آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پنجم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	تاریخ برگزاری: ۰۴/مهر/۱۴۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۵-۱۴۰۴

۱- دوره دروس پایه دهم
۲- دوره دروس پایه یازدهم
۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۲۰ تیر	دوم ۳ مرداد	سوم ۲۴ مرداد	چهارم ۱۴ شهریور	پنجم ۴ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	✓	✓	-

- با توجه به موارد فوق دفتر چه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.
- هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون مرحله پنجم (همین دفتر چه‌ای که در دست دارید) آزمون جمع بندی دروس پایه است.
- تمامی سر فصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ سوگند روشنی ـ علی شهرابی ـ محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه کارشناس علمی: فرشاد حسن‌زاده	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ حمید گلزاری ـ صبا مهدوی ـ حسین هاشمی‌طاهری کارشناس علمی: مریم نظری	حمید گلزاری
آمار و احتمال	طراحان: مصطفی دیداری ـ علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ سروش موئینی کارشناس علمی: فرزانه خاکپاش	مصطفی دیداری
فیزیک	طراحان: رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی کارشناس علمی: امین امینی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: علی رفیعی ـ یاسر عبداللهی ـ امیر قاسمی‌پور ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ امیرحسین مسلمی ـ سیدعلی ناظمی عرفان نریمانی ـ مرتضی نصیرزاده کارشناس علمی: محمدمهدی کریمیان	یاسر عبداللهی ـ مرتضی نصیرزاده

سرپرست محتوای آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفتر چه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پایه دهم

چنان چه پایهٔ دهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	بودجه‌بندی دروس
حسابان و ریاضیات پایه	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	ریاضی (۱) فصل ۱ تا ۵ صفحهٔ ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	هندسه (۱) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فیزیک (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۱۵	۵۱	۶۵	۲۰ دقیقه	شیمی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۱۰۰ دقیقه	–

آزمون آزمایشی خیلی سبز – رشته ریاضی

پایه دوازدهم – مرحله پنجم – ۴ مهر ۱۴۰۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضی دهم

۱- اگر $A=\{x\in R\mid -۳\le x\le ۱\}$ و $y=|t+۳|-|t-۱|;t\in A'$ باشد، مجموع مقادیری که y می‌تواند بپذیرد، کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) صفر ۴) ۲

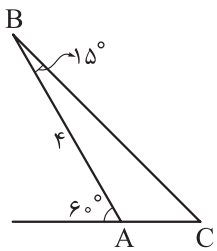
۲- تعداد اعضای مجموعه‌های غیرتهی $A\cap B$، $A-B$، $B-A$ و $(A\cup B)'$ در مجموعهٔ مرجع U با همین ترتیب تشکیل دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دهند. اگر $n(U)\le ۲۰۰$ باشد، تعداد اعضای مجموعهٔ $A\cap B$ چند عدد مختلف می‌تواند باشد؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۳- a_n جملهٔ nام یک دنبالهٔ حسابی غیرثابت است. اگر $\frac{۱}{۲}a_۳, a_۶, ۲a_{۱۰}$ با همین ترتیب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، مقدار m در تساوی $a_m = ۲a_۵$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۹

۴- در شکل زیر محیط مثلث کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۲}+۲$

۲) $۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۳}+۲$

۳) $\sqrt{۶}+\sqrt{۲}+۴$

۴) $\sqrt{۶}+\sqrt{۳}+۴$

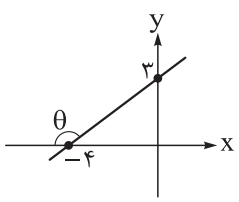
۵- اگر $\frac{\sin x}{۱+\cos x}=۲$ باشد، حاصل $\sin^۳ x-\cos^۳ x$ کدام است؟

۱) ۰/۷۲۹ ۲) ۰/۷۲۸ ۳) ۰/۷۲۵ ۴) ۰/۷۲۴

۶- حاصل عبارت $A=\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{۱}{۱+\cot ۲^\circ}+\cdots+\frac{۱}{۱+\cot ۸۹^\circ}$ کدام است؟

۱) ۴۴ ۲) ۴۴/۵ ۳) ۴۵ ۴) ۴۵/۵

۷- با توجه به نمودار مقابل، مقدار $\sin(\theta-\frac{\pi}{۲})$ کدام است؟



۱) $-\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸- اگر اعداد $x+۴۴$ و $x-۴۵$ مربع کامل باشند، مجموع ارقام عدد طبیعی x کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۹- اگر در تساوی $\frac{m}{n}=(\frac{۱}{۷۱}+\frac{۱}{۷۰}+\cdots+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲})(\frac{۱}{۷۲}+\cdots+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲})-(۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۷۱})(۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۷۲})$، اعداد طبیعی m و n نسبت به هم اول باشند، حاصل $m+n$ کدام است؟

۱) ۷۱ ۲) ۷۲ ۳) ۷۳ ۴) ۷۴

۱۰- معادلهٔ $x^۲+\frac{۱}{x^۲}=x+\frac{۱}{x}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) صفر

۱۱- اگر محور تقارن سهمی $(m+۲)x^۲+(۲m-۳)x+(۱-m)y=۶$ خط $x=-\frac{۳}{۱۰}$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

۱) $-\frac{۱۲۹}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱۱۷}{۸۰}$ ۳) $\frac{۲۰۱}{۴۰}$ ۴) $-\frac{۵۷}{۸۰}$

۱۲- رأس سهمی $y=g(x)$ بر رأس سهمی $f(x)=x^۲-۴x-۳$ منطبق است. اگر سهمی $y=g(x)$ محور y را در نقطه‌ای به عرض -۳ قطع کند، طول نقطهٔ دیگر برخورد این سهمی با خط $y=-۳$ برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۳- اگر جدول تعیین علامت تشکیل‌شده برای حل نامعادلهٔ $\frac{۳x^۲-۲x+۳}{x^۲+x+b^۲+۱}<a$ به صورت زیر باشد، حاصل $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

x	$-\infty$		$-\frac{۳}{۵}$		$+\infty$
		$+$	۰	$-$	

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۵ ۴) -۵

۱۴- فرض کنید $f(\sin\alpha+\sqrt{۱+\sin^۲\alpha})=\sqrt{۱+\sin^۲\alpha}-\sin\alpha$ باشد. اگر $f(\frac{۱}{۲})+f(\frac{۲}{۳})+f(m)=۴/۷$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۵- اگر $f(x)=(ax+۱)(b-۳x)+۶x^۲$ ضابطهٔ یک تابع ثابت باشد، مساحت سطح محصور به نمودار تابع $g(x)=-bx+۱$ و محورهای مختصات کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

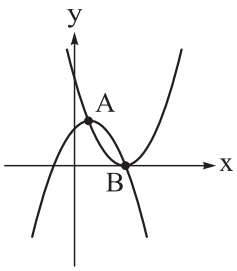
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- اگر برد تابع $f(x)=a-(x-b)^2$ بازهٔ $(-\infty,4]$ باشد و نمودار آن نیز از نقطهٔ $(2,3)$ عبور کند، برد تابع $g(x)=|x-a|-\frac{b}{3}$ کدام است؟ $(b>1)$

۱) $[1,+\infty)$
۲) $[-1,+\infty)$
۳) $[3,+\infty)$
۴) $[-3,+\infty)$

۱۷- در شکل زیر نقاط A و B رئوس سهمی‌ها هستند. اگر معادلهٔ سهمی‌ها $y=-2x^2+4x+6$ و $y=ax^2+bx+c$ باشد، حاصل $a-b+c$ کدام است؟



۱) ۳۲
۲) ۳۰
۳) ۳۴
۴) ۲۸

۱۸- با استفاده از ارقام ۸، ۷، ۵، ۳، ۲، ۰ چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز و بزرگ‌تر از ۳۵۰۰ می‌توان ساخت؟

۱) ۲۰۴
۲) ۱۹۲
۳) ۲۱۶
۴) ۱۸۰

۱۹- با حروف کلمهٔ SABZ چند کلمهٔ ده‌حرفی می‌توان ساخت که دو حرف S و B مجاور نباشند، دو حرف A و Z هم مجاور نباشند و هیچ دو حرف مجاوری هم یکسان نباشد؟

۱) 2^{10}
۲) 2^{11}
۳) 2^{12}
۴) 2^{14}

۲۰- از مجموعهٔ $\{1,2,3,...,10\}$ سه عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع ۳ عدد انتخاب‌شده بر ۳ بخش‌پذیر است؟

۱) ۰/۳
۲) ۰/۳۵
۳) ۰/۵۵
۴) ۰/۶۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هندسه دهم

۲۱- از دوران یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه، حول ضلع عمود بر قاعده‌های آن، چه شکلی ایجاد می‌شود؟

۱) یک استوانه و یک مخروط قائم که در قاعده مشترک‌اند.
۲) دو مخروط قائم که در قاعده مشترک‌اند.
۳) یک استوانه که مخروط قائمی از آن جدا شده است.
۴) یک مخروط قائم که مخروط قائم دیگری از آن جدا شده است.

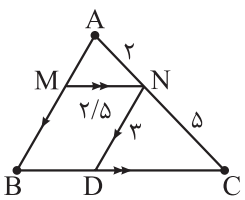
۲۲- چند لوزی با محیط ۱۶ می‌توان رسم کرد که قطر بزرگ آن دو برابر قطر کوچک باشد؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) بی‌شمار

۲۳- در مثلث متساوی‌الساقین ABC، دو ضلع AB و AC با هم برابرند و عمودمنصف ضلع AB، ضلع AC را در نقطهٔ P قطع می‌کند. اگر $A\hat{B}C = B\hat{P}C$، آن‌گاه زاویهٔ حادهٔ A چند درجه است؟

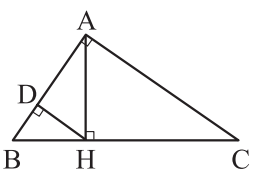
۱) ۳۶ ۲) ۳۰ ۳) ۲۴ ۴) ۴۲

۲۴- اگر در شکل مقابل MN || BC و ND || AB باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



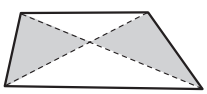
۱) ۱۸ / ۴۵
۲) ۱۹ / ۴۵
۳) ۱۸ / ۹۵
۴) ۱۹ / ۹۵

۲۵- در شکل زیر با فرض AB = ۳ و AC = ۴، نسبت محیط مثلث BDH به محیط مثلث ABC کدام است؟



۱) ۰ / ۲۷
۲) ۰ / ۳۶
۳) ۰ / ۳
۴) ۰ / ۴

۲۶- در شکل زیر، نسبت قاعده‌های ذوزنقه ۲ به ۳ است. مساحت قسمت رنگ‌شده چند درصد مساحت ذوزنقه است؟



۱) ۳۶ ۲) ۴۰
۳) ۴۸ ۴) ۵۲

۲۷- نقطهٔ A، یکی از رأس‌های یک پانزده‌ضلعی محدب است. چه تعداد از قطرهای این پانزده‌ضلعی، از رأس A نمی‌گذرند؟

۱) ۷۸ ۲) ۷۷ ۳) ۷۶ ۴) ۷۵

۲۸- در یک مستطیل به اضلاع ۲ و ۵ از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی، چهارضلعی ABCD و از وصل‌کردن وسط‌های اضلاع، چهارضلعی MNOP حاصل می‌شود. مساحت ABCD چند برابر مساحت MNOP است؟

۱) $\frac{۹}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱۰}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

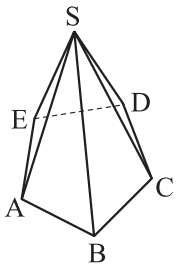
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۹- در مثلثی به طول اضلاع ۱۳، ۱۳ و ۱۰، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه از نزدیک‌ترین ضلع، کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۴۰}{۱۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) ۳

۳۰- در هرم شکل مقابل، یال DE با چند یال از این هرم، متنافر است؟



۱) یک

۲) دو

۳) سه

۴) چهار

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک دهم

۳۱- ارتفاع هواپیمایی که در فاصلهٔ ۳۰۰۰۰ پا (فوت) از سطح آزاد دریاها در حال پرواز است، برحسب کیلومتر کدام است؟ (۱ in = ۲/۵ cm , ۱ ft = ۱۲ in)

۱) ۳/۶ ۲) ۹ ۳) ۳۶ ۴) ۹۰

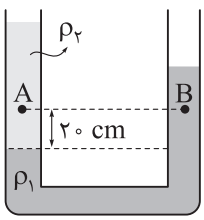
۳۲- شعاع کره‌ای توپر، ۲ برابر شعاع سطح مقطع یک مخروط توپر و جرم کره، ۴ برابر جرم مخروط است. اگر چگالی کره، ۲ برابر چگالی مخروط باشد، ارتفاع مخروط چند برابر شعاع سطح مقطع آن است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

۳۳- یک زیردریایی در عمق ۸متری دریا در حال حرکت است. اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح خارجی پنجرهٔ این زیردریایی که دایره‌ای به قطر ۱ m است، برابر چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ N/kg$، چگالی آب دریا $۱ g/cm^۳$ و فشار هوا ۱ bar است.)

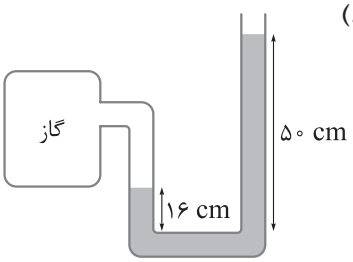
۱) $۴/۵\pi \times ۱۰^۴$ ۲) $۲/۲۵\pi \times ۱۰^۴$ ۳) $۸\pi \times ۱۰^۴$ ۴) $۹\pi \times ۱۰^۴$

۳۴- دو مایع به چگالی‌های $\rho_۱ = ۱ g/cm^۳$ و $\rho_۲ = ۰/۸ g/cm^۳$ در لولهٔ Uشکل زیر در تعادل هستند. اگر فشار دو نقطهٔ A و B به ترتیب برابر P_A و P_B باشد، $P_A - P_B$ برابر چند کیلوپاسکال است؟ ($g = ۱۰ N/kg$)



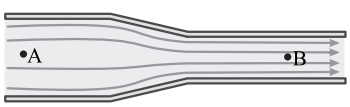
۱) ۰/۴
۲) −۰/۴
۳) ۰/۸
۴) −۰/۸

۳۵- در شکل زیر، اگر فشار گاز درون مخزن ۸۰ cmHg و فشار هوا ۱۰۲ kPa باشد، چگالی مایع درون لوله چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = ۱۰ N/kg$ و چگالی جیوه $۱۳/۶ g/cm^۳$ است.)



۱) ۰/۸
۲) ۱
۳) ۱/۸
۴) ۲

۳۶- در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لولهٔ افقی جاری است. اگر قطر مقطع بخش A دو برابر قطر مقطع بخش B باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



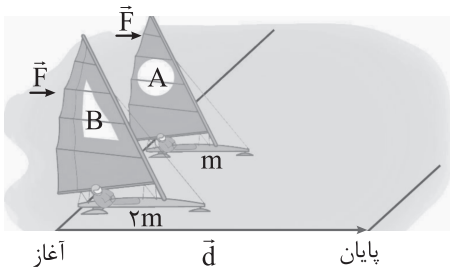
الف) تندی آب در بخش B، ۲ برابر تندی آب در بخش A است.
ب) تندی آب در بخش B، ۴ برابر تندی آب در بخش A است.
پ) آهنگ شارش آب در بخش B، ۴ برابر آهنگ شارش آب در بخش A است.
ت) فشار آب در بخش A، بیشتر از فشار آب در بخش B است.

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷- در شکل زیر، دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخزدهٔ A و B، دارای جرم‌های m و ۲m روی دریاچهٔ افقی بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت، یکسان و افقی $\vec{F}$ با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی $\vec{d}$، از خط پایان می‌گذرند. به ترتیب از راست به چپ، تندی و انرژی جنبشی قایق A در لحظهٔ عبور از خط پایان، چند برابر تندی و انرژی جنبشی قایق B در لحظهٔ عبور از خط پایان است؟



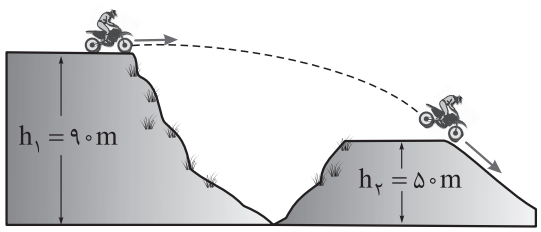
۱) ۱ ،۲

۲) $\frac{۱}{۲}$ ،۲

۳) ۱ ،$\sqrt{۲}$

۴) $\frac{۱}{۲}$ ،$\sqrt{۲}$

۳۸- در شکل زیر، جرم موتورسوار با موتورش ۱۵۰ kg است. این موتورسوار، پرشی با تندی اولیهٔ $v_۱ = ۱۰\ m/s$ انجام می‌دهد و با تندی $v_۲$ روی تپهٔ بعدی فرود می‌آید. به ترتیب از راست به چپ، $v_۲$ چند متر بر ثانیه است و در این جابه‌جایی کار نیروی وزن چند کیلوژول است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



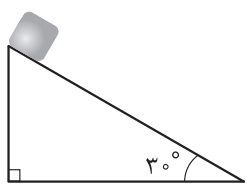
۱) ۶ ،۲۰$\sqrt{۲}$

۲) ۶۰ ،۲۰$\sqrt{۲}$

۳) ۶ ،۳۰

۴) ۶۰ ،۳۰

۳۹- در شکل زیر، جسمی به جرم ۴ kg از بالای سطح شیبداری به طول ۴ m رها می‌شود و با تندی ۵ m/s به پایین سطح شیبدار می‌رسد. اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم، با فرض ثابت‌بودن، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$)



۱) ۷/۵

۲) ۱۵

۳) ۲۲/۵

۴) ۲۷/۵

۴۰- پمپی با بازده ۳۴ درصد، در هر دقیقه $۵۰\ m^۳$ نفت را با تندی ثابت از عمق ۶۰۰ متری سطح زمین تا سطح زمین بالا می‌آورد. توان ورودی این پمپ چند مگاوات است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ و چگالی نفت $۰/۸۵\ g/cm^۳$ است.)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۷۵ ۳) ۱۲۵ ۴) ۷۵۰

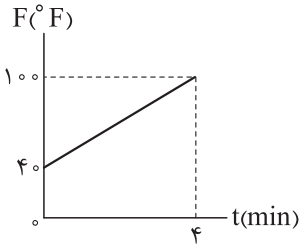
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- یک بزرگراه از بخش‌های بتونی به طول $25\ m$ ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای $-10\ ^\circ C$، بتون‌ریزی و عمل آورده شده‌اند. برای جلوگیری از تاب‌برداشتن بتون در دمای $50\ ^\circ C$، مهندسان باید فاصلهٔ چند سانتی‌متری را بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟ $(\alpha_{\text{بتون}} = 14\times10^{-6}\ K^{-1})$

۱) ۱/۴ ۲) ۲/۱ ۳) ۱۴ ۴) ۲۱

۴۲- یک گرمکن ۲۵۰واتی به طور کامل درون $3\ kg$ از مایعی قرار دارد. اگر نمودار دمای این مایع برحسب زمان به شکل زیر باشد، گرمای ویژهٔ آن در SI کدام است؟



۱) ۶۰۰
۲) ۱۰۸۰
۳) ۱۸۰
۴) ۳۲۴۰

۴۳- چند کیلوژول گرما لازم است تا $600\ g$ آب با دمای $30\ ^\circ C$ در فشار $1\ atm$، به جوش آمده و $\frac{1}{3}$ از آن تبخیر شود؟ $(c = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$، $L_V = 2256\ J/g$ و تبخیر سطحی ناچیز است.)

۱) ۴۵/۱۲ ۲) ۶۲/۷۶ ۳) ۴۵۱/۲ ۴) ۶۲۷/۶

۴۴- $100\ g$ آب درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $980\ J/^\circ C$ وجود دارد و دمای مجموعه $0\ ^\circ C$ است. قطعهٔ فلزی به جرم $500\ g$ و دمای $80\ ^\circ C$ را در گرماسنج قرار می‌دهیم. پس از ایجاد تعادل گرمایی، دمای مجموعه به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ (گرمای ویژهٔ آب و فلز به ترتیب $4200\ \frac{J}{kg.K}$ و $400\ \frac{J}{kg.K}$ است و مجموعه با محیط، گرما مبادله نمی‌کند.)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۴۵- در کدام مورد، سازوکار انتقال گرما با سایر موارد متفاوت است؟

۱) گرم‌شدن آب درون قابلمهٔ روی شعله
۲) گرم‌شدن هوای داخل اتاق توسط بخاری
۳) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن
۴) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها

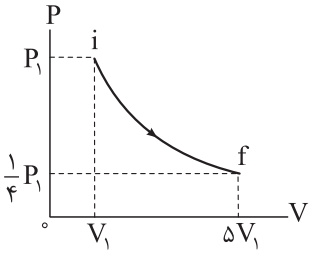
۴۶- فشار پیمانه‌ای مقدار معینی گاز کامل برابر $2\ atm$ است. اگر در طی فرایندی در فشار ثابت، حجم گاز $5\ L$ کاهش یابد، کار انجام‌شده توسط گاز در این فرایند چند کیلوژول است؟ $(P_0 = 1\ atm = 10^5\ Pa)$

۱) ۱ ۲) −۱ ۳) ۱/۵ ۴) −۱/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷- نمودار $P-V$ مقدار معینی گاز کامل که در طی فرایندی ایستاوار از حالت i به حالت f می‌رود، به شکل زیر است. کدام مورد دربارهٔ این فرایند الزاماً درست است؟



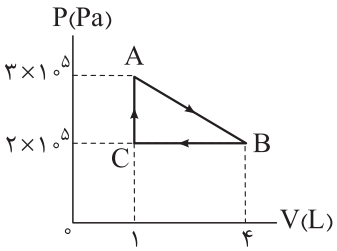
۱) این فرایند، هم‌دما است.

۲) این فرایند، بی‌دررو است.

۳) در این فرایند، گاز گرما دریافت کرده است.

۴) در این فرایند، گاز گرما از دست داده است.

۴۸- نمودار $P-V$ مقدار معینی گاز کامل، در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در نقطهٔ A برابر ۶۰۰ J باشد، به ترتیب از راست به چپ، گرمای دریافتی گاز در فرایند AB و کار انجام‌شده روی گاز در چرخه، چند ژول است؟



۱) ۱۵۰ ،۲۵۰

۲) −۱۵۰ ،۲۵۰

۳) ۱۵۰ ،۱۷۵۰

۴) −۱۵۰ ،۱۷۵۰

۴۹- در چرخهٔ ماشین بنزینی، کدام فرایندها، فرایند بی‌دررو در نظر گرفته می‌شوند؟

۱) ضربهٔ مکش، ضربهٔ خروج گاز

۲) ضربهٔ مکش، ضربهٔ قدرت

۳) ضربهٔ تراکم، ضربهٔ خروج گاز

۴) ضربهٔ تراکم، ضربهٔ قدرت

۵۰- یک ماشین گرمایی درون‌سوز، در هر چرخه ۸ kJ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و ۲ kJ کار تحویل می‌دهد. اگر ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را بپیماید، به ترتیب توان ماشین برحسب کیلووات و بازدهٔ ماشین کدام است؟

۱) ۰/۲، ۵۰

۲) ۰/۲، ۸۰

۳) ۰/۲۵، ۵۰

۴) ۰/۲۵، ۸۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی دهم

۵۱- کدام مورد درست است؟

۱) همهٔ ایزوتوپ‌های طبیعی اورانیم، به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌روند.

۲) پاسخ‌دادن به این سؤال که «پدیده‌های طبیعی چرا و چگونه رخ می‌دهند؟» با کمک علم تجربی امکان‌پذیر است.

۳) با انجام واکنش‌های هسته‌ای در ستاره‌ها، عنصرهای سبک از عنصرهای سنگین پدید می‌آیند.

۴) یک نمونهٔ طبیعی از عنصر هیدروژن، فاقد ایزوتوپ پرتوزا است.

۵۲- عنصر لوتسیم $({}^{175}_{71}Lu)$، متعلق به کدام دسته از جدول دوره‌ای است و اگر عنصر A^{137} با لوتسیم هم‌دوره و در خانهٔ مجاور و قبل از آن قرار گرفته باشد، تفاوت شمار نوترون‌های این دو اتم کدام است؟

۱) ۳۷ ،d ۲) ۲۳ ،p ۳) ۳۷ ،p ۴) ۲۳ ،d

۵۳- جرم اتمی میانگین عنصر A دارای ایزوتوپ‌های A^{20} و A^{24}، برابر ۲۳/۲ amu است. به منظور غنی‌سازی ایزوتوپ سبک‌تر، مقداری از ایزوتوپ‌های سنگین‌تر را از مخلوط خارج می‌کنیم. به تقریب چند درصد از این ایزوتوپ‌ها باید خارج شوند تا جرم اتمی میانگین ۱/۶ واحد تغییر کند؟ (جرم هر پروتون و نوترون را به تقریب ۱ amu فرض کنید.)

۱) ۸۳ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۳۳

۵۴- اگر مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم یک عنصر از گروه ۱۷ برابر ۲۶ باشد، کدام گزینه درست است؟

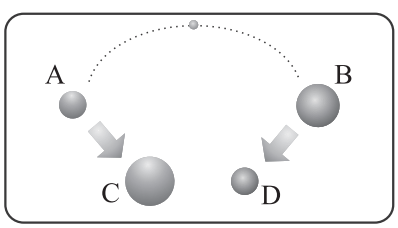
۱) در اتم این عنصر، ۱۳ الکترون با $l=1$ وجود دارد.

۲) گازی بی‌رنگ است که برای ضدعفونی‌کردن محیط کاربرد دارد.

۳) عدد اتمی آن، ۴/۲۵ برابر عدد اتمی اولین عنصر گروه دوم جدول است.

۴) با هیدروژن، یک ترکیب یونی به فرم HX تشکیل می‌دهد.

۵۵- با توجه به شکل زیر که واکنش بین سدیم و کلر و تشکیل سدیم کلرید را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟



۱) A و B به ترتیب سدیم و کلر و جهت حرکت الکترون از A به سمت B است.

۲) با دادوستد الکترون، A و B به ترتیب به آرایش گاز نجیب قبل و بعد از خود می‌رسند.

۳) نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی فرعی $l=0$ در D به شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی فرعی $l=1$ در C، برابر ۰/۲۵ است.

۴) نسبت مجموع اعداد کوانتومی فرعی الکترون‌های آخرین لایهٔ اشغال‌شدهٔ D به مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ اشغال‌شدهٔ C، برابر $\frac{1}{4}$ است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶- کدام مورد درست است؟

۱) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، نسبت جرم به حجم هوا کاهش می‌یابد.

۲) تغییرات فشار در هواکره را می‌توان دلیلی بر لایه‌ای‌بودن آن دانست.

۳) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌های گازی که برای سردکردن قطعات الکترونیکی دستگاه MRI استفاده می‌شود، مشابه با این آرایش در اتم عنصرهای گروه دوم جدول است.

۴) اوزون استراتوسفری از واکنش گازهای O_2 و NO_2 حاصل می‌شود.

۵۷- معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن کامل ترکیبی با فرمول $C_xH_{18}N_2O_y$ به صورت زیر است. نسبت جرم کربن به اکسیژن در این ترکیب کدام است؟ $(C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

$$2C_xH_{18}N_2O_y + 31O_2 \rightarrow 24CO_2 + 18H_2O + 2N_2$$

۱) ۳ ۲) ۴/۵ ۳) ۶ ۴) ۹

۵۸- شمار نوترون‌های موجود در ۰/۲ مول از یون XO_3^q برابر ۱۳/۸ مول است. اگر جرم مولی این یون برابر ۱۲۸ گرم باشد، نسبت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار این یون به q، کدام است؟ (در ساختار لوویس XO_3^q، همهٔ پیوندها یگانه هستند و همهٔ اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند.)

۱) ۳ ۲) -3 ۳) ۲ ۴) -2

۵۹- کدام مورد درست است؟

۱) اکسید فلزهای گروه اول برخلاف اکسیدهای عنصرهای گروه ۱۶، خاصیت اسیدی داشته و رنگ کاغذ pH را به رنگ قرمز درمی‌آورند.

۲) میل ترکیبی هموگلوبین به کربن مونواکسید، حدود ۲۰ برابر اکسیژن است.

۳) اگر واکنش $2NaNO_3(s) \rightarrow 2NaNO_2(s) + O_2(g)$، در ظرف دربسته انجام شود، جرم مخلوط واکنش در طی انجام واکنش به اندازهٔ جرم اکسیژن تولیدی کاسته می‌شود.

۴) به ازای تولید برق یکسان، مقایسهٔ میزان کربن دی‌اکسید تولیدشده از منابع مختلف به صورت «نفت خام > انرژی خورشیدی > گرمای زمین > باد» است.

۶۰- با توجه به واکنش‌های زیر که در دو ظرف دربستهٔ جداگانه (با حجم یکسان) به طور کامل انجام می‌شوند، اگر بعد از اتمام واکنش‌ها، فشار واردشده به دیوارهٔ هر دو ظرف برابر شد، جرم گاز اکسیژن مصرف‌شده در واکنش (۲)، چند برابر جرم این گاز در واکنش (۱) است؟ (دمای هر دو ظرف در موقع اندازه‌گیری فشار برابر است.)

۱) $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$ **(معادله موازنه شود.)**

۲) $NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱- در چه تعداد از موارد زیر، فرمول شیمیایی و نام ارائه‌شده با یکدیگر مطابقت دارد؟

الف) آمونیوم سولفید: NH_4S

ب) روی نیترات: Zn_2NO_3

پ) اسکاندیم (III) فسفید: ScP

ت) آلومینیم کربنات: $Al_2(CO_2)_3$

ث) گالیم کلرید: $GaCl_2$

ج) کبالت (III) سولفات: $CO_2(SO_4)_3$

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۶۲- مقداری اتانول به ۲۵۲ میلی‌لیتر آب اضافه می‌شود تا محلول ۴۰ درصد جرمی اتانول در آب به دست آید. با فرض این‌که حجم محلول با مجموع حجم دو ماده برابر باشد، حداقل چند میلی‌لیتر دیگر اتانول باید به محلول اضافه شود تا طبق تعریف حلال، جای حلال و حل‌شونده در محلول عوض شود؟ (چگالی آب و اتانول به ترتیب ۱ و ۰/۸ گرم بر میلی‌لیتر است و $H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

۱) ۶۸۰ ۲) ۶۰۵ ۳) ۵۹۶ ۴) ۴۴۸

۶۳- انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای $40^\circ C$ به تقریب سه برابر انحلال‌پذیری آن در دمای $10^\circ C$ است. اگر ۲۰۰ گرم از محلول سیرشدهٔ این نمک را از دمای $40^\circ C$ تا $10^\circ C$ سرد کنیم، ۵۰ گرم رسوب تشکیل می‌شود. انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای $40^\circ C$، چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

۶۴- کدام مورد درست است؟

۱) با افزایش دما، مخلوط ناهمگن یخ در آب، به مخلوط همگن تبدیل می‌شود.

۲) اگر ۲۵ گرم نمک پتاسیم نیترات را به مقداری آب با دمای $20^\circ C$ اضافه کنیم، بعد از انحلال کامل، دمای محلول بالاتر از $20^\circ C$ خواهد شد.

۳) اگر در دمای اتاق، مادهٔ A در آب نامحلول باشد، به یقین در تینر حل می‌شود.

۴) با افزایش دما (بدون تغییر مقدار آب)، محلول سیرشدهٔ پتاسیم کلرید به محلول سیرنشدهٔ آن تبدیل می‌شود.

۶۵- کدام مورد، مفهوم علمی جملهٔ زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«با n برابرشدن ..... ، ..... به ..... برابر مقدار اولیه می‌رسد.»

۱) دمای آب ـ انحلال‌پذیری گاز O_2 ـ $\frac{1}{n}$

۲) فشار گاز CO ـ انحلال‌پذیری آن ـ n

۳) دمای آب ـ انحلال‌پذیری نمک KCl ـ n

۴) فشار گاز N_2 ـ انحلال‌پذیری آن ـ $\frac{1}{n}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز – رشته ریاضی

پایه دوازدهم – مرحله پنجم – ۴ مهر ۱۴۰۲

پایه یازدهم

چنان‌چه پایهٔ یازدهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	بودجه‌بندی دروس
حسابان و ریاضیات پایه	۱۰	۶۶	۷۵	۱۵ دقیقه	حسابان (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱
هندسه	۱۰	۷۶	۸۵	۲۰ دقیقه	هندسه (۲) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵
آمار و احتمال	۱۰	۸۶	۹۵	۲۰ دقیقه	آمار و احتمال کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱ ریاضی (۱) فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰
فیزیک	۲۰	۹۶	۱۱۵	۳۰ دقیقه	فیزیک (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰
شیمی	۱۵	۱۱۶	۱۳۰	۲۰ دقیقه	شیمی (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳
مجموع	۶۵ سؤال			۱۰۵ دقیقه	–

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حسابان یازدهم

۶۶- طول دو ضلع قائم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ هستند. طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt{۷}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۷}}$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

۶۷- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\frac{x}{x^۲ - ۲x + ۱} + \frac{۲x}{(x-۱)^۲} = ۱$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۶۸- اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = \frac{۶}{|x-۱| + |x-a|}$ برابر ۲ باشد، برد تابع $g(x) = \sqrt{|x-a| - |x+۵|}$ شامل چند عدد صحیح است؟ $(a > ۱)$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۶۹- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ + ax & ; \ x > ۲ \\ ۱ - ax & ; \ x \le ۲ \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد، چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۷۰- اگر $f(x) = \sqrt{۴ - x^۲}$ باشد، با انتخاب کدام ضابطه برای تابع g، برد تابع $y = (f+g)(x)$ تک‌عضوی است؟

۱) $g(x) = ۳$ ۲) $g(x) = f(-x)$

۳) $g(x) = \sqrt{x^۲ - ۴}$ ۴) $g(x) = x - \sqrt{x^۲ - ۴}$

۷۱- در بازهٔ $[\alpha, \beta]$ نمودار تابع $f(x) = ۲^{\sqrt{x}}$ بالاتر از نیمساز ناحیهٔ اول قرار ندارد. بیشترین مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۲

۷۲- اگر دامنهٔ تابع $f(x) = \log_۲(ax+b)$ بازهٔ $(-\frac{۳}{۲}, +\infty)$ و $f^{-۱}(۲) = ۳$ باشد، مقدار $f(\frac{۳}{۴})$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۱/۲۵

۷۳- اگر $\tan x = ۰/۵$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{۷\pi}{۲} + x) - \cos(x - \frac{۱۱\pi}{۲})}{\sin(x-\pi) + \cos^۲(۲x - \frac{۷\pi}{۲}) \times \sin(\frac{\pi}{۲} - x)}$ کدام است؟ $(\pi < x < \frac{۳\pi}{۲})$

۱) $\frac{۲۵}{۷}$ ۲) $-\frac{۲۵}{۷}$ ۳) $\frac{۵}{۲۴}$ ۴) $-\frac{۵}{۲۴}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- اگر عبارت $P(x)=\sin^{۴}x+\cos^{۴}x+\sin^{۶}x+\cos^{۶}x$ را به صورت $A+B\cos Cx$ بنویسیم، مقدار $ABC^{۲}$ کدام است؟

۱) ۱۳/۲۵ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۳/۷۵ ۴) ۱۴

۷۵- اگر $\lim\limits_{a\to b}\frac{a^{۲}-b^{۲}}{a^{۳}-b^{۳}}=۲$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

محل انجام محاسبات

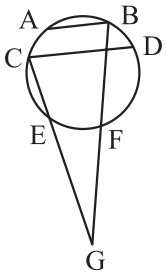
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هندسه یازدهم

۷۶- کدام گزاره درست نیست؟

۱) در هر دایره، طول یک کمان برابر با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل آن کمان است.
۲) دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ و طول خط‌المرکزین ۲، مماس‌درون هستند.
۳) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.
۴) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

۷۷- مطابق شکل طول وتر AB با شعاع دایره برابر است و این وتر با CD موازی است. اگر اندازهٔ کمان‌های AC و CE و زاویهٔ G با هم برابر و هر سه نصف اندازهٔ کمان EF باشند، اندازهٔ کمان DF چند درجه است؟

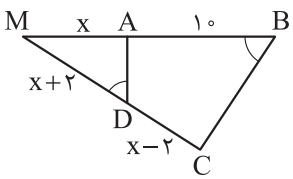


۱) ۱۸۵
۲) ۱۹۰
۳) ۱۹۵
۴) ۲۰۰

۷۸- زاویهٔ بین مماس‌های مشترک دو دایرهٔ متقاطع به شعاع‌های ۲ و ۵، برابر ۶۰° است. طول مماسی که از مرکز دایرهٔ بزرگ بر دایرهٔ کوچک رسم می‌شود، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۶}$ ۲) $۴\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۷}$

۷۹- در شکل زیر $AM = x$، $AB = ۱۰$، $MD = x + ۲$ و $CD = x - ۲$ است. اگر $A\hat{D}M = \hat{B}$ باشد، مقدار x کدام است؟

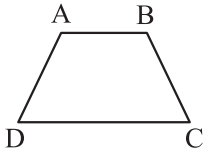


۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۸۰- دو خط D و L در نقطهٔ O متقاطع‌اند و α زاویهٔ بین آن‌ها است به طوری که $\tan\alpha = \frac{۷}{۲۴}$. اگر A' تصویر نقطهٔ A واقع بر خط D در بازتاب نسبت به خط L باشد، آن‌گاه نسبت فاصلهٔ A' از خط D به محیط مثلث AOA' کدام است؟

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۰/۲۱ ۴) ۰/۲

۸۱- در شکل زیر ذوزنقهٔ ABCD متساوی‌الساقین، $AB = ۲$، $CD = ۳$ و ارتفاع ذوزنقه برابر ۴ است. اگر پاره‌خط CD مجانس مستقیم AB باشد، فاصلهٔ مرکز تجانس از AB کدام است؟

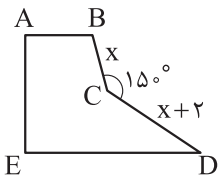


۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

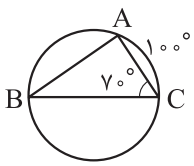
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- در شکل زیر، بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط چندضلعی، مساحت آن را به کمک بازتاب تا حد ممکن افزایش می‌دهیم. اگر میزان افزایش مساحت ۲۴ واحد مربع باشد، آن‌گاه مقدار x کدام است؟



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

۸۳- مطابق شکل، اگر شعاع دایره $R = ۳$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟



۱) ۶
۲) $۳\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۶}$
۴) ۵

۸۴- در مثلث ABC به طول اضلاع a، b و c، اگر $b^۲ - a^۲ = \frac{c^۲}{۲}$ باشد، آن‌گاه طول میانهٔ وارد بر ضلع به طول c کدام است؟

۱) a
۲) b
۳) $\frac{a}{۲}$
۴) $\frac{b}{۲}$

۸۵- طول اضلاع مثلثی ۳، ۳/۵ و ۴ است. طول نیمساز داخلی نظیر زاویهٔ متوسط این مثلث کدام است؟

۱) ۲/۵
۲) $\sqrt{۷}$
۳) ۳
۴) $۲\sqrt{۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آمار و احتمال

۸۶- کدام گزاره درست است؟

۱) $(\forall x \in \mathbb{R}\ ;\ x \le x^{۲}) \vee (\forall x \in \mathbb{R}\ ;\ x \ge \frac{۱}{x})$

۲) $(\exists x \in \mathbb{R}\ ;\ x \le x^{۲}) \Leftrightarrow (\forall x \in \mathbb{R}\ ;\ x \ge \frac{۱}{x})$

۳) $(\forall x \in \mathbb{R}\ ;\ x \le x^{۲}) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R}\ ;\ x \ge \frac{۱}{x})$

۴) $(\forall x \in \mathbb{R}\ ;\ x \le x^{۲}) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}\ ;\ x \ge \frac{۱}{x})$

۸۷- مجموعهٔ توانی مجموعهٔ $A = \{۱, ۲, \{۱, ۲\}\}$، چند زیرمجموعه دارد؟

۱) ۶۴ ۲) ۲۵۵ ۳) ۶۳ ۴) ۲۵۶

۸۸- مجموعه‌های X و Y به صورت $X = (A - B)' - (A - B')$ و $Y = A' \cap B$ تعریف شده‌اند. اگر گزارهٔ $\forall (x,y)\ ;\ ((x,y) \in X \times Y \Rightarrow (x,y) \in Y \times X)$ درست باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $A \subseteq B$ ۲) $B \subseteq A$

۳) $B' \subseteq A$ ۴) $A \subseteq B'$

۸۹- گزاره‌های p و q هر کدام با احتمال $\frac{۱}{۲}$ درست هستند. با کدام احتمال گزارهٔ $(p \Leftrightarrow q) \vee (p \Rightarrow \sim q) \sim$ درست است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۱

۹۰- ۵ نفر در یک مسابقهٔ دو شرکت کرده‌اند.

S	a	b	c	d	e
احتمال	P(a)	P(b)	P(c)	P(d)	P(e)

احتمال برد افراد از چپ به راست، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهد. اگر $P(e) = ۲P(b)$ باشد، حاصل $P(\{a,c,e\} \mid \{c,d,e\})$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۱۵}$

۹۱- کیسه‌ای دارای ۳ مهرهٔ قرمز، ۲ مهرهٔ زرد و ۴ مهرهٔ آبی است. ۳ مهره به ترتیب و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهرهٔ دوم زرد نیست، ولی مهرهٔ سوم زرد است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۳۶}$ ۳) $\frac{۷}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱۴}{۸۱}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲- نمرات دانش‌آموزی در آزمون ماهانه به صورت زیر بوده است.

درس	ریاضی	فیزیک	شیمی
نمره	y	z	x
ضریب	۴	۳	۱

در بررسی مجدد برگه‌ها متوجه شده‌ایم که نمرهٔ ریاضی او یک نمره کم حساب شده است، ولی نمرهٔ فیزیک او یک نمره زیاد شده است. اگر میانگین اول او ۱۶ / ۲۵ باشد با اصلاح اشتباهات، میانگین درست نمرات چه‌قدر است؟

۱) ۱۶ / ۷۵ ۲) ۱۶ / ۵ ۳) ۱۶ / ۳۷۵ ۴) ۱۶ / ۳۷

۹۳- دو دسته عدد داریم که هر کدام شامل ۴ دادهٔ یکسان هستند. به یکی از دسته‌ها دو داده که یکی یک واحد بیشتر از میانگین و دیگری یک واحد کم‌تر از میانگین است، اضافه می‌کنیم. با این کار اختلاف واریانس دو دسته برابر $\frac{۳}{۲}$ می‌شود. واریانس دسته با تعداد عضو بیشتر کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ / ۳ ۳) ۳ ۴) ۴ / ۵

۹۴- برای انتخاب یک نمونهٔ تصادفی به اندازهٔ ۲۰ از بین ۱۰۰ عضو جامعه، جامعه را به ۱۰ گروه ۱۰تایی تقسیم کرده و دو گروه را به تصادف به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم. نوع روش نمونه‌گیری کدام است؟

۱) سامان‌مند ۲) طبقه‌ای ۳) تصادفی ساده ۴) خوشه‌ای

۹۵- نمونهٔ $\{۲,۵,۴,۳,۶\}$، میانگین جامعهٔ $۰,۱,۲,...,n$ را بدون خطا برآورد می‌کند. در نمودار احتمال مشاهده با نمونه‌های دوعضوی، ارتفاع بالاترین میله کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک یازدهم

۹۶- در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $۳/۶\,g$ و بار یکسان q در فاصلهٔ $۱\,cm$ از هم قرار دارند و گوی بالایی به صورت معلق است. هر یک از گوی‌ها چند الکترون دریافت کنند تا از نظر الکتریکی خنثی شوند؟

$(g = ۱۰\,N/kg\,,\ e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,C\,,\ k = ۹\times۱۰^{۹}\,\frac{N.m^۲}{C^۲})$



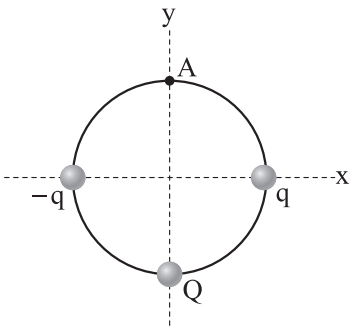
۱) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۱}$

۲) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۲}$

۳) ۸×۱۰^{۱۱}

۴) ۸×۱۰^{۱۲}

۹۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A در SI برابر $\vec{E} = \vec{i} - \vec{j}$ باشد، $\frac{Q}{q}$ برابر کدام است؟



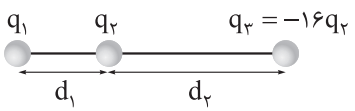
۱) $\sqrt{۲}$

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) $-\sqrt{۲}$

۴) $-۲\sqrt{۲}$

۹۸- در شکل زیر، اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای برابر صفر باشد، به ترتیب از راست به چپ، $\frac{d_۲}{d_۱}$ و $\frac{q_۲}{q_۱}$ برابر کدام است؟



۱) $-\frac{۱۶}{۹}$، ۴

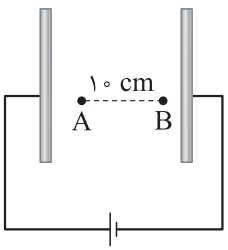
۲) $-\frac{۹}{۱۶}$، ۴

۳) $-\frac{۱۶}{۹}$، ۳

۴) $-\frac{۹}{۱۶}$، ۳

۹۹- در شکل زیر، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $۲۰۰۰\,N/C$ است. اگر پروتونی با تندی $۴\times۱۰^{۵}\,m/s$ از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B پرتاب شود، تندی پروتون هنگام عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟

($e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,C$ و جرم پروتون $۱/۶\times۱۰^{-۲۷}\,kg$ است. از نیروی مقاومت هوا و وزن چشم‌پوشی کنید.)



۱) ۸×۱۰^{۵}

۲) $۲\sqrt{۵}\times۱۰^{۵}$

۳) $۲\sqrt{۳}\times۱۰^{۵}$

۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰- چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ رسانایی برابر $۰/۲۵\ \mu C/m^2$ است. بار الکتریکی موجود در ناحیه‌ای به مساحت $۴\ cm^2$ در سطح این کره، چند نانوکولن است؟

۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۱ ۳) ۱ ۴) ۱۰

۱۰۱- یک خازن تخت به باتری بسته شده است. پس از مدتی، خازن را از باتری جدا کرده و سپس فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟

الف) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها، نصف می‌شود.

ب) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها، دو برابر می‌شود.

پ) انرژی ذخیره‌شده در خازن، دو برابر می‌شود.

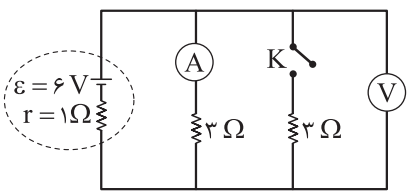
ت) بار روی صفحه‌ها، نصف می‌شود.

۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و ت ۴) ب و پ

۱۰۲- قطر سیمی مسی برابر $۲\ mm$ است. اگر مقاومت ویژهٔ مس $۱/۶\times۱۰^{-۸}\ \Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی $۳۰\ m$ از این سیم برابر چند اهم است؟ $(\pi = ۳)$

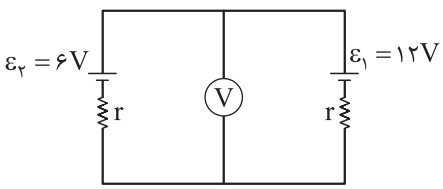
۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۴ ۴) ۱/۶

۱۰۳- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کند؟



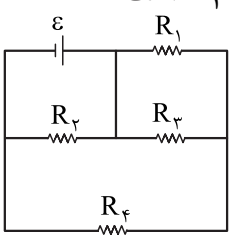
۱) ۲/۷ , ۰/۳
۲) ۰/۹ , ۰/۳
۳) ۲/۷ , ۰/۹
۴) ۰/۹ , ۰/۹

۱۰۴- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۵
۴) ۱۸

۱۰۵- در مدار شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه‌اند. توان خروجی باتری چند برابر توان مصرفی مقاومت $R_۱$ است؟

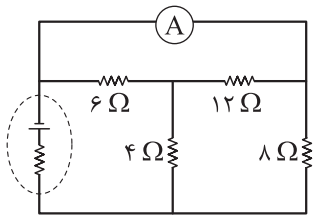


۱) ۷
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۶- در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی مقدار $1\ A$ را نشان دهد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر چند ولت است؟



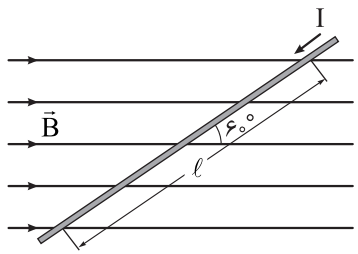
۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۲

۱۰۷- در شکل زیر، سیم راست حامل جریان $I = 5\ A$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 40\ G$ قرار دارد. اگر $\ell = 60\ cm$ باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



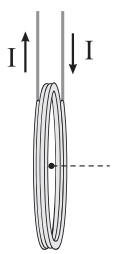
۱) $\otimes\ ,\ ۶\times۱۰^{-۳}$

۲) $\odot\ ,\ ۶\times۱۰^{-۳}$

۳) $\otimes\ ,\ ۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$

۴) $\odot\ ,\ ۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$

۱۰۸- در شکل زیر، از پیچهٔ مسطحی به شعاع $6/25\ cm$ که از ۲۰۰۰ دور سیم نازک ساخته شده است، جریان $20\ mA$ می‌گذرد. میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس و در چه جهتی است؟ $(\mu_۰ = ۱۲/۵\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$



۱) ۴، ←

۲) ۴، →

۳) ۴۰، ←

۴) ۴۰، →

۱۰۹- ذره‌ای به جرم $0/12\ g$ و بار الکتریکی $25\ \mu C$ را در میدان مغناطیسی یکنواخت $600\ G$ که به سمت شمال است، در راستای افقی با سرعت $\vec{v}_۰$ پرتاب می‌کنیم و ذره روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد. به ترتیب، کم‌ترین مقدار $v_۰$ چند متر بر ثانیه است و در این حالت ذره در چه جهتی پرتاب شده است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۸۰۰، شرق

۲) ۸۰۰، غرب

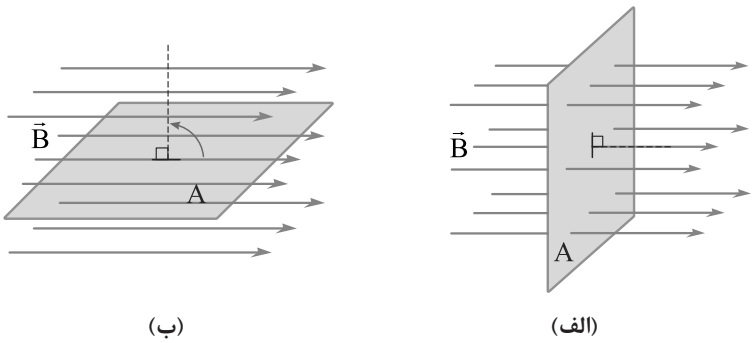
۳) ۸۰۰۰، شرق

۴) ۸۰۰۰، غرب

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

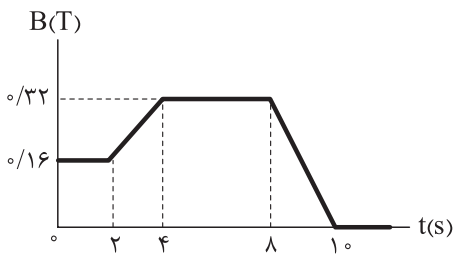
۱۱۰- در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی به مساحت $40\ cm^2$، حول محوری عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0/05\ T$ می‌چرخد. در بازهٔ زمانی $0/5$ ثانیه‌ای که حلقه از حالت (الف) به حالت (ب) می‌رسد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه چند میلی‌ولت است؟



(ب) (الف)

۱) ۰/۴
۲) ۰/۱
۳) ۴
۴) ۱

۱۱۱- یک حلقهٔ رسانای مربع‌شکل به ضلع $5\ cm$ و مقاومت الکتریکی $0/1\ \Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. خطوط میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ حلقه است. میدان مغناطیسی مطابق نمودار زیر با زمان تغییر می‌کند. جریان القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10\ s$ چند میلی‌آمپر است؟



۱) ۰/۴
۲) ۰/۸
۳) ۴
۴) ۸

۱۱۲- طول سیملولهٔ آرمانی و بدون هستهٔ A، ۴ برابر طول سیملولهٔ آرمانی و بدون هستهٔ B است. اگر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ A، ۲ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ B، و سطح مقطع سیملولهٔ A، ۳ برابر سطح مقطع سیملولهٔ B باشد، ضریب القاوری سیملولهٔ A، چند برابر ضریب القاوری سیملولهٔ B است؟

۱) ۳
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۳- جریان الکتریکی عبوری از یک القاگر فرضی $200\ A$ و انرژی ذخیره‌شده در آن یک کیلووات‌ساعت است. ضریب القاوری این القاگر چند هانری است؟

۱) ۱۸
۲) ۳۶
۳) ۱۸۰
۴) ۳۶۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۴- معادلهٔ جریان عبوری از یک مولد جریان متناوب در SI به صورت $I = ۰/۵ \sin ۱۰۰\pi t$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جریان عبوری از مولد برای اولین بار بیشینه می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۵۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵۰۰}$

۱۱۵- کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

۱) در سامانه‌های انتقال و توزیع برق از محل تولید تا محل مصرف، از جریان مستقیم استفاده می‌شود.

۲) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کرد.

۳) یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی dc بر ac آن است که افزایش و کاهش ولتاژ dc، بسیار آسان‌تر از ac است.

۴) قبل از انتقال توان الکتریکی از نیروگاه‌ها، از مبدل‌های کاهنده استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی یازدهم

۱۱۶- A عنصری از دستهٔ s و X و D عنصرهایی از دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای می‌باشند. اگر اختلاف شمار الکترون‌های ظرفیتی هر یک از اتم عنصرهای X و D با شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر A، برابر ۳ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱) مجموع عدد اتمی عنصرهای X و D، عددی زوج است.

۲) مابین موقعیت X و D در جدول دوره‌ای، به یقین ۹ عنصر فلزی وجود دارد.

۳) اختلاف عدد اتمی عنصر X با A، می‌تواند برابر ۲ باشد.

۴) اگر D عنصری از دستهٔ d باشد، X به یقین یک شبه‌فلز است.

۱۱۷- بر پایهٔ واکنش داده‌شده، ۴۰ گرم کلسیم سولفات ناخالص بر اثر حرارت تجزیه می‌شود. اگر تفاوت جرم فراوردهٔ جامد با جرم گاز اکسیژن تولیدشده برابر ۸ گرم باشد، درصد خلوص نمونهٔ اولیه کدام است؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود و $(O=16, S=32, Ca=40 : g.mol^{-1})$

$$CaSO_4(s) \xrightarrow{\Delta} CaO(s) + SO_2(g) + O_2(g)$$

۱) ۳۴ ۲) ۴۶

۳) ۶۸ ۴) ۸۲

۱۱۸- فلز X را در صنعت مطابق واکنش زیر به دست می‌آورند. اگر از واکنش ۱۵ گرم فلز منیزیم با بازده ۶۲/۵ درصد، ۹/۳۷۵ گرم فلز X تولید شود، نسبت جرم مولی فلز X به ظرفیت آن (n) کدام است؟ $(Mg = 24 g.mol^{-1})$

$Mg + XCl_n \rightarrow X + MgCl_2$ **(معادله موازنه شود.)**

۱) ۱۲ ۲) ۲۴

۳) ۳۶ ۴) ۴۸

۱۱۹- کدام مورد درست است؟

۱) ساده‌ترین آلکن، بخش عمدهٔ گاز شهری را تشکیل می‌دهد.

۲) حذف عدد از نام ترکیب‌های ۳- اتیل پنتان و ۳- اتیل هگزان، باعث نادرست‌شدن نام‌گذاری آن‌ها نمی‌شود.

۳) اگر یک مول از ترکیبی با فرمول $C_{24}H_{36}$ با ۵ مول برم مایع واکنش دهد، در ساختار آن سه حلقهٔ کربنی وجود دارد.

۴) هر مول از هیدروکربنی با فرمول $C_{10}H_8$، فاقد پیوند سه‌گانه که دارای دو حلقه در ساختار خود می‌باشد، در واکنش با ۷ مول گاز هیدروژن به یک ترکیب حلقوی سیرشده تبدیل می‌شود.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۰- از سوختن آلکان A در شرایط STP، گازهای CO و CO_2 با حجم برابر به همراه آب تولید می‌شود. اگر نسبت مجموع حجم این گازها به حجم اکسیژن مصرفی برابر ۰/۷۵ باشد، چند ایزومر ساختاری با فرمول شیمیایی A می‌توان یافت و در چه تعداد از این ایزومرها، فقط یک شاخهٔ فرعی وجود دارد؟

۱) ۷ ـ ۳
۲) ۷ ـ ۲
۳) ۵ ـ ۳
۴) ۵ ـ ۲

۱۲۱- دو نمونه ماده با مشخصات زیر در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند. اگر دمای نهایی پس از تعادل گرمایی برابر با $50^\circ C$ باشد، گرمای ویژهٔ مادهٔ Y برحسب $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ کدام است؟

نمونه	جرم (g)	دمای اولیه ($^\circ C$)	گرمای ویژه ($J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$)
X	۲۰۰	۹۰	۰/۳
Y	۲۰۰	۳۰	؟

۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

۱۲۲- با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی سوختن آلوتروپ‌های کربن، در تبدیل ۶۰ گرم گرافیت به الماس در شرایط مناسب، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ $(C = 12\ g.mol^{-1})$

$C(s, \text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 393/5\ kJ$

$C(s, \text{الماس}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 395/4\ kJ$

۱) ۹/۵
۲) ۹/۱
۳) ۱/۹
۴) ۵/۹

۱۲۳- با توجه به واکنش‌های زیر،

۱) $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) + 93\ kJ$

۲) $N_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) + 183\ kJ$

اگر آنتالپی پیوند H — H برابر با $436\ kJ.mol^{-1}$ و آنتالپی پیوند $N \equiv N$ برابر $945\ kJ.mol^{-1}$ باشد، کدام گزینه به عنوان میانگین آنتالپی پیوند N — N برحسب کیلوژول بر مول، قابل قبول است؟

۱) ۱۶۳
۲) ۲۸۹
۳) ۵۲
۴) ۴۰۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱) ΔH واکنش تشکیل متان از گرافیت و هیدروژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

۲) فرایند فتوسنتز برخلاف فرایند انحلال کلسیم کلرید در آب، فرایندی گرماگیر است.

۳) انرژی حاصل از اکسایش یک گرم کربوهیدرات، کم‌تر از یک گرم چربی است.

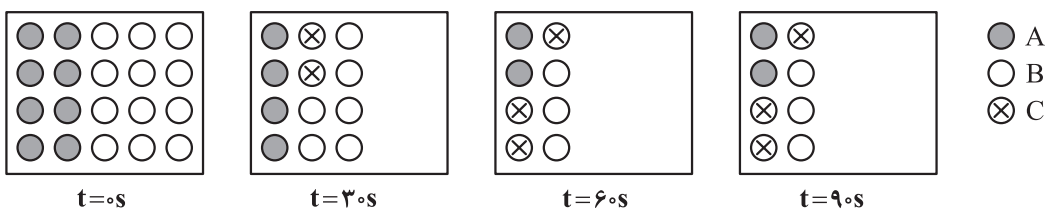
۴) ارزش سوختی متان از متانول بیشتر، اما از اتن کم‌تر است.

۱۲۵- در جدول زیر شرایط انجام چند واکنش آمده است. در این شرایط، سرعت کدام واکنش نسبت به بقیه پایین‌تر است؟

	واکنش	شرایط انجام واکنش
۱	واکنش پتاسیم با آب	در دمای $10^\circ C$
۲	واکنش محلول‌های سدیم کلرید و نقره نیترات	در دمای اتاق
۳	واکنش اتن با گاز کلر	در حضور آهن (III) کلرید جامد
۴	واکنش پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی	در دمای $25^\circ C$

۱) واکنش (۱)　　۲) واکنش (۲)　　۳) واکنش (۳)　　۴) واکنش (۴)

۱۲۶- دو مادهٔ A و B در دمای ثابت در یک ظرف ۵ لیتری وارد می‌شوند. اگر شکل زیر، تغییرات شمار مول مواد را در واکنش $A + B \rightarrow C$، در بازه‌های زمانی متفاوت نشان دهد، کدام مورد درست است؟ (هر ذره معادل ۰/۰۵ مول است.)



۱) اگر همهٔ مواد، گازی باشند، رابطهٔ $\frac{-\Delta[A]}{3\Delta t} = -\frac{\Delta[B]}{2\Delta t} = \frac{\Delta[C]}{\Delta t}$، برقرار است.

۲) سرعت واکنش برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر بر دقیقه است.

۳) غلظت فراورده در ثانیهٔ ۳۰ام برابر ۰/۰۲ مولار است.

۴) در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، مجموع ضرایب مواد برابر ۶ و با یکای ثابت، سرعت واکنش در ۳۰ ثانیهٔ اول با ۳۰ ثانیهٔ دوم برابر است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۷- کدام گزینه درست است؟ $(H=۱, C=۱۲, N=۱۴, F=۱۹, Cl=۳۵/۵ : g.mol^{-۱})$

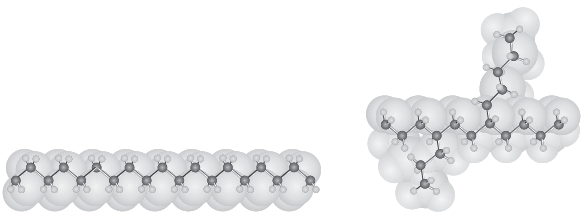
۱) به تقریب ۴۲/۱ درصد جرم پلی‌وینیل کلرید را کلر تشکیل می‌دهد.

۲) ویتامین D برخلاف ویتامین A یک ترکیب آروماتیک بوده و در ساختار مولکول هر دو ویتامین، گروه عاملی الکلی وجود دارد.

۳) در مونومر تشکیل‌دهندهٔ پلیمر سازندهٔ سرنگ، شمار پیوندهای $C=C$ با شمار پیوندهای $C-C$ برابر است.

۴) اختلاف جرم مولی مونومرهای تشکیل‌دهندهٔ پتو و نخ دندان، برابر جرم مولی ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید است.

۱۲۸- کدام گزینه در مورد دو نوع پلی‌اتیلن داده‌شده، درست است؟



(الف) (ب)

۱) (الف) شفاف است و نسبت به (ب) استحکام کم‌تری دارد.

۲) واکنش تولید هر دو پلیمر با کاهش آنتالپی همراه است.

۳) چگالی (ب) کم‌تر از چگالی (الف) است، از این‌رو (ب) برخلاف (الف)، بر روی آب، شناور می‌ماند.

۴) ساختار مونومر سازندهٔ دو پلیمر با یکدیگر تفاوت دارد.

۱۲۹- شمار اتم‌های هیدروژن، در فرمول مولکولی استری یک‌عاملی، غیرحلقوی و سیرشده برابر ۱۸ است. بر این اساس کدام مورد درست است؟ $(H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) جرم مولی کربوکسیلیک اسید و الکل سازندهٔ آن می‌تواند برابر باشد.

۲) اگر کربوکسیلیک اسید سازنده، بیشترین جرم مولی ممکن را داشته باشد، شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار اسید برابر ۲۳ است.

۳) اگر مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید سازنده برابر ۱۷ باشد، الکل سازندهٔ استر به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

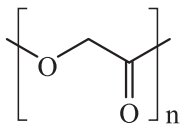
۴) اگر نسبت جرم مولی الکل سازنده به کربوکسیلیک اسید سازنده، بیشترین مقدار باشد، اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی آن‌ها برابر ۱۵ است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۰- با توجه به شکل زیر که واحد تکرارشوندهٔ یک پلیمر را نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟

$(H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱})$



۱) اگر n برابر ۳۰,۰۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر برابر ۲۲۸×۱۰^{۴} گرم خواهد بود.

۲) اگر $n=۱۰^{۶}$ باشد، ضریب استوکیومتری آب در معادلهٔ واکنش تولید پلیمر، به تقریب $۱۰^{۶}$ است.

۳) این پلیمر جزء دستهٔ پلی‌استرها بوده و از واکنش الکل دوعاملی و اسید دوعاملی به دست آمده است.

۴) تفاوت جرم مولی مونومر سازندهٔ آن، با استیک اسید برابر ۱۲ گرم است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پنجم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	تاریخ برگزاری: ۰۴/مهر/۱۴۰۴

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۵-۱۴۰۴

۱- دوره دروس پایه دهم
۲- دوره دروس پایه یازدهم
۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۲۰ تیر	دوم ۳ مرداد	سوم ۲۴ مرداد	چهارم ۱۴ شهریور	پنجم ۴ مهر
دهم	-	✓	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	-	✓	✓	-

- با توجه به موارد فوق دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.
- هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون مرحله پنجم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) آزمون جمع‌بندی دروس پایه است.
- تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدداً از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ هدیه خسروی الهه صفری ـ زهرا صفری ـ فاطمه علی‌اکبری محیا غنی‌فرد ـ مهرآسا قدیری ـ زهرا فرهادی‌مهر نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه‌دوازدهم ـ مرحله‌پنجم ـ ۴مهر ۱۴۰۴

پایه دهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ سوگند روشنی ـ علی شهرابی محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ حمید گلزاری ـ صبا مهدوی ـ حسین هاشمی طاهری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی (۱)	علی رفیعی ـ یاسر عبداللهی ـ امیر قاسمی‌پور ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ امیرحسین مسلمی سید علی ناظمی ـ عرفان نریمانی ـ مرتضی نصیرزاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	محمدرضا راسخ	فرشاد حسن‌زاده	عادل حسینی محمدمهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی
هندسه (۱)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب کیوان صارمی	مریم نظری	ملیحه حاجی‌بابا سید عباس حسینی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	امین امینی	امین امینی	مسعود خندانی پوریا علاقه‌مند مریم گلی حسنلو امیر محمودی انزابی
شیمی (۱)	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده	وحید فارسیان	محمدمهدی کریمیان	بنیامین تجلی یلدا رزاق‌زاده ماهان فنی‌فر محمدمهدی کریمیان

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضی دهم

۱ اگر $A=\{x\in R\mid -۳\le x\le ۱\}$ و $t\in A'$؛ $y=|t+۳|-|t-۱|$ باشد، مجموع مقادیری که y می‌تواند بپذیرد، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴− ۳) صفر ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول نمودارش رو رسم کن و بعد دامنه‌اش رو محدود به A' کن!

درس Box

متمم یک مجموعه

اگر مجموعهٔ A زیرمجموعه‌ای از مجموعهٔ مرجع U باشد، متمم A (با نماد A') شامل تمام اعضای U است که در A قرار ندارند:

$$A'=U-A$$

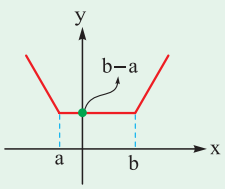
انواع بازه

بازه، زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ است که تمام اعداد بین دو عدد را شامل می‌شود. فرض کنید $a<b$ باشد، داریم:

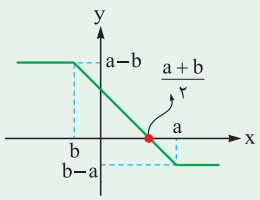
نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a,b)	$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$	a b
بسته	$[a,b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\le b\}$	a b
نیم‌باز	$[a,b)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x<b\}$	a b
نیم‌باز	$(a,b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\le b\}$	a b
نیم‌باز	$[a,+\infty)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge a\}$	a
نیم‌باز	$(-\infty,b]$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x\le b\}$	b
باز	$(a,+\infty)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x>a\}$	a
باز	$(-\infty,b)$	$\{x\in\mathbb{R}\mid x<b\}$	b

نکته نمودار دو تابع معروف شامل قدرمطلق به صورت زیر است:

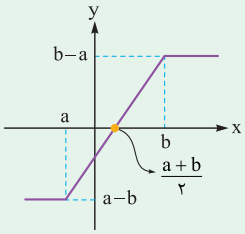
- نمودار تابع $f(x)=|x-a|+|x-b|$ به شرط $(a<b)$ به شکل زیر است:



- اگر $a>b$، آن‌گاه نمودار تابع $f(x)=|x-a|-|x-b|$ به صورت زیر است:



- اگر $a<b$، آن‌گاه نمودار تابع $f(x)=|x-a|-|x-b|$ به صورت زیر است:



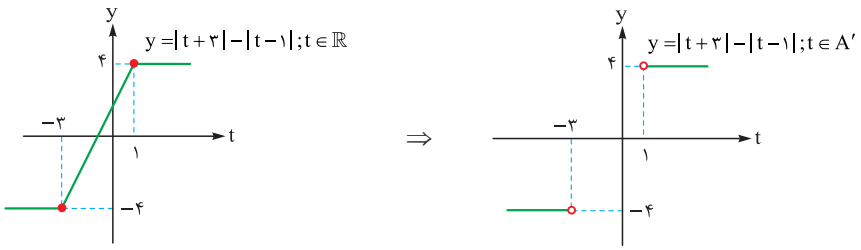
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با توجه به مجموعهٔ A و مجموعهٔ مرجع یعنی $\mathbb{R}$، مجموعهٔ A' را مشخص می‌کنیم:

$$A' = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ یا } x > 1\} = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$$

گام دوم: حال نمودار تابع $y = |t+3| - |t-1|$ را ابتدا برای $t \in \mathbb{R}$ رسم کرده و سپس به کمک آن برای $t \in A'$ را مشخص می‌کنیم:



گام سوم: با توجه به نمودار مقادیری که y می‌تواند بپذیرد $\{-4, 4\}$ است و مجموع آن‌ها برابر است با:

$$4 + (-4) = 0$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

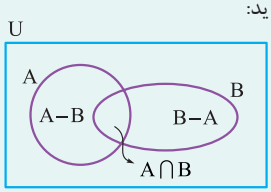
۲ **تعداد اعضای مجموعه‌های غیرتهی $A\cap B$ ، $A-B$ ، $B-A$ و $(A\cup B)'$ در مجموعهٔ مرجع U با همین ترتیب تشکیل دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دهند. اگر $n(U)\le ۲۰۰$ باشد، تعداد اعضای مجموعهٔ $A\cap B$ چند عدد مختلف می‌تواند باشد؟**

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه: طبق نمودار ون زیر، $n(A\cup B)$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$
$$=n(A-B)+n(B-A)+n(A\cap B)$$

هم‌چنین داریم:

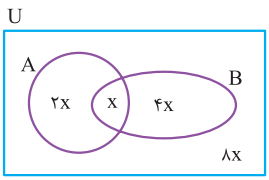
$$\begin{cases}n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)\\ n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)\end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: دنبالهٔ گفته‌شده، دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت ۲ است، پس اگر جملهٔ اول آن را (که $n(A\cap B)$ است) x در نظر بگیریم، جملات اولیهٔ این دنباله به صورت $x, ۲x, ۴x, ۸x, \dots$ خواهد شد. حال طبق فرض سؤال و روابط درس‌باکس داریم:

$$\begin{cases}n(A\cap B)=x\\ n(A-B)=۲x\\ n(B-A)=۴x\\ n((A\cup B)')=۸x\end{cases}$$

که می‌توانیم برای سادگی نمودار زیر را در نظر بگیریم:



گام دوم: مجموع هر چیزی که در نمودار بالا می‌بینید، باید برابر $n(U)$ باشد:

$$\Rightarrow n(U)=۲x+x+۴x+۸x=۱۵x$$

و طبق فرض باید برابر ۲۰۰ یا کوچک‌تر از آن باشد:

$$\Rightarrow ۱۵x\le ۲۰۰ \Rightarrow x\le \frac{۲۰۰}{۱۵}=\frac{۴۰}{۳} \Rightarrow x\le ۱۳/\overline{۳}$$

x عدد طبیعی است و می‌تواند اعداد ۱ تا ۱۳ را بپذیرد که ۱۳ مقدار مختلف است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ a_n جملهٔ nام یک دنبالهٔ حسابی غیرثابت است. اگر $\frac{۱}{۲}a_۳, a_۶, ۲a_{۱۰}$ با همین ترتیب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، مقدار m در تساوی $a_m = ۲a_۵$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

سه جملهٔ دنبالهٔ حسابی که تشکیل دنبالهٔ هندسی دادن، یعنی مربع جملهٔ وسطی برابر با حاصل‌ضرب دو جملهٔ دیگه است. از این رابطهٔ «واسطهٔ هندسی» استفاده کن تا به ارتباط بین جملهٔ اول و قدرنسبت پیدا کنی.

درس Box

	دنبالهٔ حسابی	دنبالهٔ هندسی
تعریف	هر جمله با اضافه‌شدن یک عدد ثابت به جملهٔ قبل به دست می‌آید.	هر جمله با ضرب‌شدن در یک عدد ثابت در جملهٔ قبل به دست می‌آید.
مقدار ثابت	قدرنسبت (d) $d = a_{n+۱} - a_n$	قدرنسبت (r) $r = \frac{a_{n+۱}}{a_n}$
جملهٔ عمومی	$a_n = a_۱ + (n-۱)d$	$a_n = a_۱ \cdot r^{n-۱}$
واسطه (میانگین)	اگر a، b، c سه جملهٔ متوالی باشند، b واسطهٔ حسابی است: $b = \frac{a+c}{۲}$	اگر a، b، c سه جملهٔ متوالی باشند، b واسطهٔ هندسی (میانگین هندسی) است: $b^۲ = ac$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید d قدرنسبت دنبالهٔ حسابی باشد. با توجه به رابطهٔ واسطهٔ هندسی داریم:

$$a_۶^۲ = ۲a_{۱۰} \times \frac{۱}{۲}a_۳$$

حالا با توجه به جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی، مقادیر جملات را در این رابطه جای‌گذاری می‌کنیم:

$$a_۶^۲ = (۲a_{۱۰}) \times (\frac{۱}{۲}a_۳) \Rightarrow a_۶^۲ = a_{۱۰} \times a_۳$$

$$\Rightarrow (a_۱ + ۵d)^۲ = (a_۱ + ۹d)(a_۱ + ۲d)$$

$$\Rightarrow a_۱^۲ + ۱۰a_۱d + ۲۵d^۲ = a_۱^۲ + ۱۱a_۱d + ۱۸d^۲$$

$$\Rightarrow a_۱d = ۷d^۲ \xrightarrow{d \neq ۰} a_۱ = ۷d$$

گام دوم: حال طبق رابطهٔ به‌دست‌آمده و تساوی داده‌شده داریم:

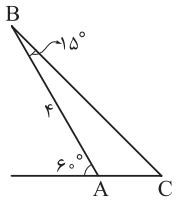
$$a_m = ۲a_۵ \Rightarrow a_۱ + (m-۱)d = ۲(a_۱ + ۴d)$$

$$\xrightarrow{a_۱ = ۷d} ۷d + (m-۱)d = ۲(۷d + ۴d)$$

$$\Rightarrow (m+۶)d = ۲۲d \xrightarrow{d \neq ۰} m + ۶ = ۲۲ \Rightarrow m = ۱۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ در شکل زیر محیط مثلث کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۲}+۲$

۲) $۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۳}+۲$

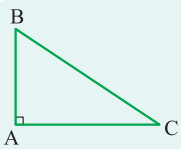
۳) $\sqrt{۶}+\sqrt{۲}+۴$

۴) $\sqrt{۶}+\sqrt{۳}+۴$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با پیداکردن همهٔ زاویه‌های داخلی مثلث شروع کن. بعدش کشیدن یه ارتفاع کار رو تموم می‌کنه!

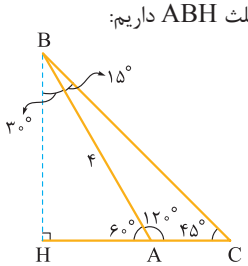
درس Box در مثلث قائم‌الزاویه ABC نسبت‌های اصلی به صورت زیر تعریف می‌شوند:



- سینوس: $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \sin\hat{B}=\frac{AC}{BC}\ ,\ \sin\hat{C}=\frac{AB}{BC}$
- کسینوس: $\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} \Rightarrow \cos\hat{B}=\frac{AB}{BC}\ ,\ \cos\hat{C}=\frac{AC}{BC}$
- تانژانت: $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan\hat{B}=\frac{AC}{AB}\ ,\ \tan\hat{C}=\frac{AB}{AC}$
- کتانژانت: $\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} \Rightarrow \cot\hat{B}=\frac{AB}{AC}\ ,\ \cot\hat{C}=\frac{AC}{AB}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با رسم ارتفاع BH، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ BHC و ABH را ایجاد می‌کنیم و در مثلث ABH داریم:



$$\sin ۶۰^\circ=\frac{BH}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{BH}{۴} \Rightarrow BH=۲\sqrt{۳}\ ,\ \sin ۳۰^\circ=\frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{AH}{۴} \Rightarrow AH=۲$$

گام دوم: حال مطابق شکل و زوایا، چون مثلث BHC قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، $CH=۲\sqrt{۳}$ و با استفاده از فیثاغورس در مثلث BHC داریم:

$$BH^۲+CH^۲=BC^۲ \Rightarrow (۲\sqrt{۳})^۲+(۲\sqrt{۳})^۲=BC^۲$$

$$\Rightarrow BC^۲=۲۴ \Rightarrow BC=۲\sqrt{۶}$$

گام سوم: حال برای محاسبهٔ محیط مثلث ABC داریم:

$$AB+BC+AC=۴+۲\sqrt{۶}+(CH-AH)=۴+۲\sqrt{۶}+(۲\sqrt{۳}-۲)=۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۳}+۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵ اگر $\frac{\sin x}{1+\cos x}=2$ باشد، حاصل $\sin^3 x-\cos^3 x$ کدام است؟

۱) ۰/۷۲۹ ۲) ۰/۷۲۸
۳) ۰/۷۲۵ ۴) ۰/۷۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint رابطهٔ اصلی مثلثات، یعنی $\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$ این‌جا شاه‌کلیده. سعی کن از معادلهٔ داده‌شده، سینوس رو برحسب کسینوس بنویسی و در این رابطه جای‌گذاری کنی.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا از رابطهٔ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ و فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$\sin x=2+2\cos x \Rightarrow (2+2\cos x)^2+\cos^2 x=1$$

$$\Rightarrow 4+8\cos x+4\cos^2 x+\cos^2 x=1$$

$$\Rightarrow 5\cos^2 x+8\cos x+3=0 \Rightarrow (\cos x+1)(5\cos x+3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\cos x=-1 & \text{غیر قابل قبول زیرا مخرج کسر صفر می‌شود}\\ \cos x=\frac{-3}{5} & \checkmark\end{cases}$$

گام دوم: حال با داشتن مقدار $\cos x$ مقدار $\sin x$ را مشخص کرده و خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin x=2+2\cos x=2+\frac{-6}{5}=\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \sin^3 x-\cos^3 x=(\frac{4}{5})^3-(\frac{-3}{5})^3=\frac{64+27}{125}=\frac{91}{125}=\frac{728}{1000}=0/728$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

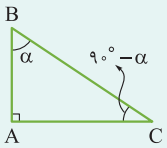
۶ حاصل عبارت $A=\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{۱}{۱+\cot ۲^\circ}+\cdots+\frac{۱}{۱+\cot ۸۹^\circ}$ کدام است؟

۱) ۴۴ ۲) ۴۴/۵ ۳) ۴۵ ۴) ۴۵/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint جملهٔ اول رو با جملهٔ آخر، و دومی رو با یکی‌مونده به آخر کنار هم بذار و ادامه بده! از رابطهٔ کتانژانت زاویه‌های متمم (مثل ۱ و ۸۹ درجه) استفاده کن، یه چیز جالبی کشف می‌کنی.

درس Box



با توجه به تعاریف نسبت‌های مثلثاتی، می‌توان رابطه‌های زیر را بین نسبت‌های مثلثاتی دو زاویهٔ متمم برقرار کرد:

- $\sin\alpha=\frac{AC}{BC}\xrightarrow{\text{از طرفی}}\cos(۹۰^\circ-\alpha)=\frac{AC}{BC}\Rightarrow\sin\alpha=\cos(۹۰^\circ-\alpha)$
- $\cos\alpha=\frac{AB}{BC}\xrightarrow{\text{از طرفی}}\sin(۹۰^\circ-\alpha)=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\cos\alpha=\sin(۹۰^\circ-\alpha)$
- $\tan\alpha=\frac{AC}{AB}\xrightarrow{\text{از طرفی}}\cot(۹۰^\circ-\alpha)=\frac{AC}{AB}\Rightarrow\tan\alpha=\cot(۹۰^\circ-\alpha)$
- $\cot\alpha=\frac{AB}{AC}\xrightarrow{\text{از طرفی}}\tan(۹۰^\circ-\alpha)=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\cot\alpha=\tan(۹۰^\circ-\alpha)$

نکته

- اگر دو زاویه، متمم یک دیگر باشند، سینوس هر کدام با کسینوس دیگری برابر است و تانژانت هر کدام با کتانژانت دیگری برابر است.
- اگر a و b معکوس هم باشند، همواره داریم: $\frac{۱}{۱+a}+\frac{۱}{۱+b}=۱$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا عبارت داده‌شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$A=(\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{۱}{۱+\cot ۸۹^\circ})+(\frac{۱}{۱+\cot ۲^\circ}+\frac{۱}{۱+\cot ۸۸^\circ})+\cdots+(\frac{۱}{۱+\cot ۴۴^\circ}+\frac{۱}{۱+\cot ۴۶^\circ})+\frac{۱}{۱+\cot ۴۵^\circ}$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که در هر دسته زوایا متمم هم هستند، داریم:

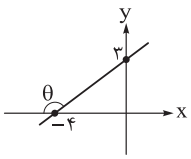
$$\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{۱}{۱+\cot ۸۹^\circ}=\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{۱}{۱+\tan ۱^\circ}=\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{۱}{۱+\frac{۱}{\cot ۱^\circ}}=\frac{۱}{۱+\cot ۱^\circ}+\frac{\cot ۱^\circ}{۱+\cot ۱^\circ}=۱$$

گام سوم: به طور مشابه حاصل بقیهٔ دسته‌ها نیز برابر ۱ می‌شود و داریم:

$$A=۴۴\times ۱+\frac{۱}{۱+\cot ۴۵^\circ}=۴۴+\frac{۱}{۲}=۴۴/۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ با توجه به نمودار مقابل، مقدار $\sin(\theta-\frac{\pi}{۲})$ کدام است؟



۱) $-\frac{۴}{۵}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $-\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

شیب خط همون تانژانت زاویه‌ایه که خط با جهت مثبت محور x می‌سازه. اول شیب خط رو از روی دو نقطه‌ش حساب کن، بعد از روابط مثلثاتی استفاده کن تا عبارتی که ازت خواسته رو پیدا کنی.

درس Box

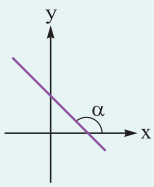
رابطهٔ شیب خط با تانژانت زاویه

شیب خط (m) برابر است با تانژانت زاویه‌ای (α) که آن خط با جهت مثبت محورxها می‌سازد:

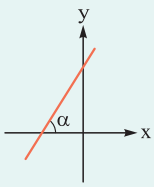
$$m=\tan\alpha$$

این زاویهٔ α همواره در بازهٔ $(۰^\circ, ۱۸۰^\circ)$ در نظر گرفته می‌شود.

- اگر شیب خط مثبت باشد $(m>۰)$، زاویهٔ α یک زاویهٔ تند خواهد بود $(۰^\circ<\alpha<۹۰^\circ)$.
- اگر شیب خط منفی باشد $(m<۰)$، زاویهٔ α یک زاویهٔ باز خواهد بود $(۹۰^\circ<\alpha<۱۸۰^\circ)$.



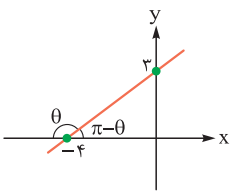
$$m=\tan\alpha<۰$$



$$m=\tan\alpha>۰$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به رابطهٔ بین شیب خط و تانژانت زاویه با جهت مثبت محور xها، داریم:



$$\Rightarrow \tan(\pi-\theta)=\frac{۳}{۴} \Rightarrow -\tan\theta=\frac{۳}{۴} \Rightarrow \tan\theta=-\frac{۳}{۴}$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که $۹۰^\circ<\theta<۱۸۰^\circ$ است، مقدار عبارت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin(\theta-\frac{\pi}{۲})=-\sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)=-\cos\theta$$

$$\tan\theta=-\frac{۳}{۴} \Rightarrow ۱+\tan^۲\theta=\frac{۲۵}{۱۶}=\frac{۱}{\cos^۲\theta}$$

$$\Rightarrow \cos^۲\theta=\frac{۱۶}{۲۵} \xrightarrow{۹۰^\circ<\theta<۱۸۰^\circ} \cos\theta=-\frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow \sin(\theta-\frac{\pi}{۲})=-\cos\theta=\frac{۴}{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ **اگر اعداد $x+۴۴$ و $x-۴۵$ مربع کامل باشند، مجموع ارقام عدد طبیعی x کدام است؟**

۱) ۱۹ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اون دوتا عبارت رو مساوی $a^۲$ و $b^۲$ بذار و بعد دوتا معادله رو از هم کم کن. اتحاد مزدوج این‌جا به کارت میاد، مخصوصاً که اون‌طرف تساوی یه عدد اوله.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا فرض می‌کنیم $x+۴۴=b^۲$ و $x-۴۵=a^۲$ که $a,b\in\mathbb{N}$ و $b>a$ در نتیجه به کمک اتحاد مزدوج می‌توان نوشت:

$$b^۲-a^۲=۸۹ \Rightarrow (b-a)(b+a)=۸۹$$

گام دوم: از آن‌جا که a و b اعداد صحیح هستند، بنابراین $(b-a)$ و $(b+a)$ نیز باید مقسوم‌علیه‌های ۸۹ باشند. چون ۸۹ عددی اول است، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} b+a=۸۹ \\ b-a=۱ \end{cases} \Rightarrow b=۴۵\,,\,a=۴۴$$

گام سوم: برای مشخص‌کردن مجموع ارقام x داریم:

$$x+۴۴=b^۲ \Rightarrow x+۴۴=۴۵^۲ \Rightarrow x=۱۹۸۱$$

مجموع ارقام x: $۱+۹+۸+۱=۱۹$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ اگر در تساوی $\frac{m}{n}=(\frac{۱}{۷۱}+\cdots+\frac{۱}{۷۲})(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۷۲})-(۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۷۱})(۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۷۲})$، **اعداد طبیعی m و n نسبت به هم اول باشند، حاصل $m+n$ کدام است؟**

۱) ۷۱ ۲) ۷۲ ۳) ۷۳ ۴) ۷۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint صورت و مخرج کسرها خیلی شبیه هم هستن. اون قسمت مشترک و تکراری رو یه اسم براش بذار (مثلاً A) و عبارت رو بازنویسی کن، می‌بینی چه‌قدر ساده می‌شه.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا برای جلوگیری از نوشتن‌های تکراری، بخش‌های مشترک را با متغیر نشان می‌دهیم و سپس عبارت را بازنویسی می‌کنیم:

$$A=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\cdots+\frac{۱}{۷۱}$$

$$\Rightarrow (A+\frac{۱}{۷۲})(۱+A)-(۱+A+\frac{۱}{۷۲})(A)$$

گام دوم: حال با ضرب‌کردن عبارت‌ها داریم:

$$(A+A^۲+\frac{۱}{۷۲}+\frac{A}{۷۲})-(A+A^۲+\frac{A}{۷۲})=\frac{۱}{۷۲}=\frac{m}{n}$$

گام سوم: طبق فرض سؤال m و n اعداد طبیعی هستند و نسبت به هم اول‌اند، پس $m=۱$ و $n=۷۲$ و در نتیجه $m+n=۷۳$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ معادلهٔ $x+\frac{۱}{x}=x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از تغییر متغیر استفاده کن. اگه $t=x+\frac{۱}{x}$ رو در نظر بگیری، می‌تونی $x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ رو هم برحسب t بنویسی و معادلهٔ خیلی ساده‌تر می‌شه.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به کمک تغییر متغیر $x+\frac{۱}{x}=t$، معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$x+\frac{۱}{x}=t \Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۲=t^۲ \Rightarrow x^۲+\frac{۱}{x^۲}=t^۲-۲$$

$$\Rightarrow t^۲-۲=t \Rightarrow t^۲-t-۲=۰ \Rightarrow (t+۱)(t-۲)=۰ \Rightarrow t=-۱ \text{ یا } ۲$$

گام دوم: با جای‌گذاری مقادیر به‌دست‌آمده برای t داریم:

$$\begin{cases} x+\frac{۱}{x}=۲ \Rightarrow x^۲-۲x+۱=۰ \Rightarrow \Delta=۰ & \text{یک جواب} \\ x+\frac{۱}{x}=-۱ \Rightarrow x^۲+x+۱=۰ \Rightarrow \Delta<۰ & \text{بدون جواب} \end{cases}$$

در نتیجه معادلهٔ اصلی تنها یک جواب دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ اگر محور تقارن سهمی $(m+۲)x^۲+(۲m-۳)x+(۱-m)y=۶$ خط $x=-\frac{۳}{۱۰}$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

۱) $-\frac{۱۲۹}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱۱۷}{۸۰}$ ۳) $\frac{۲۰۱}{۴۰}$ ۴) $-\frac{۵۷}{۸۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول معادله رو به شکل استاندارد سهمی یعنی $y=\ldots$ مرتب کن. بعد از فرمول طول رأس سهمی $(x=-\frac{b}{۲a})$ استفاده کن تا مقدار m رو پیدا کنی.

درس Box

سهمی

نمودار معادلهٔ درجه‌دوم $y=ax^۲+bx+c$ (به شرط $a\neq ۰$)، یک سهمی است. جهت دهانهٔ سهمی به علامت a بستگی دارد. بلندترین یا پست‌ترین نقطه در سهمی، رأس آن نامیده می‌شود و خط عمودی گذرنده از آن، محور تقارن است.



رأس و خط تقارن سهمی

برای سهمی به معادلهٔ $y=ax^۲+bx+c$:

- معادلهٔ محور تقارن، خط $x=-\frac{b}{۲a}$ است.
- مختصات رأس سهمی، نقطهٔ $S(-\frac{b}{۲a},-\frac{\Delta}{۴a})$ می‌باشد. (که در آن $\Delta=b^۲-۴ac$ است.)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا معادلهٔ سهمی داده‌شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$(m+۲)x^۲+(۲m-۳)x-۶=(m-۱)y$$

$$\Rightarrow y=(\frac{m+۲}{m-۱})x^۲+(\frac{۲m-۳}{m-۱})x-\frac{۶}{m-۱} \quad (*)$$

گام دوم: رأس سهمی روی محور تقارن قرار دارد؛ بنابراین:

$$x_S=-\frac{۳}{۱۰} \xrightarrow{x_S=-\frac{b}{۲a}} \frac{-\frac{(۲m-۳)}{m-۱}}{\frac{۲(m+۲)}{m-۱}}=-\frac{۳}{۱۰} \Rightarrow \frac{۲m-۳}{۲m+۴}=\frac{۳}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۲۰m-۳۰=۶m+۱۲ \Rightarrow ۱۴m=۴۲ \Rightarrow m=۳$$

گام سوم: حال با جای‌گذاری مقدار m ضابطهٔ سهمی را می‌نویسیم و با قراردادن طول رأس سهمی، مقدار عرض آن را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(*)} y=\frac{۵}{۲}x^۲+\frac{۳}{۲}x-۳ \xrightarrow{x=\frac{-۳}{۱۰}} \frac{۵}{۲}\times\frac{۹}{۱۰۰}-\frac{۹}{۲۰}-۳=\frac{۴۵}{۲۰۰}-\frac{۹۰}{۲۰۰}-\frac{۶۰۰}{۲۰۰}=-\frac{۶۴۵}{۲۰۰}=-\frac{۱۲۹}{۴۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ رأس سهمی $y = g(x)$ بر رأس سهمی $f(x) = x^۲ - ۴x - ۳$ منطبق است. اگر سهمی $y = g(x)$ محور y را در نقطه‌ای به عرض -۳ قطع می‌کند، طول نقطهٔ دیگر برخورد این سهمی با خط $y = -۳$ برابر کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اول مختصات رأس سهمی f رو پیدا کن. طبق صورت سؤال، این رأس روی سهمی g قرار داره و g از نقطهٔ دیگه‌ای هم می‌گذره. با استفاده از خاصیت تقارن سهمی، می‌تونی نقطهٔ سوم رو به راحتی پیدا کنی.

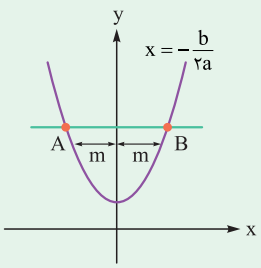
نکته

تقارن در سهمی

- محور تقارن سهمی به معادلهٔ $y = ax^۲ + bx + c$ خط عمودی $x = -\frac{b}{۲a}$ است. این خط، نمودار سهمی را به دو قسمت کاملاً قرینه تقسیم می‌کند.
- ویژگی اصلی تقارن این است که نقاطی با عرض (ارتفاع) یکسان، فاصلهٔ یکسانی از محور تقارن دارند. به عبارت دیگر، اگر دو نقطه روی سهمی دارای عرض یکسان باشند، طول‌های آن‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$x_۱ = -\frac{b}{۲a} - m \quad , \quad x_۲ = -\frac{b}{۲a} + m$$

که در آن m فاصلهٔ هر یک از این نقاط تا محور تقارن است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از روی ضابطهٔ f، رأس سهمی g را مشخص می‌کنیم:

$$x_{S_f} = x_{S_g} = ۲ \Rightarrow y_{S_f} = y_{S_g} = ۴ - ۸ - ۳ = -۷ \Rightarrow S_g(۲, -۷)$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که نمودار تابع g محور y را در نقطهٔ $(۰, -۳)$ قطع می‌کند، برای مشخص‌کردن طول نقطهٔ دیگر هم‌عرض طبق نکته داریم:

$$x_S = \frac{۰ + x}{۲} \Rightarrow ۲ = \frac{۰ + x}{۲} \Rightarrow x = ۴$$

(طول نقطهٔ هم‌عرض)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ اگر جدول تعیین علامت تشکیل‌شده برای حل نامعادلهٔ $\frac{۳x^۲-۲x+۳}{x^۲+x+b^۲+۱}<a$ به صورت زیر باشد، حاصل $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

x	$-\infty$		$-\frac{۳}{۵}$		$+\infty$
		$+$	۰	$-$	

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۵ ۴) -۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

جدول تعیین علامت فقط یک ریشه داره و مخرج هم همیشه مثبته. این یعنی صورت کسر باید یک عبارت درجه‌اول باشه (ضریب $x^۲$ صفر بشه) و ریشه‌ش هم همون عددی باشه که توی جدول اومده.

درس Box

تعیین علامت عبارت‌های جبری

۱) تعیین علامت عبارت درجه‌اول $(ax+b)$

ابتدا ریشهٔ عبارت را از $x=-\frac{b}{a}$ به دست می‌آوریم. سپس جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم. در سمت راست ریشه، علامت عبارت موافق علامت ضریب a و در سمت چپ، مخالف علامت a است.

۲) تعیین علامت عبارت درجه‌دوم $(ax^۲+bx+c)$

علامت این عبارت به مقدار دلتا $(\Delta=b^۲-۴ac)$ بستگی دارد:

- اگر $\Delta>۰$ باشد: معادله، دو ریشهٔ حقیقی $x_۱$ و $x_۲$ دارد. علامت عبارت در بازهٔ بین دو ریشه، مخالف علامت a و در خارج از دو ریشه، موافق علامت a است.
- اگر $\Delta=۰$ باشد: معادله، یک ریشهٔ مضاعف $x_۱$ دارد. علامت عبارت در همه‌جا موافق علامت a است، به‌جز در خود ریشه که مقدار عبارت صفر است.
- اگر $\Delta<۰$ باشد: معادله، ریشهٔ حقیقی ندارد. علامت عبارت در همه‌جا و همواره موافق علامت a است.

نکته

در حالت $\Delta\le۰$ عبارت همواره هم‌علامت با a (یا صفر) است و هرگز علامت مخالف a را به خود نمی‌گیرد.

۳) تعیین علامت حاصل ضرب و تقسیم عبارت‌ها

برای تعیین علامت یک عبارت کسری یا حاصل‌ضرب چند عبارت، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱) ابتدا ریشهٔ تمام عبارت‌های موجود در صورت و مخرج را به دست می‌آوریم.

۲) جدول تعیین علامت را برای تک‌تک عبارت‌ها در سطرهای جداگانه رسم می‌کنیم.

۳) در نهایت، با در نظر گرفتن علامت‌ها در هر بازه، علامت عبارت کل را با توجه به قوانین ضرب و تقسیم علامت‌ها تعیین می‌کنیم.

۴) **توجه** در نقاطی که مخرج کسر صفر می‌شود، کل عبارت تعریف‌نشده است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا نامعادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{۳x^۲-۲x+۳}{x^۲+x+b^۲+۱}-a<۰ \Rightarrow \frac{(۳-a)x^۲-(۲+a)x+۳-ab^۲-a}{x^۲+x+b^۲+۱}<۰$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که عبارت مخرج همواره مثبت (زیرا Δ ی آن $۳-۴b^۲$ و منفی است) و جدول تعیین علامت دارای یک ریشه است که تغییر علامت در اطراف آن رخ داده، پس عبارت صورت، یک عبارت درجه‌اول است:

$$۳-a=۰ \Rightarrow a=۳$$

گام سوم: با جای‌گذاری a و توجه به این‌که $x=-\frac{۳}{۵}$ ریشهٔ آن است، داریم:

$$P(x)=-۵x+۳-۳b^۲-۳ \Rightarrow P(-\frac{۳}{۵})=۰ \Rightarrow ۳-۳b^۲=۰ \Rightarrow b^۲=۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=۱ \Rightarrow a+b=۴ \\ b=-۱ \Rightarrow a+b=۲ \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ فرض کنید $f(\sin\alpha+\sqrt{1+\sin^2\alpha})=\sqrt{1+\sin^2\alpha}-\sin\alpha$ باشد. اگر $f(\frac{1}{2})+f(\frac{2}{3})+f(m)=4/7$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{6}{5}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint عبارت داخل پرانتز f رو ببین. اگر در مزدوجش ضرب و تقسیمش کنی، به یه شکل خیلی ساده‌تر می‌رسی و می‌فهمی ضابطهٔ تابع f واقعاً چی بوده.

نکته **روش‌های گویاکردن!**

- **مخرج تک‌جمله‌ای رادیکالی:** اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[n]{a^m}$ باشد، کسر را در $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ ضرب می‌کنیم تا توان عبارت زیر رادیکال با فرجه برابر شده و رادیکال حذف شود.
- **مخرج‌های دوجمله‌ای با جذر:** اگر مخرج کسر یکی از حالت‌های $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ یا $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ را داشت، از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم، یعنی کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم تا با استفاده از اتحاد $(x-y)(x+y)=x^2-y^2$ رادیکال‌ها از بین بروند.
- **مخرج‌های دوجمله‌ای با ریشهٔ سوم:** برای مخرج‌هایی مانند $\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}$، از اتحادهای چاق و لاغر (مجموع و تفاضل مکعبات) کمک بگیرید.
- **مخرج‌های پیچیده‌تر:** در مواردی که مخرج سه جمله یا رادیکال‌هایی با فرجهٔ بالاتر دارد، می‌توان با دسته‌بندی مناسب جملات، از روش اتحاد مزدوج به صورت چندمرحله‌ای استفاده کرد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با ضرب و تقسیم $\sqrt{1+\sin^2\alpha}-\sin\alpha$ در مزدوج آن داریم:

$$\sqrt{1+\sin^2\alpha}-\sin\alpha\times\frac{\sqrt{1+\sin^2\alpha}+\sin\alpha}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}+\sin\alpha}=\frac{1+\sin^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}+\sin\alpha}=\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}+\sin\alpha}$$

گام دوم: با جای‌گذاری عبارت به‌دست‌آمده در ضابطهٔ تابع f داریم:

$$f(\sin\alpha+\sqrt{1+\sin^2\alpha})=\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}+\sin\alpha}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{x}$$

توجه با توجه به این‌که محدودهٔ عبارت $\sin\alpha+\sqrt{1+\sin^2\alpha}$ بازهٔ $[\sqrt{2}-1,\sqrt{2}+1]$ است، ضابطهٔ تابع f را فقط در این بازه داریم و اطلاعاتی از این تابع در $\mathbb{R}-[\sqrt{2}-1,\sqrt{2}+1]$ نداریم.

گام سوم: با توجه به ضابطهٔ ساده‌شدهٔ تابع f برای مشخص‌کردن مقدار m می‌توان نوشت:

$$f(\frac{1}{2})+f(\frac{2}{3})+f(m)=4/7$$

$$\Rightarrow\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{m}=1\Rightarrow\frac{1}{m}=\frac{1}{2}\Rightarrow m=2$$

$$\xrightarrow{f(x)=\frac{1}{x}}2+\frac{3}{2}+\frac{1}{m}=\frac{47}{10}\Rightarrow\frac{1}{m}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}\Rightarrow m=\frac{5}{6}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۵ اگر $f(x)=(ax+۱)(b-۳x)+۶x^۲$ ضابطهٔ یک تابع ثابت باشد، مساحت سطح محصور به نمودار تابع $g(x)=-bx+۱$ و محورهای مختصات کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

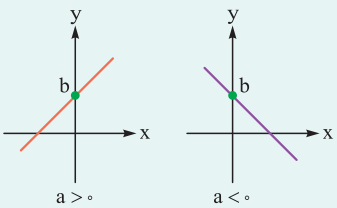
Hint تابع f ثابته، یعنی ضریب $x^۲$ و ضریب x بعد از ساده‌سازی باید صفر بشن. از این دو شرط برای پیداکردن a و b استفاده کن.

درس Box

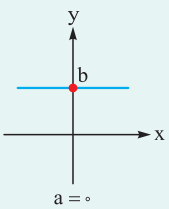
توابع خطی و ثابت

تابعی با ضابطهٔ $f(x)=ax+b$ را تابع خطی می‌نامند. نمودار این تابع، خطی با شیب a و عرض از مبدأ b است.

- اگر $a\neq ۰$: برد تابع مجموعهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ است.



- اگر $a=۰$: تابع به شکل $f(x)=b$ درآمده و تابع ثابت نامیده می‌شود. برد این تابع، مجموعهٔ تک‌عضوی $\{b\}$ است و نمودار آن خطی افقی می‌باشد.



پاسخ خیلی تشریحی

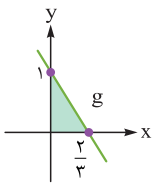
گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=(ab-۳)x-۳ax^۲+b+۶x^۲=(۶-۳a)x^۲+(ab-۳)x+b$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که f تابعی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases}۶-۳a=۰ \Rightarrow a=۲\\ ab-۳=۰ \Rightarrow ۲b-۳=۰ \Rightarrow b=\frac{۳}{۲}\end{cases}$$

گام سوم: حال با جای‌گذاری مقدار b در ضابطهٔ تابع g و رسم نمودار آن، مساحت سطح محصور بین نمودار تابع g و محورهای مختصات را مشخص می‌کنیم:



$$S=\frac{۱\times\frac{۲}{۳}}{۲}=\frac{۱}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ اگر برد تابع $f(x)=a-(x-b)^۲$ بازهٔ $(-\infty,۴]$ باشد و نمودار آن نیز از نقطهٔ $(۲,۳)$ عبور کند، برد تابع $g(x)=|x-a|-\frac{b}{۳}$ $(b>۱)$ کدام است؟

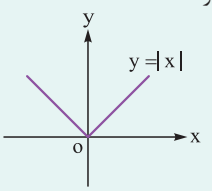
۱) $[۱,+\infty)$ ۲) $[-۱,+\infty)$

۳) $[۳,+\infty)$ ۴) $[-۳,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint بُرد یک سهمی رو به پایین، از عرض رأسش شروع می‌شه و تا منفی بی‌نهایت می‌ره. از این نکته و نقطه‌ای که بهت داده‌شده برای پیداکردن a و b استفاده کن.

درس Box تابع قدرمطلق تابعی است که هر عضو دامنهٔ خود را به مقدار قدرمطلق آن نسبت می‌دهد. نمایش جبری این تابع به صورت $f(x)=|x|$ است. نمودار آن به شکل حرف V انگلیسی است که رأس آن در مبدأ مختصات قرار دارد.



تابع قدرمطلق را می‌توان به صورت یک تابع قطعه‌ای نیز نمایش داد:

$$f(x)=|x|=\begin{cases}x & ; x\geq ۰\\ -x & ; x\leq ۰\end{cases}$$

انتقال نمودار توابع

برای رسم نمودارهای جدید، می‌توانیم از نمودار توابع پایه و انتقال آن‌ها استفاده کنیم. با فرض $k>۰$:

انتقال عمودی:

✓ نمودار $y=f(x)+k$ همان نمودار $f(x)$ است که k واحد به بالا منتقل شده است.

✓ نمودار $y=f(x)-k$ همان نمودار $f(x)$ است که k واحد به پایین منتقل شده است.

انتقال افقی:

✓ نمودار $y=f(x-k)$ همان نمودار $f(x)$ است که k واحد به راست منتقل شده است.

✓ نمودار $y=f(x+k)$ همان نمودار $f(x)$ است که k واحد به چپ منتقل شده است.

مثال با استفاده از این قوانین، نمودار تابع $g(x)=|x-۲|+۳$ را می‌توان با انتقال نمودار پایهٔ $f(x)=|x|$ به اندازهٔ دو واحد به راست و سه واحد به بالا رسم کرد.

نکته

- اگر نقطهٔ $S(x_S,y_S)$ رأس سهمی $y=ax^۲+bx+c$ باشد، می‌توان ضابطهٔ آن را به صورت $y=a(x-x_S)^۲+y_S$ نوشت.
- برد تابع درجه‌دوم از مقدار عرض رأس سهمی به قبل یا به بعد با توجه به جهت دهانهٔ سهمی می‌باشد.

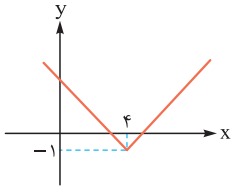
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به برد تابع f و ضابطهٔ آن می‌توان نتیجه گرفت که $a=۴$. هم‌چنین نمودار تابع f از نقطهٔ $(۲,۳)$ عبور می‌کند، بنابراین:

$$f(x)=۴-(x-b)^۲ \xrightarrow{(۲,۳)\in f} ۳=۴-(۲-b)^۲ \Rightarrow (۲-b)^۲=۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases}۲-b=۱ \Rightarrow b=۱ & \text{طبق فرض سؤال غیر قابل قبول است.}\\ ۲-b=-۱ \Rightarrow b=۳ & \checkmark\end{cases}$$

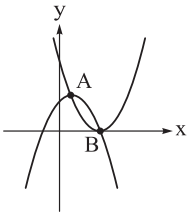
گام دوم: حال با دانستن مقادیر b و a، نمودار تابع g، یعنی $g(x)=|x-۴|-۱$ را رسم می‌کنیم:



گام سوم: با توجه به نمودار رسم‌شده، برد تابع g به صورت $[-۱,+\infty)$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ در شکل زیر نقاط A و B رئوس سهمی‌ها هستند. اگر معادلهٔ سهمی‌ها $y=-۲x^۲+۴x+۶$ و $y=ax^۲+bx+c$ باشد، حاصل $a-b+c$ کدام است؟



۱) ۳۲

۲) ۳۰

۳) ۳۴

۴) ۲۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اول تشخیص بده معادلهٔ داده‌شده مال کدوم سهمیه (دهانهٔ بالا یا پایین؟). بعد رأس اون (نقطهٔ A) و یکی از ریشه‌هاش (نقطهٔ B) رو پیدا کن. حالا B رأس سهمی دومه و A یه نقطه روی اون. با این اطلاعات معادلهٔ سهمی دوم رو بنویس.

درس Box

شکل‌های مختلف معادلهٔ سهمی

۱) معادلهٔ سهمی با استفاده از رأس (فرم استاندارد)

هر سهمی را می‌توان با معادلهٔ $y=a(x-h)^۲+k$ نمایش داد.

- در این حالت، رأس سهمی نقطهٔ (h,k) است.
- خط $x=h$ محور تقارن آن است.
- اگر $a>۰$ رأس پایین‌ترین نقطه و اگر $a<۰$ رأس بالاترین نقطهٔ سهمی است.

۲) معادلهٔ سهمی با استفاده از ریشه‌ها (نقاط برخورد با محور xها)

بسته به این‌که سهمی محور xها را در چند نقطه قطع کند، معادلهٔ آن را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت (به شرط $a\neq ۰$):

حالت اول: سهمی محور xها را در دو نقطهٔ $x_۱$ و $x_۲$ قطع می‌کند.

- معادله: $y=a(x-x_۱)(x-x_۲)$
- محور تقارن: $x=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$

حالت دوم: سهمی بر محور xها در یک نقطهٔ $x_۱$ مماس است.

- معادله: $y=a(x-x_۱)^۲$
- محور تقارن: $x=x_۱$ (در این حالت، رأس سهمی روی محور xها قرار دارد).

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که ضریب $x^۲$ در معادلهٔ سهمی داده‌شده منفی است، پس معادله مربوط به سهمی است که دهانهٔ آن رو به پایین است.

با توجه به این مختصات نقطهٔ A که رأس آن و مختصات نقطهٔ B که صفر آن است، مشخص می‌کنیم:

$$x_A=\frac{-۴}{-۴}=۱ \Rightarrow y_A=۸ \Rightarrow A(۱,۸)$$

$$-۲x^۲+۴x+۶=۰ \Rightarrow x^۲-۲x-۳=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۱ \\ x=۳ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_B>۰} x_B=۳ \Rightarrow B(۳,۰)$$

گام دوم: حال به کمک نقطهٔ B که رأس سهمی دوم است و نقطهٔ A که روی آن قرار دارد، معادلهٔ سهمی دوم را مشخص می‌کنیم:

$$y_۲=a(x-۳)^۲ \xrightarrow{(۱,۸)\in y_۲} a(۱-۳)^۲=۸ \Rightarrow a=۲$$

گام سوم: حالا معادلهٔ سهمی را به فرم مفروض سؤال می‌نویسیم:

$$y_۲=۲(x^۲-۶x+۹) \Rightarrow y_۲=۲x^۲-۱۲x+۱۸$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=۲ \\ b=-۱۲ \\ c=۱۸ \end{cases} \Rightarrow a-b+c=۲+۱۲+۱۸=۳۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ **با استفاده از ارقام ۸، ۷، ۵، ۳، ۲، ۰ چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز و بزرگ‌تر از ۳۵۰۰ می‌توان ساخت؟**

۱) ۲۰۴ ۲) ۱۹۲ ۳) ۲۱۶ ۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

برای این‌که عدد از ۳۵۰۰ بزرگ‌تر باشه، باید به رقم هزارگان و صدگانش دقت کنی. مسئله رو به چند حالت تقسیم کن: حالتی که رقم اول ۵، ۷ یا ۸ باشه و حالتی که رقم اول ۳ باشه.

درس Box

اصول شمارش (جمع و ضرب)

در بسیاری از مسائل، به جای شمردن مستقیم تعداد حالت‌ها، از دو اصل اساسی شمارش یعنی اصل جمع و اصل ضرب استفاده می‌کنیم. این روش‌ها به ما کمک می‌کنند تا بدون نیاز به فهرست‌کردن تمام حالات ممکن، تعداد آن‌ها را محاسبه کنیم.

اصل جمع

کاربرد: زمانی که برای انجام کاری، چند انتخاب جایگزین و جدا از هم پیش رو داریم و می‌خواهیم فقط یکی از این انتخاب‌ها را عملی کنیم.

قانون: تعداد کل روش‌های ممکن، برابر است با مجموع تعداد روش‌های هر انتخاب.

$$\text{تعداد کل حالات} = m_1 + m_2 + \cdots + m_k$$

اصل ضرب

کاربرد: زمانی که انجام یک کار، شامل چند مرحلهٔ متوالی و پی در پی است و برای تکمیل آن کار، باید تمام مراحل انجام شوند.

قانون: تعداد کل روش‌های ممکن، برابر است با حاصل‌ضرب تعداد روش‌های هر مرحله.

$$\text{تعداد کل حالات} = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_k$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا حالاتی را حساب می‌کنیم که رقم هزارگان آن‌ها ۵ یا ۷ یا ۸ باشد:

$$\underline{۳} \times \underline{۵} \times \underline{۴} \times \underline{۳} = ۱۸۰$$

{ارقام غیرتکراری} {۵،۷،۸}

گام دوم: حال حالاتی را حساب می‌کنیم که رقم هزارگان ۳ و رقم صدگان بزرگ‌تر مساوی ۵ باشد:

$$\underline{۱} \times \underline{۳} \times \underline{۴} \times \underline{۳} = ۳۶$$

{۳} {۵،۷،۸} {ارقام غیرتکراری}

گام سوم: بنابراین تعداد کل اعداد برابر است با:

$$۱۸۰ + ۳۶ = ۲۱۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ **با حروف کلمهٔ SABZ چند کلمهٔ ده‌حرفی می‌توان ساخت که دو حرف S و B مجاور نباشند، دو حرف A و Z هم مجاور نباشند و هیچ دو حرف مجاوری هم یکسان نباشد؟**

۱) $۲^{۱۰}$ ۲) $۲^{۱۱}$ ۳) $۲^{۱۲}$ ۴) $۲^{۱۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

به شرط‌های مسئله دقت کن. این شرط‌ها باعث می‌شن که حروف مجبور باشن از دو دستهٔ خاص، به صورت یکی‌درمیون انتخاب بشن. اون دو دسته رو پیدا کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا توجه کنید که شروط مسئله حروف کلمه را به دو دستهٔ $\{B,S\}$ و $\{A,Z\}$ تقسیم می‌کند.

گام دوم: حال بررسی می‌کنیم بعد از هر حرف، چه حرفی می‌تواند بیاید:

اگر حرف فعلی از دستهٔ $\{B,S\}$ باشد، مثلاً S:

- حرف بعدی نمی‌تواند S باشد.
- حرف بعدی نمی‌تواند B باشد.

در نتیجه حرف بعدی حتماً باید از دستهٔ $\{A,Z\}$ باشد.

به طور مشابه اگر حرف فعلی از دستهٔ $\{A,Z\}$ بود نیز حرف بعدی باید از دستهٔ $\{B,S\}$ باشد پس باید کلمهٔ ما به صورت یک‌درمیان از این دو دسته ساخته شود.

گام سوم: حال تعداد کلمات ۱۰حرفی با این الگو را محاسبه می‌کنیم.

در جایگاه اول محدودیتی نداریم و در بقیهٔ جایگاه‌ها انتخاب ما دسته‌ای است که حرف اول در آن قرار ندارد:

$$\underset{\text{جایگاه‌اول}}{\overset{\downarrow}{۴}} \times \underbrace{۲\times۲\times\ldots\times۲}_{\text{۹ تا}} = ۲^{۲}\times۲^{۹} = ۲^{۱۱}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ از مجموعهٔ $\{۱,۲,۳,...,۱۰\}$ سه عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع ۳ عدد انتخاب‌شده بر ۳ بخش‌پذیر است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۳۵ ۳) ۰/۵۵ ۴) ۰/۶۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint برای این‌که مجموع سه عدد بر ۳ بخش‌پذیر باشه، باید به باقی‌ماندهٔ اون‌ها در تقسیم بر ۳ نگاه کنی. اعداد ۱ تا ۱۰ رو به سه دسته (باقی‌مانده صفر، یک و دو) تقسیم کن و ببین چه ترکیب‌هایی از این دسته‌ها جواب می‌ده.

درس Box

ترکیب

مفهوم ترکیب

ترکیب، روشی برای انتخاب گروهی از اشیا است که در آن، ترتیب انتخاب اعضا هیچ اهمیتی ندارد. به هر انتخاب r شیء متمایز از میان n شیء متمایز (به طوری که $r \le n$)، یک ترکیب rتایی از n شیء گفته می‌شود.

مثال ترکیب‌های دوحرفی از مجموعهٔ $\{a,b,c,d\}$ عبارت‌اند از:

$$\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{b,c\},\{b,d\},\{c,d\}$$

توجه کنید که چون ترتیب مهم نیست، مجموعهٔ $\{a,b\}$ با $\{b,a\}$ یکسان در نظر گرفته می‌شود.

فرمول و نماد ترکیب

تعداد روش‌های انتخاب r شیء از n شیء را با نمادهای $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم. مقدار آن از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

آزمایش تصادفی و فضاهای نمونه‌ای

- به آزمایشی که نتیجهٔ دقیق آن قابل پیش‌بینی نیست، اما همهٔ نتایج ممکن آن مشخص است، آزمایش تصادفی می‌گویند.
- مجموعهٔ تمام نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه‌ای می‌نامند و با S نمایش می‌دهند.
- هر زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای، یک پیشامد نام دارد.

محاسبهٔ احتمال یک پیشامد

فرض کنید فضای نمونه‌ای S متناهی و ناتهی باشد و A پیشامدی از این فضا باشد. اگر شانس وقوع همهٔ اعضای S یکسان باشد، احتمال وقوع پیشامد A که با $P(A)$ نمایش داده می‌شود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P(A)=\frac{\text{تعداد اعضای پیشامد A}}{\text{تعداد کل اعضای فضای نمونه‌ای}}=\frac{n(A)}{n(S)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا تعداد کل حالات یعنی انتخاب ۳ عدد از مجموعهٔ ۱۰عضوی را محاسبه می‌کنیم:

$$n(S)=\binom{۱۰}{۳}=\frac{۱۰!}{۳!(۱۰-۳)!}=\frac{۱۰\times۹\times۸}{۳\times۲\times۱}=۱۲۰$$

گام دوم: مجموع سه عدد زمانی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع باقی‌مانده‌های آن‌ها بر ۳، بر ۳ بخش‌پذیر باشد. پس اعداد مجموعه را براساس باقی‌ماندهٔ تقسیم آن‌ها بر ۳ دسته‌بندی می‌کنیم:

۱) اعدادی که بر ۳ بخش‌پذیرند: $\{۳,۶,۹\}$

۲) اعدادی که در تقسیم بر ۳، باقی‌ماندهٔ ۱ دارند: $\{۱,۴,۷,۱۰\}$

۳) اعدادی که در تقسیم بر ۳، باقی‌ماندهٔ ۲ دارند: $\{۲,۵,۸\}$

گام سوم: حال حالت‌هایی را حساب می‌کنیم که مجموع باقی‌مانده‌ها مضربی از ۳ باشد:

I) هر سه از دستهٔ ۱ یا ۲ یا ۳ باشند:
$$\binom{۳}{۳}+\binom{۴}{۳}+\binom{۳}{۳}=۱+۴+۱=۶$$

II) از هر دسته دقیقاً یک عدد انتخاب شود:
$$\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}=۳\times۴\times۳=۳۶$$

گام چهارم: تعداد حالت‌های مطلوب برابر $۳۶+۶=۴۲$ است. در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P=\frac{۴۲}{۱۲۰}=\frac{۷}{۲۰}=۰/۳۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱ **از دوران یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه، حول ضلع عمود بر قاعده‌های آن، چه شکلی ایجاد می‌شود؟**

۱) یک استوانه و یک مخروط قائم که در قاعده مشترک‌اند.

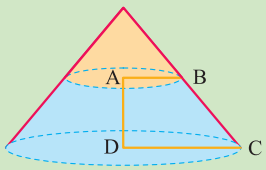
۲) دو مخروط قائم که در قاعده مشترک‌اند.

۳) یک استوانه که مخروط قائمی از آن جدا شده است.

۴) یک مخروط قائم که مخروط قائم دیگری از آن جدا شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در شکل زیر، ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ ABCD را حول ضلع AD که بر قاعده‌ها عمود است، دوران داده‌ایم. همان‌طور که می‌بینید، شکل حاصل یک مخروط قائم است که یک مخروط قائم دیگر (مخروط نارنجی‌رنگ) از آن جدا شده.



کتاب درسی

در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.

(هندسه (۱) ـ تمرین ۲ صفحهٔ ۹۶ کتاب درسی)

الف) دورن یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع آن:

ب) دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع زاویهٔ قائمه:

پ) دوران یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها:

ت) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول قاعدهٔ آن:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

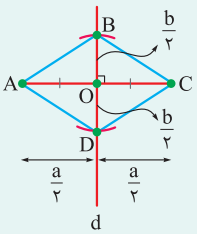
۲۲ چند لوزی با محیط ۱۶ می‌توان رسم کرد که قطر بزرگ آن دو برابر قطر کوچک باشد؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) صفر
۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینهٔ ۲

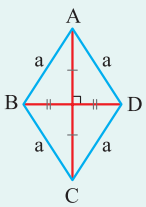
درس Box

۱) برای رسم لوزی به قطرهای a و b، اول قطر $AC = a$ را رسم می‌کنیم. عمودمنصف AC (خط d) را می‌کشیم تا آن را در نقطهٔ O قطع کند. در ادامه کمانی به مرکز O و شعاع $\frac{b}{2}$ رسم می‌کنیم تا d را در نقطه‌های B و D قطع کند. حالا اگر نقطه‌های B و D را به A و C وصل کنیم، لوزی به قطرهای a و b رسم می‌شود.



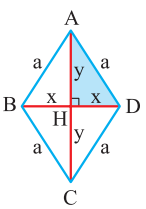
۲) با دانستن طول قطرهای یک لوزی می‌توان آن را به طور منحصربه‌فرد رسم کرد.

۳) مطابق شکل، در لوزی طول هر ۴ ضلع برابر و قطرها عمودمنصف یکدیگرند.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (رسم شکل فرضی و تحلیل آن): اول شکل فرضی زیر را می‌کشیم، به گفتهٔ سؤال محیط لوزی برابر ۱۶ است، پس می‌توانیم بنویسیم:



$$۴a = ۱۶ \Rightarrow a = ۴$$

از طرفی طبق مورد (۲) درس‌باکس، قطرها عمودمنصف هم‌اند، پس روی شکل می‌توانیم طول BH و HD را x و طول AH و HC را y در نظر بگیریم. سؤال می‌گوید طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است؛ پس:

$$AC = ۲BD \Rightarrow ۲y = ۲(۲x) \Rightarrow y = ۲x$$

حالا اگر در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی بالا فیثاغورس بنویسیم؛ می‌فهمیم که x و y مقدار مشخصی دارند:

$$x^۲ + y^۲ = a^۲ \xrightarrow[a=۴]{y=۲x} x^۲ + (۲x)^۲ = ۴^۲ \Rightarrow ۵x^۲ = ۱۶ \Rightarrow x^۲ = \frac{۱۶}{۵} \Rightarrow x = \frac{۴}{\sqrt{۵}} \xrightarrow[y=۲x]{\text{جای‌گذاری در}} y = ۲(\frac{۴}{\sqrt{۵}}) = \frac{۸}{\sqrt{۵}}$$

گام دوم (تشخیص گزینهٔ درست): از این‌که x و y مقدار مشخصی دارند، نتیجه می‌گیریم که قطرهای لوزی هم، طول مشخصی دارند، پس طبق مورد (۲) درس‌باکس، این لوزی منحصربه‌فرد است؛ بنابراین مسئله یک جواب دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

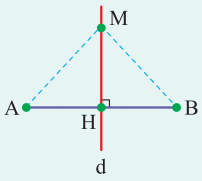
۲۳ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، دو ضلع AB و AC با هم برابرند و عمودمنصف ضلع AB ، ضلع AC را در نقطهٔ P قطع می‌کند. اگر $A\hat{B}C = B\hat{P}C$ ، آن‌گاه زاویهٔ حادهٔ A چند درجه است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۰ ۳) ۲۴ ۴) ۴۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

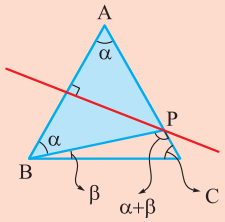
در شکل زیر، به خط d که بر پاره‌خط AB عمود است و آن را نصف می‌کند، **عمودمنصف پاره‌خط** AB می‌گوییم. ویژگی عمودمنصف این است که هر نقطه‌ای روی آن باشد، فاصله‌اش از دو سر پاره‌خط به یک اندازه است و برعکس؛ یعنی برای نقطهٔ M در شکل مقابل می‌توانیم بنویسیم: $MA = MB$



M روی عمودمنصف پاره‌خط AB است. $\Leftrightarrow$ $MA = MB$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت زیر است. نقطهٔ P روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد، پس طبق درس‌باکس فاصله‌اش از دو سر AB به یک اندازه است؛ بنابراین $PA = PB$ می‌شود. این یعنی مثلث PAB متساوی‌الساقین است و زاویه‌های مجاور به ساق‌هایش برابرند؛ پس می‌توانیم فرض کنیم:



$A\hat{B}P = P\hat{A}B = \alpha$

حالا فرض می‌کنیم $P\hat{B}C = \beta$ باشد. به گفتهٔ سؤال مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس زوایای B و C در آن برابرند:

$\hat{B} = \hat{C} = \alpha + \beta$

از طرفی چون $B\hat{P}C = A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ، مثلث BPC هم متساوی‌الساقین است، پس:

$B\hat{P}C = P\hat{C}B = \alpha + \beta$

گام دوم (پیداکردن رابطهٔ بین α و β): زاویهٔ $B\hat{P}C$ در شکل بالا، زاویهٔ خارجی مثلث BAP است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$B\hat{P}C = \hat{A} + A\hat{B}P \Rightarrow \cancel{\alpha} + \beta = \cancel{\alpha} + \alpha \Rightarrow \alpha = \beta \qquad (1)$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): مجموع زوایای داخلی مثلث BPC باید ۱۸۰° باشد:

$$\beta+(\alpha+\beta)+(\alpha+\beta)=180^\circ \Rightarrow 3\beta+2\alpha=180^\circ \xrightarrow[\alpha=\beta]{(1)} 3\alpha+2\alpha=180^\circ \Rightarrow 5\alpha=180^\circ \Rightarrow \alpha=36^\circ \Rightarrow \hat{A}=36^\circ$$

کنکور

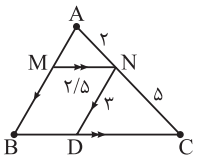
در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، نقطهٔ M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطهٔ N قطع می‌کند. اگر $N\hat{B}C = 54^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ $M\hat{N}B$ چند درجه است؟

(سؤال ۱۳۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۱ ـ نوبت دوم)

۱) ۴۸ ۲) ۵۶ ۳) ۶۶ ۴) ۷۸

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ اگر در شکل مقابل $MN \parallel BC$ و $AB \parallel ND$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

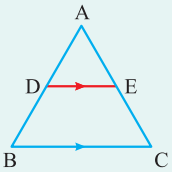


۱) ۱۸/۴۵
۲) ۱۹/۴۵
۳) ۱۸/۹۵
۴) ۱۹/۹۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اگر در شکل زیر $DE \parallel BC$ باشد، طبق قضیهٔ تالس می‌توانیم تناسب‌های زیر را بنویسیم:



- **جزء به جزء:**

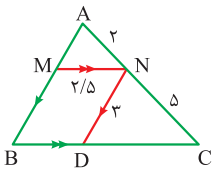
$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

- **جزء به کل:**

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (محاسبهٔ طول BC):



$$\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}\Rightarrow\frac{۲/۵}{BC}=\frac{۲}{۷}\Rightarrow BC=۸/۷۵$$

گام دوم (محاسبهٔ طول AB):

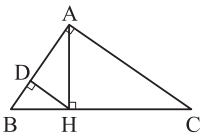
$$\frac{ND}{AB}=\frac{CN}{AC}\Rightarrow\frac{۳}{AB}=\frac{۵}{۷}\Rightarrow AB=۴/۲$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

$$\overset{\Delta}{ABC}\ \text{محیط}=AC+AB+BC$$
$$=۷+۴/۲+۸/۷۵=۱۹/۹۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵ در شکل زیر با فرض $AB = ۳$ و $AC = ۴$، نسبت محیط مثلث BDH به محیط مثلث ABC کدام است؟

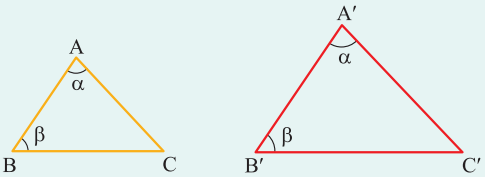


۱) ۰/۲۷ ۲) ۰/۳۶ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

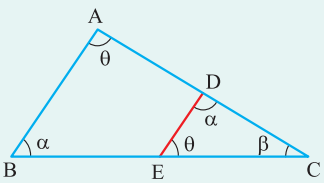
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) هر وقت دو مثلث دو زاویهٔ برابر داشته باشند، متشابه‌اند. مثلاً در شکل‌های زیر، مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ با دو زاویهٔ برابر α و β متشابه‌اند.



۲) برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویه‌های برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل زیر به این صورت می‌شود:



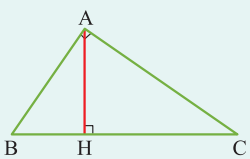
$$\underbrace{\frac{AC}{EC}}_{\text{مقابل } \alpha} = \underbrace{\frac{AB}{DE}}_{\text{مقابل } \beta} = \underbrace{\frac{BC}{DC}}_{\text{مقابل } \theta}$$

۳) نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر با همان نسبت تشابهشان است. مثلاً در شکل بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\text{محیط مثلث ABC}}{\text{محیط مثلث DEC}} = \frac{AC}{EC} \text{ یا } \frac{AB}{DE} \text{ یا } \frac{BC}{DC}$$

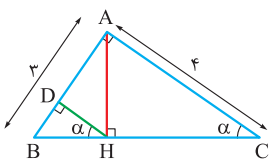
۴) در شکل زیر، ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را کشیده‌ایم. در چنین شکلی روابط طولی زیر همیشه برقرارند:

- $AB^۲ = BH \times BC$
- $AH^۲ = BH \times CH$
- $AC^۲ = CH \times BC$
- $AB \times AC = AH \times BC$



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (تشخیص مثلث‌های متشابه): در شکل زیر، DH و AC هر دو بر ضلع AB عمودند، پس موازی‌اند. حالا به پاره‌خط‌های موازی DH و AC و پاره‌خط مورب BC نگاه کنید. طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب $D\hat{H}B$ و $A\hat{C}B$ برابرند، پس جفتشان را α در نظر می‌گیریم. مثلث‌های DHB و ACB دو زاویهٔ برابر دارند؛ یکی α و دیگری ۹۰°، پس طبق مورد (۱) درس‌باکس متشابه‌اند.



گام دوم (تحلیل خواستهٔ سؤال): به دنبال نسبت محیط دو مثلث متشابه ABC و BDH هستیم که طبق موارد (۲) و (۳) درس‌باکس می‌شود:

$$\frac{\text{محیط مثلث BDH}}{\text{محیط مثلث ABC}} = \underbrace{\frac{BH}{BC}}_{\text{مقابل } ۹۰^\circ} \text{ یا } \underbrace{\frac{BD}{AB}}_{\text{مقابل } \alpha} \text{ یا } \underbrace{\frac{DH}{AC}}_{\text{مقابل } \hat{B}} \quad (*)$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): در (*) پیداکردن طول BC و BH خیلی راحت است. BC که به کمک فیثاغورس در مثلث ABC به دست می‌آید:

$$BC^۲ = ۳^۲ + ۴^۲ = ۲۵ \Rightarrow BC = ۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ارتفاع وارد بر وتر (AH) رسم شده است، پس برای محاسبهٔ BH می‌توانیم از فرمول‌های مورد (۴) درس‌باکس، کمک بگیریم:

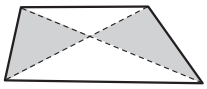
$$AB^{۲} = BH \times BC \Rightarrow ۳^{۲} = BH \times ۵ \Rightarrow BH = \frac{۹}{۵}$$

حالا که BC و BH را داریم می‌توانیم به کمک (*) خواستهٔ سؤال را به دست بیاوریم:

$$\frac{\text{محیط مثلث BDH}}{\text{محیط مثلث ABC}} = \frac{BH}{BC} = \frac{\frac{۹}{۵}}{۵} = \frac{۹}{۲۵} \times \frac{۴}{۴} = \frac{۳۶}{۱۰۰} = ۰/۳۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ در شکل زیر، نسبت قاعده‌های ذوزنقه ۲ به ۳ است. مساحت قسمت رنگ‌شده چند درصد مساحت ذوزنقه است؟



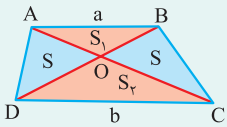
۱) ۳۶ ۲) ۴۰
۳) ۴۸ ۴) ۵۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مربعِ نسبت تشابهشان است.

۲) در شکل زیر قطرهای یک ذوزنقهٔ دلخواه را کشیده‌ایم. با این کار ذوزنقه به چهار مثلث تبدیل می‌شود که نکات زیر را باید راجع به آن‌ها بلد باشید:



- مثلث‌های محدود به قطرها و قاعده‌ها (مثلث‌های قرمز) متشابه‌اند، پس طبق مورد بالا نسبت مساحتشان می‌شود:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=(\frac{a}{b})^۲$$

- مثلث‌های محدود به قطرها و ساق‌ها (مثلث‌های آبی) هم‌مساحت‌اند، یعنی:

$$S_{AOD}=S_{BOC}$$

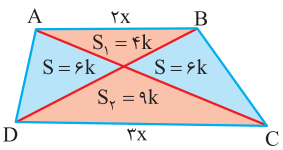
- حاصل‌ضرب مساحت مثلث‌های آبی و قرمز برابرند، یعنی:

$$S\times S=S_۱\times S_۲ \Rightarrow S^۲=S_۱\times S_۲$$

۳) از تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $a=ck$ و $b=dk$ است. مثلاً اگر $\frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}$ باشد. در این صورت $a=۲k$ و $b=۳k$ می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (تحلیل مساحت‌ها): به گفتهٔ سؤال، نسبت قاعده‌های ذوزنقهٔ مقابل برابر ۲ به ۳ است، پس قاعدهٔ بزرگ را $۳x$ و قاعدهٔ کوچک را $۲x$ در نظر می‌گیریم. طبق مورد (۲) درس‌باکس، مثلث‌های قرمز متشابه‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌باکس، نسبت مساحتشان می‌شود:



$$\frac{S_۱}{S_۲}=(\frac{۲x}{۳x})^۲=\frac{۴}{۹} \xrightarrow[\text{درس‌باکس}]{\text{طبق مورد (۳)}} S_۱=۴k \ , \ S_۲=۹k$$

از طرفی مثلث‌های آبی مساحت یکسانی دارند، پس مساحت جفتشان را S در نظر می‌گیریم. طبق مورد (۲) درس‌باکس، حاصل‌ضرب مساحت مثلث‌های آبی و قرمز برابرند، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$S\times S=S_۱\times S_۲ \Rightarrow S^۲=(۴k)(۹k)=۳۶k^۲ \Rightarrow S=۶k$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): می‌خواهیم بفهمیم مساحت قسمت آبی چند درصدِ مساحت کل ذوزنقه است، پس باید بنویسیم:

$$\frac{S_{\text{آبی}}}{S_{\text{کل}}}=\frac{۶k+۶k}{۴k+۶k+۹k+۶k}=\frac{۱۲k}{۲۵k}\times\frac{۴}{۴}=\frac{۴۸}{۱۰۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ نقطهٔ A، یکی از رأس‌های یک پانزده‌ضلعی محدب است. چه تعداد از قطرهای این پانزده‌ضلعی، از رأس A نمی‌گذرند؟

۱) ۷۸ ۲) ۷۷ ۳) ۷۶ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

از هر رأس یک nضلعی دلخواه، $n-۳$ قطر می‌گذرد و تعداد قطرهای یک nضلعی می‌شود:

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-۳)}{۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ تعداد کل قطرها): تعداد کل قطرهای یک ۱۵ضلعی، طبق درس‌باکس می‌شود:

$$\text{تعدد کل قطرها} = \frac{۱۵(۱۵-۳)}{۲} = \frac{۱۵\times ۱۲^{۶}}{۲_{۱}} = ۹۰$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): طبق درس‌باکس، از هر رأس ۱۵ضلعی مثل A، $۱۵-۳=۱۲$ تا قطر می‌گذرد، پس تعداد قطرهایی که از رأس A نمی‌گذرند، می‌شود $۹۰-۱۲=۷۸$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ در یک مستطیل به اضلاع ۲ و ۵ از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی، چهارضلعی ABCD و از وصل‌کردن وسط‌های اضلاع، چهارضلعی MNOP حاصل می‌شود. مساحت ABCD چند برابر مساحت MNOP است؟

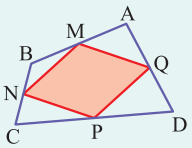
۱) $\frac{۹}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱۰}{۹}$

۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

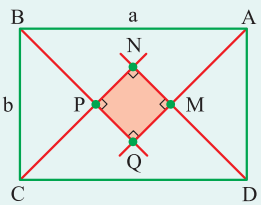
درس Box

۱) با وصل‌کردنِ متوالیِ وسطِ ضلع‌هایِ هر چهارضلعی، مطابق شکل زیر، یک متوازی‌الاضلاع (به چهارضلعی رنگی در شکل زیر نگاه کنید) ساخته می‌شود. مساحت این متوازی‌الاضلاع، نصفِ مساحت چهارضلعی اولیه است، یعنی:



$$S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{۲}$$

۲) از برخورد نیمسازهای داخلی **هر مستطیل**، مطابق شکل زیر، یک مربع ساخته می‌شود. اگر طول ضلع‌های این مستطیل a و b باشند، طول ضلع این مربع می‌شود $\frac{|a-b|}{\sqrt{۲}}$.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ مساحت چهارضلعی حاصل از وصل‌کردن وسط اضلاع): طبق مورد (۱) درس‌باکس، از به هم وصل‌کردن وسط اضلاع یک چهارضلعی *(که این‌جا مستطیله)* یک متوازی‌الاضلاع ساخته می‌شود که مساحتش نصف چهارضلعی است.

$$S_{▱} = \frac{۱}{۲} S_{\text{مستطیل}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵ = ۵$$

گام دوم (محاسبهٔ مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازها): طبق مورد (۲) درس‌باکس، اگر نیمسازهای داخلی یک مستطیل با ابعاد ۲ و ۵ را بکشیم، یک مربع به ضلع $\frac{|۵-۲|}{\sqrt{۲}} = \frac{۳}{\sqrt{۲}}$ ساخته می‌شود، پس مساحتش برابر است با:

$$S_{□} = (\frac{۳}{\sqrt{۲}})^{۲} = \frac{۹}{۲}$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): به دنبال نسبت $S_{□}$ به $S_{▱}$ هستیم که می‌شود $\frac{\frac{۹}{۲}}{۵} = ۰/۹$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

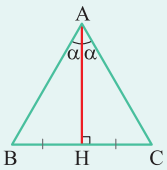
۲۹ در مثلثی به طول اضلاع ۱۳، ۱۳ و ۱۰، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه از نزدیک‌ترین ضلع، کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۴۰}{۱۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۳}$ ۴) ۳

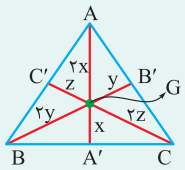
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، نیمساز و میانه هم هست؛ ببینید:

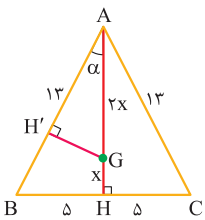


۲) میانه‌های هر مثلث مطابق شکل زیر، در نقطه‌ای به اسم **مرکز ثقل** (نقطهٔ G) همرس‌اند. همان‌طور که می‌بینید، این نقطه هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کند.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): همان‌طور که می‌بینید، مثلث متساوی‌الساقین را به همراه ارتفاع وارد بر قاعده‌اش کشیده‌ایم. طبق مورد (۱) درس‌باکس، این ارتفاع میانه هم هست، پس دوتا اتفاق می‌افتد:



- H وسط BC است:

$$BH = HC = \frac{BC}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

- نقطهٔ همرسی میانه (نقطهٔ G) روی AH قرار می‌گیرد، پس طبق مورد (۲) درس‌باکس آن را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کند.

گام دوم (محاسبهٔ x): طول AH را به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH حساب می‌کنیم:

$$AH^۲ = AB^۲ - BH^۲ = ۱۳^۲ - ۵^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow AH = ۱۲$$

طبق شکل، AH همان $AG + GH$ است، پس:

$$۲x + x = ۱۲ \Rightarrow x = ۴$$

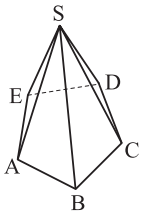
گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): کم‌ترین فاصلهٔ G از اضلاع مثلث یا GH است یا GH'. GH را که می‌دانیم برابر ۴ است، پس می‌رویم سراغ محاسبهٔ GH'. خوب به مثلث‌های $AH'G$ و ABH نگاه کنید. دو زاویهٔ برابر دارند؛ یکی α و دیگری ۹۰°، پس متشابه‌اند. نسبت تشابه این دو مثلث را می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{GH'}{BH}}_{\text{مقابل } \alpha} = \underbrace{\frac{AG}{AB}}_{\text{مقابل } ۹۰^\circ} \Rightarrow \frac{GH'}{۵} = \frac{۲x}{۱۳} \xrightarrow{x=۴} \frac{GH'}{۵} = \frac{۸}{۱۳} \Rightarrow GH' = \frac{۴۰}{۱۳} = ۳\frac{۱}{۱۳}$$

چون $GH' < GH$ پس $GH' = \frac{۴۰}{۱۳}$ جواب مسئله است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ در هرم شکل مقابل، یال DE با چند یال از این هرم، متنافر است؟



۱) یک

۲) دو

۳) سه

۴) چهار

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

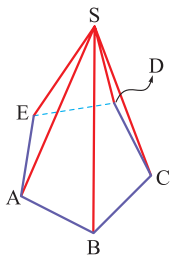
دو خط به دو شرط متنافرند:

۱) هیچ نقطهٔ مشترکی نداشته باشند.

۲) هیچ صفحه‌ای وجود نداشته باشد که هم‌زمان از جفتشان بگذرد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در شکل زیر، یال ED با هر یک از یال‌های SA، SB و SC هر دو شرط گفته‌شده در درس‌باکس را دارد، پس ED با سه یال متنافر است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک دهم

۳۱ ارتفاع هواپیمایی که در فاصلهٔ ۳۰۰۰۰ پا (فوت) از سطح آزاد دریاها در حال پرواز است، برحسب کیلومتر کدام است؟ **(۱ in = ۲/۵ cm , ۱ ft = ۱۲ in)**

۱) ۳/۶ ۲) ۹ ۳) ۳۶ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) **تبدیل یکای زنجیره‌ای**: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$۱\ \text{in} = ۲/۵۴\ \text{cm} \Rightarrow \frac{۱\ \text{in}}{۲/۵۴\ \text{cm}} = ۱ \quad \text{یا} \quad \frac{۲/۵۴\ \text{cm}}{۱\ \text{in}} = ۱$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$۲۰\ \text{in} = ۲۰\ \text{in} \times \frac{۲/۵۴\ \text{cm}}{۱\ \text{in}} = ۵۰/۸\ \text{cm}$$

۲) **پیشوند یکا**: پیشوندهایی هستند که قبل از یکا قرار می‌گیرند و آن یکا را کوچک یا بزرگ می‌کنند. در جدول زیر، تعدادی از این پیشوندها را که مهم‌تر از بقیه هستند و باید آن‌ها را حفظ باشید، آورده‌ایم:

پیشوندهای کوچک‌کننده			پیشوندهای بزرگ‌کننده		
پیشوند	نماد	ضریب تبدیل	پیشوند	نماد	ضریب تبدیل
دسی	d	$۱۰^{-۱}$	دکا	da	$۱۰^{۱}$
سانتی	c	$۱۰^{-۲}$	هکتو	h	$۱۰^{۲}$
میلی	m	$۱۰^{-۳}$	کیلو	k	$۱۰^{۳}$
میکرو	μ	$۱۰^{-۶}$	مگا	M	$۱۰^{۶}$
نانو	n	$۱۰^{-۹}$	گیگا (جیگا)	G	$۱۰^{۹}$
پیکو	p	$۱۰^{-۱۲}$	ترا	T	$۱۰^{۱۲}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از روش تبدیل زنجیره‌ای کمک می‌گیریم:

$$h = ۳۰۰۰۰\ \text{ft} = ۳۰۰۰۰\ \text{ft} \times \frac{۱۲\ \text{in}}{۱\ \text{ft}} \times \frac{۲/۵\ \text{cm}}{۱\ \text{in}} \times \frac{۱۰^{-۲}\ \text{m}}{۱\ \text{cm}} \times \frac{۱\ \text{km}}{۱۰^{۳}\ \text{m}} = \frac{۳۰۰۰۰ \times ۱۲ \times ۲/۵ \times ۱۰^{-۲}}{۱۰^{۳}} = ۹\ \text{km}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ شعاع کره‌ای توپر، ۲ برابر شعاع سطح مقطع یک مخروط توپر و جرم کره، ۴ برابر جرم مخروط است. اگر چگالی کره، ۲ برابر چگالی مخروط باشد، ارتفاع مخروط چند برابر شعاع سطح مقطع آن است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

چگالی:

$$\rho = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \frac{m}{V}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: رابطهٔ چگالی را به شکل نسبتی می‌نویسیم تا نسبت حجم دو جسم به دست آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{مخروط}}} = \frac{m_{\text{کره}}}{m_{\text{مخروط}}} \times \frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{کره}}} \Rightarrow ۲ = ۴ \times \frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{کره}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{کره}}} = \frac{۱}{۲}$$

گام دوم: به کمک روابط حجم کره و مخروط، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم:

$$\frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{کره}}} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi r_{\text{مخروط}}^{۲} h}{\frac{۴}{۳}\pi r_{\text{کره}}^{۳}} \xrightarrow{r_{\text{کره}} = ۲r_{\text{مخروط}}} \frac{۱}{۲} = \frac{r_{\text{مخروط}}^{۲} h}{۴(۲r_{\text{مخروط}})^{۳}} \Rightarrow r_{\text{مخروط}}^{۲} h = ۱۶ r_{\text{مخروط}}^{۳} \Rightarrow h = ۱۶ r_{\text{مخروط}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ یک زیردریایی در عمق ۸متری دریا در حال حرکت است. اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح خارجی پنجرهٔ این زیردریایی که دایره‌ای به قطر $1\,m$ است، برابر چند نیوتون است؟ ($g = 10\,N/kg$ ، چگالی آب دریا $1\,g/cm^3$ و فشار هوا $1\,bar$ است.)

۱) $4/5\pi \times 10^4$
۲) $2/25\pi \times 10^4$
۳) $8\pi \times 10^4$
۴) $9\pi \times 10^4$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

ابتدا فشار در سطح خارجی پنجره را حساب کرده و سپس نیروی وارد بر آن را به دست آورید.

درس Box

۱) فشار در عمق h از یک مایع:

$$P = P_0 + \rho gh$$

(چگالی مایع: ρ، فشار هوا: P_0)

۲) اگر فشار در یک سطح برابر P باشد، نیرویی که به آن سطح وارد می‌شود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = PA$$

(مساحت سطح: A)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فشار در سطح خارجی پنجره را حساب می‌کنیم:

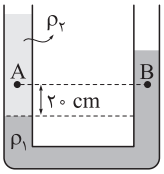
$$P = P_0 + \rho gh \xrightarrow[\rho_{آب}=1\,g/cm^3=10^3\,kg/m^3]{P_0=1\,bar=10^5\,Pa} P = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 8 = 1/8 \times 10^5\,Pa$$

گام دوم: نیروی وارد بر سطح خارجی پنجره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = PA \xrightarrow[r=\frac{d}{2}=\frac{1}{2}=0/5\,m]{A=\pi r^2} F = 1/8 \times 10^5 \times \pi \times (0/5)^2 = 4/5\pi \times 10^4\,N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ دو مایع به چگالی‌های $\rho_1 = 1\,g/cm^3$ و $\rho_2 = 0/8\,g/cm^3$ در لولهٔ Uشکل زیر در تعادل هستند. اگر فشار دو نقطهٔ A و B به ترتیب برابر P_A و P_B باشد، $P_A - P_B$ برابر چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10\,N/kg)$



۱) ۰/۴

۲) −۰/۴

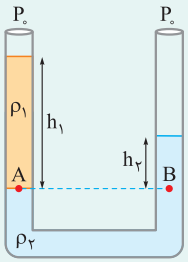
۳) ۰/۸

۴) −۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز: در نقطه‌های هم‌تراز (هم‌عمق) یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. برای مثال در لولهٔ Uشکل زیر، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار این دو نقطه با هم برابر است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

توجه داشته باشید که در این رابطه، فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

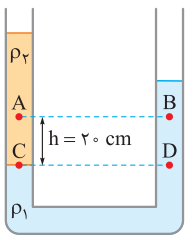
پاسخ خیلی تشریحی ✔

فشار در نقاط هم‌تراز C و D در شکل زیر را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho_2 gh = P_B + \rho_1 gh \Rightarrow P_A - P_B = gh(\rho_1 - \rho_2)$$

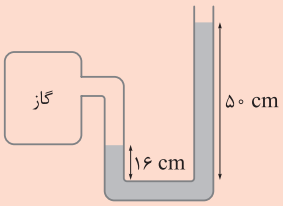
$$\xrightarrow[h = 20\,cm = 0/2\,m]{\rho_1 = 1\,g/cm^3 = 1000\,kg/m^3\ ,\ \rho_2 = 0/8\,g/cm^3 = 800\,kg/m^3} P_A - P_B = 10 \times 0/2 \times (1000 - 800) = 400\,Pa$$

$$\xrightarrow{1\,Pa = 10^{-3}\,kPa} P_A - P_B = 0/4\,kPa$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ در شـکل زیـر، اگر فشـار گاز درون مخزن ۸۰ cmHg و فشـار هوا ۱۰۲ kPa باشـد، چگالی مایـع درون لوله چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ است.)



۱) ۰/۸

۲) ۱

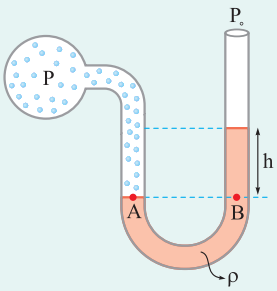
۳) ۱/۸

۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا فشار گاز درون مخزن را برحسب پاسکال به دست آورید و سپس به کمک اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، چگالی مایع را حساب کنید.

درس Box ۱) در شکل زیر، برای به دست آوردن فشار گاز موجود در مانومتر، از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A و B کمک می‌گیریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P = P_0 + \rho gh$$

۲) تبدیل یکای سانتی‌متر جیوه به پاسکال و برعکس:

$$P(cmHg) \underset{\div 1360}{\overset{\times 1360}{\rightleftarrows}} P(Pa)$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فشار گاز درون مخزن را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

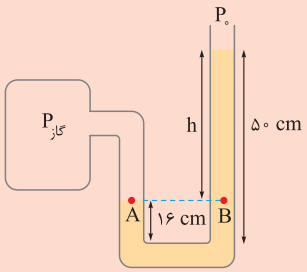
$$P(Pa) = 1360\ P(cmHg) = 1360 \times 80 = 108800\ Pa$$

گام دوم: فشار در نقاط هم‌تراز A و B در شکل زیر را برابر قرار می‌دهیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = P_0 + \rho gh \xrightarrow[h = 50 - 16 = 34\ cm = 0/34\ m]{P_0 = 102\ kPa = 102000\ Pa} 108800 = 102000 + \rho \times 10 \times 0/34$$

$$\Rightarrow 3/4\rho = 6800$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{6800}{3/4} = 2000\ kg/m^3 \xrightarrow{1000\ kg/m^3 = 1\ g/cm^3} \rho = 2\ g/cm^3$$

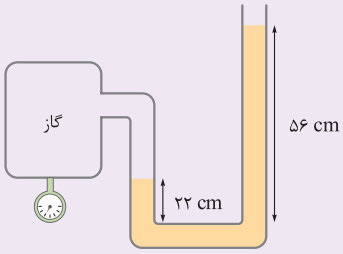


SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کنکور

در شکل زیر، اگر فشار گاز درون مخزن ۱۰۸/۸ کیلوپاسکال و فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه باشد، چگالی مایع درون لوله چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ است.)

(سؤال ۷۲ کنکور تجربی ۱۴۰۳ (خارج از کشور))



۱) ۰/۸

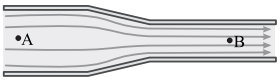
۲) ۱

۳) ۱/۸

۴) ۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لولهٔ افقی جاری است. اگر قطر مقطع بخش A دو برابر قطر مقطع بخش B باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



الف) تندی آب در بخش B، ۲ برابر تندی آب در بخش A است.

ب) تندی آب در بخش B، ۴ برابر تندی آب در بخش A است.

پ) آهنگ شارش آب در بخش B، ۴ برابر آهنگ شارش آب در بخش A است.

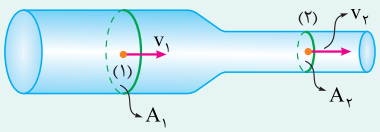
ت) فشار آب در بخش A، بیشتر از فشار آب در بخش B است.

۱) الف ـ پ
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

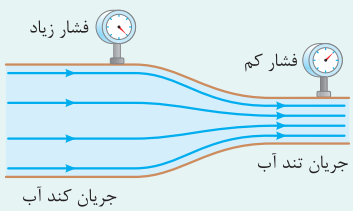
۱) **معادلهٔ پیوستگی:** اگر مطابق شکل زیر، شارهٔ تراکم‌ناپذیری همه‌جای لوله را پر کرده باشد و درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است. به زبان ریاضی:



(A: مساحت مقطع لوله و v: تندی شاره)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

۲) طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

طبق معادلهٔ پیوستگی، آهنگ شارش حجمی آب از همهٔ مقاطع لوله یکسان است (عبارت «پ» نادرست است). معادلهٔ پیوستگی را می‌نویسیم:

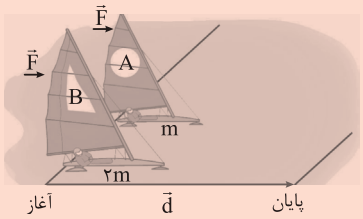
$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A \propto d^2} d_A^2 v_A = d_B^2 v_B \xrightarrow{d_A = 2d_B} (2d_B)^2 v_A = d_B^2 v_B$$

$$\Rightarrow 4 v_A = v_B$$ (عبارت «الف» نادرست و عبارت «ب» درست است)

هم‌چنین چون تندی آب در بخش A کم‌تر از تندی آب در بخش B است، طبق اصل برنولی، فشار آب در بخش A ، بیشتر از فشار آب در بخش B است (درستی «ت»).

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ در شکل زیر، دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخزدهٔ A و B، دارای جرم‌های m و ۲m روی دریاچهٔ افقی بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت، یکسان و افقی $\vec{F}$ با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی $\vec{d}$، از خط پایان می‌گذرند. به ترتیب از راست به چپ، تندی و انرژی جنبشی قایق A در لحظهٔ عبور از خط پایان، چند برابر تندی و انرژی جنبشی قایق B در لحظهٔ عبور از خط پایان است؟



۱) ۱ ،۲

۲) $\frac{۱}{۲}$ ،۲

۳) ۱ ،$\sqrt{۲}$

۴) $\frac{۱}{۲}$ ،$\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی و رابطهٔ کار یک نیرو، نسبت انرژی جنبشی دو قایق هنگام عبور از خط پایان را به دست آورید. سپس به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی، نسبت تندی قایق‌ها هنگام عبور از خط پایان را محاسبه کنید.

درس Box

۱) انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

۲) کار نیروی ثابت $\vec{F}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W = Fd\cos\theta$$

(θ: زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی)

۳) **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:** کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱$$

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کار کل انجام‌شده روی هر دو قایق برابر با کار نیروی افقی باد $(\vec{F})$ است؛ بنابراین به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱ \xrightarrow{K_۱=۰} Fd\underbrace{\cos۰^\circ}_{۱} = K_۲$$

F و d برای هر دو قایق یکسان است؛ بنابراین انرژی جنبشی قایق‌ها هنگام عبور از خط پایان نیز یکسان است:

$$K_{۲(A)} = K_{۲(B)} \Rightarrow \frac{K_{۲(A)}}{K_{۲(B)}} = ۱$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K_{۲(A)} = K_{۲(B)} \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_Av_A^۲ = \frac{۱}{۲}m_Bv_B^۲ \xrightarrow[m_B=۲m]{m_A=m} mv_A^۲ = ۲mv_B^۲$$

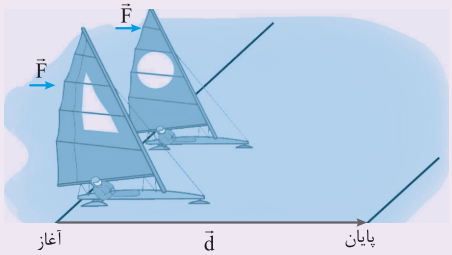
$$\Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^۲ = ۲ \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کنکور

دو قایق مخصوص، روی سطح افقی یخ‌زده و بدون اصطکاک دریاچه‌ای مطابق شکل زیر، قرار دارند. جرم یکی از قایق‌ها، ۴ برابر دیگری است. قایق‌ها تحت اثر نیروی مساوی باد شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصلهٔ d می‌گذرند. درست پس از عبورشان از خط پایان، تندی قایق سبک‌تر، چند برابر تندی قایق دیگر است؟

(سؤال ۱۸۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۱ (خارج از کشور))



۱) ۲

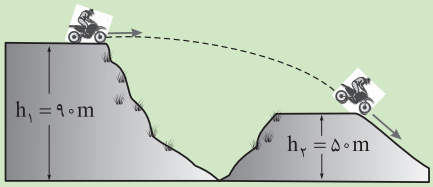
۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۴

۴) ۸

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ در شکل زیر، جرم موتورسوار با موتورش ۱۵۰ kg است. این موتورسوار، پرشی با تندی اولیهٔ $v_1 = 10\ m/s$ انجام می‌دهد و با تندی v_2 روی تپهٔ بعدی فرود می‌آید. به ترتیب از راست به چپ، v_2 چند متر بر ثانیه است و در این جابه‌جایی کار نیروی وزن چند کیلوژول است؟ ($g = 10\ N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) $20\sqrt{2}$ ، ۶

۲) $20\sqrt{2}$ ، ۶۰

۳) ۳۰ ، ۶

۴) ۳۰ ، ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا کار نیروی وزن را که برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است، حساب کرده و سپس به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی ثانویه را به دست آورید.

درس Box

۱) کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

(Δh: تغییر فاصلهٔ جسم از سطح زمین، m: جرم جسم)

۲) **اصل پایستگی انرژی مکانیکی:** در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ...، انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار یکسانی دارد:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{\Delta E = 0} \Delta K + \Delta U = 0$$

۳) درس‌باکس ۱، سؤال ۳۷ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مقاومت هوا ناچیز است، پس اصل پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg\Delta h = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + g\Delta h = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(v_2^2 - 10^2) + 10\times(-40) = 0$$

$$\Rightarrow v_2^2 - 100 = 800 \Rightarrow v_2^2 = 900 \xrightarrow{\sqrt{}} v_2 = 30\ m/s$$

گام دوم: کار نیروی وزن را حساب می‌کنیم:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = -mg(h_2 - h_1) = -150\times 10\times \underbrace{(50-90)}_{-40} = 60000\ J$$

$$\xrightarrow{1000\ J = 1\ kJ} W_{mg} = 60\ kJ$$

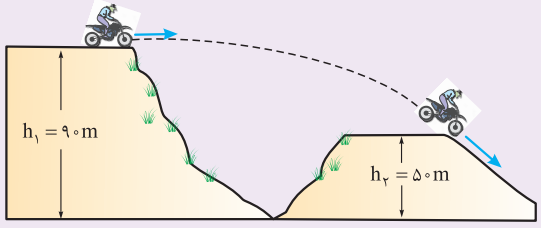
کتاب درسی

جرم موتورسواری با موتورش ۱۵۰ kg است. این موتورسوار، پرشی مطابق شکل انجام می‌دهد.

الف) انرژی پتانسیل گرانشی موتورسوار را روی هر یک از تپه‌ها حساب کنید ($g = 9/8\ m/s^2$).

ب) کار نیروی وزن موتورسوار به همراه موتورش را در این جابه‌جایی به دست آورید.

(فیزیک (۱) - تمرین ۳ - ۱۲ صفحهٔ ۶۸ کتاب درسی)

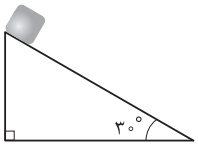


SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ در شکل زیر، جسمی به جرم $4\ kg$ از بالای سطح شیبداری به طول $4\ m$ رها می‌شود و با تندی $5\ m/s$ به پایین سطح شیبدار می‌رسد. اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم، با فرض ثابت‌بودن، چند نیوتون است؟ $(g = 10\ N/kg)$

تندی اولیهٔ جسم برابر صفر است.

۱) ۷/۵
۲) ۱۵
۳) ۲۲/۵
۴) ۲۷/۵



پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) **قانون پایستگی انرژی:** کار نیروهای اتلافی (مانند اصطکاک و مقاومت هوا) برابر با تغییر انرژی مکانیکی است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

۲) درس‌باکس ۱ و ۲، سؤال ۳۷ و درس‌باکس ۱، سؤال ۳۸ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل زیر، تغییر ارتفاع جسم در این جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

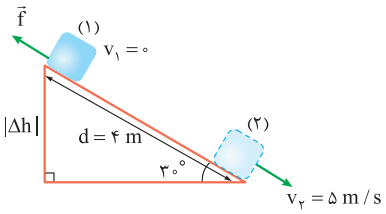
$$\sin 30^\circ = \frac{|\Delta h|}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|\Delta h|}{4} \Rightarrow |\Delta h| = 2\ m \xrightarrow[\Delta h<0]{\text{جسم به سطح زمین نزدیک شده}} \Delta h = -2\ m$$

گام دوم: قانون پایستگی انرژی را برای نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم تا اندازهٔ نیروی اصطکاک به دست آید:

$$W_f = \Delta K + \Delta U \Rightarrow fd\underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg\Delta h$$

$$\Rightarrow -f \times 4 = \frac{1}{2} \times 4(5^2 - 0^2) + 4 \times 10 \times (-2)$$

$$\Rightarrow -4f = 50 - 80 \Rightarrow f = \frac{-30}{-4} = 7/5\ N$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ پمپی با بازده ۳۴ درصد، در هر دقیقه $50\ m^3$ نفت را با تندی ثابت از عمق ۶۰۰متری سطح زمین تا سطح زمین بالا می‌آورد. توان ورودی این پمپ چند مگاوات است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی نفت $0/85\ g/cm^3$ است.)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۷۵

۳) ۱۲۵ ۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ چگالی، جرم نفت منتقل‌شده توسط پمپ و سپس به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار پمپ را محاسبه کنید. در ادامه، توان خروجی پمپ را به دست آورید و در پایان به کمک رابطهٔ بازده، توان ورودی پمپ را محاسبه کنید.

درس Box

۱) درس‌باکس سؤال ۳۲، درس‌باکس ۱ و ۳، سؤال ۳۷ و درس‌باکس ۱، سؤال ۳۸ را بخوانید.

۲) **توان متوسط**: نسبت کار انجام‌شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) است.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

۳) **بازده**: نسبت انرژی یا توان خروجی (مفید) به انرژی یا توان ورودی (مصرفی) است و از روابط زیر به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 \quad \text{(برحسب درصد)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: جرم نفتی که در هر دقیقه توسط پمپ منتقل می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho_{\text{نفت}} V \xrightarrow{\rho_{\text{نفت}} = 0/85\ g/cm^3 = 850\ kg/m^3} m = 850 \times 50 = 42500\ kg$$

گام دوم: از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم تا کاری که پمپ انجام می‌دهد، به دست آید (تندی آب ثابت و در نتیجه، تغییر انرژی جنبشی آن برابر صفر است):

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + (-mg\Delta h) = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = mg\Delta h$$

$$\xrightarrow{\Delta h = 600\ m} W_{\text{پمپ}} = 42500 \times 10 \times 600 = 255 \times 10^6\ J$$

گام سوم: توان خروجی پمپ را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 1\ min = 60\ s} P_{\text{خروجی}} = \frac{255 \times 10^6}{60} = 4/25 \times 10^6\ W$$

$$\xrightarrow{10^6\ W = 1\ MW} P_{\text{خروجی}} = 4/25\ MW$$

گام چهارم: توان ورودی پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 34 = \frac{4/25}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 12/5\ MW$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ یک بزرگراه از بخش‌های بتونی به طول $25\ m$ ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای $-10\ ^\circ C$، بتون‌ریزی و عمل آورده شده‌اند. برای جلوگیری از تاب‌برداشتن بتون در دمای $50\ ^\circ C$، مهندسان باید فاصلهٔ چند سانتی‌متری را بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟ $(\alpha_{\text{بتون}} = 14\times10^{-6}\ K^{-1})$

۱) ۱/۴ ۲) ۲/۱ ۳) ۱۴ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رابطهٔ انبساط طولی:

$$\Delta L = L_1\ \alpha\ \Delta T$$

(طول اولیه، افزایش طول، افزایش دما برحسب K یا $^\circ C$، ضریب انبساط طولی برحسب $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ C}$)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ فاصلهٔ مورد نظر بین قطعه‌ها باید برابر با افزایش طول هر یک از قطعه‌ها باشد، پس:

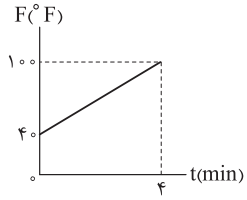
$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta = 25\times14\times10^{-6}\times(50-(-10)) = 2/1\times10^{-2}\ m \xrightarrow{10^{-2}\ m=1\ cm} \Delta L = 2/1\ cm$$

کتاب درسی

یک بزرگراه از بخش‌های بتونی به طول $25/0\ m$ ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای $10/0\ ^\circ C$، بتون‌ریزی و عمل آورده شده‌اند. برای جلوگیری از تاب‌برداشتن بتون در دمای $50/0\ ^\circ C$، مهندسان باید چه فاصله‌ای را بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟ $(\alpha_{\text{بتون}} \approx 14\times10^{-6}\ K^{-1})$ *(فیزیک (۱) ـ تمرین ۵ صفحهٔ ۱۲۴ کتاب درسی)*

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ یک گرمکن ۲۵۰واتی به طور کامل درون ۳ kg از مایعی قرار دارد. اگر نمودار دمای این مایع برحسب زمان به شکل زیر باشد، گرمای ویژهٔ آن در SI کدام است؟



۱) ۶۰۰

۲) ۱۰۸۰

۳) ۱۸۰

۴) ۳۲۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا تغییر دمای مایع را برحسب درجهٔ سلسیوس به دست آورید. سپس به کمک رابطهٔ توان و گرما، گرمای ویژهٔ مایع را حساب کنید.

درس Box

۱) رابطهٔ بین تغییرات دما در مقیاس‌های فارنهایت و سلسیوس:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

۲) گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = m\,c\,(\theta_۲ - \theta_۱)$$

(m: جرم جسم، c: گرمای ویژهٔ جسم، $\theta_۲$: دمای ثانویه، $\theta_۱$: دمای اولیه)

۳) توان گرمایی:

$$P = \frac{Q}{t}$$

(Q: گرما (J)، t: زمان (s))

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تغییر دما را برحسب درجهٔ سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow ۱۰۰ - ۴۰ = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۵\times ۶۰^{۲۰}}{۹_{۳}} = \frac{۱۰۰}{۳}\,^{\circ}C$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ توان و گرمای لازم برای تغییر دما، گرمای ویژهٔ مایع را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{mc\Delta\theta}{t} \xrightarrow{t=۴\ min=۴\times ۶۰\ s} ۲۵۰ = \frac{۳\times c\times \frac{۱۰۰}{۳}}{۴\times ۶۰} \Rightarrow c = \frac{۲۵۰\times ۴\times ۶۰}{۱۰۰} = ۶۰۰\,\frac{J}{kg.K}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ چند کیلوژول گرما لازم است تا ۶۰۰ g آب با دمای ۳۰ °C در فشار ۱ atm، به جوش آمده و $\frac{۱}{۳}$ از آن تبخیر شود؟

($c = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C}$ ، $L_V = ۲۲۵۶ J/g$ و تبخیر سطحی ناچیز است.)

۱) ۴۵/۱۲ ۲) ۶۲/۷۶

۳) ۴۵۱/۲ ۴) ۶۲۷/۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) درس‌باکس ۲، سؤال ۴۲ را بخوانید.

۲) **گرمای لازم برای تغییر حالت از مایع به بخار:**

$Q_V = m L_V$ (m: جرم مایع، L_V: گرمای نهان تبخیر مایع)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گرمای مورد نیاز، کل آب را به نقطهٔ جوش (دمای ۱۰۰ °C) می‌رساند و سپس $\frac{۱}{۳}$ آن را تبخیر می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$Q = mc\Delta\theta + m'L_V \xrightarrow{c=۴۲۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C}=۴/۲ \frac{J}{g.^\circ C}} Q = ۶۰۰\times ۴/۲\times(۱۰۰-۳۰) + (\frac{۱}{۳}\times ۶۰۰)\times ۲۲۵۶$$

$$= ۱۷۶۴۰۰ + ۴۵۱۲۰۰ = ۶۲۷۶۰۰ J \xrightarrow{۱J=۱۰^{-۳} kJ} Q = ۶۲۷/۶ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ ۱۰۰ g آب درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی ۹۸۰ $\frac{J}{^\circ C}$ وجود دارد و دمای مجموعه $0^\circ C$ است. قطعهٔ فلزی به جرم ۵۰۰ g و دمای $80^\circ C$ را در گرماسنج قرار می‌دهیم. پس از ایجاد تعادل گرمایی، دمای مجموعه به چند درجهٔ سلسیوس می‌رسد؟ (گرمای ویژهٔ آب و فلز به ترتیب ۴۲۰۰ $\frac{J}{kg.K}$ و ۴۰۰ $\frac{J}{kg.K}$ است و مجموعه با محیط، گرما مبادله نمی‌کند.)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) **قانون پایستگی انرژی در تعادل‌های گرمایی:** مجموع گرماهای مبادله‌شدهٔ بین اجسام تا برقراری تعادل، برابر صفر است:

$$Q_1 + Q_2 + \ldots = 0$$

۲) **رابطهٔ ظرفیت گرمایی:**

$$C = \underset{\text{جرم}}{m}\, \underset{\text{گرمای ویژه}}{c}$$

۳) درس‌باکس ۲، سؤال ۴۲ را بخوانید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{1(\text{آب})}) + C_{\text{گرماسنج}} (\theta_e - \theta_{1(\text{گرماسنج})}) + m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_{1(\text{فلز})}) = 0$$

$$\xrightarrow[m_{\text{فلز}} = 500\,g = 0/5\,kg]{m_{\text{آب}} = 100\,g = 0/1\,kg} 0/1 \times 4200 (\theta_e - 0) + 980 \times (\theta_e - 0) + 0/5 \times 400 \times (\theta_e - 80) = 0$$

$$\Rightarrow 420\theta_e + 980\theta_e + 200\theta_e - 16000 = 0 \Rightarrow 1600\theta_e = 16000 \Rightarrow \theta_e = 10\,^\circ C$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ در کدام مورد، سازوکار انتقال گرما با سایر موارد متفاوت است؟

۱) گرم‌شدن آب درون قابلمهٔ روی شعله

۲) گرم‌شدن هوای داخل اتاق توسط بخاری

۳) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

۴) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

همرفت طبیعی: در این روشِ انتقال گرما، انتقال بخش‌های شاره به طور طبیعی و به دلیل کاهش چگالی و براساس اصل ارشمیدس صورت می‌گیرد. گرم‌شدن هوای داخل اتاق به وسیلهٔ بخاری و رادیاتور شوفاژ، گرم‌شدن آب درون قابلمه، جریان‌های باد ساحلی و انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن، نمونه‌هایی از همرفت طبیعی است.

همرفت واداشته: در این روش انتقال گرما، انتقال بخش‌های شاره به کمک یک تلمبه (طبیعی یا مصنوعی) صورت می‌گیرد. سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها، سیستم خنک‌کنندهٔ موتور اتومبیل و گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون در بدن جانوران خونگرم، نمونه‌هایی از همرفت واداشته است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ سازوکار انتقال گرما در گزینهٔ (۴)، همرفت واداشته و در بقیهٔ گزینه‌ها، همرفت طبیعی است.

کنکور

کدام مورد همرفت طبیعی است؟ *(سؤال ۷۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) سیستم خنک‌کنندهٔ موتور اتومبیل

۲) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

۳) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها

۴) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ **فشار پیمانه‌ای مقدار معینی گاز کامل برابر ۲ atm است. اگر در طی فرایندی در فشار ثابت، حجم گاز ۵ L کاهش یابد، کار انجام‌شده توسط گاز در این فرایند چند کیلوژول است؟ ($P_{\circ} = ۱\ atm = ۱۰^{۵}\ Pa$)**

۱) ۱ ۲) -۱

۳) ۱/۵ ۴) $-۱/۵$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا فشار مطلق گاز را حساب کنید. سپس به کمک رابطهٔ کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد، خواستهٔ سؤال را به دست آورید.

درس Box

۱) **فشار پیمانه‌ای گاز:** اختلاف فشار (مطلق) گاز و فشار هوا؛ به زبان ریاضی:

$$P_g = P - P_{\circ}$$

۲) در فرایند هم‌فشار، کار محیط روی گاز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$W = -P\,\Delta V$$

(P: فشار (مطلق) گاز، ΔV: تغییر حجم گاز)

۳) **کار گاز روی محیط:**

$$W' = -W = P\Delta V$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فشار (مطلق) گاز را حساب می‌کنیم:

$$P_g = P - P_{\circ} \Rightarrow ۲ = P - ۱ \Rightarrow P = ۳\ atm = ۳\times۱۰^{۵}\ Pa$$

گام دوم: کار انجام‌شده توسط گاز برابر است با:

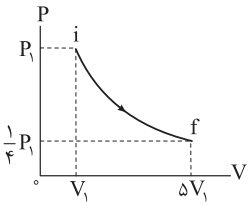
$$W' = P\Delta V \xrightarrow{\Delta V = -۵L = -۵\times۱۰^{-۳}\,m^{۳}} W' = ۳\times۱۰^{۵}\times(-۵\times۱۰^{-۳}) = -۱/۵\times۱۰^{۳}\,J$$

$$\xrightarrow{۱۰^{۳}\,J = ۱\,kJ} W' = -۱/۵\ kJ$$

گول نخوری ✘ در رابطهٔ کار، اگر به جای P، فشار پیمانه‌ای گاز را قرار دهید، به گزینهٔ اشتباه (۲) می‌رسید. در ضمن گزینهٔ (۳) هم برای کسانی که به اشتباه، کار محیط روی گاز را حساب می‌کنند، در گزینه‌ها قرار داده شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ **نمودار P ـ V مقدار معینی گاز کامل که در طی فرایندی ایستاوار از حالت i به حالت f می‌رود، به شکل زیر است. کدام مورد دربارهٔ این فرایند الزاماً درست است؟**



۱) این فرایند، هم‌دما است.

۲) این فرایند، بی‌دررو است.

۳) در این فرایند، گاز گرما دریافت کرده است.

۴) در این فرایند، گاز گرما از دست داده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، متناسب با دمای مطلق گاز و در نتیجه متناسب با PV است:

$$U \propto T \propto PV$$

۲) **قانون اول ترمودینامیک:**

تغییرات انرژی درونی گاز — کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد.

$$\Delta U = Q + W$$

گرمایی که گاز می‌گیرد.

۳) درس‌باکس ۲، سؤال ۴۶ را بخوانید.

۴) در فرایند بی‌دررو، گرمای مبادله‌شده بین محیط و گاز صفر است؛ بنابراین در این فرایند، تغییرات انرژی درونی گاز با کاری که محیط بر روی گاز انجام می‌دهد، برابر است.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در این فرایند، حاصل PV گاز، از P_1V_1 (حالت i) به $\frac{5}{4}P_1V_1$ (حالت f) رسیده، یعنی افزایش یافته است؛ بنابراین طبق تناسب $U \propto T \propto PV$، دما و در نتیجه انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد، پس این فرایند هم‌دما نیست *(ردگزینهٔ ۱)*.

از طرفی، حجم گاز افزایش یافته است $(\Delta V > 0)$ و طبق رابطهٔ $W = -P\Delta V$ کار محیط روی گاز منفی است، پس در این فرایند، $W < 0$ و $\Delta U > 0$ است. با توجه به این‌که در فرایند بی‌دررو $\Delta U = W$ است، این فرایند نمی‌تواند بی‌دررو هم باشد *(ردگزینهٔ ۲)*.

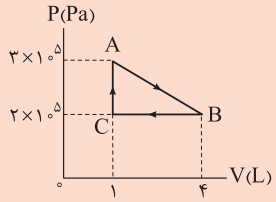
حالا قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W<0]{\Delta U>0} Q > 0$$

یعنی در این فرایند، گاز گرما دریافت کرده است (رد گزینهٔ ۴).

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ نمودار $P-V$ مقدار معینی گاز کامل، در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در نقطهٔ A برابر ۶۰۰ J باشد، به ترتیب از راست به چپ، گرمای دریافتی گاز در فرایند AB و کار انجام‌شده روی گاز در چرخه، چند ژول است؟



۱) ۱۵۰ ،۲۵۰

۲) −۱۵۰ ،۲۵۰

۳) ۱۵۰ ،۱۷۵۰

۴) −۱۵۰ ،۱۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

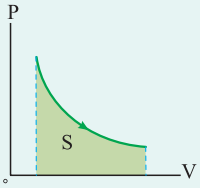
Hint

ابتدا به کمک حاصل PV نقاط A و B، انرژی درونی گاز در نقطهٔ B را به دست می‌آوریم. سپس به کمک مساحت سطح زیر نمودار فرایند AB، کار محیط روی گاز در این فرایند را حساب کنید. در ادامه، به کمک قانون اول ترمودینامیک، گرمایی که گاز در فرایند AB دریافت می‌کند را به دست آورید. در پایان، با استفاده از مساحت داخل چرخه، کار انجام‌شده روی گاز را حساب کنید.

درس Box

۱) درس‌باکس ۱ و ۴، سؤال ۴۷ را بخوانید.

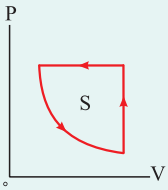
۲) مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر با قدرمطلق کار انجام‌شده است:



$$S = |W|$$

اگر حجم گاز افزایش یابد، کار محیط بر روی دستگاه، منفی $(W<۰)$ و اگر حجم گاز کاهش یابد، کار محیط بر روی دستگاه مثبت $(W>۰)$ است.

۳) مساحت سطح داخل یک چرخه در نمودار $P-V$ با قدرمطلق کار انجام‌شده در آن چرخه برابر است:



$$S = |W|$$

اگر جهت چرخه ساعتگرد باشد، کار محیط بر روی دستگاه در چرخه، منفی $(W<۰)$ و اگر پادساعتگرد باشد، کار محیط بر روی دستگاه در چرخه، مثبت $(W>۰)$ است.

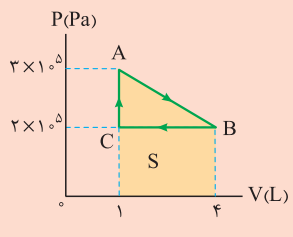
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی درونی گاز در نقطهٔ B به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U \propto PV \Rightarrow \frac{U_B}{U_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} \Rightarrow \frac{U_B}{۶۰۰} = \frac{۲\times۱۰^۵ \times ۴}{۳\times۱۰^۵ \times ۱} \Rightarrow U_B = ۱۶۰۰\ J$$

گام دوم: با توجه به شکل (الف)، کار محیط روی گاز در فرایند AB را حساب می‌کنیم:

$$|W_{AB}| = S = \frac{۲\times۱۰^۵ + ۳\times۱۰^۵}{۲} \times (۴-۱) \times \underbrace{۱۰^{-۳}}_{\text{تبدیل L به } m^۳} = ۷۵۰\ J \xrightarrow[W_{AB}<۰]{\text{حجم گاز افزایش یافته}} W_{AB} = -۷۵۰\ J$$



(الف)

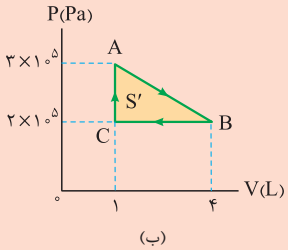
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: قانون اول ترمودینامیک را برای فرایند AB می‌نویسیم تا گرمای دریافتی گاز در این فرایند به دست آید:

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow ۱۶۰۰ - ۶۰۰ = Q_{AB} + (-۷۵۰) \Rightarrow Q_{AB} = ۱۷۵۰\ J$$

گام چهارم: با توجه به شکل (ب)، کار انجام‌شده روی گاز در چرخه را محاسبه می‌کنیم:

$$|W_{چرخه}| = S' = \frac{(۴-۱)\times ۱۰^{-۳} \times (۳\times ۱۰^{۵} - ۲\times ۱۰^{۵})}{۲} = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰\ J \xrightarrow[W_{چرخه}<۰]{\text{چرخهٔ ساعتگرد}} W_{چرخه} = -۱۵۰\ J$$

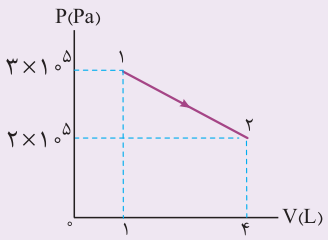


(ب)

کنکور

نمودار P ـ V گازی رقیق، در شکل زیر نشان داده شده است. اگر انرژی درونی در نقطهٔ (۱) برابر ۷۵۰ J باشد، در این فرایند، گاز چند ژول گرما گرفته است؟

(سؤال ۱۹۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۱ (خارج از کشور))



۱) ۲۷۵۰
۲) ۲۰۰۰
۳) ۱۲۵۰
۴) ۷۵۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ **در چرخهٔ ماشین بنزینی، کدام فرایندها، فرایند بی‌دررو در نظر گرفته می‌شوند؟**

۱) ضربهٔ مکش، ضربهٔ خروج گاز
۲) ضربهٔ مکش، ضربهٔ قدرت
۳) ضربهٔ تراکم، ضربهٔ خروج گاز
۴) ضربهٔ تراکم، ضربهٔ قدرت

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

در چرخهٔ ماشین بنزینی، فرایندهای ضربهٔ تراکم و ضربهٔ قدرت به این دلیل که به سرعت رخ می‌دهند، بی‌دررو در نظر گرفته می‌شوند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰ یک ماشین گرمایی درون‌سوز، در هر چرخه ۸ kJ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و ۲ kJ کار تحویل می‌دهد. اگر ماشین در هر ثانیه ۴۰ چرخه را بپیماید، به ترتیب توان ماشین برحسب کیلووات و بازدهٔ ماشین کدام است؟

۱) ۵۰، ۰/۲ ۲) ۸۰، ۰/۲
۳) ۵۰، ۰/۲۵ ۴) ۸۰، ۰/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا کاری که ماشین گرمایی در ۴۰ چرخه (۱ ثانیه) انجام می‌دهد را حساب کنید. سپس به کمک رابطهٔ توان و رابطهٔ بازده، خواسته‌های سؤال را به دست آورید.

درس Box

۱) **توان**: نسبت کار انجام‌شده به مدت‌زمان انجام کار است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t}$$

۲) **بازدهٔ ماشین‌های گرمایی**:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

($|W|$: کاری که ماشین انجام می‌دهد؛ Q_H: گرمایی که ماشین از منبع دمابالا می‌گیرد)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ماشین در هر چرخه ۲ kJ کار انجام می دهد؛ بنابراین کاری که ماشین گرمایی در ۴۰ چرخه (۱ s) انجام می‌دهد، برابر است با:

$$|W| = ۴۰ \times |W_{\text{چرخه}}| = ۴۰ \times ۲ = ۸۰\ \text{kJ}$$

گام دوم: توان ماشین به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{۸۰}{۱} = ۸۰\ \text{kW}$$

گام سوم: بازدهٔ ماشین برابر است با:

$$\eta = \frac{|W_{\text{چرخه}}|}{Q_{H\,(\text{چرخه})}} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

کتاب درسی

یک ماشین گرمایی درون‌سوز در هر چرخه ۸/۰۰ kJ گرما از سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و ۲/۰۰ kJ کار تحویل می‌دهد. گرمای حاصل از سوخت $۵/۰ \times ۱۰^{۴}$ J/g است و ماشین در هر ثانیه ۴۰/۰ چرخه را می‌پیماید. کمیت‌های زیر را حساب کنید. *(فیزیک (۱) ـ تمرین ۱۴ صفحهٔ ۱۴۹ کتاب درسی)*

الف) بازده ماشین، ب) سوخت مصرف‌شده در هر چرخه و پ) توان ماشین.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی دهم

۵۱ کدام مورد درست است؟

۱) همهٔ ایزوتوپ‌های طبیعی اورانیم، به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌روند.

۲) پاسخ‌دادن به این سؤال که «پدیده‌های طبیعی چرا و چگونه رخ می‌دهند؟» با کمک علم تجربی امکان‌پذیر است.

۳) با انجام واکنش‌های هسته‌ای در ستاره‌ها، عنصرهای سبک از عنصرهای سنگین پدید می‌آیند.

۴) یک نمونهٔ طبیعی از عنصر هیدروژن، فاقد ایزوتوپ پرتوزا است. ${}_{1}^{3}H, {}_{1}^{2}H, {}_{1}^{1}H$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ سه سؤال اساسی و مهم در مورد جهان هستی و نحوهٔ توجیه آن‌ها به صورت زیر است:

	سؤال اساسی	نحوهٔ توجیه
۱	هستی چگونه پدید آمده است؟	در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد و انسان با بینش عقلانی و آموزه‌های الهی می‌تواند به پاسخ آن برسد.
۲	جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟	با علوم تجربی و با استفاده از پدیده‌های طبیعی قابل توجیه است.
۳	پدیده‌های طبیعی، چگونه و چرا رخ می‌دهند؟	

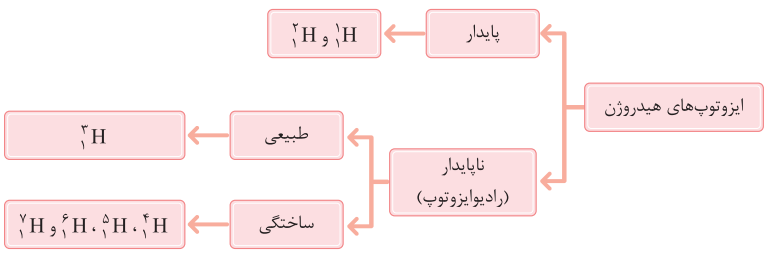
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): فقط یکی از ایزوتوپ‌های اورانیم، یعنی ${}^{235}U$، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

گزینهٔ (۳): کاملاً برعکس! با انجام واکنش‌های هسته‌ای درون ستاره‌ها، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

واکنش‌های هسته‌ای درون ستاره‌ها: عنصرهای سبک‌تر ← عنصرهای سنگین‌تر

گزینهٔ (۴): از میان ۳ ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، ایزوتوپ ${}_{1}^{3}H$ ناپایدار و پرتوزا است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ عنصر لوتسیم $({}^{175}_{71}Lu)$، متعلق به کدام دسته از جدول دوره‌ای است و اگر عنصر A^{137} با لوتسیم هم‌دوره و در خانهٔ مجاور و قبل از آن قرار گرفته باشد، تفاوت شمار نوترون‌های این دو اتم کدام است؟

۱) ۳۷، d ۲) ۲۳، p

۳) ۳۷، p ۴) ۲۳، d

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته **مکان‌یابی عنصرها به کمک گاز نجیب:**

تعیین شمارهٔ دوره (تناوب): با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب و جایگاه آن‌ها در جدول دوره‌ای، *فیلی سریع!* به کمک جدول زیر می‌توانید شمارهٔ دورهٔ هر عنصری که *دلتون خواست* رو به دست بیارید (ابتدا باید مشخص کنید که عدد اتمی عنصر مورد نظر بین عدد اتمی کدام دو گاز نجیب قرار دارد، شمارهٔ دورهٔ عنصر مورد نظر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب بعد از عنصر، برابر است):

محدودهٔ عدد اتمی	۱ و ۲	۳ تا ۱۰	۱۱ تا ۱۸	۱۹ تا ۳۶	۳۷ تا ۵۴	۵۵ تا ۸۶	۸۷ تا ۱۱۸
شمارهٔ دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

تعیین شمارهٔ گروه:

سه حالت پیش می‌آید:

۱) اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، در این حالت شمارهٔ گروه برابر با تفاوت عدد اتمی عنصر با گاز نجیب دورهٔ قبل است (شمارهٔ گروه برابر ۱ یا ۲ می‌باشد).

مثال عنصری با عدد اتمی ۱۹ متعلق به گروه ۱ و عنصری با عدد اتمی ۵۶، متعلق به گروه ۲ است.

$${}_{56}X : 56 - \underbrace{54}_{\text{زنون}} = 2 \qquad {}_{19}X : 19 - \underbrace{18}_{\text{آرگون}} = 1$$

۲) عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲) را می‌توان متعلق به گروه ۳ دانست.

۳) برای بقیهٔ عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از دو واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب هم‌دوره‌اش را از عدد ۱۸ کم کنیم تا شمارهٔ گروه به دست آید.

$$\text{شمارهٔ گروه} = 18 - [(\text{عدد اتمی عنصر}) - (\text{عدد اتمی گاز نجیب هم‌دورهٔ عنصر})]$$

مثال

$${}_{23}A \xrightarrow{23-18=5>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18 - (\underbrace{36}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}} - 23) = 5$$

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا شمارهٔ گروه لوتسیم $({}^{175}_{71}Lu)$ را تعیین می‌کنیم:

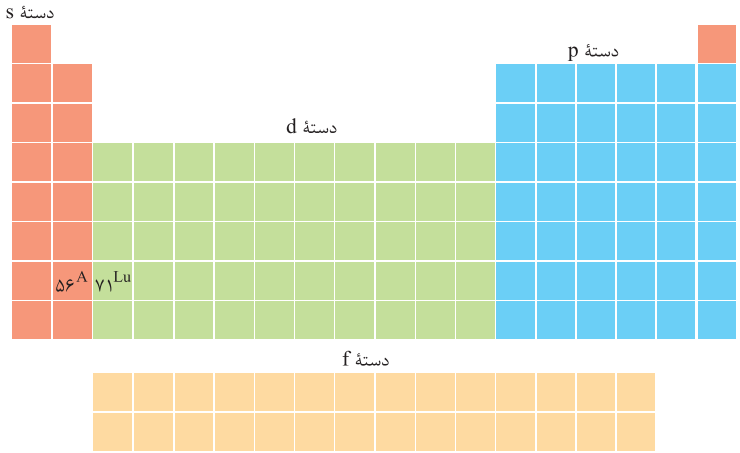
$$\text{شمارهٔ گروه} : 18 - (\underbrace{86}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}} - 71) = 3$$

این عنصر در گروه ۳ قرار دارد؛ بنابراین متعلق به دستهٔ d جدول تناوبی است. عنصرهای دستهٔ d در گروه‌های ۳ تا ۱۲ جدول قرار دارند.

بالا بریم سراغ قسمت دوم سؤال:

عدد اتمی $_{71}Lu$، بین دو گاز نجیب $_{54}Xe$ و $_{86}Rn$ است، پس در دورهٔ ششم جدول جای دارد. از آن‌جا که عنصر A^{137} با لوتسیم، هم‌دوره است و در خانهٔ مجاور و قبل از آن قرار گرفته، پس این عنصر در دورهٔ ششم و در گروه ۲ جای دارد. در ضمن این عنصر دو واحد جلوتر از گاز نجیب $_{54}Xe$ است؛ بنابراین عدد اتمی آن ۵۶ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



حالا اختلاف شمار نوترون‌های این دو عنصر را می‌*سنجیم*:

$$\begin{matrix} {}^{175}_{71}Lu \rightarrow \text{شمار نوترون‌ها}: 175-71=104 \\ {}^{137}_{56}A \rightarrow \text{شمار نوترون‌ها}: 137-56=81 \end{matrix} \Rightarrow \text{اختلاف نوترون‌ها}: 104-81=23$$

گول نخوری عنصرهایی با عددهای اتمی ۵۷ تا ۷۰ در ردیف اول پایین جدول قرار گرفته‌اند، پس عدد اتمی عنصر هم‌دورهٔ قبل از $_{71}Lu$، ۷۰ نیست!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ جرم اتمی میانگین عنصر A دارای ایزوتوپ‌های ^{۲۰}A و ^{۲۴}A، برابر ۲۳/۲ amu است. به منظور غنی‌سازی ایزوتوپ سبک‌تر، مقداری از ایزوتوپ‌های سنگین‌تر را از مخلوط خارج می‌کنیم. به تقریب چند درصد از این ایزوتوپ‌ها باید خارج شوند تا جرم اتمی میانگین ۱/۶ واحد تغییر کند؟ (جرم هر پروتون و نوترون را به تقریب ۱ amu فرض کنید.)

۱) ۸۳ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۳۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

با خارج‌کردن ایزوتوپ سنگین‌تر، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر افزایش می‌یابد و جرم اتمی میانگین کاهش خواهد یافت. با توجه به جرم اتمی میانگین قبل و بعد از غنی‌سازی می‌توان درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها را مشخص کرد.

قبل از غنی‌سازی: $M=M_1+\frac{F_2}{F_{کل}}(M_2-M_1) \Rightarrow ۲۳/۲=۲۰+\frac{F_2}{۱۰۰}(۲۴-۲۰) \Rightarrow ۳۲۰=۴F_2 \Rightarrow F_2=٪۸۰, F_1=٪۲$

بعد از غنی‌سازی: $M=۲۳/۲-\underbrace{۱/۶}_{\text{میزان تغییر}}=۲۱/۶ \Rightarrow ۲۱/۶=۲۰+\frac{F'_2}{۱۰۰}(۲۴-۲۰) \Rightarrow ۱۶۰=۴F'_2 \Rightarrow F'_2=٪۴۰, F'_1=٪۶۰$

حالا با توجه به درصد فراوانی‌ها، اگر فرض کنیم قبل از غنی‌سازی، ۸۰ عدد ایزوتوپ سنگین‌تر داشتیم، باید ببینیم چند عدد از آن کم شود تا فراوانی آن به ۴۰ درصد برسد:

$$۴۰=\frac{۸۰-x}{۱۰۰-x}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰۰-۱۰x=۴۰۰-۴x \Rightarrow ۴۰۰=۶x \Rightarrow x=\frac{۴۰۰}{۶}$$

و در نهایت، درصد کاهش برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد کاهش}=\frac{\text{تعداد ایزوتوپ سنگین‌تر خارج‌شده}}{\text{تعداد ایزوتوپ سنگین‌تر اولیه}}\times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد کاهش}=\frac{\frac{۴۰۰}{۶}}{۸۰}\times ۱۰۰=\frac{۴۰۰}{۴۸۰}\times ۱۰۰ \simeq ٪۸۳$$

گول نخوری

سؤال، تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین $(۴۰=۴۰-۸۰)$ در دو حالت را نخواسته! بلکه درصد تعداد ایزوتوپ‌های خارج‌شده رو خواسته!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴ **اگر مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم یک عنصر از گروه ۱۷ برابر ۲۶ باشد، کدام گزینه درست است؟**

۱) در اتم این عنصر، ۱۳ الکترون با $l=1$ وجود دارد.

۲) گازی بی‌رنگ است که برای ضدعفونی‌کردن محیط کاربرد دارد.

۳) عدد اتمی آن، ۴/۲۵ برابر عدد اتمی اولین عنصر گروه دوم جدول است.

۴) با هیدروژن، یک ترکیب یونی به فرم HX تشکیل می‌دهد.

ns^2np^5

$_4Be$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

اول ببینیم باکدوم عنصر سروکار داریم.

آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت عنصرهای گروه ۱۷ به صورت ns^2np^5 است.

$$(n+l) \Rightarrow ns^2np^5 \Rightarrow 2(n+0)+5(n+1)=26 \Rightarrow 7n=21 \Rightarrow n=3$$ الکترون‌های ظرفیت

آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت $3s^2 3p^5$ متعلق به عنصر $_{17}Cl$ می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در اتم کلر $(_{17}Cl)$، ۱۱ الکترون با $l=1$ $(3p^5, 2p^6)$ وجود دارد:

$$_{17}Cl:[_{10}Ne]\,3s^2 3p^5$$

گزینهٔ (۲): گاز کلر (Cl_2)، زردرنگ است و خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد.



گاز زردرنگ کلر

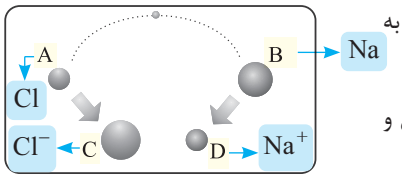
گزینهٔ (۳): اولین عنصر گروه دوم جدول تناوبی، بریلیم $(_4Be)$ است.

$$\frac{\text{عدد اتمی کلر}}{\text{عدد اتمی بریلیم}}=\frac{17}{4}=4/25$$

گزینهٔ (۴): HCl یک ترکیب مولکولی است و نه یونی!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ **با توجه به شکل زیر که واکنش بین سدیم و کلر و تشکیل سدیم کلرید را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟**



۱) A و B به ترتیب سدیم و کلر و جهت حرکت الکترون از A به سمت B است.

۲) با دادوستد الکترون، A و B به ترتیب به آرایش گاز نجیب قبل و بعد از خود می‌رسند.

۳) نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی فرعی $l=0$ در D به شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی فرعی $l=1$ در C، برابر ۰/۲۵ است.

۴) نسبت مجموع اعداد کوانتومی فرعی الکترون‌های آخرین لایهٔ اشغال‌شدهٔ D به مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ اشغال‌شدهٔ C، برابر $\frac{1}{4}$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته شعاع یک کاتیون (یون مثبت) از شعاع اتم خنثای خودش، کوچک‌تر و شعاع یک آنیون از شعاع اتم خنثای خودش، بزرگ‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی با توجه به شکل، A با گرفتن الکترون به C با شعاع بزرگ‌تر تبدیل شده است، بنابراین: $C:Cl^-$ (یون کلرید) $A:Cl$ اتم

B نیز با از دست دادن الکترون به D با شعاع کوچک‌تر تبدیل شده است؛ بنابراین: $D:Na^+$ (یون سدیم) $B:Na$ اتم

نسبت مورد نظر برابر است با:

$D={}_{11}Na^+: 1s^2\,2s^2\,2p^6 \rightarrow (n=2)$ مجموع اعداد کوانتومی فرعی الکترون‌های لایهٔ آخر: $2(0)+6(1)=6$

$C=Cl^-: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6 \rightarrow (3p^6)$ مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایه: $6(3+1)=24$

$$\Rightarrow \frac{\text{مجموع اعداد کوانتومی فرعی الکترون‌های لایهٔ آخر D}}{\text{مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ C}}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): A و B به ترتیب اتم‌های کلر و سدیم هستند. هم‌چنین جهت حرکت الکترون از فلز B به سمت نافلز A است.

گزینهٔ (۲): اتم‌های سدیم (B) با از دست‌دادن الکترون، به آرایش پایدار گاز نجیب پیش از خود $({}_{10}Ne)$ و اتم‌های کلر (C) با گرفتن الکترون، به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دورهٔ خود $({}_{18}Ar)$ می‌رسد.

گزینهٔ (۳): $l=0$ و $l=1$ به ترتیب مربوط به زیرلایه‌های s و p می‌باشند:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌ها با } l=0 \text{ در D } (Na^+)}{\text{شمار الکترون‌ها با } l=1 \text{ در C } (Cl^-)}=\frac{4\,(1s^2\,2s^2)}{12\,(2p^6\,3p^6)}=\frac{1}{3}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ کدام مورد درست است؟

۱) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، نسبت جرم به حجم هوا کاهش می‌یابد.

۲) تغییرات فشار در هواکره را می‌توان دلیلی بر لایه‌ای‌بودن آن دانست.

۳) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌های گازی که برای سردکردن قطعات الکترونیکی دستگاه MRI استفاده می‌شود، مشابه با این آرایش در اتم عنصرهای گروه دوم جدول است.

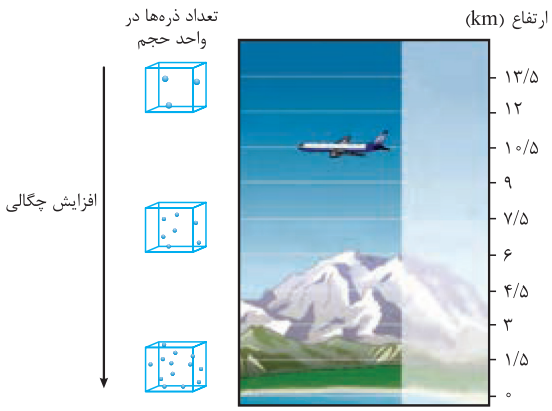
هلیم

۴) اوزون استراتوسفری از واکنش گازهای O_2 و NO_2 حاصل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

نسبت جرم به حجم، همان چگالی است که با افزایش ارتفاع از سطح زمین، کاهش می‌یابد، یعنی شمار ذره‌ها (و جرم) در واحد حجم هوا، کم‌تر می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): دلیل لایه‌ای‌بودن هواکره، روند غیریکنواخت و نامنظم تغییر دما است و نه تغییر فشار!

گزینهٔ (۳): گازی که برای سردکردن قطعات الکترونیکی دستگاه MRI استفاده می‌شود، هلیم ($_2He$) است. آرایش الکترون ـ نقطه‌ای این گاز نجیب به صورت $He:$ بوده، اما برای عنصرهای گروه دوم جدول تناوبی به صورت $\dot{E}\cdot$ است.

نکته

۱) از آن‌جا که آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت اتم عنصرهای یک گروه شبیه یکدیگر است، پس به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که آرایش الکترون ـ نقطه‌ای آن‌ها نیز مشابه هم می‌باشد. (البته به‌جز گروه ۱۸ به خاطر هلیم!)

۲) در مورد عناصر دستهٔ s و p، تعداد نقاط در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای که همان شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر است، برابر با یکان شمارهٔ گروه آن‌ها می‌باشد. (البته به جز هلیم!)

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								هلیم	بقیهٔ عنصرها
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۲	۸
آرایش الکترون ـ نقطه‌ای	$X\cdot$	$X\cdot$	$\cdot X\cdot$	$\cdot\dot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}:$	$:\ddot{X}:$	$:\dot{X}\cdot$	$He:$	$:\ddot{X}:$

گزینهٔ (۴): در تروپوسفر (نه استراتوسفر)، از واکنش میان گازهای اکسیژن (O_2) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2)، اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.

نکته

تولید اوزون

در لایهٔ تروپوسفر: $NO_2(g)+O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g)+O_3(g)$

در لایهٔ استراتوسفر: $3O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن کامل ترکیبی با فرمول $C_xH_{18}N_2O_y$ به صورت زیر است. نسبت جرم کربن به اکسیژن در این ترکیب کدام است؟ $(C=12, O=16: g.mol^{-1})$

$$2C_xH_{18}N_2O_y + 31O_2 \rightarrow 24CO_2 + 18H_2O + 2N_2$$

۱) ۳ ۲) ۴/۵ ۳) ۶ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا باید تکلیف x و y را مشخص کنیم:

$$2C_xH_{18}N_2O_y + 31O_2 \rightarrow 24CO_2 + 18H_2O + 2N_2$$

موازنهٔ C: $2x = 24 \Rightarrow x = 12$

موازنهٔ O: $2y + 62 = 48 + 18 \Rightarrow y = 2$

پس فرمول ترکیب مورد نظر به صورت $C_{12}H_{18}N_2O_2$ است.

حالا بریم سراغ نسبت خواسته‌شده:

$$\frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times \text{مول کربن}}{\text{جرم مولی اکسیژن} \times \text{مول اکسیژن}} = \frac{\overset{6}{\cancel{12}} \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{4}{\cancel{2}} \times \cancel{16}} = 4/5$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ **شمار نوترون‌های موجود در ۰/۲ مول از یون XO_3^{q} برابر ۱۳/۸ مول است. اگر جرم مولی این یون برابر ۱۲۸ گرم باشد، نسبت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار این یون به q، کدام است؟ (در ساختار لوویس XO_3^{q}، همهٔ پیوندها یگانه هستند و همهٔ اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند.)**

۱) ۳ ۲) −۳ ۳) ۲ ۴) −۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

اول باید ببینیم در یک مول از یون XO_3^{q}، چند مول نوترون وجود دارد:

$$1\ mol\ XO_3^{q} \times \frac{13/8\ mol\ \text{نوترون}}{0/2\ mol\ XO_3^{q}} = 69\ mol\ \text{نوترون}$$

با توجه به جرم مولی، شمار کل پروتون‌های این یون را می‌*سابیم*. با توجه به این‌که جرم پروتون و نوترون تقریباً ۱ amu است و جرم هر واحد فرمولی برحسب amu تقریباً با جرم مولی برابر است، جرم مولی یون را می‌توان مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن در نظر گرفت:

$$128 = 69 + p \Rightarrow p = 59$$

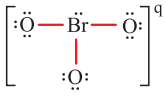
این یون چنداتمی حاوی ۳ اتم اکسیژن $(_8O)$ و ۱ اتم X است؛ بنابراین شمار پروتون (عدد اتمی) X برابر است با:

شمار پروتون‌های X: $59 - 3(8) = 35 \Rightarrow {}_{35}Br$

نکته با توجه به تعداد کل الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس یک یون، می‌توان از فرمول زیر برای محاسبهٔ بار یک یون مجهول استفاده کرد.

بار یون (q) = (مجموع شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌ها) − (مجموع شمار الکترون‌های به کاررفته در ساختار لوویس)

حالا ساختار لوویس آن را رسم کرده و همهٔ اتم‌ها را هشت‌تایی می‌کنیم:



$$\text{بار یون } (q) = \underbrace{7}_{Br} + \underbrace{3(6)}_{O} - 26 = -1$$

در ساختار این یون، سه پیوند اشتراکی وجود دارد:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی}}{\text{بار یون } (q)} = \frac{3}{-1} = -3$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ کدام مورد درست است؟

۱) اکسید فلزهای گروه اول برخلاف اکسیدهای عنصرهای گروه ۱۶، خاصیت اسیدی داشته و رنگ کاغذ pH را به رنگ قرمز درمی‌آورند.

۲) میل ترکیبی هموگلوبین به کربن مونواکسید، حدود ۲۰ برابر اکسیژن است.

۳) اگر واکنش $۲NaNO_۳(s) \rightarrow ۲NaNO_۲(s) + O_۲(g)$، در ظرف دربسته انجام شود، جرم مخلوط واکنش در طی انجام واکنش به اندازهٔ جرم اکسیژن تولیدی کاسته می‌شود.

۴) به ازای تولید برق یکسان، مقایسهٔ میزان کربن دی‌اکسید تولیدشده از منابع مختلف به صورت «نفت خام > انرژی خورشیدی > گرمای زمین > باد» است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در میان این منابع تولید برق، نفت خام، بیشترین مقدار کربن دی‌اکسید و باد، کم‌ترین مقدار کربن دی‌اکسید را تولید می‌کند.

نکته مقایسهٔ مقدار $CO_۲$ تولیدی از طریق منابع مختلف برق رو به *خاطر بسپارین*:

باد < گرمای زمین < انرژی خورشید < گاز طبیعی < نفت خام < زغال سنگ: $CO_۲$ ایجادشده به ازای تولید برق یکسان

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): اکسید فلزهای گروه اول جدول تناوبی، خاصیت بازی دارند و کاغذ pH در محلول‌های بازی به رنگ آبی در می‌آید.

نکته
- **اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی می‌نامند؛** زیرا از واکنش آن‌ها با آب، باز تولید می‌شود و pH محلول حاصل بالاتر از ۷ است.
- **اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌نامند؛** زیرا از واکنش آن‌ها با آب، اسید تولید می‌شود؛ در نتیجه pH محلول حاصل از آن‌ها، کم‌تر از ۷ است.

توجه **لزوماً هر اکسید نافلزی، اکسید اسیدی نیست؛** به طور مثال گازهای کربن مونواکسید (CO)، نیتروژن مونواکسید (NO) و دی‌نیتروژن مونواکسید $(N_۲O)$ در آب به صورت مولکولی حل شده و با آب واکنش نمی‌دهند؛ بنابراین اکسید اسیدی نیستند.

	اکسید فلزی	اکسید نافلزی
مثال	CaO ، $Na_۲O$	$CO_۲$ ، $N_۲O_۵$ ، $SO_۳$
نوع اکسید	بازی	اسیدی
گسترهٔ pH محلول آبی در دمای اتاق	$۷ < pH \leq ۱۴$	$۰ \leq pH < ۷$
رنگ کاغذ pH در محلول آبی	آبی	سرخ

گزینهٔ (۲): میل ترکیبی گاز CO با هموگلوبین، بیشتر از ۲۰۰ برابر میل ترکیبی اکسیژن با آن است.

نکته ویژگی‌های کربن مونواکسید (CO):
- از سوختن ناقص ترکیب‌های آلی تولید می‌شود.
- گازی بی‌رنگ و بی‌بو و بسیار سمی است (قاتل خاموش).
- چگالی کم‌تری نسبت به هوا دارد و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است.
- میل ترکیبی آن با هموگلوبین خون، بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است.
- واکنش‌پذیری بیشتری از کربن دی‌اکسید $(CO_۲)$ دارد و ناپایدارتر از آن است.
- اکسیدی خنثی است.

گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که ظرف واکنش دربسته است، گاز $O_۲$ از آن خارج نمی‌شود؛ بنابراین طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها با مجموع جرم فراورده‌های تولیدشده، برابر است و از جرم مخلوط واکنش کاسته نمی‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ با توجه به واکنش‌های زیر که در دو ظرف دربستهٔ جداگانه (با حجم یکسان) به طور کامل انجام می‌شوند، اگر بعد از اتمام واکنش‌ها، فشار واردشده به دیوارهٔ هر دو ظرف برابر شد، جرم گاز اکسیژن مصرف‌شده در واکنش (۲)، چند برابر جرم این گاز در واکنش (۱) است؟ (دمای هر دو ظرف در موقع اندازه‌گیری فشار برابر است.)

۱) $NH_3(g)+O_2(g) \rightarrow NO(g)+H_2O(g)$ (معادله موازنه شود.)

۲) $NO_2(g)+O_2(g) \rightarrow NO(g)+O_3(g)$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا معادلهٔ واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:

۱) $4NH_3(g)+5O_2(g) \rightarrow 4NO(g)+6H_2O(g)$

۲) $NO_2(g)+O_2(g) \rightarrow NO(g)+O_3(g)$

فراوردهٔ فشار واردشده به دیوارهٔ ظرف به دلیل وجود گازهایی است که تولید می‌شود. با توجه به این‌که فشار واردشده به دیوارهٔ ظرف (۱) برابر با فشار واردشده به دیوارهٔ ظرف (۲) است، تعداد مول‌های گازی تولیدشده در دو ظرف برابر است.

لا اگر ضرایب واکنش (۲) را در عدد ۵ ضرب کنیم، شمار مول گازهای تولیدی در هر دو ظرف برابر با ۱۰ مول یکسان خواهد شد؛ بنابراین در این حالت ضریب گاز اکسیژن (O_2) در هر دو واکنش برابر و جرم اکسیژن مصرف‌شده نیز یکسان است.

۱) $4NH_3(g)+5O_2 \rightarrow \underbrace{4NO(g)+6H_2O(g)}_{\text{۱۰ مول گاز تولیدی}}$

۲) $5NO_2(g)+5O_2(g) \rightarrow \underbrace{5NO(g)+5O_3(g)}_{\text{۱۰ مول گاز تولیدی}}$

کنکور

با توجه به واکنش‌های داده‌شده که در دو ظرف جداگانه و به طور کامل انجام می‌شوند، اگر مجموع جرم کربن و PbO مصرف‌شده، برابر ۲/۷۱ گرم و جرم گاز گوگرد دی‌اکسید در واکنش (II)، ۴ برابر جرم گاز هیدروژن تشکیل‌شده در واکنش (I) باشد، چند مول PbO در واکنش (II) شرکت کرده است؟ *(سؤال ۸۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

$(H=1, C=12, O=16, S=32, Pb=207 : g.mol^{-1})$

I) $H_2O(g)+C(s) \rightarrow CO(g)+H_2(g)$

II) $2PbO(s)+PbS(s) \rightarrow 3Pb(s)+SO_2(g)$

۱) ۰/۰۰۵ ۲) ۰/۰۰۲

۳) ۰/۰۱۰ ۴) ۰/۰۴۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ در چه تعداد از موارد زیر، فرمول شیمیایی و نام ارائه‌شده با یکدیگر مطابقت دارد؟

الف) آمونیوم سولفید: NH_4S

ب) روی نیترات: Zn_2NO_3

پ) اسکاندیم (III) فسفید: ScP

ت) آلومینیم کربنات: $Al_2(CO_2)_3$

ث) گالیم کلرید: $GaCl_2$

ج) کبالت (III) سولفات: $CO_2(SO_4)_3$

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

فرمول‌نویسی و نام‌گذاری ترکیب‌های یونی دارای یون‌های چندتایی:

فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی دارای یون‌های چندتایی دقیقاً مانند فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی دارای یون‌های تک‌اتمی است؛ یعنی ابتدا نماد کاتیون را سمت چپ و نماد آنیون را در سمت راست می‌نویسیم و سپس بار کاتیون را به عنوان زیروند آنیون و بار آنیون را به عنوان زیروند کاتیون قرار می‌دهیم و اگر این زیروندها با هم ساده شدند، آن‌ها را ساده می‌کنیم:

$$A^{m+} \quad B^{n-} \rightarrow A_nB_m$$

فقط در این‌جا *هواستون باشه که* هنگام قراردادن بار هر یون به عنوان زیروند یون دیگر، یون‌های چندتایی را داخل پرانتز قرار دهید (مگر این‌که بار یون، ± 1 باشد).

مثال

پتاسیم سولفات: $K^+SO_4^{2-} \Rightarrow K_2SO_4$

آلومینیم کربنات: $Al^{3+}CO_3^{2-} \Rightarrow Al_2(CO_3)_3$

برای نام‌گذاری این‌گونه ترکیب‌ها نیز ابتدا نام کاتیون و سپس نام آنیون آورده می‌شود.

در مورد فلزهایی که یون‌های مثبت با بارهای متنوع دارند (مانند Fe، Cr و Cu)، در هنگام نوشتن نام کاتیون، باید بار این یون با عدد رومی داخل پرانتز آورده شود.

مثال

$CuSO_4 : Cu^{2+}SO_4^{2-} \Rightarrow$ مس (II) سولفات

لیست یون‌های چندتایی که باید حفظ باشین:

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
آمونیوم	NH_4^+	سولفات	SO_4^{2-}
هیدروکسید	OH^-	فسفات	PO_4^{3-}
نیترات	NO_3^-	کربنات	CO_3^{2-}

نام یون	فرمول یون	نام یون	فرمول یون
هیدروژن کربنات	HCO_3^-	اتانوات (استات)	CH_3COO^-
سیانید	CN^-	سیلیکات	SiO_4^{4-}
متانوات (فورمات)	$HCOO^-$	پرمنگنات	MnO_4^-

پاسخ خیلی تشریحی

همهٔ موارد نادرست‌اند.

الف) **آمونیوم سولفید**: گوگرد گروه ۱۶ است و آنیون دو بار منفی تشکیل می‌دهد: $NH_4^+S^{2-} \Rightarrow (NH_4)_2S$

ب) **روی نیترات**: بار روی و نیترات به ترتیب $+2$ و $-$ است: $Zn^{2+}NO_3^- \Rightarrow Zn(NO_3)_2$

پ) **ScP**: اسکاندیم فقط یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهد و نباید برای آن از اعداد رومی استفاده کرد. اسکاندیم فسفید= ScP

ت) **آلومینیم کربنات**: فرمول شیمیایی کربنات به صورت CO_3^{2-} است: $Al^{3+}CO_3^{2-} \Rightarrow Al_2(CO_3)_3$

ث) **گالیم کلرید**: گالیم در گروه ۱۳ قرار دارد و بار آن $+3$ است: $Ga^{3+}Cl^- \Rightarrow GaCl_3$

ج) **کبالت (III) سولفات**: حرف اکسیژن در نماد شیمیایی کبالت باید کوچک نوشته می‌شد! $Co_2(SO_4)_3$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

امتحان نهایی

به پرسش‌ها پاسخ دهید. *(سؤال ۱۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)*

الف) نام ترکیب مولکولی N_2O را بنویسید.

ب) فرمول شیمیایی ترکیب یونی پتاسیم پرمنگنات به صورت $KMnO_4$ است. فرمول شیمیایی کلسیم پرمنگنات را بنویسید.

ج) دانش‌آموزی ترکیب یونی $ZnSO_4$ را به صورت «روی (II) سولفید» نام‌گذاری کرده است. در این نام‌گذاری دو اشتباه وجود دارد. نام درست آن را در پاسخ‌نامه بنویسید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ **مقداری اتانول به ۲۵۲ میلی‌لیتر آب اضافه می‌شود تا محلول ۴۰ درصد جرمی اتانول در آب به دست آید. با فرض این‌که حجم محلول با مجموع حجم دو ماده برابر باشد، حداقل چند میلی‌لیتر دیگر اتانول باید به محلول اضافه شود تا طبق تعریف حلال، جای حلال و حل‌شونده در محلول عوض شود؟ (چگالی آب و اتانول به ترتیب ۱ و ۰/۸ گرم بر میلی‌لیتر است و $H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)**

۱) ۶۸۰ ۲) ۶۰۵ ۳) ۵۹۶ ۴) ۴۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته هر محلول از دو جزء **حلال** و **حل‌شونده** تشکیل شده است. **حلال** جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و شمار مول‌های آن (نه جرم آن!) بیشتر است.

پاسخ خیلی تشریحی زمانی جای **حلال** و **حل‌شونده** در این محلول عوض خواهد شد که با اضافه‌کردن اتانول شمار مول‌های اتانول بیشتر از آب شود، یعنی در محلول اولیه، آب و در محلول نهایی، اتانول، حلال است.

$$۱۰۰\ g\ \text{محلول}\begin{cases}۴۰\ g\ \text{اتانول}\\ ۶۰\ g\ \text{آب}\end{cases}$$

$$۲۵۲\ g\ \text{آب}\times\frac{۴۰\ g\ \text{اتانول}}{۶۰\ g\ \text{آب}}=۱۶۸\ g\ \text{اتانول}$$

$$۲۵۲\ g\ \text{آب}\times\frac{۱\ mol\ \text{آب}}{۱۸\ g\ \text{آب}}=۱۴\ mol$$

با اضافه‌کردن اتانول، شمار مول‌های اتانول باید بیشتر از آب شود.

شرط: مول اتانول $>$ مول آب $\Rightarrow$ مول اتانول $>14\ mol$

$$\frac{\text{جرم اتانول}}{\text{جرم مولی اتانول}}>۱۴\Rightarrow\frac{\text{جرم اتانول}}{۴۶}>۱۴\Rightarrow\text{جرم اتانول}>۶۴۴\ g$$

$$\Rightarrow\text{جرم اتانول اضافه‌شده}>۶۴۴-۱۶۸\ (\text{جرم اتانولی که داشتیم})\xrightarrow{\text{چگالی اتانول}=۰/۸\ g.mL^{-1}}\text{حجم اتانول}>\frac{۴۷۶\ g}{۰/۸\ g.mL^{-1}}\Rightarrow\text{حجم اتانول}>۵۹۵\ mL$$

پس طبق گزینه‌ها، **حداقل** مقدار اتانولی که جای حلال و حل‌شونده را در این محلول تغییر می‌دهد، ۵۹۶ میلی‌لیتر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ **انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای $40^\circ C$ به تقریب سه برابر انحلال‌پذیری آن در دمای $10^\circ C$ است. اگر ۲۰۰ گرم از محلول سیرشدهٔ این نمک را از دمای $40^\circ C$ تا $10^\circ C$ سرد کنیم، ۵۰ گرم رسوب تشکیل می‌شود. انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای $40^\circ C$، چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟**

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای $10^\circ C$ و $40^\circ C$ در ۱۰۰ گرم آب را به ترتیب x و $3x$ در نظر می‌گیریم:

$$\text{رسوب } 2x\,g \begin{cases} 40^\circ C: 100+3x \text{ جرم محلول سیرشده در دمای} \\ 10^\circ C: 100+x \text{ جرم محلول سیرشده در دمای} \end{cases}$$

به ازای ۲۰۰ گرم محلول سیرشده، ۵۰ گرم به دست آمده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\overset{4}{\cancel{200}}\,g \text{ محلول} \times \frac{2x\,g \text{ رسوب}}{(100+3x)\,g \text{ محلول}} = \cancel{50}\,g \text{ رسوب} \Rightarrow 8x = 100+3x \Rightarrow x = 20$$

بنابراین انحلال‌پذیری در دمای $40^\circ C$ برابر با $3(20) = 60$ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

یه‌جور دیگه

استفاده از روش تناسب:

$$\begin{bmatrix} \text{گرم رسوب} & & \text{گرم محلول سیرشده} \\ 2x & \rightarrow & 100+3x \\ \cancel{50} & \rightarrow & \overset{4}{\cancel{200}} \end{bmatrix} \Rightarrow 8x = 100+3x \Rightarrow x = 20 \Rightarrow 3x = 60$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ کدام مورد درست است؟

۱) با افزایش دما، مخلوط ناهمگن یخ در آب، به مخلوط همگن تبدیل می‌شود.

۲) اگر ۲۵ گرم نمک پتاسیم نیترات را به مقداری آب با دمای $20^\circ C$ اضافه کنیم، بعد از انحلال کامل، دمای محلول بالاتر از $20^\circ C$ خواهد شد.

۳) اگر در دمای اتاق، مادهٔ A در آب نامحلول باشد، به یقین در تینر حل می‌شود.

۴) با افزایش دما (بدون تغییر مقدار آب)، محلول سیرشدهٔ پتاسیم کلرید به محلول سیرنشدهٔ آن تبدیل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

نکته

نمودارهای انحلال‌پذیری ـ دما برای اغلب نمک‌ها، صعودی است. موارد زیر رو حتماً به خاطر بسپارید.

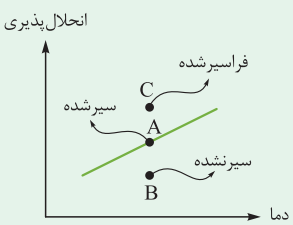
- نمودار انحلال‌پذیری
  - صعودی
    - KNO_3 (منحنی)
    - $NaCl$ ، KCl ، $NaNO_3$ (خطی)
  - نزولی
    - Li_2SO_4 (خطی)

در حد کنکور، انحلال نمک‌هایی که نمودار انحلال‌پذیری ـ دمای آن‌ها صعودی است ($NaCl$ ، KCl ، KNO_3 ، $NaNO_3$) را فرایندی گرماگیر و انحلال نمک‌هایی که نمودار انحلال‌پذیری ـ دمای آن‌ها نزولی است (Li_2SO_4) را فرایندی گرماده در نظر می‌گیریم.

- انحلال‌پذیری با دما رابطهٔ مستقیم دارد. ← فرایند انحلال، گرماگیر است.
- انحلال‌پذیری با دما رابطهٔ وارونه دارد. ← فرایند انحلال، گرماده است.

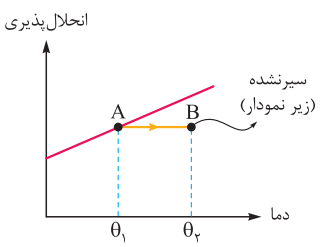
در نمودارهای انحلال‌پذیری ـ دما، هر نقطه بر روی نمودار بیانگر نکاتی است:

- هر نقطه روی منحنی انحلال‌پذیری ← محلول سیرشده
- هر نقطه زیر منحنی انحلال‌پذیری ← محلول سیرنشده
- هر نقطه بالای منحنی انحلال‌پذیری ← محلول فراسیرشده



نمودار انحلال‌پذیری KCl صعودی و انحلال آن فرایندی گرماگیر است، یعنی با افزایش دما، انحلال‌پذیری آن در آب افزایش می‌یابد؛ پس اگر محلول سیرنشده‌ای از آن داشته باشیم و دمای آن را زیاد کنیم با توجه به این‌که در دمای بالاتر، آب می‌تواند نمک بیشتری را در خود حل کند، محلول به یک محلول سیرنشده تبدیل می‌شود.

از روی نمودار هم *می‌توانید ببینید:*



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): یخ در آب، مخلوطی ناهمگن است، اما با افزایش دما، یخ درون آب ذوب شده و فقط آب بر جای می‌ماند و *دیگه مخلوط نداریم!*

گزینهٔ (۲): انحلال پتاسیم نیترات (KNO_3) در آب، فرایندی گرماگیر است، یعنی برای حل‌شدن در آب، مقداری از گرمای آب را جذب می‌کند؛ بنابراین پس از انحلال کامل آن، دمای آب از $20^\circ C$ کم‌تر خواهد شد.

گزینهٔ (۳): *همیشه این هوریام نیست!* مثلاً نقره کلرید در آب، نامحلول است. هم‌چنین این ترکیب یونی در تینر (هگزان) و هر ترکیب ناقطبی دیگر، حل نمی‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ کدام مورد، مفهوم علمی جملهٔ زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«با n برابرشدن ..... ، ..... به ..... برابر مقدار اولیه می‌رسد.»

۱) دمای آب ـ انحلال‌پذیری گاز O_2 ـ $\frac{1}{n}$

۲) فشار گاز CO ـ انحلال‌پذیری آن ـ n

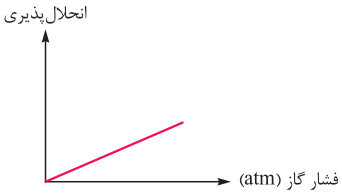
۳) دمای آب ـ انحلال‌پذیری نمک KCl ـ n

۴) فشار گاز N_2 ـ انحلال‌پذیری آن ـ $\frac{1}{n}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در دمای معین، معادلهٔ انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار، به صورت یک خط راست و بدون عرض از مبدأ $(S = kP)$ است؛ بنابراین با n برابرشدن فشار گاز CO، انحلال‌پذیری آن در آب نیز، n برابر می‌شود.



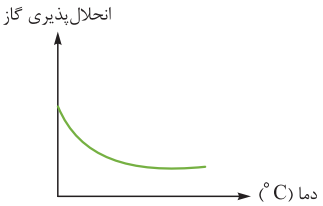
عدد ثابت

$$S = K P \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

فشار انحلال‌پذیری

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نمودار انحلال‌پذیری ـ دمای گازها، اگرچه به صورت نزولی است، اما نمودار آن سهمی و غیرخطی است؛ بنابراین رابطهٔ خطی بین دما و انحلال‌پذیری گاز وجود ندارد.



گزینهٔ (۳): با توجه به این‌که عرض از مبدأ انحلال‌پذیری KCl (و هیچ نمک محلول در آبی) در آب صفر نمی‌باشد، با n برابرشدن دما، انحلال‌پذیری نیز n برابر نمی‌شود.

گزینهٔ (۴): این مورد هم که توضیح دادیم. ☺

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه‌دوازدهم ـ مرحله‌پنجم ـ ۴مهر ۱۴۰۴

پایه یازدهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ سوگند روشنی ـ علی شهرابی محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ حمید گلزاری ـ صبا مهدوی ـ حسین هاشمی‌طاهری
آمار و احتمال	مصطفی دیداری ـ علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ سروش موئینی
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی (۲)	علی رفیعی ـ یاسر عبداللهی ـ امیر قاسمی‌پور ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ امیرحسین مسلمی سید علی ناظمی ـ عرفان نریمانی ـ مرتضی نصیرزاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	محمدرضا راسخ	فرشاد حسن‌زاده	عادل حسینی محمدمهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب کیوان صارمی	مریم نظری	ملیحه حاجی‌بابا سید عباس حسینی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	فرزانه خاکپاش	منصور زرکش اصفهانی بیان صیادی‌فر مریم نظری
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	امین امینی	امین امینی	مسعود خندانی پوریا علاقه‌مند مریم گلی حسنلو امیر محمودی انزابی
شیمی (۲)	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده	وحید فارسیان	محمدمهدی کریمیان	بنیامین تجلی یلدا رزاق‌زاده ماهان فنی‌فر محمدمهدی کریمیان

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حسابان یازدهم

۶۶ طول دو ضلع قائم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ هستند. طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt{۷}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۷}}$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

مساحت مثلث قائم‌الزاویه رو به دو روش حساب کن: یکی با کمک دو ضلع قائم (که ریشه‌های معادله‌ان) و یکی با کمک وتر و ارتفاع وارد بر اون. بعد این دوتا رو مساوی هم بذار و از روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادلهٔ درجه ۲ استفاده کن.

درس Box

جمع، ضرب و تفاضل ریشه‌ها

برای معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ که جواب‌های آن $x_۱$ و $x_۲$ هستند، روابط اصلی زیر بین ریشه‌ها و ضرایب معادله برقرار است:

- مجموع ریشه‌ها (S): $S = x_۱ + x_۲ = -\frac{b}{a}$
- ضرب ریشه‌ها (P): $P = x_۱ . x_۲ = \frac{c}{a}$
- قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها: $|x_۱ - x_۲| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ که در آن $\Delta = b^۲ - ۴ac$ است.

نکته

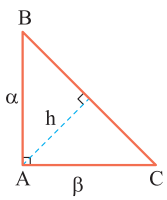
محاسبهٔ سایر عبارات برحسب S و P

اگر ریشه‌های معادله α و β باشند، می‌توان عبارات زیر را بدون یافتن مستقیم ریشه‌ها و تنها با داشتن S و P محاسبه کرد:

- مجموع معکوس ریشه‌ها: $\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P}$
- مجموع مربع‌های ریشه‌ها: $\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = S^۲ - ۲P$
- مجموع مکعب‌های ریشه‌ها: $\alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^۳ - ۳SP$
- قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها: $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha - \beta)^۲} = \sqrt{(\alpha + \beta)^۲ - ۴\alpha\beta} = \sqrt{S^۲ - ۴P}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با فرض این‌که α و β ریشه‌های معادله باشند، شکل زیر را داریم:



گام دوم: برای پیداکردن طول ارتفاع وارد بر وتر، ابتدا از رابطهٔ فیثاغورس طول وتر را مشخص می‌کنیم:

$$BC = \sqrt{\alpha^۲ + \beta^۲}$$

گام سوم: حال به کمک روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم داریم:

$$\alpha + \beta = ۳ \ , \ \alpha\beta = ۱$$

$$h = \frac{\alpha\beta}{\sqrt{\alpha^۲ + \beta^۲}} = \frac{\alpha\beta}{\sqrt{(\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta}} = \frac{۱}{\sqrt{۷}}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\frac{x}{x^۲-۲x+۱}+\frac{۲x}{(x-۱)^۲}=۱$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

مخرج دوتا کسر یکسانه، پس اول اون‌ها رو با هم جمع کن. معادله رو ساده کن تا به معادلهٔ درجه‌دو برسی. برای پیداکردن حاصل‌ضرب جواب‌ها هم لازم نیست خود جواب‌ها رو پیدا کنی، از رابطهٔ $\frac{c}{a}$ استفاده کن.

درس Box

روش حل معادله‌های شامل عبارت‌های گویا

برای حل معادله‌ای که شامل عبارت‌های گویا (کسری) است، می‌توان با حذف مخرج‌ها، آن را به یک معادلهٔ ساده‌تر تبدیل کرد. این کار در چند مرحله انجام می‌شود:

۱) **یافتن ک.م.م مخرج‌ها:** ابتدا کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م) همهٔ مخرج‌ها را پیدا می‌کنیم.

۲) **حذف مخرج‌ها:** طرفین معادله را در این ک.م.م ضرب می‌کنیم تا مخرج تمام کسرها از بین برود و یک معادلهٔ جبری ساده به دست آید.

۳) **حل معادلهٔ جدید:** معادلهٔ جبری به‌دست‌آمده را حل می‌کنیم.

۴) **بررسی جواب‌ها:** این مرحله بسیار مهم است. باید جواب‌های به‌دست‌آمده را در مخرج‌های معادلهٔ اصلی امتحان کنیم. جوابی قابل قبول است که هیچ‌کدام از مخرج‌ها را صفر نکند. جواب‌هایی که مخرج را صفر می‌کنند، قابل قبول نیستند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{x}{x^۲-۲x+۱}+\frac{۲x}{x^۲-۲x+۱}=۱ \Rightarrow \frac{۳x}{x^۲-۲x+۱}=۱$$

گام دوم: برای مشخص‌کردن حاصل‌ضرب جواب‌های معادله داریم:

$$۳x=x^۲-۲x+۱ \Rightarrow x^۲-۵x+۱=۰ \xrightarrow[x\neq ۱]{\Delta>۰} P=\frac{c}{a}=۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ اگر بیشترین مقدار تابع $f(x)=\frac{۶}{|x-۱|+|x-a|}$ برابر ۲ باشد، برد تابع $g(x)=\sqrt{|x-a|-|x+۵|}$ شامل چند عدد صحیح است؟ $(a>۱)$

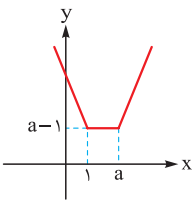
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint بیشترین مقدار کسر وقتی اتفاق میفته که مخرجش کم‌ترین مقدار ممکن باشه. کم‌ترین مقدار عبارت $|x-۱|+|x-a|$ رو پیدا کن تا ازش مقدار a به دست بیاد.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** زمانی بیشترین مقدار تابع f برابر ۲ می‌شود که کم‌ترین مقدار عبارت مخرج برابر ۳ باشد، زیرا صورت آن مقدار ثابت ۶ است.

طبق نکات قبلی، نمودار تابع $y=|x-۱|+|x-a|$ را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow a-۱=۳ \Rightarrow a=۴$$

گام دوم: حال با جای‌گذاری a، برد تابع زیر رادیکال (که معروف به تابع سرسره‌ای است)، طبق نکتهٔ سؤال ۱ برابر است با:

$$-۹\le|x-۴|-|x+۵|\le ۹ \Rightarrow ۰\le\sqrt{|x-۴|-|x+۵|}\le ۳$$

$$\Rightarrow ۰\le g(x)\le ۳$$

بنابراین برد تابع g شامل ۴ عدد صحیح $\{۰,۱,۲,۳\}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ اگر تابع $f(x)=\begin{cases} x^۲+ax & ; \ x>۲ \\ ۱-ax & ; \ x\le ۲ \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد، چند مقدار صحیح برای a وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint برای این‌که تابع چندضابطه‌ای یک‌به‌یک باشه، هر ضابطه باید در دامنهٔ خودش یک‌به‌یک باشه و بُردهای ضابطه‌ها هم اشتراک نداشته باشن. به محل رأس سهمی ضابطه اول دقت کن.

درس Box

تابع یک‌به‌یک (One – to – One Function)

تعریف تابع یک‌به‌یک

تابعی را یک‌به‌یک می‌نامیم که در آن به هر دو ورودی متفاوت، دو خروجی متفاوت اختصاص داده شود. به زبان ریاضی، تابع f یک‌به‌یک است اگر به ازای هر دو عضو دلخواه $x_۱$ و $x_۲$ از دامنه‌اش، یکی از دو شرط معادل زیر برقرار باشد:

۱) $x_۱\neq x_۲ \Rightarrow f(x_۱)\neq f(x_۲)$

۲) $f(x_۱)=f(x_۲) \Rightarrow x_۱=x_۲$

آزمون خط افقی

یک راه سریع برای تشخیص یک‌به‌یک بودن تابع از روی نمودار، استفاده از آزمون خط افقی است. یک تابع، یک‌به‌یک است اگر و تنها اگر هر خط موازی با محورxها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نکته

- **تابع درجه‌دوم**

تابع $f(x)=ax^۲+bx+c \ (a\neq ۰)$ روی دامنهٔ $\mathbb{R}$ یک‌به‌یک نیست، اما اگر دامنهٔ آن را به یکی از بازه‌های $(-\infty,-\frac{b}{۲a}]$ یا $[-\frac{b}{۲a},+\infty)$ (و یا هر زیرمجموعه‌ای از آن‌ها) محدود کنیم، روی آن بازه یک‌به‌یک خواهد بود.

- یک‌به‌یک بودن توابع چندضابطه‌ای

اگر تابع g با دامنهٔ $D_۱$ و تابع h با دامنهٔ $D_۲$ یک‌به‌یک باشند و اشتراک برد تابع g با برد تابع h تهی باشد $(R_g \cap R_h=\varnothing)$، آن‌گاه تابع f که به صورت زیر تعریف می‌شود، یک‌به‌یک است:

$$f(x)=\begin{cases} g(x) & ; \ x\in D_۱ \\ h(x) & ; \ x\in D_۲ \end{cases}$$

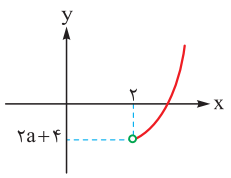
به عبارت دیگر، برای ساخت یک تابع یک‌به‌یک چندضابطه‌ای، باید توابع سازندهٔ آن یک‌به‌یک بوده و خروجی‌های آن‌ها (بردشان) هیچ عضو مشترکی نداشته باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

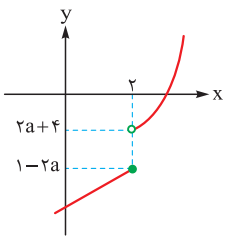
گام اول: طبق درس‌باکس، در ابتدا باید هر ضابطه در دامنهٔ خودش یک‌به‌یک باشد. پس اگر تابع $g(x)=x^۲+ax$ در دامنهٔ $(۲,+\infty)$ یک‌به‌یک باشد، این بازه نباید شامل طول رأس سهمی باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_s=-\frac{a}{۲} \\ x_s\le ۲ \end{cases} \Rightarrow -\frac{a}{۲}\le ۲ \Rightarrow a\ge -۴ \quad (۱)$$

در این بازه نمودار تابع f مطابق شکل زیر است:



گام دوم: حالا برای این‌که تابع یک‌به‌یک باشد، شیب خط $y=۱-ax$ باید مثبت باشد و هم‌چنین مقدار آن در $x=۲$ نابیشتر از $۲a+۴$ باشد، مطابق شکل زیر:



$$\Rightarrow \begin{cases} -a>۰ \Rightarrow a<۰ & (۲) \\ ۲a+۴\ge ۱-۲a \Rightarrow a\ge -\frac{۳}{۴} & (۳) \end{cases}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: محدودهٔ قابل قبول برای a از اشتراک (۱)، (۲) و (۳) به دست می‌آید:

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)} -\frac{۳}{۴} \leq a < ۰$$

این مجموعه شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ اگر $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ باشد، با انتخاب کدام ضابطه برای تابع g، برد تابع $y=(f+g)(x)$ تک‌عضوی است؟

۱) $g(x)=۳$

۲) $g(x)=f(-x)$

۳) $g(x)=\sqrt{x^۲-۴}$

۴) $g(x)=x-\sqrt{x^۲-۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اعمال جبری روی توابع

فرض کنید f و g دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند. چهار عمل اصلی روی این توابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

۱) **تابع جمع $(f+g)$:**

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x) \quad , \quad D_{f+g}=D_f\cap D_g$$

۲) **تابع تفاضل $(f-g)$:**

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x) \quad , \quad D_{f-g}=D_f\cap D_g$$

۳) **تابع ضرب $(f.g)$:**

$$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x) \quad , \quad D_{f.g}=D_f\cap D_g$$

۴) **تابع تقسیم $(\frac{f}{g})$:**

$$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)} \quad , \quad D_{f/g}=(D_f\cap D_g)-\{x\mid g(x)=۰\}$$

نکتهٔ کلیدی: دامنهٔ توابع حاصل از جمع، تفاضل و ضرب، اشتراک دامنه‌های دو تابع اصلی است. در تابع تقسیم، باید نقاطی که مخرج را صفر می‌کنند نیز از این اشتراک حذف شوند.

نکته

اگر $n\in\mathbb{N}$ فرد باشد، دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ برابر D_g است. اگر $n\in\mathbb{N}$ زوج باشد، دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ برابر $\{x\mid x\in D_g\,,g(x)\geq ۰\}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با انتخاب $g(x)=\sqrt{x^۲-۴}$ داریم:

$$D_{f+g}=D_f\cap D_g=\{x\in\mathbb{R}\mid ۴-x^۲\geq ۰\}\cap\{x\in\mathbb{R}\mid x^۲-۴\geq ۰\}=\{۲,-۲\}$$

گام دوم: به ازای $x=۲$ و $x=-۲$ مقادیر تابع $f+g$ برابر است با:

$$(f+g)(۲)=۰+۰=۰$$

$$(f+g)(-۲)=۰+۰=۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ در بازهٔ $[\alpha,\beta]$ نمودار تابع $f(x)=2^{\sqrt{x}}$ بالاتر از نیمساز ناحیهٔ اول قرار ندارد. بیشترین مقدار $\beta-\alpha$ کدام است؟

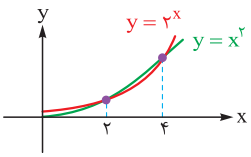
۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint این‌که نمودار f بالاتر از نیمساز ناحیهٔ اول نباشه، یعنی $f(x)\le x$. این نامعادله رو با یه تغییر متغیر مناسب $(t=\sqrt{x})$ حل کن و ببین برای چه بازه‌ای برقراره.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مسئله از ما مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ $2^{\sqrt{x}}<x$ را می‌خواهد که با تغییر متغیر $t=\sqrt{x}$، نامعادلهٔ $2^t<t^2$ را داریم.

گام دوم: حالا با توجه به دامنهٔ تابع $y=2^{\sqrt{x}}$ نمودار توابع $y=2^x$ و $y=x^2$ را در $x\ge 0$ رسم می‌کنیم:



گام سوم: طبق شکل بالا، در بازهٔ $t\in[2,4]$ نامعادلهٔ $2^t<t^2$ برقرار است. پس مجموعه‌جواب‌های نامعادلهٔ اصلی یعنی $2^{\sqrt{x}}<x$ به صورت $[4,16]$ است و بیشترین مقدار $\beta-\alpha$ برابر است با:

$16-4=12$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\log_۲(ax+b)$ بازهٔ $(-\frac{۳}{۲},+\infty)$ و $f^{-۱}(۲)=۳$ باشد، مقدار $f(\frac{۳}{۴})$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۱/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

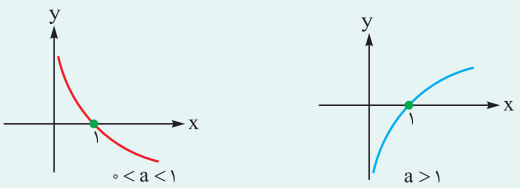
دامنهٔ تابع لگاریتمی بهت می‌گه که عبارت جلوی لگاریتم باید مثبت باشه، از این یه رابطه بین a و b درمیاد. از طرفی $f^{-۱}(۲)=۷$ یعنی $f(۷)=۲$، *این هم یه معادلهٔ دیگه*. حالا دو معادله و دو مجهول داری.

درس Box

تعریف و نمودار تابع لگاریتمی

تابع لگاریتمی با ضابطهٔ $f(x)=\log_a x$ وارون تابع نمایی $g(x)=a^x$ است. این تابع فقط برای پایه‌های مثبت و مخالف یک $(a>۰, a\neq ۱)$ تعریف می‌شود.

- دامنهٔ تابع لگاریتمی، مجموعهٔ اعداد حقیقی مثبت $(۰,+\infty)$ است.
- برد آن، مجموعهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ است.
- نمودار آن قرینهٔ نمودار تابع نمایی نسبت به خط $y=x$ می‌باشد و شکل آن به مقدار پایهٔ a بستگی دارد:



دامنهٔ توابع لگاریتمی

برای تعیین دامنهٔ یک تابع لگاریتمی کلی به صورت $y=\log_{g(x)} f(x)$، باید اشتراک مجموعه‌جواب‌های سه شرط زیر را پیدا کنیم:

۱) آرگومان مثبت باشد: $f(x)>۰$

۲) پایه مثبت باشد: $g(x)>۰$

۳) پایه مخالف یک باشد: $g(x)\neq ۱$

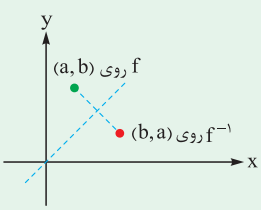
نکته

رابطهٔ نقاط در تابع و وارون آن

مهم‌ترین ویژگی تابع وارون این است که جای ورودی و خروجی در آن با تابع اصلی عوض می‌شود. اگر تابع f وارون‌پذیر باشد، این رابطه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$f(a)=b \Leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$$

به عبارت دیگر، از نظر نموداری، این به آن معناست که اگر نقطهٔ (a,b) روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، آن‌گاه نقطهٔ (b,a) حتماً روی نمودار تابع وارون آن، $f^{-۱}$، قرار دارد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا دامنهٔ تابع f را از روی ضابطه مشخص می‌کنیم:

$$ax+b>۰ \Rightarrow x>\frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-b}{a}=\frac{-۳}{۲} \Rightarrow b=\frac{۳}{۲}a \quad (*)$$

گام دوم: حال با توجه به نکته و رابطهٔ بین a و b داریم:

$$f^{-۱}(۲)=۳ \Rightarrow f(۳)=۲ \Rightarrow \log_۲(۳a+\frac{۳}{۲}a)=۲$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۲}a=۲^۲=۴ \Rightarrow a=\frac{۸}{۹} \xrightarrow{(*)} b=\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow f(x)=\log_۲(\frac{۸}{۹}x+\frac{۴}{۳})$$

گام سوم: مقدار خواسته‌شده برابر است با:

$$f(\frac{۳}{۴})=\log_۲(\frac{۸}{۹}\times\frac{۳}{۴}+\frac{۴}{۳})=\log_۲(\frac{۲}{۳}+\frac{۴}{۳})=\log_۲ ۲=۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ اگر $\tan x = ۰/۵$ باشد، حاصل $\dfrac{\sin(\frac{۷\pi}{۲}+x)-\cos(x-\frac{۱۱\pi}{۲})}{\sin(x-\pi)+\cos^۲(۲x-\frac{۷\pi}{۲})\times\sin(\frac{\pi}{۲}-x)}$ کدام است؟ $(\pi < x < \frac{۳\pi}{۲})$

۱) $\frac{۲۵}{۷}$ ۲) $-\frac{۲۵}{۷}$ ۳) $\frac{۵}{۲۴}$ ۴) $-\frac{۵}{۲۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

اول عبارت رو با استفاده از روابط نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌هایی مثل $\frac{۳\pi}{۲}+x$ ساده کن. بعد با توجه به این‌که x تو ربع سومه و تانژانتش رو داری، مقدار سینوس و کسینوسش رو حساب کن و جای‌گذاری کن.

درس Box

روش محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی زوایا با استفاده از زوایای مرتبط

برای به دست آوردن نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه، می‌توانیم از روش گام به گام زیر پیروی کنیم:

۱) **تبدیل زاویه:** ابتدا زاویهٔ مورد نظر را به شکل $k\frac{\pi}{۲}\pm\alpha$ بازنویسی می‌کنیم، به طوری که k یک عدد صحیح باشد (زوج یا فرد بودن k مهم است).

۲) **تعیین ربع دایره:** با فرض این‌که α یک زاویهٔ تند (حاده) است، مشخص می‌کنیم که انتهای کمان مربوط به زاویهٔ اصلی $(k\frac{\pi}{۲}\pm\alpha)$ در کدام ربع (ناحیهٔ) دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد.

۳) **تعیین علامت نسبت:** با توجه به ربعی که در مرحلهٔ قبل مشخص شد، علامت ($+$ یا $-$) نسبت مثلثاتی مورد نظر (سینوس، کسینوس، تانژانت یا کتانژانت) را برای آن ربع تعیین می‌کنیم.

۴) **حذف مضرب $\frac{\pi}{۲}$:** بخش $k\frac{\pi}{۲}$ را از عبارت $k\frac{\pi}{۲}\pm\alpha$ حذف می‌کنیم.

۵) **تبدیل یا حفظ نسبت:**

- اگر k در مرحلهٔ ۱ زوج بود، نوع نسبت مثلثاتی تغییر نمی‌کند (سینوس به سینوس، کسینوس به کسینوس و ...).
- اگر k در مرحلهٔ ۱ فرد بود، نوع نسبت مثلثاتی به نسبت هم‌نام خود تبدیل می‌شود (سینوس به کسینوس، کسینوس به سینوس، تانژانت به کتانژانت و کتانژانت به تانژانت).

نکته

روابط مثلثاتی ۲α

۱) $\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$

۲) $\cos ۲\alpha = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha = ۲\cos^۲\alpha - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲\alpha$

۳) $\sin ۲\alpha = \dfrac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$

۴) $\cos ۲\alpha = \dfrac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا به کمک درس‌باکس عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{\sin(\frac{۷\pi}{۲}+x)-\cos(\frac{۱۱\pi}{۲}-x)}{-\sin(\pi-x)+\cos^۲(\frac{۷\pi}{۲}-۲x)\sin(\frac{\pi}{۲}-x)} = \frac{-\cos x-(-\sin x)}{-\sin x+\sin^۲ ۲x\cos x}$$

گام دوم: حال با استفاده از مقدار $\tan x$ و دانستن محدودهٔ آن، نسبت‌های مثلثاتی مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$۱+\tan^۲ x = \frac{۱}{\cos^۲ x} \Rightarrow ۱+\frac{۱}{۴} = \frac{۱}{\cos^۲ x}$$

$$\Rightarrow \cos^۲ x = \frac{۴}{۵} \xrightarrow{\pi<x<\frac{۳\pi}{۲}} \cos x = -\frac{۲}{\sqrt{۵}} \quad , \quad \sin^۲ x = \frac{۱}{۵} \xrightarrow{\pi<x<\frac{۳\pi}{۲}} \sin x = -\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\xrightarrow{\sin ۲x=\frac{۲\tan x}{۱+\tan^۲ x}} \sin ۲x = \frac{۱}{۱+\frac{۱}{۴}} = \frac{۴}{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: با جای‌گذاری مقادیر به‌دست‌آمده داریم:

$$\frac{\frac{۲}{\sqrt{۵}}-\frac{۱}{\sqrt{۵}}}{\frac{۱}{\sqrt{۵}}-\frac{۱۶}{۲۵}\times\frac{۲}{\sqrt{۵}}}=\frac{۲-۱}{۱-\frac{۳۲}{۲۵}}=\frac{۱}{-\frac{۷}{۲۵}}=-\frac{۲۵}{۷}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ اگر عبارت $P(x)=\sin^۴ x+\cos^۴ x+\sin^۶ x+\cos^۶ x$ را به صورت $A+B\cos Cx$ بنویسیم، مقدار $ABC^۲$ کدام است؟

۱) ۱۳/۲۵ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۳/۷۵ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint برای ساده‌سازی عبارت، از اتحادهای معروف برای $\sin^۴(x)+\cos^۴(x)$ و $\sin^۶(x)+\cos^۶(x)$ استفاده کن. هر دوی این‌ها رو می‌شه برحسب $\cos(۴x)$ نوشت.

نکته

- $\sin^۴\alpha+\cos^۴\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲\alpha=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}\cos ۴\alpha$
- $\sin^۶\alpha+\cos^۶\alpha=۱-۳\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha=۱-\frac{۳}{۴}\sin^۲ ۲\alpha=\frac{۵}{۸}+\frac{۳}{۸}\cos ۴\alpha$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک نکته داریم:

$$\sin^۴ x+\cos^۴ x=۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲x=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}\cos ۴x$$

$$\sin^۶ x+\cos^۶ x=۱-۳\sin^۲ x\cos^۲ x=۱-\frac{۳}{۴}\sin^۲ ۲x=\frac{۵}{۸}+\frac{۳}{۸}\cos ۴x$$

$$\Rightarrow P(x)=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}\cos ۴x+\frac{۵}{۸}+\frac{۳}{۸}\cos ۴x$$

$$\Rightarrow P(x)=\frac{۱۱}{۸}+\frac{۵}{۸}\cos ۴x$$

گام دوم: با مقایسهٔ عبارت به‌دست‌آمده و عبارت صورت سؤال، داریم:

$$A=\frac{۱۱}{۸}\ ,\ B=\frac{۵}{۸}\ ,\ C=۴$$

$$\Rightarrow ABC^۲=\frac{۱۱}{۸}\times\frac{۵}{۸}\times ۱۶=\frac{۵۵}{۴}=۱۳/۷۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ اگر $\lim\limits_{a\to b}\frac{a^۲-b^۲}{a^۳-b^۳}=۲$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint این حد از نوع مبهم صفرصفرمه. صورت و مخرج رو با استفاده از اتحادهای مزدوج و چاق و لاغر تجزیه کن تا بتونی عامل مشترک رو حذف کنی.

درس Box

روش رفع ابهام $\frac{۰}{۰}$ در حدهای گویا از طریق تجزیهٔ عامل مشترک

برای محاسبهٔ حد توابع گویا به فرم $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$، حالتی که ممکن است پیش بیاید، حالت ابهام $\frac{۰}{۰}$ است. این حالت زمانی رخ می‌دهد که هم حد صورت و هم حد مخرج برابر صفر باشند:

$$\lim_{x\to a}f(x)=۰ \quad \text{و} \quad \lim_{x\to a}g(x)=۰$$

یا به طور معادل $f(a)=۰$ و $g(a)=۰$.

در چنین شرایطی، اگر توابع $f(x)$ و $g(x)$ (مانند چندجمله‌ای‌ها) خاصیت تجزیه‌پذیری داشته باشند، می‌توان از «قضیهٔ عامل» استفاده کرد. این قضیه بیان می‌کند که اگر $f(a)=۰$، آن‌گاه $(x-a)$ یکی از عامل‌های $f(x)$ است (و مشابه برای $g(x)$)؛ بنابراین، می‌توانیم $f(x)$ و $g(x)$ را به صورت زیر تجزیه کنیم:

$$f(x)=(x-a)F(x)$$
$$g(x)=(x-a)G(x)$$

که در آن $F(x)$ و $G(x)$ بخش‌های باقی‌مانده پس از تجزیه هستند.

حال، حد اولیه را می‌توان به این شکل بازنویسی کرد:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)F(x)}{(x-a)G(x)}$$

چون در فرایند حدگیری، x به a میل می‌کند ولی دقیقاً برابر a نیست $(x\neq a \Rightarrow x-a\neq ۰)$، می‌توانیم عامل مشترک $(x-a)$ را از صورت و مخرج ساده کنیم:

$$\lim_{x\to a}\frac{F(x)}{G(x)}$$

با محاسبهٔ این حد نهایی (در صورت وجود)، ابهام $\frac{۰}{۰}$ اولیه برطرف می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با جای‌گذاری $a=b$ حاصل حد مخرج و صورت برابر صفر می‌شود.

به کمک اتحادهای مزدوج و چاق و لاغر داریم:

$$\lim_{a\to b}\frac{a^۲-b^۲}{a^۳-b^۳}=\lim_{a\to b}\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^۲+ab+b^۲)}=\lim_{a\to b}\frac{a+b}{a^۲+ab+b^۲}=\frac{۲b}{۳b^۲}=\frac{۲}{۳b}$$

گام دوم: حال با توجه به حاصل حد داریم:

$$\frac{۲}{۳b}=۲ \Rightarrow b=\frac{۱}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

هندسه یازدهم

۷۶ کدام گزاره درست نیست؟

۱) در هر دایره، طول یک کمان برابر با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل آن کمان است.

۲) دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ و طول خط‌المرکزین ۲، مماس‌درون هستند.

۳) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.

۴) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۱ امتحان نهایی هندسهٔ (۲) در خرداد ۱۴۰۴ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint تعاریف مرتبط با ویژگی‌های تبدیل‌های هندسی (طولپایی ـ حفظ شیب خط ـ حفظ اندازهٔ زاویه ـ حفظ جهت شکل ـ تعداد نقاط ثابت) را به خوبی به خاطر داشته باشید.

درس Box مهم‌ترین ویژگی‌های تبدیل‌های هندسی عبارت‌اند از:

الف) بازتاب: ۱) طولپا است. ۲) در حالت کلی شیب خط را حفظ نمی‌کند. ۳) جهت شکل را حفظ نمی‌کند. ۴) بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

ب) انتقال: ۱) طولپا است. ۲) شیب خط را حفظ می‌کند. ۳) جهت شکل را حفظ می‌کند. ۴) نقطهٔ ثابت ندارد.

پ) دوران: ۱) طولپا است. ۲) در حالت کلی شیب خط را حفظ نمی‌کند. ۳) جهت شکل را حفظ می‌کند. ۴) یک نقطهٔ ثابت دارد (مرکز دوران).

ت) تجانس: ۱) در حالت کلی طولپا نیست. ۲) شیب خط را حفظ می‌کند. ۳) جهت شکل را حفظ می‌کند. ۴) یک نقطهٔ ثابت دارد. (مرکز تجانس)

پاسخ خیلی تشریحی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در هر دایره، اندازهٔ یک کمان برابر با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل آن کمان است، ولی طول کمان با اندازهٔ کمان تفاوت دارد و برحسب واحد طول بیان می‌شود.

گزینهٔ (۲): شرط مماس‌درون‌بودن دو دایره به شعاع‌های R و R' و طول خط‌المرکزین d، آن است که $d = |R - R'|$ باشد.

چون $|۳ - ۵| = ۲$، پس این دو دایره، مماس‌درون هستند.

گزینهٔ (۳): تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.

گزینهٔ (۴): تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد. (تمام نقاط روی محور بازتاب)

امتحان نهایی **درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.** *(سؤال ۱ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)*

الف) در هر دایره، طول یک کمان، برابر با اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان است.

ب) دو دایره به طول شعاع‌های ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول خط‌المرکزین ۷ سانتی‌متر، مماس‌برون هستند.

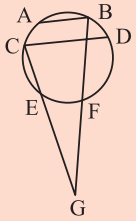
ج) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند.

د) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطهٔ ثابت دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مشابه کنکور

۷۷ مطابق شکل طول وتر AB با شعاع دایره برابر است و این وتر با CD موازی است. اگر اندازهٔ کمان‌های AC و CE و زاویهٔ G با هم برابر و هر سه نصف اندازهٔ کمان EF باشند، اندازهٔ کمان DF چند درجه است؟



۱) ۱۸۵
۲) ۱۹۰
۳) ۱۹۵
۴) ۲۰۰

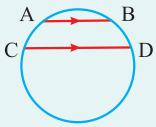
مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۱۳۳ کنکور ریاضی داخل تیر ۱۴۰۱ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اندازهٔ زاویهٔ G را برحسب کمان‌های دایره بنویسید.

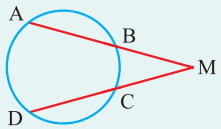
درس Box

۱) دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع نمی‌کنند با هم موازی‌اند، اگر و تنها اگر کمان‌های محدود بین آن‌ها مساوی باشد.



$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$$

۲) هرگاه مطابق شکل امتداد وترهای AB و DC در نقطه‌ای مانند M بیرون از دایره متقاطع باشند، آن‌گاه داریم:

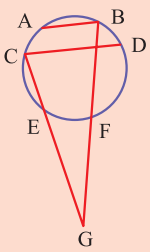


$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BC}}{۲}$$

۳) اگر اندازهٔ وتری از دایره، برابر اندازهٔ شعاع آن دایره باشد، کمان نظیر آن وتر برابر ۶۰° است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید $\hat{G} = \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CE} = x$ باشد. در این صورت $\overset{\frown}{EF} = ۲x$ است. طول وتر AB با شعاع دایره برابر است، پس $\overset{\frown}{AB} = ۶۰°$ و در نتیجه داریم:



$$\hat{G} = \frac{\overset{\frown}{CAB} - \overset{\frown}{EF}}{۲} \Rightarrow x = \frac{(x + ۶۰°) - ۲x}{۲} \Rightarrow ۲x = ۶۰° - x$$

$$\Rightarrow ۳x = ۶۰° \Rightarrow x = ۲۰°$$

گام دوم: وترهای AB و CD موازی یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AC} = x = ۲۰°$$

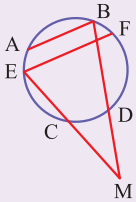
گام سوم: مجموع اندازهٔ کمان‌های روی دایره برابر ۳۶۰° است، پس می‌توان نوشت:

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{CE} + \overset{\frown}{AC} = ۳۶۰° \Rightarrow ۶۰° + ۲۰° + \overset{\frown}{DF} + ۴۰° + ۲۰° + ۲۰° = ۳۶۰°$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{DF} = ۳۶۰° - ۱۶۰° = ۲۰۰°$$

کنکور

در شکل زیر، $AB \parallel EF$ و اندازهٔ کمان‌ها $\overset{\frown}{AE} = ۱۵°$، $\overset{\frown}{EC} = ۸۰°$ و $\overset{\frown}{FD} = ۱۰۰°$ است. اگر $B\hat{M}E = ۲۰°$ باشد، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ $A\hat{B}D$ چند درجه است؟ (سؤال ۱۳۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۱)



۱) ۷۱/۲۵
۲) ۷۴
۳) ۷۵
۴) ۷۸/۷۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

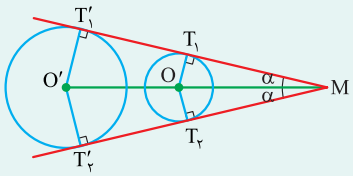
۷۸ زاویهٔ بین مماس‌های مشترک دو دایرهٔ متقاطع به شعاع‌های ۲ و ۵، برابر ۶۰° است. طول مماسی که از مرکز دایرهٔ بزرگ بر دایرهٔ کوچک رسم می‌شود، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۶}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۳\sqrt{۳}$
۴) $۲\sqrt{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازهٔ وتر است.

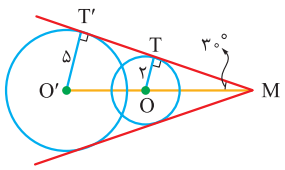
درس Box هرگاه شعاع‌های دو دایره نابرابر باشند، آن‌گاه مماس‌های مشترک دو دایره (در صورت وجود) و امتداد خط‌المرکزین دو دایره در یک نقطه همرس‌اند.



هم‌چنین راستای خط‌المرکزین دو دایره، نیمساز زاویهٔ بین دو مماس‌مشترک خارجی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق درس‌باکس می‌دانیم که راستای خط‌المرکزین دو دایره، نیمساز زاویهٔ بین دو مماس‌مشترک خارجی است؛ پس $O\hat{M}T = ۳۰^\circ$. از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰°، نصف اندازهٔ وتر است، پس داریم:

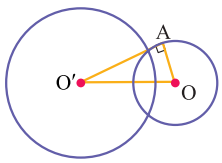


$$\overset{\Delta}{OMT} : O\hat{M}T = ۳۰^\circ \Rightarrow OT = \frac{۱}{۲}OM \Rightarrow ۲ = \frac{۱}{۲}OM \Rightarrow OM = ۴$$

$$\overset{\Delta}{O'MT'} : O'\hat{M}T' = ۳۰^\circ \Rightarrow O'T' = \frac{۱}{۲}O'M \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{۲}O'M \Rightarrow O'M = ۱۰$$

$$OO' = O'M - OM = ۱۰ - ۴ = ۶$$

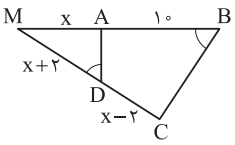
گام دوم: از مرکز دایرهٔ بزرگ، مماس $O'A$ را بر دایرهٔ کوچک رسم می‌کنیم. می‌دانیم شعاع گذرنده از نقطهٔ تماس، بر خط مماس بر دایره عمود است؛ بنابراین مثلث OAO' قائم‌الزاویه است و طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:



$$O'A^۲ = OO'^۲ - OA^۲ = ۶^۲ - ۲^۲ = ۳۲ \Rightarrow O'A = ۴\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ در شکل زیر $AM = x$ ، $AB = ۱۰$ ، $MD = x + ۲$ و $CD = x - ۲$ است. اگر $A\hat{D}M = \hat{B}$ باشد، مقدار x کدام است؟



۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

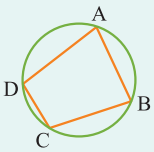
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint زاویهٔ $A\hat{D}C$ مکمل $A\hat{D}M$ است، پس دو زاویهٔ $A\hat{D}C$ و $\hat{B}$ مکمل یکدیگرند.

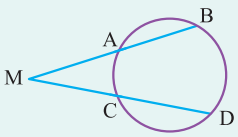
درس Box

۱) یک چهارضلعی، محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویهٔ مقابل آن، مکمل باشند.



چهارضلعی $ABCD$ محاطی است. $\Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \end{cases}$

۲) اگر امتدادهای دو وتر AB و CD در نقطهٔ M خارج از دایره، متقاطع باشند، آن‌گاه طبق روابط طولی در دایره داریم:



$MA \times MB = MC \times MD$

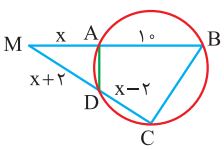
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل دو زاویهٔ $A\hat{D}M$ و $A\hat{D}C$ مکمل یکدیگرند، پس داریم:

$$A\hat{D}M + A\hat{D}C = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{A\hat{D}M = \hat{B}} \hat{B} + A\hat{D}C = ۱۸۰^\circ \Rightarrow$$ چهارضلعی $ABCD$ محاطی است.

بنابراین دایره‌ای از نقاط A، B، C و D عبور می‌کند.

گام دوم: دایرهٔ محیطی چهارضلعی $ABCD$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل امتداد وترهای AB و DC در نقطهٔ M بیرون از دایره یکدیگر را قطع کرده‌اند، پس داریم:



$$MA \times MB = MD \times MC \Rightarrow x(x+۱۰) = (x+۲)(۲x) \xrightarrow{x \neq ۰} x + ۱۰ = ۲x + ۴ \Rightarrow x = ۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ دو خط D و L در نقطهٔ O متقاطع‌اند و α زاویهٔ بین آن‌ها است به طوری که $\tan\alpha = \frac{۷}{۲۴}$. اگر A' تصویر نقطهٔ A واقع بر خط D در بازتاب نسبت به خط L باشد، آن‌گاه نسبت فاصلهٔ A' از خط D به محیط مثلث AOA' کدام است؟

۱) ۰/۱۸ ۲) ۰/۲۴
۳) ۰/۲۱ ۴) ۰/۲

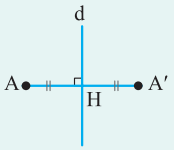
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint برای محاسبهٔ فاصلهٔ نقطهٔ A' از خط D، مساحت مثلث متساوی‌الساقین OAA' را یک بار برحسب ارتفاع وارد بر قاعده و بار دیگر برحسب ارتفاع وارد بر ساق بنویسید.

درس Box

بازتاب نسبت به خط:

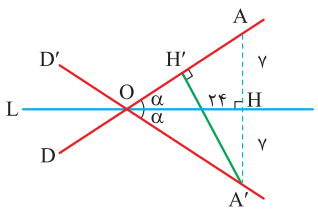
- نقطهٔ A' را بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d گوییم، هرگاه d عمودمنصف پاره‌خط AA' باشد.



- خط d را محور بازتاب می‌گویند و در صورتی که A روی محور بازتاب باشد، تصویر A بر خود A منطبق می‌شود.
- بازتاب، تبدیلی طولپا است و اندازهٔ پاره‌خط‌ها را ثابت نگه می‌دارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا بازتاب خط D را نسبت به خط L رسم کرده و آن را D' می‌نامیم. بازتاب نقطهٔ A را نسبت به خط L، A' می‌نامیم که روی خط D' واقع است.



طبق فرض $\tan\alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{۷}{۲۴}$ است، پس فرض می‌کنیم $AH = ۷$ ، $OH = ۲۴$ باشد. در این صورت طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OAH داریم:

$$OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ = ۲۴^۲ + ۷^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow OA = ۲۵$$

گام دوم: مساحت مثلث OAA' را به دو طریق محاسبه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم:

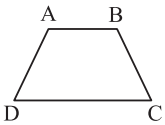
$$S_{OAA'} = \frac{۱}{۲}OH \times AA' = \frac{۱}{۲}A'H' \times OA \Rightarrow A'H' = \frac{OH \times AA'}{OA} = \frac{۲۴ \times ۱۴}{۲۵} = \frac{۳۳۶}{۲۵}$$

گام سوم: خواستهٔ سوال برابر است با:

$$\frac{A'H'}{\text{محیط مثلث } AOA'} = \frac{\frac{۳۳۶}{۲۵}}{(۲۵+۲۵+۱۴)} = \frac{۳۳۶}{۲۵ \times ۶۴} = \frac{۲۱}{۱۰۰} = ۰/۲۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ در شکل زیر ذوزنقهٔ ABCD متساوی‌الساقین، $AB = ۲$ ، $CD = ۳$ و ارتفاع ذوزنقه برابر ۴ است. اگر پاره‌خط CD مجانس مستقیم AB باشد، فاصلهٔ مرکز تجانس از AB کدام است؟



۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint اگر دو قاعدهٔ یک ذوزنقه، مجانس مستقیم هم باشند، مرکز تجانس، محل برخورد امتداد ساق‌های ذوزنقه است.

درس Box **تجانس:** اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq ۰$ یک عدد حقیقی باشد، نقطهٔ M' را مجانس نقطهٔ M در تجانس به مرکز O و نسبت k گوییم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشند:

الف) سه نقطهٔ O، M و M' روی یک خط راست باشند.

ب) $OM' = |k| OM$

پ) اگر k مثبت باشد، نقاط M و M' در یک طرف نقطهٔ O قرار می‌گیرند.



اگر k منفی باشد، نقاط M و M' در دو طرف نقطهٔ O قرار می‌گیرند.

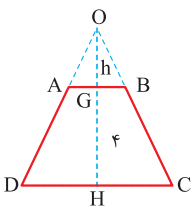


در تجانس با نسبت k:

۱) طول پاره‌خط‌ها $|k|$ برابر می‌شود.

۲) مساحت اشکال هندسی $k^۲$ برابر می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** مطابق شکل، مرکز تجانس مستقیمی که پاره‌خط AB را روی پاره‌خط CD تصویر می‌کند، محل برخورد امتداد ساق‌های ذوزنقه (نقطهٔ O) است. با توجه به موازی‌بودن قاعده‌های AB و CD و طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث OAB و ODC متشابه‌اند.

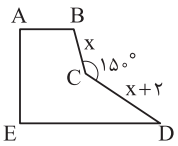


گام دوم: می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت اندازهٔ ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه دو مثلث است؛ بنابراین داریم:

$$\overset{\Delta}{OAB} \sim \overset{\Delta}{ODC} \Rightarrow \frac{OG}{OH} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{h}{h+۴} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow ۳h = ۲h + ۸ \Rightarrow h = ۸$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ **در شکل زیر، بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط چندضلعی، مساحت آن را به کمک بازتاب تا حد ممکن افزایش می‌دهیم. اگر میزان افزایش مساحت ۲۴ واحد مربع باشد، آن‌گاه مقدار x کدام است؟**



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

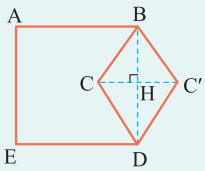
مشاوره کاربردهای تبدیل‌های هندسی از جمله مسائل هم‌پیرامونی (هم‌محیطی) از سؤالات مهم و پرتکرار فصل تبدیل‌های هندسی در کنکور محسوب می‌شوند و مشابه این سؤال در کنکورهای ریاضی داخل و خارج تیر ۱۴۰۳ نیز طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint رأس C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D بازتاب دهید.

درس Box

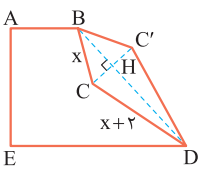
مسائل هم‌پیرامونی (هم‌محیطی):



هرگاه بخواهیم مساحت یک چندضلعی را که یک یا چند زاویه در آن بزرگ‌تر از ۱۸۰° هستند، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش دهیم، کافی است بازتاب هر کدام از رأس‌هایی را که زاویهٔ آن‌ها بزرگ‌تر از ۱۸۰° است نسبت به خط گذرنده از دو رأس مجاور آن رسم کنیم. مطابق شکل میزان افزایش مساحت چندضلعی مقعر ABCDE، بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط آن، برابر مساحت چهارضلعی $BCDC'$ خواهد بود که C' بازتاب C نسبت به BD است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مطابق شکل، بازتاب رأس C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آورده و آن را C' می‌نامیم. میزان افزایش مساحت، برابر مساحت چهارضلعی $BCDC'$ است که مساحت این چهارضلعی دو برابر مساحت مثلث BCD می‌باشد.



گام دوم: با توجه به فرض سؤال داریم:

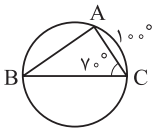
$$S_{BCDC'} = ۲S_{BCD} = ۲۴$$

$$\Rightarrow ۲\times\frac{۱}{۲}\times x(x+۲)\times\underbrace{\sin ۱۵۰^\circ}_{\frac{۱}{۲}} = ۲۴ \Rightarrow x^۲+۲x = ۴۸$$

$$\Rightarrow x^۲+۲x-۴۸ = ۰ \Rightarrow (x-۶)(x+۸) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۶ & ✓ \\ x = -۸ & ✗ \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ مطابق شکل، اگر شعاع دایره $R = ۳$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟



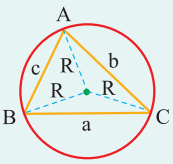
۱) ۶
۲) $۳\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۶}$
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اندازهٔ زاویهٔ A را محاسبه کرده و سپس از قضیهٔ سینوس‌ها استفاده کنید.

درس Box

قضیهٔ سینوس‌ها:



در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازهٔ هر ضلع به سینوس زاویهٔ روبه‌روی آن، برابر است با اندازهٔ قطر دایرهٔ محیطی مثلث؛ بنابراین اگر اندازه‌های اضلاع مثلث ABC، برابر $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = ۲R$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی، نصف اندازهٔ کمان مقابل آن است، پس داریم:

$$\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} = ۵۰^\circ$$

مجموع اندازه‌های زوایای هر مثلث برابر ۱۸۰° است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} + ۵۰^\circ + ۷۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۶۰^\circ$$

گام دوم: براساس قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin A} = ۲R \Rightarrow \frac{BC}{\sin ۶۰^\circ} = ۲ \times ۳ \Rightarrow BC = ۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۳\sqrt{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ در مثلث ABC به طول اضلاع a، b و c، اگر $b^۲ - a^۲ = \frac{c^۲}{۲}$ باشد، آن‌گاه طول میانهٔ وارد بر ضلع به طول c کدام است؟

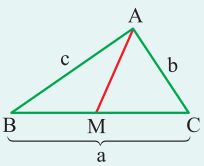
۱) a　　۲) b　　۳) $\frac{a}{۲}$　　۴) $\frac{b}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از قضیهٔ میانه‌ها استفاده کنید.

درس Box

قضیهٔ میانه‌ها:

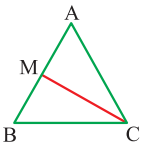


اگر $AM = m_a$ میانهٔ نظیر ضلع BC در مثلث ABC باشد، آن‌گاه رابطهٔ زیر که به قضیهٔ میانه‌ها معروف است، بین طول این میانه و اضلاع مثلث برقرار است:

$$b^۲ + c^۲ = ۲m_a^۲ + \frac{a^۲}{۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$a^۲ + b^۲ = ۲m_c^۲ + \frac{c^۲}{۲} \Rightarrow b^۲ - \frac{c^۲}{۲} = ۲m_c^۲ - a^۲ \quad (*)$$

گام دوم: طبق فرض داریم:

$$b^۲ - a^۲ = \frac{c^۲}{۲} \Rightarrow b^۲ - \frac{c^۲}{۲} = a^۲ \xrightarrow{(*)} ۲m_c^۲ - a^۲ = a^۲$$

$$\Rightarrow ۲m_c^۲ = ۲a^۲ \Rightarrow m_c^۲ = a^۲ \Rightarrow m_c = a$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ طول اضلاع مثلثی ۳، ۳/۵ و ۴ است. طول نیمساز داخلی نظیر زاویهٔ متوسط این مثلث کدام است؟

۱) ۲/۵
۲) $\sqrt{۷}$
۳) ۳
۴) $۲\sqrt{۳}$

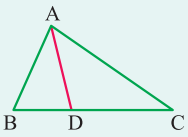
مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۲ صفحهٔ ۷۰ کتاب درسی هندسه (۲) طراحی شده است. قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی و رابطهٔ طول نیمساز از جمله نکات مورد توجه طراحان کنکور هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint طول نیمساز وارد بر ضلع به طول ۳/۵ را محاسبه کنید.

درس Box

۱) **قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی:**



در هر مثلث، نیمساز هر زاویهٔ داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند.

$$\text{AD نیمساز زاویهٔ A} \Rightarrow \frac{BD}{CD}=\frac{AB}{AC}$$

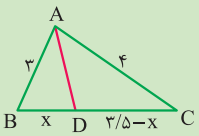
۲) **رابطهٔ طول نیمساز زاویه‌های داخلی:**

در هر مثلث، مربع اندازهٔ هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل‌ضرب اندازه‌های دو ضلع زاویه، منهای حاصل‌ضرب اندازه‌های دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^۲ = AB\times AC - BD\times DC$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل فرض کنید در مثلث ABC، $AB=۳$ ، $AC=۴$ و $BC=۳/۵$ باشد. اگر AD نیمساز داخلی زاویهٔ A باشد، آن‌گاه داریم:



$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x}{۳/۵-x}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow ۴x=۱۰/۵-۳x$$

$$\Rightarrow ۷x=۱۰/۵ \Rightarrow x=۱/۵ \Rightarrow \begin{cases} BD=۱/۵ \\ DC=۲ \end{cases}$$

گام دوم: طبق رابطهٔ طول نیمساز می‌توان نوشت:

$$AD^۲ = AB\times AC - BD\times DC = ۳\times ۴ - ۱/۵\times ۲ = ۹ \Rightarrow AD=۳$$

کتاب درسی در مثلث ABC، $AB=۷$ و $AC=۴$ و $BC=۱۰$ است. طول نیمساز زاویهٔ داخلی C را به دست آورید.

(هندسه (۲) ـ تمرین ۲ صفحهٔ ۷۰ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آمار و احتمال

۸۶ کدام گزاره درست است؟

مشاوره چند سالی است که از مبحث سور در کنکور سؤال طرح نشده است. به نظر می‌رسه امسال نوبت آن باشد.

۱) $(\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \le x^2) \vee (\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \ge \frac{1}{x})$

۲) $(\exists x \in \mathbb{R}\,;\, x \le x^2) \Leftrightarrow (\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \ge \frac{1}{x})$

۳) $(\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \le x^2) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R}\,;\, x \ge \frac{1}{x})$

۴) $(\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \le x^2) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}\,;\, x \ge \frac{1}{x})$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint نماد $\forall$ به معنای «هر» و نماد $\exists$ به معنای «وجود دارد» می‌باشد.

درس Box

سورها:

«به ازای هر»، یا «به ازای جمیع مقادیر»: نماد $\forall$

گزارهٔ $\forall x \in U\,;\, p(x)$ وقتی درست است که به ازای همهٔ مقادیر عضو مجموعهٔ U، گزارهٔ $p(x)$ درست باشد.

«وجود دارد» یا «به ازای بعضی مقادیر»: نماد $\exists$

گزارهٔ $\exists x \in U\,;\, p(x)$ وقتی درست است که حداقل یک عضو از مجموعهٔ U وجود داشته باشد که گزارهٔ $p(x)$ به ازای آن درست باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: برای هر عدد حقیقی، x کم‌تر یا مساوی x^2 نیست (مثلاً به ازای $x = \frac{1}{2}$)، پس گزارهٔ $\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \le x^2$ نادرست است.

گام دوم: برای هر عدد حقیقی، x بزرگ‌تر یا مساوی معکوس آن نیست (مثلاً به ازای $x = \frac{1}{2}$)، پس گزارهٔ $\forall x \in \mathbb{R}\,;\, x \ge \frac{1}{x}$ نادرست است.

گام سوم: عدد حقیقی x وجود دارد که $x \le x^2$ (مثل $x = 2$) پس گزاره $\exists x \in \mathbb{R}\,;\, x \le x^2$ درست است. شبیه همین گزارهٔ $\exists x \in \mathbb{R}\,;\, x \ge \frac{1}{x}$ نیز درست است (مثلاً عدد $x = 2$ وجود دارد).

گام چهارم: گزینهٔ (۱) به صورت $(F \vee F) \equiv F$، گزینهٔ (۲) به صورت $(T \Leftrightarrow F) \equiv F$، گزینهٔ (۳) به صورت $(F \Rightarrow T) \equiv T$ (همین گزینه درست) و گزینهٔ (۴) نیز به صورت $(F \wedge T) \equiv F$ درمی‌آید.

کتاب درسی

ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید. *(آمار و احتمال ـ تمرین ۱۰ صفحهٔ ۱۵ کتاب درسی)*

الف) $\forall x \in \mathbb{R}\,;\, \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$

ب) $\forall n \in \mathbb{N}\,;\, (2^n + 1) \in P$

پ) $\forall x \in (-\infty, 0)\,;\, x - \frac{1}{x} \le -2$

ت) $\exists y \in \mathbb{R}\,;\, \frac{y - 3}{5} = 0$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ مجموعهٔ توانی مجموعهٔ $A = \{1, 2, \{1,2\}\}$، چند زیرمجموعه دارد؟

۱) ۶۴
۲) ۲۵۵
۳) ۶۳
۴) ۲۵۶

مشاوره مجموعهٔ توانی در کتاب درسی سال گذشته به مباحث کتاب اضافه شده است، پس حواستان به آن باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint مجموعهٔ توانی A، مجموعه‌ای است که عضوهای آن زیرمجموعه‌های A هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مجموعه توانی یا $P(A)$، مجموعهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های A است. A دارای $2^3 = 8$ زیرمجموعه است، پس $P(A)$ دارای ۸ عضو است.

$$P(A) = \{\underbrace{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \ldots}_{\text{۸ عضو}}\}$$

گام دوم: $P(A)$ دارای ۸ عضو است، پس $2^8 = 256$ زیرمجموعه دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ مجموعه‌های X و Y به صورت $X=(A-B)'-(A-B')$ و $Y=A'\cap B$ تعریف شده‌اند. اگر گزارهٔ $\forall(x,y);((x,y)\in X\times Y \Rightarrow (x,y)\in Y\times X)$ درست باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $A\subseteq B$

۲) $B\subseteq A$

۳) $B'\subseteq A$

۴) $A\subseteq B'$

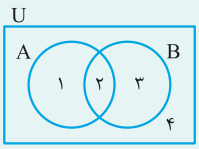
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

با روش نمودار ون یا شماره‌گذاری، مجموعه‌های X و Y را ساده کنید.

درس Box

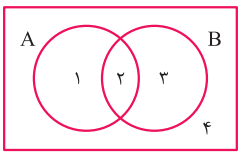
روش شماره‌گذاری (نمودار ون) برای ساده‌سازی مجموعه‌ها:



برای دو مجموعهٔ B و A، نمودار ون را به صورت مقابل رسم کرده و ناحیه‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم. مجموعهٔ داده‌شده را ساده می‌کنیم و می‌بینیم کدام ناحیه (یا مجموعه) در پایان به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها، مجموعهٔ X را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



$$(A-B)'=\{۱\}'=\{۲,۳,۴\}$$

$$A-B'=A\cap B=\{۲\}$$

$$\Rightarrow X=\{۲,۳,۴\}-\{۲\}=\{۳,۴\}=A'$$

گام دوم: از درستی گزارهٔ داده‌شده می‌فهمیم هر زوج مرتبی که در $X\times Y$ وجود دارد در $Y\times X$ هم هست. این یعنی عضوهای X و Y یکسان بوده و $X=Y$. چون:

$$X\times Y\subseteq Y\times X \Rightarrow \begin{cases} x\subseteq y \\ y\subseteq x \end{cases} \Rightarrow X=Y$$

گام سوم: داریم:

$$A'\cap B=A' \Rightarrow A'\subseteq B \xrightarrow{\text{متمم}} B'\subseteq A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ گزاره‌های p و q هر کدام با احتمال $\frac{۱}{۲}$ درست هستند. با کدام احتمال گزارهٔ $\sim (p \Leftrightarrow q) \vee (p \Rightarrow \sim q)$ درست است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۱

مشاوره ترکیب منطق و احتمال یک بار در سال ۱۴۰۰ سؤال آمده است. این موضوع پتانسیل دوباره مطرح‌شدن در کنکور را دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint جدول ارزش گزارهٔ داده‌شده را تشکیل دهید و ببینید در چند حالت درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول: جدول ارزش گزاره به صورت زیر است:**

کل گزاره	$p \Rightarrow \sim q$	$\sim q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$p \Leftrightarrow q$	q	p
ن	ن	ن	ن	د	د	د
د	د	د	د	ن	ن	د
د	د	ن	د	ن	د	ن
د	د	د	ن	د	ن	ن

گام دوم: از ۴ حالت ممکن، در ۳ حالت گزاره درست است، پس احتمال درست‌بودن گزاره برابر $\frac{۳}{۴}$ است.

کنکور **ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow (q \vee r)$، درست است. احتمال این‌که ارزش گزارهٔ r نادرست باشد، کدام است؟**

(سؤال ۱۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۰)

۱) $\frac{۳}{۷}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ ۵ نفر در یک مسابقهٔ دو شرکت کرده‌اند.

S	a	b	c	d	e
احتمال	P(a)	P(b)	P(c)	P(d)	P(e)

احتمال برد افراد از چپ به راست، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهد. اگر $P(e)=2P(b)$ باشد حاصل $P(\{a,c,e\}\mid\{c,d,e\})$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{15}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint احتمال‌ها را به صورت $x+2d$، $x+d$، x، $x-d$ و $x-2d$ بگیرید.

درس Box

احتمال غیرهم‌شانس:

فضای نمونه غیرهم‌شانس: هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه‌ای $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$، احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه‌ای یا احتمال غیرهم‌شانس می‌گوییم.

در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S=\{s_1,s_2,...,s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A=\{a_1,a_2\}$ یک زیرمجموعه از S باشد، همواره داریم:

$$P(S)=P(s_1)+P(s_2)+...+P(s_n)=1$$

نتیجه

$$P(A)=P(a_1)+P(a_2)$$

احتمال شرطی:

$$\text{احتمال } B \text{ به شرط رخدادن } A = P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: چون احتمال‌ها تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، احتمال برد افراد را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

S	a	b	c	d	e
احتمال	$x-2d$	$x-d$	x	$x+d$	$x+2d$

گام دوم: مجموع احتمال‌ها برابر یک است، پس داریم:

$$x-2d+x-d+x+x+d+x+2d=1 \Rightarrow 5x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{5}=0/2$$

گام سوم: طبق رابطهٔ داده‌شده داریم:

$$P(e)=2P(b) \Rightarrow x+2d=2(x-d) \Rightarrow x=4d \Rightarrow 0/2=4d \Rightarrow d=0/05$$

گام چهارم: جدول احتمال به صورت زیر است:

S	a	b	c	d	e
احتمال	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳

گام پنجم: از فرمول احتمال شرطی داریم:

$$P(\{a,c,e\}\mid\{c,d,e\})=\frac{P(\{a,c,e\}\cap\{c,d,e\})}{P(\{c,d,e\})}=\frac{P(\{c,e\})}{P(\{c,d,e\})}=\frac{P(c)+P(e)}{P(c)+P(d)+P(e)}=\frac{0/2+0/3}{0/2+0/25+0/3}=\frac{0/5}{0/75}=\frac{2}{3}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۱ **کیسه‌ای دارای ۳ مهرهٔ قرمز، ۲ مهرهٔ زرد و ۴ مهرهٔ آبی است. ۳ مهره به ترتیب و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهرهٔ دوم زرد نیست، ولی مهرهٔ سوم زرد است؟**

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۳۶}$ ۳) $\frac{۷}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱۴}{۸۱}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

بی‌خیال مهرهٔ اول بشوید!

درس Box

انتخاب‌های با جای‌گذاری و بدون آن، بدون رؤیت مهرهٔ اول:

اگر تعدادی مهره، بدون رؤیت از جعبه خارج کنیم و بعد احتمال پیشامد مشاهدهٔ رنگ خاصی را در مهره‌ای غیر از مهرهٔ اول بخواهیم، فرض می‌کنیم مهره‌های قبلی اصلاً خارج نشده‌اند و احتمال را با همان فضای نمونهٔ اول به دست می‌آوریم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق درس‌باکس در مورد مهرهٔ اول اطلاعاتی نداریم، پس فرض می‌کنیم اصلاً بیرون نیامده است.

گام دوم: طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$\underbrace{\frac{۷}{۹}}_{\text{کل مهره‌ها}} \times \underbrace{\frac{۲}{۸}}_{\text{مهرهٔ سوم زرد باشد.}} = \frac{۷}{۳۶}$$

(قرمز یا آبی) (زرد)

مهرهٔ دوم زرد نباشد، پس قرمز یا آبی است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ نمرات دانش‌آموزی در آزمون ماهانه به صورت زیر بوده است.

درس	ریاضی	فیزیک	شیمی
نمره	y	z	x
ضریب	۴	۳	۱

در بررسی مجدد برگه‌ها متوجه شده‌ایم که نمرهٔ ریاضی او یک نمره کم حساب شده است، ولی نمرهٔ فیزیک او یک نمره زیاد شده است. اگر میانگین اول او ۱۶/۲۵ باشد با اصلاح اشتباهات، میانگین درست نمرات چه‌قدر است؟

۱) ۱۶/۷۵ ۲) ۱۶/۵

۳) ۱۶/۳۷۵ ۴) ۱۶/۳۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint وقتی درس‌ها ضریب دارند باید از فرمول میانگین وزنی استفاده کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** از فرمول میانگین وزنی، میانگین را حساب می‌کنیم:

$$\text{میانگین اولیه} = \frac{۴y+۳z+x}{۴+۳+۱} = \frac{۴y+۳z+x}{۸} = ۱۶/۲۵$$

گام دوم: نمرهٔ درست ریاضی $y+۱$ و نمرهٔ درست فیزیک $z-۱$ است، پس داریم:

$$\text{میانگین درست} = \frac{۴(y+۱)+۳(z-۱)+x}{۴+۳+۱} = \frac{۴y+۳z+x+۱}{۸} = \frac{۴y+۳z+x}{۸} + \frac{۱}{۸} = ۱۶/۲۵ + ۰/۱۲۵ = ۱۶/۳۷۵$$

کتاب درسی

دانش‌آموزی در کنکور سراسری شرکت می‌کند و نتیجهٔ کارنامهٔ آزمون آن به شرح زیر است:

(آمار و احتمال ـ کار در کلاس صفحهٔ ۸۱ کتاب درسی)

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
نمره برحسب درصد	۷۱	۶۵	۸۰	۵۲	۹۵	۱۰۰
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۴	۳

الف) میانگین نمره‌های مواد امتحانی این دانش‌آموز بدون احتساب ضرایب مواد امتحانی چه عددی است؟

ب) میانگین نمره‌های مواد امتحانی این دانش‌آموز با احتساب ضرایب مواد امتحانی را کامل کنید.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=۱}^{۶} f_i x_i}{\sum_{i=۱}^{۶} f_i} = \frac{۴\times۷۱ + \ldots + \ldots + \ldots + \ldots + ۳\times۱۰۰}{۴ + \ldots + \ldots + \ldots + \ldots + ۳}$$

پ) کدام نوع میانگین، مناسب است؟

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ **دو دسته عدد داریم که هر کدام شامل ۴ دادهٔ یکسان هستند. به یکی از دسته‌ها دو داده که یکی یک واحد بیشتر از میانگین و دیگری یک واحد کم‌تر از میانگین است، اضافه می‌کنیم. با این کار اختلاف واریانس دو دسته برابر $\frac{۳}{۲}$ می‌شود. واریانس دسته با تعداد عضو بیشتر کدام است؟**

۱) ۴ ۲) ۳ / ۳
۳) ۳ ۴) ۴ / ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دو گروه داده به صورت A و B داریم. با اضافه‌کردن دو عدد به دستهٔ A، دستهٔ B به وجود می‌آید اما میانگین تغییری نمی‌کند، چون میانگین دو عدد اضافه‌شده همان $\bar{x}$ است.

$$\begin{cases} A: x_۱, x_۲, x_۳, x_۴ \xrightarrow{\text{میانگین}} \bar{x} \\ B: x_۱, x_۲, x_۳, x_۴, \underbrace{\bar{x}-۱, \bar{x}+۱}_{\text{دو عدد اضافه شده}} \xrightarrow{\text{میانگین}} \bar{x} \end{cases}$$

گام دوم: واریانس دو گروه را حساب می‌کنیم:

$$\sigma_A^۲ = \frac{\overbrace{(x_۱-\bar{x})^۲+\ldots+(x_۴-\bar{x})^۲}^{C}}{۴} \quad , \quad \sigma_B^۲ = \frac{(x_۱-\bar{x})^۲+\ldots+(x_۴-\bar{x})^۲+۱^۲+(-۱)^۲}{۶}$$

گام سوم: طبق رابطهٔ گفته‌شده در صورت سؤال داریم:

$$|\frac{C}{۴}-\frac{C+۲}{۶}|=\frac{۳}{۲} \xrightarrow{\times ۱۲} |\overbrace{۳C-۲C}^{C}-۴|=۱۸ \Rightarrow \begin{cases} C-۴=۱۸ \Rightarrow C=۲۲ & \text{(قبول است.)} \\ C-۴=-۱۸ \Rightarrow C=-۱۴ & \text{(C نامنفی است، پس قابل قبول نیست.)} \end{cases}$$

گام چهارم: واریانس گروه B برابر است با:

$$\sigma_B^۲ = \frac{۲۲+۲}{۶} = ۴$$

حواست باشه: دو مورد آخر در صورت $\sigma_B^۲$ همان $(\bar{x}+۱-\bar{x})^۲$ و $(\bar{x}-۱-\bar{x})^۲$ هستند.

کنکور

میانگین دستهٔ اول با ۵ دادهٔ مختلف برابر میانگین دستهٔ دوم با ۶ داده است. به طوری که تنها دادهٔ متفاوت بین دو دسته، دادهٔ a است. اگر واریانس دستهٔ اول $\frac{۲}{۳}$ از واریانس دستهٔ دوم بیشتر باشد، واریانس دستهٔ اول کدام است؟

(سوال ۲۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

۱) ۱ ۲) ۲ / ۲۵
۳) ۴ ۴) ۶ / ۲۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ **برای انتخاب یک نمونهٔ تصادفی به اندازهٔ ۲۰ از بین ۱۰۰ عضو جامعه، جامعه را به ۱۰ گروه ۱۰تایی تقسیم کرده و دو گروه را به تصادف به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم. نوع روش نمونه‌گیری کدام است؟**

۱) سامان‌مند
۲) طبقه‌ای
۳) تصادفی ساده
۴) خوشه‌ای

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint
در نمونه‌گیری خوشه‌ای کل افراد خوشه را بر می‌داریم.

درس Box
انواع روش‌های نمونه‌گیری:

روش	تعریف	شانس انتخاب هر عضو
تصادفی ساده	نوعی روش نمونه‌گیری که در آن همهٔ واحدهای آماری برای انتخاب‌شدن در نمونه، احتمال یکسان دارند.	$\frac{n}{N}$
خوشه‌ای	نمونه‌گیری‌ای که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند. سپس همهٔ واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب‌شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیرد.	$\frac{n}{N}$
طبقه‌ای	روش نمونه‌گیری که در آن با طبقه‌بندی جامعه به زیرجامعه‌های مجزا یک نمونهٔ تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می‌شود.	اگر از هر طبقه متناسب با تعداد عضوها برداریم. همان $\frac{n}{N}$ است.
سامان‌مند (سیستماتیک)	نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازهٔ طبقات با هم برابر است. فقط از طبقهٔ اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد.	$\frac{n}{N}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔
گام اول: جامعه به ۱۰ گروه (خوشه) افراز شده است.

گام دوم: بین خوشه‌ها قرعه‌کشی کردیم و دو خوشه را به صورت کامل برداشته‌ایم، پس نوع روش نمونه‌گیری، خوشه‌ای بوده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ نمونهٔ $\{۲,۵,۴,۳,۶\}$، میانگین جامعهٔ $۰,۱,۲,...,n$ را بدون خطا برآورد می‌کند. در نمودار احتمال مشاهده با نمونه‌های دوعضوی، ارتفاع بالاترین میله کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint میانگین نمونه با میانگین جامعه (یعنی $\frac{n}{۲}$) برابر است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu=\frac{۰+۱+...+n}{n+۱}=\frac{\frac{n(n+۱)}{۲}}{n+۱}=\frac{n}{۲}$$

گام دوم: میانگین نمونه برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۲+۵+۴+۳+۶}{۵}=۴$$

گام سوم: میانگین نمونه، بدون خطا میانگین جامعه را برآورد می‌کند، پس داریم:

$$\frac{n}{۲}=۴ \Rightarrow n=۸$$

گام چهارم: احتمال آن‌که میانگین نمونه‌های دوعضوی برابر ۴ باشد از بقیه بیشتر است که در نمونه‌های زیر مشاهده می‌شود:

$$\{۰,۸\},\{۱,۷\},\{۲,۶\},\{۳,۵\}$$

$$P(A)=\frac{۴}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$$

حواست باشه: $\binom{n}{۲}=\frac{n(n-۱)}{۲}$ پس، $\binom{۹}{۲}=\frac{۹\times۸}{۲}=۳۶$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک یازدهم

۹۶ در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $3/6\ g$ و بار یکسان q در فاصلهٔ $1\ cm$ از هم قرار دارند و گوی بالایی به صورت معلق است. هر یک از گوی‌ها چند الکترون دریافت کنند تا از نظر الکتریکی خنثی شوند؟

$$(g = 10\ N/kg\ ,\ e = 1/6\times10^{-19}\ C\ ,\ k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$$



۱) $1/25\times10^{11}$

۲) $1/25\times10^{12}$

۳) 8×10^{11}

۴) 8×10^{12}

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا نیروهای الکتریکی و وزن وارد بر گوی معلق را برابر قرار می‌دهیم تا بار الکتریکی هر گوی به دست آید، سپس به کمک اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم.

درس Box

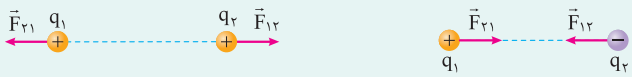
۱) **قانون کولن:** دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (\text{ثابت کولن}: k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

تکنیک محاسباتی ۹۰: چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را بر حسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا، کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید.

$$F_{\text{برحسب N}} = 90\times\frac{|q_1|_{\text{برحسب }\mu C}\,|q_2|_{\text{برحسب }\mu C}}{r^2_{\text{برحسب cm}}}$$

۲) مطابق شکل‌های زیر، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.

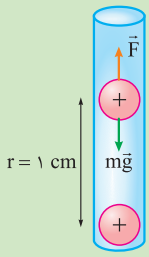


۳) **اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی:** بار الکتریکی هر جسم، همواره مضرب درستی از بار الکتریکی پایه است:

$$Q = \pm ne \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots \text{ و } e = 1/6\times10^{-19}\ C : \text{بار الکتریکی پایه})$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل، به گوی بالایی دو نیرو وارد می‌شود، یکی نیروی رو به پایین وزن و دیگری نیروی رو به بالای دافعهٔ الکتریکی که گوی پایینی به آن وارد می‌کند. چون گوی معلق است، این دو نیرو هم‌اندازه‌اند؛ بنابراین:



$$F = mg \Rightarrow k\frac{|q||q|}{r^2} = mg \xrightarrow[m=3/6g=3/6\times10^{-3}\ kg]{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} 90\times\frac{|q^2|}{1^2} = 3/6\times10^{-3}\times10 \Rightarrow$$

$$|q^2| = \frac{3/6\times10^{-2}}{90} = \frac{36\times10^{-2}}{900} \xrightarrow{\sqrt{\ }} |q| = \frac{6\times10^{-1}}{30} = \frac{1}{50}\mu C \xrightarrow{q>0} q = \frac{1}{50}\mu C$$

گام دوم: به کمک اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، تعداد پروتون‌های اضافی هر گوی را به دست می‌آوریم. تعداد الکترون‌های مورد نیاز برای خنثی‌شدن هر گوی برابر همین تعداد است، پس:

$$q = ne \xrightarrow{q=\frac{1}{50}\mu C=\frac{1}{50}\times10^{-6}\ C} \frac{1}{50}\times10^{-6} = n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n = \frac{1}{50\times1/6}\times10^{13} = 1/25\times10^{11}$$

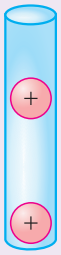
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کتاب درسی

در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $2/5\ g$ و بار یکسان مثبت q در فاصلهٔ $1/0\ cm$ از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. (فیزیک (۲) ـ تمرین ۷ صفحهٔ ۴۱ کتاب درسی)

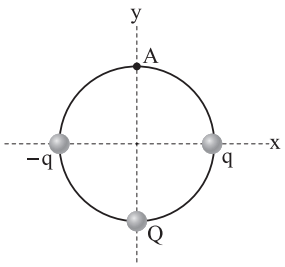
الف) اندازهٔ بار q را به دست آورید.

ب) تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر است؟



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A در SI برابر $\vec{E} = \vec{i} - \vec{j}$ باشد، $\frac{Q}{q}$ برابر کدام است؟



۱) $\sqrt{2}$

۲) $2\sqrt{2}$

۳) $-\sqrt{2}$

۴) $-2\sqrt{2}$

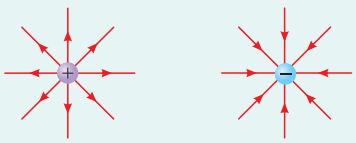
پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \qquad (\text{ثابت کولن: } k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

۲) مطابق شکل‌های زیر، خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند.



پاسخ خیلی تشریحی

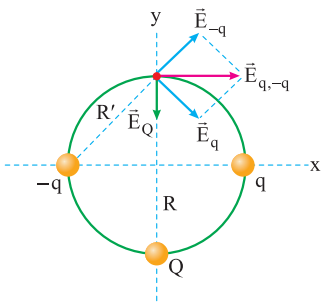
گام اول: بردار میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، شامل مؤلفه‌های $\vec{i}$ و $\vec{j}$ است. با توجه به مکان بار Q و مکان بارهای هم اندازهٔ q و $-q$، مؤلفهٔ $\vec{j}$ آن برابر با میدان الکتریکی بار Q در نقطهٔ A و مؤلفهٔ $\vec{i}$ آن برابر با برایند میدان‌های الکتریکی بارهای q و $-q$ است:

$$\vec{E} = \vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_Q = -\vec{j} \Rightarrow E_Q = 1\ N/C & (I) \\ \vec{E}_{q,-q} = \vec{i} \Rightarrow E_{q,-q} = 1\ N/C & (II) \end{cases}$$

$\vec{E}_Q$ در خلاف جهت محور y، یعنی به سوی بار Q است، پس:

$$Q < 0$$

$\vec{E}_{q,-q}$ در جهت محور x است؛ بنابراین همان‌طور که در شکل زیر نشان دادیم، باید $q > 0$ و در نتیجه $-q > 0$ باشد.



گام دوم: اندازهٔ میدان‌های حاصل از هر یک از بارها را به صورت پارامتری می‌نویسیم:

$$E_Q = k\frac{|Q|}{(2R)^2} = k\frac{|Q|}{4R^2} \qquad (III)$$

$$R' = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = \sqrt{2}R$$

$$E_q = E_{-q} = k\frac{|q|}{R'^2} = k\frac{|q|}{(\sqrt{2}R)^2} = k\frac{|q|}{2R^2}$$

E_q و E_{-q} بر هم عمودند؛ بنابراین برایند آن‌ها برابر است با:

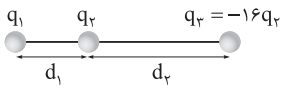
$$E_{q,-q} = \sqrt{E_q^2 + E_{-q}^2} \xrightarrow{E_q = E_{-q}} E_{q,-q} = \sqrt{2}E_q = \sqrt{2}k\frac{|q|}{2R^2} \qquad (IV)$$

گام سوم: به کمک روابط (I) تا (IV) می‌توان نوشت:

$$\frac{E_Q}{E_q} = \frac{k\frac{|Q|}{4R^2}}{\sqrt{2}k\frac{|q|}{2R^2}} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{|Q|}{2\sqrt{2}|q|} \Rightarrow \frac{|Q|}{|q|} = 2\sqrt{2} \xrightarrow[q<0]{Q<0} \Rightarrow \frac{Q}{q} = 2\sqrt{2}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ در شکل زیر، اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای برابر صفر باشد، به ترتیب از راست به چپ، $\frac{d_۲}{d_۱}$ و $\frac{q_۲}{q_۱}$ برابر کدام است؟



۱) $-\frac{۱۶}{۹}$ ، ۴

۲) $-\frac{۹}{۱۶}$ ، ۴

۳) $-\frac{۱۶}{۹}$ ، ۳

۴) $-\frac{۹}{۱۶}$ ، ۳

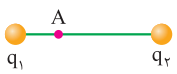
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا با بررسی صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$، نسبت $\frac{d_۲}{d_۱}$ به دست می‌آید، سپس با بررسی صفرشدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$، همنام یا ناهمنام بودن بارهای $q_۱$ و $q_۲$ (علامت بارها نسبت به هم) و نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ محاسبه می‌شود.

درس Box

۱) درس‌باکس ۱ و ۲، تست ۹۶ را بخوانید.

۲) دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ معینی از یکدیگر، روی محوری قرار دارند. بار سوم $q_۳$ در چه نقطه‌ای روی این محور قرار بگیرد تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن برابر صفر شود؟ برای پاسخ به این سؤال، جدول زیر به کارتان می‌آید:

	موقعیت نقطهٔ مورد نظر (نقطهٔ A)	شکل (فرض: $\lvert q_۱\rvert < \lvert q_۲\rvert$)
$q_۱$ و $q_۲$ همنام باشند.	حد فاصل بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازهٔ کم‌تر	
$q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام باشند.	خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازهٔ کم‌تر	

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ برابر صفر است؛ بنابراین نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ از طرف بارهای $q_۲$ و $q_۳$ هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند. داریم:

$$F_{۲۱} = F_{۳۱} \Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{d_۱^۲} = k\frac{|q_۳||q_۱|}{(d_۱+d_۲)^۲} \xrightarrow{|q_۳|=۱۶|q_۲|} \frac{|q_۲|}{d_۱^۲} = \frac{۱۶|q_۲|}{(d_۱+d_۲)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{(d_۱+d_۲)^۲}{d_۱^۲} = ۱۶ \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{d_۱+d_۲}{d_۱} = ۴ \Rightarrow d_۱+d_۲ = ۴d_۱ \Rightarrow d_۲ = ۳d_۱ \Rightarrow \frac{d_۲}{d_۱} = ۳$$

گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ نیز برابر صفر است؛ پس نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند. واضح است که بارهای $q_۲$ و $q_۳ = -۱۶q_۲$ ناهمنام‌اند و یکدیگر را جذب می‌کنند؛ بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۳$ باید همنام باشند تا یکدیگر را دفع کنند.

با این توضیحات بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام‌اند. *(البته نیازی به دونستن این موضوع هم نداشتید، چون در همهٔ گزینه‌ها، نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ منفیه که بیانگر ناهمنام‌بودن این دو باره)*

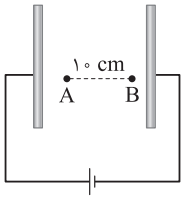
$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{(d_۱+d_۲)^۲} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{d_۲^۲} \Rightarrow \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = \left(\frac{d_۲}{d_۱+d_۲}\right)^۲$$

$$\xrightarrow{d_۲=۳d_۱} \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = \left(\frac{۳d_۱}{d_۱+۳d_۱}\right)^۲ = \left(\frac{۳d_۱}{۴d_۱}\right)^۲ = \frac{۹}{۱۶} \xrightarrow{q_۱ \text{ و } q_۲ \text{ ناهمنام‌اند}} \frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۹}{۱۶}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ در شکل زیر، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $2000\ N/C$ است. اگر پروتونی با تندی $4\times10^5\ m/s$ از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B پرتاب شود، تندی پروتون هنگام عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟

($e=1/6\times10^{-19}\ C$ و جرم پروتون $1/6\times10^{-27}\ kg$ است. از نیروی مقاومت هوا و وزن چشم‌پوشی کنید.)



۱) 8×10^5

۲) $2\sqrt{5}\times10^5$

۳) $2\sqrt{3}\times10^5$

۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B، یعنی V_B-V_A را به دست آورید، سپس تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون را در این جابه‌جایی حساب کنید. در پایان، اصل پایستگی انرژی مکانیکی را بنویسید تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس Box

۱) اگر ذرهٔ بارداری فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی مکانیکی‌اش پایسته می‌ماند. در این حالت رابطهٔ زیر برقرار است:

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره ↑

$$\Delta E=0 \Rightarrow \Delta U_E+\Delta K=0 \Rightarrow \Delta U_E=-\Delta K$$ ← تغییر انرژی جنبشی ذره

۲) میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ موازی باردار (خازن تخت)، یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}$$ ← اختلاف پتانسیل الکتریکی میان صفحه‌ها ← فاصلهٔ بین صفحه‌ها

۳) اگر ذره‌ای با بار q، از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا شود و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی برابر ΔU_E باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V=V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا، q با علامتش جای‌گذاری می‌شود.

۴) انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B را حساب می‌کنیم:

$$|\Delta V|=Ed \xrightarrow{d=10\ cm=0/1\ m} |\Delta V|=2000\times0/1=200\ V$$

نقطهٔ A نسبت به نقطهٔ B به صفحهٔ مثبت نزدیک‌تر است، بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A بیشتر از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B است و داریم:

$$V_B-V_A=-|\Delta V|=-200V$$

گام دوم: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E=q(V_B-V_A) \xrightarrow{q=e=1/6\times10^{-19}\ C} \Delta U_E=1/6\times10^{-19}\times(-200)=-2\times1/6\times10^{-17}\ J$$

گام سوم: در نبود نیروی مقاومت هوا، انرژی مکانیکی پروتون پایسته می‌ماند؛ بنابراین:

$$\Delta E=0 \Rightarrow \Delta U_E+\Delta K=0 \Rightarrow \Delta U_E+\frac{1}{2}m_p(v_B^2-v_A^2)=0$$

$$\Rightarrow -2\times1/6\times10^{-17}+\frac{1}{2}\times1/6\times10^{-27}(v_B^2-(4\times10^5)^2)=0 \Rightarrow$$

$$1/6\times10^{-17}(-2+\frac{1}{2}\times10^{-10}(v_B^2-(4\times10^5)^2))=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\times10^{-10}(v_B^2-16\times10^{10})=2 \Rightarrow$$

$$v_B^2-16\times10^{10}=4\times10^{10} \Rightarrow v_B^2=20\times10^{10} \xrightarrow{\sqrt{}} v_B=2\sqrt{5}\times10^5\ m/s$$

گول نخوری اگر به اشتباه V_B-V_A را $200\ V$ به دست آورید، جوابتان گزینهٔ نادرست (۳) می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ رسانایی برابر $0/25\ \mu C/m^2$ است. بار الکتریکی موجود در ناحیه‌ای به مساحت $4\ cm^2$ در سطح این کره، چند نانوکولن است؟

۱) ۰/۰۱ ۲) ۰/۱ ۳) ۱ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اگر روی سطحی به مساحت A، بار الکتریکی Q توزیع شده باشد، چگالی سطحی بار از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: چگالی سطحی بار الکتریکی را بر حسب nC/cm^2 به دست می‌آوریم:

$$\sigma = 0/25\frac{\mu C}{m^2}\times\frac{10^3\ nC}{1\mu C}\times\frac{10^{-4}\ m^2}{1\ cm^2} = 25\times10^{-3}\ nC/cm^2$$

گام دوم: خواستهٔ تست به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow 25\times10^{-3} = \frac{Q}{4} \Rightarrow Q = 0/1\ nC$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ یک خازن تخت به باتری بسته شده است. پس از مدتی، خازن را از باتری جدا کرده و سپس فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟

بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند.

الف) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها، نصف می‌شود.

ب) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها، دو برابر می‌شود.

پ) انرژی ذخیره‌شده در خازن، دو برابر می‌شود.

ت) بار روی صفحه‌ها، نصف می‌شود.

۱) الف و پ ۲) الف و ت

۳) ب و ت ۴) ب و پ

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با:

$$C = \frac{Q}{V}$$

۲) ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$$

(A: مساحت هر یک از صفحه‌های خازن، d: فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن)

($\varepsilon_{\circ} = ۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\ F/m$:ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

۳) اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{V}{d}$$

۴) انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^{۲}}{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

خازن از باتری جدا شده است؛ بنابراین با دوبرابرکردن فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ثابت می‌ماند (نادرستی «ت»).

ببینیم چه بر سر اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها می‌آید:

$$C = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{\underbrace{d}_{\text{دوبرابر}}} \Rightarrow C \text{ نصف می‌شود}$$

$$\underbrace{C}_{\text{نصف}} = \frac{\overbrace{Q}^{\text{ثابت}}}{V} \Rightarrow V \text{ دو برابر می‌شود} \quad (\text{درستی «ب»})$$

حل تست را کامل می‌کنیم. چگونگی تغییرات بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌های خازن و انرژی ذخیره‌شده در خازن را بررسی می‌کنیم.

$$E = \frac{\overbrace{V}^{\text{دوبرابر}}}{\underbrace{d}_{\text{دوبرابر}}} \Rightarrow E \text{ ثابت می‌ماند} \quad (\text{نادرستی «الف»})$$

$$U = \frac{\overbrace{Q^{۲}}^{\text{ثابت}}}{۲\underbrace{C}_{\text{نصف}}} \Rightarrow U \text{ دو برابر می‌شود} \quad (\text{درستی «پ»})$$

تیزبازی

با نگاهی به گزینه‌ها، به دلیل نادرستی عبارت «ت»، گزینه‌های (۲) و (۳) حذف و به دلیل درستی «ب»، گزینهٔ (۴) جواب تست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کنکور

یک خازن تخت به یک باتری بسته شده است. پس از مدتی، در حالی که خازن هم‌چنان به باتری متصل است، فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟ (سؤال ۲۲۳ کنکور تجربی ۱۳۹۹)

الف) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نصف می‌شود.

ب) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها نصف می‌شود.

پ) ظرفیت خازن دو برابر می‌شود.

ت) بار روی صفحه‌ها نصف می‌شود.

۱) الف و ب
۲) الف و ت
۳) ب و ت
۴) پ و ت

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ قطر سیمی مسی برابر ۲ mm است. اگر مقاومت ویژهٔ مس $۱/۶\times۱۰^{-۸}\ \Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی ۳۰ m از این سیم برابر چند اهم است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۰/۰۴ ۲) ۰/۱۶
۳) ۰/۴ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رابطهٔ مقاومت الکتریکی یک رسانا:

$R = \rho \frac{L}{A}$ ← طول رسانا
↓ مساحت مقطع رسانا
مقاومت ویژهٔ رسانا

پاسخ خیلی تشریحی ✔

رابطهٔ مقاومت الکتریکی رسانا را می‌نویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^۲} \xrightarrow{r=\frac{d}{۲}=\frac{۲}{۲}=۱\ mm=۱۰^{-۳}\ m} R = ۱/۶\times۱۰^{-۸} \times \frac{۳۰}{۳\times(۱۰^{-۳})^۲} = ۰/۱۶\ \Omega$$

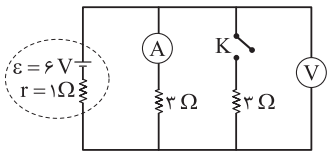
کتاب درسی

سیم‌کشی خانه‌ها معمولاً با سیم‌های مسی نمرهٔ ۱۴ براساس استاندارد SWG صورت می‌گیرد که قطری برابر با ۲/۰۳۲ mm دارد. مقاومت ۱۰۰ m از این سیم‌ها در دمای اتاق چه‌قدر است؟

(فیزیک (۲) ـ مثال ۲ ـ ۵ صفحهٔ ۵۶ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، مقدارهایی که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کند؟

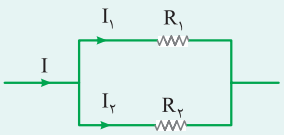


۱) ۲/۷ ، ۰/۳
۲) ۰/۹ ، ۰/۳
۳) ۲/۷ ، ۰/۹
۴) ۰/۹ ، ۰/۹

پاسخ: گزینهٔ ۲

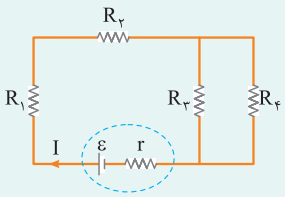
درس Box

۱) مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$
- اگر دو مقاومت یکسان و برابر R باشند: $R_{eq}=\frac{R}{2}$
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$
- اصل پایستگی بار الکتریکی: $I=I_1+I_2$

۲) در مدار شکل زیر:



جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری): $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$

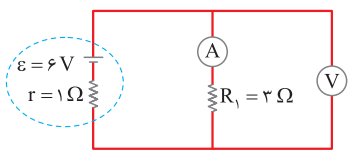
۳) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت الکتریکی R: $V=RI$ ← جریان الکتریکی عبوری از مقاومت

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حالت اول که کلید باز است، مقاومت $R_2=3\,\Omega$ در مدار قرار نمی‌گیرد و از آن حذف می‌شود، پس مدار به صورت شکل (الف) است. جریان عبوری از آمپرسنج همان جریان عبوری از باتری است، پس:

$$I_A=\frac{\varepsilon}{R_1+r}=\frac{6}{3+1}=1/5\ A$$

ولت‌سنج هم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 را نشان می‌دهد:



(الف)

$$V_V=R_1I_A=3\times1/5=4/5\ V$$

گام دوم: در حالت دوم که کلید بسته است، مدار به شکل (ب) است. مقاومت معادل مدار برابر است با:

R_1 و R_2 موازی‌اند. $R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\times3}{3+3}=1/5\,\Omega$ ($R_1=R_2 \Rightarrow R_{eq}=\frac{R_1}{2}=\frac{3}{2}=1/5\,\Omega$)

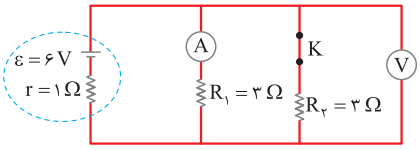
جریان کل مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با: $I'=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{6}{1/5+1}=2/4\ A$

چون مقاومت‌ها یکسان‌اند، جریان I' به صورت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود؛ بنابراین:

$$I'_A=I_{R_1}=\frac{I'}{2}=\frac{2/4}{2}=1/2\ A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

عددی که ولت‌سنج در حالت دوم نشان می‌دهد، برابر است با:



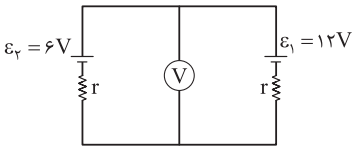
(ب)

$$V'_V = R_1 I'_A = ۳ \times ۱/۲ = ۳/۶ \text{ V}$$

گام سوم: عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، از $I_A = ۱/۵ \text{ A}$ به $I'_A = ۱/۲ \text{ A}$ رسیده، یعنی $۰/۳ \text{ A}$ تغییر کرده و عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، از $V_V = ۴/۵ \text{ V}$ به $V'_V = ۳/۶ \text{ V}$ رسیده، یعنی $۰/۹ \text{ V}$ تغییر کرده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟

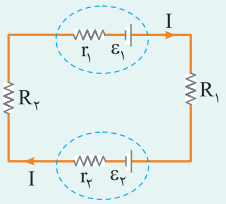


۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۵
۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

مدار شکل مقابل، شامل دو باتری ε_1 و ε_2 $(\varepsilon_1 > \varepsilon_2)$ است که در جهت‌های مخالف بسته شده‌اند. در مورد این مدار باید موارد زیر را بدانید:



- تعیین جهت جریان عبوری از مدار به عهدهٔ باتری ε_1 (که نیروی محرکهٔ الکتریکی بزرگ‌تری دارد) است.
- مقدار جریان عبوری از مدار برابر است با: $I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2}$
- باتری ε_1، تولیدکنندهٔ انرژی است: اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_1: $V_1 = \varepsilon_1 - r_1 I$
- باتری ε_2، مصرف‌کنندهٔ انرژی است: اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_2: $V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جریان عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری‌ها) را حساب می‌کنیم:

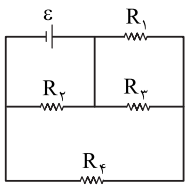
$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r + r} = \frac{12 - 6}{2r} = \frac{3}{r}$$

گام دوم: ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از باتری‌ها را نشان می‌دهد، پس:

$$V_V = V_1 = \varepsilon_1 - rI = 12 - \cancel{r} \times \frac{3}{\cancel{r}} = 9\ V \quad \text{یا} \quad V_V = V_2 = \varepsilon_2 + rI = 6 + \cancel{r}\frac{3}{\cancel{r}} = 9\ V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ در مدار شکل زیر، مقاومت‌ها مشابه‌اند. توان خروجی باتری چند برابر توان مصرفی مقاومت $R_۱$ است؟



۱) ۷

۲) ۱۴

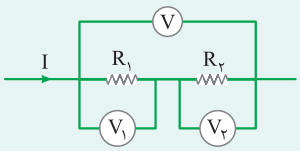
۳) ۱۵

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) مطابق شکل زیر، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = R_۱ + R_۲$

اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌ها است:

$$V = V_۱ + V_۲ = R_۱I + R_۲I$$

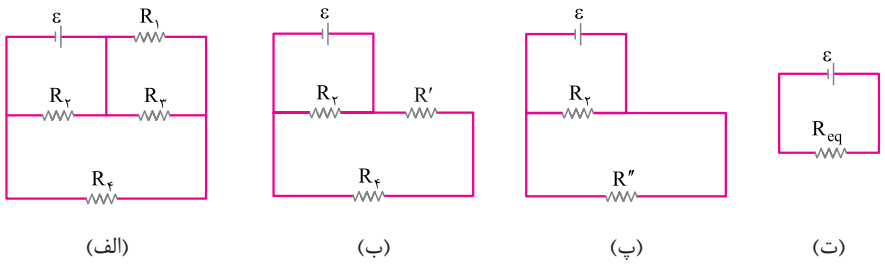
۲) درس‌باکس ۱، ۲ و ۳، تست ۱۰۳ را بخوانید.

۳) اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، برابر V باشد، توان مصرفی در این مقاومت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{V^۲}{R}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: هر کدام از مقاومت‌ها را برابر R در نظر می‌گیریم و مطابق شکل‌های (الف) تا (ت)، مقاومت معادل مدار را مرحله‌به‌مرحله به دست می‌آوریم.



(الف) (ب) (پ) (ت)

مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۳$ موازی‌اند: $R' = \frac{R_۱R_۳}{R_۱ + R_۳} = \frac{R^۲}{۲R} = \frac{R}{۲}$

مقاومت‌های R' و $R_۴$ متوالی‌اند: $R'' = R' + R_۴ = \frac{R}{۲} + R = \frac{۳}{۲}R$

مقاومت‌های R'' و $R_۲$ موازی‌اند: $R_{eq} = \frac{R''R_۲}{R'' + R_۲} = \frac{\frac{۳}{۲}R \times R}{\frac{۳}{۲}R + R} = \frac{\frac{۳}{۲}R^۲}{\frac{۵}{۲}R} = \frac{۳}{۵}R$

گام دوم: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل است، پس:

$$P_{\text{باتری}} = P_{eq} = \frac{V^۲}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon^۲}{\frac{۳}{۵}R} = \frac{۵\varepsilon^۲}{۳R}$$

گام سوم: به اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ نیاز داریم. با توجه به شکل (پ)، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R'' برابر با ε است؛ بنابراین مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های متوالی $R' = \frac{R}{۲}$ و $R_۴ = R$ برابر ε است. از طرفی چون $R_۴ = ۲R'$، پس $V_۴ = ۲V'$ است، داریم:

$$V' + V_۴ = \varepsilon \xrightarrow{V_۴ = ۲V'} V' + ۲V' = \varepsilon \Rightarrow V' = \frac{\varepsilon}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R'، یعنی $V' = \frac{\varepsilon}{3}$ است.

گام چهارم: توان مصرفی در مقاومت R_1 برابر است با:

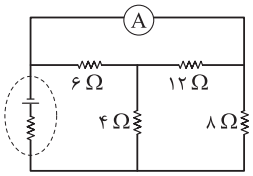
$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} = \frac{(\frac{\varepsilon}{3})^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{9R}$$

گام پنجم: نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_{\text{باتری}}}{P_1} = \frac{\frac{5\varepsilon^2}{3R}}{\frac{\varepsilon^2}{9R}} = \frac{45}{3} = 15$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۶ در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی مقدار ۱ A را نشان دهد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر چند ولت است؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

درس‌باکس ۱، تست‌های ۱۰۳ و ۱۰۵ را بخوانید.

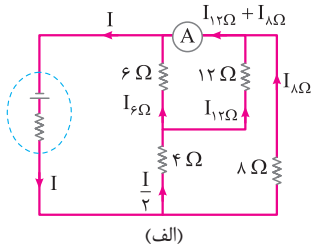
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مدار را به شکل ساده‌تر (الف) رسم می‌کنیم. مطابق شکل‌های (الف) تا (ت) مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:

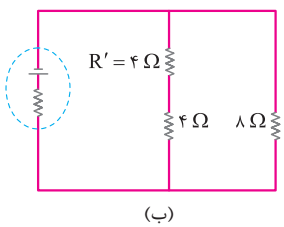
مقاومت‌های ۱۲ Ω و ۶ Ω موازی‌اند: $R' = \frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲} = ۴\Omega$ (یا $\overset{n}{۲}\times ۶ = ۱۲ \Rightarrow R' = \frac{۱۲}{n+۱} = \frac{۱۲}{۲+۱} = ۴\,\Omega$)

مقاومت‌های R' و ۴ Ω متوالی‌اند: $R'' = R' + ۴ = ۴ + ۴ = ۸\,\Omega$

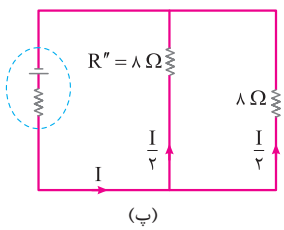
مقاومت‌های R'' و ۸ Ω موازی‌اند: $R_{eq} = \frac{R''\times ۸}{R''+۸} = \frac{۸\times۸}{۸+۸} = ۴\,\Omega$ (یا $R'' = ۸\,\Omega \Rightarrow R_{eq} = \frac{۸}{۲} = ۴\,\Omega$)



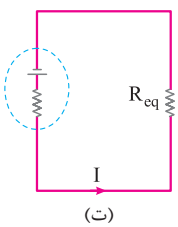
(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

گام دوم: شکل (الف) را ببینید. آمپرسنج مجموع جریان‌های عبوری از مقاومت‌های ۱۲ Ω و ۸ Ω را نشان می‌دهد. اگر جریان عبوری از باتری را برابر I در نظر بگیریم، مطابق شکل (پ)، جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌های ۸ Ω برابر $\frac{I}{۲}$ خواهد بود. از طرفی با توجه به شکل (الف)، جریان عبوری از مقاومت ۱۲ Ω برحسب I به صورت زیر به دست می‌آید:

مقاومت‌های ۱۲ Ω و ۶ Ω موازی‌اند: $\frac{I_{۱۲\Omega}}{I_{۶\Omega}} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$

$$\frac{I}{۲} = I_{۱۲\Omega} + I_{۶\Omega} \Rightarrow \frac{I}{۲} = I_{۱۲\Omega} + ۲I_{۱۲\Omega} \Rightarrow \frac{I}{۲} = ۳I_{۱۲\Omega} \Rightarrow I_{۱۲\Omega} = \frac{I}{۶}$$

بنابراین:

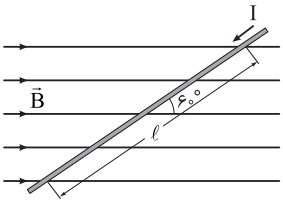
$$I_A = I_{۱۲\Omega} + I_{۸\Omega} \Rightarrow ۱ = \frac{I}{۶} + \frac{I}{۲} \Rightarrow ۱ = \frac{۴I}{۶} \Rightarrow ۴I = ۶ \Rightarrow I = ۱/۵\ A$$

گام سوم: شکل (ت) را ببینید. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل است، بنابراین:

$$V_{\text{باتری}} = V_{R_{eq}} = R_{eq} I = ۴\times ۱/۵ = ۶\ V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۷ در شکل زیر، سیم راست حامل جریان $I = ۵\ A$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۴۰\ G$ قرار دارد. اگر $\ell = ۶۰\ cm$ باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



۱) $۰/۶\times۱۰^{-۳}$ ⊗

۲) $۰/۶\times۱۰^{-۳}$ ⊙

۳) $۰/۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$ ⊗

۴) $۰/۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$ ⊙

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی و به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان، اندازهٔ این نیرو را به دست آورید.

درس Box

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت:

اندازه:

طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد.

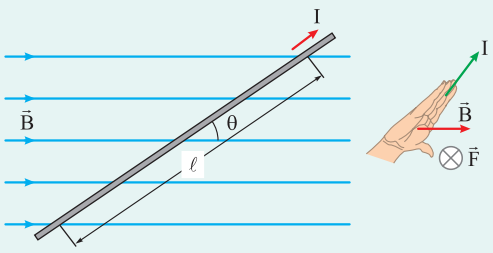
$$F = I\ell B\sin\theta$$

I: جریان عبوری از سیم

B: بزرگی میدان مغناطیسی

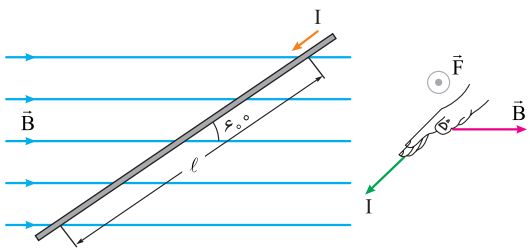
θ: زاویهٔ بین راستای سیم و میدان مغناطیسی

جهت: به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت جریان الکتریکی عبوری از سیم قرار دهیم که میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: براساس شکل مقابل و به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را تعیین می‌کنیم. همان‌طور که در شکل می‌بینید، این نیرو برون‌سو (⊙) است.

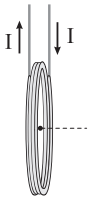


گام دوم: اندازهٔ این نیرو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = I\ell B\sin\theta \xrightarrow[\ell=۶۰\ cm=۰/۶\ m]{B=۴۰\ G=۴۰\times۱۰^{-۴}\ T} F = ۵\times۰/۶\times۴۰\times۱۰^{-۴}\times\underbrace{\sin۶۰}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = ۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}\ N$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۸ در شکل زیر، از پیچهٔ مسطحی به شعاع $6/25\ cm$ که از ۲۰۰۰ دور سیم نازک ساخته شده است، جریان $20\ mA$ می‌گذرد. میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چند گاوس و در چه جهتی است؟ $(\mu_0 = 12/5\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) ۴، ←

۲) ۴، →

۳) ۴۰، ←

۴) ۴۰، →

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

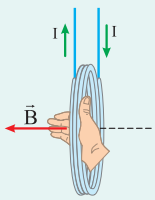
۱) اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح حامل جریان:

$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$ (N: تعداد حلقه‌ها، I: جریان عبوری از حلقه، R: شعاع حلقه)

($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$:ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ)

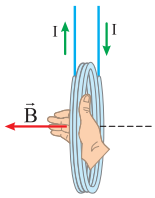
۲) جهت میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح حامل جریان:

اگر مطابق شکل مقابل، شست دست راست را در جهت جریان عبوری از حلقه‌های پیچه قرار دهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی در داخل پیچه را نشان می‌دهد.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل مقابل، برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در مرکز پیچه از قاعدهٔ دست راست کمک می‌گیریم. همان‌طور که مشخص است، $\vec{B}$ به سمت چپ (←) است.



گام دوم: بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه به صورت زیر حساب می‌شود:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \xrightarrow[R=6/25\ cm=6/25\times10^{-2}\ m]{I=20\ mA=20\times10^{-3}\ A} B = \frac{12/5\times10^{-7}\times2000\times20\times10^{-3}}{2\times6/25\times10^{-2}} = 4\times10^{-4}\ T$$

$$\xrightarrow{10^{-4}\ T=1\ G} B = 4\ G$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۹ ذره‌ای به جرم $0/12\ g$ و بار الکتریکی $25\ \mu C$ را در میدان مغناطیسی یکنواخت $600\ G$ که به سمت شمال است، در راستای افقی با سرعت $\vec{v}_0$ پرتاب می‌کنیم و ذره روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد. به ترتیب، کم‌ترین مقدار v_0 چند متر بر ثانیه است و در این حالت ذره در چه جهتی پرتاب شده است؟ $(g = 10\ N/kg)$

نیروی خالص وارد بر ذره برابر صفر است.

درون‌سو ($\otimes$)

۱) ۸۰۰، شرق

۲) ۸۰۰، غرب

۳) ۸۰۰۰، شرق

۴) ۸۰۰۰، غرب

پاسخ: گزینهٔ ۱

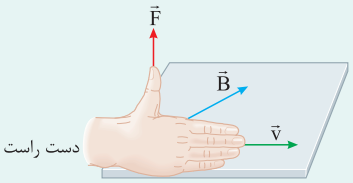
درس Box

ذره‌ای با بار q در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در حال حرکت با سرعت $\vec{v}$ است:

- **اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** $F = |q| vB\sin\theta$

در رابطهٔ بالا، θ زاویهٔ بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

- **جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره:** به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل مقابل را ببینید.)



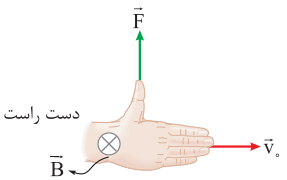
نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

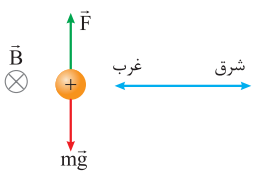
علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ذره روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ بنابراین نیروی خالص وارد بر آن باید برابر صفر باشد. مطابق شکل زیر، با توجه به این‌که نیروی وزن رو به پایین است، نیروی مغناطیسی باید رو به بالا باشد. از طرفی چون به دنبال کم‌ترین مقدار v_0 هستیم، جهت پرتاب ذره باید عمود بر میدان مغناطیسی باشد، یعنی $\theta = 90^\circ$. با این توضیحات، ذره به سمت شرق یا غرب پرتاب شده است. به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت پرتاب ذره $(\vec{v}_0)$ به طرف شرق تعیین می‌شود.

گام دوم: اندازهٔ نیروی مغناطیسی و وزن را برابر قرار می‌دهیم:



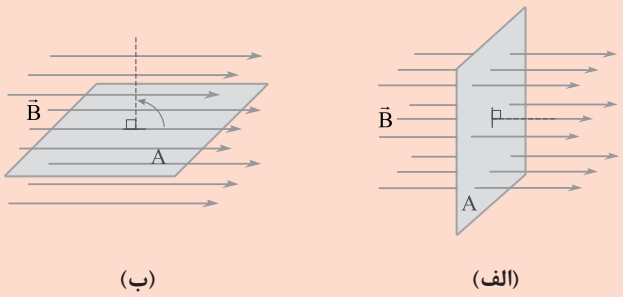


$$F = mg \Rightarrow |q| v_0 B\sin\theta = mg \xrightarrow[B=600\,G=600\times10^{-4}\,T,\ \theta=90^\circ]{q=25\,\mu C=25\times10^{-6}\,C,\ m=0/12\,g=0/12\times10^{-3}\,kg}$$

$$25\times10^{-6}\times v_0\times600\times10^{-4}\times\underbrace{\sin90^\circ}_{1} = 0/12\times10^{-3}\times10 \Rightarrow v_0 = \frac{12\times10^{-4}}{15\times10^{-3}\times10^{-4}} = 800\ m/s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۰ در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی به مساحت $40\ cm^2$، حول محوری عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0/05\ T$ می‌چرخد. در بازهٔ زمانی $0/5$ ثانیه‌ای که حلقه از حالت (الف) به حالت (ب) می‌رسد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه چند میلی‌ولت است؟



(ب) (الف)

۱) $0/4$ ۲) $0/1$ ۳) ۴ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\text{فقط زاویهٔ } \theta \text{ تغییر کند.}]{\Phi = BA\cos\theta} \varepsilon_{av} = -N\,B\,A\,\frac{(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}$$

N: تعداد حلقه‌ها؛ B: بزرگی میدان مغناطیسی؛ A: مساحت حلقه؛ θ_1 و θ_2: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

پاسخ خیلی تشریحی

به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌توان نوشت:

$$|\varepsilon_{av}| = \left|-NBA\frac{(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}\right|$$

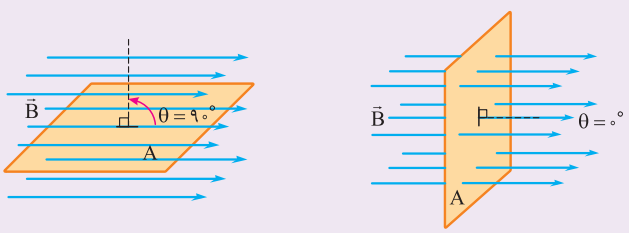
$$\xrightarrow[\theta_1 = 0^\circ\ ,\ \theta_2 = 90^\circ]{A = 40\,cm^2 = 40\times10^{-4}\,m^2} |\varepsilon_{av}| = \left|-1\times0/05\times40\times10^{-4}\times\frac{(\overbrace{\cos90^\circ}^{0} - \overbrace{\cos0^\circ}^{1})}{0/5}\right| = 4\times10^{-4}\ V$$

$$\xrightarrow{1V = 10^3\,mV} |\varepsilon_{av}| = 0/4\ mV$$

کنکور

در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی به مساحت $40\ cm^2$، حول محوری عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0/05\ T$ می‌چرخد. در بازهٔ زمانی که حلقه از حالت (الف) به حالت (ب) می‌رسد، شار مغناطیسی چند وبر و چگونه تغییر می‌کند؟

(سؤال ۶۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)



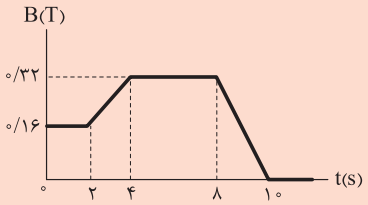
(ب) (الف)

۱) 2×10^{-2} و افزایش می‌یابد. ۲) 2×10^{-2} و کاهش می‌یابد.

۳) 2×10^{-4} و افزایش می‌یابد. ۴) 2×10^{-4} و کاهش می‌یابد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۱ یک حلقهٔ رسانای مربع‌شکل به ضلع $5\ cm$ و مقاومت الکتریکی $0/1\ \Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. خطوط میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ حلقه است. میدان مغناطیسی مطابق نمودار زیر با زمان تغییر می‌کند. جریان القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10\ s$ چند میلی‌آمپر است؟



۱) ۰/۴
۲) ۰/۸
۳) ۴
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا به کمک نمودار، آهنگ تغییر میدان مغناطیسی در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به دست آورید. در ادامه به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، ε_{av} و سپس I_{av} را حساب کنید.

درس Box

۱) قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\text{فقط B تغییر کند.}]{\Phi = BA\cos\theta} \varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

تعداد حلقه‌ها — آهنگ تغییر اندازهٔ میدان مغناطیسی — مساحت حلقه — زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

۲) جریان القایی متوسط:

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R}$$ (R: مقاومت)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به آهنگ تغییر شار مغناطیسی در بازهٔ زمانی $t = 0\ s$ تا $t = 10\ s$ نیاز داریم. به کمک نمودار می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_{10\,s} - B_{0\,s}}{10 - 0} = \frac{0 - 0/16}{10} = -0/016\ \ T/s$$

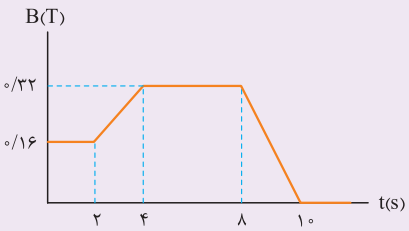
گام دوم: جریان القایی متوسط در حلقه در این بازهٔ زمانی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|I_{av}| = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{|-N\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta|}{R} = \frac{|-1\times(0/016)\times(0/05\times0/05)\times\overbrace{\cos 0}^{1}|}{0/1}$$

$$= \frac{4\times10^{-5}}{0/1} = 4\times10^{-4}\ A \xrightarrow{1\,A = 10^{3}\,mA} |I_{av}| = 0/4\ mA$$

کنکور **یک حلقهٔ رسانای مربع‌شکل به ضلع $2\ cm$ و مقاومت الکتریکی $0/1\ \Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. خطوط میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ حلقه است. میدان مغناطیسی مطابق نمودار زیر با زمان تغییر می‌کند. جریان القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی $t = 2\ s$ تا $t = 10\ s$ چند میلی‌آمپر است؟**

(سؤال ۷۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)



۱) صفر
۲) ۰/۰۴
۳) ۰/۰۶
۴) ۰/۰۸

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۲ طول سیملولهٔ آرمانی و بدون هستهٔ A، ۴ برابر طول سیملولهٔ آرمانی و بدون هستهٔ B است. اگر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ A، ۲ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ B، و سطح مقطع سیملولهٔ A، ۳ برابر سطح مقطع سیملولهٔ B باشد، ضریب القاوری سیملولهٔ A، چند برابر ضریب القاوری سیملولهٔ B است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

ضریب القاوری سیملولهٔ آرمانی و بدون هسته:

$$L = \mu_{۰} \frac{N^{۲} A}{\ell}$$

تعداد حلقه‌های سیملوله ↑

$N^{۲} A$ → سطح مقطع سیملوله

ℓ → طول سیملوله

$(A = \pi r^{۲}$ → شعاع مقطع سیملوله)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

رابطهٔ ضریب القاوری سیملوله را به صورت نسبی می‌نویسیم:

$$L = \mu_{۰} \frac{N^{۲} A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^{۲} \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = (۲)^{۲} \times ۳ \times \frac{۱}{۴} = ۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۳ جریان الکتریکی عبوری از یک القاگر فرضی ۲۰۰ A و انرژی ذخیره‌شده در آن یک کیلووات‌ساعت است. ضریب القاوری این القاگر چند هانری است؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) ۱۸۰ ۴) ۳۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

انرژی ذخیره‌شده در سیملوله:

ضریب القاوری سیملوله

$U = \frac{1}{2} L I^2$ ← جریان عبوری از سیملوله

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: انرژی ذخیره‌شده در سیملوله را بر حسب ژول به دست می‌آوریم:

$$U = 1\,kW.h \times \frac{10^3\,W}{1\,kW} \times \frac{3600\,s}{1\,h} = 36 \times 10^5\,W.s = 36 \times 10^5\,J$$

گام دوم: ضریب القاوری سیملوله به صورت زیر حساب می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow 36 \times 10^5 = \frac{1}{2} L \times (200)^2 \Rightarrow L = \frac{2 \times 36 \times 10^5}{4 \times 10^4} = 180\,H$$

کتاب درسی

متخصصان صنعت برق، علاقه‌مندند راه‌های مؤثری را برای ذخیرهٔ انرژی الکتریکی تولیدی در ساعت‌های کم‌مصرف (کم‌باری) بیابند تا با استفاده از آن، نیاز مشترکان را در ساعت‌های پرمصرف (اوج بار) تأمین کنند. یک ایدهٔ فرضی، استفاده از یک القاگر بزرگ است. ضریب القاوری این القاگر چه‌قدر باشد تا بتواند ۱/۰ kWh انرژی الکتریکی را در پیچهٔ حامل جریان ۲۰۰ A ذخیره کند؟

(فیزیک (۲) ـ مثال ۴ ـ ۶ صفحهٔ ۱۲۱ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

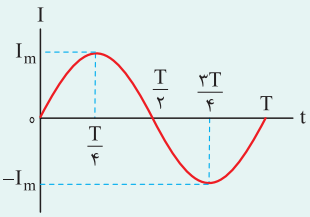
۱۱۴ معادلهٔ جریان عبوری از یک مولد جریان متناوب در SI به صورت $I = ۰/۵ \sin ۱۰۰\pi t$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جریان عبوری از مولد برای اولین بار بیشینه می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲۰}$
۲) $\frac{۱}{۵۰}$
۳) $\frac{۱}{۲۰۰}$
۴) $\frac{۱}{۵۰۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

معادله و نمودار جریان متناوب برحسب زمان به صورت زیر است:



$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T} t)$$

بیشینهٔ جریان متناوب — جریان متناوب — دورهٔ تناوب

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک معادلهٔ جریان متناوب، دورهٔ تناوب جریان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲\pi}{T} = ۱۰۰\pi \Rightarrow T = \frac{۱}{۵۰} s$$

گام دوم: جریان برای اولین بار در لحظهٔ $\frac{T}{۴}$ بیشینه می‌شود، پس:

$$t = \frac{T}{۴} = \frac{\frac{۱}{۵۰}}{۴} = \frac{۱}{۲۰۰} s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۵ **کدام‌یک از موارد زیر درست است؟**

۱) در سامانه‌های انتقال و توزیع برق از محل تولید تا محل مصرف، از جریان مستقیم استفاده می‌شود.

۲) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کرد.

۳) یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی dc بر ac آن است که افزایش و کاهش ولتاژ dc، بسیار آسان‌تر از ac است.

۴) قبل از انتقال توان الکتریکی از نیروگاه‌ها، از مبدل‌های کاهنده استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی علت نادرستی گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴):

گزینهٔ (۱): در سامانه‌های انتقال و توزیع برق از محل تولید تا محل مصرف، از جریان **متناوب** استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۳): یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی ac بر dc آن است که افزایش و کاهش ولتاژ ac، بسیار آسان‌تر از dc است.

گزینهٔ (۴): قبل از انتقال توان الکتریکی از نیروگاه‌ها، از مبدل‌های **افزاینده** استفاده می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی یازدهم

۱۱۶ **A عنصری از دستهٔ s و X و D عنصرهایی از دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای می‌باشند. اگر اختلاف شمار الکترون‌های ظرفیتی هر یک از اتم عنصرهای X و D با شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر A، برابر ۳ باشد، کدام گزینه نادرست است؟**

۱) مجموع عدد اتمی عنصرهای X و D، عددی زوج است.

۲) مابین موقعیت X و D در جدول دوره‌ای، به یقین ۹ عنصر فلزی وجود دارد.

۳) اختلاف عدد اتمی عنصر X با A، می‌تواند برابر ۲ باشد.

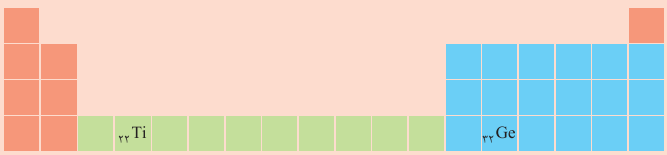
۴) اگر D عنصری از دستهٔ d باشد، X به یقین یک شبه‌فلز است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

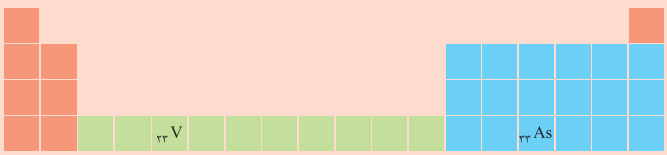
پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به این‌که عنصر A در دستهٔ s قرار دارد، شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن برابر ۱ یا ۲ است. از طرفی اختلاف شمار الکترون‌های ظرفیتی هر یک از اتم‌های X و D با الکترون‌های ظرفیتی اتم A برابر ۳ می‌باشد، پس شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌های X و D برابر ۴ یا ۵ است؛ بنابراین در این حالت، اتم‌های X و D می‌توانند متعلق به دو گروه ۴ و ۱۴ یا دو گروه ۵ و ۱۵ باشند.

موقعیت فرضی عنصرهای X و D در جدول تناوبی می‌تواند به صورت زیر باشد:



حالت اول: ۳ = ۱ − ۴
A: گروه ۱ — X و D: گروه‌های ۴ و ۱۴



حالت دوم: ۳ = ۲ − ۵
A: گروه ۲ — X و D: گروه‌های ۵ و ۱۵

اگر اتم‌های X و D، متعلق به گروه‌های ۴ و ۱۴ باشند، مابین موقعیت این دو عنصر در جدول تناوبی، ۹ عنصر فلزی ($_{23}V$ تا $_{31}Ga$)، اما اگر اتم‌های X و D متعلق به گروه‌های ۵ و ۱۵ باشند، مابین موقعیت این دو عنصر، ۸ عنصر فلزی ($_{24}Cr$ تا $_{31}Ga$) و هم‌چنین یک شبه‌فلز ($_{32}Ge$) وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مجموع عدد اتمی دو عنصر در هر دو حالت، عددی زوج خواهد بود.

حالت اول گروه‌های ۴ و ۱۴: ۲۲ + ۳۲ = ۵۴

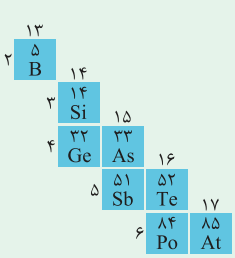
حالت دوم گروه‌های ۵ و ۱۵: ۲۳ + ۳۳ = ۵۶

گزینهٔ (۳): اگر A را عنصر $_{20}Ca$ (از گروه ۲) در نظر بگیریم، اختلاف عدد اتمی آن با عنصر $_{22}Ti$ از گروه ۴، برابر با ۲ خواهد بود.

گزینهٔ (۴): اگر D عنصری از دستهٔ d جدول تناوبی باشد، به یقین متعلق به یکی از گروه‌های ۴ یا ۵ است. در این حالت عنصر X به ترتیب متعلق به یکی از گروه‌های ۱۴ یا ۱۵ می‌باشد که در هر دو گروه، اتم X یک عنصر شبه‌فلزی ($_{32}Ge$ و $_{33}As$) است.

نکته

موقعیت شبه‌فلزها در جدول دوره‌ای:



- در جدول دوره‌ای عنصرها، ۸ شبه‌فلز وجود دارد.
- این شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند.
- در گروه‌های ۱۳ تا ۱۷ جدول جای دارند.
- یک شبه‌فلز در هر یک از گروه‌های ۱۳ و ۱۷ و هم‌چنین دو شبه‌فلز در هر یک از گروه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶ قرار دارد.
- شبه‌فلزها در همهٔ دوره‌های جدول تناوبی به‌جز دورهٔ اول (*و هم‌چنین دورهٔ هفتم که اطلاعاتی ازشون نداریم!*) وجود دارند.
- در هر یک ازدوره‌های ۲ و ۳، یک شبه‌فلز و در هر یک از دوره‌های ۴، ۵ و ۶ دو شبه‌فلز حضور دارند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کنکور

اگر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر Y از دستهٔ d جدول تناوبی، دو برابر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X از دستهٔ s باشد، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها به یقین درست است؟ (Y، در دورهٔ چهارم جدول تناوبی جای دارد.)

(سؤال ۸۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) در واکنش X و Y با گاز کلر، به ترتیب، ۲ و ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

۲) حالت فیزیکی هر دو جامد است و واکنش‌پذیری X، از واکنش‌پذیری Y بیشتر است.

۳) بالاترین عدد اکسایش اتم دو عنصر X و Y در ترکیب‌هایشان، به ترتیب برابر ۲ و ۴ است.

۴) اگر هر دو در دورهٔ چهارم جدول تناوبی جای داشته باشند، تفاوت عدد اتمی آن‌ها، حداقل برابر ۲ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۷ بر پایهٔ واکنش داده‌شده، ۴۰ گرم کلسیم سولفات ناخالص بر اثر حرارت تجزیه می‌شود. اگر تفاوت جرم فراوردهٔ جامد با جرم گاز اکسیژن تولیدشده برابر ۸ گرم باشد، درصد خلوص نمونهٔ اولیه کدام است؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود و $O = 16, S = 32, Ca = 40 : g.mol^{-1}$)

$$CaSO_4(s) \xrightarrow{\Delta} CaO(s) + SO_2(g) + O_2(g)$$

۱) ۳۴ ۲) ۴۶

۳) ۶۸ ۴) ۸۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2CaSO_4(s) \rightarrow 2CaO(s) + 2SO_2(g) + O_2(g)$$

با توجه به این معادله، اگر ۲ مول یا $2 \times 136 = 272$ گرم $CaSO_4$ خالص مصرف شود، تفاوت جرم CaO و O_2 تولیدشده برابر با $32 - (2 \times 56) = 80$ گرم خواهد بود؛ پس اگر بخواهیم ۸ گرم تفاوت جرم داشته باشیم، باید $27/2$ گرم $CaSO_4$ خالص مصرف شود:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 = \frac{27/2}{40} \times 100 = \%68$$

یه‌جور دیگه

$$\frac{\text{جرم ناخالص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100}}{\underbrace{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{CaSO_4}} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{|\underbrace{(\text{ضریب A} \times \text{جرم مولی A}) - (\text{ضریب B} \times \text{جرم مولی B})}_{CaO - O_2}|}$$

$$\Rightarrow \frac{40 \times \frac{x}{100}}{2 \times 136} = \frac{8}{(2 \times 56) - (1 \times 32)} \Rightarrow \frac{x}{5 \times 136} = \frac{8}{80} \Rightarrow x = 68$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۸ فلز X را در صنعت مطابق واکنش زیر به دست می‌آورند. اگر از واکنش ۱۵ گرم فلز منیزیم با بازده ۶۲/۵ درصد، ۹/۳۷۵ گرم فلز X تولید شود، نسبت جرم مولی فلز X به ظرفیت آن (n) کدام است؟ $(Mg = 24\,g.mol^{-1})$

$Mg + XCl_n \rightarrow X + MgCl_2$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$nMg + 2XCl_n \rightarrow 2X + nMgCl_2$$

حالا اگر بین Mg و فلز X تناسب برقرار کنیم، نسبت جرم مولی (M) به ظرفیت فلز X (n) به دست می‌آید:

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Mg}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{X}} \Rightarrow \frac{15 \times \frac{62/5}{100}}{n \times 24} = \frac{9/375}{2 \times M} \Rightarrow \frac{M}{n} = \frac{24}{2} = 12$$

($\frac{62/5}{100} = \frac{5}{8}$، $9 + \frac{3}{8} = \frac{75}{8}$)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۹ **کدام مورد درست است؟**

۱) ساده‌ترین آلکن، بخش عمدهٔ گاز شهری را تشکیل می‌دهد.

۲) حذف عدد از نام ترکیب‌های ۳- اتیل پنتان و ۳- اتیل هگزان، باعث نادرست‌شدن نام‌گذاری آن‌ها نمی‌شود.

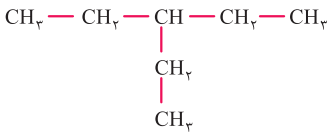
۳) اگر یک مول از ترکیبی با فرمول $C_{۲۴}H_{۳۶}$ با ۵ مول برم مایع واکنش دهد، در ساختار آن سه حلقهٔ کربنی وجود دارد.

۴) هر مول از هیدروکربنی با فرمول $C_{۱۰}H_{۸}$، فاقد پیوند سه‌گانه که دارای دو حلقه در ساختار خود می‌باشد، در واکنش با ۷ مول گاز هیدروژن به یک ترکیب حلقوی سیرشده تبدیل می‌شود.

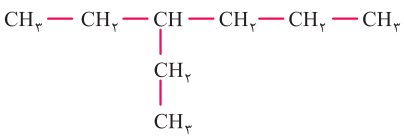
پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ وقتی زنجیر اصلی ۵ یا ۶ کربنی است، شاخهٔ فرعی اتیل راهی جز قرارگرفتن روی کربن شمارهٔ (۳) ندارد؛ پس می‌توانیم در نام‌گذاری این آلکان شاخه‌دار، به دلیل *تابلوبودن*! شمارهٔ (۳) را ننویسیم.

۳- اتیل پنتان یا اتیل پنتان:



۳- اتیل هگزان یا اتیل هگزان:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): متان $(CH_۴)$ بخش عمدهٔ گاز شهری را تشکیل می‌دهد که ساده‌ترین آلکان است و نه ساده‌ترین آلکن!

گزینهٔ (۳):

نکته **فرمول پیداکردن شمار اتم‌های هیدروژن در یک هیدروکربن n کربنی:**

$$\begin{pmatrix}\text{شمار اتم‌های هیدروژن}\\ \text{یک هیدروکربن n کربنی}\end{pmatrix} = (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times ۴) - (\text{تعداد حلقه‌ها} + \text{تعداد پیوندهای دوگانه}) \times ۲ - (۲n+۲)$$

با توجه به فرمول، ترکیب مورد نظر در مجموع ۷ پیوند دوگانه (x) و حلقه (y) دارد:

$$۳۶ = ۲(۲۴) + ۲ - ۲(x+y) \Rightarrow (x+y) = ۷$$

از آن‌جا که هر مول برم $(Br_۲)$ با یک پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن واکنش می‌دهد، پس این ترکیب، ۲ حلقه در ساختار خود دارد.

$$x + y = ۷ \Rightarrow ۵ + y = ۷ \Rightarrow y = ۲$$

گزینهٔ (۴): ترکیب مورد نظر $(C_{۱۰}H_{۸})$ نسبت به آلکان هم‌کربن خود $(C_{۱۰}H_{۲۲})$، ۱۴ اتم هیدروژن کم‌تر دارد که ۴ اتم هیدروژن آن به دلیل وجود دو حلقه است و ۱۰ اتم هیدروژن آن به دلیل وجود ۵ پیوند دوگانه در ساختار آن است، پس هر مول از آن با ۵ مول گاز هیدروژن به طور کامل واکنش می‌دهد:

$$C_{۱۰}H_{۸} + ۵H_{۲} \rightarrow C_{۱۰}H_{۱۸}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۰ **از سوختن آلکان A در شرایط STP، گازهای CO و CO_2 با حجم برابر به همراه آب تولید می‌شود. اگر نسبت مجموع حجم این گازها به حجم اکسیژن مصرفی برابر ۰/۷۵ باشد، چند ایزومر ساختاری با فرمول شیمیایی A می‌توان یافت و در چه تعداد از این ایزومرها، فقط یک شاخهٔ فرعی وجود دارد؟**

۱) ۷ ـ ۳ ۲) ۷ ـ ۲

۳) ۵ ـ ۳ ۴) ۵ ـ ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برابربودن حجم دو گاز به این مفهوم است که شمار مول‌های آن‌ها با هم برابر است، و این یعنی، ضریب استوکیومتری گازهای CO و CO_2 در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش با هم برابر است. اگر فرمول هیدروکربن را C_xH_y فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$2C_xH_y + \frac{3x+y}{2}O_2 \rightarrow xCO_2 + xCO + yH_2O$$

در دما و فشار یکسان، حجم گاز با شمار مول‌های آن برابر است.

$$\frac{\text{مجموع حجم گازهای } CO_2, CO}{\text{حجم } O_2 \text{ مصرفی}} = \frac{2x}{\frac{3x+y}{2}} = \overset{\frac{3}{4}}{0/75} \Rightarrow \frac{4x}{3x+y} = \frac{3}{4} \Rightarrow 16x = 9x + 3y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$$

ترکیب مورد نظر، آلکانی ۶کربنه با فرمول مولکولی C_6H_{14} می‌باشد.

نکته برای محاسبهٔ تعداد ایزومر آلکان‌هایی با ۴ تا ۷ اتم کربن می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد که در آن n، شمار اتم‌های کربن است.

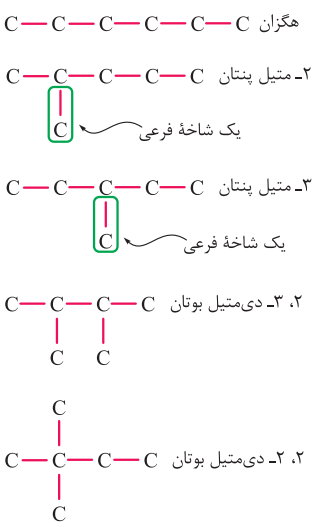
$$\text{تعداد ساختارهای متفاوت برای یک فرمول مولکولی (تعداد ایزومرها) در این آلکان‌ها} = 2^{n-4} + 1 \quad (4 \le n \le 7)$$

مثال

$C_4H_{10} : n = 4 \Rightarrow$ تعداد ساختارها $= 2^{4-4} + 1 = 2^0 + 1 = 2$

$C_6H_{14} : n = 6 \Rightarrow$ شمار ایزومرها $= 2^{6-4} + 1 = 2^2 + 1 = 5$

این ترکیب دارای ۵ ایزومر است که دوتای آن، فقط یک شاخهٔ فرعی دارد.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۱ دو نمونه ماده با مشخصات زیر در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند. اگر دمای نهایی پس از تعادل گرمایی برابر با $50^\circ C$ باشد، گرمای ویژهٔ مادهٔ Y برحسب $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ کدام است؟

نمونه	جرم (g)	دمای اولیه ($^\circ C$)	گرمای ویژه ($J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$)
X	۲۰۰	۹۰	۰/۳
Y	۲۰۰	۳۰	؟

۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۶
۴) ۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مسائل هم‌دمایی:

وقتی دو ماده با دمای متفاوت را در تماس با هم قرار می‌دهیم، ماده با دمای بالاتر گرما از دست می‌دهد و ماده با دمای پایین‌تر، همین مقدار گرما را جذب می‌کند تا جایی که به یک دما برسند. برای حل این‌گونه مسائل، با فرض عدم اتلاف گرما، کافی است مقدار گرمایی که یکی از مواد از دست می‌دهد را با مقدار گرمایی که مادهٔ دیگر جذب می‌کند، برابر قرار دهیم:

$$|\underbrace{Q_A + Q_B + \cdots}_{\text{موادی که گرما از دست می‌دهند}}| = |\underbrace{Q_C + Q_D + \cdots}_{\text{موادی که گرما می‌گیرند}}|$$

در ضمن برای حل مسائل هم‌دمایی، زمانی که جرم یا گرمای ویژهٔ یکی از مواد یا دمای تعادل، مجهول است، می‌توانید از رابطهٔ زیر هم استفاده کنید:

$$\theta \text{ (دمای تعادل)} = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + \cdots}{m_1c_1 + m_2c_2 + \cdots}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به جدول، نمونهٔ X، مقداری گرما از دست می‌دهد و نمونهٔ Y، همان مقدار گرما را دریافت می‌کند تا جایی که این دو نمونه هم‌دما بشوند. می‌دانیم که قدرمطلق گرمای این دو نمونه با هم برابر است:

$$|Q_x| = |Q_y| \Rightarrow |m_x c_x \Delta\theta_x| = |m_y c_y \Delta\theta_y| \Rightarrow ۲۰۰ \times ۰/۳(۹۰-۵۰) = ۲۰۰ \times c_y(۵۰-۳۰) \Rightarrow ۱۲ = ۲۰c_y \Rightarrow c_y = ۰/۶$$

یه جور دیگه

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2}{m_1c_1 + m_2c_2} \Rightarrow ۵۰ = \frac{۰/۳ \times ۹۰ + c_y \times ۳۰}{۰/۳ + c_y} \Rightarrow ۱۵ + ۵۰c_y = ۲۷ + ۳۰c_y \Rightarrow c_y = ۰/۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۲ با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی سوختن آلوتروپ‌های کربن، در تبدیل ۶۰ گرم گرافیت به الماس در شرایط مناسب، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ $(C = 12\ g.mol^{-1})$

$$C(s, \text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 393/5\ kJ$$

$$C(s, \text{الماس}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 395/4\ kJ$$

۱) ۹/۵ ۲) ۹/۱

۳) ۱/۹ ۴) ۵/۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

گرافیت و الماس:

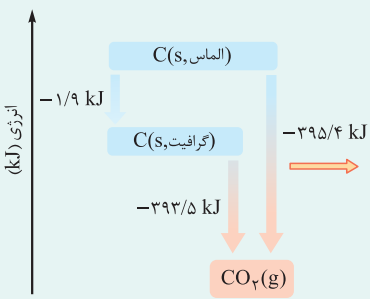
به شکل‌های گوناگون مولکولی یا بلوری یک عنصر، **آلوتروپ** یا **دگرشکل** می‌گویند. کربن (C)، دارای چند آلوتروپ است که *دوتاش فیلی معروفن!* الماس و گرافیت. شیوهٔ اتصال اتم‌های کربن به یکدیگر در این دو آلوتروپ متفاوت است.

معادلهٔ واکنش سوختن کامل الماس و گرافیت به صورت مقابل است: $C(s, \text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 393/5\ kJ$

$$C(s, \text{الماس}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 395/4\ kJ$$

همان‌طور که می‌بینید از سوختن الماس، گرمای بیشتری آزاد می‌شود $(393/5 < 395/4)$. از آن‌جا که فراوردهٔ سوختن هر دو، $CO_2(g)$ است، تفاوت گرمای آزادشده، *فقط و فقط!* به سطح انرژی خود واکنش‌دهنده‌ها یعنی الماس و گرافیت بستگی دارد. چون از سوختن الماس گرمای بیشتری آزاد شده است؛ پس باید سطح انرژی آن از گرافیت بالاتر باشد تا تفاوت سطح انرژی الماس با فراوردهٔ حاصل از سوختن $(CO_2(g))$ بیشتر شود.

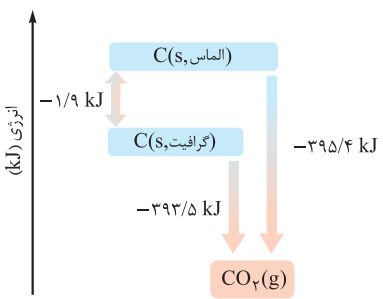
با توجه به نمودار مقابل، سطح انرژی الماس بالاتر از سطح انرژی گرافیت است، یعنی الماس ناپایدارتر از گرافیت می‌باشد. با توجه به نمودار، سطح انرژی یک مول گرافیت نسبت به یک مول الماس، به اندازهٔ ۱/۹ kJ (تفاوت بین ۳۹۳/۵ و ۳۹۵/۴) پایین‌تر است.



سطح انرژی: الماس > گرافیت ⇒ پایداری: گرافیت > الماس

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نمودار انرژی در سوختن الماس و گرافیت را می‌توان به صورت زیر نشان داد.



با توجه به نمودار، فرایند تبدیل گرافیت به الماس $(C(s, \text{گرافیت}) \rightarrow C(s, \text{الماس}))$، گرماگیر است؛ در ضمن تفاوت سطح انرژی یک مول از این دو ماده، ۱/۹ kJ $(395/4 - 393/5 = 1/9)$ است.

$$60\ g\ C\ (\text{گرافیت}) \times \frac{1\ mol\ C\ (\text{گرافیت})}{12\ g\ C\ (\text{گرافیت})} \times \frac{1/9\ kJ}{1\ mol\ C\ (\text{گرافیت})} = 9/5\ kJ$$

از آن‌جا که این فرایند گرماگیر است، برای تبدیل ۶۰ گرم از گرافیت به الماس باید ۹/۵ کیلوژول گرما از محیط جذب شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۳ با توجه به واکنش‌های زیر،

۱) $N_2(g)+3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)+93\ kJ$

۲) $N_2H_4(g)+H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)+183\ kJ$

اگر آنتالپی پیوند $H-H$ برابر با $436\ kJ\cdot mol^{-1}$ و آنتالپی پیوند $N\equiv N$ برابر $945\ kJ.mol^{-1}$ باشد، کدام گزینه به عنوان میانگین آنتالپی پیوند $N-N$ برحسب کیلوژول بر مول، قابل قبول است؟

۱) ۱۶۳ ۲) ۲۸۹ ۳) ۵۲ ۴) ۴۰۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا از طریق واکنش (۱)، مقدار میانگین آنتالپی پیوند $N-H$ را به دست می‌آوریم:

۱) $N\equiv N(g) + 3H-H(g) \rightarrow 2H-\underset{\underset{H}{|}}{N}-H(g)$

$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$

$-93 = [945+3(436)]-6\Delta H(N-H) \Rightarrow \Delta H(N-H) = +391\ kJ$

حالا با استفاده از واکنش (۲)، میانگین آنتالپی پیوند $N-N$ را پیدا می‌کنیم:

۲) $H-\underset{\underset{H}{|}}{N}-\underset{\underset{H}{|}}{N}-H(g) + H-H(g) \rightarrow 2H-\underset{\underset{H}{|}}{N}-H(g)$

$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\Delta H(N-N) + \cancel{4\Delta H(N-H)} + \Delta H(H-H)] - [\cancel{6\Delta H(N-H)}]$

$-183 = [\Delta H(N-N)+436]-[2(391)] \Rightarrow \Delta H(N-H) = 163$

نکته هنگامی که می‌خواهید پیوندهای تکراری را از دو طرف معادلهٔ یک واکنش حذف کنید، *مواستون* به ضرایب استوکیومتری مواد هم باشه! مثلاً اگر این‌جا *مواستون* به ضریب ۲ در فراورده‌ها نباشد، ۳ پیوند $N-H$ را از دو طرف حذف می‌کنید و فکر می‌کنید در فراورده‌ها *دیگر پیوندی وجود ندارد* و مقدار میانگین آنتالپی $N-H$ را اشتباه حساب می‌کنید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴ کدام گزینه نادرست است؟

۱) ΔH واکنش تشکیل متان از گرافیت و هیدروژن را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

۲) فرایند فتوسنتز برخلاف فرایند انحلال کلسیم کلرید در آب، فرایندی گرماگیر است.

۳) انرژی حاصل از اکسایش یک گرم کربوهیدرات، کم‌تر از یک گرم چربی است.

۴) ارزش سوختی متان از متانول بیشتر، اما از اتن کم‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای تحلیل گزینهٔ (۴)، فکر نکنید که حتماً باید جدول کتاب درسی در مورد ΔH سوختن برخی از ترکیب‌های آلی را *حفظ باشین!* اول، به چند نکتهٔ خوب دقت کنید.

نکته

۱) مقایسهٔ ارزش سوختی برخی از ترکیب‌های آلی با شمار کربن برابر: الکل > آلکین > آلکن > آلکان

۲) با افزایش جرم مولی (شمار اتم‌های کربن)، ارزش سوختی هیدروکربن‌ها (در هر خانواده) کاهش می‌یابد.

درسته که ارزش سوختی متان (آلکان) از متانول (الکل) بیشتر است، اما *هواستون باشه که* گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم از متان (CH_4) بیشتر از اتن (C_2H_4) نیز می‌باشد.

ارزش سوختی: $\underbrace{CH_4 > C_2H_6}_{\text{آلکان}} \Rightarrow C_2H_6 > \underset{\text{آلکن}}{C_2H_4} \Rightarrow CH_4 > C_2H_6 > C_2H_4$ (C_2H_6: آلکان)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *کاملاً درسته! به نکتهٔ زیر بیندازید.*

نکته

واکنش‌هایی که نمی‌توان ΔH آن‌ها را به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.

برخی از واکنش‌ها را نمی‌توان به سادگی در آزمایشگاه انجام داد. به عبارت دیگر ΔH آن‌ها را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد. کتاب درسی ۴تا از این واکنش‌ها *رو براتون آورده* که شما باید *بلدشون باشید!*

۱) واکنش تهیهٔ گاز متان از گرافیت و گاز هیدروژن: $C(s,\text{گرافیت}) + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g) \quad , \quad \Delta H < 0$

توجه تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است؛ بنابراین گاز متان را نمی‌توان به طور مستقیم از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه به دست آورد و برای تعیین ΔH این واکنش باید از واکنش‌های دیگر و قانون هس کمک گرفت.

۲) واکنش تهیهٔ هیدروژن پراکسید (H_2O_2) از گازهای هیدروژن و اکسیژن:

$H_2(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O_2(l) \quad , \quad \Delta H < 0$

توجه نام تجاری هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، آب اکسیژنه است. تهیهٔ این ماده از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن در آزمایشگاه امکان‌پذیر نیست، زیرا از واکنش مستقیم این مواد، آب تولید می‌شود که از هیدروژن پراکسید پایدارتر است.

۳) واکنش سوختن ناقص گرافیت و تولید کربن مونوکسید: $2C(s,\text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow 2CO(g) \quad , \quad \Delta H < 0$

۴) واکنش تولید هیدرازین (N_2H_4) از گازهای نیتروژن و هیدروژن: $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g) \quad , \quad \Delta H > 0$

گزینهٔ (۲): فتوسنتز فرایندی گرماگیر و انحلال کلسیم کلرید در آب، فرایندی گرماده می‌باشد.

واکنش فتوسنتز $\Delta H > 0$: $6CO_2(g) + 6H_2O(l) + 2808\ kJ \rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g)$

فرایند انحلال کلسیم کلرید در آب: $CaCl_2(s) \xrightarrow{\text{در آب}} Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq) + 83\ kJ \quad \Delta H < 0$

گزینهٔ (۳): از اکسایش یک گرم چربی، انرژی بیشتری نسبت به اکسایش یک گرم کربوهیدرات یا یک گرم پروتئین به بدن می‌رسد.

ارزش سوختی $(kJ.g^{-1})$: چربی (۳۸) > کربوهیدرات (۱۷) = پروتئین

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۵ در جدول زیر شرایط انجام چند واکنش آمده است. در این شرایط، سرعت کدام واکنش نسبت به بقیه پایین‌تر است؟

	واکنش	شرایط انجام واکنش
۱	واکنش پتاسیم با آب	در دمای $10^\circ C$
۲	واکنش محلول‌های سدیم کلرید و نقره نیترات	در دمای اتاق
۳	واکنش اتن با گاز کلر	در حضور آهن (III) کلرید جامد
۴	واکنش پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی	در دمای $25^\circ C$

۱) واکنش (۱)
۲) واکنش (۲)
۳) واکنش (۳)
۴) واکنش (۴)

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) با یک اسید آلی در دمای اتاق «به کندی» واکنش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): پتاسیم با آب سرد نیز «به شدت» واکنش می‌دهد:

$$2K(s) + 2H_2O(l) \rightarrow 2KOH(aq) + H_2(g)$$

نکته مقایسهٔ واکنش‌پذیری و سرعت واکنش با آب در گروه‌های اول و دوم جدول تناوبی:

واکنش‌پذیری و سرعت واکنش با آب در گروه اول: $Li < Na < K < Rb < Cs$

واکنش‌پذیری و سرعت واکنش با آب در گروه دوم: $Be < Mg < Ca < Sr < Ba$

گزینهٔ (۲): این واکنش باعث تشکیل «سریع» رسوب سفیدرنگ نقره کلرید ($AgCl(s)$) می‌شود.

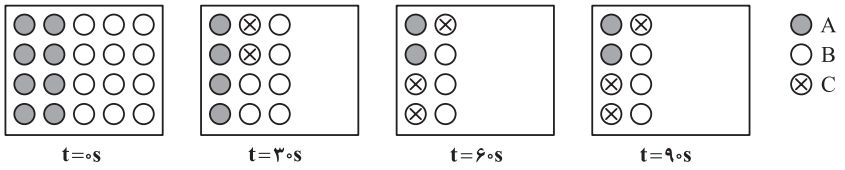
$$AgNO_3(aq) + NaCl(aq) \rightarrow \underset{\text{رسوب سفیدرنگ}}{AgCl(s)} + NaNO_3(aq)$$

گزینهٔ (۳): در این واکنش، آهن (III) کلرید ($FeCl_3(s)$) نقش کاتالیزگر را دارد و سرعت واکنش را بالا می‌برد؛ پس این واکنش نیز در حضور کاتالیزگر، «سریع» است.

$$CH_2=CH_2(g) + Cl_2(g) \xrightarrow{FeCl_3(s)} \underset{\text{۱، ۲ـ دی‌کلرو اتان}}{\overset{Cl}{\overset{|}{CH_2}}-\overset{Cl}{\overset{|}{CH_2}}(g)}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۶ **دو مادهٔ A و B در دمای ثابت در یک ظرف ۵ لیتری وارد می‌شوند. اگر شکل زیر، تغییرات شمار مول مواد را در واکنش $A + B \rightarrow C$ ، در بازه‌های زمانی متفاوت نشان دهد، کدام مورد درست است؟ (هر ذره معادل ۰/۰۵ مول است.)**



۱) اگر همهٔ مواد، گازی باشند، رابطهٔ $\frac{-\Delta[A]}{۳\Delta t} = -\frac{\Delta[B]}{۲\Delta t} = \frac{\Delta[C]}{\Delta t}$ ، برقرار است.

۲) سرعت واکنش برابر با ۰/۰۲ مول بر لیتر بر دقیقه است.

۳) غلظت فراورده در ثانیهٔ ۳۰ام برابر ۰/۰۲ مولار است.

۴) در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، مجموع ضرایب مواد برابر ۶ و با یکای ثابت، سرعت واکنش در ۳۰ ثانیهٔ اول با ۳۰ ثانیهٔ دوم برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

تا ثانیهٔ ۳۰، دو ذرهٔ C تولید شده است؛ پس غلظت آن برابر است با:

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول حل‌شده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{(۲\times ۰/۰۵)\ \text{mol}}{۵\ \text{L}} = ۰/۰۲\ \text{mol.L}^{-۱}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به این‌که شمار ذره‌ها از ثانیهٔ ۶۰ به بعد تغییر نکرده است، نتیجه می‌گیریم که واکنش در زمان $t = ۶۰\ s$ به اتمام رسیده است.

قلب اول بریم سراغ معادلهٔ واکنش: در بازهٔ زمانی ۶۰ـ۰ ثانیه، شمار ذره‌های A و B به ترتیب از ۸ و ۱۲ به ۲ و ۳ رسیده‌اند؛ یعنی A، ۶ واحد و B، ۹ واحد تغییر کرده است. از طرفی شمار ذره‌های C از صفر به ۳ رسیده، یعنی ۳ واحد تغییر کرده است، پس معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش را می‌توان با توجه به کوچک‌ترین ضریب ممکن به صورت $۲A + ۳B \rightarrow C$ نشان داد؛ بنابراین با توجه به ضریب خواهیم داشت:

$$-\frac{\Delta[A]}{۲\Delta t} = -\frac{\Delta[B]}{۳\Delta t} = \frac{\Delta[C]}{\Delta t}$$

گزینهٔ (۲): برای محاسبهٔ سرعت واکنش، *کافیه که* سرعت C را محاسبه کنیم! زیرا ضریب استوکیومتری آن برابر ۱و در نتیجه سرعت تولید آن با سرعت واکنش برابر است. واکنش در ثانیهٔ ۶۰ (۱min) پایان یافته است:

$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \bar{R}_{(C)} \Rightarrow \bar{R}_{(C)} = \frac{\Delta[C]}{\Delta t} = \frac{\frac{(۳\times ۰/۰۵)\ \text{mol}}{۵\ \text{L}}}{۱\ \text{min}} = ۰/۰۳\ \text{mol.L}^{-۱}.\text{min}^{-۱}$$

گزینهٔ (۴): معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت $۲A + ۳B \rightarrow C$ و مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر با ۶ است، اما سرعت واکنش در دو بازهٔ ۰ تا ۳۰ و ۳۰ تا ۶۰ با هم برابر نیست! چراکه در ۳۰ ثانیهٔ اول، ۴ ذرهٔ A و در ۳۰ ثانیهٔ دوم، ۲ ذرهٔ A مصرف می‌شود. *کاملاً مشخصه که* سرعت در این دو بازهٔ زمانی، برابر نیست.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۷ کدام گزینه درست است؟ $(H=1, C=12, N=14, F=19, Cl=35/5 : g.mol^{-1})$

۱) به تقریب ۴۲/۱ درصد جرم پلی‌وینیل کلرید را کلر تشکیل می‌دهد.

۲) ویتامین D برخلاف ویتامین A یک ترکیب آروماتیک بوده و در ساختار مولکول هر دو ویتامین، گروه عاملی الکلی وجود دارد.

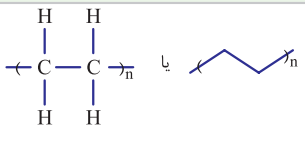
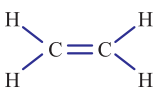
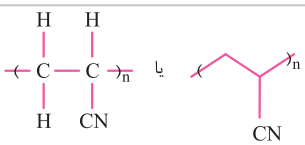
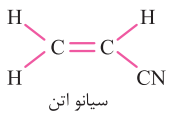
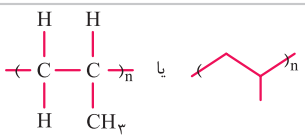
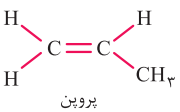
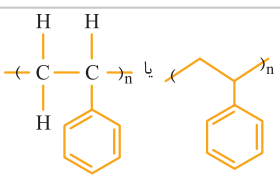
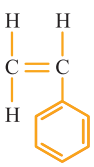
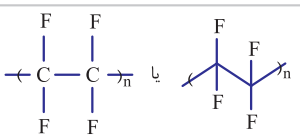
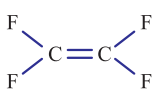
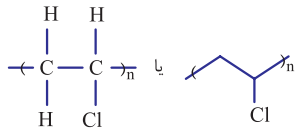
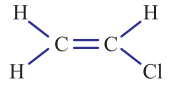
۳) در مونومر تشکیل‌دهندهٔ پلیمر سازندهٔ سرنگ، شمار پیوندهای $C=C$ با شمار پیوندهای $C-C$ برابر است.
پلی‌پروپن

۴) اختلاف جرم مولی مونومرهای تشکیل‌دهندهٔ پتو و نخ دندان، برابر جرم مولی ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید است.
پلی‌سیانواتن — تفلون — HCOOH

پاسخ: گزینهٔ ۳

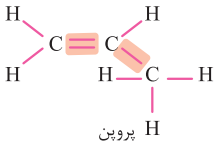
پاسخ خیلی تشریحی

نکته برخی پلیمرهای ساختگی کتاب درسی:

کاربرد	نام و ساختار پلیمر	نام و ساختار مونومر
کیسهٔ پلاستیک، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی	 پلی‌اتن $(C_2H_4)_n$	 اتن
پتو	 پلی‌سیانو اتن $(C_3H_3N)_n$	 سیانو اتن
سرنگ	 پلی‌پروپن $(C_3H_6)_n$	 پروپن
به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یکبارمصرف	 پلی‌استیرن $(C_8H_8)_n$	 استیرن
ظروف نچسب، نخ دندان، کف اتو و نوارهای آب‌بندی لوله‌ها	 پلی‌تترافلوئورو اتن یا تفلون $(C_2F_4)_n$	 تترافلوئورو اتن
کیسهٔ خون	 پلی‌وینیل کلرید $(C_2H_3Cl)_n$	 وینیل کلرید (کلرو اتن)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مونومر سازندهٔ سرنگ، پلی‌پروپن است که در ساختار آن، ۱ پیوند $C=C$ و ۱ پیوند $C-C$ وجود دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به فرمول واحد تکرارشوندهٔ پلی‌وینیل کلرید $(\text{C}_2\text{H}_3\text{Cl})_n$، خواهیم داشت:

$$\text{جرم مولی پلی‌وینیل کلرید } (\text{C}_2\text{H}_3\text{Cl})_n = [2(12)+3(1)+35/5]\times n = 62/5\ n\ \text{g.mol}^{-1}$$

$$\text{درصد جرمی کلر در پلی‌وینیل کلرید} = \frac{\text{مقدار کلر موجود در پلی‌وینیل کلرید (برحسب گرم)}}{\text{جرم مولی پلی‌وینیل کلرید (برحسب گرم)}}\times 100 = \frac{35/5\times n}{62/5\,n}\times 100 = \%56/8$$

گزینهٔ (۲): *درسته که* در ساختار هر دو ویتامین A و D، یک گروه عاملی هیدروکسیل $(-\text{OH})$ وجود دارد، اما هر دو ویتامین، غیرآروماتیک‌اند.

نکته

ویتامین‌های بررسی‌شده در کتاب درسی:

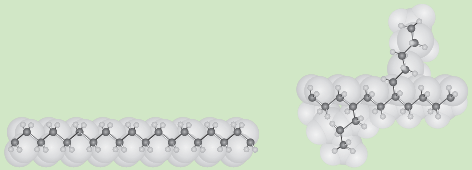
نام ویتامین	فرمول مولکولی	گروه‌های عاملی	حلال مناسب	برخی از منابع تأمین آن	آروماتیک یا غیرآروماتیک
آ (A)	$C_{20}H_{30}O$	۱ هیدروکسیل	چربی	هویج	غیرآروماتیک
ث (C)	$C_6H_8O_6$	۴ هیدروکسیل و ۱ استری	آب	مرکبات مانند پرتقال	غیرآروماتیک
دی (D)	$C_{28}H_{44}O$	۱ هیدروکسیل	چربی	شیر	غیرآروماتیک
کا (K)	$C_{31}H_{46}O_2$	۲ کربونیل (کتونی)	چربی	کلم و کاهو	آروماتیک

گزینهٔ (۴): مونومرهای سازندهٔ پتو و نخ دندان به ترتیب سیانو اتن (C_3H_3N) و تترافلوئورو اتن (C_2F_4) هستند. از طرفی متانوئیک اسید $(HCOOH)$، ساده‌ترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها می‌باشد:

$$\text{جرم مولی } C_2F_4 - \text{جرم مولی } C_3H_3N = 100-53 = 47\ \text{g} > \text{جرم مولی } HCOOH = 46\ \text{g}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۸ کدام گزینه در مورد دو نوع پلی‌اتیلن داده‌شده، درست است؟



(الف) (ب)

۱) (الف) شفاف است و نسبت به (ب) استحکام کم‌تری دارد.

۲) واکنش تولید هر دو پلیمر با کاهش آنتالپی همراه است.

۳) چگالی (ب) کم‌تر از چگالی (الف) است، از این‌رو (ب) برخلاف (الف)، بر روی آب، شناور می‌ماند.

۴) ساختار مونومر سازندهٔ دو پلیمر با یکدیگر تفاوت دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

مونومرهای اتن (C_2H_4) در شرایط گوناگون، با انجام واکنش پلیمری‌شدن، پلی‌اتن‌هایی با ساختار، جرم مولی میانگین و ویژگی‌های متفاوت پدید می‌آورند. جرم مولی میانگین پلی‌اتن‌های حاصل به مقدار کاتالیزگرهای واکنش مانند آلومینیم و تیتانیم بستگی دارد. واکنش پلیمری‌شدن اتن *اینچوریاس*:

$$\underset{\text{اتن}}{nCH_2=CH_2(g)} \xrightarrow{\text{گرما و فشار}} \underset{\text{پلی‌اتن}}{+CH_2-CH_2+_n(s)}$$

نوع پلی‌اتن	سبک	سنگین
ساختار	شاخه‌دار	بدون شاخه
فرمول مولکولی	$+C_2H_4+_n$	$+C_2H_4+_n$
نوع نیروی بین‌مولکولی	وان‌دروالسی	وان‌دروالسی
شفاف یا کدر بودن	شفاف	کدر
کاربرد	ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف	ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب‌بازی
چگالی	$0/92\ g.cm^{-3}$	$0/97\ g.cm^{-3}$
سختی و استحکام، چگالی، نقطهٔ ذوب و قدرت نیروهای بین مولکولی	پلی‌اتن سبک < پلی‌اتن سنگین	
نحوهٔ اتصال مولکول‌های اتن	از کناره‌ها	پشت سر هم

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در هر دو واکنش، مواد گازی (مونومرها) با انرژی بالاتر به مادهٔ جامد (پلیمر) با انرژی کم‌تر و پایدارتر تبدیل شده است؛ بنابراین واکنش، گرماده بوده و آنتالپی آن کاهش می‌یابد.

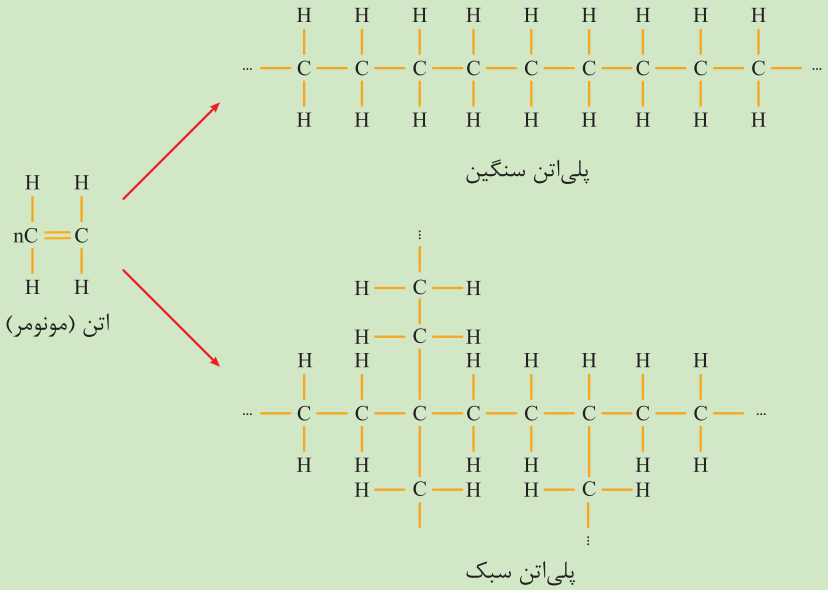
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): پلی‌اتن سنگین (الف)، کدر است و نسبت به پلی‌اتن سبک (ب)، استحکام بیشتری دارد.

گزینهٔ (۳): چگالی هر دو پلی‌اتن کم‌تر از $1\ g.cm^{-3}$ است؛ بنابراین هر دو بر روی آب (با چگالی $1\ g.cm^{-3}$) شناور می‌مانند.

گزینهٔ (۴): اتن (C_2H_4) مونومر سازندهٔ هر دو پلیمر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



کتاب درسی

داده‌های تجربی نشان می‌دهند که چگالی پلی‌اتن‌های سبک و سنگین، برابر با ۰/۹۷ و ۰/۹۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. *(شیمی (۲) ـ خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۰۹ کتاب درسی)*

الف) کدام چگالی به کدام پلی‌اتن تعلق دارد؟ چرا؟

ب) نیروی بین‌مولکولی در پلی‌اتن چیست؟

پ) چرا استحکام پلی‌اتن سنگین از سبک بیشتر است؟

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۹ **شمار اتم‌های هیدروژن، در فرمول مولکولی استری یک‌عاملی، غیرحلقوی و سیرشده برابر ۱۸ است. بر این اساس کدام مورد درست است؟ ($H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1}$)**

$C_nH_{2n}O_2$

۱) جرم مولی کربوکسیلیک اسید و الکل سازندهٔ آن می‌تواند برابر باشد.

۲) اگر کربوکسیلیک اسید سازنده، بیشترین جرم مولی ممکن را داشته باشد، شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار اسید برابر ۲۳ است.

۳) اگر مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید سازنده برابر ۱۷ باشد، الکل سازندهٔ استر به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۴) اگر نسبت جرم مولی الکل سازنده به کربوکسیلیک اسید سازنده، بیشترین مقدار باشد، اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی آن‌ها برابر ۱۵ است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته استرها از واکنش الکل‌ها و اسیدها به دست می‌آیند. تعداد کربن استر تولیدشده با مجموع تعداد کربن‌های الکل و اسید اولیه برابر است:

$$C_9 \begin{cases} 1C+8C \\ 2C+7C \\ 3C+6C \\ 4C+5C \end{cases}$$

- فرمول عمومی استرهای زنجیری سیرشده: $C_xH_{2x}O_2$
- فرمول عمومی اسیدهای زنجیری سیرشده: $C_yH_{2y}O_2$
- فرمول عمومی الکل‌های زنجیری سیرشده: $C_zH_{2z+2}O_2$

پاسخ خیلی تشریحی فرمول عمومی استرهای زنجیری سیرشده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است:

$$2n=18 \Rightarrow n=9 \Rightarrow \text{فرمول استر}: C_9H_{18}O_2$$

با توجه به قانون پایستگی جرم، مجموع جرم الکل و اسید مصرف‌شده در واکنش با مجموع جرم استر و آب تولیدشده برابر است؛ جرم مولی استر و آب، برابر ۱۷۶ گرم بر مول است:

$$\text{جرم اسید} + \text{جرم الکل} = \underbrace{\text{جرم } C_9H_{18}O_2}_{158} + \underbrace{\text{جرم } H_2O}_{18} = 176\ g$$

زمانی جرم مولی کربوکسیلیک اسید و الکل سازندهٔ این استر برابر است که هر دو برابر با ۸۸ گرم بر مول باشد. با توجه به فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای خطی و سیرشده، خواهیم داشت:

کربوکسیلیک اسید سازنده: $C_nH_{2n}O_2 = 88 \Rightarrow 12n+2n+32=88 \Rightarrow n=4$

الکل سازنده: $C_nH_{2n+2}O = 88 \Rightarrow 12n+2n+2+16=88 \Rightarrow n=5$

پس کربوکسیلیک اسید ۴کربنه $(C_4H_8O_2)$ و الکل ۵کربنه $(C_5H_{12}O)$، جرم مولی برابر با ۸۸ گرم بر مول دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲):

نکته برای محاسبهٔ شمار پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی (کووالانسی) در یک ترکیب آلی} = \frac{(3\times\text{تعداد اتم‌های N})+(2\times\text{تعداد اتم‌های O})+(1\times\text{تعداد اتم‌های H و هالوژن})+(4\times\text{تعداد اتم‌های C})}{2}$$

زمانی کربوکسیلیک اسید مورد نظر بیشترین جرم مولی را دارد که ۸کربنه باشد، در این صورت پیوندهای اشتراکی آن برابر است با:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } C_8H_{16}O_2 = \frac{(8\times4)+(16\times1)+(2\times2)}{2}=26$$

گزینهٔ (۳): با توجه به فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای سیرشدهٔ خطی، خواهیم داشت:

$$\text{تعداد اتم‌ها در } C_nH_{2n}O_2 = 17 \Rightarrow n+2n+2=17 \Rightarrow n=5$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

اگر اسید سازنده، ۵ اتم کربن داشته باشد، پس الکل سازندهٔ استر مورد نظر، ۴کربنه $(C_4H_{10}O)$ است. الکل ۴کربنه، انحلال‌پذیری مشخصی در آب دارد.

نکته

انحلال‌پذیری الکل‌های یک‌عاملی خطی سیرشده در آب:

- **الکل**
  - محلول
    - ۱ تا ۳ اتم کربن: به هر نسبتی در آب حل می‌شود (نمی‌توان محلول سیرشده از آن‌ها تهیه کرد)
    - ۴ تا ۵ اتم کربن: به خوبی در آب حل می‌شوند.
  - کم محلول ← ۶ تا ۸ کربن
  - نامحلول ← ۹تا کربن و بیشتر از آن

گزینهٔ (۴): برای این‌که نسبت جرم مولی‌ها بیشترین مقدار ممکن به دست آید، باید الکل، ۸کربنه (صورت کسر، بزرگ‌تر) و اسید ۱کربنه (مخرج کسر، کوچک‌تر) باشد.

الکل سازنده: $C_8H_{18}O$

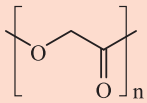
اسید سازنده: CH_2O

$\Rightarrow$ اختلاف اتم‌های $H = 18 - 2 = 16$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۰ با توجه به شکل زیر که واحد تکرارشوندهٔ یک پلیمر را نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟

$(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$



۱) اگر n برابر ۳۰,۰۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر برابر ۲۲۸×۱۰^{۴} گرم خواهد بود.

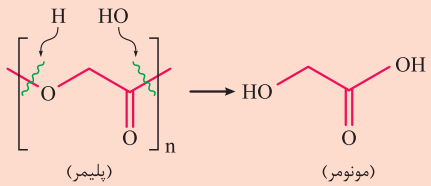
۲) اگر $n=۱۰^{۶}$ باشد، ضریب استوکیومتری آب در معادلهٔ واکنش تولید پلیمر، به تقریب $۱۰^{۶}$ است.

۳) این پلیمر جزء دستهٔ پلی‌استرها بوده و از واکنش الکل دوعاملی و اسید دوعاملی به دست آمده است.

۴) تفاوت جرم مولی مونومر سازندهٔ آن، با استیک اسید برابر ۱۲ گرم است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در ترکیب مورد نظر، گروه عاملی استری ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-$) وجود دارد، پس یک پلی‌استر است.



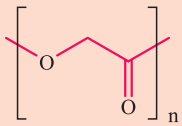
با توجه به این‌که مونومر آن هر دو گروه، هیدروکسیل ($-OH$) و کربوکسیل ($-COOH$) را در ساختار خود دارد، می‌تواند به تنهایی در واکنش پلیمری‌شدن شرکت کند. واکنش پلیمری‌شدن آن به صورت زیر است:

$$n\ \text{مونومر} \rightarrow \text{پلیمر} + (n-۱)H_۲O$$

با توجه به این‌که مقدار n بسیار بزرگ است، ضریب استوکیومتری آب را می‌توان n در نظر گرفت و از ۱ صرف نظر کرد. پس اگر $n=۱۰^{۶}$ باشد، ضریب استوکیومتری آب تولیدشده برابر با $۱۰^{۶}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

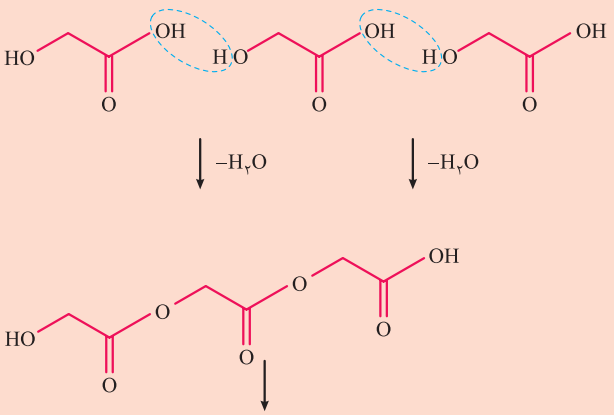
گزینهٔ (۱): ابتدا فرمول واحد تکرارشونده را به دست می‌آوریم:



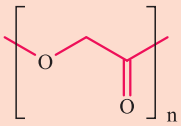
$\Rightarrow \{C_۲H_۲O_۲\}_n$

$$\text{جرم مولی پلیمر} = ۳۰\times۱۰^{۳}\times۵۸ = ۱۷۴\times۱۰^{۴} \Rightarrow \text{جرم مولی پلیمر} = n\times\text{جرم مولی واحد تکرارشونده}$$

گزینهٔ (۳): *گفتیم* که مونومر سازندهٔ این پلی‌استر به تنهایی هر دو گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) و کربوکسیل ($-COOH$) را در ساختار خود دارد. از کنار هم قرارگرفتن تعداد زیادی از این مونومر، پلی‌استر مورد نظر به وجود می‌آید. الگوی تشکیل این پلیمر به صورت زیر است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

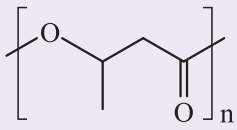


گزینهٔ (۴): فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ پلیمر داده‌شده به صورت $C_۳H_۴O_۲$ و فرمول مولکولی استیک اسید به صورت $C_۲H_۴O_۲$ است؛ تفاوت جرم مولی این دو مولکول در جرم ۱ مول اکسیژن، یعنی ۱۶ گرم است.

کنکور

با توجه به ساختار پلیمر داده‌شده، کدام مورد درست است؟ $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

(سؤال ۹۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)



۱) جرم مولی مونومر آن، دو برابر جرم مولی ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید یک‌عاملی است.

۲) مونومرهای سازندهٔ واحد تکرارشوندهٔ پلیمر، یک الکل و یک استر است.

۳) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در مونومر آن برابر ۳− است.

۴) از مونومر آن در تهیهٔ پلی‌استر می‌توان استفاده کرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir