آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پانزدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۱۵/فروردین/۱۴۰۴

دفترچه شماره یک

حسابان و ریاضیات پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال
ریاضی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۷۰ حسابان (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	هندسه (۱) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶ هندسه (۲) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵	آمار و احتمال کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱

بودجه‌بندی دروس

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه
مجموع	۴۰ سؤال			۷۵ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

جامع پایه

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- اگر $A=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۳}$، حاصل $A^۲-۹$ کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۳}$ ۲) $۶\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۲- سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱، به ترتیب با جملات اول، دوم و چهارم یک دنبالهٔ هندسی برابرند. مجموع مقادیر ممکن برای جملهٔ دوم دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) ۱ ۲) $۲\sqrt{۵}$ ۳) -۱ ۴) $-۲\sqrt{۵}$

۳- رئوس سهمی‌های $y=x^۲-۴ax+b$ و $y=x^۲+۶ax+b$ نسبت به خط $y=-x$ متقارن‌اند. مقدار b کدام است؟ $(a\neq ۰)$

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۴- به ازای چند مقدار صحیح a، معادلهٔ $x^۲-ax+a+۳=۰$ دارای دو جواب بزرگ‌تر از ۲ است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) صفر

۵- اگر $\sqrt{x+۶}-\sqrt{x-۴}-۲=۰$ باشد، حاصل $\sqrt{x+۶}+\sqrt{x-۴}-۲$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶- تابع $f(x)=(ax+۲)(x-b)+x^۲$ خطی و تابع $g(x)=۲f(x)+c$ همانی است، مقدار c کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۴ ۴) -۶

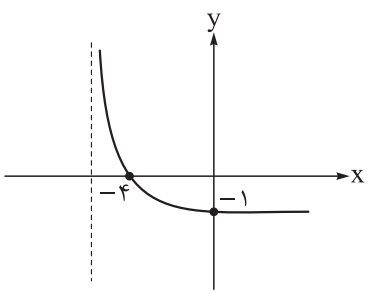
۷- با فرض $f(x)=\frac{۲x+۱}{x+۱}$، حاصل $f\left(۲f^{-۱}(۳)\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۸- تابع $f(x)=۳-۲x$ با دامنهٔ $[-۳,+\infty)$ مفروض است. برد تابع $f-f^{-۱}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,۶]$ ۲) $(-\infty,۹]$ ۳) $[-۱۲,۶]$ ۴) $[-۶,۹]$

۹- اگر نمودار $f(x)=a+\log_۲(bx+c)$ به صورت زیر باشد، مقدار $\frac{b}{c}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{-۱}{۲}$

۳) -۴

۴) -۲

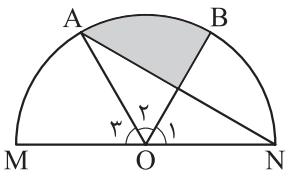
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- یکی از جواب‌های معادلهٔ $\log_{۲}(۳\times ۲^{x}+m)=۲x+۱$، یک واحد از جواب دیگر بزرگ‌تر است، مقدار m کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۱۱- در شکل زیر شعاع دایره برابر ۳ و زوایای مرکزی $O_{۱}$، $O_{۲}$ و $O_{۳}$ با هم برابرند. مساحت قسمت سایه‌خورده کدام است؟



۱) $۳\pi-\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۳\pi}{۲}-\frac{۹\sqrt{۳}}{۸}$

۳) $۳\pi-\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲}+\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}$

۱۲- مقدار عددی $A=\sin\frac{\pi}{۲۴}\sin\frac{۵\pi}{۲۴}\sin\frac{۷\pi}{۲۴}\sin\frac{۱۱\pi}{۲۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۳۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶۴}$

۱۳- اگر $\sin(\alpha-\frac{\pi}{۴})\cos(\alpha+\frac{۵\pi}{۴})=\frac{۱}{۲}$، مقدار $\cos ۴\alpha$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) صفر

۱۴- اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{a-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{۵-x}}=b$ و $b\in\mathbb{R}$، مقدار ab کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{-۱}{۲}$

۱۵- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}}(۴x^{۲}-۱)\tan\pi x$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{\pi}$ ۳) $\frac{-۴}{\pi}$ ۴) $\frac{-\pi}{۴}$

۱۶- تابع $f(x)=\left[\frac{۲x+۱۰}{x+۱}\right]$ روی بازه $(۰,\alpha)$ پیوسته است. حداکثر مقدار α کدام است؟ ($[\,]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۱۷- تعداد اعداد طبیعی چهاررقمی مضرب ۵، بدون تکرار ارقام که حتماً شامل رقم ۵ باشد، کدام است؟

۱) ۶۱۶ ۲) ۵۶۰ ۳) ۶۷۲ ۴) ۷۲۸

۱۸- A و B دو پیشامد از فضای نمونهٔ S هستند، به طوری که $P(A)=۰/۸$ و $P(B)=۰/۶$. اگر $P(A-B)=۰/۳$، مقدار $P(A'\cup B')$ کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۷۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- هر یال یک مکعب مستطیل با چه تعداد از یال‌های دیگر آن متنافر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰- در کدام تبدیل، جهت شکل حفظ نمی‌شود؟

۱) بازتاب ۲) انتقال ۳) دوران ۴) تجانس

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC ، نقطهٔ M وسط وتر $BC = ۸$ است. به ازای کدام مقدار x ، دقیقاً چهار نقطه روی محیط مثلث ABC وجود دارد به‌طوری‌که از نقطهٔ M به فاصلهٔ x باشند؟

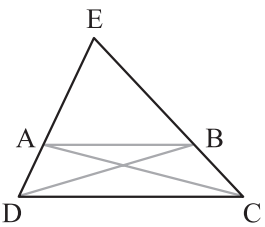
۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۲۲- به ازای کدام مقادیر x ، لوزی به طول ضلع x که طول یک قطر آن ۱۶ و طول قطر دیگر آن حداکثر ۱۲ باشد، قابل رسم است؟

۱) $x > ۸$ ۲) $۸ \le x \le ۱۰$

۳) $۶ < x \le ۸$ ۴) $۸ < x \le ۱۰$

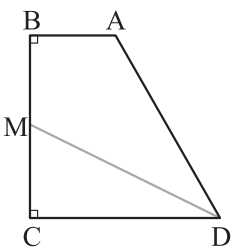
۲۳- در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث ECD به مساحت مثلث EAB برابر $۱\frac{۷}{۹}$ است. مساحت محدود به دو قطر و یک ساق ذوزنقهٔ $ABCD$ ، چند برابر مساحت مثلث ECD است؟



۱) $\frac{۷}{۳۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲۸}$

۳) $\frac{۷}{۴۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴۹}$

۲۴- در شکل زیر، نقطهٔ M وسط ضلع BC و MD نیمساز زاویهٔ D در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ $ABCD$ است. اگر $\hat{A} = ۱۲۰^\circ$ و $MD = \sqrt{۳}$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ M از رأس A کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) ۱

۲۵- مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۳ را از دایرهٔ محیطی آن جدا کرده و قسمت باقی‌مانده از دایره را حول یکی از ارتفاع‌های مثلث، دوران می‌دهیم. سطح مقطع شکل حاصل با صفحه‌ای که از مرکز دایرهٔ محیطی گذشته و بر محور دوران عمود است، چند برابر π است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۲۵

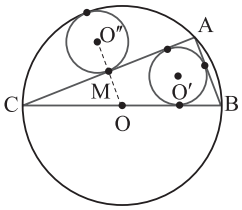
۲۶- طول مماس‌مشترک خارجی دو دایره، واسطهٔ هندسی طول مماس مشترک داخلی و طول خط‌المرکزین آن دو دایره است. اگر شعاع دایره‌ها ۱ و ۷ باشد، طول خط‌المرکزین دو دایره کدام است؟

۱) $۷\sqrt{۳}$ ۲) ۱۵ ۳) $۹\sqrt{۲}$ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷- در شکل زیر، $BC = ۱۳$ قطر دایرهٔ بزرگ‌تر است. نقاط تماس و مراکز دایره‌ها مشخص شده‌اند، اگر دو دایرهٔ کوچک‌تر با هم مساوی و M بر پاره‌خط OO'' واقع باشد، شعاع دایره‌های کوچک‌تر کدام است؟



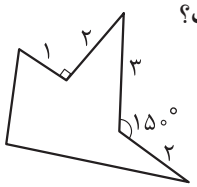
۱) ۲

۲) $\sqrt{۵}$

۳) $\sqrt{۶}$

۴) ۳

۲۸- حداکثر میزان افزایش مساحت شکل مقابل، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن کدام است؟



۱) ۲/۵

۲) ۵

۳) ۳

۴) ۶

۲۹- اگر مساحت‌های دو مثلث شکل زیر با هم برابر باشند، محیط مثلث کوچک‌تر کدام است؟



۱) ۲۷

۲) ۲۸

۳) ۲۹

۴) ۳۰

۳۰- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$، $AB = ۶$ و $AC = ۸$)، ارتفاع AH و نیمساز AD رسم شده است. حاصل $\frac{AH}{DH}$ کدام است؟

۱) ۷

۲) ۶/۵

۳) ۶

۴) ۵/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند، گزارهٔ $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim(\sim q \Rightarrow \sim p)] \vee p$ با کدام‌یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز است؟

۱) p ۲) q ۳) $\sim p$ ۴) $\sim q$

۳۲- اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه و $(A-B)\cap(A\cup B)' = A\cap(A'\cup B')$ باشد، مجموعهٔ $(B-A')'$ همواره برابر کدام است؟

۱) $\varnothing$ ۲) U ۳) A' ۴) B'

۳۳- اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} ; m \geq -n, 2^m \leq 2n\}$، آن‌گاه مجموعهٔ $A_3 \times A_5$ چند عضو دارد؟

۱) ۲۸ ۲) ۴۰ ۳) ۵۴ ۴) ۷۰

۳۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S داریم $P(A\cup B) = 0/7$ و $P(A'-B') = 0/2$. چه‌قدر احتمال دارد که پیشامد A رخ بدهد؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

۳۵- در پرتاب یک تاس، احتمال آمدن عدد i برابر است با $\frac{P}{i}$ که $i \in \{1,2,...,6\}$ و P عددی ثابت می‌باشد. در دو بار پرتاب این تاس، چه‌قدر احتمال دارد که مجموع اعداد روشده بزرگ‌تر از ۱۰ باشد؟ $(\frac{17}{9} \simeq 1/9 \ , \ \frac{20}{7^4} \simeq 0/008)$

۱) ۰/۰۱۵۲ ۲) ۰/۰۱۸۴ ۳) ۰/۰۳۰۴ ۴) ۰/۰۳۶۸

۳۶- احتمال آن‌که حسین در امتحان ریاضی، قبول شود ۰/۹، احتمال آن‌که در امتحان فیزیک قبول شود ۰/۸ و احتمال آن‌که در هر دو قبول شود ۰/۷ است. اگر حسین فقط یک امتحان را قبول شده باشد، چه‌قدر احتمال دارد در امتحان فیزیک قبول شده باشد؟

۱) $\frac{8}{9}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{5}{9}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۳۷- در جعبهٔ A، ۳ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ سیاه و در جعبهٔ B، ۷ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه وجود دارد. فاطمه ۲ مهره از جعبهٔ A و معصومه ۴ مهره از جعبهٔ B به تصادف خارج می‌کنند. اگر در ۶ مهرهٔ خارج‌شده تعداد مهره‌های سفید بیشتر باشد، معصومه برنده است و در غیر این صورت فاطمه بازی را می‌برد. چه‌قدر احتمال دارد، فاطمه برندهٔ بازی باشد؟

۱) $\frac{4}{15}$ ۲) $\frac{22}{75}$ ۳) $\frac{11}{15}$ ۴) $\frac{53}{75}$

۳۸- برای داده‌های ۱۱, ۱۰, ۷, ۶, ۵, ۳, ۲، نمودار جعبه‌ای رسم کرده‌ایم. واریانس داده‌های درون جعبه کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹- اگر میانگین داده‌های جدول زیر، برابر ۱۰ باشد، x کدام است؟

داده	۸	x	x + ۲	۱۴
فراوانی	۳	۲	۴	۱

۱) ۹
۲) ۹/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۰/۵

۴۰- میانگین قد دانش‌آموزان، در نمونه‌ای ۱۰۰نفری، برابر ۱۷۵ سانتی‌متر است. اگر واریانس جامعه برابر ۴۹ باشد، طول بازهٔ برآورد با اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین قد دانش‌آموزان جامعه، کدام است؟

۱) ۰/۸
۲) ۱/۴
۳) ۲/۱
۴) ۲/۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پانزدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۱۵/فروردین/۱۴۰۴

دفترچه شماره دو

فیزیک	شیمی
فیزیک (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹ فیزیک (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	شیمی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲ شیمی (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳

بودجه‌بندی دروس

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۸۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	
مجموع	۶۵ سؤال			۸۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.

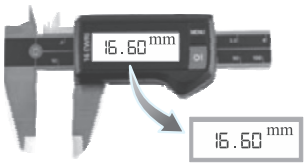
ویژه کنکوری های ۱۴۰۴

جامع پایه

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- شکل زیر، یک وسیلهٔ اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. این وسیله چه نام دارد و دقت اندازه‌گیری آن چند میکرومتر است؟

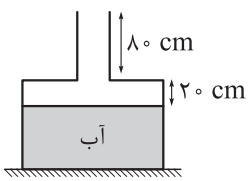


۱) ریزسنج، ۱۰
۲) ریزسنج، ۱۰۰
۳) کولیس، ۱۰
۴) کولیس، ۱۰۰

۴۲- در ظرفی مقداری مایع به چگالی $0/6\ g/cm^3$ وجود دارد. به این ظرف $2\ L$ آب اضافه می‌کنیم. چگالی مخلوط حاصل $0/7\ g/cm^3$ می‌شود. اگر در این حالت $2\ L$ دیگر آب به مجموعه اضافه کنیم، چگالی مخلوط به چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌رسد؟ $(\rho_{آب} = 1\ g/cm^3)$

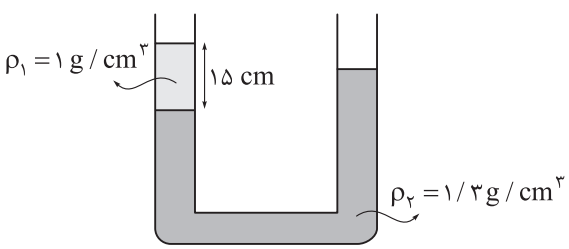
۱) ۰/۷۴
۲) ۰/۷۶
۳) ۰/۷۸
۴) ۰/۸

۴۳- مساحت مقطع بخش پایین و بالای ظرف شکل زیر که روی سطح افقی قرار دارد، به ترتیب $20\ cm^2$ و $2\ cm^2$ است. مقداری روغن روی آب درون ظرف می‌ریزیم. اگر اندازهٔ نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، $4\ N$ افزایش یابد، اندازهٔ نیرویی که مایع‌ها به کف ظرف وارد کنند، چند نیوتون افزایش می‌یابد؟ (چگالی روغن $0/8\ g/cm^3$ و $g = 10\ N/kg$ است.)



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۱/۲
۴) ۱۲/۲

۴۴- در شکل زیر، سطح مقطع لولهٔ U‌شکل برابر $1\ cm^2$ است. اگر در شاخهٔ سمت راست لوله، $45\ cm^3$ مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی ρ_3 بریزیم، سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان می‌شود. چگالی ρ_3، چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(\rho_3 < \rho_2)$

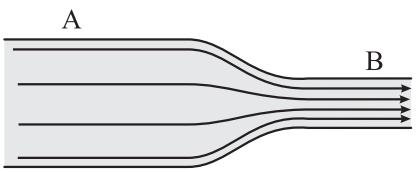


۱) ۰/۸
۲) ۰/۹
۳) ۱/۱
۴) ۱/۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- در شکل زیر، آب در لولهٔ افقی به طور یکنواخت جاری است به طوری که تمام لوله را پر کرده است. اگر قطر مقطع لوله در بخش‌های A و B به ترتیب ۴ cm و ۲ cm باشد، کدام یک از موارد زیر، دربارهٔ تندی (v) و فشار (P) آب درست است؟



۱) $P_A > P_B \cdot v_B = 2v_A$

۲) $P_B > P_A \cdot v_B = 2v_A$

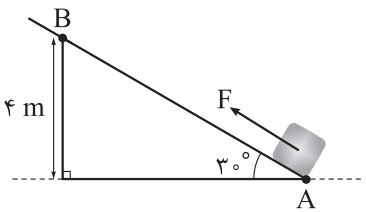
۳) $P_A > P_B \cdot v_B = 4v_A$

۴) $P_B > P_A \cdot v_B = 4v_A$

۴۶- اگر جرم جسمی ۴ برابر شود، تندی آن چند درصد و چگونه تغییر کند تا انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یابد؟

۱) ۲۰، کاهش یابد.
۲) ۴۰، کاهش یابد.
۳) ۲۰، افزایش یابد.
۴) ۴۰، افزایش یابد.

۴۷- در شکل زیر، به جسمی به جرم ۴ kg نیروی ثابت $F = 55\ N$، موازی سطح شیبدار وارد می‌شود. اگر در طی جابه‌جایی جسم از نقطهٔ A تا نقطهٔ B، تندی جسم از صفر به ۱۰ m/s برسد، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟ ($g = 10\ m/s^2$)



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۳۰

۴۸- بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی ۶۰ درصد و بازده خطوط انتقال توان الکتریکی حاصل از نیروگاه ۸۰ درصد است. برای آن‌که توان در محل مصرف انرژی الکتریکی ۶۰ kW باشد، در هر ساعت چند لیتر سوخت در نیروگاه مصرف می‌شود؟ (انرژی حاصل از هر لیتر سوخت برابر ۳۰ MJ است.)

۱) ۱/۵
۲) ۷/۵
۳) ۱۵
۴) ۷۵

۴۹- ظرفی به حجم ۲ L با مایعی به ضریب انبساط حجمی $1/K \times 10^{-4}$ پر شده است. اگر دمای مجموعهٔ ظرف و مایع ۹۰°F افزایش یابد، ۴ cm^3 مایع از ظرف بیرون می‌ریزد. ضریب انبساط طولی ظرف در SI کدام است؟

۱) 6×10^{-6}
۲) 6×10^{-5}
۳) 2×10^{-6}
۴) 2×10^{-5}

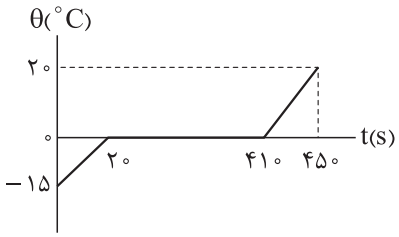
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- در ظرفی، $1\,kg$ آب با دمای $0\,^\circ C$ وجود دارد. یک قطعه فلز به جرم $3\,kg$ و دمای $100\,^\circ C$ را درون آب می‌اندازیم. اگر تا برقراری تعادل گرمایی $13/2\,kJ$ گرما از مجموعهٔ آب و فلز خارج شود، دمای تعادل مجموعه چند درجهٔ سلسیوس است؟ ($c_{فلز} = 500\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ است.)

۱) ۲۸/۶ ۲) ۲۶ ۳) ۲۵ ۴) ۲۴

۵۱- به جسم جامدی با آهنگ ثابت گرما می‌دهیم. نمودار تغییر دمای آن برحسب زمان مطابق شکل زیر است. گرمای ویژهٔ این جسم در حالت مایع چند برابر گرمای ویژهٔ آن در حالت جامد است؟



۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{3}{2}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{4}{3}$

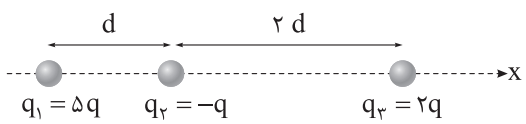
۵۲- در فشار ثابت $3\,bar$، حجم $2\,mol$ گاز کامل $8\,L$ کاهش می‌یابد. اگر در این فرآیند، گاز با محیط $6\,kJ$ گرما مبادله کند، به ترتیب از راست به چپ، دمای گاز چند کلوین و انرژی درونی آن چند کیلوژول تغییر می‌کند؟ ($R = 8\ \frac{J}{mol.K}$)

۱) ۱۵۰، ۸/۴ ۲) ۱۵۰، ۳/۶ ۳) ۳۰۰، ۸/۴ ۴) ۳۰۰، ۳/۶

۵۳- یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵درصد در هر چرخه $24\,J$ گرما به منبع دما پایین می‌دهد. اگر توان خروجی این ماشین $40\,W$ باشد، مدت‌زمان انجام هر چرخه توسط این ماشین چند ثانیه است؟

۱) ۰/۰۱۵ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۰/۲

۵۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر بار q_2 به اندازهٔ d در جهت محور x جابه‌جا شود، اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند برابر می‌شود؟

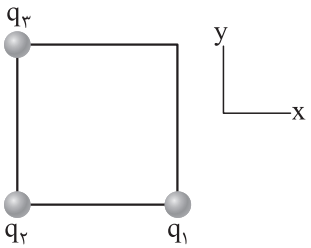


۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{9}{2}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1، $q_2 = +8\sqrt{2}\ nC$ و q_3 در سه رأس یک مربع به ضلع $30\ cm$ قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مربع به صورت $\vec{E} = (800\ N/C)\vec{i} - (400\ N/C)\vec{j}$ باشد، کدام $\frac{q_3}{q_1}$ است؟ $(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) $-\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) -2

۴) 2

۵۶- ذره‌ای با بار الکتریکی q در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی با تندی اولیهٔ v_0 پرتاب شده و پس از طی مسافت d، متوقف می‌شود. اگر این ذره، در جهت خطوط همین میدان الکتریکی با تندی v_0 پرتاب شده و پس از طی مسافت d'، تندی آن به $2v_0$ برسد، d' چند برابر d است؟ (به ذره فقط از سوی میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود.)

۱) $\sqrt{2}$

۲) $\sqrt{3}$

۳) 2

۴) 3

۵۷- در صفحهٔ مختصات xoy، میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (2\times10^4\ N/C)\vec{j}$ وجود دارد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A به مختصات $(4\ cm, 2\ cm)$ برابر V_A و پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B به مختصات $(1\ cm, 6\ cm)$ برابر V_B باشد، $V_B - V_A$ چند کیلوولت است؟

۱) $0/6$

۲) $-0/6$

۳) $0/8$

۴) $-0/8$

۵۸- شعاع کرهٔ رسانای A، نصف شعاع کرهٔ رسانای B و چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A، ۴ برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ B است. چند درصد از بار کرهٔ A را به کرهٔ B منتقل کنیم تا چگالی سطحی بار این دو کره برابر شود؟ (بار دو کره هم‌نام است.)

۱) ۱۵

۲) ۲۰

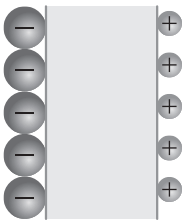
۳) ۴۰

۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹- غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی الکتریک ۳، ضخامت ۱۰ nm و مساحت سطح $10^{-10}\ m^2$ است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن‌که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی ۱۶۰ mV ایجاد شود، کدام است؟ ($e = 1/6\times10^{-19}C$ ، $\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}F/m$ و هرکدام از یون‌ها یک بار یونیده است.)



۱) $2/7\times10^{6}$
۲) $2/7\times10^{5}$
۳) 9×10^{6}
۴) 9×10^{5}

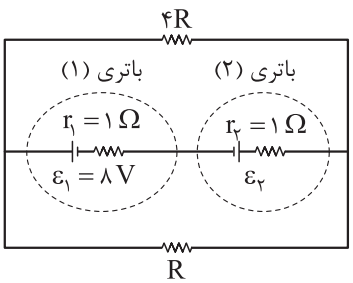
۶۰- خازنی با ظرفیت ۵ μF توسط یک باتری ۲۰ ولتی شارژ می‌شود. اگر خازن را از باتری جدا کرده، فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را ۵۰ درصد افزایش داده و فضای خالی بین صفحه‌ها را با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۳ پر کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۵۰۰، افزایش می‌یابد.
۲) ۲۵۰، افزایش می‌یابد.
۳) ۵۰۰، کاهش می‌یابد.
۴) ۲۵۰، کاهش می‌یابد.

۶۱- مقاومت الکتریکی سیمی مسی به طول ۲۰۰m و قطر مقطع ۴mm برابر چند اهم است؟
($\pi = 3$, $\rho_{مس} = 2/7\times10^{-7}\Omega.m$)

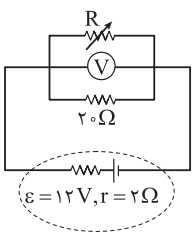
۱) ۴/۵
۲) ۱۸
۳) ۴۵
۴) ۱۸۰

۶۲- در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری (۱) برابر ۳/۷۵ W و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۲) برابر ۳/۵ V باشد، جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R چند آمپر است؟



۱) ۰/۱
۲) ۰/۴
۳) ۱/۵
۴) ۶

۶۳- در مدار شکل زیر، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، ۸V است. مقاومت متغیر چند اهم تغییر کند تا توان خروجی باتری بیشینه شود؟

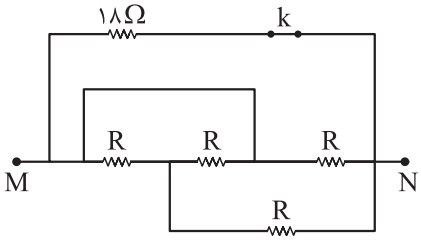


۱) $\frac{25}{9}$
۲) $\frac{20}{9}$
۳) ۲
۴) ۳

محل انجام محاسبات

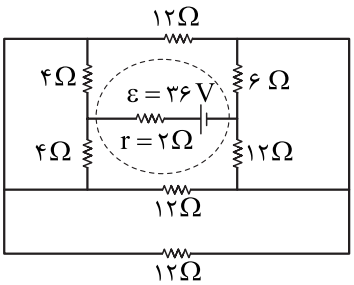
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴- در مدار شکل زیر، کلید k بسته و مقاومت معادل بین دو نقطهٔ M و N برابر ۳ Ω است. با بازکردن کلید k، مقاومت معادل بین این دو نقطه چند برابر می‌شود؟



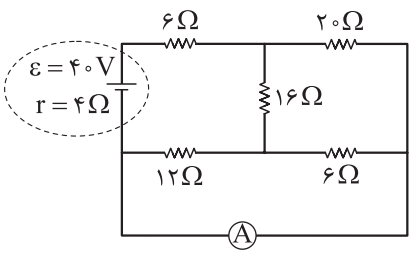
۱) ۰/۶
۲) ۰/۸
۳) ۱/۲
۴) ۱/۶

۶۵- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۶ اُهمی چند وات است؟



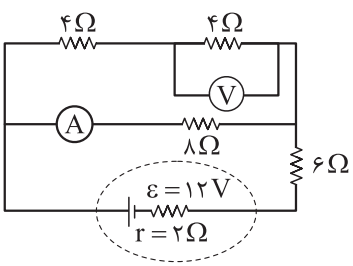
۱) ۵۴
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۲۴

۶۶- در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر است؟



۱) صفر
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) ۲

۶۷- در مدار شکل زیر، اگر جای باتری و ولت‌سنج آرمانی عوض شود، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟

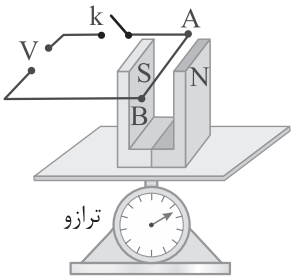


۱) ۰/۱ A، کاهش می‌یابد.
۲) ۰/۱ A، افزایش می‌یابد.
۳) ۰/۴ A، کاهش می‌یابد.
۴) ۰/۴ A، افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸- در شکل زیر، با وصل کلید k ، مقداری که ترازو نشان می‌دهد، $0/2\ N$ افزایش می‌یابد. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی آهنربا در محل سیم AB، $500\ G$ و طول سیمی که در این میدان قرار دارد $20\ cm$ باشد، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



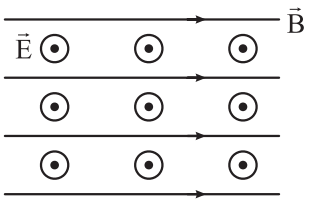
۱) ۲۰، از A به B

۲) ۲۰، از B به A

۳) ۲، از A به B

۴) ۲، از B به A

۶۹- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $6\ \mu C$ در فضایی که میدان الکتریکی یکنواختِ برون‌سوی $E = 5\times10^{5}\ N/C$ و میدان مغناطیسی یکنواخت افقی $B = 0/25\ T$ وجود دارد، با تندی $8\times10^{5}\ m/s$ طوری پرتاب می‌شود که اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن بلافاصله پس از پرتاب بیشینه شود. به ترتیب ذره در چه جهتی پرتاب شده و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن بلافاصله پس از پرتاب چند نیوتون است؟ (از وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)



۱) ↓ ، ۴/۲

۲) ↓ ، ۲/۸

۳) ↑ ، ۴/۲

۴) ↑ ، ۲/۸

۷۰- در شکل زیر، از سیم عمود بر صفحه، جریان الکتریکی برون‌سو عبور می‌کند. اگر در صفحه یک الکترون در جهت نشان داده شده پرتاب شود، در این لحظه نیروی مغناطیسی در چه جهتی به الکترون وارد می‌شود؟



۱) →

۲) ←

۳) ⊗

۴) ⊙

۷۱- با سیمی به طول $3\ m$ یک پیچهٔ مسطح به شعاع $4\ cm$ ساخته شده و جریان الکتریکی عبوری از پیچه $0/2\ A$ است. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس است؟ $(\mu_{\circ} = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) $3/75\times10^{-1}$

۲) $7/5\times10^{-1}$

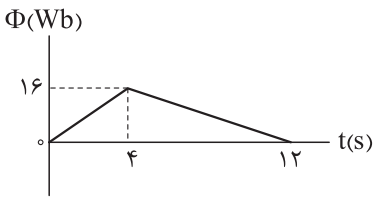
۳) $3/75\times10^{-5}$

۴) $7/5\times10^{-5}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ فلزی به مقاومت الکتریکی ۴Ω برحسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ جریان الکتریکی متوسط القاشده در این حلقه در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۳\ s$ تا $t_۲ = ۹\ s$ چند آمپر است؟

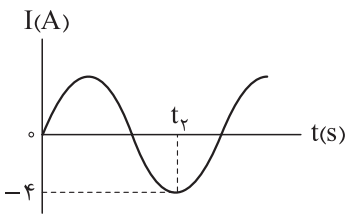


۱) ۲
۲) ۱
۳) ۰/۵
۴) ۰/۲۵

۷۳- سطح حلقه‌های پیچه‌ای که دارای ۱۰۰ حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی B قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت $۳\ ms$ تغییر می‌کند و به بزرگی $۲\ B$ در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر مساحت هر حلقهٔ پیچه $۴۰\ cm^۲$ و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه $۲\ V$ باشد، B چند گاوس است؟

۱) ۵۰
۲) ۵
۳) ۱۵۰
۴) ۱۵

۷۴- نمودار یک جریان متناوب سینوسی برحسب زمان به شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_۱ = \frac{۱}{۲۰۰}\ s$ جریان الکتریکی برای اولین‌بار به $۲\ A$ برسد، لحظهٔ $t_۲$ برحسب میلی‌ثانیه کدام است؟



۱) ۶۰
۲) ۴۵
۳) ۳۰
۴) ۲۲/۵

۷۵- جریان الکتریکی عبوری از القاگری $۴۰\ A$ و انرژی ذخیره‌شده در آن $۴/۸\ J$ است. ضریب القاوری این القاگر چند میلی‌هانری است؟

۱) ۰/۶
۲) ۱/۲
۳) ۶
۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- کدام مورد، نادرست است؟

۱) برای یک عنصر فرضی با نماد ${}^{A}_{Z}E$، تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها و نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها به ترتیب از روابط $A-2Z$ و $\frac{A}{Z}-1$ قابل محاسبه است.

۲) شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت، خواص فیزیکی وابسته به جرم و خواص شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر به ترتیب یکسان، متفاوت و یکسان است.

۳) عنصر تکنسیم $({}^{99}_{43}Tc)$ به‌دلیل کمیاب‌بودن در طبیعت، برای نخستین بار به صورت ساختگی و با یک مولد هسته‌ای تهیه شده است.

۴) ۱۹، ۲۹ و ۳۶، عدد اتمی عنصرهایی از یک دوره و ۴۳، ۷۵ و ۱۰۷، عدد اتمی عنصرهایی از یک گروه جدول تناوبی هستند.

۷۷- استرانسیم (Sr) دارای چهار ایزوتوپ طبیعی است. با توجه به جدول زیر، درصد فراوانی استرانسیم ـ ۸۶ و استرانسیم ـ ۸۷ به ترتیب کدام است؟ (عدد جرمی را به تقریب معادل جرم اتمی هر ایزوتوپ و جرم اتمی میانگین استرانسیم را $87/71\ amu$ در نظر بگیرید؛ گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

عدد جرمی ایزوتوپ	۸۴	۸۶	۸۷	۸۸
درصد فراوانی	۰/۵۶	F_2	F_3	۸۲/۵۸

۱) ۹۰/۶ـ۹۶/۹
۲) ۸۶/۶ـ۸۶/۹
۳) ۵۴/۷ـ۰۰/۹
۴) ۶۷/۸ـ۱۶/۸

۷۸- درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیهٔ گزینه‌ها تفاوت دارد؟

۱) در ساختار لایه‌ای یک اتم معین، با افزایش عدد کوانتومی اصلی، تفاوت انرژی دو لایهٔ مجاور و انرژی لازم برای جداکردن الکترون از اتم، به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.

۲) نخستین عنصری که دارای ۷ زیرلایهٔ اشغال‌شده در آرایش الکترونی می‌شود، به دستهٔ d جدول تناوبی تعلق دارد.

۳) دو عنصر M_{25} و X_{35}، در شمارهٔ دوره، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت و تمایل به از دست دادن الکترون، با یکدیگر تشابه دارند.

۴) در میان ۳۶ عنصر نخست جدول تناوبی، ۸ عنصر وجود دارد که دارای زیرلایهٔ نیم‌پر است.

۷۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **از میان دو یا چند زیرلایه‌ای که $n+l$ یکسانی دارند، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، زودتر الکترون می‌پذیرد.**
- **گاز نجیب به‌کاررفته برای نوشتن آرایش الکترونی فشردهٔ اتم عنصرهای X_{19}، Y_{35} و Z_{28}، یکسان است.**
- **عدد اتمی عنصری که شمار الکترون در زیرلایهٔ $3p$ آن، دو برابر شمار الکترون در زیرلایهٔ $3d$ است، برابر ۲۳ می‌باشد.**
- **در یک اتم معین، تنها سه نوع زیرلایه با مشخصات $n+l=5$ می‌تواند وجود داشته باشد، که این زیرلایه‌ها در مجموع گنجایش ۱۸ الکترون را دارند.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰- کدام موارد زیر درست است؟

الف) اگر در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم X ، سه طرف نماد شیمیایی X نقطه گذاشته شود، اتم X به یقین فاقد الکترونی با $l = ۲$ است.

ب) اگر بین دو اتم A و B، پیوند اشتراکی وجود داشته باشد، این دو اتم به یقین به دستهٔ p جدول تناوبی تعلق دارند.

پ) اگر پیوند میان اتم‌های D و E، یونی و پیوند میان اتم‌های E و اکسیژن، اشتراکی باشد، عنصر D به یقین رسانای جریان برق است.

ت) اگر در مولکول $MCl_۴$، در مجموع ۱۰ جفت‌الکترون ناپیوندی روی اتم‌ها وجود داشته باشد، اتم M به یقین به گروه ۱۵ جدول تناوبی تعلق دارد.

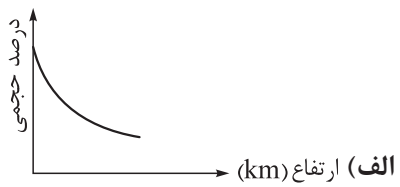
۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ب ۳) پ ـ ت ۴) ب ـ ت

۸۱- اگر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش تشکیل ۹۰ گرم آلومینیم سولفید از اتم‌های سازنده‌اش، سه برابر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش میان اتم‌های پتاسیم و گوگرد باشد، چند گرم ترکیب یونی دوتایی در واکنش پتاسیم و گوگرد تولید می‌شود؟ $(K = ۳۹, S = ۳۲, Al = ۲۷ : g.mol^{-۱})$

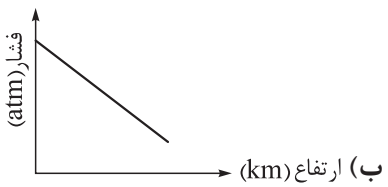
۱) ۶۶ ۲) ۳۳ ۳) ۵۵ ۴) ۹۹

۸۲- کدام نمودارهای زیر در مورد گاز اکسیژن موجود در هواکره درست است؟

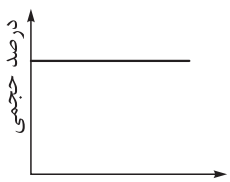
الف)



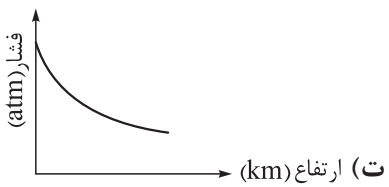
ب)



پ)



ت)



۱) پ ـ ب ۲) پ ـ ت ۳) الف ـ ت ۴) الف ـ ب

۸۳- عبارت کدام گزینه در مورد فلزات $_{۲۶}Fe$، $_{۲۹}Cu$ و $_{۲۴}Cr$، نادرست است؟

۱) نام اکسیدی از آهن که کاتیون آن ۵ الکترون با $l = ۲$ دارد، آهن (III) اکسید است.

۲) کاتیون‌های موجود در یک مول کروم (III) اکسید، در مجموع دارای ۶ مول الکترون با $l = ۲$ هستند.

۳) سولفید کاتیونی از مس که همهٔ زیرلایه‌های الکترونی آن پر شده است، به صورت $Cu_۴S$ است.

۴) اگر در کاتیونی از آهن، نسبت شمار الکترون با $n = ۳$ به $n = ۲$، برابر ۱/۷۵ باشد، فرمول نیترات آن $Fe(NO_۳)_۳$ است.

۸۴- شمار آنیون‌های موجود در ۵۱/۳ گرم آلومینیوم سولفات، چند برابر شمار کاتیون‌های موجود در ۳۳ گرم آمونیوم سولفات است؟ $(S = ۳۲, Al = ۲۷, O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۹ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- غلظت سرب موجود در یک نمونه زغال‌سنگ، برابر ۵۲ ppm است. اگر همهٔ سرب موجود در ۵ تن از این زغال‌سنگ در اثر سوختن به سرب (II) اکسید تبدیل شود، چند گرم PbO وارد هواکره می‌شود و برای حذف این مقدار PbO به چند گرم کربن دی‌اکسید نیاز است؟ (بازده هر دو واکنش را ۱۰۰ درصد در نظر بگیرید.) $(C=12, O=16, Pb=208 : g.mol^{-1})$

$$PbO(s) + CO_2(g) \rightarrow PbCO_3(s)$$

۱) ۲۸۰ ـ ۴۴ ۲) ۱۴۰ ـ ۵۵ ۳) ۱۴۰ ـ ۴۴ ۴) ۲۸۰ ـ ۵۵

۸۶- درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیهٔ گزینه‌ها تفاوت دارد؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) برای استخراج و جداسازی منیزیم از آب دریا، در مرحلهٔ نخست باید با افزودن ماده‌ای به آب دریا، pH آن را افزایش داد.

۲) برای محلول‌های آبی بسیار رقیق، ppm را می‌توان میلی‌گرم حل‌شونده در یک لیتر محلول با چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر گرفت.

۳) اگر غلظت قند خون شخصی ۵/۵۵ میلی‌مول بر لیتر باشد، عددی که دستگاه گلوکومتر برای این شخص نشان می‌دهد، در حدود ۱۰۰ است.

۴) اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری نقره نیترات به صورت $S = 0/6\theta + 204$ باشد، در ۲۱۳ گرم محلول سیرشدهٔ آن در دمای $85^\circ C$، به مقدار ۱۳۵ گرم $AgNO_3$ وجود دارد.

۸۷- ۱۰ گرم مس (II) سولفات را در ۹۰ گرم آب حل می‌کنیم (محلول ۱). سپس ۱۰ گرم از این محلول برمی‌داریم و به آن ۹۰ گرم آب اضافه می‌کنیم (محلول ۲). اگر ۱۰ گرم از محلول ۲ برداریم و به آن ۹۰ گرم آب اضافه کنیم، غلظت مس (II) سولفات در محلول نهایی برحسب ppm کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱

۸۸- در ۱۰۰ گرم آب $25^\circ C$، برای تهیهٔ محلول سیرشده از کدام ترکیب، به جرم کم‌تری از آن نیاز است؟

۱) سدیم نیترات ۲) کلسیم سولفات ۳) سدیم کلرید ۴) پتاسیم نیترات

۸۹- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

الف) استون یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار است که از نظر گروه عاملی، گشتاور دوقطبی و انحلال‌پذیری در آب، مشابه ۲ ـ هپتانون است.

ب) هرچند گشتاور دوقطبی گاز NO از CO_2 بیشتر است، اما در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری CO_2 در آب، بیشتر از NO است.

پ) اگر نقطهٔ جوش HF و F_2 به ترتیب $19^\circ C$ و $-188^\circ C$ باشد، نقطهٔ جوش HCl و Cl_2 به ترتیب می‌تواند $-85^\circ C$ و $-34^\circ C$ باشد.

ت) در فرایند اسمز، تمایل مولکول‌های آب به عبور از غشای نیمه‌تراوا، به غلظت محلول و ماهیت حل‌شونده بستگی دارد.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) پ ـ ت ۴) ب ـ پ

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰- کدام مورد دربارهٔ هالوژن‌ها، به درستی بیان شده است؟

۱) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن‌ها، برابر $5n+7$ است.

۲) هالوژنی که فقط در دمای بالاتر از ۴۰۰ کلوین با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، به یقین در دما و فشار اتاق به حالت جامد است.

۳) با افزایش شعاع اتمی آن‌ها، واکنش‌پذیری همانند نقطهٔ ذوب و جوش، کاهش می‌یابد.

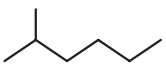
۴) واکنش دومین هالوژن با گاز اتن برخلاف سومین هالوژن، در حضور کاتالیزگر انجام می‌شود.

۹۱- اگر ۳۱/۶ گرم پتاسیم پرمنگنات مطابق واکنش زیر، در ظرفی سرباز به میزان ۵۰ درصد تجزیه شود، پس از انجام واکنش، درصد جرمی منگنز در تودهٔ جامد بر جای مانده، به تقریب کدام است؟ $(K=39, Mn=55, O=16 : g.mol^{-1})$

$$2KMnO_4(s) \rightarrow K_2MnO_4(s) + MnO_2(s) + O_2(g)$$

۱) ۳۶/۷ ۲) ۶۵/۵ ۳) ۲۹/۸۵ ۴) ۳۲/۷۵

۹۲- ترکیبی با ساختار زیر دارای چند هم‌پار است و در نام چند هم‌پار آن، واژهٔ پنتان وجود دارد؟



۱) ۹ و ۴ ۲) ۹ و ۵

۳) ۸ و ۴ ۴) ۸ و ۵

۹۳- مقدار اکسیژن مورد نیاز جهت سوختن کامل ۲۵/۶ گرم نفتالن با خلوص ۵۰ درصد را از تجزیهٔ چند گرم پتاسیم کلرات با بازده ۴۰ درصد مطابق واکنش داده‌شدهٔ زیر می‌توان به دست آورد؟ $(K=39, Cl=35/5, O=16 : g.mol^{-1})$

$$2KClO_3 \rightarrow 2KCl + 3O_2$$

۱) ۴۹ ۲) ۹۸ ۳) ۲۴۵ ۴) ۱۲۲/۵

۹۴- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **برای تعیین آنتالپی یک واکنش گازی، می‌توان مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده را از مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده کم کرد.**
- **استفاده از مقادیر میانگین آنتالپی پیوند در محاسبهٔ آنتالپی واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر، اغلب تفاوت آشکاری با داده‌های تجربی پیدا می‌کند.**
- **در شرایط یکسان، آنتالپی واکنش فتوسنتز عکس آنتالپی واکنش اکسایش گلوکز است.**
- **ویژگی بنیادی همهٔ واکنش‌های شیمیایی، تبادل انرژی با محیط پیرامون است.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۵- اگر در واکنش زیر به ازای تولید ۲ مول فراوردهٔ گازی، ۷۱۰ کیلوژول گرما مصرف شود، میانگین آنتالپی پیوند $C-C$ چند کیلوژول بر مول خواهد بود؟ $(\Delta H_{(C-H)} : 415\ kJ.mol^{-1})$

$$C_2H_6(g) \rightarrow 2C(g) + 6H(g)$$

۱) ۳۱۰ ۲) ۳۵۰ ۳) ۶۲۰ ۴) ۷۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) برای پیوند $O-H$ برخلاف $C\equiv O$، از واژهٔ میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌شود.

ب) واکنش $N_2O_4(g)\rightarrow 2NO_2(g)$ در مخلوط آب و یخ نسبت به آب گرم، به میزان بیشتری انجام می‌شود.

پ) گرمای حاصل از سوختن یک گرم اتانول، کم‌تر از یک گرم متانول است.

ت) آنتالپی سوختن $C_2H_5OH(l)$ را نمی‌توان با استفاده از آنتالپی‌های پیوند محاسبه کرد.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

۹۷- با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی داده‌شده، اگر در مدت ۲۰ ثانیه، طی واکنش موازنه‌نشدهٔ $C_2H_4(g)+F_2(g)\rightarrow CF_4(g)+HF(g)$، ۵۹۵/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، چند گرم کربن تترافلوئورید در این واکنش تولید می‌شود و سرعت متوسط واکنش در این بازهٔ زمانی، چند مول بر دقیقه است؟ $(F=19, C=12 : g.mol^{-1})$

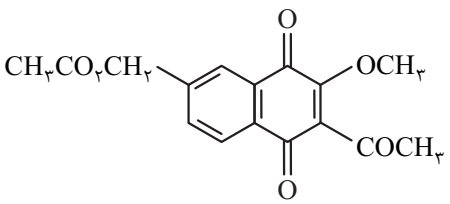
$I)\ 2C(s)+2H_2(g)\rightarrow C_2H_4(g) \quad \Delta H=-52\ kJ$

$II)\ 2HF(g)\rightarrow F_2(g)+H_2(g) \quad \Delta H=+537\ kJ$

$III)\ CF_4(g)\rightarrow C(s)+2F_2(g) \quad \Delta H=+680\ kJ$

۱) ۴۴، ۱/۵ ۲) ۸۸، ۰/۷۵ ۳) ۴۴، ۰/۷۵ ۴) ۸۸، ۱/۵

۹۸- با توجه به ساختار زیر، کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟



الف) تعداد پیوندهای $C=O$ با $C-O$، برابر است.

ب) گروه عاملی موجود در گشنیز و زردچوبه در این ترکیب هم وجود دارد.

پ) فرمول مولکولی آن $C_{16}H_{14}O_6$ است.

ت) در ساختار آن ۴۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ ت ۳) الف ـ پ ۴) پ ـ ت

۹۹- چه تعداد از مقایسه‌های زیر، نادرست است؟

الف) میانگین اندازهٔ مولکول‌ها:

نفت سبک کشورهای عربی > نفت برنت دریای شمال

ب) گرمای آزادشده:

$C_3H_8(l)+5O_2(g)\rightarrow 3CO_2(g)+4H_2O(g) > C_3H_8(g)+5O_2(g)\rightarrow 3CO_2(g)+4H_2O(l)$

پ) سرعت واکنش:

تجزیهٔ سلولز کاغذ > زنگ‌زدن فلزها

ت) مقدار انرژی در واکنش $H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2HCl(g)$ در دمای $25^\circ C$:

تفاوت انرژی پتانسیل > تفاوت انرژی گرمایی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰- اگر سرعت تولید گاز هیدروژن در واکنش فلز آلومینیم با ۱۰۰ mL محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید برابر $0/002\ mol.min^{-1}$ باشد، پس از گذشت چند ثانیه غلظت اسید به ۰/۱۵ مولار کاهش می‌یابد؟

(معادله موازنه نشده است.) $Al(s)+HCl(aq)\rightarrow AlCl_3(aq)+H_2(g)$

۱) ۷۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

۱۰۱- براساس دو واکنش داده‌شده:

$I)\ a\,NH_3(g)+b\,O_2(g)\rightarrow 4A(g)+c\,H_2O(l)$

$II)\ P_4(s)+6Cl_2(g)\rightarrow 4PCl_3(g)$

اگر جرم گاز A تولیدشده در واکنش (I) با جرم گاز کلر مصرفی در واکنش (II) در یک بازهٔ زمانی، برابر باشد، در صورتی که سرعت متوسط واکنش (I)، ۳/۵۵ برابر سرعت متوسط واکنش (II) باشد، A کدام گاز است و پس از کامل‌شدن موازنهٔ واکنش (I)، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری برابر چند است؟

$(Cl=35/5, O=16, N=14: g.mol^{-1})$

۱) NO، ۲ ۲) N_2O_4، ۲ ۳) NO، ۱ ۴) N_2O_4، ۱

۱۰۲- کدام‌یک از گزینه‌های داده‌شده، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

« ..... **برخلاف** ..... .»

۱) ویتامین C ـ ویتامین K، یک ترکیب آروماتیک است

۲) ویتامین D ـ ویتامین A، دارای گروه عاملی هیدروکسیل است

۳) هگزانول ـ اوکتانول، یک ترکیب کم‌محلول در آب است

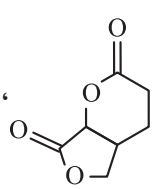
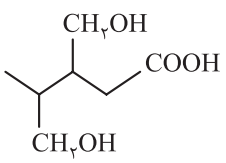
۴) الکل سازندهٔ استر موجود در انگور ـ الکل سازندهٔ استر موجود در موز، ۲کربنی است

۱۰۳- کدام مورد، <u>نادرست</u> است؟ $(Br=80, C=12, H=1: g.mol^{-1})$

۱) برای ترکیبی با فرمول $C_4H_8O_2$، می‌توان ۲ ایزومر اسیدی و ۴ ایزومر استری در نظر گرفت.

۲) انحلال‌پذیری الکلی تک‌عاملی با ۷ اتم کربن، بیشتر از انحلال‌پذیری هپتان در آب است.

۳) اگر از واکنش ۱۴۰ گرم آلکنی با مقدار کافی برم، ۴۶۰ گرم فراورده تولید شود، آلکن مربوطه می‌تواند با سیکلوپنتان ایزومر باشد.

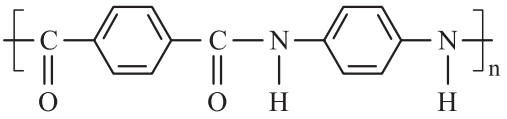
۴) از آبکافت استر  ، فراوردهٔ  به دست می‌آید.

محل انجام محاسبات

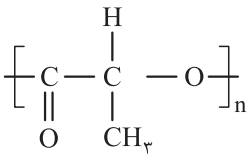
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴- جرم مولی اسید سازندهٔ پلیمر **A**، به‌تقریب چند برابر جرم مولی مونومر سازندهٔ پلیمر **B** است؟

$(O=16, N=14, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$



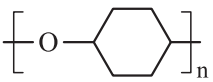
(A)



(B)

۱) ۱/۶۷ ۲) ۱/۸۴ ۳) ۱/۹۸ ۴) ۲/۳۹

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ پلیمر داده‌شده درست است؟



الف) فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ آن $C_6H_{12}O_2$ است.

ب) نوعی پلی‌استر به شمار می‌آید.

پ) گروه عاملی موجود در این پلیمر، در ترکیب آلی موجود در رازیانه نیز دیده می‌شود.

ت) در تشکیل این پلیمر از مونومرهای سازنده، جرم پلیمر تشکیل‌شده از مجموع جرم مونومرهای سازنده، کم‌تر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ویژه کنکوری های ۱۴۰۴
جامع پایه

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | مرحله پانزدهم

سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳ | تاریخ برگزاری: ۱۵/فروردین/۱۴۰۴

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
هندسه	محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ کیوان صارمی حمید گلزاری ـ سروش موئینی ـ محسن میراسلامی ـ حسین نادری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ حمید گلزاری ـ سروش موئینی
فیزیک	علیرضا آذری ـ امین امینی ـ یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ مجید ساکی ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی علیرضا عبداللهی ـ حسین عبدوی‌نژاد ـ احسان محمدی ـ حامد نبی‌منصور ـ محمدرضا یاری
شیمی	عباس سرمایه ـ مهدی براتی ـ حسین شرانلو ـ محمد قهرمانی‌نژاد

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	محمدرضا راسخ	محمدسجاد نقیه محمد گودرزی عادل حسینی	عادل حسینی سعید خان‌بابائی منصور زرکش اصفهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی	فرزانه خاکپاش منصور زرکش اصفهانی ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی مریم نظری	فرزانه خاکپاش منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان علیرضا جباری محمدجواد سورچی مریم گلی حسن‌لو حسین عبدوی‌نژاد	امین امینی	سید محمود حسینی مدیا عیدی احسان محمدی امیر محمودی انزابی محمدمهدی یوسفی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	هومن زندی وحید فارسیان	محمد مرادی وحید فارسیان	رامین آزادی متین قنبری آرمین عظیمی پارسا مرادی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ راضیه سادات خلدی‌نسب زهرا صفری ـ فاطمه علی اکبری ـ محیا غنی‌فرد زهرا فرهادی‌مهر ـ محمد محمودی ـ مریم مسلمی‌زاده نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ مهدیه گل‌پور دریا لطفی ـ لیلا نعمت‌پور

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ اگر $A=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$، حاصل $A^۲-۹$ کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۳}$ ۲) $۶\sqrt{۲}$

۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint یک قسمت از A داد می‌زنه که اول منو ساده کن!

درس Box

- **اتحاد مربع دو جمله‌ای** $(a\pm b)^۲=a^۲\pm ۲ab+b^۲ \quad (a,b\in\mathbb{R})$
- **اتحاد مزدوج** $(a-b)(a+b)=a^۲-b^۲ \quad (a,b\in\mathbb{R})$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا عبارت A را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم تا محاسبه $A^۲$ راحت‌تر باشد:

$$B=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}} \Rightarrow B^۲=۲+\sqrt{۳}+۲-\sqrt{۳}+۲\sqrt{\underbrace{(۲+\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳})}_{۴-۳=۱}}$$

$$\Rightarrow B^۲=۶ \xrightarrow{B>۰} B=\sqrt{۶} \Rightarrow A=\sqrt{۶}+\sqrt{۳}$$

گام دوم: حال مقدار $A^۲-۹$ را به دست می‌آوریم:

$$A=\sqrt{۶}+\sqrt{۳} \Rightarrow A^۲=۶+۳+۲\sqrt{۱۸}=۹+۶\sqrt{۲} \Rightarrow A^۲-۹=۶\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ سه جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱، به ترتیب با جملات اول، دوم و چهارم یک دنبالهٔ هندسی برابرند. مجموع مقادیر ممکن برای جملهٔ دوم دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) ۱
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) -۱
۴) $-۲\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint قدرنسبت دنبالهٔ هندسی رو با کمک جملات متناظرش در دنبالهٔ حسابی بنویس!

درس Box اگر جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی $a_۱$ و قدرنسبت آن d باشد، جملهٔ عمومی آن برابر $a_n = a_۱ + (n-۱)d$ است.

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت q برابر $a_n = a_۱ q^{n-۱}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** سه جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی را $a-۱$ و a و $a+۱$ و t_n را جملهٔ nام دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت q در نظر می‌گیریم:

$$t_۱ = a-۱, t_۲ = a, t_۴ = a+۱$$

$$\Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱} = \frac{a}{a-۱} = q \ , \ \frac{t_۴}{t_۲} = \frac{a+۱}{a} = ۱ + \frac{۱}{a} = q^۲$$

گام دوم: حال برای به دست آوردن مقادیر ممکن برای جملهٔ دوم دنبالهٔ حسابی، یعنی a معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم:

$$(\frac{a}{a-۱})^۲ = ۱ + \frac{۱}{a} \Rightarrow \frac{a^۲}{a^۲ - ۲a + ۱} = ۱ + \frac{۱}{a}$$

$$\Rightarrow a^۲ = a^۲ - ۲a + ۱ + a - ۲ + \frac{۱}{a} \Rightarrow a = \frac{۱}{a} - ۱ \xrightarrow{\times a} a^۲ + a - ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta > ۰} S = -۱$$

نکته اگر a_m و a_n دو جملهٔ دلخواه از یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت q باشند داریم:

$$\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$$

اگر ۳ یا ۵ عدد تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d بدهند، برای سادگی محاسبات می‌توان آن‌ها را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$a-d, a, a+d$$

$$a-۲d, a-d, a, a+d, a+۲d$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ رئوس سهمی‌های $y = x^۲ - ۴ax + b$ و $y = x^۲ + ۶ax + b$ نسبت به خط $y = -x$ متقارن‌اند. مقدار b کدام است؟ $(a \neq ۰)$

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول رأس‌ها رو پیدا کن. قرینه نسبت به خط $y = -x$ شبیه وارونه؛ فقط به جزئیات دقت کن!

درس Box مختصات سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ برابر است با:

$$S(\frac{-b}{۲a}, \frac{-\Delta}{۴a})$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ضابطهٔ هر یک از سهمی‌ها را به صورت مربع کامل نوشته تا مختصات رأس آن‌ها مشخص شود.

$$y = x^۲ - ۴ax + b = (x - ۲a)^۲ + b - ۴a^۲ \Rightarrow S(۲a, b - ۴a^۲)$$

$$y = x^۲ + ۶ax + b = (x + ۳a)^۲ + b - ۹a^۲ \Rightarrow S'(-۳a, b - ۹a^۲)$$

گام دوم: با توجه به این‌که رئوس این دو سهمی نسبت به خط $y = -x$ متقارن‌اند، پس:

$$\begin{cases} ۲a = ۹a^۲ - b \\ ۳a = b - ۴a^۲ \end{cases} \xrightarrow[\text{دو رابطه}]{\text{جمع}} ۵a = ۵a^۲ \xrightarrow{a \neq ۰} a = ۱ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} b = ۷$$

نکته اگر دو نقطهٔ $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ نسبت به خط $y = x$ قرینه هم باشند، داریم:

$$x_A = y_B \ , \ y_A = x_B$$

و اگر نسبت به خط $y = -x$ قرینهٔ هم باشند، داریم:

$$x_A = -y_B \ , \ y_A = -x_B$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

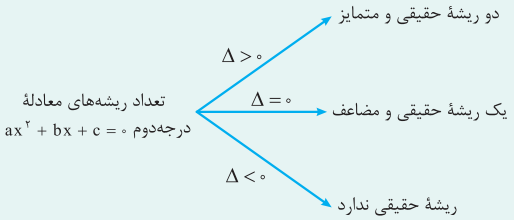
۴ به ازای چند مقدار صحیح a، معادلهٔ $x^۲ - ax + a + ۳ = ۰$ دارای دو جواب بزرگ‌تر از ۲ است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اول مطمئن شو دو ریشه داره، بعدش به علامت بین دو ریشه و خارج دو ریشه توجه کن!

درس Box



تعیین علامت تابع درجه‌دوم:

$\Delta > ۰$

$y = ax^۲ + bx + c$

x		$x_۱$		$x_۲$	
y	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

$\Delta = ۰$

x		$-\frac{b}{۲a}$	
	موافق علامت a	۰	موافق علامت a

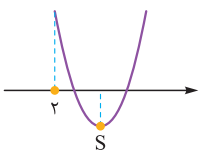
$\Delta < ۰$

x	$\forall x \in \mathbb{R}$
y	موافق علامت a

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که معادلهٔ درجهٔ دوم داده‌شده دارای ۲ ریشهٔ حقیقی و متمایز است، پس:

$$\Delta > ۰ \Rightarrow a^۲ - ۴a - ۱۲ > ۰ \Rightarrow a < -۲ \text{ یا } a > ۶ \quad (I)$$

گام دوم: حال برای این‌که هر دو ریشهٔ معادله بزرگ‌تر از ۲ باشد به کمک شکل زیر داریم:



$$x = ۲ \Rightarrow ۴ - ۲a + a + ۳ > ۰ \Rightarrow a < ۷ \quad (II)$$

$$x_S = \frac{a}{۲} \Rightarrow \frac{a}{۲} > ۲ \Rightarrow a > ۴ \quad (III)$$

گام سوم: از اشتراک III و II و I داریم: $a \in (۶,۷)$ که در این محدوده هیچ مقدار صحیحی برای a وجود ندارد.

یه‌جور دیگه سهمی داده‌شده را ۲ واحد به چپ می‌بریم:

$$y = (x+۲)^۲ - a(x+۲) + a + ۳ \Rightarrow y = x^۲ + (۴-a)x + ۷ - a$$

این سهمی باید ۲ ریشهٔ مثبت داشته باشد، پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P = ۷ - a > ۰ \Rightarrow a < ۷ \\ S = a - ۴ > ۰ \Rightarrow a > ۴ \\ \Delta = (۴-a)^۲ - ۴(۷-a) = a^۲ - ۴a - ۱۲ = (a-۶)(a+۲) > ۰ \Rightarrow a < -۲ \text{ یا } a > ۶ \end{array}\right\}$$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} (۶,۷)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ اگر $\sqrt{x+۶}-\sqrt{x-۴}=۲$ باشد، حاصل $\sqrt{x+۶}+\sqrt{x-۴}-۲$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از اتحاد مزدوج کمک بگیر!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با در نظر گرفتن خواستهٔ مسئله برابر با A داریم:

$$\begin{cases}\sqrt{x+۶}-\sqrt{x-۴}=۲\\ \sqrt{x+۶}+\sqrt{x-۴}=A+۲\end{cases}$$

گام دوم: با ضرب طرفین دو رابطه و استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(\sqrt{x+۶}-\sqrt{x-۴})(\sqrt{x+۶}+\sqrt{x-۴})=۲(A+۲) \Rightarrow (x+۶)-(x-۴)=۲A+۴ \Rightarrow ۲A+۴=۱۰$$
$$\Rightarrow A=۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶ تابع $f(x)=(ax+۲)(x-b)+x^۲$ خطی و تابع $g(x)=۲f(x)+c$ همانی است، مقدار c کدام است؟

۱) -۲
۲) -۳
۳) -۴
۴) -۶

ضریب $x^۲$ ندارد

$g(x)=x$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنه تابع همانی را $\mathbb{R}$ در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y=x$ است که با معادلهٔ $f(x)=x$ هم نمایش داده می‌شود.

هر تابع که بتوان آن را به شکل $(a,b\in\mathbb{R})\ y=ax+b$ نمایش داد، یک تابع خطی می‌نامند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ضابطهٔ تابع خطی به صورت $y=\alpha x+\beta$ است، در نتیجه:

$$f(x)=(a+۱)x^۲+(۲-ab)x-۲b \xrightarrow{\text{خطی } f} a+۱=۰ \Rightarrow a=-۱$$

$$\Rightarrow f(x)=(۲+b)x-۲b$$

گام دوم: ضابطهٔ تابع همانی به فرم $y=x$ است، بنابراین:

$$g(x)=۲(۲+b)x-۴b+c \xrightarrow{g(x)=x} \begin{cases}۴+۲b=۱\\-۴b+c=۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}b=-\frac{۳}{۲}\\c=-۶\end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ با فرض $f(x)=\frac{۲x+۱}{x+۱}$، حاصل $f(۲f^{-۱}(۳))$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اگر $(a,b)\in f \Leftarrow (b,a)\in f^{-۱}$.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با فرض $f^{-۱}(۳)=\alpha$ در نتیجه $f(\alpha)=۳$، در نتیجه داریم:

$$f(\alpha)=۳ \Rightarrow \frac{۲\alpha+۱}{\alpha+۱}=۳ \Rightarrow ۲\alpha+۱=۳\alpha+۳ \Rightarrow \alpha=-۲ \Rightarrow f^{-۱}(۳)=-۲$$

گام دوم: با توجه به این‌که $f^{-۱}(۳)=-۲$، خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$f\left(۲f^{-۱}(۳)\right)=f(-۴)=\frac{۲\times(-۴)+۱}{-۴+۱}=\frac{۷}{۳}$$

یه‌جور دیگه می‌توانیم ضابطهٔ وارون تابع f را به دست آوریم:

$$f(x)=\frac{۲x+۱}{x+۱} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{-x+۱}{x-۲} \Rightarrow f^{-۱}(۳)=-۲$$

$$\Rightarrow f\left(۲f^{-۱}(۳)\right)=f(-۴)=\frac{۷}{۳}$$

نکته اگر $(a,b)\in f$ آن‌گاه $(b,a)\in f^{-۱}$.

ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ $(ad-bc\neq ۰)$ به صورت $f^{-۱}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ تابع $f(x)=۳-۲x$ با دامنهٔ $[-۳,+\infty)$ مفروض است. برد تابع $f-f^{-۱}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,۶]$ ۲) $(-\infty,۹]$

۳) $[-۱۲,۶]$ ۴) $[-۶,۹]$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول برد تابع f رو حساب کن تا دامنهٔ $f^{-۱}$ رو داشته باشی. از اشتراک این دو دامنه $f-f^{-۱}$ رو داری. حالا $f-f^{-۱}$ بساز!

درس Box به طور کلی اگر f و g دو تابع باشند، توابع $f+g$، $f-g$، $f.g$ و $\frac{f}{g}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x) \qquad D_{f+g}=D_f\cap D_g$$
$$(f-g)(x)=f(x)-g(x) \qquad D_{f-g}=D_f\cap D_g$$
$$(f.g)(x)=f(x).g(x) \qquad D_{f.g}=D_f\cap D_g$$
$$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)} \qquad D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\mid g(x)=۰\}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با توجه به این‌که $D_{f^{-۱}}=R_f$ داریم:

$$\begin{cases}D_f=[-۳,+\infty)\\ D_{f^{-۱}}=R_f=(-\infty,۹]\end{cases}$$

گام دوم: دامنه تابع $f-f^{-۱}$ برابر $D_f\cap D_{f^{-۱}}$ است، در نتیجه:

$$D_{f-f^{-۱}}=D_f\cap D_{f^{-۱}}=[-۳,+\infty)\cap(-\infty,۹]=[-۳,۹]$$

گام سوم: حال ضابطهٔ تابع $f-f^{-۱}$ را مشخص می‌کنیم و برد آن را با توجه به دامنه‌اش به دست می‌آوریم:

$$f(x)=۳-۲x \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۳-x}{۲}$$

$$\Rightarrow (f-f^{-۱})(x)=f(x)-f^{-۱}(x)=۳-۲x-\frac{۳-x}{۲}=\frac{-۳x+۳}{۲}$$

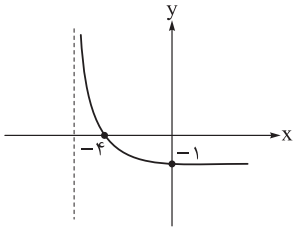
$$-۳\le x\le ۹ \Rightarrow -۲۷\le -۳x\le ۹ \Rightarrow -۲۴\le -۳x+۳\le ۱۲ \Rightarrow -۱۲\le\frac{-۳x+۳}{۲}\le ۶$$

$$\Rightarrow -۱۲\le(f-f^{-۱})(x)\le ۶ \Rightarrow R_{f-f^{-۱}}=[-۱۲,۶]$$

نکته ضابطهٔ وارون توابع به فرم $f(x)=ax+b$ به صورت $f^{-۱}(x)=\frac{x-b}{a}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ اگر نمودار $f(x)=a+\log_{۲}(bx+c)$ به صورت زیر باشد، مقدار $\frac{b}{c}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{-۱}{۲}$

۳) -۴

۴) -۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint نقاط روی نمودار تابع رو در ضابطه صدق بده! حواست باشه تعداد مجهولات بیشتر از معلوماته، پس دنباله رابطهٔ بینشون باش!

پاسخ خیلی تشریحی نقاط $(-۴,۰)$ و $(۰,-۱)$ روی نمودار تابع f قرار دارند، پس:

$$f(۰)=-۱ \Rightarrow a+\log_{۲}^{c}=-۱ \Rightarrow c=۲^{-a-۱} \Rightarrow ۲c=۲^{-a}\ (*)$$

$$f(-۴)=۰ \Rightarrow ۰=a+\log_{۲}^{(-۴b+c)} \Rightarrow ۲^{-a}=-۴b+c \xrightarrow{(*)} ۲c=-۴b+c$$

$$\Rightarrow c=-۴b \Rightarrow \frac{b}{c}=\frac{-۱}{۴}$$

نکته به طور کلی:

$$y=\log_{a}^{x} \Leftrightarrow a^{y}=x$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ یکی از جواب‌های معادلهٔ $\log_{۲}(۳\times ۲^{x}+m)=۲x+۱$، یک واحد از جواب دیگر بزرگ‌تر است، مقدار m کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اول از حالت لگاریتمی خارج کن، بعدش تغییر متغیر بزن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به رابطه بین تابع نمایی و تابع لگاریتمی داریم:

$$\log_{۲}(۳\times ۲^{x}+m)=۲x-۱ \Rightarrow ۳\times ۲^{x}+m=۲^{۲x-۱}$$

گام دوم: با فرض $۲^{x}=t$ داریم:

$$۳t+m=\frac{t^{۲}}{۲} \Rightarrow t^{۲}-۶t-۲m=۰ \Rightarrow t_{۱,۲}=۳\pm\sqrt{۹+۲m}$$

گام سوم: با توجه به فرض یکی از ریشه‌ها، یک واحد از ریشهٔ دیگر بزرگ‌تر است:

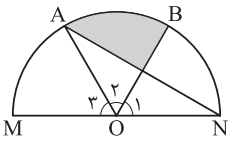
$$x_{۱}-x_{۲}=۱ \xrightarrow{t=۲^{x}} ۲^{x_{۱}-x_{۲}}=۲ \Rightarrow \frac{۲^{x_{۱}}}{۲^{x_{۲}}}=۲ \Rightarrow \frac{t_{۱}}{t_{۲}}=۲$$

$$\Rightarrow \frac{۳+\sqrt{۹+۲m}}{۳-\sqrt{۹+۲m}}=۲ \Rightarrow ۳+\sqrt{۹+۲m}=۶-۲\sqrt{۹+۲m}$$

$$\Rightarrow ۳\sqrt{۹+۲m}=۳ \Rightarrow \sqrt{۹+۲m}=۱ \Rightarrow ۹+۲m=۱ \Rightarrow ۲m=-۸ \Rightarrow m=-۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ در شکل زیر شعاع دایره برابر ۳ و زوایای مرکزی O_1، O_2 و O_3 با هم برابرند. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



۱) $3\pi - \frac{4\sqrt{3}}{3}$

۲) $\frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8}$

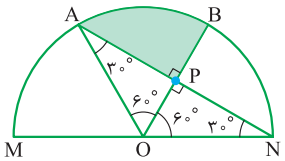
۳) $3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$

۴) $\frac{3\pi}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint نیاز به مساحت قطاع و مثلث داری که از هم کم بکنی!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** چون هر سه زاویه جدا شده O برابرند، پس اندازهٔ هر کدام برابر $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$ است. هم‌چنین با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} ON = AO \Rightarrow \overset{\Delta}{AON} \text{ متساوی‌الساقین} \Rightarrow O\hat{A}N = O\hat{N}A = 30^\circ \\ O\hat{A}N = 30^\circ \Rightarrow OP = \frac{1}{2}OA \xrightarrow{OA=OB} OP = \frac{1}{2}OB = \frac{3}{2} \end{cases}$$

گام دوم: حال برای پیداکردن مساحت قسمت سایه‌خورده داریم:

$$S_{\text{سایه‌خورده}} = S_{\text{قطاع OAB}} - S_{\overset{\Delta}{OPA}} = \frac{\pi \times 3^2 \times 60^\circ}{360^\circ} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 \times \sin 60^\circ\right)$$

$$\Rightarrow S_{\text{سایه‌خورده}} = \frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

نکته مساحت مثلث ABC از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{1}{2}ab\sin\hat{C} = \frac{1}{2}bc\sin\hat{A} = \frac{1}{2}ac\sin\hat{B}$$

مساحت قطاع دایره‌ای که زاویهٔ مرکزی آن برابر θ (برحسب رادیان) و شعاع آن r باشد برابر:

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{2}\theta r^2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ مقدار عددی $A = \sin\frac{\pi}{۲۴}\sin\frac{۵\pi}{۲۴}\sin\frac{۷\pi}{۲۴}\sin\frac{۱۱\pi}{۲۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۳۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint دوتا از sin ها رو تبدیل به cos بکن تا بتونی از رابطهٔ $\sin ۲\alpha$ استفاده کنی!

درس Box به طور کلی برای دو زاویهٔ متمم θ و $\frac{\pi}{۲}-\theta$ همواره روابط زیر برقرار است.

$$\sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\cos\theta$$

$$\cos(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\sin\theta$$

$$\tan(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\cot\theta$$

$$\cot(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\tan\theta$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که $\frac{\pi}{۲}=\frac{\pi}{۲۴}+\frac{۱۱\pi}{۲۴}$ و $\frac{\pi}{۲}=\frac{۷\pi}{۲۴}+\frac{۵\pi}{۲۴}$ داریم:

$$\sin(\frac{۱۱\pi}{۲۴})=\cos(\frac{\pi}{۲۴}),\ \sin(\frac{۷\pi}{۲۴})=\cos(\frac{۵\pi}{۲۴})$$

گام دوم: حال به کمک تساوی‌های به‌دست‌آمده عبارت را بازنویسی می‌کنیم:

$$A=\sin\frac{\pi}{۲۴}\cos\frac{\pi}{۲۴}\sin\frac{۵\pi}{۲۴}\cos\frac{۵\pi}{۲۴}=\frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۱۲}\times\frac{۱}{۲}\sin\frac{۵\pi}{۱۲}$$

گام سوم: چون $\frac{\pi}{۲}=\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۵\pi}{۱۲}$ مشابه گام اول داریم:

$$A=\frac{۱}{۴}\sin\frac{\pi}{۱۲}\cos\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۸}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۱۶}$$

نکته

$$\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha\ \Rightarrow\ \cos\alpha\sin\alpha=\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ اگر $\sin(\alpha-\frac{\pi}{۴})\cos(\alpha+\frac{۵\pi}{۴})=\frac{۱}{۲}$، مقدار $\cos ۴\alpha$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول کمان‌های sin و cos را مثل هم بکن تا بتونی از روابط ۲α استفاده کنی!

درس Box دو زاویهٔ α و $-\alpha$ قرینهٔ یکدیگرند، برای دو زاویهٔ قرینه روابط مثلثاتی زیر برقرار است.

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$$
$$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا $\cos(\alpha+\frac{۵\pi}{۴})$ را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم و عبارت A را بازنویسی می‌کنیم:

$$\cos(\alpha+\frac{۵\pi}{۴})=\cos(\alpha+\frac{\pi}{۴}+\pi)=-\cos(\alpha+\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow A=-\sin(\alpha-\frac{\pi}{۴})\cos(\alpha+\frac{\pi}{۴})=\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)\cos(\alpha+\frac{\pi}{۴})=\frac{۱}{۲}$$

گام دوم: با توجه به این‌که $(\frac{\pi}{۴}-\alpha)+(\alpha+\frac{\pi}{۴})=\frac{\pi}{۲}$ داریم:

$$\cos(\alpha+\frac{\pi}{۴})=\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)$$

$$\Rightarrow A=\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\sin^۲(\alpha-\frac{\pi}{۴})=\frac{۱}{۲}$$

گام سوم: به کمک اتحاد $\cos ۲x=۱-۲\sin^۲ x$ داریم:

$$\cos(۲\alpha-\frac{\pi}{۲})=۱-۲\sin^۲(\alpha-\frac{\pi}{۴}) \Rightarrow \sin ۲\alpha=۱-۲\times\frac{۱}{۲}=۰$$

$$\Rightarrow \cos ۴\alpha=۱-۲\sin^۲ ۲\alpha=۱-۰=۱$$

نکته

$$\cos ۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ اگر $\lim\limits_{x\to 1}\frac{a-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}=b$ و $b\in\mathbb{R}$، مقدار ab کدام است؟

۱) -2 ۲) 2 ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{-1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint حاصل حد حقیقی و حد مخرج صفر، پس باید $\frac{0}{0}$ باشه!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** وقتی $x\to 1$، حاصل حد مخرج برابر صفر است. با توجه به این‌که حاصل حد برابر عددی حقیقی شده است. پس باید حاصل حد صورت نیز وقتی $x\to 1$ برابر صفر باشد:

$$a-\sqrt{1}=0 \Rightarrow a=1$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقدار $a=1$، حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to 1}\Big(\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}\times\underbrace{\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}_{2}\times\frac{\overbrace{2+\sqrt{5-x}}^{4}}{2+\sqrt{5-x}}\Big)=\lim_{x\to 1}\frac{4(1-x)}{2(4-(5-x))}=\lim_{x\to 1}\frac{-4(x-1)}{2(x-1)}=-2=b$$

$$\Rightarrow ab=1\times(-2)=-2$$

یه‌جور دیگه برای محاسبهٔ حد می‌توانستیم از قاعدهٔ هوپیتال نیز استفاده کنیم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{5-x}}}=\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{1}{4}}=-2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}}(۴x^۲-۱)\tan \pi x$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{\pi}$ ۳) $\frac{-۴}{\pi}$ ۴) $\frac{-\pi}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به صفر صفرم تبدیلش کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** وقتی $x\to\frac{۱}{۲}$، حاصل حد برابر $۰\times\infty$ می‌شود که حالتی مبهم است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$L=\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}(۴x^۲-۱)\cot(\frac{\pi}{۲}-\pi x)=\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۴x^۲-۱}{\tan(\frac{\pi}{۲}-\pi x)}$$

گام دوم: با تغییر متغیر $x-\frac{۱}{۲}=t$ حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$x-\frac{۱}{۲}=t \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}+t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۴x^۲-۱=(۲x-۱)(۲x+۱)=(۲t)(۲t+۲)=۴t(t+۱) \\ \tan(\frac{\pi}{۲}-\pi x)=\tan(\frac{\pi}{۲}-\pi(\frac{۱}{۲}+t))=-\tan \pi t \end{cases}$$

$$\Rightarrow L=\lim_{t\to۰}\frac{۴t(t+۱)}{-\tan \pi t}=-۴\lim_{x\to۰}\frac{t}{\frac{\sin \pi t}{\cos \pi t}}=-\frac{۴}{\pi}\lim_{t\to۰}\frac{\pi t}{\sin \pi t}=-\frac{۴}{\pi}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

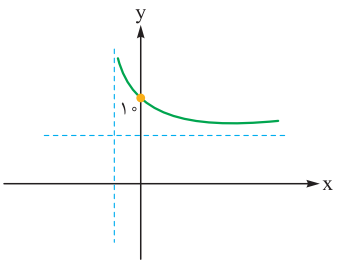
۱۶ تابع $f(x)=\left[\frac{۲x+۱۰}{x+۱}\right]$ روی بازهٔ $(۰,\alpha]$ پیوسته است. حداکثر مقدار α کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint توابع شامل براکت در نقاطی که داخل براکت عددی صحیح بشه ناپیوسته است. اولین جایی که بعد از $x=۰$ داخل براکت صحیح می‌شه رو پیدا کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا نمودار تابع $g(x)=\frac{۲x+۱۰}{x+۱}$ را در محدودهٔ $x>۰$ رسم می‌کنیم:



گام دوم: با توجه به این‌که توابع شامل براکت در نقاطی که داخل براکت عددی صحیح شود ناپیوسته است. اولین نقطهٔ ناپیوستگی در محدودهٔ $x>۰$، زمانی رخ می‌دهد که نمودار تابع خط $y=۹$ را قطع کند.

$$\frac{۲x+۱۰}{x+۱}=۹ \Rightarrow ۲x+۱۰=۹x+۹ \Rightarrow ۷x=۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۷}$$

نکته تابع $y=[f(x)]$ در نقاطی مانند $x=a$ که $f(a)$ عددی صحیح شود ناپیوسته است. مگر این‌که مقادیر تابع f در همسایگی این نقاط بزرگ‌تر یا مساوی $f(a)$ باشد، مانند نقطهٔ مینیمم توابع درجه‌دوم!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ تعداد اعداد طبیعی چهاررقمی مضرب ۵، بدون تکرار ارقام که حتماً شامل رقم ۵ باشد، کدام است؟

۱) ۶۱۶ ۲) ۵۶۰ ۳) ۶۷۲ ۴) ۷۲۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint رقم یکان یا صفر باشه یا ۵.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** عددی مضرب ۵ است که رقم یکان آن ۰ یا ۵ باشد.

اگر رقم یکان آن ۵ باشد، عدد ما حتماً شامل رقم ۵ است و تعداد آن‌ها برابر است با:

$$۸\times۸\times۷\times۱=۴۴۸$$

گام دوم: اگر رقم یکان صفر باشد، رقم ۵ باید در یکی از ۳ جایگاه باقی‌مانده باشد که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$۸\times۷\times\frac{۱}{\{۵\}}\times\frac{۱}{\{۰\}}=۵۶$$

$$۸\times\frac{۱}{\{۵\}}\times۷\times\frac{۱}{\{۰\}}=۵۶$$

$$\frac{۱}{\{۵\}}\times۸\times۷\times\frac{۱}{\{۰\}}=۵۶$$

گام سوم: بنابراین تعداد کل اعداد ۴ رقمی با ویژگی ذکرشده برابر است با:

$$۴۴۸+۳(۵۶)=۶۱۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ A و B دو پیشامد از فضای نمونهٔ S هستند، به طوری که $P(A)=۰/۸$ و $P(B)=۰/۶$. اگر $P(A-B)=۰/۳$، مقدار $P(A'\cup B')$ کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۹

۳) ۰/۸ ۴) ۰/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از قوانین دمورگان استفاده کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک $P(A-B)$ مقدار $P(A\cap B)$ را به دست می‌آوریم:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B) \Rightarrow ۰/۳=۰/۸-P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cap B)=۰/۵$$

گام دوم: حال با استفاده از قوانین دمورگان داریم:

$$P(A'\cup B')=P((A\cap B)')=۱-P(A\cap B)=۱-۰/۵=۰/۵$$

نکته چند ویژگی از ویژگی‌های احتمال:

۱) $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$

۲) $P(A')=۱-P(A)$

۳) $P(A'\cup B')=P((A\cap B)')=۱-P(A\cap B)$

۴) $P(A'\cap B')=P((A\cup B)')=۱-P(A\cup B)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ هر یال یک مکعب مستطیل با چه تعداد از یال‌های دیگر آن متنافر است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

مشاوره این سؤال براساس کار در کلاس صفحهٔ ۸۲ کتاب درسی هندسه ۱ و مشابه سؤالی از کنکور ریاضی خارج از کشور ۹۶ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint یک مکعب مستطیل رسم کنید و یک یال دلخواه آن را در نظر بگیرید. یال‌های موازی یا متقاطع با آن را حذف کنید.

درس Box

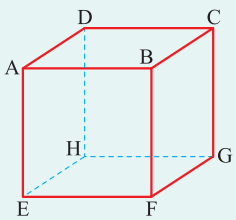
دو خط در فضا یکی از سه حالت زیر را دارند:

۱) دو خط که نقطهٔ اشتراکی ندارند و در یک صفحه قرار می‌گیرند، موازی نامیده می‌شوند.

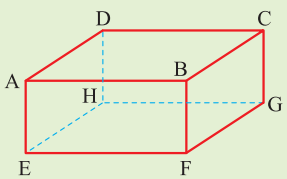
۲) دو خط که در یک نقطه مشترک‌اند (در یک نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند)، متقاطع نامیده می‌شوند.

۳) دو خط که هیچ صفحه‌ای شامل هر دوی آن‌ها وجود نداشته باشد، متنافر نامیده می‌شوند.

به عنوان مثال در مکعب شکل مقابل، خطوط شامل پاره‌خط‌های AB و CD، موازی یکدیگرند، خطوط شامل پاره‌خط‌های AB و BC متقاطع‌اند و خطوط شامل پاره‌خط‌های AB و CG متنافرند.



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مکعب مستطیل دلخواهی رسم می‌کنیم و یال AB را از آن در نظر می‌گیریم.



گام دوم: یال AB با یال‌های CD، EF و HG موازی و با یال‌های AD، AE، BC و BF متقاطع است؛ بنابراین یال AB با یال‌های باقی‌مانده یعنی CG، DH، EH و FG متنافر است. به‌عبارت دیگر هر یال مکعب مستطیل با ۴ یال دیگر آن متنافر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ در کدام تبدیل، جهت شکل حفظ نمی‌شود؟

۱) بازتاب
۲) انتقال
۳) دوران
۴) تجانس

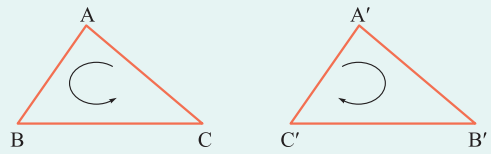
مشاوره این سؤال براساس کار در کلاس صفحهٔ ۴۸ کتاب درسی هندسه ۲ و مشابه سؤالی از کنکور مرحلهٔ اول (اردیبهشت) ۱۴۰۳ طرح شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint دقت کنید که منظور از جهت شکل، جهت چرخش شکل یا جهت قرارگرفتن نقاط واقع بر شکل است.

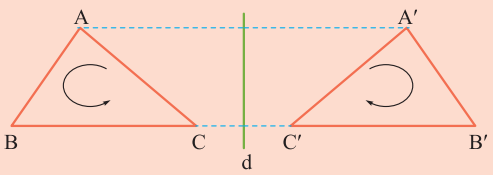
درس Box

جهت شکل (جهت چرخش شکل) ترتیب قرارگرفتن نقاط در هر شکل را مشخص می‌کند. مثلاً در شکل (۱)، نقاط A، B و C در جهت پادساعتگرد (خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت) و در شکل (۲)، نقاط A'، B' و C' در جهت ساعتگرد (جهت حرکت عقربه‌های ساعت) قرار دارند.

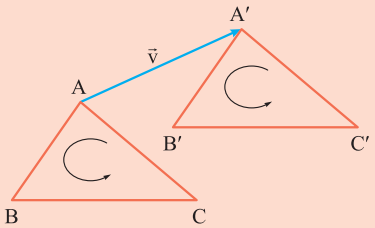


پاسخ خیلی تشریحی جهت شکل را برای مثلث دلخواه ABC به ازای هر کدام از تبدیل‌ها بررسی می‌کنیم.

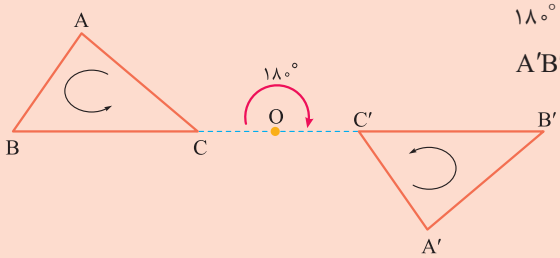
گزینهٔ (۱): **بازتاب**: مثلث ABC را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم. جهت شکل در مثلث ABC، پادساعتگرد و در مثلث $A'B'C'$، ساعتگرد است، پس جهت شکل حفظ نمی‌شود.



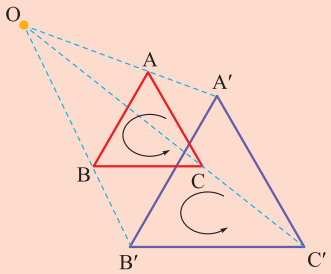
گزینهٔ (۲): **انتقال**: مثلث ABC را با بردار $\vec{v}$ انتقال می‌دهیم. جهت شکل در هر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ پادساعتگرد است، پس جهت شکل حفظ می‌شود.



گزینهٔ (۳): **دوران**: مثلث ABC را به مرکز O به اندازهٔ 180° دوران می‌دهیم. جهت شکل در هر دو مثلث ABC و $A'B'C'$ پادساعتگرد است، پس جهت شکل حفظ می‌شود.



گزینهٔ (۴): **تجانس**: مجانس مثلث ABC را به مرکز O و نسبت $k=\frac{۳}{۲}$ پیدا می‌کنیم. جهت شکل در هر دو مثلث ABC و $A'B'C'$، پادساعتگرد است، پس تجانس جهت شکل را حفظ می‌کند.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC ، نقطهٔ M وسط وتر $BC = ۸$ است. به ازای کدام مقدار x ، دقیقاً چهار نقطه روی محیط مثلث ABC وجود دارد به‌طوری‌که از نقطهٔ M به فاصلهٔ x باشند؟

۱) $۳\sqrt{۲}$
۲) ۴
۳) ۳
۴) $۲\sqrt{۲}$

دایره‌ای به مرکز M و شعاع x، مثلث ABC را در ۴ نقطه قطع می‌کند.

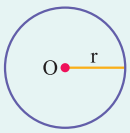
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

میانهٔ AM را رسم کنید تا دو مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین AMB و AMC پدید آید.

درس Box

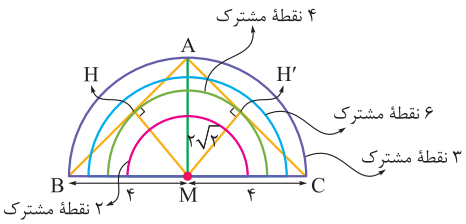
۱) نقاطی از صفحه که از نقطهٔ ثابت O در آن صفحه به فاصلهٔ ثابت r هستند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع r قرار دارند.



۲) در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ میانهٔ وارد بر وتر، نصف اندازهٔ وتر است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: میانهٔ AM را در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC رسم می‌کنیم. این میانه، ارتفاع وارد بر ضلع BC است. از طرفی میانهٔ AM، نصف وتر بوده و با BM و MC برابر است، پس هر کدام از دو مثلث AMB و AMC مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین به طول ضلع قائمه ۴ و طول وتر $۴\sqrt{۲}$ هستند. طول میانه یا همان ارتفاع وارد بر وتر در هر کدام از این دو مثلث برابر $۲\sqrt{۲}$ است.



گام دوم: مطابق شکل رسم‌شده دایره‌ای به مرکز M و شعاع ۴، از سه رأس مثلث ABC عبور می‌کند. اگر دایره‌ای به مرکز M و شعاع x $(۲\sqrt{۲} < x < ۴)$ رسم کنیم، هر کدام از اضلاع مثلث ABC را در دو نقطه قطع می‌کند (۶ نقطهٔ مشترک). دایره‌ای به مرکز M و شعاع $۲\sqrt{۲}$، ضلع BC را در دو نقطه قطع می‌کند، ولی در نقاط H و H′ بر اضلاع AB و AC مماس است (۴ نقطهٔ مشترک) که دقیقاً همان خواستهٔ سؤال است.

دایره‌ای به مرکز M و شعاع x $(۰ < x < ۲\sqrt{۲})$، فقط ضلع BC را در دو نقطه قطع می‌کند. (۲ نقطهٔ مشترک)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ به ازای کدام مقادیر x، لوزی به طول ضلع x که طول یک قطر آن ۱۶ و طول قطر دیگر آن حداکثر ۱۲ باشد، قابل رسم است؟

۱) $x > 8$

۲) $8 \le x \le 10$

۳) $6 < x \le 8$

۴) $8 < x \le 10$

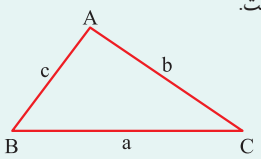
مشاوره نامساوی‌های هندسی مانند قضیه‌های نامساوی مثلثی، ضلع برتر و زاویهٔ برتر از مهم‌ترین روابط مربوط به اضلاع مثلث هستند و به طور مستقیم یا غیرمستقیم در تست‌های کنکور حضور دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint قطرهای لوزی عمود منصف یکدیگرند. از این ویژگی برای محاسبهٔ طول ضلع لوزی استفاده کنید.

درس Box

۱) **قضیهٔ نامساوی مثلثی:** در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است.

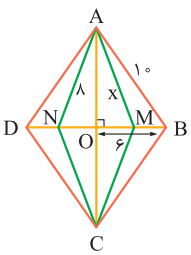


$$\begin{cases} a+b>c \\ a+c>b \\ b+c>a \end{cases}$$

۲) **قضایای ضلع برتر و زاویهٔ برتر:** در هر مثلث، اگر دو ضلع نابرابر باشند، زاویهٔ روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر از زاویهٔ روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است و برعکس.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید قطر AC برابر ۱۶ و قطر BD حداکثر برابر ۱۲ باشد. چون قطرهای لوزی عمود منصف یکدیگرند، پس $OA = OC = 8$ و حداکثر مقدار OB و OD برابر ۶ است.



گام دوم: لوزی دلخواه $AMCN$ به طول ضلع x را در نظر بگیرید. در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM، AM روبه‌رو به زاویهٔ 90° (بزرگ‌ترین زاویهٔ مثلث) است، پس داریم:

$$AM > OA \Rightarrow x > 8$$

گام سوم: مطابق شکل $OM \le 6$ است، بنابراین داریم:

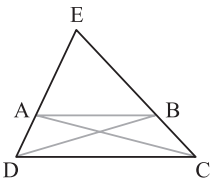
$$OM \le 6 \Rightarrow OM^2 \le 6^2 \Rightarrow OA^2 + OM^2 \le 8^2 + 6^2 \xrightarrow{OA^2+OM^2=AM^2} AM^2 \le 10^2$$
$$\Rightarrow AM \le 10 \Rightarrow x \le 10$$

گام چهارم: با توجه به نتایج گام‌های دوم و سوم داریم:

$$8 < x \le 10$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث ECD به مساحت مثلث EAB برابر $۱\frac{۷}{۹}$ است. مساحت محدود به دو قطر و یک ساق ذوزنقهٔ ABCD، چند برابر مساحت مثلث ECD است؟



۱) $\frac{۷}{۳۲}$
۲) $\frac{۳}{۲۸}$
۳) $\frac{۷}{۴۸}$
۴) $\frac{۳}{۴۹}$

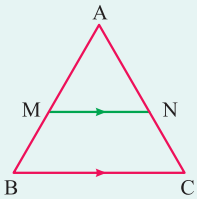
مشاوره حالت‌های تشابه دو مثلث و نسبت محیط و مساحت‌ها در دو مثلث متشابه یکی از پرتکرارترین مباحث سؤالات هندسهٔ پایه در کنکور را به خود اختصاص می‌دهند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مثلث‌های متشابه را تعیین کرده و نسبت مساحت‌های آن‌ها را بنویسید.

درس Box

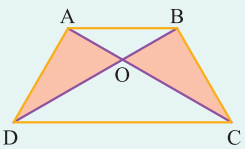
۱) قضیهٔ اساسی تشابه: اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{ABC}$$

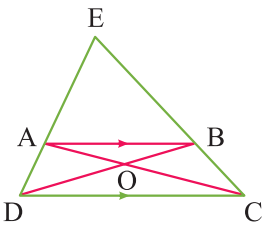
۲) در دو مثلث متشابه، نسبت محیط‌ها برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت تشابه است.

۳) قضیهٔ شبه پروانه: مساحت مثلث‌هایی که بین دو قطر هر ذوزنقه و ساق‌های آن ایجاد می‌شود، برابر یکدیگر است. به عبارت دیگر اگر قطرهای ذوزنقهٔ ABCD در نقطهٔ O متقاطع باشند، آن‌گاه $S_{AOD} = S_{BOC}$ است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث EAB و ECD متشابه‌اند و با توجه به فرض سؤال داریم:



$$AB \parallel DC \Rightarrow \overset{\Delta}{EAB} \sim \overset{\Delta}{ECD} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ECD}}}{S_{\overset{\Delta}{EAB}}} = \left(\frac{CD}{AB}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{CD}{AB}\right)^{۲} = ۱\frac{۷}{۹} = \frac{۱۶}{۹} \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{۴}{۳}$$

گام دوم: حال نسبت مساحت ذوزنقهٔ ABCD را به مساحت مثلث ECD محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{EAB}}}{S_{\overset{\Delta}{ECD}}} = \frac{۹}{۱۶} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{\overset{\Delta}{ECD}} - S_{\overset{\Delta}{EAB}}}{S_{\overset{\Delta}{ECD}}} = \frac{۱۶-۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{\overset{\Delta}{ECD}}} = \frac{۷}{۱۶}$$

گام سوم: در ذوزنقهٔ ABCD ، مثلث‌های AOB و COD متشابه‌اند.

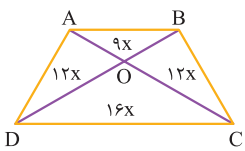
$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} \ (*)$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AOB}}}{S_{\overset{\Delta}{COD}}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^{۲} = \left(\frac{۳}{۴}\right)^{۲} = \frac{۹}{۱۶} \ (**)$$

از طرفی مثلث‌های AOB و AOD در ارتفاع رسم‌شده از رأس A مشترک‌اند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌های دو مثلث است.

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AOD}}}{S_{\overset{\Delta}{AOB}}} = \frac{OD}{OB} \overset{(*)}{=} \frac{CD}{AB} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \begin{cases} S_{\overset{\Delta}{AOD}} = ۱۲x \\ S_{\overset{\Delta}{AOB}} = ۹x \end{cases} \overset{(**)}{\Rightarrow} S_{COD} = ۱۶x$$

و طبق قضیهٔ شبه پروانه، $S_{\overset{\Delta}{AOD}} = S_{\overset{\Delta}{BOC}}$. بنابراین داریم:



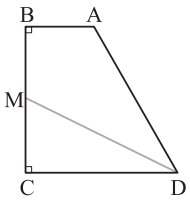
$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AOD}}}{S_{ABCD}} = \frac{۱۲x}{۹x+۱۲x+۱۲x+۱۶x} = \frac{۱۲}{۴۹}$$

گام چهارم: با توجه به نتایج گام‌های دوم و سوم داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AOD}}}{S_{\overset{\Delta}{ECD}}} = \frac{S_{\overset{\Delta}{AOD}}}{S_{ABCD}} \times \frac{S_{ABCD}}{S_{\overset{\Delta}{ECD}}} = \frac{۱۲}{۴۹} \times \frac{۷}{۱۶} = \frac{۳}{۲۸}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ در شکل زیر، نقطهٔ **M** وسط ضلع **BC** و **MD** نیمساز زاویهٔ **D** در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ **ABCD** است. اگر $\hat{A}=۱۲۰^\circ$ و $MD=\sqrt{۳}$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ **M** از رأس **A** کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint به زوایای ۳۰° و ۶۰° در شکل دقت کنید.

درس Box

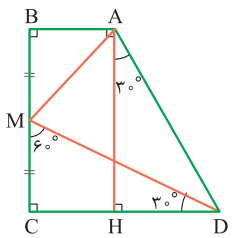
در یک مثلث قائم‌الزاویه:

۱) اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰°، $\frac{۱}{۲}$ اندازهٔ وتر است.

۲) اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ اندازهٔ وتر است.

نکته هر دو زاویهٔ مجاور به یک ساق در ذوزنقه، مکمل یکدیگرند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔



گام اول: زوایای $\hat{A}$ و $\hat{D}$ در ذوزنقهٔ ABCD مکمل یکدیگرند، پس $\hat{D}=۱۸۰^\circ-۱۲۰^\circ=۶۰^\circ$ است. با توجه به این‌که DM نیمساز زاویهٔ $\hat{D}$ است، پس داریم:

$$A\hat{D}M=C\hat{D}M=۳۰^\circ$$

گام دوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ MCD، $C\hat{M}D=۶۰^\circ$ است، پس در این مثلث می‌توان اندازهٔ اضلاع MC و CD را به کمک طول وتر محاسبه کرد:

$$C\hat{D}M=۳۰^\circ \Rightarrow MC=\frac{۱}{۲}MD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}=BM$$

$$C\hat{M}D=۶۰^\circ \Rightarrow CD=\frac{\sqrt{۳}}{۲}MD=\frac{۳}{۲}$$

گام سوم: نقطهٔ M وسط ضلع BC است، پس $BC=۲MC=\sqrt{۳}$. از نقطهٔ A عمود AH را بر قاعدهٔ CD رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ ADH داریم:

$$A\hat{D}H=۶۰^\circ \Rightarrow AH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AD \Rightarrow \sqrt{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AD \Rightarrow AD=۲$$

$$D\hat{A}H=۳۰^\circ \Rightarrow DH=\frac{۱}{۲}AD=\frac{۱}{۲}\times ۲=۱$$

گام چهارم: برای محاسبهٔ فاصلهٔ نقاط M و A، به‌طول پاره‌خط AB نیاز داریم. چهارضلعی ABCH مستطیل است، پس می‌توان نوشت:

$$AB=CH=CD-DH=\frac{۳}{۲}-۱=\frac{۱}{۲}$$

گام پنجم: طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABM داریم:

$$MA^۲=MB^۲+AB^۲=(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲+(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱ \Rightarrow MA=۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵ مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۳ را از دایرهٔ محیطی آن جدا کرده و قسمت باقی‌مانده از دایره را حول یکی از ارتفاع‌های مثلث، دوران می‌دهیم. سطح مقطع شکل حاصل با صفحه‌ای که از مرکز دایرهٔ محیطی گذشته و بر محور دوران عمود است، چند برابر π است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵

۳) ۲ ۴) ۲/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

سطح مقطع حاصل به‌صورت یک حلقه (سطح بین دو دایرهٔ هم‌مرکز) است.

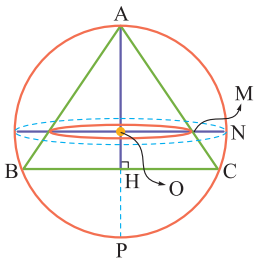
درس Box

۱) از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن، یک کره پدید می‌آید.

۲) از دوران یک مثلث متساوی‌الاضلاع حول یکی از ارتفاع‌های آن، یک مخروط پدید می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مرکز دایرهٔ محیطی هر مثلث، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های آن مثلث است. چون در مثلث متساوی‌الاضلاع، عمودمنصف‌ها همان میانه‌های نظیر اضلاع هستند، پس داریم:



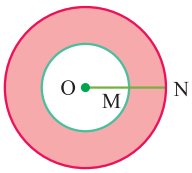
$$R = OA = \frac{۲}{۳}AH = \frac{۲}{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۳ = \sqrt{۳} \quad \text{(شعاع دایرهٔ محیطی)}$$

گام دوم: طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHC داریم:

$$OM \parallel CH \Rightarrow \frac{OM}{CH} = \frac{AO}{AH} \Rightarrow \frac{OM}{\frac{۳}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow OM = ۱$$

گام سوم: از دوران شکل حول قطر AP ، یک کره پدید می‌آید که مخروطی به رأس A از آن جدا شده است. حال اگر این جسم را با صفحه‌ای که از مرکز این کره عبور می‌کند، برش دهیم، سطح مقطع حاصل دایره‌ای به شعاع $ON = R = OA = \sqrt{۳}$ است که دایره‌ای به شعاع $OM = ۱$ از آن برداشته شده است.

مساحت سطح مقطع حاصل برابر است با:



$$S = \pi(ON)^۲ - \pi(OM)^۲ = ۳\pi - \pi = ۲\pi$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ طول مماس‌مشترک خارجی دو دایره، واسطهٔ هندسی طول مماس‌مشترک داخلی و طول خط‌المرکزین آن دو دایره است. اگر شعاع دایره‌ها ۱ و ۷ باشد، طول خط‌المرکزین دو دایره کدام است؟

۱) $۷\sqrt{۳}$

۲) ۱۵

۳) $۹\sqrt{۲}$

۴) ۱۲

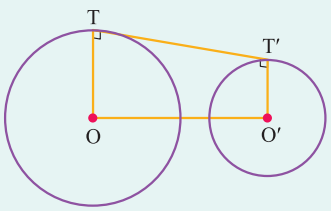
مشاوره مسائل مربوط به مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره از مهم‌ترین دستهٔ مسائل عددی دایره محسوب می‌شوند و در کنکورهای متعددی از جمله ۱۴۰۱، سؤالاتی از این مبحث دیده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اگر b واسطهٔ هندسی a و c باشد، آن‌گاه $b^۲ = ac$.

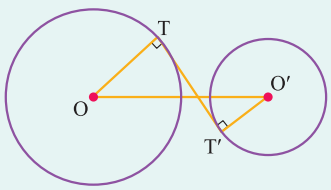
درس Box

الف) طول مماس‌مشترک خارجی دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ با طول خط‌المرکزین $OO' = d$ برابر است با:



$$TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲}$$

ب) طول مماس‌مشترک داخلی دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ با طول خط‌المرکزین $OO' = d$ برابر است با:



$$TT' = \sqrt{d^۲ - (R + R')^۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید $R = ۱$ ، $R' = ۷$ و طول خط‌المرکزین دو دایره برابر d باشد. ابتدا طول مماس‌مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{طول مماس‌مشترک خارجی} = \sqrt{d^۲ - (۱-۷)^۲} = \sqrt{d^۲ - ۳۶}$$

$$\text{طول مماس‌مشترک داخلی} = \sqrt{d^۲ - (۱+۷)^۲} = \sqrt{d^۲ - ۶۴}$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، طول مماس‌مشترک خارجی، واسطهٔ هندسی طول مماس‌مشترک داخلی و خط‌المرکزین دو دایره است. بنابراین داریم:

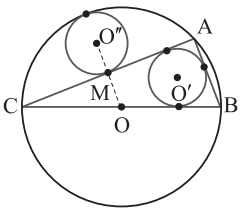
$$(\sqrt{d^۲ - ۳۶})^۲ = \sqrt{d^۲ - ۶۴} \times d \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (d^۲ - ۳۶)^۲ = (d^۲ - ۶۴) \times d^۲$$

$$\Rightarrow d^۴ - ۷۲d^۲ + ۳۶^۲ = d^۴ - ۶۴d^۲$$

$$\Rightarrow ۸d^۲ = ۳۶^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} ۲\sqrt{۲}d = ۳۶ \Rightarrow d = \frac{۳۶}{۲\sqrt{۲}} = ۹\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ در شکل زیر، $BC = ۱۳$ قطر دایرهٔ بزرگ‌تر است. نقاط تماس و مراکز دایره‌ها مشخص شده‌اند، اگر دو دایرهٔ کوچک‌تر با هم مساوی و M بر پاره‌خط OO'' واقع باشد، شعاع دایره‌های کوچک‌تر کدام است؟



۱) ۲

۲) $\sqrt{۵}$

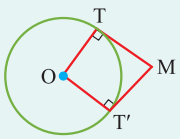
۳) $\sqrt{۶}$

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر برابر ۹۰° است.

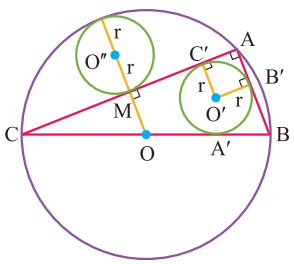
درس Box ۱) اگر از نقطه‌ای واقع در خارج یک دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم، اندازهٔ مماس‌ها برابر یکدیگرند.



$$\boxed{MT = MT'}$$

۲) اگر یک خط بر دایره مماس باشد، شعاع گذرنده از نقطهٔ تماس، بر خط مماس عمود است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مطابق شکل شعاع دایره‌های کوچک‌تر را برابر r در نظر می‌گیریم. AC بر هر دو دایره مماس است و OM در امتداد شعاع گذرنده از نقطهٔ تماس AC با دایرهٔ کوچک بالایی قرار دارد، پس $OM \perp AC$. از طرفی زاویهٔ $\hat{A}$، زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر است، پس $\hat{A} = ۹۰^\circ$ و در نتیجه $OM \parallel AB$. شعاع دایرهٔ بزرگ برابر $\frac{۱۳}{۲}$ است، پس $OM = \frac{۱۳}{۲} - ۲r$ و بنابراین داریم:



$$\overset{\Delta}{ABC} : OM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OM}{AB} = \frac{CO}{CB} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow AB = ۲OM = ۱۳ - ۴r$$

گام دوم: چهار ضلعی $AB'O'C'$ مربع است (زوایای A، B' و C' قائمه هستند و دو ضلع مجاور OB' و OC' برابر شعاع دایره و مساوی یکدیگرند)، پس $AB' = AC' = r$ و در نتیجه داریم:

$$BB' = AB - AB' = (۱۳ - ۴r) - r = ۱۳ - ۵r \Rightarrow BA' = ۱۳ - ۵r$$

از طرفی CC' و CA' هر دو بر دایرهٔ کوچک پایینی مماس هستند، پس داریم:

$$CC' = CA' = BC - BA' = ۱۳ - (۱۳ - ۵r) = ۵r$$

$$CA = CC' + AC' = ۵r + r = ۶r$$

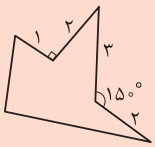
گام سوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow (۱۳ - ۴r)^۲ + (۶r)^۲ = ۱۳^۲ \Rightarrow ۱۶۹ - ۱۰۴r + ۱۶r^۲ + ۳۶r^۲ = ۱۶۹$$

$$\Rightarrow ۵۲r^۲ = ۱۰۴r \Rightarrow r = ۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ حداکثر میزان افزایش مساحت شکل مقابل، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن کدام است؟



۱) ۲/۵

۲) ۵

۳) ۳

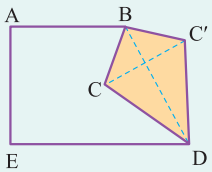
۴) ۶

مشاوره این سؤال براساس تمرین‌های ۱ و ۵ صفحهٔ ۵۴ کتاب درسی هندسه ۲ از مبحث مسائل هم‌محیطی یا هم پیرامونی طراحی شده و مشابه سؤالی از کنکور مرحله دوم (تیر) ۱۴۰۳ است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

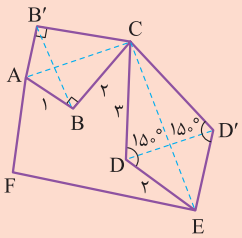
Hint بازتاب رأس‌های دارای زاویهٔ مقعر را نسبت به خط گذرنده از دو رأس مجاور آن‌ها رسم کنید.

درس Box هرگاه بخواهیم مساحت یک چند ضلعی را که یک یا چند زاویهٔ بزرگ‌تر از 180° دارد، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش دهیم، کافی است بازتاب هر کدام از رأس‌هایی که زاویهٔ آن‌ها بزرگ‌تر از 180° است را نسبت به خط گذرنده از دو رأس مجاور آن رسم کنیم.



مطابق شکل میزان افزایش مساحت چند ضلعی مقعر ABCDE بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن، برابر مساحت چند ضلعی $BCDC'$ یعنی دو برابر مساحت مثلث BCD خواهد بود که C' بازتاب C نسبت به BD است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مطابق شکل زوایای $\hat{B}$ و $\hat{D}$ در چند ضلعی ABCDEF بزرگ‌تر از 180° هستند، پس ابتدا بازتاب B را نسبت به AC و بازتاب D را نسبت به CE پیدا کرده و آن‌ها را به ترتیب B' و D' می‌نامیم.

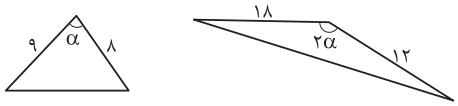


گام دوم: میزان افزایش مساحت برابر مجموع مساحت‌های دو چهارضلعی $ABCB'$ و $CDED'$ است که مقدار آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{میزان افزایش مساحت} = ۲(S_{\Delta ABC} + S_{\Delta CDE}) = ۲(\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۲ + \frac{۱}{۲}\times ۳\times ۲\times \underbrace{\sin ۱۵۰^\circ}_{\frac{۱}{۲}}) = ۲(۱+\frac{۳}{۲}) = ۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹ اگر مساحت‌های دو مثلث شکل زیر با هم برابر باشند، محیط مثلث کوچک‌تر کدام است؟



۱) ۲۷
۲) ۲۸
۳) ۲۹
۴) ۳۰

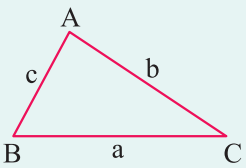
مشاوره برای حل سؤالات روابط طولی مثلث باید بر اتحادهای مثلثاتی و فرمول‌های مهمی نظیر نسبت‌های مثلثاتی مجموع یا تفاضل دو کمان و روابط مثلثاتی دو برابر کمان مسلط باشید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مساحت دو مثلث را براساس رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث‌ها بنویسید.

درس Box

الف) **رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث:** مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب اندازه‌های دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



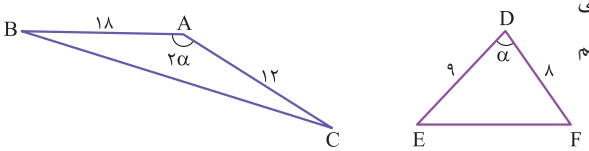
$$S=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}$$

ب) **قضیهٔ کسینوس‌ها:** مربع طول هر ضلع مثلث برابر است با مجموع مربعات طول‌های دو ضلع دیگر منهای دو برابر حاصل ضرب طول آن دو ضلع در کسینوس زاویهٔ بین آن‌ها.

$$\begin{cases}a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}\\ b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat{B}\\ c^۲=a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C}\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مساحت دو مثلث را به کمک رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث‌ها محاسبه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم تا اندازهٔ زاویهٔ α به دست آید.



$$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DEF}\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۱۸\times۱۲\times\sin۲\alpha=\frac{۱}{۲}\times۹\times۸\times\sin\alpha\Rightarrow ۳\sin۲\alpha=\sin\alpha$$

$$\Rightarrow ۳\times۲\sin\alpha\cos\alpha=\sin\alpha\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱}{۶}$$

گام دوم: طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث DEF داریم:

$$EF^۲=DE^۲+DF^۲-۲DE\times DF\times\cos\alpha=۹^۲+۸^۲-۲\times۹\times۸\times\frac{۱}{۶}=۸۱+۶۴-۲۴=۱۲۱$$

$$\Rightarrow EF=۱۱$$

گام سوم: محیط مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$DE+DF+EF=۹+۸+۱۱=۲۸$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{A}=۹۰^\circ$ ، $AB=۶$ و $AC=۸$)، ارتفاع AH و نیمساز AD رسم شده است. حاصل $\frac{AH}{DH}$ کدام است؟

۱) ۷

۲) ۶/۵

۳) ۶

۴) ۵/۵

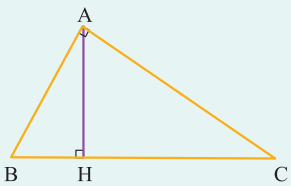
مشاوره این سؤال ترکیبی از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه و قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی است و مشابه سؤالی از کنکور ریاضی خارج از کشور ۹۸ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint فاصلهٔ یکی از دو سر وتر مثلث را از پای ارتفاع و پای نیمساز وارد بر وتر محاسبه کنید.

درس Box

الف) **روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه:** اگر AH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC باشد، آن‌گاه روابط زیر همواره برقرار است:



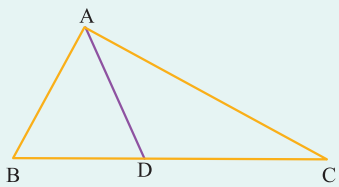
۱) $AH\times BC=AB\times AC$

۲) $AH^۲=BH\times CH$

۳) $AB^۲=BH\times BC$

۴) $AC^۲=CH\times BC$

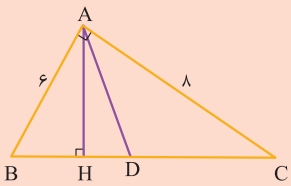
ب) **قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی:** اگر AD نیمساز زاویهٔ داخلی A در مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، طول وتر مثلث را محاسبه می‌کنیم.



$$BC^۲=AB^۲+AC^۲=۶^۲+۸^۲=۱۰۰ \Rightarrow BC=۱۰$$

حال طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AB^۲=BH\times BC \Rightarrow ۶^۲=BH\times ۱۰ \Rightarrow BH=\frac{۱۸}{۵}$$

گام دوم: با توجه به قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی، برای نیمساز AD داریم:

$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{BD+DC}=\frac{AB}{AB+AC} \Rightarrow \frac{BD}{۱۰}=\frac{۶}{۱۴} \Rightarrow BD=\frac{۳۰}{۷}$$

گام سوم: برای محاسبهٔ طول DH، مقدار BH را از BD کم می‌کنیم.

$$DH=BD-BH=\frac{۳۰}{۷}-\frac{۱۸}{۵}=\frac{۱۵۰-۱۲۶}{۳۵}=\frac{۲۴}{۳۵}$$

گام چهارم: طول AH را محاسبه می‌کنیم:

$$AH\times BC=AB\times AC \Rightarrow AH=\frac{۶\times ۸}{۱۰}=\frac{۲۴}{۵}$$

پس داریم:

$$\frac{AH}{DH}=\frac{\frac{۲۴}{۵}}{\frac{۲۴}{۳۵}}=\frac{۳۵}{۵}=۷$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند، گزارهٔ $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim(\sim q \Rightarrow \sim p)] \vee p$ با کدام‌یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز است؟

۱) p ۲) q ۳) $\sim p$ ۴) $\sim q$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب «$p \Rightarrow q$» را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و داریم:

۱) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

۲) $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$

۳) $p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p$

قوانین جذب:

۱) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

۲) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim(\sim q \Rightarrow \sim p)] \equiv [(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q)] \equiv \sim(p \Rightarrow q)$$
$$\equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv (p \wedge \sim q) \quad (۱)$$

گام دوم:

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim(\sim q \Rightarrow \sim p)] \vee p \overset{(۱)}{\equiv} (p \wedge \sim q) \vee p \overset{\text{جذب}}{\equiv} p$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه و $(A-B)\cap(A\cup B)' = A\cap(A'\cup B')$ باشد، مجموعهٔ $(B-A')'$ همواره برابر کدام است؟

۱) $\varnothing$ ۲) U ۳) A' ۴) B'

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر A ، B و C مجموعه‌های دلخواه از مجموعهٔ مرجع U باشند، در این صورت قوانین زیر برقرارند:

۱) $A\cap A' = \varnothing$

۲) $(A\cup B)' = A'\cap B'$ } قوانین دمورگان

۳) $(A\cap B)' = A'\cup B'$ }

۴) $A-B\subseteq A$

۵) $A-B = A\cap B'$

۶) $A-B=\varnothing \Leftrightarrow A\subseteq B$

۷) $A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$ توزیع‌پذیری

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

$$(A-B)\cap(A\cup B)' = (A-B)-(A\cup B) \xrightarrow{A-B\subseteq A\subseteq A\cup B} (A-B)-(A\cup B)=\varnothing \quad (۱)$$

گام دوم:

$$A\cap(A'\cup B') = \underbrace{(A\cap A')}_{\varnothing}\cup(A\cap B') = A\cap B' = A-B \quad (۲)$$

گام سوم:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} A-B=\varnothing \Rightarrow A\subseteq B$$

گام چهارم:

$$(B-A')' = (B\cap A)' \overset{A\subseteq B}{=\!=} A'$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} ; m \geq -n, ۲^m \leq ۲n\}$ ، آن‌گاه مجموعهٔ $A_۳ \times A_۵$ چند عضو دارد؟

۱) ۲۸ ۲) ۴۰ ۳) ۵۴ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

ضرب دکارتی بین دو مجموعه

اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، $A \times B$ مجموعه‌ای است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

اگر $n(A) = m$ و $n(B) = k$ باشد، آن‌گاه:

$$n(A \times B) = mk$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا اعضای دو مجموعهٔ $A_۳$ و $A_۵$ را به دست می‌آوریم:

$$A_۳ = \{m \in \mathbb{Z} ; m \geq -۳, ۲^m \leq ۲ \times ۳\} = \{-۳, -۲, ..., ۲\} \Rightarrow n(A_۳) = ۶$$

$$A_۵ = \{m \in \mathbb{Z} ; m \geq -۵, ۲^m \leq ۲ \times ۵\} = \{-۵, -۴, ..., ۳\} \Rightarrow n(A_۵) = ۹$$

گام دوم:

$$n(A_۳ \times A_۵) = n(A_۳) \times n(A_۵) = ۶ \times ۹ = ۵۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S داریم $P(A \cup B) = ۰/۷$ و $P(A' - B') = ۰/۲$. چه‌قدر احتمال دارد که پیشامد A رخ بدهد؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

$$A' - B' = A' \cap B = B - A \Rightarrow P(A' - B') = P(B - A) = ۰/۲$$

گام دوم:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = ۰/۲$$

گام سوم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۷ = P(A) + ۰/۲ \Rightarrow P(A) = ۰/۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ در پرتاب یک تاس، احتمال آمدن عدد i برابر است با $\frac{P}{i}$ که $i \in \{1,2,...,6\}$ و P عددی ثابت می‌باشد. در دو بار پرتاب این تاس، چه‌قدر احتمال دارد که مجموع اعداد روشده بزرگ‌تر از ۱۰ باشد؟ $(\frac{17}{9} \simeq 1/9 \quad , \quad \frac{20}{7^4} \simeq 0/008)$

۱) ۰/۰۱۵۲ ۲) ۰/۰۱۸۴

۳) ۰/۰۳۰۴ ۴) ۰/۰۳۶۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه‌ای $S = \{s_1, s_2, ..., s_n\}$ احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه‌ای با احتمال غیرهم‌شانس می‌گوییم.

در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, ..., s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$ یک زیرمجموعهٔ kعضوی S باشد، همواره داریم:

۱) $0 \le P(A) \le 1$

۲) $P(S) = 1$

۳) $P(A) = P(a_1) + P(a_2) + ... + P(a_k)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:**

$$P(S) = 1 \Rightarrow P + \frac{P}{2} + \frac{P}{3} + \frac{P}{4} + \frac{P}{5} + \frac{P}{6} = 1$$

$$\xrightarrow{\times 60} (60 + 30 + 20 + 15 + 12 + 10)P = 60 \Rightarrow P = \frac{60}{147} = \frac{20}{49}$$

گام دوم: در دو بار پرتاب تاس، A را پیشامد مجموع اعداد روشدهٔ بزرگ‌تر از ۱۰ در نظر می‌گیریم:

$$A = \{(6,5), (5,6), (6,6)\}$$

$$P(A) = \frac{P}{6} \times \frac{P}{5} + \frac{P}{5} \times \frac{P}{6} + \frac{P}{6} \times \frac{P}{6} \Rightarrow P(A) = \frac{17P^2}{180} \xrightarrow{P = \frac{20}{49}}$$

$$P(A) = \frac{17 \times 20^2}{180 \times 49^2} = \frac{17}{9} \times \frac{20}{49^2} \simeq 1/9 \times 0/008 = 0/0152$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ احتمال آن‌که حسین در امتحان ریاضی، قبول شود ۰/۹، احتمال آن‌که در امتحان فیزیک قبول شود ۰/۸ و احتمال آن‌که در هر دو قبول شود ۰/۷ است. اگر حسین فقط یک امتحان را قبول شده باشد، چه‌قدر احتمال دارد در امتحان فیزیک قبول شده باشد؟

۱) $\frac{۸}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در صورتی‌که B پیشامدی باشد که $P(B) > ۰$، برای هر پیشامد A، «احتمال A به شرط رخ‌دادن B» به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پیشامد A یعنی حسین در امتحان ریاضی قبول شود، پیشامد B یعنی حسین در امتحان فیزیک قبول شود؛ بنابراین:

$$P(A) = ۰/۹$$

$$P(B) = ۰/۸$$

$$P(A \cap B) = ۰/۷$$

گام دوم: حسین فقط در یک امتحان قبول شده باشد، یعنی $(A \Delta B)$، حال احتمال شرطی زیر را می‌خواهیم:

$$P(B \mid (A \Delta B))$$

گام سوم:

$$(A \Delta B) = (A - B) + (B - A)$$

$$P(B \cap (A \Delta B)) = P(B) - P(A \cap B)$$

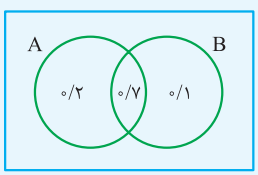
$$P(A \Delta B) = P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - ۲P(A \cap B)$$

$$= ۰/۹ + ۰/۸ - ۲ \times ۰/۷ = ۰/۳$$

گام چهارم:

$$P(B \mid (A \Delta B)) = \frac{P(B \cap (A \Delta B))}{P(A \Delta B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(A \Delta B)} = \frac{۰/۸ - ۰/۷}{۰/۳} = \frac{۰/۱}{۰/۳} = \frac{۱}{۳}$$

یه جور دیگه



$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{۰/۱}{۰/۲ + ۰/۱} = \frac{۱}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ در جعبهٔ **A**، ۳ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ سیاه و در جعبهٔ **B**، ۷ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه وجود دارد. فاطمه ۲ مهره از جعبهٔ **A** و معصومه ۴ مهره از جعبهٔ **B** به تصادف خارج می‌کنند. اگر در ۶ مهرهٔ خارج‌شده تعداد مهره‌های سفید بیشتر باشد، معصومه برنده است و در غیر این صورت فاطمه بازی را می‌برد. چه‌قدر احتمال دارد، فاطمه برندهٔ بازی باشد؟

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲۲}{۷۵}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۵۳}{۷۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای آن‌که تعداد مهره‌های سفید بیشتر باشند، باید از ۶ مهرهٔ انتخابی، ۴ یا ۵ یا هر ۶ مهره سفید باشند. حالت‌های ممکن را بررسی می‌کنیم:

$$\underbrace{\binom{۷}{۴}}_{\text{B}}\underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{A}}+\underbrace{\binom{۷}{۳}\binom{۳}{۱}}_{\text{B}}\underbrace{\binom{۳}{۲}}_{\text{A}}+\underbrace{\binom{۷}{۲}\binom{۳}{۲}}_{\text{B}}\underbrace{\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}}_{\text{A}}+\underbrace{\binom{۷}{۴}}_{\text{B}}\underbrace{\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}}_{\text{A}}+\underbrace{\binom{۷}{۳}\binom{۳}{۱}}_{\text{B}}\underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{A}}$$

۴ سفید و ۲ سیاه — ۱ سیاه و ۳ سفید — ۱ سیاه و ۱ سفید — ۴ سفید — ۲ سیاه و ۱ سفید — ۲ سیاه و ۲ سفید — ۱ سیاه و ۳ سفید — ۲ سفید — ۲ مهرهٔ سفید

$$=۳\times۳۵+۳\times۳۵\times۳+۳\times۲۱\times۳+۳\times۲\times۳۵+۳\times۲\times۳۵\times۳+۱\times۳۵=۳۷\times۳۵+۹\times۲۱$$

گام دوم: تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$n(s)=\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{\text{دو مهره از ظرف A}}\underbrace{\binom{۱۰}{۴}}_{\text{۴ مهره از ظرف B}}=۱۰\times۲۱۰$$

گام سوم: احتمال این‌که تعداد مهره‌های سفید بیشتر باشد، برابر است با:

$$P(\text{مهرهٔ سفید بیشتر})=\frac{۳۷\times۳۵+۹\times۲۱}{۱۰\times۲۱۰}=\frac{۳۷\times۵+۹\times۳}{۱۰\times۳۰}=\frac{۲۱۲}{۳۰۰}=\frac{۵۳}{۷۵}$$

$$\Rightarrow P(\text{فاطمه بازی را می‌برد.})=۱-P(\text{مهرهٔ سفید بیشتر})=۱-\frac{۵۳}{۷۵}=\frac{۲۲}{۷۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ برای داده‌های ۱۱، ۱۰، ۷، ۶، ۵، ۳، ۲، نمودار جعبه‌ای رسم کرده‌ایم. واریانس داده‌های درون جعبه کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر n داده از جامعه به صورت $x_۱$، $x_۲$، ... و x_n داشته باشیم، واریانس آن‌ها را با نماد $\sigma^۲$ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{n}(x_i - \bar{x})^۲}{n}$$

میانه، چارک اول و چارک سوم: عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها را که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند، میانهٔ داده‌ها می‌گوییم و آن را با $Q_۲$ نشان می‌دهیم. میانهٔ یک‌دومِ اول داده‌های مرتب‌شده را چارک اول می‌گوییم و آن را با $Q_۱$ نشان می‌دهیم. هم‌چنین میانهٔ یک‌دومِ آخرِ داده‌های مرتب‌شده را چارک سوم می‌گوییم و آن را با $Q_۳$ نشان می‌دهیم.

در نمودار جعبه‌ای چارک اول، میانه و چارک سوم، بیشترین و کم‌ترین مقدار داده‌ها به طور هم‌زمان نشان‌داده می‌شود.

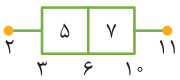


پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص می‌کنیم:

$$\underset{Q_۱}{۲}, ۳, ۵, \underset{Q_۲}{۶}, ۷, \underset{Q_۳}{۱۰}, ۱۱$$

گام دوم: نمودار جعبه‌ای را رسم می‌کنیم.



گام سوم: همان‌طورکه از نمودار مشخص است، داده‌های ۵، ۶ و ۷ درون جعبه قرار دارند.

گام چهارم: واریانس سه دادهٔ ۵، ۶ و ۷ را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{۵+۶+۷}{۳} = \frac{۱۸}{۳} = ۶$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۵-۶)^۲ + (۶-۶)^۲ + (۷-۶)^۲}{۳} = \frac{۱+۰+۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

یه‌جور دیگه

سه دادهٔ ۵، ۶ و ۷ تشکیل دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۱ می‌دهند، بنابراین $d = ۱$ و $n = ۳$؛ پس داریم:

$$\sigma^۲ = d^۲\left(\frac{n^۲ - ۱}{۱۲}\right) = ۱\left(\frac{۹-۱}{۱۲}\right) = \frac{۲}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ اگر میانگین داده‌های جدول زیر، برابر ۱۰ باشد، x کدام است؟

داده	۸	x	$x+۲$	۱۴
فراوانی	۳	۲	۴	۱

۱) ۹
۲) ۹/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۰/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

میانگین موزون داده‌ها

اگر n دادهٔ $x_۱$، $x_۲$، ... و x_n داشته باشیم، به طوری‌که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی $f_۱$، $f_۲$، ... و f_n باشند، میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_w$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=۱}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=۱}^{n} f_i} = \frac{f_۱x_۱ + f_۲x_۲ + ... + f_n x_n}{f_۱ + f_۲ + ... + f_n}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

$$\bar{x}_w = \frac{۳\times۸ + ۲\times x + ۴\times(x+۲) + ۱\times۱۴}{۳+۲+۴+۱} = \frac{۶x+۴۶}{۱۰}$$

گام دوم:

$$\bar{x}_w = ۱۰ \Rightarrow \frac{۶x+۴۶}{۱۰} = ۱۰ \Rightarrow ۶x+۴۶ = ۱۰۰ \Rightarrow ۶x = ۵۴ \Rightarrow x = ۹$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ میانگین قد دانش‌آموزان، در نمونه‌ای ۱۰۰نفری، برابر ۱۷۵ سانتی‌متر است. اگر واریانس جامعه برابر ۴۹ باشد، طول بازهٔ برآورد با اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین قد دانش‌آموزان جامعه، کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۴ ۳) ۲/۱ ۴) ۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازهٔ n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$

که μ میانگین و σ انحراف معیار جامعه است.

نکته

طول برآورد بازهٔ اطمینان بیش از ۹۵٪، در برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول:

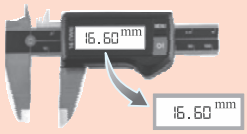
$$n=۱۰۰,\ \sigma^۲=۴۹\ \Rightarrow\ \sigma=۷$$

گام دوم:

$$\text{طول برآورد بازه‌ای با اطمینان بیش از ۹۵٪}=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۴\times۷}{\sqrt{۱۰۰}}=\frac{۲۸}{۱۰}=۲/۸$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ شکل زیر، یک وسیلهٔ اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. این وسیله چه نام دارد و دقت اندازه‌گیری آن چند میکرومتر است؟



۱) ریزسنج، ۱۰

۲) ریزسنج، ۱۰۰

۳) کولیس، ۱۰

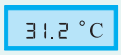
۴) کولیس، ۱۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint کافیه یک واحد از آخرین رقمی که خونده شده رو به دست بیاری و با یک تبدیل واحد تمومش کنی.

درس Box

۱) دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. برای مثال، آخرین رقمی که دماسنج شکل زیر نشان می‌دهد، $0/2\ ^\circ C$ و دقت آن $0/1\ ^\circ C$ است.



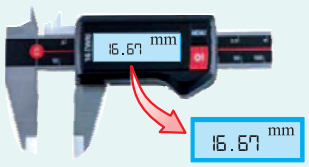
۲) دو دستگاه زیر برای اندازه‌گیری طول به کار می‌روند:



(الف)

نام دستگاه: ریزسنج

دقت: $0/001\ mm$



(ب)

نام دستگاه: کولیس

دقت: $0/01\ mm$

۳) هرگاه در اندازه‌گیری‌ها با اندازه‌های بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از یکای اصلی آن کمیت مواجه شویم، از پیشوندهای جدول زیر استفاده می‌کنیم. هر پیشوند توان معینی از ۱۰ را نشان می‌دهد که به صورت یک عامل ضرب به کار می‌رود. یعنی وقتی پیشوندی به یکایی افزوده می‌شود، آن یکا در ضریب مربوطه ضرب می‌شود. مثلاً:

$$1\,\mu m = 10^{-6}\ m \quad , \quad 2\,GJ = 2\times10^{9}\ J \quad , \quad 5\,ns = 5\times10^{-9}\ s \quad , \ldots$$

پیشوندهای یکاها

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
10^{24}	یوتا	Y	10^{-24}	یوکتو	y
10^{21}	زِتا	Z	10^{-21}	زِپتو	z
10^{18}	اِگزا	E	10^{-18}	آتو	a
10^{15}	پِتا	P	10^{-15}	فِمتو	f
10^{12}	تِرا	T	10^{-12}	پیکو	p
10^{9}	گیگا (جیگا)	G	10^{-9}	نانو	n
10^{6}	مِگا	M	10^{-6}	میکرو	μ
10^{3}	کیلو	k	10^{-3}	میلی	m
10^{2}	هِکتو	h	10^{-2}	سانتی	c
10^{1}	دِکا	da	10^{-1}	دِسی	d

پیشوندهایی که کاربرد بیشتری دارند و بهتر است آن‌ها را به خاطر بسپارید رنگی شده‌اند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ شکل نشان داده شده در صورت سؤال، مربوط به یک کولیس دیجیتال است. در این شکل، یک واحد از آخرین رقمی که توسط کولیس خوانده شده، برابر با $0/01\ mm$ است؛ بنابراین داریم:

$$\text{دقت کولیس} = 0/01\ mm = 0/01\ \cancel{mm} \times \frac{10^{-3}\ \cancel{m}\ \frac{1\ \mu m}{10^{-6}\ \cancel{m}}}{1\ \cancel{mm}} = 10\ \mu m$$

تیزبازی ∞ در تبدیل یکا: بچه‌ها! میلی، 10^{-3} و میکرو، 10^{-6} است که اختلاف توان‌ها برابر ۳ می‌باشد و چون می‌خواهیم میلی را به میکرو (بزرگ را به کوچک) تبدیل کنیم، پس میلی را در 10^{+3} ضرب می‌کنیم تا به میکرو تبدیل شود:

$$\text{دقت کولیس} = 0/01\ mm = 0/01 \times 10^{3}\ \mu m = 10\ \mu m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ در ظرفی مقداری مایع به چگالی $0/6\ g/cm^3$ وجود دارد. به این ظرف $2\ L$ آب اضافه می‌کنیم. چگالی مخلوط حاصل $0/7\ g/cm^3$ می‌شود. اگر در این حالت $2\ L$ دیگر آب به مجموعه اضافه کنیم، چگالی مخلوط به چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌رسد؟ $(\rho_{آب} = 1\ g/cm^3)$

۱) $0/74$ ۲) $0/76$ ۳) $0/78$ ۴) $0/8$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint کافیه رابطهٔ چگالی مخلوط رو برحسب حجم و چگالی مواد بنویسی و حجم مایع رو به دست بیاری. بعدش با کمک حجم مایع و حجم آبی که دوباره اضافه میشه، دوباره رابطهٔ چگالی مخلوط رو برای شرایط جدید بنویسی و تمام.

درس Box اگر چند مایع را بدون تغییر حجم با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط حاصل از رابطهٔ $\rho_{مخلوط} = \frac{m_{کل}}{V_{کل}}$ به دست می‌آید که با توجه به حالت‌های زیر داریم:

۱) اگر جرم و حجم مایع‌ها معلوم باشد:
$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

۲) اگر جرم وچگالی مایع‌ها معلوم باشد:
$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

۳) اگر حجم و چگالی مایع‌ها معلوم باشد:
$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این که در صورت سؤال از حجم و چگالی مایع‌ها صحبت شده است، لذا به کمک نکات مطرح‌شده در درس‌باکس داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_{مایع} V_{مایع} + \rho_{آب} V_{آب}}{V_{مایع} + V_{آب}} \Rightarrow 0/7 = \frac{0/6 V_{مایع} + 1 \times 2}{V_{مایع} + 2} \Rightarrow 0/7 V_{مایع} + 1/4 = 0/6 V_{مایع} + 2 \Rightarrow V_{مایع} = 6\ L$$

گام دوم: در حالت دوم که $2\ L$ دیگر آب به مجموعه اضافه می‌کنیم، مشابه این است که $6\ L$ از مایع با چگالی $0/6\ g/cm^3$ را با $4\ L$ آب به چگالی $1\ g/cm^3$ مخلوط کنیم؛ بنابراین داریم:

$$\rho_{مخلوط\ جدید} = \frac{\rho_{مایع} V_{مایع} + \rho_{آب} V_{آب\ (کل)}}{V_{مایع} + V_{آب\ (کل)}} = \frac{0/6 \times 6 + 1 \times 4}{6 + 4} = 0/76\ g/cm^3$$

یه جور دیگه در روش قبلی که حجم مایع برابر با $6\ L$ شد، می‌توان مخلوط قبلی را مایعی با چگالی $0/7\ g/cm^3$ و حجم $8\ L$ در نظر گرفت که با $2\ L$ دیگر از آب مخلوط می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\rho_{مخلوط\ جدید} = \frac{\rho_{مخلوط} V_{مخلوط} + \rho_{آب} V_{آب\ جدید}}{V_{مخلوط} + V_{آب\ جدید}} = \frac{0/7 \times 8 + 1 \times 2}{8 + 2} = 0/76\ g/cm^3$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

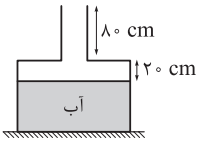
۴۳ مساحت مقطع بخش پایین و بالای ظرف شکل زیر که روی سطح افقی قرار دارد، به ترتیب $۲۰cm^۲$ و $۲cm^۲$ است. مقداری روغن روی آب درون ظرف می‌ریزیم. اگر اندازهٔ نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، $۴\ N$ افزایش یابد، اندازهٔ نیرویی که مایع‌ها به کف ظرف وارد کنند، چند نیوتون افزایش می‌یابد؟ (چگالی روغن $۰/۸\ g/cm^۳$ و $g = ۱۰\ N/kg$ است.)

۱) ۴

۲) ۸

۳) ۱۱/۲

۴) ۱۲/۲



مشاوره بچه‌ها یک سؤال خیلی خفن و مهم که به شدت برای کنکور مناسبه رو براتون طرح کردیم. مهم‌ترین و کلیدی‌ترین عامل حل این سؤال، حل قدم به قدم اونه که اتفاقاً در پاسخ تشریحی حسابی براتون سنگ تموم گذاشتیم و فوق تشریحی براتون حلش کردیم. پس حتماً روند حل این مسأله رو با پاسخنامه حسابی شیر فهم شو!

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

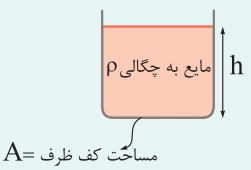
به کمک نیروی وزن روغن و چگالی اون، حجم روغن رو به دست بیار. این حجم روغن رو با حجم قسمت‌های خالی ظرف تطبیق بده تا ارتفاع روغن رو به دست بیاری و آخر سر به کمک رابطهٔ $F = \rho ghA$، نیروی ناشی از روغن رو بر کف ظرف پیدا کن.

درس Box

می‌دانیم در عمق h از یک مایع به چگالی ρ، فشار ناشی از مایع از رابطهٔ $P = \rho gh$ به دست می‌آید؛ بنابراین به کمک رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$، می‌توانیم اندازهٔ نیروی ناشی از این مایع در کف ظرف را به دست آوریم:

$$F = PA \xrightarrow{P=\rho gh} \boxed{F = \rho ghA}$$

توجه: امیدوارم حواستان باشد، اندازهٔ نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، برابر با مجموع وزن ظرف و وزن مایع داخل ظرف می‌باشد. اگر سطح مقطع ظرف، مانند شکل زیر ثابت باشد، اندازهٔ نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند، برابر با وزن مایع داخل آن می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی

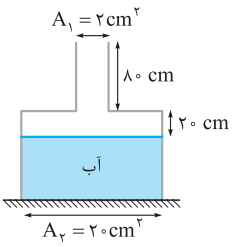
گام اول: چون ظرف بر روی یک سطح افقی قرار گرفته است، پس اندازهٔ نیروی عمودی سطح برابر با وزن مجموعهٔ ظرف و مایع درون آن است. بنابراین، با اضافه‌کردن مقداری روغن به جرم m کیلوگرم به ظرف، اندازهٔ نیروی وارد بر سطح به اندازهٔ وزن روغن اضافه شده، افزایش می‌یابد:

$$\text{وزن روغن اضافه‌شده} = ۴\ N \Rightarrow mg = ۴ \Rightarrow m = ۰/۴\ kg \Rightarrow m = ۴۰۰\ g$$

گام دوم: اکنون باید به کمک چگالی و جرم روغن، حجم آن را به دست آوریم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{۴۰۰}{۰/۸} = ۵۰۰\ cm^۳$$

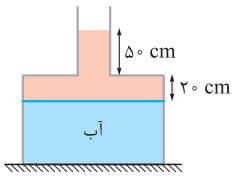
گام سوم: با توجه به شکل زیر، حجم خالی از قسمت پهن ظرف برابر با $۲۰\times۲۰ = ۴۰۰\ cm^۲$ و حجم خالی از قسمت باریک ظرف برابر با $۲\times۸۰ = ۱۶۰\ cm^۳$ است. پس با توجه به حجم روغن که $۵۰۰\ cm^۳$ است، حجم خالی از قسمت پهن ظرف کاملاً پرشده و $۱۰۰\ cm^۳$ از باقی‌ماندهٔ روغن در قسمت باریک ظرف قرار می‌گیرد.



$$۱۰۰ = A_۱h_۱ \Rightarrow ۱۰۰ = ۲h_۱ \Rightarrow h_۱ = ۵۰\ cm$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام چهارم: تغییر فشار ناشی از اضافه‌شدن روغن برابر است با:



$$\Delta P = (\rho gh)_{\text{روغن}} = ۰/۸\times۱۰^{۳}\times۱۰\times(۵۰+۲۰)\times۱۰^{-۲} = ۵۶۰۰\,\text{Pa}$$

گام پنجم: در آخرین مرحله، میزان افزایش نیروی وارد بر کف ظرف را به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \Delta P A_{۲} = ۵۶۰۰\times۲۰\times۱۰^{-۴} = ۱۱/۲\,\text{N}$$

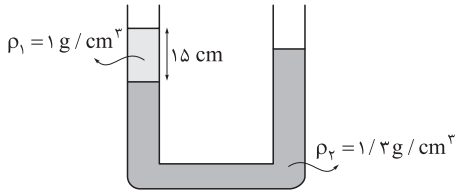
گول‌نخوری

چون سطح مقطع ظرف ثابت نیست، پس تغییر اندازهٔ نیروی واردشده بر سطح با تغییر اندازهٔ نیروی ناشی از روغن در کف ظرف، برابر نیست و اگر به این موضوع دقت نکنی، در دام گزینهٔ (۱) گرفتار میشی.

توجه: راستی بچه‌ها! اگه بخوایم این سؤال رو از اینی که هست هم سخت‌ترش کنیم، از مایعی با چگالی بیشتر از چگالی آب استفاده می‌کنیم تا نحوهٔ قرارگیری مایع‌ها رو هم در نظر بگیرید. توصیه می‌کنیم حتماً بهش فکر کنید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ در شکل زیر، سطح مقطع لولهٔ U‌شکل برابر $۱\,cm^۲$ است. اگر در شاخهٔ سمت راست لوله، $۴۵\,cm^۳$ مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی $\rho_۳$ بریزیم، سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان می‌شود. چگالی $\rho_۳$، چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(\rho_۳ < \rho_۲)$



۱) ۰/۸

۲) ۰/۹

۳) ۱/۱

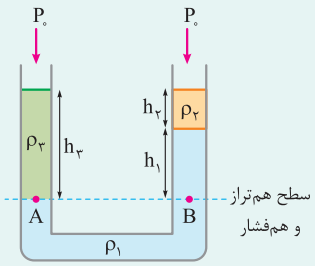
۴) ۱/۲

مشاوره لوله‌های U‌شکل از زمان قدیم مورد توجه و علاقهٔ طراحان کنکور و طراحان آزمون‌ها بودن و تیپ سؤالات خیلی متنوعی رو شامل می‌شن که اتفاقاً تحلیل همهٔ اون تیپ‌ها با کمک همین درسنامه‌ای که براتون آوردیم، انجام میشه. مشابه این سؤال در کنکورهای اخیر نیز مطرح شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ارتفاع مایع $\rho_۳$ رو حساب کن و بعد از اضافه‌کردنش به شاخهٔ سمت راست، سطح هم‌تراز و هم‌فشار جدید رو مشخص کن. در پایان با برابری فشار طرفین به خواستهٔ سؤال برس.

درس Box برای تحلیل لولهٔ U‌شکل زیر که در آن مایع‌ها در تعادل‌اند، ابتدا بالاترین سطحی را که زیرش یک نوع مایع وجود دارد (خط‌چین آبی‌رنگ) مشخص می‌کنیم و به کمک برابری فشار در نقاط A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۳gh_۳ + P_۰ = \rho_۱gh_۱ + \rho_۲gh_۲ + P_۰ \Rightarrow \boxed{\rho_۳h_۳ = \rho_۱h_۱ + \rho_۲h_۲}$$

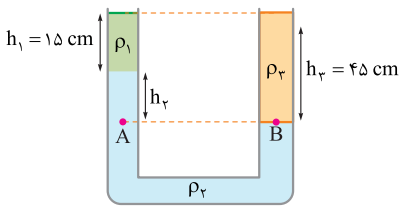
در شکل نشان داده شده، اگر سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله یکسان باشد، باید داشته باشیم:

$$h_۳ = h_۱ + h_۲$$

پاسخ خیلی تشریحی چون سطح مقطع لوله $۱\,cm^۲$ بوده و حجم مایع $\rho_۳$، $۴۵\,cm^۳$ است، بنابراین طبق رابطهٔ $V = Ah$ داریم:

$$۴۵ = ۱ \times h_۳ \Rightarrow h_۳ = ۴۵\ cm$$

پس از ریختن مایع $\rho_۳$، نحوهٔ قرارگیری مایع‌ها به صورت شکل زیر است:



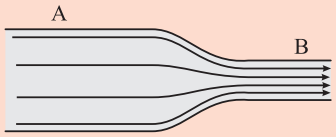
به کمک برابری فشار در نقاط A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۱h_۱ + \rho_۲h_۲ = \rho_۳h_۳ \xrightarrow{h_۲ = h_۳ - h_۱} ۱ \times ۱۵ + ۱/۳ \times (۴۵ - ۱۵) = \rho_۳ \times ۴۵$$

$$\Rightarrow ۱۵ + ۳۹ = ۴۵\rho_۳ \Rightarrow \rho_۳ = \frac{۵۴}{۴۵} = ۱/۲\ g/cm^۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ در شکل زیر، آب در لولهٔ افقی به طور یکنواخت جاری است به طوری که تمام لوله را پر کرده است. اگر قطر مقطع لوله در بخش‌های **A** و **B** به ترتیب **۴ cm** و **۲ cm** باشد، کدام یک از موارد زیر، دربارهٔ تندی (**v**) و فشار (**P**) آب درست است؟



۱) $P_A > P_B \, ، \, v_B = ۲v_A$

۲) $P_B > P_A \, ، \, v_B = ۲v_A$

۳) $P_A > P_B \, ، \, v_B = ۴v_A$

۴) $P_B > P_A \, ، \, v_B = ۴v_A$

پاسخ: گزینهٔ ۳

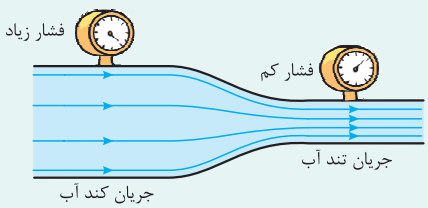
Hint با معادلهٔ پیوستگی، تندی‌ها و با اصل برنولی، فشارها رو مقایسه کن.

درس Box

اصل برنولی:

در شکل روبه‌رو، آب با جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت حرکت می‌کند. با کاهش سطح مقطع لوله، جریان آب تندتر می‌شود (خطوط جریان به هم نزدیک‌تر می‌شوند).

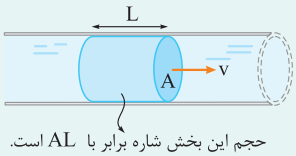
طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد و به عکس:



$$\begin{cases} v \uparrow \Rightarrow P \downarrow \\ v \downarrow \Rightarrow P \uparrow \end{cases}$$

آهنگ شارش حجمی شاره:

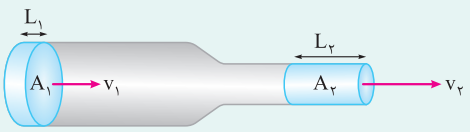
شکل زیر، جریان یکنواخت شاره‌ای تراکم‌ناپذیر را نشان می‌دهد که با تندی **v** درون لوله‌ای با سطح مقطع **A** در حرکت است. آهنگ شارش حجمی شارهٔ درون لوله به صورت حجم شارهٔ جابه‌جا شده به زمان تعریف می‌شود:



حجم این بخش شاره برابر با AL است.

$$\text{آهنگ شارش حجمی شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{AL}{\Delta t} = Av$$

معادلهٔ پیوستگی:

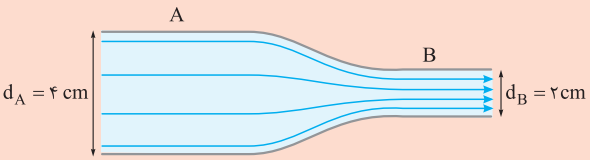


شکل بالا، شاره‌ای با جریان لایه‌ای را نشان می‌دهد که در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت جریان دارد. در حالت پایا و در مدت‌زمان یکسان، جرم شاره‌ای که از سطح مقطع $A_۱$ می‌گذرد برابر با جرم شاره‌ای است که از سطح مقطع $A_۲$ می‌گذرد. از این موضوع به سادگی به معادلهٔ پیوستگی برای یک شارهٔ تراکم‌ناپذیر می‌رسیم که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به شکل زیر و به کمک معادلهٔ پیوستگی داریم:



$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A=\pi(\frac{d}{۲})^۲} d_A^۲ v_A = d_B^۲ v_B \Rightarrow v_B = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^۲ v_A = \left(\frac{۴}{۲}\right)^۲ v_A = ۴ v_A$$

چون تندی شاره در قسمت B بیشتر از تندی آن در قسمت A است، بنابراین طبق اصل برنولی، فشار شاره در قسمت B کم‌تر از فشار شاره در قسمت A می‌شود:

$$P_A > P_B$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ اگر جرم جسمی ۴ برابر شود، تندی آن چند درصد و چگونه تغییر کند تا انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یابد؟

۱) ۲۰، کاهش یابد.
۲) ۴۰، کاهش یابد.
۳) ۲۰، افزایش یابد.
۴) ۴۰، افزایش یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی، برای دو حالت گفته‌شده، نسبت انرژی جنبشی دو حالت رو بنویس و با یک جای‌گذاری ساده حلش کن.

درس Box هر چیزی که حرکت می‌کند، انرژی دارد و انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامند. برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند، انرژی جنبشی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

یکاهای SI جرم و تندی به ترتیب کیلوگرم (kg) و متر بر ثانیه (m/s) است؛ بنابراین یکای SI انرژی جنبشی (و هر نوع دیگری از انرژی) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ است که به افتخار جیمز ژول، فیزیکدان انگلیسی، ژول (J) نامیده می‌شود. انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره مثبت است؛ این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست.

نکته برای مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو حالت مختلف، داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ جرم جسم ۴ برابر شده $\left(\frac{m_2}{m_1} = 4\right)$ و انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد افزایش یافته است $\left(\frac{K_2}{K_1} = 1 + 0/44 = 1/44\right)$؛ بنابراین داریم:

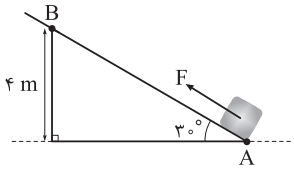
$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1/44 = 4\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1/2 = 2\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 0/6$$

$$\text{درصد تغییرات تندی جسم} = \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1}\right) \times 100 = \left(\frac{v_2}{v_1} - 1\right) \times 100 = (0/6 - 1) \times 100 = -\%40$$

پس تندی جسم باید ۴۰ درصد کاهش یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ در شکل زیر، به جسمی به جرم $4\ kg$ نیروی ثابت $F = 55\ N$، موازی سطح شیبدار وارد می‌شود. اگر در طی جابه‌جایی جسم از نقطهٔ **A** تا نقطهٔ **B**، تندی جسم از صفر به $10\ m/s$ برسد، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۳۰

مشاوره بچه‌ها مشابه این سؤال بارها در کنکور مورد توجه طراحان بوده و از اهمیت ویژه‌ای برخوردار. به همین دلیل با یک پاسخ کاملاً تشریحی تمام مراحل حل این سؤال رو کامل براتون تشریح کردیم تا به طور کامل یاد بگیرین.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint کار تک‌تک نیروها رو حساب کن و از جمع جبری اون‌ها، کار کل رو به دست بیار. از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی هم کمک بگیر تا خیلی شیک و مجلسی به جواب برسی.

درس Box

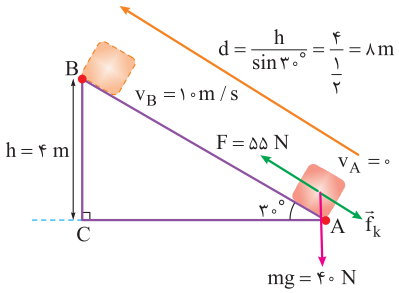
برای پیداکردن کار کل انجام‌شده بر روی یک جسم، می‌توانیم کار تک‌تک نیروهای واردشده بر جسم را به دست آوریم و آن‌ها را به صورت جبری جمع کنیم تا کار کل (W_t) به دست آید.

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده بر روی یک جسم، برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است که به صورت رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$W_t = K_2 - K_1$$

- اگر $W_t > 0$ باشد: انرژی جنبشی (تندی) پایانی جسم بیشتر از انرژی جنبشی (تندی) آغازین جسم می‌شود.
- اگر $W_t < 0$ باشد: انرژی جنبشی (تندی) پایانی جسم کم‌تر از انرژی جنبشی (تندی) آغازین جسم می‌شود.
- اگر $W_t = 0$ باشد: انرژی جنبشی (تندی) پایانی جسم برابر با انرژی جنبشی (تندی) آغازین جسم می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به شکل زیر، کار تک‌تک نیروها را به دست می‌آوریم. فقط چون نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمود است، کار آن برابر با صفر می‌شود.



$$W_F = Fd\cos\theta_1 = 55\times 8\times\cos(0^\circ) = 440\ J$$

$$W_{mg} = mgd\cos\theta_2 = 4\times 10\times 8\times \underbrace{\cos(90^\circ + 30^\circ)}_{-\sin 30^\circ} = 320\times\left(-\frac{1}{2}\right) = -160\ J$$

$$W_{f_k} = f_k d\cos\theta_3 = f_k\times 8\times\cos 180^\circ = -8f_k$$

$$\Rightarrow W_t = W_F + W_{mg} + W_{f_k} = 440 - 160 - 8f_k = 280 - 8f_k \quad (1)$$

گام دوم: طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{(1)} 280 - 8f_k = \frac{1}{2}\times 4\times(10^2 - 0^2)$$

$$\Rightarrow 280 - 8f_k = 200 \Rightarrow f_k = 10\ N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ بازده یک نیروگاه سوخت فسیلی ۶۰ درصد و بازده خطوط انتقال توان الکتریکی حاصل از نیروگاه ۸۰ درصد است. برای آن‌که توان در محل مصرف انرژی الکتریکی ۶۰ kW باشد، در هر ساعت چند لیتر سوخت در نیروگاه مصرف می‌شود؟ (انرژی حاصل از هر لیتر سوخت برابر ۳۰ MJ است.)

۱) ۱/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

ابتدا بازده کل سامانه را حساب کنید و سپس به کمک رابطهٔ بازده، توان ورودی و پس از آن انرژی ورودی در یک ساعت را به دست آورید و در نهایت مقدار سوخت مصرفی به ازای انرژی ورودی را به دست آورید.

درس Box

به آهنگ مصرف انرژی، توان می‌گویند:

$$P_{av} = \frac{W}{t}$$

(P_{av}: توان (W)، W: انرژی (J)، t: مدت‌زمان (s))

- در تمام سامانه‌ها، تنها بخشی از انرژی (توان) ورودی به انرژی (توان) خروجی تبدیل می‌شود و قسمتی از انرژی تلف می‌شود. نسبت انرژی (توان) خروجی به انرژی (توان) ورودی را بازده می‌نامیم:

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times ۱۰۰ \quad \text{یا} \quad Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times ۱۰۰$$

- گاهی انرژی ورودی از چند سامانهٔ متوالی عبور کرده و در نهایت با اتلاف بخشی از انرژی از آخرین سامانه خارج می‌شود، در این حالت بازده کل برابر حاصل‌ضرب بازده تک‌تک سامانه‌ها است:

$$Ra_t = Ra_۱ \times Ra_۲ \times \dots$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا بازده کل سامانه را محاسبه می‌کنیم:

$$Ra_{(t)} = Ra_{\text{نیروگاه}} \times Ra_{\text{خطوط}} = \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۰/۴۸$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ بازده، توان ورودی را به دست می‌آوریم:

$$Ra_{(t)} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow ۰/۴۸ = \frac{۶۰\times۱۰^۳}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{۶۰\times۱۰^۳}{۰/۴۸}\ W$$

گام سوم: از رابطهٔ توان، انرژی ورودی را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{E_{\text{ورودی}}}{\Delta t} \Rightarrow E_{\text{ورودی}} = \frac{۶۰\times۱۰^۳}{۰/۴۸} \times ۳۶۰۰ = \frac{۶\times۳۶\times۱۰^۸}{۴۸}\ J$$

گام چهارم: انرژی حاصل از هر لیتر سوخت برابر ۳۰ MJ است، ما باید محاسبه کنیم به ازای مصرف چند لیتر سوخت در نیروگاه، $\frac{۶\times۳۶\times۱۰^۸}{۴۸}$ ژول انرژی به دست می‌آید:

$$\frac{\frac{۶\times۳۶\times۱۰^۸}{۴۸}}{۳۰\times۱۰^۶} = \frac{۶\times۳۶\times۱۰^۸}{۴۸\times۳\times۱۰^۷} = ۱۵\ L$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ ظرفی به حجم $۲\,L$ با مایعی به ضریب انبساط حجمی $۱/K\ ۱۰^{-۴}$ پر شده است. اگر دمای مجموعهٔ ظرف و مایع $۹۰^{\circ}F$ افزایش یابد، $۴\,cm^{۳}$ مایع از ظرف بیرون می‌ریزد. ضریب انبساط طولی ظرف در SI کدام است؟

۱) ۶×۱۰^{-۶} ۲) ۶×۱۰^{-۵}

۳) ۲×۱۰^{-۶} ۴) ۲×۱۰^{-۵}

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

دما را به درجهٔ سلسیوس تبدیل کنید و سپس با کمک اختلاف انبساط حجمی ظرف و مایع، ضریب انبساط طولی ظرف را محاسبه کنید.

درس Box

وقتی به ظرفی که از مایعی پر شده است، گرما بدهیم، هم حجم مایع و هم حجم ظرف افزایش پیدا می‌کند. افزایش حجمی که ما می‌بینیم در واقع انبساط ظاهری مایع است. برای محاسبهٔ حجم مایع سرریزشده از ظرف داریم:

$$\text{حجم مایع سرریزشده} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = V_۱\beta\Delta\theta - V_۱(۳\alpha)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \text{حجم مایع سرریزشده} = V_۱(\beta - ۳\alpha)\Delta\theta$$

- $V_۱$: حجم اولیهٔ ظرف یا مایع
- β: ضریب انبساط حجمی مایع $(\frac{۱}{K})$
- α: ضریب انبساط طولی ظرف $(\frac{۱}{K})$
- $\Delta\theta$: تغییر دما $(^{\circ}C)$

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که ظرف از مایع پر شده، پس حجم اولیهٔ ظرف و مایع برابر است. با افزایش دما، حجم ظرف و حجم مایع افزایش پیدا می‌کند و چون مایع از ظرف بیرون ریخته شده پس افزایش حجم مایع $۴\,cm^{۳}$ بیشتر از ظرف بوده است. از رابطهٔ اختلاف انبساط حجمی ظرف و مایع، ضریب انبساط طولی ظرف را به دست می‌آوریم:

گام اول: افزایش دما را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow ۹۰ = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۵۰\ ^{\circ}C$$

گام دوم: اختلاف افزایش حجم مایع و ظرف را برابر با $۴\,cm^{۳}$ قرار می‌دهیم.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = ۴\times۱۰^{-۳} \Rightarrow V_۱\beta\Delta\theta - V_۱(۳\alpha)\Delta\theta = ۴\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow V_۱\Delta\theta(\beta - ۳\alpha) = ۴\times۱۰^{-۳} \Rightarrow ۲\times۵۰(۱۰^{-۴} - ۳\alpha) = ۴\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۴} - ۳\alpha = \frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{۲}} = ۴\times۱۰^{-۵} \Rightarrow ۳\alpha = ۱۰^{-۴} - ۰/۴\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{۰/۶\times۱۰^{-۴}}{۳} = ۲\times۱۰^{-۵}\ \frac{۱}{K}$$

گول نخوری

خواستهٔ سؤال ضریب انبساط طولی ظرف است. اگه دقت نکنی و از رابطهٔ انبساط حجمی، ضریب انبساط حجمی رو به دست بیاری، به گزینهٔ (۲) می‌رسی.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

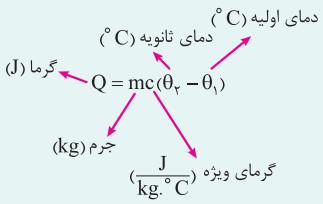
۵۰ در ظرفی، $1\,kg$ آب با دمای $0\,^\circ C$ وجود دارد. یک قطعه فلز به جرم $3\,kg$ و دمای $100\,^\circ C$ را درون آب می‌اندازیم. اگر تا برقراری تعادل گرمایی $13/2\,kJ$ گرما از مجموعهٔ آب و فلز خارج شود، دمای تعادل مجموعه چند درجهٔ سلسیوس است؟ ($c_{فلز} = 500\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و $c_{آب} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ است.)

۱) $28/6$ ۲) 26 ۳) 25 ۴) 24

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint مقدار گرمایی که فلز از دست می‌دهد تا به دمای تعادل برسد را برابر با مجموع گرمای دریافتی توسط آب و گرمای تلف‌شده قرار دهید و از حل معادله، دمای تعادل را به دست آورید.

درس Box اگر جسمی به جرم m و دمای اولیهٔ θ_1 بدون تغییر حالت با مبادلهٔ گرما با محیط به دمای θ_2 برسد، در این صورت مقدار گرمای مبادله‌شده برابر است با:



- اگر چند جسم با دماهای مختلف در تماس با یکدیگر قرار بگیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند (به دمای تعادل می‌رسند)؛ طبق قانون پایستگی انرژی، گرمایی که اجسام گرم از دست می‌دهند با گرمایی که اجسام سرد می‌گیرند، برابر است. (گرمایی که اجسام گرم از دست می‌دهند = گرمایی که اجسام سرد می‌گیرند)

نکته در اکثر سؤالات از تبادل گرمای مجموعه با محیط صرف نظر می‌شود. اما اگر مثل این سؤال تبادل گرما مطرح شده بود، دقت کنید که باید مقدار این گرما با علامت مثبت در سمت اجسامی که گرما می‌گیرند، نوشته شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ طبق قانون پایستگی انرژی، مقدار گرمایی که قطعه فلز از دست می‌دهد با مجموع گرمایی که آب و محیط دریافت می‌کنند، باید برابر باشد، یعنی:

$$Q_{آب} + 13/2\times10^3 = |Q_{فلز}|$$

$$\Rightarrow m_{آب}c_{آب}\Delta\theta + 13/2\times10^3 = -m_{فلز}c_{فلز}\Delta\theta_{فلز}$$

$$\Rightarrow 1\times4200(\theta_e - 0) + 13/2\times10^3 = -3\times500\times(\theta_e - 100)$$

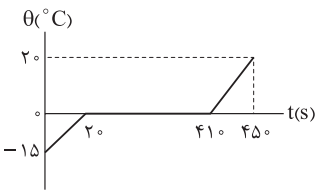
$$\Rightarrow 4200\,\theta_e + 13200 = -1500\,\theta_e + 150000$$

$$\Rightarrow 5700\,\theta_e = 150000 - 13200 \Rightarrow \theta_e = \frac{136800}{5700}$$

$$\Rightarrow \theta_e = 24\ ^\circ C$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ به جسم جامدی با آهنگ ثابت گرما می‌دهیم. نمودار تغییر دمای آن برحسب زمان مطابق شکل زیر است. گرمای ویژهٔ این جسم در حالت مایع چند برابر گرمای ویژهٔ آن در حالت جامد است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

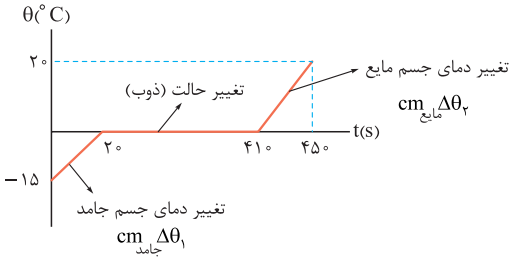
۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint به کمک نمودار و طبق رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$، ظرفیت گرمایی جسم را در دو حالت جامد و مایع به دست آورید و با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{Q}{t}$، ظرفیت گرمایی‌ها را برحسب P و m به دست آورده و سپس آن‌ها را محاسبه کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا نمودار را بررسی می‌کنیم:



گام دوم: با توجه به نمودار ۲۰ s طول کشیده تا جسم جامد بدون تغییر حالت گرما دریافت کند و به نقطهٔ ذوب برسد، پس:

$$Q_۱ = mc_{جامد}\Delta\theta_۱ = mc_{جامد}(۰-(-۱۵)) = ۱۵mc_{جامد}$$

گام سوم: در حالتی که گرما باعث تغییر دمای مایع می‌شود، داریم:

$$Q_۲ = mc_{مایع}\Delta\theta_۲ = mc_{مایع}(۲۰-۰) = ۲۰mc_{مایع}$$

گام چهارم: از رابطهٔ $Pt = Q$ و با توجه به ثابت‌بودن توان گرمایی، $c_{جامد}$ و $c_{مایع}$ را برحسب P و m می‌نویسیم:

$$Pt = ۱۵mc_{جامد} \Rightarrow c_{جامد} = \frac{Pt}{۱۵m} = \frac{P(۲۰)}{۱۵m} = \frac{۴P}{۳m}$$

$$Pt' = ۲۰mc_{مایع} \Rightarrow c_{مایع} = \frac{Pt'}{۲۰m} = \frac{P(۴۵۰-۴۱۰)}{۲۰m} = \frac{۲P}{m}$$

گام آخر: خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{c_{مایع}}{c_{جامد}} = \frac{\frac{۲P}{m}}{\frac{۴P}{۳m}} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ در فشار ثابت $3\ bar$، حجم $2\ mol$ گاز کامل $8\ L$ کاهش می‌یابد. اگر در این فرآیند، گاز با محیط $6\ kJ$ گرما مبادله کند، به ترتیب از راست به چپ، دمای گاز چند کلوین و انرژی درونی آن چند کیلوژول تغییر می‌کند؟ $(R = 8\ \frac{J}{mol.K})$

۱) ۱۵۰، ۸/۴
۲) ۱۵۰، ۳/۶
۳) ۳۰۰، ۸/۴
۴) ۳۰۰، ۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا از رابطهٔ $W = -P\Delta V$ کار را حساب کنید و از رابطهٔ ΔT دار کار یعنی $W = -nR\Delta T$، تغییرات دما را به دست آورید، سپس با توجه به منفی‌بودن تغییرات دما (منفی‌بودن انرژی درونی) و مثبت‌بودن کار انجام‌شده، گرما را با علامت منفی در رابطهٔ $\Delta U = Q + W$ قرار داده و ΔU را محاسبه کنید.

درس Box

۱) تبادل انرژی بین دستگاه و محیط از دو طریق انجام می‌شود:

- انجام کار
- مبادلهٔ گرما

۲) به مجموع انرژی ذرات تشکیل‌دهندهٔ یک ماده، انرژی درونی می‌گویند. انرژی درونی فقط تابع دمای یک گاز است $(U \propto T)$

۳) طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$\underset{\text{تغییرات انرژی درونی (J)}}{\Delta U} = \underset{\text{گرمای مبادله‌شده بین محیط و دستگاه (J)}}{Q} + \underset{\text{کار محیط روی دستگاه (J)}}{W}$$

۴) در فرآیند هم‌فشار، کار انجام‌شده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\underset{\text{کار (J)}}{W} = -\underset{\text{فشار (Pa)}}{P}\ \underset{\text{تغییرات حجم }(m^3)}{\Delta V} \xrightarrow{P\Delta V = nR\Delta T} W = -\underset{\text{مقدار گاز (mol)}}{n}\ \underset{\text{ثابت جهانی گازها }(\frac{J}{mol.K})}{R}\ \underset{\text{تغییرات دما (K)}}{\Delta T}$$

- با توجه به روابط بالا، علامت کار همیشه برعکس ΔV است.

۵) در فرآیند هم‌فشار:

$$\Delta V < 0 \xrightarrow{PV=nRT} \Delta T < 0 \xrightarrow{U \propto T} \Delta U < 0 \xrightarrow{W>0} Q < 0$$

$$\Delta V > 0 \xrightarrow{PV=nRT} \Delta T > 0 \xrightarrow{U \propto T} \Delta U > 0 \xrightarrow{W<0} Q > 0$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا از رابطهٔ $W = -P\Delta V$، کار انجام‌شده روی گاز را به دست می‌آوریم:

$$W = -P\Delta V = -(3\times10^{5})(-8\times10^{-3}) = +2400\ J = 2/4\ kJ$$

(تبدیل bar به Pa — تبدیل L به m^3)

گام دوم: از رابطهٔ ΔT دار کار در فرایند هم‌فشار، داریم:

$$W = -nR\Delta T \Rightarrow 2400 = -2\times8\times\Delta T \Rightarrow \Delta T = -150\ K$$

گام سوم: چون ΔT و ΔV هر دو منفی هستند، پس:

$$\Delta V < 0 \xrightarrow{P\ \text{ثابت}} \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \xrightarrow{W>0} Q < 0$$

در نتیجه گاز $6\ kJ$ گرما از دست داده است.

$$\Delta U = Q + W = -6 + 2/4 = -3/6\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵درصد در هر چرخه ۲۴ J گرما به منبع دما پایین می‌دهد. اگر توان خروجی این ماشین ۴۰ W باشد، مدت‌زمان انجام هر چرخه توسط این ماشین چند ثانیه است؟

۱) ۰/۰۱۵ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۰۲ ۴) ۰/۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint به کمک رابطهٔ بازده، کار ماشین در هر چرخه را به دست آورید، سپس مدت‌زمان انجام هر چرخه را از رابطهٔ توان محاسبه کنید.

درس Box ۱) هر ماشین گرمایی به طور متوالی چرخه‌ای را طی می‌کند. در این چرخه دستگاه مقداری گرما از منبع دما بالا می‌گیرد (Q_H)، روی محیط کار انجام می‌دهد (W) و بقیهٔ گرما را به منبع دما پایین می‌دهد (Q_L)، یعنی:

$$Q_H = |Q_L| + |W|$$

هر چه‌قدر مقدار کاری که ماشین گرمایی انجام می‌دهد، بیشتر و گرمایی که به منبع دما پایین می‌دهد، کم‌تر باشد، بازده و عملکرد ماشین بهتر است. بازده در ماشین گرمایی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|Q_L| + |W|}$$

۲) **توان**: توان یک ماشین گرمایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{|W|}{t}$$

(توان (W)، کار (J)، مدت‌زمان (s))

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول**: با داشتن بازده، کار انجام‌شده روی محیط را در هر چرخه حساب می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|Q_L| + |W|} \Rightarrow \frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{100}_{4}} = \frac{|W|}{24 + |W|}$$

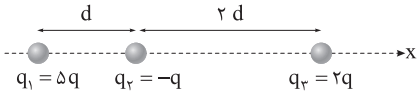
$$\Rightarrow 24 + |W| = 4|W| \Rightarrow 3|W| = 24 \Rightarrow |W| = 8\ J$$

گام دوم: از رابطهٔ توان، مدت‌زمان انجام هر چرخه را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{|W|}{t} \Rightarrow 40 = \frac{8}{t} \Rightarrow t = \frac{8}{40} = 0/2\ s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر بار $q_۲$ به اندازهٔ d در جهت محور x جابه‌جا شود، اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۹}{۲}$

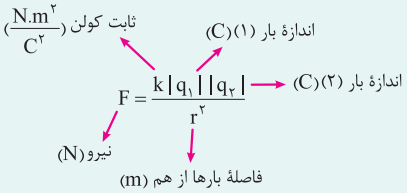
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

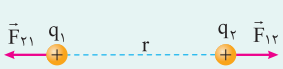
در حالت اول برحسب پارامترهای q، k و d نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۲$ را حساب کنید. در حالت دوم، بار $q_۲$ را جابه‌جا کنید و دوباره نیروی الکتریکی خالص را بنویسید و در آخر نسبت آن‌ها را حساب کنید.

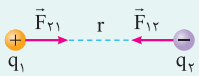
درس Box

۱) قانون کولن بیان می‌کند اگر بارهای نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار داشته باشند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:



۲) نیروی الکتریکی که دو بار هم‌نام به هم وارد می‌کنند، دافعه و نیرویی که دو بار ناهم‌نام به هم وارد می‌کنند، جاذبه است.

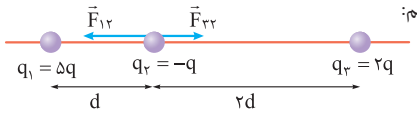




۳) نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی برابر با برایند همهٔ نیروهای الکتریکی است که بارهای دیگر به آن وارد می‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حالت اول، نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۲$ را حساب می‌کنیم:

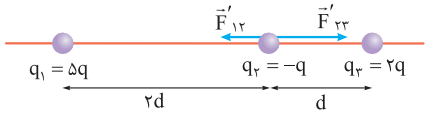


$$F_{۱۲} = \frac{kq_۱q_۲}{r_{۱۲}^۲} = \frac{k(۵q)(q)}{d^۲} = \frac{۵kq^۲}{d^۲}$$

$$F_{۳۲} = \frac{kq_۲q_۳}{r_{۳۲}^۲} = \frac{k(q)(۲q)}{(۲d)^۲} = \frac{۱kq^۲}{۲d^۲}$$

$$F_T = F_{۱۲} - F_{۳۲} = \frac{۵kq^۲}{d^۲} - \frac{kq^۲}{۲d^۲} = \frac{۹kq^۲}{۲d^۲}$$

گام دوم: با جابه‌جایی بار $q_۲$ به اندازهٔ d در جهت محور x، چیدمان بارها به صورت زیر می‌شود:



نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را در این حالت حساب می‌کنیم:

$$F'_{۱۲} = \frac{kq_۱q_۲}{r'^۲_{۱۲}} = \frac{k(۵q)(q)}{(۲d)^۲} = \frac{۵kq^۲}{۴d^۲}$$

$$F'_{۳۲} = \frac{kq_۲q_۳}{r'^۲_{۳۲}} = \frac{k(q)(۲q)}{d^۲} = \frac{۲kq^۲}{d^۲}$$

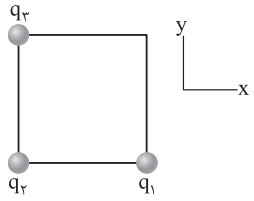
$$F'_T = F'_{۳۲} - F'_{۱۲} = \frac{۲kq^۲}{d^۲} - \frac{۵kq^۲}{۴d^۲} = \frac{۳kq^۲}{۴d^۲}$$

گام سوم: در نهایت ببینیم نیروی الکتریکی خالص چند برابر شده است:

$$\frac{F'_T}{F_T} = \frac{\frac{۳kq^۲}{۴d^۲}}{\frac{۹kq^۲}{۲d^۲}} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$، $q_۲ = +۸\sqrt{۲}\ nC$ و $q_۳$ در سه رأس یک مربع به ضلع $۳۰\ cm$ قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مربع به صورت $\vec{E} = (۸۰۰\ N/C)\vec{i} - (۴۰۰\ N/C)\vec{j}$ باشد، $\frac{q_۳}{q_۱}$ کدام است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $-\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) -۲

۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) رابطهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار، به صورت زیر است:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$

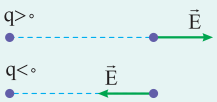
E : اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

k : ثابت کولن $\simeq ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲}$

q : بار الکتریکی‌ای که میدان را ایجاد کرده است. (C)

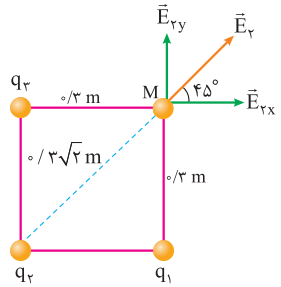
R : فاصلهٔ بار q تا نقطه‌ای که میدان الکتریکی را در آن نقطه می‌خواهیم. (m)

۲) جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۲$ را در رأس چهارم مربع (نقطهٔ M) به دست می‌آوریم و مؤلفه‌های آن را در راستاهای افقی و قائم تعیین می‌کنیم:



$$E_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲} \xrightarrow[r_۲ = \sqrt{۰/۳^۲ + ۰/۳^۲} = ۰/۳\sqrt{۲}\ m]{k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲},\ q_۲ = ۸\sqrt{۲}\times۱۰^{-۹}\ C} E_۲ = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۸\sqrt{۲}\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۲}\times۲} = ۴۰۰\sqrt{۲}\ N/C$$

با توجه به شکل، داریم:

$$E_{۲x} = E_۲\cos ۴۵^\circ = ۴۰۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۴۰۰\ N/C$$

$$E_{۲y} = E_۲\sin ۴۵^\circ = ۴۰۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۴۰۰\ N/C$$

به عبارت دیگر داریم:

$$\vec{E}_۲ = E_{۲x}\vec{i} + E_{۲y}\vec{j} = (۴۰۰\ N/C)\vec{i} + (۴۰۰\ N/C)\vec{j}$$

گام دوم: با توجه به این‌که میدان الکتریکی $\vec{E}_۲$ در راستای قائم، هیچ مؤلفه‌ای ندارد، می‌توان نوشت:

$$\vec{E}_{Ty} = \vec{E}_{۲y} + \vec{E}_۱ \Rightarrow -۴۰۰\vec{j} = ۴۰۰\vec{j} + \vec{E}_۱ \Rightarrow \vec{E}_۱ = (-۸۰۰\ N/C)\vec{j}$$

بنابراین $q_۱ < ۰$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: با توجه به این‌که میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ در راستای افقی، هیچ مؤلفه‌ای ندارد، می‌توان نوشت:

$$\vec{E}_{Tx} = \vec{E}_{2x} + \vec{E}_3 \Rightarrow 800\vec{i} = 400\vec{i} + \vec{E}_3 \Rightarrow \vec{E}_3 = (400\ N/C)\vec{i}$$

بنابراین $q_3 > 0$ است.

گام چهارم: نسبت میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ را می‌نویسیم و از آن‌جا نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{|q_3|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 \xrightarrow{r_1 = r_3 = 0/3\ m} \frac{400}{800} = \frac{|q_3|}{|q_1|} \Rightarrow \left|\frac{q_3}{q_1}\right| = \frac{1}{2} \xrightarrow[q_1 < 0]{q_3 > 0} \frac{q_3}{q_1} = -\frac{1}{2}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ ذره‌ای با بار الکتریکی q در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی با تندی اولیهٔ v_0 پرتاب شده و پس از طی مسافت d، متوقف می‌شود. اگر این ذره، در جهت خطوط همین میدان الکتریکی با تندی v_0 پرتاب شده و پس از طی مسافت d'، تندی آن به $2v_0$ برسد، d' چند برابر d است؟ (به ذره فقط از سوی میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود.)

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

مشاوره این تست با یکی از مثال‌های حل‌شده در فصل ۱ کتاب درسی فیزیک ۲، تشابه مفهومی دارد. مثال‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را در هر دو حالت، به دست آورده و طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، دو رابطهٔ مجزا، یکی بین d و v_0 و دیگری بین d' و v_0 پیدا کنید. از تقسیم این دو رابطه بر یکدیگر، $\frac{d'}{d}$ به دست می‌آید.

درس Box

۱) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q وقتی در یک میدان الکتریکی یکنواخت حرکت می‌کند، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta$$

ΔU_E: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)

q: بار الکتریکی جابه‌جا شده (C)

E: اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت (N/C)

d: اندازهٔ جابه‌جایی ذرهٔ بار (m)

θ: زاویهٔ بین نیروی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$

۲) نیروی ناشی از میدان الکتریکی بر یک ذرهٔ باردار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

F_E: اندازهٔ نیروی میدان الکتریکی (N)

اگر $q>0$ باشد، $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند.

اگر $q<0$ باشد، $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند.

۳) طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\Delta K = -\Delta U_E$$

ΔK: تغییرات انرژی جنبشی ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی (J)

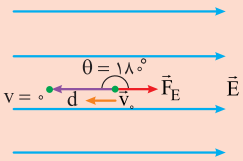
K: انرژی جنبشی (J)

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

m: جرم ذره (kg)

v: تندی ذره (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که بار الکتریکی q، مدتی پس از پرتاب در خلاف جهت میدان الکتریکی، متوقف شده است، یعنی نیروی میدان الکتریکی وارد بر آن، هم‌جهت با میدان الکتریکی بوده و $q>0$ است.



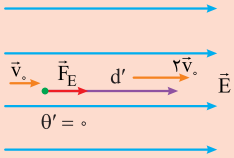
گام دوم: رابطهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در حالت اول را می‌نویسیم و آن را قرینهٔ تغییرات انرژی جنبشی قرار می‌دهیم:

$$\Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta \xrightarrow[\theta=180^\circ]{q>0} \Delta U_E = -qEd\cos 180^\circ = qEd$$

$$\Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -qEd \xrightarrow{v=0} \frac{1}{2}mv_0^2 = qEd$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: به طور مشابه، رابطهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در حالت دوم را نیز می‌نویسیم و آن را قرینهٔ تغییرات انرژی جنبشی قرار می‌دهیم:



$$\Delta U'_E = -|q|Ed'\cos\theta' \xrightarrow[\theta'=0]{q>0} \Delta U'_E = -qEd'\cos 0^\circ = -qEd'$$

$$\Delta K' = -\Delta U'_E \Rightarrow \frac{1}{2}m(4v_0^2 - v_0^2) = qEd' \rightarrow \frac{3}{2}mv_0^2 = qEd'$$

گام چهارم: در پایان، نتیجهٔ به دست آمده در گام‌های سوم و دوم را برهم تقسیم می‌کنیم و نسبت $\frac{d'}{d}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{qEd'}{qEd} = \frac{\frac{3}{2}mv_0^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} \Rightarrow \frac{d'}{d} = 3$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ در صفحهٔ مختصات xoy، میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (۲\times۱۰^{۴}\ N/C)\vec{j}$ وجود دارد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A به مختصات (۴ cm و ۲ cm) برابر V_A و پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B به مختصات (۱ cm و ۶ cm) برابر V_B باشد، $V_B - V_A$ چند کیلوولت است؟

۱) ۰/۶ ۲) −۰/۶

۳) ۰/۸ ۴) −۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی، بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت، به صورت زیر است:

$$|\Delta V| = Ed$$

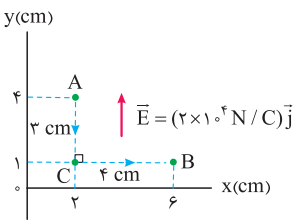
ΔV: اختلاف پتانسیل (V)

E: اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت (N/C)

d: اندازهٔ جابه‌جایی بین دو نقطه در راستای میدان الکتریکی (m)

در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش ($\Delta V < ۰$) و در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش ($\Delta V > ۰$) می‌یابد.

پاسخ خیلی تشریحی در شکل زیر، نقاط A و B را در دستگاه مختصات رسم کرده‌ایم. در مسیر خط چین از نقطهٔ A به نقطهٔ C می‌رویم. بنابراین:



$$|\Delta V_{AC}| = Ed = ۲\times۱۰^{۴}\times۳\times۱۰^{-۲} = ۶۰۰\ V \xrightarrow[\text{پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.}]{\text{درخلاف جهت خطوط میدان الکتریکی}} \Delta V_{AC} = ۶۰۰\ V$$

از نقطهٔ C به نقطهٔ B عمود بر میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم؛ بنابراین پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند:

$$V_B = V_C$$

$$\Delta V_{AC} = V_C - V_A = ۶۰۰\ V \xrightarrow{V_B = V_C} V_B - V_A = ۶۰۰\ V = ۰/۶\ kV$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ شعاع کرهٔ رسانای **A**، نصف شعاع کرهٔ رسانای **B** و چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ **A**، ۴ برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ **B** است. چند درصد از بار کرهٔ **A** را به کرهٔ **B** منتقل کنیم تا چگالی سطحی بار این دو کره برابر شود؟ (بار دو کره هم‌نام است.)

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint رابطهٔ بین بارهای الکتریکی دو کره را در هر دو حالت به دست آورید. سپس تغییرات بار الکتریکی کرهٔ A را برحسب درصد پیدا کنید تا معلوم شود که کرهٔ A چند درصد از بار الکتریکی خود را از دست داده است.

درس Box تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم.

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

σ: چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2)

Q: بار الکتریکی (C)

A: مساحت سطحی که بار الکتریکی روی آن توزیع شده است (m^2)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** رابطهٔ بین بار الکتریکی دو جسم در حالت اول را حساب می‌کنیم:

$$r_A = \frac{1}{2} r_B \xrightarrow{A=4\pi r^2} A_A = \frac{1}{4} A_B \Rightarrow A_B = 4A_A$$

$$\sigma_A = 4\sigma_B \Rightarrow \frac{Q_A}{A_A} = 4\frac{Q_B}{A_B} \xrightarrow{A_B=4A_A} \frac{Q_A}{A_A} = \frac{4Q_B}{4A_A} \Rightarrow Q_A = Q_B$$

گام دوم: رابطهٔ بین بار الکتریکی دو جسم را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\sigma'_A = \sigma'_B \Rightarrow \frac{Q'_A}{A_A} = \frac{Q'_B}{A_B} \Rightarrow \frac{Q'_A}{A_A} = \frac{Q'_B}{4A_A} \Rightarrow Q'_B = 4Q'_A$$

گام سوم: با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی و این‌که بار دو کره هم‌نام است، می‌توان نوشت:

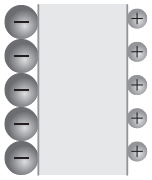
$$Q'_B + Q'_A = Q_A + Q_B \Rightarrow 4Q'_A + Q'_A = Q_A + Q_A \Rightarrow 5Q'_A = 2Q_A \Rightarrow Q'_A = 0/4Q_A$$

گام چهارم: اکنون درصد تغییرات بار کرهٔ A را به دست می‌آوریم:

$$\frac{Q'_A - Q_A}{Q_A} \times 100 = \frac{0/4Q_A - Q_A}{Q_A} \times 100 = \frac{-0/6Q_A}{Q_A} \times 100 = -\%60$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی الکتریک ۳، ضخامت $10\ nm$ و مساحت سطح $10^{-10}\ m^2$ است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن‌که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی $160\ mV$ ایجاد شود، کدام است؟ $(e = 1/6\times10^{-19}C)$، $\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ F/m$ و هرکدام از یون‌ها یک بار یونیده است.)



۱) $2/7\times10^{6}$
۲) $2/7\times10^{5}$
۳) 9×10^{6}
۴) 9×10^{5}

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا ظرفیت خازن را به کمک رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ به دست آورید. سپس بار ذخیره‌شده در خازن را به ازای اختلاف پتانسیل مشخص‌شده، محاسبه کنید. در پایان با استفاده از رابطهٔ $Q = ne$ تعداد یون‌های یک بار یونیده را حساب کنید.

درس Box

۱) ظرفیت یک خازن، به بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد، بلکه به مشخصات فیزیکی و ساختمان خازن، وابسته است. ظرفیت یک خازن تخت، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

C: ظرفیت خازن (F)

κ : ثابت دی الکتریک

ε_0: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $= 9\times10^{-12}\ F/m$

A: مساحت متقابل صفحه‌ها (m^2)

d : فاصلهٔ جدایی صفحه‌ها (m)

۲) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود: $Q = CV$

Q : بار الکتریکی (C)

C : ظرفیت خازن (F)

V : اختلاف پتانسیل میان دو صفحهٔ خازن (V)

۳) بنابر اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، بار الکتریکی یک جسم، مضرب درستی از بار بنیادی e است.

$$q = \pm ne$$

$n = 1,2,3,...$ اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های جسم

e : بار بنیادی $= 1/6\times10^{-19}C$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ظرفیت بار الکتریکی در یاختهٔ عصبی (مدل‌سازی‌شده به صورت خازن) را به دست می‌آوریم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} = \frac{3\times9\times10^{-12}\times10^{-10}}{10\times10^{-9}} \Rightarrow C = 27\times10^{-14}\ F$$

گام دوم: بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را به ازای اختلاف پتانسیل $160\ mV$ حساب می‌کنیم:

$$Q = CV = 27\times10^{-14}\times160\times10^{-3} = 27\times16\times10^{-16}C$$

گام سوم: تعداد یون یک بار یونیده‌شده را به کمک رابطهٔ $Q = ne$ به دست می‌آوریم:

$$Q = ne \Rightarrow 27\times16\times10^{-16} = n\times1/6\times10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{27\times16\times10^{-16}}{1/6\times10^{-19}} = 27\times10\times10^{3} = 2/7\times10^{5}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ خازنی با ظرفیت $5\ \mu F$ توسط یک باتری ۲۰ ولتی شارژ می‌شود. اگر خازن را از باتری جدا کرده، فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را ۵۰ درصد افزایش داده و فضای خالی بین صفحه‌ها را با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۳ پر کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۵۰۰، افزایش می‌یابد.
۲) ۲۵۰، افزایش می‌یابد.
۳) ۵۰۰، کاهش می‌یابد.
۴) ۲۵۰، کاهش می‌یابد.

مشاوره این تست، یک سؤال ترکیبی است که از سه رابطهٔ اصلی و مهم مربوط به خازن در آن استفاده شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا ظرفیت خازن در حالت دوم را حساب کنید. سپس بار الکتریکی خازن در حالت اول را به دست آورید. این بار الکتریکی، در هر دو حالت ثابت است. در پایان به کمک رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$، تغییرات انرژی خازن را پیدا کنید.

درس Box

۱) برای مقایسهٔ ظرفیت خازن در دو حالت مختلف، می‌توان نوشت:

$$\frac{C'}{C}=\frac{\kappa'}{\kappa}\times\frac{A'}{A}\times\frac{d}{d'}$$

۲) انرژی ذخیره‌شده در یک خازن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U=\frac{Q^2}{2C}$$

U : انرژی (J)

Q : بار الکتریکی (C)

C : ظرفیت خازن (F)

۳) وقتی یک خازن پرشده را از مدار (باتری) جدا می‌کنیم، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ثابت می‌ماند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نسبت ظرفیت خازن در حالت دوم به حالت اول را می‌نویسیم و از آن‌جا ظرفیت خازن در حالت دوم را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{C'}{C}=\frac{\kappa'}{\kappa}\times\frac{A'}{A}\times\frac{d}{d'}\xrightarrow[\text{هوا و خلأ }\kappa=1\ ,\ d'=d+\frac{1}{2}d=\frac{3}{2}d]{\kappa'=3\ ,\ A'=A}\frac{C'}{C}=\frac{3}{1}\times1\times\frac{d}{\frac{3}{2}d}=2\xrightarrow{C=5\ \mu F}C'=2\times5=10\ \mu F$$

بار الکتریکی خازن در حالت اول را نیز حساب می‌کنیم:

$$Q=CV=5\times20=100\ \mu C$$

با توجه به این‌که خازن، از باتری جدا شده است، داریم:

$$Q'=Q\ \Rightarrow\ Q'=100\ \mu C$$

گام دوم: تغییر انرژی ذخیره‌شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$U=\frac{Q^2}{2C}\ \Rightarrow\ \Delta U=\frac{Q'^2}{2C'}-\frac{Q^2}{2C}$$

$$\xrightarrow[C'=10\ \mu F\ ,\ C=5\ \mu F]{Q'=Q=100\ \mu C}\Delta U=\frac{(100)^2}{2}\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{5}\right)=5000\left(-\frac{1}{10}\right)=-500\ \mu J$$

علامت منفی که در جواب به دست آمده، نشان می‌دهد که انرژی خازن، کاهش یافته است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ مقاومت الکتریکی سیمی مسی به طول ۲۰۰ m و قطر مقطع ۴ mm برابر چند اهم است؟ ($\rho_{مس} = ۲/۷\times۱۰^{-۷}\Omega.m$ و $\pi = ۳$)

۱) ۴/۵ ۲) ۱۸ ۳) ۴۵ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ $A = \pi\frac{D^۲}{۴}$ مساحت مقطع سیم را حساب کنید. سپس با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ مقاومت الکتریکی سیم را به دست آورید.

درس Box مقاومت الکتریکی یک جسم در دمای ثابت، با طول و جنس آن نسبت مستقیم دارد، ولی با مساحت سطح مقطع آن، رابطهٔ عکس دارد.



$$R = \rho\frac{L}{A}$$

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

ρ : مقاومت ویژه $(\Omega.m)$

L : طول جسم (m)

A : مساحت سطح مقطع (که در امتداد جسم، ثابت فرض می‌شود.) $(m^۲)$

D : قطر مقطع جسم (m)

$$A = \frac{\pi D^۲}{۴}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با معلوم‌بودن قطر مقطع سیم، مساحت آن را به دست می‌آوریم:

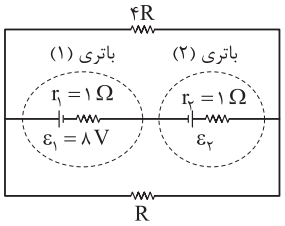
$$A = \pi\frac{D^۲}{۴} \xrightarrow[\pi=۳]{D = ۴\ mm = ۴\times۱۰^{-۳}\ m} A = ۳\times\frac{(۴\times۱۰^{-۳})^۲}{۴} = ۱۲\times۱۰^{-۶}\ m^۲$$

گام دوم: با توجه به این‌که مقادیر طول و مقاومت ویژهٔ سیم را داریم، مقاومت الکتریکی سیم را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho\frac{L}{A} = ۲/۷\times۱۰^{-۷}\times\frac{۲\times۱۰^۲}{۱۲\times۱۰^{-۶}} = \frac{۲/۷\times۱۰^{-۵}}{۶\times۱۰^{-۶}} = \frac{۲۷}{۶} = ۴/۵\ \Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری (۱) برابر $۳/۷۵\ W$ و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۲) برابر $۳/۵\ V$ باشد، جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R چند آمپر است؟



۱) ۰/۱

۲) ۰/۴

۳) ۱/۵

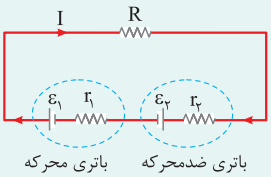
۴) ۶

مشاوره حواست باشه وقتی همچین سؤالایی رو داری جواب میدی، زمان زیادی براش صرف نکنی. اگه دیدی حل نمیشه، سر جلسهٔ آزمون رد شو بروا تحلیلش رو بذار برای بعداً ...

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

مطابق شکل زیر، وقتی در یک مدار دو باتری وجود دارد که جهت جریانی که هر یک از آن‌ها به تنهایی در مدار ایجاد می‌کنند، مخالف یکدیگر است، باتری‌ای که نیروی محرکهٔ بزرگ‌تری دارد، محرکه و باتری‌ای که نیروی محرکهٔ کوچک‌تری دارد، ضدمحرکه نام دارد که باتری محرکه تولیدکنندهٔ انرژی در مدار و باتری ضد محرکه مصرف‌کنندهٔ انرژی است. از طرفی برای باتری تولیدکنندهٔ انرژی، توان خروجی و برای باتری مصرف‌کنندهٔ انرژی، توان ورودی داریم.



$$\varepsilon_۱ > \varepsilon_۲ \Rightarrow \begin{cases} \text{محرکه : باتری (۱)} \\ \text{ضد محرکه : باتری (۲)} \end{cases}$$

در مدار بالا داریم:

$$\text{جریان الکتریکی} : I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{R + r_۱ + r_۲}$$

$$\text{باتری (۱)} : \begin{cases} V_۱ = \varepsilon_۱ - r_۱ I \\ P_{\text{خروجی}} = \varepsilon_۱ I - r_۱ I^۲ \end{cases}$$

$$\text{باتری (۲)} : \begin{cases} V_۲ = \varepsilon_۲ + r_۲ I \\ P_{\text{ورودی}} = \varepsilon_۲ I + r_۲ I^۲ \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که نیروی محرکهٔ باتری‌های (۱) و (۲) در خلاف جهت یکدیگر بوده و توان خروجی باتری (۱) داده شده است، درمی‌یابیم باتری (۱) تولیدکنندهٔ انرژی (محرکه) و باتری (۲) مصرف‌کنندهٔ انرژی (ضد محرکه) است؛ بنابراین طبق قانون پایستگی انرژی، توان خروجی باتری (۱) باید با مجموع توان ورودی باتری (۲) و توان مصرفی مقاومت معادل برابر باشد. در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$P_{(۱)\text{خروجی}} = P_{(۲)\text{ورودی}} + P_{\text{مصرفی}} \xrightarrow[P_{(۲)\text{ورودی}} = V_۲ I = ۳/۵ I,\ P_{\text{مصرفی}} = R_{eq} I^۲ = \left(\frac{۴R \times R}{۴R + R}\right) I^۲ = ۰/۸ R I^۲]{P_{(۱)\text{خروجی}} = ۳/۷۵\ W} ۳/۷۵ = ۳/۵ I + ۰/۸ R I^۲ \quad (۱)$$

از طرفی با توجه به این‌که باتری (۲) ضد محرکه است، اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_۲ = \varepsilon_۲ + r_۲ I \xrightarrow[r_۲ = ۱\ \Omega]{V_۲ = ۳/۵\ V} ۳/۵ = \varepsilon_۲ + (۱) I \Rightarrow \varepsilon_۲ = ۳/۵ - I \quad (۲)$$

هم‌چنین جریان کل برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_t}{R_{eq} + r_t} \xrightarrow[R_{eq} = ۰/۸ R,\ r_t = r_۱ + r_۲ = ۱ + ۱ = ۲\ \Omega]{\varepsilon_t = \varepsilon_۱ - \varepsilon_۲ = ۸ - \varepsilon_۲ (V)} I = \frac{۸ - \varepsilon_۲}{۰/۸ R + ۲}$$

$$\xrightarrow{(۲)} I = \frac{۸ - (۳/۵ - I)}{۰/۸ R + ۲} \Rightarrow ۰/۸ R I + ۲ I = ۴/۵ + I \Rightarrow ۰/۸ R I = ۴/۵ - I \quad (۳)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

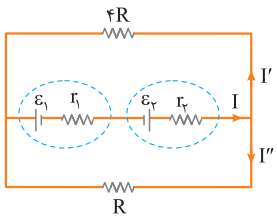
در نهایت طبق رابطه‌های (۱) و (۳) داریم:

$$۳/۷۵ = ۳/۵I + (۰/۸RI)(I) \xrightarrow{۰/۸RI = ۴/۵ - I} ۳/۷۵ = ۳/۵I + ۴/۵I - I^۲ \Rightarrow I^۲ - ۸I + ۳/۷۵ = ۰$$

$$\Rightarrow (I - ۰/۵)(I - ۷/۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} I = ۰/۵\ A & \text{قابل‌قبول} \\ I = ۷/۵\ A & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

(چون به ازای این مقدار، طبق رابطهٔ (۲)، $\varepsilon_۲$ منفی می‌شه)

بنابراین، جریان عبوری از مقاومت R برابر است با:

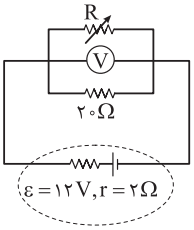


$$\frac{I''}{I'} = \frac{۴R}{R} = ۴$$

$$\Rightarrow I'' = ۴I', I = I' + I'' \Rightarrow I = \frac{۵}{۴}I'' \Rightarrow ۰/۵ = \frac{۵}{۴}I'' \Rightarrow I'' = ۰/۴\ A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ در مدار شکل زیر، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، ۸V است. مقاومت متغیر چند اهم تغییر کند تا توان خروجی باتری بیشینه شود؟



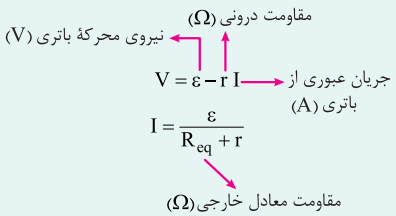
۱) $\frac{۲۵}{۹}$ ۲) $\frac{۲۰}{۹}$ ۳) ۲ ۴) ۳

مشاوره توی این سؤالا اول خواستهٔ مسئله رو برای خودت ساده کن، بعدش ادامه بده. کلاً وقتی داره شرایطی رو میگه که توان خروجی باتری بیشینه‌ست یعنی مقاومت خارجی برابر با مقاومت درونی مدار بشه.

پاسخ: گزینهٔ ۱

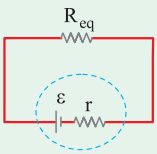
درس Box

در یک مدار تک‌باتری، اختلاف پتانسیل دو سر باتری و جریان گذرنده از باتری مطابق زیر به دست می‌آید:



نکته

در یک مدار تک‌باتری مطابق شکل زیر، برای این‌که توان خروجی باتری بیشینه باشه، باید مقدار مقاومت معادل خارجی مدار با مقاومت درونی باتری برابر باشد.



$R_{eq} = r \rightarrow P_{\text{خروجی}}$: بیشینه

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جریان خروجی از باتری را به دست می‌آوریم. با توجه به این‌که ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نیز نشان می‌دهد، می‌توانیم بنویسیم:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[\varepsilon=۱۲\,V,\ r=۲\,\Omega]{V=۸\,V} ۸ = ۱۲ - ۲I \Rightarrow ۲I = ۴ \Rightarrow I = ۲\,A$$

گام دوم: مقاومت خارجی معادل مدار را در حالت اول به دست می‌آوریم. طبق رابطهٔ جریان خروجی از باتری داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow[r=۲\,\Omega]{I=۲\,A,\ \varepsilon=۱۲\,V} ۲ = \frac{۱۲}{R_{eq} + ۲} \Rightarrow R_{eq} = ۴\,\Omega$$

گام سوم: مقاومت متغیر را در حالت اول به دست می‌آوریم. با توجه به این‌که مقاومت R با مقاومت ۲۰ Ω موازی است، می‌توانیم بنویسیم:

$$R_{eq} = \frac{۲۰ \times R}{۲۰ + R} \Rightarrow ۴ = \frac{۲۰R}{۲۰ + R} \Rightarrow ۵R = ۲۰ + R \Rightarrow ۴R = ۲۰ \Rightarrow R = ۵\,\Omega$$

گام چهارم: مقاومت خارجی معادل مدار را در حالت دوم به دست می‌آوریم. با توجه به این‌که بیشینهٔ توان خروجی باتری مربوط به حالتی است که مقاومت خارجی با مقاومت داخلی باتری برابر است، داریم:

$$R'_{eq} = r = ۲\,\Omega$$

گام پنجم: مقاومت متغیر را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

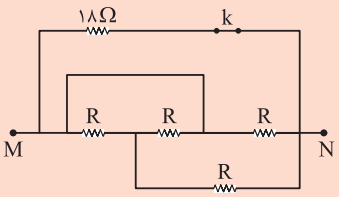
$$R'_{eq} = \frac{۲۰R'}{۲۰ + R'} \Rightarrow ۲ = \frac{۲۰R'}{۲۰ + R'} \Rightarrow ۱۰R' = ۲۰ + R' \Rightarrow ۹R' = ۲۰ \Rightarrow R' = \frac{۲۰}{۹}\,\Omega$$

گام ششم: تغییرات مقاومت متغیر را حساب می‌کنیم:

$$R' - R = \frac{۲۰}{۹} - ۵ = \frac{۲۰ - ۴۵}{۹} = -\frac{۲۵}{۹}\,\Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ در مدار شکل زیر، کلید k بسته و مقاومت معادل بین دو نقطهٔ M و N برابر ۳ Ω است. با بازکردن کلید k، مقاومت معادل بین این دو نقطه چند برابر می‌شود؟



۱) ۰/۶

۲) ۰/۸

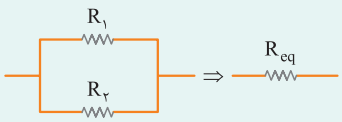
۳) ۱/۲

۴) ۱/۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

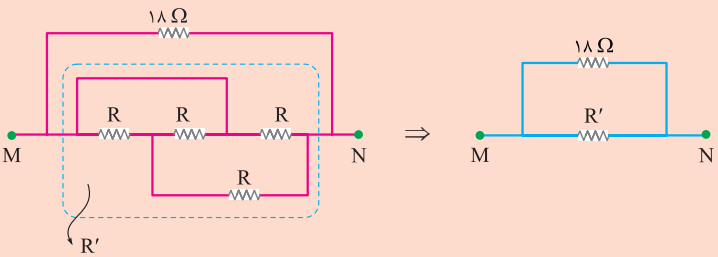
برای محاسبهٔ مقاومت معادل دو مقاومت موازی مطابق شکل زیر، داریم:



$$R_{eq}=\frac{R_1.R_2}{R_1+R_2}$$

پاسخ خیلی تشریحی

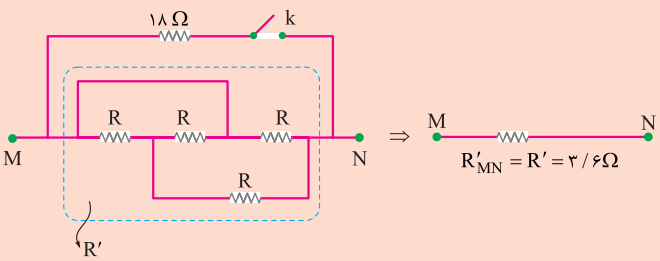
گام اول: مطابق شکل زیر، با توجه به مقاومت معادل بین دو نقطهٔ M و N در حالت اول، مقدار R' را به دست می‌آوریم:



$$R_{MN}=\frac{18R'}{18+R'} \Rightarrow 3=\frac{18R'}{18+R'}$$

$$\Rightarrow 6R'=18+R' \Rightarrow 5R'=18 \Rightarrow R'=3/6\ \Omega$$

گام دوم: مطابق شکل زیر درمی‌یابیم که مقاومت معادل بین دو نقطهٔ M و N در حالت دوم، همان R' است.

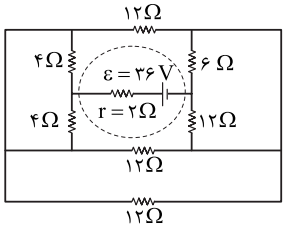


گام سوم: نسبت مقاومت معادل بین دو نقطهٔ M و N را در حالت دوم به حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'_{MN}}{R_{MN}}=\frac{3/6}{3}=1/2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت ۶ اُهمی چند وات است؟



۱) ۵۴

۲) ۶

۳) ۱۲

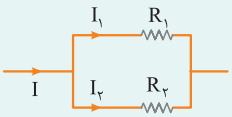
۴) ۲۴

مشاوره توی این سؤال، اول شکل مدار رو ساده کن. نیازی نیست مثل پاسخ تشریحی بخوای چند بار مدار بکشی. عادت کن از روی شکل سریع مقاومت‌های موازی و سری رو پیدا کنی. در ضمن با حرف‌زدن حل نمیشه. باید تمرین کنی چون یک قسمت کاملاً مهارتیه!

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اگر دو مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی باشند، ولتاژ دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت‌ها با مقدار مقاومت، رابطهٔ معکوس دارد؛ در نتیجه مطابق شکل زیر داریم:



$$R_1 \text{ و } R_2 \text{ موازی} \Rightarrow \begin{cases} ۱)\ I_1 + I_2 = I \\ ۲)\ \dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{R_1}{R_2} \end{cases}$$

برای محاسبهٔ توان مصرفی یک مقاومت، با توجه به اطلاعات سؤال، از یکی از سه رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

۱) $P = VI$

۲) $P = RI^2$

۳) $P = \dfrac{V^2}{R}$

P : توان مصرفی (W)

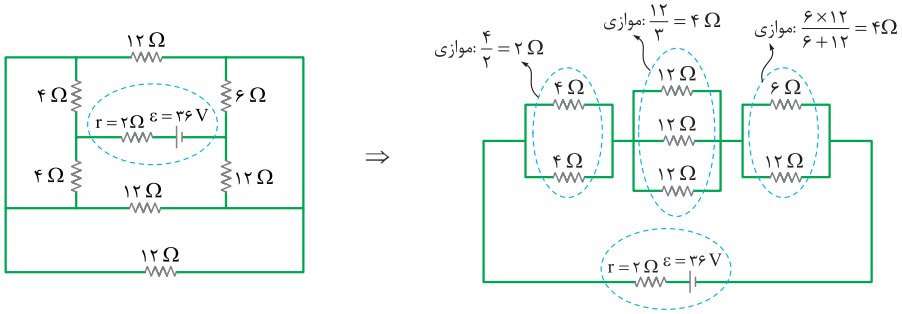
R : مقاومت (Ω)

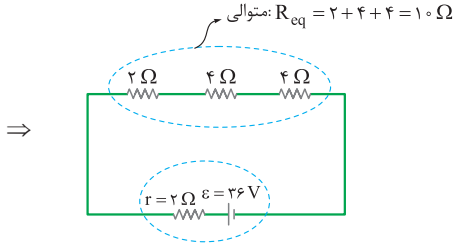
V : اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت (V)

I : جریان عبوری از مقاومت (A)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت خارجی معادل مدار را به دست می‌آوریم:



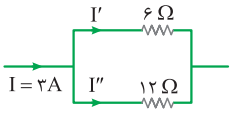


SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: جریان خروجی از باتری را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{۳۶}{۱۰ + ۲} = ۳\ A$$

گام سوم: جریان عبوری از مقاومت ۶ اُهمی را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\frac{I'}{I''} = \frac{۱۲}{۶} = ۲$$

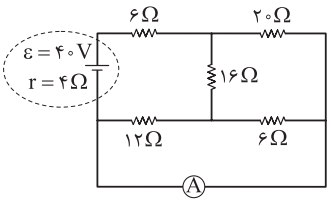
$$I' + I'' = I \Rightarrow I' + \frac{۱}{۲} I' = ۳ \Rightarrow I' = ۲\ A$$

گام چهارم: توان مصرفی مقاومت ۶ اُهمی را حساب می‌کنیم:

$$P = RI^{۲} \Rightarrow P = ۶ \times (۲)^{۲} = ۶ \times ۴ = ۲۴\ W$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶ در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر است؟



۱) صفر
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) ۲

مشاوره یه پیشنهاد بهت میدم. اگه در حد متوسط مدار رو بلدی و خیلی مهارت نداری از این مدل سؤالا رد بشو، چون اذیت میشی سر جلسه و انرژیتو می‌گیره!

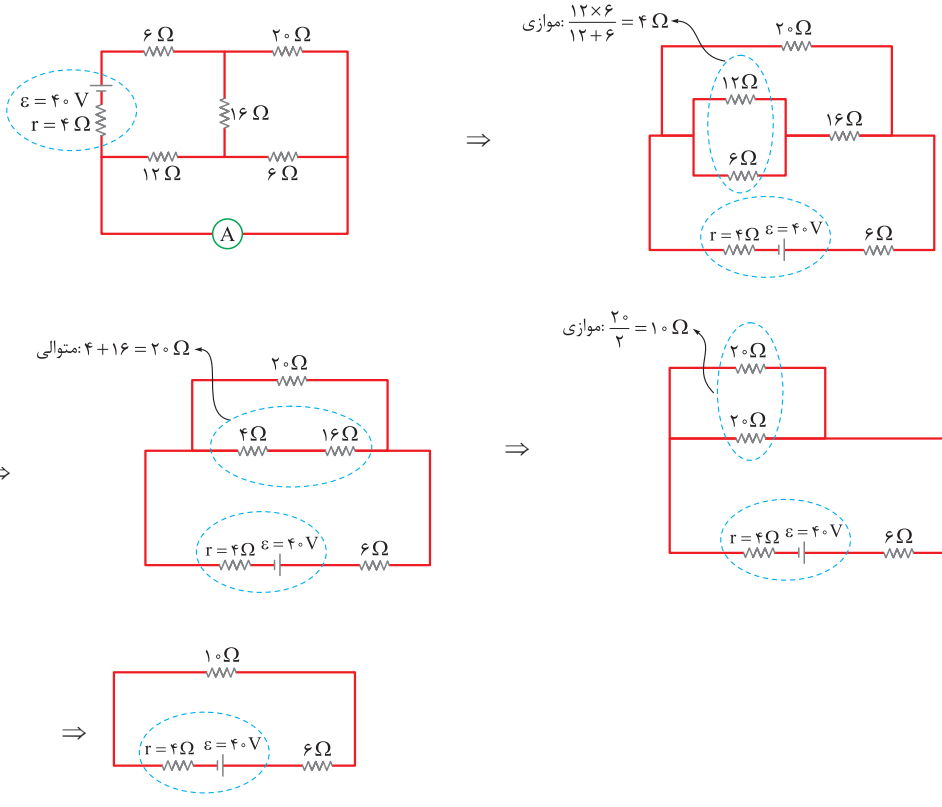
پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box این شکل رو به خاطر داشته باش تا راحت بتونی مقاومت معادل این سه مقاومت رو حساب کنی:



مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ با هم موازی و معادلشان با مقاومت $R_۳$ متوالی است. $\Rightarrow R_{eq}=(\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲})+R_۳$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت خارجی معادل را به دست می‌آوریم:



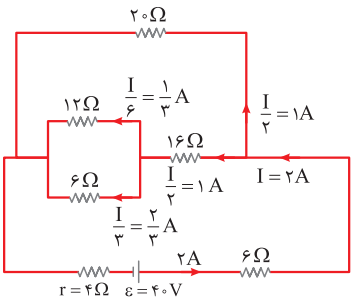
$R_{eq}=۱۰+۶=۱۶\ \Omega$

گام دوم: جریان خروجی باتری را حساب می‌کنیم:

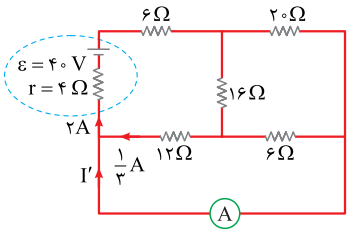
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{۴۰}{۱۶+۴}=\frac{۴۰}{۲۰}=۲\ A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:



گام چهارم: مطابق شکل زیر، با توجه به جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اُهمی و جریان ورودی به باتری، عدد آمپرسنج را به دست می‌آوریم:

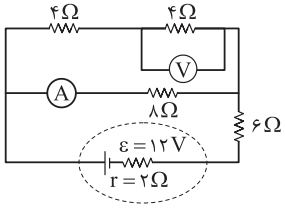


$$I'+\frac{۱}{۳}=۲ \Rightarrow I'=\frac{۵}{۳}A$$

بنابراین آمپرسنج عدد $\frac{۵}{۳}A$ را نشان می‌دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ در مدار شکل زیر، اگر جای باتری و ولت‌سنج آرمانی عوض شود، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۰/۱ A، کاهش می‌یابد.

۲) ۰/۱ A، افزایش می‌یابد.

۳) ۰/۴ A، کاهش می‌یابد.

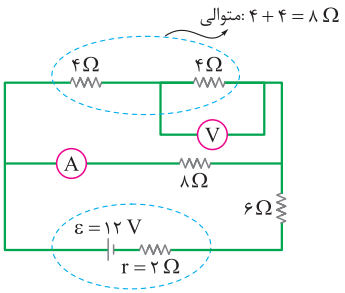
۴) ۰/۴ A، افزایش می‌یابد.

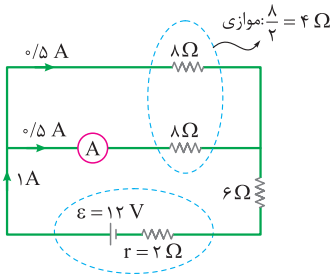
مشاوره بعله ... این مدل سؤالا هم که اخیراً مُد شده و طراحان دوسش دارن. پس خوب یاد بگیر چون ممکنه سر جلسهٔ کنکورت هم ببینی!

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته ولت‌سنج آرمانی دارای مقاومت بی‌نهایت است و از آن جریانی عبور نمی‌کند؛ بنابراین اگر یک مقاومت با ولت‌سنج آرمانی به طور متوالی بسته شده باشد، از آن نیز جریانی عبور نخواهد کرد و عملاً حذف خواهد شد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** در حالت اول، شکل مدار را ساده می‌کنیم و عدد آمپرسنج را به دست می‌آوریم:

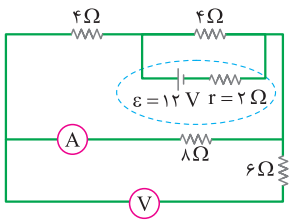


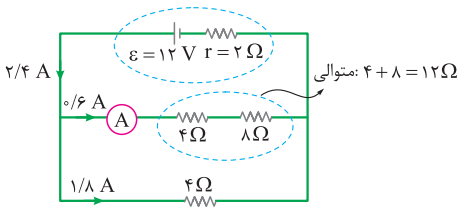


$$\Rightarrow R_{eq} = ۴ + ۶ = ۱۰\,\Omega \qquad I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۱۰ + ۲} = ۱\,A$$

بنابراین در حالت اول آمپرسنج آرمانی، ۰/۵ آمپر را نشان می‌دهد.

گام دوم: در حالت دوم، شکل مدار را ساده می‌کنیم و عدد آمپرسنج را به دست می‌آوریم:





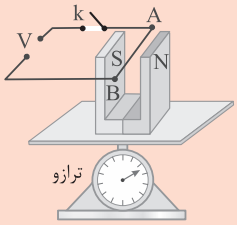
$$R'_{eq} = \frac{۱۲ \times ۴}{۱۲ + ۴} = ۳\,\Omega \quad , \quad I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۳ + ۲} = ۲/۴\,A$$

بنابراین در حالت دوم، آمپرسنج آرمانی ۰/۶ A را نشان می‌دهد.

گام سوم: در نتیجه عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۰/۱ A افزایش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ در شکل زیر، با وصل کلید k ، مقداری که ترازو نشان می‌دهد، ۰/۲ N افزایش می‌یابد. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی آهنربا در محل سیم AB، ۵۰۰ G و طول سیمی که در این میدان قرار دارد ۲۰ cm باشد، جریان الکتریکی عبوری از سیم AB چند آمپر و در چه جهتی است؟



۱) ۲۰، از A به B

۲) ۲۰، از B به A

۳) ۲، از A به B

۴) ۲، از B به A

مشاوره خُب ... این سؤالم که توی تمرینات کتاب درسی هست و یه تیپ سؤالیه که مهمه و در عین حال راحت. پس برو تو کارِش...

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اگر یک سیم حامل جریان از داخل یک آهنربای نعلی‌شکل که بر روی ترازو قرار دارد، عبور کند، دو حالت داریم:

۱) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، رو به بالا باشد:

در این حالت عدد ترازو برحسب نیوتون برابر است با:

$$F_N = W_{\text{آهنربا}} + F_B$$

۲) نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، رو به پایین باشد:

در این حالت عدد ترازو برحسب نیوتون برابر است با:

$$F_N : W_{\text{آهنربا}} - F_B$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

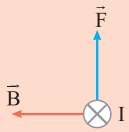
$$F_B = I L B \sin\theta$$

(F_B: نیروی مغناطیسی (N)، I: جریان الکتریکی (A)، θ: زاویهٔ بین I و $\vec{B}$، L: طول سیم در داخل میدان (m)، B: میدان مغناطیسی (T))

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که در اثر بسته‌شدن کلید، عدد ترازو افزایش یافته است، درمی‌یابیم سیم به آهنربا رو به پایین نیرو وارد می‌کند؛ بنابراین طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروی آهنربا بر سیم رو به بالاست.

در نتیجه طبق قاعدهٔ دست راست درمی‌یابیم که جهت جریان در سیم از B به A است.

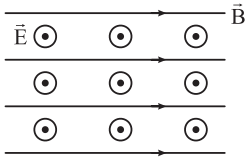


گام دوم: از طرفی میزان افزایش عدد ترازو در اثر بسته‌شدن کلید برابر با مقدار نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان است؛ بنابراین داریم:

$$F = ILB\sin\theta \xrightarrow[B=۵۰۰\,G=۰/۰۵\,T\,,\,\theta=۹۰^\circ]{F=۰/۲\,N\,,\,L=۲۰\,cm=۰/۲\,m} ۰/۲ = I\times۰/۲\times۰/۰۵\times\underbrace{\sin۹۰^\circ}_{۱} \Rightarrow I = ۲۰\,A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $6\ \mu C$ در فضایی که میدان الکتریکی یکنواختِ برون‌سوی $E = 5\times10^{5}\ N/C$ و میدان مغناطیسی یکنواخت افقی $B = 0/25\ T$ وجود دارد، با تندی $8\times10^{5}\ m/s$ طوری پرتاب می‌شود که اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن بلافاصله پس از پرتاب بیشینه شود. به ترتیب ذره در چه جهتی پرتاب شده و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن بلافاصله پس از پرتاب چند نیوتون است؟ (از وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)



۱) ↓ ، ۴/۲

۲) ↓ ، ۲/۸

۳) ↑ ، ۴/۲

۴) ↑ ، ۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نیروی وارد بر ذرهٔ باردار q از طرف میدان الکتریکی از رابطهٔ $\vec{F} = \vec{E}q$ به دست می‌آید و برای مشخص‌کردن جهت آن، اگر بار q مثبت باشد، $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند و اگر بار q منفی باشد، $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ خلاف جهت هم هستند.

نیروی وارد بر بار ذرهٔ باردار q که با تندی v در میدان مغناطیسی B حرکت می‌کند، از رابطهٔ $F = |q|vB\sin\alpha$ به دست می‌آید؛ در این رابطه α زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ است.

برای مشخص کردن جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک از طرف میدان مغناطیسی از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم:

چهار انگشت: جهت سرعت، کف دست: جهت میدان مغناطیسی، انگشت شست: نیرو

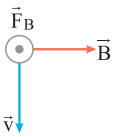
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اندازه و جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار از طرف میدان الکتریکی را به دست آورده و مشخص می‌کنیم.

$$F_E = Eq = 5\times10^{5}\times6\times10^{-6} = 3\ N$$

بار q مثبت است، بنابراین جهت نیروی $\vec{F}_E$ هم‌جهت با $\vec{E}$ و برون‌سو است.

گام دوم: برای این‌که نیروی خالص وارد بر جسم بیشینه شود، باید $\vec{F}_B$ و $\vec{F}_E$ هم‌جهت باشند، بنابراین $\vec{F}_B$ برون‌سو است. حال به کمک قاعدهٔ دست راست جهت سرعت را مشخص می‌کنیم.



گام سوم: اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار را به کمک رابطهٔ $F_B = |q|vB\sin\alpha$ به دست آورده و در نهایت نیروی خالص را محاسبه می‌کنیم.

$$F_B = |q|vB\sin\alpha = 6\times10^{-6}\times8\times10^{5}\times0/25\times\sin90^{\circ} = 1/2\ N$$

$$F_{net} = F_E + F_B = 3 + 1/2 = 4/2\ N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ در شکل زیر، از سیم عمود بر صفحه، جریان الکتریکی برون‌سو عبور می‌کند. اگر در صفحه یک الکترون در جهت نشان داده شده پرتاب شود، در این لحظه نیروی مغناطیسی در چه جهتی به الکترون وارد می‌شود؟



۱) $\rightarrow$ ۲) $\leftarrow$

۳) $\otimes$ ۴) $\odot$

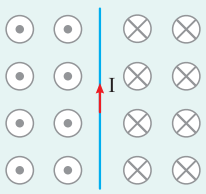
پاسخ: گزینهٔ ۳

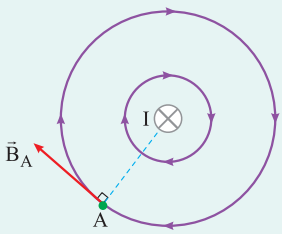
Hint

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان را در نقطه‌ای که الکترون درحال حرکت است، مشخص کنید و سپس با تمرکز بر الکترون و قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را مشخص کنید.

درس Box

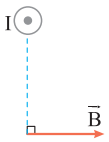
برای مشخص‌کردن جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم حامل جریان، انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار داده و جهت چرخش چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



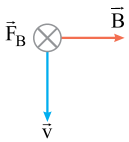


پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان را در جایی‌که الکترون حرکت می‌کند، مشخص می‌کنیم.



گام دوم: نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون را مشخص می‌کنیم.



گول نخوری

ذرهٔ باردار، الکترون است و بارش منفی است. در صورت استفاده از قاعدهٔ دست راست، باید جهت را برعکس کنید یا همان ابتدا از دست چپ استفاده کنید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ با سیمی به طول $3\ m$ یک پیچهٔ مسطح به شعاع $4\ cm$ ساخته شده و جریان الکتریکی عبوری از پیچه $0/2\ A$ است. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس است؟ $(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) $3/75\times10^{-1}$

۲) $7/5\times10^{-1}$

۳) $3/75\times10^{-5}$

۴) $7/5\times10^{-5}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint به کمک رابطهٔ $N=\frac{L}{2\pi R}$ تعداد دور حلقه را به دست آورید و سپس از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان مغناطیسی استفاده کنید.

درس Box برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح به شعاع R که جریان I از آن عبور می‌کند، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم.

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$$

N تعداد حلقه‌های پیچه است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** تعداد حلقه‌های پیچهٔ مسطح را به دست می‌آوریم:

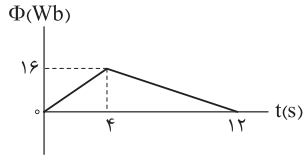
$$N=\frac{L}{2\pi R}=\frac{3}{2\pi(0/04)}=\frac{300}{8\pi}$$

گام دوم: اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز پیچه را به کمک رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ به‌دست می‌آوریم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2R}=\frac{4\pi\times10^{-7}(\frac{300}{8\pi})\times0/2}{2(0/04)}=0/375\times10^{-4}\ T=3/75\times10^{-1}\ G$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ فلزی به مقاومت الکتریکی ۴Ω برحسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ جریان الکتریکی متوسط القاشده در این حلقه در بازهٔ زمانی $t_1 = 3\ s$ تا $t_2 = 9\ s$ چند آمپر است؟



۱) ۲

۲) ۱

۳) ۰/۵

۴) ۰/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint با استفاده از هندسه یا نوشتن معادلهٔ خط، شار مغناطیسی عبوری از حلقه را در لحظه‌های $t_1 = 3\ s$ و $t_2 = 9\ s$ مشخص کنید و سپس به کمک رابطهٔ $I_{av} = \frac{N}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$، جریان الکتریکی متوسط القایی را به دست آورید.

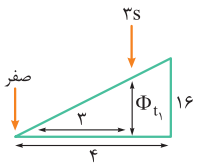
درس Box اگر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه در مدت‌زمان Δt به اندازهٔ $\Delta\Phi$ تغییر کند، روابط زیر برقرار است:

اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط: $|\varepsilon_{av}| = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

اندازهٔ جریان القایی متوسط: $|I_{av}| = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{N}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

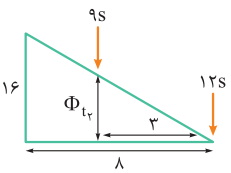
اندازهٔ بار الکتریکی عبوری متوسط: $\Delta q = \frac{N}{R}|\Delta\Phi|$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به کمک تشابه در چهار ثانیهٔ اول، شار مغناطیسی عبوری را در $t_1 = 3\ s$ به دست می‌آوریم.



$$\frac{16}{4} = \frac{\Phi_{t_1}}{3} \Rightarrow \Phi_{t_1} = 12\ Wb$$

گام دوم: به کمک تشابه در بازهٔ زمانی ۴ s تا ۱۲ s، شار مغناطیسی عبوری را در $t_2 = 9\ s$ به دست می‌آوریم.



$$\frac{16}{8} = \frac{\Phi_{t_2}}{3} \Rightarrow \Phi_{t_2} = 6\ Wb$$

گام سوم: اندازهٔ جریان القایی متوسط را در بازهٔ $t_1 = 3\ s$ تا $t_2 = 9\ s$ به دست می‌آوریم.

$$|I_{av}| = \frac{N}{R}\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{1}{4} \times \frac{|(6-12)|}{9-3} = \frac{1}{4} \times \frac{6}{6} = 0/25\ A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ سطح حلقه‌های پیچه‌ای که دارای ۱۰۰ حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی B قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت $3\ ms$ تغییر می‌کند و به بزرگی $2\ B$ در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر مساحت هر حلقهٔ پیچه $40\ cm^2$ و بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه $2\ V$ باشد، B چند گاوس است؟

۱) ۵۰ ۲) ۵ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint به کمک رابطهٔ $\varepsilon_{av} = NA\frac{|\Delta B|}{\Delta t}\cos\theta$، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به دست آورید.

درس Box در اثر تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود که به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

- فقط مساحت تغییر کند $\Rightarrow \varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta A}{\Delta t}B\cos\theta$
- فقط زاویه تغییر کند $\Rightarrow \varepsilon_{av} = -NAB\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t}$
- فقط میدان مغناطیسی تغییر کند $\Rightarrow \varepsilon_{av} = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ چون در این سؤال تنها عامل تغییر شار مغناطیسی، تغییر میدان مغناطیسی است، از رابطهٔ $\varepsilon_{av} = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta$ استفاده می‌کنیم.

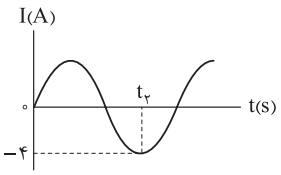
$$|\varepsilon_{av}| = NA\frac{|\Delta B|}{\Delta t}\cos\theta \Rightarrow 2 = 100\times 40\times 10^{-4}\times\frac{|(-2B - B)|}{3\times 10^{-3}}\times\cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{400\times 3B}{3} \Rightarrow B = \frac{1}{200}T = \frac{10^4}{200}G = 50\ G$$

گول نخوری ✘ میدان مغناطیسی کمیتی برداری است و باید مراقب عبارت «خلاف جهت اولیه» باشید و B_2 را با علامت منفی در رابطه قرار بدهید. (گزینهٔ (۳) منتظره که این سوتی رو بدی و B_2 رو با علامت مثبت تو رابطه قرار بدی!)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ نمودار یک جریان متناوب سینوسی برحسب زمان به شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_1 = \frac{1}{200}\ s$ جریان الکتریکی برای اولین‌بار به $2\ A$ برسد، لحظهٔ t_2 برحسب میلی‌ثانیه کدام است؟



۱) ۶۰

۲) ۴۵

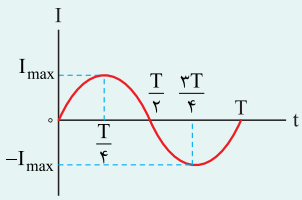
۳) ۳۰

۴) ۲۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با توجه به این‌که جریان عبوری در حلقه در لحظهٔ $t_1 = \frac{1}{200}\ s$ برای اولین بار $2\ A$ است، دورهٔ تناوب را به دست آورده و سپس لحظهٔ t_2 را محاسبه کنید.

درس Box نمودار جریان متناوب سینوسی در یک پیچهٔ القاشده به صورت زیر است:



$$I = I_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** معادلهٔ جریان متناوب به صورت $I = 4\sin(\frac{2\pi}{T}t)$ است. دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{1}{200}\ s\ ,\ I = 2\ A \Rightarrow 2 = 4\sin(\frac{2\pi}{T}\times\frac{1}{200}) \Rightarrow \frac{\pi}{100\,T} = \frac{\pi}{6}$$

برای اولین بار به ازای زاویهٔ $\frac{\pi}{6}$، مقدار $\sin(\alpha)$ برابر $\frac{1}{2}$ شده است.

$$T = \frac{6}{100}\ s = 60\ ms$$

گام دوم: لحظهٔ t_2 معادل $\frac{3T}{4}$ است.

$$t_2 = \frac{3T}{4} = \frac{3(60)}{4} = 45\ ms$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ جریان الکتریکی عبوری از القاگری $40\ A$ و انرژی ذخیره‌شده در آن $4/8\ J$ است. ضریب القاوری این القاگر چند میلی‌هانری است؟

۱) $0/6$ ۲) $1/2$ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^2$ برای محاسبهٔ ضریب القاوری استفاده کنید. به‌همین راحتی!

درس Box اگر جریان عبوری از یک القاگر که ضریب القاوری آن L است، I باشد، انرژی ذخیره‌شده در آن برابر است با:

$$U=\frac{1}{2}LI^2$$

توجه کنید که ضریب القاوری به مشخصات فیزیکی القاگر وابسته است.

پاسخ خیلی تشریحی رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^2$ را به کار می‌بریم:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 4/8=\frac{1}{2}L(40)^2 \Rightarrow L=\frac{9/6}{1600}=6\times10^{-3}\ H=6\ mH$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ کدام مورد، نادرست است؟

۱) برای یک عنصر فرضی با نماد ${}^{A}_{Z}E$، تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها و نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها به ترتیب از روابط $A-2Z$ و $\frac{A}{Z}-1$ قابل محاسبه است.

۲) شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت، خواص فیزیکی وابسته به جرم و خواص شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر به ترتیب یکسان، متفاوت و یکسان است.

۳) عنصر تکنسیم $({}^{99}_{43}Tc)$ به دلیل کمیاب‌بودن در طبیعت، برای نخستین بار به صورت ساختگی و با یک مولد هسته‌ای تهیه شده است.

۴) ۱۹، ۲۹ و ۳۶، عدد اتمی عنصرهایی از یک دوره و ۴۳، ۷۵ و ۱۰۷، عدد اتمی عنصرهایی از یک گروه جدول تناوبی هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

بدون نوشتن آرایش الکترونی و با استفاده از عدد اتمی گازهای نجیب هم می‌توانیم شمارهٔ دوره و گروه عنصرها را تعیین کنیم.

الف) تعیین شمارهٔ دوره: گازهای نجیب با عددهای اتمی ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴، ۸۶ و ۱۱۸ به‌ترتیب در انتهای دوره‌های اول تا هفتم جدول تناوبی قرار دارند؛ بنابراین برای تعیین شمارهٔ دورهٔ یک عنصر، کافی است عدد اتمی عنصر مورد نظر را بین عدد اتمی دو گاز نجیب قبل و بعد از آن قرار دهیم. شمارهٔ دورهٔ عنصر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب با عدد اتمی بیشتر، یکسان است.

بازهٔ عدد اتمی	۱ و ۲	۳ ـ ۱۰	۱۱ ـ ۱۸	۱۹ ـ ۳۶	۳۷ ـ ۵۴	۵۵ ـ ۸۶	۸۷ ـ ۱۱۸
شمارهٔ دورهٔ عنصر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

ب) تعیین شمارهٔ گروه: برای تعیین شمارهٔ گروه، سه حالت پیش می‌آید:

۱) اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر، یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، در این حالت شمارهٔ گروه برابر با تفاوت عدد اتمی عنصر با گاز نجیب دورهٔ قبل است (شمارهٔ گروه برابر ۱ یا ۲ می‌باشد).

مثال: عنصری با عدد اتمی ۱۹ متعلق به گروه ۱ و عنصری با عدد اتمی ۵۶ متعلق به گروه ۲ است.

$${}_{19}X: 19-\underbrace{18}_{\text{آرگون}}=1 \quad ، \quad {}_{56}X: 56-\underbrace{54}_{\text{زنون}}=2$$

۲) عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲) همگی به گروه ۳ تعلق دارند.

۳) برای بقیهٔ عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از دو واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب **هم‌دوره‌اش** را از عدد ۱۸ کم کنیم تا شمارهٔ گروه به دست آید.

مثال:

$${}_{23}A \xrightarrow{23-18=5>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18-(\underbrace{36-23}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}})=5$$

$${}_{17}B \xrightarrow{17-10=7>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18-(\underbrace{18-17}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}})=17$$

$${}_{43}C \xrightarrow{43-36=7>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18-(\underbrace{54-43}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}})=7$$

شمار الکترون‌های ظرفیت یک اتم، برابر با عدد یکان شمارهٔ گروه آن است؛ البته به‌جز عنصر هلیم.

عدد یکان شمارهٔ گروه = تعداد الکترون‌های ظرفیت $\Rightarrow$ برای همهٔ گروه‌ها به‌جز عنصر هلیم

هواستون باشه! برای هلیم که در گروه ۱۸ قرار دارد، تعداد الکترون‌های ظرفیت برابر با ۲ است.

از اون‌جایی‌که ما با عنصرهای گروه‌های ۱، ۲ و ۱۳ تا ۱۸ زیاد سروکار داریم، بهتر است آرایش لایهٔ ظرفیت این عنصرها را *بلد باشین!*

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								هلیم	بقیهٔ عنصرها
آرایش لایهٔ ظرفیت	ns^1	ns^2	ns^2np^1	ns^2np^2	ns^2np^3	ns^2np^4	ns^2np^5	$1s^2$	ns^2np^6

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عنصر تکنسیم در طبیعت یافت نمی‌شود و برای اولین بار در یک واکنشگاه (راکتور) هسته‌ای یا مولد هسته‌ای ساخته شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *کاملاً درسته!*

$$^{A}_{Z}X \Rightarrow \begin{cases} N = A - Z \\ p = Z \end{cases} \Rightarrow N - p = A - Z - Z = A - ۲Z$$

$$\frac{N}{p} = \frac{A-Z}{Z} = \frac{A}{Z} - \frac{Z}{Z} = \frac{A}{Z} - ۱$$

گزینهٔ (۲):

نکته **ایزوتوپ**: به اتم‌های یک عنصر که عدد اتمی یکسان، اما عدد جرمی متفاوت دارند، ایزوتوپ می‌گویند.

شباهت	تفاوت
عدد اتمی ـ شمار پروتون ـ شمار الکترون ـ تعداد الکترون لایهٔ ظرفیت ـ خواص شیمیایی ـ خواص فیزیکی غیروابسته به جرم ـ هم‌مکان	عدد جرمی ـ شمار نوترون ـ فراوانی ـ پایداری ـ اختلاف شمار نوترون و پروتون ـ خواص فیزیکی وابسته به جرم مثل چگالی

مطابق با نکتهٔ بالا، *کاملاً درسته!*

گزینهٔ (۴):

عنصرهای با عدد اتمی ۱۹، ۲۹ و ۳۶، در بازهٔ بین ۱۹ تا ۳۶ قرار دارند؛ بنابراین همگی در دورهٔ چهارم هستند، هم‌چنین برای پیداکردن شمارهٔ گروه عناصر داده‌شده، به روش زیر عمل می‌کنیم:

عدد اتمی ۴۳ $\Rightarrow$ ۱۸ − [عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره − عدد اتمی] = ۱۸ − [۵۴ − ۴۳] = ۷

همه در یک گروه هستند. $\Rightarrow$

عدد اتمی ۷۵ $\Rightarrow$ ۱۸ − [عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره − عدد اتمی] = ۱۸ − [۸۶ − ۷۵] = ۷

عدد اتمی ۱۰۷ $\Rightarrow$ ۱۸ − [عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره − عدد اتمی] = ۱۸ − [۱۱۸ − ۱۰۷] = ۷

تیزبازی اختلاف عدد اتمی ۴۳ تا گاز نجیب هم‌دوره‌اش، برابر با ۱۱ است؛ پس اگر عدد اتمی دو عنصر دیگر را با ۱۱ جمع کردیم و به عدد اتمی گاز نجیب رسیدیم، همهٔ این عناصر هم‌گروه هستند.

$$\left.\begin{matrix} ۷۵ + ۱۱ = ۸۶ \\ ۱۰۷ + ۱۱ = ۱۱۸ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{هم‌گروه هستند.}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ استرانسیم (Sr) دارای چهار ایزوتوپ طبیعی است. با توجه به جدول زیر، درصد فراوانی استرانسیم ـ ۸۶ و استرانسیم ـ ۸۷ به ترتیب کدام است؟ (عدد جرمی را به تقریب معادل جرم اتمی هر ایزوتوپ و جرم اتمی میانگین استرانسیم را **amu** ۸۷/۷۱ در نظر بگیرید؛ گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

عدد جرمی ایزوتوپ	۸۴	۸۶	۸۷	۸۸
درصد فراوانی	۰/۵۶	$F_۲$	$F_۳$	۸۲/۵۸

۱) ۶/۹۶ـ۹/۹۰
۲) ۹/۸۶ـ۶/۸۶
۳) ۹/۵۴ـ۷/۰۰
۴) ۸/۱۶ـ۸/۶۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به اطلاعات داده‌شده خواهیم داشت:

$$\bar{M}=\frac{M_۱F_۱+M_۲F_۲+M_۳F_۳+M_۴F_۴}{۱۰۰}=\frac{(۸۴\times ۰/۵۶)+(۸۶\times F_۲)+(۸۷\times F_۳)+(۸۸\times ۸۲/۵۸)}{۱۰۰}=۸۷/۷۱$$

$$\Rightarrow ۸۷۷۱=۴۷/۰۴+۸۶F_۲+۸۷F_۳+۷۲۶۷/۰۴ \Rightarrow ۸۶F_۲+۸۷F_۳=۱۴۵۶/۹۲$$

نکته! با توجه به این‌که درصد فراوانی ^{۸۴}Sr برابر ۰/۵۶ و ^{۸۸}Sr برای ۸۲/۵۸ است، مجموع درصد فراوانی دو ایزوتوپ دیگر $F_۲+F_۳=۱۶/۸۶$ می‌باشد؛ با حل یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهول، $F_۲$ و $F_۳$ به دست می‌آید:

$$\begin{cases}۸۶F_۲+۸۷F_۳=۱۴۵۶/۹۲\\F_۲+F_۳=۱۶/۸۶\end{cases}\Rightarrow ۸۶F_۲+۸۷(۱۶/۸۶-F_۲)=۱۴۵۶/۹۲\Rightarrow\begin{cases}F_۲=٪۹/۹\\F_۳=٪۶/۹۶\end{cases}$$

یه‌جور دیگه

$$M=M_۱+\frac{F_۲}{۱۰۰}(M_۲-M_۱)+\frac{F_۳}{۱۰۰}(M_۳-M_۱)+\frac{F_۴}{۱۰۰}(M_۴-M_۱)$$

$$\Rightarrow ۸۷/۷۱=۸۴+\frac{F_۲}{۱۰۰}(۸۶-۸۴)+\frac{F_۳}{۱۰۰}(۸۷-۸۴)+\frac{۸۲/۵۸}{۱۰۰}(۸۸-۸۴)$$

$$\Rightarrow ۸۷/۷۱=۸۴+\frac{F_۲}{۱۰۰}(۲)+\frac{(۱۶/۸۶-F_۲)}{۱۰۰}(۳)+\frac{۸۲/۵۸}{۱۰۰}\times ۴ \Rightarrow F_۲=٪۹/۹\ ,\ F_۳=٪۶/۹۶$$

تیزبازی مجموع فراوانی دو ایزوتوپ دیگر، باید برابر ۱۶/۸۶ درصد باشد که فقط در گزینهٔ (۱) این اتفاق می‌افتد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیهٔ گزینه‌ها تفاوت دارد؟

۱) در ساختار لایه‌ای یک اتم معین، با افزایش عدد کوانتومی اصلی، تفاوت انرژی دو لایهٔ مجاور و انرژی لازم برای جداکردن الکترون از اتم، به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد. $_{21}Sc$

۲) نخستین عنصری که دارای ۷ زیرلایهٔ اشغال‌شده در آرایش الکترونی می‌شود، به دستهٔ d جدول تناوبی تعلق دارد.

۳) دو عنصر $_{25}M$ و $_{35}X$، در شمارهٔ دوره، تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت و تمایل به از دست دادن الکترون، با یکدیگر تشابه دارند. $_{25}Mn$ $_{35}Br$

۴) در میان ۳۶ عنصر نخست جدول تناوبی، ۸ عنصر وجود دارد که دارای زیرلایهٔ نیم‌پر است. d^5, p^3, s^1

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۲)، برخلاف سایر گزینه‌ها، درست است.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با دورشدن از هسته، انرژی لایه‌ها افزایش، اما تفاوت انرژی بین لایه‌ها، کاهش می‌یابد، اما به دلیل افزایش انرژی لایه‌ها و در نتیجه افزایش انرژی الکترون، جداکردن الکترون نیز آسان‌تر می‌شود. ✖

گزینهٔ (۲): نخستین عنصری که ۷ زیرلایهٔ آن اشغال‌شده، اسکاندیم می‌باشد. اسکاندیم نخستین عنصر دستهٔ d جدول تناوبی است. ✓

$_{21}Sc: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^1\ 4s^2 \Rightarrow$ ۷ زیرلایهٔ اشغال‌شده

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶) (۷)

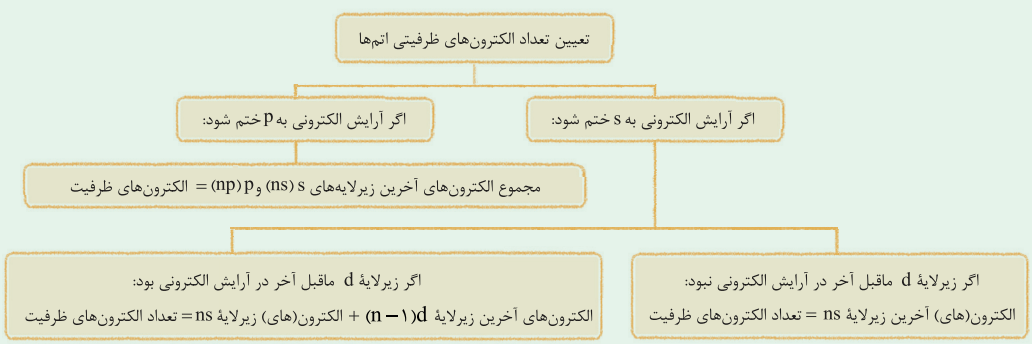
گزینهٔ (۳):

نکته

تعیین موقعیت عنصرها در جدول دوره‌ای به کمک آرایش الکترونی:



مشخص‌کردن تعداد الکترون لایهٔ ظرفیت به کمک آرایش الکترونی:



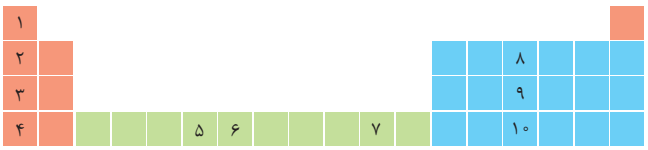
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

عناصر $_{25}M$ و $_{35}X$، به ترتیب عناصر $_{25}Mn$ و $_{35}Br$ هستند:

عنصر	آرایش الکترونی	شمارهٔ دوره	شمارهٔ گروه	شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت
$_{25}Mn$	$[Ar]3d^5 4s^2$	۴	$۲+۵=۷$	$۲+۵=۷$
$_{35}Br$	$[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^5$	۴	$۵+۱۲=۱۷$	$۲+۵=۷$

اما عنصر $_{35}Br$ برخلاف عنصر $_{25}Mn$، نافلز است و تمایلی به از دست دادن الکترون ندارد. ✖

گزینهٔ (۴): در میان ۳۶ عنصر نخست جدول دوره‌ای، ۱۰ عنصر (۴ عنصر از گروه ۱، ۳ عنصر از گروه ۱۵، عناصر $_{24}Cr$، $_{25}Mn$ و $_{29}Cu$) زیرلایهٔ نیمه‌پر دارند: ✖



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ چند مورد از مطالب زیر درست است؟

هر سه در دورهٔ چهارم‌اند $[{}_{18}Ar]$

- از میان دو یا چند زیرلایه‌ای که $n+l$ یکسانی دارند، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، زودتر الکترون می‌پذیرد.
- گاز نجیب به‌کاررفته برای نوشتن آرایش الکترونی فشردهٔ اتم عنصرهای X_{19}، Y_{35} و Z_{28}، یکسان است.
- عدد اتمی عنصری که شمار الکترون در زیرلایهٔ $3p$ آن، دو برابر شمار الکترون در زیرلایهٔ $3d$ است، برابر ۲۳ می‌باشد.
- در یک اتم معین، تنها سه نوع زیرلایه با مشخصات $n+l=5$ می‌تواند وجود داشته باشد، که این زیرلایه‌ها در مجموع گنجایش ۱۸ الکترون را دارند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ همهٔ موارد درست است.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول:

درس Box

قاعدهٔ آفبا

ترتیب پرشدن زیرلایه‌های یک اتم با قاعدهٔ آفبا بیان می‌شود. آفبا واژه‌ای آلمانی به معنای ساختن یا افزایش گام‌به‌گام است. بر طبق این قاعده، الکترون‌ها تمایل دارند ابتدا زیرلایه‌هایی را پر کنند که انرژی کم‌تری دارند.

انرژی زیرلایه‌ها به مجموع عدد کوانتومی اصلی و فرعی $(n+l)$ وابسته است.

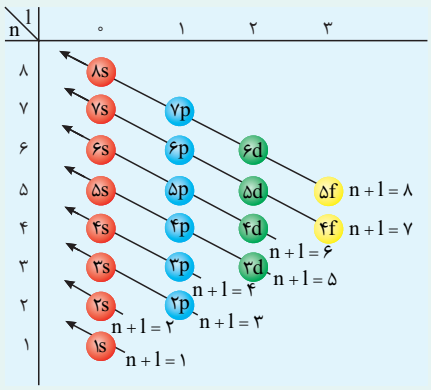
الف) هر چه مقدار $(n+l)$ برای زیرلایه‌ای کوچک‌تر باشد، این زیرلایه، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

مثال: زیرلایهٔ $4s$، زودتر از $3d$ الکترون می‌پذیرد؛ زیرا $(n+l)$ برای آن کوچک‌تر است.

	n	l	$n+l$
$4s$	۴	۰	۴
$3d$	۳	۲	۵

ب) اگر مقدار $(n+l)$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n آن کوچک‌تر است، انرژی کم‌تری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.

مثال: $4p$ زودتر از $5s$ الکترون می‌پذیرد. $(n+l)$ برای هر دو زیرلایه برابر ۵ است، اما چون $4p$، n کم‌تری دارد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.



	n	l	$n+l$
$4p$	۴	۱	۵
$5s$	۵	۰	۵

نکته! اگه از قواعد گفته‌شده استفاده کنیم، نتیجه می‌گیریم که ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها این‌طوریاست:

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها: $1s\ 2s\ 2p\ 3s\ 3p\ 4s\ 3d\ 4p\ 5s\ 4d\ 5p\ 6s\ 4f\ 5d\ 6p\ 7s\ 5f\ 6d\ 7p$

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها را می‌توان به کمک رابطهٔ زیر نیز به دست آورد:

$$ns \rightarrow (n-2)f \rightarrow (n-1)d \rightarrow np$$
$$n\geq 1 \quad n\geq 6 \quad n\geq 4 \quad n\geq 2$$

اگر در رابطهٔ بالا، n را به ترتیب از ۱ تا ۷ قرار دهیم، زیرلایه‌هایی که در هر مرحله ایجاد می‌شوند، همان زیرلایه‌هایی هستند که در هر دورهٔ جدول تناوبی شروع به پرشدن می‌کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

		ns	(n − ۲)f	(n − ۱)d	np
دورهٔ اول	n = ۱	۱s	_	_	_
دورهٔ دوم	n = ۲	۲s	_	_	۲p
دورهٔ سوم	n = ۳	۳s	_	_	۳p
دورهٔ چهارم	n = ۴	۴s	_	۳d	۴p
دورهٔ پنجم	n = ۵	۵s	_	۴d	۵p
دورهٔ ششم	n = ۶	۶s	۴f	۵d	۶p
دورهٔ هفتم	n = ۷	۷s	۵f	۶d	۷p

تعداد عنصرهای موجود در هر دورهٔ جدول تناوبی با مجموع گنجایش الکترونی زیرلایه‌های در حال پرشدن در آن دوره (و نه گنجایش الکترونی لایه با همان شمارهٔ دوره!) برابر است.

دورهٔ اول: [۱s] (۲ عنصر) – دورهٔ دوم: [۲s۲p] (۲+۶=۸ عنصر) – دورهٔ سوم: [۳s۳p] (۲+۶=۸ عنصر) – دورهٔ چهارم: [۴s۳d۴p] (۲+۱۰+۶=۱۸ عنصر) – دورهٔ پنجم: [۵s۴d۵p] (۲+۱۰+۶=۱۸ عنصر) – دورهٔ ششم: [۶s۴f۵d۶p] (۲+۱۴+۱۰+۶=۳۲ عنصر) – دورهٔ هفتم: [۷s۵f۶d۷p] (۲+۱۴+۱۰+۶=۳۲ عنصر)

پیش‌بینی می‌شه که طراح‌های محترم آزمون‌های جورواجور به عبارت $(n+l)$ علاقهٔ شدیدی داشته باشن! به همین خاطر ما سعی کردیم این عبارت رو از زوایای مختلف بررسی کنیم. جدول بعد رو هم به همین دلیل آوردیم. یه نگاهی بهش بندازین!

مقادیر $(n+l)$ زیرلایه‌ها	زیرلایه‌های در حال پرشدن	شمارهٔ دوره
۱	۱s	۱
۲,۳	۲s ۲p	۲
۳,۴	۳s ۳p	۳
۴,۵,۵	۴s ۳d ۴p	۴
۵,۶,۶	۵s ۴d ۵p	۵
۶,۷,۷,۷	۶s ۴f ۵d ۶p	۶
۷,۸,۸,۸	۷s ۵f ۶d ۷p	۷

اگه به جدول دقت کنین! می‌بینید که در هر دوره از جدول تناوبی به‌جز دورهٔ اول، مجموع $(n+l)$ زیرلایه‌هایی که در حال پرشدن هستند، دو مقدار دارد که یکی از این مقادیر برابر با شمارهٔ دوره و دیگری یک واحد بزرگ‌تر از شمارهٔ دوره است.

فکر کنم در درس باکس کامل توضیح داده باشیم!

مورد دوم: برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده، باید نماد گاز نجیب قبل از آن را بنویسیم که برای عنصرهای $_{19}X$، $_{35}Y$ و $_{28}Z$، نماد گاز نجیب $[Ar]$ استفاده می‌شود.

مورد سوم: با توجه به قاعدهٔ آفبا، ابتدا زیرلایهٔ ۳p، پر و سپس زیرلایهٔ ۳d شروع به پرشدن می‌کند؛ بنابراین تعداد الکترون موجود در زیرلایهٔ ۳d، باید برابر ۳ باشد؛ در نتیجه آرایش الکترونی فشردهٔ عنصر مورد نظر، به صورت $[Ar]3d^3 4s^2$ بوده و دارای عدد اتمی ۲۳ است.

مورد چهارم: با توجه به این‌که اعداد کوانتومی فرعی می‌توانند برابر ۰، ۱، ۲ و ۳ باشند، در نتیجه زیرلایه‌هایی که $n+l=5$ دارند، زیرلایه‌هایی با مشخصات زیر می‌باشند:

تعداد الکترون	وجود دارد یا خیر؟	n + l	l	n
۲	۵s وجود دارد.	۵	۰	۵
۶	۴p وجود دارد.	۵	۱	۴
۱۰	۳d وجود دارد.	۵	۲	۳
—	۲f وجود ندارد.	۵	۳	۲

⇒ ۱۸ الکترون وجود دارد.

در لایهٔ ۲، زیرلایهٔ f وجود ندارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ کدام موارد زیر درست است؟

الف) اگر در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم X، سه طرف نماد شیمیایی X نقطه گذاشته شود، اتم X به یقین فاقد الکترونی با $l = 2$ است.

ب) اگر بین دو اتم A و B، پیوند اشتراکی وجود داشته باشد، این دو اتم به یقین به دستهٔ p جدول تناوبی تعلق دارند.

پ) اگر پیوند میان اتم‌های D و E، یونی و پیوند میان اتم‌های E و اکسیژن، اشتراکی باشد، عنصر D به یقین رسانای جریان برق است.

ت) اگر در مولکول MCl_3، در مجموع ۱۰ جفت‌الکترون ناپیوندی روی اتم‌ها وجود داشته باشد، اتم M به یقین به گروه ۱۵ جدول تناوبی تعلق دارد.

۱) الف ـ پ　　۲) الف ـ ب

۳) پ ـ ت　　۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (پ) و (ت)، درست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف)

درس Box جناب آقای لوویس برای توضیح و پیش‌بینی رفتار اتم‌ها، آرایشی الکترون ـ نقطه‌ای پیشنهاد کرد که در آن **الکترون‌های ظرفیت هر اتم به صورت نقطه در اطراف نماد شیمیایی عنصر قرار می‌گیرند.**

برای رسم آرایش الکترون ـ نقطه‌ای یک اتم، ابتدا نماد عنصر مربوطه را نوشته، سپس نقطه‌گذاری را از یک سمت نماد شیمیایی آن، آغاز می‌کنیم. برای این کار، ابتدا در همهٔ جهت‌ها (بالا، پایین، چپ و راست)، یک نقطه که نشان‌دهندهٔ یک تک‌الکترون است، قرار داده و در صورت وجود الکترون‌های بیشتر، نقطه‌ها را جفت می‌کنیم.

مثال: نیتروژن ($_7N$) در گروه ۱۵ جدول دوره‌ای قرار دارد و دارای ۵ الکترون ظرفیتی است.

$\dot{N} \rightarrow \dot{N}\cdot \rightarrow \dot{N}\cdot \rightarrow \cdot\dot{N}\cdot \rightarrow \cdot\ddot{N}\cdot$
(۱)　(۲)　(۳)　(۴)　(۵)

آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم عنصرهای دستهٔ s و p جدول دوره‌ای، به صورت زیر است (در این عنصرها، تعداد الکترون‌های ظرفیت با عدد یکان شمارهٔ گروه برابر می‌باشد؛ البته به‌جز اتم هلیم):

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								He	بقیهٔ عنصرها
آرایش الکترون ـ نقطه‌ای	$\dot{X}$	$\dot{X}\cdot$	$\dot{X}\cdot$	$\cdot\dot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}:$	$:\ddot{X}:$	He:	$:\ddot{X}:$

توجه: از آن‌جا که گاز نجیب هلیم، تمایلی برای انجام واکنش ندارد، در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای آن، الکترون‌ها به صورت جفت نشان داده می‌شوند؛ یعنی آرایش الکترون ـ نقطه‌ای هلیم به صورت (He:) درست است و نه ($\dot{He}\cdot$)!

در بین عنصرهای دورهٔ دوم و سوم، عنصرهای گروه ۱۴ بیشترین تعداد الکترون جفت‌نشده (۴تا) را در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای خود دارند. *(دوره‌های بعد شامل عنصرهای دستهٔ d هستن و تو کتاب صحبتی از آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اونا نشده، به همین خاطر ما هم کاری بهشون نداریم!)*

در صورتی که سه طرف نماد شیمیایی X نقطه گذاشته شود، آن عنصر متعلق به گروه ۱۳ است که در عناصر دورهٔ ۴ به بعد این گروه، زیرلایهٔ d یا زیرلایه‌ای با $l = 2$ وجود دارد. (البته می‌*تونه* متعلق به گروه ۳ جدول تناوبی نیز باشد، اما کتاب درسی به آرایش الکترون ـ نقطه‌ای فلزات واسطه اشاره‌ای *نکرده*!)

ب) هیدروژن متعلق به دستهٔ s است و می‌تواند پیوند کووالانسی دهد.

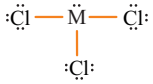
نکته Be با این‌که فلز است، اما می‌تواند پیوند کووالانسی تشکیل دهد.

تیزبازی با ردّ دو مورد (الف) و (ب)، فقط گزینهٔ (۳) می‌ماند!

پ) در صورتی‌که پیوند میان E و D یونی و پیوند میان اتم‌های E و اکسیژن اشتراکی باشد، نتیجه می‌گیریم که E باید یک نافلز و D باید یک فلز باشد و فلزات هم که رسانای جریان برق‌اند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ت) اگر در مولکول MCl_3، در مجموع ۱۰ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود داشته باشد، ساختار لوویس مولکول MCl_3 به صورت زیر خواهد بود:



$$\text{تعداد الکترون لایه‌های ظرفیتی} = \text{الکترون شرکت‌کننده (ناپیوندی + پیوندی)} \Rightarrow \underbrace{۱۰\times۲}_{\text{ناپیوندی}} + \underbrace{۳\times۲}_{\text{پیوندی}} = M + \underbrace{۳\times۷}_{\text{الکترون‌های لایهٔ ظرفیت کلر}} \Rightarrow M = ۵$$

بنابراین عنصر M، دارای ۵ الکترون ظرفیتی بوده و متعلق به گروه ۱۵ جدول تناوبی است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ اگر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش تشکیل ۹۰ گرم آلومینیم سولفید از اتم‌های سازنده‌اش، سه برابر تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش میان اتم‌های پتاسیم و گوگرد باشد، چند گرم ترکیب یونی دوتایی در واکنش پتاسیم و گوگرد تولید می‌شود؟ (Al_2S_3)

$(K = 39, S = 32, Al = 27 : g.mol^{-1})$

۱) ۶۶ ۲) ۳۳ ۳) ۵۵ ۴) ۹۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

یون‌های تک‌اتمی و نام‌گذاری آن‌ها

به کاتیون یا آنیونی که تنها از یک اتم تشکیل شده باشد، یون تک‌اتمی می‌گویند؛ مانند Na^+ ، Cl^- ، N^{3-} و ...!

توجه: هر یونی که از **یک نوع اتم** تشکیل شده باشد، لزوماً تک‌اتمی نیست؛ به طور مثال یون O_2^{2-} تنها از یک نوع اتم (O) تشکیل شده است، ولی تک‌اتمی به شمار نمی‌آید؛ زیرا دارای دو اتم می‌باشد.

برای نام‌گذاری کاتیون‌های تک‌اتمی (که تنها یک نوع بار دارند)، پیش از نام عنصر، کلمهٔ یون را اضافه می‌کنیم:

یون روی : Zn^{2+} , یون کلسیم : Ca^{2+}

برای نام‌گذاری آنیون‌های تک‌اتمی، علاوه بر به کار بردن کلمهٔ یون قبل از نام آنیون، به انتهای نام نافلز (یا ریشهٔ نام آن) پسوند «ید» اضافه می‌کنیم:

یون نیترید : N^{3-} , یون سولفید : S^{2-} , یون فلوئورید : F^-

ترکیب‌های یونی دوتایی و نام‌گذاری آن‌ها

به ترکیب‌های یونی که تنها از دو عنصر (دو نوع اتم) ساخته شده‌اند، مانند $NaCl$ ، Al_2O_3 و ... ترکیب یونی دوتایی می‌گویند.

برای فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی دوتایی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

مرحلهٔ اول: در سمت چپ، فرمول کاتیون و در سمت راست، فرمول آنیون را می‌نویسیم.

مرحلهٔ دوم: بار کاتیون را به عنوان زیروند آنیون و بار آنیون را به عنوان زیروند کاتیون قرار می‌دهیم. (بدون در نظر گرفتن علامت مثبت و منفی)

مرحلهٔ سوم: زیروندها را تا آن‌جا که ممکن است ساده کرده و از نوشتن زیروند ۱ خودداری می‌کنیم.

مثال:

کلسیم کلرید: $Ca^{2+}Cl^- \rightarrow CaCl_2$

آلومینیم سولفید: $Al^{3+}S^{2-} \rightarrow Al_2S_3$

منیزیم اکسید: $Mg^{2+}O^{2-} \rightarrow Mg_2O_2 \rightarrow MgO$

برای نام‌گذاری ترکیب‌های یونی دوتایی، ابتدا نام کاتیون (بدون ذکر واژهٔ یون) و سپس نام آنیون (بدون ذکر واژهٔ یون) را می‌نویسیم.

مثال:

سدیم فسفید: Na_3P , آلومینیم فلوئورید: AlF_3

۱) **هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است**؛ زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها با مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها برابر است.

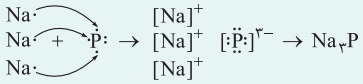
$$Al_2O_3 \Rightarrow \underbrace{2(+3)}_{\text{مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها}} + \underbrace{3(-2)}_{\text{مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها}} = 0$$

هواستون باشه که! **در ترکیب‌های یونی، لزوماً شمار کاتیون‌ها با شمار آنیون‌ها برابر نیست،** به طور مثال Al_2O_3 ، دارای دو کاتیون Al^{3+} و سه آنیون O^{2-} است.

۲) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب یونی، برابر است با:

شمار (زیروند) آنیون × قدرمطلق بار آنیون = شمار (زیروند) کاتیون × بار کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله‌شده

مثال: مطابق شکل زیر، برای تشکیل هر واحد فرمولی Na_3P ، ۳ الکترون مبادله می‌شود یا می‌توان گفت برای تشکیل هر مول Na_3P ، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.



$$Na_3P \rightarrow [Na]^+ [Na]^+ [Na]^+ [:\ddot{P}:]^{3-}$$

شمار الکترون‌های مبادله شده = ۱ (بار کاتیون) × ۳ (تعداد کاتیون) یا ۳ (قدرمطلق بار آنیون) × ۱ (تعداد یون آنیون)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا تعداد الکترون مبادله‌شده هنگام تشکیل ۹۰ گرم آلومینیم سولفید (Al_2S_3) را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد الکترون مبادله‌شده هنگام تشکیل ۹۰ گرم آلومینیم‌سولفید} = 90\,g\,Al_2S_3 \times \frac{1\,mol\,Al_2S_3}{150\,g\,Al_2S_3} \times \frac{6\,mole^-}{1\,mol\,Al_2S_3} \times \frac{1\,N_A e^-}{1\,mole^-} = 3/6\,N_A e^-$$

سپس با توجه به سؤال، حساب می‌کنیم در واکنش پتاسیم و گوگرد، چه تعداد الکترون مبادله می‌شود:

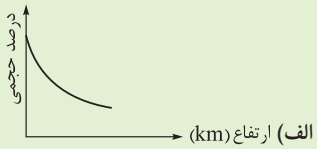
$$\text{تعداد الکترون مبادله‌شده هنگام تشکیل } K_2S = \frac{\text{تعداد الکترون مبادله‌شده هنگام تشکیل } Al_2S_3}{3} = \frac{3/6N_A}{3} = 1/2N_A$$

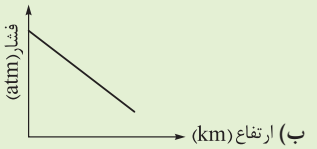
و در آخر حساب می‌کنیم که چند گرم پتاسیم سولفید با مبادلهٔ این تعداد الکترون تشکیل می‌شود:

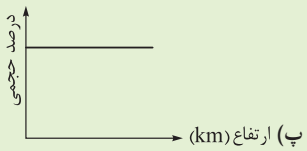
$$1/2\,N_A \times \frac{1\,mol\,e^-}{N_A\,e^-} \times \frac{110\,g\,K_2S}{2\,mole^-} = 66\,g\,K_2S$$

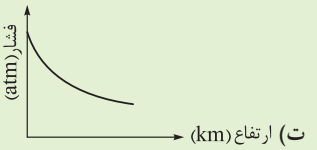
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ کدام نمودارهای زیر در مورد گاز اکسیژن موجود در هواکره درست است؟

الف)


ب)


پ)


ت)


۱) پ ـ ب
۲) پ ـ ت
۳) الف ـ ت
۴) الف ـ ب

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ درصد حجمی گازها با افزایش ارتفاع از سطح زمین تقریباً ثابت می‌ماند؛ بنابراین بین موارد (الف) و (پ)، مورد (پ) درست است.
هم‌چنین با افزایش ارتفاع، فشار گازها به صورت نمودار غیرخطی (مورد (ت))، کم می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ عبارت کدام گزینه در مورد فلزات $_{26}Fe$، $_{29}Cu$ و $_{24}Cr$، نادرست است؟

۱) نام اکسیدی از آهن که کاتیون آن ۵ الکترون با $l=2$ دارد، آهن (III) اکسید است. (Fe_2O_3)

۲) کاتیون‌های موجود در یک مول کروم (III) اکسید، در مجموع دارای ۶ مول الکترون با $l=2$ هستند. (Cr_2O_3)

۳) سولفید کاتیونی از مس که همهٔ زیرلایه‌های الکترونی آن پر شده است، به صورت Cu_2S است.

۴) اگر در کاتیونی از آهن، نسبت شمار الکترون با $n=3$ به $n=2$، برابر ۱/۷۵ باشد، فرمول نیترات آن $Fe(NO_3)_2$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ آهن دارای دو کاتیون با بارهای ۲+ و ۳+ با آرایش الکترونی زیر می‌باشد:

$$Fe:[Ar]3d^6 4s^2 \Rightarrow \begin{cases} Fe^{2+}:[Ar]3d^6 = 1s^2\underbrace{2s^2 2p^6}_{8}\underbrace{3s^2 3p^6 3d^6}_{14} \Rightarrow \frac{\text{لایهٔ سوم}}{\text{لایهٔ دوم}} = \frac{14}{8} = 1/75 \\ Fe^{3+}:[Ar]3d^5 = 1s^2\underbrace{2s^2 2p^6}_{8\text{ الکترون}}\underbrace{3s^2 3p^6 3d^5}_{13\text{ الکترون}} \Rightarrow \frac{\text{لایهٔ سوم}}{\text{لایهٔ دوم}} = \frac{13}{8} = 1/625 \end{cases}$$

در نتیجه فرمول نیترات آن به صورت $Fe(NO_3)_2$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در صورتی‌که کاتیونی از آهن دارای ۵ الکترون با $l=2$ باشد، آن کاتیون دارای بار ۳+ بوده و در صورت واکنش با اکسیژن، ترکیب Fe_2O_3 تشکیل می‌دهد که همان آهن (III) اکسید است.

گزینهٔ (۲): در یک مول کروم (III) اکسید، دو مول کروم با بار ۳+ وجود دارد؛ بنابراین تعداد الکترون‌های موجود با $l=2$ در آرایش الکترونی آن، برابر با ۶ مول می‌شود:

$$_{24}Cr:[Ar]3d^5 4s^1 \xrightarrow{Cr^{3+}} [Ar]3d^3$$

گزینهٔ (۳): در صورتی‌که همهٔ زیرلایه‌های کاتیون مس از الکترون پر شده باشد، دارای بار ۱+ است:

$$_{29}Cu=[Ar]3d^{10}4s^1 \xrightarrow{Cu^+} [Ar]3d^{10}$$

در نتیجه ترکیب یونی سولفید حاصل، به صورت زیر خواهد بود:

$$Cu^+S^{2-} \rightarrow Cu_2S$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ شمار آنیون‌های موجود در ۵۱/۳ گرم آلومینیوم سولفات، چند برابر شمار کاتیون‌های موجود در ۳۳ گرم آمونیوم سولفات است؟
$(S = ۳۲, Al = ۲۷, O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۹ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

یون‌های چندتایی

به یون‌هایی که از دو یا چند اتم یکسان یا متفاوت تشکیل شده باشند، یون‌های چندتایی می‌گویند؛ مانند: OH^-، SO_4^{2-}، NH_4^+، O_2^{2-} و ...

در ساختار یون‌های چندتایی، اتم‌ها با یکدیگر پیوند اشتراکی (کووالانسی) دارند. بار این یون‌ها به اتم خاصی تعلق ندارد بلکه متعلق به کل یون است؛ به همین دلیل در واکنش‌ها به صورت یک واحد مستقل عمل می‌کنند. نام و فرمول تعدادی یون چندتایی، *این‌چنین است:*

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
آمونیوم	NH_4^+	سولفات	SO_4^{2-}
هیدروکسید	OH^-	فسفات	PO_4^{3-}
نیترات	NO_3^-	کربنات	CO_3^{2-}

فرمول‌نویسی و نام‌گذاری ترکیب‌های یونی دارای یون‌های چندتایی، دقیقاً مشابه با فرمول‌نویسی و نام‌گذاری ترکیب‌های یونی شامل یون‌های تک‌اتمی است.

به چند مثال زیر توجه بفرمایید:

فرمول ترکیب‌های زیر را بنویسید.

الف) آمونیوم سولفات **ب) سدیم کربنات** **پ) منیزیم نیترات**

الف) $NH_4^+ \quad SO_4^{2-} \rightarrow (NH_4)_2SO_4$: آمونیوم سولفات

ب) $Na^+ \quad CO_3^{2-} \rightarrow Na_2CO_3$: سدیم کربنات

پ) $Mg^{2+} \quad NO_3^- \rightarrow Mg(NO_3)_2$: منیزیم نیترات

نام هر یک از ترکیب‌های زیر را بنویسید.

الف) $(NH_4)_2CO_3$ **ب)** $FePO_4$ **پ)** $CuOH$

الف) آمونیوم کربنات ب) آهن (III) فسفات پ) مس (I) هیدروکسید

۱) گفتیم که در ساختار یون‌های چندتایی، اتم‌ها با یکدیگر پیوند اشتراکی دارند؛ بنابراین می‌توان گفت در ترکیب‌های یونی دارای یون‌های چندتایی، هر دو نوع پیوند یونی و اشتراکی وجود دارد.

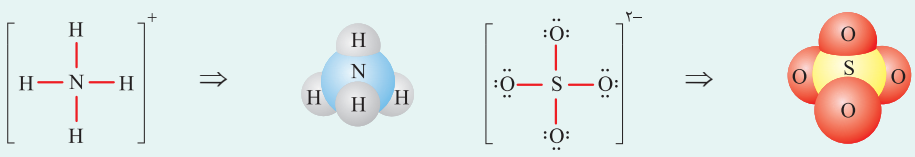
۲) ترکیب‌های یونی با انحلال در آب، به یون‌های سازندهٔ خود تفکیک می‌شوند. بر اثر حل‌شدن هر واحد فرمولی از ترکیب‌های یونی انحلال‌پذیر در آب، به تعداد یون‌های سازنده، یون در آب ایجاد می‌شود.

مثال: هر ۱ مول آهن (III) سولفات با انحلال در آب، به ۵ مول یون تفکیک می‌شود.

$$Fe_2(SO_4)_3(s) \xrightarrow{\text{در آب}} 2Fe^{3+}(aq) + 3SO_4^{2-}(aq)$$

تذکر: برخی از ترکیب‌های یونی مانند $AgCl$، $Ca_3(PO_4)_2$ و $BaSO_4$ در آب نامحلول‌اند؛ بنابراین نمی‌توانیم بگوییم بر اثر انحلال ۱ مول از هر یک از این ترکیب‌ها در آب، به ترتیب ۲، ۵ و ۲ مول یون ایجاد می‌شود.

۳) آمونیوم سولفات $((NH_4)_2SO_4)$ یکی از کودهای شیمیایی است که دو عنصر نیتروژن و گوگرد را در اختیار گیاه می‌گذارد. همان‌طور که می‌بینید، هر چهار عنصر سازندهٔ این ترکیب یونی، نافلزند. ساختار لوویس یون‌های سازندهٔ این ترکیب *این طور است:*



یون سولفات (SO_4^{2-}) یون آمونیوم (NH_4^+)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔

شمار آنیون‌های موجود در ۵۱/۳ گرم $Al_2(SO_4)_3$ $= 51/3\,g\,Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1\,mol\,Al_2(SO_4)_3}{342\,g\,Al_2(SO_4)_3} \times \frac{3\,mol\,\text{آنیون}}{1\,mol\,Al_2(SO_4)_3} = 0/45\,mol$ آنیون

شمار کاتیون‌های موجود در ۳۳ گرم آمونیوم سولفات $(NH_4)_2SO_4$ $=$

$33g(NH_4)_2SO_4 \times \frac{1\,mol(NH_4)_2SO_4}{132\,g(NH_4)_2SO_4} \times \frac{2\,mol\,\text{کاتیون}}{1\,mol(NH_4)_2SO_4} = 0/5\,mol$ کاتیون

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌های موجود در } Al_2(SO_4)_3}{\text{شمار کاتیون‌های موجود در } (NH_4)_2SO_4} = \frac{0/45\,mol}{0/5\,mol} = 0/9$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ غلظت سرب موجود در یک نمونه زغال‌سنگ، برابر **۵۲ ppm** است. اگر همهٔ سرب موجود در ۵ تن از این زغال‌سنگ در اثر سوختن به سرب (II) اکسید تبدیل شود، چند گرم **PbO** وارد هوا کره می‌شود و برای حذف این مقدار **PbO** به چند گرم کربن دی‌اکسید نیاز است؟ (بازده هر دو واکنش را ۱۰۰ درصد در نظر بگیرید.) $(C=12, O=16, Pb=208 : g.mol^{-1})$

$$PbO(s)+CO_2(g)\rightarrow PbCO_3(s)$$

۱) ۲۸۰ ـ ۴۴

۲) ۱۴۰ ـ ۵۵

۳) ۱۴۰ ـ ۴۴

۴) ۲۸۰ ـ ۵۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا از طریق غلظت داده‌شده، مقدار سرب را به دست بیار و بعد با توجه به واکنش گفته‌شده، مقدار PbO را حساب کن و از طریق PbO به‌دست‌آمده نیز مقدار CO_2 مصرفی را به دست بیار.

پاسخ خیلی تشریحی برای حل این سؤال از گام‌های زیر می‌رویم.

گام اول: ابتدا با توجه به غلظت آلاینده میزان سرب موجود در آن را حساب می‌کنیم.

$$ppm=\frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}}\times 10^6 \Rightarrow 52\ ppm=\frac{\text{گرم حل‌شونده}}{5\ ton\times\frac{10^6\ g}{1\ ton}}\times 10^6 \Rightarrow \text{گرم حل‌شونده}=260\ g$$

گام دوم: واکنش سوختن سرب را با توجه به سؤال نوشته و حساب می‌کنیم چند گرم سرب (II) اکسید تولید می‌شود:

$$2Pb+O_2\rightarrow 2PbO$$

$$\text{گرم سرب (II) اکسید تولیدشده}=260\ g\ Pb\times\frac{1\ mol\ Pb}{208\ g\ Pb}\times\frac{2\ mol\ PbO}{2\ mol\ Pb}\times\frac{224\ g\ PbO}{1\ mol\ PbO}=280\ g\ PbO$$

گام سوم: در این گام حساب می‌کنیم در صورت مصرف ۲۸۰ گرم PbO، چند گرم CO_2 مصرف می‌شود:

$$PbO+CO_2\rightarrow PbCO_3$$

$$\text{گرم } CO_2 \text{ مصرف‌شده}=280\ g\ PbO\times\frac{1\ mol\ PbO}{224\ g\ PbO}\times\frac{1\ mol\ CO_2}{1\ mol\ PbO}\times\frac{44\ g\ CO_2}{1\ mol\ CO_2}=55\ g\ CO_2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیهٔ گزینه‌ها تفاوت دارد؟ $(H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) برای استخراج و جداسازی منیزیم از آب دریا، در مرحلهٔ نخست باید با افزودن ماده‌ای به آب دریا، pH آن را افزایش داد.

۲) برای محلول‌های آبی بسیار رقیق، ppm را می‌توان میلی‌گرم حل‌شونده در یک لیتر محلول با چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر گرفت.

۳) اگر غلظت قند خون شخصی ۵/۵۵ میلی‌مول بر لیتر باشد، عددی که دستگاه گلوکومتر برای این شخص نشان می‌دهد، در حدود ۱۰۰ است.

۴) اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری نقره نیترات به صورت $S=۰/۶\theta+۲۰۴$ باشد، در ۲۱۳ گرم محلول سیرشدهٔ آن در دمای $۸۵^\circ C$، به مقدار ۱۳۵ گرم $AgNO_۳$ وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۴)، برخلاف بقیهٔ گزینه‌ها، نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): برای استخراج منیزیم از آب دریا ابتدا به آن OH^- اضافه می‌کنند که باعث افزایش pH می‌شود. ✓

گزینهٔ (۲): در صورتی‌که محلول آبی باشد و چگالی آن برابر $۱\ g.mL^{-۱}$ فرض شود، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد: ✓

$$ppm = \frac{\text{میلی‌گرم حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

گزینهٔ (۳):

نکته دستگاه اندازه‌گیری قند خون، **گلوکومتر** نام دارد که میلی‌گرم‌های گلوکز را در دسی‌لیتر (dL) از خون نشان می‌دهد. با توجه به این‌که فرمول مولکولی گلوکز $C_۶H_{۱۲}O_۶$ و هر دسی‌لیتر معادل ۱۰۰ mL است، برای تبدیل عدد نشان داده‌شده در این دستگاه به غلظت مولار به صورت زیر عمل می‌کنیم:

a: عدد دستگاه M: جرم مولی گلوکز $(۱۸۰\ g.mol^{-۱})$

$$\frac{a\ mg\ C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱\ dL}\times\frac{۱\ g}{۱۰۰۰\ mg}\times\frac{۱\ mol\ C_۶H_{۱۲}O_۶}{M\ g\ C_۶H_{۱۲}O_۶}\times\frac{۱\ dL}{۱۰۰\ mL}\times\frac{۱۰۰۰\ mL}{۱\ L}=\frac{a}{۱۸۰۰۰}\simeq ۵/۵۵\times۱۰^{-۵}a\ mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی گلوکز}=\frac{\text{عدد دستگاه گلوکومتر}}{۱۸۰۰۰}\simeq ۵/۵۵\times۱۰^{-۵}\times\text{عدد دستگاه گلوکومتر}$$

$$\text{غلظت مولی گلوکز}=\frac{\text{عدد دستگاه گلوکومتر}}{۱۸۰۰۰}\Rightarrow ۵/۵۵\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}\times۱۸۰۰۰\simeq ۱۰۰\ mg.dL^{-۱}$$ ✓

گزینهٔ (۴):

نکته **معادلهٔ انحلال‌پذیری یک ماده برحسب دما:**

$$S-S_۱=\frac{S_۲-S_۱}{\theta_۲-\theta_۱}(\theta-\theta_۱)$$

ابتدا میزان انحلال‌پذیری نقره نیترات را در دمای $۸۵^\circ C$ به دست می‌آوریم:

$$S=۰/۶\theta+۲۰۴\Rightarrow ۰/۶\times۸۵+۲۰۴=۲۵۵\ \frac{g}{۱۰۰\ g\ H_۲O}$$

حالا حساب می‌کنیم که در ۲۱۳ گرم محلول، چند گرم حل‌شونده وجود دارد:

$$\text{گرم حل‌شونده}=۲۱۳\ g\ \text{محلول}\times\frac{\text{حل‌شونده}\ ۲۵۵\ g}{\text{محلول}\ ۳۵۵\ g}=۱۵۳\ g\ \text{حل‌شونده}\ \times$$

(گرم حلال + گرم حل‌شونده)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ ۱۰ گرم مس (II) سولفات را در ۹۰ گرم آب حل می‌کنیم (محلول ۱). سپس ۱۰ گرم از این محلول برمی‌داریم و به آن ۹۰ گرم آب اضافه می‌کنیم (محلول ۲). اگر ۱۰ گرم از محلول ۲ برداریم و به آن ۹۰ گرم آب اضافه کنیم، غلظت مس (II) سولفات در محلول نهایی برحسب ppm کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با توجه به اطلاعات داده‌شده مقدار حل‌شونده را در هر مرحله حساب کن و برو جلو!

پاسخ خیلی تشریحی برای حل این سؤال از گام‌های زیر می‌رویم.

گام اول: جرم محلول (۱) را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم محلول} = \text{جرم حلال} + \text{جرم حل‌شونده} = ۹۰ + ۱۰ = ۱۰۰ \text{ گرم محلول}$$

گام دوم: حساب می‌کنیم اگر ۱۰ گرم از محلول بالا را برداریم، چند گرم حل‌شونده و چند گرم محلول داریم:

$$\text{جرم حل‌شونده در محلول (۲)} = \text{گرم محلول ۱۰} \times \frac{\text{گرم حل‌شونده ۱۰}}{\text{گرم محلول ۱۰۰}} = \text{۱ گرم حل‌شونده}$$

$$\text{جرم محلول} = \text{۱۰ گرم آب} + \text{۹۰ گرم محلول ۱۰۰}$$

گام سوم: مانند گام دوم حساب می‌کنیم در ۱۰ گرم محلول گام دوم، چند گرم حل‌شونده وجود دارد و در نهایت غلظت محلول نهایی را براساس ppm به دست می‌آوریم.

$$\text{جرم حل‌شونده در محلول (۳)} = \text{گرم محلول ۱۰} \times \frac{\text{گرم حل‌شونده ۱}}{\text{گرم محلول ۱۰۰}} = \text{گرم حل‌شونده ۰/۱}$$

$$\text{جرم محلول} = \text{۱۰ گرم آب} + \text{۹۰ گرم محلول ۱۰۰}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^{۶} = \frac{\text{گرم حل‌شونده ۰/۱}}{\text{گرم محلول ۱۰۰}} \times ۱۰^{۶} = ۱۰۰۰ \text{ ppm}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ در ۱۰۰ گرم آب $25^\circ C$، برای تهیهٔ محلول سیرشده از کدام ترکیب، به جرم کم‌تری از آن نیاز است؟

۱) سدیم نیترات
۲) کلسیم سولفات
۳) سدیم کلرید
۴) پتاسیم نیترات

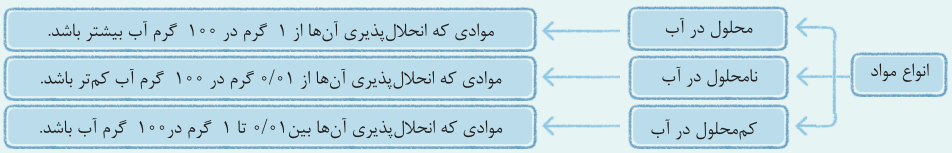
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

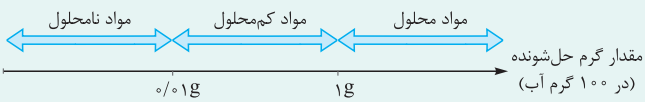
انحلال‌پذیری مواد در آب

انحلال‌پذیری، بیشترین مقدار یک ماده برحسب گرم است که در دمای معین در ۱۰۰ گرم حلال (نه محلول) حل می‌شود.

بر این اساس می‌توان مواد را برحسب مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها در آب، در دمای اتاق، به سه دسته تقسیم کرد:



به طور خلاصه می‌توان گفت:



همهٔ مواد محلول، کم‌محلول و نامحلولی که باید (در دمای $25^\circ C$) *بلد باشین! رو در جدول زیر براتون آوردیم؛*

محلول	کم‌محلول	نامحلول
اتانول (C_2H_5OH) و استون ($CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}CH_3$) (این دو ماده به هر نسبت در آب حل می‌شوند.) شکر یا همان ساکارز: $C_{12}H_{22}O_{11}$ سدیم نیترات: $NaNO_3$ سدیم کلرید: $NaCl$ سدیم سولفات (Na_2SO_4)، منیزیم سولفات ($MgSO_4$) و آمونیوم سولفات ($(NH_4)_2SO_4$) سدیم فسفات: (Na_3PO_4) سدیم سولفید (Na_2S) کلسیم کلرید ($CaCl_2$) و باریم کلرید ($BaCl_2$)	کلسیم سولفات: $CaSO_4$	نقره کلرید: $AgCl$ کلسیم فسفات: $Ca_3(PO_4)_2$ باریم سولفات: $BaSO_4$ منیزیم هیدروکسید: $Mg(OH)_2$ آهن (II) هیدروکسید: $Fe(OH)_2$ آهن (III) هیدروکسید: $Fe(OH)_3$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ چون کلسیم سولفات ماده‌ای کم‌محلول در آب است، بنابراین به جرم کم‌تری از آن برای تهیهٔ محلول سیرشده نیاز است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

الف) استون یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار است که از نظر گروه عاملی، گشتاور دوقطبی و انحلال‌پذیری در آب، مشابه ۲ـ هپتانون است.

ب) هرچند گشتاور دوقطبی گاز NO از CO_2 بیشتر است، اما در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری CO_2 در آب، بیشتر از NO است.

پ) اگر نقطهٔ جوش HF و F_2 به ترتیب $19^\circ C$ و $-188^\circ C$ باشد، نقطهٔ جوش HCl و Cl_2 به ترتیب می‌تواند $-85^\circ C$ و $-34^\circ C$ باشد.

ت) در فرایند اسمز، تمایل مولکول‌های آب به عبور از غشای نیمه‌تراوا، به غلظت محلول و ماهیت حل‌شونده بستگی دارد.

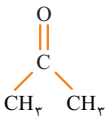
۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) پ ـ ت ۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینهٔ ۴

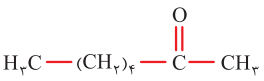
پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) استون (پروپانون) و ۲ـ هپتانون هر دو جزء کتون‌ها بوده و گروه عاملی مشابهی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-$) دارند، اما گشتاور دوقطبی و در نتیجه انحلال‌پذیری استون در آب از ۲ـ هپتانون بیشتر است.



استون



۲ ـ هپتانون

ب)

درس Box

انحلال‌پذیری گازها در آب

سه عامل «نوع گاز، دما و فشار» بر انحلال‌پذیری گازها در آب خالص مؤثرند.

۱) نوع گاز:

گازهایی که مولکول‌های ناقطبی دارند، اغلب انحلال‌پذیری کمی در آب دارند، در ضمن هر چه جرم و حجم مولکول ناقطبی بیشتر باشد، انحلال‌پذیری آن در آب نیز بیشتر است.

مثال:

مقایسهٔ انحلال‌پذیری سه گاز ناقطبی در آب: $O_2 > N_2 > H_2$

جرم مولی $(g.mol^{-1})$: ۳۲ ۲۸ ۲

انحلال‌پذیری گازهایی که مولکول‌های قطبی دارند، **معمولاً** بیشتر از انحلال‌پذیری گازهای ناقطبی است، به طور مثال NO و O_2 جرم مولی نزدیک به هم دارند، اما انحلال‌پذیری گاز قطبی NO در آب، بیشتر از گاز ناقطبی O_2 است.

برخی از اکسیدهای نافلزی مانند CO_2، SO_2 و SO_3 می‌توانند با آب واکنش دهند؛ به همین دلیل انحلال‌پذیری به نسبت خوبی در آب دارند.

توجه: همواره انحلال‌پذیری گازهای قطبی بیشتر از گازهای ناقطبی نیست: به طور مثال هر چند گاز CO_2 مولکول‌های ناقطبی دارد، اما آزمایش‌ها نشان می‌دهد که در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی، انحلال‌پذیری آن از گاز NO که مولکول‌های قطبی دارد، بیشتر است. *دلیلشم همین واکنش CO_2 با آب هستش.*

توجه: *با پیزهایی که خوندیم*، مقایسهٔ انحلال‌پذیری چهار گاز CO_2، NO، O_2 و N_2 در شرایط یکسان *این هوریاست*:

مقایسهٔ انحلال‌پذیری در آب: CO_2 (مولکول ناقطبی که با آب واکنش می‌دهد) > NO (مولکول قطبی) > O_2 (مولکول ناقطبی با جرم مولی بیشتر) > N_2 (مولکول ناقطبی با جرم مولی کم‌تر)

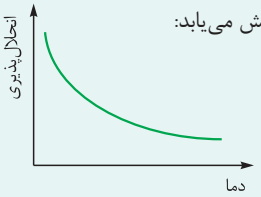
گازهایی که مولکول‌های آن‌ها می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند (مانند NH_3)، انحلال‌پذیری نسبتاً زیادی در آب دارند.

مولکول‌های گازی‌شکل HX (هیدروژن هالیدها) مانند HBr، HCl، HF و HI هنگام انحلال در آب پوشیده شده و به صورت یون‌های H^+ و X^- درمی‌آیند. بین این یون‌ها و مولکول‌های آب جاذبهٔ قوی یون ـ دو قطبی ایجاد می‌شود، از این‌رو، این گازها انحلال‌پذیری زیادی در آب دارند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲) دما:

انحلال‌پذیری گازها با دما رابطهٔ عکس دارد، یعنی با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب، کاهش می‌یابد:



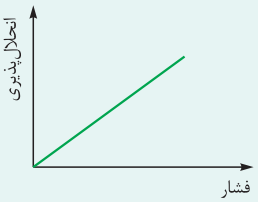
هواستون باشه! که نمودار انحلال‌پذیری گازها بر حسب دما به صورت منحنی (نه خطی) است.

بدانید و آگاه باشید! که انحلال گازها در آب با تولید گرما همراه است (انحلال گازها در آب، فرایندی گرماده است.)

۳) فشار:

انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطهٔ مستقیم دارد؛ یعنی در دمای ثابت، با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها نیز افزایش می‌یابد. این بیان به **قانون «هنری»** معروف است.

نمودار انحلال‌پذیری گازها بر حسب فشار به صورت خطی با شیب ثابت است؛ پس می‌توان گفت **با n برابر شدن فشار، انحلال‌پذیری گاز هم n برابر می‌شود.**

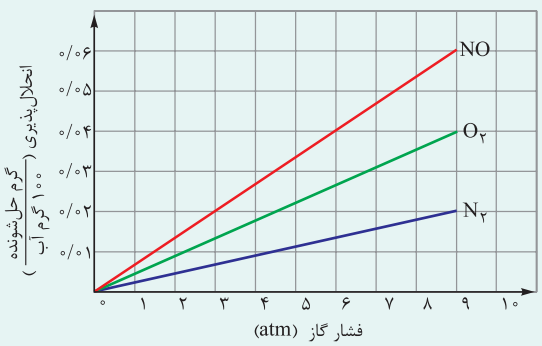


معادلهٔ انحلال‌پذیری گازها بر حسب فشار را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$S = K\,P$$

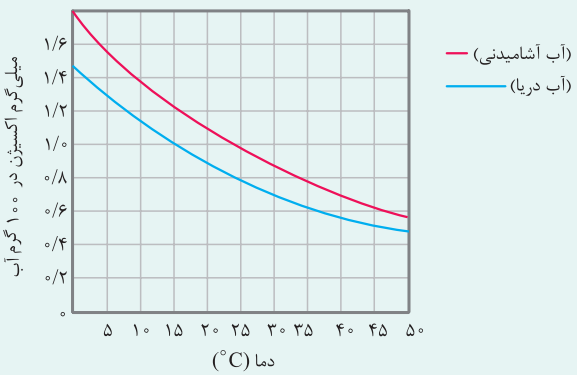
S: انحلال‌پذیری — K: (ثابت هنری) شیب خط — P: فشار

هر گازی که انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد، تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری آن نیز بیشتر است؛ یعنی شیب نمودار انحلال‌پذیری برحسب فشار برای آن، بیشتر (تندتر) می‌باشد.



تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری : $NO > O_2 > N_2$

اثر مقدار نمک موجود در آب بر انحلال‌پذیری گازها:



نمودار بالا، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی و آب دریا را نشان می‌دهد. از آن‌جا که در دما و فشار معین، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب دریا، کم‌تر از آب آشامیدنی است، نتیجه می‌گیریم **که با افزایش مقدار نمک در آب، انحلال‌پذیری گازهای ناقطبی مانند اکسیژن، در آب کاهش می‌یابد.**

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دلیل: بین یون‌های یک نمک حل‌شده در آب (مانند یون‌های Na^+ و Cl^-) و مولکول‌های آب، نیروی جاذبهٔ قوی یون ـ دوقطبی برقرار می‌شود، از این‌رو، تمایل مولکول‌های قطبی آب به مولکول‌های ناقطبی اکسیژن کاهش یافته و گاز اکسیژن از محلول *پا به فرار می‌ذاره!* (انحلال‌پذیری آن کم می‌شود.)

با توجه به توضیحات داده‌شده در درس‌باکس، *کاملاً درسته!*

تیزبازی با توجه به این‌که مورد (الف) غلط و (ب) درست است؛ پس فقط گزینهٔ (۴) جواب می‌شود.

پ) نقطهٔ جوش HF از F_2 بیشتر است. چون HF برخلاف F_2، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد ($HF > F_2$)، هم‌چنین چون جرم مولی Cl_2 به تقریب دو برابر HCl است؛ پس نقطهٔ جوش آن از HCl بیشتر است ($HCl < Cl_2$). در ادامه چون جرم مولی Cl_2 از F_2 بیشتر است، پس نقطهٔ جوش گاز کلر از فلوئور نیز بیشتر است ($F_2 < Cl_2$) و در آخر نقطهٔ جوش HF از Cl_2 و HCl به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی، بیشتر است ($HF > Cl_2$ و HCl).

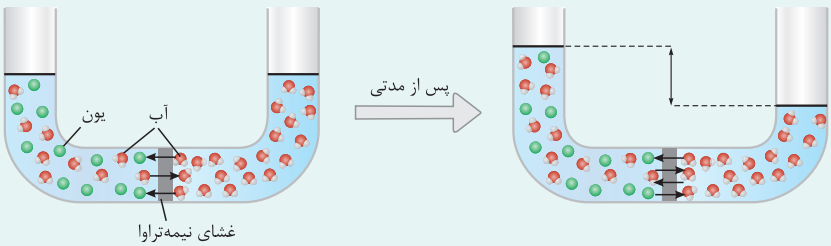
ت)

درس Box

اسمز و اسمز معکوس:

به انتشار (حرکت) مولکول‌های آب از درون یک غشای نیمه تراوا از سمت محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر و یا از سمت حلال خالص به سمت محلول، اسمز (گذردندگی) می‌گویند. منظور از غشای نیمه‌تراوا، غشایی است که فقط اجازهٔ عبور به برخی از مولکول‌ها (در این‌جا یعنی مولکول‌های آب) را می‌دهد.

مثال: فرض کنید حجم‌های یکسانی از آب خالص و محلول آب‌نمک توسط غشایی نیمه‌تراوا از یکدیگر جدا شده باشند. در این حالت، مولکول‌های آب، بیشتر از سمت آب خالص به سمت آب‌نمک حرکت می‌کنند؛ بنابراین با ورود آب به محلول، حجم محلول بیشتر شده و محلول به تدریج رقیق‌تر می‌شود. با رقیق‌ترشدن محلول، *رفته‌رفته!* به جایی می‌رسیم که سرعت حرکت مولکول‌های آب در دو جهت برابر شده و به تعادل می‌رسد. در حالت تعادل، حرکت مولکول‌های آب از درون غشای نیمه‌تراوا در هر دو جهت ادامه می‌یابد، اما به دلیل برابربودن سرعت آن‌ها، غلظت و حجم محلول ثابت می‌ماند.



همان‌طور که در شکل می‌بینید، هرچند در ابتدا مولکول‌های حلال (آب) می‌توانند به هر دو سمت غشای نیمه‌تراوا جابه‌جا شوند، اما با توجه به فرایند اسمز، شمار مولکول‌هایی که از حلال خالص یا محلول رقیق‌تر خارج می‌شوند، بیشتر از شمار مولکول‌هایی است که وارد آن می‌شوند، اما پس از مدتی و با برقراری تعادل، شمار مولکول‌های آب مبادله‌شده در غشای نیمه‌تراوا، برابر می‌شود. به جهت و تعداد فلش‌ها در شکل قبل و بعد از برقراری تعادل *توجه بفرمایید!*

متورم‌شدن حبوبات و میوه‌های خشک با قرارگرفتن در آب، به دلیل فرایند اسمز است. هنگامی که میوه‌های خشک مانند مویز درون آب قرار می‌گیرند، مولکول‌های آب به طور خودبه‌خود از محیط رقیق یا پرآب‌تر به سمت دیوارهٔ سلولی محیط غلیظ یا کم‌آب‌تر (یعنی بافت میوه) رفته، در نتیجه میوه، آبدار و متورم می‌شود. در این فرایند، برخی نمک‌ها و ویتامین‌ها از بافت میوه به آب راه می‌یابند.

حالا اگر خیاری را در آب‌نمک غلیظ قرار دهیم، این‌بار مولکول‌های آب از سمت پرآب‌تر یعنی بافت میوه به سمت محیط غلیظ یا کم‌آب‌تر رفته؛ در نتیجه خیار، آب از دست داده و چروکیده می‌شود.

فرایند اسمز فقط به غلظت حل‌شونده بستگی دارد و به نوع و ماهیت حل‌شونده بستگی ندارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ کدام مورد دربارهٔ هالوژن‌ها، به درستی بیان شده است؟

۱) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن‌ها، برابر $۵n+۷$ است.

۲) هالوژنی که فقط در دمای بالاتر از ۴۰۰ کلوین با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، به یقین در دما و فشار اتاق به حالت جامد است.

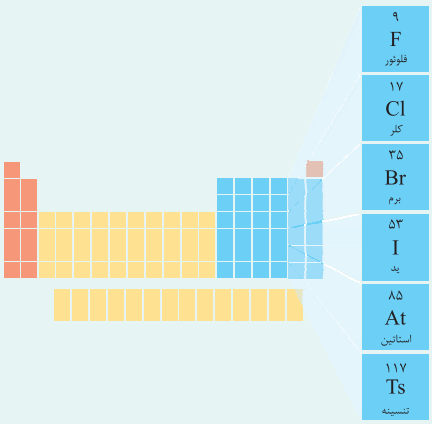
۳) با افزایش شعاع اتمی آن‌ها، واکنش‌پذیری همانند نقطهٔ ذوب و جوش، کاهش می‌یابد.

۴) واکنش دومین هالوژن با گاز اتن برخلاف سومین هالوژن، در حضور کاتالیزگر انجام می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

هالوژن‌ها



- **عنصرهای گروه ۱۷ جدول دوره‌ای را هالوژن می‌نامند.** عنصرهایی از این گروه که ما *باهاشون* سروکار داریم، شامل $_{۹}F$، $_{۱۷}Cl$، $_{۳۵}Br$ و $_{۵۳}I$ هستند. این ۴ هالوژن، نافلز *تشریف دارند!* عدد اتمی این عنصرها، یک واحد کم‌تر از گاز نجیب هم‌دورهٔ خود است.
- آرایش الکترونی عنصرهای این گروه به $ns^۲np^۵$ ختم می‌شود. در واقع این عنصرها در لایهٔ ظرفیت خود، ۷ الکترون دارند.
- **هالوژن‌ها، واکنش‌پذیرترین نافلزهای یک دوره هستند.** اتم این عنصرها، هم با اشتراک‌گذاشتن و هم با گرفتن الکترون می‌توانند به آرایش پایدار گاز نجیب برسد. این عنصرها با گرفتن یک الکترون به **یون هالید** (X^-) تبدیل می‌شوند.
- عنصرهای این گروه در حالت آزاد به صورت مولکول‌های دواتمی وجود دارند، یعنی $F_۲$، $Cl_۲$، $Br_۲$ و $I_۲$
- مولکول‌های فلوئور $(F_۲)$ و کلر $(Cl_۲)$، در دمای اتاق به حالت گاز هستند، درحالی‌که مولکول‌های برم $(Br_۲)$، به حالت مایع و مولکول‌های ید $(I_۲)$، به حالت جامد *تشریف دارن! بدانید و آگاه باشید!* که برم تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای است.
- در مورد مولکول‌های این هالوژن‌ها در دمای اتاق، از بالا به پایین در این گروه، از حالت گاز به سمت جامد حرکت می‌کنیم، یعنی از بالا به پایین نیروهای بین مولکولی و نقطهٔ ذوب و جوش، افزایش می‌یابد.

$$\underbrace{F_۲ < Cl_۲}_{\text{گاز}} < \underbrace{Br_۲}_{\text{مایع}} < \underbrace{I_۲}_{\text{جامد}}$$: قدرت نیروهای بین مولکولی و نقطهٔ ذوب و جوش

- در گروه هالوژن‌ها از بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری (خصلت نافلزی) کاهش می‌یابد.

واکنش‌پذیری (خصلت نافلزی): $F_۲ > Cl_۲ > Br_۲ > I_۲$

در جدول روبه‌رو، واکنش هالوژن‌ها با هیدروژن مقایسه شده است. با توجه به این جدول، دمای لازم برای انجام واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن، با افزایش عدد اتمی هالوژن، افزایش می‌یابد.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-۲۰۰^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $۲۰۰^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $۴۰۰^\circ C$ واکنش می‌دهد.

- هالوژن‌ها با فلزها، به ویژه فلزهای قلیایی، واکنش می‌دهند و نمک‌ها (ترکیب‌های یونی) را می‌سازند.

مثال: نمک خوراکی $(NaCl)$ از واکنش هالوژن کلر $(Cl_۲)$ و فلز قلیایی سدیم (Na) به دست می‌آید:

$$۲Na(s)+Cl_۲(g)\rightarrow ۲NaCl(s)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ واکنش گاز کلر با گاز اتن در حضور کاتالیزگر $FeCl_۳(s)$ انجام می‌شود، ولی واکنش برم با گاز اتن بدون استفاده از کاتالیزگر انجام می‌شود.

$$C_۲H_۴(g)+Cl_۲(g)\xrightarrow{FeCl_۳(s)}C_۲H_۴Cl_۲(g) \quad , \quad C_۲H_۴(g)+Br_۲(l)\rightarrow C_۲H_۴Br_۲(l)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نکته به نظرم واکنش‌هایی که کاتالیزگر دارن و در کتاب درسی اومده رو بهتره بلد باشی.

تجزیهٔ هیدروژن پراکسید: $2H_2O_2(aq) \xrightarrow{KI} 2H_2O + O_2$

تولید استر: $R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH + R'-OH \xrightarrow{H_2SO_4} R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-R' + H_2O$

تولید پلی‌استر: $n\,HO-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\square-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH + n\,HO-\square-OH \xrightarrow{H_2SO_4} \left[-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\square-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-\square-O-\right]_n + (2n-1)H_2O$

آبکافت استرها: $R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-R' + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} R-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH + HO-R'$

هیدروژن‌دارشدن ۱ـ هگزان: $C_6H_{12} + H_2 \xrightarrow{Ni} C_6H_{14}$

هالوژن‌دار کردن اتن: $C_2H_4 + Cl_2 \xrightarrow{FeCl_2(s)} C_2H_4Cl_2$

فرایند هابر: $H_2 + N_2 \xrightarrow{Fe(s)} NH_3$

هیدروژن‌دار کردن اتن: $C_2H_4 + H_2 \xrightarrow{Ni(s)} C_2H_6$

تولید الکل صنعتی: $C_2H_4 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5OH$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به این‌که آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت هالوژن‌ها به صورت ns^2np^5 است، مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\underbrace{[2(n+0)]}_{ns^2} + \underbrace{[5(n+1)]}_{np^5} = 2n + 5n + 5 = 7n + 5$$

گزینهٔ (۲): ابتدا حساب می‌کنیم ۴۰۰ کلوین چند درجهٔ سانتی‌گراد می‌باشد: $T = \theta + 273 \Rightarrow 400 - 273 = 127^\circ C$

در دمای بالاتر از $127^\circ C$، برم و ید می‌توانند با هیدروژن واکنش دهند که به ترتیب دارای حالت فیزیکی مایع و جامد هستند.

گزینهٔ (۳): *اگر درس‌باکس را مطالعه کنی کامل توضیح دادیم!*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ اگر ۳۱/۶ گرم پتاسیم پرمنگنات مطابق واکنش زیر، در ظرفی سرباز به میزان ۵۰ درصد تجزیه شود، پس از انجام واکنش، درصد جرمی منگنز در تودهٔ جامد بر جای مانده، به تقریب کدام است؟ $(K = 39 , Mn = 55 , O = 16 : g.mol^{-1})$

$$2KMnO_4(s) \rightarrow K_2MnO_4(s) + MnO_2(s) + O_2(g)$$

۱) ۳۶/۷ ۲) ۶۵/۵

۳) ۲۹/۸۵ ۴) ۳۲/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول حساب کن چه‌قدر جامد بر جای مونده که برای این کار جرم گاز تولیدشده را حساب کن و از مقدار واکنش‌دهندهٔ اولیه کم کن و بعد بیا حساب کن چه‌قدر Mn داشتی، دیگه در آخر هم درصد جرمی آن را حساب کن! *فب دیگه برو حل کن همش رو گفتم!*

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا حساب می‌کنیم چند گرم تودهٔ جامد باقی‌مانده است که برای این کار به جرم گاز تولیدشده نیاز داریم:

$$31/6\ g\ KMnO_4 \times \frac{50}{100} \times \frac{1\ mol\ KMnO_4}{158\ g\ KMnO_4} \times \frac{1\ mol\ O_2}{2\ mol\ KMnO_4} \times \frac{32\ g\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 1/6\ g\ O_2$$

جرم تودهٔ جامد برجای‌مانده $= 31/6 - 1/6 = 30\ g$ ⇒ جرم گاز تولیدشده − جرم جامد اولیه = جرم جامد برجای‌مانده

یه‌جور دیگه

$$\frac{\text{جرم} \times \text{درصد تجزیه}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_2}} \Rightarrow \frac{\frac{50}{100} \times 31/6}{158 \times 2} = \frac{x\ g}{32 \times 1} \Rightarrow x = 1/6\ g\ O_2$$

سپس حساب می‌کنیم جرم منگنز در نمونهٔ اولیه چه‌قدر بوده است:

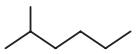
$$31/6\ g\ KMnO_4 \times \frac{1\ mol\ KMnO_4}{158\ g\ KMnO_4} \times \frac{1\ mol\ Mn}{1\ mol\ KMnO_4} \times \frac{55\ g\ Mn}{1\ mol\ Mn} = 11\ g\ Mn$$

و در آخر درصد جرمی آن را در تودهٔ جامد برجای‌مانده، حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی منگنز در تودهٔ جامد برجای‌مانده} = \frac{\text{جرم Mn}}{\text{جرم جامد برجای‌مانده}} \times 100 = \frac{11}{30} \times 100 \simeq \%36/7$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ ترکیبی با ساختار زیر دارای چند هم‌پار است و در نام چند هم‌پار آن، واژهٔ پنتان وجود دارد؟



۱) ۹ و ۴ ۲) ۹ و ۵

۳) ۸ و ۴ ۴) ۸ و ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

ایزومری در آلکان‌ها

به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر یا هم‌پار می‌گویند.

برای آلکان‌های ۱ تا ۳ کربنه (یعنی CH_4 ، C_2H_6 ، C_3H_8) *فقط و فقط!* می‌توان یک ساختار در نظر گرفت، یعنی آلکان‌های ۱ تا ۳ کربنه ایزومر ندارند؛ اما از C_4H_{10} به بعد *از این خبرا نیست!* به طور مثال برای C_4H_{10} دو ساختار متفاوت زیر را می‌توان در نظر گرفت.

$C_4H_{10} \Rightarrow$ $CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$ (بوتان (راست‌زنجیر)) و $CH_3-CH(CH_3)-CH_3$ (۲ ـ متیل پروپان (متیل پروپان))

به طور کلی وقتی از ما پرسیدند که یک فرمول مولکولی را می‌توان برای چند نوع آلکان در نظر گرفت *(یا فلان فرمول مولکولی چند تا ایزومر داره!) اول از همه!* باید یک آلکان راست‌زنجیر (بدون شاخهٔ فرعی) رسم کنیم و سپس با برداشتن کربن‌ها و قراردادن آن‌ها در موقعیت‌های متفاوت به عنوان شاخهٔ فرعی، آلکان‌های متفاوت (با نام متفاوت) درست کنیم.

مثلاً بیایید ایزومرهای C_6H_{14} را رسم کنیم:

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$ (هگزان (راست‌زنجیر)) و $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2-CH_3$ (۲ ـ متیل پنتان) و $CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-CH_3$ (۳ ـ متیل پنتان)

$CH_3-CH(CH_3)-CH(CH_3)-CH_3$ (۲، ۳ ـ دی‌متیل بوتان) و $CH_3-C(CH_3)_2-CH_2-CH_3$ (۲، ۲ ـ دی‌متیل بوتان)

برای محاسبهٔ تعداد ایزومر آلکان‌هایی با ۴ تا ۷ اتم کربن می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد که در آن n، شمار اتم‌های کربن است.

$(4 \le n \le 7)$ تعداد ساختارهای متفاوت برای یک فرمول مولکولی (تعداد ایزومرها) در این آلکان‌ها $= 2^{n-4} + 1$

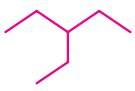
$C_4H_{10} : n = 4 \Rightarrow$ تعداد ساختارها $= 2^{4-4} + 1 = 2^0 + 1 = 2$

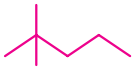
$C_5H_{12} : n = 5 \Rightarrow$ تعداد ساختارها $= 2^{5-4} + 1 = 2^1 + 1 = 3$

$C_6H_{14} : n = 6 \Rightarrow$ تعداد ساختارها $= 2^{6-4} + 1 = 2^2 + 1 = 5$

$C_7H_{16} : n = 7 \Rightarrow$ تعداد ساختارها $= 2^{7-4} + 1 = 2^3 + 1 = 9$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ شمار ایزومرهای آلکان با ۷ اتم کربن مطابق با فرمول $2^{n-4} + 1$ و ساختارهای زیر، برابر ۹ است که در نام ۵ ایزومر آن، کلمهٔ پنتان وجود دارد.


۳ ـ اتیل پنتان

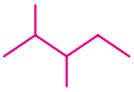

۲، ۲ ـ دی‌متیل پنتان


هپتان


۳، ۳ ـ دی‌متیل پنتان


۲ ـ متیل‌هگزان

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۲، ۳ ـ دی‌متیل پنتان



۳ ـ متیل‌هگزان



۲، ۴ ـ دی‌متیل پنتان



۲، ۲، ۳ ـ تری‌متیل بوتان

گول‌نخوری *هواستون باشه که* ایزومرهای یک آلکان ۷کربنه برابر با ۹تاست که یکی از آن‌ها همون ساختار داده‌شده در سؤال است؛ بنابراین ساختار داده‌شده دارای ۸ ایزومر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ مقدار اکسیژن مورد نیاز جهت سوختن کامل ۲۵/۶ گرم نفتالن با خلوص ۵۰ درصد را از تجزیهٔ چند گرم پتاسیم کلرات با بازده ۴۰ درصد مطابق واکنش دادهشدهٔ زیر می‌توان به دست آورد؟ $(K = ۳۹, Cl = ۳۵/۵, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

$C_{۱۰}H_{۸}$

$۲KClO_{۳} \rightarrow ۲KCl + ۳O_{۲}$

۱) ۴۹ ۲) ۹۸

۳) ۲۴۵ ۴) ۱۲۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا مقدار گاز اکسیژن مصرف‌شده هنگام سوختن کامل ۲۵/۶ گرم نفتالن ۵۰ درصد خالص را مطابق واکنش زیر، به دست می‌آوریم.

$$C_{۱۰}H_{۸} + ۱۲O_{۲} \rightarrow ۱۰CO_{۲} + ۴H_{۲}O$$

$$۲۵/۶\,g\,C_{۱۰}H_{۸}\text{ناخالص} \times \frac{۵۰\,g\,C_{۱۰}H_{۸}\text{ناخالص}}{۱۰۰\,g\,C_{۱۰}H_{۸}\text{ناخالص}} \times \frac{۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۸}}{۱۲۸\,g\,C_{۱۰}H_{۸}} \times \frac{۱۲\,mol\,O_{۲}}{۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۸}} = ۱/۲\,mol\,O_{۲}$$

سپس از طریق بازده درصدی واکنش تجزیهٔ $KClO_{۳}$، مقدار نظری $O_{۲}$ تولیدشده را حساب می‌کنیم و در نهایت مقدار $KClO_{۳}$ مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$۲KClO_{۳} \rightarrow ۲KCl + ۳O_{۲}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۱/۲\,mol\,O_{۲}}{x} \times ۱۰۰ = ۴۰ \Rightarrow x = ۳\,mol\,O_{۲}$$

$$g\,KClO_{۳} = ۳\,mol\,O_{۲} \times \frac{۲\,mol\,KClO_{۳}}{۳\,mol\,O_{۲}} \times \frac{۱۲۲/۵\,g\,KClO_{۳}}{۱\,mol\,KClO_{۳}} = ۲۴۵\,g\,KClO_{۳}$$

یه‌جور دیگه ✔ در این روش چون اکسیژن تولیدشده در واکنش تجزیهٔ $KClO_{۳}$، در واکنش سوختن کامل نفتالن مصرف می‌شود، می‌توان با برابرکردن ضریب اکسیژن‌ها، مقدار $KClO_{۳}$ موردنیاز را به دست آورد.

$$\frac{\underbrace{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}_{KClO_{۳}\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}}{\text{ضریب}} = \frac{\underbrace{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم}}_{C_{۱۰}H_{۸}\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{\frac{۴۰}{۱۰۰} \times m}{۸ \times ۱۲۲/۵} = \frac{۲۵/۶ \times \frac{۵۰}{۱۰۰}}{۱ \times ۱۲۸} \Rightarrow m = ۲۴۵\,g\,KClO_{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- برای تعیین آنتالپی یک واکنش گازی، می‌توان مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده را از مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده کم کرد.
- استفاده از مقادیر میانگین آنتالپی پیوند در محاسبهٔ آنتالپی واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر، اغلب تفاوت آشکاری با داده‌های تجربی پیدا می‌کند.
- در شرایط یکسان، آنتالپی واکنش فتوسنتز عکس آنتالپی واکنش اکسایش گلوکز است.
- ویژگی بنیادی همهٔ واکنش‌های شیمیایی، تبادل انرژی با محیط پیرامون است.

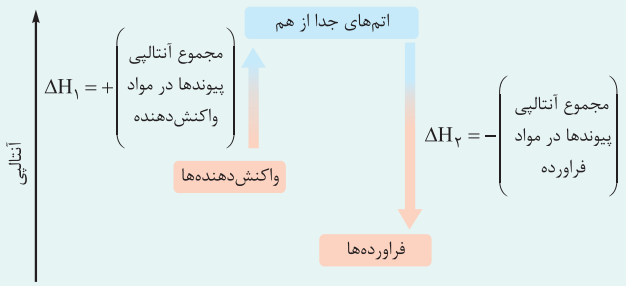
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تعیین آنتالپی واکنش‌ها با استفاده از آنتالپی پیوند

استفاده از آنتالپی‌های پیوند، یک روش محاسباتی برای تعیین ΔH برخی از واکنش‌ها است. فرض کنید واکنش‌ها در یک فرایند دومرحله‌ای انجام می‌شوند؛ در مرحلهٔ اول، همهٔ پیوندهای موجود در واکنش‌دهنده‌ها شکسته شده و واکنش‌دهنده‌ها به اتم‌های جدا از هم تبدیل می‌شوند. در مرحلهٔ بعدی این اتم‌ها دوباره با هم پیوند تشکیل داده و فراورده‌ها را به وجود می‌آورند.



ΔH مرحلهٔ اول در واقع همان مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در واکنش‌دهنده‌ها است، زیرا در آن، واکنش‌دهنده‌ها به اتم‌های جدا از هم تبدیل می‌شوند، اما ΔH مرحلهٔ دوم، مربوط به تشکیل پیوندها بوده و برابر با قرینهٔ مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در فراورده‌ها است. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

با توجه به تعریف آنتالپی پیوند، **به‌کاربردن آنتالپی‌های پیوند برای تعیین ΔH واکنش‌هایی مناسب است که همهٔ مواد شرکت‌کننده در آن به حالت گازند.** در چنین واکنش‌هایی هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه‌شده با داده‌های تجربی همخوانی بیشتری خواهد داشت، در حالی که به کار بردن میانگین آنتالپی پیوندها برای تعیین ΔH واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر، **اغلب** در مقایسه با داده‌های تجربی، تفاوت آشکاری را نشان می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

موارد اول و دوم: موارد اول و دوم در درس‌باکس کامل توضیح داده‌شده‌اند.

مورد سوم: واکنش فتوسنتز دقیقاً عکس واکنش اکسایش گلوکز است؛ در نتیجه ΔH آن‌ها **قرینهٔ** همدیگر می‌باشد.

اکسایش گلوکز: $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O \quad \Delta H = -2808\,kJ$

تولید گلوکز: $6CO_2 + 6H_2O \rightarrow 6O_2 + C_6H_{12}O_6 \quad \Delta H = +2808\,kJ$

مورد چهارم: *متن کتاب!*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ اگر در واکنش زیر به ازای تولید ۲ مول فراوردهٔ گازی، ۷۱۰ کیلوژول گرما مصرف شود، میانگین آنتالپی پیوند C—C چند کیلوژول بر مول خواهد بود؟ ($\Delta H_{(C-H)}$: ۴۱۵ $kJ.mol^{-1}$)

$$C_2H_6(g) \rightarrow 2C(g) + 6H(g)$$

۱) ۳۱۰ ۲) ۳۵۰ ۳) ۶۲۰ ۴) ۷۰۰

پاسخ: گزینهٔ (۲)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا حساب می‌کنیم به ازای تولید ۸ مول فراورده ($2C + 6H$)، چند کیلوژول گرما مصرف می‌شود:

$$\text{۸ mol فراورده} \times \frac{\text{۷۱۰ kJ}}{\text{۲ mol فراورده}} = \text{۲۸۴۰ kJ}$$

سپس از طریق مقدار ΔH واکنش، میانگین آنتالپی پیوند C—C را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها}] \Rightarrow \Delta H_{(C-C)} + 6\Delta H_{(C-H)} = 2840$$

(چون همه اتم هستند.)

$$\Rightarrow 2840 = x + 6(415) \Rightarrow x = 350\ kJ.mol^{-1}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) برای پیوند $O-H$ برخلاف $C\equiv O$، از واژهٔ میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌شود.

ب) واکنش $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ در مخلوط آب و یخ نسبت به آب گرم، به میزان بیشتری انجام می‌شود.

پ) گرمای حاصل از سوختن یک گرم اتانول، کم‌تر از یک گرم متانول است.

ت) آنتالپی سوختن $C_2H_5OH(l)$ را نمی‌توان با استفاده از آنتالپی‌های پیوند محاسبه کرد.

۱) الف ـ ب　　۲) الف ـ ت

۳) ب ـ پ　　۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (الف) و (ت) درست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف)

نکته برای این‌که *بفهمیم* برای چه پیوندی بهتر است از میانگین آنتالپی پیوند استفاده کرد، اول آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌های درگیر در پیوند را می‌کشیم و آن‌ها را با توجه به نوع پیوند به هم متصل می‌کنیم. اگر برای اتم‌ها الکترون جفت‌نشده باقی ماند، بهتر است از میانگین آنتالپی پیوند استفاده شود.

مثال:

$$\cdot\dot{C}\cdot + \cdot\dot{C}\cdot \Rightarrow \begin{cases} \cdot\dot{C}-\dot{C}\cdot \\ \cdot\dot{C}=\dot{C}\cdot \\ \cdot C\equiv C\cdot \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{برای } C-C \text{ و } C=C \text{ باید از میانگین} \\ \text{آنتالپی پیوند استفاده شود.} \end{array}$$

$$:\ddot{O}\cdot + \cdot\ddot{O}: \Rightarrow \begin{cases} :\ddot{O}-\ddot{O}: \Rightarrow \text{برای } O-O \text{ باید از میانگین آنتالپی پیوند استفاده شود.} \\ :\ddot{O}=\ddot{O}: \Rightarrow \text{برای } O=O \text{ نیازی به استفاده از میانگین آنتالپی پیوند نیست.} \end{cases}$$

در صورتی که ساختار لوویس پیوند $O-H$ را رسم کنیم ($:\ddot{O}-H$)، الکترون جفت‌نشده وجود دارد، پس از میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌کنیم، اما در صورتی‌که ساختار لوویس CO را رسم کنیم ($:C\equiv O:$)، الکترون جفت‌نشده وجود ندارد و در نتیجه از آنتالپی پیوند استفاده می‌کنیم.

ب) واکنش تجزیهٔ N_2O_4، واکنشی گرماگیر است و در نتیجه در مخلوط آب گرم نسبت به آب سرد به میزان بیشتری انجام می‌شود و مخلوط پررنگ‌تر می‌شود.

تیزبازی مورد (الف) درست و مورد (ب) نادرست است؛ پس جواب حتماً گزینهٔ (۲) خواهد بود.

پ)

نکته
- در مورد **هیدروکربن‌های هم‌خانواده**، همواره ارزش سوختی هیدروکربن سبک‌تر، بیشتر است؛ به طور مثال اتن و پروپن هر دو از خانوادهٔ آلکن‌ها هستند؛ بنابراین می‌توان گفت ارزش سوختی اتن از پروپن *بیشتره!*
- **در میان هیدروکربن‌ها، بیشترین ارزش سوختی مربوط به متان (CH_4) است.**

اگر به فرمول مولکولی چند عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها دقت کنید. می‌بینید که هر دو عضو متوالی از این خانواده‌ها در یک گروه CH_2 با هم اختلاف دارند:

$$\underbrace{C_2H_6-CH_2}_{\text{آلکان}}:CH_2 \quad , \quad \underbrace{C_3H_8-C_2H_6}_{\text{آلکن}}:CH_2 \quad , \quad \underbrace{C_5H_8-C_4H_6}_{\text{آلکین}}:CH_2$$

بنابراین می‌توان گفت **تفاوت آنتالپی‌های سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده تقریباً ثابت است.**

آنتالپی سوختن متان − آنتالپی سوختن اتان = آنتالپی سوختن اتان − آنتالپی سوختن پروپان

آنتالپی سوختن پروپان $\Rightarrow (-890)-(-1560)=(-1560)-(-2230)\ kJ.mol^{-1}$ = آنتالپی سوختن پروپان − (−۱۵۶۰)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

- گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کم‌تر است.

مثال:

آنتالپی سوختن و ارزش سوختی: متان (CH_4) < متانول (CH_3OH)

آنتالپی سوختن و ارزش سوختی: اتان (C_2H_6) < اتانول (C_2H_5OH)

ارزش سوختی (گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم): متانول < اتانول

- همانند گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم اتانول بیشتر از گرمای سوختن یک گرم متانول است.

در الکل‌ها با افزایش تعداد کربن، ارزش سوختی افزایش می‌یابد.

ت) آنتالپی واکنش‌هایی را می‌توان به کمک آنتالپی پیوند محاسبه کرد که حالت فیزیکی تمام مواد شرکت‌کننده گازی باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی داده‌شده، اگر در مدت ۲۰ ثانیه، طی واکنش موازنه‌نشدهٔ $C_۲H_۴(g)+F_۲(g)\rightarrow CF_۴(g)+HF(g)$، ۵۹۵/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، چند گرم کربن تترافلوئورید در این واکنش تولید می‌شود و سرعت متوسط واکنش در این بازهٔ زمانی، چند مول بر دقیقه است؟ $(F=۱۹, C=۱۲ : g.mol^{-۱})$

$I) ۲C(s)+۲H_۲(g)\rightarrow C_۲H_۴(g) \quad \Delta H=-۵۲\ kJ$

$II) ۲HF(g)\rightarrow F_۲(g)+H_۲(g) \quad \Delta H=+۵۳۷\ kJ$

$III) CF_۴(g)\rightarrow C(s)+۲F_۲(g) \quad \Delta H=+۶۸۰\ kJ$

۱) ۴۴، ۱/۵ ۲) ۸۸، ۰/۷۵

۳) ۴۴، ۰/۷۵ ۴) ۸۸، ۱/۵

مشاوره قانون هس یکی از مباحثی است که هر سال در کنکور یک سؤال دارد و معمولاً می‌توان آن را در زمان استاندارد حل کرد، برای همین این مبحث را کامل بلد باشید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا واکنش را موازنه کرده و ΔH واکنش را از طریق قانون هس به دست می‌آوریم.

$$C_۲H_۴ + ۶F_۲ \rightarrow ۲CF_۴ + ۴HF \quad \Delta H = ?$$

برای به دست آوردن ΔH واکنش بالا از طریق قانون هس، واکنش (I) را معکوس می‌کنیم تا $C_۲H_۴$ در سمت چپ معادله قرار گیرد و واکنش (II) را عکس کرده و در دو ضرب می‌کنیم تا $۴HF$ سمت راست قرار گیرد و در نهایت واکنش (III) را در دو ضرب و معکوس می‌کنیم تا $CF_۴$ سمت راست قرار گیرد و به این ترتیب خواهیم داشت:

$I) ۲C+۲H_۲ \rightarrow C_۲H_۴ \xrightarrow{\text{واکنش را عکس می‌کنیم.}} C_۲H_۴ \rightarrow ۲C+۲H_۲ \quad \Delta H'_۱=-(-۵۲\ kJ)$

$II) ۲HF \rightarrow F_۲+H_۲ \xrightarrow{\text{واکنش را عکس کرده و در دو ضرب می‌کنیم.}} ۲F_۲+۲H_۲ \rightarrow ۴HF \quad \Delta H'_۲=-۲(۵۳۷)\ kJ$

$III) CF_۴ \rightarrow C+۲F_۲ \xrightarrow{\text{واکنش را عکس کرده و در دو ضرب می‌کنیم.}} ۲C+۴F_۲ \rightarrow ۲CF_۴ \quad \Delta H'_۳=-۲(۶۸۰)\ kJ$

$$\Delta H_{\text{واکنش کلی}} = \Delta H'_۱ + \Delta H'_۲ + \Delta H'_۳ = ۵۲-(۵۳۷\times ۲)-(۲\times ۶۸۰) = -۲۳۸۲\ kJ$$

۷۵ حساب می‌کنیم به ازای تولید ۵۹۵/۵ کیلوژول گرما، چند گرم کربن تترا فلوئورید تولید می‌شود:

$$۵۹۵/۵\ kJ \times \frac{۲\ mol\ CF_۴}{۲۳۸۲\ kJ} \times \frac{۸۸\ g\ CF_۴}{۱\ mol\ CF_۴} = ۴۴\ g\ CF_۴$$

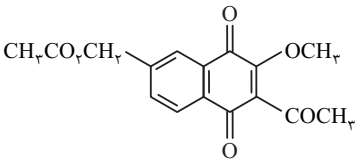
و در آخر سرعت متوسط واکنش را به دست می‌آوریم.

چون ضریب $CF_۴$ برابر دو است؛ پس سرعت واکنش نصف سرعت تولید آن است.

$$R_{(\text{واکنش})} = \frac{۱}{۲}\bar{R}_{(CF_۴)} = \frac{\Delta n CF_۴}{۲\Delta t} = \frac{۴۴\ g \times \frac{۱\ mol}{۸۸\ g}}{۲\times ۲۰\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۲}{۳}} = ۰/۷۵\ mol.s^{-۱}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ با توجه به ساختار زیر، کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟



الف) تعداد پیوندهای $C=O$ با $C-O$، برابر است. (کربونیل)

ب) گروه عاملی موجود در گشنیز و زردچوبه در این ترکیب هم وجود دارد. (هیدروکسیل)

پ) فرمول مولکولی آن $C_{16}H_{14}O_6$ است.

ت) در ساختار آن ۴۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

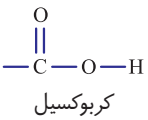
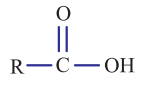
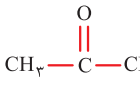
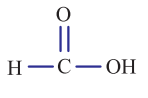
۱) الف ـ ب
۲) ب ـ ت
۳) الف ـ پ
۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

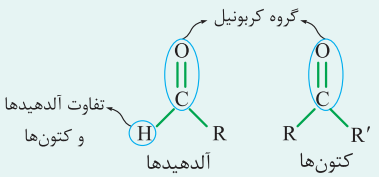
گروه‌های عاملی

بررسی مواد آلی موجود در ادویه‌ها، داروها و ... نشان می‌دهد که وجود آرایش ویژه‌ای از اتم‌ها به نام **گروه عاملی** نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن‌ها دارد به آرایش منظمی از اتم‌ها که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصربه‌فردی می‌دهد، گروه عاملی می‌گویند. گروه‌های عاملی که در *این فصل می‌خونین! رو در جدول زیر براتون آوردیم!*

نام خانواده	آلدهیدها	کتون‌ها	الکل‌ها	اترها	کربوکسیلیک اسیدها
فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	 کربونیل	 کربونیل	هیدروکسیل	اتری	 کربوکسیل
فرمول کلی	 R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	 R و R′ گروه هیدروکربنی هستند.	R گروه هیدروکربنی است.	R و R′ گروه هیدروکربنی هستند.	 R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.
فرمول ساختاری ساده‌ترین عضو خانواده					

آلدهیدها و کتون‌ها

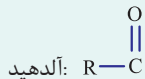
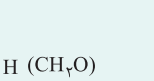
آلدهیدها و کتون ها دو دستهٔ مهم از ترکیب‌های آلی هستند که در هر دو ساختار خود دارای گروه کربونیل () می‌باشند. مهم‌ترین تفاوت میان آلدهیدها و کتون‌ها، وجود اتم هیدروژن متصل به گروه کربونیل در آلدهیدها است.

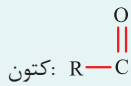
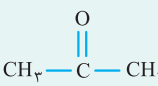


در کتون‌ها R و R′ گروه هیدروکربنی هستند. *واضحه که* اگر در کتون‌ها به جای R یا R′ یا هر دو، هیدروژن قرار گیرد، به آلدهید تبدیل می‌شوند و دیگر شباهتی به کتون‌ها ندارند.

با توجه به توضیحات بالا، در کتون‌ها برخلاف آلدهیدها، گروه کربونیل نمی‌تواند در ابتدای زنجیر کربنی قرار بگیرد.

ساده‌ترین آلدهید، ۱ اتم کربن و ساده‌ترین کتون، ۳ اتم کربن دارد.

آلدهید:  ⇒ ساده‌ترین آلدهید:  (CH_2O)

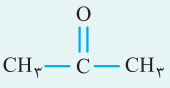
کتون:  ⇒ ساده‌ترین کتون:  استون یا پروپانون (C_3H_6O)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

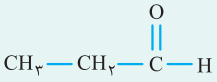
شیمی‌دان‌ها به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر (هم‌پار) می‌گویند.

آلدهیدها و کتون‌ها که تعداد کربن برابری دارند، به شرطی که هر دو یک عاملی باشند و گروه هیدروکربنی متصل به آن‌ها سیر شده باشد، ایزومر **یکدیگرند**، یعنی با این‌که فرمول عمومی آلدهیدها و کتون‌های یک‌عاملی با گروه هیدروکربنی سیرشده با n اتم کربن، یکسان و به صورت $C_nH_{2n}O$ است، اما *ساختارشون!* با هم فرق دارد.

مثال:

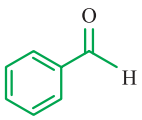
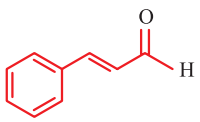
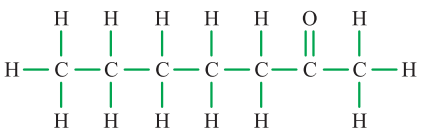
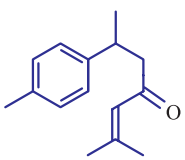


کتون ۳کربنی (C_3H_6O)



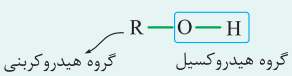
آلدهید ۳کربنی (C_3H_6O)

آلدهیدها و کتون‌هایی که در کتاب درسی بهشون اشاره شده رو در جدول زیر براتون آوردیم.

نام ماده	چه گروه عاملی دارد؟	ترکیب دارای گروه عاملی		
		فرمول ساختاری	فرمول مولکولی	نام
بادام	کربونیل (آلدهیدی)		C_7H_6O	بنزآلدهید
دارچین	کربونیل (آلدهیدی)		C_9H_8O	
میخک	کربونیل (کتونی)		$C_7H_{14}O$	۲ ــ هپتانون
زردچوبه	کربونیل (کتونی)		$C_{15}H_{20}O$	

هیدروکسیل و اتر

گروه‌هایی که در آن‌ها اتم اکسیژن به یک یا دو اتم کربن با پیوند یگانه متصل است، به ترتیب گروه هیدروکسیل (—O—H) و گروه اتری (—O—) نام دارند؛ بنابراین مهم‌ترین تفاوت گروه هیدروکسیل و گروه اتری، وجود اتم هیدروژن متصل به اتم اکسیژن در گروه هیدروکسیل است.





الکل‌ها ترکیب‌هایی هستند که در ساختار خود، یک یا چند گروه هیدروکسیل دارند.

۱) ساده‌ترین الکل، یک اتم کربن (CH_2OH) و ساده‌ترین اتر، دو اتم کربن ($CH_3—O—CH_3$) دارد.

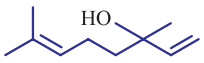
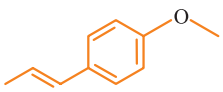
۲) الکل‌ها و اترهایی که تعداد کربن برابر دارند، به شرطی که هر دو یک‌عاملی و سیرشده باشند، ایزومر یکدیگرند، فرمول عمومی الکل‌ها و اترهای یک عاملی سیرشده با n اتم کربن به صورت $C_nH_{2n+2}O$ است.

مثال:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

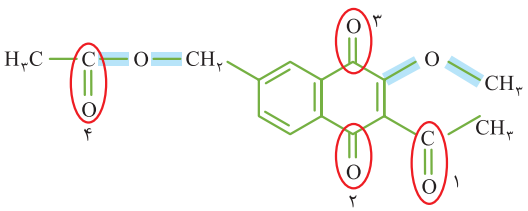
با توجه به اشارهٔ کتاب درسی به گشنیز و رازیانه، *بدانید و آگاه باشید که*:

نام ماده	چه گروه عاملی دارد؟	ترکیب دارای گروه عاملی	
		ساختار	فرمول مولکولی
گشنیز	هیدروکسیل		$C_{10}H_{18}O$
رازیانه	اتری		$C_{10}H_{12}O$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) با توجه به ساختار آن که به صورت زیر است، شمار پیوندهای $C=O$ و $C-O$، هر دو برابر ۴ است.



ب) در ساختار این ترکیب برخلاف ساختار ترکیب آلی موجود در گشنیز، گروه عاملی هیدروکسیل وجود ندارد.

پ)

نکته

تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب آلی با n اتم کربن

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با n کربن} = (2n+2) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه} \times 2) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times 1) - (\text{تعداد حلقه} \times 2)$$

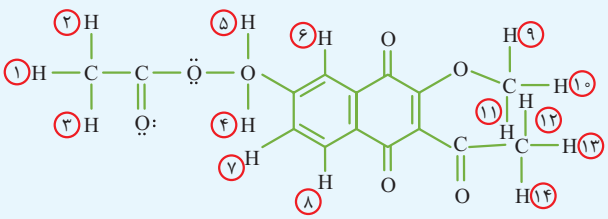
این ترکیب دارای ۱۶ اتم کربن، دو حلقه و ۸ پیوند دوگانه است؛ پس می‌توان نتیجه گرفت:

$$H = (2n+2) - (\text{حلقه} \times 2) - (\text{دوگانه} \times 2) = (2\times16+2) - \underbrace{(2\times2)}_{\text{حلقه}} - \underbrace{(8\times2)}_{\text{پیوند دوگانه}} = 14$$

فرمول مولکولی ترکیب: $C_{16}H_{14}O_6$

یه جور دیگه

بیای و بشینی ساختار لوویس آن را رسم کنی و هیدروژن آن را به دست بیاری.



ت)

نکته

محاسبهٔ تعداد پیوند اشتراکی در یک ترکیب آلی

با توجه به این‌که در ترکیب‌های آلی هر اتم کربن، ۴ الکترون، هر اتم هیدروژن، ۱ الکترون، هر اتم اکسیژن، ۲ الکترون و هر اتم نیتروژن، ۳ الکترون نیاز دارد تا به آرایش پایدار هشت‌تایی برسد و از طرفی هر پیوند اشتراکی (کووالانسی) معادل ۲ الکترون است، خواهیم داشت:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی (کووالانسی) در یک ترکیب آلی} = \frac{(\text{تعداد اتم‌های C} \times 4) + (\text{تعداد اتم‌های H} \times 1) + (\text{تعداد اتم‌های O} \times 2) + (\text{تعداد اتم‌های N} \times 3)}{2}$$

$$C_{16}H_{14}O_6 \text{ تعداد پیوند اشتراکی در } = \frac{(C\times4)+(O\times2)+H}{2} \Rightarrow \frac{(16\times4)+(6\times2)+14}{2} = 45$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ چه تعداد از مقایسه‌های زیر، نادرست است؟

الف) میانگین اندازهٔ مولکول‌ها:

نفت سبک کشورهای عربی > نفت برنت دریای شمال

ب) گرمای آزادشده:

$$C_3H_8(l)+5O_2(g)\rightarrow 3CO_2(g)+4H_2O(g) > C_3H_8(g)+5O_2(g)\rightarrow 3CO_2(g)+4H_2O(l)$$

پ) سرعت واکنش:

تجزیهٔ سلولز کاغذ > زنگ‌زدن فلزها

ت) مقدار انرژی در واکنش $H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2HCl(g)$ در دمای $25^\circ C$:

تفاوت انرژی پتانسیل > تفاوت انرژی گرمایی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (الف)، (ب) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) در نفت برنت دریای شمال به دلیل کم‌تربودن نفت کوره، میانگین اندازهٔ مولکول‌ها نسبت به نفت سبک کشورهای عربی کم‌تر است.

ب)

نکته

عوامل مؤثر بر گرمای واکنش

گرمای یک واکنش به ۱) نوع مواد واکنش‌دهنده و فراورده، ۲) دما و فشار، ۳) مقدار واکنش‌دهنده‌ها، ۴) حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها بستگی دارد.

۱) نوع مواد واکنش‌دهنده و فراورده: هر ماده در دما و فشار ثابت، انرژی معینی دارد، یعنی سطح انرژی مواد با هم متفاوت است؛ بنابراین گرمای واکنش‌ها با تغییر نوع مواد شرکت‌کننده، تغییر می‌کند.

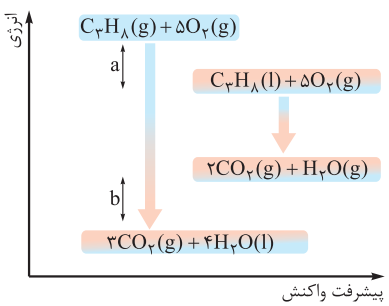
۲) دما و فشار: سطح انرژی مواد به دما و فشار بستگی دارد؛ بنابراین برای تعیین گرمای یک واکنش، باید واکنش مورد نظر در یک فشار معین و دمای ثابت انجام شود.

۳) مقدار واکنش‌دهنده‌ها: هر چه مقدار مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، مقدار گرمای مبادله‌شده نیز بیشتر خواهد بود.

۴) حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها: حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در یک واکنش باید مشخص باشد، زیرا انرژی مواد در حالت‌های فیزیکی مختلف، متفاوت است. به طور کلی سطح انرژی یک ماده در حالت گاز بیشتر از حالت مایع و آن هم بیشتر از حالت جامد می‌باشد.

جامد < مایع < گاز: سطح انرژی یک ماده در حالت‌های فیزیکی مختلف

با توجه به نمودار، می‌توان نتیجه گرفت که در تبدیل پروپان گازی‌شکل به آب مایع، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پ)

نکته

سرعت واکنش‌های مختلف کتاب درسی، در جدول زیر برای شما آمده است.

واکنش	سرعت	توضیح
انفجار	بسیار سریع	در این واکنش از مقدار کمی مادهٔ منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.
افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات	سریع	در این واکنش، رسوب سفیدرنگ نقره کلرید تولید می‌شود.
زنگ‌زدن آهن	کند	اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند، زنگار تولیدشده در این واکنش ترد و شکننده است و فرو می‌ریزد.
زرد و پوسیده شدن کاغذ	بسیار کند	همان واکنش تجزیهٔ سلولز کاغذ است.

با توجه به نکتهٔ بالا، سرعت زنگ‌زدن آهن در مقایسه با سرعت تجزیهٔ سلولز کاغذ، بیشتر است.

ت) گرمای جذب یا آزادشده در واکنشی که در دمای ثابت $(\Delta\theta = 0)$ انجام می‌شود، مثل $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$، ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست، زیرا در دمای ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد و همه *چیز زیر سر تفاوت انرژی پتانسیله! پس تفاوت اون بیشتره!*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ اگر سرعت تولید گاز هیدروژن در واکنش فلز آلومینیم با ۱۰۰ mL محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید برابر $0/002\ mol.min^{-1}$ باشد، پس از گذشت چند ثانیه غلظت اسید به ۰/۱۵ مولار کاهش می‌یابد؟

(معادله موازنه نشده است.) $Al(s)+HCl(aq)\rightarrow AlCl_3(aq)+H_2(g)$

۱) ۷۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول واکنش را موازنه کن بعد از طریق ضرایب سرعت مصرف HCl را به دست بیار و در آخر حساب کن برای مصرف مقدار HCl خواسته‌شده، چه زمانی لازم است.

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا واکنش داده‌شده را موازنه می‌کنیم:

$$2Al+6HCl\rightarrow 2AlCl_3+3H_2$$

سپس سرعت متوسط مصرف اسید (HCl) را با استفاده از سرعت تولید گاز هیدروژن به دست می‌آوریم:

$$\frac{\bar{R}_{(HCl)}}{6}=\frac{\bar{R}_{(H_2)}}{3}\Rightarrow\frac{\bar{R}_{(HCl)}}{6}=\frac{0/002}{3}\Rightarrow \bar{R}_{HCl}=0/004\ mol.min^{-1}$$

در ادامه واحد سرعت HCl را به $mol.L^{-1}.s^{-1}$ تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{0/004\frac{mol}{min}\times\frac{1min}{60s}}{100mL\times\frac{1L}{1000mL}}\Rightarrow \bar{R}_{(HCl)}=\frac{0/004}{6}mol.L^{-1}.s^{-1}$$

و در آخر حساب می‌کنیم که ۰/۲ − ۰/۱۵ = ۰/۰۵ مولار هیدروکلریک اسید در چند ثانیه مصرف می‌شود:

$$\bar{R}_{(HCl)}=\frac{\Delta[HCl]}{\Delta t}\Rightarrow\frac{0/004}{6}=\frac{0/05}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{6\times0/05}{0/004}=75\ s$$

یه‌جور دیگه *بیا و سرعت HCl را برحسب $mol.s^{-1}$ به دست بیار و بعد تغییرات غلظت را به مول تبدیل کن و در آخر مدت‌زمان لازم را محاسبه کن.*

$$\bar{R}_{HCl}=0/004\frac{mol}{min}\times\frac{1min}{60s}=\frac{0/004}{60}mol.s^{-1}$$

$$\Delta[HCl]=(0/2-0/15)\frac{mol}{L}\times\frac{1L}{1000mL}\times100\ mL\Rightarrow\Delta n=0/005\ mol$$

$$\bar{R}_{HCl}=\frac{\Delta n}{\Delta t}\Rightarrow\frac{0/005}{\Delta t}=\frac{0/004}{60}\Rightarrow\Delta t=75\ s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ براساس دو واکنش داده‌شده:

$$I)\ a\,NH_3(g)+b\,O_2(g)\rightarrow 4A(g)+cH_2O(l)$$

$$II)\ P_4(s)+6Cl_2(g)\rightarrow 4PCl_3(g)$$

اگر جرم گاز **A** تولیدشده در واکنش **(I)** با جرم گاز کلر مصرفی در واکنش **(II)** در یک بازهٔ زمانی، برابر باشد، در صورتی که سرعت متوسط واکنش **(I)**، ۳/۵۵ برابر سرعت متوسط واکنش **(II)** باشد، **A** کدام گاز است و پس از کامل‌شدن موازنهٔ واکنش **(I)**، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضریب استوکیومتری برابر چند است؟ $(Cl=35/5, O=16, N=14 : g.mol^{-1})$

۱) NO، ۲ ۲) N_2O_4، ۲

۳) NO، ۱ ۴) N_2O_4، ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول سرعت متوسط واکنش‌های (I) و (II) را براساس ماده‌های A و Cl_2 به دست بیار و بعد نسبت آن‌ها را برابر ۳/۵۵ بذار، حالا چون گفته جرم آن‌ها برابر است، جرم آن دو را برابر x قرار بده و مول مصرفی هر دو ماده را به دست بیار و در آخر جرم مولی A را به دست بیار تا اکسید نیتروژن مشخص شود و در نهایت بذار توی واکنش و موازنه کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای حل قسمت اول این سؤال از گام‌های زیر می‌رویم:

گام اول: ابتدا سرعت واکنش‌های (I) و (II) را براساس مادهٔ A و Cl_2 به دست می‌آوریم:

$$\text{سرعت واکنش (I)}=\frac{\text{سرعت تولید A}}{\text{ضریب}}\Rightarrow\frac{\bar{R}_A}{4}$$

$$\text{سرعت واکنش (II)}=\frac{\text{سرعت مصرف } Cl_2}{\text{ضریب}}\Rightarrow\frac{\bar{R}_{Cl_2}}{6}$$

گام دوم: سرعت واکنش (I) را به (II) تقسیم کرده و برابر ۳/۵۵ قرار می‌دهیم:

$$\frac{\frac{\bar{R}_A}{4}}{\frac{\bar{R}_{Cl_2}}{6}}=3/55\Rightarrow\frac{3\bar{R}_A}{2\bar{R}_{Cl_2}}=3/55\Rightarrow\frac{\frac{3\Delta n_A}{\Delta t}}{\frac{2\Delta n_{Cl_2}}{\Delta t}}=3/55\xrightarrow{\text{چون در بازهٔ زمانی برابر است.}}\frac{3\Delta n_A}{2\Delta n_{Cl_2}}=3/55$$

گام سوم: چون جرم برابری از A تولید و از Cl_2 مصرف می‌شود؛ پس آن‌ها را x فرض کرده و براساس آن میزان تغییرات A و Cl_2 را برحسب مول به دست می‌آوریم و در نهایت جرم مولی A را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3\Delta n_A}{2\Delta n_{Cl_2}}=3/55\Rightarrow\frac{\frac{3x}{\text{جرم مولی A}}}{\frac{2x}{\text{جرم مولی } Cl_2}}=\frac{\frac{3x}{\text{جرم مولی A}}}{\frac{2x}{71}}=\frac{3\times\cancel{71}^{10}}{\cancel{2}^{1}\times\text{جرم مولی A}}=\cancel{3/55}\Rightarrow\text{جرم مولی A}=30\,g.mol^{-1}$$

گام چهارم: جرم مولی NO و N_2O_4 را حساب کرده و می‌بینیم کدام‌یک برابر با ۳۰ است.

$$\left.\begin{matrix}NO\Rightarrow 14+16=30\\ N_2O_4\Rightarrow 2\times14+4\times16=92\end{matrix}\right\}\Rightarrow \text{A همان NO است.}$$

قسمت دوم سؤال: به جای مادهٔ A، NO قرار می‌دهیم و واکنش را موازنه می‌کنیم که به صورت زیر می‌شود:

$$4NH_3+5O_2\rightarrow 4NO+6H_2O\Rightarrow \text{بزرگ‌ترین ضریب}-\text{کوچک‌ترین ضریب}=6-4=2$$

یه‌جور دیگه یک بار به جای A، NO را بذار و موازنه کن که اختلاف ضریب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ماده برابر ۲ می‌شود که در گزینه‌ها است و یک بار هم N_2O_4 را بذار که اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضریب آن ۵ است که اصلاً در گزینه‌ها نیست!

$$4NH_3+7O_2\rightarrow 2N_2O_4+6H_2O\Rightarrow 7-2=5$$

حال کردی چه‌قدر سؤال راحت حل شد!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ کدام‌یک از گزینه‌های داده‌شده، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«..... برخلاف ..... .»

دارای حلقهٔ بنزن

۱) ویتامین C ـ ویتامین K، یک ترکیب آروماتیک است

۲) ویتامین D ـ ویتامین A، دارای گروه عاملی هیدروکسیل است

پنتیل اتانوات

۳) هگزانول ـ اوکتانول، یک ترکیب کم‌محلول در آب است

اتیل هپتانوات

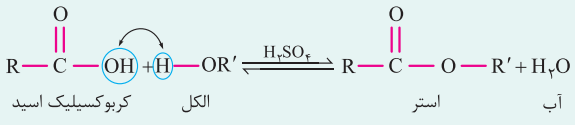
۴) الکل سازندهٔ استر موجود در انگور ـ الکل سازندهٔ استر موجود در موز، ۲کربنی است

پاسخ: گزینهٔ ۴

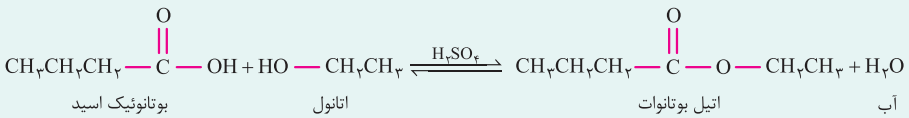
درس Box

واکنش استری‌شدن

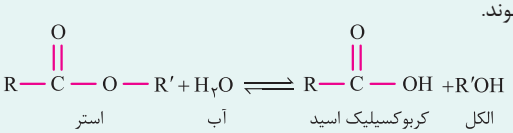
یکی از ویژگی‌های مهم و کاربردی کربوکسیلیک اسیدها و الکل‌ها، واکنش میان آن‌هاست. از واکنش کربوکسیلیک اسیدها ($RCOOH$) با الکل‌ها ($R'OH$) در شرایط مناسب، استر ($RCOOR'$) و آب (H_2O) به دست می‌آید. به این واکنش، **استری‌شدن** می‌گویند.



مثال:



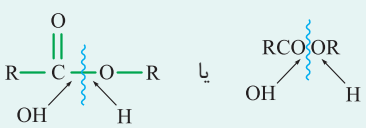
۱) واکنش استری‌شدن، برگشت‌پذیر است، یعنی امکان انجام واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت وجود دارد؛ به همین دلیل علاوه بر تبدیل واکنش‌دهنده‌ها (اسید و الکل) به فراورده‌ها (استر و آب)، فراورده‌ها نیز می‌توانند به واکنش‌دهنده‌ها تبدیل شوند. به واکنش برگشت فرایند استری‌شدن آبکافت استر می‌گویند. در واقع استرها می‌توانند در اثر واکنش با آب، طی یک واکنش برگشت‌پذیر به الکل و کربوکسیلیک اسید سازندهٔ خود تبدیل شوند.



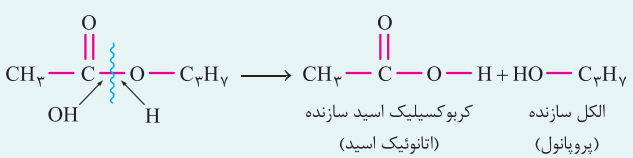
۲) سرعت این واکنش در محیط‌های اسیدی ($pH < 7$) بیشتر است؛ از این رو اسیدهایی مانند H_2SO_4 و HCl می‌توانند به عنوان کاتالیزگر سرعت واکنش را افزایش دهند.

۳) در واکنش استری‌شدن، برای تشکیل آب به عنوان فراورده، همواره OH از اسید و H از الکل جدا می‌شود.

۴) برای تشخیص کربوکسیلیک اسید و الکل سازندهٔ یک استر، ابتدا پیوند یگانهٔ بین اتم کربن و اکسیژن را شکسته، سپس به اتم کربن، OH اضافه می‌کنیم تا کربوکسیلیک اسید اولیه به دست آید. به همین صورت به اکسیژن، H اضافه می‌کنیم، تا الکل اولیه حاصل شود؛ یعنی *این پوری*:



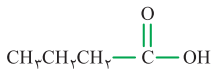
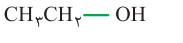
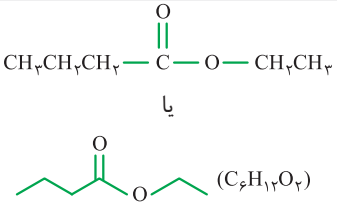
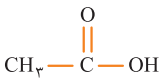
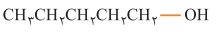
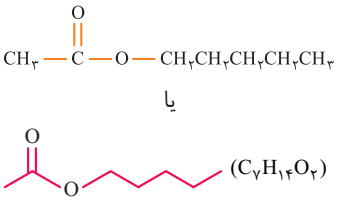
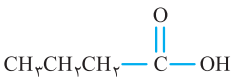
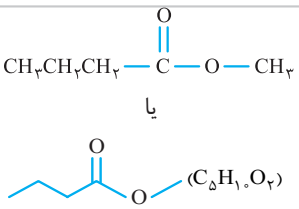
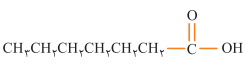
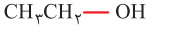
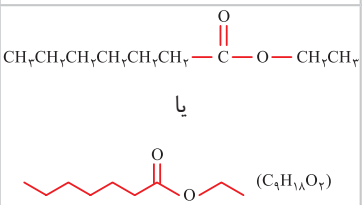
الکل و اسید سازندهٔ استری با فرمول $CH_3COOC_3H_7$ را تعیین کنید.



همواره مجموع تعداد کربن‌های الکل و اسید سازنده با تعداد کربن‌های موجود در استر حاصل، برابر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

جمع‌بندی استرها:

نام و ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده	نام و ساختار الکل سازنده	ساختار استر	نام استر سازنده	نام میوه
 بوتانوئیک اسید	 اتانول		اتیل بوتانوات	آناناس
 اتانوئیک اسید	 ۱ــ پنتانول		پنتیل اتانوات	موز
 بوتانوئیک اسید	 متانول		متیل بوتانوات	سیب
 هپتانوئیک اسید	 اتانول		اتیل هپتانوات	انگور

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق با درس‌باکس، استرهای سازندهٔ انگور و موز به ترتیب اتیل هپتانوات و پنتیل اتانوات است که الکل‌های سازندهٔ آن‌ها به ترتیب اتانول و پنتانول هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۲):

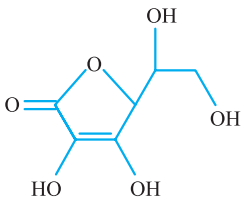
نکته ویتامین C (ث) در آب محلول است. در حالی که ویتامین‌های A (آ)، D (دی) و K (کا) در چربی حل می‌شوند. مصرف بیش از اندازهٔ ویتامین‌های محلول در آب (مثل ویتامین ث) برای بدن مشکل خاصی ایجاد نمی‌کند، زیرا به راحتی به همراه آب از بدن دفع می‌شود. اما *متأسفانه!* مقدار اضافهٔ ویتامین‌های محلول در چربی (مثل ویتامین آ، دی و کا) در بافت‌های چربی بدن ذخیره و مشکل‌ساز می‌شود.

نام ویتامین	محلول در آب یا چربی	فرمول مولکولی	تعداد پیوندهای اشتراکی	گروه(های) عاملی	آروماتیک یا غیرآروماتیک
آ (A)	چربی	$C_{20}H_{30}O$	۵۶	۱ گروه هیدروکسیل —OH	غیرآروماتیک
ث (C)	آب	$C_6H_8O_6$	۲۲	۴ گروه هیدروکسیل (—OH) و ۱ گروه استری (—C(=O)—O—)	غیرآروماتیک
دی (D)	چربی	$C_{28}H_{44}O$	۷۹	۱ گروه هیدروکسیل	غیرآروماتیک
کا (K)	چربی	$C_{31}H_{46}O_2$	۸۷	۲ گروه کربونیل (کتونی) —C(=O)—	آروماتیک

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ویتامین C، غیرآروماتیک است، زیرا در ساختار آن حلقهٔ بنزن وجود ندارد.

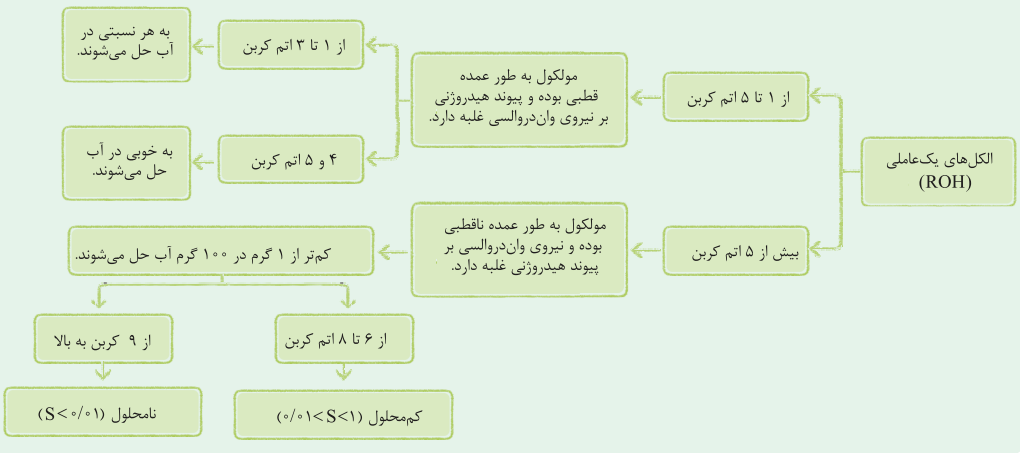
هم‌چنین ویتامین‌های D و A، هر دو دارای گروه عاملی هیدوکسیل‌اند.



ویتامین C (ث)

گزینهٔ (۳):

نکته



هگزانول و اوکتانول، هر دو ترکیب‌هایی کم‌محلول در آب هستند.

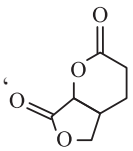
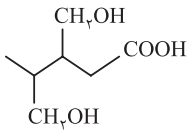
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ کدام مورد، نادرست است؟ $(Br = ۸۰ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) برای ترکیبی با فرمول $C_۴H_۸O_۲$، می‌توان ۲ ایزومر اسیدی و ۴ ایزومر استری در نظر گرفت.

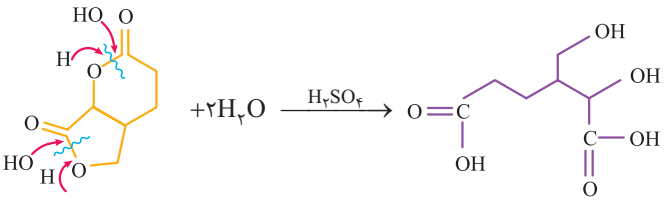
۲) انحلال‌پذیری الکلی تک‌عاملی با ۷ اتم کربن، بیشتر از انحلال‌پذیری هپتان در آب است.

۳) اگر از واکنش ۱۴۰ گرم آلکنی با مقدار کافی برم، ۴۶۰ گرم فراورده تولید شود، آلکن مربوطه می‌تواند با سیکلوپنتان ایزومر باشد.

۴) از آبکافت استر  ، فراوردهٔ  به دست می‌آید.

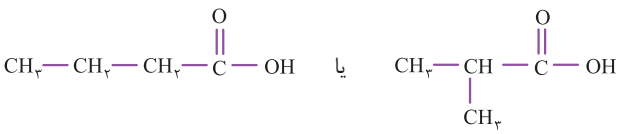
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای آبکافت استرها، پیوند یگانهٔ بین اتم‌های کربن و اکسیژن را شکسته، سپس به اتم کربن، OH اضافه می‌کنیم تا کربوکسیلیک اسید اولیه و به همین صورت به اتم اکسیژن، H اضافه می‌کنیم تا الکل اولیه به دست آید.

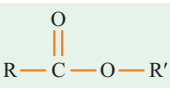


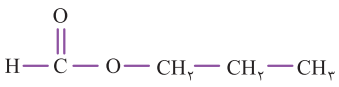
بررسی سایر گزینه‌ها:

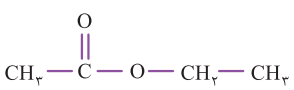
گزینهٔ (۱): ترکیبی با فرمول $C_۴H_۸O_۲$ دارای ایزومرهای اسیدی زیر است:

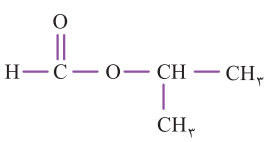


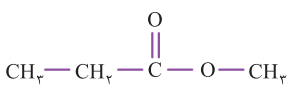
و هم‌چنین دارای ایزومرهای استری زیر است:

نکته استرها دارای فرمول  هستند که R' حتماً باید کربن باشد، اما R می‌تواند کربن یا هیدروژن باشد.









گزینهٔ (۲):

نکته همهٔ آلکان‌های راست‌زنجیر (یعنی متان، اتان و ...)، کاملاً ناقطبی هستند؛ بنابراین در آب نامحلول می‌باشند؛ به همین دلیل نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها به صورت یک خط افقی بسیار نزدیک به صفر است. *از اون جایی که!* با افزایش شمار اتم‌های کربن الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد، نمودار انحلال‌پذیری الکل‌های ۷کربنی به بعد، *یه هورایی!* خیلی به نمودار انحلال‌پذیری آلکان‌های هم‌کربن خود *نزدیکه!*

بدانید و آگاه باشید! که نمودار انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب به صورت منحنی است و با افزایش شمار اتم‌های کربن، شیب منحنی کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر **با افزایش شمار اتم‌های کربن، تفاوت انحلال‌پذیری دو الکل متوالی، کاهش می‌یابد.**

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مثال: (۱ ـ پنتانول و ۱ ـ هگزانول) < (۱ ـ بوتانول و ۱ ـ پنتانول) :تفاوت انحلال‌پذیری

با افزایش شمار اتم‌های کربن الکل‌ها، نقطهٔ جوش آن‌ها برخلاف انحلال‌پذیری آن‌ها در آب، افزایش می‌یابد، زیرا با افزایش شمار اتم‌های کربن و افزایش جرم مولی، قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها بیشتر می‌شود.

اتانول > ۱ ـ هگزانول :انحلال‌پذیری در آب

اتانول > ۱ ـ هگزانول :نقطهٔ جوش

الکلی با ۷ اتم کربن، در آب یک ترکیب کم‌محلول است، در صورتی‌که آلکان‌ها با ۷ اتم کربن در آب یک ترکیب نامحلول می‌باشند.

گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که واکنش آلکن‌ها با برم به صورت زیر است، مقدار n را به دست می‌آوریم:

$$C_nH_{۲n} + Br_۲ \rightarrow C_nH_{۲n}Br_۲$$

$$۱۴۰g\,C_nH_{۲n} \times \frac{۱mol\,C_nH_{۲n}}{۱۴n\,g\,C_nH_{۲n}} \times \frac{۱mol\,C_nH_{۲n}Br_۲}{۱mol\,C_nH_{۲n}} \times \frac{(۱۴n+۱۶۰)g\,C_nH_{۲n}Br_۲}{۱mol\,C_nH_{۲n}Br_۲} = ۴۶۰g\,C_nH_{۲n}Br_۲$$

$$\Rightarrow n = ۵$$

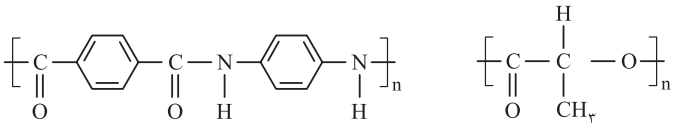
یه‌جور دیگه

$$\underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{\text{آلکن}} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم‌مولی}}}_{\text{فراورده}} \Rightarrow \frac{۱۴۰g\,C_nH_{۲n}}{۱۴n} = \frac{۴۶۰g\,C_nH_{۲n}Br_۲}{۱۴n+۱۶۰g\,C_nH_{۲n}Br_۲} \Rightarrow n = ۵$$

با توجه به این‌که آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌های هم‌کربن با هم ایزومر هستند؛ پس آلکنی با ۵ کربن با سیکلوپنتان که ۵ اتم کربن دارد، ایزومر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ جرم مولی اسید سازندهٔ پلیمر **A**، به تقریب چند برابر جرم مولی مونومر سازندهٔ پلیمر **B** است؟ $(O=16, N=14, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$

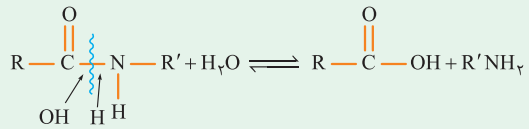


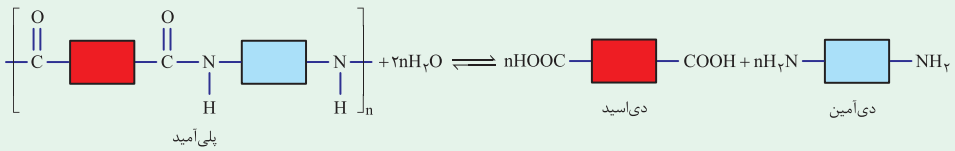
(A) **(B)**

۱) ۱/۶۷
۲) ۱/۸۴
۳) ۱/۹۸
۴) ۲/۳۹

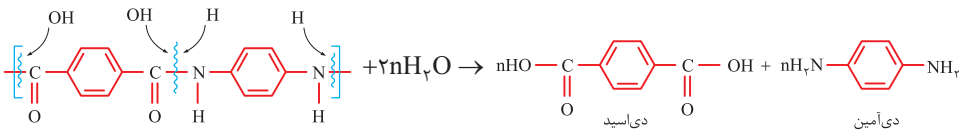
پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته پلی‌آمیدها می‌توانند در شرایط مناسب با آب واکنش دهند و به مونومرهای سازندهٔ خود یعنی کربوکسیلیک اسید دوعاملی (دی‌اسید) و آمین دوعاملی (دی‌آمین) تبدیل شوند.



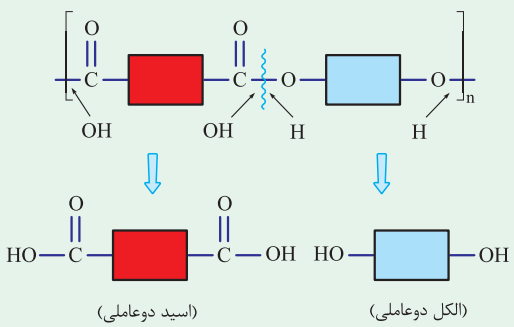


پاسخ خیلی تشریحی ابتدا اسید سازندهٔ پلی‌آمید (A) را به دست می‌آوریم:

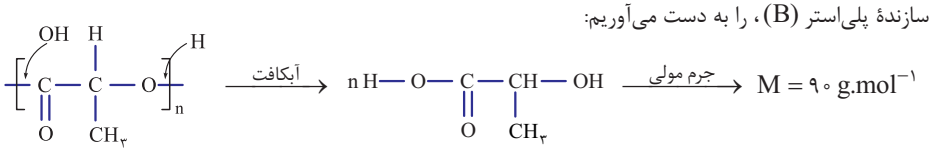


$$\Rightarrow \underset{(C_8H_6O_4)}{\text{جرم مولی اسید سازندهٔ پلیمر A}} = 8(12)+6+4(16) = 166\ g.mol^{-1}$$

نکته برای تعیین دی‌اسید و دی‌الکل سازندهٔ یک پلی‌استر به صورت زیر عمل می‌کنیم:



حالا، مونومر سازندهٔ پلی‌استر (B)، را به دست می‌آوریم:

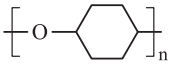


$$M = 90\ g.mol^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم مولی اسید سازندهٔ پلی‌آمید A}}{\text{جرم مولی مونومر پلی‌استر B}} = \frac{166}{90} \simeq 1/84$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ پلیمر داده‌شده درست است؟



الف) فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ آن $C_6H_{12}O_2$ است.

ب) نوعی پلی‌استر به شمار می‌آید.

پ) گروه عاملی موجود در این پلیمر، در ترکیب آلی موجود در رازیانه نیز دیده می‌شود.

ت) در تشکیل این پلیمر از مونومرهای سازنده، جرم پلیمر تشکیل‌شده از مجموع جرم مونومرهای سازنده، کم‌تر است.

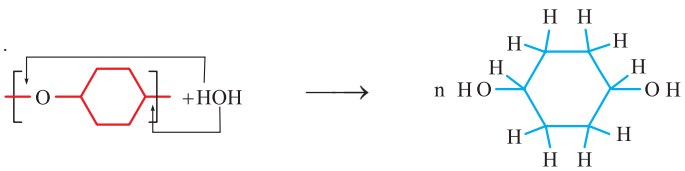
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد (الف)، (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) با اضافه‌کردن آب به آن مطابق واکنش زیر، مونومر آن تولید می‌شود:



همان‌طور که مشاهده می‌*فرمایید*، فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ این پلیمر، به صورت $C_6H_{12}O_2$ می‌باشد.

ب) پلی‌استرها دارای گروه عاملی  هستند که در این ترکیب مشاهده نمی‌شود.

پ) رازیانه و این پلیمر، هر دو دارای گروه عاملی اتری هستند.

ت) چون در تشکیل این پلیمر، آب تشکیل می‌شود، جرم پلیمر حاصل از مجموع جرم مونومرهای سازندهٔ آن، کم‌تر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir