آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پانزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۴/فروردین/۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	–	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	فصل ۱ تا ۵ صفحهٔ ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		–	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
آمار و احتمال و ریاضی پایه	۱۰	۳۱	۴۰		–	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱	فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی علی شهرابی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری ـ سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: فرشاد حسن‌زاده ـ محمد گودرزی	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی حمید گلزاری ـ صبا مهدوی ـ حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
آمار و احتمال و ریاضی پایه	طراحان: مصطفی دیداری ـ سوگند روشنی ـ عطا صادقی کارشناس علمی: سیدعباس حسینی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها،زمان پاسخگویی،نوع چینش گزینه‌ها،نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات،سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- اگر $x = \alpha$ جواب معادلهٔ $\log_{۲}(x-۲)+\log_{۲}(x^{۲}+۲x+۴)=۱$ باشد، مقدار $\log_{۸}(\alpha^{۳}+۵)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۲- اگر دامنه و برد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax-۱}{۲x+b}$ به ترتیب $\mathbb{R}-\{۲\}$ و $\mathbb{R}-\{۱\}$ باشد، دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{abx-۴}-x$ کدام است؟

۱) $[\frac{۱}{۲},+\infty)$ ۲) $[۰,+\infty)$

۳) $(-\infty,۰]$ ۴) $(-\infty,-\frac{۱}{۲}]$

۳- دو تابع $f=\{(۱,a),(۲,b),(-۳,c)\}$ و $g(x)=\sqrt{۱-x}+b$ مفروض‌اند. اگر $f+g=\{(۱,۵),(b,a)\}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) -۲۴ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

۴- اگر $f(x)=x+۲[x]$ باشد، حاصل $(f^{-۱}of^{-۱})(۱۸)$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) تعریف‌نشده

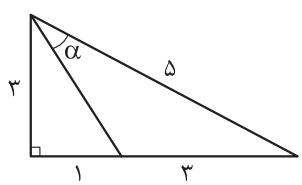
۵- در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقینی که طول قاعدهٔ کوچک و طول هر ساق آن به ترتیب ۲ و ۵ است، سینوس یکی از زاویه‌ها برابر ۰/۸ است. فاصلهٔ هر سر قاعدهٔ بزرگ از ساق روبه‌روی آن کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶/۲ ۳) ۶/۴ ۴) ۶/۸

۶- حاصل عبارت $\sin ۹۳۰^{\circ}\cos ۸۵۵^{\circ}+\sqrt{۶}\tan ۱۰۵۰^{\circ}$ چند برابر $\sqrt{۲}$ است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $-\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $-\frac{۵}{۴}$

۷- در شکل زیر، $\cos\alpha$ چند برابر $\sqrt{۱۰}$ است؟



۱) ۰/۱۲۵

۲) ۰/۲

۳) ۰/۲۵

۴) ۰/۲۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

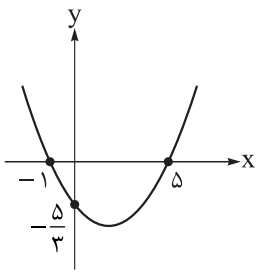
۸- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲ + ۱ = ۷x$ باشند، جواب‌های کدام معادله $\alpha\sqrt{\beta}$ و $\beta\sqrt{\alpha}$ هستند؟

۱) $x^۲ + ۲ = ۹x$
۲) $x^۲ + ۱ = ۹x$
۳) $x^۲ + ۲ = ۳x$
۴) $x^۲ + ۱ = ۳x$

۹- سه ماشین A، B و C اگر هم‌زمان شروع به کاری کنند، کار را در ۲۰ ساعت به اتمام می‌رسانند. سرعت ماشین A از سرعت ماشین B، ۲۵٪ بیشتر است و ماشین A به نسبت ماشین C، کار را ۶ ساعت زودتر انجام می‌دهد. اگر فقط ماشین‌های A و B با هم کار کنند، کار مورد نظر در چند ساعت تمام می‌شود؟

۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۳۲
۴) ۳۵

۱۰- شکل زیر، نمودار تابع درجه‌دوم $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $f(x-۲) + ۳ \le ۰$ شامل چند عدد صحیح است؟

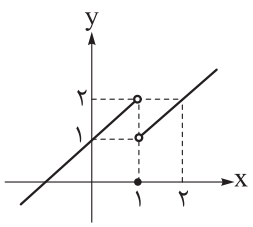


۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۱- به ازای چند مقدار صحیح x، نامساوی $\sqrt{x(x+۴)+۲|x+۲|+۵} < \frac{x}{۳} + ۳$ برقرار است؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x) = \cos \pi x$ باشد، $\lim\limits_{x \to ۰^-} (fog)(x)$ کدام است؟



۱) -۱
۲) صفر
۳) ۱
۴) ۲

۱۳- تابع f با ضابطهٔ $f(x) = a[\frac{x-۴}{۳}] + ۳[\frac{x+۵}{۲}]$ در $x = ۱$ حدی برابر L دارد. حاصل $\frac{L}{a}$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۶
۲) -۶
۳) ۴
۴) -۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴- حاصل $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{1-\cos^3 x}}{x}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱۵- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=[\frac{x^2-2x}{3}]$ روی بازهٔ $(k,\frac{5}{4}]$ پیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟ ($[\,]$ نماد جزء صحیح است.)

۱) ۳ ۲) $1+\sqrt{7}$

۳) ۲ ۴) $1+\sqrt{10}$

۱۶- ریشهٔ سوم عدد $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}+\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ۴) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

۱۷- دنبالهٔ ... , y , $-\frac{1}{4}$, x ، هندسی و دنبالهٔ ... , y , $-\frac{1}{4}$, $x-1$ ، حسابی است. قدرنسبت دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) -1 ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

۱۸- اگر A' قرینهٔ نقطهٔ $A(3,6)$ نسبت به خط $y=2x-10$ باشد، طول پاره‌خط AA' کدام است؟

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $2\sqrt{5}$

۳) $4\sqrt{3}$ ۴) $4\sqrt{5}$

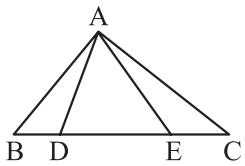
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹- می‌خواهیم به کمک برهان غیرمستقیم، ثابت کنیم «در مثلث ABC، اگر $\hat{A} > \hat{B}$، آن‌گاه $BC > AC$». فرض اولیه در این فرایند کدام است؟

۱) $BC < AC$ ۲) $\hat{A} < \hat{B}$ ۳) $BC \leq AC$ ۴) $\hat{A} \leq \hat{B}$

۲۰- اگر در شکل زیر داشته باشیم $DE = 2BD$ و $2DE = 3EC$، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث AEC کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

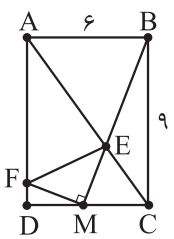
۲۱- نقطهٔ O محل تقاطع قطرهای مربعی به طول ضلع ۵ است. به ازای کدام مقدار x، دقیقاً ۸ نقطه روی محیط مربع و به فاصلهٔ x از نقطهٔ O وجود دارد؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\sqrt{۱۳}$

۲۲- از نقطهٔ O، محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC که درون این مثلث قرار دارد، عمودهایی بر اضلاع آن رسم می‌کنیم تا اضلاع AB، AC و BC را به ترتیب در نقاط D، E و F قطع کنند. نقطهٔ O چه نقطه‌ای برای مثلث DEF است؟

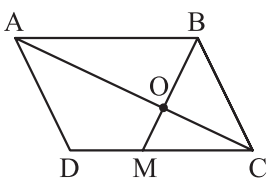
۱) محل تلاقی ارتفاع‌ها
۲) محل تلاقی عمودمنصف‌ها
۳) محل تلاقی نیمسازهای داخلی
۴) محل تلاقی میانه‌ها

۲۳- مطابق شکل، طول و عرض مستطیل ABCD به ترتیب ۹ و ۶ است. اگر M وسط CD و MF بر BM عمود باشد، آن‌گاه اندازهٔ EF کدام است؟



۱) $\sqrt{۱۰}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۵}$
۴) $۳\sqrt{۲}$

۲۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اگر مساحت مثلث‌های OCM و OAB به ترتیب ۱ و ۹ باشد، آن‌گاه مساحت چهارضلعی OADM کدام است؟

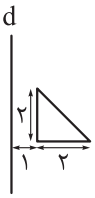


۱) ۱۴
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- مطابق شکل، حجم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه، حول خط d کدام است؟



۱) ۶π

۲) $\frac{۲۰\pi}{۳}$

۳) $\frac{۱۶\pi}{۳}$

۴) $\frac{۱۷\pi}{۳}$

۲۶- در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ ABCD، طول قاعده‌ها $AB = ۳$ و $CD = ۵$ است. اگر طول ساق مایل $BC = ۸$ باشد، وضعیت دایره‌ای به قطر BC با ساق قائم چگونه است؟

۱) مماس

۲) بدون نقطهٔ مشترک

۳) متقاطع

۴) بستگی به طول ساق قائم دارد.

۲۷- دو دایرهٔ $C_۱$ و $C_۲$ با شعاع‌های ۱ و ۳، مماس‌خارج‌اند و خط d، مماس‌مشترک خارجی آن‌هاست. بازتاب دایرهٔ $C_۲$ را نسبت به خط d به دست آورده و $C'_۲$ می‌نامیم. طول خط‌المرکزین دو دایرهٔ $C_۱$ و $C'_۲$ کدام است؟

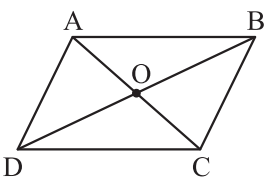
۱) $۲\sqrt{۷}$

۲) $۲\sqrt{۵}$

۳) $۲\sqrt{۶}$

۴) ۴

۲۸- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. با کدام تبدیل نمی‌توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کرد؟



۱) انتقال

۲) دوران

۳) تجانس مستقیم

۴) تجانس معکوس

۲۹- در مثلث ABC، طول ضلع AB برابر با ۱۲ و نقطهٔ M وسط آن است. نیمساز زاویهٔ AMC، را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطهٔ D قطع کند. سپس از M عمودی بر MD رسم می‌کنیم تا BC را در E قطع کند. اگر $BC = ۸$ و $CE = ۶$، آن‌گاه طول پاره‌خط DE کدام است؟

۱) ۶

۲) ۹

۳) ۴/۵

۴) ۵/۵

۳۰- در مثلث ABC، دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع $BC = ۷$ در دو نقطهٔ T و T' به ترتیب بر امتداد اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۵$ مماس است. مساحت مثلث ATT' چند برابر $\sqrt{۶}$ است؟

۱) ۱۲/۸

۲) ۱۲/۶

۳) ۱۲/۴

۴) ۱۲/۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- گزارهٔ $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$ هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $\sim p \vee \sim q$
۲) $p \vee \sim q$
۳) $\sim p \vee q$
۴) $p \vee q$

۳۲- مجموعه‌های ناتهی $X = (A - B)' \cap (B \cap A)$ و $Y = (A' - B)'$ به صورتی هستند که $X \times Y = Y \times X$. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $A = B$
۲) $A \cap B = \varnothing$
۳) $A = \varnothing$ یا $B = \varnothing$
۴) $A = U$ یا $B = U$

۳۳- ۶ نفر شامل A و B به چند طریق ممکن است در یک صف بایستند به طوری که A نفر i اُم و B نفر j اُم صف بوده، i فرد و j زوج باشد؟

۱) ۱۲۰
۲) ۱۸۰
۳) ۲۴۰
۴) ۲۱۶

۳۴- مجموعهٔ مرجع برابر با مجموعهٔ اعداد طبیعی یک‌رقمی بوده و B مجموعه‌ای ۵ عضوی است. چند مجموعه مثل C وجود دارد به طوری که $B \cap C$ دارای تعدادی فردی عضو باشد؟

۱) ۶۴
۲) ۲۴۰
۳) ۲۵۶
۴) ۳۲۰

۳۵- فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی به صورت $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ است. احتمال رخ‌دادن a یا b برابر $\frac{۱}{۴}$ است، ولی احتمال آن‌که e و f هیچ‌کدام رخ ندهند برابر $\frac{۴}{۵}$ است. احتمال رخ‌دادن پیشامد $\{a, b, e, f\}$ چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۹}{۲۰}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱۱}{۲۰}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۳۶- احتمال به موقع رسیدن یک ماشین به مقصد برابر ۰/۷ است، اما اگر این ماشین در بین راه خراب شده باشد با احتمال ۰/۴ به موقع می‌رسد. اگر احتمال خرابی ماشین در راه ۰/۵ باشد، احتمال آن‌که ماشین دیر برسد به شرط آن‌که بدانیم در راه خراب نشده، چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۲۷}{۹۵}$
۲) $\frac{۷۷}{۹۵}$
۳) $\frac{۵}{۱۹}$
۴) $\frac{۴}{۹۵}$

۳۷- در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبهٔ اول چهار لامپ و در جعبهٔ دوم ۳ لامپ معیوب است. از هر کدام از جعبه‌ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبهٔ جدید قرار می‌دهیم. اگر لامپ انتخابی از جعبهٔ جدید معیوب باشد، با کدام احتمال این لامپ از جعبهٔ اول درون جعبهٔ جدید قرار گرفته است؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$
۲) $\frac{۸}{۱۳}$
۳) $\frac{۱۳}{۴۰}$
۴) $\frac{۵}{۱۳}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸- در جدول فراوانی داده‌های زیر، میانگین داده‌ها برابر ۹ است، درصد فراوانی نسبی متناظر با داده ۸ کدام است؟

داده	x	۸	x+۷
فراوانی	۴	x	۷

۱) ۳۱/۲۵
۲) ۶۲/۵
۳) ۳۲
۴) ۵۰

۳۹- اگر میانگین داده‌های آماری $2x-4, y-1, 2z-12, t-5, m-7$ برابر با ۶ و انحراف معیار آن‌ها برابر با صفر باشد. ضریب تغییرات داده‌های x,y,z,t,m کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{9}$
۲) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$
۳) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$
۴) $\frac{\sqrt{2}}{9}$

۴۰- اندازهٔ یک نمونهٔ انتخابی از یک جامعه را ۱۰۰ برابر کردیم. طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد و انحراف معیار برآورد میانگین چه تغییری می‌کند؟

۱) ۲/۵ برابر ـ $\frac{1}{10}$ برابر
۲) ۲/۵ برابر ـ ۱۰ برابر
۳) $\frac{1}{10}$ برابر ـ تغییری نمی‌کند.
۴) $\frac{1}{10}$ برابر ـ $\frac{1}{10}$ برابر

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پانزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۴/فروردین/۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	–	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	–	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
فیزیک	طراحان: هادی حمزه‌پور ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری ـ سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ آرمین عظیمی امیر قاسمی‌پور ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ محسن مجنونی کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده ـ یاشار ذریه	یاسر عبداللهی ـ سروش عبادی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها،زمان پاسخگویی،نوع چینش گزینه‌ها،نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات،سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

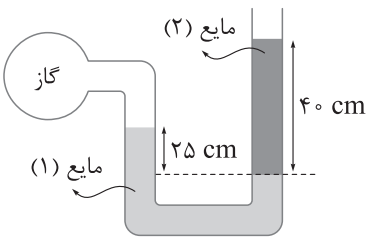
۴۱- جرم کرهٔ زمین، ۱۰ برابر جرم کرهٔ مریخ و شعاع آن، ۲ برابر شعاع کرهٔ مریخ است. چگالی متوسط کرهٔ مریخ چند درصد از چگالی متوسط کرهٔ زمین کم‌تر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۵

۴۲- در یک ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع $150\ cm^2$، $2/4\ kg$ روغن ریخته شده است. فشار در کف این ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10\ N/kg$، $P_0 = 75\ cmHg$ و چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ است.)

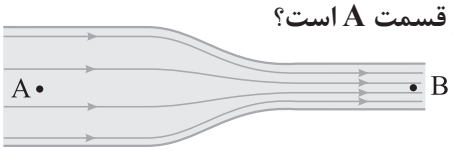
۱) ۱۰۲/۶ ۲) ۱۰۳/۶ ۳) ۱۱۷ ۴) ۱۱۸

۴۳- در شکل زیر، اگر چگالی مایع (۱) برابر $4\ g/cm^3$ و فشار پیمانه‌ای گاز برابر $-5\ kPa$ باشد، چگالی مایع (۲) چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10\ N/kg$)



۱) ۱/۲۵
۲) ۳/۷۵
۳) ۱۲۵۰
۴) ۳۷۵۰

۴۴- در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است. اگر قطر مقطع لوله در بخش B، ۴۰ درصد کم‌تر از قطر مقطع لوله در بخش A باشد، تندی آب در قسمت B چند برابر تندی آب در قسمت A است؟

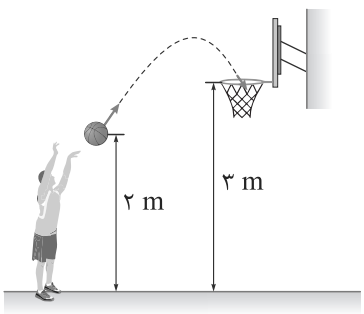


۱) $\frac{5}{2}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{25}{4}$ ۴) $\frac{25}{9}$

۴۵- تندی خودرویی به جرم $1200\ kg$، $18\ km/h$ افزایش می‌یابد. اگر در این مدت کار کل انجام‌شده روی خودرو $105\ kJ$ باشد، تندی اولیهٔ خودرو چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۵۴ ۴) ۷۲

۴۶- در شکل زیر، توپی به جرم $600\ g$ با تندی $8\ m/s$ پرتاب شده و با تندی $5\ m/s$ وارد سبد می‌شود. در این حرکت، اندازهٔ کار انجام‌شده توسط نیروی مقاومت هوا روی توپ، چند ژول است؟ ($g = 10\ N/kg$)



۱) ۵/۷
۲) ۶/۷
۳) ۱۱/۷
۴) ۱۶/۷

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷- توان ورودی یک تلمبهٔ برقی $5\ kW$ است. این تلمبه در هر دقیقه $1200\ L$ نفت با چگالی $0/8\ g/cm^3$ را با تندی ثابت به اندازهٔ $15\ m$ بالا می‌برد. بازده این تلمبه چند درصد است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۴۸ ۲) ۵۲ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

۴۸- ضریب انبساط طولی مس برابر $1/8\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$ است. اگر دمای یک قطعهٔ مسی توپر $150\ ^\circ F$ افزایش یابد، حجم آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۴۵ ۲) ۴/۵

۳) ۰/۸۱ ۴) ۸/۱

۴۹- کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

الف) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.

ب) گرما از مرکز خورشید به سطح آن، به روش رسانش منتقل می‌شود.

پ) تفسنج تابش جزء دماسنج‌های معیار محسوب می‌شود.

ت) در ترموکوپل، کمیت دماسنجی ولتاژ است.

۱) الف و پ ۲) الف و ت

۳) ب و پ ۴) ب و ت

۵۰- چند گرم یخ با دمای $0\ ^\circ C$ را درون $3\ kg$ آب با دمای $40\ ^\circ C$ بریزیم تا در نهایت آب با دمای $10\ ^\circ C$ حاصل شود؟ (اتلاف گرما ناچیز بوده و گرمای ویژهٔ آب $4200\ \frac{J}{kg.K}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336\ kJ/kg$ است.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۱۰۰۰

۵۱- فشار مقدار معینی گاز کامل، ۳ برابر فشار هوا است. اگر فشار پیمانه‌ای این گاز، ۲ برابر و حجم آن نصف شود، انرژی درونی آن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{3}{10}$ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) $\frac{6}{5}$ ۴) $\frac{5}{6}$

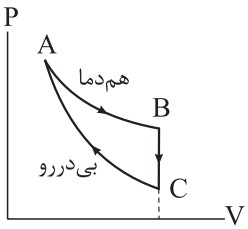
۵۲- در طی فرایندی ایستاوار، دمای $50\ g$ گاز هیدروژن، در فشار ثابت، $80\ ^\circ C$ افزایش می‌یابد. در این فرایند، کار انجام‌شده روی گاز برابر چند کیلوژول است؟ $(M_{H_2} = 2\ g/mol$ و $R = 8\ \frac{J}{mol.K})$

۱) ۱۶ ۲) -16 ۳) ۳۲ ۴) -32

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳- نمودار $P-V$ مقدار معینی گاز کامل در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. این چرخه از سه فرایند بی‌دررو، هم‌دما و هم‌حجم تشکیل شده است. چه تعداد از موارد زیر درست است؟



الف) در فرایند CA ، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

ب) در فرایند AB ، گاز گرما دریافت می‌کند.

پ) در فرایند BC ، گاز گرما از دست می‌دهد.

ت) در این چرخه، گاز روی محیط کار انجام می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۴- یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵ درصد، در هر چرخه، $6\ kJ$ گرما به منبع دماپایین می‌دهد. اگر این ماشین در هر دقیقه، ۳۰ چرخه را طی کند، توان خروجی آن چند کیلووات است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۵- یک جسم رسانای خنثی، چند الکترون و چگونه مبادله کند تا بار الکتریکی آن برابر $12\ \mu C$ شود؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C)$

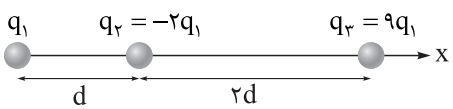
۱) $7/5\times10^{13}$، دریافت کند. ۲) $7/5\times10^{13}$، از دست دهد.

۳) $7/5\times10^{19}$، دریافت کند. ۴) $7/5\times10^{19}$، از دست دهد.

۵۶- ذره‌ای به جرم $0/5\ g$ و بار الکتریکی $-20\ \mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (4\times10^{3}\ N/C)\vec{i}$ رها می‌شود. شتاب این ذره برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (از نیروی وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

۱) $16\vec{i}$ ۲) $160\vec{i}$ ۳) $-16\vec{i}$ ۴) $-160\vec{i}$

۵۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}_2 = (25N)\vec{i}$ باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برحسب نیوتون کدام است؟



۱) $35\vec{i}$

۲) $-35\vec{i}$

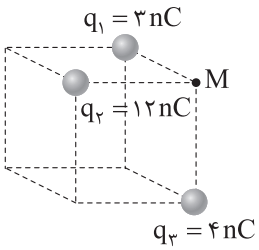
۳) $55\vec{i}$

۴) $-55\vec{i}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مکعب به ضلع $۳۰\ cm$ قرار دارند. اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در رأس M چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



۱) ۳۹۰

۲) ۱۳۰

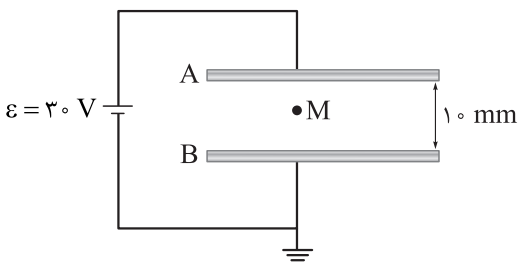
۳) ۳۹۰۰

۴) ۱۳۰۰

۵۹- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۵۰\ \mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $۱۰۰\ V$ منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره، $۱۰\ mJ$ کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟ (تنها نیروی مؤثر بر ذره، نیروی الکتریکی است.)

۱) -۲۰۰ ۲) -۱۰۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

۶۰- در شکل زیر، فاصلهٔ نقطهٔ M از دو صفحهٔ فلزی و موازی A و B، یکسان است. اگر با ثابت‌ماندن صفحهٔ A، صفحهٔ B، $۵\ mm$ به سمت پایین جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ M برابر $V_۱$ می‌شود و اگر با ثابت‌ماندن صفحهٔ B، صفحهٔ A، $۵\ mm$ به سمت بالا جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ M برابر $V_۲$ می‌شود. $V_۲ - V_۱$ برابر چند ولت است؟



۱) ۱۰

۲) -۱۰

۳) ۲۰

۴) -۲۰

۶۱- حجم فضای بین صفحه‌های یک خازن تخت $۲/۵\ cm^{۳}$ است و در این فضا هوا وجود دارد. اگر اندازهٔ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن $۴\times۱۰^{۵}\ N/C$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ F/m)$

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۹ ۳) ۱/۸ ۴) ۳/۶

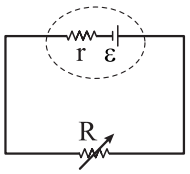
۶۲- طول سیم مسی A، ۲۰ درصد بیشتر از طول سیم مسی B است. اگر مقاومت الکتریکی دو سیم برابر باشد، جرم سیم A چند برابر جرم سیم B است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۳۶}{۲۵}$

محل انجام محاسبات

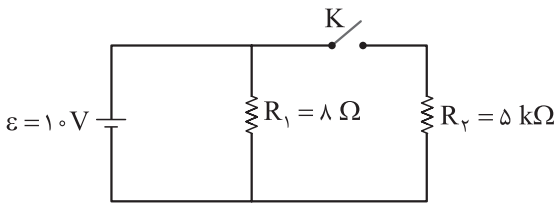
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- در مدار شکل زیر، اگر مقدار مقاومت متغیر از ۴ Ω به ۹ Ω برسد، جریان الکتریکی عبوری از آن از ۴ A به ۲ A می‌رسد. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟



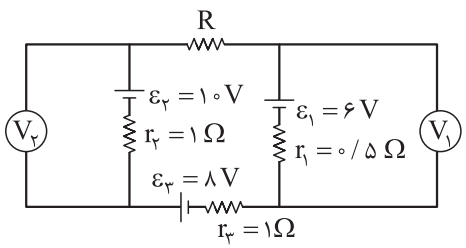
۱) ۱۶
۲) ۱۸
۳) ۲۰
۴) ۲۴

۶۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K ، جریان عبوری از باتری آرمانی چند میلی‌آمپر تغییر می‌کند؟



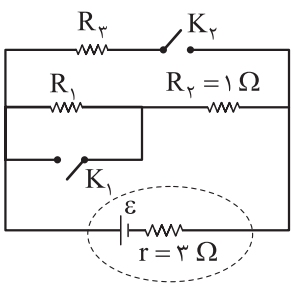
۱) ۲
۲) ۲۰
۳) ۱/۲۵
۴) ۱۲/۵

۶۵- در مدار شکل زیر، مقداری که ولت‌سنج آرمانی V_2 نشان می‌دهد، $\frac{14}{15}$ برابر مقداری است که ولت‌سنج آرمانی V_1 نشان می‌دهد. R چند اهم است؟



۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۴

۶۶- در مدار شکل زیر، هر دو کلید K_1 و K_2، باز هستند. اگر فقط کلید K_1 بسته شود، توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند و اگر فقط کلید K_2 بسته شود، توان خروجی باتری، بیشینه می‌شود. R_3 برابر چند اهم است؟

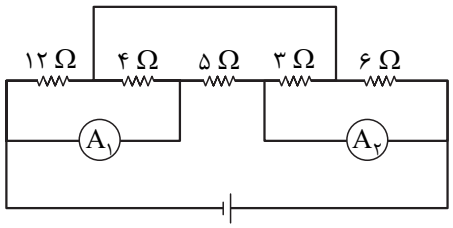


۱) ۴
۲) ۴/۵
۳) ۸
۴) ۹

محل انجام محاسبات

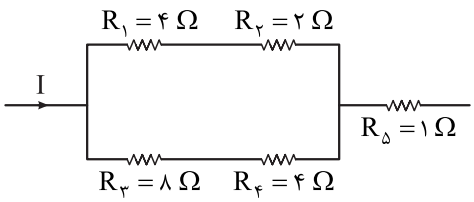
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷- در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی A_2 نشان می‌دهد، چند برابر مقداری است که آمپرسنج آرمانی A_1 نشان می‌دهد؟



۱) $\frac{۱۰}{۱۱}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۸}{۹}$
۴) $\frac{۲۰}{۲۱}$

۶۸- در شکل زیر، بیشینهٔ توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها، ۶۴ W است. بیشینهٔ جریان I چند آمپر باشد، تا هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟

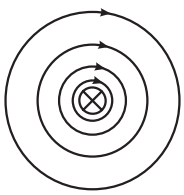
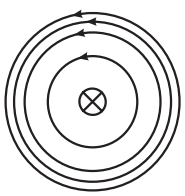
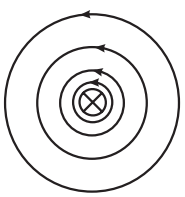
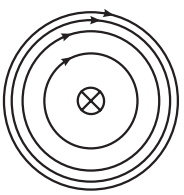


۱) $۶\sqrt{۲}$
۲) ۶
۳) $۸\sqrt{۲}$
۴) ۸

۶۹- کدام موارد دارای دوقطبی مغناطیسی، اما فاقد حوزهٔ مغناطیسی هستند؟

۱) پارامغناطیسی
۲) دیامغناطیسی
۳) فرومغناطیسی نرم
۴) فرومغناطیسی سخت

۷۰- از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحهٔ کاغذ و جریان آن به طرف داخل صفحه است. خطوط میدان مغناطیسی اطراف این سیم در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

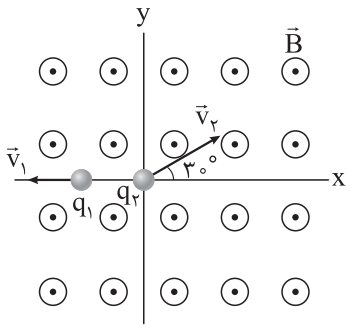
۷۱- جریان الکتریکی عبوری از یک سیملولهٔ آرمانی به طول ۱۰ cm که دارای ۵۰۰ حلقه است، چند آمپر باشد تا اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت ایجادشده در درون آن برابر ۱۵۷ G شود؟ ($\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A}$)

۱) ۰/۲۵
۲) ۲/۵
۳) ۰/۲
۴) ۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲- در شکل زیر، دو ذرهٔ باردار با بارهای q_1 و q_2 که $q_2 = -q_1$ است، با تندی‌های یکسان در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در جهت‌های نشان داده شده، پرتاب می‌شوند. اگر نیروی مغناطیسی وارد بر دو ذره به ترتیب $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ باشد، به ترتیب $\left|\frac{F_2}{F_1}\right|$ برابر کدام و زاویهٔ بین آن‌ها برابر چند درجه است؟



۱) ۱، ۳۰

۲) ۱، ۱۵۰

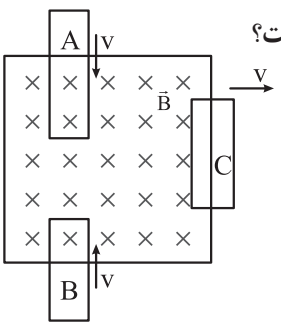
۳) ۲، ۳۰

۴) ۲، ۱۵۰

۷۳- میدان مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای به مساحت $500\ cm^2$ که سطح آن عمود بر محور y است، در SI برابر $\vec{B} = 0/6\vec{i} + 0/8\vec{j}$ است. شار مغناطیسی گذرنده از این حلقه چند میلی‌وبر است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۴- در شکل زیر، میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو در محدودهٔ مشخص‌شده برقرار است و حلقه‌های رسانای مشابه در جهت‌های نشان داده شده با تندی ثابت و یکسان حرکت می‌کنند. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



۱) جریان القاشده در حلقه‌های A و C ساعتگرد است.

۲) جریان القاشده در حلقه‌های B و C ساعتگرد است.

۳) جریان القاشده در حلقه‌های A و B پادساعتگرد است.

۴) اندازهٔ جریان القاشده در سه حلقه، یکسان است.

۷۵- معادلهٔ جریان عبوری از یک سیملولهٔ آرمانی به ضریب القاوری ۵ mH برحسب زمان، در SI به صورت $I = 4\sin(50\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، انرژی ذخیره‌شده در سیملوله برای دومین مرتبه برابر ۱۰ mJ می‌شود؟

۱) $\frac{1}{30}$ ۲) $\frac{1}{60}$ ۳) $\frac{1}{150}$ ۴) $\frac{1}{300}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- اگر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در یون $^{۱۲۰}X^{۴+}$ برابر ۱۶۶ باشد، کدام مورد نادرست است؟

۱) تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون $X^{۲+}$ برابر ۲۲ است.

۲) X، نخستین فلز گروه خود محسوب می‌شود.

۳) در آرایش الکترونی اتم X، ۶ زیرلایهٔ دارای دو الکترون وجود دارد.

۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X با شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر $A_{۲۴}$ برابر است.

۷۷- در اتم هیدروژن برانگیخته، در اثر انتقال الکترون از لایه‌ای که .....، به لایهٔ دوم، پرتویی با طول موج ..... نانومتر نشر می‌شود.

۱) کم‌ترین اختلاف انرژی را با لایهٔ چهارم دارد ـ ۶۵۶

۲) دارای گنجایش ۳۲ الکترون است ـ ۴۱۰

۳) مجموع عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های آن برابر با ۳ است ـ ۴۸۶

۴) ۲۰٪ گنجایش آن مربوط به زیرلایه با $l = ۲$ است ـ ۴۳۴

۷۸- در نمونه‌ای از مس شامل دو ایزوتوپ ^{۶۳}Cu و ^{۶۵}Cu، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر ۸۰٪ است. بر این اساس، جرم ۰/۲ مول مس (I) سولفات، چند گرم است؟ (جرم اتمی ایزوتوپ‌ها برابر عدد جرمی آن‌ها در نظر گرفته شود و $O = ۱۶ , S = ۳۲ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۳۱/۸۸ ۲) ۴۴/۵۶ ۳) ۱۵۹/۴ ۴) ۲۲۲/۸

۷۹- چند مورد، جملهٔ زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«در اتم عنصرهای دورهٔ ..... جدول تناوبی، ..... در حال پرشدن هستند.»

الف) دوم، زیرلایه‌های ۲s و ۲p

ب) سوم، زیرلایه‌هایی با $n + l = ۳$

پ) چهارم، سه زیرلایهٔ الکترونی

ت) پنجم، زیرلایه‌هایی با $n = ۵$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۸۰- کدام مورد دربارهٔ عنصری از دورهٔ چهارم که اتم آن، ۲۶ الکترون با $l \geq ۱$ دارد، درست است؟

۱) مجموع $(n + l)$ الکترون‌های ظرفیتی آن با این مجموع در اتم چهارمین فلز واسطهٔ جدول برابر است.

۲) عنصر هم‌دورهٔ بعد از آن در جدول دوره‌ای، در دمای اتاق مایع است.

۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی دومین عنصر گروه ۱۵ جدول برابر ۱۸ است.

۴) در واکنش با دیگر اتم‌ها، تنها می‌تواند الکترون به اشتراک گذارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱- کدام مورد درست است؟

۱) در خانهٔ مربوط به عنصر چهل‌وسوم جدول تناوبی، عددی برای جرم اتمی میانگین گزارش نشده است.

۲) در ایزوتوپ طبیعی منیزیم با کم‌ترین فراوانی، برخلاف فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر یک است.

۳) در یک نمونهٔ طبیعی از گاز کلر که حاوی ۱۰۰ اتم است، بیش از ۲۰۰۰ نوترون وجود دارد.

۴) عنصرهای فسفر و تکنسیم در دو دورهٔ متوالی از جدول تناوبی قرار داشته و رادیوایزوتوپ آن‌ها در ایران تولید شده است.

۸۲- در کدام گزینه، مجموع شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم از عنصر مشخص‌شده در ساختار لوویس دو گونه با هم برابر است؟

۱) O در کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید
۲) N در آمونیاک و یون آمونیوم
۳) Cl در اکسیژن دی‌کلرید و یون پِرکلرات
۴) S در گوگرد تری‌اکسید و یون سولفات

۸۳- درصد حجمی چهار گاز نجیب نخست جدول تناوبی در لایهٔ تروپوسفر به صورت زیر است. کدام مورد، نادرست است؟

گاز	A	X	D	E
درصد حجمی	۰/۹۲۸	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱

۱) از لامپ حاوی گاز X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

۲) گاز D از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و پس از نفوذ به لایه‌های زمین وارد میدان‌های گازی می‌شود.

۳) گاز نجیب E، متعلق به دورهٔ چهارم جدول تناوبی بوده و عدد اتمی آن دو برابر عدد اتمی گاز نجیب A است.

۴) در هر صد مترمکعب از هوا، ۰/۵ لیتر از گازی که برای خنک‌کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، وجود دارد.

۸۴- با توجه به واکنش‌های زیر که مربوط به فرایند تولید اوزون تروپوسفری است، کدام مطلب نادرست است؟

$(N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

I) $N_۲ + A \xrightarrow{\text{رعدوبرق}} ۲NO$

II) $۲NO + A \rightarrow ۲B$

III) $B + A \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO + C$

۱) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار لوویس هر مولکول C، برابر با شمار الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای هر اتم از A است.

۲) در شرایط یکسان، نسبت چگالی گاز C به A برابر با ۱/۵ است.

۳) گاز B قهوه‌ای‌رنگ است و در هر مولکول از آن، ۳ اتم از دو نوع عنصر متوالی در جدول تناوبی وجود دارد.

۴) اگر دمای ظرفی حاوی مخلوط مایع از A و C را به تدریج افزایش دهیم، C زودتر از مخلوط جدا می‌شود.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵- مقدار یکسانی از اتانول در دو آزمایش جداگانه، مطابق معادله‌های موازنه‌نشدهٔ زیر مصرف می‌شود. اگر مجموع جرم فراورده‌های کربن‌دار تولیدشده در دو واکنش، ۱۵۴ گرم باشد، جرم اتانول مورد استفاده در هر آزمایش چند گرم است؟ (بازده درصدی واکنش‌های (I) و (II) را به ترتیب برابر با ۷۵٪ و ۵۰٪ در نظر بگیرید.)

$(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$

I) $C_2H_5OH + O_2 \rightarrow CH_3CHO + H_2O$

II) $C_2H_5OH + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

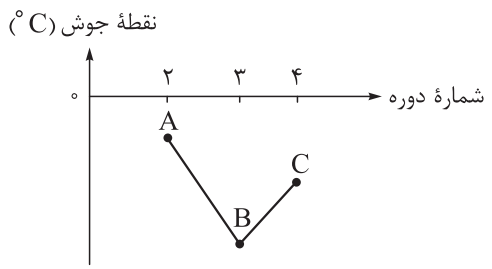
۱) ۹۲ ۲) ۱۸۴ ۳) ۶۹ ۴) ۱۳۸

۸۶- سولفات دومین، سومین و پنجمین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، از نظر انحلال‌پذیری در آب، به ترتیب جزء کدام دسته از مواد هستند؟

۱) محلول ـ کم‌محلول ـ نامحلول ۲) محلول ـ کم‌محلول ـ کم‌محلول

۳) کم‌محلول ـ محلول ـ کم‌محلول ۴) کم‌محلول ـ نامحلول ـ محلول

۸۷- با توجه به نمودار داده‌شده که مربوط به ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر نخست یکی از گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول تناوبی است، کدام مطلب درست است؟



۱) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس ترکیب B، با شمار الکترون‌های با $l = 2$ در اتم عنصر $_{21}Sc$ برابر است.

۲) محلول آبی ترکیب A، کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد.

۳) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم مرکزی در ترکیب C را می‌توان به صورت $\ddot{X}\cdot$ در نظر گرفت.

۴) مولکول‌های A را می‌توان از واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و فشار اتاق و در حضور کاتالیزگر به دست آورد.

۸۸- درصد جرمی سدیم نیترات $(S = 0/8\theta + 72)$ در محلول سیرشدهٔ آن، در دمای $35\ ^\circ C$ کدام است و به ۲۰۰ گرم از این محلول در دمای ثابت، چند گرم آب باید اضافه شود تا درصد جرمی نمک در محلول به ۲۰٪ برسد؟

۱) ۳۰۰ ـ ۵۰ ۲) ۲۰۰ ـ ۴۰

۳) ۴۰۰ ـ ۵۰ ۴) ۲۸۰ ـ ۴۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹- اگر در ۱۰۰ گرم آب در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $2\ atm$، حداکثر 4×10^{-4} مول گاز NO حل شود، کدام گزینه می‌تواند مربوط به انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $8\ atm$ در ۱۰۰ گرم آب باشد؟ $(N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۰۵۰ ۲) ۰/۰۴۸ ۳) ۰/۰۶۴ ۴) ۰/۰۳۳

۹۰- درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

۱) در تصفیهٔ آب، روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، راه مناسبی برای حذف ترکیب‌های آلی فرار به شمار می‌آید.

۲) کیفیت آب می‌تواند بر مدت‌زمان استفادهٔ مؤثر از غشای نیمه‌تراوا برای شیرین‌سازی آب دریا در فرایند اسمز معکوس، تأثیر بگذارد.

۳) در فرایند اسمز معکوس، با گذشت زمان و جابه‌جایی مولکول‌های آب، تفاوت غلظت مولی محلول‌های دو سمت غشا کاهش پیدا می‌کند.

۴) در فرایند شیرین‌کردن آب دریا، پمپ ایجاد فشار در سمت محلولی است که چگالی بیشتری دارد.

۹۱- مجموع عدد اتمی سه عنصر متوالی دورهٔ سوم به ترتیب (A، X و D) برابر ۴۵ و مجموع شعاع اتمی آن‌ها برابر ۳۳۱ پیکومتر است. اگر تفاوت شعاع اتمی A و X، یک واحد بیشتر از تفاوت شعاع اتمی X و D باشد، کدام مورد درست است؟

۱) تفاوت عدد اتمی و تفاوت شعاع اتمی A و D به ترتیب برابر ۲ و ۶ پیکومتر است.

۲) میان موقعیت عنصر D و تنها نافلز مایع در جدول دوره‌ای، ۱۹ عنصر دیگر وجود دارد.

۳) X، اولین نافلز دورهٔ سوم بوده و شعاع اتمی آن برابر ۱۱۰ پیکومتر است.

۴) A، رسانایی الکتریکی اندکی داشته، در اثر ضربه خرد می‌شود و عنصر قبل و بعد هم‌گروه آن، به ترتیب نافلز و فلز هستند.

۹۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب درست است؟

I) $TiCl_4 + Mg \xrightarrow{\Delta}$

II) $C_2H_4 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4}$

III) $2Fe_2O_3 + 3C \xrightarrow{\Delta}$

۱) واکنش (I) در حضور گاز نیتروژن که واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد، انجام‌پذیر است؛ اما حضور اکسیژن مانع از انجام واکنش می‌شود.

۲) فراوردهٔ واکنش (II) در آب محلول است و اگر به جای H_2O، از گاز هیدروژن استفاده شود، در شرایط مناسب فراورده‌ای تولید می‌شود که نقطهٔ جوش آن کم‌تر از دمای اتاق است.

۳) یکی از فراورده‌های واکنش (III)، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که میل ترکیبی هموگلوبین خون با آن، بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است.

۴) به جای کربن در واکنش (III)، می‌توان از یکی از اکسیدهای کربن نیز استفاده کرد و در این صورت، ضرایب گونه‌های گازی در دو طرف معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش حاصل، متفاوت خواهد بود.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳- کدام مورد به یقین درست است؟

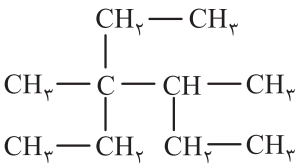
۱) در ساختار پیوند ـ خط ترکیب‌های آلی، اتم‌های هیدروژن نشان داده نمی‌شوند.

۲) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی هیدروکربن‌ها، عددی زوج است.

۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، درصد جرمی کربن در آن‌ها افزایش می‌یابد.

۴) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار یک ترکیب آلی، با شمار اتم‌های هیدروژن آن ترکیب برابر است.

۹۴- اگر در ترکیب مقابل، به جای گروه متیل متصل به اتم کربنی که هیچ اتم هیدروژنی به آن متصل نیست، گروه اتیل قرار گیرد، کدام مطلب نادرست است؟



۱) نام ترکیب اولیه همانند نام ترکیب به‌دست‌آمده، به هگزان ختم می‌شود.

۲) در نام ترکیب اول، پیشوند دی‌متیل و در نام ترکیب حاصل، پیشوند دی‌اتیل وجود دارد.

۳) در نام ترکیب اول، برخلاف نام ترکیب به‌دست‌آمده، دو عدد ۳ وجود دارد.

۴) شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب اول، دو برابر شمار اتم‌های کربن در ترکیب به‌دست‌آمده است.

۹۵- اگر از سوختن کامل یک هیدروکربن، ۷/۰۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید و ۲/۸۸ گرم بخار آب حاصل شود، هیدروکربن مورد نظر کدام می‌تواند باشد؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) نفتالن ۲) بنزن ۳) ۲- متیل پنتان ۴) سیکلوهگزان

۹۶- جرم دو جسم A و B به ترتیب برابر با ۵ و ۱۰ گرم است. اگر به هر دوی آن‌ها به یک اندازه گرما دهیم و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یابد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱) ظرفیت گرمایی ویژهٔ A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی B، دو برابر A است.

۲) ظرفیت گرمایی ویژهٔ A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی A، دو برابر B است.

۳) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژهٔ A، دو برابر B است.

۴) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژهٔ B، دو برابر A است.

۹۷- در کدام واکنش زیر، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید هیچ‌یک از فراورده‌ها برابر نیست؟

۱) واکنش ترمیت

۲) واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی با استفاده از آهک

۳) واکنش تهیهٔ عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی

۴) واکنش مالتوز با آب و تبدیل آن به گلوکز

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸- اگر آنتالپی پیوند $O-H$ به اندازهٔ $50\ kJ.mol^{-1}$ از آنتالپی پیوند $C-H$ بیشتر و آنتالپی $O=O$ به اندازهٔ $305\ kJ.mol^{-1}$ از آنتالپی پیوند $C=O$ کم‌تر باشد، ΔH واکنش زیر برحسب کیلوژول، چه‌قدر است؟

$$CH_4(g)+2O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)$$

۱) -760 ۲) -790 ۳) -810 ۴) -840

۹۹- کدام مورد، نادرست است؟

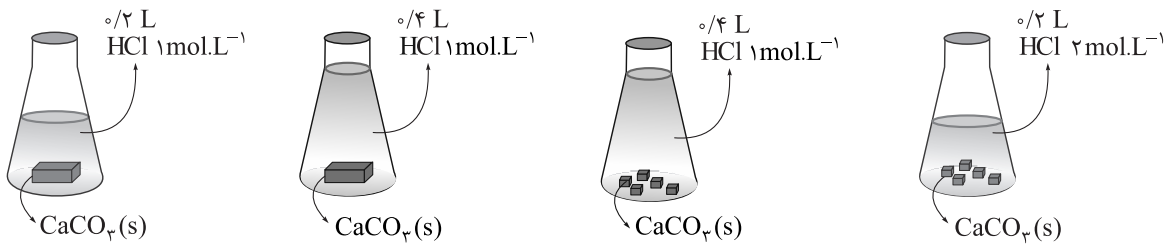
۱) برخلاف گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم متان بیشتر از یک گرم اتان است.

۲) هرچند همهٔ واکنش‌های سوختن، گرماده هستند، اما آنتالپی سوختن مواد بدون علامت منفی گزارش می‌شود.

۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان نسبت به نیم مول هگزان، می‌تواند مقدار بیشتری آب $25\ ^\circ C$ را به جوش آورد.

۴) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز هیدروژن کم‌تر از یک گرم اتم هیدروژن است.

۱۰۰- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به واکنش ۵ گرم کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در دما و فشار اتاق است، در کدام گزینه، سرعت آغازین واکنش‌ها به درستی مقایسه شده‌اند؟



(I) **(II)** **(III)** **(IV)**

۱) $R_{IV} > R_{III} > R_{II} = R_I$ ۲) $R_{IV} = R_{III} > R_{II} = R_I$

۳) $R_{III} > R_{II} > R_{IV} > R_I$ ۴) $R_{IV} > R_{III} > R_{II} > R_I$

۱۰۱- مخلوطی از لیتیم کربنات و کلسیم کربنات با جرم مشخص در اختیار داریم. اگر این مخلوط را حرارت دهیم، پس از گذشت ۵ دقیقه، جرم لیتیم اکسید تولیدشده برابر ۲۲/۵ گرم و معادل ۲۵ درصد جرم مواد جامد باقی‌مانده است. اگر سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در این بازهٔ زمانی برابر ۶ مول بر ساعت باشد، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟ (واکنش‌ها هنوز به پایان نرسیده‌اند، $Li=7, C=12, O=16, Ca=40 : g.mol^{-1}$)

$$Li_2CO_3(s) \rightarrow Li_2O(s)+CO_2(g)$$

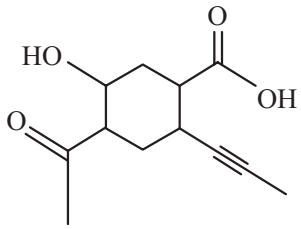
$$CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s)+CO_2(g)$$

۱) ۱۴۵ ۲) ۹۰ ۳) ۵۵ ۴) ۲۹۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲- با توجه به ساختار ترکیب داده‌شده، کدام مطلب درست است؟



۱) یک ترکیب آلی آروماتیک است که بین مولکول‌های آن، می‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود.
۲) دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی کتونی است.
۳) در ساختار آن، ۴ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.
۴) در ساختار مولکول این ترکیب، ۱۲ اتم کربن، ۱۸ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد.

۱۰۳- کدام گزینه، جملهٔ زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«پلیمری که در ساخت ..... کاربرد دارد، پلیمری ..... است که در هر واحد تکرارشوندهٔ خود، ..... و مونومر سازندهٔ آن دارای ..... پیوند اشتراکی است.»

۱) پتو ـ سیرشده ـ یک جفت‌الکترون ناپیوندی دارد ـ ۷
۲) سرنگ‌های پلاستیکی ـ سیرشده ـ جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد ـ ۹
۳) ظروف یکبارمصرف ـ سیرنشده ـ جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد ـ ۲۰
۴) کیسهٔ خون ـ سیرشده ـ ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی دارد ـ ۶

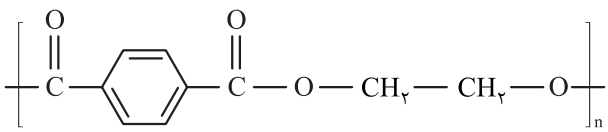
۱۰۴- با توجه به جدول زیر که انحلال‌پذیری سه الکل یک‌عاملی و سیرشدهٔ غیرحلقوی A، B و C را در ۱۰۰ گرم آب نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

الکل	انحلال‌پذیری
A	به هر نسبتی حل می‌شود.
B	۰/۰۴۶
C	۰/۶

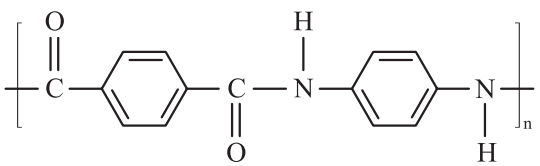
۱) الکل C می‌تواند ۱ـ پنتانول باشد.
۲) حداکثر جرم مولی الکل A می‌تواند ۶۰ گرم باشد.
۳) گشتاور دوقطبی الکل B بسیار کم بوده و این الکل در آب نامحلول است.
۴) نیروی بین مولکولی غالب در الکل C برخلاف الکل B، از نوع پیوند هیدروژنی است.

۱۰۵- با توجه به ساختار پلیمرهای زیر، کدام مورد، نادرست است؟ $(H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

پلیمر ۱:



پلیمر ۲:



۱) پلیمرهای (۱) و (۲) به ترتیب از دستهٔ پلی‌استرها و پلی‌آمیدها هستند.
۲) اگر n، برابر ۵۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر (۱)، برابر $۹/۶ \times ۱۰^{۴}$ گرم است.
۳) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار لوویس دی‌الکل سازندهٔ پلیمر (۱) با دی‌آمین سازندهٔ پلیمر (۲)، برابر ۱۱ است.
۴) تفاوت مجموع جرم مولی مونومرهای سازندهٔ این دو پلیمر، برابر ۴۶ گرم است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله پانزدهم
سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴	۱۴/فروردین/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ علی شهرابی ـ محمد گودرزی میلاد منصوری ـ سروش موئینی ـ محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری صبا مهدوی ـ حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال و ریاضیات پایه	مصطفی دیداری ـ سوگند روشنی ـ عطا صادقی
فیزیک	هادی حمزه پور ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	فرشید ابراهیمی ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ آرمین عظیمی ـ امیر قاسمی‌پور محمد قهرمانی‌نژاد ـ محسن مجنونی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	فرشاد حسن‌زاده محمد گودرزی	سهیل تقی‌زاده فهیمه تورانی منصور زرکش اصفهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	زهرا جالینوسی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال و ریاضیات پایه	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری علیرضا جعفری آثار	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	پوریا علاقه‌مند آیدین طهماسقلی‌زاده سعید محبی امیر محمودی انزابی محمدرضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	نیلوفر درخشان	یاشار ذریه مرتضی نصیرزاده	محمدرضا بیاتلو هادی عبادی آرمین عظیمی مهدیس محبت‌پناه

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ هدیه خسروی زهرا صفری ـ الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری محیا غنی‌فرد ـ زهرا فرهادی‌مهر ـ نادره نازآوری ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق‌نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱ اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\log_{۳}(x-۲)+\log_{۳}(x^{۲}+۲x+۴)=۱$ باشد، مقدار $\log_{۸}(\alpha^{۳}+۵)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

دوتا لگاریتم را با خاصیت جمع به ضرب لگاریتم، یکی کن.

درس Box

ویژگی‌های لگاریتم:

$$\log_a x=b \Leftrightarrow a^b=x$$

$$\log_a x+\log_a y=\log_a xy$$

$$\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b$$

نکته

اتحاد چاق و لاغر:

$$(A\pm B)(A^{۲}\mp AB+B^{۲})=A^{۳}\pm B^{۳}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $x=\alpha$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$\log_{۳}(\alpha-۲)+\log_{۳}(\alpha^{۲}+۲\alpha+۴)=۱ \Rightarrow \log_{۳}((\alpha-۲)(\alpha^{۲}+۲\alpha+۴))=۱$$

طبق اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\log_{۳}(\alpha^{۳}-۸)=۱ \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \alpha^{۳}-۸=۳ \Rightarrow \alpha^{۳}=۱۱$$

گام دوم: حالا کافی است که مقدار $\alpha^{۳}$ را در عبارت خواستهٔ سؤال جای‌گذاری کنیم:

$$\log_{۸}(\alpha^{۳}+۵)=\log_{۸}(۱۱+۵)=\log_{۲^{۳}}۲^{۴}=\log_{۸}۱۶=\frac{۴}{۳}\log_{۲}۲=\frac{۴}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲ اگر دامنه و برد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax-۱}{۲x+b}$ به ترتیب $\mathbb{R}-\{۲\}$ و $\mathbb{R}-\{۱\}$ باشد، دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{abx-۴-x}$ کدام است؟

تابع f هموگرافیک است.

x بیرون رادیکال روی دامنه بی‌تأثیر است.

۱) $[\frac{۱}{۲},+\infty)$

۲) $[۰,+\infty)$

۳) $(-\infty,۰]$

۴) $(-\infty,-\frac{۱}{۲}]$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

- **تابع گویا**: تابعی با ضابطهٔ کسری $\frac{\text{چندجمله‌ای}}{\text{چندجمله‌ای}}$ را گویا می‌نامیم و دامنهٔ این تابع {ریشه‌های چندجمله‌ای مخرج} $-\mathbb{R}$ است.
- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ را با شرط‌های $c\neq ۰$ و $ad\neq bc$، هموگرافیک می‌نامیم. دامنه و برد این تابع به ترتیب $\mathbb{R}-\{-\frac{d}{c}\}$ و $\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$ است.
- دامنهٔ تابع رادیکالی $f(x)=\sqrt{\ }$، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ ≥ ۰ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تابع f هموگرافیک است و طبق درس‌باکس، دامنهٔ آن $\mathbb{R}-\{-\frac{b}{۲}\}$ و برد آن $\mathbb{R}-\{\frac{a}{۲}\}$ است. حالا این دو مجموعه را برابر با مجموعه‌های مفروض سؤال قرار می‌دهیم:

دامنه: $\mathbb{R}-\{-\frac{b}{۲}\}=\mathbb{R}-\{۲\} \Rightarrow -\frac{b}{۲}=۲ \Rightarrow b=-۴$

برد: $\mathbb{R}-\{\frac{a}{۲}\}=\mathbb{R}-\{۱\} \Rightarrow \frac{a}{۲}=۱ \Rightarrow a=۲$

گام دوم: حالا ضابطهٔ تابع g را تکمیل می‌کنیم:

$$g(x)=\sqrt{-۸x-۴}-x$$

و طبق درس‌باکس، دامنهٔ این تابع را به صورت زیر به دست می‌آوریم.

$$-۸x-۴\geq ۰ \Rightarrow ۸x\leq -۴ \Rightarrow x\leq -\frac{۱}{۲} \Rightarrow D_g=(-\infty,-\frac{۱}{۲}]$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳ دو تابع $f=\{(۱,a),(۲,b),(-۳,c)\}$ و $g(x)=\sqrt{۱-x}+b$ مفروض‌اند. اگر $f+g=\{(۱,۵),(b,a)\}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) -۲۴ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

در جبر توابع، حتماً باید بین دامنه‌های توابع موجود اشتراک بگیریم:

$$D_{f\pm g}=D_f\cap D_g$$

$$D_{f\times g}=D_f\cap D_g$$

$$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\mid g(x)=۰\}$$

و سپس برای محاسبهٔ مقدار تابع نهایی یا به دست آوردن ضابطهٔ آن، کافی است عملیات جبری داده‌شده را بین yهای دو تابع یا ضابطهٔ آن‌ها اعمال کنیم؛ یعنی:

$$(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$$

$$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$$

$$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$$

در نمایش زوج‌مرتبی توابع، پس از به دست آوردن دامنهٔ تابع نهایی (یعنی اشتراک‌گیری و ...)، کافی است عملیات جبری مفروض را بین مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب انجام دهیم تا تابع نهایی به دست آید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دامنهٔ تابع f مجموعهٔ $D_f=\{-۳,۱,۲\}$ و دامنهٔ تابع g نیز (مطابق درس‌باکس پاسخ سؤال قبل) بازهٔ $D_g=(-\infty,۱]$ است. حالا دامنهٔ تابع $f+g$ را به دست می‌آوریم:

$$D_{f+g}=\{-۳,۱,۲\}\cap(-\infty,۱]=\{-۳,۱\}$$

گام دوم: دامنهٔ تابع $f+g$، مطابق آن‌چه که در صورت سؤال مفروض است، مجموعهٔ $\{۱,b\}$ است و ما در گام اول مجموعهٔ $\{-۳,۱\}$ را برای آن به دست آورده‌ایم، پس $b=-۳$ است و داریم:

$$\begin{cases}f=\{(-۳,c),(۱,a),(۲,-۳)\}\\ g(x)=\sqrt{۱-x}-۳\end{cases}$$

گام سوم: حالا تابع $f+g$ را به دست می‌آوریم:

$$f+g=\{(-۳,f(-۳)+g(-۳)),(۱,f(۱)+g(۱))\}$$

$$\xrightarrow[g(-۳)=-۱,\ g(۱)=-۳]{f(-۳)=c,\ f(۱)=a} f+g=\{(-۳,c-۱),(۱,a-۳)\}$$

گام چهارم: تابع داده‌شدهٔ صورت سؤال $f+g=\{(-۳,a),(۱,۵)\}$ است و ما باید آن را با تابع به‌دست‌آمده در گام قبلی برابر قرار دهیم:

$$\{(-۳,a),(۱,۵)\}=\{(-۳,c-۱),(۱,a-۳)\}\Rightarrow\begin{cases}۵=a-۳\Rightarrow a=۸\\ a=c-۱\xrightarrow{a=۸}c=۹\end{cases}$$

گام پنجم: خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{ac}{b}=\frac{۸\times۹}{-۳}=-۲۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴ اگر $f(x)=x+۲[x]$ باشد، حاصل $(f^{-۱}of^{-۱})(۱۸)$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

تابع f وارون‌پذیر است.

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۶

۴) تعریف‌نشده

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته ویژگی مهم تابع وارون این است که اگر $f(\alpha)=\beta$ باشد، آن‌گاه $f^{-۱}(\beta)=\alpha$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای محاسبهٔ مقدار $(f^{-۱}of^{-۱})(۱۸)$، لازم است ابتدا مقدار $f^{-۱}(۱۸)$ را حساب کنیم. اگر این مقدار را α در نظر بگیریم

$$f(\alpha)=۱۸$$

طبق نکته داریم:

توجه دقت کنید که تابع f یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است و مشخص است که اگر $n\in\mathbb{Z}$ ، $f(n)=۳n$ ، این یعنی:

$$n\in\mathbb{Z} \Rightarrow f^{-۱}(۳n)=n$$

بنابراین $f^{-۱}(۱۸)=۶$ است.

گام دوم: حالا می‌توانیم مقدار نهایی را حساب کنیم:

$$(f^{-۱}of^{-۱})(۱۸)=f^{-۱}(۶) \xrightarrow{\text{طبق توجه گام اول}} f^{-۱}(۶)=۲$$

یه‌جور دیگه ضابطهٔ تابع $f^{-۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$y=f(x)=x+۲[x] \Rightarrow [y]=[x+۲[x]]=۳[x] \Rightarrow [x]=\frac{[y]}{۳}$$

از تساوی $y=x+۲[x]$ داریم: $x=y-۲[x]$. حالا به جای $[x]$ عبارت $\frac{[y]}{۳}$ را قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow x=y-\frac{۲}{۳}[y]$$

$$\xrightarrow{\text{جای x و y عوض شود.}} f^{-۱}(x)=x-\frac{۲}{۳}[x] \;;\; D_{f^{-۱}}=\{۳k\le x<۳k+۱ \mid k\in\mathbb{Z}\}$$

$$\Rightarrow (f^{-۱}of^{-۱})(۱۸)=f^{-۱}(۱۸-۱۲)=f^{-۱}(۶)=۶-۴=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

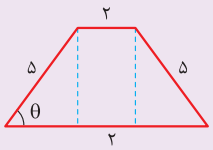
۵ در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقینی که طول قاعدهٔ کوچک و طول هر ساق آن به ترتیب ۲ و ۵ است، سینوس یکی از زاویه‌ها برابر ۰/۸ است. فاصلهٔ هر سر قاعدهٔ بزرگ از ساق روبه‌روی آن کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۶/۲ ۳) ۶/۴ ۴) ۶/۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint سؤال از مبحث هندسه نیست، بلکه از مبحث مثلثات سال دهمه. کافیه شکل مسئله رو رسم کنی.

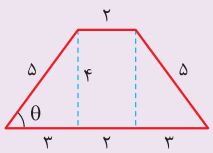
پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



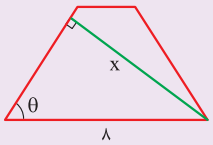
طبق فرض $\sin\theta = ۰/۸$ است، در نتیجه $\cos\theta = ۰/۶$ است و داریم:

$$\sin\theta = \frac{\text{ارتفاع}}{۵} = ۰/۸ \Rightarrow \text{ارتفاع} = ۴$$

و با استفاده از $\cos\theta$ اندازه‌های روی شکل به صورت زیر تکمیل می‌شود:



گام دوم: حالا خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم. هدف محاسبهٔ طول x در شکل زیر است:



$$\xrightarrow{\sin\theta=۰/۸} ۰/۸ = \frac{x}{۸} \Rightarrow x = ۶/۴$$

کنکور در یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، اندازهٔ قاعدهٔ کوچک و هر ساق، به ترتیب، ۲ و ۵ است. اگر $\cos\theta = ۰/۶$ و θ زاویهٔ حادهٔ بین ساق و یکی از قاعده‌ها باشد، مساحت ذوزنقه کدام است؟ *(سؤال ۱۲۲ کنکور تجربی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))*

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۳۲ ۴) ۴۰

۶ حاصل عبارت $\sin ۹۳۰^\circ \cos ۸۵۵^\circ + \sqrt{۶}\tan ۱۰۵۰^\circ$ چند برابر $\sqrt{۲}$ است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $-\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $-\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint کمان‌ها رو برحسب زوایای آشنا بنویس.

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی $k\pi + \alpha$:

$$\xrightarrow{k\ \text{فرد}} \begin{cases} \sin(k\pi+\alpha) = -\sin\alpha \\ \cos(k\pi+\alpha) = -\cos\alpha \\ \tan(k\pi+\alpha) = \tan\alpha \\ \cot(k\pi+\alpha) = \cot\alpha \end{cases} \quad \text{و} \quad \xrightarrow{k\ \text{زوج}} \begin{cases} \sin(k\pi+\alpha) = \sin\alpha \\ \cos(k\pi+\alpha) = \cos\alpha \\ \tan(k\pi+\alpha) = \tan\alpha \\ \cot(k\pi+\alpha) = \cot\alpha \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: براساس روابط درس‌باکس، مقدار نسبت‌های مثلثاتی را حساب می‌کنیم:

$$\sin(۹۳۰^\circ) = \sin(۵\times ۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ) \xrightarrow{k\ \text{فرد}} \sin ۹۳۰^\circ = -\sin ۳۰^\circ = -\frac{۱}{۲}$$

$$\cos ۸۵۵^\circ = \cos(۹۰۰^\circ - ۴۵^\circ) = \cos(۵\times ۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\cos ۴۵^\circ = \frac{-\sqrt{۲}}{۲}$$

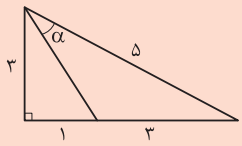
$$\tan ۱۰۵۰^\circ = \tan(۱۰۸۰^\circ - ۳۰^\circ) = \tan(۶\times ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ) = -\tan ۳۰^\circ = -\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

گام دوم: حالا مقدار عبارت را حساب می‌کنیم:

$$\sin ۹۳۰^\circ \cos ۸۵۵^\circ + \sqrt{۶}\tan ۱۰۵۰^\circ = (-\frac{۱}{۲})(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) - \sqrt{۶}\times\frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۲}}{۴} - \sqrt{۲} = -\frac{۳}{۴}\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷ در شکل زیر، $\cos\alpha$ چند برابر $\sqrt{۱۰}$ است؟



۱) ۰/۱۲۵
۲) ۰/۲
۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

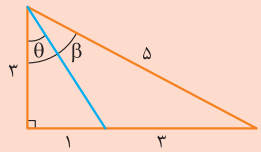
درس Box

اتحادهای مثلثاتی مجموع و تفاضل کمان:

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: زوایای θ و β را در شکل در نظر می‌گیریم:



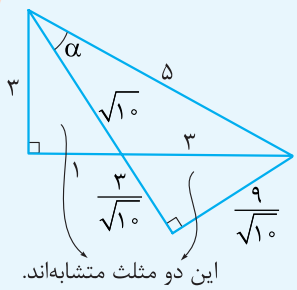
$$\Rightarrow \begin{cases}\sin\theta=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\ ,\ \cos\theta=\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}\\ \sin\beta=\frac{۴}{۵}\ ,\ \cos\beta=\frac{۳}{۵}\end{cases}$$

گام دوم: بنابراین $\alpha=\beta-\theta$ است و داریم:

$$\cos\alpha=\cos(\beta-\theta)=\cos\beta\cos\theta+\sin\beta\sin\theta$$

$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{۳}{۵}\times\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}+\frac{۴}{۵}\times\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}=\frac{۱۳}{۵\sqrt{۱۰}}=\frac{۱۳}{۵۰}\sqrt{۱۰}=۰/۲۶\sqrt{۱۰}$$

یه‌جور دیگه

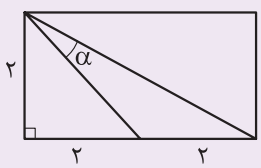


این دو مثلث متشابه‌اند.

$$\Rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt{۱۰}+\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}{۵}=\frac{۱۳}{۵\sqrt{۱۰}}=\frac{۱۳}{۵۰}\sqrt{۱۰}=۰/۲۶\sqrt{۱۰}$$

کنکور

در شکل زیر، مقدار $\cot\alpha$ کدام است؟ (سؤال ۱۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)



۱) ۱
۲) ۳
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸ اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲+۱=۷x$ باشند، جواب‌های کدام معادله $\alpha\sqrt{\beta}$ و $\beta\sqrt{\alpha}$ هستند؟

$\begin{cases}\alpha+\beta=۷\\ \alpha\beta=۱\end{cases}$

۱) $x^۲+۲=۹x$

۲) $x^۲+۱=۹x$

۳) $x^۲+۲=۳x$

۴) $x^۲+۱=۳x$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint کافیه که مجموع و حاصل‌ضرب اون دو ریشه رو حساب کنی.

درس Box

روابط بین ضریب و جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم:

$$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P$$
$$\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳SP$$
$$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{S^۲}{P}-۲$$
$$\alpha\sqrt{\alpha}+\beta\sqrt{\beta}=\sqrt{S^۳-۳SP+۲P\sqrt{P}}$$
$$\alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha}=\sqrt{P(S+۲\sqrt{P})}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جواب‌های معادلهٔ جدید را α' و β' می‌نامیم:

$$\alpha'=\alpha\sqrt{\beta}\ \text{و}\ \beta'=\beta\sqrt{\alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha'\beta'=\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}\xrightarrow{\alpha\beta=۱}\alpha'\beta'=۱$$

پس حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ جدید نیز برابر ۱ است و یکی از گزینه‌های (۲) یا (۴) درست است.

گام دوم: مجموع α' و β' را حساب می‌کنیم:

$$\alpha'+\beta'=\alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha}\xrightarrow{\text{درس باکس}}\alpha'+\beta'=\sqrt{\alpha\beta(\alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta})}$$

$$\xrightarrow{\alpha+\beta=۷\ ,\ \alpha\beta=۱}\alpha'+\beta'=\sqrt{۱(۷+۲)}=۳$$

گام سوم: پس معادلهٔ مجهول $x^۲-۳x+۱=۰$ یا $x^۲+۱=۳x$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹ سه ماشین A، B و C اگر هم‌زمان شروع به کاری کنند، کار را در ۲۰ ساعت به اتمام می‌رسانند. سرعت ماشین A از سرعت ماشین B، ۲۵٪ بیشتر است و ماشین A به نسبت ماشین C، کار را ۶ ساعت زودتر انجام می‌دهد. اگر فقط ماشین‌های A و B با هم کار کنند، کار مورد نظر در چند ساعت تمام می‌شود؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۳۵

مدت‌زمان ماشین B، $\frac{۵}{۴}$ مدت زمان ماشین A است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

مدت‌زمان ماشین A رو x بگیر و یه معادلهٔ گویا حل کن.

درس Box

فرض کنید فرد اول کاری را به تنهایی در مدت‌زمان $t_۱$، فرد دوم در مدت‌زمان $t_۲$، ... و فرد nام در مدت‌زمان t_n انجام دهند.

اگر همهٔ این افراد با هم کار کنند و کار در مدت‌زمان T به اتمام برسد، رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود:

$$\frac{۱}{t_۱}+\frac{۱}{t_۲}+...+\frac{۱}{t_n}=\frac{۱}{T}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مدت‌زمانی را که ماشین A برحسب ساعت، کار را به اتمام می‌رساند، n در نظر می‌گیریم. در این صورت مدت‌زمان کار ماشین B، برابر $\frac{۵}{۴}n$ و مدت‌زمان کار ماشین C نیز $n+۶$ است.

توجه ۲۵٪ بیشتر، یعنی ۱/۲۵ برابر، یعنی $\frac{۵}{۴}$ برابر. حالا $\frac{۱}{t_n}$ نمایندهٔ سرعت کار ماشین‌هاست و داریم:

$$\frac{۱}{t_A}=\frac{۵}{۴}\frac{۱}{t_B} \Rightarrow t_B=\frac{۵}{۴}t_A$$

پس معادلهٔ زیر را داریم:

$$\frac{۱}{n}+\frac{۱}{\frac{۵}{۴}n}+\frac{۱}{n+۶}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{۹}{۵n}+\frac{۱}{n+۶}=\frac{۱}{۲۰} \quad (*)$$

گام دوم: مخرج‌مشترک می‌گیریم:

$$\frac{۹n+۵۴+۵n}{۵n^۲+۳۰n}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow \frac{۱۴n+۵۴}{۵n^۲+۳۰n}=\frac{۱}{۲۰} \xrightarrow{\times ۵} \frac{۱۴n+۵۴}{n^۲+۶n}=\frac{۱}{۴}$$

و حالا طرفین‌وسطین می‌کنیم:

$$n^۲+۶n=۵۶n+۲۱۶ \Rightarrow n^۲-۵۰n-۲۱۶=۰ \Rightarrow (n-۵۴)(n+۴)=۰ \xrightarrow{n>۰} n=۵۴$$

گام سوم: پس ماشین A کار را به تنهایی در ۵۴ ساعت و ماشین‌های B و C، به ترتیب در $\frac{۱۳۵}{۲}$ و ۶۰ ساعت کار را به اتمام می‌رسانند.

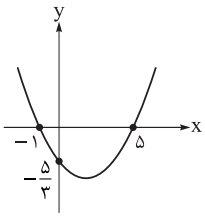
حالا اگر فقط ماشین‌های A و B کار کنند، داریم:

$$\frac{۱}{t_A}+\frac{۱}{t_B}=\frac{۱}{۵۴}+\frac{۱}{\frac{۱۳۵}{۲}}=\frac{۱}{۲۷\times ۲}+\frac{۲}{۲۷\times ۵}=\frac{۱}{۲۷}(\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۵})=\frac{۱}{۲۷}\times\frac{۹}{۱۰}=\frac{۱}{۳۰}$$

پس این دو کار را در ۳۰ ساعت به اتمام می‌رسانند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰ شکل زیر، نمودار تابع درجه‌دوم $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $f(x-2)+3 \le 0$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

- اگر صفرهای یک تابع درجه‌دوم $x_۱$ و $x_۲$ باشند. ضابطهٔ تابع را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = a(x-x_۱)(x-x_۲)$$

- معادلهٔ محور تقارن تابع (یا طول رأس سهمی معادل)، برابر $\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: صفرهای تابع درجه‌دوم f اعداد -۱ و ۵ هستند و داریم:

$$f(x) = a(x+۱)(x-۵) \xrightarrow{f(۰)=-\frac{۵}{۳}} -۵a = -\frac{۵}{۳} \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

گام دوم: حالا ضابطهٔ تابع f را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$\xrightarrow{\frac{x_۱+x_۲}{۲}=۲} f(x) = \frac{۱}{۳}((x-۲)+۳)((x-۲)-۳) = \frac{۱}{۳}((x-۲)^۲-۹) \Rightarrow f(x) = \frac{۱}{۳}(x-۲)^۲ - ۳$$

گام سوم: حالا نامعادلهٔ مطلوب مسئله را تشکیل می‌دهیم و حل می‌کنیم:

$$f(x-۲)+۳ = \frac{۱}{۳}(x-۲-۲)^۲ - ۳ + ۳ = \frac{۱}{۳}(x-۴)^۲ \xrightarrow{f(x-۲)+۳\le ۰} \frac{۱}{۳}(x-۴)^۲ \le ۰ \Rightarrow (x-۴)^۲ \le ۰ \Rightarrow x = ۴$$

در نتیجه مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ مورد نظر، مجموعهٔ تک‌عضوی $\{۴\}$ است که آن عضو هم از قضا عددی صحیح است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱ به ازای چند مقدار صحیح x، نامساوی $\sqrt{x(x+4)+2|x+2|+5} < \frac{x}{3}+3$ برقرار است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint عبارت زیر رادیکال مربع کامل یه عبارتیه.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: عبارت زیر رادیکال، عبارت پیچیده‌ای است و سعی می‌کنیم آن را ساده‌تر کنیم:

$$x(x+4)+2|x+2|+\underbrace{5}_{4+1} = \underbrace{x^2+4x+4}_{(x+2)^2}+2|x+2|+1 = |x+2|^2+2|x+2|+1 = (|x+2|+1)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x(x+4)+2|x+2|+5} = \sqrt{(|x+2|+1)^2} = \underbrace{|x+2|+1}_{\text{همواره مثبت است.}} = |x+2|+1$$

پس عملاً نامعادلهٔ زیر را داریم:

$$|x+2|+1 < \frac{x}{3}+3 \Rightarrow |x+2| < \frac{x}{3}+2 \quad (*)$$

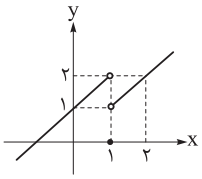
گام دوم: در دو محدودهٔ $x < -2$ و $x \geq -2$ نامعادله را حل می‌کنیم:

- $x < -2$: $-x-2 < \frac{x}{3}+2 \Rightarrow \frac{4x}{3} > -4 \Rightarrow x > -3 \xrightarrow{x<-2} -3 < x < -2$ (۱)
- $x \geq -2$: $x+2 < \frac{x}{3}+2 \Rightarrow \frac{2x}{3} < 0 \Rightarrow x < 0 \xrightarrow{x\geq -2} -2 \leq x < 0$ (۲)

گام سوم: از اجتماع مجموعهٔ جواب‌های (۱) و (۲)، مجموعهٔ جواب‌های کلی معادله، بازهٔ $(-3,0)$ به دست می‌آید که شامل ۲ عدد صحیح است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر $g(x)=\cos \pi x$ باشد، $\lim\limits_{x\to 0^-}(fog)(x)$ کدام است؟



کسینوس همیشه از ۱ کم‌تر است.

۱) -1

۲) صفر

۳) ۱

۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

اول حد چپ تابع g رو توی صفر حساب کن.

درس Box

- اگر حد تابع g در $x=x_0$ برابر L باشد، حد تابع fog در $x=x_0$ برابر حد تابع f در $x=L$ است.

$$\lim_{x\to x_0}(fog)(x)=\lim_{x\to L} f(x)$$

- در شرایطی که حدهای چپ و راست تابع f در $x=L$ نابرابر باشند، برایمان مهم است که تابع g از مقادیر بیشتر از L به آن نزدیک می‌شود یا از مقادیر کم‌تر.

پاسخ خیلی تشریحی

حد تابع g در $x=0$ برابر ۱ است $\left(\lim\limits_{x\to 0}\cos \pi x=1\right)$. از آن‌جا که $\cos \pi x$ همواره از ۱ کم‌تر است، بدون محاسبهٔ اضافه‌ای کافی است حد چپ تابع f را در $x=1$ حساب کنیم:

$$\lim_{x\to 0^-}(fog)(x)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳ تـابع f با ضابطهٔ $f(x)=a[\frac{x-۴}{۳}]+۳[\frac{x+۵}{۲}]$ در $x=۱$ حـدی بـرابر L دارد. حاصل $\frac{L}{a}$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint حد راست و چپ رو به دست بیار و مساوی هم قرار بده.

درس Box تابع f در $x=x_۰$ حد دارد، اگر و فقط اگر حدهای چپ و راست تابع در این نقطه برابر باشند: $\lim\limits_{x\to x_۰^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_۰^+} f(x)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: حدهای چپ و راست تابع f را در $x=۱$ برحسب a می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to ۱^-}(a[\frac{x-۴}{۳}]+۳[\frac{x+۵}{۲}])=a[-۱^-]+۳[۳^-]=-۲a+۶$$

$$\lim_{x\to ۱^+}(a[\frac{x-۴}{۳}]+۳[\frac{x+۵}{۲}])=a[-۱^+]+۳[۳^+]=-a+۹$$

گام دوم: حالا باید دو عبارت به‌دست‌آمده را برابر قرار دهیم تا تابع f در $x=۱$ حد داشته باشد:

$$-۲a+۶=-a+۹ \Rightarrow a=-۳$$

گام سوم: با جای‌گذاری $a=-۳$ در هر کدام از عبارت‌های به‌دست‌آمده برای حدهای چپ و راست، حد تابع f در $x=۱$ به دست می‌آید:

$$L=-۲(-۳)+۶=۱۲$$

و خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{L}{a}=\frac{۱۲}{-۳}=-۴$$

کنکور تابع با ضابطه $f(x)=۲[\frac{۲-x}{۲}]+a[\frac{x+۲}{۳}]$ در نقطهٔ $x=-۲$ حد دارد. مقدار $[\frac{a}{۳}]$ کدام است؟

(سؤال ۱۲۸ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

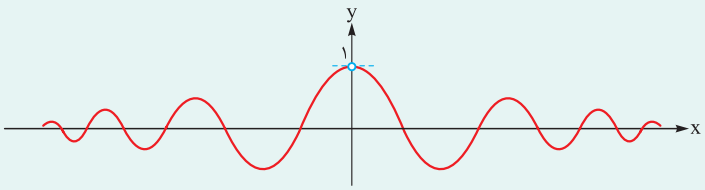
۱۴ حاصل $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{1-\cos^3 x}}{x}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از اتحاد چاق و لاغر برای عبارت زیر رادیکال استفاده کن.

درس Box تابع $f(x)=\frac{\sin x}{x}$: دامنهٔ این تابع $\mathbb{R}-\{0\}$ است.



همان‌طور که مشاهده می‌شود، $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ است.

این تابع نشان می‌دهد که در اعداد حقیقی خیلی خیلی خیلی نزدیک صفر، سینوس عدد با خود عدد تقریباً برابر است:

$$x\to 0 \Rightarrow \sin^n x \sim x^n$$

می‌توان هم‌ارزی‌های زیر را از هم‌ارزی بالا نتیجه گرفت:

$$x\to 0 \Rightarrow \begin{cases}\cos^n x \sim 1-\frac{nx^2}{2}\\ 1-\cos^n x \sim \frac{nx^2}{2}\end{cases}$$

$$x\to 0 \Rightarrow \tan x \sim x$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:

$$L=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{(1-\cos x)(1+\cos x+\cos^2 x)}}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{3(1-\cos x)}}{x}=\sqrt{3}\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}}{x}$$

$$=\sqrt{6}\lim_{x\to 0^-}\frac{|\sin\frac{x}{2}|}{x}=-\sqrt{6}\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin\frac{x}{2}}{x}$$

گام دوم: حالا صورت و مخرج عبارت داخل حد بالا را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$L=-\sqrt{6}\lim\frac{\sin\frac{x}{2}}{2\frac{x}{2}}=-\frac{\sqrt{6}}{2}\underbrace{\lim_{x\to 0^-}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}}_{\text{برابر ۱ است.}}=-\frac{\sqrt{6}}{2}$$

یه‌جور دیگه از هم‌ارزی استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{1-\cos^3 x}}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{\frac{3x^2}{2}}}{x}=\sqrt{\frac{3}{2}}\lim_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}=-\sqrt{\frac{3}{2}}=-\frac{\sqrt{6}}{2}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=[\frac{x^۲-۲x}{۳}]$ روی بازهٔ $[\frac{۵}{۴},k]$ پیوسته است. بیشترین مقدار k کدام است؟ ($[\,]$ نماد جزء صحیح است.)

۱) ۳

۲) $۱+\sqrt{۷}$

۳) ۲

۴) $۱+\sqrt{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

فرض کنید تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته است. تابع g با ضابطهٔ $g(x)=[f(x)]$ روی بازه‌ای پیوسته است که به ازای آن مقدار تابع f بین دو عدد صحیح متوالی قرار بگیرد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مقدار عبارت داخل براکت را به ازای $x=\frac{۵}{۴}$ حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=\frac{۵}{۴}} \frac{x^۲-۲x}{۳}=\frac{(x-۱)^۲-۱}{۳}=\frac{\frac{۱}{۱۶}-۱}{۳}=-\frac{۵}{۱۶}$$

گام دوم: $-\frac{۵}{۱۶}$ بین دو عدد صحیح -۱ و صفر قرار گرفته است، حالا از آن‌جا که تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{x^۲-۲x}{۳}$ روی بازهٔ $x\geq\frac{۵}{۴}$ اکیداً صعودی است، بیشترین مقدار k جایی است که مقدار عبارت داخل براکت برابر صفر شود:

$$\frac{k^۲-۲k}{۳}=۰ \Rightarrow k(k-۲)=۰ \xrightarrow{k>\frac{۵}{۴}} k=۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶ ریشهٔ سوم عدد $\sqrt[۳]{۵\sqrt{۲}-۷}+\sqrt[۳]{۵\sqrt{۲}+۷}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{\frac{۱}{۲}}$ ۴) $\sqrt[۳]{\frac{۱}{۲}}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اتحاد مکعب دوجمله‌ای:

$$(a+b)^۳=a^۳+۳a^۲b+۳ab^۲+b^۳=a^۳+b^۳+۳ab(a+b)$$

$$(a-b)^۳=a^۳-۳a^۲b+۳ab^۲-b^۳=a^۳-b^۳-۳ab(a-b)$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به فرجهٔ رادیکال‌ها و هم‌چنین سادگی اعداد در گزینه‌ها، باید عبارت‌های زیر رادیکال‌ها را طوری بازنویسی کنیم که بتوانیم آن‌ها را به فرم مکعب کامل بنویسیم:

$$۵\sqrt{۲}+۷=۳\sqrt{۲}+۲\sqrt{۲}+۶+۱=۲\sqrt{۲}+۶+۳\sqrt{۲}+۱=(\sqrt{۲})^۳+۳(\sqrt{۲})^۲+۳(\sqrt{۲})+۱^۳=(\sqrt{۲}+۱)^۳$$

و بدین ترتیب $۵\sqrt{۲}-۷=(\sqrt{۲}-۱)^۳$ است.

گام دوم: بنابراین عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\sqrt{۲}+۱+\sqrt{۲}-۱=۲\sqrt{۲}=(\sqrt{۲})^۳$$

که ریشهٔ سوم آن برابر $\sqrt{۲}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷ دنبالهٔ ... , y , $-\frac{۱}{۴}$, x ، هندسی و دنبالهٔ ... , y , $\frac{۱}{۴}$, $x-۱$ ، حسابی است. قدرنسبت دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) -۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint از ویژگی جملات متوالی استفاده کن.

درس Box

- اگر a، b و c، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، رابطهٔ $a+c=۲b$ برقرار است.
- اگر a، b و c، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، رابطهٔ $ac=b^۲$ برقرار است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ویژگی جملات متوالی را در هر دو دنباله می‌نویسیم:

دنبالهٔ هندسی: $xy=\frac{۱}{۱۶}$ (۱)

دنبالهٔ حسابی: $x-۱+y=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow x+y=\frac{۱}{۲}$ (۲)

گام دوم: x و y جواب‌های معادلهٔ $t^۲-\frac{۱}{۲}t+\frac{۱}{۱۶}=۰$ هستند:

$$\Rightarrow (t-\frac{۱}{۴})^۲=۰ \Rightarrow x=y=\frac{۱}{۴}$$

گام سوم: بنابراین ... , $\frac{۱}{۴}$, $\frac{۱}{۴}$, $-\frac{۳}{۴}$ دنبالهٔ حسابی مورد نظر است که قدرنسبت آن برابر $\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}-(-\frac{۱}{۴})$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸ اگر A' قرینهٔ نقطهٔ $A(۳,۶)$ نسبت به خط $y = ۲x - ۱۰$ باشد، طول پاره‌خط AA' کدام است؟

دو برابر طول AH

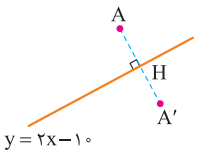
۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $۴\sqrt{۳}$
۴) $۴\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint فاصلهٔ A رو از خط حساب کن و ضربدر ۲ کن!

درس Box فاصلهٔ نقطهٔ $(x_۰, y_۰)$ از خط به معادلهٔ $y = mx + h$ برابر است با $\frac{|y_۰ - mx_۰ - h|}{\sqrt{۱+m^۲}}$.

پاسخ خیلی تشریحی طول AA'، دو برابر طول AH است:



$$AH = \frac{|۶ - ۲(۳) + ۱۰|}{\sqrt{۱+۲^۲}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۵}} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow AA' = ۴\sqrt{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹ **می‌خواهیم به کمک برهان غیرمستقیم، ثابت کنیم «در مثلث ABC، اگر $\hat{B} > \hat{A}$، آن‌گاه $BC > AC$». فرض اولیه در این فرایند کدام است؟**

۱) $BC < AC$
۲) $\hat{A} < \hat{B}$
۳) $BC \leq AC$
۴) $\hat{A} \leq \hat{B}$

مشاوره این سؤال، از اثبات «عکس قضیهٔ ۱» در صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی هندسه (۱) طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

نوعی استدلال که در مسائل ریاضی و هندسه کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای این‌که به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می‌کنیم حکم غلط باشد (یا به عبارتی فرض می‌کنیم، نقیض حکم درست باشد) و به یک تناقض یا به یک گزارهٔ غلط غیرممکن می‌رسیم. در این حالت نتیجه می‌گیریم که فرض غلط‌بودن حکم، نادرست بوده و حکم نمی‌تواند غلط باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توضیحی که در درس‌باکس دادیم، در فرایند اثبات قضیهٔ گفته‌شده در سؤال به کمک برهان غیرمستقیم، فرض اولیه، «نقیض $BC > AC$» است، یعنی $BC \leq AC$.

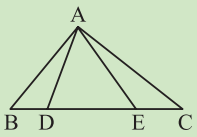
کتاب درسی

عکس قضیهٔ ۱: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.

(هندسه (۱) ـ عکس قضیهٔ (۱) صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰ اگر در شکل زیر داشته باشیم $DE = 2BD$ و $2DE = 3EC$، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث AEC کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۶}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

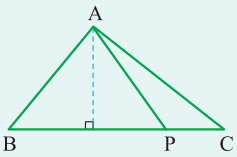
مشاوره این سؤال، مشابه تمرین ۳، صفحهٔ ۳۳ کتاب درسی هندسه (۱) طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر دو مثلث دارای یک ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع.

مثلاً در شکل مقابل داریم:



$$\frac{S_{ABP}}{S_{ACP}} = \frac{BP}{CP} \quad , \quad \frac{S_{ABC}}{S_{ABP}} = \frac{BC}{BP}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از $DE = 2BD$، نتیجه می‌گیریم $BD = \frac{۱}{۲}DE$ و از $2DE = 3EC$، نتیجه می‌گیریم $EC = \frac{۲}{۳}DE$.

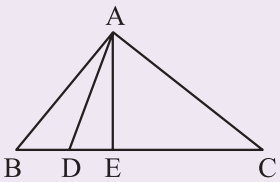
گام دوم: اگر در دو مثلث ABD و AEC قاعده‌ها را BD و EC بگیریم، آن‌گاه ارتفاع‌های نظیر این دو قاعده با هم برابرند، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث، برابر با نسبت قاعده‌های آن‌ها می‌باشد و داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{AEC}} = \frac{BD}{EC} = \frac{\frac{۱}{۲}DE}{\frac{۲}{۳}DE} = \frac{۳}{۴}$$

کتاب درسی

در شکل زیر، مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های $\frac{DE}{BD}$ و $\frac{BC}{DE}$ را به دست آورید.

(هندسه (۱) ـ تمرین ۳ صفحهٔ ۳۳ کتاب درسی)



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

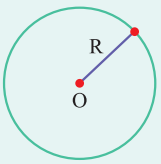
۲۱ نقطهٔ O محل تقاطع قطرهای مربعی به طول ضلع ۵ است. به ازای کدام مقدار x، دقیقاً ۸ نقطه روی محیط مربع و به فاصلهٔ x از نقطهٔ O وجود دارد؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳
۳) $\sqrt{6}$ ۴) $\sqrt{13}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

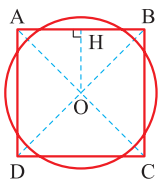
۱) همهٔ نقاطی از صفحه، که از نقطهٔ O واقع در آن صفحه، به فاصلهٔ R هستند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع R واقع‌اند.



۲) طول قطر مربعی به ضلع a، برابر است با $a\sqrt{2}$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: باید دایره‌ای به مرکز O و شعاع x دقیقاً ۸ نقطهٔ مشترک با محیط مربع داشته باشد، پس مطابق شکل داریم:



$$OH < x < OA \qquad (*)$$

گام دوم: از آن‌جا که OH نصف طول ضلع مربع و OA نصف طول قطر آن است از (*) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{5}{2} < x < \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲ **از نقطهٔ O، محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC که درون این مثلث قرار دارد، عمودهایی بر اضلاع آن رسم می‌کنیم تا اضلاع AB، AC و BC را به ترتیب در نقاط D، E و F قطع کنند. نقطهٔ O چه نقطه‌ای برای مثلث DEF است؟**

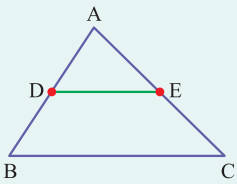
۱) محل تلاقی ارتفاع‌ها
۲) محل تلاقی عمودمنصف‌ها
۳) محل تلاقی نیمسازهای داخلی
۴) محل تلاقی میانه‌ها

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) ارتفاع‌ها، میانه‌ها، نیمسازهای داخلی و عمودمنصف‌های هر مثلث، همرس هستند.

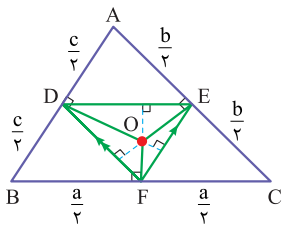
۲) **عکس قضیهٔ تالس:** مطابق شکل، در مثلث ABC، اگر نقاط D و E را روی AB و AC طوری در نظر بگیریم که، $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$ آن‌گاه DE با BC موازی است.



نتیجه پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را به هم وصل کند، با ضلع سوم آن مثلث، موازی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: چون O محل تلاقی عمودمنصف‌های مثلث ABC است و OD، OE و OF بر اضلاع مثلث ABC عمود هستند، پس نقاط D، E و F به ترتیب وسط اضلاع AB، AC و BC قرار دارند.

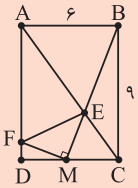


گام دوم: D و E وسط‌های اضلاع AB و AC هستند، پس $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}=1$ و طبق عکس قضیهٔ تالس، DE با BC موازی است، به همین ترتیب DF با AC و EF با AB موازی است، یعنی مثلث DEF، مثلثی است که وسط‌های اضلاع مثلث ABC را به هم وصل کرده، پس اضلاع مثلث DEF نظیربه‌نظیر موازی اضلاع مثلث ABC هستند.

گام سوم: در نتیجه OF عمود بر DE، OE عمود بر DF و OD عمود بر EF است، یعنی پاره‌خط‌های OD، OE و OF روی ارتفاع‌های مثلث DEF واقع‌اند و O محل تلاقی ارتفاع‌های این مثلث است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳ مطابق شکل، طول و عرض مستطیل ABCD به ترتیب ۹ و ۶ است. اگر M وسط CD و MF بر BM عمود باشد، آن‌گاه اندازهٔ EF کدام است؟



۱) $\sqrt{۱۰}$

۲) $۲\sqrt{۳}$

۳) $۲\sqrt{۵}$

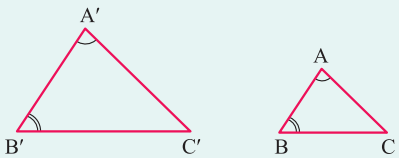
۴) $۳\sqrt{۲}$

مشاوره از موضوع «تشابه مثلث‌ها»، هر سال در کنکور سؤال داریم و در بسیاری مواقع، این سؤال‌ها، سؤال‌های ساده‌ای نیستند، پس این موضوع را خیلی تمرین کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

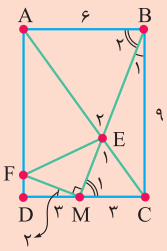
اگر دو زاویه از یک مثلث، با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشد، آن‌گاه آن دو مثلث با هم متشابه‌اند.



$$\begin{cases}\hat{A}=\hat{A}'\\ \hat{B}=\hat{B}'\end{cases}\Rightarrow \hat{C}=\hat{C}'\ ,\ \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCM، بنا بر رابطهٔ فیثاغورس داریم $BM=\sqrt{۹۰}=۳\sqrt{۱۰}$.



گام دوم: از آن‌جا که دو زاویهٔ $E_۱$ و $E_۲$ متقابل به رأس هستند $\hat{E}_۱=\hat{E}_۲$ و به دلیل قضیهٔ موازی ـ مورب داریم $\hat{B}_۲=\hat{M}_۱$؛ بنابراین دو مثلث AEB و CEM بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{BE}{EM}=\frac{AB}{MC}\Rightarrow\frac{BE}{EM}=\frac{۶}{۳}\Rightarrow BE=۲EM\Rightarrow EM=\sqrt{۱۰}$$

گام سوم: دقت کنید که:

$$\begin{cases}\hat{B}_۱+\hat{M}_۱=۹۰^\circ\\ \hat{M}_۱+\hat{M}_۲=۹۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\hat{B}_۱=\hat{M}_۲$$

ضمن آن‌که $F\hat{D}M=B\hat{C}M=۹۰^\circ$، پس داریم $\overset{\Delta}{FMD}\sim\overset{\Delta}{BMC}$؛ بنابراین:

$$\frac{FM}{BM}=\frac{DM}{BC}\Rightarrow\frac{FM}{۳\sqrt{۱۰}}=\frac{۳}{۹}\Rightarrow FM=\sqrt{۱۰}$$

گام چهارم: بنا به قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ FME، داریم:

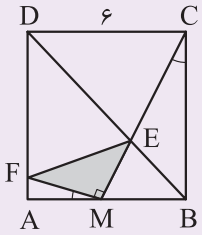
$$EF^۲=FM^۲+EM^۲\Rightarrow EF^۲=۱۰+۱۰\Rightarrow EF=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

کنکور

در مربع شکل زیر، نقطهٔ M وسط ضلع AB و $\hat{BCE} = \hat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه‌خورده کدام است؟

(سؤال ۲۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)



۱) ۴ / ۷۵

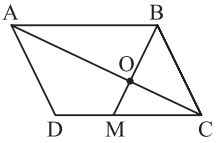
۲) ۴ / ۲۵

۳) ۳ / ۷۵

۴) ۳ / ۲۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴ در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اگر مساحت مثلث‌های OCM و OAB به ترتیب ۱ و ۹ باشد، آن‌گاه مساحت چهارضلعی OADM کدام است؟



۱) ۱۴

۲) ۱۲

۳) ۱۵

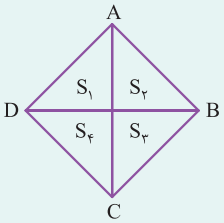
۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

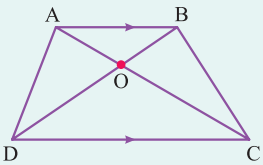
Hint از A به M وصل کنید.

درس Box

۱) مطابق شکل، اگر قطرهای چهارضلعی محدب ABCD را رسم کنیم، بین مساحت‌های چهار مثلث ایجادشده، رابطهٔ $S_۱ \times S_۳ = S_۲ \times S_۴$ برقرار است.

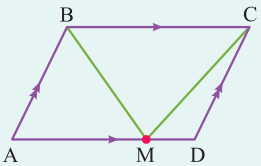


۲) اگر مطابق شکل، قطرهای ذوزنقهٔ ABCD را رسم کنیم، آن‌گاه:



$$S_{OAD} = S_{OBC}$$

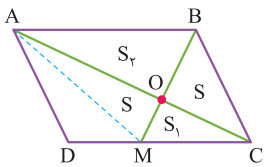
۳) مطابق شکل، اگر M نقطهٔ دلخواه واقع بر ضلع AD از متوازی‌الاضلاع ABCD باشد، آن‌گاه:



$$S_{MBC} = \frac{۱}{۲} S_{ABCD}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از A به M وصل می‌کنیم، با توجه به درس‌باکس، در ذوزنقهٔ ABCM داریم:



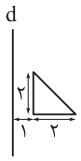
$$S_۱ \times S_۲ = S_{AOM} \times S_{BOC} \Rightarrow ۱ \times ۹ = S^۲ \Rightarrow S = ۳$$

گام دوم: مساحت مثلث ABM، نصف مساحت متوازی‌الاضلاع است:

$$S_{ABM} = ۹ + ۳ = ۱۲ \Rightarrow S_{ABCD} = ۲۴ \Rightarrow S_{ADC} = \frac{۲۴}{۲} = ۱۲ \Rightarrow S_{AOMD} = ۱۲ - S_۱ = ۱۲ - ۱ = ۱۱$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵ مطابق شکل، حجم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه، حول خط d کدام است؟



۱) ۶π

۲) $\frac{۲۰\pi}{۳}$

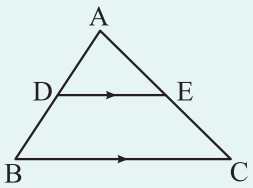
۳) $\frac{۱۶\pi}{۳}$

۴) $\frac{۱۷\pi}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) در شکل زیر DE با BC موازی است، داریم:



(قضیهٔ تالس در مثلث ABC) الف) $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

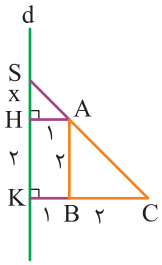
(تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC) ب) $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

۲) حجم مخروطی به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h برابر است با: $\frac{۱}{۳}\pi r^۲h$.

۳) حجم استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h برابر است با: $\pi r^۲h$.

پاسخ خیلی تشریحی

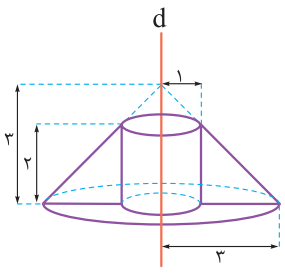
گام اول: با توجه به شکل، بنا به تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث SKC داریم:



$$\frac{SH}{SK}=\frac{AH}{CK}\Rightarrow\frac{x}{x+۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow ۳x=x+۲\Rightarrow x=۱$$

گام دوم: همان‌طور که می‌بینید شکل حاصل از این دوران، یک مخروط ناقص است که یک استوانه از داخل آن خالی شده است

با توجه به شکل داریم:



$$\text{مخروط بزرگ}=\frac{۱}{۳}\times\pi\times۳^۲\times۳=۹\pi$$

$$\text{مخروط کوچک}=\frac{۱}{۳}\times\pi\times۱^۲\times۱=\frac{\pi}{۳}$$

گام سوم: حالا می‌توانیم حجم مخروط ناقص را حساب کنیم:

$$\text{مخروط ناقص}=V_{\text{مخروط بزرگ}}-V_{\text{مخروط کوچک}}=۹\pi-\frac{\pi}{۳}=\frac{۲۶\pi}{۳}$$

گام چهارم: حجم استوانه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{استوانهٔ توخالی}=\pi\times۱^۲\times۲=۲\pi$$

بنابراین:

$$\text{حجم مورد نظر}=V_{\text{مخروط ناقص}}-V_{\text{استوانهٔ توخالی}}=\frac{۲۶\pi}{۳}-۲\pi=\frac{۲۰\pi}{۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۶ در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ ABCD، طول قاعده‌ها $AB = ۳$ و $CD = ۵$ است. اگر طول ساق مایل $BC = ۸$ باشد، وضعیت دایره‌ای به قطر BC با ساق قائم چگونه است؟

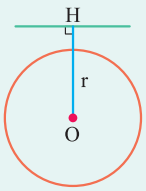
۱) مماس
۲) بدون نقطهٔ مشترک
۳) متقاطع
۴) بستگی به طول ساق قائم دارد.

مشاوره با یک سؤال ترکیبی از «وضعیت نسبی خط و دایره» و «قضیهٔ میان خط در ذوزنقه» مواجه هستیم. توجه کنید که طرح سؤال‌های ترکیبی، در سؤال‌های هندسهٔ کنکور، بسیار رایج است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

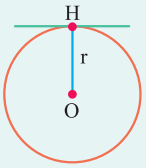
درس Box

۱) وضعیت نسبی خط و دایره، از مقایسهٔ شعاع دایره با فاصلهٔ مرکز دایره تا آن خط معلوم می‌شود.



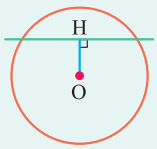
$OH > r$

خط و دایره فاقد نقطهٔ مشترک‌اند.



$OH = r$

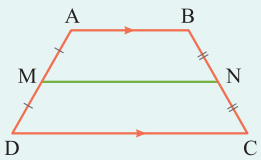
خط و دایره بر هم مماس‌اند (فقط یک نقطهٔ مشترک دارند).



$OH < r$

خط و دایره متقاطع‌اند (دارای دو نقطهٔ مشترک‌اند).

۲) قضیهٔ میان‌خط در ذوزنقه: اگر وسط‌های ساق‌های یک ذوزنقه را به هم وصل کنیم، پاره‌خط حاصل با قاعده‌های ذوزنقه موازی بوده و طول آن، میانگین طول‌های قاعده‌های ذوزنقه است.



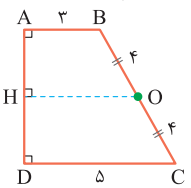
$$MN \parallel AB \parallel CD \ , \ MN = \frac{AB + CD}{۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مرکز دایره‌ای به قطر BC، نقطهٔ O وسط BC است و شعاع آن برابر است با $r = \frac{۱}{۲}BC = ۴$.

گام دوم: برای بررسی وضعیت این دایره با خط AD، باید فاصلهٔ O را از AD به دست آورده و با شعاع دایره مقایسه کنیم.

گام سوم: اگر از وسط BC عمودی بر ساق AD رسم کنیم، آن‌گاه پای عمود (نقطهٔ H) وسط AD است و داریم:



$$OH = \frac{AB + CD}{۲} = ۴$$

پس فاصلهٔ مرکز دایره تا خط AD با شعاع دایره برابر است و دایره به قطر BC بر خط AD مماس است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷ دو دایرهٔ C_1 و C_2 با شعاع‌های ۱ و ۳، مماس‌خارج‌اند و خط d، مماس‌مشترک خارجی آن‌هاست. بازتاب دایرهٔ C_2 را نسبت به خط d به دست آورده و C'_2 می‌نامیم. طول خط‌المرکزین دو دایرهٔ C_1 و C'_2 کدام است؟

۱) $2\sqrt{7}$ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

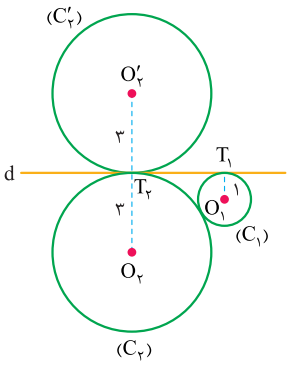
۱) در دو دایرهٔ مماس‌خارج، طول خط‌المرکزین، برابر است با مجموع طول شعاع‌های دو دایره.

۲) اگر دو دایرهٔ $C_1(O_1, R_1)$ و $C_2(O_2, R_2)$ دارای مماس‌مشترک داخلی باشند، طول مماس‌مشترک داخلی آن‌ها $\sqrt{O_1O_2^2-(R_1+R_2)^2}$ و اگر مماس‌مشترک خارجی باشند، طول مماس‌مشترک خارجی آن‌ها $\sqrt{O_1O_2^2-(R_1-R_2)^2}$ است.

۳) بازتاب، یک تبدیل طولپا است، پس تصویر هر دایره در یک بازتاب، دایره‌ای است که شعاع آن با دایرهٔ اصلی برابر است.

پاسخ‌خیلی‌تشریحی

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. با توجه به درس‌باکس، طول مماس‌مشترک خارجی دو دایرهٔ C_1 و C_2 برابر است با:



$$T_1T_2=\sqrt{O_1O_2^2-(R_1-R_2)^2}\Rightarrow T_1T_2=\sqrt{(1+3)^2-(1-3)^2}=2\sqrt{3}$$

گام دوم: همان‌طور که در شکل می‌بینید، T_1T_2، مماس‌مشترک داخلی دو دایرهٔ C_1 و C'_2 است، پس:

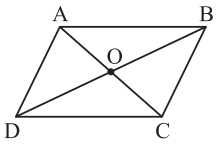
$$T_1T_2=\sqrt{O_1O_2'^2-(R_1+R'_2)^2}$$

$$2\sqrt{3}=\sqrt{O_1O_2'^2-(1+3)^2}\Rightarrow 12=O_1O_2'^2-16$$

$$\Rightarrow O_1O_2'^2=28\Rightarrow O_1O_2'=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸ **در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. با کدام تبدیل نمی‌توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کرد؟**



۱) انتقال

۲) دوران

۳) تجانس مستقیم

۴) تجانس معکوس

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

چون AB و CD موازی و هم‌اندازه‌اند، پس تبدیلی می‌تواند ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کند که شیب خط‌ها را حفظ کرده و طولپا باشد.

درس Box

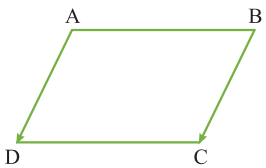
۱) بازتاب، انتقال و دوران تبدیل‌هایی طولپا هستند. تجانس فقط در صورتی که نسبت تجانس برابر ۱ یا ۱− باشد، طولپاست.

۲) انتقال و تجانس همواره شیب خط‌ها را حفظ می‌کنند. دوران در حالتی که زاویهٔ دوران مضرب 180° باشد و بازتاب در صورتی که محور بازتاب موازی با خط و یا عمود بر آن باشد، شیب خط‌ها را ثابت نگه می‌دارند.

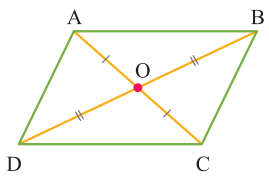
پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در متوازی‌الاضلاع، اضلاع مقابل دوبه‌دو موازی و مساوی یکدیگرند، پس در صورتی که متوازی‌الاضلاع ABCD با بردار $\overrightarrow{AD}$ یا $\overrightarrow{BC}$ انتقال یابد، ضلع AB بر ضلع CD منطبق می‌شود:



گزینهٔ (۲): در متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند، یعنی مطابق شکل $OA = OC$ و $OB = OD$ است، پس با دوران به مرکز O و تحت زاویهٔ 180°، ضلع AB بر ضلع CD منطبق می‌شود:



گزینهٔ (۳): تجانس مستقیم تنها در صورتی طولپا است که نسبت تجانس برابر ۱ باشد. از طرفی در تجانس با نسبت $k = 1$، هر پاره‌خط بر خودش تصویر می‌شود، پس با توجه به مساوی‌بودن اندازه‌های اضلاع AB و CD، هیچ‌گاه در یک تجانس مستقیم، نمی‌توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر کرد.

گزینهٔ (۴): تجانس با نسبت $k = -1$، دقیقاً معادل دوران 180° است، پس با تجانس معکوس به مرکز O و نسبت $k = -1$، می‌توان ضلع AB را بر ضلع CD تصویر نمود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

مشابه کنکور

۲۹ در مثلث ABC، طول ضلع AB برابر با ۱۲ و نقطهٔ M وسط آن است. نیمساز زاویهٔ AMC، را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطهٔ D قطع کند. سپس از M عمودی بر MD رسم می‌کنیم تا BC را در E قطع کند. اگر $BC = ۸$ و $CE = ۶$، آن‌گاه طول پاره‌خط DE کدام است؟

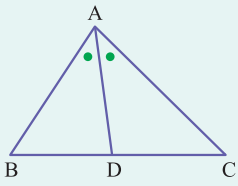
۱) ۶
۲) ۹
۳) ۴/۵
۴) ۵/۵

مشاوره این سؤال، مشابه سؤال ۳۰ کنکور ریاضی تیرماه ۱۴۰۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

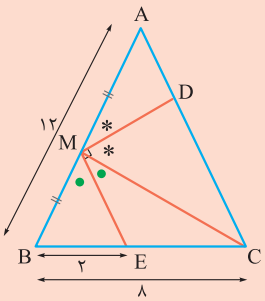
قضیهٔ نیمساز داخلی: مطابق شکل، اگر در مثلث ABC، نیمساز زاویهٔ داخلی A، ضلع BC را در D قطع کند، آن‌گاه داریم:



$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم نیمسازهای دو زاویهٔ $B\hat{M}C$ و $A\hat{M}C$ بر یکدیگر عمودند، پس ME نیمساز زاویهٔ $B\hat{M}C$ است:



گام دوم: در مثلث BMC، پاره‌خط ME نیمساز زاویهٔ داخلی M است، پس داریم:

$$\frac{BE}{CE} = \frac{MB}{MC} \xrightarrow{MB=MA} \frac{BE}{CE} = \frac{MA}{MC} \quad (۱)$$

گام سوم: در مثلث AMC، پاره‌خط MD نیمساز زاویهٔ داخلی M است و داریم:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{MA}{MC} \quad (۲)$$

گام چهارم: از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BE}{CE} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} DE \parallel AB$$

از این‌که $DE \parallel AB$، بنا بر تعمیم قضیهٔ تالس خواهیم داشت:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow \frac{DE}{۱۲} = \frac{۶}{۸} \Rightarrow DE = ۹$$

کنکور

در مثلث ABC، $BC = ۱۰$ نقطهٔ D وسط BC و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $A\hat{D}C$ و $A\hat{D}B$ هستند. اگر $AF = ۱۲\sqrt{۲}$ و $BF = ۳\sqrt{۲}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟ (سؤال ۳۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) ۳
۲) ۶
۳) $\sqrt{۷}$
۴) $۲\sqrt{۷}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰ در مثلث ABC، دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع $BC = ۷$ در دو نقطهٔ T و T' به ترتیب بر امتداد اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۵$ مماس است. مساحت مثلث ATT' چند برابر $\sqrt{۶}$ است؟

۱) ۱۲/۸ ۲) ۱۲/۶ ۳) ۱۲/۴ ۴) ۱۲/۲

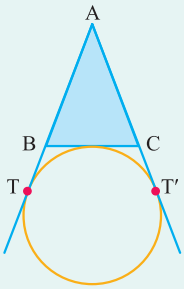
مشاوره با یک سؤال ترکیبی از فصل اول و فصل سوم هندسهٔ (۲) مواجهیم.

پاسخ: گزینهٔ ۱

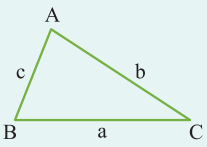
Hint توجه کنید که $S_{ATT'} = \frac{۱}{۲} AT \times AT' \times \sin \hat{A}$.

درس Box

۱) مطابق شکل، اگر دایرهٔ محاطی نظیر ضلع BC در مثلث ABC، در نقاط T و T' بر امتداد اضلاع AB و AC مماس باشد، آن‌گاه $AT = AT' = P$ (P: نصف محیط مثلث ABC)



۲) **قضیهٔ کسینوس‌ها**: مطابق شکل، در مثلث ABC، داریم:



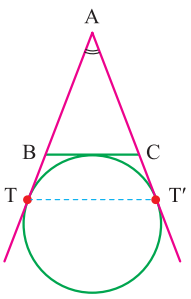
$$\begin{cases} a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc \times \cos \hat{A} \\ b^۲ = c^۲ + a^۲ - ۲ca \times \cos \hat{B} \\ c^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab \times \cos \hat{C} \end{cases}$$

۳) **رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث**: در شکل بالا داریم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} bc \times \sin \hat{A} = \frac{۱}{۲} ca \times \sin \hat{B} = \frac{۱}{۲} ab \times \sin \hat{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طول مماس‌هایی که از رأس A بر دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC رسم می‌شود، برابر با نصف محیط مثلث ABC است، پس در شکل فرضی مقابل داریم:



$$AT = AT' = \frac{AB + BC + AC}{۲} = \frac{۴ + ۷ + ۵}{۲} = ۸$$

گام دوم: بنابر قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC، داریم:

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲AB \times AC \times \cos \hat{A} \Rightarrow ۴۹ = ۱۶ + ۲۵ - ۲ \times ۴ \times ۵ \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-۱}{۵}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \sqrt{۱ - \cos^۲ A} = \sqrt{۱ - \frac{۱}{۲۵}} = \frac{\sqrt{۲۴}}{۵} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۵}$$

گام سوم: برای محاسبهٔ مساحت مثلث ATT'، داریم:

$$S_{ATT'} = \frac{۱}{۲} AT \times AT' \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow S_{ATT'} = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۸ \times \frac{۲\sqrt{۶}}{۵} = \frac{۶۴}{۵} \sqrt{۶} = ۱۲/۸\sqrt{۶}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱ گزارهٔ $((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$ هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) $\sim p \vee \sim q$

۲) $p \vee \sim q$

۳) $\sim p \vee q$

۴) $p \vee q$

مشاوره منطق ریاضی با این‌که حجم کمی دارد پای ثابت سؤال‌های کنکور در سال‌های اخیر بوده است. حواستان باشد که سؤال منطق جزء چند سؤال اول است، پس با پاسخ درست به آن روحیهٔ شما هم خوب می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint جدول ارزش گزاره را رسم کن یا این‌که برخی از ردیف‌های جدول را بگیر و رد گزینه کن.

درس Box

ارزش گزاره‌های ترکیبی

ارزش	فارسی	ریاضی	ترکیب گزاره‌ها
وقتی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشد.	p یا q	$p \vee q$	ترکیب فصلی
وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.	p و q	$p \wedge q$	ترکیب عطفی
فقط در حالت «ن ⇒ د» نادرست است و در بقیهٔ حالت‌ها درست است.	اگر p آن‌گاه q	$p \Rightarrow q$	ترکیب شرطی
وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.	p اگر و فقط اگر q	$p \Leftrightarrow q$	ترکیب دوشرطی
ارزش آن برعکس p است.	نقیض p	$\sim p$	نقیض

هم‌ارزی‌های مهم

گزاره	مجموعه	اسم قانون
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	$\begin{cases} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \end{cases}$	قوانین شرکت‌پذیری
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$ (فاکتور)	قوانین پخشی (عکس آن فاکتورگیری)
-	$A \subseteq B$ ⇒ $A \cup B = B$، $A \cap B = A$، $A - B = \varnothing$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.)	قوانین زیرمجموعه
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$	قوانین دمورگان
-	$A - B = A \cap B'$	قانون تبدیل تفاضل به اشتراک
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A & (\text{چون } A \cap B \subseteq A) \\ A \cap (A \cup B) = A & (\text{چون } A \subseteq A \cup B) \end{cases}$	قوانین جذب
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	-	ترکیب شرطی
$p \vee \sim p \equiv T \quad p \vee T \equiv T \quad p \vee F \equiv p$ $p \wedge \sim p \equiv F \quad p \wedge T \equiv p \quad p \wedge F \equiv F$	$A \cup A' = U \quad A \cup U = U \quad A \cup \varnothing = A$ $A \cap A' = \varnothing \quad A \cap U = A \quad A \cap \varnothing = \varnothing$	مقدماتی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** جدول ارزش را رسم می‌کنیم:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$	$((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	د

گام دوم: ستون سوم و پنجم یکسان هستند، پس گزارهٔ داده‌شده با $p \Rightarrow q$ هم‌ارز است، از طرفی طبق هم‌ارزی ترکیب شرطی:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

کنکور

گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ *(سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)*

۱) $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$

۲) $r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

۳) $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$

۴) $\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲ مجموعه‌های ناتهی $X=(A-B)'\cap(B\cap A)$ و $Y=(A'-B)'$ به صورتی هستند که $X\times Y=Y\times X$. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $A=B$
۲) $A\cap B=\varnothing$
۳) $A=\varnothing$ یا $B=\varnothing$
۴) $A=U$ یا $B=U$

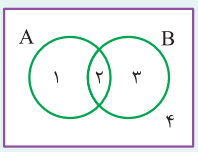
مشاوره سؤال ترکیبی خوب از جبر مجموعه‌ها و ضرب دکارتی. شبیه این سؤال را در آینده خواهید دید.

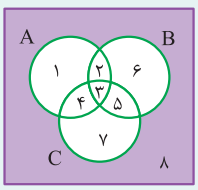
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint با نمودار ون یا جبر مجموعه‌ها حاصل X و Y رو به دست بیار و بعد، از این‌که اگر X و Y ناتهی بوده و $X\times Y=Y\times X$ باشد، نتیجه‌گیری $X=Y$.

درس Box

روش شماره‌گذاری برای به دست آوردن عبارت‌های مجموعه‌ای:

اگر دو مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت 

و اگر سه مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت 

رسم کرده و نواحی را شماره‌گذاری می‌کنیم.

مدل اول: اگر بخواهیم حاصل مجموعهٔ داده‌شده را به دست آوریم با توجه به نمودار بررسی می‌کنیم که مجموعهٔ داده‌شده شامل کدام نواحی می‌شود و آن مجموعه با کدام گزینه برابر است.

مدل دوم: اگر تساوی یک مجموعه‌ای داشته باشیم نواحی هر کدام را از دو طرف مشخص می‌کنیم. دقت می‌کنیم که نواحی که فقط در یک طرف تساوی هستند، تهی باید باشند. به زبان دیگر نواحی مشترک را کنار می‌گذاریم، سایر نواحی $\varnothing$ باید باشند.

تعریف ضرب دکارتی و ویژگی‌های آن:

$A\times B$ شامل تمام زوج‌های مرتبی است که مؤلفهٔ اول آن‌ها عضو A و مؤلفهٔ دوم آن‌ها عضو B باشد. اگر A دارای m و B دارای n عضو باشد، $A\times B$ دارای $m\times n$ عضو است.

خواص ضرب دکارتی:

۱) $A\times\varnothing=\varnothing\times A=\varnothing$

۲) $A\times A=A^2$

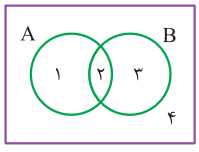
۳) ضرب دکارتی روی $\cup$ و $\cap$ و $-$ خاصیت پخشی دارد، یعنی:

- $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$
- $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$
- $A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)$

۴) ضرب دکارتی برای مجموعه‌های ناتهی و متمایز خاصیت جابه‌جایی ندارد؛ یعنی در حالت کلی $A\times B\neq B\times A$؛ اما اگر A و B ناتهی باشند، از تساوی $A\times B=B\times A$ نتیجه می‌شود $A=B$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با نمودار ون حاصل X را به دست می‌آوریم:



$(A-B)'\cap(B\cap A)=\{۱\}'\cap\{۲\}=\{۲,۳,۴\}\cap\{۲\}=\{۲\}=A\cap B$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: با جبر مجموعه‌ها (یا نمودار ون) Y را هم محاسبه می‌کنیم:

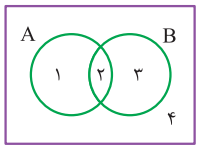
$$(A'-B)'=(A'\cap B')'=A\cup B=\{۱,۲,۳\}$$

گام سوم: از قضیه داریم:

$$X\times Y=Y\times X \xrightarrow{X,Y\neq\varnothing} X=Y$$

پس $A\cup B=A\cap B$ است.

گام چهارم: دو مجموعهٔ B و A داریم که اجتماع آن‌ها با اشتراک آن‌ها مساوی شده است. پس طبق روش شماره‌گذاری داریم:



$$A\cup B=A\cap B$$

$$\{۱,۲,۳\}=\{۲\}$$

در ناحیهٔ (۱) و (۳) عضوی نمی‌تواند وجود داشته باشد، چون در غیر این صورت $A\cup B=A\cap B$ نمی‌شود، پس نتیجه می‌شود نواحی (۱) و (۳) تهی بوده و $A=B$.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ ۶ نفر شامل A و B به چند طریق ممکن است در یک صف بایستند به طوری که A نفر iاُم و B نفر jاُم صف بوده، i فرد و j زوج باشد؟

۱) ۱۲۰

۲) ۱۸۰

۳) ۲۴۰

۴) ۲۱۶

مشاوره روی این تیپ ترکیبی از انتخاب و جایگشت خیلی کار کنید. به مفهوم اصل ضرب توجه کنید. مرحله‌به‌مرحله جلو می‌رویم و تعداد حالت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم تا کار تمام شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اول یک شمارهٔ فرد برای A و بعد شمارهٔ زوج برای B انتخاب کن و بعد جایگشت بقیهٔ افراد را ضرب کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در بین شماره‌های ۱،۲،۳،۴،۵،۶، سه شمارهٔ زوج و سه شمارهٔ فرد داریم. ابتدا به $\binom{۳}{۱}$ روش، یک شمارهٔ فرد در نظر گرفته و A را در آن قرار می‌دهیم.

گام دوم: به $\binom{۳}{۱}$ روش یک شمارهٔ زوج انتخاب می‌کنیم و B را در آن قرار می‌دهیم.

گام سوم: ۴ نفر باقی‌مانده به $۴!$ روش ممکن است در ۴ مکان باقی‌مانده قرار بگیرند.

گام چهارم: طبق اصل ضرب تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times ۴! = ۳\times ۳\times ۲۴ = ۲۱۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۴ مجموعهٔ مرجع برابر با مجموعهٔ اعداد طبیعی یک‌رقمی بوده و B مجموعه‌ای ۵عضوی است. چند مجموعه مثل C وجود دارد به طوری که $B \cap C$ دارای تعدادی فردی عضو باشد؟

۱) ۶۴

۲) ۲۴۰

۳) ۲۵۶

۴) ۳۲۰

مشاوره این سؤال مشابه یکی از سؤال‌های مرحله اول المپیاد بوده است. در سال‌های اخیر حضور سؤال‌های کمی تا قسمتی المپیادی در کنکور پررنگ شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint مجموعهٔ C یک قسمت مشترک فرد عضوی با B و یک قسمت غیرمشترک با B دارد.

درس Box

تعداد زیرمجموعه‌ها:

فرض می‌کنیم مجموعهٔ A دارای n عضو باشد. تعداد زیرمجموعه‌ها با شرایط خاص از روابط زیر به دست می‌آید:

تعداد کل زیرمجموعه‌ها	زیرمجموعه‌های ناتهی	زیرمجموعه‌های غیرخودش (سَره)	زیرمجموعه‌های شامل k عضو خاص (فاقد k عضو خاص)	زیرمجموعه‌های k عضوی
۲^n	$۲^n - ۱$	$۲^n - ۱$	۲^{n-k}	$\binom{n}{k}$

زیرمجموعه‌های k عضوی شامل x عضو خاص	زیرمجموعه‌های k عضوی فاقد x عضو خاص
$\binom{n-x}{k-x}$	$\binom{n-x}{k}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید $B = \{۱,۲,۳,۴,۵\}$ باشد. مجموعهٔ C با B یا در یک عضو مشترک است یا در ۳ عضو و یا در ۵ عضو، پس مجموعهٔ $B \cap C$ به $\binom{۵}{۱}+\binom{۵}{۳}+\binom{۵}{۵}=۱۶$ حالت ممکن است انتخاب شود.

گام دوم: اعداد $۶,۷,۸,۹$ ممکن است عضو C باشند یا نباشند، پس هر کدام ۲ حالت دارند، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های C برابر است با:

$$۱۶ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲^۸ = ۲۵۶$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵ فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی به صورت $S=\{a,b,c,d,e,f\}$ است. احتمال رخ‌دادن a یا b برابر $\frac{۱}{۴}$ است، ولی احتمال آن‌که e و f هیچ‌کدام رخ ندهند برابر $\frac{۴}{۵}$ است. احتمال رخ‌دادن پیشامد $\{a,b,e,f\}$ چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۹}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

$$P(\{a,b\})+P(\{c,d\})=\frac{۴}{۵}$$

درس Box

اگر احتمال رخ‌دادن حداقل دو عضو فضای نمونه متفاوت باشد، می‌گوییم فضای نمونهٔ غیرهم‌شانس است.

نکته

در فضای نمونهٔ غیرهم‌شانس S، داریم:

S	$S_۱$	$S_۲$	⋯	S_n
احتمال	$P(S_۱)$	$P(S_۲)$	⋯	$P(S_n)$

۱) جمع احتمال‌ها $=۱ \Rightarrow P(S_۱)+\cdots+P(S_n)=۱$

۲) $\underbrace{P(\{S_۱,S_۲\})}_{\text{احتمال } S_۱ \text{ یا } S_۲}=P(S_۱)+P(S_۲)$

۳) $P(S_۱)=۱-P(\text{بقیه})$ یا $P(\{S_۱,S_۲\})=۱-P(\text{بقیه})$

۴) $\underbrace{A\cap B=\varnothing, A\cup B=S}_{A \text{ و } B \text{ یک افراز روی } S} \Rightarrow P(A)+P(B)=۱$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول:

فضای نمونه $=S=\{a,b,c,d,e,f\}$, $P(\{a,b\})=\frac{۱}{۴}$

گام دوم: اگر e و f هیچ‌کدام رخ ندهد، یکی از d,c,b,a رخ می‌دهد. داریم:

$$P(\{a,b,c,d\})=\frac{۴}{۵} \Rightarrow \underbrace{P(\{a,b\})}_{\frac{۱}{۴}}+P(\{c,d\})=\frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow P(\{c,d\})=\frac{۴}{۵}-\frac{۱}{۴}=\frac{۱۱}{۲۰}$$

گام سوم: مجموع احتمال‌ها برابر ۱ است، پس داریم:

$$P(S)=۱ \Rightarrow P(\{a,b,e,f\})+P(\{c,d\})=۱$$

$$\Rightarrow P(\{a,b,e,f\})+\frac{۱۱}{۲۰}=۱$$

$$\Rightarrow P(\{a,b,e,f\})=\frac{۹}{۲۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۶ **احتمال به موقع رسیدن یک ماشین به مقصد برابر ۰/۷ است، اما اگر این ماشین در بین راه خراب شده باشد با احتمال ۰/۴ به موقع می‌رسد. اگر احتمال خرابی ماشین در راه ۰/۰۵ باشد، احتمال آن‌که ماشین دیر برسد به شرط آن‌که بدانیم در راه خراب نشده، چه‌قدر است؟**

۱) $\frac{۲۷}{۹۵}$ ۲) $\frac{۷۷}{۹۵}$

۳) $\frac{۵}{۱۹}$ ۴) $\frac{۴}{۹۵}$

مشاوره از قوانین احتمال معمولاً یک سال در میان سؤال می‌آید. سؤال قانون احتمال ممکن است در قالب مسئله باشد، حواستان باشد پیشامدها را به درستی تعریف کرده و از قوانین احتمال خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint مسئله $P(A), P(B|A)$ را داده و $P(B'|A')$ را می‌خواهد.

درس Box

قوانین احتمال

۱	$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$	احتمال رخ‌دادن A یا B
۲	$P(A\cap B')=P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$	احتمال رخداد A و عدم رخداد B
۳	$P(A')=۱-P(A)$	احنمال آن‌که A رخ ندهد.
۴	$P(A-B)\cup P(B-A)=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$	احتمال آن‌که فقط یکی از A و B رخ بدهد.
۵	$P(A'\cap B')=P((A\cup B)')=۱-P(A\cup B)$	احتمال آن‌که نه A رخ بدهد و نه B
۶	$P(A'\cup B')=۱-P(A\cap B)$	احتمال آن‌که حداکثر یکی از A و B رخ بدهد.
۷	$P(B\mid A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$	احتمال رخ‌دادن B به شرط رخ‌دادن A

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = \text{خرابی ماشین} \\ B = \text{به موقع رسیدن} \end{cases} \Rightarrow P(B\mid A)=۰/۴, P(A)=۰/۰۵, P(B)=۰/۷$$

گام دوم: از فرمول احتمال شرطی داریم:

$$P(\underset{\text{به موقع رسیدن}}{B}\mid \underset{\text{خرابی ماشین}}{A})=\frac{P(B\cap A)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(B\cap A)}{۰/۰۵}=۰/۴ \Rightarrow P(B\cap A)=۰/۰۲$$

گام سوم: خواستهٔ مسئله برابر است با:

$$P(\underset{\text{به‌موقع‌نرسیدن}}{B'}\mid \underset{\text{خراب‌نشدن}}{A'})=\frac{P(B'\cap A')}{P(A')}=\frac{۱-P(A\cup B)}{۱-P(A)}=\frac{۱-(۰/۷+۰/۰۵-۰/۰۲)}{۰/۹۵}=\frac{۰/۲۷}{۰/۹۵}=\frac{۲۷}{۹۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۷ در دو جعبه به ترتیب، ۱۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبهٔ اول چهار لامپ و در جعبهٔ دوم ۳ لامپ معیوب است. از هر کدام از جعبه‌ها ۵ لامپ به تصادف انتخاب و در یک جعبهٔ جدید قرار می‌دهیم. اگر لامپ انتخابی از جعبهٔ جدید معیوب باشد، با کدام احتمال این لامپ از جعبهٔ اول درون جعبهٔ جدید قرار گرفته است؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$ ۲) $\frac{۸}{۱۳}$

۳) $\frac{۱۳}{۴۰}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

مشاوره کتاب درسی در فصل احتمال تمرین‌های خیلی خوبی دارد که در سال‌های اخیر بارها در کنکور مطرح شده‌اند. این سؤال تبدیل‌یافتهٔ یکی از تمرین‌های کتاب درسی به قانون بیز است.

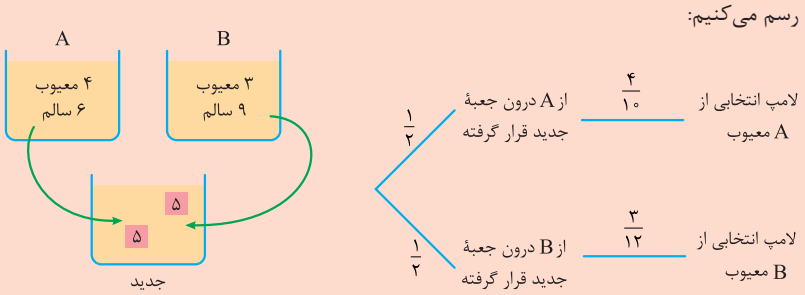
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اول احتمال این‌که لامپ خارج‌شده از جعبهٔ جدید معیوب باشد رو پیدا کن و بعد از قانون بیز استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: درون جعبهٔ جدید ۱۰ لامپ داریم که نصف آن‌ها از A و نصف دیگر از B آمده است.

گام دوم: نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



گام سوم: از قانون احتمال کل داریم:

$$P(\text{معیوب}) = \frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۸}=\frac{۱۳}{۴۰}$$

گام چهارم: از قانون بیز احتمال مطلوب (شاخهٔ A) را در صورت و احتمال کل را در مخرج قرار می‌دهیم:

$$P(A \mid \text{معیوب}) = \frac{\frac{۱}{۵}}{\frac{۱۳}{۴۰}} = \frac{۸}{۱۳}$$

کنکور دانش‌آموزان دو مدرسهٔ A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسهٔ A و ۷۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسهٔ B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسهٔ A، $\frac{۳}{۲}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسهٔ B باشد و فردی به تصادف از قبول‌شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسهٔ A است؟

(سؤال ۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)

۱) $\frac{۹}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸ در جدول فراوانی داده‌های زیر، میانگین داده‌ها برابر ۹ است، درصد فراوانی نسبی متناظر با داده ۸ کدام است؟

داده	x	۸	x + ۷
فراوانی	۴	x	۷

۱) ۳۱/۲۵ ۲) ۶۲/۵ ۳) ۳۲ ۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مجموع داده‌ها:

اگر n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n، داشته باشیم، مجموع آن داده‌ها را با نماد سیگما $(\sum)$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

و عبارت $\sum_{i=1}^{n} x_i$، سیگمای i از ۱ تا n، x_i می‌خوانیم.

میانگین یا متوسط داده‌ها:

میانگین یا متوسط n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n را با نماد $\bar{x}$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

میانگین موزون داده‌ها:

اگر n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n، داشته باشیم به طوری که هر یک از این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی f_1، f_2، ... و f_n باشند، میانگین موزون داده‌ها را با نماد $\bar{x}_f$ یا $\bar{x}_w$ نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$$

تعریف	اسم
تعداد تکرار دادهٔ iام	فراوانی $= f_i$
$\bar{f}_i = \frac{\text{فراوانی}}{\text{تعداد کل}}$	فراوانی نسبی $= \bar{f}_i$
$\bar{f}_i \times ۱۰۰$	درصد فراوانی نسبی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از فرمول میانگین وزنی داریم:

$$\bar{x} = \frac{۴x + ۸x + ۷x + ۴۹}{۴ + x + ۷} = \frac{۱۹x + ۴۹}{۱۱ + x} = ۹$$

$$\Rightarrow ۱۹x + ۴۹ = ۹۹ + ۹x \Rightarrow ۱۰x = ۵۰ \Rightarrow x = ۵$$

گام دوم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی داده ۸} = \frac{x}{۴ + x + ۷} = \frac{۵}{۱۶} \times ۱۰۰ = \frac{۵}{۴} \times ۲۵ = ۳۱/۲۵ \text{ (درصد)}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹ اگر میانگین داده‌های آماری $2x-4, y-1, 2z-12, t-5, m-7$ برابر با ۶ و انحراف معیار آن‌ها برابر با صفر باشد. ضریب تغییرات داده‌های x, y, z, t, m کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ۲) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ ۳) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{9}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint وقتی $\sigma = 0$ است، یعنی همهٔ داده‌ها برابر هستند.

درس Box

شاخص‌های پراکندگی

شاخص	فرمول	توضیح فارسی
واریانس	$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \cdots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$	هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می‌رسانیم، سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.
انحراف معیار	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$	جذر واریانس است.
ضریب تغییرات	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$
واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d	$\sigma^2 = (\frac{n^2-1}{12})d^2$	اگر اعداد تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انحراف معیار برابر صفر است، پس همهٔ داده‌های اولیه مساوی و برابر ۶ بوده‌اند:

$$2x-4 = y-1 = 2z-12 = t-5 = m-7 = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \\ z = 9 \\ t = 11 \\ m = 13 \end{cases}$$

گام دوم: داده‌های جدید تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند. میانگین آن‌ها برابر با عدد وسطی یعنی ۹ است، پس واریانس این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(5-9)^2 + (7-9)^2 + (9-9)^2 + (11-9)^2 + (13-9)^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

گام سوم: ضریب تغییرات برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{8}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۰ **اندازهٔ یک نمونهٔ انتخابی از یک جامعه را ۱۰۰ برابر کردیم. طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد و انحراف معیار برآورد میانگین چه تغییری می‌کند؟**

۱) ۲/۵ برابر ـ $\frac{۱}{۱۰}$ برابر

۲) ۲/۵ برابر ـ ۱۰ برابر

۳) $\frac{۱}{۱۰}$ برابر ـ تغییری نمی‌کند.

۴) $\frac{۱}{۱۰}$ برابر ـ $\frac{۱}{۱۰}$ برابر

مشاوره از موضوع بازهٔ اطمینان تا حالا سؤالی در کنکور نیامده است، بعید نیست امسال از آن سؤال بیاید. حواستان باشد که این موضوع یک فرمول بیشتر ندارد، پس حتماً آن را یاد بگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint طول بازهٔ اطمینان $\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ و انحراف معیار برآورد میانگین هم $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

درس Box

انحراف معیار برآورد میانگین

از هر نمونه به اندازهٔ n، میانگین نمونهٔ $\bar{x}$ به دست می‌آید. هر میانگین نمونه، برآوردی از میانگین جامعه (یا همان پارامتر جامعه یا μ) است.

انحراف معیار این برآوردها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\text{انحراف معیار جامعه}}{\sqrt{\text{اندازهٔ نمونه}}}$$

(دقت کنید در این رابطه تعداد عضوهای جامعه بسیار زیاد است.)

نکته اگر اندازهٔ نمونه k برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین بر $\sqrt{k}$ تقسیم می‌شود.

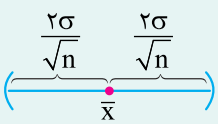
برآورد بازه‌ای

برآورد بازه‌ای یا بازهٔ اطمینان پارامتر جامعه عبارت است از بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد.

برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه:

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازهٔ n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$



که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

نکته‌ها:

۱) وسط بازهٔ اطمینان همان میانگین نمونه $(\bar{x})$ است.

۲) طول بازهٔ اطمینان برابر با $\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ است.

۳) اگر اندازهٔ نمونه k برابر شود طول بازهٔ اطمینان بر $\sqrt{k}$ تقسیم می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول:

$$\text{طول بازهٔ اطمینان} = \frac{۴\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{\text{طول بازهٔ جدید}}{\text{طول بازهٔ قدیم}} = \frac{\frac{۴\sigma}{\sqrt{۱۰۰n}}}{\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{\sqrt{n}}{۱۰\sqrt{n}} = \frac{۱}{۱۰}$$

گام دوم:

$$\text{انحراف معیار برآورد میانگین} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{\text{انحراف معیار برآورد میانگین جدید}}{\text{انحراف معیار برآورد میانگین قدیم}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{۱۰۰n}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{۱}{۱۰}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱ جرم کرهٔ زمین، ۱۰ برابر جرم کرهٔ مریخ و شعاع آن، ۲ برابر شعاع کرهٔ مریخ است. چگالی متوسط کرهٔ مریخ چند درصد از چگالی متوسط کرهٔ زمین کم‌تر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نسبت جرم به حجم جسم را چگالی می‌گوییم.

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \text{چگالی } (kg/m^3) \quad \frac{\text{جرم } (kg)}{\text{حجم } (m^3)}$$

حجم کره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

پاسخ خیلی تشریحی

با استفاده از رابطهٔ چگالی و نوشتن شکل نسبتی آن، نسبت چگالی مریخ به زمین را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_{\text{مریخ}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{m_{\text{مریخ}}}{V_{\text{مریخ}}}}{\frac{m_{\text{زمین}}}{V_{\text{زمین}}}} = \frac{m_{\text{مریخ}} \times V_{\text{زمین}}}{m_{\text{زمین}} \times V_{\text{مریخ}}} \xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\rho_{\text{مریخ}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{m_{\text{مریخ}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{R_{\text{زمین}}}{R_{\text{مریخ}}}\right)^3$$

$$\xrightarrow[R_{\text{زمین}}=2R_{\text{مریخ}}]{m_{\text{زمین}}=10\,m_{\text{مریخ}}} \frac{\rho_{\text{مریخ}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{m_{\text{مریخ}}}{10 \times m_{\text{مریخ}}} \times \left(\frac{2R_{\text{مریخ}}}{R_{\text{مریخ}}}\right)^3 = \frac{1}{10} \times 8 = 0/8 \Rightarrow \rho_{\text{مریخ}} = 0/8\,\rho_{\text{زمین}}$$

$$\frac{\rho_{\text{مریخ}} - \rho_{\text{زمین}}}{\rho_{\text{زمین}}} \times 100 = \frac{0/8\,\rho_{\text{زمین}} - \rho_{\text{زمین}}}{\rho_{\text{زمین}}} \times 100 = \frac{-0/2\,\rho_{\text{زمین}}}{\rho_{\text{زمین}}} \times 100 = -20\%$$

پس چگالی متوسط کرهٔ مریخ، ۲۰ درصد از چگالی متوسط کرهٔ زمین کم‌تر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲ در یک ظرف استوانه‌ای به سطح مقطع $۱۵۰\ cm^۲$، $۲/۴\ kg$ روغن ریخته شده است. فشار در کف این ظرف چند کیلوپاسکال است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ ، $P_۰ = ۷۵\ cmHg$ و چگالی جیوه $۱۳/۶\ g/cm^۳$ است.)

m A

۱) ۱۰۲/۶
۲) ۱۰۳/۶
۳) ۱۱۷
۴) ۱۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

فشار کل در کف یک ظرف استوانه‌ای، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = P_۰ + \frac{mg}{A} \quad \text{یا} \quad P_۰ + \rho gh$$

P : (Pa) فشار کل

$P_۰$: (Pa) فشار جو

m : (kg) جرم

g : شتاب گرانش (N/kg یا $m/s^۲$)

A : ($m^۲$) مساحت مقطع

ρ : ($kg/m^۳$) چگالی

h : (m) ارتفاع مایع

نکته برای تبدیل یکای فشار از cmHg به Pa یا بالعکس، با فرض آن‌که چگالی جیوه $۱۳/۶\ g/cm^۳$ باشد، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

فشار برحسب $Pa = ۱۳۶۰ \times$ فشار برحسب cmHg

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا با استفاده از نکتهٔ انتهای درس‌باکس، فشار جو را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

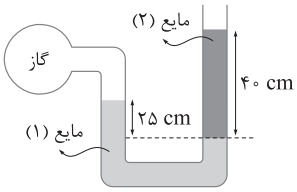
$$P_۰ = ۷۵\ cmHg \xrightarrow{\times ۱۳۶۰} P_۰ = ۱۰۲۰۰۰\ Pa$$

گام دوم: حالا با توجه به فرمول فشار کل، جای‌گذاری مقادیر را انجام داده و فشار کل را به دست می‌آوریم:

$$P = P_۰ + \frac{mg}{A} \xrightarrow[A=۱۵۰cm^۲=۱۵۰\times ۱۰^{-۴} m^۲]{P_۰=۱۰۲۰۰۰Pa\ ,\ m=۲/۴kg\ ,\ g=۱۰N/kg} P = ۱۰۲۰۰۰ + \underbrace{\frac{۲/۴\times ۱۰}{۱۵۰\times ۱۰^{-۴}}}_{۱۶۰۰} = ۱۰۳۶۰۰\ Pa \quad \text{یا} \quad ۱۰۳/۶\ kPa$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳ در شکل زیر، اگر چگالی مایع (۱) برابر $4\ g/cm^3$ و فشار پیمانه‌ای گاز برابر $-5\ kPa$ باشد، چگالی مایع (۲) چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) ۱/۲۵

۲) ۳/۷۵

۳) ۱۲۵۰

۴) ۳۷۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) اگر یک مایع روی مایع دیگری در حال تعادل قرار گیرد، فشارهای آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

۲) به اختلاف فشار مطلق گاز (P) و فشار هوای محیط (P_0)، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و آن را با نماد P_g نمایش می‌دهند:

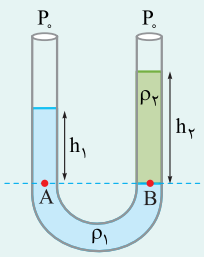
ρ: چگالی مایع (kg/m^3)

h: ارتفاع مایع (m)

$g: $ شتاب گرانش در سطح زمین $g \simeq 10\ N/kg$

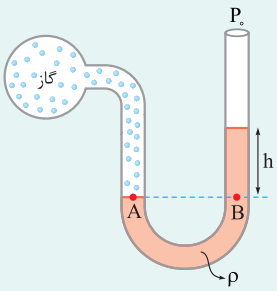
$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_g = P - P_0 = \rho gh$$

در لوله‌های U‌شکل، مطابق شکل زیر، در نقاط هم‌تراز که در یک مایع قرار دارند، فشار برابر است:



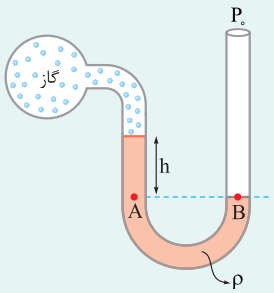
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P_0 = \rho_2 gh_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

وسیلهٔ اندازه‌گیری فشار گاز (مانومتر):



$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = \rho gh + P_0$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{گاز} - P_0 = \rho gh$)

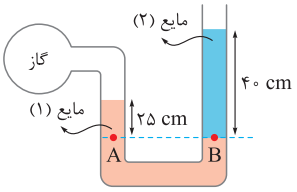


$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + \rho gh = P_0$

(فشار پیمانه‌ای: $P_{گاز} - P_0 = -\rho gh$)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به اصل هم‌فشاری و خط‌چین مشخص‌شده در سؤال عمل می‌کنیم و دو نقطه را مشخص می‌کنیم؛ نقطهٔ A در مایع (۱) و نقطهٔ B در مایع (۲).



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + \rho_1 gh_1 = P_0 + \rho_2 gh_2 \Rightarrow P_{گاز} - P_0 + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow P_g + \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

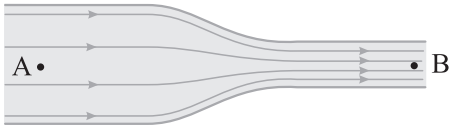
گام دوم: مقادیر داده‌شده در سؤال را جای‌گذاری می‌کنیم.

$$\xrightarrow[h_2=۴۰\,cm=۰/۴\,m\,,\,P_g=-۵\,kPa]{\rho_1=۴\,g/cm^۳=۴۰۰۰\,kg/m^۳\,,\;g=۱۰\,N/kg\,,\;h_1=۲۵\,cm=۰/۲۵\,m} -۵۰۰۰+۴۰۰۰\times۱۰\times۰/۲۵=\rho_2\times۱۰\times۰/۴$$

$$\Rightarrow -۵۰۰۰+۱۰^۴=۴\rho_2 \Rightarrow \frac{۵۰۰۰}{۴}=\rho_2 \Rightarrow \rho_2=۱۲۵۰\,kg/m^۳ \text{ یا } ۱/۲۵\,g/cm^۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۴ در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است. اگر قطر مقطع لوله در بخش **B**، ۴۰ درصد کم‌تر از قطر مقطع لوله در بخش **A** باشد، تندی آب در قسمت **B** چند برابر تندی آب در قسمت **A** است؟



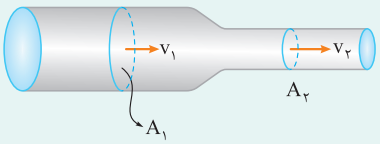
۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۲۵}{۴}$ ۴) $\frac{۲۵}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

معادلهٔ پیوستگی:

همانند شکل زیر، اگر شارهٔ تراکم‌ناپذیری درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا، آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است:



$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

$v_۱$ = تندی شاره هنگام عبور از مساحت $A_۱$ (m/s)

$v_۲$ = تندی شاره هنگام عبور از مساحت $A_۲$ (m/s)

اصل برنولی: برای شاره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شاره و با افزایش تندی شاره، فشار کاهش می‌یابد.

$$A_۲ < A_۱ \Rightarrow v_۲ > v_۱ \Rightarrow P_۲ < P_۱$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

قطر مقطع لوله در بخش B، ۴۰ درصد کم‌تر از قطر مقطع لوله در بخش A است؛ یعنی:

$$d_B = d_A - \frac{۴۰}{۱۰۰}d_A = \frac{۶۰}{۱۰۰}d_A = \frac{۳}{۵}d_A$$

با استفاده از معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$A_Av_A = A_Bv_B \xrightarrow{A=\pi\frac{d^۲}{۴}} \pi\frac{d_A^۲}{۴}\times v_A = \pi\frac{d_B^۲}{۴}\times v_B$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = (\frac{d_A}{d_B})^۲ = (\frac{d_A}{\frac{۳}{۵}d_A})^۲ = (\frac{۵}{۳})^۲ = \frac{۲۵}{۹}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵ تندی خودرویی به جرم ۱۲۰۰ kg، ۱۸ km / h افزایش می‌یابد. اگر در این مدت کار کل انجام‌شده روی خودرو ۱۰۵ kJ باشد، تندی اولیهٔ خودرو چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۵۴ ۴) ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$

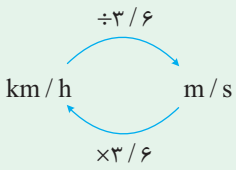
W_t : کار برایند (J)

K_2 : انرژی جنبشی در حالت ۲ (J)

K_1 : انرژی جنبشی در حالت ۱ (J)

نکته

برای تبدیل سرعت از km / h به m / s، می‌توانیم از ضرب و تقسیم عدد ۳/۶ به صورت زیر، استفاده کنیم.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا برای آن‌که محاسبات در SI باشد، یکای تغییر تندی را از km / h به m / s تبدیل می‌کنیم.

$$۱۸\ \text{km/h} \times \frac{۱\ \text{h}}{۳۶۰۰\ \text{s}} \times \frac{۱۰۰۰\ \text{m}}{۱\ \text{km}} = ۵\ \text{m/s} \quad \text{یا} \quad ۱۸\ \text{km/h} \div ۳/۶ = ۵\ \text{m/s}$$

گام دوم: حالا با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، تندی اولیه را به دست می‌آوریم.

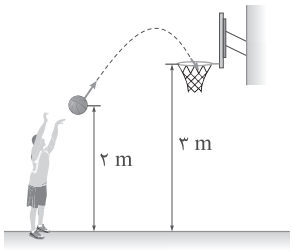
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_2 - K_1 = \frac{۱}{۲}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{W_t = ۱۰۵\,\text{kJ},\ m = ۱۲۰۰\,\text{kg}} ۱۰۵\times۱۰^3 = \frac{۱}{۲}\times۱۲۰۰((v_0+۵)^2 - (v_0)^2) \Rightarrow ۱۰۵\times۱۰^3 = ۶۰۰(v_0^2 + ۱۰v_0 + ۲۵ - v_0^2)$$

$$\Rightarrow ۱۷۵ = ۱۰v_0 + ۲۵ \Rightarrow ۱۵۰ = ۱۰v_0 \Rightarrow v_0 = ۱۵\ \text{m/s} \xrightarrow{\times ۳/۶} v_0 = ۵۴\ \text{km/h}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶ در شکل زیر، توپی به جرم ۶۰۰ g با تندی ۸ m / s پرتاب شده و با تندی ۵ m / s وارد سبد می‌شود. در این حرکت، اندازهٔ کار انجام‌شده توسط نیروی مقاومت هوا روی توپ، چند ژول است؟ $(g = ۱۰ N / kg)$



۱) ۵ / ۷

۲) ۶ / ۷

۳) ۱۱ / ۷

۴) ۱۶ / ۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی تست را حل می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_f = K_۲ - K_۱ \Rightarrow -mg\Delta h + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۲=۵\ m/s\ ,\ \Delta h=۱\ m]{m=۶۰۰\ g=۰/۶\ kg\ ,\ g=۱۰\ N/kg\ ,\ v_۱=۸\ m/s} (-۰/۶\times۱۰\times۱) + W_f = \frac{۱}{۲}\times۰/۶\times\underbrace{(۲۵-۶۴)}_{-۳۹}$$

$$\Rightarrow -۶ + W_f = ۰/۳\times(-۳۹) \Rightarrow W_{f_k} = -۱۱/۷ + ۶ \Rightarrow |W_{f_k}| = ۵/۷\ J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۷ توان ورودی یک تلمبهٔ برقی $5\ kW$ است. این تلمبه در هر دقیقه $1200\ L$ نفت با چگالی $0/8\ g/cm^3$ را با تندی ثابت به اندازهٔ $15\ m$ بالا می‌برد. بازده این تلمبه چند درصد است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۴۸ ۲) ۵۲ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

توان: کار انجام‌شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \quad \begin{matrix} W \rightarrow \text{کار مفید (J)} \\ \Delta t \rightarrow \text{بازهٔ زمانی (s)} \end{matrix} \quad \leftarrow \text{توان متوسط (W)}$$

بازده: بازدهٔ یک ماشین از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی (مفید)}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده برحسب درصد} = \frac{\text{کار خروجی (مفید)}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

$Ra =$ بازده برحسب درصد

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا توان خروجی (مفید) تلمبه را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \xrightarrow[t=60\,s\ ,\ g=10\,N/kg\ ,\ h=15\,m]{m=\rho V=1/2\,m^3\times 800\,kg/m^3=960\,kg} P_{\text{خروجی}} = \frac{960\times 10\times 15}{60} = 2400\,W = 2/4\,kW$$

(240 روی صورت، 4 روی مخرج)

گام دوم: حالا بازده تلمبه را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{2/4}{5} \times 100 = \%48$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸ ضریب انبساط طولی مس برابر $\frac{۱}{K}$ $۱/۸\times۱۰^{-۵}$ است. اگر دمای یک قطعهٔ مسی توپر $۱۵۰\ ^\circ F$ افزایش یابد، حجم آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۰/۴۵ ۲) ۴/۵

۳) ۰/۸۱ ۴) ۸/۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) **فرمول تبدیل تغییرات دما از مقیاس کلوین به فارنهایت**

$\Delta F =$ تغییر دما برحسب فارنهایت

$\Delta T =$ تغییر دما برحسب کلوین

$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta T$ ⟵ می‌تونی $\Delta\theta$ هم بنویسی!

۲) **رابطهٔ محاسبهٔ انبساط حجمی در اثر تغییر دمای ΔT برای جامدات و مایعات:**

جامدات: $\Delta V = V_۱ \times ۳\alpha\Delta T$

مایعات: $\Delta V = V_۱\beta\Delta T$

α: ضریب انبساط طولی $(K^{-۱})$

۳α: ضریب انبساط حجمی جامد $(K^{-۱})$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا تغییرات را برحسب فارنهایت می‌نویسیم.

$$\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta$$

$$۱۵۰ = \frac{۹}{۵}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۲۵۰}{۳}\ ^\circ C$$

گام دوم: حالا با توجه به فرمول انبساط حجمی، درصد تغییر حجم را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times۱۰۰ = ۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰ = ۵/۴\times۱۰^{-۵}\times\frac{۲۵۰}{۳}\times۱۰۰ = ۴۵۰\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰ = ٪۰/۴۵$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۹ کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

الف) در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.

ب) گرما از مرکز خورشید به سطح آن، به روش رسانش منتقل می‌شود.

پ) تفسنج تابش جزء دماسنج‌های معیار محسوب می‌شود.

ت) در ترموکوپل، کمیت دماسنجی ولتاژ است.

۱) الف و پ
۲) الف و ت
۳) ب و پ
۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

روش‌های انتقال گرما:

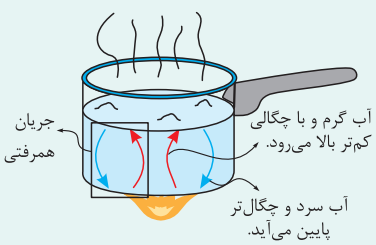
۱) **رسانش گرمایی**: با گرم شدن قسمتی از یک جسم، جنبش ذرات در آن ناحیه بیشتر می‌شود و به وسیلهٔ ذرات ماده، این انرژی به قسمت‌های دیگر منتقل می‌شوند تا در نهایت همهٔ بخش‌های جسم، گرم شوند.

حواستان باشد: در این روش، ذرات نقش منتقل‌کنندهٔ انرژی را دارند و خود ذرات منتقل نمی‌شوند.

در رسانش گرمایی، ارتعاش اتم‌ها و الکترون‌ها و حرکت سریع الکترون‌های آزاد، نقش اساسی دارند. در رساناهای فلزی که دارای الکترون آزاد هستند، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرمایی بیشتر است.

۲) **همرفت**: در این روش، گرما همراه با جابه‌جایی ماده منتقل می‌شود و این ذرات ماده هستند که وظیفهٔ انتقال گرما را دارند؛ بنابراین همرفت فقط در مایع‌ها و گازها رخ می‌دهد، زیرا مولکول‌های جامد حرکت انتقالی ندارند.

دو نوع همرفت وجود دارد:



الف) **همرفت طبیعی**: با گرم‌شدن قسمتی از شاره، حجم شاره در آن قسمت زیاد شده و چگالی آن قسمت کم می‌شود؛ بنابراین شاره در آن قسمت به سمت بالا حرکت می‌کند و شاره با دمای کم‌تر که چگالی‌اش بیشتر است، به سمت پایین حرکت می‌کند. شکل مقابل جریان همرفتی را نشان می‌دهد.

ب) **همرفت واداشته**: در این حالت، به کمک یک تلمبه، شاره را وادار به چرخش و انتقال گرما می‌کنیم؛ به عنوان مثال دستگاه گردش خون در بدن که توسط یک تلمبهٔ طبیعی (قلب) جریان خون را در بدن به حرکت وا می‌دارد، نمونه‌ای از همرفت واداشته است.

۳) **تابش گرمایی**: در این روش، دیگر نیاز به محیط مادی نیست و انتقال گرما در خلأ نیز انجام می‌شود.

هر جسمی که دمایش بالاتر از صفر مطلق باشد، از خود امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. امواج الکترومغناطیس با تندی نور منتشر می‌شوند و به همین دلیل، تابش گرمایی سریع‌ترین روش انتقال گرماست؛ به عنوان مثال، گرمای خورشید از طریق نور به زمین می‌رسد، در صورتی که میان زمین و خورشید خلأ است.

دماسنج‌های معیار عبارت‌اند از:

۱) دماسنج گازی

۲) دماسنج مقاومت پلاتینی

۳) تفسنج (پیرومتر)

کمیت دماسنجی در ترموکوپل، ولتاژ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به درس‌باکس به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

الف) درست

ب) نادرست؛ گرما از مرکز خورشید به سطح آن به روش همرفت طبیعی انجام می‌شود.

پ) نادرست؛ تفسنج نوری جزء دماسنج‌های معیار است.

ت) درست

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰ چند گرم یخ با دمای $0\ ^\circ C$ را درون $3\ kg$ آب با دمای $40\ ^\circ C$ بریزیم تا در نهایت آب با دمای $10\ ^\circ C$ حاصل شود؟ (اتلاف گرما ناچیز بوده و گرمای ویژهٔ آب $4200\ \frac{J}{kg.K}$ و گرمای نهان ذوب یخ $336\ kJ/kg$ است.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰

۳) ۷۵۰ ۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) برای جسمی بدون تغییر حالت، در اثر تبادل گرمایی، فقط دمای آن تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$Q = mc\Delta T$

$Q: (J)$ گرما

$m: (kg)$ جرم

$c: (J/kg.K)$ گرمای ویژه

$\Delta T = \Delta\theta: (^\circ C)$ یا (K) تغییر دما

۲) وقتی جسم جامدی در دمای ذوب خود از حالت جامد به مایع تبدیل شود و یا مایعی در همین دما به جامد تبدیل شود، روابط زیر را داریم:

$$Q = \begin{matrix}\text{ذوب}\uparrow\\ \pm\\ \downarrow\text{انجماد}\end{matrix} mL_F$$

$Q: (J)$ گرما

$m: (kg)$ جرم

$L_F: (J/kg)$ گرمای نهان ذوب

۳) اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با یکدیگر قرار بگیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند و به تعادل می‌رسند. براساس قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$Q_1 + Q_2 + \ldots = 0$

در این رابطه، برای اجسامی که گرما می‌گیرند، $Q > 0$ و برای اجسامی که گرما از دست می‌دهند، $Q < 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا طرح‌وارهٔ معروف مسائل گرما را رسم می‌کنیم.

یخ $0\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1 > 0}$ آب $0\ ^\circ C$ $\xrightarrow{Q_2 > 0}$ آب $10\ ^\circ C$ $\xleftarrow{Q_3 < 0}$ آب $40\ ^\circ C$ $3\ kg$

گام دوم: گرمای مورد نیاز تبدیل یخ $0\ ^\circ C$ به آب $0\ ^\circ C$ را به دست می‌آوریم:

$$Q_1 = mL_F \xrightarrow{m=?\ ,\ L_F=336\ kJ/kg} Q_1 = +m\times 336\ \ kJ$$

گام سوم: گرمای مورد نیاز تبدیل آب $0\ ^\circ C$ به آب $10\ ^\circ C$ را می‌نویسیم:

$$Q_2 = mc\Delta\theta \xrightarrow[m=?]{\Delta\theta=10\ ^\circ C\ ,\ c=4200\ \frac{J}{kg.K}} Q_2 = m\times 4200\times 10 = 42000\ m = 42m\ kJ$$

گام چهارم: گرمای تبدیل $3\ kg$ آب $40\ ^\circ C$ به آب $10\ ^\circ C$ را نیز می‌نویسیم و از جمع جبری Qها، جرم یخ را به دست می‌آوریم:

$$Q_3 = mc\Delta\theta \xrightarrow[m=3\ kg]{\Delta\theta=-30\ ^\circ C\ ,\ c=4200\ \frac{J}{kg.K}} Q_3 = 3(-30)\times 4200 = -378000\ J = -378\ kJ$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow 336m + 42m - 378 = 0 \Rightarrow 378m = 378$$

$$m = 1\ kg = 1000\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱ **فشار مقدار معینی گاز کامل، ۳ برابر فشار هوا است. اگر فشار پیمانه‌ای این گاز، ۲ برابر و حجم آن نصف شود، انرژی درونی آن چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{۳}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱۰}{۳}$ ۳) $\frac{۶}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

انرژی درونی: انرژی درونی یک ماده (U) با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ذره‌های آن ماده، برابر است. انرژی درونی مقدار معینی گاز آرمانی، فقط تابع دمای مطلق گاز (T) است؛ بنابراین با افزایش دما، انرژی درونی گاز نیز زیاد می‌شود.

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}$$

$U_۱$: انرژی درونی در دمای $T_۱$ (J)

$U_۲$: انرژی درونی در دمای $T_۲$ (J)

$T_۱$: دما در حالت اول (K)

$T_۲$: دما در حالت دوم (K)

فشار پیمانه‌ای: اختلاف فشار مطلق با فشار جو را فشار پیمانه‌ای (P_g) می‌گوییم.

$$P_g=P-P_۰$$

قانون گازهای کامل (آرمانی):

$$\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲}$$

P: فشار مطلق (Pa)

V: حجم $(m^۳)$

n: تعداد مول (mol)

T: دمای مطلق (K)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در قانون گازهای کامل، باید از فشار مطلق استفاده کنیم. با توجه به متن سؤال داریم:

$$P_{g۲}=۲P_{g۱} \Rightarrow P_۲-P_۰=۲(P_۱-P_۰) \xrightarrow{P_۱=۳P_۰} P_۲-P_۰=۲(۳P_۰-P_۰) \Rightarrow P_۲-P_۰=۴P_۰ \Rightarrow P_۲=۵P_۰$$

گام دوم: به کمک معادلهٔ قانون گازهای کامل، نسبت $\frac{T_۲}{T_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{P_۱V_۱} \xrightarrow[P_۱=۳P_۰]{P_۲=۵P_۰\ ,\ V_۲=\frac{۱}{۲}V_۱} \frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۵P_۰\times\frac{۱}{۲}V_۱}{۳P_۰\times V_۱}=\frac{۵}{۶}$$

گام سوم: با توجه به این‌که انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل $(n_۱=n_۲)$ فقط تابع دمای مطلق آن است؛ داریم:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{T_۲}{T_۱} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۵}{۶}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۲ در طی فرایندی ایستاوار، دمای ۵۰ g گاز هیدروژن، در فشار ثابت، $80\ ^\circ C$ افزایش می‌یابد. در این فرایند، کار انجام‌شده روی گاز برابر چند کیلوژول است؟ $(M_{H_2} = 2\ g/mol \text{ و } R = 8\ \frac{J}{mol.K})$

۱) ۱۶ ۲) −۱۶

۳) ۳۲ ۴) −۳۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رابطهٔ کار در فرایند هم‌فشار:

$$W = -nR\Delta T$$

W: کار محیط روی دستگاه یا کار انجام‌شده روی گاز (J)

n: تعداد مول (mol)

R: ثابت جهانی گازها $(\frac{J}{mol.K})$

ΔT: تغییر دما (K)

نکته

۱) تغییر دما برحسب کلوین با تغییر دما برحسب سلسیوس، یکسان است.

$$\Delta T = \Delta\theta$$

۲) تعداد مول‌های گاز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد مول } (mol) \leftarrow n = \frac{\text{جرم } (g) \rightarrow m}{\text{جرم مولی } (g/mol) \rightarrow M}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا تعداد مول‌های گاز هیدروژن را به دست می‌آوریم:

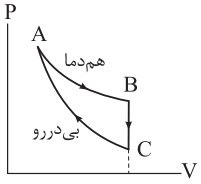
$$n = \frac{m}{M} = \frac{50}{2} = 25\ mol$$

گام دوم: کار انجام‌شده روی گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$W = -nR\Delta T \xrightarrow[\Delta T=\Delta\theta=80\ K]{n=25\ mol\ ,\ R=8\ \frac{J}{mol.K}} W = -25\times8\times80 \Rightarrow W = -16000\ J = -16\ kJ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۳ نمودار $P-V$ مقدار معینی گاز کامل در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. این چرخه از سه فرایند بی‌دررو، هم‌دما و هم‌حجم تشکیل شده است. چه تعداد از موارد زیر درست است؟



الف) در فرایند CA، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

ب) در فرایند AB، گاز گرما دریافت می‌کند.

پ) در فرایند BC، گاز گرما از دست می‌دهد.

ت) در این چرخه، گاز روی محیط کار انجام می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

قانون اول ترمودینامیک:

در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه (گاز).

$$\Delta U = Q + W$$

$$\text{تغییر انرژی درونی (J)} = \Delta U = U_2 - U_1$$

U_1: انرژی درونی اولیه (J)

U_2: انرژی درونی نهایی (J)

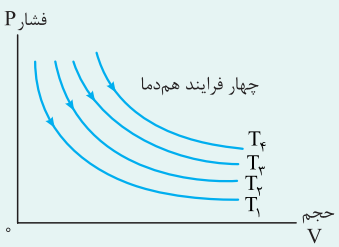
اگر دستگاه گرما بگیرد، $Q > 0$ و اگر دستگاه گرما از دست بدهد، $Q < 0$

هنگام تراکم $W > 0$ و هنگام انبساط $W < 0$

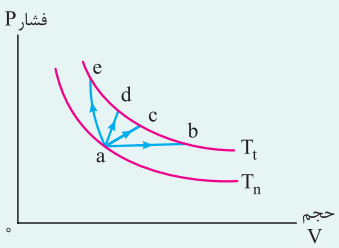
فرایند هم‌دما: دمای دستگاه در این فرایند ثابت می‌ماند.

نکته ۱) اگر چند فرایند هم‌دما در یک دستگاه مختصات $P-V$ رسم شوند، نموداری که بالاتر قرار می‌گیرد، دمای بیشتری دارد.

$$T_4 > T_3 > T_2 > T_1$$

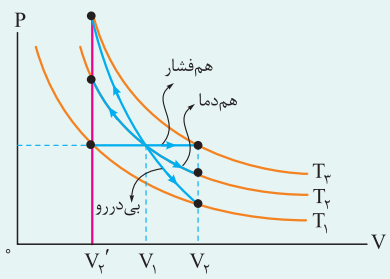


نکته ۲) روی نمودار $P-V$، هر چه به سمت بالا یا به سمت راست برویم و یا به هر شکل دیگر به دمای بالاتری برسیم، $\Delta U > 0$ است. (برعکس این موضوع نیز درست است).



فرایند بی‌دررو: در این فرایند، بین دستگاه و محیط، گرما مبادله نمی‌شود. $Q = 0$

اگر گازی را که در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد، یک بار به طور هم‌دما و یک بار به طور بی‌دررو و یک بار به طور هم‌فشار تا حجم V_2 **منبسط** کنیم، در فرایند هم‌دما افت فشار کم‌تر از حالت بی‌دررو است، زیرا در انبساط هم‌دما به گاز گرما داده می‌شود تا دمای آن ثابت بماند. اما در انبساط بی‌دررو، گرما داده نشده و فشار آن افت زیادی پیدا می‌کند. هم‌چنین کار انجام‌شده در انبساط هم‌فشار مقدار بیشتری دارد، زیرا مساحت سطح آن بزرگ‌تر است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حال اگر گاز را **متراکم** کنیم، در فرایند هم‌دما، چون مقداری گرما از گاز گرفته می‌شود، فشار آن افزایش کم‌تری دارد. در حالت تراکم، کار انجام‌شده در فرایند بی‌دررو نسبت به دو فرایند دیگر بیشتر است.

چرخهٔ ترمودینامیکی:

وقتی دستگاه پس از طی چند فرایند به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد، به مجموعهٔ این فرایندها چرخهٔ ترمودینامیکی گفته می‌شود.

نکته مساحت سطح داخل یک چرخه در مختصات $P-V$ با قدرمطلق کار انجام‌شده در آن چرخه برابر است. اگر جهت چرخه ساعتگرد باشد، $W<0$ و اگر پادساعتگرد باشد، $W>0$ خواهد بود.

نکته کار محیط روی دستگاه (کار انجام‌شده روی گاز) را با W و کار دستگاه روی محیط را با W' نشان می‌دهیم.

$$W' = -W$$

فرایند هم‌حجم: در این فرایند، حجم گاز ثابت می‌ماند و کار انجام‌شده صفر است؛ بنابراین گاز با محیط فقط تبادل گرما دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد «الف» تا «ت» را بررسی می‌کنیم:

الف) فرایند CA، تراکم بی‌دررو است:

$$\Delta U = \overset{0}{\cancel{Q}} + W \xrightarrow{W>0} \Delta U > 0 \Rightarrow U_A > U_C$$

بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته و عبارت «الف» درست است.

ب) فرایند AB، انبساط هم‌دما است:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q = -W \xrightarrow{W<0} Q > 0$$

بنابراین گاز گرما را دریافت می‌کند و عبارت «ب» درست است.

پ) فرایند BC، هم‌حجم است.

$$\begin{cases} U_A > U_C \\ U_A = U_B \end{cases} \Rightarrow U_B > U_C \Rightarrow \Delta U < 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q \xrightarrow{\Delta U<0} Q < 0$$

بنابراین گاز گرما از دست می‌دهد و عبارت «پ» درست است.

ت) چرخه ساعتگرد و در نتیجه $W<0$ است. بنابراین کار گاز روی محیط (W') مثبت بوده و عبارت «ت» درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

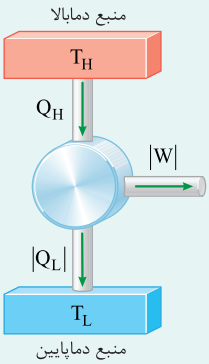
۵۴ یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵ درصد، در هر چرخه، ۶ kJ گرما به منبع دماپایین می‌دهد. اگر این ماشین در هر دقیقه، ۳۰ چرخه را طی کند، توان خروجی آن چند کیلووات است؟

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

بازدهٔ ماشین گرمایی:



هر ماشین گرمایی، گرمای Q_H را به عنوان گرمای دریافتی، از یک منبع با دمای بالا گرفته و مقداری از آن را به صورت کار $|W|$ روی محیط انجام می‌دهد که به عنوان انرژی مفید خروجی است. باقی‌ماندهٔ آن را نیز که گرمای $|Q_L|$ است و به یک منبع با دمای پایین می‌دهد که همان انرژی تلف‌شده است. در یک ماشین گرمایی آرمانی:

$$Q_H = |W| + |Q_L|$$

$$\text{بازده: } \eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

توان خروجی یک ماشین گرمایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{توان خروجی (W)} \leftarrow P = \frac{|W| \rightarrow \text{کار مفید خروجی (J)}}{\Delta t \rightarrow \text{بازهٔ زمانی (s)}}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدای گرمای Q_H را که از منبع با دمای بالا به ماشین گرمایی داده می‌شود، حساب می‌کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0/25 = 1 - \frac{6}{Q_H} \Rightarrow \frac{6}{Q_H} = 0/75 \Rightarrow Q_H = 8\ kJ$$

گام دوم: کار مفید انجام‌شده در هر چرخه را به دست می‌آوریم:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 8 = |W| + 6 \Rightarrow |W| = 2\ kJ$$

گام سوم: با توجه به این‌که در هر دقیقه، $n = 30$ چرخه طی می‌شود، توان مفید خروجی را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{n|W|}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 1\ min = 60\ s]{n=30\ ,\ |W|=2\ kJ} P = \frac{30 \times 2}{60} = 1\ kW$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵ یک جسم رسانای خنثی، چند الکترون و چگونه مبادله کند تا بار الکتریکی آن برابر $12\ \mu C$ شود؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C)$

۱) $7/5\times10^{13}$، دریافت کند.
۲) $7/5\times10^{13}$، از دست دهد.
۳) $7/5\times10^{19}$، دریافت کند.
۴) $7/5\times10^{19}$، از دست دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی:

بار الکتریکی یک جسم، مضرب درستی از بار بنیادی e است.

$$q = \pm ne$$

$n = 0, 1, 2, 3, \ldots$: اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های جسم

$+$ در صورتی که تعداد پروتون‌ها بیشتر از تعداد الکترون‌ها باشد.

$-$ در صورتی که تعداد الکترون‌ها بیشتر از تعداد پروتون‌ها باشد.

وقتی n الکترون از جسم خنثای A به جسم خنثای B انتقال یابد، جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار منفی خواهند شد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با استفاده از رابطهٔ کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌های مبادله‌شده (n) را به دست می‌آوریم:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{12\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}} = 7/5\times10^{13}$$

با توجه به این‌که بار الکتریکی جسم، مثبت شده، یعنی الکترون از دست داده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۶ ذره‌ای به جرم ۰/۵ g و بار الکتریکی ۲۰ μC− در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (۴\times۱۰^{۳}\ N/C)\vec{i}$ رها می‌شود. شتاب این ذره برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (از نیروی وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)

۱) $۱۶\vec{i}$ ۲) $۱۶۰\vec{i}$

۳) $-۱۶\vec{i}$ ۴) $-۱۶۰\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) رابطهٔ نیروی الکتریکی وارد بر یک ذرهٔ باردار که در میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار می‌گیرد، به صورت زیر است:

$\vec{F} = q\vec{E}$ ← نیروی الکتریکی (N)

میدان الکتریکی (N / C)

بار الکتریکی (C)

اگر $q > ۰$ باشد؛ $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند.

اگر $q < ۰$ باشد؛ $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند.

۲) رابطهٔ قانون دوم نیوتون:

$\vec{F} = m\vec{a}$ ← نیرو (N)

جرم (kg)

شتاب ($m/s^{۲}$)

پاسخ خیلی تشریحی

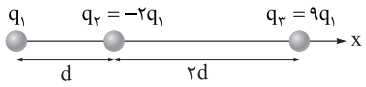
رابطهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار را با رابطهٔ قانون دوم نیوتون ترکیب می‌کنیم و از آن‌جا، شتاب حرکت ذره را برحسب بردار یکه به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\vec{F} = q\vec{E}\\ \vec{F} = m\vec{a}\end{cases} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\xrightarrow[\vec{E}=(۴\times۱۰^{۳}\ N/C)\vec{i}]{q=-۲۰\ \mu C=-۲۰\times۱۰^{-۶}\ C\ ,\ m=۰/۵\ g=۰/۵\times۱۰^{-۳}\ kg} \vec{a} = \frac{-۲۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۳}\vec{i}}{۰/۵\times۱۰^{-۳}} = -(۱۶۰\ m/s^{۲})\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ برابر $\vec{F}_۲ = (۲۵N)\vec{i}$ باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ برحسب نیوتون کدام است؟



۱) $۳۵\vec{i}$

۲) $-۳۵\vec{i}$

۳) $۵۵\vec{i}$

۴) $-۵۵\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

قانون کولن:

اندازهٔ نیروی الکتریکی (الکتروستاتیکی) بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط مستقیم بین آن‌ها اثر می‌کند، با حاصل‌ضرب بزرگی آن‌ها متناسب است و با مربع فاصلهٔ بین آن‌ها نسبت وارون دارد.

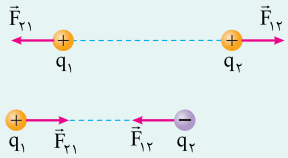
$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

F: اندازهٔ نیروی الکتریکی (N)

$k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲}$: ثابت کولن

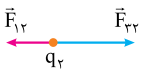
$q_۱$ و $q_۲$: بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)

r: فاصلهٔ بین دو بار (m)



پاسخ خیلی تشریحی

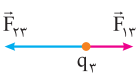
گام اول: نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ را روی شکل نشان می‌دهیم و نیروی خالص آن‌ها را برابر با $(۲۵\ N)\vec{i}$ قرار می‌دهیم:



$$F_۲ = F_{۳۲} - F_{۱۲} \Rightarrow ۲۵ = k\frac{|q_۳||q_۲|}{(۲d)^۲} - k\frac{|q_۱||q_۲|}{d^۲}$$

$$\xrightarrow[|q_۳|=۹|q_۱|]{|q_۲|=۲|q_۱|} ۲۵ = k\frac{۱۸|q_۱|^۲}{۴d^۲} - k\frac{۲|q_۱|^۲}{d^۲} \Rightarrow ۲/۵k\frac{|q_۱|^۲}{d^۲} = ۲۵ \Rightarrow k\frac{|q_۱|^۲}{d^۲} = ۱۰\ N$$

گام دوم: نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ را روی شکل نشان می‌دهیم و نیروی خالص آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$F_۳ = F_{۲۳} - F_{۱۳} \Rightarrow F_۳ = k\frac{|q_۲||q_۳|}{(۲d)^۲} - k\frac{|q_۱||q_۳|}{(۳d)^۲}$$

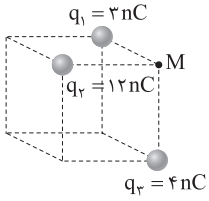
$$\xrightarrow[|q_۳|=۹|q_۱|]{|q_۲|=۲|q_۱|} F_۳ = k\frac{۱۸|q_۱|^۲}{۴d^۲} - k\frac{۹|q_۱|^۲}{۹d^۲} = ۳/۵k\frac{|q_۱|^۲}{d^۲} = ۳/۵\times۱۰ = ۳۵\ N$$

از آن‌جا که جهت نیروی $\vec{F}_۳$ به طرف چپ است، داریم:

$$\vec{F}_۳ = -(۳۵\ N)\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مکعب به ضلع ۳۰ cm قرار دارند. اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در رأس M چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۳۹۰

۲) ۱۳۰

۳) ۳۹۰۰

۴) ۱۳۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار:

می‌خواهیم میدان الکتریکی حاصل از بار ذره‌ای q را در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از آن به دست آوریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

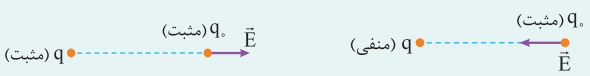
E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

$k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}$: ثابت کولن

q: بار الکتریکی‌ای که میدان را ایجاد کرده است (C).

r: فاصلهٔ بار q تا نقطه‌ای که میدان الکتریکی را در آن نقطه می‌خواهیم (m).

جهت بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ همان‌طور که قبلاً گفته شد، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار آزمون q_0 است که به طور فرضی در آن نقطه قرار می‌گیرد. پس جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بزرگی میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r^2} \xrightarrow[r=30\,cm=3\times10^{-1}\,m]{k=9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2},\ |q_1|=3\,nC=3\times10^{-9}\,C} E_1 = 9\times10^{9}\times\frac{3\times10^{-9}}{9\times10^{-2}} = 300\ N/C$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \Rightarrow \frac{E_2}{300} = \frac{12}{3} \Rightarrow E_2 = 1200\ N/C$$

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{q_3}{q_1} \Rightarrow \frac{E_3}{300} = \frac{4}{3} \Rightarrow E_3 = 400\ N/C$$

گام دوم: با توجه به این‌که میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ دوبه‌دو بر هم عمودند، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص آن‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_3^2} = \sqrt{300^2 + 1200^2 + 400^2} = 100\sqrt{3^2 + 12^2 + 4^2}$$

$$\Rightarrow E_T = 100\sqrt{9 + 144 + 16} = 100\sqrt{169} = 1300\ N/C$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۹ ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -50\ \mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی $100\ V$ منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره، $10\ mJ$ کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟ (تنها نیروی مؤثر بر ذره، نیروی الکتریکی است.)

۱) -200 ۲) -100

۳) 200 ۴) 300

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اختلاف پتانسیل الکتریکی:

وقتی ذرهٔ بارداری بین دو نقطهٔ دلخواه جابه‌جا می‌شود، نسبت تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به بار ذره را اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن دو نقطه می‌گوییم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

$\Delta V = V_2 - V_1$: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

V_1: پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ (۱) (V)

V_2: پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ (۲) (V)

رابطهٔ فوق برای تمام میدان‌های الکتریکی برقرار است.

در رابطهٔ فوق تمام کمیت‌ها نرده‌ای هستند و علامت بار q دخالت دارد.

اگر تنها نیروی وارد بر بار الکتریکی q ، نیروی حاصل از میدان الکتریکی باشد، طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_E = -\Delta U_E$$

ΔK: تغییر انرژی جنبشی (J)

W_E: کار میدان الکتریکی (J)

ΔU_E: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta K = -10\ mJ = -10 \times 10^{-3}\ J = -10^{-2}\ J} \Delta U_E = 10^{-2}\ J$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B را حساب می‌کنیم:

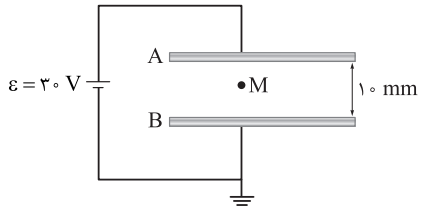
$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow[q = -50\ \mu C = -50 \times 10^{-6}\ C]{\Delta U_E = 10^{-2}\ J} \Delta V = \frac{10^{-2}}{-50 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta V = -200\ V$$

گام سوم: پتانسیل نقطهٔ A را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta V = V_B - V_A \Rightarrow -200 = 100 - V_A \Rightarrow V_A = 300\ V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰ در شکل زیر، فاصلهٔ نقطهٔ M از دو صفحهٔ فلزی و موازی A و B، یکسان است. اگر با ثابت‌ماندن صفحهٔ A، صفحهٔ B، ۵ mm به سمت پایین جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ M برابر V_1 می‌شود و اگر با ثابت‌ماندن صفحهٔ B، صفحهٔ A، ۵ mm به سمت بالا جابه‌جا شود، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ M برابر V_2 می‌شود. $V_2 - V_1$ برابر چند ولت است؟



۱) ۱۰

۲) −۱۰

۳) ۲۰

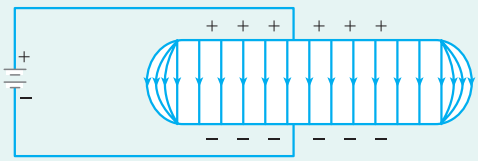
۴) −۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

میدان الکتریکی یکنواخت: میدان الکتریکی‌ای است که خطوط آن مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند، یعنی بردار میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان هم‌اندازه و هم‌جهت است.

مثلاً در شکل زیر، بین دو صفحهٔ رسانای موازی و دور از لبه‌های آن میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.



$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

E: اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

ΔV: اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

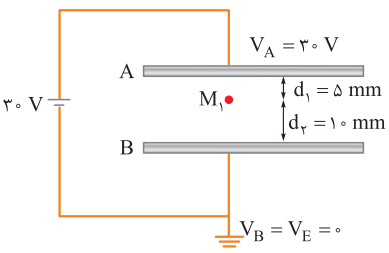
d: فاصلهٔ میان دو صفحه (m)

با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و برعکس با حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. این موضوع مستقل از نوع و اندازهٔ بار جابه‌جاشده بین دو نقطه است. معمولاً پتانسیل زمین یا نقطه‌ای از مدار را به عنوان مرجع پتانسیل، برابر صفر می‌گیرند و پتانسیل نقطه‌های دیگر را نسبت به آن می‌سنجند که به این نقطه اصطلاحاً نقطهٔ زمین می‌گویند و با نماد ⏚ نشان می‌دهند.

$V_E = ۰$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با ثابت‌ماندن صفحهٔ A، صفحهٔ B را ۵ mm به سمت پایین جابه‌جا می‌کنیم. با توجه به یکنواخت‌بودن میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه، داریم:



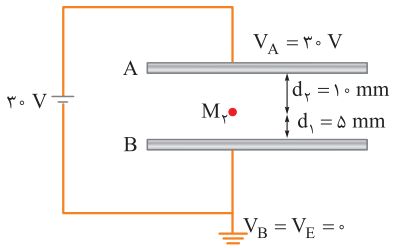
$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_A - V_{M_1}}{d_1} = \frac{V_{M_1} - V_B}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۰ - V_{M_1}}{۵} = \frac{V_{M_1} - ۰}{۱۰} \Rightarrow V_{M_1} = ۶۰ - ۲V_{M_1}$$

$$\Rightarrow ۳V_{M_1} = ۶۰ \Rightarrow V_{M_1} = ۲۰\ V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام دوم: با ثابت‌ماندن صفحهٔ B ، صفحهٔ A را ۵ mm به سمت بالا جابه‌جا می‌کنیم. با توجه به یکنواخت‌بودن میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه، داریم:



$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_A - V_{M_۲}}{d_۱} = \frac{V_{M_۲} - V_B}{d_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۰ - V_{M_۲}}{۱۰} = \frac{V_{M_۲} - ۰}{۵} \Rightarrow ۲V_{M_۲} = ۳۰ - V_{M_۲}$$

$$\Rightarrow ۳V_{M_۲} = ۳۰ \Rightarrow V_{M_۲} = ۱۰\ V$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل نقطهٔ M را در دو حالت (۱) و (۲) به دست می‌آوریم:

$$V_۲ - V_۱ = V_{M_۲} - V_{M_۱} = ۱۰ - ۲۰ = -۱۰\ V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱ حجم فضای بین صفحه‌های یک خازن تخت $۲/۵\ cm^۳$ است و در این فضا هوا وجود دارد. اگر اندازهٔ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن $۴\times۱۰^۵\ N/C$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ F/m)$

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۹

۳) ۱/۸ ۴) ۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختاری آن:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$$

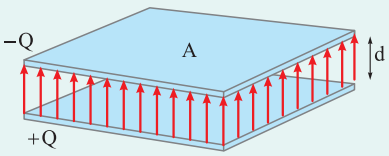
C: ظرفیت خازن (F فاراد)

κ: ثابت دی‌الکتریک

$\varepsilon_۰$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $= ۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\ F/m$

A: مساحت مقابل صفحه‌ها (m')

d: فاصلهٔ جدایی صفحه‌ها (m)



کم‌ترین κ برای هوا و خلأ بوده و برابر یک فرض می‌شود. برای سایر اجسام نارسانا $\kappa > ۱$ می‌باشد.

رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در خازن:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲$$

U: انرژی (J)

C: ظرفیت خازن (F)

V: اختلاف پتانسیل (V)

پاسخ خیلی تشریحی

رابطهٔ ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختاری آن را با رابطهٔ انرژی خازن ترکیب می‌کنیم:

$$\begin{cases} U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \\ C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow U = \frac{۱}{۲}\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}V^۲ \xrightarrow{V=Ed} U = \frac{۱}{۲}\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}\times E^۲d^۲ \Rightarrow U = \frac{۱}{۲}\kappa\varepsilon_۰E^۲(Ad)$$

$$\xrightarrow[(Ad)=۲/۵\,cm^۳=۲/۵\times۱۰^{-۶}\,m^۳]{\kappa=۱\ ,\ \varepsilon_۰=۹\times۱۰^{-۱۲}\,F/m\ ,\ E=۴\times۱۰^۵\,N/C} U = \frac{۱}{۲}\times۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۶\times۱۰^{۱۰}\times۲/۵\times۱۰^{-۶} = ۱۸۰\times۱۰^{-۸} = ۱/۸\times۱۰^{-۶}\ J$$

$$\Rightarrow U = ۱/۸\ \mu J$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۲ طول سیم مسی A، ۲۰ درصد بیشتر از طول سیم مسی B است. اگر مقاومت الکتریکی دو سیم برابر باشد، جرم سیم A چند برابر جرم سیم B است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۲۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۳۶}{۲۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

مقاومت الکتریکی رسانا:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \begin{matrix} \rho \to \text{مقاومت ویژه}(\Omega.m) \\ L \to \text{طول رسانا}(m) \\ A \to \text{مساحت مقطع}(m^۲) \end{matrix} \quad \leftarrow \text{مقاومت الکتریکی}(\Omega)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL}$، A را استخراج کرده و در رابطهٔ $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌گذاریم و برای تفکیک بهتر، چگالی را با ρ' و مقاومت ویژه را با ρ نشان داده‌ایم:

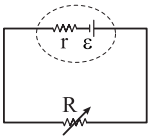
$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A=\frac{m}{\rho L}} R = \rho \frac{L}{\frac{m}{\rho' L}} = \rho \rho' \frac{L^۲}{m}$$

گام دوم: رابطهٔ به‌دست‌آمده را به صورت نسبتی می‌نویسیم و چون هر دو سیم هم‌جنس‌اند؛ چگالی (ρ) و مقاومت ویژهٔ (ρ') آن‌ها یکسان است. در نتیجه:

$$\frac{R_A}{R_B} = (\frac{L_A}{L_B})^۲ \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow[L_A = ۱/۲ L_B]{R_A = R_B} ۱ = \frac{۱۴۴}{۱۰۰} \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۱۴۴}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۳۶}{۲۵}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳ در مدار شکل زیر، اگر مقدار مقاومت متغیر از ۴ Ω به ۹ Ω برسد، جریان الکتریکی عبوری از آن از ۴ A به ۲ A می‌رسد. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟

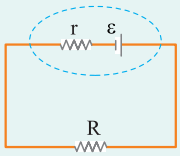


۱) ۱۶
۲) ۱۸
۳) ۲۰
۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ جریان الکتریکی در یک مدار تک‌حلقه:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

I: جریان الکتریکی (A)

ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)

R: مقاومت خارجی مدار (Ω)

r: مقاومت درونی مولد (Ω)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: معادلهٔ جریان الکتریکی را در هر دو حالت نوشته و آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم تا مقاومت درونی مولد به دست آید:

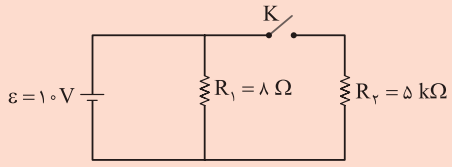
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_2 + r}}{\frac{\varepsilon}{R_1 + r}} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1 + r}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{4 + r}{9 + r} \Rightarrow 18 + 2r = 16 + 4r \Rightarrow 2 = 2r \Rightarrow r = 1\,\Omega$$

گام دوم: با معلوم‌بودن مقاومت درونی، نیروی محرکهٔ باتری نیز به دست می‌آید:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{4 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 4 \times 5 = 20\,V$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۴ در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، جریان عبوری از باتری آرمانی چند میلی‌آمپر تغییر می‌کند؟



۱) ۲
۲) ۲۰
۳) ۱/۲۵
۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در حالتی که کلید باز است، جریان عبوری از مولد را به دست می‌آوریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \xrightarrow[R_1=8\,\Omega\ ,\ r=0]{\varepsilon=10\,V} I_1 = \frac{10}{8}\,A$$

گام دوم: نسبت جریان الکتریکی در حالت دوم که کلید بسته است، به حالت اول که کلید باز است را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\cancel{\varepsilon}}{R_{1,2} + r}}{\frac{\cancel{\varepsilon}}{R_1 + r}} = \frac{R_1}{R_{1,2}} \xrightarrow{r=0} \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{8 + 5000}{5000} = \frac{5008}{5000}$$

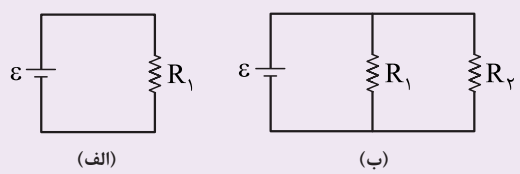
گام سوم: اختلاف جریان عبوری از باتری را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$I_2 - I_1 = \frac{5008}{5000} I_1 - I_1 = I_1\left(\frac{8}{5000}\right) \xrightarrow{I_1 = \frac{10}{8}\,A} I_2 - I_1 = \frac{10}{8} \times \frac{8}{5000} = \frac{1}{500} = 2 \times 10^{-3}\,A = 2\,mA$$

کنکور

در مدار (الف)، مقاومت $R_1 = 10\,\Omega$، نیروی محرکهٔ باتری آرمانی $\varepsilon = 20\,V$ است. در مدار (ب)، مقاومت $R_2 = 10\,k\Omega$ به طور موازی به دو سر مقاومت R_1 متصل می‌شود. جریان عبوری از باتری چند میلی‌آمپر تغییر می‌کند؟

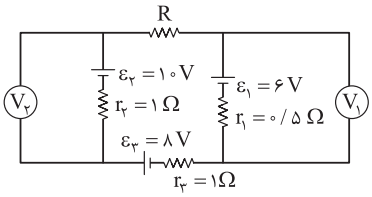
(سوال ۷۲ کنکور تجربی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))



۱) ۰/۲
۲) ۱/۸
۳) ۲/۰
۴) ۲/۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵ در مدار شکل زیر، مقداری که ولت‌سنج آرمانی $V_۲$ نشان می‌دهد، $\frac{۱۴}{۱۵}$ برابر مقداری است که ولت‌سنج آرمانی $V_۱$ نشان می‌دهد. R چند اهم است؟



۱) ۱

۲) ۱/۵

۳) ۲/۵

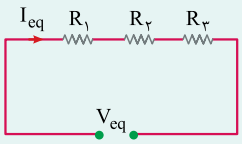
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

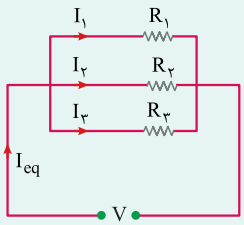
به هم بستن مقاومت‌ها:

۱) **اتصال متوالی (سری):** در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



$$\begin{cases} I_۱ = I_۲ = I_۳ = I_{eq} \\ V_{eq} = V_۱ + V_۲ + V_۳ \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳$$

۲) **اتصال موازی:** مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



$$\begin{cases} I_{eq} = I_۱ + I_۲ + I_۳ \\ V_{eq} = V_۱ = V_۲ = V_۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$$

در مدارهای تک‌حلقه‌ای که چند منبع نیروی محرکه داریم، به کمک قاعدهٔ حلقه، جریان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon'_t}{R_{eq} + r_t + r'_t}$$

ε_t: مجموع نیروی محرکهٔ باتری‌های مولد (V)

ε'_t: مجموع نیروی محرکهٔ باتری‌های مصرف‌کننده (V)

R_{eq}: مجموع مقاومت‌های خارجی مدار (Ω)

r_t: مجموع مقاومت درونی باتری‌های مولد (Ω)

r'_t: مجموع مقاومت درونی باتری‌های مصرف‌کننده (Ω)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در این مدار، باتری‌های (۲) و (۳) به عنوان مولد عمل می‌کنند، اما باتری (۱) به عنوان مصرف‌کننده است.

$$V_۲ = \frac{۱۴}{۱۵}V_۱ \Rightarrow \varepsilon_۲ - Ir_۲ = \frac{۱۴}{۱۵}(\varepsilon_۱ + Ir_۱) \Rightarrow ۱۰ - I\times۱ = \frac{۱۴}{۱۵}(۶ + I\times۰/۵) \Rightarrow ۱۰ - I = \frac{۲۸}{۵} + \frac{۷}{۱۵}I$$

$$\Rightarrow ۱۰ - ۵/۶ = I + \frac{۷}{۱۵}I \Rightarrow ۴/۴ = \frac{۲۲}{۱۵}I \Rightarrow I = \frac{۱۵\times۴/۴}{۲۲} = ۳\ A$$

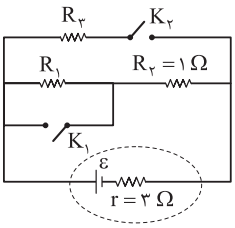
گام دوم: رابطهٔ جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه را می‌نویسیم و مقدار R را به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که از ولت‌سنج‌های آرمانی هیچ جریانی نمی‌گذرد.

$$I = \frac{\varepsilon_۲ + \varepsilon_۳ - \varepsilon_۱}{R + r_۱ + r_۲ + r_۳} \Rightarrow I = \frac{۸ + ۱۰ - ۶}{R + ۱ + ۱ + ۰/۵} = \frac{۱۲}{R + ۲/۵}$$

$$\xrightarrow{I=۳A} ۳ = \frac{۱۲}{R + ۲/۵} \Rightarrow R + ۲/۵ = ۴ \Rightarrow R = ۱/۵\ \Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۶ در مدار شکل زیر، هر دو کلید K_1 و K_2، باز هستند. اگر فقط کلید K_1 بسته شود، توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند و اگر فقط کلید K_2 بسته شود، توان خروجی باتری، بیشینه می‌شود. R_3 برابر چند اهم است؟



۱) ۴

۲) ۴/۵

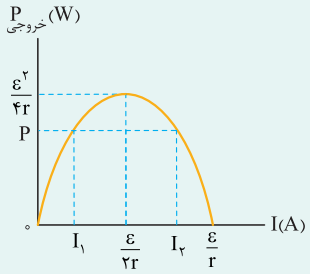
۳) ۸

۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نمودار توان خروجی برحسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:



همان‌طور که از نمودار مشخص است، به ازای جریان $I = \frac{\varepsilon}{2r}$، توان خروجی باتری بیشینه است.

توان خروجی باتری از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{\text{خروجی}} = \underbrace{\varepsilon I}_{\text{توان تولیدی}} - \underbrace{rI^2}_{\text{توان مصرفی}}$$

توان مصرفی در یک مصرف‌کننده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

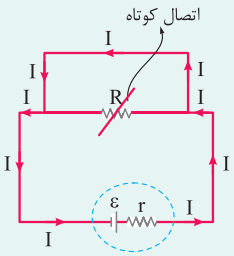
$$P = VI \ , \ P = RI^2 \ , \ P = \frac{V^2}{R}$$

V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

اتصال کوتاه: اگر دو سر مقاومت R، با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل باشد، از مقاومت R جریانی عبور نمی‌کند. یعنی می‌توانیم آن را از مدار حذف کنیم. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم مقاومت R اتصال کوتاه شده است.

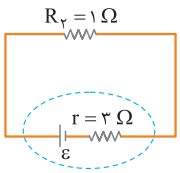


اگر به ازای دو مقاومت خارجی $R_{eq,1}$ و $R_{eq,2}$، توان خروجی مولد یکسان باشد، می‌توان مقاومت درونی را از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$r = \sqrt{R_{eq,1} \times R_{eq,2}}$$

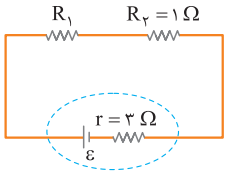
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی فقط کلید K_1 بسته می‌شود، مقاومت R_1 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

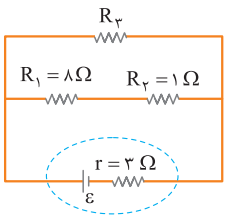
اما در حالتی که هر دو کلید باز است، مدار به صورت زیر است:



از آن‌جا که توان خروجی باتری در دو حالت فوق تغییر نمی‌کند، داریم:

$$r^{۲} = R_{۲}(R_{۱,۲}) = R_{۲}(R_{۱} + R_{۲}) \Rightarrow ۳^{۲} = ۱(R_{۱} + ۱) \Rightarrow R_{۱} = ۸\,\Omega$$

گام دوم: وقتی فقط کلید $K_{۲}$ بسته شود، مدار به صورت زیر درمی‌آید. از طرفی برای آن‌که توان مفید مولد بیشینه شود، باید $r = R_{eq}$ باشد.



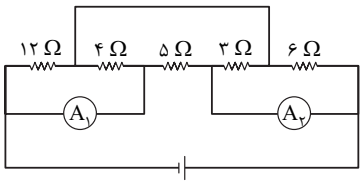
$$R_{۱,۲} = R_{۱} + R_{۲} = ۸ + ۱ = ۹\,\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{۱,۲} \times R_{۳}}{R_{۱,۲} + R_{۳}} = \frac{۹R_{۳}}{۹ + R_{۳}}$$

$$r = R_{eq} \Rightarrow ۳ = \frac{۹R_{۳}}{۹ + R_{۳}} \Rightarrow ۳R_{۳} = ۹ + R_{۳} \Rightarrow ۲R_{۳} = ۹ \Rightarrow R_{۳} = ۴/۵\,\Omega$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷ در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی A_2 نشان می‌دهد، چند برابر مقداری است که آمپرسنج آرمانی A_1 نشان می‌دهد؟



۱) $\frac{۱۰}{۱۱}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

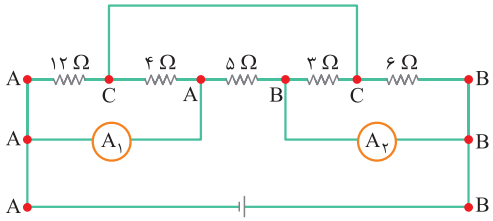
۳) $\frac{۸}{۹}$

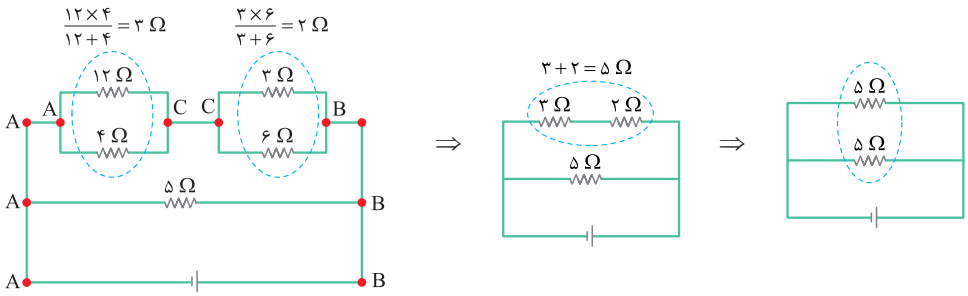
۴) $\frac{۲۰}{۲۱}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

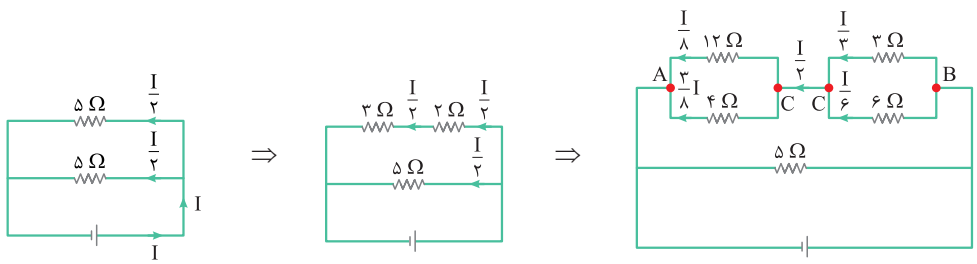
پاسخ خیلی تشریحی

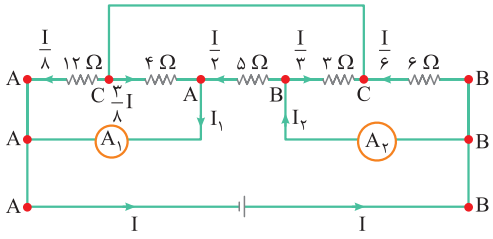
گام اول: ابتدا شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. از آن‌جا که مقاومت آمپرسنج‌های آرمانی، صفر فرض می‌شود، دو سر هر یک از آمپرسنج‌ها هم‌پتانسیل هستند.





گام دوم: جریان عبوری از مولد (I) را بین شاخه‌های مدار تقسیم می‌کنیم و جریان هر شاخه را برحسب I می‌نویسیم. باید توجه داشت که بین دو شاخهٔ موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود:





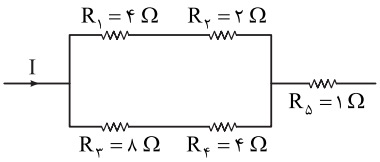
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام سوم: با استفاده از این نکته که جمع جریان‌های ورودی به هر نقطهٔ انشعاب با جمع جریان‌های خروجی از آن برابر است، داریم:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{3}{8}I + \frac{I}{2} = \frac{7}{8}I \\ I_2 = \frac{I}{2} + \frac{I}{3} = \frac{5I}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{5}{6}I}{\frac{7}{8}I} = \frac{40}{42} = \frac{20}{21}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸ در شکل زیر، بیشینهٔ توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها، ۶۴ W است. بیشینهٔ جریان I چند آمپر باشد، تا هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟



۱) $۶\sqrt{۲}$

۲) ۶

۳) $۸\sqrt{۲}$

۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

توان مصرفی در یک مقاومت از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI \ , \ P = RI^۲ \ , \ P = \frac{V^۲}{R}$$

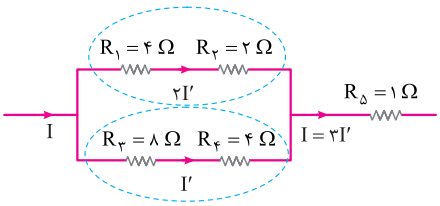
V : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)

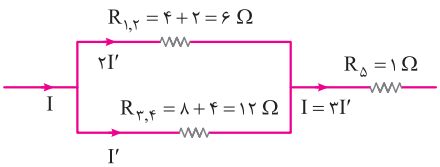
R : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده (Ω)

I : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جریان عبوری از شاخهٔ پایین را I' را در نظر می‌گیریم و براساس آن، جریان شاخهٔ بالا و جریان I را به دست می‌آوریم.





گام دوم: توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را به کمک رابطهٔ $P = RI^۲$ به دست می‌آوریم و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$P_۱ = R_۱(۲I')^۲ = ۴ \times ۴I'^۲ = ۱۶I'^۲$$

$$P_۲ = R_۲(۲I')^۲ = ۲ \times ۴I'^۲ = ۸I'^۲$$

$$P_۳ = R_۳I'^۲ = ۸I'^۲$$

$$P_۴ = R_۴I'^۲ = ۴I'^۲$$

$$P_۵ = R_۵I^۲ = ۱(۳I')^۲ = ۹I'^۲$$

گام سوم: با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده، $P_{max} = P_۱$ است و داریم:

$$P_۱ = ۱۶I'^۲ \Rightarrow ۶۴ = ۱۶I'^۲ \Rightarrow I'^۲ = ۴ \Rightarrow I' = ۲A$$

در پایان مقدار I را محاسبه می‌کنیم:

$$I = ۳I' = ۳ \times ۲ = ۶\ A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۹ کدام موارد دارای دوقطبی مغناطیسی، اما فاقد حوزهٔ مغناطیسی هستند؟

۱) پارامغناطیسی
۲) دیامغناطیسی
۳) فرومغناطیسی نرم
۴) فرومغناطیسی سخت

مشاوره یکی از مباحث فیزیک ۲ که قابلیت طرح سؤال مفهومی و بدون محاسبات را دارد، موضوع ویژگی‌های مغناطیسی مواد است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مواد پارامغناطیسی:

اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند، اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابستهٔ به آن‌ها، به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. با قراردادن مواد پارامغناطیسی درون میدان مغناطیسی خارجی قوی (مثلاً نزدیک یک آهنربای قوی)، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند. با دورکردن آهنربا از این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، دوباره به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند.

مواد دیامغناطیسی:

اتم‌های مواد دیامغناطیسی، نظیر مس، نقره، سرب و بیسموت، به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند، به عبارت دیگر، هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند به طور موقت، سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

مواد فرومغناطیسی:

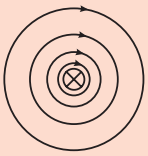
اتم‌های مواد فرومغناطیسی به طور ذاتی دارای دوقطبی مغناطیسی هستند. آهن، نیکل، کبالت و بسیاری از آلیاژهای دارای این عنصرها فرومغناطیسی‌اند. برهم‌کنش‌های قوی بین دوقطبی‌های مغناطیسی در این مواد موجب می‌شود که این دوقطبی‌ها، حتی در نبود میدان خارجی، در ناحیه‌هایی که حوزه‌های مغناطیسی نامیده می‌شود، هم‌سو شوند. بنابراین مواد فرومغناطیس، چه از نوع نرم، مثل آهن و چه از نوع سخت، مثل فولاد باشند، دارای دوقطبی مغناطیسی و حوزهٔ مغناطیسی هستند.

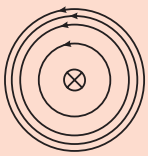
پاسخ خیلی تشریحی

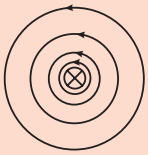
با توجه به درس‌باکس، مواد پارامغناطیس، دوقطبی مغناطیسی دارند، اما حوزهٔ مغناطیسی ندارند. مواد دیامغناطیس دوقطبی مغناطیسی ندارند. مواد فرومغناطیس، هم دارای حوزهٔ مغناطیسی و هم دارای دوقطبی مغناطیسی هستند.

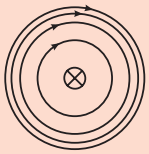
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰ **از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحهٔ کاغذ و جریان آن به طرف داخل صفحه است. خطوط میدان مغناطیسی اطراف این سیم در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟**

۱) 

۲) 

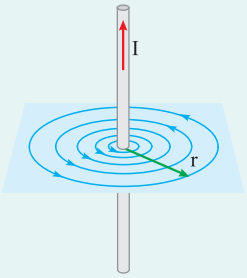
۳) 

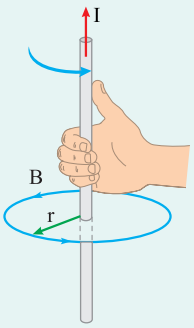
۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

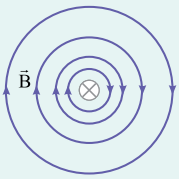
۱) هنگامی که از یک سیم مستقیم، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. اگر سیم را در دست راست خود بگیریم، به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته‌شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.

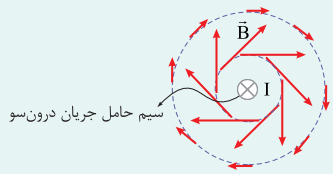


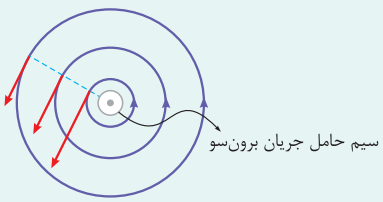


خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف سیم مستقیم و بلند حامل جریان الکتریکی، به صورت دایره‌هایی هم‌مرکزند. هر چه از سیم دور شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم این خط‌ها کاهش می‌یابد؛ اما هر چه جریان سیم بیشتر باشد، میدان مغناطیسی بزرگ‌تر است.

اگر سیم حامل جریان، عمود بر صفحهٔ کاغذ باشد، بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از صفحه، بر خطی که آن نقطه را به سیم وصل می‌کند، عمود است.



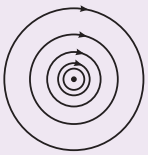


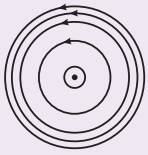


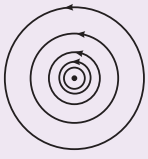
پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به این‌که جریان عبوری از سیم، درون‌سو است، میدان مغناطیسی در اطراف آن به صورت دایره‌هایی هم‌مرکز و ساعتگرد هستند. هم‌چنین در نزدیکی سیم، میدان مغناطیسی قوی‌تر و خطوط میدان، متراکم‌تر هستند؛ بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

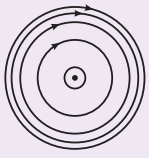
کنکور

از یک سیم راست بلند، جریان ثابت I می‌گذرد. سیم، عمود بر صفحهٔ کاغذ و جریان آن به طرف بیرون صفحه است. خطوط میدان مغناطیسی در کدام شکل، درست نمایش داده شده است؟ *(سؤال ۴۷ ـ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱ جریان الکتریکی عبوری از یک سیملولهٔ آرمانی به طول ۱۰ cm که دارای ۵۰۰ حلقه است، چند آمپر باشد تا اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت ایجادشده در درون آن برابر ۱۵۷ G شود؟ $(\mu_{\circ} = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

میدان مغناطیسی درون یک سیملوله:

اگر قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن، بسیار کوچک و حلقه‌های آن، خیلی به هم نزدیک باشند، به این سیملوله، سیملولهٔ آرمانی گفته می‌شود. میدان مغناطیسی داخل یک سیملولهٔ آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌ها یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}$$

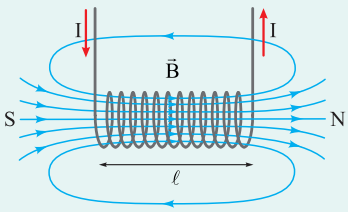
B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

$\mu_{\circ}$: تراوایی مغناطیسی خلأ $= 4\pi\times10^{-7}\ (\frac{T.m}{A})$

N: تعداد حلقه‌ها

I: جریان الکتریکی (A)

ℓ: طول سیملوله (m)



نکته یکای میدان مغناطیسی در SI ، تسلا (T) می‌باشد و یکای دیگر آن گاوس (G) است.

$1\,G = 10^{-4}\,T$

پاسخ خیلی تشریحی

رابطهٔ میدان مغناطیسی را برای یک سیملولهٔ آرمانی می‌نویسیم و مقادیر داده‌شده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم تا جریان الکتریکی عبوری از آن به دست آید:

$$B = \frac{\mu_{\circ} NI}{\ell} \xrightarrow[\mu_{\circ}=4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A}\ ,\ \ell=10\,cm=10^{-1}m]{B=157\,G=157\times10^{-4}T\ ,\ N=500\ ,\ \pi=3/14} 157\times10^{-4} = \frac{4(3/14)\times10^{-7}\times500\times I}{10^{-1}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{157\times10^{-5}}{2\times3/14\times10^{-4}} = 2/5\ A$$

کنکور

جریان الکتریکی ۲/۵ A از سیملولهٔ آرمانی به طول ۱۰ cm می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی ایجادشده در درون سیملوله، ۱۵۷ G باشد، تعداد حلقه‌های آن چه‌قدر است؟ $(\mu_{\circ} = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

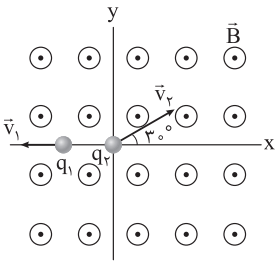
(سؤال ۶۷ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰

۳) ۵۰۰ ۴) ۲۵۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۲ در شکل زیر، دو ذرهٔ باردار با بارهای q_1 و q_2 که $q_2 = -q_1$ است، با تندی‌های یکسان در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در جهت‌های نشان داده شده، پرتاب می‌شوند. اگر نیروی مغناطیسی وارد بر دو ذره به ترتیب $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ باشد، به ترتیب $\left|\frac{F_2}{F_1}\right|$ برابر کدام و زاویهٔ بین آن‌ها برابر چند درجه است؟



۱) ۱، ۳۰

۲) ۱، ۱۵۰

۳) ۲، ۳۰

۴) ۲، ۱۵۰

مشاوره این تیپ تست که اندازه و جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در یک میدان مغناطیسی را عنوان کرده است، بارها در کنکورهای سال‌های اخیر مطرح شده و مهم است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

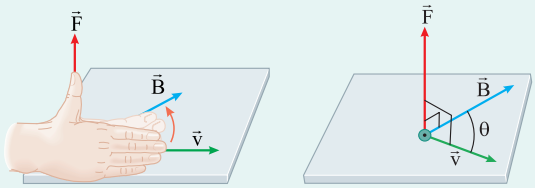
درس Box

۱) نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

اگر ذرهٔ باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند (به شرط آن‌که جهت حرکت آن با میدان مغناطیسی موازی نباشد.) بر آن نیرویی وارد خواهد شد که بر راستای سرعت و میدان مغناطیسی عمود است.

۲) قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان بازشدهٔ ما در جهت $\vec{v}$ باشد ـ به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویهٔ کوچک‌تری که $\vec{v}$ با $\vec{B}$ می‌سازد، در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد ـ انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است؛ به عبارت دیگر، طی همین مراحل، ولی با دست چپ تعیین می‌گردد.



۳) ⊙، نماد بردار عمود بر صفحه به طرف بیرون (برون‌سو) است.

⊗، نماد بردار عمود بر صفحه به طرف درون (درون‌سو) است.

۴) اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = |q|\, v\, B \sin\theta$$

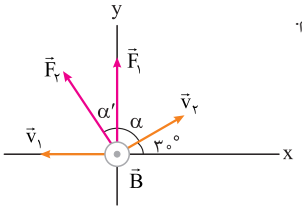
F: اندازهٔ نیرو (N)؛ |q|: اندازهٔ بار الکتریکی (C)؛ v: تندی ذره (m/s)؛ B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)؛ θ: زاویهٔ بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نسبت اندازهٔ نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2|\, v_2 B \sin\theta_2}{|q_1|\, v_1 B \sin\theta_1} \xrightarrow[v_1=v_2\ ,\ \theta_1=90^\circ]{|q_2|=|q_1|\ ,\ \theta_2=90^\circ} \frac{F_2}{F_1} = 1$$

گام دوم: به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را تعیین کرده و زاویهٔ بین آن‌ها (α') را پیدا می‌کنیم. برای این کار، فرض می‌کنیم $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ باشد. باید توجه داشت که جهت نیروی وارد بر بار q_2، برخلاف جهتی است که با قاعدهٔ دست راست به دست می‌آید. درست مانند آن‌که از دست چپ برای تعیین جهت نیرو استفاده کنیم.



$$\alpha + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\alpha + \alpha' = 90^\circ \Rightarrow 60^\circ + \alpha' = 90^\circ \Rightarrow \alpha' = 30^\circ$$

اگر فرض، $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ بود، نیز به همین پاسخ می‌رسیدیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳ میدان مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای به مساحت $500\,cm^2$ که سطح آن عمود بر محور y است، در SI برابر $\vec{B}=0/6\vec{i}+0/8\vec{j}$ است. شار مغناطیسی گذرنده از این حلقه چند میلی‌وبر است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$

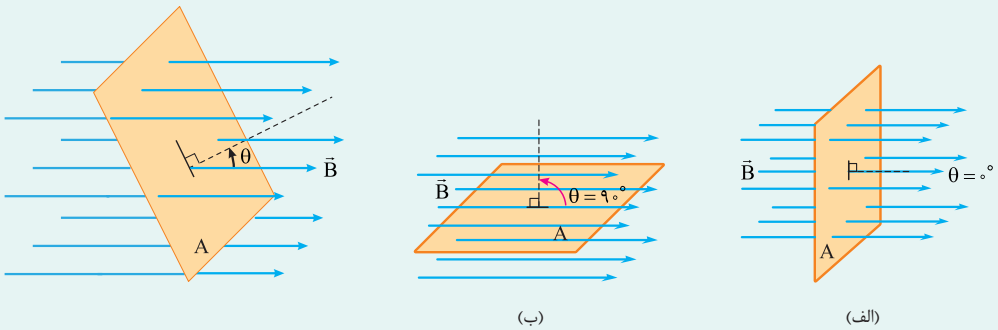
۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

شار مغناطیسی:

مجموعه خطوط میدان مغناطیسی که از یک سطح می‌گذرند، شار مغناطیسی نام دارد. شار مغناطیسی، کمیتی نرده‌ای است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از مدار بسته‌ای (مثلاً یک حلقه) به مساحت A می‌گذرد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



(الف) (ب)

Φ_{max} $\Phi = 0$ $\Phi = AB\cos\theta$

Φ: شار مغناطیسی (Wb) $1\,Wb = 1\,T \times 1\,m^2$

A: مساحت سطح مدار بسته (m^2)

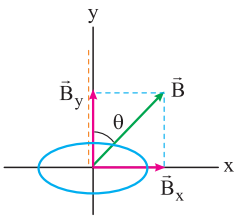
B: اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت (T)

θ: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

اگر در صورت مسئله، زاویهٔ بین سطح حلقه و خطوط میدان داده شود، زاویهٔ θ متمم آن است. مثلاً وقتی سطح پیچه بر خطوط میدان عمود است، یعنی $\theta = 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به شکل زیر، شار مغناطیسی حاصل از مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی $(\vec{B}_x)$ صفر است؛ اما مؤلفهٔ قائم آن $(\vec{B}_y)$ که با نیم‌خط عمود بر سطح حلقه، در یک جهت هستند، شار مغناطیسی را ایجاد می‌کند.



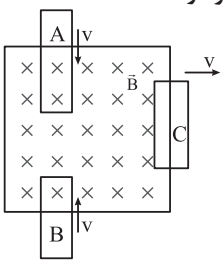
$$\Phi = AB\cos\theta \xrightarrow{B_y = B\cos\theta} \Phi = AB_y$$

$$\xrightarrow[B_y = 0/8\,T]{A = 500\,cm^2 = 500\times10^{-4}\,m^2} \Phi = 500\times10^{-4}\times 0/8$$

$$\Rightarrow \Phi = 40\times10^{-3}\,Wb = 40\,mWb$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴ **در شکل زیر، میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو در محدودهٔ مشخص‌شده برقرار است و حلقه‌های رسانای مشابه در جهت‌های نشان داده شده با تندی ثابت و یکسان حرکت می‌کنند. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟**



۱) جریان القاشده در حلقه‌های A و C ساعتگرد است.

۲) جریان القاشده در حلقه‌های B و C ساعتگرد است.

۳) جریان القاشده در حلقه‌های A و B پادساعتگرد است.

۴) اندازهٔ جریان القاشده در سه حلقه، یکسان است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

قانون لنز:

جریان حاصل از نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورندهٔ جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.

علامت منفی در رابطهٔ قانون فاراده، نشان‌دهندهٔ همین مخالفت است.

از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌شود.

الف) وقتی شار افزایشی است:

میدان القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند.

$\vec{B}$ اصلی ← $\vec{B}'$ القایی →

ب) وقتی شار کاهشی است:

میدان القایی (ثانویه) هم‌جهت با میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.

$\vec{B}$ اصلی ← $\vec{B}'$ القایی ←

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد، تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ε_{av}: نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V)

N: تعداد دورها یا حلقه‌های مدار

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی $(\frac{Wb}{s})$

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R}$$

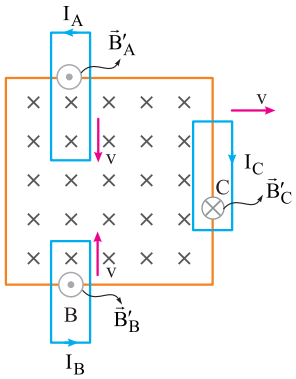
I_{av}: جریان القایی متوسط (A)

R: مقاومت الکتریکی (Ω)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: حلقه‌های A و B در حال واردشدن به محدودهٔ میدان مغناطیسی هستند. بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن‌ها در حال افزایش است. طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، در این دو حلقه، نیروی محرکهٔ القایی و جریان القایی به وجود می‌آید. طبق قانون لنز، جریان در جهتی القا می‌شود که میدان مغناطیسی ناشی از آن با افزایش شار، یعنی ورود حلقه‌های A و B مخالفت کند. بنابراین میدان مغناطیسی القایی برون‌سوی $\vec{B}'_A$ و $\vec{B}'_B$ ایجاد می‌کنند که طبق قاعدهٔ دست راست، جریان ایجادشده در آن‌ها پادساعتگرد است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



گام دوم: حلقهٔ C در حال خروج از محدودهٔ میدان مغناطیسی است، بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن در حال کاهش است. طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، نیروی محرکهٔ القایی و جریان القایی در آن ایجاد می‌شود که طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی ناشی از آن، با کاهش شار، یعنی خروج حلقهٔ C مخالفت می‌کند. بنابراین یک میدان مغناطیسی القایی درون‌سو $\vec{B}'$ ایجاد می‌کند که طبق قاعدهٔ دست راست، جریان ایجادشده در آن، ساعتگرد است.

به این ترتیب گزینهٔ (۳)، درست و گزینه‌های (۱) و (۲)، نادرست هستند.

گام سوم: آهنگ تغییر شار مغناطیسی در حلقهٔ C بیشتر از حلقه‌های A و B است.

بنابراین جریان القاشده در حلقهٔ C بزرگ‌تر از جریان القاشده در حلقه‌های A و B است.

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{av} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \\ I = I_{av} = \dfrac{\varepsilon_{av}}{R} \end{cases} \Rightarrow I = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \times \frac{1}{R} \xrightarrow[R_A = R_B = R_C]{(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_C > (\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_A = (\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_B} I_C > I_A = I_B$$

توجه داشته باشید که چون حلقه‌ها با تندی ثابت و یکسان حرکت می‌کنند، در این‌جا $\varepsilon = \varepsilon_{av}$ و $I = I_{av}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۵ معادلهٔ جریان عبوری از یک سیملولهٔ آرمانی به ضریب القاوری ۵ mH برحسب زمان، در SI به صورت $I = ۴\sin(۵۰\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، انرژی ذخیره‌شده در سیملوله برای دومین مرتبه برابر ۱۰ mJ می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۰}$

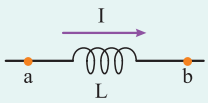
۳) $\frac{۱}{۱۵۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳۰۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

انرژی ذخیره‌شده در القاگر:

وقتی جریانی در القاگر برقرار شود، مولد به القاگر انرژی می‌دهد. بخشی از این انرژی در مقاومت الکتریکی سیم‌های القاگر، به صورت گرما **تلف** شده $(RI^۲t)$ و بقیهٔ آن در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌گردد.



$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲$$

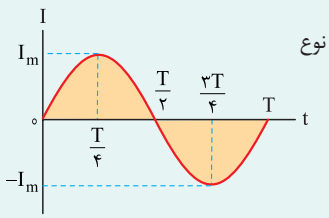
U: انرژی ذخیره‌شده در القاگر (J)

L: ضریب القاوری (H) یا (Ωs)

I: جریان عبوری از القاگر (A)

جریان متناوب:

جریانی است که اندازه، علامت و جهت آن برحسب زمان تغییر می‌کند و متداول‌ترین نوع آن، جریان متناوب سینوسی است.



معادلهٔ جریان متناوب سینوسی به صورت زیر است:

$$I = I_m \sin\frac{۲\pi}{T}t$$

I: جریان الکتریکی در لحظهٔ t (A)

I_m: بیشینهٔ جریان الکتریکی (A)

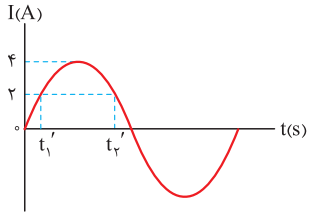
T: دوره (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک انرژی ذخیره‌شده در سیملوله (القاگر) و ضریب القاوری آن، جریان عبوری از سیملوله را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲ \xrightarrow[L=۵\ mH=۵\times۱۰^{-۳}H]{U=۱۰\ mJ=۱۰\times۱۰^{-۳}J} ۱۰\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times۵\times۱۰^{-۳}I^۲ \Rightarrow I^۲ = ۴ \Rightarrow I = ۲A$$

گام دوم: با توجه به معادلهٔ جریان عبوری داده‌شده در سؤال، $I_m = ۴\ A$ است. حالا باید ببینیم در چه لحظه‌ای مانند t' جریان عبوری برای دومین مرتبه به ۲ A می‌رسد.



$$I = ۴\sin(۵۰\pi t) \xrightarrow[t=t']{I=۲A} ۲ = ۴\sin(۵۰\pi t') \Rightarrow \sin(۵۰\pi t') = \frac{۱}{۲}$$

$$\begin{cases} ۵۰\pi t_۱' = \frac{\pi}{۶} \Rightarrow t_۱' = \frac{۱}{۳۰۰}s & \text{اولین بار} \\ ۵۰\pi t_۲' = \frac{۵\pi}{۶} \Rightarrow t_۲' = \frac{۱}{۶۰}s & \text{دومین بار} \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶ **اگر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در یون $^{۱۲۰}X^{۴+}$ برابر ۱۶۶ باشد، کدام مورد نادرست است؟**

۱) تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون $X^{۲+}$ برابر ۲۲ است.

۲) X، نخستین فلز گروه خود محسوب می‌شود.

۳) در آرایش الکترونی اتم X، ۶ زیرلایهٔ دارای دو الکترون وجود دارد.

۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم X با شمار این الکترون‌ها در اتم عنصر $_{۲۴}A$ برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به این‌که مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در یون $^{۱۲۰}X^{۴+}$، برابر با ۱۶۶ است، شمار پروتون‌ها (عدد اتمی) را در عنصر X، مشخص کرده و در واقع این عنصر را شناسایی می‌کنیم:

$$^{۱۲۰}X^{۴+}\begin{cases}\text{عدد جرمی}(A)=n+p=۱۲۰\\ e=p-۴\end{cases}\Rightarrow \underbrace{\text{شمار نوترون‌ها}+\text{شمار پروتون‌ها}}_{\text{عدد جرمی}=۱۲۰}=\text{شمار الکترون‌ها}=۱۶۶$$

$$\Rightarrow ۱۲۰+(p-۴)=۱۶۶$$

$$\Rightarrow p-۴=۴۶ \Rightarrow p=۵۰\ (\text{عدد اتمی } X)$$

بنابراین X همان عنصر قلع $(_{۵۰}Sn)$ است. آرایش الکترونی اتم عنصرهای $_{۵۰}Sn$ و $_{۲۴}Cr$ به صورت زیر است:

$$_{۵۰}Sn:[_{۳۶}Kr]\,۴d^{۱۰}\underbrace{۵s^{۲}۵p^{۲}}_{\substack{\text{۴ الکترون}\\ \text{ظرفیتی}}}$$

$$_{۲۴}Cr:[_{۱۸}Ar]\underbrace{۳d^{۵}۴s^{۱}}_{\substack{\text{۶ الکترون}\\ \text{ظرفیتی}}}$$

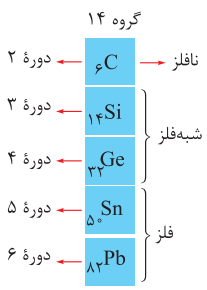
تیزپازی برای عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲، تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر شمارهٔ گروه و برای عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیم)، تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر عدد یکان شمارهٔ گروه است. عنصرهای قلع $(_{۵۰}Sn)$ و کروم $(_{۲۴}Cr)$ به ترتیب در گروه‌های ۱۴ و ۶ جدول تناوبی جای دارند؛ بنابراین شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها به ترتیب برابر با ۴ و ۶ است!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱):

$$^{۱۲۰}_{۵۰}X^{۲+}\begin{cases}n=A-p=۱۲۰-۵۰=۷۰\\ p=۵۰\\ e=p-۲=۴۸\end{cases}\Rightarrow n-e=۷۰-۴۸=۲۲$$

گزینهٔ (۲): سه عنصر ابتدایی گروه ۱۴ (C، Si و Ge) به ترتیب نافلز، شبه‌فلز و شبه‌فلز هستند و قلع $(_{۵۰}Sn)$ نخستین فلز گروه ۱۴ جدول تناوبی محسوب می‌شود:



گزینهٔ (۳): آرایش الکترونی اتم عنصرهای گروه ۱۴ به $ns^{۲}np^{۲}$ ختم می‌شود. قلع $(_{۵۰}Sn)$ در دورهٔ پنجم قرار دارد و n برابر ۵ است.

زیرلایه‌های دارای ۲ الکترون: $\underbrace{۱s^{۲}۲s^{۲}۳s^{۲}۴s^{۲}۵s^{۲}۵p^{۲}}_{\text{۶ زیرلایه}}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۷ در اتم هیدروژن برانگیخته، در اثر انتقال الکترون از لایه‌ای که ..... ، به لایهٔ دوم، پرتویی با طول موج ..... نانومتر نشر می‌شود.

۱) کم‌ترین اختلاف انرژی را با لایهٔ چهارم دارد ـ ۶۵۶ ($n=5$)

۲) دارای گنجایش ۳۲ الکترون است ـ ۴۱۰ ($n=4$)

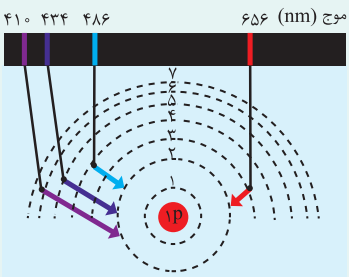
۳) مجموع عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های آن برابر با ۳ است ـ ۴۸۶ ($n=3$)

۴) ۲۰٪ گنجایش آن مربوط به زیرلایه با $l=2$ است ـ ۴۳۴ ($n=5$)

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در گسترهٔ مرئی طیف نشری خطی به‌دست‌آمده از اتم‌های هیدروژن، چهار خط یا نوار رنگی وجود دارد. این خطوط مربوط به انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر ($n=3,4,5,6$) به لایهٔ دوم ($n=2$) هستند. ویژگی‌ها و چگونگی تشکیل این خطوط *این‌چنین* است:



رنگ نوار	طول موج (nm)	چگونگی تشکیل
بنفش	۴۱۰	مربوط به انتقال الکترون از $n=6$ به $n=2$
نیلی	۴۳۴	مربوط به انتقال الکترون از $n=5$ به $n=2$
آبی	۴۸۶	مربوط به انتقال الکترون از $n=4$ به $n=2$
سرخ	۶۵۶	مربوط به انتقال الکترون از $n=3$ به $n=2$

نکته

رابطه‌های مهم لایه‌ها و زیرلایه‌ها:

- تعداد زیرلایه‌ها در هر لایهٔ الکترونی $= n$
- حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه $= 2n^2$
- حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه $= 2(2l+1) = 4l+2$
- مقادیر مجاز l در هر لایه $= 0,1,\cdots,n-1$

پاسخ خیلی تشریحی

زیرلایه با $l=2$، همان زیرلایهٔ d است که گنجایش $4(l)+2 = 4(2)+2 = 10$ الکترون را دارد؛ بنابراین لایه‌ای که ۲۰ درصد گنجایش آن مربوط به زیرلایهٔ d است، حداکثر گنجایش ۵۰ الکترون را دارد:

$$2n^2 = 50 \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

در اثر انتقال الکترون از لایهٔ پنجم به لایهٔ دوم، پرتوی نیلی‌رنگ با طول موج ۴۳۴ nm نشر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با دورشدن لایه‌ها از هسته، اختلاف انرژی لایه‌های متوالی کاهش می‌یابد؛ بنابراین اختلاف انرژی لایهٔ چهارم و لایهٔ پنجم، کم‌تر از اختلاف انرژی لایهٔ سوم و لایهٔ چهارم است، در نتیجه انتقال الکترون از لایهٔ پنجم به لایهٔ دوم، با نشر پرتو نیلی پررنگ با طول موج ۴۳۴ نانومتر همراه است.

گزینهٔ (۲): لایهٔ چهارم دارای گنجایش ۳۲ الکترون است. گنجایش هر لایه از رابطهٔ $2n^2$ به دست می‌آید:

$$2n^2 = 2(4)^2 = 32$$

انتقال الکترون از لایهٔ چهارم به لایهٔ دوم، با نشر پرتوی آبی به طول موج ۴۸۶ نانومتر همراه است.

گزینهٔ (۳): لایه‌ای که مجموع عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های آن برابر با ۳ است، لایهٔ سوم است. این لایه دارای سه زیرلایه با عددهای کوانتومی ۰، ۱ و ۲ است. انتقال الکترون از این لایه به لایهٔ دوم، با نشر پرتوی قرمزرنگ با طول موج ۶۵۶ نانومتر همراه است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۸ در نمونه‌ای از مس شامل دو ایزوتوپ ^{۶۳}Cu و ^{۶۵}Cu، درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر ۸۰٪ است. بر این اساس، جرم ۰/۲ مول مس (I) سولفات، چند گرم است؟ (جرم اتمی ایزوتوپ‌ها برابر عدد جرمی آن‌ها در نظر گرفته شود و $O=۱۶, S=۳۲:g.mol^{-۱}$)

$Cu_۲SO_۴$

۱) ۳۱/۸۸ ۲) ۴۴/۵۶

۳) ۱۵۹/۴ ۴) ۲۲۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جرم اتمی میانگین مس را حساب می‌کنیم:

با توجه به این‌که درصد فراوانی ایزوتوپ ^{۶۳}Cu برابر ۸۰٪ است، درصد فراوانی ایزوتوپ دیگر ۲۰٪ است؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} M_۱ = ۶۳\ amu \ , \ F_۱ = ٪۸۰ \\ M_۲ = ۶۵\ amu \ , \ F_۲ = ٪۲۰ \end{cases}$$

اول با استفاده از فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_۱F_۱ + M_۲F_۲}{۱۰۰} = \frac{(۶۳\times ۸۰)+(۶۵\times ۲۰)}{۱۰۰} = ۶۳/۴\ amu$$

یه جور دیگه

و حالا به روش تستی:

$$M = M_۱ + \frac{F_۲}{F_{کل}}(M_۲ - M_۱) \Rightarrow M = ۶۳ + \frac{۲۰}{۱۰۰}\underbrace{(۶۵-۶۳)}_{۲} = ۶۳/۴\ amu$$

گام دوم: جرم ۰/۲ مول مس (I) سولفات $(Cu_۲SO_۴)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی } Cu_۲SO_۴ = ۲(۶۳/۴)+۳۲+۴(۱۶) = ۲۲۲/۸\ g.mol^{-۱}$$

$$۰/۲\ mol\ Cu_۲SO_۴ \times \frac{۲۲۲/۸\ g\ Cu_۲SO_۴}{۱\ mol\ Cu_۲SO_۴} = ۴۴/۵۶\ g\ Cu_۲SO_۴$$

گول نخوری

اگر فرمول شیمیایی مس (I) سولفات را به اشتباه به صورت $CuSO_۴$ در نظر می‌گرفتید، پاسخ تست را گزینهٔ (۱) انتخاب می‌کردید!

$$\text{جرم مولی } CuSO_۴ = ۶۳/۴+۳۲+۴(۱۶) = ۱۵۹/۴\ g.mol^{-۱}$$

$$۰/۲\ mol\ CuSO_۴ \times \frac{۱۵۹/۴\ g\ CuSO_۴}{۱\ mol\ CuSO_۴} = ۳۱/۸۸\ g\ CuSO_۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۹ چند مورد، جملهٔ زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«در اتم عنصرهای دورهٔ ..... جدول تناوبی، ..... در حال پرشدن هستند.»

الف) دوم، زیرلایه‌های ۲s و ۲p

ب) سوم، زیرلایه‌هایی با $n+l=3$

پ) چهارم، سه زیرلایهٔ الکترونی

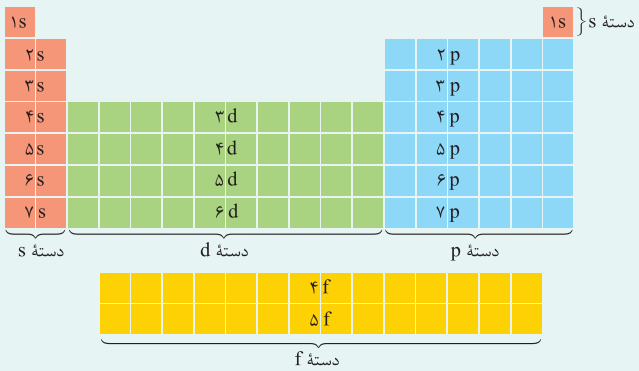
ت) پنجم، زیرلایه‌هایی با $n=5$

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

جدول زیر، زیرلایه‌هایی را نمایش می‌دهد که در اتم عنصرهای هر یک از دوره‌های جدول در حال پرشدن هستند:



همان‌طور که در جدول دوره‌ای فوق مشاهده می‌کنید، در دورهٔ nام جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های زیر از الکترون پر می‌شوند:

دورهٔ nام جدول دوره‌ای:
- $n \geq 1$: زیرلایهٔ ns
- $n \geq 2$: زیرلایهٔ np
- $n \geq 4$: زیرلایهٔ $(n-1)d$
- $n \geq 6$: زیرلایهٔ $(n-2)f$

بنابراین داریم:

مقادیر $(n+l)$ زیرلایه‌ها	زیرلایه‌های در حال پرشدن	شمارهٔ دوره
۱	۱s	۱
۲,۳	۲s ۲p	۲
۳,۴	۳s ۳p	۳
۴,۵,۵	۴s ۳d ۴p	۴
۵,۶,۶	۵s ۴d ۵p	۵
۶,۷,۷,۷	۶s ۴f ۵d ۶p	۶
۷,۸,۸,۸	۷s ۵f ۶d ۷p	۷

پاسخ خیلی تشریحی ✔

موارد «الف» و «پ»، جملهٔ داده‌شده را به درستی کامل می‌کند.

حال بیایید موارد داده‌شده را به ترتیب بررسی کنیم:

الف) *کاملاً درسته!* در اتم عنصرهای دورهٔ دوم جدول تناوبی، زیرلایه‌های ۲s و ۲p در حال پرشدن از الکترون هستند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ب) در اتم عنصرهای دورهٔ سوم جدول تناوبی، زیرلایه‌های ۳s و ۳p در حال پرشدن از الکترون هستند که مجموع $n+l$ متفاوتی دارند:

$$\text{مجموع } n+l \begin{cases} \text{زیرلایهٔ } 3s: 3+0=3 \\ \text{زیرلایهٔ } 3p: 3+1=4 \end{cases}$$

هم‌چنین به یاد داشته باشید که در اتم عنصرهای هر دوره از جدول تناوبی به‌جز دورهٔ اول، مجموع $n+l$ زیرلایه‌هایی که در حال پرشدن هستند، دو مقدار متفاوت دارد که یکی از این مقادیر برابر با شمارهٔ دوره و دیگری، یک واحد بزرگ‌تر از شمارهٔ دوره است.

پ) در اتم عنصرهای دورهٔ چهارم، سه زیرلایهٔ ۴s، ۳d و ۴p در حال پرشدن از الکترون هستند.

ت) در اتم عنصرهای دورهٔ پنجم، سه زیرلایهٔ ۵s، ۴d و ۵p در حال پرشدن هستند که در میان این سه زیرلایه، دو زیرلایهٔ ۵s و ۵p، دارای $n=5$ هستند، در حالی که زیرلایهٔ ۴d، دارای $n=4$ می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۰ **کدام مورد دربارهٔ عنصری از دورهٔ چهارم که اتم آن، ۲۶ الکترون با $l \geq 1$ دارد، درست است؟**

۱) مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی آن با این مجموع در اتم چهارمین فلز واسطهٔ جدول برابر است.

۲) عنصر هم‌دورهٔ بعد از آن در جدول دوره‌ای، در دمای اتاق مایع است.

۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی دومین عنصر گروه ۱۵ جدول برابر ۱۸ است.

۴) در واکنش با دیگر اتم‌ها، تنها می‌تواند الکترون به اشتراک گذارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ زیرلایه‌های با $l \geq 1$، شامل زیرلایه‌های p، d و f هستند؛ بنابراین عنصری از دورهٔ چهارم که اتم آن، ۲۶ الکترون با $l \geq 1$ دارد، دارای زیرلایه‌های $2p^6$، $3p^6$، $3d^{10}$ و $4p^4$ در آرایش الکترونی خود بوده و آرایش الکترونی اتم آن به صورت زیر است:

$$_{34}Se: 1s^2\ 2s^2\ \underbrace{2p^6}\ 3s^2\ \underbrace{3p^6\ 3d^{10}}\ 4s^2\ \underbrace{4p^4}$$

۲۶ الکترون با $l \geq 1$

بنابراین عنصر مورد نظر، سلنیم $(_{34}Se)$ و عنصر بعد از آن در جدول دوره‌ای، برم $(_{35}Br)$ است. برم در دمای اتاق، به حالت مایع و به شکل مولکول‌های دواتمی (Br_2) وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی در اتم سلنیم $(_{34}Se)$ برابر است با:

$$_{34}Se: [_{18}Ar]\,3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^4} \Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{2(4+0)}_{4s} + \underbrace{4(4+1)}_{4p} = 28$$

چهارمین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای، کروم $(_{24}Cr)$ با آرایش الکترونی زیر است:

$$_{24}Cr: [_{18}Ar]\,3d^5 4s^1 \Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{5(3+2)}_{3d} + \underbrace{1(4+0)}_{4s} = 29$$

بنابراین مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی در اتم این دو عنصر متفاوت است.

گول نخوری ✘ *اگه فدایی نکرده هواستون نباشه و آرایش الکترونی کروم را به صورت زیر در نظر بگیرید، این عبارت درست از آب درمی‌آد:*

$$_{24}Cr: [_{18}Ar]\,3d^4 4s^2 \Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = \underbrace{4(3+2)}_{3d} + \underbrace{2(4+0)}_{4s} = 28$$

خلاصه یادتون نره که آرایش کروم استثناءه!

گزینهٔ (۳): دومین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره‌ای، فسفر $(_{15}P)$ است:

تفاوت عدد اتمی عنصرهای $_{34}Se$ و $_{15}P$ $= 34 - 15 = 19$

گزینهٔ (۴): سلنیم یک نافلز از گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است که در واکنش با دیگر اتم‌ها، هم می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد و هم می‌تواند الکترون گرفته و آنیون Se^{2-} را تشکیل دهد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۱ کدام مورد درست است؟

۱) در خانهٔ مربوط به عنصر چهل‌وسوم جدول تناوبی، عددی برای جرم اتمی میانگین گزارش نشده است.

۲) در ایزوتوپ طبیعی منیزیم با کم‌ترین فراوانی، برخلاف فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی لیتیم، تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها برابر یک است.

۳) در یک نمونهٔ طبیعی از گاز کلر که حاوی ۱۰۰ اتم است، بیش از ۲۰۰۰ نوترون وجود دارد.

۴) عنصرهای فسفر و تکنسیم در دو دورهٔ متوالی از جدول تناوبی قرار داشته و رادیوایزوتوپ آن‌ها در ایران تولید شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

$^{99}_{43}Tc$ نخستین عنصر ساخت بشر است که در طبیعت وجود ندارد و در خانهٔ مربوط به این عنصر در جدول تناوبی، عددی برای جرم اتمی میانگین گزارش نشده است.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۱ H هیدروژن ۱/۰۰۸						۴۳ Tc تکنسیم ——		
۲	۳ Li لیتیم ۶/۹۴	۴ Be بریلیم ۹/۰۱							
۳	۱۱ Na سدیم ۲۲/۹۹	۱۲ Mg منیزیم ۲۴/۳۱							
۴	۱۹ K پتاسیم ۳۹/۱۰	۲۰ Ca کلسیم ۴۰/۰۸	۲۱ Sc اسکاندیم ۴۴/۹۶	۲۲ Ti تیتانیم ۴۷/۸۷	۲۳ V وانادیم ۵۰/۹۴	۲۴ Cr کروم ۵۲/۰۰	۲۵ Mn منگنز ۵۴/۹۴	۲۶ Fe آهن ۵۵/۸۵	۲۷ Co کبالت ۵۸/۹۳
۵	۳۷ Rb روبیدیم ۸۵/۴۷	۳۸ Sr استرانسیم ۸۷/۶۲	۳۹ Y ایتریم ۸۸/۹۱	۴۰ Zr زیرکونیم ۹۱/۲۲	۴۱ Nb نیوبیم ۹۲/۹۱	۴۲ Mo مولیبدن ۹۵/۹۴	۴۳ Tc تکنسیم ——	۴۴ Ru روتنیم ۱۰۱/۱	۴۵ Rh رودیم ۱۰۲/۹۰
۶	۵۵ Cs سزیم ۱۳۲/۹	۵۶ Ba باریم ۱۳۷/۳	۷۱ Lu لوتسیم ۱۷۵/۰۰	۷۲ Hf هافنیم ۱۷۸/۵	۷۳ Ta تانتال ۱۸۰/۹۰	۷۴ W تنگستن ۱۸۳/۸۰	۷۵ Re رنیم ۱۸۶/۲۰	۷۶ Os اسمیم ۱۹۰/۲۰	۷۷ Ir ایریدیم ۱۹۲/۲۰
۷	۸۷ Fr فرانسیم [۲۲۳]	۸۸ Ra رادیم [۲۲۶]	۱۰۳ Lr لورنسیم [۲۶۲]	۱۰۴ Rf رادرفوردیم [۲۶۷]	۱۰۵ Db دابنیم [۲۶۸]	۱۰۶ Sg سیبورگیم [۲۷۱]	۱۰۷ Bh بوریم [۲۷۲]	۱۰۸ Hs هاسیم [۲۷۷]	۱۰۹ Mt مایتنریم [۲۷۶]

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲):

نکته

عنصر	شمار ایزوتوپ‌های طبیعی	نماد ایزوتوپ‌های طبیعی	ایزوتوپی با فراوانی بیشتر
منیزیم ($_{12}Mg$)	۳	$^{24}_{12}Mg, ^{25}_{12}Mg, ^{26}_{12}Mg$	$^{24}_{12}Mg$ (ایزوتوپ سبک‌تر)
لیتیم ($_{3}Li$)	۲	$^{6}_{3}Li, ^{7}_{3}Li$	$^{7}_{3}Li$ (ایزوتوپ سنگین‌تر)
هیدروژن ($_{1}H$)	۳	$^{1}_{1}H, ^{2}_{1}H, ^{3}_{1}H$	$^{1}_{1}H$ (ایزوتوپ سبک‌تر)
کلر ($_{17}Cl$)	۲	$^{35}_{17}Cl, ^{37}_{17}Cl$	$^{35}_{17}Cl$ (ایزوتوپ سبک‌تر)

ایزوتوپ $^{25}_{12}Mg$ کم‌ترین فراوانی را در بین ایزوتوپ‌های منیزیم دارد. در هر یک از ایزوتوپ‌های مورد نظر، شمار نوترون‌ها یک واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها است:

$^{7}_{3}Li$: $n = (A)$ عدد جرمی $- p = 7 - 3 = 4$; $p = 3$; $e = p = 3$

$^{25}_{12}Mg$: $n = (A)$ عدد جرمی $- p = 25 - 12 = 13$; $p = 12$; $e = p = 12$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ (۳): در نمونهٔ طبیعی از گاز کلر، ایزوتوپ‌های $^{35}_{17}Cl$ و $^{37}_{17}Cl$ به ترتیب با ۱۸ و ۲۰ نوترون وجود دارد؛ بنابراین تعداد نوترون‌ها در نمونه‌ای حاوی ۱۰۰ اتم کلر، بیشتر از ۱۸۰۰ و کم‌تر از ۲۰۰۰ عدد است.

گزینهٔ (۴): با توجه به شکل کتاب درسی، رادیوایزوتوپ‌هایی از فسفر و تکنسیم در ایران تولید شده است، اما *هواستان باشد که* در جدول تناوبی، عنصر فسفر ($_{15}P$)، هم‌دوره با گاز نجیب آرگون ($_{18}Ar$)، در دورهٔ سوم و عنصر تکنسیم ($_{43}Tc$)، هم‌دوره با گاز نجیب زنون ($_{54}Xe$)، در دورهٔ پنجم قرار دارد؛ در نتیجه این دو عنصر در جدول تناوبی، در دو دورهٔ متوالی قرار ندارند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲ **در کدام گزینه، مجموع شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم از عنصر مشخص‌شده در ساختار لوویس دو گونه با هم برابر است؟**

۱) O در کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید

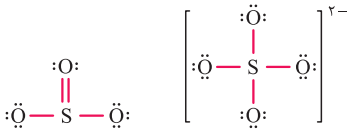
۲) N در آمونیاک و یون آمونیوم

۳) Cl در اکسیژن دی‌کلرید و یون پِرکلرات

۴) S در گوگرد تری‌اکسید و یون سولفات

پاسخ: گزینهٔ ۴

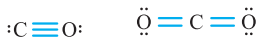
پاسخ خیلی تشریحی ✔ ساختار لوویس گوگرد تری‌اکسید (SO_3) و یون سولفات (SO_4^{2-}) به صورت زیر است:



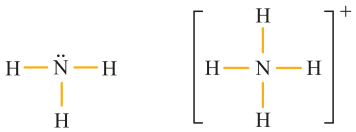
مشخصه که اتم S در هر دو ساختار بالا، چهار پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به ساختار لوویس این دو مولکول، می‌توان گفت که هر اتم O در ساختار CO_2، دو پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد، در حالی که اتم O موجود در ساختار CO سه پیوند اشتراکی تشکیل داده است:

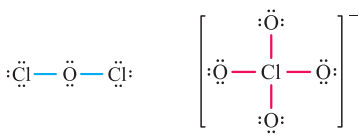


گزینهٔ (۲): ساختار لوویس آمونیاک (NH_3) و یون آمونیوم (NH_4^+) *رو ببینین:*



اتم N در ساختار NH_3، سه پیوند اشتراکی و در ساختار NH_4^+، چهار پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد.

گزینهٔ (۳): با توجه به ساختار لوویس اکسیژن دی‌کلرید (OCl_2) و یون پرکلرات (ClO_4^-)، مشخص است که هر اتم Cl در ساختار OCl_2، یک پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد، در حالی که Cl در ساختار ClO_4^-، چهار پیوند اشتراکی تشکیل داده است:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳ درصد حجمی چهار گاز نجیب نخست جدول تناوبی در لایهٔ تروپوسفر به صورت زیر است. کدام مورد، نادرست است؟

گاز	A	X	D	E
درصد حجمی	۰/۹۲۸	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱

۱) از لامپ حاوی گاز X در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

۲) گاز D از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و پس از نفوذ به لایه‌های زمین وارد میدان‌های گازی می‌شود.

۳) گاز نجیب E، متعلق به دورهٔ چهارم جدول تناوبی بوده و عدد اتمی آن دو برابر عدد اتمی گاز نجیب A است.

۴) در هر صد مترمکعب از هوا، ۰/۵ لیتر از گازی که برای خنک‌کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

درصد حجمی گازهای نجیب در هواکره:

مقایسهٔ درصد حجمی گازهای نجیب در هوا: $\underset{\text{دورهٔ سوم}}{Ar} > \underset{\text{دورهٔ دوم}}{Ne} > \underset{\text{دورهٔ اول}}{He} > \underset{\text{دورهٔ چهارم}}{Kr} > \underset{\text{دورهٔ پنجم}}{Xe}$

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به نکتهٔ بالا، گازهای A، X، D و E به ترتیب گازهای نجیب $_{18}Ar$، $_{10}Ne$، $_{2}He$ و $_{36}Kr$ هستند. دقت کنید که گاز نجیب هلیم ($_{2}He$)، طی واکنش‌های **هسته‌ای** در ژرفای زمین تولید می‌شود و پس از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): از گاز نئون ($_{10}Ne$) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

گزینهٔ (۳): عدد اتمی گاز نجیب کریپتون ($_{36}Kr$) به عنوان گاز نجیب دورهٔ چهارم جدول تناوبی، دو برابر عدد اتمی گاز نجیب آرگون ($_{18}Ar$) می‌باشد.

گزینهٔ (۴): گازی که برای خنک‌کردن قطعات الکترونیکی در تصویربرداری استفاده می‌شود، هلیم ($_{2}He$) است. از آن‌جا که هر متر مکعب معادل ۱۰۰۰ لیتر است؛ داریم:

$$۱۰۰m^3 \text{ هوا} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ L هوا}}{۱ m^3 \text{ هوا}} \times \frac{۵\times۱۰^{-۴} \text{ L He}}{۱۰۰ \text{ L هوا}} = ۰/۵ \text{ L He}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۴ با توجه به واکنش‌های زیر که مربوط به فرایند تولید اوزون تروپوسفری است، کدام مطلب نادرست است؟

$(N = ۱۴, O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

I) $N_۲ + A \xrightarrow{\text{رعدوبرق}} ۲NO$

II) $۲NO + A \rightarrow ۲B$

III) $B + A \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO + C$

۱) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار لوویس هر مولکول C، برابر با شمار الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای هر اتم از A است.

۲) در شرایط یکسان، نسبت چگالی گاز C به A برابر با ۱/۵ است.

۳) گاز B قهوه‌ای‌رنگ است و در هر مولکول از آن، ۳ اتم از دو نوع عنصر متوالی در جدول تناوبی وجود دارد.

۴) اگر دمای ظرفی حاوی مخلوط مایع از A و C را به تدریج افزایش دهیم، C زودتر از مخلوط جدا می‌شود.

مشاوره یکی از سؤالات رایجی که ممکن است در کنکور به آن پرداخته شود، واکنش‌های مربوط به تولید اوزون تروپوسفری است که باید مراحل آن را به ترتیب به خاطر بسپارید. هم‌چنین از آن‌جایی که به وفور دربارهٔ مولکول‌های $O_۲$ و $O_۳$ در کتاب شیمی اطلاعات وجود دارد، بهتر است همهٔ مطالب مربوط به این مولکول‌ها را در جای‌جای کتاب پیدا کنید تا به طور منظم در ذهنتان طبقه‌بندی شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

مراحل تشکیل اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:

مرحلهٔ اول: گاز نیتروژن $(N_۲)$ به عنوان اصلی‌ترین جزء سازندهٔ هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن هوا $(O_۲)$ واکنش نمی‌دهد، اما **هنگام رعدوبرق و بالارفتن دما**، این دو گاز در هواکره با یکدیگر ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شوند:

$$N_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲NO(g) \qquad ۲NO(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲NO_۲(g)$$

در هوای آلودهٔ شهرهای صنعتی و بزرگ، به مقدار قابل توجهی اکسیدهای نیتروژن وجود دارد. این گازها از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن **درون موتور خودرو و در دمای بالا** به وجود می‌آیند.

شرایط واکنش گازهای $N_۲$ و $O_۲$ هواکره با یکدیگر و تولید اکسیدهای نیتروژن (NO و $NO_۲$) در لایهٔ تروپوسفر
- هنگام رعدوبرق
- درون موتور خودرو در دمای بالا

گاز نیتروژن دی‌اکسید $(NO_۲)$ به رنگ قهوه‌ای است، به همین دلیل هوای آلودهٔ کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

مرحلهٔ دوم: در هوای آلودهٔ حاوی گاز نیتروژن دی‌اکسید و **در حضور نور خورشید**، واکنش زیر رخ می‌دهد و مقداری گاز اوزون تولید می‌شود:

$$NO_۲(g) + O_۲(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} NO(g) + \underbrace{O_۳(g)}_{\text{اوزون تروپوسفری}}$$

پاسخ خیلی تشریحی

A، B و C به ترتیب $O_۲$، $NO_۲$ و $O_۳$ هستند. با توجه به این‌که نقطهٔ جوش اکسیژن (A) از اوزون (C) پایین‌تر است؛ با گرمادادن به مخلوط مایع آن‌ها، اکسیژن زودتر بخار شده و از مخلوط جدا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ساختار لوویس مولکول $O_۳$ به صورت مقابل است: $\ddot{O}=\ddot{O}-\ddot{O}: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون پیوندی}} = \frac{۶}{۳} = ۲$

آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم اکسیژن به صورت $:\ddot{O}\cdot$ بوده که دارای ۲ الکترون جفت‌نشده (تک‌الکترون) است.

گزینهٔ (۲): در شرایط یکسان، نسبت چگالی دو گاز با نسبت جرم مولی آن‌ها برابر است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{چگالی گاز } O_۳}{\text{چگالی گاز } O_۲} = \frac{\text{جرم مولی } O_۳}{\text{جرم مولی } O_۲} = \frac{۴۸}{۳۲} = ۱/۵$$

گزینهٔ (۳): در هر مولکول از $NO_۲$، ۳ اتم وجود دارد. در این ترکیب، دو نوع عنصر $_۸O$ و $_۷N$ وجود دارد که عناصر متوالی در جدول تناوبی به حساب می‌آیند. هم‌چنین می‌دانیم که گاز $NO_۲$، قهوه‌ای‌رنگ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۵ مقدار یکسانی از اتانول در دو آزمایش جداگانه، مطابق معادله‌های موازنه‌نشدهٔ زیر مصرف می‌شود. اگر مجموع جرم فراورده‌های کربن‌دار تولیدشده در دو واکنش، ۱۵۴ گرم باشد، جرم اتانول مورد استفاده در هر آزمایش چند گرم است؟ (بازده درصدی واکنش‌های (I) و (II) را به ترتیب برابر با ۷۵٪ و ۵۰٪ در نظر بگیرید.)

$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

I) $C_۲H_۵OH + O_۲ \rightarrow CH_۳CHO + H_۲O$

II) $C_۲H_۵OH + O_۲ \rightarrow CO_۲ + H_۲O$

۱) ۹۲ ۲) ۱۸۴

۳) ۶۹ ۴) ۱۳۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

ابتدا معادلات واکنش‌های انجام‌شده را موازنه می‌کنیم:

(I) واکنش: $۲C_۲H_۵OH + O_۲ \rightarrow ۲CH_۳CHO + ۲H_۲O$

(II) واکنش: $C_۲H_۵OH + ۳O_۲ \rightarrow ۲CO_۲ + ۳H_۲O$

تیزبازی

با توجه به این‌که در این سؤال، تنها با فراورده‌های کربن‌دار سروکار داریم، کافی است در معادلهٔ هر واکنش، نسبت‌های مولی میان $C_۲H_۵OH$ و فراوردهٔ کربن‌دار را تعیین کنیم؛ *یعنی این شکلی*:

(I) واکنش: $۱C_۲H_۵OH \sim ۱CH_۳CHO$ ، (II) واکنش: $۱C_۲H_۵OH \sim ۲CO_۲$

مقدار مول اتانول $(C_۲H_۵OH)$ مصرف‌شده در دو واکنش را x در نظر گرفته و جرم فراوردهٔ کربن‌دار تولیدشده در هر واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{(I) واکنش : } x\ mol\ C_۲H_۵OH \times \frac{۲\ mol\ CH_۳CHO}{۲\ mol\ C_۲H_۵OH} \times \frac{۴۴\ g\ CH_۳CHO}{۱\ mol\ CH_۳CHO} \times \underbrace{\frac{۷۵}{۱۰۰}}_{\text{بازده درصدی}} = ۳۳x\ g\ CH_۳CHO$$

$$\text{(II) واکنش : } x\ mol\ C_۲H_۵OH \times \frac{۲\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ C_۲H_۵OH} \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} \times \underbrace{\frac{۵۰}{۱۰۰}}_{\text{بازده درصدی}} = ۴۴x\ g\ CO_۲$$

حال با توجه به این‌که مجموع جرم فراورده‌های کربن‌دار تولیدشده در دو واکنش، ۱۵۴ گرم است، مقدار x و در نهایت جرم اتانول مورد استفاده در هر آزمایش را به دست می‌آوریم:

$$۳۳x + ۴۴x = ۱۵۴ \Rightarrow ۷۷x = ۱۵۴ \Rightarrow x = \frac{۱۵۴}{۷۷} = ۲\ mol\ C_۲H_۵OH$$

$$۲\ mol\ C_۲H_۵OH \times \frac{۴۶\ g\ C_۲H_۵OH}{۱\ mol\ C_۲H_۵OH} = ۹۲\ g\ C_۲H_۵OH$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۶ سولفات دومین، سومین و پنجمین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، از نظر انحلال‌پذیری در آب، به ترتیب جزء کدام دسته از مواد هستند؟

$MgSO_4$ ، $CaSO_4$ و $BaSO_4$

۱) محلول ـ کم‌محلول ـ نامحلول

۲) محلول ـ کم‌محلول ـ کم‌محلول

۳) کم‌محلول ـ محلول ـ کم‌محلول

۴) کم‌محلول ـ نامحلول ـ محلول

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مواد را برحسب مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها در آب، در دمای اتاق، می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

انواع حل‌شونده مواد:

- محلول در آب ← موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب بیشتر باشد.
- نامحلول در آب ← موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب کم‌تر باشد.
- کم‌محلول در آب ← موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد.

همهٔ مواد محلول، کم‌محلول و نامحلولی که باید (در دمای $25^\circ C$) *بلد باشین! رو در جدول زیر براتون آوردیم:*

محلول	کم‌محلول	نامحلول
اتانول (C_2H_5OH) و استون $CH_3\overset{\overset{O}{\|}}{C}CH_3$ (این دو ماده به هر نسبت در آب حل می‌شوند.)	کلسیم سولفات: $CaSO_4$	نقره کلرید: $AgCl$
شکر یا همان ساکارز: $C_{12}H_{22}O_{11}$		کلسیم فسفات: $Ca_3(PO_4)_2$
سدیم نیترات: $NaNO_3$		منیزیم فسفات: $Mg_3(PO_4)_2$
سدیم کلرید: $NaCl$		باریم سولفات: $BaSO_4$
سدیم سولفات (Na_2SO_4)، منیزیم سولفات ($MgSO_4$) و آمونیوم سولفات ($(NH_4)_2SO_4$)		منیزیم هیدروکسید: $Mg(OH)_2$
سدیم فسفات (Na_3PO_4)		آهن (II) هیدروکسید: $Fe(OH)_2$
کلسیم کلرید ($CaCl_2$) و باریم کلرید ($BaCl_2$)		آهن (III) هیدروکسید: $Fe(OH)_3$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

دومین، سومین و پنجمین فلز قلیایی خاکی (گروه دوم) جدول دوره‌ای، به ترتیب منیزیم (Mg)، کلسیم (Ca) و باریم (Ba) هستند:

۴ Be بریلیم ۹/۰۱

۱۲ Mg منیزیم ۲۴/۳۱

۲۰ Ca کلسیم ۴۰/۰۸

۳۸ Sr استرانسیم ۸۷/۶۲

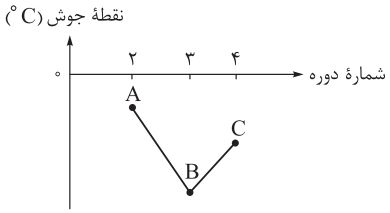
۵۶ Ba باریم ۱۳۷/۳

۸۸ Ra رادیم [۲۲۶]

ترکیب‌های یونی منیزیم سولفات ($MgSO_4$)، کلسیم سولفات ($CaSO_4$) و باریم سولفات ($BaSO_4$)، به ترتیب محلول، کم‌محلول و نامحلول در آب محسوب می‌شوند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷ **با توجه به نمودار داده‌شده که مربوط به ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر نخست یکی از گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ جدول تناوبی است، کدام مطلب درست است؟**



۱) شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در ساختار لوویس ترکیب B، با شمار الکترون‌های با $l = ۲$ در اتم عنصر $_{۲۱}Sc$ برابر است.

۲) محلول آبی ترکیب A، کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد.

۳) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم مرکزی در ترکیب C را می‌توان به صورت $\ddot{X}\cdot$ در نظر گرفت.

۴) مولکول‌های A را می‌توان از واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و فشار اتاق و در حضور کاتالیزگر به دست آورد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به روند نمودار و منفی‌بودن نقطهٔ جوش هر سه ترکیب هیدروژن‌دار داده‌شده، می‌توان نتیجه گرفت که نمودار مربوط به ترکیب‌های هیدروژن‌دار گروه ۱۵ است و A، B و C به ترتیب $NH_۳$، $PH_۳$ و $AsH_۳$ هستند:

نقطهٔ جوش: $NH_۳ > AsH_۳ > PH_۳$

$NH_۳$ ← پیوند هیدروژنی ← A

$AsH_۳$ ← جرم مولی بیشتر ← C

$PH_۳$ ← جرم مولی کم‌تر ← B

محلول آبی آمونیاک خاصیت بازی دارد. رنگ کاغذ pH در محلول‌های بازی، آبی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱):

$PH_۳ \longrightarrow H-\ddot{P}(-H)-H \Rightarrow$ ۳ جفت‌الکترون پیوندی

$_{۲۱}Sc : [_{۱۸}Ar]\underbrace{۳d^{۱}}_{l=۲}۴s^{۲} \Rightarrow$ یک الکترون در زیرلایهٔ $l = ۲$

شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی (پیوندهای اشتراکی) در ساختار لوویس $PH_۳$، دو واحد بیشتر از شمار الکترون‌های با $l = ۲$ در اتم $_{۲۱}Sc$ می‌باشد.

گزینهٔ (۳): در لایهٔ ظرفیت عنصرهای گروه ۱۵، ۵ الکترون ظرفیت وجود دارد؛ بنابراین آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم همهٔ عنصرهای این گروه به صورت «$\ddot{X}\cdot$» است.

گزینهٔ (۴): دقت کنید که واکنش میان گازهای نیتروژن $(N_۲)$ و هیدروژن $(H_۲)$ در **دما و فشار اتاق** (حتی در حضور کاتالیزگر!) **انجام نمی‌شود!**

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۸ درصد جرمی سدیم نیترات ($S = ۰/۸\theta + ۷۲$) در محلول سیرشدهٔ آن، در دمای $۳۵\ ^\circ C$ کدام است و به ۲۰۰ گرم از این محلول در دمای ثابت، چند گرم آب باید اضافه شود تا درصد جرمی نمک در محلول به ٪۲۰ برسد؟

۱) ۵۰ ـ ۳۰۰
۲) ۴۰ ـ ۲۰۰
۳) ۵۰ ـ ۴۰۰
۴) ۴۰ ـ ۲۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: انحلال‌پذیری نمک سدیم نیترات ($NaNO_۳$) را در دمای $۳۵\ ^\circ C$ محاسبه می‌کنیم:

$$S = ۰/۸\theta + ۷۲ \Rightarrow \theta = ۳۵\ ^\circ C:\ S = ۰/۸(۳۵) + ۷۲ = ۱۰۰$$

گام دوم: درصد جرمی محلول سیرشدهٔ سدیم نیترات را در دمای $۳۵\ ^\circ C$ به دست می‌آوریم:

نکته اگر انحلال‌پذیری یک ماده در دمای معین، برابر با S گرم باشد، یعنی اگر S گرم ماده در ۱۰۰ گرم آب حل شود، $(S+۱۰۰)$ گرم محلول سیرشده حاصل می‌شود؛ بنابراین برای محاسبهٔ درصد جرمی یک محلول سیرشده می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{درصد جرمی محلول سیرشده (a)} = \frac{S}{S+۱۰۰} \times ۱۰۰$$

$$\text{درصد جرمی (a)} = \frac{S}{S+۱۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۲۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۵۰$$

گام سوم: حساب می‌کنیم که چند گرم آب به ۲۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ سدیم نیترات در دمای $۳۵\ ^\circ C$، باید اضافه کنیم تا درصد جرمی نمک در محلول به ٪۲۰ برسد:

با توجه به این‌که انحلال‌پذیری سدیم نیترات در دمای $۳۵\ ^\circ C$، برابر با ۱۰۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ می‌توان گفت که در این دما، ۱۰۰ گرم سدیم نیترات در ۲۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ آن وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی (a)} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم آب اضافه‌شده + جرم محلول اولیه}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱۰۰}{\text{جرم آب اضافه‌شده} + ۲۰۰} \times \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow \text{جرم آب اضافه‌شده} + ۲۰۰ = ۵۰۰ \Rightarrow \text{جرم آب اضافه‌شده} = ۳۰۰\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹ **اگر در ۱۰۰ گرم آب در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $2\ atm$، حداکثر 4×10^{-4} مول گاز NO حل شود، کدام گزینه می‌تواند مربوط به انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $8\ atm$ در ۱۰۰ گرم آب باشد؟ $(N=14, O=16 : g.mol^{-1})$**

۱) ۰/۰۵۰

۲) ۰/۰۴۸

۳) ۰/۰۶۴

۴) ۰/۰۳۳

مشاوره مسائل مربوط به انحلال‌پذیری گازها، اخیراً بیشتر مورد توجه طراحان کنکور سراسری قرار گرفته و بر شما *واجبه که* به خوبی به این مبحث و هم‌چنین مفاهیم عوامل مؤثر بر انحلال‌پذیری گازها، تسلط پیدا کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید (NO) را در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $2\ atm$، محاسبه می‌کنیم:

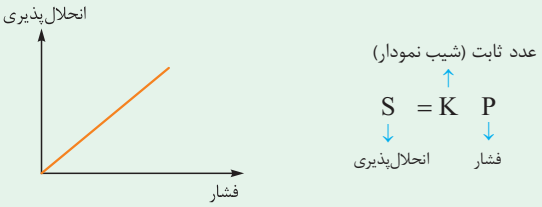
$$4\times10^{-4}\ mol\ NO\times\frac{30\ g\ NO}{1\ mol\ NO}=0/012\ g\ NO$$

با توجه به این‌که در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $2\ atm$، حداکثر ۰/۰۱۲ گرم گاز NO در ۱۰۰ گرم آب می‌شود؛ می‌توان نتیجه گرفت که انحلال‌پذیری گاز NO در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $2\ atm$، برابر با ۰/۰۱۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

حال انحلال‌پذیری این گاز را در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $8\ atm$، *می‌سنجیم*:

نکته نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار، به صورت **خطی** با **شیب ثابت** و البته **صعودی** است. در ضمن انحلال‌پذیری همهٔ گازها در فشار صفر اتمسفر برابر صفر است. *فب!* طبیعی هم هست. در فشار صفر اتمسفر، اصولاً گازی وجود نداره که *بخواد در آب حل بشه!*

بنابراین نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار به صورت زیر است و معادلهٔ انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار را می‌توان به صورت معادلهٔ خطی بدون عرض از مبدأ $(y=ax)$ نشان داد:



با توجه به این معادله، می‌توان گفت که در دمای ثابت، با **n برابر کردن فشار یک گاز، انحلال‌پذیری آن گاز نیز در آب، n برابر می‌شود.**

با چهار برابر شدن فشار، انحلال‌پذیری گاز NO نیز چهار برابر می‌شود:

$$S_2=4\times0/012=0/048\ g$$

گاز NO دارای مولکول‌های قطبی و گاز O_2 دارای مولکول‌های ناقطبی است؛ بنابراین در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری گاز O_2 نسبت به گاز NO کم‌تر است و با توجه به گزینه‌ها، تنها عدد ۰/۰۳۳ را می‌توان به انحلال‌پذیری گاز O_2 در دمای $25\ ^\circ C$ و فشار $8\ atm$ نسبت داد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۰ **درستی یا نادرستی کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) در تصفیهٔ آب، روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، راه مناسبی برای حذف ترکیب‌های آلی فرار به شمار می‌آید.

۲) کیفیت آب می‌تواند بر مدت‌زمان استفادهٔ مؤثر از غشای نیمه‌تراوا برای شیرین‌سازی آب دریا در فرایند اسمز معکوس، تأثیر بگذارد.

۳) در فرایند اسمز معکوس، با گذشت زمان و جابه‌جایی مولکول‌های آب، تفاوت غلظت مولی محلول‌های دو سمت غشا کاهش پیدا می‌کند.

۴) در فرایند شیرین‌کردن آب دریا، پمپ ایجاد فشار در سمت محلولی است که چگالی بیشتری دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تفاوت اسمز و اسمز معکوس در یک نگاه!

ویژگی / فرایند		اسمز	اسمز معکوس
جهت انتقال مولکول‌های حلال (آب)		از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر	از محلول غلیظ‌تر به محلول رقیق‌تر
تغییر غلظت محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	غلیظ‌تر می‌شود	رقیق‌تر می‌شود
	محلول غلیظ	رقیق‌تر می‌شود	غلیظ‌تر می‌شود
تغییر حجم و ارتفاع محلول‌ها با گذشت زمان	محلول رقیق	کاهش می‌یابد	افزایش می‌یابد
	محلول غلیظ	افزایش می‌یابد	کاهش می‌یابد
نوع فرایند		خودبه‌خودی	غیرخودبه‌خودی (اعمال فشار)

پاسخ خیلی تشریحی

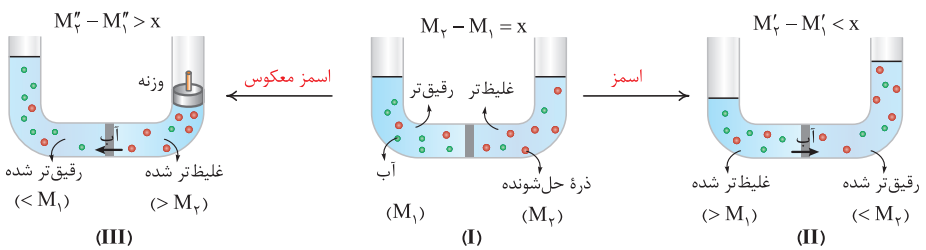
گزینهٔ (۳) برخلاف سایر گزینه‌ها، نادرست است.

بیایید به ترتیب گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): ترکیب‌های آلی فرار را می‌توان به روش اسمز معکوس از آب حذف کرد، اما این ترکیب‌ها در روش تقطیر در آب باقی می‌مانند. ✓

گزینهٔ (۲): هر چه کیفیت آب بهتر باشد، طول عمر غشا بیشتر خواهد شد. در واقع ناخالصی‌های آب می‌توانند منافذ غشا را تخریب کنند! ✓

گزینهٔ (۳): در فرایند اسمز، آب از سمت محلول رقیق‌تر به سمت محلول غلیظ‌تر جابه‌جا می‌شود و تفاوت غلظت مولی محلول‌ها به مرور کم‌تر می‌شود. اما در فرایند اسمز معکوس، آب از محلول غلیظ‌تر به سمت محلول رقیق‌تر می‌رود؛ بنابراین با توجه به این‌که به مرور محلول غلیظ، غلیظ‌تر و محلول رقیق، رقیق‌تر می‌شود، با گذشت زمان، تفاوت غلظت مولی محلول‌ها بیشتر می‌شود. ✗



گزینهٔ (۴): هدف از اسمز معکوس، غلبه بر فشار اسمزی و حرکت در جهت غیرطبیعی از سمت محلول غلیظ به رقیق است؛ در نتیجه پمپ ایجاد فشار باید در سمت محلول غلیظ که چگالی بیشتری دارد، قرار گیرد. ✓

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۱ **مجموع عدد اتمی سه عنصر متوالی دورهٔ سوم به ترتیب (A، X و D) برابر ۴۵ و مجموع شعاع اتمی آن‌ها برابر ۳۳۱ پیکومتر است. اگر تفاوت شعاع اتمی A و X، یک واحد بیشتر از تفاوت شعاع اتمی X و D باشد، کدام مورد درست است؟**

۱) تفاوت عدد اتمی و تفاوت شعاع اتمی A و D به ترتیب برابر ۲ و ۶ پیکومتر است.

۲) میان موقعیت عنصر D و تنها نافلز مایع در جدول دوره‌ای، ۱۹ عنصر دیگر وجود دارد.

۳) X، اولین نافلز دورهٔ سوم بوده و شعاع اتمی آن برابر ۱۱۰ پیکومتر است.

برم $(_{35}Br)$

۴) A، رسانایی الکتریکی اندکی داشته، در اثر ضربه خرد می‌شود و عنصر قبل و بعد هم‌گروه آن، به ترتیب نافلز و فلز هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا بیایید عدد اتمی این سه عنصر را که عنصرهای متوالی از دورهٔ سوم هستند، بیابیم:

$$Z_A + Z_X + Z_D = 45 \xrightarrow[Z_D = Z_X + 1]{Z_A = Z_X - 1} (Z_X - 1) + (Z_X) + (Z_X + 1) = 45 \Rightarrow 3Z_X = 45$$

$$\Rightarrow Z_X = \frac{45}{3} = 15$$

بنابراین سه عنصر A، X و D به ترتیب سیلیسیم $(_{14}Si)$، فسفر $(_{15}P)$ و گوگرد $(_{16}S)$ هستند، چون در یک دوره از جدول تناوبی، از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد و همچنین تفاوت بین شعاع اتمی عنصرهای متوالی در نافلزات، به تدریج کم‌تر می‌شود. اگر تفاوت شعاع اتمی عنصرهای A و X را t در نظر بگیریم، طبق داده‌های سؤال، تفاوت شعاع اتمی عنصرهای X و D برابر $t-1$ خواهد بود؛ بنابراین داریم:

شعاع اتمی: $A \underset{-t}{>} X \underset{-(t-1)}{>} D$

$$r_A + r_X + r_D = 331 \xrightarrow[r_D = r_X - (t-1)]{r_A = r_X + t} (r_X + t) + (r_X) + (r_X - (t-1)) = 331 \Rightarrow 3r_X + 1 = 331$$

$$\Rightarrow 3r_X = 330 \Rightarrow r_X = \frac{330}{3} = 110\ pm$$

عنصر X (فسفر $(_{15}P)$)، نخستین نافلز دورهٔ سوم جدول تناوبی است که با توجه به محاسبات بالا، شعاع اتمی آن برابر با ۱۱۰ پیکومتر می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *کی گفته؟!* به عنوان مثال اگر شعاع اتمی عنصرهای A و D به ترتیب برابر با ۱۱۸ و ۱۰۳ پیکومتر باشد، تفاوت شعاع آن‌ها برابر با ۱۵ پیکومتر خواهد بود.

گزینهٔ (۲): تنها نافلز مایع جدول، برم $(_{35}Br)$ است. شمار عنصرهای موجود میان $_{35}Br$ و $_{16}S$ در جدول دوره‌ای، یک واحد کم‌تر از تفاوت عدد اتمی آن‌ها می‌باشد:

$$(35 - 16) - 1 = 18$$

گزینهٔ (۴): عنصر سیلیسیم (Si) به عنوان یک شبه‌فلز، رسانایی الکتریکی اندکی دارد (نیمه‌رسانا). هم‌چنین شکننده بوده و در اثر ضربه خرد می‌شود، اما *هواستان باشد* که عنصر هم‌گروه قبل از آن در جدول (کربن)، یک عنصر نافلزی و عنصر بعد از آن در گروه ۱۴ (ژرمانیم)، یک عنصر شبه‌فلزی است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲ با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب درست است؟

$$I)\ TiCl_4 + Mg \xrightarrow{\Delta}$$

$$II)\ C_2H_4 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4}$$

$$III)\ 2Fe_2O_3 + 3C \xrightarrow{\Delta}$$

۱) واکنش (I) در حضور گاز نیتروژن که واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد، انجام‌پذیر است؛ اما حضور اکسیژن مانع از انجام واکنش می‌شود.

۲) فراوردهٔ واکنش (II) در آب محلول است و اگر به جای H_2O، از گاز هیدروژن استفاده شود، در شرایط مناسب فراورده‌ای تولید می‌شود که نقطهٔ جوش آن کم‌تر از دمای اتاق است.

۳) یکی از فراورده‌های واکنش (III)، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که میل ترکیبی هموگلوبین خون با آن، بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است.

۴) به جای کربن در واکنش (III)، می‌توان از یکی از اکسیدهای کربن نیز استفاده کرد و در این صورت، ضرایب گونه‌های گازی در دو طرف معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش حاصل، متفاوت خواهد بود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا بیایید معادلهٔ واکنش‌های انجام‌شده را کامل و هم‌چنین موازنه کنیم:

$$I)\ TiCl_4 + 2Mg \rightarrow Ti + 2MgCl_2$$

$$II)\ C_2H_4 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_5OH$$

$$III)\ 2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 4Fe + 3CO_2$$

فراوردهٔ واکنش اتن (C_2H_4) با آب (H_2O) مطابق واکنش (II)، اتانول (C_2H_5OH) است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. هم‌چنین فراوردهٔ واکنش اتن با گاز هیدروژن (H_2)، گاز اتان (C_2H_6) به عنوان دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها است که مطابق نمودار صفحهٔ ۳۶ کتاب درسی، در دمای اتاق گازی است، یعنی نقطهٔ جوش آن کم‌تر از دمای اتاق است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): برای تهیهٔ فلز تیتانیم (Ti)، باید واکنش (I) را در حضور **گاز آرگون** (Ar) انجام داد. **وجود گازهای اکسیژن و نیتروژن در محیط واکنش، مانع از انجام واکنش می‌شود.**

گزینهٔ (۳): گاز بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی که میل ترکیبی آن با هموگلوبین خون، بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است، همون **گاز کربن مونوکسید** (CO) *فورمونه!* در حالی که در واکنش (III)، **گاز کربن دی‌اکسید** (CO_2) تولید می‌شود؛ نه گاز کربن مونوکسید!

گزینهٔ (۴): برای استخراج آهن، می‌توان از گاز CO نیز مطابق واکنش زیر استفاده کرد:

$$Fe_2O_3(s) + 3CO(g) \rightarrow 2Fe(s) + 3CO_2(g)$$

مشخصه که در هر دو طرف معادلهٔ فوق، ضرایب استوکیومتری گونه‌های گازی، برابر با ۳ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۳ کدام مورد به یقین درست است؟

۱) در ساختار پیوند ـ خط ترکیب‌های آلی، اتم‌های هیدروژن نشان داده نمی‌شوند.

۲) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی هیدروکربن‌ها، عددی زوج است.

۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، درصد جرمی کربن در آن‌ها افزایش می‌یابد.

۴) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار یک ترکیب آلی، با شمار اتم‌های هیدروژن آن ترکیب برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

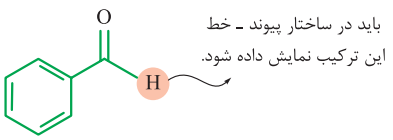
در هیدروکربن‌ها برای محاسبهٔ شمار اتم‌های هیدروژن (H)، می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم که n، شمار اتم‌های کربن را نشان می‌دهد:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن } n \text{ کربنی} = (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه}) \times ۴ - (\text{تعداد حلقه‌ها} + \text{تعداد پیوندهای دوگانه}) \times ۲ - (۲n+۲)$$

شمار اتم‌های H در آلکان‌های nکربنی، از رابطهٔ $۲n+۲$ به دست می‌آید که با توجه به ضریب ۲، همواره عددی زوج است. هم‌چنین از آن‌جایی که به ازای هر پیوند دوگانه و حلقه در ساختار یک هیدروکربن، ۲ اتم H و به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۴ اتم H *(هفتشون مضرب ۲ هستن!)* از شمار اتم‌های هیدروژن آن نسبت به آلکان هم‌کربن خود، کم می‌کنیم؛ بنابراین می‌توان گفت که در فرمول مولکولی هیدروکربن‌ها، شمار اتم‌های H همواره عددی زوج است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): به عنوان مثال اگر اتم H جزء گروه عاملی آلدهیدی ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-H$) باشد، در ساختار پیوند ـ خط ترکیب مورد نظر باید نشان داده شود. مثلاً ساختار پیوند ـ خط بنزآلدهید $(C_۷H_۶O)$ به صورت زیر است:

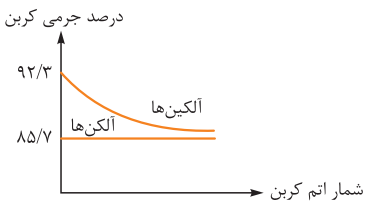


بنزآلدهید $(C_۷H_۶O)$

گزینهٔ (۳): *کی گفته؟!* درصد جرمی کربن و هیدروژن در همهٔ آلکن‌ها با هم برابر و مستقل از شمار اتم‌های کربن آن‌ها است:

$$\text{درصد جرمی کربن در آلکن‌ها } (C_nH_{۲n}) = \frac{۱۲n}{۱۲n+۲n} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲}{۱۴} \times ۱۰۰ = \frac{۶}{۷} \times ۱۰۰ \simeq ٪۸۵/۷$$

هم‌چنین در آلکین‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی کربن کاهش می‌یابد. نمودار درصد جرمی کربن در آلکن‌ها و آلکین‌ها برحسب شمار اتم‌های کربن آن‌ها به صورت زیر است:

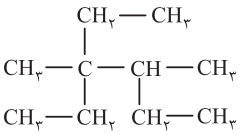


بنابراین با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، درصد جرمی کربن در همهٔ آن‌ها لزوماً افزایش نمی‌یابد.

گزینهٔ (۴): *هواستون باشه* در ترکیباتی که دارای H متصل به O یا N هستند (به عنوان مثال ترکیبات دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل ($-OH$)، کربوکسیل ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$)، آمینی ($-NH_۲$ یا ...)، شمار پیوندهای $C-H$، کم‌تر از شمار اتم‌های هیدروژن می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۴ **اگر در ترکیب مقابل، به جای گروه متیل متصل به اتم کربنی که هیچ اتم هیدروژنی به آن متصل نیست، گروه اتیل قرار گیرد، کدام مطلب نادرست است؟**



۱) نام ترکیب اولیه همانند نام ترکیب به‌دست‌آمده، به هگزان ختم می‌شود.

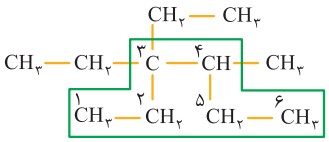
۲) در نام ترکیب اول، پیشوند دی‌متیل و در نام ترکیب حاصل، پیشوند دی‌اتیل وجود دارد.

۳) در نام ترکیب اول، برخلاف نام ترکیب به‌دست‌آمده، دو عدد ۳ وجود دارد.

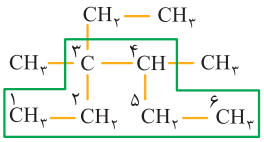
۴) شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب اول، دو برابر شمار اتم‌های کربن در ترکیب به‌دست‌آمده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ نام ترکیب اولیه و نام ترکیب به‌دست‌آمده به صورت زیر است:



۳، ۳ ـ دی‌اتیل ـ ۴ ـ متیل هگزان



۳ ـ اتیل، ۳، ۴ ـ دی‌متیل هگزان

بنابراین هم در نام ترکیب اولیه و هم در نام ترکیب به‌دست‌آمده، دو عدد ۳ وجود دارد.

با توجه به نام ترکیب‌های فوق، مشخصه که گزینه‌های (۱) و (۲) درستن! به خاطر شما! گزینهٔ (۴) رو بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۴): در آلکان داده‌شده، ۱۰ اتم کربن و ۲۲ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر به جای گروه متیل این ترکیب، گروه اتیل قرار گیرد، یکی به تعداد اتم‌های کربن آن افزوده می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب اولیه}}{\text{شمار اتم‌های کربن در ترکیب به‌دست‌آمده}} = \frac{۲۲}{۱۱} = ۲$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵ **اگر از سوختن کامل یک هیدروکربن، ۷/۰۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید و ۲/۸۸ گرم بخار آب حاصل شود، هیدروکربن مورد نظر کدام می‌تواند باشد؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$**

۱) نفتالن
۲) بنزن
۳) ۲- متیل پنتان
۴) سیکلوهگزان

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا با توجه به جرم گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) و بخار آب (H_2O) حاصل از سوختن هیدروکربن مورد نظر، شمار مول این فراورده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$۷/۰۴\ g\ CO_2 \times \frac{۱\ mol\ CO_2}{۴۴\ g\ CO_2} = ۰/۱۶\ mol\ CO_2$$

$$۲/۸۸\ g\ H_2O \times \frac{۱\ mol\ H_2O}{۱۸\ g\ H_2O} = ۰/۱۶\ mol\ H_2O$$

از آن‌جایی که در سوختن کامل هیدروکربن‌ها، کربن به CO_2 و هیدروژن به H_2O تبدیل می‌شود و اتم‌های کربن و هیدروژن، هر کدام در دو سمت معادله تنها در ساختار یک ماده حضور دارند؛ بنابراین می‌توان گفت که در سوختن کامل هیدروکربن‌ها، به اندازهٔ تعداد اتم کربن، CO_2 و به اندازهٔ نصف تعداد هیدروژن‌ها، H_2O تولید می‌شود:

$$C_xH_y + O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

با توجه به این‌که از سوختن کامل هیدروکربن مورد نظر، شمار مول‌های CO_2 و H_2O یکسانی تولید شده است، می‌توان گفت که:

$$x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2x$$

حال در گزینه‌ها به دنبال هیدروکربنی می‌گردیم که در فرمول مولکولی آن، شمار اتم‌های هیدروژن، دو برابر شمار اتم‌های کربن است:

گزینهٔ (۱): نفتالن ← $C_{10}H_8$

گزینهٔ (۲): بنزن ← C_6H_6

گزینهٔ (۳): ۲ـ متیل پنتان ← C_6H_{14}

گزینهٔ (۴): سیکلوهگزان ← C_6H_{12} ✓

سیکلوهگزان، چهارمین عضو خانوادهٔ سیکلوآلکان‌ها است. فرمول عمومی سیکلوآلکان‌ها همانند آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} بوده و در واقع در فرمول مولکولی آن‌ها، شمار اتم‌های هیدروژن، دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

کنکور

اگر از سوختن کامل ۰/۰۲ مول از یک آلکان، ۴/۶۸ گرم آب تشکیل شود، مولکول آلکان، چند اتم کربن دارد و تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی دی‌برمو اتان برابر چند گرم است؟ $(Br=80, O=16, O=12, H=1 : g.mol^{-1})$

(سؤال ۸۸ کنکور تجربی دی ۱۴۰۱)

۱) ۱۰، ۱۲
۲) ۱۰، ۱۴
۳) ۱۸، ۱۲
۴) ۱۸، ۱۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۶ **جرم دو جسم A و B به ترتیب برابر با ۵ و ۱۰ گرم است. اگر به هر دوی آن‌ها به یک اندازه گرما دهیم و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یابد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟**

۱) ظرفیت گرمایی ویژهٔ A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی B، دو برابر A است.

۲) ظرفیت گرمایی ویژهٔ A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی A، دو برابر B است.

۳) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژهٔ A، دو برابر B است.

۴) ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است، اما ظرفیت گرمایی ویژهٔ B، دو برابر A است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

رابطهٔ ظرفیت گرمایی (C) با مقدار گرمای مبادله‌شده (Q) و تغییرات دمای جسم ($\Delta\theta$) به صورت زیر است:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

از آن‌جا که به هر دو جسم A و B به یک اندازه گرما داده شده و دمای هر دو نیز به یک میزان افزایش یافته است، می‌توان به راحتی نتیجه گرفت که ظرفیت گرمایی A و B با هم برابر است.

رابطهٔ ظرفیت گرمایی ویژه (c) با مقدار گرمای مبادله‌شده (Q)، تغییرات دمای جسم ($\Delta\theta$) و جرم جسم (m) به صورت زیر است:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta}$$

از آن‌جا که مقادیر Q و $\Delta\theta$ برای هر دو جسم A و B یکسان بوده و جرم B، دو برابر جرم A است، می‌توان به راحتی نتیجه گرفت که ظرفیت گرمایی ویژهٔ A، دو برابر B است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۷ **در کدام واکنش زیر، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید هیچ‌یک از فراورده‌ها برابر نیست؟**

۱) واکنش ترمیت

۲) واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی با استفاده از آهک

۳) واکنش تهیهٔ عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی

۴) واکنش مالتوز با آب و تبدیل آن به گلوکز

مشاوره تسلط بر واکنش‌های شیمیایی کتاب درسی، از مهم‌ترین مهارت‌هایی است که به تازگی مورد توجه طراحان کنکور سراسری قرار گرفته است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته با تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، **سرعت واکنش** به دست می‌آید. سرعت واکنش، **مقدار پیشرفت واکنش در واحد زمان** را نشان می‌دهد. به طور کلی می‌توان رابطهٔ میان سرعت مواد شرکت‌کننده در واکنش زیر را چنین نوشت:

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{a} = \frac{\bar{R}_B}{b} = \frac{\bar{R}_C}{c} = \frac{\bar{R}_D}{d}$$

پاسخ خیلی تشریحی سرعت واکنش با سرعت تولید یا مصرف گونه‌ای برابر است که ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، برابر **یک** است. حال باید معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های داده‌شده در گزینه‌ها را بنویسیم:

گزینهٔ (۱): واکنش ترمیت: $2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 2Fe(l)$

گزینهٔ (۲): واکنش تبدیل CO_2 به مواد معدنی با استفاده از آهک (CaO): $CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(s)$

گزینهٔ (۳): واکنش تهیهٔ سیلیسیم (Si) به عنوان عنصر اصلی سازندهٔ سلول‌های خورشیدی:

$$SiO_2(s) + 2C(s) \rightarrow Si(l) + 2CO(g)$$

گزینهٔ (۴): واکنش مالتوز $(C_{12}H_{22}O_{11})$ با آب و تبدیل آن به گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$:

$$C_{12}H_{22}O_{11}(aq) + H_2O(l) \rightarrow 2C_6H_{12}O_6(aq)$$

با توجه به معادلهٔ واکنش‌های فوق، *مشخصه که* تنها در واکنش داده‌شده در گزینهٔ (۴)، فراورده‌ای با ضریب استوکیومتری یک وجود ندارد؛ پس در این واکنش، سرعت متوسط واکنش با سرعت تولید فراورده برابر نیست.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸ اگر آنتالپی پیوند $O-H$ به اندازهٔ $50\ kJ.mol^{-1}$ از آنتالپی پیوند $C-H$ بیشتر و آنتالپی $O=O$ به اندازهٔ $305\ kJ.mol^{-1}$ از آنتالپی پیوند $C=O$ کم‌تر باشد، ΔH واکنش زیر برحسب کیلوژول، چه‌قدر است؟

$$CH_4(g)+2O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)$$

۱) -760 ۲) -790

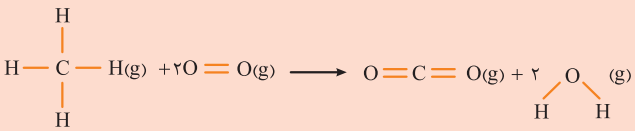
۳) -810 ۴) -840

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ همان‌طور که می‌دانیم، در واکنش‌هایی که همهٔ مواد شرکت‌کننده در حالت گازی قرار دارند، ΔH واکنش را می‌توانیم با استفاده از آنتالپی‌های پیوند محاسبه کنیم:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

حال در مورد واکنش داده‌شده داریم:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [4\Delta H(C-H)+2\Delta H(O=O)] - [2\Delta H(C=O)+4\Delta H(O-H)]$$

$$= 4\Delta H(C-H)+2\Delta H(O=O)-2\Delta H(C=O)-4\Delta H(O-H)$$

$$= \underbrace{4(\Delta H(C-H)-\Delta H(O-H))}_{-50\ kJ.mol^{-1}} + \underbrace{2(\Delta H(O=O)-\Delta H(C=O))}_{-305\ kJ.mol^{-1}} = 4(-50)+2(-305) = -200+(-610) = -810\ kJ$$

کنکور اگر مجموع آنتالپی پیوندهای $H-Cl$ و $H-F$، برابر ۱۰۰۰ کیلوژول بر مول و نسبت آنتالپی پیوند $Cl-Cl$ به آنتالپی پیوند $F-F$، برابر ۱/۵ باشد، آنتالپی پیوند $F-F$، با یکای کیلوژول بر مول، برابر کدام است؟

(سؤال ۹۰ کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۳)

$$H_2(g)+435kJ \rightarrow 2H(g)$$

$$H_2(g)+Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g),\ \Delta H=-186\ kJ$$

$$H_2(g)+F_2(g) \rightarrow 2HF(g),\ \Delta H=-544\ kJ$$

۱) ۱۴۵ ۲) ۱۶۰

۳) ۲۲۰ ۴) ۲۵۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۹ کدام مورد، نادرست است؟

۱) برخلاف گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم متان بیشتر از یک گرم اتان است.

۲) هرچند همهٔ واکنش‌های سوختن، گرماده هستند، اما آنتالپی سوختن مواد بدون علامت منفی گزارش می‌شود.

۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان نسبت به نیم مول هگزان، می‌تواند مقدار بیشتری آب $25\ ^\circ C$ را به جوش آورد.

۴) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز هیدروژن کم‌تر از یک گرم اتم هیدروژن است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

به طور کلی هر چه مقدار جرم یک هیدروکربن بیشتر باشد، مقدار گرمای حاصل از سوختن آن، بیشتر است. به طور مثال، برای مقایسهٔ آنتالپی سوختن آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها «یعنی گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آن‌ها» باید جرم مولی آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. هر کدام که جرم مولی بیشتری داشته باشد، گرمای حاصل از سوختن آن نیز بیشتر است.

قدرمطلق آنتالپی سوختن (گرمای سوختن مولی): $\underset{16\ g.mol^{-1}}{CH_4} < \underset{30\ g.mol^{-1}}{C_2H_6}$

گرمای حاصل از سوختن: یک مول اتن (C_2H_4) $(1\times28=28\ g)$ < نیم مول بوتان (C_4H_{10}) $(0/5\times58=29\ g)$

در مورد هیدروکربن‌های هم‌خانواده، همواره ارزش سوختی هیدروکربن سبک‌تر، بیشتر است. به طور مثال، اتن و پروپن هر دو از خانوادهٔ آلکن‌ها هستند؛ بنابراین می‌توان گفت که ارزش سوختی اتن از پروپن *بیشتره!*

گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند (الکل‌های تک‌عاملی)، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کم‌تر است؛ مثلاً برای متانول و اتانول می‌توانیم بنویسیم:

آنتالپی سوختن و ارزش سوختی: متان (CH_4) > متانول (CH_3OH)

آنتالپی سوختن و ارزش سوختی: اتان (C_2H_6) > اتانول (C_2H_5OH)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

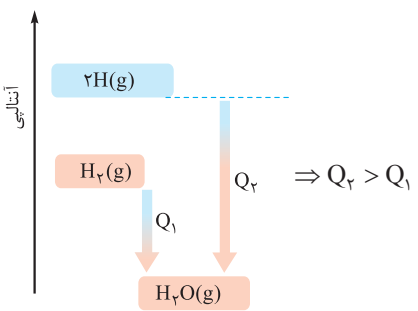
گزینهٔ (۱): با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها، گرمای سوختن مولی افزایش، ولی ارزش سوختی (گرمای سوختن یک گرم) کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۲): هرچند همهٔ واکنش‌های سوختن گرماده هستند، اما **ارزش سوختی مواد**، بدون علامت منفی گزارش می‌شود. آنتالپی سوختن با علامت منفی گزارش می‌شود.

گزینهٔ (۳): جرم یک مول پروپان (C_3H_8) بیشتر از جرم نیم مول هگزان (C_6H_{14}) است، بنابراین گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان بیشتر از نیم مول هگزان بوده و مقدار بیشتری آب $25\ ^\circ C$ را به جوش می‌آورد.

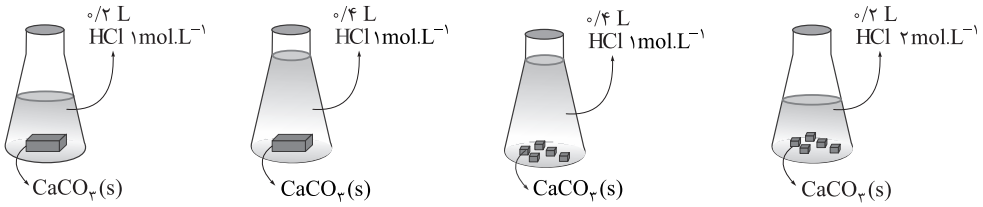
گرمای حاصل از سوختن: یک مول C_3H_8 > نیم مول $\underset{(\text{معادل ۱ مول } C_3H_7)}{C_6H_{14}}$

گزینهٔ (۴): مطابق نمودار زیر، سطح انرژی $2H(g)$ بیشتر از $H_2(g)$ است؛ بنابراین در جرم یکسان، گرمای حاصل از سوختن اتم هیدروژن بیشتر از گاز هیدروژن است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۰ **با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به واکنش ۵ گرم کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در دما و فشار اتاق است، در کدام گزینه، سرعت آغازین واکنش‌ها به درستی مقایسه شده‌اند؟**



۱) $R_{IV} > R_{III} > R_{II} = R_I$

۲) $R_{IV} = R_{III} > R_{II} = R_I$

۳) $R_{III} > R_{II} > R_{IV} > R_I$

۴) $R_{IV} > R_{III} > R_{II} > R_I$

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته سرعت واکنش به عواملی مانند دما، غلظت، نوع مواد واکنش‌دهنده، سطح تماس، کاتالیزگر و فشار (در صورت وجود واکنش‌دهندهٔ گازی) بستگی دارد.

پاسخ خیلی تشریحی سرعت واکنش در ارلن (IV) بیشتر از بقیه است، زیرا هم غلظت HCl در آن بیشتر است و هم این‌که کلسیم کربنات ریزتر شده است. سرعت واکنش در دو ارلن (II) و (I) نیز با هم برابر و کم‌تر از بقیه است، زیرا هم غلظت HCl در آن‌ها کم‌تر است و هم این‌که کلسیم کربنات به صورت تکه‌ای وجود دارد. *هواستان باشد* که متفاوت‌بودن حجم اسید در ارلن‌های (II) و (I)، تفاوتی در سرعت واکنش ایجاد نمی‌کند. بر این اساس، مقایسهٔ ارائه‌شده در گزینهٔ (۱) درست است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱ مخلوطی از لیتیم کربنات و کلسیم کربنات با جرم مشخص در اختیار داریم. اگر این مخلوط را حرارت دهیم، پس از گذشت ۵ دقیقه، جرم لیتیم اکسید تولیدشده برابر ۲۲/۵ گرم و معادل ۲۵ درصد جرم مواد جامد باقی‌مانده است. اگر سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در این بازهٔ زمانی برابر ۶ مول بر ساعت باشد، جرم مخلوط اولیه چند گرم بوده است؟ (واکنش‌ها هنوز به پایان نرسیده‌اند، $Li=۷, C=۱۲, O=۱۶, Ca=۴۰ : g.mol^{-۱}$)

$$Li_۲CO_۳(s) \rightarrow Li_۲O(s) + CO_۲(g)$$

$$CaCO_۳(s) \rightarrow CaO(s) + CO_۲(g)$$

۱) ۱۴۵ ۲) ۹۰

۳) ۵۵ ۴) ۲۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

جرم مخلوط اولیه، برابر با مجموع جرم مواد جامد باقی‌مانده و جرم گاز $CO_۲$ تولیدشده در دو واکنش است؛ بنابراین ابتدا جرم کل مواد جامد باقی‌مانده را محاسبه کن، سپس با توجه به جرم $Li_۲O$ تولیدی، جرم گاز $CO_۲$ حاصل از واکنش تجزیهٔ $Li_۲CO_۳$ و با توجه به سرعت مصرف $CaCO_۳$، جرم گاز $CO_۲$ حاصل از واکنش تجزیهٔ $CaCO_۳$ را به دست بیار. در نهایت با جمع‌کردن مقادیر به‌دست‌آمده، جرم مخلوط اولیه را حساب کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که ۲۵ درصد از جرم مواد جامد باقی‌مانده، مربوط به لیتیم اکسید $(Li_۲O)$ تولیدشده است، جرم کل مواد جامد باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم مواد جامد باقی‌مانده} = ۴ \times \text{جرم } Li_۲O \text{ تولیدشده} = ۴ \times ۲۲/۵\ g = ۹۰\ g$$

گام دوم: با توجه به جرم $Li_۲O$ تولیدی، جرم گاز کربن دی‌اکسید $(CO_۲)$ حاصل از واکنش تجزیهٔ لیتیم کربنات $(Li_۲CO_۳)$ را حساب می‌کنیم:

$$Li_۲CO_۳(s) \rightarrow Li_۲O(s) + CO_۲(g)$$

استفاده از کسر تبدیل:

$$۲۲/۵\ g\ Li_۲O \times \frac{۱\ mol\ Li_۲O}{۳۰\ g\ Li_۲O} \times \frac{۱\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ Li_۲O} \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} = ۳۳\ g\ CO_۲$$

یه‌جور دیگه

استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Li_۲O}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CO_۲}} \Rightarrow \frac{۲۲/۵}{۱ \times ۳۰} = \frac{x}{۱ \times ۴۴} \Rightarrow x = ۳۳\ g\ CO_۲$$

گام سوم: با توجه به سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات $(CaCO_۳)$، جرم گاز $CO_۲$ حاصل از واکنش تجزیهٔ $CaCO_۳$ را به دست می‌آوریم:

$$CaCO_۳(s) \rightarrow CaO(s) + CO_۲(g)$$

$$\bar{R}(CaCO_۳) = \bar{R}(CO_۲) = ۶\ mol.h^{-۱} \Rightarrow ۶\ mol.h^{-۱} = \frac{\Delta n(CO_۲)}{۵\ min \times \frac{۱\ h}{۶۰\ min}} \Rightarrow \Delta n(CO_۲) = ۰/۵\ mol$$

$$\Rightarrow \text{جرم گاز } CO_۲ \text{ تولیدی} = ۰/۵\ mol\ CO_۲ \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} = ۲۲\ g\ CO_۲$$

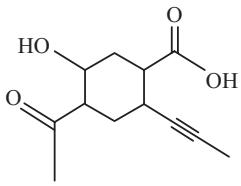
گام چهارم: جرم مخلوط اولیه را محاسبه می‌کنیم:

جرم مخلوط اولیه، برابر با مجموع جرم مواد جامد باقی‌مانده و مجموع جرم گاز $CO_۲$ تولیدشده در دو واکنش است؛ بنابراین داریم:

$$\text{جرم مخلوط اولیه} = ۹۰ + ۳۳ + ۲۲ = ۱۴۵\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲ **با توجه به ساختار ترکیب داده‌شده، کدام مطلب درست است؟**



۱) یک ترکیب آلی آروماتیک است که بین مولکول‌های آن، می‌تواند پیوند هیدروژنی برقرار شود.

۲) دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی کتونی است.

۳) در ساختار آن، ۴ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

۴) در ساختار مولکول این ترکیب، ۱۲ اتم کربن، ۱۸ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

در ترکیب‌های سیرشدهٔ زنجیری، به ازای n اتم کربن، $2n+2$ اتم هیدروژن وجود دارد (*مثل آلکان‌ها!*) اگر ترکیب، سیرنشده و یا دارای حلقه بود، به ازای هر پیوند دوگانه ۲ اتم هیدروژن، به ازای هر پیوند سه‌گانه ۴ اتم هیدروژن و به ازای هر حلقه ۲ اتم هیدروژن از $(2n+2)$ کم می‌کنیم. *در آفر* اگر ترکیب مورد نظر دارای اتم نیتروژن بود، ۱ اتم هیدروژن به تعداد هیدروژن‌ها اضافه و به ازای هر هالوژن، یک اتم هیدروژن کم می‌کنیم:

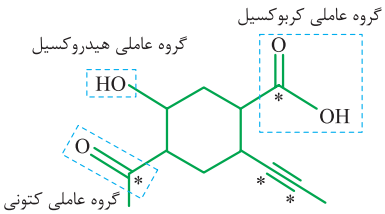
$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن} = (2n+2) - \left(\text{تعداد پیوندهای دوگانه} \times 2\right) - \left(\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4\right) - \left(\text{تعداد حلقه‌ها} \times 2\right) + \left(\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times 1\right) - \left(\text{تعداد اتم‌های هالوژن} \times 1\right)$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بیاید ساختار داده‌شده *رو ببریم زیر ذره‌بین:*

در این ساختار، ۱۲ اتم کربن (C) و ۴ اتم اکسیژن (O) وجود دارد.

حال برای تعیین فرمول مولکولی آن، شمار اتم‌های هیدروژن (H) را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:



$$n=12 \Rightarrow \text{تعداد اتم‌های هیدروژن} = (2(12)+2) - (2\times 2) - (2\times 1) - (4\times 1) = 16$$

(تعداد پیوند سه‌گانه: 4×1، تعداد حلقه: 2×1، تعداد پیوندهای دوگانه: 2×2)

بنابراین فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده به صورت $C_{12}H_{16}O_4$ است.

در ساختار ترکیب مورد نظر، چهار اتم کربن نشان داده شده، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به این‌که در ساختار ترکیب داده‌شده، حلقهٔ بنزنی وجود ندارد، این ترکیب آروماتیک محسوب نمی‌شود.

گزینهٔ (۲): در ساختار داده‌شده، یک گروه عاملی کربوکسیل، یک گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی کتونی وجود دارد.

گزینهٔ (۴): در ساختار هیدروکربن داده‌شده، ۱۶ اتم هیدروژن وجود دارد و نه ۱۸ تا!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳ کدام گزینه، جملهٔ زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«پلیمری که در ساخت ..... کاربرد دارد، پلیمری ..... است که در هر واحد تکرارشوندهٔ خود، ..... و مونومر سازندهٔ آن دارای ..... پیوند اشتراکی است.»

۱) پتو ـ سیرشده ـ یک جفت‌الکترون ناپیوندی دارد ـ ۷ ← پلی‌سیانو اتن

۲) سرنگ‌های پلاستیکی ـ سیرشده ـ جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد ـ ۹ ← پلی‌پروپن

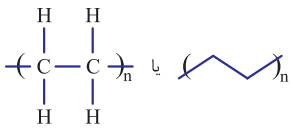
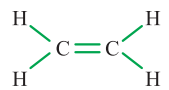
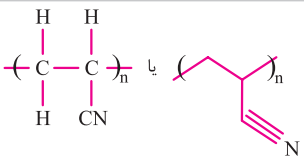
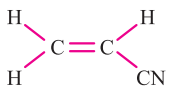
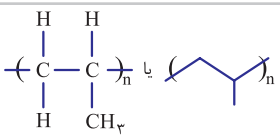
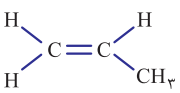
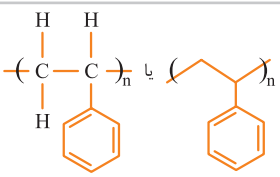
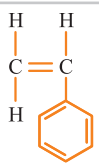
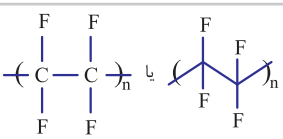
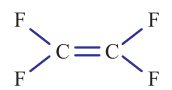
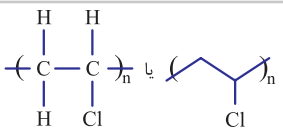
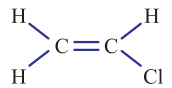
۳) ظروف یکبارمصرف ـ سیرنشده ـ جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد ـ ۲۰ ← پلی‌استیرن

۴) کیسهٔ خون ـ سیرشده ـ ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی دارد ـ ۶ ← پلی‌وینیل کلرید

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

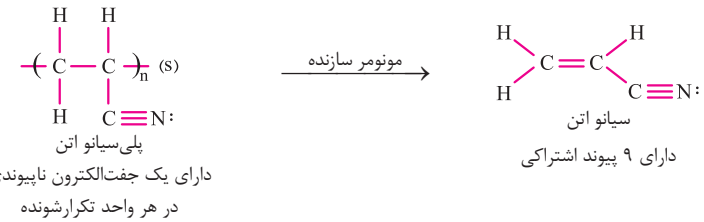
از آن‌جا که کتاب درسی، شما را با پلی‌اتن، پلی‌سیانواتن، پلی‌پروپن، پلی‌استیرن، تفلون و پلی‌وینیل کلرید آشنا کرده، *بر شما واجب است* که ویژگی‌ها و کاربردهای این پلیمرها را به طور کامل بلد باشید:

کاربرد	نام و ساختار پلیمر	نام و ساختار مونومر
کیسه‌های پلاستیکی، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی	 پلی‌اتن	 اتن
فرش، پارچه، پتو	 پلی‌سیانو اتن	 سیانو اتن
به عنوان پلاستیک در تجهیزات آزمایشگاهی و پزشکی مانند سرنگ	 پلی‌پروپن	 پروپن
به عنوان پلاستیک در صنعت بسته‌بندی مواد غذایی مانند ظروف یکبارمصرف	 پلی‌استیرن	 استیرن
ظروف نچسب، نخ دندان، کف اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها	 پلی‌تترافلوئورو اتن یا تفلون	 تترافلوئورو اتن
لوله‌های انتقال آب، فاضلاب و گاز، کیسهٔ خون	 پلی‌وینیل کلرید	 وینیل کلرید (کلرو اتن)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ خیلی تشریحی ✔

پلیمری که در ساخت **پتو** کاربرد دارد، **پلی‌سیانو اتن** ($-(C_3H_3N)_n-$) است. با توجه به این‌که در محدودهٔ کتاب درسی، فقط وجود پیوندهای دوگانه یا سه‌گانهٔ کربن ـ کربن ($C=C$ و $C\equiv C$)، عامل سیرنشدگی محسوب می‌شود، پلی‌سیانو اتن یک پلیمر سیرشده در نظر گرفته می‌شود. هم‌چنین در ساختار واحد تکرارشوندهٔ این پلیمر، یک جفت‌الکترون ناپیوندی بر روی اتم N وجود دارد، اما دقت کنید که سیانو اتن (C_3H_3N) به عنوان مونومر سازندهٔ این پلیمر، ۹ پیوند اشتراکی در ساختار خود دارد؛ نه ۷تا!

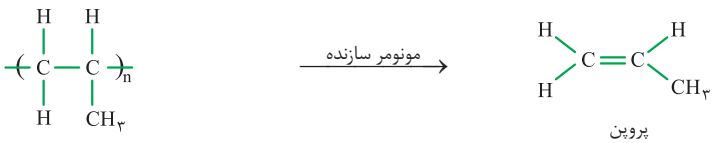


پلی‌سیانو اتن
دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی
در هر واحد تکرارشونده

سیانو اتن
دارای ۹ پیوند اشتراکی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): پلیمری که در ساخت **سرنگ‌های پلاستیکی** کاربرد دارد، **پلی‌پروپن** $-(C_3H_6)_n-$ است. در ساختار پلی‌پروپن، همهٔ پیوندها یگانه هستند؛ در نتیجه پلی‌پروپن یک هیدروکربن سیرشده محسوب می‌شود. هم‌چنین مانند سایر هیدروکربن‌ها، فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است. در ساختار پروپن (C_3H_6) نیز به عنوان مونومر سازندهٔ آن، ۹ پیوند اشتراکی وجود دارد. ببینید:

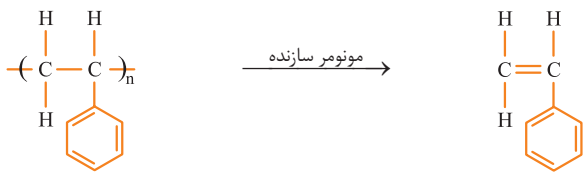


پلی‌پروپن
فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی

پروپن
دارای ۹ پیوند اشتراکی

گزینهٔ (۳): پلیمری که در ساخت **ظروف یکبارمصرف** کاربرد دارد، **پلی‌استیرن** $-(C_8H_8)_n-$ است. با توجه به این‌که در ساختار پلی‌استیرن، پیوند دوگانه $C=C$ در حلقه‌ها وجود دارد، این پلیمر سیرنشده محسوب می‌شود. هم‌چنین این پلیمر مانند سایر هیدروکربن‌ها، فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است. در ساختار استیرن (C_8H_8) نیز به عنوان مونومر سازندهٔ آن، ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. *بازم ببینید:*

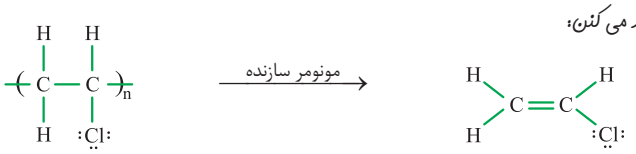
$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } C_8H_8 = \frac{\overbrace{(8\times4)}^{C}+\overbrace{(8\times1)}^{H}}{2}=20$$



پلی‌استیرن
فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی

استیرن
دارای ۲۰ پیوند اشتراکی

گزینهٔ (۴): پلیمری که در ساخت **کیسهٔ خون** کاربرد دارد، **پلی‌وینیل کلرید** $-(C_2H_3Cl)_n-$ است. با توجه به این‌که در ساختار پلی‌وینیل کلرید، همهٔ پیوندها یگانه‌اند، این پلیمر سیرشده است. در ساختار واحد تکرارشوندهٔ این پلیمر، سه جفت‌الکترون ناپیوندی بر روی اتم Cl وجود دارد. هم‌چنین در ساختار وینیل کلرید (C_2H_3Cl) به عنوان مونومر سازندهٔ آن، ۶ پیوند اشتراکی وجود دارد. *سافتارهای زیر، گفته‌های ما رو تأیید می‌کنن:*



پلی‌وینیل کلرید
دارای ۳ جفت‌الکترون
ناپیوندی در هر واحد تکرارشونده

وینیل کلرید
دارای ۶ پیوند اشتراکی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ با توجه به جدول زیر که انحلال‌پذیری سه الکل یک‌عاملی و سیرشدهٔ غیرحلقوی A، B و C را در ۱۰۰ گرم آب نشان می‌دهد، کدام مورد درست است؟ $(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$

الکل	انحلال‌پذیری
A	به هر نسبتی حل می‌شود.
B	۰/۰۴۶
C	۰/۶

۱) الکل C می‌تواند ۱ـ پنتانول باشد.

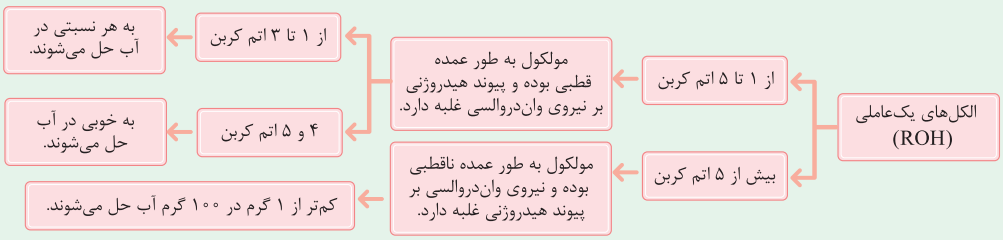
۲) حداکثر جرم مولی الکل A می‌تواند ۶۰ گرم باشد.

۳) گشتاور دوقطبی الکل B بسیار کم بوده و این الکل در آب نامحلول است.

۴) نیروی بین مولکولی غالب در الکل C برخلاف الکل B، از نوع پیوند هیدروژنی است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته



پاسخ خیلی تشریحی

سه الکل اول (CH_3OH، CH_3CH_2OH و $CH_3CH_2CH_2OH$) به هر نسبت در آب حل می‌شوند. جرم مولی سنگین‌ترین آن‌ها یعنی $CH_3CH_2CH_2OH$، ۶۰ گرم بر مول است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

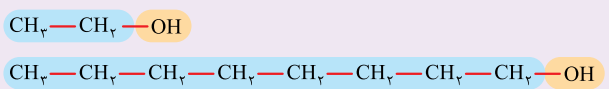
گزینهٔ (۱): ۱- پنتانول الکلی ۵ کربنی است، انحلال‌پذیری الکل‌ها تا پنج کربن، بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

گزینهٔ (۳): *هواستون باشه که* انحلال‌پذیری الکل B بین ۰/۰۱ تا ۱ گرم است، پس جزء مواد کم‌محلول به شمار می‌آید.

گزینهٔ (۴): انحلال‌پذیری الکل C در آب کم‌تر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است، پس نیروی بین مولکولی غالب در آن، وان‌درووالسی است.

کتاب درسی

با توجه به دو ساختار داده‌شده به پرسش‌ها پاسخ دهید: *(شیمی ۲ ـ با هم بیاندیشیم ـ صفحهٔ ۱۱۲ کتاب درسی)*



الف) پیش‌بینی کنید چه نوع نیروهای بین مولکولی در این دو الکل وجود دارد؟

ب) مولکول این الکل‌ها دو بخش قطبی و ناقطبی دارند. با توجه به این‌که گشتاور دوقطبی هیدروکربن‌ها حدود صفر است، این دو بخش را در هر مولکول بالا مشخص کنید.

پ) پیش‌بینی کنید در شرایط یکسان انحلال‌پذیری کدام الکل در آب بیشتر است؟

ت) درستی پیش‌بینی خود را با توجه به داده‌های جدول زیر بررسی کنید.

فرمول الکل	انحلال‌پذیری $(g / 100\ g H_2O)$
CH_3CH_2OH	به هر نسبتی حل می‌شود
$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2OH$	۰/۰۴۶

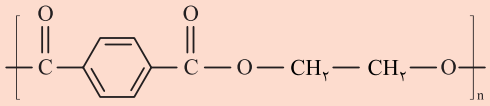
ث) دربارهٔ درستی جملهٔ زیر گفت‌وگو کنید.

«با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، نیروی وان‌درووالس بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی ناقطبی الکل افزایش می‌یابد.»

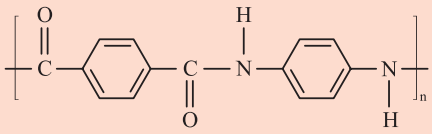
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۵ با توجه به ساختار پلیمرهای زیر، کدام مورد، نادرست است؟ $(H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

پلیمر ۱:



پلیمر ۲:



۱) پلیمرهای (۱) و (۲) به ترتیب از دستهٔ پلی‌استرها و پلی‌آمیدها هستند.

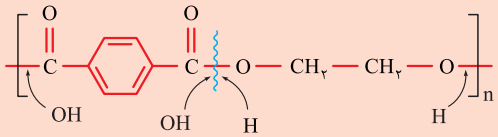
۲) اگر n، برابر ۵۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر (۱)، برابر $۹/۶\times۱۰^{۴}$ گرم است.

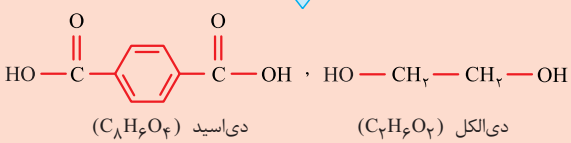
۳) تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار لوویس دی‌الکل سازندهٔ پلیمر (۱) با دی‌آمین سازندهٔ پلیمر (۲)، برابر ۱۱ است.

۴) تفاوت مجموع جرم مولی مونومرهای سازندهٔ این دو پلیمر، برابر ۴۶ گرم است.

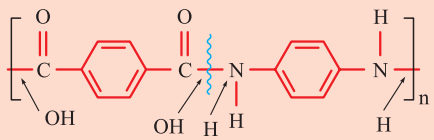
پاسخ: گزینهٔ ۳

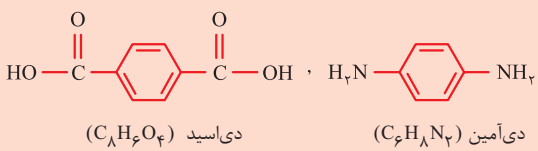
پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به ساختار پلیمرهای داده‌شده، مونومرهای سازندهٔ آن‌ها را شناسایی می‌کنیم:





دی‌اسید $(C_۸H_۶O_۴)$ دی‌الکل $(C_۲H_۶O_۲)$





دی‌اسید $(C_۸H_۶O_۴)$ دی‌آمین $(C_۶H_۸N_۲)$

شمار پیوندهای اشتراکی را در دی‌الکل سازندهٔ پلیمر (۱) و دی‌آمین سازندهٔ پلیمر (۲) محاسبه کنیم:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{تعداد اتم‌های N}\times۳)+(\text{تعداد اتم‌های O}\times۲)+(\text{تعداد اتم‌های H}\times۱)+(\text{تعداد اتم‌های C}\times۴)}{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{دی‌الکل سازندهٔ پلیمر (۱)} = \dfrac{(\overset{\text{تعداد C}}{\uparrow}\times۲)+(\overset{\text{تعداد H}}{\uparrow}\times۱)+(\overset{\text{تعداد O}}{\uparrow}\times۲)}{۲} = ۹ \\ \text{دی‌آمین سازندهٔ پلیمر (۲)} = \dfrac{(\overset{\text{تعداد C}}{\uparrow}\times۶)+(\overset{\text{تعداد H}}{\uparrow}\times۸)+(\overset{\text{تعداد N}}{\uparrow}\times۲)}{۲} = ۱۹ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{تفاوت} = ۱۹-۹ = ۱۰$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): پلیمر (۱)، پلی‌استر بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌الکل و پلیمر (۲)، پلی‌آمید بوده که از مونومرهای دی‌اسید و دی‌آمین ساخته می‌شود.

گزینهٔ (۲):

$$\text{جرم مولی } (C_{10}H_8O_4)_n = n\times[10(12)+8(1)+4(16)] = 192\ n\ g.mol^{-1}$$

$$\xrightarrow{n=500} \text{جرم مولی پلیمر (۱)} = 192\times500 = 9/6\times10^4\ g.mol^{-1}$$

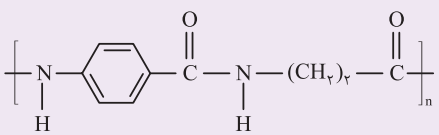
گزینهٔ (۴): با توجه به یکسان‌بودن دی‌اسید سازندهٔ این دو پلیمر، *کافیه که* تفاوت جرم مولی دی‌الکل سازندهٔ پلیمر (۱) و دی‌آمین سازندهٔ پلیمر (۲) را محاسبه کنیم:

$$\text{جرم مولی } C_6H_8N_2 - \text{جرم مولی } C_2H_6O_2 = [6(12)+8(1)+2(14)]-[2(12)+6(1)+2(16)]$$
$$= 4(12)+2(1)-2(2) = 46\ g$$

کنکور

با توجه به ساختار پلیمر زیر و فرمول ساختاری دو مولکول سازندهٔ واحد تکرارشوندهٔ آن، که در شرایط مناسب با یکدیگر واکنش داده‌اند، کدام مورد، نادرست است؟ ($H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1}$)

(سؤال ۹۷ کنکور تجربی ـ اردیبهشت ۱۴۰۴)



۱) اگر n، برابر ۱۰۰۰ باشد، جرم مولی پلیمر، برابر $1/9\times10^5$ است.

۲) تفاوت جرم مولی مونومرهای سازندهٔ واحد تکرارشوندهٔ پلیمر، برابر ۴۴ گرم است.

۳) نوعی پلی‌آمید است که هر مونومر سازندهٔ واحد تکرارشوندهٔ آن می‌تواند با کربوکسیلیک اسید یا آمین مناسب واکنش دهد.

۴) مجموع شمار اتم‌های هیدروژن و شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها در مونومرهای سازندهٔ واحد تکرارشونده، برابر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir