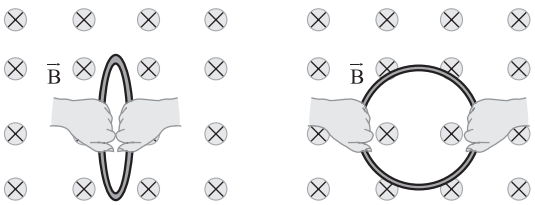


۱) $-10\vec{i}$
۲) $-20\vec{i}$
۳) $10\vec{i}$
۴) $20\vec{i}$

۱۰۲- ضریب القاوری یک سیم‌لولهٔ حامل جریان الکتریکی به طول $30\ cm$ و تعداد دور ۷۵۰، برابر $2/5\ mH$ است. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله در نقطه‌ای روی محور آن برابر $25\ G$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله چند میلی‌ژول است؟ $(\mu_0 = 12/5\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۰/۸
۲) ۸
۳) ۱/۶
۴) ۱۶

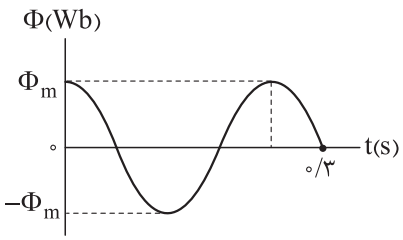
۱۰۳- در شکل (الف)، حلقه‌ای رسانا به مقاومت الکتریکی $2/5\ \Omega$، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سویی به اندازهٔ $0/03\ T$ قرار دارد. در مدت $0/2\ s$، مطابق شکل (ب)، مساحت حلقه را $40\ cm^2$ کاهش می‌دهیم. در این بازهٔ زمانی، جریان الکتریکی القایی متوسط در حلقه، چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟



(الف) (ب)

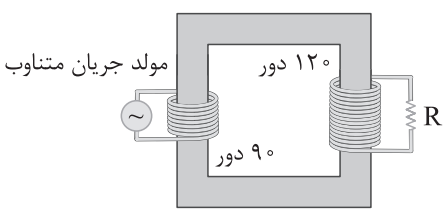
۱) ۲۴/۰، پادساعتگرد
۲) ۲۴/۰، ساعتگرد
۳) ۶/۰، پادساعتگرد
۴) ۶/۰، ساعتگرد

۱۰۴- نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچهٔ یک مولد جریان متناوب به شکل زیر است. اگر بیشینهٔ جریان عبوری از مولد $4A$ باشد، جریان عبوری از آن در لحظهٔ $t = 0/1\ s$ چند آمپر است؟



۱) ۲
۲) $2\sqrt{2}$
۳) $2\sqrt{3}$
۴) صفر

۱۰۵- در مبدل آرمانی شکل زیر، ولتاژ دو سر مقاومت R برابر $36\ V$ است. به ترتیب، ولتاژ مولد جریان متناوب برحسب ولت و نوع این مبدل آرمانی کدام است؟



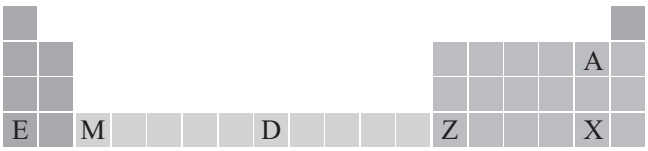
۱) ۲۷، مبدل کاهنده
۲) ۲۷، مبدل افزاینده
۳) ۴۸، مبدل کاهنده
۴) ۴۸، مبدل افزاینده

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی یازدهم

۱۰۶- با توجه به جدول مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، هر یک از توصیف‌های زیر (به ترتیب از راست به چپ) را به کدام عنصر نشان‌داده‌شده در آن می‌توان نسبت داد؟



- **هالوژنی که در دمای ۱۷۳ کلوین می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.**
- **عنصر اصلی که شعاع اتمی آن، از هر دو شبه‌فلز گروه ۱۴، بزرگ‌تر است.**
- **اتمی که آرایش یون سه بار مثبت آن، مشابه گاز نجیب نیست.**

۱) D ، E ، X　　۲) M ، Z ، X　　۳) M ، E ، A　　۴) Z ، Z ، A

۱۰۷- کدام گزینه در مورد نفت خام درست است؟

۱) در آن، مقدار قابل توجهی نمک و اسید وجود دارد که در برج تقطیر، باید از آن جدا شوند.

۲) دارای دو نقش اساسی است که نقش نخست و مهم‌تر آن، مادهٔ اولیه برای تولید کالاها است.

۳) در فرایند تقطیر آن، هر چه نقطهٔ جوش یک هیدروکربن بیشتر باشد، در سینی‌های بالاتر برج تقطیر از نفت جدا می‌شود.

۴) از یک بشکهٔ آن، حدود ۱۴۳ لیتر صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود.

۱۰۸- ۶۸/۸ گرم Cu_4FeS_3 با خلوص ۷۵ درصد، با چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP واکنش می‌دهد و گاز تولیدشده، در واکنش با مقدار کافی کلسیم اکسید با بازدهی ۸۰ درصد، چند گرم فراورده تولید می‌کند؟

($O=16, S=32, Ca=40, Fe=56, Cu=64 : g \cdot mol^{-1}$؛ معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود)

I) $Cu_4FeS_3(s) + O_2(g) \rightarrow Cu(s) + FeO(s) + SO_2(g)$

II) $SO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaSO_3(s)$

۱) ۷۶/۱۱ و ۲/۴۳　　۲) ۶/۱۹ و ۲/۴۳　　۳) ۷۶/۱۱ و ۷۲　　۴) ۶/۱۹ و ۷۲

۱۰۹- با توجه به دو فرایند زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟

a) تخمیر بی‌هوازی گلوکز　　b) استخراج مس از مس (I) سولفید در معدن مس سرچشمهٔ کرمان

الف) هر دو واکنش، روی محیط زیست تأثیر زیان‌باری دارند.

ب) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش b، بیشتر از a است.

پ) فراوردهٔ گازی هر دو واکنش، در سوختن زغال‌سنگ نیز تولید می‌شود.

ت) واکنش‌دهندهٔ مورد استفاده برای استخراج آهن از سنگ معدن آن در شرکت فولاد مبارکه، همان واکنش‌دهندهٔ مورد استفاده در فرایند (b) است.

۱) الف ـ پ　　۲) ب ـ ت

۳) الف ـ ت　　۴) ب ـ پ

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۰- مخلوطی از گازهای اتیلن و استیلن که در مجموع ۲۰۰ لیتر حجم دارند را با مقدار کافی برم مایع وارد واکنش می‌کنیم. اگر با جذب ۱۶۰۰ گرم برم مایع، هر دو گاز اتیلن و استیلن به طور کامل به ترکیبات سیرشده تبدیل شوند، درصد مولی گاز استیلن در مخلوط اولیه کدام است؟ (حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۲۵ لیتر در نظر بگیرید، $H=1, C=12, Br=80 : g\cdot mol^{-1}$)

۱) ۲۵ ۲) ۷۵ ۳) ۵۰ ۴) ۳۰

۱۱۱- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) رابطهٔ نقطهٔ جوش آلکان‌های راست‌زنجیر با تعداد اتم‌های کربن آن‌ها، همانند رابطهٔ واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با شعاع اتمی آن‌ها است.

ب) نام ترکیب $CH_3CH(CH_3)(CH_2)_3CH(C_2H_5)_2$، ۳ ـ اتیل ـ ۶ ـ متیل اوکتان است.

پ) برای سوختن کامل دو مول از آلکنی که در ساختار پیوند ـ خط آن، ۴ خط وجود دارد، به ۶ مول گاز اکسیژن نیاز است.

ت) شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن، چهار برابر شمار اتم‌های کربنی در آن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

۱) الف ـ ت ۲) الف ـ پ ـ ت

۳) ب ـ پ ـ ت ۴) ب ـ پ

۱۱۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه، مقایسهٔ درستی را نشان می‌دهد؟

$$C_6H_{12}O_6(l)+6O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(l) \quad , \quad |\Delta H|=a$$

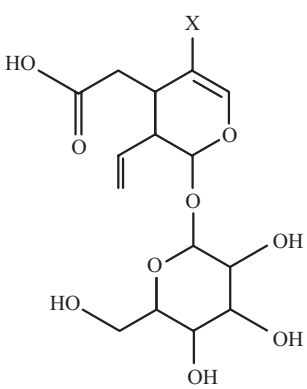
$$C_6H_{12}O_6(s)+6O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(g) \quad , \quad |\Delta H|=b$$

$$C_6H_{12}O_6(l)+6O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(g) \quad , \quad |\Delta H|=c$$

۱) $a>b>c$ ۲) $a>c>b$

۳) $b>a>c$ ۴) $b>c>a$

۱۱۳- اگر ساختار داده‌شده مربوط به ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{22}O_{11}$ باشد، کدام مطلب دربارهٔ این ترکیب نادرست است؟ (X یک گروه است که باید جایگزین شود؛ $H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1}$)



۱) به جای گروه X در ساختار آن، باید یک گروه کربوکسیل قرار گیرد.

۲) شمار پیوندهای دوگانه در آن، با شمار گروه‌های هیدروکسیل برابر است.

۳) در ساختار آن، ۵۰ پیوند یگانه بین اتم‌ها وجود دارد.

۴) ترکیبی سیرنشده است که در اثر واکنش هر مول از آن با مقدار کافی گاز هیدروژن، چهار گرم افزایش جرم پیدا می‌کند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۴- ارزش سوختی یک خوراکی فاقد پروتئین، برابر $۱۷/۶\,kJ\cdot g^{-1}$ است. اگر ۱۵ درصد جرمی این خوراکی چربی باشد، درصد جرمی کربوهیدرات این مادهٔ غذایی چقدر است و در صورتی که آهنگ مصرف انرژی هنگام دویدن فردی، ۲۵۶۰ کیلوژول در هر ساعت باشد، با مصرف ۸۰ گرم از این خوراکی، این فرد چند دقیقه می‌تواند بدود؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات و چربی به ترتیب برابر ۱۷ و ۳۸ کیلوژول بر گرم است.)

۱) ۷۰ ـ ۵۵ ۲) ۷۰ ـ ۳۳

۳) ۷۵ ـ ۵۵ ۴) ۷۵ ـ ۳۳

۱۱۵- کدام مورد درست است؟

۱) ریزمغذی‌ها، ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای هستند که منشأ تولید رادیکال‌های آزاد در بدن به حساب می‌آیند.

۲) سهم تولید گاز کربن دی‌اکسید در ردپای غذا، به مراتب کم‌تر از سوختن سوخت‌ها در خودروها و کارخانه‌هاست.

۳) در واکنش فتوسنتز، مجموع آنتالپی مواد فراورده بیشتر از مجموع آنتالپی مواد واکنش‌دهنده است.

۴) محتوای انرژی یک ماده، برابر با انرژی جنبشی حاصل از جنبش‌های نامنظم ذرات سازندهٔ آن ماده است.

۱۱۶- بین تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنشی فرضی، رابطهٔ زیر برقرار است: (مادهٔ C واکنش‌دهنده است.)

$$\frac{-\Delta n(D)}{۳\Delta t}=\frac{+\Delta n(A)}{۲\Delta t}=\frac{-\bar{R}(C)}{۳}=-۰/۴\frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$$

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ واکنش انجام‌شده، درست است؟

- **اگر در یک مدت‌زمان معین، شمار مول‌های C، ۱/۲ واحد تغییر کند، شمار مول‌های B در نصف این مدت، ۰/۵ مول تغییر خواهد کرد.**
- **سرعت متوسط مصرف مادهٔ D، ۶ برابر سرعت متوسط واکنش است.**
- **اگر غلظت نهایی مادهٔ B(g)، دو برابر مادهٔ A(g) باشد، نمودار «غلظت ـ زمان» این دو ماده در هیچ نقطه‌ای همدیگر را قطع نخواهد کرد.**
- **شیب نمودار «مول ـ زمان» برای ماده‌های C و D، معکوس یکدیگر است.**

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

۱۱۷- هر یک از ویژگی‌های زیر را به ترتیب به کدام نوع پلی‌اتن می‌توان نسبت داد؟

- **پلیمری شفاف و انعطاف‌پذیر است.**
- **روی سطح آب شناور می‌ماند.**
- **در فرایند تشکیل آن، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر افزوده شده‌اند.**
- **برای ساخت لوله‌های پلاستیکی و دبه‌های آب از آن استفاده می‌شود.**

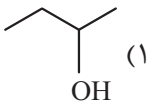
۱) سبک ـ سبک ـ سنگین ـ سنگین ۲) سبک ـ سنگین ـ سبک ـ سنگین

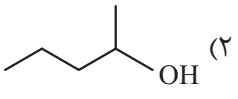
۳) سنگین ـ سبک ـ سبک ـ سنگین ۴) سنگین ـ سبک ـ سبک ـ سبک

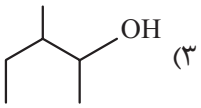
محل انجام محاسبات

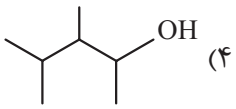
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۸- تفاوت جرم فراورده‌های حاصل از سوختن ۰/۰۱ مول از یک الکل یک‌عاملی سیرشده، برابر ۱/۳۸ گرم است. این الکل کدام گزینه می‌تواند باشد؟ ($H=1, C=12, O=16 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) 

۲) 

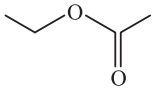
۳) 

۴) 

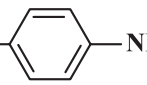
۱۱۹- کدام مورد درست است؟

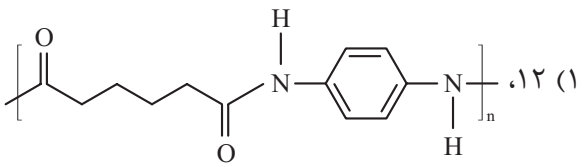
۱) با افزایش طول زنجیرهٔ هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروی وان‌درواالسی بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی چربی‌دوستی الکل کم‌تر می‌شود.

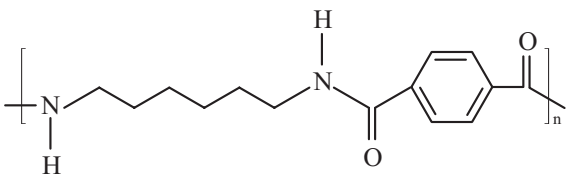
۲) مصرف بیش از اندازهٔ ویتامین‌ها برای بدن مشکلی ایجاد نمی‌کند، زیرا در آب محلول بوده و به راحتی دفع می‌شوند.

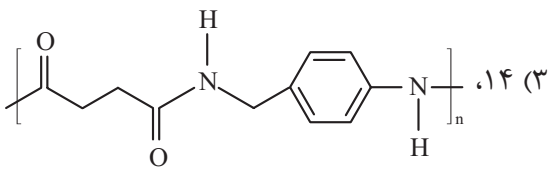
۳) اگر یکی از محصولات آبکافت استر $C_4H_8O_2$، پرکاربردترین اسید آلی باشد، فرمول ساختاری استر اولیه به صورت  است.

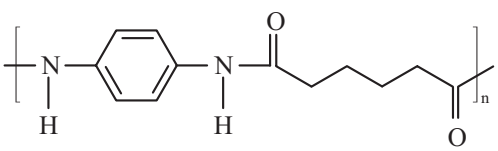
۴) مولکول‌های نشاسته، در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، به سرعت به گلوکز تبدیل می‌شوند.

۱۲۰- در اثر واکنش یک مول از دی‌اسید $HOOC-(CH_2)_y-COOH$ با دو مول متانول، یک مول دی‌استر با فرمول مولکولی $C_8H_xO_4$ تولید می‌شود. مقدار x و ساختار پلیمر حاصل از واکنش این دی‌اسید با دی‌آمین  کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی
خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پنجم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۶/مهر/۱۴۰۳

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۴-۱۴۰۳

۱- دوره دروس پایه دهم
۲- دوره دروس پایه یازدهم
۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
۴- امکان انتخاب فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۱۳ تیر	دوم ۵ مرداد	سوم ۲۶ مرداد	چهارم ۱۶ شهریور	پنجم ۶ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	✓	✓	-

- با توجه به موارد فوق دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.
- هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون تعیین سطح (جامع پایه یازدهم) در تاریخ ۱۳ تیر ۱۴۰۳ برگزار شده است؛ چنانچه نتوانستید در این آزمون شرکت کنید، امکان برگزاری این آزمون به صورت آنلاین فراهم است.
- آزمون مرحله پنجم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) به عنوان ایستگاهی برای دورهٔ دروس پایه یا تعیین سطح می‌باشد.

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پایه دهم

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم – مرحله پنجم – ۶ مهر ۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
هندسه (۱)	نادر حاجی‌زاده ـ محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ کیوان صارمی ـ حسین هاشمی طاهری
فیزیک (۱)	امین امینی ـ علیرضا جباری ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی (۱)	مهدی براتی ـ هومن زندی ـ علی طهانی ـ یاسر عبداللهی ـ سید علی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	شمیم پهلوان‌شریف ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
هندسه (۱)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری	امین امینی	مدیا عیدی ماهان فنی‌فر احسان محمدی امیر محمودی انزابی
شیمی (۱)	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی محدثه ملک‌پور	محمد مرادی وحید فارسیان	مهسا خاکی احسان رحیمی هومن زندی امیررضا نوری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضی دهم

تست و پاسخ ۱

اگر $a=\frac{۱}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{۱}{۳}a^۳+a^۲+a$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره مباحث فصل سوم کتاب پایهٔ دهم یعنی ریشه و توان و اتحادهای جبری، اگرچه در کنکورهای چند سال اخیر همواره به صورت مستقیم مورد پرسش قرار نگرفته‌اند، اما مفاهیمی بسیار بنیادی و اساسی هستند. به طور کلی مطالعهٔ ریاضی کنکور سراسری از این مبحث و فصل آغاز می‌شود.

خودت حل کنی بهتره اول کسر رو گویا کن، بعد ببین عبارت $\frac{۱}{۳}a^۳+a^۲+a$ شبیه توان سوم یه چیزی نیست؟

درس نامه ۱. اتحادهای جبری

اگر دو طرف یک تساوی جبری به ازای هر مقدار قابل قبول از متغیرهایش برابر باشند، آن تساوی را یک اتحاد می‌نامیم.

اتحاد	رابطه	مثال
مربع دوجمله‌ای	$(x\pm y)^۲=x^۲\pm ۲xy+y^۲$	$۱۰۲^۲=(۱۰۰+۲)^۲=(۱۰۰)^۲+۲(۲)(۱۰۰)+(۲)^۲$ $=۱۰۰۰۰+۴۰۰+۴=۱۰۴۰۴$
مزدوج	$(x+y)(x-y)=x^۲-y^۲$	$۹۸\times۱۰۲=(۱۰۰-۲)(۱۰۰+۲)=۱۰۰^۲-۲^۲$ $=۱۰۰۰۰-۴=۹۹۹۶$
جمله‌مشترک	$(x\pm\alpha)(x\pm\beta)=x^۲\pm(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$	$۱۰۲\times۱۰۳=(۱۰۰+۲)(۱۰۰+۳)$ $=۱۰۰^۲+(۳+۲)\times۱۰۰+۳\times۲=۱۰۰۰۰+۵۰۰+۶=۱۰۵۰۶$
مکعب دوجمله‌ای	$(x\pm y)^۳=x^۳\pm۳x^۲y+۳xy^۲\pm y^۳$ $(x\pm y)^۳=x^۳\pm y^۳\pm۳xy(x\pm y)$	$۱۰۲^۳=(۱۰۰+۲)^۳=۱۰۰^۳+۳\times۱۰۰^۲\times۲+۳\times۱۰۰\times۲^۲+۲^۳$ $=۱۰۰۰۰۰۰+۶۰۰۰۰+۱۲۰۰+۸=۱۰۶۱۲۰۸$
چاق و لاغر	$(x\pm y)(x^۲\mp xy+y^۲)=x^۳\pm y^۳$	$\underbrace{(۱۰۱-۱۰۰)}_{\text{برابر ۱ است.}}\underbrace{(۱۰۱^۲-(۱۰۱)(-۱۰۰)+۱۰۰^۲)}_{۱۰۱^۲+۱۰۱\times۱۰۰+۱۰۰^۲}$ $\overbrace{\text{با استفاده از ردیف بالا}}$ $=۱۰۱^۳-۱۰۰^۳=۱۰۳۰۳۰۱-۱۰۰۰۰۰۰=۳۰۳۰۱$
مربع سه‌جمله‌ای	$(x+y+z)^۲=x^۲+y^۲+z^۲+۲xy+۲xz+۲yz$	-
رادیکال مرکب	$\sqrt{x\pm\sqrt{y}}=\sqrt{\frac{x+\sqrt{x^۲-y}}{۲}}\pm\sqrt{\frac{x-\sqrt{x^۲-y}}{۲}}$ $\sqrt{(x+y)\pm۲\sqrt{xy}}=\sqrt{x}\pm\sqrt{y}$	$\sqrt{۹+۴\sqrt{۲}}=\sqrt{۹+\sqrt{۳۲}}=\sqrt{\frac{۹+\sqrt{۹^۲-۳۲}}{۲}}+\sqrt{\frac{۹-\sqrt{۹^۲-۳۲}}{۲}}$ $=\sqrt{\frac{۹+۷}{۲}}+\sqrt{\frac{۹-۷}{۲}}=۲\sqrt{۲}+۱$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

درس‌نامه ۲. گویاکردن مخرج

منظور از گویاکردن مخرج یک کسر آن است که مخرجش عدد گنگ رادیکالی نباشد، مثلاً عدد $\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ را گویا می‌کنیم و آن را به صورت $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ می‌نویسیم. برای این کار راه‌های زیر را در پیش داریم:

۱) **استفاده از ریشهٔ nاُم:** کاری می‌کنیم در مخرج، توان ضریبی از فرجهٔ رادیکال باشد.

مثال:

$$\frac{۳}{\sqrt{۵}}\times\frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}\quad,\quad\frac{۴}{\sqrt[۵]{۱۶}}=\frac{۴}{\sqrt[۵]{۲^۴}}\times\frac{\sqrt[۵]{۲}}{\sqrt[۵]{۲}}=\frac{۴\sqrt[۵]{۲}}{۲}=۲\sqrt[۵]{۲}$$

$$\frac{۱}{\sqrt[۳]{۳}}\times\frac{\sqrt[۳]{۹}}{\sqrt[۳]{۹}}=\frac{\sqrt[۳]{۹}}{۳}$$

۲) **استفاده از اتحاد مزدوج:** صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

$$\frac{۱}{\sqrt{۲}-۱}\times\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}+۱}=\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲-۱}=\sqrt{۲}+۱$$

$$\frac{۳}{\sqrt{۱۰}+\sqrt{۷}}\times\frac{\sqrt{۱۰}-\sqrt{۷}}{\sqrt{۱۰}-\sqrt{۷}}=\frac{۳(\sqrt{۱۰}-\sqrt{۷})}{۱۰-۷}=\sqrt{۱۰}-\sqrt{۷}$$

$$\frac{۱۱}{\sqrt{۶}-۲}\times\frac{\sqrt{۶}+۲}{\sqrt{۶}+۲}=\frac{۱۱(\sqrt{۶}+۲)}{۶-۴}=\frac{۱۱}{۲}\sqrt{۶}+۱۱$$

۳) **استفاده از اتحاد چاق و لاغر:**

این‌جا باید ببینیم در مخرج، لاغر حضور دارد یا چاق. هر کدام که باشد، صورت و مخرج کسر را در دیگری ضرب می‌کنیم.

مثال:

$$\underbrace{\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱}}_{\text{لاغر}}\times\frac{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}=\frac{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}{۲-۱}=\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا مخرج a را گویا می‌کنیم و طبق درس‌نامه (خیلی شبیه مثال درس‌نامه)، صورت و مخرج آن را در عبارت لاغرِ آن یعنی $\sqrt[۳]{۲}-۱$ ضرب می‌کنیم:

$$a=\frac{۱}{(\sqrt[۳]{۲})^۲-(-۱)(\sqrt[۳]{۲})+(-۱)^۲}\times\frac{\sqrt[۳]{۲}-۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱}=\frac{\sqrt[۳]{۲}-۱}{۲-۱}=\sqrt[۳]{۲}-۱$$

گام دوم: عبارت $\frac{۱}{۳}a^۳+a^۲+a$ خیلی شبیه $(a+۱)^۳=a^۳+۳a^۲+۳a+۱$ است، پس آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{۱}{۳}a^۳+a^۲+a=\frac{۱}{۳}(a^۳+۳a^۲+۳a+۱-۱)=\frac{۱}{۳}((a+۱)^۳-۱)$$

گام سوم: حالا $a=\sqrt[۳]{۲}-۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۳}((\sqrt[۳]{۲}-۱+۱)^۳-۱)=\frac{۱}{۳}(۲-۱)=\frac{۱}{۳}$$

تست و پاسخ ۲

a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ **خطی** است. به طوری که $a_n=(a_۳-۶)n-a_۱$. **واسطهٔ حسابی بین $a_۷$ و $a_{۱۳}$** کدام است؟

۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۳۸ ۴) ۴۰

میانگین آن‌هاست.

$a_n=\alpha n+\beta$ همان دنبالهٔ حسابی

پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره دنبالهٔ خطی و حسابی یکسان‌اند و از هر کدام که برایتان راحت‌تر است، می‌توانید استفاده کنید؛ $a_n=\alpha n+\beta$ یا $a_n=a_۱+(n-۱)d$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

خودت حل کنی بهتره اول باید جملهٔ عمومی رو حساب کنی. توی فرمول داده‌شده یک بار $n=1$ و یک بار $n=3$ رو جای‌گذاری کن تا از طریق یه دستگاه a_1 و a_3 رو حساب کنی.

درس نامه ●● دنبالهٔ حسابی / خطی

یک دنبالهٔ حسابی، دنباله‌ای است که هر جملهٔ آن (به غیر از جملهٔ اول)، از افزودن یک مقدار ثابت به جملهٔ قبلی به دست می‌آید، این مقدار ثابت (تفاضل مشترک) را قدر نسبت دنبالهٔ حسابی می‌نامیم. در واقع دنباله حسابی همان دنبالهٔ خطی است.

جملهٔ عمومی: $a_n = a_1 + (n-1)d = dn + a_1 - d = \alpha n + \beta$

در این تساوی ضریب n همان قدرنسبت دنباله است: $\alpha = d$

نکته واسطهٔ حسابی دو عدد، میانگین آن دو عدد است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** در تساوی $a_n = (a_3 - 6)n - a_1$، مقادیر $n=1$ و $n=3$ را جای‌گذاری می‌کنیم تا از طریق یک دستگاه دومعادله ـ دومجهول مقادیر a_1 و a_3 را به دست آوریم:

$$n=1: a_1 = a_3 - 6 - a_1 \Rightarrow a_3 - 2a_1 = 6 \quad (1)$$

$$n=3: a_3 = 3a_3 - 18 - a_1 \Rightarrow 2a_3 - a_1 = 18 \quad (2)$$

گام دوم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_3 - 2a_1 = 6 \\ 2a_3 - a_1 = 18 \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} a_3 - 2a_1 = 6 \\ -4a_3 + 2a_1 = -36 \end{cases}$$

$$\text{جمع‌طرفین}: -3a_3 = -30 \Rightarrow a_3 = 10$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} 10 - 2a_1 = 6 \Rightarrow a_1 = 2$$

گام سوم: حال با دانستن $a_1 = 2$ و $a_3 = 10$ جملهٔ عمومی دنبالهٔ a_n را به دست می‌آوریم.

$$a_n = \alpha n + \beta \Rightarrow \begin{cases} n=1: \alpha + \beta = 2 \\ n=3: 3\alpha + \beta = 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \alpha = 4, \beta = -2$$

گام چهارم: پس $a_n = 4n - 2$ است و حالا a_7 و a_{13} و سپس واسطهٔ حسابی آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$a_n = 4n - 2 \Rightarrow \begin{cases} n=7: a_7 = 26 \\ n=13: a_{13} = 50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{واسطهٔ حسابی (میانگین)} = \frac{a_7 + a_{13}}{2} = 38$$

نکته برای دو عدد طبیعی m و k در دنبالهٔ حسابی a_n داریم:

$$a_m + a_k = 2a_{\frac{m+k}{2}}$$

پس با این روش داریم:

$$\frac{a_7 + a_{13}}{2} = \frac{2a_{\frac{7+13}{2}}}{2} = a_{10} = 4(10) - 2 = 38$$

تست و پاسخ ۳

در یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت، جملهٔ سوم از جملهٔ اول، ۲۰ واحد بیشتر و از جملهٔ پنجم، ۴۵ واحد کم‌تر است. اگر $t_{10} - t_8 = k(\frac{3}{2})^5$ باشد مقدار k کدام است؟

($t_n = t_1 r^{n-1}$) ($t_1, r > 0$)

۱) ۴۵ ۲) ۳۵ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره شاه‌کلید، جملهٔ عمومی دنباله‌س. باید t_1 و r رو حساب کنی. تو حل دستگاه‌ها برای دنبالهٔ هندسی، از تقسیم معادله‌ها غافل مشو (نشو).

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

درس‌نامه ●● دنبالهٔ هندسی

یک دنبالهٔ هندسی، دنباله‌ای است که هر جملهٔ آن (به غیر از جملهٔ اول (غیرصفر)، از ضرب یک عدد ثابت غیرصفر در جملهٔ قبلی به دست می‌آید. این مقدار ثابت را قدرنسبت دنبالهٔ هندسی می‌نامیم.

جملهٔ عمومی: $a_n = a_1 q^{n-1} = \alpha\beta^n$

ویژگی‌های جملات دنبالهٔ هندسی:

رابطه	شرط
$b^2 = ac$ $a_n^2 = a_{n-k}.a_{n+k}$	سه جملهٔ متوالی a ، b و c حالت کلی: سه جمله با فاصلهٔ برابر a_{n-k} ، a_n و a_{n+k}
$a_n.a_m = a_x.a_y$	$m+n=x+y$
$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$ ، $n = \log_q(\frac{b}{a}) - 1$	بین دو عدد حقیقی a و b، n واسطهٔ هندسی قرار دهیم
$\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$	

پاسخ تشریحی **گام اول:** جملهٔ عمومی دنباله را $t_n = t_1 r^{n-1}$ در نظر می‌گیریم و با معلومات مسئله، به دنبال پیداکردن t_1 و r می‌رویم:

$$t_3 - t_1 = 20 \Rightarrow t_1 r^2 - t_1 = 20 \quad (1) \qquad t_5 - t_3 = 45 \Rightarrow t_1 r^4 - t_1 r^2 = 45 \quad (2)$$

گام دوم: با تقسیم طرفین معادلهٔ (۲) به طرفین معادلهٔ (۱) داریم:

$$\frac{t_1 r^4 - t_1 r^2}{t_1 r^2 - t_1} = \frac{t_1 r^2 (r^2-1)}{t_1 (r^2-1)} = r^2 = \frac{45}{20} = \frac{9}{4} \xrightarrow[r>0]{\text{جملات مثبت}} r = \frac{3}{2}$$

$r = \frac{3}{2}$ را در معادلهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$t_1((\frac{3}{2})^2 - 1) = 20 \Rightarrow t_1 = \frac{20}{\frac{5}{4}} = 16$$

گام سوم: پس جملهٔ عمومی دنبالهٔ $t_n = 16 \times (\frac{3}{2})^{n-1}$ است. حال مقدار $t_{10} - t_8$ را حساب می‌کنیم:

$$t_{10} = 16 \times (\frac{3}{2})^9 = 16 \times (\frac{3}{2})^4 \times (\frac{3}{2})^5 = \frac{16 \times 3^4}{2^4}(\frac{3}{2})^5 = 81(\frac{3}{2})^5$$

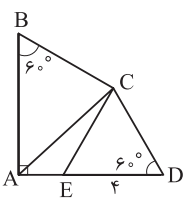
$$t_8 = 16 \times (\frac{3}{2})^7 = 16 \times (\frac{3}{2})^2 \times (\frac{3}{2})^5 = \frac{16 \times 3^2}{2^2}(\frac{3}{2})^5 = 36(\frac{3}{2})^5 \Rightarrow t_{10} - t_8 = (81-36)(\frac{3}{2})^5 = 45\ (\frac{3}{2})^5$$

↓ این همان مقدار k است.

تست و پاسخ ۴

در شکل مقابل، مساحت مثلث CDE برابر $5\sqrt{3}$ و $DC = BC$ است. طول پاره‌خط AE کدام است؟

$(DE = 4 , \hat{B} = \hat{D} = 60^\circ , \hat{A} = 90^\circ)$



۱) $\frac{9}{2}\sqrt{3} - 5$

۲) $3\sqrt{3} - 5$

۳) $\frac{5\sqrt{3} - 3}{2}$

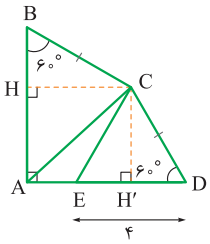
۴) $\frac{5 - \sqrt{3}}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره اجزای اضافی را رسم کن و ثابت کن AC قطر مربعه.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع DE و AB را از رأس C رسم می‌کنیم:



گام دوم: دو مثلث BHC و CH′D به حالت وتر و یک زاویهٔ حاده همنهشت‌اند، پس $CH = CH'$ و در نتیجه چهارضلعی AHCH′ مربع است.

گام سوم: مساحت مثلث CDE برابر $۵\sqrt{۳}$ است:

$$S_{CDE} = \frac{۱}{۲}DE.CH' = \frac{۱}{۲}(۴)CH' = ۵\sqrt{۳} \Rightarrow CH' = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

گام چهارم: پس طول ضلع مربع برابر $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$ است. در مثلث قائم‌الزاویهٔ CH′D داریم:

$$\tan ۶۰^\circ = \frac{CH'}{H'D} = \frac{\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}}{H'D} = \sqrt{۳} \Rightarrow \frac{\frac{۵}{۲}}{H'D} = ۱ \Rightarrow H'D = \frac{۵}{۲}$$

طبق فرض مسئله می‌دانیم که $ED = ۴$ است؛ پس طول ضلع EH′ به دست می‌آید:

$$EH' = ED - H'D = ۴ - \frac{۵}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

گام پنجم: طول ضلع مربع یعنی طول ضلع AH′ برابر $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$ است؛ پس طول ضلع AE به دست می‌آید:

$$AE = AH' - EH' = \frac{۵\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۳}{۲} = \frac{۵\sqrt{۳}-۳}{۲}$$

تست و پاسخ ۵

انتهای کمان θ **در ناحیهٔ اول دایرهٔ مثلثاتی** است و رابطهٔ $\sqrt{۵\tan\theta + ۵\cot\theta} = ۳\sin\theta + ۳\cos\theta$ برقرار است. در این صورت حاصل $\sin^۴\theta + \cos^۴\theta$ کدام است؟

علامت همهٔ نسبت‌ها مثبت است.

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره به توان ۲ برسون، tan و cot رو برحسب sin و cos بنویس و از اتحاد مهم $\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$ استفاده کن.

درس نامه ۱. روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad , \quad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow \tan\alpha.\cot\alpha = ۱$$

$$\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۱ + \tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \\ ۱ + \cot^۲\alpha = \frac{۱}{\sin^۲\alpha} \end{cases}$$

$$(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^۲ = ۱ \pm ۲\sin\alpha\cos\alpha = ۱ \pm ۲(\text{Sin}\,\alpha\text{Cos}\,\alpha)$$

$$\sin^۴\alpha + \cos^۴\alpha = ۱ - ۲\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha = ۱ - ۲(\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha)^۲$$

$$\sin^۳\alpha + \cos^۳\alpha = (\sin\alpha + \cos\alpha)(۱ - \sin\alpha\cos\alpha)$$

$$\sin^۶\alpha + \cos^۶\alpha = ۱ - ۳\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha = ۱ - ۳(\sin\alpha\cos\alpha)^۲$$

$$\tan\alpha + \cot\alpha = \frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲. روش‌های حل معادلهٔ درجه‌دوم

معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$ را با شرط $a\neq ۰$ یک معادلهٔ درجه‌دوم، استاندارد در نظر می‌گیریم و برای حل آن روش‌های زیر را داریم:

۱) روش ریشه‌گیری / اتحاد مزدوج: در این حالت $b=۰$ است:

$$x^۲-۲۰=۰ \Rightarrow x^۲=۲۰ \Rightarrow x=\pm\sqrt{۲۰}=\pm۲\sqrt{۵}$$

$$۴x^۲-۱۵=۰ \Rightarrow (۲x+\sqrt{۱۵})(۲x-\sqrt{۱۵})=۰ \Rightarrow x_۱=-\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}\ ,\ x_۲=\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}$$

۲) اتحاد جمله‌مشترک: اتحاد $(x+m)(x+n)=x^۲+(m+n)x+mn$ را اتحاد جمله‌مشترک می‌نامیم (مراجعه کنید به درس‌نامهٔ سؤال ۱). برای حل معادلهٔ درجه‌دوم با این روش، کل معادله را بر a تقسیم می‌کنیم تا ضریب $x^۲$ برابر ۱ شود، در این صورت دنبال ۲ عدد می‌گردیم که مجموع آن‌ها ضریب x و حاصل‌ضرب آن‌ها عدد ثابت معادله شود.

$$x^۲\ \underset{-۹}{}\ x+۱۴=۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۷)=۰ \Rightarrow x_۱=۲\ ,\ x_۲=۷$$

مجموع ⇐ حاصل‌ضرب ⇐ آن ۲ عدد ۲- و ۷- هستند.

$$x^۲\ \underset{+۱}{}\ x\underset{-۲۰}{}=۰ \Rightarrow (x+۵)(x-۴)=۰ \Rightarrow x_۱=-۵\ ,\ x_۲=۴$$

حاصل ضرب مجموع ⇐ آن ۲ عدد ۵ و ۴- هستند

روش روسی

در این روش معادلهٔ $x^۲+bx+ac=۰$ را حل می‌کنیم و سپس جواب‌های به‌دست‌آمده را بر a تقسیم می‌کنیم تا جواب‌های معادله اصلی $ax^۲+bx+c=۰$ به دست آید.

$$۳x^۲+۸x-۳=۰ \xrightarrow[\text{ضریب } x^۲ \text{ را در عدد ثابت ضرب می‌کنیم.}]{\text{روش روسی}} x^۲+۸x-۹=۰ \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x+۹)(x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow x'_۱=-۹\ ,\ x'_۲=۱ \xrightarrow{\text{تقسیم بر } a} \text{جواب‌های معادلهٔ اصلی}\ x_۱=-۳\ ,\ x_۲=\frac{۱}{۳}$$

۳) روش Δ / مربع کامل: روش معروف Δ است که از دل روش مربع کامل اثبات شده است و به صورت زیر است:

$$\Delta=b^۲-۴ac \Rightarrow x_{۱,۲}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** عبارت خواسته‌شدهٔ سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم تا ببینیم به مقادیر چه عبارت‌هایی نیاز داریم:

$$\sin^۴\theta+\cos^۴\theta=(\sin^۲\theta+\cos^۲\theta)^۲-۲\sin^۲\theta\cos^۲\theta=۱-۲(\sin\theta\cos\theta)^۲$$

گام دوم: پس فقط $\sin\theta\cos\theta$ را می‌خواهیم. برای این کار طرفین تساوی داده‌شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{۵(\tan\theta+\cot\theta)}=۳(\sin\theta+\cos\theta) \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۵(\tan\theta+\cot\theta)=۹(\sin\theta+\cos\theta)^۲$$

گام سوم: از اتحادهای درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$۵\left(\frac{۱}{\sin\theta\cos\theta}\right)=۹(۱+۲\sin\theta\cos\theta) \Rightarrow \frac{۵}{\sin\theta\cos\theta}=۹+۱۸\sin\theta\cos\theta$$

$\sin\theta\cos\theta$ را متغیر جدید t در نظر می‌گیریم:

$$\frac{۵}{t}=۹+۱۸t \Rightarrow ۱۸t^۲+۹t-۵=۰$$

$$\xrightarrow{\text{روش روسی}} x^۲+۹x-۹۰=(x+۱۵)(x-۶)=۰ \Rightarrow x_۱=-۱۵\ ,\ x_۲=۶$$

پس جواب‌های معادلهٔ اصلی $\frac{۱}{۱۸}$ این جواب‌ها هستند:

$$t_۱=-\frac{۱۵}{۱۸}=-\frac{۵}{۶}\ ,\ t_۲=\frac{۶}{۱۸}=\frac{۱}{۳}$$

گام چهارم: انتهای کمان θ در ربع اول است، پس همهٔ نسبت‌های مثلثاتی آن و در نتیجه $\sin\theta\cos\theta$ نیز مثبت است، پس مقدار مثبت t را قبول می‌کنیم:

$$\sin\theta\cos\theta=\frac{۱}{۳}$$

گام پنجم: طبق رابطهٔ گام اول داریم:

$$\sin^۴\theta+\cos^۴\theta=۱-۲\left(\frac{۱}{۳}\right)^۲=۱-\frac{۲}{۹}=\frac{۷}{۹}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۶

اگر a و b جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x = ۲m$ و a و c جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۲x = ۳m$ باشند، حاصل $b + c$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۶ ۲) -۱ ۳) ۴ ۴) -۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

خودت حل کنی بهتره جواب‌های معادله تو معادله صدق می‌کنن، a هم که جواب مشترکه، پس به جای x های هر دو معادله a بزار.

پاسخ تشریحی **گام اول:** این نکته بسیار مهم است که جواب‌های هر معادله در خود آن معادله صدق می‌کنند، این یعنی اگر جواب معادله‌ای مثلاً ۲ باشد، وقتی به جای x عدد ۲ قرار دهیم؛ تساوی برقرار می‌شود.

حال در این سؤال دو معادله داریم که یکی از جواب‌های هر دو که همان جواب مشترک باشد، $x = a$ است، پس $x = a$ را در هر دو جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x^۲ - ۳x = ۲m \xrightarrow{x=a} a^۲ - ۳a = ۲m \quad (۱)$$

$$x^۲ - ۲x = ۳m \xrightarrow{x=a} a^۲ - ۲a = ۳m \quad (۲)$$

گام دوم: طرفین معادلهٔ (۱) را از طرفین معادلهٔ (۲) کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow (a^۲ - ۲a) - (a^۲ - ۳a) = ۳m - ۲m \Rightarrow a = m$$

به جای a، m و مقدار x را نیز در معادلهٔ a قرار می‌دهیم:

$$x^۲ - ۲x = ۳a \xrightarrow{x=a} a^۲ - ۲a = ۳a \Rightarrow a^۲ - ۵a = ۰ \Rightarrow a_۱ = ۰ \text{ یا } a_۲ = ۵$$

گام سوم: به ازای هر کدام از مقادیر a، معادلات را حل می‌کنیم تا جواب‌های غیرمشترک را که b و c باشند، به دست آوریم:

$$a = ۰: \begin{cases} x^۲ - ۳x = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۰ \,,\, \overset{b}{\overbrace{x_۲ = ۳}} \\ x^۲ - ۲x = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۰ \,,\, \underset{c}{\underbrace{x_۲ = ۲}} \end{cases} \Rightarrow b + c = ۵$$

$$a = ۵: \begin{cases} x^۲ - ۳x = ۱۰ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۱۰ = (x-۵)(x+۲) = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۵ \,,\, \overset{b}{\overbrace{x_۲ = -۲}} \\ x^۲ - ۲x = ۱۵ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱۵ = (x-۵)(x+۳) = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۵ \,,\, \underset{c}{\underbrace{x_۲ = -۳}} \end{cases} \Rightarrow b + c = -۵$$

تست و پاسخ ۷

سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ از نقطهٔ $(-۴, c)$ می‌گذرد و برخط $y = -۲$ مماس است. اگر این سهمی، نیمساز ناحیهٔ اول را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند، مقدار b کدام است؟

۲− عرض رأس سهمی است.

$y = x \,,\, x > ۰$

مختصات نقطهٔ تقاطع $(۱, ۱)$ است.

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۷}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره در مسائلی که لازم است که معادلهٔ یک سهمی را پیدا کنید، تا حد ممکن از نوشتن ضابطه به صورت $y = ax^۲ + bx + c$ که لازمهٔ آن حل دستگاه سه معادله ـ سه مجهول است، خودداری کنید و سعی کنید دو نقطه با عرض‌های یکسان پیدا کنید تا بتوانید از فرم‌های دیگر معادله سهمی استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره دو نقطهٔ هم‌عرض داری، پس طول رأس سهمی رو هم داری. عرض رأس هم که بهت داده. چی می‌مونه؟ a. از نقطهٔ $(۱, ۱)$ استفاده کن.

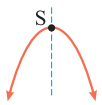
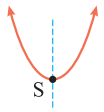
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

درس‌نامه ●● سهمی (تابع درجه‌دو)

هر معادله به شکل $y = ax^۲ + bx + c$ را که در آن a، b و c اعداد حقیقی و $a \neq ۰$ است یک تابع درجه‌دو و نمودار آن را سهمی می‌نامیم.

نقطهٔ S در شکل‌های روبه‌رو را رأس سهمی یا نقطهٔ ماکزیمم (مینیمم) تابع می‌نامیم.

خط گذرنده از رأس و عمود بر محور xها را محور تقارن سهمی می‌نامیم. این خط در نقطهٔ رأس بر سهمی عمود است.

$a < ۰$	$a > ۰$
دهانهٔ سهمی رو به پایین	دهانهٔ سهمی رو به بالا
	
ماکزیمم‌دار است.	مینیمم‌دار است.

ضابطهٔ یک سهمی را می‌توان به صورت $y = a(x - x_S)^۲ + y_S$ نیز نمایش داد.

به جدول زیر توجه کنید:

ماکزیمم (مینیمم)	محور تقارن	مختصات رأس	معادله
y_S	$x = x_S$	$S(x_S, y_S)$	$f(x) = a(x - x_S)^۲ + y_S$
$f(\frac{-b}{۲a}) = -\frac{\Delta}{۴a}$	$x = \frac{-b}{۲a}$	$S(\frac{-b}{۲a}, -\frac{\Delta}{۴a})$	$f(x) = ax^۲ + bx + c$
$f(\frac{x_۱ + x_۲}{۲})$	$x = \frac{x_۱ + x_۲}{۲}$	$S(\frac{x_۱ + x_۲}{۲}, f(\frac{x_۱ + x_۲}{۲}))$	$f(x) = a(x - x_۱)(x - x_۲)$

در ردیف آخر، $x_۱$ و $x_۲$ صفرهای سهمی هستند. در حالت کلی ریشه‌های ضابطهٔ تابع f یا طول نقاط برخورد نمودار آن با محور xها را صفرهای تابع f می‌نامیم.

نکتهٔ مهم: اگر خط $y = k$ سهمی را در دو نقطه به طول‌های $x_۱$ و $x_۲$ قطع کند، طول رأس، وسط طول این دو نقطه یعنی $x_S = \frac{x_۱ + x_۲}{۲}$ است که همان معادلهٔ محور تقارن تابع است. از طرفی اگر خط $y = k$ سهمی را در یک نقطه قطع کند (یعنی بر آن مماس شود)، عرض نقطهٔ ماکزیمم (مینیمم) برابر k است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** عرض از مبدأ سهمی c است، چون اگر $x = ۰$ را جای‌گذاری کنیم، $y = c$ به دست می‌آید. پس سهمی از نقطهٔ $(۰, c)$ می‌گذرد.

طبق فرض، این سهمی از نقطهٔ $(-۴, c)$ هم می‌گذرد، این یعنی دو نقطه با عرض برابر روی این سهمی پیدا کردیم. پس طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه است:

$$(۰, c), (-۴, c) \in \text{سهمی} \Rightarrow x_S = \frac{۰ - ۴}{۲} = -۲$$

گام دوم: اگر خطی افقی بر یک سهمی مماس باشد، نقطهٔ تماس، رأس سهمی است؛ بنابراین عرض رأس سهمی این سؤال $y_S = -۲$ است؛ زیرا خط $y = -۲$ بر سهمی مماس است.

گام سوم: پس معادلهٔ سهمی را به صورت مقابل می‌نویسیم: $\xrightarrow{y=a(x-x_S)^۲+y_S} y = a(x + ۲)^۲ - ۲$

این سهمی خط $y = x$ را در نقطه‌ای به طول $x = ۱$ قطع می‌کند، پس سهمی از نقطهٔ $(۱, ۱)$ هم می‌گذرد:

$$\Rightarrow ۱ = a(۳)^۲ - ۲ \Rightarrow a = \frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}(x + ۲)^۲ - ۲ = \frac{۱}{۳}(x^۲ + ۴x + ۴) - ۲ = \frac{۱}{۳}x^۲ + \frac{۴}{۳}x - \frac{۲}{۳}$$

با مقایسهٔ این معادله و معادلهٔ صورت سؤال، مشخص است که $b = \frac{۴}{۳}$ است.

تست و پاسخ ۸

مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(x - ۱)(x^۳ + ax^۲ + b) \geq ۰$ برابر $\mathbb{R}$ است. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۵

عبارت ریشهٔ مرتبهٔ فرد ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

خودت حل کنی بهتره همهٔ ریشه‌های چندجمله‌ای $(x - ۱)(x^۳ + ax^۲ + b)$ از جمله $x = ۱$ باید مضاعف باشن.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** اگر $x=1$ ریشهٔ عبارت x^3+ax^2+b نباشد، عبارت اصلیِ $P(x)=(x-1)(x^3+ax^2+b)$ قطعاً در اطراف $x=1$ تغییر علامت می‌دهد و آن وقت مجموعهٔ جواب‌های نامعادله $\mathbb{R}$ نخواهد بود، در نتیجه $x=1$ قطعاً ریشهٔ x^3+ax^2+b خواهد بود:

$$\Rightarrow 1+a+b=0 \Rightarrow b=-a-1$$

گام دوم: عوامل تجزیهٔ چندجمله‌ای $P(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$P(x)=(x-1)\underbrace{(x^3+ax^2-a-1)}_{\text{به‌صورت } (x-1)(x^2+(a+1)x+a+1) \text{ تجزیه می‌شود.}}=(x-1)^2(x^2+(a+1)x+a+1)$$

گام سوم: برای این‌که همواره $P(x)\geq 0$ باشد، لازم است که عبارت $x^2+(a+1)x+a+1$ همواره نامنفی باشد و لازمهٔ آن هم این است که Δ ی این عبارت نامثبت باشد:

$$\Delta=(a+1)^2-4(a+1)=(a+1)(a+1-4)=(a+1)(a-3) \xrightarrow{\Delta\leq 0} -1\leq a\leq 3$$

گام چهارم: مقادیر صحیح این بازه عبارت‌اند از -1 ، ۰، ۱، ۲ و ۳ که مجموع آن‌ها برابر ۵ است.

تست و پاسخ ۹

فقط عدد ثابت و ضریب x دارد؛ $f(x)=\alpha x+\beta$

تابع $f(x)=(ax-2)(x-a)+2x^2$ خطی است. مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $(x-f(x))(x+f(x))\geq 0$ کدام است؟

۱) $[-\frac{4}{5},-\frac{3}{7}]$ ۲) $[-\frac{4}{5},-\frac{4}{7}]$ ۳) $[-\frac{3}{5},-\frac{4}{7}]$ ۴) $[-\frac{3}{5},-\frac{3}{7}]$

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره ضریب x^2 رو برابر صفر قرار بده.

درس‌نامه ●● تابع خطی

تابع چندجمله‌ای: هر تابع را که نمایش جبری آن، یک چندجمله‌ای جبری از یک متغیر باشد، تابع چندجمله‌ای می‌نامند.

تابع چندجمله‌ای از درجهٔ n: $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0 \;;\; a_n\neq 0$

هر تابع که بتوان ضابطهٔ آن را به شکل $f(x)=ax+b$ یا $y=ax+b$ نوشت یک تابع خطی می‌نامند. a شیب خط و b عرض از مبدأ خط است. طول از مبدأ نیز برابر $-\frac{b}{a}$ است. همان‌طور که می‌بینید، در ضابطهٔ این تابع x^2، x^3 و ...، ضرایبشان صفر است.

معمولاً دامنه و برد تابع خطی $\mathbb{R}$ است، اما اگر دامنه بازهٔ $[x_1,x_2]$ باشد، برد یکی از بازه‌های $[f(x_1),f(x_2)]$ یا $[f(x_2),f(x_1)]$ است.

دامنه	$\mathbb{R}$	$(-\infty,x_0]$		$[x_0,+\infty)$		$[x_1,x_2]$	
		$a<0$	$a>0$	$a<0$	$a>0$	$a<0$	$a>0$
برد	$\mathbb{R}$	$[f(x_0),+\infty)$	$(-\infty,f(x_0)]$	$(-\infty,f(x_0)]$	$[f(x_0),+\infty)$	$[f(x_2),f(x_1)]$	$[f(x_1),f(x_2)]$

نیازی به حفظ‌کردن هم نیست. کافی است سر و ته بازهٔ دامنه را در ضابطهٔ تابع خطی جای‌گذاری کنید، سپس برد را به صورت (بزرگ‌تر، کوچک‌تر) بنویسید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** در ابتدا مقدار پارامتر a را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=ax^2-a^2x-2x+2a+2x^2 \Rightarrow f(x)=(a+2)x^2-(a^2+2)x+2a$$

برای این‌که f خطی باشد، باید ضریب x^2 صفر باشد:

$$\Rightarrow a+2=0 \Rightarrow a=-2$$

$$\Rightarrow f(x)=-6x-4$$

گام دوم: می‌رویم سراغ نامعادله، اول آن را تشکیل می‌دهیم و ساده می‌کنیم:

$$(x-\underbrace{f(x)}_{-6x-4})(x+\underbrace{f(x)}_{-6x-4})\geq 0 \Rightarrow (7x+4)(-5x-4)\geq 0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} (7x+4)(5x+4)\leq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -\frac{4}{5}\leq x\leq -\frac{4}{7}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

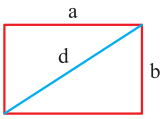
تست و پاسخ ۱۰

در یک مستطیل، بین اندازهٔ طول (a) و اندازهٔ عرض (b) رابطهٔ $\frac{۴a}{b}=\frac{۳b+۴a}{a}$ برقرار است. ضابطهٔ تابعی که اندازهٔ قطر مستطیل را برحسب a بیان می‌کند کدام است؟

۱) $f(a)=\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}a$ ۲) $f(a)=\frac{\sqrt{۱۳}}{۳}a$ ۳) $f(a)=\frac{\sqrt{۱۱}}{۲}a$ ۴) $f(a)=\frac{\sqrt{۱۱}}{۳}a$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** طول قطر مستطیل برحسب a و b طبق قضیه فیثاغورس برابر است با:



$$d=\sqrt{a^۲+b^۲}$$

گام دوم: کافی است که از رابطهٔ صورت سؤال، b را برحسب a بنویسیم:

$$\frac{۴a}{b}=\frac{۳b+۴a}{a}\Rightarrow ۴\frac{a}{b}=۳\frac{b}{a}+۴$$

$\frac{b}{a}$ را متغیر جدیدِ t در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{۴}{t}=۳t+۴\xrightarrow{\times t} ۴=۳t^۲+۴t$$

$$\Rightarrow ۳t^۲+۴t-۴=۰\xrightarrow{\text{روش روسی}} x^۲+۴x-۱۲=(x+۶)(x-۲)=۰$$

$$\Rightarrow x_۱=-۶\ ,\ x_۲=۲\xrightarrow{\text{تقسیم بر ۳}} t_۱=-۲\ ,\ t_۲=\frac{۲}{۳}$$

جواب مثبت قابل قبول است، پس $\frac{b}{a}=\frac{۲}{۳}$ است.

گام سوم: $b=\frac{۲}{۳}a$ را در رابطهٔ مربوط به d جای‌گذاری می‌کنیم:

$$d=\sqrt{a^۲+(\frac{۲}{۳}a)^۲}=\sqrt{a^۲+\frac{۴}{۹}a^۲}=\sqrt{\frac{۱۳a^۲}{۹}}=\underbrace{\frac{\sqrt{۱۳}}{۳}a}_{\text{ضابطهٔ تابع}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هندسه دهم

تست و پاسخ ۱۱

در مثلث ABC، عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویهٔ B روی ضلع AC متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟

۱) $\hat{B} > 2\hat{C}$ ۲) $\hat{B} > \hat{C}$ ۳) $\hat{A} > \hat{B}$ ۴) $2\hat{A} < \hat{B}$

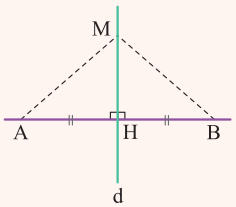
پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره برای حل این سؤال کافی است از ویژگی عمودمنصف استفاده کنی و برای صورت سؤال یک شکل دقیق بکشی.

درس‌نامه ● **عمودمنصف پاره‌خط و ویژگی‌های آن**

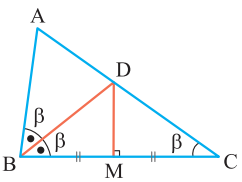
عمودمنصف یک پاره‌خط دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد:

- هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.
- هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد بر روی عمودمنصف آن پاره‌خط واقع است.



$M \Leftrightarrow MA = MB$ بر روی عمودمنصف است.

پاسخ تشریحی بنا به فرض، نقطهٔ D محل تلاقی عمودمنصف BC و نیمساز زاویهٔ $\hat{B}$ روی ضلع AC است، چون $BD = CD$ است؛ پس مثلث BDC متساوی‌الساقین است.



بنابراین $\hat{C} = \beta$ و $\hat{B} = 2\hat{C}$ و نهایتاً $\hat{B} > \hat{C}$.

سایر گزینه‌ها لزوماً درست نیستند، مثلاً اگر $\hat{B} = 80^\circ$، $\hat{C} = 40^\circ$ و $\hat{A} = 60^\circ$ باشد، آن‌گاه ۳ و ۴ نادرست هستند.

تست و پاسخ ۱۲

از مثلث ABC مقادیر $AB = 5$ و $BC = 8$ مفروض است. با کدام دادهٔ دیگر، رسم مثلث ABC دارای جواب منحصربه‌فرد است؟

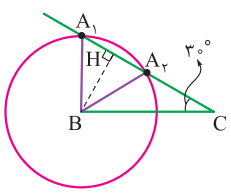
۱) $\hat{C} = 30^\circ$ ۲) $AC = 3$ ۳) $AH = 4$ (ارتفاع) ۴) $AM = 3$ (میانه)

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره ترسیم مثلث با داشتن اطلاعات مختلف، مبحث بسیار مهمی است که بهتر است با این تست بعضی حالاتش را دوباره مرور کنید!

پاسخ تشریحی هر چهار گزینه را جداگانه بررسی می‌کنیم.

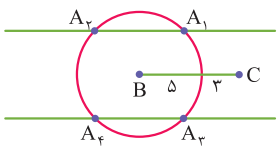
۱ دو مثلث قابل رسم است. ابتدا BC را می‌کشیم و از رأس C با زاویهٔ 30° خطی رسم می‌کنیم. حالا از رأس B با پرگار، کمانی به طول AB رسم می‌کنیم. این کمان خط را در ۲ نقطه قطع می‌کند؛ پس ۲ نقطه برای A قابل قبول است و ۲ مثلث قابل رسم داریم:



۲ چون $BH = \frac{BC}{2} = 4$ از طول ضلع AB کم‌تر است، دایره و خط یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

۳ با سه ضلع ۳، ۵ و ۸ هیچ مثلثی قابل رسم نیست، چون $8 > 5 + 3$ نیست و نامساوی مثلثی برقرار نمی‌باشد.

۴ ضلع $BC = 8$ و نقاطی که به فاصلهٔ ۵ از B هستند را در نظر می‌گیریم:

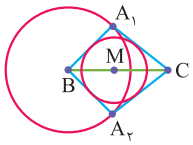


چون‌که $AH = 4$، یعنی نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴ از BC است، پس دو خط به فاصلهٔ ۴ از BC را در طرفین آن رسم می‌کنیم، نقاط A_3 و A_4 در تناظر با A_1 و A_2 مثلث‌های همنهشت تولید می‌کنند؛ در نتیجه تنها دو مثلث متمایز A_1BC و A_2BC را داریم؛ پس این گزینه هم رد می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴) همان شکل اولیه را در نظر می‌گیریم. از M، نقطهٔ وسط BC، دایره‌ای به شعاع $AM = ۳$ رسم می‌کنیم، محل تلاقی آن با دایرهٔ بزرگ‌تر همان نقطهٔ A است.

از آن‌جا که $A_۱BC$ با $A_۲BC$ همنهشت است، پس فقط یک مثلث می‌توان رسم کرد:



$$BM = MC = ۴$$
$$A_۱M = A_۲M = ۳$$

تست و پاسخ ۱۳

در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویهٔ داخلی B و C در نقطهٔ I و نیمساز داخلی B و زاویهٔ خارجی C در نقطهٔ I' یکدیگر را قطع می‌کنند. اگر $۴I'\hat{I}C = ۵I\hat{I}'C$، آن‌گاه زاویهٔ بین نیمسازهای خارجی زوایای B و C چند درجه است؟

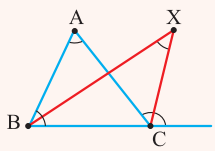
۱) ۵۰ ۲) ۵۵ ۳) ۶۰ ۴) ۶۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

مشاوره اندازهٔ زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی و خارجی زوایای مثلث از سؤالات پرتکرار است، خوب است که روابط آن‌ها را بلد باشی.

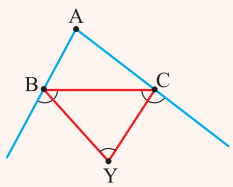
درس‌نامه اندازهٔ زاویهٔ بین نیمسازها در حالت‌های مختلف

- زاویهٔ بین نیمساز داخلی و خارجی:



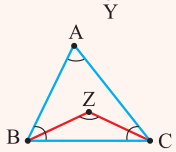
$$\hat{X} = \frac{\hat{A}}{۲}$$

- زاویهٔ بین دو نیمساز خارجی:



$$\hat{Y} = ۹۰^\circ - \frac{\hat{A}}{۲}$$

- زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی:



$$\hat{Z} = ۹۰^\circ + \frac{\hat{A}}{۲}$$

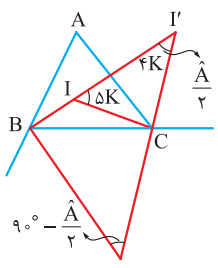
پاسخ تشریحی

ابتدا شکل مسئله را رسم می‌کنیم. از رابطهٔ $۴I'\hat{I}C = ۵I\hat{I}'C$ نتیجه می‌گیریم که اگر $I'\hat{I}C = ۵K$ باشد، $I\hat{I}'C = ۴K$ است. از طرفی، نیمسازهای داخلی و خارجی زاویهٔ C بر هم عمودند؛ بنابراین در مثلث قائم‌الزاویهٔ $II'C$ داریم:

$$۴K + ۵K = ۹۰^\circ \Rightarrow ۹K = ۹۰^\circ \Rightarrow K = ۱۰^\circ$$

$$\Rightarrow I\hat{I}'C = ۴K = ۴۰^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{۲} = ۴۰^\circ$$

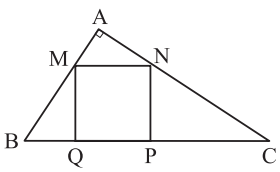
حالا مطابق شکل مقابل، زاویهٔ بین نیمسازهای خارجی زوایای B و C برابر است با:



$$۹۰^\circ - \frac{\hat{A}}{۲} = ۹۰^\circ - ۴۰^\circ = ۵۰^\circ$$

تست و پاسخ ۱۴

مطابق شکل، مربع MNPQ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC محاط شده است. اگر مساحت مثلث‌های BMQ و CNP به ترتیب ۴ و ۶ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث AMN کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۲/۴
۳) ۲/۸ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

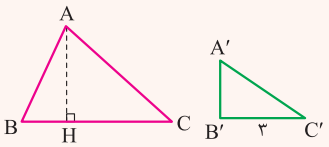
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مشاوره استفاده از نسبت تشابه مثلث‌های متشابه برای به دست آوردن مساحت‌های آن‌ها از کاربردهای مهم تشابه است.

درس نامه

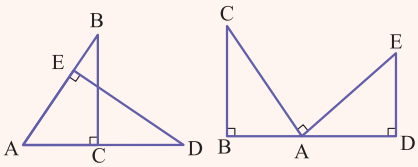
۱) تشابه مثلث‌ها در حالت تساوی دو زاویه:

اگر بدانیم که دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابرند (که طبیعتاً زاویه‌های سوم هم برابر می‌شوند)، ثابت می‌شود که این دو مثلث با هم متشابه‌اند، یعنی اضلاع یکی k برابر دیگری است. به عنوان مثال می‌دانیم که در دو مثلث زیر، زاویه‌های A و B به ترتیب با زاویه‌های A' و B' برابرند؛ پس مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند و در نتیجه داریم:



$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{۱}{۲}$$

راستی دو مثلث قائم‌الزاویه، همیشه یک زاویهٔ برابر دارند که همان زاویهٔ قائمه است، پس اگر در دو مثلث قائم‌الزاویه یک زاویهٔ حادهٔ برابر پیدا کردید، آن دو مثلث متشابه‌اند. مثلاً دو شکل مقابل را ببینید، می‌توانید بگویید چرا در هر دوی آن‌ها مثلث ABC با مثلث ADE متشابه است؟



۲) نسبت محیط‌ها و مساحت‌های دو شکل متشابه:

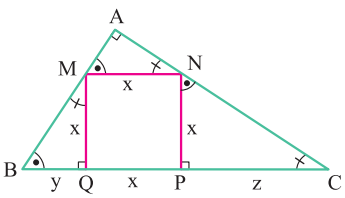
الف) نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه، برابر است با نسبت تشابه یا همان k.

ب) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر است با مجذور نسبت تشابه، یعنی $k^۲$.

البته این نکته علاوه بر مثلث در تمام اشکال متشابه هم برقرار است.

پاسخ تشریحی **گام اول (نوشتن روابط تشابه مثلث‌ها):**

مثلث‌های AMN، QBM و PNC به دلیل برابری زوایا متشابه هستند. فرض کنیم مساحت مثلث AMN برابر S باشد، داریم:



$$\overset{\triangle}{AMN}\sim\overset{\triangle}{QBM}\Rightarrow\frac{S}{S_{QBM}}=\left(\frac{MN}{BM}\right)^۲\Rightarrow\frac{S}{S_{QBM}}=\frac{x^۲}{x^۲+y^۲}\Rightarrow\frac{S}{۴}=\frac{x^۲}{x^۲+y^۲}\quad(۱)$$

$$\overset{\triangle}{AMN}\sim\overset{\triangle}{PNC}\Rightarrow\frac{S}{S_{PNC}}=\left(\frac{MN}{CN}\right)^۲=\frac{x^۲}{x^۲+z^۲}\Rightarrow\frac{S}{۶}=\frac{x^۲}{x^۲+z^۲}\quad(۲)$$

$$\overset{\triangle}{QMB}\sim\overset{\triangle}{PNC}\Rightarrow\frac{x}{z}=\frac{y}{x}\Rightarrow x^۲=yz$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) گام اول را با یکدیگر جمع می‌کنیم، داریم:

$$\Rightarrow\frac{S}{۴}+\frac{S}{۶}=\frac{x^۲}{x^۲+y^۲}+\frac{x^۲}{x^۲+z^۲}$$

$$\xrightarrow{x^۲=yz}\frac{S}{۴}+\frac{S}{۶}=\frac{yz}{yz+y^۲}+\frac{yz}{yz+z^۲}=\frac{z}{z+y}+\frac{y}{y+z}=\frac{z+y}{z+y}=۱$$

$$\Rightarrow\frac{۶S+۴S}{۲۴}=۱\Rightarrow S=\frac{۲۴}{۱۰}=۲/۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

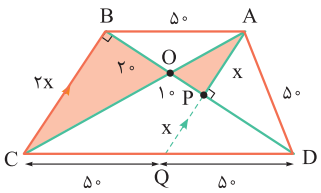
تست و پاسخ ۱۵

در ذوزنقهٔ ABCD با قاعده‌های AB و CD، فاصلهٔ وسط قطر BD از محل برخورد قطرها ۱۰ واحد است. اگر $\hat{CBD} = ۹۰^\circ$ و $AB = AD = ۵۰$ باشد، طول ساق BC کدام است؟

۱) ۷۰ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال):**



از نقطهٔ A به P (وسط BD)، وصل می‌کنیم و آن را تا جایی که ضلع CD را قطع کند (Q) ادامه می‌دهیم.

نقطهٔ P وسط BD است و چون $\overset{\triangle}{ABD}$ مثلث متساوی‌الساقین است، AP ارتفاع مثلث نیز هست؛ بنابراین $A\hat{P}D = ۹۰^\circ$.

گام دوم (محاسبهٔ طول BO):

داریم $C\hat{B}D = \hat{P} = ۹۰^\circ$، پس طبق عکس قضیهٔ خطوط موازی و مورب $BC \parallel AQ$ است. با فرض $PQ = x$ و طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث DBC داریم:

$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{DP}{DB} = \frac{DQ}{DC} = \frac{PQ}{BC} \xrightarrow{\text{P وسط BD}} \begin{cases} \frac{PQ}{BC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow BC = ۲x \\ \frac{DQ}{DC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow DQ = CQ = \frac{DC}{۲} \end{cases}$$

از طرفی در چهارضلعی ABCQ، اضلاع مقابل دوبه‌دو موازی یکدیگرند و در نتیجه $CQ = AB = ۵۰$، پس $DC = ۲ \times ۵۰ = ۱۰۰$. هم‌چنین $AQ = BC = ۲x$ و در نتیجه $AP = PQ = x$.

مثلث‌های AOP و BOC به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{BO}{OP} = \frac{۲x}{x} \Rightarrow \frac{BO}{۱۰} = ۲ \Rightarrow BO = ۲۰$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

طبق قضیهٔ فیثاغورس در $\overset{\triangle}{APB}$ داریم:

$$x^۲ + ۳۰^۲ = ۵۰^۲ \Rightarrow x = ۴۰ \Rightarrow BC = ۲x = ۸۰$$

تست و پاسخ ۱۶

اگر با اضافه‌شدن یک ضلع به ضلع‌های یک nضلعی محدب، ۵ قطر به قطرهای آن اضافه شود، تعداد قطرهای این nضلعی محدب کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره تغییر تعداد قطرهای یک چندضلعی با تغییر تعداد ضلع‌ها یک تیپ پرتکرار از سؤال‌های مربوط به چندضلعی‌هاست.

درس‌نامه ●● تعداد قطرهای nضلعی محدب

۱) از هر رأس nضلعی محدب $n-۳$ قطر عبور می‌کند و در نتیجه هر nضلعی محدب $\frac{n(n-۳)}{۲}$ قطر دارد.

۲) اگر به تعداد رأس‌های یک nضلعی یکی اضافه شود، به تعداد قطرهای آن $(n-۱)$ قطر اضافه خواهد شد.

پاسخ تشریحی راه حل اول: تعداد قطرهای یک nضلعی محدب برابر با $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است؛ پس تعداد قطرهای $(n+۱)$ضلعی محدب برابر است با:

$$\frac{(n+۱)(n+۱-۳)}{۲} = \frac{(n+۱)(n-۲)}{۲}$$

اکنون داریم:

$$\frac{(n+۱)(n-۲)}{۲} = \frac{n(n-۳)}{۲} + ۵ \Rightarrow \frac{n^۲-n-۲}{۲} = \frac{n^۲-۳n+۱۰}{۲}$$

$$\Rightarrow n^۲ - n - ۲ = n^۲ - ۳n + ۱۰ \Rightarrow n = ۶$$

$$\text{تعداد قطرهای شش‌ضلعی محدب} = \frac{۶(۶-۳)}{۲} = ۹$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

راه حل دوم:

به ضلع‌های چندضلعی محدب یکی اضافه شده است؛ پس به تعداد قطرهای آن $(n-1)$ اضافه می‌شود. $n-1=5 \Rightarrow n=6$

تعداد قطرهای ۶ضلعی محدب را محاسبه می‌کنیم. $\frac{n(n-3)}{2}=\frac{6\times 3}{2}=9$

تست و پاسخ ۱۷

در یک مثلث قائم‌الزاویهٔ غیرمتساوی‌الساقین، یکی از زاویه‌های داخلی، دو برابر زاویهٔ دیگر است. با رسم ارتفاع وارد بر وتر، مساحت این مثلث به کدام نسبت تقسیم می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

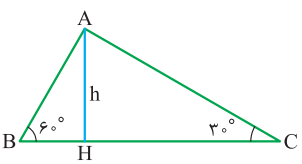
پاسخ تشریحی حالت اول: زاویهٔ قائمه دو برابر یکی از زاویه‌های حاده باشد. ×

حالت دوم: یکی از زاویه‌های حاده دو برابر زاویهٔ دیگر باشد. ✓

گام اول: اگر منظور زاویهٔ قائمه باشد. مثلث متساوی‌الساقین می‌شود. پس منظور سؤال، دو زاویهٔ حاده است؛ در نتیجه:

$2\alpha+\alpha=3\alpha=90^\circ \rightarrow \alpha=30^\circ$

شکل را رسم و ارتفاع $AH=h$ را می‌کشیم:



$\frac{h}{HC}=\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow HC=\sqrt{3}h$

گام دوم: در این صورت داریم:

$\frac{h}{BH}=\tan 60^\circ=\sqrt{3} \rightarrow BH=\frac{h}{\sqrt{3}}$

گام سوم: باید $\frac{S_{AHB}}{S_{ACH}}$ را به دست آوریم؛ از آن‌جا که ارتفاع AH مشترک است، حاصل کسر برابر $\frac{BH}{HC}$ می‌باشد:

$\frac{BH}{HC}=\frac{h}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{3}h}=\frac{1}{3}$

تست و پاسخ ۱۸

مجموع طول میانه‌های مثلثی ۱۵ است. محیط این مثلث کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره مجموع طول میانه‌های هر مثلث و اندازهٔ محیط آن یک نامساوی دارند که برای حل این سؤال باید از آن استفاده کنی.

نکته در هر مثلث، مجموع طول‌های سه میانه از محیط مثلث کم‌تر و از $\frac{3}{4}$ محیط بیشتر است.

$\frac{3}{4}(\text{محیط})<m_a+m_b+m_c<\text{محیط}$

پاسخ تشریحی اگر محیط مثلث را P در نظر بگیریم، داریم:

$\frac{3}{4}P<15<P \Rightarrow \begin{cases}\frac{3}{4}P<15 \Rightarrow P<20\\ 15<P\end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 15<P<20$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۱۹

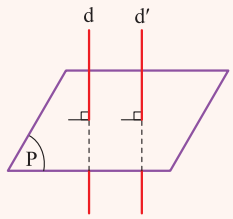
در فضا، دو خط متمایز d و d' در چه صورتی با هم موازی هستند؟

۱) هر دو بر خطی مانند d'' عمود باشند.
۲) هر دو با صفحه‌ای مانند P موازی باشند.
۳) هر دو بر صفحه‌ای مانند P عمود باشند.
۴) هر دو در صفحه‌ای مانند P واقع باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

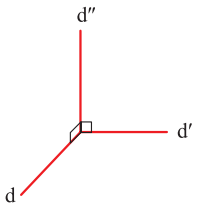
درس‌نامه

اگر خطوط d و d' موازی باشند و خط d بر صفحهٔ P عمود باشد، d' نیز بر صفحهٔ P عمود خواهد بود و برعکس، یعنی اگر دو خط d و d' بر صفحهٔ P عمود باشند، d و d' موازی‌اند.

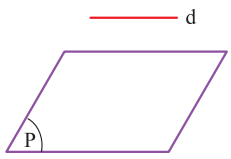


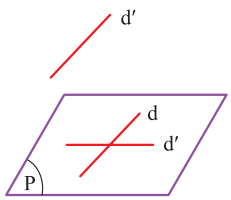
پاسخ تشریحی مثال نقض هر کدام از گزینه‌ها را در شکل‌های زیر می‌بینیم:

۱



۲





۴

در مورد ۳ همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، دو خط عمود بر یک صفحه، همواره با هم موازی‌اند.

تست و پاسخ ۲۰

قطرهای مستطیل ABCD در نقطهٔ O متقاطع‌اند. در دوران حول ضلع BC، حجم شکل حاصل از دوران مستطیل، چند برابر حجم شکل حاصل از دوران مثلث OBC است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۹ ۴) ۴

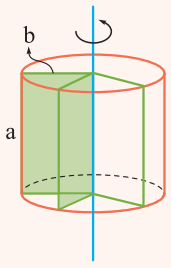
پاسخ: گزینهٔ ۱

مشاوره شکل حاصل از دوران چندضلعی‌های مختلف از مباحث مهم فصل آخر هندسهٔ دهم است.

درس‌نامه

شکل حاصل از دوران مستطیل:

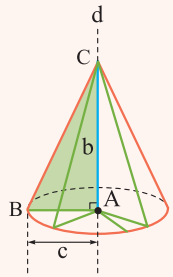
مستطیلی به اضلاع a و b را در نظر بگیرید. اگر آن را حول ضلع به طول a دوران دهیم، استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ b و ارتفاع a ایجاد می‌شود.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه، حول ضلع قائمه:

مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم b و c را در نظر بگیرید. اگر این مثلث را حول ضلع به طول b دوران دهیم، مخروطی به شعاع قاعدهٔ c و ارتفاع b ایجاد می‌شود.



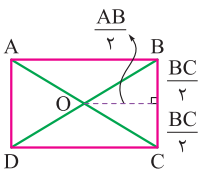
پاسخ تشریحی **گام اول (پیداکردن حجم شکل حاصل از دوران مستطیل):**

از دوران مستطیل حول ضلع BC استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ AB و ارتفاع BC ایجاد می‌شود که حجم آن $V_1 = \pi.AB^2.BC$ است.

گام دوم (پیداکردن شکل حاصل از دوران مثلث):

از دوران مثلث OBC حول ضلع BC دو مخروط برابر به ارتفاع $\frac{BC}{2}$ و شعاع قاعدهٔ $\frac{AB}{2}$ تشکیل می‌شود که حجم آن $V_2 = 2\times(\frac{1}{3}\pi(\frac{AB}{2})^2\frac{BC}{2})$ است.

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):



حال می‌توانیم حاصل $\frac{V_1}{V_2}$ را محاسبه کنیم:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi.AB^2.BC}{2(\frac{1}{3}\pi(\frac{AB}{2})^2\frac{BC}{2})} = 12$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک دهم

تست و پاسخ ۲۱

چگالی مایع‌های A و B به ترتیب $0/6\ g/cm^3$ و $0/8\ g/cm^3$ است. برای آن‌که جسمی به جرم ۳۰۰ g و حجم ۰/۴ L بر سطح مخلوط همگنی از این دو مایع شناور بماند، مایع B باید چند درصد از حجم مخلوط را تشکیل دهد؟ (حجم دو مایع هنگام مخلوط‌شدن تغییری نمی‌کند.)

۱) حداقل ۲۵ درصد ۲) حداقل ۷۵ درصد ۳) حداکثر ۲۵ درصد ۴) حداکثر ۷۵ درصد

پاسخ: گزینهٔ ۲

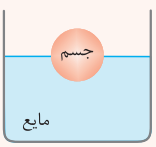
خودت حل کنی بهتره ابتدا چگالی جسم را با استفاده از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ به دست آورید؛ سپس به کمک رابطهٔ $\rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$، چگالی مخلوط را بیشتر از چگالی جسم قرار دهید تا در نهایت نسبت V_B به $V_{مخلوط}$ محاسبه شود.

درس نامه

اگر دو مایع A و B به ترتیب با جرم‌های m_A و m_B و حجم‌های V_A و V_B داشته باشیم (با فرض عدم تغییر حجم در اثر مخلوط‌شدن)، چگالی مخلوط از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

شکل مقابل یک مایع با چگالی $\rho_{مایع}$ را نشان می‌دهد که جسمی بر روی سطح آن شناور است.
در این صورت رابطهٔ چگالی به صورت زیر برقرار است:



$$\rho_{جسم} < \rho_{مایع}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** چگالی جسم را به کمک رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می‌آوریم:

$$\rho_{جسم} = \frac{m_{جسم}}{V_{جسم}} = \frac{300}{0/4} = 750\ g/L = 0/75\ g/cm^3$$

گام دوم: برای آن‌که جسم بر روی سطح مخلوط همگن دو مایع شناور بماند، باید چگالی جسم کم‌تر از چگالی مخلوط دو مایع باشد.

$$\rho_{جسم} < \rho_{مخلوط\ دو\ مایع} \Rightarrow 0/75 < \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 0/75 < \frac{0/6V_A + 0/8V_B}{V_A + V_B}$$

$$\Rightarrow 0/75V_A + 0/75V_B < 0/6V_A + 0/8V_B \Rightarrow 0/15V_A < 0/05V_B \Rightarrow 3V_A < V_B$$

گام سوم: نسبت حجم مایع B به حجم مخلوط را در کم‌ترین حالت نسبت حجم مایع B به حجم مایع A به دست می‌آوریم:

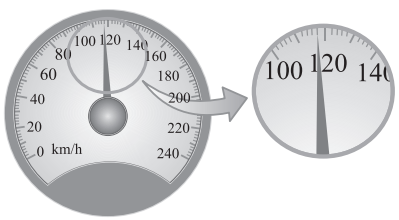
$$\frac{V_B}{V_A + V_B} = \frac{3V_A}{V_A + 3V_A} = \frac{3}{4} = 0/75$$

بنابراین حداقل ۷۵ درصد از حجم مایع را باید مایع B تشکیل دهد.

حواستون باشه در گام اول برای تبدیل واحد یکای چگالی به صورت مقابل عمل کردیم: $1\ g/cm^3 \xrightarrow{\times 1000} 1\ g/L = 1\ kg/m^3$

تست و پاسخ ۲۲

شکل (۱)، صفحهٔ تندی‌سنج مدرج خودروی A و شکل (۲)، نمایشگر تندی‌سنج دیجیتال خودروی B را نشان می‌دهد. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



(۱)



(۲)

الف) دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج خودروی A، $1\ km/h$ است.
ب) دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج خودروی B، $0/5\ km/h$ است.
پ) تندی‌سنج خودروی A، دقیق‌تر از تندی‌سنج خودروی B است.
ت) تندی‌سنج خودروی B، دقیق‌تر از تندی‌سنج خودروی A است.

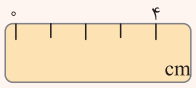
۱) الف و پ ۲) ب و ت ۳) پ ۴) ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

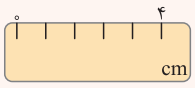
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

درس‌نامه

دقت اندازه‌گیری وسایل مدرج (درجه‌بندی‌شده) برابر کمینهٔ درجه‌بندی وسیله است. دقت اندازه‌گیری وسایل دیجیتال (رقمی) برابر یک واحد از آخرین رقمی است که خوانده می‌شود. در شکل‌های زیر، دقت اندازه‌گیری وسایل مشخص شده است:



دقت اندازه‌گیری $= \frac{۴}{۴}\text{cm} = ۱\text{cm}$



دقت اندازه‌گیری $= \frac{۴}{۵} = ۰/۸\text{ cm}$



دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۰۱\text{ mm}$



دقت اندازه‌گیری $= ۰/۰۱^\circ\text{C}$

پاسخ تشریحی **گام اول:** تندی‌سنج خودروی A (شکل ۱) مدرج است و دقت اندازه‌گیری برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن است و درجه‌بندی برابر ۲ km/h است (از فاصلهٔ ۱۰۰ km/h تا ۱۲۰ km/h شامل ده درجه‌بندی است).

گام دوم: تندی‌سنج خودروی B (شکل ۲) به صورت دیجیتال (رقمی) است و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند که برابر $۰/۱\text{ km/h}$ است؛ بنابراین فقط گزارهٔ «ت» صحیح است.

تست و پاسخ ۲۳

در ظرفی استوانه‌ای، جرم یکسانی از آب و جیوه ریخته شده است. اگر ارتفاع آب ۲۰ cm باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = ۱۰\text{ N/kg}$ و چگالی آب $۱\text{ g/cm}^۳$ است.)

۱) $۰/۲$ ۲) $۰/۴$ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره **برای محاسبهٔ فشار ناشی از مایع، نگاه و زاویهٔ دید فقط به این صورت نباشد که می‌توان از رابطهٔ $P = \rho gh$ استفاده کرد.**

خودت حل کنی بهتره ابتدا فشار ناشی از آب را به کمک رابطهٔ $P = \rho gh$ به دست آورید، سپس با توجه به جرم یکسان آب و جیوه و شکل ظرف، فشار ناشی از جیوه را محاسبه کنید و در نهایت فشار پیمانه‌ای (فشار ناشی از آب و جیوه) را به دست آورید.

درس‌نامه

فشار ناشی از مایعی به جرم m که درون ظرف استوانه‌ای یا مکعبی با سطح مقطع A ریخته می‌شود، از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$ به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** فشار ناشی از ۲۰ cm آب را برحسب کیلوپاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{ناشی از آب}} = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۲ = ۲ \times ۱۰^۳\text{ Pa} = ۲\text{ kPa}$$

گام دوم: از آن‌جا که ظرف استوانه‌ای است، مجاز هستیم فشار ناشی از مایع را علاوه بر رابطهٔ $P = \rho gh$ با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{m_{\text{مایع}}\, g}{A}$ به دست آوریم.

حال برای محاسبهٔ فشار ناشی از جیوه داریم: $P_{\text{ناشی از جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}}\, g}{A} \xrightarrow{m_{\text{جیوه}} = m_{\text{آب}}} P_{\text{ناشی از جیوه}} = P_{\text{ناشی از آب}} = ۲\text{ kPa}$

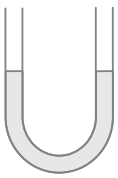
گام سوم: فشار پیمانه‌ای در کف ظرف، ناشی از فشار آب و جیوه است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{پیمانه ای کف ظرف}} = P_{\text{ناشی از آب}} + P_{\text{ناشی از جیوه}} = ۲ + ۲ = ۴\text{ kPa}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۲۴

در لولهٔ U شکل زیر به سطح مقطع $۲\ cm^۲$، مقداری جیوه وجود دارد. اگر در یکی از شاخه‌های این لوله $۶۰\ g$ آب و در شاخهٔ دیگر آن $۲۶\ g$ روغن ریخته شود، اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله به چند میلی‌متر می‌رسد؟ (چگالی جیوه $۱۳/۶\ g/cm^۳$ است.)



۱) ۱/۲۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۰/۸
۴) ۸

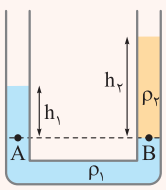
پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره معمولاً هر سال مبحث‌های لوله‌های U شکل، مانومتر و بارومتر، پای ثابت سؤالات کنکور هستند که برای حل این سؤال‌ها، کافی است دو نقطه‌ای که در تراز یکسان و در یک مایع قرار دارند را کشف کنید و شرط برابربودن فشار را بنویسید.

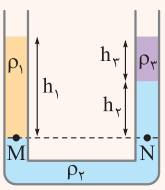
خودت حل کنی بهتره فشار ناشی از آب و روغن را به صورت جداگانه با رابطهٔ $P=\frac{m_{\text{مایع}}\,g}{A}$ به دست آورید، سپس تغییرات سطح جیوه را به صورت شماتیک رسم کنید. در پایان به کمک اصل برابری فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز، اختلاف ارتفاع جیوه در دو طرف را محاسبه کنید.

درس نامه

در لوله‌های U شکل، به دنبال نقاط هم‌فشار هستیم تا با نوشتن برابری فشار در آن دو نقطه به حل سؤال بپردازیم. در شکل‌های زیر داریم:



$$P_A=P_B$$
$$P_۰+\rho_۱gh_۱=P_۰+\rho_۲gh_۲$$
$$\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲$$
$$\rho_۱h_۱=\rho_۲h_۲$$



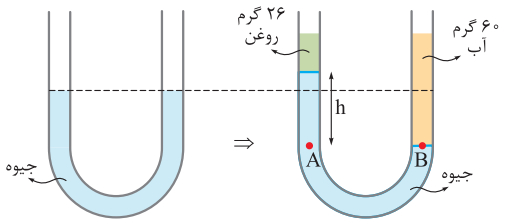
$$P_M=P_N$$
$$P_۰+\rho_۱gh_۱=P_۰+\rho_۲gh_۲+\rho_۳gh_۳$$
$$\rho_۱gh_۱=\rho_۲gh_۲+\rho_۳gh_۳$$
$$\rho_۱h_۱=\rho_۲h_۲+\rho_۳h_۳$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که سطح مقطع لوله ثابت است، برای محاسبهٔ فشار ناشی از مایع می‌توانیم از رابطهٔ $P=\frac{m_{\text{مایع}}\,g}{A}$ استفاده کنیم:

$$P_{\text{ناشی از آب}}=\frac{m_{\text{آب}}\,g}{A}=\frac{۶۰\times۱۰^{-۳}\times g}{۲\times۱۰^{-۴}}=۳۰۰\,g$$

$$P_{\text{ناشی از روغن}}=\frac{m_{\text{روغن}}\,g}{A}=\frac{۲۶\times۱۰^{-۳}\times g}{۲\times۱۰^{-۴}}=۱۳۰\,g$$

گام دوم: در گام قبل متوجه شدیم فشاری که آب وارد می‌کند، بیشتر از فشار روغن است و اگر فرض کنیم آب را در شاخهٔ سمت راست و روغن را در شاخهٔ سمت چپ بریزیم، به دلیل فشار بیشتر آب، سطح جیوه در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود و جیوه در لولهٔ U شکل به صورت روبه‌رو قرار می‌گیرد:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

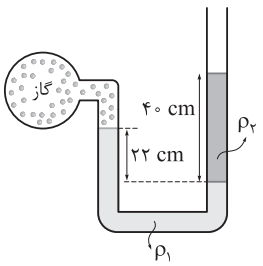
گام سوم: فشار در نقاط A و B یکسان است؛ بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}}gh + P_{\text{روغن}} = P_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow ۱۳/۶\times۱۰^{۳}\times g\times h + ۱۳۰\times g = ۳۰۰\times g \Rightarrow ۱۳/۶\times۱۰^{۳}h = ۱۷۰ \Rightarrow h = \frac{۱۷۰}{۱۳/۶\times۱۰^{۳}} = ۱۲/۵\times۱۰^{-۳}\,m = ۱۲/۵\,mm$$

تست و پاسخ ۲۵

در شکل مقابل، دو مایع به چگالی‌های $\rho_۱ = ۲\,g/cm^۳$ و $\rho_۲ = ۰/۹\,g/cm^۳$ در لولهٔ U‌شکل وجود دارند. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند کیلوپاسکال است؟ $(g = ۱۰\,N/kg)$



۱) ۰/۸

۲) −۰/۸

۳) ۸

۴) −۸

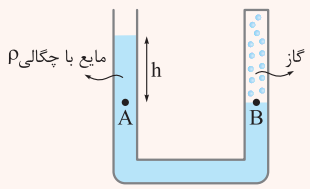
پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره دو نقطهٔ هم‌تراز در مایع (۱) پیدا کنید و با برابر قراردادن فشار در این دو نقطه، فشار گاز را به دست می‌آورید (اما مراقب باشید فشار گاز را به صورت پیمانه‌ای محاسبه کنید).

درس نامه

به اختلاف فشار مطلق و فشار هوا $(P_۰)$، فشار پیمانه‌ای یا فشار نسبی گفته می‌شود که در شکل‌های زیر فشار پیمانه‌ای به دست آمده است.

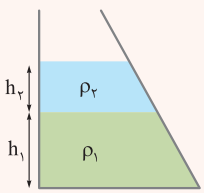
به عبارتی برای محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای از تأثیر فشار هوا صرف نظر می‌کنیم.



$$P_A = P_B$$

$$P_۰ + \rho gh = P_{\text{گاز}}$$

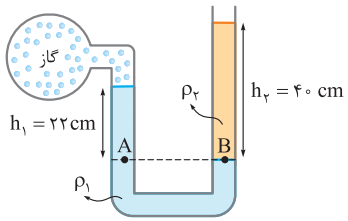
$$\rho gh = \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_۰}_{\text{فشار پیمانه‌ای گاز}}$$



$$P_{\text{پیمانه‌ای کف ظرف}} = \rho_۱gh_۱ + \rho_۲gh_۲$$

فشار پیمانه‌ای می‌تواند منفی باشد و به این معناست که فشار کم‌تر از فشار هوا است.

پاسخ تشریحی مطابق شکل، دو نقطهٔ A و B که در مایع $\rho_۱$ قرار دارند و هم‌تراز هستند، فشار یکسانی دارند؛ بنابراین داریم:



$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{گاز}} + \rho_۱gh_۱ = P_۰ + \rho_۲gh_۲$$

$$\underbrace{P_{\text{گاز}} - P_۰}_{\text{فشار پیمانه‌ای گاز}} = \rho_۲gh_۲ - \rho_۱gh_۱$$

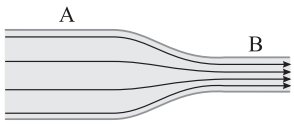
$$P_{\text{پیمانه‌ای گاز}} = ۰/۹\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۰/۴ - ۲\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۰/۲۲$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای گاز}} = ۳/۶\times۱۰^{۳} - ۴/۴\times۱۰^{۳} = -۰/۸\times۱۰^{۳}\,Pa = -۰/۸\,kPa$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۲۶

در شکل زیر، شارهٔ تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟



الف) تندی شاره در قسمت B، ۲ برابر تندی شاره در قسمت A است.

ب) آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت B، ۲ برابر آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت A است.

پ) فشار شاره در قسمت A، بیشتر از فشار شاره در قسمت B است.

ت) فشار شاره در قسمت B، بیشتر از فشار شاره در قسمت A است.

۱) الف و ت ۲) ب و پ ۳) پ ۴) ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره با استفاده از معادلهٔ پیوستگی $A_1v_1 = A_2v_2$، نسبت تندی شاره در دو قسمت A و B را به دست آورید؛ سپس به کمک اصل برنولی، فشار را در دو نقطهٔ A و B مقایسه کنید.

درس نامه

برای یک شارهٔ تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی (A_1v_1) در طول مسیر جریان، مقداری ثابت دارد و تغییر نمی‌کند.

طبق اصل برنولی، در جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت، تندی با فشار رابطهٔ عکس دارد؛ به عبارتی با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** طبق معادلهٔ پیوستگی، تندی شارهٔ قسمت B و قسمت A را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$A_Av_A = A_Bv_B \xrightarrow[\text{سطح مقطع با مربع شعاع متناسب است.}]{A\propto r^2} r_A^2v_A = r_B^2v_B$$

$$r_A = 2r_B \Rightarrow (2r_B)^2v_A = r_B^2v_B \Rightarrow 4r_B^2v_A = r_B^2v_B \Rightarrow 4v_A = v_B$$

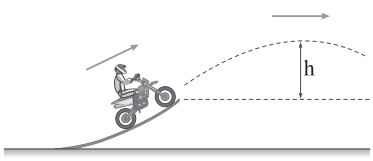
گزارهٔ «الف» نادرست است.

گام دوم: برای شارهٔ تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی شاره در طول مسیر جریان ثابت است. گزارهٔ «ب» نادرست است.

گام سوم: طبق اصل برنولی، در جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت، با کاهش سطح مقطع لوله، جریان مایع تندتر شده و فشار کاهش می‌یابد؛ بنابراین فشار در قسمت B کم‌تر از فشار در قسمت A است، پس گزارهٔ «ت» نیز نادرست و فقط گزارهٔ «پ» درست است.

تست و پاسخ ۲۷

در شکل زیر، موتورسواری از انتهای یک سکو، پرشی را با تندی ۸۵ km / h انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیرش به ۷۷ km / h برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10\ N/kg$ ، اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.)



۱) ۳/۶
۲) ۷/۲
۳) ۵
۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره معمولاً سؤال‌های مطرح‌شده از فصل کار و انرژی ساده‌اند. راحت از دستشان ندهید! (مگر این‌که طراح بخواهد با عددهای بدقلق ما را اذیت کند، مانند همین سؤال).

خودت حل کنی بهتره کافی است قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را در این سؤال به کار ببرید:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس نامه

اگر تندی جسمی به جرم m در طول مسیری از v_1 به v_2 برسد، در این صورت طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار نیروی خالص برابر تغییرات انرژی جنبشی است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

(W_t: کار کل (کار برایند نیروها))

پاسخ تشریحی **گام اول:** اگر انتهای سکو را نقطهٔ شروع حرکت (نقطهٔ ۱) و بالاترین نقطهٔ مسیر حرکت را نقطهٔ پایان حرکت (نقطهٔ ۲) در نظر بگیریم، تندی اولیه و نهایی حرکت برابر است با:

$$v_1 = 85\,km/h = 85 \times \frac{10}{36}\,m/s = \frac{850}{36}\,m/s$$

$$v_2 = 77\,km/h = 77 \times \frac{10}{36}\,m/s = \frac{770}{36}\,m/s$$

گام دوم: به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی بین نقطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -mgh = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -10 \times h = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{770}{36}\right)^2 - \left(\frac{850}{36}\right)^2\right)$$

$$\Rightarrow -10h = \frac{1}{2}\left(\frac{770^2 - 850^2}{36^2}\right) \Rightarrow -10h = \frac{1}{2}\left(\frac{(-80)(1620)}{36^2}\right) \Rightarrow h = \frac{80 \times 1620}{20 \times 36 \times 36} = 5\,m$$

تکنیک برای محاسبهٔ $770^2 - 850^2$ از اتحاد مزدوج استفاده کردیم:

$$770^2 - 850^2 = (770 - 850)(770 + 850) = (-80)(1620)$$

تست و پاسخ ۲۸

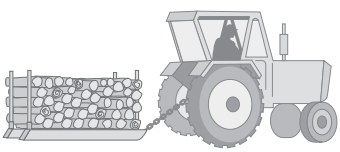
در شکل زیر، کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از قطعه‌های چوبی برش داده شده برای کارخانه را روی سطح افقی و در مسیر مستقیم از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. جرم کل سورتمه و بار آن ۱۵۰۰ kg است. تراکتور نیروی ثابت ۵۵۰۰ نیوتونی را در زاویهٔ 60° بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. اگر تندی سورتمه پس از ۶۰ m جابه‌جایی به ۴ m/s برسد، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر سورتمه چند نیوتون است؟

۱) ۲۳۰۰

۲) ۲۳۵۰

۳) ۲۵۰۰

۴) ۲۵۵۰



پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره سؤال‌های کار و انرژی غالباً ساده (اصطلاحاً دم دستی) طراحی می‌شوند، پس حل این سؤالات را از دست ندهید.

خودت حل کنی بهتره کار نیرویی که تراکتور به جسم وارد می‌کند را به دست آورید، سپس به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را محاسبه کنید تا در نهایت نیروی اصطکاک را به دست آورید.

درس نامه

کار نیروی F که با جابه‌جایی زاویهٔ θ می‌سازد، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$W_F = Fd\cos\theta$$

از آن‌جا که نیروی اصطکاک در خلاف جهت جابه‌جایی اثر می‌کند، کار نیروی اصطکاک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

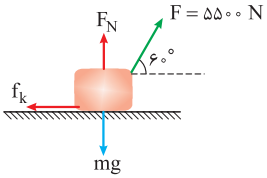
$$W_{f_k} = f_k d\cos 180^\circ = -f_k d$$

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار کل نیروها (کار نیروی خالص) برابر با تغییرات انرژی جنبشی است:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل مقابل، نیروهای وارد بر سورتمه را نشان می‌دهد:



گام دوم: برای محاسبهٔ نیروی اصطکاک، از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

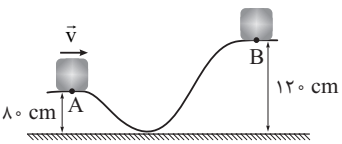
کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه به دلیل عمودبودن زاویهٔ بردار این نیروها با بردار جابه‌جایی، صفر است.

$$Fd\cos\theta - f_k d = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow ۵۵۰۰\times ۶۰\times \cos ۶۰^\circ - f_k \times ۶۰ = \frac{۱}{۲}\times ۱۵۰۰(۴^۲ - ۰^۲) \Rightarrow$$

$$۱۶۵۰۰۰ - ۶۰f_k = ۱۲۰۰۰ \Rightarrow ۱۵۳۰۰۰ = ۶۰f_k \Rightarrow f_k = ۲۵۵۰\,N$$

تست و پاسخ ۲۹

در شکل زیر، جسمی از نقطهٔ A با تندی $v = ۸\ m/s$ در جهت نشان داده‌شده، روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر ۲۵ درصد از انرژی جنبشی اولیهٔ جسم در مسیر رسیدن آن از نقطهٔ A به نقطهٔ B تلف شود، تندی جسم هنگام رسیدن به نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) $۲\sqrt{۱۰}$

۲) $۲\sqrt{۶}$

۳) ۶

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره از رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = W_{\text{اتلافی}}$، استفاده کنید. ابتدا تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی را محاسبه کنید و سپس به جای کار نیروی اتلافی $-۰/۲۵K_A$ قرار دهید و در نهایت تندی جسم در نقطهٔ B به دست می‌آید.

درس نامه

اگر در طول مسیر حرکت، تنها نیروی مؤثر نیروی وزن باشد، انرژی جنبشی جسم به اندازهٔ ΔK تغییر کند و انرژی پتانسیل گرانشی جسم به اندازهٔ ΔU تغییر کند، دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

۱) اتلاف انرژی نداشته باشیم. $\Delta U + \Delta K = ۰$

۲) اتلاف انرژی داشته باشیم. $\Delta U + \Delta K = W_{\text{نیروهای اتلافی}}$

توجه کنید که کار نیروهای اتلافی مقداری منفی دارد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که در طول مسیر حرکت از A تا B، اتلاف انرژی داریم، از رابطهٔ $\Delta U + \Delta K = W_{\text{نیروی اتلافی}}$ استفاده می‌کنیم.

$$\Delta U + \Delta K = W_{\text{نیروی اتلافی}} \Rightarrow mg(h_B - h_A) + \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲) = W_{\text{نیروی اتلافی}}$$

گام دوم: اندازهٔ کار نیروی اتلافی در طول مسیر A تا B برابر ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیه است؛ به عبارتی:

$$W_{\text{نیروی اتلافی}} = -۰/۲۵K_A = -۰/۲۵\times \frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

حواستون باشه نیروی اتلافی در خلاف جهت حرکت جسم وارد می‌شود و به همین دلیل کار این نیرو منفی است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم:

$$m g(h_B - h_A) + \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$\Rightarrow 10(1/2 - 0/8) + \frac{1}{2}(v_B^2 - 8^2) = -\frac{1}{8}(8)^2 \Rightarrow 4 + \frac{1}{2}(v_B^2 - 64) = -8$$

$$\Rightarrow v_B^2 - 64 = -24 \Rightarrow v_B^2 = 40 \Rightarrow v_B = 2\sqrt{10}\ m/s$$

تست و پاسخ ۳۰

هواپیمایی به جرم ۶۰ ton که روی سطح زمین در حال حرکت است، در لحظه‌ای با تندی ۸۰ m/s از سطح جدا می‌شود و یک دقیقه پس از آن با تندی ۱۶۰ m/s از ارتفاع ۶۰۰ متری سطح زمین عبور می‌کند. توان متوسط موتور هواپیما در این مدت چند مگاوات است؟ ($g = 10\ N/kg$ و اصطکاک و مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۱۵/۶ ۲) ۲۲ ۳) ۱۵۶ ۴) ۲۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)، کاری که موتور هواپیما انجام داده است را به دست آورید، سپس توان متوسط موتور را با استفاده از رابطهٔ $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ محاسبه کنید.

درس نامه

اگر تندی جسم در یک مسیر از v_1 به v_2 برسد و کار کل انجام‌شده بر روی جسم در طول مسیر برابر W_t باشد، در این صورت طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، رابطهٔ روبه‌رو برقرار است:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

به آهنگ انرژی، توان گفته می‌شود؛ به عبارتی به نسبت انرژی در واحد زمان، توان گفته می‌شود که یکای آن در SI، وات (W) است و معادل $\frac{J}{s}$ است.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

(P_{av}: توان متوسط (وات)، W: کار انجام‌شده (J)، Δt: مدت‌زمان (s))

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$)، کار انجام‌شده توسط موتور هواپیما را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} + W_{mg} = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} - mg\Delta h = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} - 60 \times 10^3 \times 10 \times 600 = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^3 (160^2 - 80^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} = \frac{1}{2} \times 60 \times 10^3 \underbrace{(160 - 80)}_{80} \underbrace{(160 + 80)}_{240} + 60 \times 10^3 \times 10 \times 600$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور هواپیما}} = 576 \times 10^6 + 360 \times 10^6 = 936 \times 10^6\ J$$

تکنیک برای محاسبهٔ عبارت ($160^2 - 80^2$) از اتحاد مزدوج استفاده کردیم.

گام دوم: حالا به کمک رابطهٔ $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$، توان متوسط موتور هواپیما را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{متوسط موتور هواپیما}} = \frac{W_{\text{موتور هواپیما}}}{\Delta t} = \frac{936 \times 10^6}{60} = 15/6 \times 10^6\ W = 15/6\ MW$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۳۱

مقدار معینی آب در یک ظرف استوانه‌ای قرار دارد. اگر دمای آب از $35^\circ F$ به $40^\circ F$ برسد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ (از انبساط ظرف چشم‌پوشی کنید.)

الف) چگالی آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ب) ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پ) فشار ناشی از آب در کف ظرف ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ت) فشار ناشی از آب در کف ظرف پیوسته ثابت می‌ماند.

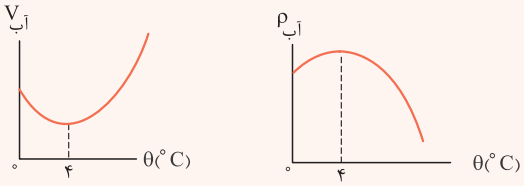
۱) الف و ت ۲) الف و پ ۳) ب و ت ۴) ب و پ

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره نمودار چگالی آب برحسب دما و حجم آب برحسب دما را (با یکای درجهٔ فارنهایت) رسم کنید تا هر یک از گزاره‌ها را تحلیل کنید.

درس نامه

رفتار آب در محدودهٔ دمایی صفر تا $4^\circ C$ غیرعادی است و در این محدوده با افزایش دما، حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد.

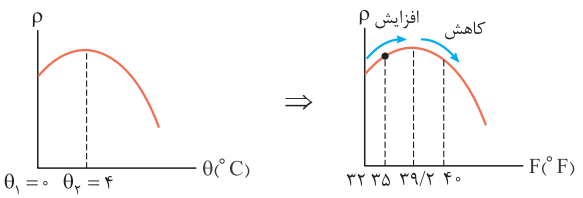


رابطهٔ بین دما برحسب درجهٔ سلسیوس و دما برحسب درجهٔ فارنهایت به صورت $F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲$ است.

اگر درون یک ظرف استوانه‌ای یا مکعبی که سطح مقطع آن A است، مایعی به جرم m بریزیم، فشار ناشی از مایع در کف ظرف از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P=\frac{mg}{A}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** در نمودار زیر، تغییرات چگالی برحسب دما (درجهٔ سلسیوس) مشخص شده است و آن را به کمک رابطهٔ $F=\frac{۹}{۵}\theta+۳۲$ برحسب درجهٔ فارنهایت رسم می‌کنیم.



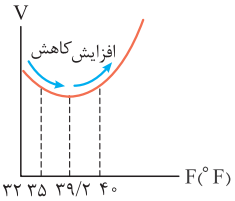
$$\theta_۱=۰^\circ C \Rightarrow F_۱=\frac{۹}{۵}\theta_۱+۳۲=۳۲^\circ F$$

$$\theta_۲=۴^\circ C \Rightarrow F_۲=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲=\frac{۹}{۵}(۴)+۳۲=۳۹/۲^\circ F$$

همان‌طور که در نمودار مشاهده می‌کنیم، با تغییر دمای آب از $35^\circ F$ به $40^\circ F$، چگالی آب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

تا این‌جا متوجه شدیم که گزارهٔ «الف» نادرست است و ۱ و ۲ با ما خداحافظی می‌کنند.

گام دوم: به کمک تبدیل دماهایی که در گام اول انجام دادیم، نمودار حجم آب برحسب دما (درجهٔ فارنهایت) به صورت روبه‌رو خواهد بود:



در محدودهٔ دمایی $35^\circ F$ تا $40^\circ F$، ابتدا حجم آب کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت‌ماندن حجم ظرف، ارتفاع آب نیز ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد (درستی گزارهٔ «ب»).

گام سوم: فشار ناشی از آب در کف ظرف از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به دست می‌آید که چون در اثر تغییر دما، جرم مایع تغییر نکرده و فشار ناشی از آب در کف ظرف ثابت می‌ماند. (نادرستی گزارهٔ «پ» و درستی گزارهٔ «ت»).

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۳۲

در مخزنی استوانه‌ای در دمای $-10^\circ C$ تا ارتفاع $5\ m$، بنزین ریخته شده است. در این دما فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر $25\ cm$ است. اگر از انبساط ظرف در نتیجهٔ افزایش دما چشم‌پوشی شود، در چه دمایی برحسب درجهٔ سلسیوس بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین $1\times10^{-3}\frac{1}{^\circ C}$ است.)

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره این سؤال که در کنکور تیرماه ۱۴۰۳ مطرح شده است، اهمیت تمرین‌های کتاب درسی را نشان می‌دهد.

خودت حل کنی بهتره حجم اولیهٔ بنزین (V_1) و حداکثر افزایش حجم بنزین بدون سرریزشدن (ΔV) را به دست آورید، سپس از رابطهٔ $\Delta V = V_1\beta\Delta\theta$، تغییرات دما و در نهایت دمای ثانویه را به دست آورید.

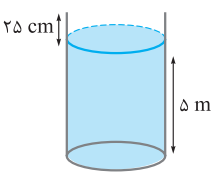
درس نامه

اگر دمای مایعی به حجم V_1 و ضریب انبساط حجمی β، به اندازهٔ $\Delta\theta$ تغییر کند، در این صورت روابط زیر برقرار است:

$$\underbrace{\Delta V}_{\text{تغییر حجم مایع}} = V_1\beta\Delta\theta \qquad V_2 = V_1(1+\beta\Delta\theta)$$

(V_2: حجم ثانویه)

پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل مقابل، وضعیت بنزین در مخزن استوانه‌ای را نشان می‌دهد. حجم اولیهٔ بنزین برابر $V_1 = 5A$ است. حجم فضای خالی برابر $\frac{25}{100}A$ است.



گام دوم: برای این‌که بنزین از ظرف سرریز نشود، حداکثر $\frac{25}{100}A$ می‌تواند تغییر حجم دهد. حال از رابطهٔ $\Delta V = V_1\beta\Delta\theta$، برای محاسبهٔ تغییرات دما استفاده می‌کنیم:

$$\Delta V = V_1\beta\Delta\theta \Rightarrow \frac{25}{100}A = 5A\times10^{-3}\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{25}{100\times5\times10^{-3}} = 50^\circ C$$

خوشبختانه در حل این سؤال از انبساط ظرف صرف نظر شده و بی‌خیال آن شدیم.

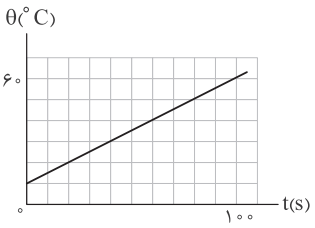
گام سوم: کار تمام نشده است، باید دمای ثانویه (θ_2) را به دست آوریم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 50 = \theta_2 - (-10) \Rightarrow \theta_2 = 40^\circ C$$

دام تستی اگر به واژهٔ «در چه دمایی» در صورت سؤال توجه نکنید، ۳ که همان تغییر دما هست، منتظر شماست.

تست و پاسخ ۳۳

نمودار دمای یک جسم فلزی به جرم $500\ g$ که با آهنگ ثابت $300\ W$ گرما دریافت می‌کند، برحسب زمان، به شکل زیر است. ظرفیت گرمایی این جسم در SI کدام است؟



۱) ۶۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۳۶۰
۴) ۷۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

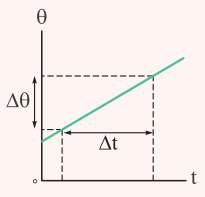
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

مشاوره در فصل دما و گرما، معمولاً نمودارهای دما برحسب زمان و گرما برحسب زمان مطرح می‌شوند. سعی کنید در این سؤال‌ها مسئله را به سمت توان گرمایی ببرید و از رابطهٔ $Q = Pt$ استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطهٔ $Q = Pt$، گرمای مبادله‌شده را در مدت‌زمان $100\ s$ محاسبه کنید، سپس از رابطهٔ $Q = C\Delta\theta$، ظرفیت گرمایی جسم را به دست آورید.

درس نامه

شکل زیر، نمودار θ برحسب t جسمی را نشان می‌دهد که توسط ماشین گرمایی با توان ثابت P گرما می‌گیرد.



$$Q = mc\Delta\theta$$

$$P\Delta t = mc\Delta\theta$$

$$\frac{P}{mc} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \text{شیب خط}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که جسم با آهنگ ثابت $300\ W$ گرما دریافت می‌کند، مقدار گرمای دریافتی جسم را در مدت‌زمان $100\ s$ به دست می‌آوریم:

$$Q = Pt = 300 \times 100 = 3 \times 10^4\ J$$

گام دوم: در مدت‌زمان 100 ثانیهٔ اول، دمای جسم از $\theta_1 = 10^\circ C$ به $\theta_2 = 60^\circ C$ رسیده است. حال به کمک رابطهٔ $Q = C\Delta\theta$، ظرفیت گرمایی جسم را به دست می‌آوریم:

$$Q = C\Delta\theta \Rightarrow 3 \times 10^4 = C \times (60 - 10) \Rightarrow C = \frac{30000}{50} = 600\ J/^\circ C = 600\ J/K$$

تست و پاسخ ۳۴

جسمی فلزی به جرم $600\ g$ و دمای $100^\circ C$ را درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $900\ J/K$ که حاوی $500\ g$ آب با دمای $15^\circ C$ است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه به $20^\circ C$ برسد، گرمای ویژهٔ فلز سازندهٔ جسم در SI کدام است؟ (گرمای ویژهٔ آب $4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

۱) ۱۲۵
۲) ۶۲۵
۳) ۲۵۰
۴) ۳۱۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

خودت حل کنی بهتره مقدار گرمایی که فلز، گرماسنج و آب درون گرماسنج از دست می‌دهند یا دریافت می‌کنند تا به دمای تعادل $(\theta_e = 20^\circ C)$ برسند را جداگانه به دست آورید و مجموع آن‌ها را برابر صفر قرار دهید تا گرمای ویژهٔ فلز را محاسبه کنید.

درس نامه

اگر چند جسم با دماهای متفاوت در کنار هم باشند، این چند جسم با تبادل گرما با یکدیگر در دمایی به نام دمای تعادل (θ_e) به تعادل می‌رسند. مثلاً اگر جسم A به جرم m_A و گرمای ویژهٔ c_A در دمای θ_A باشد و با جسم B به ظرفیت گرمایی C_B و دمای θ_B پس از تبادل گرما به دمای تعادل (θ_e) برسند، داریم:

$$Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow m_A c_A(\theta_e - \theta_A) + C_B(\theta_e - \theta_B) = 0$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** دمای گرماسنج و آب $15^\circ C$ و دمای جسم فلزی $100^\circ C$ است و برای رسیدن به دمای تعادل $20^\circ C$، گرماسنج و آب به ترتیب گرمای Q_1 و Q_2 را دریافت می‌کنند و جسم فلزی گرمای Q_3 را از دست می‌دهد. طبق قانون پایستگی انرژی، مجموع این گرماها صفر است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: حال هر یک از روابط گرما را به صورت جداگانه می‌نویسیم تا گرمای ویژهٔ فلز را به دست آوریم:

$$C_{\text{گرماسنج}}\Delta\theta_{\text{فلز}} + m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{فلز}}c_{\text{فلز}}\Delta\theta_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow 900(20-15) + 0/5\times 4200\times(20-15) + 0/6\times c_{\text{فلز}}\times(20-100) = 0$$

(θ_e: دمای تعادل)

$$\Rightarrow 900(5) + 2100(5) - 48c_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow 3000(5) = 48c_{\text{فلز}} \Rightarrow c_{\text{فلز}} = \frac{15000}{48} = 312/5\ \frac{J}{kg.K}$$

تست و پاسخ ۳۵

در ظرف عایقی، ۱ kg آب با دمای $40^\circ C$ وجود دارد. اگر قطعه یخی به جرم m و دمای $-5^\circ C$ را در آب بیندازیم، تا برقراری تعادل گرمایی، قطعه یخ ۱۴۷ kJ گرما دریافت می‌کند. m برحسب گرم کدام است؟ (گرما فقط بین قطعهٔ یخ و آب مبادله می‌شود، $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{یخ}} = 4/2\ \frac{J}{g.K}$ و $L_F = 336\ J/g$)

۱) ۲۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به گرمایی که یخ از آب دریافت کرده (گرمایی که آب از دست داده)، دمای نهایی آب را به دست آورید (این دما همان دمای تعادل است)، سپس همین روند را برای یخ $-5^\circ C$ تا رسیدن به دمای تعادل انجام دهید تا جرم یخ به دست آید.

درس نامه

در تعادل آب و یخ، در صورتی که تبادل گرما فقط بین آب و یخ باشد، مقدار گرمایی که یخ دریافت می‌کند با مقدار گرمایی که آب از دست می‌دهد، برابر است. در این شرایط حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

۱) آب با دادن گرما به یخ، تمام یخ را ذوب کند و حتی دمای آن را افزایش دهد و دمای مجموعه را به بیشتر از صفر درجهٔ سلسیوس برساند.

۲) آب با دادن گرما به یخ، فقط می‌تواند یخ را ذوب کند و دمای تعادل در این حالت صفر درجهٔ سلسیوس است.

۳) آب با دادن گرما به یخ، نمی‌تواند تمام یخ را ذوب کند و مخلوطی از آب و یخ داریم و دمای تعادل در این حالت صفر درجهٔ سلسیوس است.

۴) یخ بتواند تمام آب را منجمد کند و حتی ممکن است دمای یخ حاصل را کاهش دهد و به کم‌تر از صفر درجهٔ سلسیوس برساند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** گرما، فقط بین آب و یخ مبادله می‌شود؛ بنابراین یخ ۱۴۷ kJ گرما را فقط از آب دریافت کرده است. حال می‌خواهیم ببینیم ۱ kg آب با دمای $40^\circ C$ با از دست دادن گرما به اندازهٔ ۱۴۷ kJ به چه دمایی می‌رسد:

$$Q_{\text{آب}} = m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta \Rightarrow -147\times10^3 = 1\times4200\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = -35^\circ C$$

بنابراین دمای آب در این حالت (زمانی که آب و یخ به تعادل رسیدند) به $5^\circ C$ رسیده است:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow -35 = \theta_2 - 40 \Rightarrow \theta_2 = \underset{\text{دمای تعادل}}{5^\circ C}$$

گام دوم: از آن‌جا که دمای تعادل $5^\circ C$ است؛ یخ با دریافت گرمای ۱۴۷ kJ کاملاً ذوب شده و سپس دمای آن به $5^\circ C$ رسیده است.

$$-5^\circ C \text{ گرم یخ } m \xrightarrow{Q_1} \text{گرم یخ صفر } m \xrightarrow{Q_2} \text{گرم آب صفر } m \xrightarrow{Q_3} 5^\circ C \text{ گرم آب } m$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 147\ kJ$$

$$\Rightarrow mc_{\text{یخ}}\Delta\theta_{\text{یخ}} + mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} = 147\ kJ$$

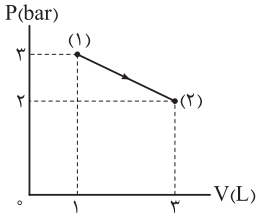
$$\Rightarrow m\times2/1\times5 + m(336) + m(4/2)(5) = 147\times10^3$$

$$\Rightarrow 10/5m + 336m + 21m = 147\times10^3 \Rightarrow 367/5m = 147\times10^3 \Rightarrow m = 400\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۳۶

نمودار $P-V$ ی گازی رقیق در شکل مقابل نشان داده شده است. در این فرایند با فرض آن‌که انرژی درونی گاز در نقطهٔ (۱) برابر $456\ J$ و در نقطهٔ (۲) برابر $912\ J$ باشد، گاز چند ژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟



۱) ۴۴، دریافت کرده است.
۲) ۴۴، از دست داده است.
۳) ۹۵۶، دریافت کرده است.
۴) ۹۵۶، از دست داده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره این سؤال یکی از مسئله‌های دوره‌ای آخر فصل ۵ کتاب درسی فیزیک ۱ رشتهٔ ریاضی است که به صورت تست در این‌جا مطرح شده است. تمرین‌ها و پرسش‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

درس‌نامه

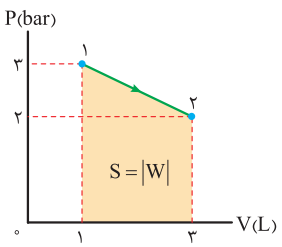
۱) کار محیط روی دستگاه را با W نشان می‌دهیم. هنگام تراکم گاز (دستگاه) $W>0$ و هنگام انبساط آن $W<0$ است.

۲) بنا به قانون اول ترمودینامیک، در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه و گرمای داده‌شده به دستگاه: $\Delta U = Q + W$

تغییر انرژی درونی گاز (J) $= \Delta U = U_2 - U_1$ ، انرژی درونی اولیه (J) $= U_1$ ، انرژی درونی ثانویه (J) $= U_2$

کار انجام‌شده روی گاز (J) $= W$ ، گرمای داده‌شده به گاز (J) $= Q$

پاسخ تشریحی **گام اول:** مساحت سطح زیر نمودار $P-V$ را که برابر با قدرمطلق کار انجام‌شده روی گاز است به دست می‌آوریم:



$$S = |W| = \frac{(3+2)\times 10^{5}\times 2\times 10^{-3}}{2} = 500\ J \quad \text{(مساحت ذوزنقه)}$$

از آن‌جا که فرایند انبساطی، داریم: $W = -500\ J$

گام دوم: قانون اول ترمودینامیک را به کار می‌بریم و گرمای Q را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U = U_2 - U_1 = 912 - 456 = 456\ J]{W = -500\ J} 456 = Q - 500 \Rightarrow Q = 956\ J$$

$Q>0$ است؛ بنابراین گاز (دستگاه) گرما دریافت کرده است.

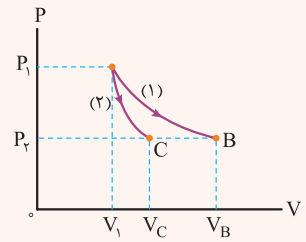
تست و پاسخ ۳۷

فشار مقدار معینی گاز آرمانی، طی دو فرایند جداگانه، از حالت اولیهٔ یکسان یک بار به صورت هم‌دما و یک بار به صورت بی‌دررو، نصف می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، کار انجام‌شده توسط گاز و دمای نهایی گاز، در کدام فرایند بیشتر است؟

۱) هم‌دما، بی‌دررو
۲) بی‌دررو، هم‌دما
۳) هم‌دما، هم‌دما
۴) بی‌دررو، بی‌دررو

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس‌نامه



۱) اگر گازی آرمانی را که در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد، یک بار به طور هم‌دما (۱) و یک بار به طور بی‌دررو (۲) منبسط کنیم تا فشار هر دو به یک اندازه کاهش یابد، در فرایند هم‌دما، انبساط گاز بیشتر است؛ زیرا در انبساط هم‌دما به گاز گرما داده می‌شود تا دمای آن ثابت بماند. اما در انبساط بی‌دررو، گرمایی به گاز داده نمی‌شود و انبساط کم‌تری پیدا می‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

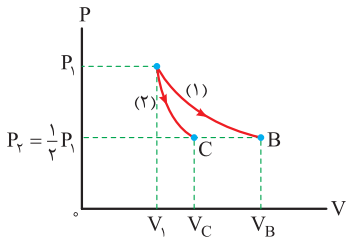
۲) معادلهٔ حالت یک گاز آرمانی (کامل) به صورت مقابل است: $PV = nRT$

$P =$ فشار مطلق (Pa) $\quad V =$ حجم (m^3) $\quad n =$ تعداد مول (mol)

$R =$ ثابت جهانی گازها $= ۸/۳۱۴ \frac{J}{mol.K}$ $\quad T =$ دمای مطلق (K)

۳) بنا به قرارداد، کار محیط روی دستگاه (گاز) را با W و کار دستگاه (گاز) روی محیط را با W' نشان می‌دهیم. $W' = -W$

پاسخ تشریحی **گام اول:** بین دو فرایند هم‌دما (۱) و بی‌دررو (۲) مساحت سطح زیر نمودار $P - V$ که در هر فرایند $|W|$ را نشان می‌دهد با هم مقایسه می‌کنیم. همان‌طور که از نمودار معلوم است داریم:



$$|W_۱| > |W_۲|$$

در این‌جا چون انبساط داریم $W < ۰$ و $W' > ۰$ است. بنابراین کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند هم‌دما $(W'_۱)$ بیشتر از فرایند بی‌دررو است.

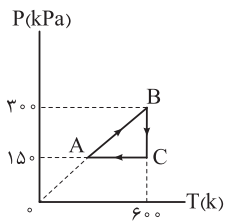
گام دوم: با استفاده از معادلهٔ حالت گاز کامل، دمای نهایی گاز در دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_B}{T_C} = \frac{P_B}{P_C} \times \frac{V_B}{V_C} \xrightarrow[V_B > V_C]{P_B = P_C = P_۲} \frac{T_B}{T_C} > ۱$$

یعنی دمای نهایی گاز در فرایند هم‌دما بیشتر است.

تست و پاسخ ۳۸

نمودار فشار mol ۵ گاز آرمانی برحسب دمای آن، در طی یک چرخهٔ ترمودینامیکی به شکل مقابل است. اگر در فرایند CA، مقدار گرمای مبادله‌شده، ۵۰ درصد بیشتر از اندازهٔ کار انجام‌شده روی گاز باشد، گرمای دریافتی گاز در فرایند AB چند کیلوژول است؟ $(R = ۸ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۱۸ $\quad$ ۲) ۶

۳) ۱۲ $\quad$ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

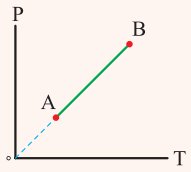
۱) کار انجام‌شده روی یک گاز آرمانی در یک فرایند هم‌فشار از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{PV = nRT} W = -nR\Delta T$$

$W =$ کار (J) $\quad n =$ تعداد مول (mol) $\quad R =$ ثابت جهانی گازها $(\frac{J}{mol.K})$ $\quad \Delta T =$ تغییر دما (K)

$P =$ فشار (Pa) $\quad \Delta V =$ تغییر حجم (m^3)

۲) نمودار $P - T$ در یک فرایند هم‌حجم به صورت مقابل است:



الف) در فرایند هم‌حجم $W = ۰$ است.

ب) در فرایند هم‌حجم برای مقداری معینی گاز آرمانی بین دو نقطهٔ A و B می‌توان نوشت: $\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}$

۳) در یک چرخه، تغییر انرژی درونی گاز (دستگاه) صفر است: $\Delta U = ۰$

۴) انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل فقط تابع دمای آن است؛ بنابراین در یک فرایند هم‌دما $U_۱ = U_۲$ بوده و $\Delta U = ۰$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** در فرایند هم‌حجم AB برای دو نقطهٔ A و B رابطهٔ فشار و دمای مطلق گاز را می‌نویسیم و از آن‌جا T_A را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_A}{T_A}=\frac{P_B}{T_B} \xrightarrow[T_B=۶۰۰\,K]{P_A=۱۵\,KPa\,,\,P_B=۳۰۰\,KPa} \frac{۱۵۰}{T_A}=\frac{۳۰۰}{۶۰۰} \Rightarrow T_A=۳۰۰\,K$$

گام دوم: کار انجام‌شده روی گاز در فرایند هم‌فشار CA را حساب می‌کنیم:

$$W_{CA}=-nR(T_A-T_C) \xrightarrow[T_A=۶۰۰\,K\,,\,T_C=۶۰۰\,K]{n=۵\,,\,R=۸\,\frac{J}{mol.K}} W_{CA}=-۵\times۸(۳۰۰-۶۰۰)$$

$$\Rightarrow W_{CA}=-۴۰\times(-۳۰۰)=۱۲۰۰۰\,J=۱۲\,kJ$$

گام سوم: با توجه به توضیح متن سؤال در مورد گرمای مبادله‌شده و کار انجام‌شده روی گاز در فرایند CA می‌توان نوشت:

$$|Q_{CA}|=W_{CA}+۰/۵\,W_{CA}=۱/۵\,W_{CA} \xrightarrow{W_{CA}=۱۲\,kJ} |Q|=۱/۵\times۱۲=۱۸\,kJ$$

با توجه به این‌که دما و در نتیجه انرژی درونی گاز در فرایند CA کاهش یافته و کار انجام‌شده روی آن مثبت است، می‌توان گفت که گاز در این فرایند گرما از دست داده و $Q_{CA}<۰$ است. بنابراین داریم: $Q_{CA}=-۱۸\,kJ$

گام چهارم: تغییر انرژی درونی گاز در کل چرخه، برابر است با مجموع تغییر انرژی درونی در قسمت‌های مختلف چرخه:

$$\Delta U=\Delta U_{AB}+\Delta U_{BC}+\Delta U_{CA}$$

فرایند BC هم‌دما است و $\Delta U_{BC}=۰$ خواهد بود، از طرفی با توجه به قانون اول ترمودینامیک رابطهٔ فوق را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\Delta U=Q_{AB}+W_{AB}+\Delta U_{BC}+Q_{CA}+W_{CA} \xrightarrow[(\text{هم‌حجم})\,W_{AB}=۰]{\Delta U=۰\,,\,\Delta U_{BC}=۰} ۰=Q_{AB}+Q_{CA}+W_{CA}$$

$$\xrightarrow[W_{CA}=۱۲\,kJ]{Q_{CA}=-۱۸\,kJ} ۰=Q_{AB}+(-۱۸)+۱۲ \Rightarrow Q_{AB}=۶\,kJ$$

تست و پاسخ ۳۹

در چرخهٔ ماشین بنزینی، کدام‌یک از مراحل زیر، فرایندی بی‌دررو در نظر گرفته می‌شود؟

الف) ضربهٔ مکش　　ب) ضربهٔ تراکم

پ) ضربهٔ قدرت　　ت) ضربهٔ خروج گاز

۱) الف و ب　　۲) ب و پ

۳) پ و ت　　۴) الف و ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره با توجه به مطرح‌شدن مراحل کار موتور بنزینی در سؤالات کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ باید نگاه جدی‌تری به این موضوع از کتاب درسی داشته باشید.

درس‌نامه

ماشین بنزینی چرخه‌ای را طی می‌کند که شامل شش فرایند است. از این شش فرایند، چهار فرایند همراه با حرکت پیستون‌اند که به آن‌ها ضربه می‌گویند.

۱) ضربهٔ مکش　۲) ضربهٔ تراکم　۳) آتش‌گرفتن　۴) ضربهٔ قدرت　۵) تخلیه　۶) ضربهٔ خروج گاز

پاسخ تشریحی در ضربهٔ تراکم، پیستون بالا می‌آید و مخلوط سوخت و هوا را به سرعت متراکم می‌کند. در نتیجه دما و فشار مخلوط به صورت بی‌دررو تا حد زیادی بالا می‌رود.

در ضربهٔ قدرت، در اثر فشار زیاد، مخلوط به سرعت منبسط می‌شود. بنابراین می‌توان آن را بی‌دررو در نظر گرفت.

بنابراین موارد «ب» و «پ» بی‌دررو محسوب می‌شوند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۴۰

یک ماشین گرمایی درون‌سوز در هر چرخه ۸ kJ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و ۲ kJ کار تحویل می‌دهد. اگر ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را بپیماید، به ترتیب توان ماشین برحسب کیلووات و بازدهٔ ماشین کدام است؟

۱) ۰/۲، ۵۰ ۲) ۰/۲، ۸۰ ۳) ۰/۲۵، ۵۰ ۴) ۰/۲۵، ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره این تست، یکی از مسئله‌های دوره‌ای آخر فصل ۵ کتاب درسی فیزیک رشتهٔ ریاضی است که با تغییرات اندکی در این‌جا مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با معلوم‌بودن کار و زمان در هر چرخه، توان ماشین را حساب کنید. سپس با استفاده از کار انجام‌شده روی محیط و گرمای دریافت‌شده توسط ماشین در هر چرخه، بازده ماشین را به دست آورید.

درس نامه

۱) توان یک ماشین گرمایی از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$p = \frac{|w|}{\Delta t}$$

P = توان (W) $|W|$ = اندازهٔ کاری که ماشین روی محیط انجام می‌دهد (J) Δt = بازهٔ زمانی انجام کار (s)

۲) برای محاسبهٔ بازده یک ماشین گرمایی از رابطهٔ مقابل استفاده می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

η = بازده Q_H = گرمایی که ماشین دریافت می‌کند (J)

پاسخ تشریحی **گام اول:** این ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را می‌پیماید؛ پس بازهٔ زمانی هر چرخهٔ آن $\frac{۱}{۴۰}$ s است. براساس یک چرخه، توان ماشین را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = \frac{۱}{۴۰}\,s]{|W| = ۲\,kJ} P = \frac{۲}{\frac{۱}{۴۰}} = ۸۰\,kW$$

گام دوم: در هر چرخه، گرمای دریافت‌شده توسط ماشین و کار انجام‌شده توسط آن را داریم. بنابراین بازده ماشین به دست می‌آید:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[Q_H = ۸\,kJ]{|W| = ۲\,kJ} \eta = \frac{۲}{۸} = ۰/۲۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی دهم

تست و پاسخ ۴۱

کدام مورد درست است؟

۱) اتم‌هایی با نمادهای ${}^{A}_{Z}E$ و ${}^{A}_{Z'}M$، ایزوتوپ یکدیگر محسوب می‌شوند و خواص شیمیایی یکسانی دارند.

۲) در هستهٔ ایزوتوپی از اورانیم (U_{92}) که اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود، ۱۴۶ نوترون وجود دارد. ← ${}^{235}_{92}U$

۳) اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم ${}^{80}X$ برابر ۱۰ باشد، عنصر X به دورهٔ چهارم جدول تناوبی تعلق دارد. ← $n-p$ ← $19 \le Z \le 36$

۴) نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم $({}^{99}Tc)$ است که دارای شمار نوترون به پروتون بزرگ‌تر از ۱/۵ بوده و رادیوایزوتوپ محسوب می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصرند که عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) متفاوتی دارند؛ بنابراین اتم‌هایی با نمادهای ${}^{A}_{Z}E$ و ${}^{A}_{Z'}M$، ایزوتوپ یکدیگر محسوب نمی‌شوند. *هواستون باشه که* ایزوتوپ‌های یک عنصر، به دلیل عدد اتمی و در نتیجه شمار الکترون‌های برابر، خواص شیمیایی یکسان دارند. ✗

۲) ایزوتوپ ${}^{235}_{92}U$، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. این ایزوتوپ، دارای $92 - 235 = 143$ نوترون در هستهٔ خود است. ✗

۳) ابتدا باید عدد اتمی عنصر X را پیدا کنیم:

روش اول:
$$\begin{cases} n+p=80 \\ n-p=10 \end{cases} \Rightarrow 2n=90 \Rightarrow n=45 \Rightarrow p=35$$

روش دوم:
$$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{2} = \frac{80-10}{2} = 35$$

عنصری با عدد اتمی ۳۵، به دورهٔ چهارم جدول تناوبی $(19 \le Z \le 36)$ تعلق دارد. ✓

۴) تکنسیم $({}^{99}_{43}Tc)$ هرچند رادیوایزوتوپ به شمار می‌آید، اما نسبت شمار نوترون به پروتون در آن، کم‌تر از ۱/۵ است:

$${}^{99}_{43}Tc \Rightarrow \frac{N}{Z} = \frac{99-43}{43} = \frac{56}{43} \simeq 1/3 \quad ✗$$

نکته نکاتی که باید در مورد تکنسیم *بلد باشین*:

تکنسیم
- نماد شیمیایی: ${}^{99}_{43}Tc$
- نخستین عنصر ساختگی
- در تصویربرداری از غدهٔ تیروئید استفاده می‌شود.
- یون حاوی آن با یون یدید (I^-) اندازهٔ مشابهی دارد.
- نیم عمر کمی دارد.
- $\frac{n}{p}$ کم‌تر از ۱/۵ دارد اما ناپایدار است ⇐ رادیوایزوتوپ
- همهٔ تکنسیم‌ها به طور مصنوعی طی واکنش‌های هسته‌ای ساخته می‌شوند.

تست و پاسخ ۴۲

کدام گزینه، عبارت «مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های موجود در زیرلایهٔ ..... اتم عنصر ..... بیشتر از اتم ..... است.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) ${}_{29}Cu$ ـ ${}_{30}Zn$ ـ 3d ۲) ${}_{33}As$ ـ ${}_{36}Kr$ ـ 4p ۳) ${}_{27}Co$ ـ ${}_{24}Cr$ ـ 4s ۴) ${}_{17}Cl$ ـ ${}_{21}Sc$ ـ 3p

پاسخ: گزینهٔ ۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی $(n+l)$ در یک زیرلایهٔ مشخص، به تعداد الکترون‌های آن زیرلایه مربوط است. پس هر چه تعداد الکترون در زیرلایه‌های معین‌شده بیشتر باشد، مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آن نیز بیشتر است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $_{30}Zn$ و $_{29}Cu$ هر دو در زیرلایهٔ $3d$، $10e^-$ دارند؛ پس مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های زیرلایهٔ $3d$ در آن‌ها، برابر است.

$$_{29}Cu:[_{18}Ar]\,3d^{10}4s^{1} \quad و \quad _{30}Zn:[_{18}Ar]\,3d^{10}4s^{2}$$

۲) در زیرلایهٔ $4p$ عنصر $_{33}As$، $3e^-$ حضور دارد، در صورتی که در عنصر $_{36}Kr$، زیرلایهٔ $4p$ کاملاً پر شده است.

$$_{33}As:[_{18}Ar]\,3d^{10}4s^{2}4p^{3} \quad و \quad _{36}Kr:[_{18}Ar]\,3d^{10}4s^{2}4p^{6}$$

۳) زیرلایهٔ $4s$ در $_{27}Co$ دارای $2e^-$ است، اما در $_{24}Cr$ تنها $1e^-$ دارد.

$$_{24}Cr:[_{18}Ar]\,3d^{5}4s^{1} \quad و \quad _{27}Co:[_{18}Ar]\,3d^{7}4s^{2}$$

۴) زیرلایهٔ $3p$ در $_{17}Cl$ دارای $5e^-$ است، در صورتی که در عنصر $_{21}Sc$، این زیرلایه به طور کامل پر شده است.

$$_{17}Cl:[_{10}Ne]\,3s^{2}3p^{5} \quad و \quad _{21}Sc:\underbrace{[_{18}Ar]}_{1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6}\,3d^{1}4s^{2}$$

تست و پاسخ ۴۳

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **رنگ شعلهٔ هر ترکیب، منحصربه‌فرد است و از آن می‌توان برای شناسایی ترکیب استفاده کرد.**
- **الکترون در حالت برانگیخته، پر انرژی‌تر و پایدارتر از الکترون در حالت پایه است.**
- **با دورشدن الکترون از هسته، انرژی آن کاهش می‌یابد.**
- **در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گسترهٔ مرئی، کم‌ترین طول موج مربوط به پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایهٔ ششم به حالت پایه است.**

$n=1$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- رنگ شعله برای هر ترکیب منحصربه‌فرد نیست؛ مثلاً رنگ شعلهٔ فلز لیتیم و همهٔ ترکیب‌های آن (مانند لیتیم کلرید و لیتیم نیترات)، سرخ است.
- سطح انرژی با پایداری، رابطهٔ وارونه دارد؛ بنابراین الکترون در حالت برانگیخته، پرانرژی‌تر و **ناپایدارتر** از الکترون در حالت پایه است.
- سطح انرژی الکترون با فاصلهٔ آن از هسته، رابطهٔ مستقیم دارد؛ یعنی هر چه الکترون از هسته دورتر باشد، انرژی آن بیشتر است.
- خطوط موجود در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در گسترهٔ مرئی، مربوط به انتقال‌های الکترونی از لایه‌های بالاتر $(n=3,4,5,6)$ به لایهٔ دوم $(n=2)$ هستند و نه حالت پایه $(n=1)$!

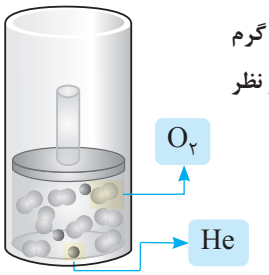
نکته ویژگی‌ها و چگونگی تشکیل چهار نوار رنگی طیف نشری خطی هیدروژن در جدول زیر آمده است:

رنگ نوار	طول موج (nm)	چگونگی تشکیل
بنفش	۴۱۰	مربوط به انتقال الکترون از $n=6$ به $n=2$
نیلی	۴۳۴	مربوط به انتقال الکترون از $n=5$ به $n=2$
آبی	۴۸۶	مربوط به انتقال الکترون از $n=4$ به $n=2$
سرخ	۶۵۶	مربوط به انتقال الکترون از $n=3$ به $n=2$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۴۴

شکل مقابل، مخلوطی از گازهای اکسیژن و هلیم در یک سیلندر را نشان می‌دهد. اگر در این مخلوط، ۰/۲۴ گرم هلیم وجود داشته باشد، حجم این مخلوط گازی، چند لیتر است؟ (حجم مولی گازها در این شرایط را ۲۵ لیتر در نظر بگیرید؛ $He = ۴, O = ۱۶ : g \cdot mol^{-1}$)



۱) ۱/۵
۲) ۴
۳) ۵/۵
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره با استفاده از جرم گاز هلیم، تعداد مول آن در مخلوط را به دست بیار؛ سپس با توجه به نسبت تعداد ذره‌ها، تعداد مول $O_۲$ در مخلوط را حساب کن و در آخر، با توجه به مجموع تعداد مول گازها، حجم مخلوط را به دست بیار!

پاسخ تشریحی **گام اول:** تعداد مول هلیم و اکسیژن را در مخلوط حساب می‌کنیم:

$$\text{مول He} : ۰/۲۴\,g\ He \times \frac{۱\,mol\ He}{۴\,g\ He} = ۰/۰۶\,mol$$

در شکل، ۸ ذرهٔ $O_۲$ و ۳ ذرهٔ He وجود دارد؛ بنابراین می‌توان گفت که تعداد مول $O_۲$، $\frac{۸}{۳}$ برابر تعداد مول He است:

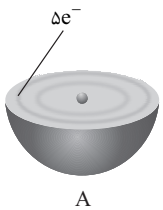
$$\text{مول } O_۲ = \frac{۸}{۳} \times ۰/۰۶ = ۰/۱۶\,mol$$

گام دوم: با استفاده از مجموع تعداد مول گازها و حجم مولی آن‌ها، حجم مخلوط گازی را حساب می‌کنیم:

$$(۰/۰۶ + ۰/۱۶)\,mol\ \text{گاز} \times \frac{۲۵\,L\ \text{گاز}}{۱\,mol\ \text{گاز}} = \frac{۲۲}{۱۰۰} \times \overset{۱}{\cancel{۲۵}} = ۵/۵\,L\ \text{گاز}$$

تست و پاسخ ۴۵

با توجه به شکل زیر که برشی از اتم یک عنصر را نشان می‌دهد، آرایش الکترون ـ نقطه‌ای این اتم به کدام صورت است و کدام ویژگی را می‌توان به آن نسبت داد؟



۱) $\dot{A}\cdot$، در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی یافت می‌شود. ← $N_۲$
۲) $\dot{A}\cdot$، در حالت گازی، به جو بی‌اثر شهرت دارد.
۳) $\ddot{A}\cdot$، در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ الکترونی آن، ۵ الکترون وجود دارد. ← ${}_۵B$
۴) $\dot{A}\cdot$، نخستین عنصر گروه ۱۳ جدول تناوبی است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته در مورد عناصر دستهٔ s و p، تعداد نقاط در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای که همان شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر است، برابر با یکان شمارهٔ گروه آن‌ها می‌باشد. (البته به‌جز هلیم!).

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								هلیم	بقیهٔ عنصرها
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۲	۸
آرایش الکترون ـ نقطه‌ای	$X\cdot$	$X\cdot$	$\cdot X\cdot$	$\cdot\dot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}:$	$\cdot\ddot{X}:$	He:	$:\ddot{X}:$

پاسخ تشریحی در لایهٔ اول اتم A، ۲ الکترون و در لایهٔ دوم آن، ۵ الکترون وجود دارد؛ بنابراین عدد اتمی A برابر $۷ = ۵ + ۲$ و A همان عنصر نیتروژن از گروه ۱۵ است:

$${}_۷N : [{}_۲He]\ \underbrace{۲s^۲ ۲p^۳}_{\text{لایهٔ ظرفیت}} \Rightarrow \cdot\ddot{N}\cdot$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

عنصر نیتروژن در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی (N_2) وجود دارد و به دلیل واکنش‌پذیری ناچیز، به جو بی‌اثر مشهور است.
در مورد ۳، توجه کنید که در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ این عنصر ($2p$)، فقط ۳ الکترون وجود دارد.

تست و پاسخ ۴۶

با توجه به جدول زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟ ($O=16, Cu=64 : g\cdot mol^{-1}$)

	a	b	c	d
نام یا فرمول ترکیب	مس (II) اکسید	NO	نقره نیترات	CH_2F_2

الف) به ازای تشکیل ۱۲ گرم ترکیب a از عنصرهای سازنده‌اش، ۰/۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

ب) از واکنش محلول آبی ترکیب c با باریم کلرید، رسوب سفید رنگی با نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۲ تشکیل می‌شود.

پ) ترکیب b، یک اکسید نافلزی است و کاغذ pH در محلول آن در آب، به رنگ سرخ در می‌آید.

ت) در ساختار لوویس ترکیب d، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی برابر ۰/۷۵ است.

۱) الف ـ ت ۲) ب ـ پ ـ ت ۳) الف ـ پ ـ ت ۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف)

نکته برای تشکیل ترکیب‌های یونی دوتایی، بین فلز و نافلز الکترون مبادله می‌شود. برای محاسبهٔ شمار الکترون‌های مبادله‌شده در یک ترکیب یونی، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

تعداد (زیروند) کاتیون × بار کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب یونی

تعداد (زیروند) آنیون × قدرمطلق بار آنیون =

فرمول مس (II) اکسید به صورت CuO است؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای تشکیل هر مول از آن، $2\times1=2$ مول الکترون بین فلز و نافلز مبادله می‌شود:

$$\text{جرم‌مولی } CuO = 64+16 = 80\ g\cdot mol^{-1}$$

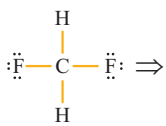
$$12\ g\ CuO \times \frac{1\ mol\ CuO}{80\ g\ CuO} \times \frac{2\ mol\ e^-}{1\ mol\ CuO} = 0/3\ mol\ e^-$$

ب) از واکنش محلول نقره نیترات با باریم کلرید، رسوب سفیدرنگ نقره کلرید ($AgCl$) تولید می‌شود که نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن، برابر ۱ است.

$$2AgNO_3(aq) + BaCl_2(aq) \rightarrow 2AgCl(s) + Ba(NO_3)_2(aq)$$

پ) به طور کلی، اکسیدهای فلزی (مانند Na_2O و BaO)، خاصیت بازی دارند و کاغذ pH در محلول آن‌ها به رنگ آبی در می‌آید؛ در حالی که اکسیدهای نافلزی (مانند SO_3 و N_2O_5)، خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH در محلول آن‌ها، به رنگ سرخ در می‌آید؛ اما *هواستون باشه* که برخی اکسیدهای نافلزی مانند NO، CO و N_2O به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و خاصیت اسیدی ندارند! به NO و انحلال مولکولی آن در فصل ۳ کتاب شیمی دهم در قسمت انحلال‌پذیری گازها اشاره شده است، پس *واجبه که این نکته رو در موردش بدونید.*

ت) ساختار لوویس CH_2F_2، به صورت زیر است:



$$\Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار الکترون‌های پیوندی}} = \frac{6}{4\times2} = \frac{3}{4} = 0/75$$

هواستون باشه که صورت سؤال برای الکترون‌های پیوندی، از واژهٔ «جفت» استفاده نکرده، به همین دلیل، جفت‌الکترون‌های پیوندی (پیوند اشتراکی) را در ۲ ضرب کردیم تا شمار الکترون‌های پیوندی به دست آید.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۴۷

کدام مورد، نادرست است؟

۱) اگر هوای مایع در دمای $-۲۰۰^{\circ}C$ را تقطیر جزءبه‌جزء کنیم، ابتدا نیتروژن از مخلوط خارج و جداسازی می‌شود.

۲) به‌جز گازهای اکسیژن و نیتروژن، درصد حجمی سایر گازها در هوای پاک و خشک، کم‌تر از ۱ درصد است.

۳) اگر در فشار ثابت، دمای مخلوط گازی از آرگون و اکسیژن را به تدریج کاهش دهیم، آرگون زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

۴) عنصر اکسیژن در زیست‌کره، در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی یافت می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

نقطهٔ جوش: $A > B$
- A آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود. (در سردکردن مخلوط گازهای A و B، A زودتر مایع می‌شود.)
- B آسان‌تر به گاز تبدیل می‌شود. (در گرم‌کردن مخلوط مایع از A و B، B زودتر به گاز تبدیل و از مخلوط جدا می‌شود.)

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) نیتروژن نسبت به دیگر اجزای سازندهٔ هوای مایع، نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد و زودتر از مخلوط جدا می‌شود.

ترتیب جداشدن از ستون تقطیر هوای مایع (افزایش دمای هوای مایع): $N_2 \rightarrow Ar \rightarrow O_2$ ⇒ نقطهٔ جوش: $N_2 < Ar < O_2$

۲) بیش از ۹۹ درصد حجمی هوا را گازهای نیتروژن و اکسیژن تشکیل می‌دهند و درصد حجمی سایر گازهای هوا، کم‌تر از ۱ درصد است.

نام و فرمول شیمیایی گاز	نیتروژن (N_2)	اکسیژن (O_2)	آرگون (Ar)	کربن دی‌اکسید (CO_2)	نئون (Ne)	هلیم (He)	کریپتون (Kr)	زنون (Xe) و دیگر گازها
درصد حجمی گاز در هوا	۷۸/۰۷۹	۲۰/۹۵۲	۰/۹۳۸	۰/۰۳۸۵	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱	ناچیز

$۷۸/۰۷۹ + ۲۰/۹۵۲ = ۹۹/۰۳۱$

۳) اکسیژن نقطهٔ جوش بالاتری دارد و آسان‌تر از آرگون به مایع تبدیل می‌شود.

ترتیب مایع شدن گازها در اثر کاهش دما: $O_2 \rightarrow Ar \rightarrow N_2$ ⇒ نقطهٔ جوش: $N_2 < Ar < O_2$

۴) کاملاً درسته!

نکته

شکل حضور اکسیژن در قسمت‌های مختلف کرهٔ زمین
- آب‌کره: در ساختار مولکول‌های آب (H_2O)
- زیست‌کره: در ساختار همهٔ مولکول‌های زیستی (کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها)
- هواکره: به شکل‌های مختلف (O_2 (به طور عمده)، O_3 و ...)
- سنگ‌کره: به شکل اکسیدهای گوناگون (Al_2O_3، SiO_2 و ...)

تست و پاسخ ۴۸

مجموع عددهای a، b و x در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ زیر، کدام است؟

$$a\ Fe(NO_3)_2 + 4\ HNO_3 \rightarrow 3\ Fe(NO_3)_3 + b\ NO_x + 2\ H_2O$$

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی طبق قانون پایستگی جرم، شمار اتم‌های هر عنصر در دو سمت معادلهٔ واکنش باید برابر باشد:

$$a\,Fe(NO_3)_2 + 4\,HNO_3 \rightarrow 3\,Fe(NO_3)_3 + b\,NO_x + 2\,H_2O$$

موازنهٔ اتم Fe : $a = 3$

موازنهٔ اتم N : $\underbrace{(3\times2)}_{6} + 4 = \underbrace{(3\times3)}_{9} + b \Rightarrow 10 = 9 + b \Rightarrow b = 1$

موازنهٔ اتم O : $\underbrace{(3\times3\times2)}_{18} + \underbrace{(4\times3)}_{12} = \underbrace{(3\times3\times3)}_{27} + \underbrace{(1\times x)}_{x} + \underbrace{(2\times1)}_{2} \Rightarrow 30 = 29 + x \Rightarrow x = 1$

موازنهٔ اتم H : $4 = \underbrace{(2\times2)}_{4}$ ✓

مجموع مقادیر a، b و x در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش داده‌شده، برابر $3 + 1 + 1 = 5$ است.

تست و پاسخ ۴۹

در فرایند هابر، برای جداکردن آمونیاک از مخلوط واکنش، از تفاوت در کدام ویژگی گازها کمک گرفته می‌شود؟

۱) واکنش‌پذیری ۲) چگالی ۳) نقطهٔ جوش ۴) جرم مولی

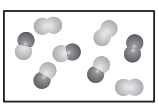
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ تشریحی یکی از چالش‌های فرایند هابر، چگونگی جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش بود؛ زیرا واکنش این فرایند، برگشت‌پذیر است و پس از انجام واکنش، مخلوطی از سه گاز (آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن) به دست می‌آید. هابر این مشکل را با توجه به اختلاف نقطهٔ جوش گاز آمونیاک، نسبت به دو گاز دیگر حل کرد. به طوری که با توجه به این‌که دمای جوش آمونیاک از دو گاز دیگر بالاتر است، هابر دمای مخلوط واکنش را تا جایی که آمونیاک به مایع تبدیل شود (کمی پایین‌تر از نقطهٔ جوش آمونیاک)، کاهش داد و آمونیاک را پس از مایع‌شدن، از مخلوط واکنش جدا کرد.

ماده	نقطهٔ جوش ($^\circ C$)
NH_3	-33
N_2	-196
H_2	-253

تست و پاسخ ۵۰

شکل زیر، نمونه‌ای کلر را نشان می‌دهد. اگر ۱۰۷/۲۵ گرم از این نمونه کلر در واکنش $SO_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow SCl_2(g) + Cl_2O(g)$ شرکت کند، چند لیتر گاز گوگرد دی‌کلرید در شرایط STP تولید می‌شود؟ (عدد جرمی را برابر جرم اتمی در نظر بگیرید؛ معادلهٔ واکنش، موازنه شود.)



۱) ۲۲/۴ ۲) ۱۱/۲ ۳) ۳۳/۶ ۴) ۴۴/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک شکل، جرم اتمی میانگین کلر و بعد جرم مولی گاز کلر را به دست بیار. در آخر از روی معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش و جرم نمونه، حجم گاز مورد نظر را در شرایط استاندارد، محاسبه کن.

پاسخ تشریحی **گام اول:** جرم اتمی میانگین کلر و جرم مولی Cl_2 را حساب می‌کنیم. با توجه به شکل داده‌شده، از هر ۱۶ اتم کلر، ۱۰ اتم $^{35}_{17}Cl$ و ۶ اتم $^{37}_{17}Cl$ است:

روش اول:

$$M_{Cl} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} = \frac{(35\times10) + (37\times6)}{10+6} = \frac{350 + 222}{16} = 35/75\,amu$$

روش دوم:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{F_{کل}}(M_2 - M_1) = 35 + (\frac{6}{16}\times2) = 35/75\,amu$$

جرم اتمی میانگین عنصرها معادل با جرم مولی آن‌هاست؛ از این رو خواهیم داشت:

$$\text{جرم مولی گاز } Cl_2 = 2\times35/75 = 71/5\,g\cdot mol^{-1}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: در ادامه، معادلهٔ واکنش انجام‌شده را موازنه می‌کنیم و سپس با توجه به جرم گاز کلر مصرف‌شده، حجم گاز گوگرد دی‌کلرید (SCl_2) را در شرایط STP محاسبه می‌کنیم:

$$SO_2(g) + 3Cl_2(g) \rightarrow SCl_2(g) + 2Cl_2O(g)$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$107/25\,g\,Cl_2 \times \frac{1\,mol\,Cl_2}{71/5\,g\,Cl_2} \times \frac{1\,mol\,SCl_2}{3\,mol\,Cl_2} \times \frac{22/4\,L\,SCl_2}{1\,mol\,SCl_2} = \frac{107/25 \times 22/4}{71/5 \times 3} = 11/2\,L\,SCl_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{Cl_2}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{SCl_2}} \Rightarrow \frac{107/25}{3 \times 71/5} = \frac{x}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = \frac{107/25 \times 22/4}{71/5 \times 3} = 11/2\,L\,SCl_2$$

تست و پاسخ ۵۱

اگر غلظت یون برمید در محلولی از کلسیم برمید، برابر ۲۰۰۰ppm باشد، درصد جرمی یون کلسیم در این محلول کدام است؟ $(Ca = 40, Br = 80 : g \cdot mol^{-1})$

$CaBr_2$

۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۵ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی روش اول:

فرض می‌کنیم ۱۰۰ گرم محلول داریم و به کمک غلظت یون Br^-، جرم Ca^{2+} در این ۱۰۰ گرم محلول را حساب می‌کنیم:

$$CaBr_2 \rightarrow Ca^{2+} + 2\,Br^-$$

$$\underbrace{?\,g\,Ca^{2+} = 100\ g\ \text{محلول}}_{\text{تعریف درصد جرمی}} \times \frac{2000\,g\,Br^-}{\underbrace{10^6\ g\ \text{محلول}}_{\text{تعریف ppm}}} \times \frac{1\,mol\,Br^-}{80\,g\,Br^-} \times \frac{1\,mol\,Ca^{2+}}{2\,mol\,Br^-} \times \frac{40\ g\,Ca^{2+}}{1\,mol\,Ca^{2+}}$$

$$= \frac{4}{80} = \frac{1}{20} = 0/05\,g\,Ca^{2+} \Rightarrow \text{درصد جرمی } Ca^{2+} = 0/05$$

روش دوم:

نکته برای محاسبهٔ نسبت غلظت ppm یون‌ها، یا محاسبهٔ نسبت غلظت ppm یک یون با خود ترکیب، کافی است نسبت جرم آن‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{ppm(A)}{ppm(B)} = \frac{\text{جرم A}}{\text{جرم B}} = \frac{\text{جرم‌مولی A} \times \text{مول A}}{\text{جرم‌مولی B} \times \text{مول B}}$$

مول A و مول B در فرمول بالا، همان ضرایب A و B در معادلهٔ تفکیک ترکیب در آب هستند.

ابتدا غلظت ppm یون کلسیم را حساب می‌کنیم:

$$CaBr_2 \rightarrow Ca^{2+} + 2\,Br^-$$

$$\frac{ppm(Ca^{2+})}{ppm(Br^-)} = \frac{\text{جرم‌مولی } Ca^{2+} \times \text{مول } Ca^{2+}}{\text{جرم‌مولی } Br^- \times \text{مول } Br^-} = \frac{1 \times 40}{2 \times 80} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow ppm(Ca^{2+}) = \frac{1}{4} ppm(Br^-) = \frac{1}{4} \times 2000 = 500$$

حالا به کمک رابطهٔ ppm و درصد جرمی، درصد جرمی یون کلسیم را به دست می‌آوریم:

$$ppm = \text{درصد جرمی} \times 10^4 \Rightarrow \text{درصد جرمی } Ca^{2+} = 500 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-2} = \%0/05$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۵۲

کدام مورد، به مفهوم متفاوتی اشاره دارد؟

۱) بلور ید خالص می‌تواند در هگزان (C_6H_{14}) حل شود. (I_2)

۲) کربن دی‌اکسید یک گاز ناقطبی است اما انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.

۳) استون (C_3H_6O) می‌تواند به هر میزان در آب حل شود. (C_2H_5OH)

۴) نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب، قوی‌تر از میانگین جاذبه‌ها در آب خالص و اتانول خالص است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی ۱ ید (I_2) و هگزان هر دو ناقطبی هستند ⇐ شبیه، شبیه را حل می‌کند.

۳ استون ($CH_3-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$) با مولکول‌های آب می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

۴ اتانول به خوبی در آب حل می‌شود، زیرا:

میانگین نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص < نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌ها در محلول اتانول در آب ۱، ۳ و ۴ به اثر نیروهای بین مولکولی و برهم‌کنش‌های ذرات با یکدیگر برای انحلال اشاره دارند، در صورتی که در ۲، انحلال CO_2 در آب به دلیل واکنش شیمیایی این مولکول‌ها با مولکول‌های آب است.

تست و پاسخ ۵۳

مخلوطی از دو نمک Na_2SO_4 و MSO_4 به جرم ۱۳۵ گرم را در مقدار معینی آب به طور کامل حل کرده و حجم محلول را به ۵ لیتر می‌رسانیم. اگر غلظت آنیون سولفات در محلول، برابر ۰/۱۸ مولار و در مجموع $8/428\times10^{23}$ کاتیون در محلول وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟ (جرم مولی را هم‌ارز عدد جرمی در نظر بگیرید، $O=16, Na=23, S=32 : g\cdot mol^{-1}$)

۱) $^{40}_{20}Ca$

۲) $^{64}_{29}Cu$

۳) $^{56}_{26}Fe$

۴) $^{24}_{12}Mg$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی فرض می‌کنیم در مخلوط اولیه، x مول Na_2SO_4 و y مول MSO_4 وجود دارد. در هر مول Na_2SO_4، دو مول کاتیون Na^+ و در هر مول MSO_4، ۱ مول کاتیون M^{2+} وجود دارد؛ بنابراین در این مخلوط، در مجموع $(2x+y)$ مول کاتیون وجود دارد. از طرفی خود سؤال، تعداد کل کاتیون‌های موجود در محلول را داده است:

$$\text{تعداد مول کاتیون‌ها}: \frac{8/428\times10^{23}}{6/02\times10^{23}} = \frac{6/02+2/408}{6/02} = 1+\frac{\frac{2/408}{6/02}}{\frac{5\times1/204}{2\times1/204}} = 1/4\,mol$$

$$\Rightarrow 2x+y=1/4$$

حالا به کمک غلظت یون سولفات، رابطهٔ دیگری بین x و y پیدا می‌کنیم:

$$\text{مول } SO_4^{2-}: 0/18\,mol\cdot L^{-1}\times5\,L=0/9\,mol$$

در هر مول از نمک‌های Na_2SO_4 و MSO_4، یک مول SO_4^{2-} وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$x+y=0/9$$

با حل دو معادله ـ دو مجهول، x و y یعنی تعداد مول‌های هر یک از نمک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}2x+y=1/4\\x+y=0/9\end{cases}\Rightarrow x=0/5\quad,\quad y=0/4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در آخر، به کمک مجموع جرم دو نمک، جرم مولی فلز M را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم } Na_2SO_4 + \text{جرم } MSO_4 = 135\,g$$

$$\xrightarrow{\text{جرم‌مولی}\times\text{مول}=\text{جرم}} (0/5\times 142) + (0/4\times \text{جرم‌مولی } MSO_4) = 135\,g$$

$$\Rightarrow 0/4\times \text{جرم مولی } MSO_4 = 64 \Rightarrow \text{جرم مولی } MSO_4 = \frac{64}{0/4} = 160\,g\cdot mol^{-1} \Rightarrow M + 32 + (4\times 16) = 160$$

$$\Rightarrow M = 64\,g\cdot mol^{-1} \Rightarrow {}^{64}Cu$$

تست و پاسخ ۵۴

کدام مورد درست است؟

۱) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری اکسیژن گازی در آب‌نمک، بیشتر از آب‌مقطر است.

۲) نیاز روزانهٔ هر فرد به یون کلسیم دو برابر یون سدیم است و این یون برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.

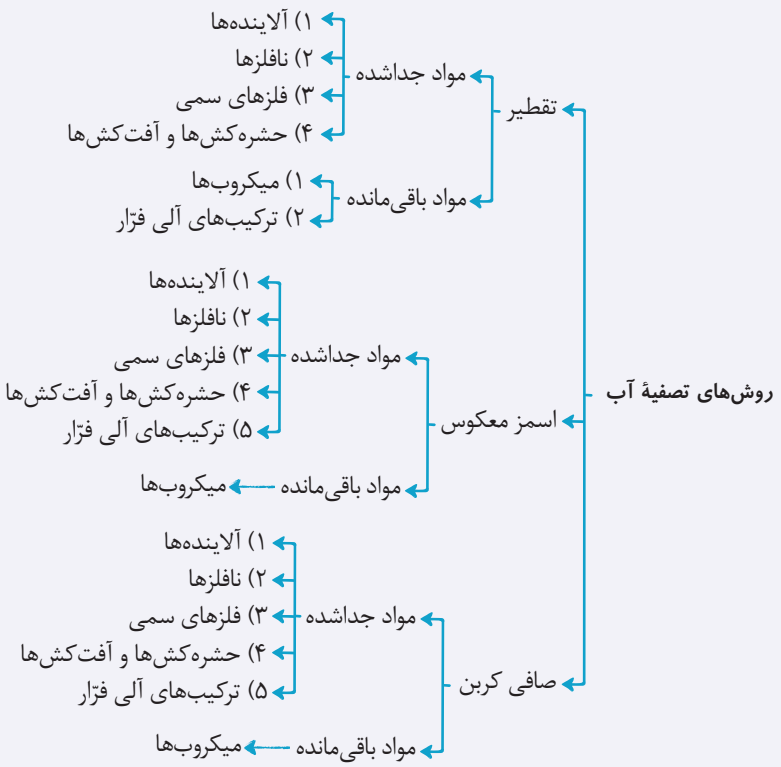
۳) نفوذ آب به درون میوه‌های خشک مانند مویز، نمونه‌ای از فرایند اسمز معکوس است.

۴) روش‌های تقطیر و صافی کربن، برای جداسازی ترکیب‌های آلی فرّار، عملکرد مشابهی ندارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی در روش تقطیر، ترکیب‌های آلی فرّار از آب جدا نمی‌شوند، در حالی که با روش صافی کربن، می‌توان ترکیب‌های آلی فرّار را نیز از آب جدا کرد.

نکته مقایسهٔ روش‌های تصفیهٔ آب



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انحلال‌پذیری گازها با میزان نمک حل‌شده در محلول، رابطهٔ وارونه دارد؛ یعنی هر چه مقدار نمک‌های حل‌شده در آب بیشتر باشد، انحلال‌پذیری گازها در آب کم‌تر خواهد بود؛ بنابراین انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب‌نمک، کم‌تر از آب‌مقطر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲) **یون پتاسیم** (K^+) برای تنظیم عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است؛ نیاز روزانهٔ هر فرد به این یون، دو برابر یون سدیم است.

۳) نفوذ آب به درون میوه‌های خشک (مانند مویز)، به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود و نمونه‌ای از فرایند **اسمز** است.

تست و پاسخ ۵۵

معادلهٔ انحلال‌پذیری مس (II) سولفات برحسب دما به صورت $S = ۰/۳۸\theta + ۱۲/۴$ است. در یک آزمایش به ۱۲۵g آب $80^\circ C$، مقدار ۰/۳ مول $CuSO_4$ اضافه کرده و محلول را خوب هم می‌زنیم، به گونه‌ای که هیچ رسوبی در ته ظرف وجود نداشته باشد. اگر در دمای ثابت، ۰/۰۵ مول $CuSO_4$ به محلول درون ظرف اضافه کنیم و آن را خوب هم بزنیم، محتویات درون ظرف شامل ..... گرم محلول مس (II) سولفات و ..... گرم رسوب مس (II) سولفات خواهد بود. ($O = ۱۶, S = ۳۲, Cu = ۶۴ : g \cdot mol^{-1}$)

۱) ۴/۵ ـ ۱۷۶/۵

۲) ۱/۵ ـ ۱۷۹/۵

۳) ۵/۵ ـ ۱۷۵/۵

۴) ۲/۵ ـ ۱۷۸/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی ابتدا باید ببینیم در ۱۰۰ گرم آب $80^\circ C$، حداکثر چند گرم $CuSO_4$ حل می‌شود:

$$S = ۰/۳۸\theta + ۱۲/۴ \xrightarrow{\theta = ۸۰^\circ C} ۰/۳۸(۸۰) + ۱۲/۴ = \frac{۳۸ \times \overset{۴}{\cancel{۸۰}}}{\underset{۵}{\cancel{۱۰۰}}} + ۱۲/۴ = ۳۰/۴ + ۱۲/۴ = ۴۲/۸ g\, CuSO_4$$

در ۱۰۰ گرم آب، حداکثر ۴۲/۸ گرم $CuSO_4$ حل می‌شود؛ پس به ازای ۱۲۵ گرم آب خواهیم داشت:

$$\overset{۵}{\cancel{۱۲۵}}\ g\ آب \times \frac{۴۲/۸\ g\ CuSO_4}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}\ g\ آب} = ۵۳/۵\ g\ CuSO_4$$

در ابتدا ۰/۳ مول $CuSO_4$ در محلول وجود داشته و در ادامه ۰/۰۵ مول دیگر اضافه شده است:

$$\text{کل جرم } CuSO_4 : ۰/۳۵\ mol \times \frac{۱۶۰\ g}{۱\ mol} = ۵۶\ g$$

از کل ۵۶ گرم، ۵/۳ گرم مس (II) سولفات در آب حل شده و ۲/۵ گرم آن رسوب می‌کند:

$$\text{جرم محلول} = \underbrace{(۱۲۵ + ۵۶)}_{\substack{\text{مجموع جرم آب و کل}\\ \text{مس (II) سولفات}}} - \underbrace{۲/۵}_{\substack{\text{جرم مس (II)}\\ \text{سولفات رسوب‌کرده}}} = ۱۷۸/۵\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پایه یازدهم

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم – مرحله پنجم – ۶ مهر ۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
هندسه (۲)	محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری ـ محسن محمدکریمی ـ علیرضا نصرالهی ـ حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ حمید گلزاری ـ سروش موئینی
فیزیک (۲)	امین امینی ـ علیرضا جباری ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی ـ هومن زندی ـ علی طهانی ـ یاسر عبداللهی ـ سید علی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	امیرحسین ابومحبوب	محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	شمیم پهلوان‌شریف ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	ملیحه حاجی‌بابا فرزانه خاکپاش ماهان فنی‌فر
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	مهدی خوش‌نویس ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری	امین امینی	مهدی بابائی مدیا عیدی ماهان فنی‌فر امیر محمودی انزابی
شیمی (۲)	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی محدثه ملک‌پور	محمد مرادی وحید فارسیان	مهسا خاکی احسان رحیمی هومن زندی امیررضا نوری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حسابان یازدهم

تست و پاسخ ۵۶

اگر $a_n = ۳\times ۲^{n-۱}$ باشد، حاصل عبارت $X = \frac{a_۱a_۲}{a_۳} + \frac{a_۲a_۳}{a_۴} + ... + \frac{a_{۱۰}a_{۱۱}}{a_{۱۲}}$ کدام است؟

دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول ۳ و قدرنسبت ۲

۱) ۱۵۳۳ ۲) ۱۵۳۴/۵ ۳) ۳۰۶۹ ۴) ۷۶۶/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره در هر دو نوبت کنکورهای سراسری ۱۴۰۲ و ۱۴۰۳، از دنباله‌های حسابی و هندسی سؤال داشتیم، این یعنی این مباحث مهم شده‌اند.

خودت حل کنی بهتره برای جملات X الگو بساز، می‌بینی باز هم دنبالهٔ هندسی به دست می‌آد.

درس نامه مجموع جملات دنبالهٔ هندسی

مجموع جملات ۱ تا n دنبالهٔ هندسی a_n را با S_n نمایش می‌دهیم و داریم:

$$S_n = \frac{a_۱(q^n - ۱)}{q - ۱} \quad , \quad q \neq ۱$$

نکته الف) رابطهٔ بین $S_{۲n}$ (مجموع ۲n جملهٔ اول) و S_n (مجموع n جملهٔ اول) دنبالهٔ هندسی به صورت $\frac{S_{۲n}}{S_n} = ۱ + q^n$ است.

ب) در یک دنبالهٔ هندسی با ۲n جمله و قدرنسبت q، مجموع جملات با ردیف زوج q برابر مجموع جملات با ردیف فرد و مجموع کل جملات $q + ۱$ برابر مجموع جملات با ردیف فرد است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** دنبالهٔ a_n یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول ۳ و قدرنسبت ۲ است. حالا برای محاسبهٔ X بین عبارات عمل جمع است (یعنی عمل ضرب نیست و نمی‌توانیم از ساده‌سازی‌های معمول استفاده کنیم)، پس سعی می‌کنیم یک الگو برای این عبارت پیدا کنیم:

$$\frac{a_۱a_۲}{a_۳} = \frac{(۳)\times(۳\times ۲)}{۳\times ۲^۲} = ۳\times ۲^{-۱}$$

$$\frac{a_۲a_۳}{a_۴} = \frac{(۳\times ۲)\times(۳\times ۲^۲)}{۳\times ۲^۳} = ۳\times ۲^۰$$

$$\vdots$$

$$\frac{a_n a_{n+۱}}{a_{n+۲}} = \frac{(۳\times ۲^{n-۱})\times(۳\times ۲^n)}{۳\times ۲^{n+۱}} = ۳\times ۲^{n-۲}$$

گام دوم: پس برای محاسبهٔ مقدار عبارت X، کافی است مجموع ۱۰ جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی $b_n = ۳\times ۲^{n-۲} = \frac{۳}{۲}\times ۲^{n-۱}$ را با جملهٔ اول $b_۱ = \frac{۳}{۲}$ و قدرنسبت $q = ۲$ حساب کنیم:

$$X = S_{۱۰} = \frac{b_۱(q^{۱۰} - ۱)}{q - ۱} = \frac{\frac{۳}{۲}(۲^{۱۰} - ۱)}{۲ - ۱} = \frac{۳}{۲}(۱۰۲۴ - ۱) = \frac{۳۰۶۹}{۲} = ۱۵۳۴/۵$$

تست و پاسخ ۵۷

معادلات $x^۲ - (m+۲)x + ۲m = ۰$ و $x^۲ - (m-۲)x - ۴m = ۰$ یک جواب مشترک مخالف صفر دارند. جواب‌های غیرمشترک، جواب‌های کدام معادله هستند؟

هر دو عبارت را صفر می‌کند

۱) $x^۲ - ۱۲x - ۱۶ = ۰$ ۲) $۹x^۲ + ۱۲x - ۳۲ = ۰$

۳) $۹x^۲ - ۱۲x - ۳۲ = ۰$ ۴) $x^۲ + ۱۲x - ۱۶ = ۰$

پاسخ: گزینهٔ ۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

خودت حل کنی بهتره جواب مشترک یعنی توی هر دو معادله صدق می‌کنه، پس دو عبارت رو مساوی هم قرار بده تا مقدار m و بعدش مقدار اون جواب به دست بیاد.

درس‌نامه ●● تشکیل معادله

با داشتن جواب‌های x' و x'' از یک معادلهٔ درجه‌دوم، می‌توان معادله را به صورت $x^2-Sx+P=0$ نوشت، که در آن $S=x'+x''$ مجموع جواب‌ها و $P=x'x''$ حاصل‌ضرب جواب‌ها است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** جواب‌های هر معادله در خود آن معادله صدق می‌کنند، پس اگر ریشهٔ مشترک را $x=\alpha$ فرض کنیم، به ازای آن تساوی‌ها برقرار می‌شوند، یعنی:

$$\alpha^2-(m+2)\alpha+2m=0$$
$$\alpha^2-(m-2)\alpha-4m=0$$

عبارت‌های سمت چپ را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\alpha^2-(m+2)\alpha+2m=\alpha^2-(m-2)\alpha-4m \Rightarrow 4\alpha=6m \Rightarrow \alpha=\frac{3}{2}m$$

گام دوم: $\alpha=\frac{3}{2}m$ را به دلخواه در یکی از معادلات جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار m به دست آید:

$$(\frac{3}{2}m)^2-(m+2)(\frac{3}{2}m)+2m=0 \xrightarrow[m\neq 0]{\div m} \frac{9}{4}m-\frac{3}{2}(m+2)+2=0 \Rightarrow \frac{3}{4}m-3+2=0 \Rightarrow m=\frac{4}{3}$$

دقت کنید که اگر $m=0$ باشد، ریشهٔ مشترک $\alpha=0$ می‌شود که قابل قبول نیست.

گام سوم: حالا با مقدار m معادله‌های صورت سؤال را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$x^2-(m+2)x+2m=0 : (x-m)(x-2)=0 \Rightarrow x_1=m=\frac{4}{3}, x_2=2$$

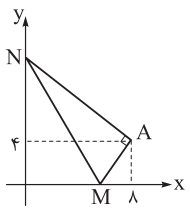
$$x^2-(m-2)x-4m=0 : x^2+\frac{2}{3}x-\frac{16}{3}=0 \Rightarrow (x+\frac{8}{3})(x-2)=0 \Rightarrow x_1=-\frac{8}{3}, x_2=2$$

گام چهارم: معادله‌ای که جواب‌های آن $\gamma=\frac{4}{3}$ و $\beta=-\frac{8}{3}$ باشد، طبق درس‌نامه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} S=\gamma+\beta=-\frac{4}{3} \\ P=\gamma\beta=-\frac{32}{9} \end{cases} \xrightarrow{x^2-Sx+P=0} x^2+\frac{4}{3}x-\frac{32}{9}=0 \text{ یا } 9x^2+12x-32=0$$

تست و پاسخ ۵۸

مطابق شکل، نقاط M و N روی محورهای مختصات قرار دارند و مثلث AMN در رأس A(۸,۴) قائمه است. کم‌ترین مقدار طول وتر MN کدام است؟

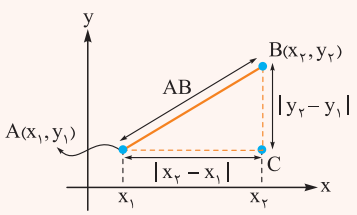


۱) ۴
۲) ۸
۳) $4\sqrt{5}$
۴) $8\sqrt{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره به نقطهٔ N فکر کن، اگر MN بخواد کم‌ترین طول رو داشته باشه N باید کجا باشه؟

درس‌نامه ●● فاصلهٔ بین دو نقطه



$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نکته الف) فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ از مبدأ مختصات برابر $OA=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$ است.

ب) اگر دو نقطهٔ A و B هم‌عرض باشند، $AB=|x_B-x_A|$.

پ) اگر دو نقطهٔ A و B هم‌طول باشند $AB=|y_B-y_A|$.

ت) اگر نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ از دو محور دستگاه مختصات به یک فاصله باشد، این نقطه بر روی یکی از دو خط $y=x$ یا $y=-x$ قرار دارد و در نتیجه: $|\beta|=|\alpha|$.

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: برای این‌که مثلث AMN قائم‌الزاویه بماند، عرض نقطهٔ N باید در بازهٔ $[4,+\infty)$ و طبیعتاً طول نقطهٔ M باید در بازهٔ $(0,8]$ تغییر کند؛ یعنی هر چه عرض نقطهٔ N بیشتر باشد، باید طول نقطهٔ M کم‌تر شود.

گام دوم: پس کم‌ترین فاصلهٔ M و N از یکدیگر جایی رخ می‌دهد که طول نقطهٔ M دقیقاً برابر ۸ و عرض نقطهٔ N دقیقاً برابر ۴ شود، یعنی MN قطر مستطیلی با طول و عرض ۸ و ۴ شود:

$$\Rightarrow MN_{min}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{16\times5}=4\sqrt{5}$$

روش دوم:

گام اول: مختصات نقاط M و N را به ترتیب $M(\alpha,0)$ و $N(0,\beta)$ در نظر می‌گیریم. می‌دانیم مثلث در رأس A قائمه است، یعنی خط‌های شامل پاره‌خط‌های AM و AN بر هم عمودند، پس شیب‌های آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگرند:

$$\begin{cases} m_{AM}=\dfrac{4-0}{8-\alpha}=\dfrac{4}{8-\alpha} \\ m_{AN}=\dfrac{\beta-4}{0-8}=-\dfrac{\beta-4}{8} \end{cases} \xrightarrow[m_{AM}.m_{AN}=-1]{\text{قرینه و معکوس‌اند}} \left(\frac{4}{8-\alpha}\right).\left(-\frac{\beta-4}{8}\right)=-1 \Rightarrow \frac{\beta-4}{8-\alpha}=2 \Rightarrow \beta-4=16-2\alpha$$

$$\Rightarrow \beta=20-2\alpha$$

گام دوم: فاصلهٔ دو نقطهٔ M و N را از یکدیگر می‌نویسیم و به جای β عبارت $20-2\alpha$ قرار می‌دهیم:

$$MN=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\ (*) \Rightarrow MN=\sqrt{\alpha^2+\underbrace{(20-2\alpha)^2}_{4\alpha^2-80\alpha+400}}=\sqrt{5\alpha^2-80\alpha+400}$$

گام سوم: عبارت $\sqrt{\ }$ زمانی کم‌ترین مقدار خود را دارد که عبارت ☁ کم‌ترین مقدار باشد، پس کم‌ترین مقدار MN در کم‌ترین مقدار سهمی $y=5x^2-80x+400$ رخ می‌دهد. خُب، کم‌ترین مقدار سهمی هم در طول رأس آن یعنی در $x_S=-\frac{b}{2a}=\frac{80}{10}=8$ رخ می‌دهد.

گام چهارم: نتیجه این می‌شود که برای این‌که MN کم‌ترین مقدار باشد، باید $\alpha=8$ و در نتیجه $\beta=4$ باشد.

$$\alpha=8 \xrightarrow{\beta=20-2\alpha} \beta=4$$

و طبق رابطهٔ (*) داریم:

$$MN_{min}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$$

تست و پاسخ ۵۹

نقاط $A(0,-2)$ و $B(-3,2)$ دو رأس از مستطیل ABCD با مساحت ۵۰ هستند. عرض نقطهٔ D کدام می‌تواند باشد؟

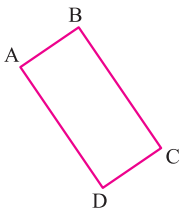
۱) ۴ ۲) -10 ۳) -4 ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره مساحت برابر ۵۰ شده، AB چنده و AD باید چند باشه؟

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** طول ضلع AB برابر است با:



$$AB=\sqrt{(-۳-۰)^۲+(۲-(-۲))^۲}=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=\sqrt{۲۵}=۵$$

پس برای این‌که مساحت مستطیل برابر ۵۰ شود، لازم است AD برابر ۱۰ شود.

گام دوم: باید معادلهٔ خط شامل ضلع AD را به دست آوریم. برای این‌کار کافی است شیب آن را حساب کنیم. می‌دانیم شیب‌های AB و AD قرینه و معکوس هم‌اند، پس داریم:

$$m_{AB}=\frac{-۲-۲}{۰-(-۳)}=-\frac{۴}{۳} \Rightarrow m_{AD}=\frac{۳}{۴}$$

پس معادلهٔ خط شامل ضلع AD به صورت مقابل به دست می‌آید: $\xrightarrow{\text{از نقطهٔ A استفاده می‌کنیم.}} y-(-۲)=\frac{۳}{۴}(x-۰) \Rightarrow y=\frac{۳}{۴}x-۲$

و ما مختصات نقطهٔ D را به صورت $D(\alpha,\frac{۳}{۴}\alpha-۲)$ در نظر می‌گیریم.

گام سوم: طول ضلع AD باید برابر ۱۰ باشد، پس داریم:

$$AD=\sqrt{(\alpha-۰)^۲+\underbrace{(\frac{۳}{۴}\alpha-۲-(-۲))^۲}_{\frac{۳}{۴}\alpha}}=\sqrt{\alpha^۲+\frac{۹}{۱۶}\alpha^۲}=\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}\alpha^۲}=\frac{۵}{۴}|\alpha|$$

$$\xrightarrow{AD=۱۰} \frac{۵}{۴}|\alpha|=۱۰ \Rightarrow |\alpha|=۸ \Rightarrow \alpha=۸ \text{ یا } -۸$$

گام چهارم: به ازای مقادیر $\alpha=\pm ۸$ مختصات نقطهٔ D به صورت‌های $D(۸,۴)$ و $D(-۸,-۸)$ به دست می‌آید.

تست و پاسخ ۶۰

اگر $f(x)=\log_۲(\sqrt{x+۱}-۱)$ و g وارون تابع f باشد، مقدار $(gog)(۰)$ کدام است؟

۱) ۶۸ ۲) ۸۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره به ضابطهٔ g نیاز نداری. فقط کافیه از خاصیت تعویض طول و عرض نقطه در وارون تابع استفاده کنی.

درس نامه

۱) اگر نقطهٔ (α,β) روی نمودار تابع f باشد، نقطهٔ (β,α) روی نمودار تابع $f^{-۱}$ است: $f(\alpha)=\beta \Leftrightarrow f^{-۱}(\beta)=\alpha$

۲) در تعریف لگاریتم یک عدد داریم: $\log_m x=n \Leftrightarrow x=m^n$

پاسخ تشریحی **گام اول:** طبق فرض $g(x)=f^{-۱}(x)$ است و هدف محاسبهٔ مقدار $f^{-۱}(f^{-۱}(۰))$ است. از قسمت (۱) درس‌نامه استفاده می‌کنیم و مقدار $f^{-۱}(۰)$ را حساب می‌کنیم، این مقدار را a می‌نامیم:

$$f^{-۱}(۰)=a \Rightarrow f(a)=۰ \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} \log_۲(\sqrt{a+۱}-۱)=۰ \xrightarrow{\text{قسمت(۲) درس‌نامه}} \sqrt{a+۱}-۱=۲^۰=۱ \Rightarrow \sqrt{a+۱}=۲$$
$$\Rightarrow a+۱=۴ \Rightarrow a=۳$$

گام دوم: پس باید $f^{-۱}(۳)$ را حساب کنیم. این مقدار را b نام‌گذاری می‌کنیم:

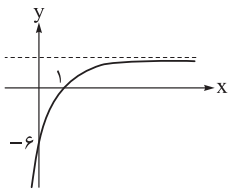
$$f^{-۱}(۳)=b \Rightarrow f(b)=۳ \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} \log_۲(\sqrt{b+۱}-۱)=۳$$
$$\xrightarrow{\text{قسمت(۲) درس‌نامه}} \sqrt{b+۱}-۱=۲^۳=۸ \Rightarrow \sqrt{b+۱}=۹ \Rightarrow b+۱=۸۱ \Rightarrow b=۸۰$$

پس $(gog)(۰)=۸۰$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۶۱

نمودار تابع $f(x)=۲+a\times ۲^{bx+c}$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f^{-1}(\frac{۳}{۲})$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $۲\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره ۳ مجهول داری اما با ۲ معلوم، پس قطعاً بعضی از مجهولات دقیقاً به دست نمیان و حاصل $f^{-1}(\frac{۳}{۲})$ رو باید با استفاده از یه رابطه بین مجهولات به دست بیاری.

پاسخ تشریحی **گام اول:** عرض از مبدأ تابع برابر ۶- است، پس داریم:

$$f(۰)=-۶ \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} ۲+a\times ۲^{۰+c}=-۶ \Rightarrow a\times ۲^{c}=-۸ \quad (*)$$

گام دوم: نمودار تابع از نقطهٔ $(۱,۰)$ نیز می‌گذرد، پس مختصات آن در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند:

$$f(۱)=۰ \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} ۲+a\times ۲^{b+c}=۰ \Rightarrow ۲+\underbrace{a\times ۲^{c}}_{\text{طبق (*) برابر ۸- است.}}\times ۲^{b}=۰$$

$$\Rightarrow ۲-۸\times ۲^{b}=۰ \Rightarrow ۲^{b}=\frac{۱}{۴}=۲^{-۲} \Rightarrow b=-۲$$

گام سوم: پس تا این‌جا ضابطهٔ تابع به صورت به‌دست‌آمده است:

$$f(x)=۲+a\times ۲^{c-۲x}=۲+\underbrace{a\times ۲^{c}}_{-۸}\times ۲^{-۲x} \Rightarrow f(x)=۲-۸\times ۲^{-۲x}=۲-۲^{۳-۲x}$$

و می‌خواهیم $f^{-1}(\frac{۳}{۲})$ را حساب کنیم. آن را α می‌نامیم:

$$f^{-1}(\frac{۳}{۲})=\alpha \Rightarrow f(\alpha)=\frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{ضابطهٔ تابع}} ۲-۲^{۳-۲\alpha}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲^{۳-۲\alpha}=\frac{۱}{۲}=۲^{-۱} \Rightarrow ۳-۲\alpha=-۱ \Rightarrow \alpha=۲$$

تست و پاسخ ۶۲

انتهای کمان α در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی و $\cos(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha)=-\frac{۳}{۵}$ است. مقدار $\sin^{۲}(\frac{\pi}{۴}-\alpha)$ کدام است؟

فقط sin در این ناحیه مثبت است.

۱) ۰/۰۲
۲) ۰/۹۸
۳) ۰/۰۴
۴) ۰/۹۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره اول نسبت‌های α رو حساب کن و بعدش از فرمول طلایی استفاده کن.

درس‌نامه

نسبت‌های مثلثاتی زوایای به شکل $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ (k فرد):

α را حاده در نظر می‌گیریم، اگر sin داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم $\cos\alpha$ (و بالعکس) و اگر tan داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم $\cot\alpha$ (و بالعکس)، سپس تعیین می‌کنیم که $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ در کدام ربع مثلثاتی قرار می‌گیرد. اگر نسبت اولیه در آن‌جا مثبت بود، پشت حاصل مثبت قرار می‌دهیم و اگر منفی بود، پشت حاصل منفی قرار می‌دهیم، نگاه کنید:

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=\ominus\cos\alpha$$

(ربع چهارم $\sin<۰$)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\ominus\sin\alpha \quad (\cos<0 \text{ ربع دوم})$$

$$\tan(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\oplus\cot\alpha \quad (\tan>0 \text{ ربع سوم})$$

$$\cot(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\ominus\tan\alpha \quad (\cot<0 \text{ ربع دوم})$$

خلاصه بگم! $k\pi$ نسبت رو عوض نمی‌کنه، ولی $\frac{k\pi}{2}$ (k فرد) نسبت رو عوض می‌کنه. برای تعیین علامت هم کافیه ببینی که عبارت داخل پرانتز در کدوم ربع قرار می‌گیرد.

فرمول‌های طلایی:

برای $\cos 2\alpha$ دو اتحاد مهم $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ و $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ را داریم و از آن دو اتحاد زیر به دست می‌آید که به فرمول‌های طلایی یا فرمول‌های توان‌شکن معروف هستند:

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2} \quad , \quad \sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا از اتحادهای $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$، استفاده می‌کنیم و نسبت‌های مثلثاتی α را حساب می‌کنیم:

$$\cos(\frac{7\pi}{2}-\alpha)=\cos(2\pi+\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=\ominus\sin\alpha \Rightarrow -\sin\alpha=-\frac{3}{5} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{3}{5}$$

(زیر 2π: مضرب 2π حذف می‌شه.)

(زیر $\frac{3\pi}{2}$: مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ است، پس نسبت مثلثاتی عوض می‌شود.)

(بالای $\cos$: در ربع سوم است و cos در آن منفی است.)

$$\xrightarrow{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1} \cos^2\alpha=\frac{16}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \cos\alpha=-\frac{4}{5}$$

گام دوم: از فرمول‌های طلایی استفاده می‌کنیم تا ببینیم برای محاسبهٔ $\sin^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)$ به چه چیزهایی نیاز داریم:

$$\sin^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{1-\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)}{2} \Rightarrow \sin^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{1-\sin 2\alpha}{2} \quad (*)$$

($\frac{\pi}{2}-2\alpha$: متمم 2α است.)

گام سوم: پس به $\sin 2\alpha$ نیاز داریم و از اتحاد معروف $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ استفاده می‌کنیم:

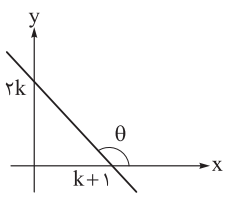
$$\sin 2\alpha = 2(\frac{3}{5})(-\frac{4}{5}) = -\frac{24}{25}$$

و طبق $(*)$ داریم:

$$\sin^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{1-(-\frac{24}{25})}{2}=\frac{49}{50}=0/98$$

تست و پاسخ ۶۳

اگر در شکل مقابل $\cos 2\theta = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟



۱) $\frac{2}{3}$

۲) $\frac{2}{5}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

خودت حل کنی بهتره $\tan\theta$ رو حساب کن!

درس نامه روابط مثلثاتی کمان α

	رابطهٔ مثلثاتی	یه جور دیگه
۱	$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$	$\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha$ $\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha$
۲	$\tan\alpha=\frac{۱}{\cot\alpha}\,,\ \cot\alpha=\frac{۱}{\tan\alpha}$	$\tan\alpha\cot\alpha=۱$
۳	$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$	—
۴	$۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}$	—

روابط مثلثاتی کمان ۲α

	رابطهٔ مثلثاتی	یه جور دیگه
۱	$\sin۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha$	$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱}{۲}\sin۲\alpha$
۲	$\cos۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha$	$\cos۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$ $\cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha$

پاسخ تشریحی **گام اول:** باید دنبال $\tan\theta$ بگردیم. دو رابطهٔ $\cos۲\theta=۲\cos^۲\theta-۱$ و $۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta}$، $\cos۲\theta$ را به $\tan\theta$ ربط می‌دهد:

$$\cos۲\theta=۲\cos^۲\theta-۱=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\cos^۲\theta=\frac{۹}{۱۰}$$

$$۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta}=\frac{۱۰}{۹}\Rightarrow\tan^۲\theta=\frac{۱}{۹}$$

نکته مستقیماً می‌توانستیم از اتحاد $\cos۲\theta=\frac{۱-\tan^۲\theta}{۱+\tan^۲\theta}$ استفاده کنیم.

گام دوم: طبق فرض سؤال، براساس شکل داده‌شده، θ منفرجه است و تانژانت آن منفی است.

$$\Rightarrow\tan\theta=-\frac{۱}{۳}$$

پس شیب خط داده‌شده برابر $-\frac{۱}{۳}$ است و داریم:

$$\frac{۰-۲k}{k+۱-۰}=\frac{-۲k}{k+۱}=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow ۶k=k+۱\Rightarrow k=\frac{۱}{۵}$$

تست و پاسخ ۶۴

اگر $\lim\limits_{x\to-۱}\frac{\sqrt{۲x+a}-\sqrt{ax+۴}}{\sqrt[۳]{x+۱}}=b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ $(b\in\mathbb{R})$

۱) $-\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

حد مخرج صفر است، پس با یک حد $\frac{۰}{۰}$ مواجهیم.

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره حد صورت هم باید صفر باشد، پس a رو حساب کن. بعدش رفع ابهام کن، هم با مزدوج و هم با چاق و لاغر.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس‌نامه رفع ابهام در حد صفر صفر

برای محاسبهٔ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}$، اگر حدهای صورت و مخرج در $x=x_0$ هر دو برابر صفر باشند، با یک حد مبهم آن هم از نوع صفر صفر $(\frac{0}{0})$ روبه‌رو هستیم. برای محاسبهٔ حاصل آن باید رفع ابهام کنیم، در سه حالت زیر:

۱) تجزیهٔ چندجمله‌ای:

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-5x+2}{x^3-8}=\frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{2x^2-5x+2}{x^3-8}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(2x-1)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to 2}\frac{2x-1}{x^2+2x+4}=\frac{1}{4}$$

(جمله مشترک؛ چاق و لاغر)

۲) اتحاد مزدوج:

$$\lim_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2}=\frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2}=\lim_{x\to 2}\left(\frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2}\times\frac{3+\sqrt{x+7}}{3+\sqrt{x+7}}\right)=\lim_{x\to 2}\frac{9-(x+7)}{(x-2)(3+\sqrt{x+7})}=\lim_{x\to 2}\frac{-(x-2)}{(x-2)(3+\sqrt{x+7})}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{-1}{3+\sqrt{x+7}}=-\frac{1}{6}$$

۳) اتحاد چاق و لاغر:

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{x^2-4}\times\frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{x-1}+1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{x-1}+1}\right)=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{(x^2-4)(\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{x-1}+1)}$$

(چاق)

$$=\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{x-1}+1)}=\frac{1}{12}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** وقتی $x\to -1$، حد عبارت مخرج صفر می‌شود.

$$\lim_{x\to -1}(\sqrt[3]{x}+1)=0$$

اما حاصل حد عددی حقیقی شده است، پس قطعاً حد صورت هم صفر شده است و ما یک حد مبهم $\frac{0}{0}$ داشته‌ایم که حاصل آن عدد b شده است.

$$\Rightarrow \lim_{x\to -1}(\sqrt{2x+a}-\sqrt{ax+4})=0 \Rightarrow \sqrt{a-2}=\sqrt{4-a} \Rightarrow a-2=4-a \Rightarrow 2a=6 \Rightarrow a=3$$

گام دوم: حال باید حاصل حد مبهم $\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x}+1}$ را حساب کنیم تا مقدار b به دست آید. برای این کار از مزدوج صورت و چاق مخرج کمک می‌گیریم:

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x}+1}\times\frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}\right)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{\overbrace{(2x+3)-(3x+4)}^{-x-1}}{\underbrace{(\sqrt[3]{x})^3+1^3}_{x+1}}\times\frac{\overbrace{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}^{3}}{\underbrace{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}_{2}}\right)$$

(مزدوج؛ چاق)

$$=\lim_{x\to -1}\frac{-3(x+1)}{2(x+1)}=-\frac{3}{2}$$

پس $b=-\frac{3}{2}$ و در نتیجه $a+b=\frac{3}{2}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۶۵

تابع $f(x)=\frac{۲x^۲-ax+b}{x-۲}$ در $x=x_۰$ حد دارد، اما پیوسته نیست. اگر $x_۰$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $۴x^۲+ax-۳b=۰$ باشد، حاصل $[\frac{a-۳b}{۴}]$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

یعنی نمودار حفره دارد.

۱) -۷ ۲) -۶ ۳) -۹ ۴) -۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

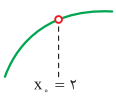
خودت حل کنی بهتره ۲ باید ریشهٔ مشترک اون دوتا چندجمله‌ای باشه.

پاسخ تشریحی **گام اول:** توابع چندجمله‌ای همواره پیوسته هستند، پس اگر یک تابع گویا در یک یا چند نقطه ناپیوسته باشد، آن نقطه یا نقاط قطعاً ریشه یا ریشه‌های مخرج هستند.

تابع f در $x=x_۰$ ناپیوسته است، پس $x_۰=۲$ است.

گام دوم: تابع f در $x=۲$ ناپیوسته است، اما حد دارد و این زمانی امکان‌پذیر است که ریشهٔ مخرج، ریشهٔ صورت نیز باشد.

در واقع در نمودار تابع یک حفره می‌بینیم:



پس $x_۰=۲$ ریشهٔ عبارت $۲x^۲-ax+b$ باید باشد:

$$\Rightarrow ۲(۲)^۲-a(۲)+b=۸-۲a+b=۰ \Rightarrow ۲a-b=۸ \quad (۱)$$

گام سوم: طبق فرض سؤال $x_۰=۲$ ریشهٔ چندجمله‌ای $۴x^۲+ax-۳b$ نیز هست:

$$\Rightarrow ۱۶+۲a-۳b=۰ \Rightarrow ۳b-۲a=۱۶ \quad (۲)$$

گام چهارم: دستگاه را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۲a-b=۸ \\ ۳b-۲a=۱۶ \end{cases}$$

جمع: $۲b=۲۴ \Rightarrow b=۱۲ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} a=۱۰$

گام پنجم: در نهایت مطلوب سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$[\frac{a-۳b}{۴}]=[\frac{۱۰-۳۶}{۴}]=[-\frac{۲۶}{۴}]=-۷$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آمار و احتمال یازدهم

تست و پاسخ ۶۶

مجموعهٔ $(A\cap(A'\cup B))\cup((A'\cup B')-(B\cap(A\cup B))')$ برابر کدام است؟

۱) A ۲) B ۳) A' ۴) B'

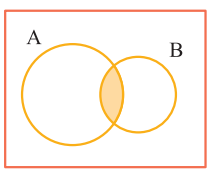
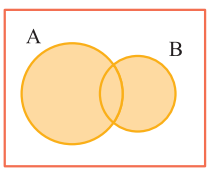
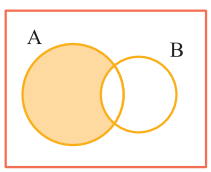
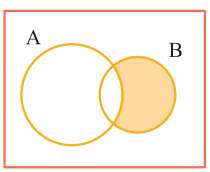
پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره جبر مجموعه‌ها از مباحث مهم فصل اول کتاب آمار و احتمال است و در بسیاری از آزمون‌ها نیز تکرار می‌شود.

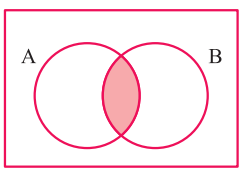
خودت حل کنی بهتره نمودار ون مربوط به صورت سؤال را رسم کن. بهتر است هر قسمت را جدا رسم کنی تا دچار اشتباه نشوی.

درس نامه اعمال اصلی در مجموعه‌ها

اعمال روی مجموعه‌ها را می‌توانید در نمودارهای زیر ببینید (می‌دانیم $A-B=A\cap B'$):

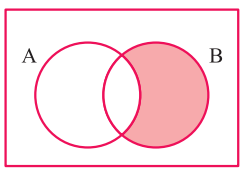
$A\cap B$	$A\cup B$	$A-B$	$B-A$
			

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ بخش اول):** برای به‌دست آوردن هر بخش از رسم نمودار ون کمک می‌گیریم.



$$(A\cap(\underbrace{A'\cup B}_{(A-B)'})):A\cap B$$

گام دوم (محاسبهٔ بخش دوم):



$$(\underbrace{(A'\cup B')}_{(A\cap B)'}-\underbrace{(B\cap(A\cup B))'}_{B'}):(B-A)$$

گام سوم (محاسبهٔ اجتماع):

اجتماع دو بخش رنگی در نمودارهای ون برابر با B می‌شود.

$$(A\cap B)\cup(B-A)=B$$

تست و پاسخ ۶۷

از بین تمام اعداد چهاررقمی با ارقام غیرتکراری، یک عدد را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر با احتمال P درصد، این عدد شامل رقم ۵ باشد، حاصل [P] کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره استفاده از اصل متمم یکی از روش‌های پرکاربرد در حل مسائل است.

خودت حل کنی بهتره اول تعداد کل اعداد چهاررقمی بدون تکرار و بعد تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار ارقام که شامل رقم ۵ نباشند را به دست بیار و از یکدیگر کم کن.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس‌نامه ●● اصل متمم

محاسبهٔ احتمال به کمک اصل متمم:

در بعضی از مسائل احتمال، محاسبهٔ آن چیزی که مسئله نمی‌خواهد به مراتب راحت‌تر از محاسبهٔ آن چیزی است که می‌خواهد. در این موارد بهتر است ابتدا احتمال آن چیزی که مطلوب نیست را پیدا کنیم و سپس جواب را از ۱ کم کنیم. یعنی از اصل متمم به صورت زیر استفاده کنیم:

$$P(A)=1-P(A')$$

مثلاً اگر بخواهیم در پرتاب هم‌زمان دو تاس احتمال آن‌که «مجموع دو تاس مضرب ۵ نباشد» را پیدا کنیم، بهتر است ابتدا احتمال «مجموع دو تاس مضرب ۵ باشد» را به دست آوریم:

$$A'=\{(1,4),(4,1),(2,3),(3,2),(6,4),(4,6),(5,5)\} \Rightarrow P(A')=\frac{7}{36} \Rightarrow P(A)=1-\frac{7}{36}=\frac{29}{36}$$

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبهٔ تمام اعداد چهاررقمی بدون تکرار): تعداد حالت‌ها : $\frac{9}{}\times\frac{9}{}\times\frac{8}{}\times\frac{7}{}=4536$

گام دوم (محاسبهٔ تمام اعداد چهاررقمی که شامل ۵ نباشند): تعداد حالت‌ها : $\frac{8}{}\times\frac{8}{}\times\frac{7}{}\times\frac{6}{}=2688$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ صورت سؤال): با استفاده از اصل متمم داریم:

تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار که شامل ۵ نباشند − تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار = تعداد اعداد چهاررقمی بدون تکرار شامل عدد ۵

$$4536-2688=1848$$

$$P(A)=\frac{1848}{4536}\times 100\simeq 40/7 \Rightarrow [P]=40$$

تست و پاسخ ۶۸

چه‌قدر احتمال دارد گزارهٔ $(p\vee q)\Rightarrow(q\wedge(r\vee s))$، یک گزاره با ارزش درست باشد؟

۱) $\frac{10}{16}$ ۲) $\frac{11}{16}$ ۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{7}{16}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

مشاوره این تست ترکیبی از احتمال و ترکیب گزاره‌هاست و برای حل آن باید از اصل متمم استفاده کنی.

درس‌نامه ●●

ترکیب فصلی و عطفی

- اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب فصلی آن‌ها را به صورت $p\vee q$ نشان می‌دهند و «p یا q» خوانده می‌شود. در این ترکیب به نماد « $\vee$ » فاصل می‌گویند.
- ارزش گزارهٔ حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی نادرست است که هر دو گزارهٔ p و q نادرست باشند و در غیر این صورت ارزش آن گزارهٔ مرکب، درست است.
- گزارهٔ «۲ عددی فرد است یا ۵ عددی اول است.» گزارهٔ درستی است چون یکی از گزاره‌های آن ارزش درست دارد.
- اگر چند گزاره با هم ترکیب فصلی شده باشند، در صورتی ارزش این گزارهٔ مرکب درست خواهد بود که لااقل (دست کم) یکی از گزاره‌ها درست باشد.

p	q	$p\vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

- اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب عطفی آن‌ها را با نماد $p\wedge q$ نشان می‌دهند و «p و q» خوانده می‌شود. در این ترکیب به نماد « $\wedge$ » عاطف می‌گویند.
- ارزش گزارهٔ حاصل از ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی درست است که هر دو گزارهٔ p و q درست باشند و در غیر این صورت ارزش این گزارهٔ مرکب نادرست است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گزارهٔ «تهران پایتخت ایران است و عربستان یک کشور اروپایی است» گزاره‌ای نادرست است چون یکی از گزاره‌های آن ارزش نادرست دارد.

اگر چند گزاره با هم ترکیب عطفی شده باشند ارزش این گزارهٔ مرکب در صورتی درست است که همهٔ گزاره‌ها درست باشند.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ترکیب شرطی

اگر p و q دو گزاره باشند، ترکیب شرطی آن‌ها را با نماد $p \Rightarrow q$ نشان می‌دهند و «اگر p آن‌گاه q» خوانده می‌شود. در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$، گزارهٔ p را مقدم و q را تالی می‌نامند.

ارزش گزارهٔ حاصل از ترکیب شرطی دو گزاره، فقط وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. در غیر این صورت ارزش ترکیب شرطی درست است.

گزارهٔ «اگر ۲ زوج باشد، آن‌گاه ۵ نیز زوج است» گزارهٔ نادرستی است چون مقدم درست و تالی نادرست است.

اگر مقدم یک ترکیب شرطی نادرست باشد، ارزش آن ترکیب شرطی درست است و به ارزش تالی بستگی ندارد. (این قانون را انتفای مقدم می‌نامند.)

$F \Rightarrow P \equiv T$

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

ارزش گزارهٔ «اگر ۲ فرد باشد، آن‌گاه همهٔ مربع‌ها دایره هستند» درست است چون مقدم دارای ارزش نادرست است. (اگر روزی برسد که ۲ فرد شود، دیگر هیچ‌چیز از هیچ‌کس بعید نیست و سنگ روی سنگ بند نخواهد شد؛ بنابراین بیراه نیست که در چنین شرایطی، همهٔ مربع‌ها دایره شوند.)

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ تمام حالت‌ها):** برای هر کدام از گزاره‌های p ، q ، r و s دو حالت درست و نادرست وجود دارد؛ پس مجموعاً 2^4 حالت ممکن وجود دارد.

گام دوم (محاسبهٔ حالت متمم): تعداد حالت‌هایی که گزاره نادرست می‌شود را به دست می‌آوریم. $p \vee q$ باید درست و $q \wedge (r \vee s)$ باید نادرست باشد.

p	q	r	s	$p \vee q$	$q \wedge (r \vee s)$
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	F
T	F	T	F	T	F
T	F	F	T	T	F
T	F	F	F	T	F
F	T	F	F	T	F

پس مجموعاً در ۶ حالت گزاره نادرست می‌شود. در نتیجه با کم‌کردن این تعداد از کل حالت‌ها داریم: $16 - 6 = 10$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ صورت سؤال): ۱۰ حالت مطلوب داریم، پس احتمال درست‌بودن گزارهٔ شرطی برابر است با: $P(A) = \frac{10}{16}$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۶۹

شش مدرس به نام‌های حمید، امیر، سعید، رسول، وحید و عباس قرار است به ترتیب در یک مجتمع به تدریس یک موضوع بپردازند. در چند حالت امیر زودتر از سعید و سعید زودتر از وحید تدریس می‌کند؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره در مسئله‌هایی که ترتیب در چیدمان مهم است، معمولاً از انتخاب استفاده می‌کنیم.

پاسخ تشریحی شش جایگاه داریم که سه‌تا از آن‌ها که متعلق به امیر، سعید و وحید هستند، فقط به یک حالت خاص می‌توانند چیده شوند. پس ابتدا به $\binom{۶}{۳}$ حالت، سه جایگاه را برای این سه نفر انتخاب می‌کنیم و پس از آن سه نفر باقی‌مانده را به $۳!$ حالت جای‌گذاری می‌کنیم. مثلاً:

_ ۳ _ ۲ _ ۱ _
↓ ↓ ↓
وحید سعید امیر

جایگاه‌هایی که با فلش مشخص شده‌اند سه جایگاه انتخابی و جایگاه‌های باقی‌مانده برای حمید، رسول و عباس هستند؛ پس تعداد حالت‌های ممکن به صورت مقابل شمرده می‌شود:

$$\binom{۶}{۳}\times ۳! = \frac{۶!}{۳!۳!}\times ۳! = ۱۲۰$$

تست و پاسخ ۷۰

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم مجموع دو تاس عددی فرد است. با کدام احتمال، دو عدد روشده متوالی هستند؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

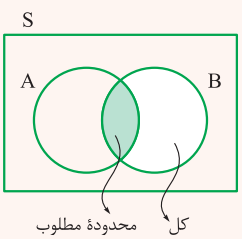
پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره احتمالات شرطی نیز از سؤالات پرتکرار این فصل هستند که تشخیص درست فضای نمونهٔ کاهش‌یافته در حل آن‌ها بسیار مهم است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا تعداد حالت‌هایی که مجموع دو تاس فرد باشد را به دست بیاور و پس از آن حالاتی که دو عدد متوالی باشند را بشمار.

درس نامه

می‌دانیم که احتمال رخ‌دادن پیشامد A می‌شود $\frac{n(A)}{n(S)}$. حالا فرض کنید خبر بدهند که پیشامد B رخ داده است (مثلاً بگویند عدد تاس فرد است، یا متوجه شویم که مهرهٔ خروجی سیاه نیست و ...) حالا چه تغییری در احتمال پیشامد A خواهیم داشت؟ شکل را نگاه کنید، دوتا اتفاق افتاده:



۱) چون می‌دانیم B رخ داده است، فضای نمونه‌ای دیگر کل S نیست بلکه فقط درون B است.

۲) ناحیهٔ مطلوب دیگر تمام A نیست. به خاطر رخ‌دادن B، فقط قسمتی از A قابل قبول است که با B سازگار باشد، یعنی قسمت مطلوب می‌شود $A\cap B$. پس احتمال رخ‌دادن پیشامد A در این حالت (با فرض رخ‌دادن B) برابر است با:

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

نماد $P(A\mid B)$ را به صورت احتمال رخ‌دادن A به شرط رخ‌دادن B می‌خوانیم. B را پیش‌فرض می‌نامیم و می‌دانیم که B رخ داده است. اگر در رابطهٔ بالا، صورت و مخرج را بر $n(S)$ تقسیم کنیم، فرمول احتمال شرطی به دست می‌آید:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \xrightarrow{\text{این‌جوری حفظ کنید}} P(\text{دومی}\mid\text{اولی})=\frac{P(\text{اشتراک})}{P(\text{دومی})}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ تعداد حالت‌هایی که مجموع دو تاس فرد باشد):** برای این‌که مجموع دو عدد روشده عددی فرد باشد، باید یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد باشد که تعداد حالت‌های آن برابر است با:

$$n(S) = \underset{\text{تعداد اعداد زوج}}{۳} \times \underset{\text{تعداد اعداد فرد}}{۳} \times \underset{\text{جابه‌جایی}}{۲} = ۱۸$$

گام دوم (محاسبهٔ حالت‌هایی که اعداد متوالی هستند):

حالا حالت‌هایی که مجموع دو عدد، فرد و آن دو عدد، متوالی باشند را می‌نویسیم:

$$A = \{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$$

$$n(A) = ۱۰$$

گام سوم (محاسبهٔ احتمال شرطی):

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

تست و پاسخ ۷۱

در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۵ لامپ موجود است. در جعبهٔ اول ۱۲ لامپ سالم و در جعبهٔ دوم ۸ لامپ سالم موجود است. از جعبهٔ اول ۵ لامپ و از جعبهٔ دوم ۱۰ لامپ به تصادف برداشته و در جعبهٔ جدید قرار می‌دهیم. احتمال آن‌که به تصادف یک لامپ سالم از جعبهٔ جدید برداریم، کدام است؟

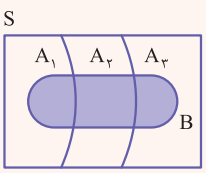
۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱۷}{۳۶}$ ۴) $\frac{۲۳}{۴۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

مشاوره برای سؤال‌های مربوط به احتمال کل که قالب مسئله به صورت یک فضای نمونه‌ای تکه‌تکه است، اکثراً از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.

درس‌نامه ● قانون احتمال کل

شکل زیر را نگاه کنید:



فضای نمونه‌ای S از اجتماع چند پیشامد ساخته شده است.

یک پیشامد دیگر مثل B داریم که در فضای نمونه‌ای پخش شده و در قسمت‌های مختلف فضا قرار دارد. اگر احتمال B را در هر یک از بخش‌های $A_۱$، $A_۲$ و $A_۳$ بدانیم، می‌توانیم احتمال B در کل فضا را به دست آوریم.

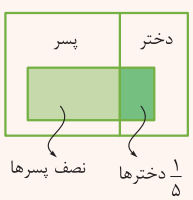
چه جوری؟ شانس B را در هر یک از قسمت‌ها حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم.

● اگر $A_۱$، $A_۲$ و ... افرازی از S باشند، فرمول احتمال کل می‌گوید:

$$P(B) = \underbrace{P(A_۱)}_{\text{احتمال قسمت اول}} \overbrace{P(B|A_۱)}^{\text{احتمال B در قسمت اول}} + \underbrace{P(A_۲)}_{\text{احتمال قسمت دوم}} \overbrace{P(B|A_۲)}^{\text{احتمال B در قسمت دوم}} + \dots$$

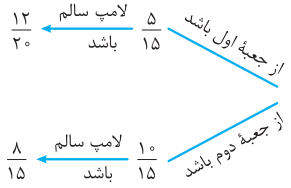
مثلاً فرض کنید در دانشگاهی ۶۰ درصد دانشجویان، پسر هستند. نصف پسرها و یک‌پنجم دخترها خوابگاهی‌اند. احتمال خوابگاهی‌بودن در کل چه‌قدر است؟





$$\Rightarrow P(\text{خوابگاهی بودن}) = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۶۰}{۱۰۰}\right) + \frac{۱}{۵}\left(\frac{۴۰}{۱۰۰}\right) = \frac{۳۰}{۱۰۰} + \frac{۸}{۱۰۰} = \frac{۳۸}{۱۰۰}$$

پاسخ تشریحی نمودار درختی مسئله را رسم می‌کنیم:



$$\frac{۵}{۱۵} \times \frac{۱۲}{۲۰} + \frac{۱۰}{۱۵} \times \frac{۸}{۱۵} = \frac{۱}{۵} + \frac{۱۶}{۴۵} = \frac{۲۵}{۴۵} = \frac{۵}{۹}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۷۲

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B'-A)=P(A')P(B')$، $P(A-B)=\frac{۱}{۴}$ و $P(A\mid B)=\frac{۳}{۸}$ باشند، $P(B'\mid A)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره برای حل این سؤال باید تعریف پیشامدهای مستقل و قوانین مربوط به آن‌ها را بلد باشی.

درس‌نامه ●● پیشامدهای مستقل

می‌دانیم که در بعضی مواقع که احتمال رخدادن پیشامد A با فرض رخدادن B تغییر می‌کند؛ مثلاً در پرتاب یک تاس احتمال روشدن ۶ برابر $\frac{۱}{۶}$ است، اما با فرض آمدن عدد زوج، احتمال روشدن ۶ می‌شود $\frac{۱}{۳}$.

حالت عادی: $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\} \Rightarrow P(\{۶\})=\frac{۱}{۶}$

حالت شرطی $\xrightarrow{\text{می‌دانیم زوج آمده}} S=\{۲,۴,۶\}=P(\{۶\})=\frac{۱}{۳}$

پس رخدادن پیشامد «زوج‌بودن» احتمال پیشامد $\{۶\}$ را از $\frac{۱}{۶}$ به $\frac{۱}{۳}$ افزایش داد. این دو پیشامد به هم وابسته‌اند (چون رخدادن یکی احتمال دیگری را عوض کرد)، اما بعضی وقت‌ها رخدادن یک پیشامد اثری بر احتمال دیگری ندارد؛ مثلاً اگر بدانیم در پرتاب قبلی تاس ۴ آمده، احتمال شش‌بودن تاس فعلی تغییری نمی‌کند. در این شرایط می‌گوییم دو پیشامد مستقل‌اند یا به عبارتی:

A,B مستقل‌اند $\Leftrightarrow P(A\mid B)=P(A)$

دقت کنید که وقتی پیشامدهای A و B مستقل باشند، پیشامد A' و B' نیز نسبت به هم مستقل‌اند و داریم:

$P(A'\mid B')=P(A')$

قوانین احتمال در پیشامدهای مستقل:

پیشامدهای A و B مستقل‌اند پس $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$. حالا برای اجتماع، تفاضل و ... داریم:

(احتمال حداقل یکی)	$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$
(احتمال فقط A)	$P(A-B)=P(A\cap B')=P(A)\times P(B')$
(احتمال هیچ‌کدام)	$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبهٔ $P(A)$):

می دانیم $P(B'-A)=P(B'\cap A')$ پس طبق فرض $P(B'\cap A')=P(B')P(A')$ است و این یعنی A' و B' دو پیشامد مستقل‌اند پس A و B، A' و B و A و B' نیز مستقل‌اند. وقتی دو پیشامد A و B مستقل باشند، $P(A\mid B)=P(A)$ است؛ بنابراین $P(A)=\frac{۳}{۸}$ است.

گام دوم (محاسبهٔ $P(B')$): A و B' مستقل‌اند، پس:

$$P(A-B)=P(A\cap B')=P(A)P(B') \Rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۸}\times P(B') \Rightarrow P(B')=\frac{۲}{۳}$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): با توجه به این‌که A و B' مستقل‌اند؛ پس:

$$P(B'\mid A)=P(B')=\frac{۲}{۳}$$

تست و پاسخ ۷۳

اگر میانگین داده‌های جدول زیر ۲/۶ باشد، آن‌گاه مقدار k کدام است؟

x_i	۱	۲	۳	۴	۵
f_i	۴	۵	k	۱	۲

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۴ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

خودت حل کنی بهتره این سؤال با دانستن تعریف میانگین وزن‌دار حل می‌شود. فقط کافی است فرمول را بنویسی، اعداد را جای‌گذاری کنی و مقدار k را به دست آوری.

درس‌نامه ●● میانگین وزن‌دار

تا حالا کارنامهٔ خودتان را دیده‌اید! ضریب درس‌های مختلف با هم فرق دارد و قبول دارید که برای محاسبهٔ معدل نمی‌توانیم همهٔ نمره‌ها را با هم جمع کنیم و تقسیم بر تعداد درس‌ها کنیم؟! در این مواقع می‌گوییم داده‌ها وزن‌های مختلف (ضریب‌های مختلف) دارند و باید میانگین (یا همان معدل) را جور دیگری حساب کنیم، در این‌صورت باید از میانگین وزن‌دار استفاده کرد. میانگین وزن‌دار یعنی این:

داده	x_1	x_2	x_3	...
وزن	w_1	w_2	w_3	...

$$\bar{x}_w = \text{میانگین وزن‌دار} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{x_1w_1 + x_2w_2 + \dots}{w_1 + w_2 + \dots}$$

مثلاً در جدول زیر برای محاسبهٔ میانگین، هر داده را نمره در نظر بگیرید و تعداد هر داده را مثل ضریب آن درس در کارنامه تصور کنید و معدل یا همان میانگین وزن‌دار را حساب کنید:

داده	۲	۵	۷
تعداد	۳	۴	۲

$$\bar{x} = \frac{(2\times3)+(5\times4)+(7\times2)}{3+4+2} = \frac{40}{9} = 4/44$$

پاسخ تشریحی با استفاده از فرمول میانگین وزن‌دار K را به دست می‌آوریم.

$$\text{میانگین} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \Rightarrow 2/6 = \frac{(4\times1)+(2\times5)+(3\times k)+(4\times1)+(5\times2)}{4+5+k+1+2} \Rightarrow 2/6 = \frac{3k+28}{12+k} \Rightarrow \frac{13}{5} = \frac{3k+28}{12+k}$$

$$\Rightarrow 156+13k = 15k+140 \Rightarrow k = 8$$

تست و پاسخ ۷۴

مجموع دوازده دادهٔ آماری برابر ۱۸۰ و ضریب تغییرات آن‌ها ۰/۱ است. اگر این داده‌ها را سه برابر و سپس یک واحد از هر کدام کم کنیم، واریانس داده‌های جدید برابر کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۶/۷۵ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۲۰/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره این‌که با تغییر همهٔ داده‌ها، واریانس و انحراف معیار چه تغییری می‌کند از سؤالات پرتکرار آزمون‌های مختلف است.

درس‌نامه ●●

تبدیل داده‌ها به $ax+b$:

در شاخص‌های مرکزی گفتیم که اگر xها را به $ax+b$ تبدیل کنیم (یعنی تمام داده‌ها را a برابر کرده و با b جمع کنیم)، همین بلا بر سر میانگین، میانه، مد و چارک‌ها می‌آید.

در مورد شاخص‌های پراکندگی اصلاً b مهم نیست، چون اضافه یا کم کردن عدد ثابت b به همهٔ داده‌ها، فاصلهٔ نسبی آن‌ها را تغییر نمی‌دهد و پراکندگی تفاوتی نخواهد کرد اما تأثیر a تقریباً مستقیم است؛ یعنی اگر تمام داده‌ها را a برابر کنیم، انحراف معیار $|a|$ برابر و واریانس a^2 برابر می‌شود؛ یعنی:

$$\sigma^2_{ax+b} = a^2\sigma^2_x$$

$$\sigma_{ax+b} = |a|\sigma_x$$

ضریب تغییرات (CV):

این ضریب برای مقایسهٔ پراکندگی دو گروه از داده‌ها به کار می‌رود. کارش هم این است که واحد را از بین می‌برد و پراکندگی داده‌ها را به بزرگی آن‌ها ارتباط می دهد. برای محاسبهٔ ضریب تغییرات باید میانگین و انحراف معیار را حساب کنید، آن وقت ضریب تغییرات برابر است با:

$$\text{ضریب تغییرات} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} \xrightarrow{\text{به زبان ریاضی}} CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** ۱۲ دادهٔ آماری داریم (مثلاً x_1 تا x_{12}) که مجموع آن‌ها برابر ۱۸۰ است. میانگین این داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{x_1 + x_2 + \ldots + x_{12}}^{180}}{12} = 15$$

گام دوم: ضریب تغییرات این داده‌ها برابر ۰/۱ است؛ پس:

$$CV = 0/1 \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0/1 \Rightarrow \frac{\sigma}{15} = 0/1 \Rightarrow \sigma = 1/5 \Rightarrow \sigma^2 = 2/25$$

بنابراین واریانس داده‌ها برابر ۲/۲۵ است.

گام سوم: اگر همهٔ داده‌ها را سه برابر کنیم، واریانس ۹ برابر می‌شود:

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = 9 \times 2/25 = 20/25$$

اما با کم‌کردن یک واحد از هر داده، واریانس تغییر نمی‌کند، پس جواب برابر ۲۰/۲۵ می‌شود.

تست و پاسخ ۷۵

از یک جامعه، نمونهٔ ۱۰ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۸ و ۷ و ۵ و ۵ و ۴ گرفته شده است. اگر انحراف معیار جامعه، نصف انحراف معیار نمونه باشد، بازهٔ اطمینان بالای ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟

۱) $(6/6,8)$ ۲) $(6,9/2)$ ۳) $(6,8)$ ۴) $(5,9)$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس نامه

اگر از جامعه، نمونه‌ای به اندازهٔ n انتخاب کنیم به طوری که انحراف معیار جامعه برابر σ و میانگین اعضای نمونه برابر $\bar{x}$ باشد، در این‌صورت بازهٔ اطمینان بالای ۹۵٪ برای میانگین جامعه به شکل زیر می‌شود:

$$(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$$

نکته فرمول دوم محاسبهٔ واریانس و انحراف معیار به شکل زیر است:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 \quad \text{(مجذور میانگین} - \text{میانگین مجذورات)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** میانگین اعضای نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4+5+5+7+8+8+9+10+10}{9} = \frac{66}{9}$$

گام دوم: انحراف معیار اعضای نمونه را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_{\text{نمونه}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_9^2}{9} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{16+25+25+49+64+64+81+100+100}{9} - (\frac{66}{9})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{524}{9} - \frac{4356}{81}} = \sqrt{\frac{4716-4356}{81}} = \sqrt{\frac{360}{81}} \simeq \frac{19}{9}$$

گام سوم: طبق گفتهٔ سؤال، انحراف معیار جامعه نصف انحراف معیار نمونه است، پس انحراف معیار جامعه برابر $\frac{19}{18}$ می‌شود.

گام چهارم: بنابراین، بازهٔ اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه به صورت زیر می‌شود:

$$(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) \xrightarrow[n=9]{\bar{x}=\frac{66}{9}, \sigma=\frac{19}{18}} (\frac{66}{9} - \frac{2\times\frac{19}{18}}{3}, \frac{66}{9} + \frac{2\times\frac{19}{18}}{3}) = (\frac{66}{9} - \frac{19}{27}, \frac{66}{9} + \frac{19}{27}) = (\frac{198-19}{27}, \frac{198+19}{27})$$

$$= (\frac{179}{27}, \frac{217}{27}) \simeq (6/6,8)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هندسه یازدهم

تست و پاسخ ۷۶

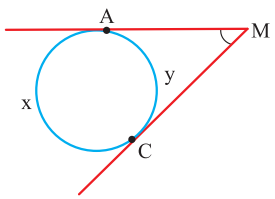
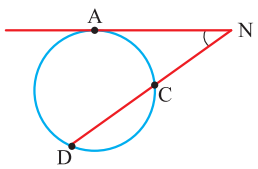
مثلث ABC را که در آن $\hat{B}=\hat{C}=70^\circ$ در نظر گرفته و خط‌های مماس بر دایرهٔ محیطی آن را در دو نقطهٔ B و C رسم می‌کنیم. زاویهٔ حادهٔ بین این دو خط مماس چند درجه است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۷۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

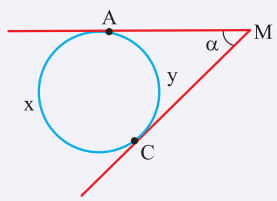
مشاوره محاسبهٔ زاویهٔ بین دو خط مماس بر یک دایره با یک فرمول مهم صورت می‌گیرد که در درس‌نامه آن را می‌بینید.

درس‌نامه فرمول «زاویهٔ بین مماس و امتداد وتر» و «زاویهٔ بین دو مماس»

(شکل ب)	(شکل الف)
	
$\hat{M}=\frac{1}{2}(x-y)$	$\hat{M}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}-\overset{\frown}{AC})$

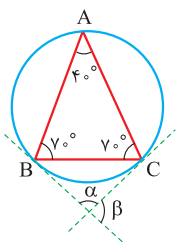
در شکل (ب)، با توجه به این‌که x و y با هم کل دایره را تشکیل می‌دهند، داریم $x+y=360^\circ$، پس می‌توان نکتهٔ زیر را بیان کرد.

نکته مطابق شکل، دو خط مماس بر دایره در نقطهٔ M همدیگر را قطع کرده‌اند، داریم:



$$y=180^\circ-\alpha\ ,\ x=180^\circ+\alpha$$

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ اندازهٔ کمان BC)**: در مثلث ABC داریم: $\hat{B}=\hat{C}=70^\circ$، پس $\hat{A}=40^\circ$، از طرفی A زاویهٔ محاطی دایره است؛ پس داریم:



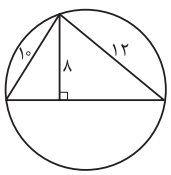
$$\hat{A}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}\Rightarrow\overset{\frown}{BC}=80^\circ$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): طبق درس‌نامه داریم:

$$\overset{\frown}{BC}=180^\circ-\alpha=80^\circ\ \Rightarrow\ \alpha=100^\circ\ \Rightarrow\ \beta=80^\circ$$

تست و پاسخ ۷۷

با توجه به شکل، طول شعاع دایره کدام است؟



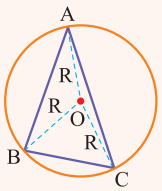
۱) ۵ ۲) ۶
۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

درس‌نامه

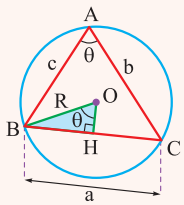
دایرهٔ محیطی مثلث: عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلثی همرس‌اند و نقطهٔ همرسی آن‌ها از سه رأس به یک فاصله است. اگر این فاصله را R بنامیم و مرکز پرگار را روی این نقطه قرار دهیم و دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ R باز کنیم، دایره‌ای رسم می‌شود که از سه رأس عبور می‌کند. به این دایره، دایرهٔ محیطی مثلث گفته می‌شود.



محاسبهٔ شعاع دایرهٔ محیطی مثلث دلخواه: برای محاسبهٔ شعاع دایرهٔ محیطی هر مثلث ABC، بسته به اطلاعاتی که سؤال به شما می‌دهد، می‌توانید از هر کدام از رابطه‌های زیر استفاده کنید:

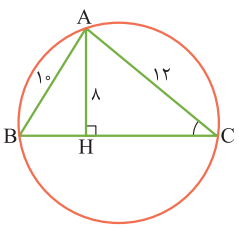
۱) $R = \frac{a}{2\sin\hat{A}}$ (شعاع دایرهٔ محیطی برابر است با نسبت طول یک ضلع به دو برابر سینوس زاویهٔ روبه‌روی آن.)

۲) $R = \frac{abc}{4S}$ (شعاع دایرهٔ محیطی برابر است با حاصل‌ضرب سه ضلع تقسیم بر چهار برابر مساحت.)



پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ $\sin\hat{C}$):** با توجه به شکل، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ACH داریم:

$$\sin\hat{C} = \frac{AH}{AC} = \frac{8}{12}$$

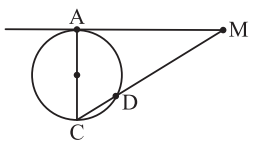


گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): با توجه به رابطهٔ شعاع دایرهٔ محیطی مثلث داریم:

$$R = \frac{AB}{2\sin\hat{C}} \Rightarrow R = \frac{10}{2\times\frac{8}{12}} = 7/5$$

تست و پاسخ ۷۸

مطابق شکل، $AC = 12$ قطر دایره و $AM = 16$ در نقطهٔ A بر دایره مماس است. طول CD کدام است؟



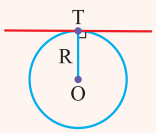
۱) ۶/۲
۲) ۶/۶
۳) ۶/۸
۴) ۷/۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

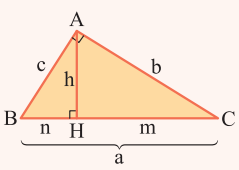
مشاوره در این سؤالات حواستان به مماس‌ها و زاویه‌های محاطی دایره باشد.

درس‌نامه

۱) اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، شعاع گذرنده از نقطهٔ تماس، در نقطهٔ تماس، بر خط مماس عمود است.



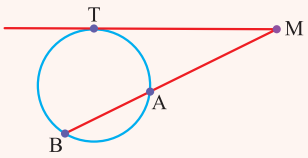
۲) برخی از روابط طولی مهم در هر مثلث قائم‌الزاویه:



۱) $a^2 = b^2 + c^2$
۲) $b^2 = a\times m$
۳) $c^2 = a\times n$
۴) $h^2 = m\times n$
۵) $a\times h = b\times c$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳) اگر مطابق شکل MT در نقطهٔ T بر دایره مماس باشد، داریم:



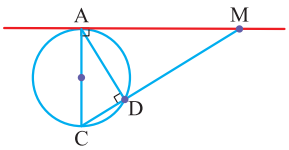
$$MT^2 = MA.MB$$

پاسخ تشریحی راه حل اول:

گام اول (محاسبهٔ طول MC): AM بر شعاع دایره مماس است، پس $\hat{A} = ۹۰^\circ$.

طبق فیثاغورس در $\overset{\Delta}{AMC}$ داریم:

$$MC^2 = AC^2 + AM^2 = ۱۲^2 + ۱۶^2 = ۴۰۰ \Rightarrow MC = ۲۰$$

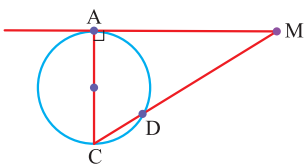


گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): از A به D وصل می‌کنیم. $A\hat{D}C$، زاویهٔ محاطی روبه‌روی قطر دایره است، پس $\hat{D} = ۹۰^\circ$. حالا بنابر ویژگی ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویهٔ AMC داریم:

$$AC^2 = CD \times CM$$

حالا طول CD را به دست می‌آوریم:

$$۱۲^2 = CD \times ۲۰ \Rightarrow CD = ۷/۲$$



راه حل دوم: با توجه به شکل در مثلث قائم‌الزاویهٔ MAC داریم $MA = ۱۶ = ۴ \times ۴$ و $AC = ۱۲ = ۴ \times ۳$، پس بنابر قضیهٔ فیثاغورس $MC = ۴ \times ۵ = ۲۰$، برای محاسبهٔ طول MD داریم:

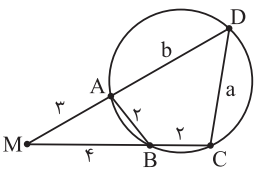
$$MA^2 = MD.MC \Rightarrow ۱۶^2 = MD \times ۲۰ \Rightarrow MD = \frac{۱۶^2}{۲۰} = ۱۲/۸$$

پس:

$$CD = MC - MD = ۲۰ - ۱۲/۸ = ۷/۲$$

تست و پاسخ ۷۹

با توجه به اندازه‌های روی شکل، حاصل a.b کدام است؟



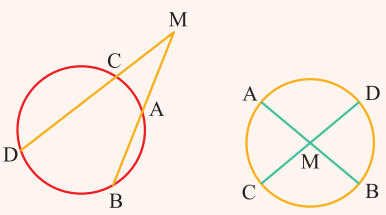
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

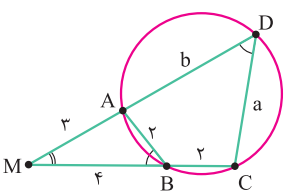
مشاوره این سؤال ترکیبی از تشابه مثلث‌ها و روابط طولی در دایره است که هر یک از این مباحث از مهم‌ترین و پرتکرارترین مباحث هندسهٔ پایه در کنکور هستند.

درس‌نامه قضیهٔ وترهای متقاطع

قضیهٔ وترهای متقاطع: هرگاه وترهایی از دایره در نقطه‌ای داخل یا خارج دایره متقاطع باشند، داریم $MA \times MB = MC \times MD$.



پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ b)**: بنابر قضیهٔ وترهای متقاطع در دایره داریم:



$$MA \times MD = MB \times MC$$
$$۳(۳ + b) = ۴(۴ + ۲) \Rightarrow b = ۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم (محاسبهٔ a): زاویه‌های ADC و ABC مکمل یکدیگر هستند (زاویه‌های روبه‌رو در یک چهارضلعی محاطی هستند). هم‌چنین زاویه‌های ABM و ABC هم مکمل یکدیگر هستند، پس $A\hat{D}C = A\hat{B}M$ و زاویهٔ M نیز در دو مثلث AMB و MCD مشترک است؛ پس این دو مثلث با هم متشابه‌اند و داریم:

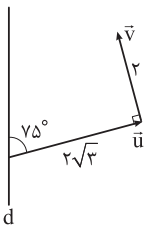
$$\frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MC} \Rightarrow \frac{۲}{a} = \frac{۳}{۴+۲} \Rightarrow a = ۴$$

و در نتیجه:

$$ab = ۴ \times ۵ = ۲۰$$

تست و پاسخ ۸۰

خط d را مطابق شکل ابتدا با بردار $\vec{u}$ و سپس خط حاصل را با بردار $\vec{v}$ انتقال می‌دهیم. فاصلهٔ تصویر نهایی از خط d کدام است؟



۱) $\sqrt{۶}$

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۲

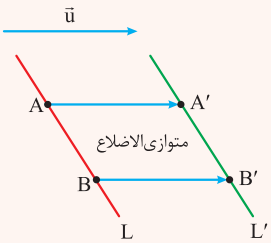
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره حل سؤال‌های مبحث تبدیل‌های هندسی علاوه بر تسلط روی مفهوم تبدیل‌های هندسی، نیاز به تمرین زیادی دارد. تا می‌توانید، در این مبحث تست حل کنید.

درس‌نامه

۱) وضعیت خط و تصویرش در یک انتقال: تصویر هر خط تحت یک انتقال، با آن خط موازی است؛ پس انتقال شیب خط‌ها را حفظ می‌کند.



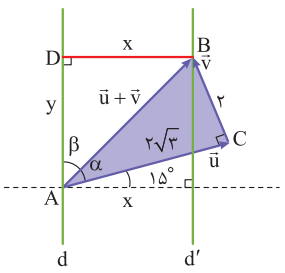
مثلاً: در شکل روبه‌رو، برای تصویرکردن خط L با بردار $\vec{u}$، دو نقطهٔ A و B را روی L در نظر گرفته، تصویر آن‌ها را در این انتقال به ترتیب A' و B' نامیده‌ایم. به دلیل متوازی‌الاضلاع‌بودن چهارضلعی $ABB'A'$، $A'B'$ با AB موازی است؛ پس L' هم با L موازی است.

در حالت خاص، اگر بردار انتقال با خط مفروض موازی باشد، آن‌گاه تصویر آن خط بر خودش منطبق است. مثلاً در شکل روبه‌رو اگر خط d را با بردار $\vec{u}$ که موازی d است منتقل کنیم، خط حاصل بر d منطبق است.



۲) ترکیب دو انتقال با بردارهای $\vec{u}$ و $\vec{v}$، انتقالی با بردار $\vec{u}+\vec{v}$ است.

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال):** می‌دانیم ترکیب دو انتقال، انتقالی با بردار مجموع بردارهای انتقال‌های مفروض است؛ پس مطابق شکل، خط نهایی که آن را d' نامیده‌ایم، تصویر d تحت انتقال با بردار $\vec{u}+\vec{v}$ است و هدف ما، محاسبهٔ x است.



گام دوم (محاسبهٔ α و β): در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، داریم:

$$\tan\alpha = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۲}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$

در نتیجه $\beta = ۷۵^\circ - \alpha = ۴۵^\circ$، پس مثلث ABD قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است.

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): بنابر قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABD، داریم:

$$x^۲ + y^۲ = ۴^۲ \xrightarrow{x=y} ۲x^۲ = ۴^۲ \Rightarrow x = ۲\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۸۱

در مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC)$ دوران‌یافتهٔ رأس C حول رأس B، روی ضلع AC و عمودمنصف ضلع AB قرار دارد. زاویهٔ دوران چند درجه است؟

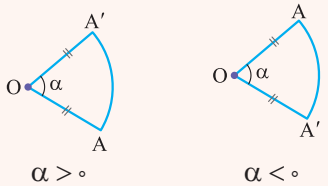
۱) ۴۵° ۲) ۳۶° ۳) ۳۰° ۴) ۱۵°

پاسخ: گزینهٔ ۲

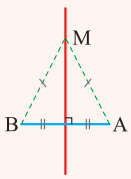
خودت حل کنی بهتره همهٔ زاویه‌های مثلث را براساس زاویهٔ دوران در نظر بگیرید تا بتوانید آن زاویه را به دست آورید.

درس نامه

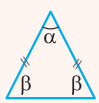
۱) **دوران**: دوران تبدیلی است که با یک نقطهٔ ثابت به نام مرکز دوران و یک زاویهٔ معلوم جهت‌دار به نام زاویهٔ دوران مشخص می‌شود. نقطهٔ A' دوران‌یافتهٔ نقطهٔ A حول نقطهٔ O به زاویهٔ α نامیده می‌شود، هرگاه دو شرط $OA' = OA$ و $A\hat{O}A' = |\alpha|$ برقرار باشد. معمولاً دوران را با R نمایش می‌دهیم که در این صورت می‌نویسیم: $A' = R(A)$.



۲) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.

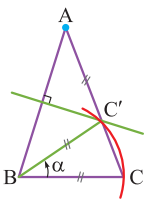


۳) مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰° است، پس اگر در یک مثلث متساوی‌الساقین، زاویهٔ روبه‌روی قاعده برابر با α باشد، زاویه‌های روبه‌روی ساق‌ها برابرند با: $۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲}$.



$$\alpha + \beta + \beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\beta = ۱۸۰^\circ - \alpha \Rightarrow \beta = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲} = ۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲}$$

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال)**: مطابق شکل، C' (تصویر C در دوران به مرکز B و با زاویهٔ α) روی ضلع AC و عمودمنصف AB قرار دارد، پس C' نقطهٔ برخورد عمودمنصف AB با AC است. داریم:



$$\begin{cases} BC = BC' \text{ (ویژگی دوران)} \\ AC' = BC' \text{ (ویژگی عمودمنصف)} \end{cases} \Rightarrow AC' = BC' = BC$$

گام دوم (یافتن زاویه‌های مثلث ABC برحسب زاویهٔ دوران): اگر زاویهٔ دوران را α در نظر بگیریم. با توجه به شکل، داریم:

$$B\hat{C}C' = B\hat{C}'C = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲} = ۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲} \Rightarrow A\hat{C}B = ۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲}$$

$$AB = AC \Rightarrow A\hat{B}C = A\hat{C}B = ۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲}$$

زاویهٔ A و ABC' را برحسب α به دست می‌آوریم:

$$A\hat{B}C' = (۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲}) - \alpha = ۹۰^\circ - \frac{۳\alpha}{۲}$$

$$AC' = BC' \Rightarrow \hat{A} = A\hat{B}C' = ۹۰^\circ - \frac{۳\alpha}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

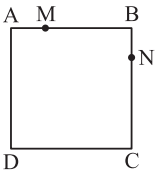
گام سوم (یافتن خواستهٔ سؤال): و نهایتاً در مثلث ABC داریم:

$$\hat{A}+A\hat{C}B+A\hat{B}C=180^\circ \Rightarrow 90^\circ-\frac{3\alpha}{2}+90^\circ-\frac{\alpha}{2}+90^\circ-\frac{\alpha}{2}=180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5\alpha}{2}=90^\circ \Rightarrow \alpha=\frac{180^\circ}{5}=36^\circ$$

تست و پاسخ ۸۲

در مربع ABCD نقاط M و N روی AB و BC طوری حرکت می‌کنند که AM = BN . کدام گزینه الزاماً درست است؟



۱) طول پاره‌خط MN همواره ثابت است.

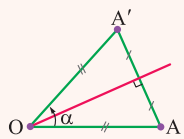
۲) زاویهٔ $M\hat{D}N$ همواره 45° است.

۳) عمودمنصف MN همواره از نقطهٔ ثابتی می‌گذرد.

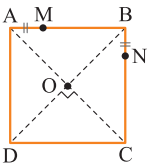
۴) مساحت BMN همواره ثابت است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس‌نامه اگر A' تصویر نقطهٔ A در دورانی به مرکز O باشد، عمودمنصف پاره‌خط AA' از نقطهٔ O می‌گذرد.



پاسخ تشریحی فرض کنید O مرکز مربع باشد. با دوران 90° به مرکز O، نقاط A و B به ترتیب روی B و C تصویر می‌شوند، بنابراین ضلع BC تصویر ضلع AB در این دوران است. از طرفی AM = BN است و نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC قرار دارند، پس نقطهٔ N تصویر نقطهٔ M در این دوران است و در نتیجه با توجه به درس‌نامه، عمودمنصف MN همواره از O می‌گذرد.



تست و پاسخ ۸۳

طول دو ضلع مثلثی ۱ و ۲ و زاویهٔ بین این دو ضلع 60° است. فاصلهٔ نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع، از رأس روبه‌روی ضلع دیگر این مثلث کدام است؟

شعاع دایرهٔ محیطی

۱) ۱

۲) $\sqrt{3}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

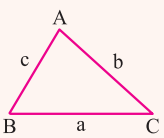
۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

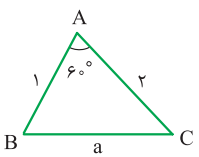
درس‌نامه قضیهٔ کسینوس‌ها

قضیهٔ کسینوس‌ها می‌گوید در مثلث ABC:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\hat{B}$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\hat{C}$$



پاسخ تشریحی **گام اول (تحلیل سؤال):** نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث، مرکز دایرهٔ محیطی آن است، بنابراین فاصلهٔ آن از هر رأس، برابر است با شعاع دایرهٔ محیطی مثلث.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم (محاسبهٔ طول ضلع سوم مثلث): برای به دست آوردن طول ضلع a از قضیهٔ کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم:

$$a^2 = 1+4-2\times1\times2\cos60^\circ = 3 \Rightarrow a=\sqrt{3}$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

$$R=\frac{a}{2\sin\hat{A}}=\frac{\sqrt{3}}{2(\frac{\sqrt{3}}{2})}=1$$

تست و پاسخ ۸۴

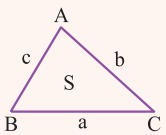
مجموع شعاع دایره‌های محیطی و محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۱۵، ۱۳ و ۴ کدام است؟

۱) $\frac{65}{8}$ ۲) $\frac{69}{8}$ ۳) $\frac{77}{8}$ ۴) $\frac{83}{8}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس‌نامه

در مثلث ABC به اضلاع a، b و c اگر نصف محیط را با P نشان دهیم، یعنی $P=\frac{a+b+c}{2}$، آن‌گاه:



۱) مساحت: $S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$

۲) شعاع دایرهٔ محاطی داخلی: $r=\frac{S}{P}$

۳) شعاع دایرهٔ محیطی: $R=\frac{abc}{4S}$

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ مساحت مثلث):** می‌دانیم شعاع دایرهٔ محاطی داخلی $r=\frac{S}{P}$ و شعاع دایرهٔ محیطی مثلث $R=\frac{abc}{4S}$ می‌باشد.

برای محاسبهٔ هر یک نیاز به دانستن مساحت مثلث داریم؛ بنابراین طبق قضیهٔ هرون داریم:

$$2P=15+13+4=32 \Rightarrow P=16$$

هرون: $S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{16\underbrace{(16-15)}_{1}\underbrace{(16-13)}_{3}\underbrace{(16-4)}_{12}} \Rightarrow S=4\times6=24$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): حال شعاع دایره‌های محاطی داخلی و محیطی را به دست می‌آوریم:

$$r=\frac{S}{P}=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}$$

$$R=\frac{abc}{4S}=\frac{15\times13\times4}{4\times24}=\frac{65}{8}$$

بنابراین مجموع شعاع دایره‌های محیطی و محاطی داخلی این مثلث برابر است با:

$$\frac{3}{2}+\frac{65}{8}=\frac{12}{8}+\frac{65}{8}=\frac{77}{8}$$

تست و پاسخ ۸۵

اندازه‌های اضلاع AB، BC و AC از مثلث ABC به ترتیب با اعداد ۲، ۳ و ۴ متناسب‌اند. اگر نقطهٔ همرسی نیمسازهای درونی را O بنامیم، مساحت مثلث BOD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{6}$

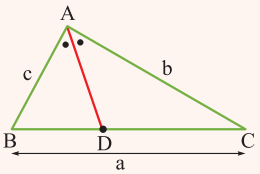
پاسخ: گزینهٔ ۳

مشاوره قضیهٔ نیمساز داخلی، یکی از مهم‌ترین قضیه‌های کتاب درسی هندسه ۲ است و در کنکور، اهمیت ویژه‌ای دارد.

درس‌نامه

۱) قضیهٔ نیمسازهای داخلی:

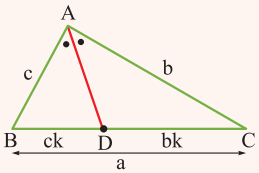
در هر مثلث، نیمساز هر زاویهٔ داخلی، ضلع مقابل آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند و برعکس. به بیان راحت‌تر اگر در مثلث ABC، نیمساز AD را رسم کنیم، داریم:



$$\text{نیمساز } AD \Leftrightarrow \frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نتیجهٔ مهم قضیهٔ نیمساز داخلی: از $\frac{BD}{DC}=\frac{c}{b}$ می‌توان این‌طور نتیجه گرفت که $\begin{cases}BD=ck\\DC=bk\end{cases}$، پس با توجه به شکل داریم:

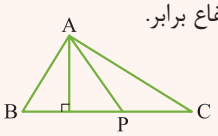


$$ck+bk=a \Rightarrow k(c+b)=a \Rightarrow k=\frac{a}{b+c}$$

در نتیجه طول BD و CD برحسب اضلاع مثلث قابل محاسبه است:

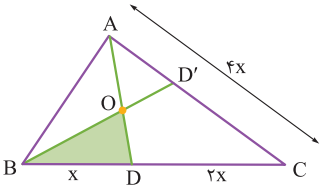
$$BD=\frac{ac}{b+c}\ ,\ DC=\frac{ab}{b+c}$$

۲) اگر دو مثلث دارای یک ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع برابر.



$$\frac{S_{ABP}}{S_{ACP}}=\frac{BP}{PC}\ ,\ \frac{S_{ABP}}{S_{ABC}}=\frac{BP}{BC}$$

پاسخ تشریحی **گام اول (استفاده از قضیهٔ نیمساز داخلی):** AD نیمساز $\hat{A}$ است؛ قضیهٔ نیمسازها را برای این نیمساز، یک بار در مثلث ABC و یک بار در ABD می‌نویسیم:



$$\begin{cases}\overset{\Delta}{ABC}:\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{۲x}{۴x}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{BC=۳x}BD=x\,,DC=۲x\\ \overset{\Delta}{ABD}:\frac{OD}{AO}=\frac{BD}{AB}=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{ABD}:\frac{OD}{AO}=\frac{BD}{AB}=\frac{۱}{۲}$$

گام دوم (استفاده از نسبت مساحت مثلث‌های هم‌ارتفاع): مثلث‌های ABD و ABC هم‌ارتفاع هستند؛ در نتیجه: (۱) $\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{BD}{BC}=\frac{۱}{۳}$

و برای مثلث‌های BOD و ABD نیز به همین صورت داریم، پس:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BOD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}=\frac{OD}{AD}=\frac{۱}{۳}\quad (۲)$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): اگر طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BOD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{S_{\overset{\Delta}{BOD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}\times\frac{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۹}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک یازدهم

تست و پاسخ ۸۶

در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۵\times۱۰^{۵}\,N/C$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذرهٔ بارداری به جرم $۲g$ معلق است. بار الکتریکی ذره برحسب نانوکولن کدام است؟ $(g = ۱۰\,N/kg)$

برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.

۱) ۴۰
۲) -۴۰
۳) $۰/۴$
۴) $-۰/۴$

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذره را با بزرگی نیروی وزن آن، برابر قرار دهید و از آن‌جا اندازهٔ q را به دست آورید، سپس با توجه به جهت نیروی الکتریکی نسبت به جهت میدان الکتریکی، علامت بار q را تعیین کنید.

درس نامه

۱) نیروی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی: $\vec{F} = q\vec{E}$

F: اندازهٔ نیرو (N)

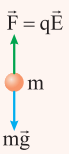
q: بار الکتریکی (C)

E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

اگر $q > ۰$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند.

اگر $q < ۰$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند.

۲) اگر ذرهٔ بارداری در یک میدان الکتریکی قائم به صورت معلق و در حال تعادل باشد، نیروی وزن ذره با نیروی الکتریکی وارد بر آن، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند.



$$|q|E = mg$$

$|q|$: اندازهٔ بار الکتریکی (C)

E: بزرگی میدان الکتریکی (N/C)

m: جرم ذره (kg)

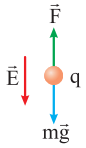
g: شتاب گرانش (N/kg)

پاسخ تشریحی **گام اول:** اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذره را با اندازهٔ نیروی وزن آن، برابر قرار می‌دهیم:

$$|q|E = mg \xrightarrow[m = ۲g = ۲\times۱۰^{-۳}\,kg\ ,\ g = ۱۰\,N/kg]{E = ۵\times۱۰^{۵}\,N/C} |q|\times۵\times۱۰^{۵} = ۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۵\times۱۰^{۵}} = ۰/۴\times۱۰^{-۷}\,C = ۴۰\times۱۰^{-۹}\,C \Rightarrow |q| = ۴۰\,nC$$

گام دوم: نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم و با توجه به جهت میدان الکتریکی که قائم و رو به پایین است، علامت بار q را تعیین می‌کنیم:

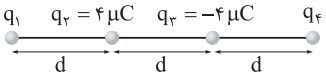


از آن‌جا که $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت یکدیگرند، علامت بار q منفی است؛ بنابراین $q = -۴۰\,nC$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۸۷

در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_4 برابر صفر است. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_2 برابر $\vec{F}$ باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 کدام است؟



۱) $\vec{F}$
۲) $-\vec{F}$
۳) $۲\vec{F}$
۴) $-۳\vec{F}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس‌نامه

قانون کولن: اندازهٔ نیروی الکتریکی (الکترواستاتیکی) بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط مستقیم بین آن‌ها اثر می‌کند، با حاصل‌ضرب بزرگی بارها متناسب است و با مربع فاصلهٔ بین آن‌ها نسبت وارون دارد:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

F: اندازهٔ نیروی الکتریکی (N)

k: ثابت کولن که برابر با $۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^2}{C^2}$ است.

q_1 و q_2 : بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)

r: فاصلهٔ بین دو بار (m)

- اگر q_1 و q_2 همنام باشند، نیروی بین آن‌ها از نوع رانش و اگر ناهمنام باشند، از نوع ربایش است.
- بنا به قانون سوم نیوتون، نیروهایی که دو ذرهٔ باردار به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگرند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$
$$F_{12} = F_{21}$$

اصل برهم نهی نیروهای الکترواستاتیکی:

وقتی تعدادی بار ذره‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر، به تنهایی بر آن ذره وارد می‌کنند. مثلاً برایند نیروهای وارد بر بار q_1 برابر است با:

$$\vec{F}_{T(1)} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} + \dots$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** نسبت اندازهٔ نیروی F_{34} به اندازهٔ نیروی F_{24} و همچنین نسبت اندازهٔ نیروی F_{21} به اندازهٔ نیروی F_{31} را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{34}}{F_{24}} = \frac{k\frac{|q_3||q_4|}{d^2}}{k\frac{|q_2||q_4|}{(۲d)^2}} \xrightarrow{|q_2|=|q_3|} \frac{F_{34}}{F_{24}} = \frac{\frac{۱}{d^2}}{\frac{۱}{۴d^2}} = ۴$$

$$\frac{F_{21}}{F_{31}} = \frac{k\frac{|q_2||q_1|}{d^2}}{k\frac{|q_3||q_1|}{(۲d)^2}} \xrightarrow{|q_2|=|q_3|} \frac{F_{21}}{F_{31}} = \frac{\frac{۱}{d^2}}{\frac{۱}{۴d^2}} = ۴$$

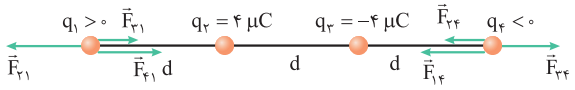
گام دوم: علامت بارهای q_1 و q_4 را مشخص می‌کنیم:

$\vec{F}_{14}$ باید با $\vec{F}_{24}$ هم‌جهت باشد؛ بنابراین q_1 و q_2 هم‌علامت بوده و $q_1 > ۰$ است. $\xrightarrow{F_{34}>F_{24}}$ $\vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34} = ۰$

$\vec{F}_{41}$ باید با $\vec{F}_{31}$ هم‌جهت باشد؛ بنابراین q_4 و q_2 هم‌علامت بوده و $q_4 < ۰$ است. $\xrightarrow{F_{21}>F_{31}}$ $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} = ۰$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_4 را روی شکل نشان می‌دهیم:

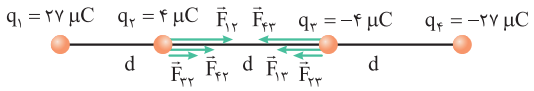


$$\vec{F}_{14}+\vec{F}_{24}+\vec{F}_{34}=0 \xrightarrow{\vec{F}_{34}=-4\vec{F}_{24}} \vec{F}_{14}+\vec{F}_{24}-4\vec{F}_{24}=0 \Rightarrow \vec{F}_{14}=3\vec{F}_{24}$$

$$F_{14}=3F_{24} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_4|}{(3d)^2}=3\times k\frac{|q_2||q_4|}{(2d)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{9d^2}=\frac{3\times 4}{4d^2} \Rightarrow |q_1|=27\mu C \Rightarrow q_1=27\mu C$$

به طور مشابه $|q_4|=27\,\mu C$ به دست می‌آید؛ بنابراین $q_4=-27\,\mu C$.

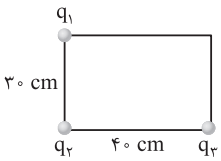
گام چهارم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_3 را با $\vec{F}'$ نشان می‌دهیم؛ بنابراین می‌توان نوشت:



$$\begin{cases}\vec{F}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}+\vec{F}_{42}\\ \vec{F}'=\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}+\vec{F}_{43}\end{cases} \xrightarrow[\vec{F}_{42}=-\vec{F}_{13}]{\vec{F}_{32}=-\vec{F}_{23},\ \vec{F}_{12}=-\vec{F}_{43}} \vec{F}+\vec{F}'=0 \Rightarrow \vec{F}'=-\vec{F}$$

تست و پاسخ ۸۸

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیل قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مستطیل برابر صفر باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



۱) $\frac{q_3}{q_1}=-\frac{64}{27}$

۲) $\frac{q_3}{q_1}=\frac{64}{27}$

۳) $\frac{q_2}{q_1}=\frac{125}{64}$

۴) $\frac{q_2}{q_1}=-\frac{125}{64}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار، از مهم‌ترین مطالب فصل ۱ کتاب فیزیک ۲ است که در تمامی کنکورهای سال‌های اخیر ردپای آن دیده می‌شود.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به صفرشدن میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم، همنام یا ناهمنام‌بودن بارها نسبت به یکدیگر را تعیین می‌کنیم. سپس برایند مؤلفه‌های افقی میدان الکتریکی در رأس چهارم را برابر صفر قرار می‌دهیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس نامه

۱) اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار ذره‌ای q در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از آن، به کمک رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $E=k\frac{|q|}{r^2}$

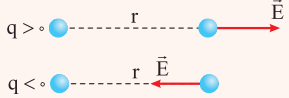
E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

k: ثابت کولن که برابر با $9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$ است.

q: بار الکتریکی‌ای که میدان را ایجاد کرده است (C)

r: فاصلهٔ بار q از نقطه‌ای که میدان الکتریکی را در آن جا می‌خواهیم (m)

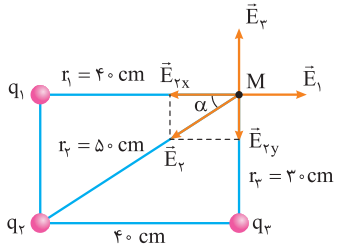
۲) جهت خطوط میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است:



۳) برای آن‌که میدان الکتریکی خالص در یک نقطه، برابر صفر باشد، باید برایند میدان‌های الکتریکی افقی و برایند میدان‌های الکتریکی قائم در آن نقطه صفر باشند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** برای آن‌که میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M صفر باشد، باید بارهای q_1 و q_3 همنام باشند و هر دوی آن‌ها با بار الکتریکی q_2 ناهمنام باشند. مثلاً اگر q_1 و q_3 مثبت باشند، q_2 منفی است. فاصلهٔ r_2 را نیز به دست می‌آوریم:



$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + r_3^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50\,cm$$

گام دوم: میدان الکتریکی خالص در راستای افقی، در نقطهٔ M باید صفر باشد:

$$E_1 = E_{2x} \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} = k\frac{|q_2|}{r_2^2}\cos\alpha \Rightarrow \frac{|q_1|}{40^2} = \frac{|q_2|}{50^2}\times\frac{40}{50} \Rightarrow \frac{|q_1|}{1600} = \frac{|q_2|}{2500}\times\frac{4}{5} \Rightarrow \frac{|q_1|}{64} = \frac{|q_2|}{125} \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_1}\right| = \frac{125}{64}$$

اما از آن‌جا که q_1 و q_2 ناهمنام هستند، داریم $\frac{q_2}{q_1} = -\frac{125}{64}$.

اگر نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ را هم به دست آورید به جواب $\frac{27}{64}$ می‌رسید که ۱ و ۲ را رد می‌کند.

تست و پاسخ ۸۹

اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های یک باتری برابر ۱۶ V است. اگر بار الکتریکی $-40\,\mu C$ از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی باتری جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۶۴، کاهش می‌یابد. ۲) ۶/۴، کاهش می‌یابد. ۳) ۰/۶۴، افزایش می‌یابد. ۴) ۶/۴، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطهٔ $\Delta U = q\,\Delta V$ و با در نظر گرفتن علامت‌های q و ΔV، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را حساب کنید.

درس نامه **رابطهٔ تغییر انرژی پتانسیل بار الکتریکی بین دو نقطه**

$$\Delta U = q\,\Delta V$$

(ΔU: تغییر انرژی پتانسیل (J)، ΔV: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، q: بار الکتریکی (C))

توجه داشته باشید که در رابطهٔ فوق، تمام کمیت‌ها نرده‌ای هستند و بار q باید همراه با علامتش قرار بگیرد.

پاسخ تشریحی وقتی از پایانهٔ مثبت باتری به پایانهٔ منفی باتری برویم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و $\Delta V < 0$ است؛ بنابراین در این‌جا داریم:

$$\Delta U = q\,\Delta V \xrightarrow[\Delta V = -16\,V]{q = -40\,\mu C = -40\times10^{-6}\,C} \Delta U = -40\times10^{-6}\times(-16) \Rightarrow \Delta U = 640\times10^{-6}\,J$$

$$\Rightarrow \Delta U = 0/64\times10^{-3} = 0/64\,mJ$$

$\Delta U > 0$ است، یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی، افزایش یافته است.

حواستون باشه اگر علامت بار الکتریکی را در نظر نگیرید یا علامت اختلاف پتانسیل را اشتباه بگذارید، به گزینهٔ نادرست ۱ می‌رسید.

تست و پاسخ ۹۰

ثابت دی‌الکتریک بین صفحه‌های یک خازن تخت برابر ۲ است. اگر چگالی سطحی بار الکتریکی صفحهٔ مثبت خازن برابر $1/8\,nC/cm^2$ باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها چند ولت بر متر است؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\,F/m)$

۱) 10^6 ۲) 2×10^6 ۳) 10^9 ۴) 2×10^9

پاسخ: گزینهٔ ۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

مشاوره این تست، یک سؤال ترکیبی، از چهار رابطهٔ موجود در فصل ۱ کتاب فیزیک ۲ است.

درس نامه

۱) **میدان الکتریکی یکنواخت**: میدان الکتریکی‌ای است که خطوط آن مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند؛ یعنی بردار میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان، هم‌اندازه و هم‌جهت است:

$$E = \frac{V}{d}$$

E : اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

V : اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

d : فاصلهٔ میان دو صفحه (m)

بین صفحه‌های یک خازن تخت باردار، میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.

۲) تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را **چگالی سطحی بار الکتریکی** می‌گوییم:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

σ : چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2)

Q : بار الکتریکی موجود در سطح (C)

A : مساحت سطحی که بار الکتریکی روی آن توزیع شده است (m^2)

۳) رابطهٔ ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی آن:

$$C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

C : ظرفیت خازن (F)

κ : ثابت دی‌الکتریک

ε_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $\simeq 9\times10^{-12}\ F/m$

A : مساحت متقابل صفحه‌های خازن (m^2)

d : فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن (m)

۴) بار ذخیره‌شده در یک خازن از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$Q = C\,V$$

Q : بار الکتریکی (C)

C : ظرفیت خازن (F)

V : اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن (V)

پاسخ تشریحی **گام اول**: رابطه‌ای بین چگالی سطحی بار الکتریکی و میدان الکتریکی یکنواخت پیدا می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V=\frac{Q}{C}} E = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{Q=\sigma A} E = \frac{\sigma A}{Cd} \xrightarrow{C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}} E = \frac{\sigma A}{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\times d} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\kappa\varepsilon_0}$$

گام دوم: مقادیر داده‌شده در سؤال را در رابطهٔ اخیر جای‌گذاری می‌کنیم و اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{\sigma}{\kappa\varepsilon_0} \xrightarrow[\kappa=2\ ,\ \varepsilon_0=9\times10^{-12}\,F/m]{\sigma=1/8\,nC/cm^2=1/8\times\frac{10^{-9}}{10^{-4}}=1/8\times10^{-5}\,C/m^2} E = \frac{1/8\times10^{-5}}{2\times9\times10^{-12}} = \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10^6\ V/m$$

تست و پاسخ ۹۱

مساحت هر یک از صفحه‌های خازنی $10\ mm^2$، فاصلهٔ بین آن‌ها $5\ mm$ و ثابت دی‌الکتریک انعطاف‌پذیر بین صفحه‌های آن برابر ۴ است. در حالتی که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ثابت و برابر $20\ V$ است، فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را $1\ mm$ کاهش می‌دهیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند پیکوژول و چگونه تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ F/m)$

۱) ۶ / ۳، کاهش می‌یابد.　　۲) ۴ / ۱۴، کاهش می‌یابد.　　۳) ۶ / ۳، افزایش می‌یابد.　　۴) ۴ / ۱۴، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

خودت حل کنی بهتره ظرفیت خازن را در هر دو حالت به دست آورده و با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ اختلاف انرژی خازن را حساب کنید.

درس نامه

انرژی ذخیره‌شده در یک خازن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}CV^2$$

U : انرژی خازن (J)

C : ظرفیت خازن (F)

V : اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

پاسخ تشریحی **گام اول:** ظرفیت خازن در حالت اول (C_1) و در حالت دوم (C_2) را به دست می‌آوریم:

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}\xrightarrow[A=10mm^2=10\times10^{-6}m^2=10^{-5}m^2]{\kappa=4\ ,\ \varepsilon_0=9\times10^{-12}F/m\ ,\ d=5mm=5\times10^{-3}m}C_1=\frac{4\times9\times10^{-12}\times10^{-5}}{5\times10^{-3}}=7/2\times10^{-14}F$$

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[d_1=5mm\ ,\ d_2=5-1=4mm]{C_1=7/2\times10^{-14}F}\frac{C_2}{7/2\times10^{-14}}=\frac{5}{4}\Rightarrow C_2=9\times10^{-14}F$$

گام دوم: تغییر انرژی ذخیره‌شده در خازن را در این دو حالت حساب می‌کنیم:

$$\Delta U=U_2-U_1=\frac{1}{2}C_2V^2-\frac{1}{2}C_1V^2=\frac{1}{2}(C_2-C_1)V^2$$

$$\xrightarrow[C_2=9\times10^{-14}F\ ,\ C_1=7/2\times10^{-14}F]{V=20V}\Delta U=\frac{1}{2}(9\times10^{-14}-7/2\times10^{-14})\times20^2$$

$$=0/9\times10^{-14}\times400=3/6\times10^{-12}\ J=3/6\ pJ$$

$\Delta U>0$ به دست آمده است؛ یعنی انرژی ذخیره‌شده در خازن، افزایش پیدا کرده است.

تست و پاسخ ۹۲

کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) مقاومت‌های پیچه‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های بسیار بالا و هم‌چنین توان‌های بالا ساخته می‌شوند.

ب) با افزایش شدت نور تابیده‌شده به مقاومت‌های نوری، مقاومت الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد.

پ) قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است.

ت) با افزایش دمای رسانای فلزی، تعداد حامل‌های بار الکتریکی تقریباً ثابت می‌ماند، ولی ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های آن افزایش می‌یابد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «پ» و «ت» ۳) «الف» و «ت» ۴) «ب» و «پ»

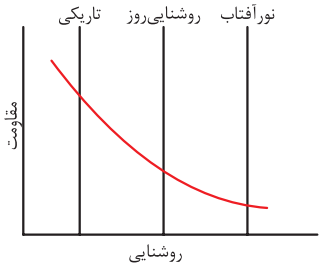
پاسخ: گزینهٔ ۲

مشاوره **تست‌های مفهومی و حفظی نیز در فیزیک مطرح می‌شوند؛ گرچه تعداد آن‌ها نسبت به تست‌های محاسباتی خیلی کم‌تر است. یکی از قسمت‌هایی که معمولاً تست‌های مفهومی و توضیحی از آن طرح می‌شود، فصل ۲ از کتاب فیزیک ۲ است.**

پاسخ تشریحی عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست است. مقاومت‌های پیچه‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق ساخته می‌شوند.

ب) نادرست است. مقاومت‌های نوری (LDR) از جنس نیم‌رساناهایی مانند سیلیسیم ساخته می‌شوند؛ بنابراین با افزایش شدت نور، از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

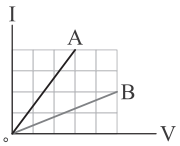
پ) درست است. قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت، برقرار است؛ اما وسایلی مانند دیود نورگسیل (LED) از قانون اهم پیروی نمی‌کنند.

ت) درست است. در نیم‌رساناها با افزایش دما، تعداد حامل‌های بار، افزایش می‌یابد، اما در رساناها با افزایش دما، تعداد حامل‌های بار، تغییر محسوسی نمی‌کند و تقریباً ثابت می‌ماند. هم‌چنین در اثر افزایش دما، ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌های رسانا افزایش یافته و مقاومت الکتریکی آن بیشتر می‌شود.

تکنیک کافی است تشخیص دهید موارد «الف» و «ب» نادرست هستند؛ از آن‌جا معلوم می‌شود فقط [۲] درست است.
هم‌چنین فقط با تشخیص درستی موارد «پ» و «ت» نیز (بدون توجه به موارد «الف» و «ب») می‌توانستیم گزینهٔ صحیح را پیدا کنیم.

تست و پاسخ ۹۳

نمودار جریان الکتریکی عبوری از دو رسانای فلزی A و B که از یک ماده ساخته شده‌اند، برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها به شکل زیر است. رسانای A استوانه‌ای توپر به قطر ۱ mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲ mm و شعاع داخلی ۱ mm است. طول رسانای B چند برابر طول رسانای A است؟



۱) ۰/۹
۲) ۳/۶
۳) ۱۰
۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ [۴]

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک نمودار، نسبت مقاومت‌های الکتریکی را به دست می‌آوریم. سپس به کمک رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ نسبت طول دو رسانا را محاسبه می‌کنیم.

درس نامه

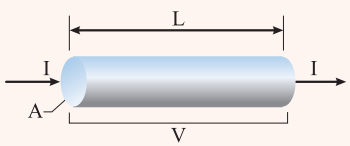
۱) رابطهٔ مقاومت، اختلاف پتانسیل و جریان الکتریکی به صورت مقابل است: $R=\frac{V}{I}$

R : مقاومت الکتریکی (Ω)
V : اختلاف پتانسیل (V)
I : جریان الکتریکی (A)

۲) مقاومت الکتریکی یک جسم در دمای ثابت، با طول و مقاومت ویژهٔ آن رابطهٔ مستقیم دارد، ولی با مساحت سطح مقطع آن، رابطهٔ عکس دارد.

$R=\rho\frac{L}{A}$

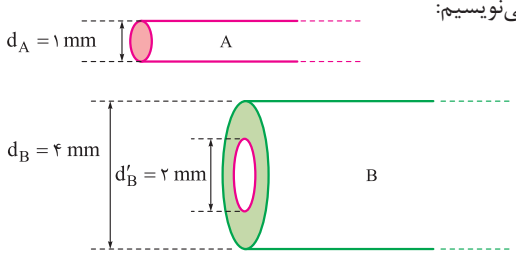
R : مقاومت الکتریکی (Ω)
ρ : مقاومت ویژه (Ω.m)
L : طول جسم (m)
A : مساحت سطح مقطع (m^2)



پاسخ تشریحی **گام اول:** هر واحد اختلاف پتانسیل روی محور افقی را با V_1 و هر واحد جریان الکتریکی روی محور قائم را با I_1 نشان می‌دهیم. با توجه به قانون اُهم می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\frac{V_B}{I_B}}{\frac{V_A}{I_A}}=\frac{\frac{5V_1}{2I_1}}{\frac{3V_1}{4I_1}}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

گام دوم: نسبت مقاومت الکتریکی رسانای B به مقاومت الکتریکی رسانای A را می‌نویسیم:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

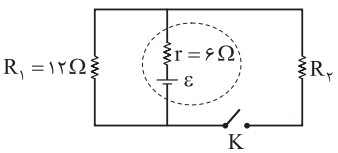
$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{\rho_B=\rho_A}\frac{۱۰}{۳}=\frac{L_B}{L_A}\times\frac{A_A}{A_B}$$

$$\xrightarrow[A_B=\pi\frac{d_B^۲}{۴}-\pi\frac{d_B'^۲}{۴}]{A_A=\pi\frac{d_A^۲}{۴}}\frac{۱۰}{۳}=\frac{L_B}{L_A}\times\frac{\frac{\pi}{۴}(۱)^۲}{\frac{\pi}{۴}(۴^۲-۳^۲)}\Rightarrow\frac{۱۰}{۳}=\frac{L_B}{L_A}\times\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{L_B}{L_A}=۴۰$$

حواستون باشه در مورد رسانای A قطر مقطع آن داده شده است. اگر آن را با شعاع اشتباه بگیرید، به گزینهٔ نادرست ۳ می‌رسید.

تست و پاسخ ۹۴

در مدار شکل زیر، با بستن کلید K اگر توان خروجی باتری تغییری نکند، توان مصرفی مقاومت $R_۱$ چند برابر می‌شود؟



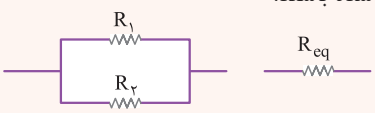
۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۹}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس‌نامه

۱) دو مقاومت را موازی می‌گوییم هرگاه دو سر آن‌ها به وسیلهٔ سیم‌های رابط به یکدیگر متصل شده باشند.

- مقاومت معادل دو مقاومت موازی به صورت مقابل به دست می‌آید:



$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

- اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی با هم برابر است.

۲) توان مصرفی مقاومت خارجی از رابطه‌های مقابل به دست می‌آیند:

اختلاف پتانسیل (V)، توان (W)، جریان (A)، مقاومت (Ω)

$$P=IV=RI^۲=\frac{V^۲}{R}$$

۳) توان الکتریکی مصرفی در مقاومت معادل مدار، همان توان خروجی مولد است.

۴) وقتی چند مقاومت در یک مدار بسته می‌شوند (چه متوالی و چه موازی)، توان و انرژی الکتریکی مصرفی مقاومت معادل، با مجموع توان و انرژی الکتریکی مصرفی هر یک از آن‌ها برابر است.

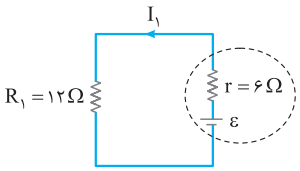
۵) اگر به ازای دو مقاومت معادل خارجی $R_{eq,۱}$ و $R_{eq,۲}$ در یک مدار، توان خروجی مولد یکسان باشد، می‌توان نوشت:

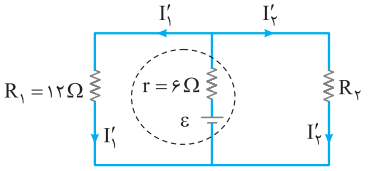
مقاومت درونی مولد (Ω)

$$r=\sqrt{R_{eq,۱}\times R_{eq,۲}}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** با بستن کلید K توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$r=\sqrt{R_{eq,۱}\times R_{eq,۲}}\xrightarrow[R_{eq,۱}=R_۱=۱۲\,\Omega]{r=۶\Omega}۶=\sqrt{۱۲\times R_{eq,۲}}\Rightarrow R_{eq,۲}=۳\Omega$$





SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: R_1 و R_2 در حالت کلید بسته، به صورت موازی هستند و داریم:

$$R_{eq,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\xrightarrow[R_1=12\Omega]{R_{eq,2}=3\Omega}3=\frac{12R_2}{12+R_2}\Rightarrow 4R_2=12+R_2\Rightarrow R_2=4\,\Omega$$

گام سوم: در حالت کلید بسته، مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است و با توجه به قانون اهم داریم:

$$V_1=V_2\Rightarrow I_1'R_1=I_2'R_2\Rightarrow I_1'\times 12=I_2'\times 4\Rightarrow I_2'=3I_1'$$

از طرفی در حالت اول، توان خروجی باتری، برابر با توان مصرفی مقاومت R_1 است، اما در حالت دوم، توان خروجی باتری برابر با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_2 است.

$$P_1=P_1'+P_2'\Rightarrow R_1I_1^2=R_1I_1'^2+R_2I_2'^2\Rightarrow 12I_1^2=12I_1'^2+4I_2'^2\Rightarrow 3I_1^2=3I_1'^2+I_2'^2\xrightarrow{I_2'=3I_1'}3I_1^2=3I_1'^2+9I_1'^2$$

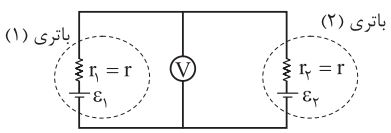
$$\Rightarrow 3I_1^2=12I_1'^2\Rightarrow I_1^2=4I_1'^2$$

گام چهارم: نسبت توان مصرفی مقاومت R_1 در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1'}{P_1}=\frac{R_1I_1'^2}{R_1I_1^2}\xrightarrow{I_1^2=4I_1'^2}\frac{P_1'}{P_1}=\frac{I_1'^2}{4I_1'^2}=\frac{1}{4}$$

تست و پاسخ ۹۵

در مدار شکل روبه‌رو، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر کدام است؟



۱) $\varepsilon_1+\varepsilon_2$

۲) $|\varepsilon_1-\varepsilon_2|$

۳) $\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}$

۴) $\frac{|\varepsilon_1-\varepsilon_2|}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس‌نامه

۱) ولت‌سنج وسیله‌ای برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل (ولتاژ) بین دو نقطه از مدار است. ولت‌سنج مقاومت الکتریکی بسیار زیادی دارد. مقاومت الکتریکی ولت‌سنج آرمانی، بی‌نهایت است و جریانی از آن عبور نمی‌کند.

۲) باتری‌های مولد، توان خروجی دارند. این نوع باتری‌ها به مدار انرژی می‌دهند و جریان الکتریکی، از پایانهٔ مثبت آن‌ها وارد مدار می‌شود. اما باتری‌های مصرف‌کننده، توان ورودی دارند. این نوع باتری‌ها در مدار، انرژی مصرف می‌کنند و جریان الکتریکی به پایانهٔ مثبت آن‌ها وارد می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری مولد:

$$V=\varepsilon-Ir$$

(ε: نیروی محرکه (V)، I: جریان الکتریکی (A)، r: مقاومت درونی (Ω))

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری مصرف‌کننده:

$$V=\varepsilon+Ir$$

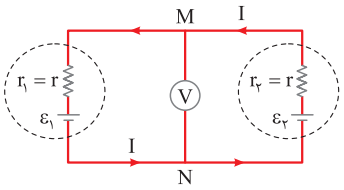
۳) جریان الکتریکی در یک مدار تک‌حلقه از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R_{eq}+r_1+r_2}$$

(ε_2: نیروی محرکهٔ باتری مصرف‌کننده (V)، ε_1: نیروی محرکهٔ باتری مولد (V)، I: جریان الکتریکی (A)، R_{eq}: مقاومت معادل خارجی مدار (Ω)، r_1+r_2: مقاومت درونی باتری‌ها (Ω))

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** با فرض آن‌که باتری (۲) به عنوان مولد و باتری (۱) به عنوان مصرف‌کننده عمل می‌کنند، رابطهٔ جریان الکتریکی در مدار را می‌نویسیم. از ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند و مدار به صورت تک‌حلقه است:



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2} \xrightarrow[r_1 = r_2 = r]{R_{eq} = 0} I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2r}$$

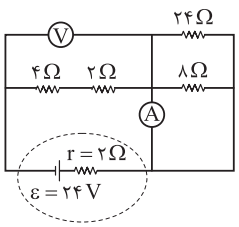
گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) همان عددی است که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد:

$$V_2 = \varepsilon_2 - I r_2 \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{2r}]{V_2 = V_M - V_N \ , \ r_2 = r} V_M - V_N = \varepsilon_2 - (\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2r}) \times r$$

$$\Rightarrow V_M - V_N = \varepsilon_2 - (\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2}) = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2} \Rightarrow V_M - V_N = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}$$

تست و پاسخ ۹۶

در مدار شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، در SI کدام است؟



۱) ۳، ۱۸

۲) ۳، ۱۶

۳) ۴، ۱۸

۴) ۴، ۱۶

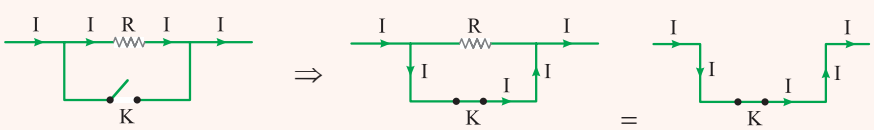
پاسخ: گزینهٔ ۱

مشاوره این تست بر اساس یکی از سؤال‌های کنکور تیرماه ۱۴۰۳ رشتهٔ تجربی طرح شده و مشابهت زیادی با آن دارد.

درس‌نامه

۱) آمپرسنج، وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در یک شاخه از مدار که به طور متوالی در آن شاخه قرار می‌گیرد. آمپرسنج مقاومت الکتریکی بسیار کمی دارد و اگر آرمانی فرض شود، مقاومت الکتریکی آن صفر است.

۲) اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت یا مجموعه‌ای از مقاومت‌ها، به وسیلهٔ یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) یا یک آمپرسنج آرمانی، به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم یا آمپرسنج گذشته و از مقاومت یا مجموعهٔ آن مقاومت‌ها، هیچ جریانی نمی‌گذرد. در این حالت به اصطلاح می‌گوییم که آن مقاومت یا مقاومت‌ها، اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردند.



۳) دو مقاومت را متوالی می‌گوییم هرگاه فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن‌ها، هیچ انشعاب جریان‌داری خارج نگردد. از مقاومت‌های متوالی، جریان یکسانی عبور می‌کند.

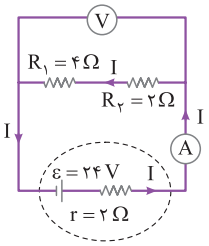


$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

R_{eq} : مقاومت معادل (Ω)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی **گام اول:** از آن‌جا که مقاومت آمپرسنج آرمانی صفر است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $24\,\Omega$ و $8\,\Omega$ صفر شده و به اصطلاح اتصال کوتاه می‌شوند؛ یعنی این دو مقاومت از مدار حذف شده و شکل مدار به صورت زیر، ساده می‌شود:



گام دوم: آمپرسنج، جریان گذرنده از مولد را نشان می‌دهد؛ بنابراین مقاومت معادل مدار و جریان گذرنده از مولد را حساب می‌کنیم. R_1 و R_2 به طور متوالی بسته شده‌اند:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 4 + 2 = 6\,\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow[R_{eq} = 6\Omega\ ,\ r = 2\Omega]{\varepsilon = 24V} I = \frac{24}{6+2} = 3A$$

گام سوم: ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[I = 3\,A]{\varepsilon = 24V\ ,\ r = 2\Omega} V = 24 - 2\times 3 = 18\,V$$

تست و پاسخ ۹۷

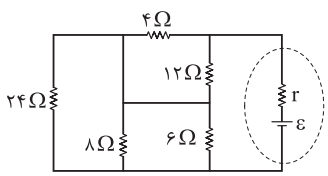
در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۲۴ اُهمی، چند برابر توان مصرفی مقاومت ۱۲ اُهمی است؟

۱) ۸

۲) ۲

۳) $\frac{1}{8}$

۴) $\frac{1}{2}$



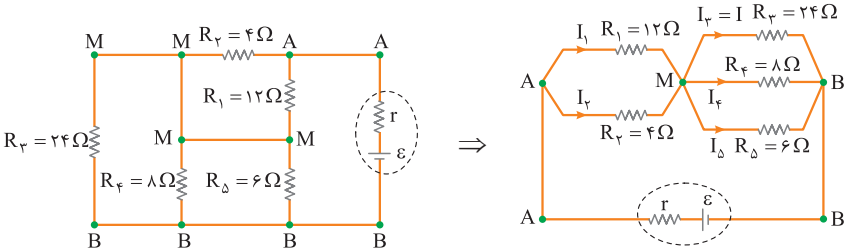
پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره به مقایسهٔ توان‌های مصرفی در مقاومت‌های مختلف یک مدار، در تست‌های مدارهای الکتریکی زیاد پرداخته می‌شود. شکل‌های متنوع این نوع سؤال در کنکورهای دی‌ماه ۱۴۰۱ ریاضی، ۱۴۰۰ ریاضی و ۱۴۰۰ تجربی مطرح شده است.

درس نامه

گاهی تشخیص متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها در یک مدار، به راحتی امکان‌پذیر نیست. در این صورت، بدون آن‌که تغییری در تعداد اجزای مدار و چگونگی اتصال آن‌ها ایجاد شود، شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. برای این کار، نقاطی را که با سیم رابط (با مقاومت ناچیز) به یکدیگر متصل شده‌اند، با پتانسیل یکسان و با نام مشترک یک نقطه در نظر می‌گیریم.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با نام‌گذاری دو سر مقاومت‌ها، شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. جریان عبوری از مقاومت R_3 را با I نشان می‌دهیم و براساس آن، جریان عبوری از سایر مقاومت‌ها را پیدا می‌کنیم:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ با مقاومت $R_۳$ به طور موازی بسته شده‌اند؛ پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است. با استفاده از قانون اهم، جریان‌های الکتریکی عبوری از مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ را نیز برحسب I به دست می‌آوریم:

$$V_۳ = V_۴ \Rightarrow R_۳ I_۳ = R_۴ I_۴ \Rightarrow ۲۴ \times I = ۸ \times I_۴ \Rightarrow I_۴ = ۳I$$

$$V_۳ = V_۵ \Rightarrow R_۳ I_۳ = R_۵ I_۵ \Rightarrow ۲۴ \times I = ۶ \times I_۵ \Rightarrow I_۵ = ۴I$$

گام سوم: جمع جریان‌های ورودی به گره M با جمع جریان‌های خروجی از این گره برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_۱ + I_۲ = I_۳ + I_۴ + I_۵ \Rightarrow I_۱ + I_۲ = I + ۳I + ۴I = ۸I$$

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow I_۱ R_۱ = I_۲ R_۲ \Rightarrow I_۱ \times ۱۲ = I_۲ \times ۴ \Rightarrow I_۲ = ۳I_۱$$

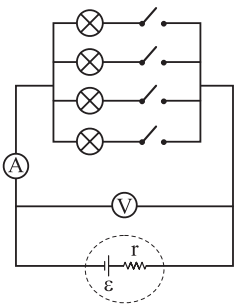
$$I_۱ + I_۲ = ۸I \xrightarrow{I_۲ = ۳I_۱} I_۱ + ۳I_۱ = ۸I \Rightarrow ۴I_۱ = ۸I \Rightarrow I_۱ = ۲I$$

گام چهارم: نسبت توان مصرفی مقاومت $۲۴\,\Omega$ به توان مصرفی مقاومت $۱۲\,\Omega$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_۳}{P_۱} = \frac{R_۳ I_۳^۲}{R_۱ I_۱^۲} \xrightarrow[R_۱ = ۱۲\Omega \ , \ I_۱ = ۲I]{R_۳ = ۲۴\,\Omega \ , \ I_۳ = I} \frac{P_۳}{P_۱} = \frac{۲۴I^۲}{۱۲(۲I)^۲} = \frac{۲I^۲}{۴I^۲} = \frac{۱}{۲}$$

تست و پاسخ ۹۸

در مدار شکل زیر، لامپ‌ها مشابه‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها یکی پس از دیگری بسته شوند، به ترتیب از راست به چپ، مقدارهایی که ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۲) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

مشاوره این تست برگرفته از یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۲ از کتاب درسی فیزیک ۲ است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

درس نامه

وقتی یک شاخهٔ مقاومت‌دار، به طور موازی به مدار اضافه شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** هر لامپ به عنوان یک مصرف‌کننده (مقاومت الکتریکی R) عمل می‌کند. در ابتدا که همهٔ کلیدها باز هستند، جریانی در مدار برقرار نیست و ولت‌سنج، نیروی محرکهٔ مولد را نشان می‌دهد:

$$V = \varepsilon - r I \xrightarrow{I = ۰} V = \varepsilon$$

گام دوم: وقتی کلیدها یکی پس از دیگری بسته می‌شوند، شاخه‌های موازی به مدار اضافه شده و مقاومت معادل مدار، کاهش می‌یابد؛ در حالی که ε و r ثابت هستند؛ بنابراین جریان عبوری از مولد که همان جریان عبوری از آمپرسنج است، افزایش می‌یابد:

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq} + r}$$

گام سوم: با افزایش جریان الکتریکی، افت پتانسیل درون مولد بیشتر شده و ولت‌سنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد.

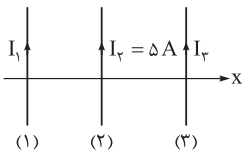
$$\downarrow V = \varepsilon - r I \uparrow$$

حواستون باشه در متن سؤال به ترتیب تغییر عدد ولت‌سنج و سپس تغییر عدد آمپرسنج خواسته شده است. اگر به این موضوع دقت نکنید، در دام ۱ گرفتار می‌شوید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

تست و پاسخ ۹۹

در شکل زیر، سه سیم حامل جریان الکتریکی، عمود بر محور x قرار دارند. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های (۱) و (۳) در محل سیم (۲) به ترتیب ۳۰۰ G و ۵۰۰ G باشد، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر ۶۰ cm از سیم (۲) برحسب نیوتون کدام است؟



۱) $0/06\vec{i}$
۲) $-0/06\vec{i}$
۳) $0/24\vec{i}$
۴) $-0/24\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

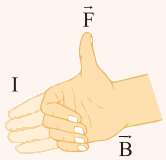
درس نامه

۱) اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راست حامل جریان که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = I\,\ell\,B\,\sin\theta$$

F: اندازهٔ نیروی مغناطیسی برحسب نیوتون (N)
I: جریان عبوری از سیم برحسب آمپر (A)
ℓ: طول قسمتی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد برحسب متر (m)
B: اندازه میدان مغناطیسی برحسب تسلا (T)
θ: زاویهٔ بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی

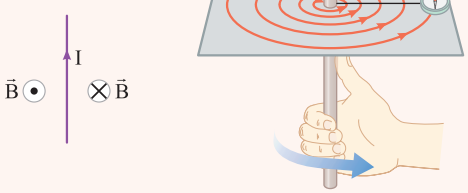
۲) قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم:



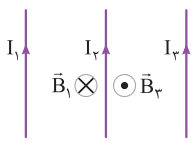
چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت جریان قرار می‌دهیم که خطوط میدان از کف دستمان خارج شوند. در این حالت، شست دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.

۳) یک گاوس، معادل 10^{-4} تسلا است. $(1\,G = 10^{-4}\,T)$

۴) هنگامی که از یک رسانا، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. اگر رسانا را در دست راست خود بگیریم به‌گونه‌ای‌که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته‌شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.



پاسخ تشریحی **گام اول:** اندازه و جهت میدان مغناطیسی خالص در محل سیم (۲) را تعیین می‌کنیم:



$$B_۳ > B_۱ \Rightarrow B_T = B_۳ - B_۱ = ۵۰۰ - ۳۰۰ = ۲۰۰\,G$$

$$B_T = ۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}\,T = ۲ \times ۱۰^{-۲}\,T$$

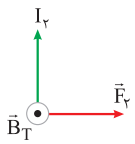
این میدان مغناطیسی خالص در محل سیم (۲)، هم‌جهت با $\vec{B}_۳$ یعنی برون‌سو است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۲) را به دست می‌آوریم:

$$F_۲ = I_۲ \ell_۲ B_T \sin\alpha \xrightarrow[B_T = ۲\times۱۰^{-۲}\,T\ ,\ \alpha = ۹۰^\circ]{I_۲ = ۵A\ ,\ \ell_۲ = ۶۰\,cm = ۰/۶\,m} F_۲ = ۵\times۰/۶\times۲\times۱۰^{-۲}\times\sin۹۰^\circ = ۰/۰۶N$$

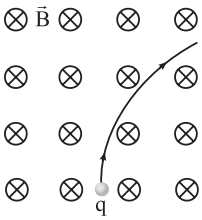
با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت این نیرو در سوی مثبت محور xها به دست می‌آید:



$$\vec{F}_۲ = (۰/۰۶N)\,\vec{i}$$

تست و پاسخ ۱۰۰

در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی q، با تندی $۲\times۱۰^۳\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سو به بزرگی $B = ۴۰۰\,mT$ شده و تحت تأثیر نیروی مغناطیسی، مسیر مشخص‌شده را طی می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره $۰/۰۴\,N$ باشد، q برحسب میکروکولن کدام است؟



۱) ۵
۲) −۵
۳) ۵۰
۴) −۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

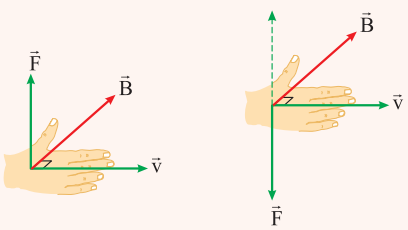
درس‌نامه

۱) اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی متحرک در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = |q|\,v\,B\sin\theta$$

F: اندازهٔ نیروی مغناطیسی (N)
|q|: اندازهٔ بار الکتریکی (C)
v: تندی بار الکتریکی (m/s)
B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)
$\sin\theta$: زاویهٔ بین جهت بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی

۲) قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک: چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت بار متحرک قرار می‌دهیم که اگر آن‌ها را خم کنیم، در جهت بردار میدان مغناطیسی قرار گیرند. در این حالت، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل الف). توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است، به عبارت دیگر با دست چپ تعیین می‌گردد. (شکل ب).



اگر بار ذره مثبت باشد (الف)
اگر بار ذره منفی باشد (ب)

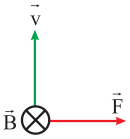
پاسخ تشریحی **گام اول:** با معلوم‌بودن اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره می‌توان نوشت:

$$F = |q|\,v\,B\sin\theta \xrightarrow[B = ۴۰۰mT = ۴۰۰\times۱۰^{-۳}\,T\ ,\ \theta = ۹۰^\circ]{F = ۰/۰۴\,N\ ,\ v = ۲\times۱۰^۳\,m/s} ۰/۰۴ = |q|\times۲\times۱۰^۳\times۴۰۰\times۱۰^{-۳}\times۱$$

$$\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۲} = |q|\times۲\times۴\times۱۰^۲ \Rightarrow |q| = \frac{۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^۲} = ۰/۵\times۱۰^{-۴}C = ۵۰\times۱۰^{-۶}C \Rightarrow |q| = ۵۰\,\mu C$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

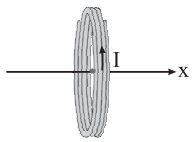
گام دوم: نیروی واردشده بر ذرهٔ باردار هنگام ورود به میدان مغناطیسی، به طرف راست است؛ بنابراین جهت این نیرو برخلاف قاعدهٔ دست راست یا در واقع منطبق با دست چپ است:



یعنی $q<0$ است و داریم: $q=-50\,\mu C$

تست و پاسخ ۱۰۱

در شکل زیر، سطح پیچهٔ مسطحی به قطر $40\,cm$ و تعداد دورِ ۸۰، بر محور x عمود است. اگر جریان $I=4\,A$ از پیچه عبور کند، میدان مغناطیسی در مرکز پیچه برحسب گاوس کدام است؟ $(\mu_0=12/5\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A})$



۱) $-10\,\vec{i}$
۲) $-20\,\vec{i}$
۳) $10\,\vec{i}$
۴) $20\,\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس‌نامه

اگر پیچه‌ای شامل N حلقهٔ نزدیک به هم با شعاع یکسان r داشته باشیم، آن را یک پیچهٔ مسطح می‌نامیم و اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز آن، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$B=\frac{\mu_0 N I}{2r}$$

B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

μ_0: تراوایی مغناطیسی خلأ که برابر $4\pi\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A}$ است.

N: تعداد حلقه‌ها

I: جریان الکتریکی عبوری از پیچه (A)

r: شعاع حلقه‌ها (m)

این میدان مغناطیسی در راستای محور عمود بر مرکز پیچه است و جهت آن با استفاده از قاعدهٔ دست راست تعیین می‌گردد؛ به طوری که اگر انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان بگیریم، جهت بسته‌شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز این پیچهٔ مسطح را به دست می‌آوریم:

$$B=\frac{\mu_0 N I}{2r}\xrightarrow[I=4A\ ,\ 2r=40\,cm=0/4\,m]{\mu_0=12/5\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A}\ ,\ N=80}B=\frac{12/5\times10^{-7}\times80\times4}{0/4}=12/5\times8\times10^{-5}=10^{-3}\,T$$

$$\xrightarrow{1T=10^4\,G}B=10\,G$$

گام دوم: با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت این میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح به طرف چپ خواهد بود؛ یعنی:

$$\vec{B}=-(10\,G)\vec{i}$$

تست و پاسخ ۱۰۲

ضریب القاوری یک سیم‌لولهٔ حامل جریان الکتریکی به طول $30\,cm$ و تعداد دور ۷۵۰، برابر $2/5\,mH$ است. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله در نقطه‌ای روی محور آن برابر $25\,G$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله چند میلی‌ژول است؟ $(\mu_0=12/5\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A})$

۱) ۰/۸
۲) ۸
۳) ۱/۶
۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطهٔ میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله، جریان عبوری از سیم‌لوله را به دست می‌آوریم. سپس به کمک رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله، خواستهٔ تست به دست می‌آید.

درس‌نامه

۱) میدان مغناطیسی داخل یک سیم‌لولهٔ آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌های آن، یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$

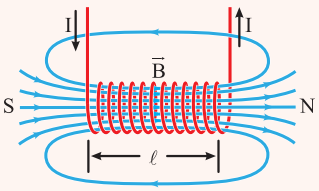
B : اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ که برابر $4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ است.

N : تعداد حلقه‌ها

I : جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله (A)

ℓ : طول سیم‌لوله (m)



۲) انرژی ذخیره‌شده در میدان مغناطیسی یک سیم‌لولهٔ حامل جریان الکتریکی، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

U : انرژی ذخیره‌شده در القاگر (J)

L : ضریب القاوری (H)

I : جریان الکتریکی عبوری از القاگر (A)

پاسخ تشریحی **گام اول:** به کمک مقادیر داده‌شده در سؤال، اندازهٔ جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell} \xrightarrow[B=25G=25\times10^{-4}T\ ,\ \ell=30\,cm=0/3\,m]{\mu_0=12/5\times10^{-7}\frac{T.m}{A}\ ,\ N=750} 25\times10^{-4} = \frac{12/5\times10^{-7}\times750\times I}{0/3} \Rightarrow$$

$$7/5\times10^{-4} = 12/5\times7/5\times10^{-5}\times I \Rightarrow I = \frac{10}{12/5} = 0/8\,A$$

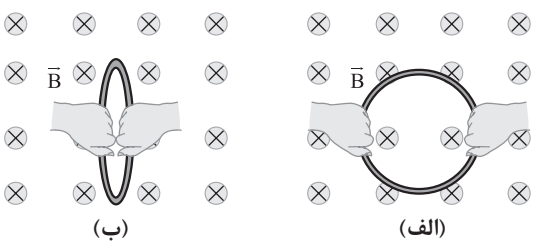
گام دوم: با معلوم‌بودن جریان الکتریکی و ضریب القاوری سیم‌لوله، انرژی ذخیره‌شده در آن را حساب می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \xrightarrow[I=0/8\,A]{L=2/5\,mH=2/5\times10^{-3}H} U = \frac{1}{2}\times2/5\times10^{-3}\times(0/8)^2 = 1/25\times10^{-3}\times0/64$$

$$\Rightarrow U = 0/8\times10^{-3}\,J = 0/8\,mJ$$

تست و پاسخ ۱۰۳

در شکل (الف)، حلقه‌ای رسانا به مقاومت الکتریکی $2/5\,\Omega$، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سویی به اندازهٔ $0/03\,T$ قرار دارد. در مدت $0/2\,s$، مطابق شکل (ب)، مساحت حلقه را $40\,cm^2$ کاهش می‌دهیم. در این بازهٔ زمانی، جریان الکتریکی القایی متوسط در حلقه، چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟



۱) ۲۴ / ۰، پادساعتگرد ۲) ۲۴ / ۰، ساعتگرد ۳) ۶ / ۰، پادساعتگرد ۴) ۶ / ۰، ساعتگرد

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس‌نامه

شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Phi = B A \cos\theta$$

Φ: شار مغناطیسی (Wb)

B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

A: مساحت سطح پیچه (m^2)

θ: زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با میدان مغناطیسی

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱) تغییر هر یک از کمیت‌های A، B و θ می‌تواند شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه را تغییر دهد:

$$\Delta\Phi = (\Delta B)\,A\cos\theta \;,\; \Delta\Phi = B\,(\Delta A)\cos\theta \;,\; \Delta\Phi = B\,A\,(\Delta\cos\theta)$$

۲) اگر در مدت‌زمان Δt، شار مغناطیسی عبوری از پیچه یا سیم‌لوله‌ای که از N دور تشکیل شده است، تغییر کند، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در پیچه، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$|\varepsilon| = \left|\frac{-N\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

($|\varepsilon|$: اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V)، $\Delta\Phi$: تغییر شار مغناطیسی (Wb)، N: تعداد حلقه‌ها، Δt: مدت‌زمان (s))

۳) اندازهٔ جریان الکتریکی القایی متوسط در پیچه یا سیم‌لوله‌ای با مقاومت R از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $I = \frac{|\varepsilon|}{R}$

۴) طبق قانون لنز، جریان الکتریکی القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورندهٔ جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت کند؛ یعنی اگر شار در حال افزایش باشد، جریان در جهتی القا می‌شود که می‌خواهد از افزایش شار جلوگیری کند و اگر شار در حال کاهش باشد، جریان در جهتی القا می‌شود که می‌خواهد از کاهش شار جلوگیری کند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** وقتی مساحت حلقه تغییر می‌کند، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه تغییر می‌کند و جریان الکتریکی در حلقهٔ رسانا القا می‌شود که اندازهٔ متوسط آن برابر است با:

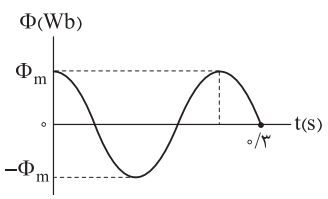
$$|I_{av}| = \left|-\frac{N\,B\,(\Delta A)\cos\theta}{R\,\Delta t}\right| \xrightarrow[R=۲/۵\,\Omega\;,\;\Delta t=۰/۲\,s\;,\;\theta=۰^\circ]{N=۱\;,\;B=۰/۰۳\,T\;,\;\Delta A=-۴۰\times۱۰^{-۴}\,m^۲} I_{av} = \left|-\frac{۱\times۰/۰۳\times(-۴۰)\times۱۰^{-۴}\times۱}{۲/۵\times۰/۲}\right|$$

$$\Rightarrow |I_{av}| = ۰/۲۴\times۱۰^{-۳}\,A = ۰/۲۴\,mA$$

گام دوم: با کاهش مساحت حلقهٔ رسانا، شار مغناطیسی عبوری از آن نیز کاهش می‌یابد. طبق قانون لنز، جهت جریان الکتریکی القایی باید در جهتی باشد که با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند؛ بنابراین جریان الکتریکی القایی باید ساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی ناشی از آن، در داخل حلقه، درون‌سو باشد و به این ترتیب با کاهش شار مخالفت کند.

تست و پاسخ ۱۰۴

نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچهٔ یک مولد جریان متناوب به شکل زیر است. اگر بیشینهٔ جریان عبوری از مولد ۴A باشد، جریان عبوری از آن در لحظهٔ $t = ۰/۱\,s$ چند آمپر است؟



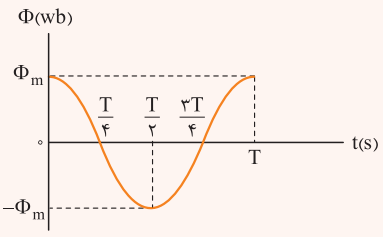
۱) ۲
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس‌نامه

۱) نمودار شار مغناطیسی عبوری از پیچهٔ یک مولد جریان متناوب در یک دوره، به صورت کلی به شکل زیر است:

$$\Phi = \Phi_m \cos\frac{۲\pi}{T}t$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲) معادلهٔ جریان متناوب، به صورت یک تابع سینوسی و با معادلهٔ روبه‌رو بیان می‌شود:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

I : جریان الکتریکی (A)

I_m : بیشینهٔ جریان الکتریکی (A)

T : دورهٔ چرخش (s)

t : زمان (s)

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از زمان داده‌شده در نمودار شار مغناطیسی برحسب زمان، دورهٔ چرخش را به دست می‌آوریم:

$$\frac{5}{4} T = 0/3 \Rightarrow T = \frac{1/2}{5} = 0/24\ s$$

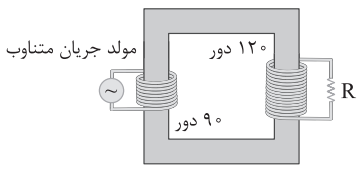
گام دوم: جریان عبوری از پیچه را در لحظهٔ $t = 0/1\ s$ حساب می‌کنیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[T=0/24\ s\ ,\ t=0/1\ s]{I_m = 4\ A} I = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{0/24} \times 0/1\right) \Rightarrow I = 4 \sin \frac{2\pi}{2/4} = 4 \sin \frac{5\pi}{6}$$

$$\xrightarrow{\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}} I = 4 \times \frac{1}{2} = 2A$$

تست و پاسخ ۱۰۵

در مبدل آرمانی شکل زیر، ولتاژ دو سر مقاومت R برابر ۳۶ V است. به ترتیب، ولتاژ مولد جریان متناوب برحسب ولت و نوع این مبدل آرمانی کدام است؟



۱) ۲۷، مبدل کاهنده

۲) ۲۷، مبدل افزاینده

۳) ۴۸، مبدل کاهنده

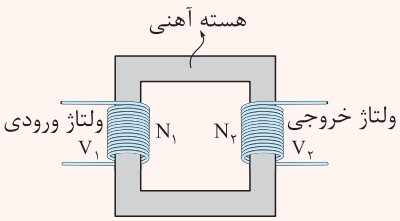
۴) ۴۸، مبدل افزاینده

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس‌نامه

مبدل وسیله‌ای است که ولتاژ را به مقدار مورد نیاز تغییر می‌دهد. هر مبدل شامل دو پیچه با تعداد دورهای متفاوت است که به دور یک هستهٔ آهنی پیچیده شده‌اند.

در یک مبدل آرمانی (بدون اتلاف انرژی) می‌توان نوشت:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

V_1 : ولتاژ ورودی یا اولیه (منبع)

V_2 : ولتاژ خروجی یا ثانویه (مصرف‌کننده)

N_1 : تعداد دورهای ورودی یا اولیه

N_2 : تعداد دورهای خروجی یا ثانویه

- اگر $V_2 > V_1$ باشد، مبدل افزاینده است و اگر $V_2 < V_1$ باشد، مبدل کاهنده است.
- توجه داشته باشید که مبدل‌ها فقط با جریان متناوب کار می‌کنند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** رابطهٔ مبدل را می‌نویسیم و از آن‌جا مقدار ولتاژ مولد جریان متناوب (V_1) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow[N_2=120\ ,\ N_1=90]{V_2 = 36V} \frac{36}{V_1} = \frac{120}{90} \Rightarrow V_1 = \frac{36 \times 90}{120} \Rightarrow V_1 = \frac{36 \times 3}{4} = 27\ V$$

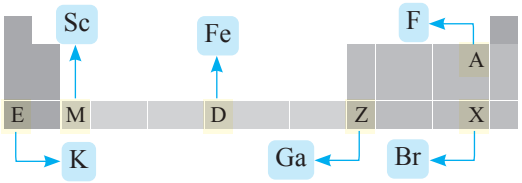
گام دوم: از آن‌جا که $V_2 > V_1$ است، مبدل از نوع افزاینده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی یازدهم

تست و پاسخ ۱۰۶

با توجه به جدول مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، هر یک از توصیف‌های زیر (به ترتیب از راست به چپ) را به کدام عنصر نشان‌داده‌شده در آن می‌توان نسبت داد؟



- هالوژنی که در دمای ۱۷۳ کلوین می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.
- عنصر اصلی که شعاع اتمی آن، از هر دو شبه‌فلز گروه ۱۴، بزرگ‌تر است. ← Si, Ge
- اتمی که آرایش یون سه بار مثبت آن، مشابه گاز نجیب نیست. ← دستهٔ s یا p

۱) D ، E ، X
۲) M ، Z ، X
۳) M ، E ، A
۴) Z ، Z ، A

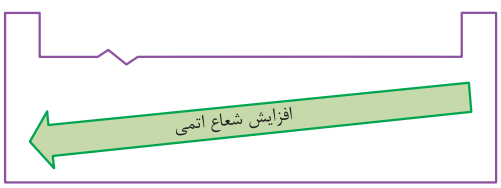
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی عبارت‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

- دمای ۱۷۳ کلوین، معادل $-100^\circ C$ است. تنها هالوژنی که در این دما می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد، فلوئور ($_9F$) است. ⇐ A

نکته واکنش‌پذیری در گروه هالوژن‌ها، از بالابه‌پایین کاهش می‌یابد، به همین دلیل دمای مورد نیاز برای انجام واکنش بین هالوژن و گاز هیدروژن، افزایش می‌یابد.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-200^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400^\circ C$ واکنش می‌دهد.



- در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالابه‌پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد. شبه‌فلزهای گروه ۱۴، $_{14}Si$ و $_{32}Ge$ هستند. شعاع اتمی عنصرهای اصلی E و Z که در سمت چپ و پایین‌تر از این عنصرها قرار دارند، از آن‌ها بزرگ‌تر است ⇐ E یا Z

- عنصرهای D، M و Z می‌توانند یون سه بار مثبت تشکیل دهند که آرایش الکترونی D^{3+} و Z^{3+} مشابه گاز نجیب نیست ⇐ D یا Z

$$_{21}M: [_{18}Ar]\,3d^1 4s^2 \Rightarrow {}_{21}M^{3+}: [_{18}Ar]$$

$$_{26}D: [_{18}Ar]\,3d^6 4s^2 \Rightarrow {}_{26}D^{3+}: [_{18}Ar]\,3d^5$$

$$_{31}Z: [_{18}Ar]\,3d^{10} 4s^2 4p^1 \Rightarrow {}_{31}Z^{3+}: [_{18}Ar]\,3d^{10}$$

تست و پاسخ ۱۰۷

کدام گزینه در مورد نفت خام درست است؟

۱) در آن، مقدار قابل توجهی نمک و اسید وجود دارد که در برج تقطیر، باید از آن جدا شوند.
۲) دارای دو نقش اساسی است که نقش نخست و مهم‌تر آن، مادهٔ اولیه برای تولید کالاها است.
۳) در فرایند تقطیر آن، هر چه نقطهٔ جوش یک هیدروکربن بیشتر باشد، در سینی‌های بالاتر برج تقطیر از نفت جدا می‌شود.
۴) از یک بشکهٔ آن، حدود ۱۴۳ لیتر صرف سوزاندن و تأمین انرژی می‌شود. ← ۱۵۹ لیتر

پاسخ: گزینهٔ ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نکته روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود. هر بشکه نفت خام هم‌ارز با ۱۵۹ لیتر است.

سهم روزانهٔ مصرف نفت خام:
- بیش از ۹۰٪ برای تأمین انرژی:
  - حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت
  - حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- کم‌تر ۱۰٪ از برای تهیهٔ مواد

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) مقدار نمک‌ها و اسیدها در نفت خام، کم است. در ضمن، این مواد قبل از پالایش نفت خام در برج تقطیر، از آن جدا می‌شوند.

۲) نقش اول و مهم‌تر نفت، تأمین انرژی است.

۳) در برج تقطیر، از بالا به پایین، نقطهٔ جوش افزایش می‌یابد و موادی با نقطهٔ جوش بالاتر، از سینی‌های پایین‌تر خارج می‌شوند.

۴) حدود ۹۰ درصد نفت خام برای تأمین انرژی استفاده می‌شود. با توجه به این‌که هر بشکه نفت خام، معادل با ۱۵۹ لیتر است، خواهیم داشت:

$$\text{حجم نفت برای تأمین انرژی} = \frac{۹۰}{۱۰۰} \times ۱۵۹ \simeq ۱۴۳\,L$$

تست و پاسخ ۱۰۸

۶۸/۸ گرم $Cu_۳FeS_۳$ با خلوص ۷۵ درصد، با چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP واکنش می‌دهد و گاز تولیدشده، در واکنش با مقدار کافی کلسیم اکسید با بازدهی ۸۰ درصد، چند گرم فراورده تولید می‌کند؟

(معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود؛ $O=۱۶, S=۳۲, Ca=۴۰, Fe=۵۶, Cu=۶۴ : g\cdot mol^{-۱}$)

I) $Cu_۳FeS_۳(s) + O_۲(g) \rightarrow Cu(s) + FeO(s) + SO_۲(g)$

II) $SO_۲(g) + CaO(s) \rightarrow CaSO_۳(s)$

۱) ۱۱/۷۶ و ۲/۴۳ ۲) ۱۹/۶ و ۲/۴۳ ۳) ۱۱/۷۶ و ۷۲ ۴) ۱۹/۶ و ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا معادلهٔ واکنش‌ها را موازنه کن و بعد به کمک جرم واکنش‌دهندهٔ ناخالص و درصد خلوص آن، حجم گاز مصرف‌شده را به دست بیار. برای قسمت دوم سؤال هم، از حجم گاز اکسیژن به دست اومده از واکنش اول، مول $SO_۲$ را به دست بیار و به کمک آن، جرم فراوردهٔ تولیدشده در واکنش دوم را محاسبه کن.

پاسخ تشریحی معادلهٔ موازنه‌شده واکنش‌ها به صورت مقابل است:

$$I)\ ۲Cu_۳FeS_۳ + ۷O_۲ \rightarrow ۶Cu + ۲FeO + ۶SO_۲$$
$$II)\ SO_۲ + CaO \rightarrow CaSO_۳$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$۶۸/۸\,g\ Cu_۳FeS_۳\ \text{ناخالص} \times \frac{۷۵\,g\ Cu_۳FeS_۳\ \text{خالص}}{۱۰۰\,g\ Cu_۳FeS_۳\ \text{ناخالص}} \times \frac{۱\,mol\ Cu_۳FeS_۳}{۳۴۴\,g\ Cu_۳FeS_۳\ \text{خالص}}$$
$$\times \frac{۷\,mol\ O_۲}{۲\,mol\ Cu_۳FeS_۳} \times \frac{۲۲/۴\,L\ O_۲}{۱\,mol\ O_۲} = \frac{\overset{۰/۲}{۶۸/۸} \times \overset{۳}{۷۵} \times ۷ \times ۲۲/۴}{\underset{۴}{۱۰۰} \times \underset{۱}{۳۴۴} \times ۲} = ۰/۳ \times ۷ \times ۵/۶ = ۱۱/۷۶\,L\ O_۲$$

برای قسمت دوم سؤال، باید از جرم $Cu_۳FeS_۳$ یا حجم $O_۲$ در واکنش اول، ابتدا مول $SO_۲$ را پیدا کنیم و بعد به کمک واکنش دوم، جرم $CaSO_۳$ تولیدشده را به دست آوریم:

$$۱۱/۷۶\,L\ O_۲ \times \frac{۱\,mol\ O_۲}{۲۲/۴\,L\ O_۲} \times \frac{۶\,mol\ SO_۲}{۷\,mol\ O_۲} \times \frac{۱\,mol\ CaSO_۳}{۱\,mol\ SO_۲} \times \frac{۱۲۰\,g\ CaSO_۳}{۱\,mol\ CaSO_۳}$$
$$\times \frac{۸۰\,g\ CaSO_۳\ \text{عملی}}{۱۰۰\,g\ CaSO_۳\ \text{نظری}} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۱۱/۷۶}} \times ۶ \times ۱۲۰ \times ۸}{\underset{۴۰}{۲۲/۴} \times \underset{۱}{۷} \times ۱۰} = \frac{۳ \times ۶ \times ۳ \times ۸}{۱۰} = ۴۳/۲\,g\ CaSO_۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

روش دوم: استفاده از کسر تناسب: برای قسمت اول سؤال خواهیم داشت:

$$2Cu_2FeS_3 \sim 7O_2 \sim 6SO_2$$

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times\text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Cu_2FeS_3}}=\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}_{O_2}}=\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{SO_2}}\Rightarrow$$

$$\frac{68/8\times\frac{75}{100}}{2\times344}=\frac{x}{7\times22/4}=\frac{y}{6}\Rightarrow\begin{cases}x=11/76\,L\,O_2\\y=0/45\,mol\,SO_2\end{cases}$$

حالا با توجه به معادلهٔ واکنش دوم خواهیم داشت:

$$SO_2 \sim CaSO_3$$

$$\frac{\frac{\text{بازده درصدی}}{100}\times\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{SO_2}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CaSO_3}}\Rightarrow\frac{0/45\times\frac{80}{100}}{1}=\frac{x}{1\times120}\Rightarrow x=43/2\,g\,CaSO_3$$

تست و پاسخ ۱۰۹

با توجه به دو فرایند زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده درست است؟

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH+2CO_2$$

a) تخمیر بی‌هوازی گلوکز b) استخراج مس از مس (I) سولفید در معدن مس سرچشمهٔ کرمان

$$Cu_2S+O_2 \rightarrow 2Cu+SO_2$$

الف) هر دو واکنش، روی محیط زیست تأثیر زیان‌باری دارند.

ب) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش b، بیشتر از a است.

پ) فراوردهٔ گازی هر دو واکنش، در سوختن زغال‌سنگ نیز تولید می‌شود. (SO_2, CO_2)

ت) واکنش‌دهندهٔ مورد استفاده برای استخراج آهن از سنگ معدن آن در شرکت فولاد مبارکه، همان واکنش‌دهندهٔ مورد استفاده در فرایند (b) است. (C)

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ ت ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی: عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

a) $C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq)+2CO_2(g)$

b) $Cu_2S(s)+O_2(g) \rightarrow 2Cu(s)+SO_2(g)$

الف) با توجه به تولید گازهای آلایندهٔ CO_2 و SO_2 در دو واکنش، این فرایندها تأثیر زیان‌باری روی محیط زیست دارند.

ب) در هر دو معادله، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۵ است.

پ) CO_2 و SO_2 در سوختن زغال‌سنگ نیز تولید می‌شوند.

ت) برای استخراج مس در شرکت مس سرچشمه، از اکسیژن (O_2)، اما برای استخراج آهن در شرکت فولاد مبارکه همانند همهٔ شرکت‌های فولاد جهان، از کربن (C) استفاده می‌شود.

$$2Fe_2O_3+3C \rightarrow 4Fe+3CO_2$$

تست و پاسخ ۱۱۰

مخلوطی از گازهای اتیلن (C_2H_4) و استیلن (C_2H_2) که در مجموع ۲۰۰ لیتر حجم دارند را با مقدار کافی برم مایع وارد واکنش می‌کنیم. اگر با جذب ۱۶۰۰ گرم برم مایع، هر دو گاز اتیلن و استیلن به طور کامل به ترکیبات سیرشده تبدیل شوند، درصد مولی گاز استیلن در مخلوط اولیه کدام است؟ (حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۲۵ لیتر در نظر بگیرید، $H=1, C=12, Br=80: g\cdot mol^{-1}$)

۱) ۲۵ ۲) ۷۵ ۳) ۵۰ ۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نکته آلکن‌ها و آلکین‌ها ترکیباتی سیرنشده هستند که می‌توانند با هالوژن‌ها واکنش دهند و ترکیبات سیرشده تولید کنند. هر مول از آلکن‌ها به دلیل وجود یک پیوند دوگانه، با یک مول هالوژن و هر مول از آلکین‌ها به دلیل وجود یک پیوند سه‌گانه، با دو مول هالوژن واکنش می‌دهد:

واکنش آلکن‌ها با هالوژن‌ها: $C_nH_{2n} + X_2 \rightarrow C_nH_{2n}X_2$

واکنش آلکین‌ها با هالوژن‌ها: $C_nH_{2n-2} + 2X_2 \rightarrow C_nH_{2n-2}X_4$

پاسخ تشریحی **گام اول:** معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های گاز اتیلن (اتن) با فرمول شیمیایی C_2H_4 با گاز برم مایع (واکنش I) و گاز استیلن (اتین) با فرمول شیمیایی C_2H_2 با برم مایع (واکنش II) را می‌نویسیم:

$$I)\ C_2H_4(g) + Br_2(l) \rightarrow C_2H_4Br_2(l)$$

$$II)\ C_2H_2(g) + 2Br_2(l) \rightarrow C_2H_2Br_4(l)$$

گام دوم: اگر شمار مول‌های اولیهٔ گازهای اتیلن و استیلن را به ترتیب x و y در نظر بگیریم؛ با توجه به حجم اولیه گازهای اتیلن و استیلن و جرم برم مایع مصرف‌شده در دو واکنش انجام‌شده، می‌توان به روابطی از مقادیر x و y دست یافت:

$$I)\ x\ mol\ C_2H_4(g) \sim x\ mol\ Br_2(l)$$

$$II)\ y\ mol\ C_2H_2(g) \sim 2y\ mol\ Br_2(l)$$

مجموع شمار مول‌های اولیه گازها C_2H_4 و C_2H_2: $200\,L \times \frac{1\,mol}{25\,L} = 8\,mol$

$$\Rightarrow x + y = 8$$

شمار مول‌های Br_2 مصرف‌شده در واکنش‌ها: $1600\,g\,Br_2 \times \frac{1\,mol\,Br_2}{160\,g\,Br_2} = \frac{1600}{160} = 10\,mol\,Br_2$

$$\Rightarrow x + 2y = 10$$

گام سوم: مقادیر x و y، یعنی شمار مول‌های اولیهٔ گازهای مورد نظر را به دست می‌آوریم. در نهایت درصد مولی گاز استیلن در مخلوط اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\times(-)\begin{cases} x + 2y = 10 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$y = 2, x = 6$$

درصد مولی گاز C_2H_2 در مخلوط اولیه $= \frac{\text{شمار مول } C_2H_2}{\text{مجموع شمار مول گاز}} \times 100$

$$\Rightarrow \text{درصد مولی گاز } C_2H_2 \text{ در مخلوط اولیه} = \frac{2}{6+2} \times 100 = \frac{2}{8} \times 100 = \frac{1}{4} \times 10\% = 25$$

تست و پاسخ ۱۱۱

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) رابطهٔ نقطهٔ جوش آلکان‌های راست‌زنجیر با تعداد اتم‌های کربن آن‌ها، همانند رابطهٔ واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با شعاع اتمی آن‌ها است.

ب) نام ترکیب $CH_3CH(CH_3)(CH_2)_3CH(C_2H_5)_2$، ۳ ـ اتیل ـ ۶ ـ متیل اوکتان است.

پ) برای سوختن کامل دو مول از آلکنی که در ساختار پیوند ـ خط آن، ۴ خط وجود دارد، به ۶ مول گاز اکسیژن نیاز است.

ت) شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن، چهار برابر شمار اتم‌های کربنی در آن است که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند. $C_{10}H_8$

۱) الف ـ ت ۲) الف ـ پ ـ ت ۳) ب ـ پ ـ ت ۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۱

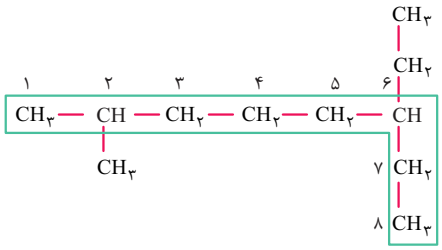
پاسخ تشریحی موارد «الف» و «ت» درست هستند.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بررسی عبارت‌ها:

الف) در آلکان‌های راست‌زنجیر، با افزایش شمار اتم‌های کربن و به دنبال آن افزایش نیروی جاذبهٔ بین مولکولی، نقطهٔ جوش افزایش می‌یابد؛ از طرفی در گروه‌های فلزی مانند فلزهای قلیایی خاکی، از بالابه‌پایین، با افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی و واکنش‌پذیری آن‌ها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه رابطهٔ نقطهٔ جوش آلکان‌های راست‌زنجیر با تعداد اتم‌های کربن آن‌ها، همانند رابطهٔ واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با شعاع اتمی آن‌ها، مستقیم است.

ب) ساختار گسترده و نام آلکان داده‌شده به صورت زیر است:

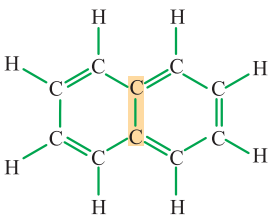


۶ ـ اتیل ـ ۲ـ متیل اوکتان

پ) برای آلکنی که در ساختار پیوند ـ خط خود، ۴ خط دارد، می‌توان ساختارهای  یا را در نظر گرفت (C_4H_8)، که برای سوختن کامل دو مول از آن، به ۱۲ مول گاز اکسیژن نیاز است:

$$C_4H_8 + 6O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O$$

ت) مولکول نفتالن با فرمول شیمیایی $C_{10}H_8$، ساختار گسترده‌ای به صورت زیر دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:



نفتالن ($C_{10}H_8$)

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار اتم‌های کربنی که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند}} = \frac{8}{2} = 4$$

تکنیک بعد از بررسی عبارت «الف» متوجه شدیم که این عبارت درسته، پس ۳ و ۴ پَر! عبارت «ت» هم مشترکه؛ پس کافیه فقط عبارت «پ» رو بررسی کنی تا به جواب برسی!

تست و پاسخ ۱۱۲

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام گزینه، مقایسهٔ درستی را نشان می‌دهد؟

$$C_6H_{12}O_6(l) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l) \quad , \quad |\Delta H| = a$$

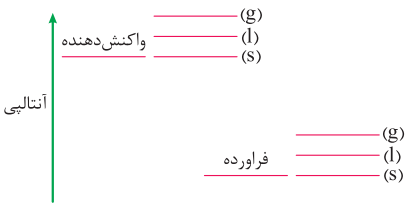
$$C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(g) \quad , \quad |\Delta H| = b$$

$$C_6H_{12}O_6(l) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(g) \quad , \quad |\Delta H| = c$$

۱) $a > b > c$ ۲) $a > c > b$ ۳) $b > a > c$ ۴) $b > c > a$

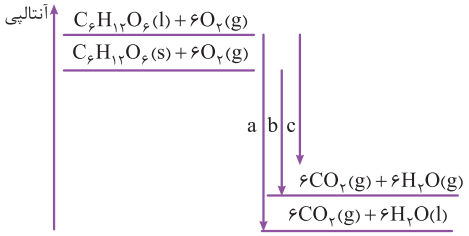
پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی واکنش‌های داده‌شده، واکنش سوختن کامل گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) را نشان می‌دهند؛ واکنش‌های سوختن، گرماده با ΔH منفی می‌باشند و تفاوت واکنش‌های مورد نظر، فقط در حالت فیزیکی گلوکز و آب است. می‌دانیم که اگر واکنشی گرماده باشد، نمودار زیر را برای آن خواهیم داشت:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

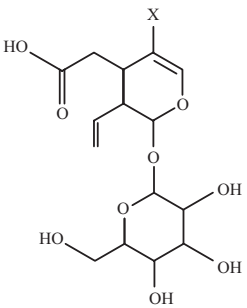
با توجه به نمودار زیر، واکنشی که در سمت واکنش‌دهندهٔ آن گلوکز مایع (l) و سمت فراوردهٔ آن، آب (l) وجود دارد، $|\Delta H|$ بزرگ‌تر و واکنشی که سمت واکنش‌دهندهٔ آن، گلوکز جامد (s) و سمت فراوردهٔ آن، بخار آب (g) وجود دارد، $|\Delta H|$ کوچک‌تری دارد:



$\Rightarrow$ مقایسهٔ اندازهٔ آنتالپی واکنش‌های داده‌شده: $a > c > b$

تست و پاسخ ۱۱۳

اگر ساختار داده‌شده مربوط به ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{22}O_{11}$ باشد، کدام مطلب دربارهٔ این ترکیب نادرست است؟ (X یک گروه است که باید جایگزین شود؛ $H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1}$)



۱) به جای گروه X در ساختار آن، باید یک گروه کربوکسیل قرار گیرد. ← —COOH

۲) شمار پیوندهای دوگانه در آن، با شمار گروه‌های هیدروکسیل برابر است. ← —OH

۳) در ساختار آن، ۵۰ پیوند یگانه بین اتم‌ها وجود دارد.

۴) ترکیبی سیرنشده است که در اثر واکنش هر مول از آن با مقدار کافی گاز هیدروژن، چهار گرم افزایش جرم پیدا می‌کند. ← دارای پیوند C=C

پاسخ: گزینهٔ ۳

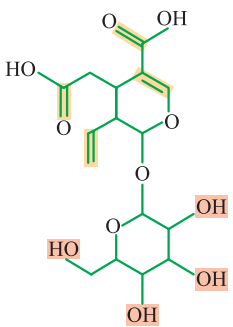
پاسخ تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

۱) با شمردن تعداد اتم‌های موجود در ساختار، به فرمول $C_{15}H_{21}O_9X$ می‌رسیم؛ پس به جای X باید یک گروه —COOH قرار داده شود:

$$C_{15}H_{21}O_9X \xrightarrow{X=COOH} C_{16}H_{22}O_{11}$$

۲) با قراردادن گروه کربوکسیل ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$) به جای X، تعداد پیوندهای دوگانه به چهار عدد می‌رسد. تعداد گروه‌های هیدروکسیل (OH) نیز در این ترکیب چهار عدد است. دقت کنید که *به وقت* OH موجود در گروه کربوکسیل (—COOH) را جزء هیدروکسیل (—OH) در نظر نگیرید!



۳) برای به‌دست‌آوردن شمار پیوندهای یگانه، ابتدا تعداد کل پیوندها را با استفاده از فرمول به دست آورده و سپس تعداد پیوندهای دوگانه را از تعداد کل کم می‌کنیم.

نکته برای محاسبهٔ شمار پیوندهای اشتراکی در ترکیب‌های آلی شامل C، N، O و H می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{شمار اتم‌های هیدروژن}\times 1)+(\text{شمار اتم‌های اکسیژن}\times 2)+(\text{شمار اتم‌های نیتروژن}\times 3)+(\text{شمار اتم‌های کربن}\times 4)}{2}$$

$$\text{شمار کل پیوندها} = \frac{4C+3N+2O+H}{2} = \frac{(4\times 16)+(2\times 11)+22}{2} = 54$$

$$\text{شمار پیوندهای یگانه} = \text{شمار کل پیوندها} - 2(\text{شمار پیوند دوگانه}) = 54-2(4) = 46$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴) این ترکیب دارای دو پیوند $C=C$ می‌باشد؛ بنابراین هر مول از آن می‌تواند با دو مول گاز هیدروژن واکنش دهد و به ترکیبی سیرشده تبدیل شود.

مقدار افزایش جرم یک مول ترکیب $= ۲H_۲ = ۲(۲g.mol^{-۱}) = ۴g$

تست و پاسخ ۱۱۴

ارزش سوختی یک خوراکی فاقد پروتئین، برابر $۱۷/۶kJ.g^{-۱}$ است. اگر ۱۵ درصد جرمی این خوراکی چربی باشد، درصد جرمی کربوهیدرات این مادهٔ غذایی چقدر است و در صورتی که آهنگ مصرف انرژی هنگام دویدن فردی، ۲۵۶۰ کیلوژول در هر ساعت باشد، با مصرف ۸۰ گرم از این خوراکی، این فرد چند دقیقه می‌تواند بدود؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات و چربی به ترتیب برابر ۱۷ و ۳۸ کیلوژول بر گرم است.)

۱) ۷۰ ـ ۵۵ ۲) ۷۰ ـ ۳۳ ۳) ۷۵ ـ ۵۵ ۴) ۷۵ ـ ۳۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا درصد جرمی کربوهیدرات را باتوجه به ارزش سوختی خوراکی و درصد جرمی چربی موجود درآن محاسبه کن، سپس با توجه به جرم خوراکی و آهنگ مصرف انرژی هنگام دویدن، مدت‌زمان (برحسب دقیقه) را به دست بیار.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به اطلاعات داده‌شده، می‌توان گفت که انرژی آزادشده از خوردن خوراکی مورد نظر، برابر مجموع انرژی‌های آزادشده از کربوهیدرات و چربی موجود در آن خوراکی است؛ بنابراین اگر فرض کنیم که یک گرم از خوراکی مورد نظر را داشته باشیم، درصد کربوهیدرات این مادهٔ غذایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{انرژی آزادشده از سوختن خوراکی} = \text{جرم آن} \times \text{ارزش سوختی خوراکی}$$

$$= \underbrace{(\text{ارزش سوختی کربوهیدرات} \times \text{جرم آن} \times \text{درصد جرمی کربوهیدرات})}_{\text{انرژی آزادشده از سوختن کربوهیدرات موجود در خوراکی}} + \underbrace{(\text{ارزش سوختی چربی} \times \text{جرم آن} \times \text{درصد جرمی چربی})}_{\text{انرژی آزادشده از سوختن چربی موجود در خوراکی}}$$

$$۱۷/۶ = (\frac{۱۵}{۱۰۰} \times ۳۸) + (\frac{x}{۱۰۰} \times ۱۷) \Rightarrow ۱۷/۶ = ۵/۷ + ۰/۱۷x$$

$$\Rightarrow ۱۱/۹ = ۰/۱۷x \Rightarrow x = \frac{۱۱/۹}{۰/۱۷} = ٪۷۰$$

گام دوم: با توجه به اطلاعات داده‌شده، مدت‌زمان دویدن فرد مورد نظر را پس از مصرف ۸۰ گرم از خوراکی، به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$۸۰g\ \text{خوراکی} \times \frac{۱۷/۶\ kJ}{۱g\ \text{خوراکی}} \times \frac{۱h}{۲۵۶۰kJ} \times \frac{۶۰min}{۱h} = \frac{۸۰ \times ۱۷/۶ \times ۶۰}{۲۵۶۰} = ۳۳min$$

تست و پاسخ ۱۱۵

کدام مورد درست است؟

۱) ریزمغذی‌ها، ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای هستند که منشأ تولید رادیکال‌های آزاد در بدن به حساب می‌آیند.

۲) سهم تولید گاز کربن دی‌اکسید در ردپای غذا، به مراتب کم‌تر از سوختن سوخت‌ها در خودروها و کارخانه‌هاست.

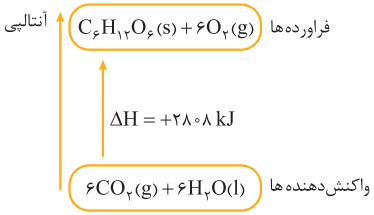
۳) در واکنش فتوسنتز، مجموع آنتالپی مواد فراورده بیشتر از مجموع آنتالپی مواد واکنش‌دهنده است. ← **وارونهٔ سوختن گلوکز**

۴) محتوای انرژی یک ماده، برابر با انرژی جنبشی حاصل از جنبش‌های نامنظم ذرات سازندهٔ آن ماده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی واکنش فتوسنتز، یک فرایند گرماگیر است. در فرایندهای گرماگیر، مجموع آنتالپی فراورده‌ها، بیشتر از مجموع آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها است و علامت ΔH، مثبت می‌باشد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ریزمغذی‌ها، ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند و برخی از آن‌ها به عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. (نه این‌که منشأ تولید رادیکال‌های آزاد در بدن به حساب آیند!)

۲) سهم تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه گاز کربن دی‌اکسید در ردپای غذا، به مراتب **بیشتر** از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

۴) محتوای انرژی یک ماده، برابر با مجموع انرژی جنبشی حاصل از جنبش‌های نامنظم ذرات سازندهٔ آن و مجموع انرژی پتانسیل ذرات سازندهٔ ماده که ناشی از نیروهای نگهدارندهٔ آن‌ها است، می‌باشد.

تست و پاسخ ۱۱۶

بین تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنشی فرضی، رابطهٔ زیر برقرار است: (مادهٔ C واکنش‌دهنده است.)

$$\frac{-\Delta n(D)}{3\Delta t}=\frac{+\Delta n(A)}{2\Delta t}=\frac{-\bar{R}(C)}{3}=-0/4\frac{\Delta n(B)}{\Delta t}$$

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ واکنش انجام‌شده، درست است؟

- **اگر در یک مدت‌زمان معین، شمار مول‌های C، ۱/۲ واحد تغییر کند، شمار مول‌های B در نصف این مدت، ۰/۵ مول تغییر خواهد کرد.**
- **سرعت متوسط مصرف مادهٔ D، ۶ برابر سرعت متوسط واکنش است.**
- **اگر غلظت نهایی مادهٔ B(g)، دو برابر مادهٔ A(g) باشد، نمودار «غلظت ـ زمان» این دو ماده در هیچ نقطه‌ای همدیگر را قطع نخواهد کرد.**
- **شیب نمودار «مول ـ زمان» برای ماده‌های C و D، معکوس یکدیگر است.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است: $aA+bB\rightarrow cC+dD$

$$\bar{R}(\text{واکنش})=\frac{\bar{R}(A)}{a}=\frac{\bar{R}(B)}{b}=\frac{\bar{R}(C)}{c}=\frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش})=\frac{-\Delta n(A)}{a\Delta t}=\frac{-\Delta n(B)}{b\Delta t}=\frac{\Delta n(C)}{c\Delta t}=\frac{\Delta n(D)}{d\Delta t}$$

پاسخ تشریحی همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

ابتدا رابطهٔ داده‌شده را (با توجه به ضریب منفی $\bar{R}(C)$ قرینه کرده و بر کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد موجود در صورت کسرها تقسیم می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\times(-\frac{1}{2})}\frac{+\Delta n(D)}{6\Delta t}=\frac{-\Delta n(A)}{4\Delta t}=\frac{-\Delta n(C)}{6\Delta t}=\frac{+\Delta n(B)}{5\Delta t}$$

بنابراین معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت روبه‌رو خواهد بود: $4A+6C\rightarrow 6D+5B$

(دقت کنید علامت منفی در هر کسر، نشان‌دهندهٔ واکنش‌دهنده و علامت مثبت نشان‌دهندهٔ فراورده‌بودن آن ماده است.)

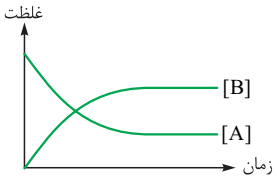
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: از آن‌جایی که سرعت واکنش ثابت نیست (جایی در سؤال ذکر نشده)، نمی‌توان در مورد سرعت و تغییر مقدار مواد در بازه‌های متفاوت اظهار نظر کرد. ✗

عبارت دوم: مادهٔ D فراورده است و به جای واژهٔ سرعت متوسط مصرف باید از واژهٔ سرعت متوسط تولید استفاده کرد. ✗

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

عبارت سوم: از آن‌جایی که مادهٔ B فراورده و A واکنش‌دهنده است، اگر غلظت نهایی مادهٔ B بیشتر از A باشد، قطعاً نمودار آن‌ها همدیگر را قطع خواهد کرد. ✗



عبارت چهارم: ضریب دو مادهٔ C و D در واکنش برابر است، اما C واکنش‌دهنده و D فراورده است، پس شیب نمودار «مول ـ زمان» آن‌ها قرینهٔ یکدیگر است نه معکوس! ✗

تست و پاسخ ۱۱۷

هر یک از ویژگی‌های زیر را به ترتیب به کدام نوع پلی‌اتن می‌توان نسبت داد؟

- **پلیمری شفاف و انعطاف‌پذیر است.**
- **روی سطح آب شناور می‌ماند.**
- **در فرایند تشکیل آن، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر افزوده شده‌اند.**
- **برای ساخت لوله‌های پلاستیکی و دبه‌های آب از آن استفاده می‌شود.**

۱) سبک ـ سبک ـ سنگین ـ سنگین
۲) سبک ـ سنگین ـ سبک ـ سنگین
۳) سنگین ـ سبک ـ سبک ـ سنگین
۴) سنگین ـ سبک ـ سبک ـ سبک

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس‌نامه مقایسهٔ ویژگی‌های پلی‌اتن سبک و سنگین

ویژگی / نوع پلی‌اتن	سبک	سنگین
ساختار	شاخه‌دار	بدون شاخه
فرمول مولکولی	$(C_2H_4)_n$	$(C_2H_4)_n$
نوع نیروی بین مولکولی	وان‌دروالسی	وان‌دروالسی
شفاف یا کدر بودن	شفاف	کدر
کاربرد	ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف	ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب بازی
چگالی	$0/92\,g\cdot cm^{-3}$	$0/97\,g\cdot cm^{-3}$
سختی و استحکام، چگالی، نقطهٔ ذوب و قدرت نیروهای بین مولکولی	پلی‌اتن سبک < پلی‌اتن سنگین	

پاسخ تشریحی بررسی موارد:

- پلی‌اتن سبک یا شاخه‌دار، شفاف و انعطاف‌پذیر است ← سبک
- هر دو پلیمر، چگالی کم‌تری نسبت به آب $(d = 1\,g\cdot mL^{-1})$ دارند و روی آب شناور می‌مانند ← سبک و سنگین
- در فرایند تولید پلی‌اتن شاخه‌دار، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر اضافه می‌شوند ← سبک
- برای ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف، از پلی‌اتن سبک و برای ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب بازی، از پلی‌اتن سنگین استفاده می‌شود ← سنگین

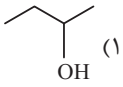
دام‌تستی در این‌جور سؤالات سعی کن که اکثر موارد را بررسی کنی تا مثل عبارت دوم یه *وقت* اشتباه نکنی. اغلب دانش‌آموزان فکر می‌کنند که فقط پلی‌اتن سبک روی آب شناور می‌ماند و سریع ۱ را به اشتباه انتخاب می‌کنند.

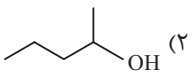
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

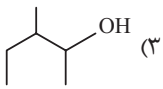
تست و پاسخ ۱۱۸

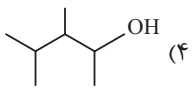
تفاوت جرم فراورده‌های حاصل از سوختن ۰/۰۱ مول از یک الکل یک‌عاملی سیرشده، برابر ۱/۳۸ گرم است. این الکل کدام گزینه می‌تواند باشد؟ $(H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1})$

$C_nH_{2n+2}O$

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته الکل‌ها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که دارای یک یا چند گروه عاملی هیدروکسیل $(-OH)$ بوده و در آن‌ها، اتم(های) اکسیژن با پیوند اشتراکی به اتم(های) کربن متصل شده است. فرمول کلی الکل‌های یک‌عاملی به صورت «$R-OH$» است. اگر R گروه آلکیل باشد، خواهیم داشت:

فرمول عمومی الکل های یک عاملی سیرشده: $C_nH_{2n+2}O$ یا $C_nH_{2n+1}OH$

پاسخ تشریحی ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن کامل الکل‌های یک‌عاملی سیرشده را می‌نویسیم؛ سپس جرم فراورده‌های حاصل از واکنش سوختن کامل ۰/۰۱ مول الکل مورد نظر را به دست آورده و در ادامه با توجه به تفاوت جرم این فراورده‌ها، به فرمول شیمیایی الکل مورد نظر می‌رسیم:

$$C_nH_{2n+2}O + \frac{3n}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$$

$$CO_2\text{ جرم} : 0/01\,mol\,C_nH_{2n+2}O \times \frac{n\,mol\,CO_2}{1\,mol\,C_nH_{2n+2}O} \times \frac{44\,g\,CO_2}{1\,mol\,CO_2} = 0/44n\,g\,CO_2$$

$$H_2O\text{ جرم} : 0/01\,mol\,C_nH_{2n+2}O \times \frac{(n+1)\,mol\,H_2O}{1\,mol\,C_nH_{2n+2}O} \times \frac{18\,g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O} = (0/18n + 0/18)\,g\,H_2O$$

$$CO_2\text{ جرم} - H_2O\text{ جرم} = 0/44n - 0/18n - 0/18 = 0/26n - 0/18$$

$$\Rightarrow 1/38 = 0/26n - 0/18 \Rightarrow 0/26n = 1/56 \Rightarrow n = \frac{1/56}{0/26} = 6$$

فرمول شیمیایی الکل مورد نظر: $C_6H_{14}O$

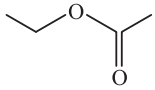
فقط در ۳ الکل تک‌عاملی سیرشده با ۶ اتم کربن وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۱۹

کدام مورد درست است؟

۱) با افزایش طول زنجیرهٔ هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروی وان‌دروالسی بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی چربی‌دوستی الکل کم‌تر می‌شود.

۲) مصرف بیش از اندازهٔ ویتامین‌ها برای بدن مشکلی ایجاد نمی‌کند، زیرا در آب محلول بوده و به راحتی دفع می‌شوند.

۳) اگر یکی از محصولات آبکافت استر $C_4H_8O_2$، پرکاربردترین اسید آلی باشد، فرمول ساختاری استر اولیه به صورت  است.

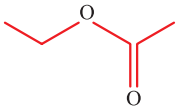
اتانوئیک اسید

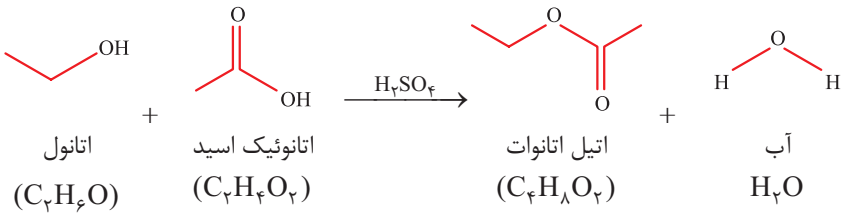
۴) مولکول‌های نشاسته، در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، به سرعت به گلوکز تبدیل می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

پاسخ تشریحی پرکاربردترین اسید آلی، اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی $C_2H_4O_2$ است. از آن‌جایی که تعداد اتم‌های کربن در استر با مجموع تعداد اتم‌های کربن در اسید و الکل سازندهٔ آن با هم برابر است؛ بنابراین برای تولید استری با چهار اتم کربن، نیاز به الکل تک‌عاملی سیرشده با فرمول شیمیایی C_2H_6O می‌باشد؛ در نتیجه استر مورد نظر با فرمول ساختاری،  تولید می‌شود:



اتانول	اتانوئیک اسید		اتیل اتانوات		آب
(C_2H_6O)	$(C_2H_4O_2)$		$(C_4H_8O_2)$		H_2O

بررسی سایر گزینه‌ها:

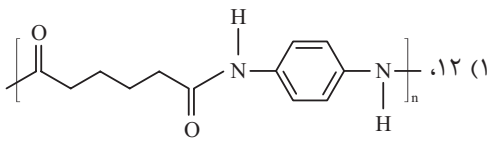
۱) با افزایش طول زنجیرهٔ هیدروکربنی در الکل‌ها، بخش ناقطبی مولکول بزرگ‌تر شده و میزان قطبیت مولکول کاهش می‌یابد؛ بنابراین نیروی وان‌درواالسی بر پیوند هیدروژنی غلبه می‌کند و به این ترتیب، ویژگی چربی‌دوستی الکل بیشتر می‌شود؛ زیرا انحلال‌پذیری آن در آب کاهش و در چربی افزایش می‌یابد.

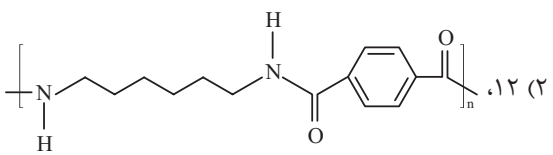
۲) مصرف بیش از اندازهٔ ویتامین «ث»، برخلاف ویتامین‌های «آ» و «کا» برای بدن مشکل ایجاد نمی‌کند؛ زیرا ویتامین «ث» به خوبی در آب حل شده و مقادیر اضافی آن از بدن دفع می‌شود، ولی ویتامین‌های «آ»، «دی» و «کا» ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شوند؛ از این‌رو مصرف بی‌رویهٔ آن‌ها برای بدن مشکل ایجاد می‌کند.

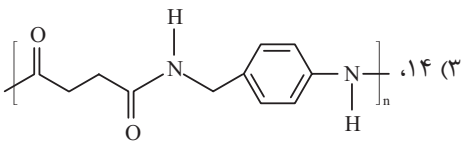
۴) مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، به آرامی (نه به سرعت!) به مونومرهای سازندهٔ خود یا همان گلوکز تبدیل می‌شوند و مزهٔ شیرین ایجاد می‌کنند.

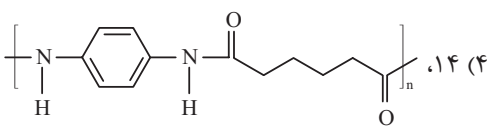
تست و پاسخ ۱۲۰

در اثر واکنش یک مول از دی‌اسید $HOOC-(CH_2)_y-COOH$ با دو مول متانول، یک مول دی‌استر با فرمول مولکولی $C_8H_xO_4$ تولید می‌شود. مقدار x و ساختار پلیمر حاصل از واکنش این دی‌اسید با دی‌آمین $H_2N-\langle\rangle-NH_2$ ، کدام است؟

۱) ۱۲، 

۲) ۱۲، 

۳) ۱۴، 

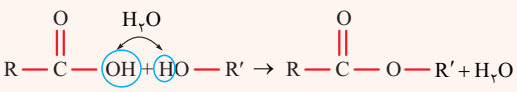
۴) ۱۴، 

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس‌نامه

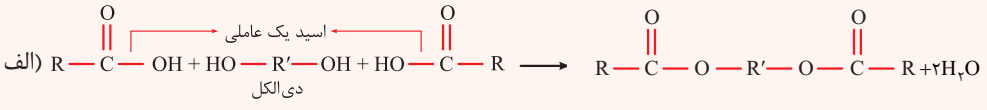
الکل‌ها و اسیدها می‌توانند با هم واکنش داده و استر و آب تولید کنند. براساس ساختار الکل و اسید، می‌توان استرهای متفاوتی تولید کرد:

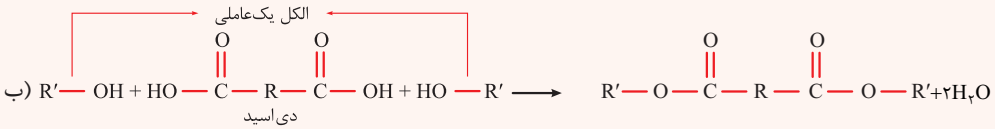
۱) تولید استر یک‌عاملی: از الکل و اسید یک‌عاملی به دست می‌آید:



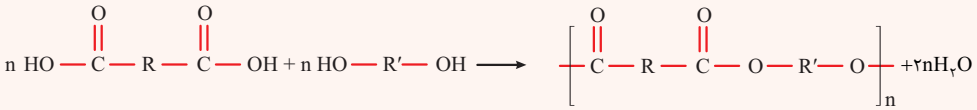
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲) تولید دی‌استر: برای تولید یک دی‌استر، یکی از مولکول‌های الکل یا اسید، باید دوعاملی و دیگری، یک‌عاملی باشد. در این حالت، هر مول از مولکول دوعاملی، با ۲ مول مولکول یک‌عاملی واکنش داده و یک مول دی‌استر و دو مول آب تولید می‌کند.





۳) تولید پلی‌استر: اگر هر دو مولکول الکل و اسید، دوعاملی باشند و مقدار مناسبی از آن‌ها با هم واکنش دهند، پلی‌استر تولید می‌شود:



پاسخ تشریحی برای قسمت اول سؤال داریم:

روش اول: در واکنش تهیهٔ استرها (و دی‌استرها و پلی‌استرها)، شمار اتم‌های کربن این ترکیب آلی، با مجموع شمار اتم‌های کربن الکل و اسید اولیه برابر است. در این‌جا با توجه به این‌که دی‌استر، هشت‌کربنی است می‌توان نتیجه گرفت که y، برابر ۴ است:

$$\underset{\text{دی‌استر}}{۸} = \underbrace{(۲\times ۱)}_{\text{متانول}} + \underbrace{(۲+y)}_{\text{دی‌اسید}} \Rightarrow y = ۴$$

پس یک مول $HOOC-(CH_۲)_۴-COOH$ با دو مول $CH_۳OH$ واکنش داده است. این مولکول‌ها در مجموع ۱۸ اتم هیدروژن دارند. با توجه به این‌که طی تولید دی‌استر، دو مول $H_۲O$ نیز تولید می‌شود، دی‌استر حاصل، ۱۴ = ۴ − ۱۸ اتم هیدروژن خواهد داشت:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن دی‌استر} = \text{شمار اتم‌های هیدروژن الکل و اسید} - \underbrace{۴}_{\text{به دلیل تولید } ۲H_۲O}$$

$$\Rightarrow x = \underset{\text{دی‌اسید}}{۱۰} + \underbrace{(۲\times ۴)}_{\text{متانول}} - ۴ = ۱۴$$

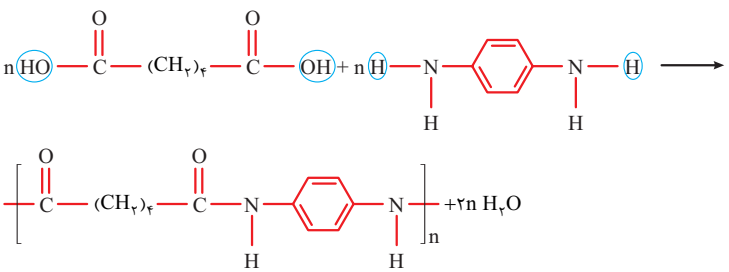
روش دوم: به کمک نوشتن معادلهٔ واکنش هم می‌شد به این نتایج رسید:



تعداد کربن‌ها: $۴ + y = ۸ \Rightarrow y = ۴$

تعداد هیدروژن‌ها: $۶ + ۲y = x \Rightarrow x = ۱۴$

برای قسمت دوم سؤال، باید ساختار پلی‌آمید حاصل از واکنش دی‌اسید و دی‌آمین گفته‌شده را به دست آوریم:



با توجه به این‌که دی‌اسید، یک مولکول شش‌کربنی است، بدون نوشتن معادلهٔ واکنش هم می‌شد فهمید که ۴ درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir