



205

A

دفترچه شماره ۱
سؤال اختصاصی

آمادگی کنکور ۱۴۰۲



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۵

۱۴۰۱/۰۷/۰۶

درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۶۴

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



۱- در یک دنباله هندسی، نسبت مجموع ده جمله اول به مجموع ۵ جمله اول برابر ۳۳ است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله هفتم کدام است؟

(۴) ۷۲

(۳) ۱۹۲

(۲) ۴۸

(۱) ۹۶

۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، آن گاه $(\alpha^2 - 3\alpha - 1)$ و $(\beta^2 - 3\beta - 1)$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

(۴) $x^2 - 4x - 1 = 0$

(۳) $x^2 + 4x - 1 = 0$

(۲) $x^2 - x + 4 = 0$

(۱) $x^2 + x - 4 = 0$

۳- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{-x^2 + ax + b}{(x-3)(x-1)} \geq 0$ به صورت $[2, c]$ باشد، $a + 3b + 2c$ برابر کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

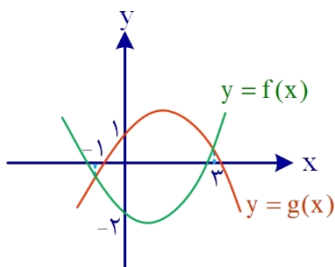
۴- نمودار توابع درجه دوم f و g به صورت مقابل می‌باشد. فاصله رأس سهمی تابع $y = f(x) - g(x)$ تا مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $\sqrt{15}$

(۲) ۴

(۳) $\sqrt{17}$

(۴) $3\sqrt{2}$



۵- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3 - |2x - 3|$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) $\frac{8}{3}$

(۲) $\frac{7}{3}$

(۱) ۲

۶- با فرض $1 + \cos \alpha = 3 \sin \alpha$ ، حاصل $\cos^2 \frac{\alpha}{4}$ کدام است؟

(۴) $0/9$

(۳) $0/6$

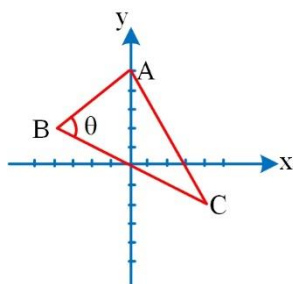
(۲) $0/3$

(۱) $0/1$

محل انجام محاسبات



۷- نقاط $A(0,5)$ و $B(-4,2)$ و $C(4,-2)$ سه رأس مثلث ABC هستند، مقدار $\sin \theta$ کدام است؟



$$(1) \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$(2) \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$(3) \frac{2\sqrt{7}}{5}$$

$$(4) \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

۸- اگر $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $P = \frac{\tan(\alpha - \frac{\pi}{2}) + 2 \cot(\pi - \alpha)}{\cot(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - 2 \tan(\alpha - 2\pi)}$ کدام است؟

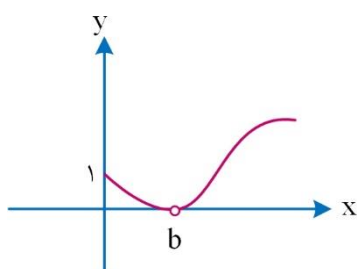
$$(4) 3/75$$

$$(3) 2/5$$

$$(2) 1/25$$

$$(1) 2/75$$

۹- نمودار تابع $f(x) = a - \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$ به صورت مقابل است. مقدار $a \times b$ کدام است؟



$$(1) 1$$

$$(2) \pi$$

$$(3) 2$$

$$(4) 2\pi$$

۱۰- اگر $g(x) = \{(-2, -1), (1, 3), (2, 4), (-3, 0)\}$ و $g \circ f(x) = \{(0, 4), (1, -1), (3, 3), (-1, 0)\}$ دو تابع باشند و تابع $\frac{g \circ f^{-1}}{(f \circ f)^{-1}}$

به صورت $\{(a, b)\}$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

$$(4) 2$$

$$(3) 1$$

$$(2) -1$$

$$(1) -2$$

۱۱- دامنه تابع f با ضابطه $\log \frac{x^2 - 2x + 1}{(2[x-1] + 3)([x]-1)}$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

$$(4) 1$$

$$(3) 2$$

$$(2) 3$$

$$(1) 4$$

محل انجام محاسبات



۱۲- اگر $f(x) = |2x - 1|$ و $g(x) = \sqrt{2 - 2^{2-x}}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ ، به کدام صورت است؟
 (۱) $\mathbb{R} - [0, 1]$ (۲) $\mathbb{R} - (0, 1)$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $(0, 1)$

۱۳- فرض کنید f تابعی خطی و غیر ثابت و $g(x) = 3x + 2$ باشد. اگر تابع $y = \frac{f \circ g(x)}{g \circ f(x)}$ ثابت باشد، نمودار f از کدام نقطه زیر حتماً

عبور می کند؟

(۱) $(1, -1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, -1)$ (۴) $(1, 1)$

۱۴- تابع $f(x) = \log_{\delta}(ax+b)$ با دامنه $(\frac{1}{\delta}, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس نمودار

حاصل را ۱ واحد در راستای محور y ها به سمت پایین و ۳ واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می کنیم و آن را $y = g(x)$ می نامیم. اگر تابع g محور x ها را در نقطه ای به طول $x = -3$ قطع کند، مقدار $f(3)$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۵- اگر $x = \alpha$ ، جواب معادله $\log_{\delta}(3x^2 - 4) = \frac{\log_{\delta}^{15}}{\log_{\delta}^{15}} - \frac{\log_{\delta}^{75}}{\log_{\delta}^{15}}$ باشد، حاصل $\log_{\delta}(\alpha + \frac{2}{3})$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{2x^2 - 4}}{bx - 2b}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x - [-bx]}{|a - x| - 1}$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{(x - [x])\sqrt{1 - \sin x}}{(x - 1)([x] + [-x])\cos x}$ کدام است؟ ($[x]$ جزء صحیح x است).

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

محل انجام محاسبات



۱۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) + \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} f(x)$ حاصل باشند، $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & x > 1 \\ [-x] & x < 1 \end{cases}$ و $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{\sin x} & |x| > \pi \\ \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x} & |x| < \pi \end{cases}$ برابر کدام

است؟

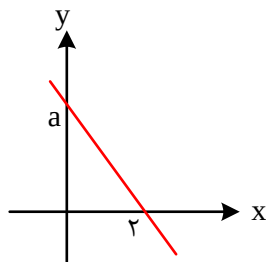
$\frac{3}{4} \quad (4)$

$-3 \quad (3)$

$\frac{9}{4} \quad (2)$

$-\frac{7}{4} \quad (1)$

۱۹- نمودار f به صورت مقابل است. به ازای کدام مقدار a تابع $g(x) = \begin{cases} f \circ f^{-1}(x-1) & x \geq -1 \\ \frac{1}{2} f^{-1}(x^2 + a) & x < -1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است؟

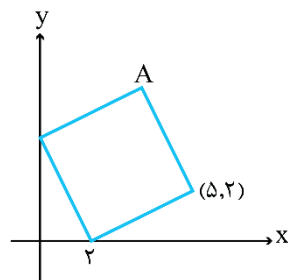


$\frac{1}{3} \quad (1)$

$\frac{1}{2} \quad (2)$

$\frac{2}{3} \quad (3)$

$\frac{3}{2} \quad (4)$

۲۰- در مربع مقابل، مجموع طول و عرض نقطه A کدام است؟

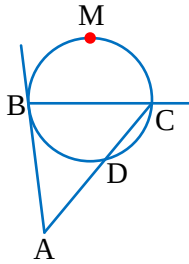
$5 \quad (1)$

$8 \quad (2)$

$4 \quad (3)$

$7 \quad (4)$

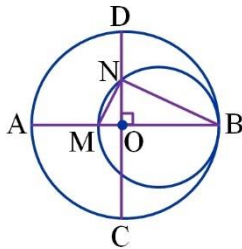
محل انجام محاسبات



۲۱- در شکل زیر، $AB = BC$ و $\widehat{CD} = 30^\circ$. اندازه کمان $\widehat{BMC}$ چند برابر زاویه $\hat{A}$ است؟

- $$\begin{array}{l} 2 \quad (1) \\ 1 \quad (2) \\ 4 \quad (3) \\ 3 \quad (4) \end{array}$$

۲۲- در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس اند و AB و CD قطرهای دایره بزرگ‌تر، بر هم عمودند. اگر $AM = 16$ و $DN = 10$ باشد، $MN \times NB$ کدام است؟



17. (1)
255 (2)
34. (3)
51. (4)

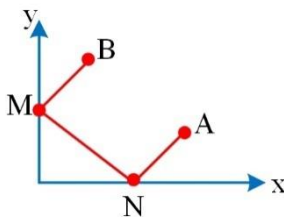
۲۳- دوزنقه متساوی الساقینی بر دایره‌ای به شعاع ۵ واحد محیط است. اگر نسبت قاعده‌ها ۵ باشد، مساحت دوزنقه چند برابر $\sqrt{5}$ است؟

3. (f) 5. (r) 4. (r) 6. (l)

۲۴- نقطه M به فاصله ۴ از مرکز دایره $C(O, 2)$ قرار دارد. اگر دایره C' مجانس دایره C به مرکز M و نسبت ۳ باشد، اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره C و C' کدام است؟

- $$4\sqrt{3} \text{ (f)} \qquad 3\sqrt{3} \text{ (r)} \qquad 4\sqrt{2} \text{ (r)} \qquad 3\sqrt{2} \text{ (l)}$$

۲۵- نقاط $A \begin{vmatrix} 6 \\ 4 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{vmatrix}$ در صفحه محورهای مختصات مفروض است. دو نقطه M و N همواره روی دو محور حرکت می‌کنند. زمانی

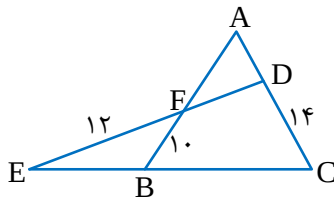


- ۴ (۱)
۵ (۲)
۶ (۳)
۹ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۶- در شکل زیر داریم $AB = AC$. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه FD کدام است؟



(۱) ۴/۶

(۲) ۴/۷

(۳) ۴/۸

(۴) ۴/۹

۲۷- دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $۶۰ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $۱۰۰ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه ۱۲۰° از هم دور می‌شوند. بعد از چه مدتی فاصله دو قایق از یکدیگر ۳۵ کیلومتر است؟

(۴) ۴۵ دقیقه

(۳) ۳۰ دقیقه

(۲) ۱۵ دقیقه

(۱) ۱۰ دقیقه

۲۸- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AB = ۳$ و $AC = ۵$. اگر طول نیمساز زاویه A برابر با $\frac{۱۵}{۸}$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

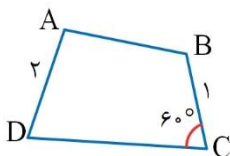
(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۲۹- چهارضلعی مقابل هم محاطی است، هم محیطی است. مساحت مثلث CBD ، چند برابر مساحت مثلث ABD است؟



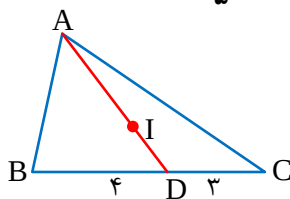
(۴) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۳۰- اگر I محل هم‌رسی نیمسازهای مثلث $\triangle ABC$ ، $AI = ID = ۲$ و ارتفاع وارد بر ضلع BC به طول $\frac{۲۹}{۵}$ باشد، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A کدام است؟



(۱) ۴/۳

(۲) ۵/۸

(۳) ۴/۹

(۴) ۳/۶

۳۱- اگر هر دو گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ و $q \Rightarrow (p \vee r)$ نادرست باشند، آن‌گاه ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

(۴) $q \Rightarrow (\sim p \Rightarrow r)$ (۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ (۲) $\sim p \Rightarrow (q \wedge r)$ (۱) $(q \vee r) \Rightarrow p$

محل انجام محاسبات



۳۲- مجموعه $[(A \cup B) - (A - B)]' \cap [(A \cup B) - A']$ با کدام گزینه، برابر است؟

$A \cap B$ (۴)

$\emptyset$ (۳)

$B - A$ (۲)

$A - B$ (۱)

۳۳- اگر ارزش گزاره‌های p ، q و r به تصادف انتخاب شوند، احتمال درست بودن ارزش گزاره $[(q \wedge r) \Rightarrow (p \vee r)]$ $\Leftrightarrow \sim p$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{8}$ (۳)

$\frac{5}{8}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۳۴- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد مضرب ۳، سه برابر احتمال وقوع سایر برآمدهاست. این تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مضرب ۳ بیاید، سه سکه می‌ریزیم و در غیر این صورت، شش سکه می‌ریزیم. با کدام احتمال دقیقاً یک «رو» ظاهر می‌شود؟

$\frac{39}{320}$ (۴)

$\frac{21}{80}$ (۳)

$\frac{9}{80}$ (۲)

$\frac{33}{320}$ (۱)

۳۵- جعبه‌های A ، B و C هر کدام به ترتیب ۳، ۵ و ۴ مهره دارند. از مهره‌های درون هر یک از آن سه جعبه به ترتیب ۱، ۲ و ۳ مهره قرمزند. از درون A به تعداد دو مهره و از درون B به تعداد یک مهره برداشته و در درون ظرف C می‌ریزیم و سپس مهره‌ای از درون C خارج می‌کنیم. احتمال قرمز شدن مهرهٔ اخیر کدام است؟

$\frac{61}{105}$ (۴)

$\frac{71}{105}$ (۳)

$\frac{67}{105}$ (۲)

$\frac{73}{105}$ (۱)

۳۶- یک تاس را ۳ مرتبه پرتاب می‌کنیم. اگر عدد تاس اول از اعداد تاس دوم و سوم بزرگ‌تر باشد، احتمال آن که عدد تاس دوم با عدد تاس سوم برابر باشد، چقدر است؟

$\frac{5}{72}$ (۴)

$\frac{5}{24}$ (۳)

$\frac{3}{11}$ (۲)

$\frac{1}{11}$ (۱)

۳۷- اگر A و B دو پیشامد و $P(B - A) = P(B) \times P(A')$ و $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(B) = \frac{2}{7}$ باشد، آنگاه حاصل $P(A - B)$ کدام است؟

$\frac{4}{35}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{2}{7}$ (۲)

$\frac{6}{35}$ (۱)

۳۸- واریانس این یازده داده آماری کدام است؟

۱۰۹، ۱۱۶، ۱۲۳، ۱۳۰، ۱۳۷، ۱۴۴، ۱۵۱، ۱۵۸، ۱۶۵، ۱۷۲، ۱۷۹

۴۹۰ (۴)

۴۹ (۳)

۷۰ (۲)

۱۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۳۹- مجموع ۹ داده آماری ۷۲ و مجموع مربعات اختلاف از میانگین‌های آن‌ها ۴۰ است. اگر داده ۸ به مجموعه این داده‌ها اضافه شود و همه ۱۰ داده سه برابر شوند، CV داده‌های جدید کدام است؟

$$\frac{1}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۴۰- میانگین قد نمونه‌ای شامل ۱۰۰ دانش‌آموز دختر سال دهم، ۱۶۰ سانتی‌متر است. اگر انحراف از معیار جامعه ۱۰ باشد، کوچک‌ترین بازه‌ای که میانگین جامعه را با اطمینان بیش از ۹۵٪ برآورد می‌کند، کدام است؟

$$[۱۵۹, ۱۶۱] \quad (۴)$$

$$[۱۵۰, ۱۷۰] \quad (۳)$$

$$[۱۵۵, ۱۶۵] \quad (۲)$$

$$[۱۵۸, ۱۶۲] \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات





205

A

دفترچه شماره ۲
سؤال اختصاصی

آمادگی کنکور ۱۴۰۲



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۵

۱۴۰۱/۰۷/۰۶

ردیف	درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۳۹	۵۵ سؤال
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۳۰	۶۹ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir



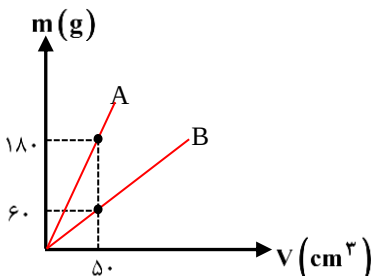
۴۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) بار الکتریکی (q) یک کمیت اصلی است.
 (۲) مقدار ماده بر حسب کیلوگرم سنجیده می‌شود.
 (۳) یکای فرعی نیرو، نیوتون (N) است.
 (۴) تمامی کمیت‌های اصلی، جزء کمیت‌های نرده‌ای هستند.

۴۲- معادله مسافت طی شده توسط یک جسم در SI به صورت $L = AVt^2 + mBV^2$ است. اگر V تندی جسم بر حسب $\frac{m}{s}$ ، زمان بر حسب s و m جرم جسم بر حسب کیلوگرم باشد آن‌گاه حاصل ضرب یکاهای کمیت‌های A و B در SI کدام است؟

(۱) $\frac{S^2}{kg \cdot m^2}$ (۲) $\frac{S^2}{kg^2 \cdot m}$ (۳) $\frac{S}{kg \cdot m}$ (۴) $\frac{m \cdot s}{kg^2}$

۴۳- نمودار تغییرات جرم دو مایع بر حسب حجم آن‌ها مطابق شکل است. اگر حجم مساوی از این دو مایع را باهم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط برابر واحد SI می‌شود و اگر جرم مساوی از این دو مایع را مخلوط کنیم، چگالی مخلوط برابر واحد SI خواهد شد. (به ترتیب از راست به چپ)

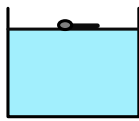


- (۱) ۱۸۰۰، ۲۴۰۰
 (۲) ۲۴۰۰، ۱۸۰۰
 (۳) ۲۲۰۰، ۱۶۰۰
 (۴) ۱۶۰۰، ۲۲۰۰

۴۴- در شکل (الف) سوزنی روی سطح آب و در شکل (ب) پرتقالی روی سطح آب شناورند. علت شناوری این دو شکل به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(ب)



(الف)

- (۱) چگالی - چگالی
 (۲) چگالی - کشش سطحی
 (۳) کشش سطحی - چگالی
 (۴) کشش سطحی - کشش سطحی

۴۵- لوله بلندی به صورت قائم نگه داشته شده و در آن تا ارتفاع ۱۸cm جیوه ریخته شده است. اگر فشار هوا ۹۷/۲kPa باشد، با اضافه کردن ۴۵cm جیوه به مقدار جیوه موجود در لوله، فشار کل در ته لوله چند برابر می‌شود؟

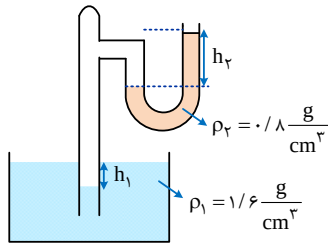
($\rho = 13.5 \frac{g}{cm^3}$ جیوه و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) $\frac{13}{10}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

محل انجام محاسبات



۴۶- در شکل روبه‌رو مایع‌ها در لوله نشان داده شده در حال تعادل هستند. کدام است؟ (لوله‌ها غیرموتین هستند و $\frac{h_2}{h_1}$)



$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

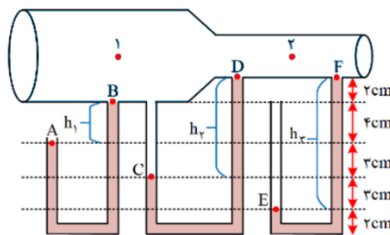
$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

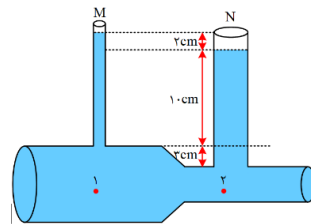
$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۴۷- به کمک دستگاهی هوا را به شدت به درون لوله شکل (الف) هدایت می‌کنیم و در لوله شکل (ب) آب جریان دارد. درون هر سه لوله u شکل جیوه قرار دارد. با فرض برقراری شرایط اصل برنولی چند مورد از موارد زیر در مورد این دو شکل پس از جریان شاره در لوله‌ها قطعاً درست است؟



(الف)



(ب)

(الف) در هر دو شکل فشار شاره در لوله دو نسبت به لوله یک کم‌تر ولی تندی شاره در لوله دو نسبت به لوله یک بیشتر است.
(ب) در شکل (ب) آهنگ جریان شاره در لوله یک و دو باهم برابر است.

(ج) ارتفاع مایع درون لوله قائم N نسبت به شکل ترسیم شده الزاماً باید پایین‌تر باشد.

(د) ارتفاع‌های نوشته شده در لوله‌های u شکل (الف) نادرست است چون الزاماً باید $h_1 + h_2 = h_3$ شود.

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۴۸- جسمی را در شرایط خلأ از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر در ارتفاع h_1 انرژی پتانسیل گرانشی جسم، سه برابر

انرژی جنبشی آن و در ارتفاع h_2 انرژی پتانسیل گرانشی جسم، چهار برابر انرژی جنبشی آن باشد، نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟

زمین را به عنوان مبدا انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

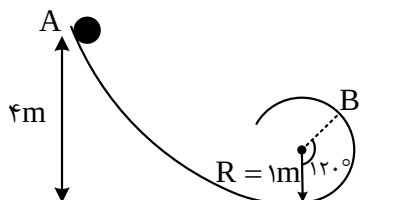
$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

۴۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 1 kg از نقطه A رها شده و با تندی $6 \frac{m}{s}$ از نقطه B در یک مسیر دایره‌ای گذر می‌کند. افزایش

انرژی درونی جسم و محیط طی این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



$$3/5 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$7 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$



۵۰- جسمی به جرم m در امتداد یک سطح افقی با تندی اولیه V پرتاب شده و پس از جابه‌جایی d متوقف می‌شود. تندی جسم پس از طی d $(\frac{3}{4})$ (اولیه مسیر) چند درصد کاهش می‌یابد؟

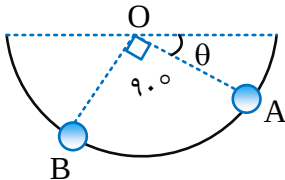
(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

(۲) ۳۷/۵

(۱) ۲۵

۵۱- مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم 1kg را روی یک مسیر دایره‌ای شکل بدون اصطکاک به مرکز O و شعاع 30cm از نقطه A رها می‌کنیم. انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در جابه‌جایی از A به B چند ژول تغییر می‌کند؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \sin \theta = \frac{1}{3})$

(۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2} - 1$ (۴) $1 - 2\sqrt{2}$

۵۲- پمپ آبی در هر ۲ دقیقه، ۴ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح رودخانه ۱۵ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۸ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ $(\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۴) ۳۷/۵

(۳) ۲۵

(۲) ۷۵

(۱) ۶۲/۵

۵۳- کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد تف‌سنج درست است؟

(الف) برای اندازه‌گیری دما نیاز به تماس آن با جسم نیست.

(ب) برای اندازه‌گیری دماهای بالا به کار می‌رود.

(پ) تف‌سنج تابشی دماسنج معیار است.

(ت) اساس کار این دماسنج بر پایه همرفت گرمایی است.

(۴) ت و ب

(۳) پ و ب

(۲) الف و ب

(۱) الف و ت

۵۴- یک نوار مسی و یک نوار آلومینیومی در اختیار داریم. طول نوار مسی در دمای اتاق برابر 300cm و طول نوار آلومینیومی L است. به طوری که با افزایش یکسان دمای دو میله اختلاف طول آن‌ها ثابت می‌ماند. اگر دمای میله آلومینیومی را 100°C بالا و دمای میله مسی را 100°C پایین بیاوریم، اختلاف طول دو میله چند سانتی متر می‌شود؟

Al

$$(\alpha_{\text{Cu}} = 18 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}, \alpha_{\text{Al}} = 24 \times 10^{-6} \text{K}^{-1})$$

Cu

(۲) ۷۶/۰۸

(۱) ۷۵

(۴) ۷۲/۸۲

(۳) ۷۳/۹۲

۵۵- $0/4$ کیلوگرم یخ 5°C را درون گرمکنی با توان 700W و بازده 90% قرار می‌دهیم، پس از ۴ دقیقه دمای نهایی چند درجه سلسیوس می‌شود؟ $(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, C_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}})$

(۴) ۱۲/۵

(۳) ۱۰

(۲) ۷/۵

(۱) ۰

محل انجام محاسبات





۵۶- برای تعیین گرمای ویژه یک آلیاژ، یک قطعه از آن به جرم 1 kg را به دمای 80°C می‌رسانیم و آن را درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $\frac{J}{^\circ\text{C}} 400$ که حاوی 4 kg آب 20°C است، می‌اندازیم. اگر دمای تعادل مجموعه به 40°C برسد، گرمای ویژه آلیاژ چند واحد SI است؟ ($\frac{J}{\text{kg}\cdot\text{K}} 4200 = C$)

(۴) ۴۸۰۰

(۳) ۸۴۰۰

(۲) ۴۳۰۰

(۱) ۸۶۰۰

۵۷- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) فرایند چگالش عملی گرمازا و فرایند ذوب عملی گرماگیر است.

(ب) گرمای تبخیر آب با افزایش دمای آب افزایش می‌یابد.

(پ) افزایش فشار بر اکثر مواد، سبب پایین رفتن نقطه ذوب می‌شود.

(ت) اگر دمای هوا زیر نقطه انجماد باشد بخار هوا مستقیماً به حالت جامد (یعنی برف) تبدیل می‌شود.

(ث) جامدهای بلورین دمای ذوب مشخص دارند و در هنگام ذوب حجم آن‌ها افزایش می‌یابد ولی جامدهای بی‌شکل دمای ذوب

مشخصی ندارند و در هنگام ذوب حجم آن‌ها کاهش می‌یابد.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

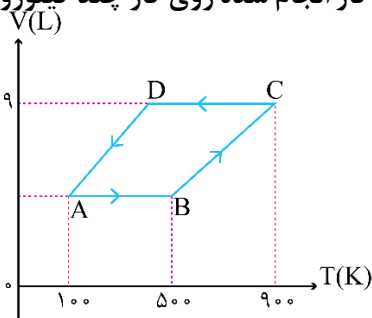
۵۸- در اثر انبساط بسیار سریع یک گاز 500 J کار انجام شده است. تغییر انرژی درونی کار و گرمای داده شده به گاز به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟

(۴) صفر و -500 (۳) -500 و صفر(۲) صفر و 500 (۱) 500 و صفر

۵۹- یک موتور درون‌سوز دیزلی در هر چرخه 120 kJ گرما از طریق سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و 42 kJ کار انجام می‌دهد. اگر گرمای حاصل از سوزاندن هر گرم سوخت $5 \times 10^4\text{ J}$ باشد، بازده این ماشین گرمایی چند درصد و مقدار سوخت مصرف شده در هر چرخه بر حسب گرم به ترتیب از راست به چپ برابر کدام گزینه است؟

(۴) $35 - 1/2$ (۳) $70 - 1/2$ (۲) $35 - 2/4$ (۱) $70 - 2/4$

۶۰- نمودار $V-T$ ، 10 مول گاز کامل تک‌اتمی در شکل زیر رسم شده است. در طی هر چرخه، کار انجام شده روی گاز چند کیلوژول



است؟ (فرایند BC و DA هم‌فشار هستند و $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$)

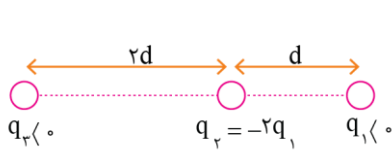
(۱) $-38/4$ (۲) $-25/6$ (۳) $25/6$ (۴) $38/4$

محل انجام محاسبات





۶۱- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در فواصل معینی از هم ثابت شده‌اند. اگر اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 ، ۲ برابر اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 باشد، مجموع مقادیر ممکن برای نسبت $\frac{q_1}{q_3}$ کدام است؟



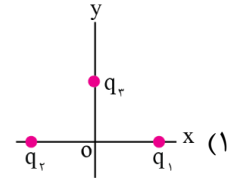
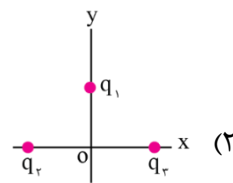
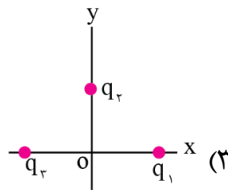
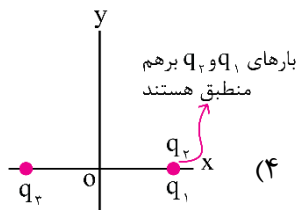
$$\frac{19}{27} \quad (2)$$

$$\frac{17}{27} \quad (4)$$

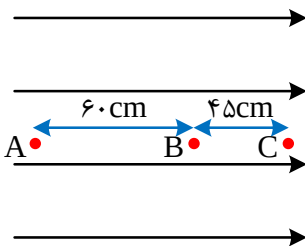
$$\frac{7}{27} \quad (1)$$

$$\frac{11}{27} \quad (3)$$

۶۲- سه بار الکتریکی $q_1 = -q$ ، $q_2 = 2q$ و $q_3 = 3q$ را در صفحه xy و در فاصله یکسان از مبدأ مختصات قرار می‌دهیم. در کدام یک از شکل‌های زیر اندازه میدان الکتریکی در مبدأ بزرگ‌تر است؟



۶۳- یک ذره آلفا با تندی $10^5 \frac{m}{s}$ از نقطه A در جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواخت پرتاب می‌شود و با تندی $2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ از نقطه B عبور می‌کند. تندی حرکت این ذره در نقطه C به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (بار الکتریکی و جرم ذره آلفا به ترتیب $3/2 \times 10^{-19} C$ و $6/4 \times 10^{-27} kg$ فرض شود).



$$2/5 \times 10^5 \quad (1)$$

$$3 \times 10^5 \quad (2)$$

$$3/5 \times 10^5 \quad (3)$$

$$4 \times 10^5 \quad (4)$$

۶۴- کره فلزی توپر با شعاع $10 cm$ دارای بار الکتریکی $24 \mu C$ است. چگالی سطحی بار این کره چند واحد SI است؟ ($\pi \approx 3$)

$$10^{-1} \quad (4) \quad 2 \times 10^{-1} \quad (3) \quad 10^{-4} \quad (2) \quad 2 \times 10^{-4} \quad (1)$$

۶۵- خازن تختی را پس از پر شدن، از باتری جدا می‌کنیم. اگر در این حال صفحه‌ها را از هم دور کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه و میدان الکتریکی بین صفحه‌ها، به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش، کاهش
(۲) افزایش، کاهش
(۳) کاهش، ثابت
(۴) افزایش، ثابت



۶۶- با ۲۰۰ گرم آهن با چگالی $8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ یک سیم همگن و توپر استوانه‌ای به طول ۱۰۰ متر می‌سازیم و دو سر آن را با اختلاف پتانسیل ۲۰ ولت وصل می‌کنیم. در هر دقیقه چند الکترون از هر مقطع سیم به طور خالص عبور می‌کند؟ (مقاومت ویژه آهن برابر $10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ است و $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

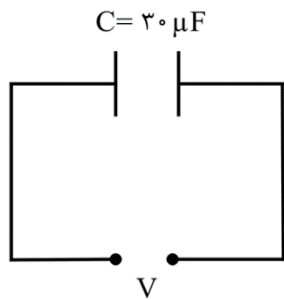
$$3/75 \times 10^{20} \quad (4)$$

$$1/875 \times 10^{20} \quad (3)$$

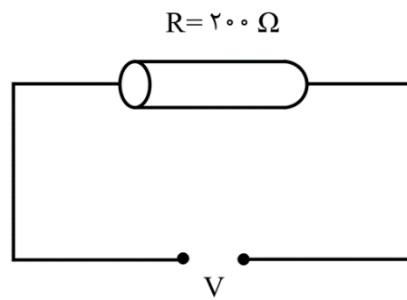
$$3/75 \times 10^{19} \quad (2)$$

$$1/875 \times 10^{19} \quad (1)$$

۶۷- مطابق شکل زیر، یک خازن و یک مقاومت استوانه‌ای توپر را به طور جداگانه به ولتاژ یکسانی وصل کرده‌ایم. اندازه بار ذخیره شده در هر صفحه خازن چند برابر اندازه باری است که در هر دقیقه به طور خالص از هر مقطع مقاومت می‌گذرد؟



$$10^{-4} \quad (4)$$



$$10^{-3} \quad (3)$$

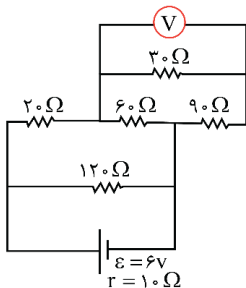
$$3 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$3 \times 10^{-3} \quad (1)$$

۶۸- کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) پتانسیومتر، نقش روستا را در مدارهای الکتریکی دارد.
- (۲) قانون اهم را نمی‌توان برای دیود نور گسیل (LED) مطرح کرد.
- (۳) مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
- (۴) با افزایش دمای یک رسانای فلزی، برخورد حامل‌های بار با شبکه اتمی رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

۶۹- در مدار شکل روبه‌رو، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟



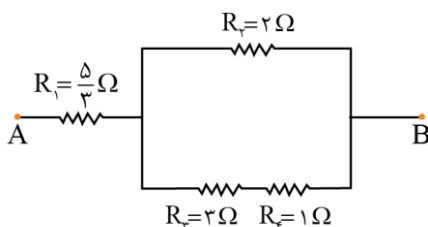
$$0.8 \quad (1)$$

$$1/6 \quad (2)$$

$$2/4 \quad (3)$$

$$3/2 \quad (4)$$

۷۰- در مدار مقابل حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها ۱۵ وات است. حداکثر توانی که مجموعه می‌تواند داشته باشد تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند، چند وات است؟



$$27 \quad (1)$$

$$25 \quad (2)$$

$$32 \quad (3)$$

$$48 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۷۱- در شرایط استاندارد، $3/36$ میلی لیتر از سبک ترین اکسید نیتروژن را در مقداری آب حل کرده و جرم محلول را با اضافه کردن آب خالص، به $2/5$ کیلوگرم می رسانیم. غلظت نیتروژن مونوکسید در محلول حاصل برابر با چند ppm است؟

($O = 16$ و $N = 14 : g.mol^{-1}$)

۱/۸ (۴)

۰/۹ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۰۹ (۱)

۷۲- یک دستگاه اندازه گیری قند، غلظت گلوکز موجود در خون یک فرد را با عدد 135 نشان داده است. بر اثر اکسایش کامل گلوکز موجود در 1 لیتر از خون این فرد، چند میلی لیتر گاز کربن دی اکسید در شرایط استاندارد آزاد می شود؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۲۵۲ (۴)

۷۵۶ (۳)

۵۰۴ (۲)

۱۰۰۸ (۱)

۷۳- طی واکنش 2 لیتر محلول سدیم هیدروکسید با چگالی $1/25 g.mL^{-1}$ و درصد جرمی 8% با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید، چند گرم ترکیب رسوبی تولید می شود؟ ($Mg = 24$ و $Na = 23$ و $O = 16$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

$NaOH(aq) + MgCl_2(aq) \rightarrow NaCl(aq) + Mg(OH)_2(s)$

۱۴۵ (۴)

۲۳۲ (۳)

۲۹۰ (۲)

۱۱۶ (۱)

۷۴- مقدار 7 گرم کلسیم اکسید را بر اساس معادله $CaO(s) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s)$ با مقدار کافی گاز CO_2 وارد واکنش می کنیم. فراورده ای حاصل از این فرایند، با چند میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید 1 مولار به طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند لیتر گاز با چگالی $1/1 g.L^{-1}$ تولید می شود؟ ($Ca = 40$ و $O = 16$ و $C = 12 : g.mol^{-1}$)

$CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$

۲/۵ - ۲۵۰ (۴)

۲/۵ - ۱۲۵ (۳)

۵ - ۲۵۰ (۲)

۵ - ۱۲۵ (۱)

۷۵- انحلال پذیری پتاسیم نیترات در دماهای $20^\circ C$ و $40^\circ C$ ، به ترتیب برابر با 30 و 60 گرم در 100 گرم آب است. اگر دمای $49/6$ گرم محلول سیرشده ای این نمک را از دمای $40^\circ C$ تا دمای $20^\circ C$ کاهش بدهیم، چند گرم رسوب در کف ظرف ته نشین شده و برای حل شدن مجدد این مقدار از رسوب مورد نظر در محلول، به چند گرم آب خالص نیاز داریم؟

۳۱ - ۹/۳ (۴)

۳۲ - ۹/۶ (۳)

۴۰/۳ - ۹/۳ (۲)

۴۱/۶ - ۹/۶ (۱)

۷۶- حجم گاز حاصل از واکنش تجزیه کامل 13 گرم NaN_3 بر اساس معادله $2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$ در شرایط استاندارد، با حجم گاز کربن دی اکسید تولید شده در واکنش تجزیه $67/2$ گرم سدیم هیدروژن کربنات بر اساس معادله موازنه نشده $NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(l)$ برابر است. بازده درصدی واکنش تجزیه $NaHCO_3$ چقدر است؟ ($Na = 23$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۷۵ (۲)

۳۷/۵ (۱)

محل انجام محاسبات





۷۷- در شرایط استاندارد، چگالی نمونه‌ای از گاز CX_4 ، $5/5$ برابر چگالی گاز نیتروژن است. شمار اتم‌های موجود در $14/6$ گرم گاز HX ، چند برابر شمار اتم‌ها در $12/8$ گرم متان بوده و برای تولید این مقدار از گاز مورد نظر، باید چند گرم گاز X_2 را با مقدار کافی گاز هیدروژن وارد واکنش کنیم؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$14/2 - 0/2 \quad (4)$$

$$13/8 - 0/2 \quad (3)$$

$$14/2 - 0/25 \quad (2)$$

$$13/8 - 0/25 \quad (1)$$

۷۸- مقدار 21 گرم از 2 -پنتن را به سیکلوپنتان تبدیل کرده و فراورده تولید شده را با 112 گرم سیکلوپروپان مخلوط می‌کنیم. انرژی مبادله شده در واکنش اول برابر با چند کیلوژول بوده و درصد جرمی اتم‌های کربن در مخلوط ایجاد شده چقدر خواهد بود؟ (آنتالپی پیوندهای $C-C$ و $C=C$ به ترتیب برابر 348 و 614 کیلوژول بر مول است. $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$82/1 - 24/6 \quad (4)$$

$$85/7 - 24/6 \quad (3)$$

$$82/1 - 35/2 \quad (2)$$

$$85/7 - 35/2 \quad (1)$$

۷۹- از تخمیر بی‌هوازی گلوکز، برای تولید اتانول استفاده می‌شود. اگر مقدار اتانول تولید شده طی تخمیر $337/5$ گرم گلوکز، برابر با 150 میلی‌لیتر ($d = 1 g.mL^{-1}$) و درصد خلوص اتانول تولید شده برابر با 92% باشد، بازده درصدی واکنش مورد نظر کدام چقدر بوده و طی این فرایند، چند لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید شده است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

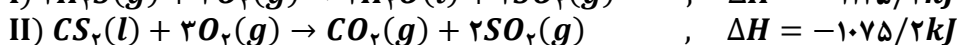
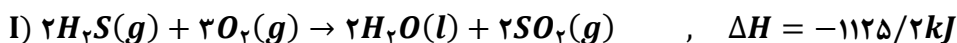
$$67/2 - 80 \quad (4)$$

$$67/2 - 75 \quad (3)$$

$$84 - 80 \quad (2)$$

$$84 - 75 \quad (1)$$

۸۰- با توجه به واکنش‌های زیر، با تولید $10^{22} \times 9/03$ مولکول H_2S در واکنش $CS_2(l) + 2H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2S(g)$ چند کیلوژول انرژی بین سامانه و محیط مبادله می‌شود؟ ($S = 32, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)



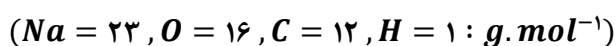
$$15 \quad (4)$$

$$11/25 \quad (3)$$

$$7/5 \quad (2)$$

$$3/75 \quad (1)$$

۸۱- سدیم هیدروژن کربنات طبق معادله $NaHCO_3(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$ با هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. با ورود $4/2$ کیلوگرم سدیم هیدروژن کربنات به محلول اسیدی، در طول مدت 25 ثانیه، 30% از آن مصرف می‌شود. سرعت متوسط تولید فراورده گازی در این بازه زمانی و در شرایط STP بر حسب $L.min^{-1}$ کدام است؟



$$1075/2 \quad (4)$$

$$537/6 \quad (3)$$

$$806/4 \quad (2)$$

$$403/2 \quad (1)$$

۸۲- اگر یک نمونه به جرم 60 گرم از نمک کلسیم سینامید ($CaCN_2$) را با مقدار کافی آب وارد واکنش کنیم، 80 گرم رسوب کلسیم کربنات با خلوص 75 درصد، به همراه مقداری گاز آمونیاک بدست می‌آید. در این شرایط، درصد خلوص نمک کلسیم سینامید کدام است؟ ($Ca = 40, O = 16, N = 14, C = 12 : g.mol^{-1}$)

$$90 \quad (4)$$

$$80 \quad (3)$$

$$75 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

۸۳- مخلوطی از مایعات A و B به جرم 20 گرم که در آن حجم مایع A ، سه برابر حجم مایع B می‌باشد، موجود است. اگر چگالی مایع A نیز سه برابر چگالی مایع B باشد، با دادن $4/48$ کیلوژول گرما به این مخلوط مایع، دمای مخلوط چند درجه سانتی‌گراد افزایش می‌یابد؟ (ظرفیت گرمایی ویژه مایعات A و B به ترتیب برابر با 3 و 5 ژول بر گرم بر درجه سانتی‌گراد است.)

$$140 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

$$70 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



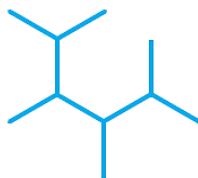


۸۴- کدام یک از عبارتهای داده شده درست هستند؟



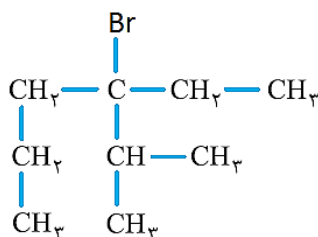
- (۱) تصویر مقابل، نمایی از مدل فضاپرکن ساده‌ترین عضو خانواده‌ی آلکان‌ها را نشان می‌دهد.
- (۲) شمار اتم‌های H موجود در مولکول هگزان، ۲ برابر شمار اتم‌های این عنصر در مولکول پروپان است.
- (۳) یکی از اتم‌های کربن موجود در ساختار هر مولکول ۲-متیل بوتان، فقط به یک اتم H متصل شده است.
- (۴) نام‌گذاری ۲-اتیل-۲-متیل بوتان، بر اساس قواعد آیوپاک به درستی برای یک ترکیب آلکانی انجام شده است.

۸۵- کدام یک از عبارتهای داده شده نادرست هستند؟



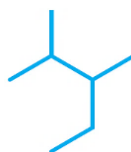
- (۱) ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار، در ساختار هر مولکول خود دارای ۵ اتم کربن است.
- (۲) نام ترکیبی با فرمول پیوند-خط مقابل به صورت ۵،۴،۳،۲-تترا متیل هگزان است.
- (۳) در ساختار ۲،۲-دی‌متیل پروپان، هیچ اتم کربنی به دو اتم هیدروژن متصل نشده است.
- (۴) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در اتان، بیشتر از مقدار این نسبت در آمونیوم نیترات است.

۸۶- نام ترکیبی با ساختار مولکولی مقابل به چه صورت است؟



- (۱) ۴-برمو-۴-اتیل-۵-متیل هگزان
- (۲) ۳-اتیل-۳-برمو-۲-متیل هگزان
- (۳) ۴-اتیل-۴-برمو-۵-متیل هگزان
- (۴) ۳-برمو-۳-اتیل-۲-متیل هگزان

۸۷- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟



- (۱) ۲-متیل هگزان، نسبت به ترکیبی با ساختار مولکولی مقابل ایزومر به حساب می‌آید.
- (۲) برای آلکانی با فرمول مولکولی C_5H_{12} ، نمی‌توان ایزومری با شاخه‌ی فرعی اتیل رسم کرد.
- (۳) تنها یک آلکان ۶ کربنه وجود دارد که نام آن بر اساس قواعد آیوپاک به ((بوتان)) ختم می‌شود.
- (۴) بین ایزومرهای آلکانی با فرمول C_7H_{16} ، ترکیب ۳،۲،۲-تری‌متیل بوتان بیشترین تعداد شاخه فرعی را دارد.

۸۸- بر اثر سوختن یک نمونه‌ی ۴/۳ گرمی از یک آلکان، ۶/۳ گرم بخار آب تولید شده است. در هر مولکول از این ترکیب هیدروکربنی

مجموعاً چند پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است؟ ($O = 16$ و $C = 12$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۹

۸۹- چه تعداد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- (آ) از یک نمونه بوتان می‌توان برای محافظت از فلزها در برابر خوردگی استفاده کرد.
- (ب) قدرت نیروهای بین مولکولی در یک نمونه از وازلین، در مقایسه با گریس بیشتر است.
- (پ) افرادی که با گریس کار می‌کنند، پس از اتمام کار دستشان را با بنزین یا نفت می‌شویند.
- (ت) با افزایش دمای مخلوط مایعی از اتان و پروپان، ابتدا پروپان تغییر حالت داده و از مخلوط خارج می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات





۹۰- در ساختار هر مولکول از یک ترکیب آلکینی، ۱۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است. تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در واکنش سوختن کامل ۰/۲ مول از این ترکیب برابر با چند گرم می‌شود؟ ($H = 1$: $g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $O = 16$)

۱۵/۶ (۴)

۲۰/۸ (۳)

۳۱/۲ (۲)

۳۶/۴ (۱)

۹۱- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- (آ) آلکینی که شمار اتم‌های H آن با شمار اتم‌های H موجود در اتان برابر است، پروپین نام می‌گیرد.
 (ب) شمار پیوندهای اشتراکی در نخستین عضو خانواده آلکن‌ها، ۲ برابر شمار این پیوندها در SO_2 است.
 (پ) آلکن‌ها در مقایسه با آلکان‌ها، واکنش پذیری بیشتری داشته و در واکنش‌های گوناگونی شرکت می‌کنند.
 (ت) در ساختار همه آلکن‌هایی که بیش از ۳ اتم کربن دارند، دو مورد از اتم‌های C به سه اتم H متصل شده‌اند.
 (ث) ۲-پنتین دارای ۳ پیوند یگانه کربن-کربن در ساختار خود بوده و نسبت به ۲-اوکتین گرانی بیشتری دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

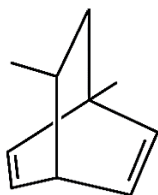
۲ (۲)

۱ (۱)

۹۲- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- (۱) پتروشیمی، یکی از صنایع مهم جهان بوده و در آن ترکیب‌ها و مواد گوناگون از نفت یا گاز طبیعی به دست می‌آیند.
 (۲) چربی موجود در گوشت از مولکول‌های سیرنشده تشکیل شده و یک نمونه از آن با بخار برم واکنش می‌دهد.
 (۳) در ساختار فراورده‌ی حاصل از واکنش میان گاز اتن با آب، ۷ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است.
 (۴) پلیمری شدن، واکنشی از آلکن‌ها است که با استفاده از آن می‌توان انواع لاستیک‌ها را تولید کرد.

۹۳- ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید:



در واکنش سوختن ۲۶/۸ گرم از این ترکیب، چند لیتر گاز اکسیژن با چگالی $1/6 g.L^{-1}$ مصرف شده و با استفاده از آب حاصل از این فرایند، چند گرم محلول ۱۰٪ جرمی منیزیم کلرید می‌توان تهیه کرد؟ ($H = 1$: $g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $O = 16$)

۴۲ - ۴۸ (۴)

۲۸ - ۴۸ (۳)

۴۲ - ۵۴ (۲)

۲۸ - ۵۴ (۱)

۹۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده در رابطه با نفتالن درست است؟ ($H = 1$: $g.mol^{-1}$ و $C = 12$)

- (آ) در ساختار هر مولکول از این ماده ۶ پیوند اشتراکی دوگانه‌ی کربن-کربن وجود دارد.
 (ب) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آن با شمار اتم‌های هیدروژن در ۲-پنتن برابر است.
 (پ) از این ترکیب مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش‌ها و لباس‌ها استفاده می‌شده است.
 (ت) همانند ۲-بوتین، دو مورد از اتم‌های کربن موجود در آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.
 (ث) این ماده به رنگ سفید دیده شده و هر مول از آن در واکنش با ۵ گرم گاز هیدروژن سیر می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات





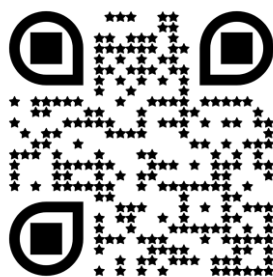
۹۵- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟ ($H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$ و $C = 12$ و $Br = 80$)

- (آ) درصد جرمی کربن در اتیلن با درصد جرمی این عنصر در ۲-پنتن برابر است.
(ب) ۲-متیل-۳-اتیل پنتان نسبت به فراورده‌ی واکنش ۲-هپتن با گاز H_2 ایزومر است.
(پ) در واکنش ۳-اوکتان با بخار برم، جرم هیدروکربن مصرف شده $0/7$ برابر جرم هالوژن مصرف شده است.
(ت) برای شناسایی یک نمونه‌ی ۲-بوتن از یک نمونه‌ی استیلن، می‌توان از واکنش این مواد با بخار برم استفاده کرد.
- (۱) آ و پ (۲) آ و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

محل انجام محاسبات



دوست مازی من، برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در
نظرسنجی شرکت کنی، کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه! (:



<https://b2n.ir/w17850>



205

A

دفترچه پاسخ

آمادگی کنکور ۱۴۰۲



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۵

۱۴۰۱/۰۷/۰۶

دروس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان - نیما نیکنام محمد خان گلدی - نوید یکتا - علی منصف شکری - محمدامین نباخته امیدرضا پورحسینی - رسول حاجی‌زاده - کیوان دارابی - محمدجمال صادقی سوگند روشنی - سیروس نصیری	جواد نظری - سعیدکفشدوزاده مسعود برملا
فیزیک	جمال خمخاجی - سجاد صادقی زاده - عباس غربی احمد پوپری - سجاد آخوندی امیرعلی میری - حسین عبدوی نژاد - فرهاد جوینی	محمد باغبان
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرهنگ امیری - امیر بصراوی

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

دوست مازی من، سلام!

برای دیدن تحلیل آزمون میتونی Qr کد زیر رو اسکن کنی یا روی لینک زیر بزنی و برو به صفحه تحلیل آزمون (:



<https://b2n.ir/k29535>



۱- در یک دنباله هندسی، نسبت مجموع ده جمله اول به مجموع ۵ جمله اول برابر ۳۳ است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله هفتم کدام است؟

۷۲ (۴)

۱۹۲ (۳)

۴۸ (۲)

۹۶ (۱)

(حسابان ۱ و ریاضی ۱ - صفحه ۴ تا ۶ حسابان ۱ و صفحات ۲۵ تا ۲۷ ریاضی ۱ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

هر تست ماز یک کلاس درس!

جمله عمومی دنباله هندسی: $a_n = aq^{n-1}$ ، که در آن a جمله اول و q قدرنسبت دنباله است.

مجموع n جمله اول دنباله هندسی: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$

مجموع تمامی جملات دنباله هندسی: $S = \frac{a}{1-q} \rightarrow |q| < 1$

نسبت مجموع $2n$ جمله اول به مجموع n جمله اول برابر است با:

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{\frac{a(1-q^{2n})}{1-q}}{\frac{a(1-q^n)}{1-q}} = \frac{1-q^{2n}}{1-q^n} = 1+q^n$$

$$\frac{S_{10}}{S_5} = 1+q^5 = 33 \Rightarrow q = 2, a_3 = aq^2 = 6 \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$a_7 = aq^6 = \frac{3}{2} \times 2^6 = 96$$

در نتیجه:

سوالات منتخب:

۱- از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۶ متر تویی را به زمین پرتاب می‌کنیم. توپ پس از هر بار برخورد به زمین به اندازه $\frac{8}{10}$ ارتفاع قبلی از زمین به صورت قائم بلند می‌شود. پس از صد بار برخورد به زمین، توپ تقریباً چند متر بالا و پایین رفته است؟

(کنکور تهری ۱۴۰۰ خارج)

۶۶ (۴)

۶۰ (۳)

۵۷ (۲)

۵۴ (۱) ✓

۲- اگر $\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{3^{x-2} + 3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3}} = 52$ باشد، مقدار x کدام است؟

(کنکور تهری ۱۴۰۰)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

۳- در یک دنباله هندسی، جمله چهارم برابر ۸ است. مجموع ۷ جمله اول این دنباله، چند برابر مجموع معکوس‌های همان جملات است؟

۷۲ (۴)

۶۸ (۳)

۶۴ (۲) ✓

۵۶ (۱)

گروه آموزشی ماز

۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، آن‌گاه $(\alpha^2 - 3\alpha - 1)$ و $(\beta^2 - 3\beta - 1)$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 - x + 4 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 + x - 4 = 0 \quad (۱)$$

(حسابان ۱ - صفحه ۸ و ۹ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۴

هر تست ماز یک کلاس درس!

برای نوشتن معادله درجه دومی که ریشه‌های آن α و β باشند، ابتدا مجموع ریشه‌ها و حاصل ضرب ریشه‌ها را یافته و معادله جدید را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$S = \alpha + \beta \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

$$P = \alpha\beta \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

ابتدا مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -4 \end{cases}$$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



α و β ریشه‌های معادله هستند پس در معادله صدق می‌کنند:

$$\alpha^2 - 2\alpha - 4 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha = 4 \xrightarrow{-\alpha} \alpha^2 - 3\alpha = 4 - \alpha \xrightarrow{-1} \alpha^2 - 3\alpha - 1 = 3 - \alpha$$

به طریق مشابه داریم: $\beta^2 - 3\beta - 1 = 3 - \beta$

می‌دانیم که $\alpha^2 - 3\alpha - 1 = 3 - \alpha$ و $\beta^2 - 3\beta - 1 = 3 - \beta$ ، ریشه‌های معادله جدید هستند، بنابراین:

$$S' = (3 - \alpha) + (3 - \beta) = 6 - (\alpha + \beta) = 6 - 2 = 4$$

$$P' = (3 - \alpha)(3 - \beta) = (\alpha\beta - 3(\alpha + \beta) + 9) = (-4 - 3(2) + 9) = -1$$

پس معادله موردنظر برابر است با:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

سوالات منتخب



۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $x(\alpha x + 3) = 2$ باشند، به ازای کدام مقدار k ، مجموعه جواب‌های معادله $4x^2 - kx + 25 = 0$ به صورت $\left\{\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}\right\}$ است؟

(کنکور ریاضی ۹۰)

۳۱ (۴)

✓ ۲۹ (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

(کنکور تجربی قاجار ۱۴۰۰)

۲- فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x = x^2 - 4$ باشند. ریشه‌های کدام معادله $x_1^2 + \frac{1}{x_1}$ و $x_2^2 + \frac{1}{x_2}$ است؟

$$4x^2 + 51x = 221 \quad (2)$$

$$✓ 4x^2 = 51x + 221 \quad (1)$$

$$4x^2 + 51x = 197 \quad (4)$$

$$4x^2 = 51x + 197 \quad (3)$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{-x^2 + ax + b}{(x-3)(x-1)} \geq 0$ به صورت $[2, c]$ باشد، $a + 2b + 2c$ برابر کدام است؟

۴ صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)





هر تست ماز یک کلاس درس

در حل نامعادلات کسری به صورت $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ یا $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ مرزها، یا ریشه‌های معادله $g(x) = 0$ هستند که در هر صورت باز هستند و یا ریشه‌های $f(x) = 0$ که اگر نامعادله مساوی داشته باشد (یعنی به صورت «کوچتر یا مساوی» و یا «بزرگتر یا مساوی» باشد) آن‌ها بسته‌اند البته به شرطی که با مخرج ریشه مشترک نداشته باشند و اگر نامعادله مساوی نداشته باشد، باز هستند و این مرزها دو نوع‌اند:

اگر از معادلات $m(x - \alpha)^{2k} = 0$ یا $m|x - \alpha| = 0$ به دست بیایند، علامت در دو طرف آنها تغییر نمی‌کند و اگر از معادلات به صورت $m(x - \alpha)^{2k-1} = 0$ به دست آیند علامت در دو طرف آنها تغییر می‌کند.

در توابع درجه دومی که ریشه مضاعف دارند یا اصلاً ریشه ندارند تغییر علامت نداریم و علامت آن‌ها هم‌علامت ضریب x^2 است ولی در توابع درجه دومی که دو ریشه ساده داریم، علامت بین ریشه‌ها مخالف علامت ضریب x^2 و خارج ریشه هم‌علامت ضریب x^2 است.

مثال در حل نامعادله $\frac{x(x+1)}{x} \geq 0$ علامت در دو طرف $x = 0$ تغییر نمی‌کند ولی در دو طرف $x = -1$ تغییر می‌کند. (صفر دو بار از معادلات $x = 0$ و $x(x+1) = 0$ بدست آمده و منفی یک یکبار از معادله $x(x+1) = 0$)

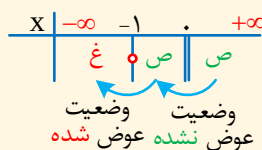


حالا کافیست یک عدد دلخواه بجز صفر و منفی یک به x بدهیم و وضعیت نامعادله را مشخص کنیم و براساس آن و نوع مرزها علامت سایر قسمت‌ها را مشخص کنیم.

در مثال بالا، $x = 2$ را انتخاب می‌کنیم که بعد از صفر قرار دارد، به ازای $x = 2$ نامعادله به شکل $\frac{2(2)}{2} \geq 0$ در می‌آید که صحیح است، حالا در جدول نتیجه را قرار می‌دهیم:



از طرفی چون در $x = 0$ قراره وضعیت عوض نشه و در $x = -1$ قراره وضعیت تغییر کنه جدول به صورت زیر در می‌آید.



و مجموعه جواب نامعادله به صورت $\{0\} \cup (-1, \infty)$ یا $[-1, \infty)$ می‌باشد.

با توجه به درسنامه و این که $x = 1$ در مرزهای جواب ظاهر نشده ($c > 2$)، $x = 1$ ریشه مشترک صورت و مخرج بوده و چون $x = 2$ مرز بسته جواب است، $x = 2$ ریشه صورت می‌باشد پس صورت به شکل زیر است:

$$-(x-2)(x-1) = -x^2 + 3x - 2$$

و با مقایسه با عبارت صورت (یعنی $-x^2 + ax + b$)، $b = -2$ و $a = 3$ است و چون c مرز باز جواب است (جواب به صورت $(2, c)$ است و c از عدد ۲ بزرگتر است)، پس $c = 3$ بوده یعنی ریشه دیگر مخرج، بنابراین:

$$a + 3b + 2c = 3 + 3(-2) + 2(3) = 3$$

سوالات منتخب

(کنکور سراسری ریاضی ۹۸)

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ همواره پایین محور x ‌ها است؟

$$2 < m < 6 \quad (4)$$

$$2 < m < 4 \quad (3)$$

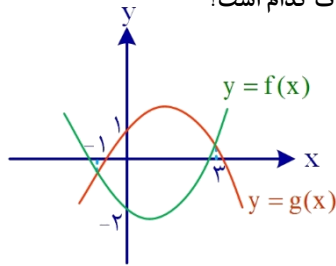
$$2 < m < 5 \quad (2) \quad \checkmark$$

$$1 < m < 5 \quad (1)$$

(راهنمایی: قراره معادله درجه ۲ ریشه نداشته باشد و ضریب x^2 هم منفی باشد.)



۴- نمودار توابع درجه دوم f و g به صورت مقابل می باشد. فاصله رأس سهمی تابع $y = f(x) - g(x)$ تا مبدأ مختصات کدام است؟



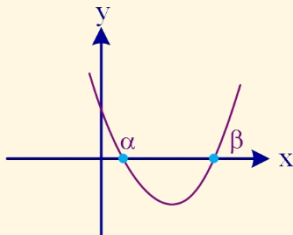
- (۱) $\sqrt{15}$
(۲) ۴
(۳) $\sqrt{17}$
(۴) $3\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

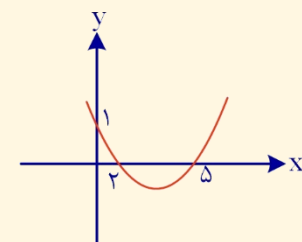
(حسابان ۱ - صفحه ۱۰ تا ۱۳ - دشوار)

هرتست ماز یک کلاس درس!

- اگر α و β ریشه های یک معادله درجه دو باشند، معادله سهمی به صورت $y = k(x - \alpha)(x - \beta)$ خواهد بود و برای بدست آوردن k ، یکی از نقاط داده شده از سهمی را درون آن قرار می دهیم.



مثال: معادله سهمی روبرو را بدست آورید.



$$y = k(x - 2)(x - 5) \xrightarrow{(0,1)} 1 = k(0 - 2)(0 - 5) \\ \Rightarrow k = \frac{1}{10} \\ \rightarrow y = \frac{1}{10}(x - 2)(x - 5)$$

ابتدا ریشه های تابع درجه دوم $y = f(x) - g(x)$ را تعیین می کنیم، از آن جایی که نمودار دو تابع f و g در دو نقطه با طول های ۱- و ۳ متقاطع اند، پس:

$$y = f(x) - g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow x = -1, x = 3$$

پس معادله منحنی $y = f(x) - g(x)$ را به صورت $y = k(x + 1)(x - 3)$ در نظر می گیریم و با قرار دادن $x = 0$ در آن داریم:

$$y = f(x) - g(x) = k(x + 1)(x - 3) \xrightarrow{x=0} f(0) - g(0) = k(0 + 1)(0 - 3)$$

$$\frac{f(0) = -2}{g(0) = 1} \rightarrow -2 - 1 = -3k \Rightarrow k = 1 \Rightarrow y = (x + 1)(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1 \xrightarrow{\text{در معادله } y} y_s = -4$$

$$|OS| = \sqrt{(1 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{17}$$

پس فاصله رأس سهمی تا مبدأ برابر است با:

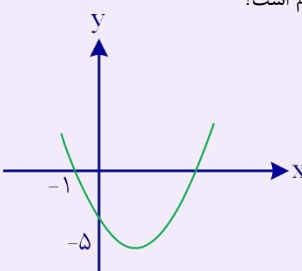
سوالات منتخب:

۱- مساحت مثلثی که از اتصال نقاط برخورد سهمی به معادله $y = -2x^2 - 2x + 4$ با محورهای مختصات ایجاد می شود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲- اگر سهمی مقابل نسبت به خط $x = 2$ متقارن باشد، عرض رأس سهمی چقدر است؟

- (۱) -۶ (۲) -۷ (۳) -۸ (۴) -۹



در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

۵- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3 - |2x - 3|$ کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۲)

۲ (۱)

(حسابان ۱ - صفحه ۲۶ تا ۲۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۳

هر تست ماز یک کلاس درس!

$$|u| \leq a \rightarrow -a \leq u \leq a$$

$$|u| \geq a \rightarrow u \geq a \text{ یا } u \leq -a$$

$$\sqrt[m]{u^m} \Rightarrow \begin{cases} u & \text{فرد } m \\ |u| & \text{زوج } m \end{cases}$$

ابتدا معادله داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3 - |2x - 3| \Rightarrow \sqrt{(x+1)^2} = 3 - |2x - 3|$$

$$\Rightarrow |x+1| = 3 - |2x - 3|$$

از طرفی سمت چپ تساوی به دست آمده، یک عبارت نامنفی است. بنابراین سمت راست تساوی نیز باید نامنفی باشد، پس:

$$3 - |2x - 3| \geq 0 \Rightarrow |2x - 3| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq 2x - 3 \leq 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq 2x \leq 6$$

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 3$$

$$|x+1| = x+1$$

با محدوده بدست آمده می‌توان نتیجه گرفت که $x+1$ همواره مثبت بوده و بنابراین:

$$\Rightarrow |x+1| = 3 - |2x - 3| \Rightarrow x+1 = 3 - |2x - 3|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2}: x+1-3 = -2x+3 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3} \\ x < \frac{3}{2}: x+1-3 = 2x-3 \Rightarrow x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}$$

سوالات منتخب

مجموع جواب‌های معادله $|2x-1| + |x+2| = 3$ کدام است؟

(ریاضی خارج ۹۸)

 $\frac{4}{3}$ (۴)

۱ (۳)

 $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۱)

www.biomaze.ir

۶- با فرض $1 + \cos \alpha = 3 \sin \alpha$ ، حاصل $\cos^2 \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

۰/۹ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۱ (۱)

(حسابان ۱ - صفحه ۱۱۰ تا ۱۱۲ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

(نکته)

$$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

$$1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

ابتدا عبارت‌ها را بر حسب نسبت‌های مثلثاتی $\frac{\alpha}{2}$ می‌نویسیم:

$$1 + \cos \alpha = 3 \sin \alpha \Rightarrow 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 3 \times 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = 3 \sin \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

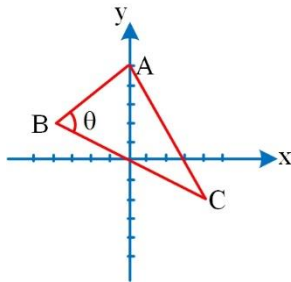


حال از رابطه $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ استفاده می‌کنیم:

$$1 + \frac{1}{9} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{10}$$

گروه آموزشی ماز

۷- نقاط $A(0, 5)$ و $B(-4, 2)$ و $C(4, -2)$ سه رأس مثلث ABC هستند، مقدار $\sin \theta$ کدام است؟



$$\frac{2\sqrt{3}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{7}}{5} \quad (3)$$

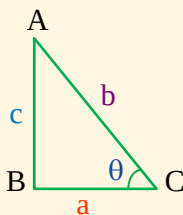
$$\frac{2\sqrt{11}}{5} \quad (4)$$

(حسابان ۱ - صفحه ۱۱۰ تا ۱۱۲ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲

هرتست ماز یک کلاس درس!

(۱) در هر مثلث قائم‌الزاویه دلخواه مانند مثلث ABC نسبت‌های مثلثاتی برای زاویه θ به شکل زیر محاسبه می‌شود:



$$\sin \theta = \frac{c}{b}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{b}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{a}$$

$$\cot \theta = \frac{a}{c}$$

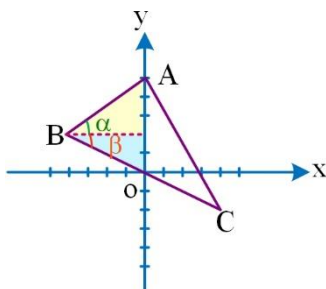
(۲) اگر α و β دو زاویه دلخواه باشند، داریم:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

(۳) برای محاسبه طول پاره‌خط AB ، که نقاط $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ نقاط ابتدا و انتهای آن هستند از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

در مثلث‌های رنگی مقابل، ابتدا طول وترهای AB و OB را تعیین می‌کنیم:



$$AB = \sqrt{(-4 - 0)^2 + (2 - 5)^2} = 5$$

$$OB = \sqrt{(0 - (-4))^2 + (0 - 2)^2} = 2\sqrt{5}$$

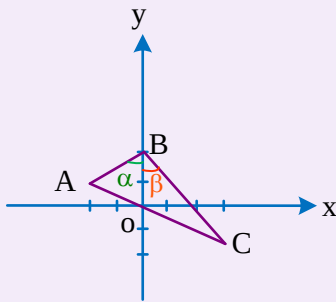
بنابراین سینوس و کسینوس زاویه‌های α و β را محاسبه می‌کنیم و داریم:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \sin \beta = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow \sin \theta = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{3}{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{5} = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

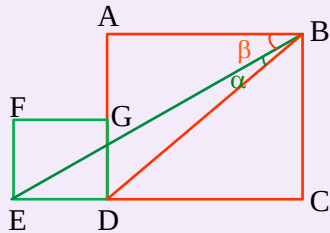
در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



سوالات منتخب:

۱- نقاط $A(-2, 1)$ و $B(0, 2)$ و $C(3, -2)$ سه رأس مثلث ABC هستند. مقدار $\sin(\alpha + \beta)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{11}{5\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$

۲- در شکل مقابل، چهارضلعی‌های $ABCD$ و $FGDE$ مربع هستند و $\tan \beta = \frac{2}{3}$ است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $P = \frac{\tan(\alpha - \frac{\pi}{2}) + 2 \cot(\pi - \alpha)}{\cot(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - 3 \tan(\alpha - 2\pi)}$ کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $1/25$ (۳) $2/5$ (۴) $3/75$

(حسابان ۱ - صفحه ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۴

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \text{و} \quad \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

نکته

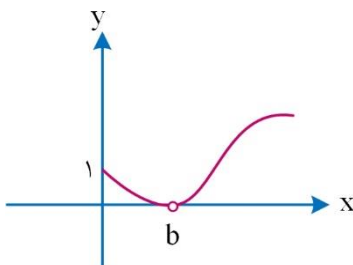
ابتدا مقدار $\tan^2 \alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 - 3 \tan^2 \alpha = 2 + 2 \tan^2 \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

حال مقدار P را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{-\cot \alpha - 2 \cot \alpha}{-\tan \alpha - 3 \tan \alpha} = \frac{-3 \cot \alpha}{-4 \tan \alpha} = \frac{3}{4 \tan^2 \alpha} = \frac{3}{4 \times \frac{1}{5}} = \frac{15}{4} = 3.75$$

گروه آموزشی ماز

۹- نمودار تابع $f(x) = a - \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$ به صورت مقابل است. مقدار $a \times b$ کدام است؟

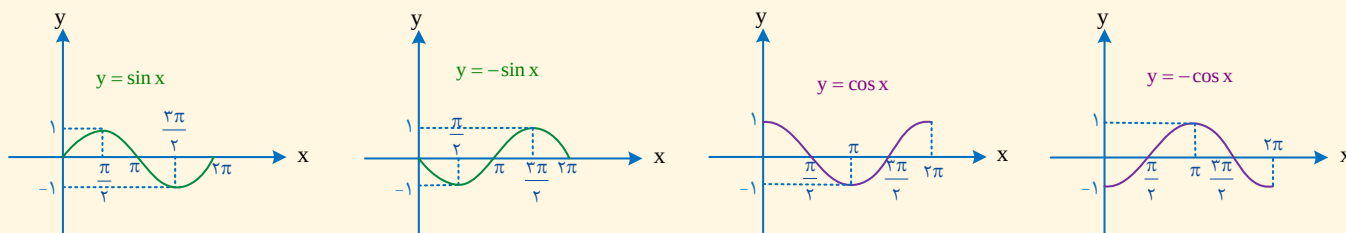
- (۱) ۱ (۲) π (۳) ۲ (۴) 2π





هرتست ماز یک کلاس درس!

(۱) نمودار توابع مثلثاتی $y = \sin x$ ، $y = \cos x$ ، $y = -\sin x$ و $y = -\cos x$ به صورت زیر است.



(۲) برای رسم نمودار توابع به صورت $y = a \sin(bx + c) + d$ و $y = a \cos(bx + c) + d$ از قوانین مربوط به انتقال استفاده می‌کنیم.

ابتدا ضابطه تابع داده شده را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a - \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} = a - \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = a - \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} \xrightarrow{\sin x \neq 1} f(x) = a - 1 - \sin x$$

چون $1 - \sin x$ در مخرج کسر قرار دارد، پس تابع در نقاطی که $\sin x = 1$ است تعریف نشده است و این نقاط در دامنه تابع وجود ندارند. چون در $x > 0$

کوچک‌ترین عددی که باعث می‌شود $\sin x = 1$ باشد، برابر $x = \frac{\pi}{2}$ است، بنابراین $b = \frac{\pi}{2}$ می‌باشد. از طرفی $f(0) = 1$ است، پس:

$$f(0) = a - 1 - \sin 0 = 1 \Rightarrow a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$a \times b = 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi \quad \text{بنابراین}$$

سوالات منتخب:

۱- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع نیست؟

(۱) $y = \cos(\pi + x)$

(۲) $y = \cos(-x)$ ✓

(۳) $y = \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$

(۴) $y = -\sin(\frac{\pi}{2} - x)$

۲- چه تعداد از توابع زیر در بازه $(0, \pi)$ یک به یک هستند؟

(الف) $y = 1 + |\sin x|$

(ب) $y = \cos(x - \frac{\pi}{2})$

(پ) $y = 2 - \cos(-x)$

(۱) ۱ ✓

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴ صفر

۱۰- اگر $g(x) = \{(-2, -1), (1, 3), (2, 4), (-3, 0)\}$ و $gof(x) = \{(0, 4), (1, -1), (3, 3), (-1, 0)\}$ دو تابع باشند و تابع $\frac{gof^{-1}}{(f \circ f)^{-1}}$ به صورت $\{(a, b)\}$

باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

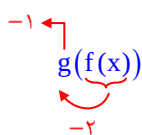
(۲) -۱

(۱) -۲

ابتدا تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$g(x) = \{(-2, -1), (1, 3), (2, 4), (-3, 0)\}$$

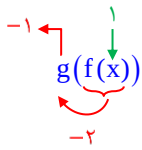
$$gof(x) = \{(0, 4), (1, -1), (3, 3), (-1, 0)\}$$



با توجه به تابع g ، اگر ورودی ۲- را وارد تابع g کنیم، این تابع خروجی ۱- را تحویل ما می‌دهد، یعنی:



حال با توجه به تابع $g \circ f$ ، باید مشخص کنیم که این تابع به ازای چه ورودی، عدد -۱ را خارج می‌کند که با توجه به تابع $g \circ f$ آن ورودی عدد ۱ است، پس:



با توجه به روند بالا مشخص است که $f(1) = -۲$ است، به همین ترتیب می‌توانیم سایر اعضای تابع f را نیز پیدا کنیم، پس:

$$f(x) = \{(1, -2), (3, 1), (0, 2), (-1, -3)\}$$

$$f^{-1}(x) = \{(-2, 1), (1, 3), (2, 0), (-3, -1)\}$$

$$g \circ f^{-1}(x) = \{(-2, 3)\}$$

$$f \circ f(x) = \{(3, -2)\} \Rightarrow (f \circ f)^{-1} = \{(-2, 3)\}$$

حال تابع f^{-1} را نیز پیدا می‌کنیم:

به کمک توابع f^{-1} و g داریم:

حال، تابع $\frac{g \circ f^{-1}}{(f \circ f)^{-1}}$ را به ازای دامنه مشترک توابع $g \circ f^{-1}$ و $(f \circ f)^{-1}$ ، یعنی $x = -۲$ تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{g \circ f^{-1}}{(f \circ f)^{-1}} = \left\{ \frac{(-2, 3)}{(-2, 3)} \right\} = \{(-2, 1)\} \Rightarrow a = -2, b = 1 \Rightarrow a + b = -1$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- دامنه تابع f با ضابطه $\log \frac{x^2 - 2x + 1}{(2[x-1] + 3)([x]-1)}$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(حسابان ۱ - صفحه ۴۹ تا ۵۳ و ۸۰ تا ۸۵ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳

نکته) اگر a عددی صحیح باشد داریم:

$$\begin{cases} [x] \geq a \Rightarrow x \geq a \\ [x] \leq a \Rightarrow x < a + 1 \end{cases}$$

می‌دانیم برای به دست آوردن دامنه تابع $y = \log_{g(x)} f(x)$ باید شروط $f(x) > 0$ ، $g(x) > 0$ و $g(x) \neq 1$ بررسی شوند:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(2[x-1] + 3)([x]-1)} = \frac{(x-1)^2}{(2[x-1] + 3)([x]-1)} > 0$$

صورت کسر فوق نامنفی است. بنابراین برای اینکه نامعادله به دست آمده برقرار باشد باید مخرج کسر همواره مثبت و صورت کسر مخالف صفر ($x \neq 1$) باشد یعنی:

$$(2[x-1] + 3)([x]-1) > 0$$

و برای اینکه این اتفاق بیفتد باید عبارت‌های $(2[x-1] + 3)$ ، $([x]-1)$ هم‌علامت باشند. یعنی هر دو هم‌زمان مثبت و یا هر دو هم‌زمان منفی باشند، پس:

$$(A) \begin{cases} 2[x-1] + 3 > 0 \Rightarrow 2[x] - 2 + 3 > 0 \Rightarrow 2[x] > -1 \Rightarrow [x] > -\frac{1}{2} \Rightarrow [x] \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \\ [x] - 1 > 0 \Rightarrow [x] > 1 \Rightarrow [x] \geq 2 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 2$$

$$(B) \begin{cases} 2[x-1] + 3 < 0 \Rightarrow 2[x] - 2 + 3 < 0 \Rightarrow 2[x] < -1 \Rightarrow [x] < -\frac{1}{2} \Rightarrow [x] \leq -1 \Rightarrow x < 0 \\ [x] - 1 < 0 \Rightarrow [x] < 1 \Rightarrow [x] \leq 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x < 0$$

مجموعه جواب مدنظر ما، اجتماع جواب‌های A و B منهای ریشه صورت خواهد بود که برابر است با: $(-\infty, 0) \cup [2, +\infty)$

که مجموعه جواب فوق، دو عدد صحیح $x = 0$ و $x = 1$ را شامل نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $f(x) = |2x-1|$ و $g(x) = \sqrt{2-2^{2-x}}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ ، به کدام صورت است؟

(۴) $(0, 1)$

(۳) $[0, 1]$

(۲) $\mathbb{R} - (0, 1)$

(۱) $\mathbb{R} - [0, 1]$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



پاسخ: گزینه ۲

(حسابان ۱ - صفحه ۶۶ تا ۷۰ - متوسط)

توجه! اگر $|u| \geq a$ باشد، $u \geq a$ یا $u \leq -a$ است.

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

حال دامنه توابع f و g را می‌یابیم:

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$2 - 2^{2-x} \geq 0 \Rightarrow 2^{2-x} \leq 2 \Rightarrow 2-x \leq 1 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_g = [1, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{gof} = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x-1| \geq 1\}$$

$$|2x-1| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 1 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1 \\ 2x-1 \leq -1 \Rightarrow 2x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{gof} : (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) = \mathbb{R} - (0, 1)$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- فرض کنید f تابعی خطی و غیر ثابت و $g(x) = 3x + 2$ باشد. اگر تابع $y = \frac{fog(x)}{gof(x)}$ ثابت باشد، نمودار f از کدام نقطه زیر حتماً عبور می‌کند؟

(۱, ۱) (۴)

(-۱, -۱) (۳)

(-۱, ۱) (۲)

(۱, -۱) (۱)

پاسخ: گزینه ۳

(حسابان ۱ - صفحه ۶۶ تا ۷۰ - متوسط)

نکته! به شرطی تابع $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ثابت است که $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ باشد.فرض کنید $f(x) = ax + b$ باشد.

$$y = \frac{fog(x)}{gof(x)} = \frac{a(3x+2)+b}{3(ax+b)+2} = \frac{3ax+2a+b}{3ax+3b+2}$$

$$\text{شرط ثابت بودن: } \frac{3a}{3a} = \frac{2a+b}{3b+2} \Rightarrow 2a+b = 3b+2 \Rightarrow b-a = -1 \Rightarrow f(-1) = -1$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- تابع $f(x) = \log_{\delta}^{(ax+b)}$ با دامنه $(\frac{1}{\delta}, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس نمودار حاصل را ۱ واحد در راستای محور y ها به سمت پایین و ۳ واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم و آن را $y = g(x)$ می‌نامیم. اگر تابع g محور x ها را در نقطه‌ای به طول $x = -3$ قطع کند، مقدار $f(3)$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(حسابان ۱ - صفحه ۷۲ تا ۹۰ - متوسط)

می‌دانیم که اگر دامنه تابع $y = \log_c^{ax+b}$ به صورت $(-\infty, k)$ یا به صورت $(k, +\infty)$ باشد، $x = k$ ریشه عبارت $(ax+b)$ است. پس می‌توان گفت که

$$x = \frac{1}{\delta}, \text{ ریشه عبارت } (ax+b) \text{ است، پس:}$$

$$a\left(\frac{1}{\delta}\right) + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{\delta} + b = 0 \quad (A)$$

قرینه تابع f نسبت به خط $y = x$ همان وارون تابع f است، پس:

$$y = \log_{\delta}^{(ax+b)} \Rightarrow \delta^y = ax+b \Rightarrow \delta^y - b = ax \Rightarrow x = \frac{\delta^y - b}{a}$$

$$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = \frac{\delta^x - b}{a}$$



حال باید نمودار تابع فوق را ۱ واحد در راستای محور y ها به سمت پایین و سپس ۳ واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل کنیم و آن را $g(x)$ بنامیم.

$$y = \frac{\Delta^x - b}{a} - 1 \quad \text{واحد به سمت پایین}$$

$$y = \frac{\Delta^{x+3} - b}{a} - 1 \Rightarrow g(x) = \frac{\Delta^{x+3} - b}{a} - 1$$

می‌دانیم که تابع g محور x را در نقطه‌ای به طول $x = -3$ قطع می‌کند، پس: $g(-3) = 0$

$$g(-3) = \frac{\Delta^{-3+3} - b}{a} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1-b}{a} = 1 \Rightarrow 1-b = a \quad (B)$$

حال طبق رابطه A و B داریم:

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + b = 0 \\ 1 - b = a \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -1 \Rightarrow f(x) = \log_{\Delta}^{ax+b} = \log_{\Delta}^{2x-1}$$

$$f(x) = \log_{\Delta}^{2x-1} \xrightarrow{x=3} f(3) = \log_{\Delta}^5 = 1$$

در نتیجه $f(3)$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

$$15- \text{اگر } x = \alpha, \text{ جواب معادله } \log_x^{(3x^2-4)} = \frac{\log_{\Delta}^{15}}{\log_{\Delta}^5} - \frac{\log_{\Delta}^{75}}{\log_{\Delta}^3} \text{ باشد، حاصل } \log_{\Delta}^{(\alpha+\frac{2}{3})} \text{ کدام است؟}$$

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(حسابان ۱ - صفحه ۸۶ تا ۹۰ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا طبق رابطه $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$ داریم:

$$\begin{aligned} \log_x^{(3x^2-4)} &= \frac{\log_{\Delta}^{15}}{\log_{\Delta}^5} - \frac{\log_{\Delta}^{75}}{\log_{\Delta}^3} \Rightarrow \log_x^{(3x^2-4)} = (\log_{\Delta}^{15})(\log_{\Delta}^5) - (\log_{\Delta}^{75})(\log_{\Delta}^3) \\ \Rightarrow \log_x^{(3x^2-4)} &= (\log_{\Delta}^{3 \times 5})^2 - (\log_{\Delta}^{5 \times 3 \times 5})(\log_{\Delta}^3) = (\log_{\Delta}^3 + \log_{\Delta}^5)^2 - (2\log_{\Delta}^5 + \log_{\Delta}^3)(\log_{\Delta}^3) \\ \Rightarrow \log_x^{(3x^2-4)} &= (1 + \log_{\Delta}^3)^2 - (2 + \log_{\Delta}^3)(\log_{\Delta}^3) \end{aligned}$$

حال $\log_{\Delta}^3$ را برابر t فرض کرده و داریم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \log_x^{(3x^2-4)} &= (1+t)^2 - (2+t)t = 1 + 2t + t^2 - 2t - t^2 = 1 \\ \Rightarrow \log_x^{(3x^2-4)} &= 1 \Rightarrow 3x^2 - 4 = x \Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ غ ق} \\ x = \frac{4}{3} \checkmark \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}^{(\alpha+\frac{2}{3})} \xrightarrow{\alpha=x=\frac{4}{3}} \log_{\Delta}^{(\frac{4}{3}+\frac{2}{3})} = \log_{\Delta}^2 = \log_{\frac{4}{3}}^2 = -1$$

گروه آموزشی ماز

$$16- \text{در تابع با ضابطه } f(x) = \frac{ax + \sqrt{2x^2 - 4}}{bx - 2b} \text{، اگر } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{1}{2} \text{ باشد، حاصل } \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x - [-bx]}{|a-x| - 1} \text{ کدام است؟}$$

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



زمانی که x به سمت ۲ میل می‌کند، حد مخرج کسر تابع به سمت صفر میل می‌کند اما با توجه به اینکه حد تابع f برابر عدد حقیقی $-\frac{1}{4}$ است پس حد

صورت کسر نیز باید به سمت صفر میل کند تا به ابهام $\frac{0}{0}$ برخورد کنیم و پس از رفع ابهام، به عدد حقیقی $-\frac{1}{4}$ برسیم. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2} ax + \sqrt{2x^2 - 4} = 0 \Rightarrow 2a + 2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

حال برای رفع ابهام، صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x + \sqrt{2x^2 - 4}}{b(x-2)} \times \frac{\sqrt{2x^2 - 4} + x}{\sqrt{2x^2 - 4} + x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{b(x-2)(\sqrt{2x^2 - 4} + x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{b(x-2)(\sqrt{2x^2 - 4} + x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)}{b(\sqrt{2x^2 - 4} + x)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{b(\sqrt{2x^2 - 4} + x)} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2+2}{b(2+2)} = -\frac{1}{4} \Rightarrow b = -2$$

می‌دانیم که حاصل حد فوق برابر $-\frac{1}{4}$ است، پس:

با داشتن $a = -1$ و $b = -2$ ، حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{x - [-bx]}{|a-x| - 1} \xrightarrow[a=-2]{a=-1} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x - [-2x]}{|-1-x| - 1}$$

حال تکلیف براکت و قدرمطلق را به ازای $(-1)^+$ مشخص کرده و سپس حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$x \rightarrow (-1)^+ : \begin{cases} [2x] = [2(-1)^+] = -2 \\ x > -1 \xrightarrow{\times(-1)} -x < 1 \xrightarrow{(-1)} -1-x < 0 \rightarrow |-1-x| = x+1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x - [2x]}{|-1-x| - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x - (-2)}{(x+1) - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2}{x} = \frac{-1+2}{-1} = -1$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{(x - [x])\sqrt{1 - \sin x}}{(x-1)([x] + [-x])\cos x}$ کدام است؟ ($[x]$ جزء صحیح x است).

$$-\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

هر تست ماز یک کلاس درس!

$$\lim_{x \rightarrow a} [x] + [-x] = -1$$

ابتدا مقادیر جزء صحیح را محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم $\frac{\pi}{4}$ تقریباً برابر با 0.785 است.

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{(x-1)\sqrt{1-\sin x}}{(x-1)(-1)\cos x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{1-\sin x}}{-\cos x}$$

برای رفع ابهام عبارت را در $\sqrt{1+\sin x}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{1-\sin x}}{-\cos x} \times \frac{\sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{-\cos x \sqrt{1+\sin x}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\sqrt{\cos^2 x}}{-\cos x \sqrt{1+\sin x}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{|\cos x|}{-\cos x \sqrt{1+\sin x}}$$

$$\xrightarrow{\cos x < 0} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{-\cos x}{-\cos x \sqrt{1+\sin x}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$





سوالات منتخب

(ریاضی خارج ۹۸)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ کدام است؟ 2π (۴) π (۳)

✓ ۲ (۲)

۱ (۱)

www.biomaze.ir

۱۸- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\sin x} & |x| > \pi \\ \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x} & |x| < \pi \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & x > 1 \\ [-x] & x < 1 \end{cases}$ باشند، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) + \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} f(x)$ برابر کدام است؟

 $\frac{3}{4}$ (۴)

-۳ (۳)

 $\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{7}{4}$ (۱)

(حسابان ۱ - صفحات ۱۴۱ تا ۱۴۵ و تمرینات صفحه ۱۱۲ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

★ اگر k عددی مثبت باشد و u یک عبارت، در این صورت:

$$|u| < k \Rightarrow -k < u < k \quad \text{و} \quad |u| > k \Rightarrow u < -k \quad \text{یا} \quad u > k$$

★ اگر ضابطه تابعی به صورت $f(x) = \begin{cases} g(x) & x > a \\ h(x) & x < a \end{cases}$ باشد، حد راست تابع در $x = a$ برابر $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x)$ است و حد چپ در $x = a$ برابر $\lim_{x \rightarrow a^-} h(x)$ است.

★ در رفع ابهام از توابع کسری که صورت یا مخرج آن‌ها دارای رادیکال فرجه دو است، برای حذف عامل صفر ابتدا کسر را در مزدوج عبارت رادیکالی ضرب کنید به این صورت:

$$(\sqrt{u} - \sqrt{w}) \times \left(\frac{\sqrt{u} + \sqrt{w}}{\sqrt{u} + \sqrt{w}} \right) = \frac{u - w}{\sqrt{u} + \sqrt{w}}$$

سپس عامل صفرشونده را از صورت و مخرج حذف کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{\sin x} & x < -\pi \quad \text{یا} \quad x > \pi \\ \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x} & -\pi < x < \pi \end{cases} \quad \text{و} \quad (|x| < \pi \Rightarrow -\pi < x < \pi) \quad \text{و} \quad (|x| > \pi \Rightarrow x < -\pi \quad \text{یا} \quad x > \pi)$$

با توجه به این که:

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{\sin 2x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{2 \sin x \cos x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} 2 \cos x = 2 \cos(-\pi) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} \times \frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) + \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} f(x) = \frac{1}{4} + (-2) = -\frac{7}{4}$$

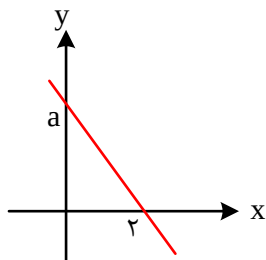
بنابراین:

گروه آموزشی ماز





۱۹- نمودار f به صورت مقابل است. به ازای کدام مقدار a تابع $g(x) = \begin{cases} f \circ f^{-1}(x-1) & x \geq -1 \\ \frac{1}{2} f^{-1}(x^2 + a) & x < -1 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

(حسابان ۱ - صفحه ۵۷ تا ۶۷ و ۱۴۵ تا ۱۵۱ - دشوار)

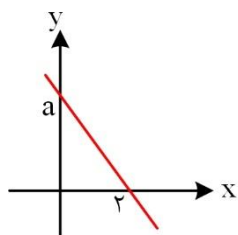
هر تست ماز یک کلاس درس!

در بعضی سوالات، ضابطه یک تابع داده می‌شود به طوری که در آن یک یا چند پارامتر وجود دارد و از ما می‌خواهند که مقدار پارامترها را به گونه‌ای تعیین کنیم که تابع در یک نقطه مشخص یا یک بازه، پیوسته باشد. در این سوالات باید با توجه به تعریف پیوستگی تابع، مقدار پارامترها را بیابیم.

مثال برای این که تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \leq 3 \\ 3x + a & ; x > 3 \end{cases}$ در تمام اعداد حقیقی پیوسته باشد، باید در $x = 3$ پیوسته باشد. پس:

$$\begin{cases} f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x + a) = 9 + a \end{cases} \Rightarrow 9 + a = 1 \Rightarrow a = -8$$

ابتدا با توجه به نمودار، ضابطه توابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow f(x) = -\frac{a}{2}x + a \Rightarrow f^{-1}(x) = 2\left(1 - \frac{x}{a}\right)$$

همچنین می‌دانیم $f \circ f^{-1}(x-1) = x-1$ است، پس تابع $g(x)$ را به صورت مقابل بازنویسی می‌کنیم:

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq -1 \\ \frac{1}{2} \left(2 \left(1 - \frac{x^2 + a}{a} \right) \right) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} x-1 & x \geq -1 \\ 1 - \frac{x^2 + a}{a} & x < -1 \end{cases}$$

از آنجایی که توابع چندجمله‌ای در $\mathbb{R}$ پیوسته هستند، پس برای آنکه $g(x)$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، فقط کافی است در نقطه مرزی $x = -1$ پیوسته باشد، پس:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = g(-1) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = 1 - \frac{1+a}{a} \end{cases} \Rightarrow 1 - \frac{1+a}{a} = -2 \Rightarrow \frac{a+1}{a} = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$





سوالات منتخب:

۱- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ ✓ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $\frac{5}{2}$

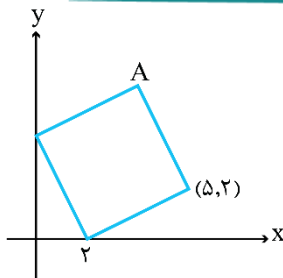
۲- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & ; x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ پیوسته است؟

- (۱) $1/5$ (۲) 1 (۳) -1 (۴) $-1/5$ ✓

گروه آموزشی ماز

۲۰- در مربع مقابل، مجموع طول و عرض نقطه A کدام است؟

- (۱) 5
(۲) 8
(۳) 4
(۴) 7



(حسابان ۱ - صفحه ۲۹ تا ۳۶ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۲ ✓

مختصات نقطه A را به شکل $A(x, y)$ در نظر می‌گیریم. شیب AB معکوس و قرینه شیب BC است.

$$m_{BC} = \frac{2-0}{5-2} = \frac{2}{3}$$

$$m_{AB} = \frac{y-2}{x-5}$$

$$\rightarrow \frac{y-2}{x-5} = -\frac{3}{2} \rightarrow y-2 = -\frac{3}{2}(x-5) \quad (I)$$

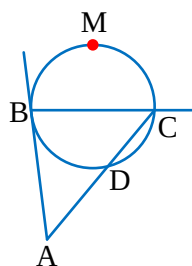
ضمناً می‌دانیم $|AB| = |BC|$ ، پس:

$$AB = \sqrt{(x-5)^2 + (y-2)^2}$$

$$BC = \sqrt{(5-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$$

$$\rightarrow (x-5)^2 + (y-2)^2 = 13 \xrightarrow{(I)} (x-5)^2 + \left(-\frac{3}{2}(x-5)\right)^2 = 13 \rightarrow \frac{13}{4}(x-5)^2 = 13$$

$$\rightarrow (x-5)^2 = 4 \rightarrow x-5 = \pm 2 \rightarrow x = 7, 3 \xrightarrow{x < 5} x = 3 \xrightarrow{(I)} y = 5 \rightarrow A(3, 5) \Rightarrow x_A + y_A = 8$$

۲۱- در شکل زیر، $AB = BC$ و $\widehat{CD} = 30^\circ$. اندازه کمان $\widehat{BMC}$ چند برابر زاویه $\hat{A}$ است؟

- (۱) 2
(۲) 1
(۳) 4
(۴) 3



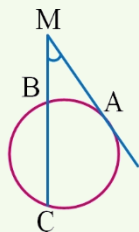
پاسخ: گزینه ۳

(هندسه ۲ - صفحات ۱۴ تا ۱۶ - متوسط)

نکته ۱) مجموع اندازه کمان‌های روی دایره برابر 360° است.

نکته ۲) در یک دایره اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف کمان روبه‌روی آن.

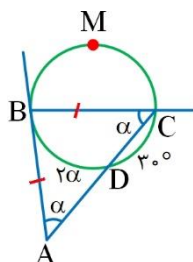
نکته ۳) در یک دایره اندازه زاویه بین مماس و قاطعی که از یک نقطه خارج دایره بر دایره رسم می‌شود، برابر است با نصف قدرمطلق تفاضل دو کمان مقابل به زاویه.



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AB}}{2}$$

اولاً در مثلث متساوی‌الساقین BAC، داریم:

$$BA = BC \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = \alpha$$

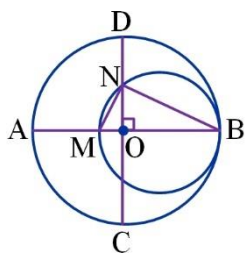
ثانیاً زاویه $\hat{C}$ زاویه محاطی روبه‌رو به کمان $\widehat{BD}$ است و داریم:

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 2\alpha$$

ثالثاً زاویه $\hat{A}$ زاویه بین مماس AB و قاطع AC است و داریم:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BMC} - \widehat{BD}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\widehat{BMC} - 2\alpha}{2} \Rightarrow 2\alpha = \widehat{BMC} - 2\alpha \Rightarrow \widehat{BMC} = 4\alpha$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس‌اند و AB و CD قطرهای دایره بزرگ‌تر، بر هم عمودند. اگر $AM = 16$ و $DN = 10$ باشد، $MN \times NB$ کدام است؟

۱۷۰ (۱)

۲۵۵ (۲)

۳۴۰ (۳)

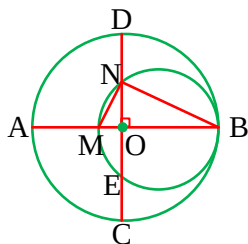
۵۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

(هندسه ۲ - صفحه ۱۸ تا ۲۳ - متوسط)

نکته: خط‌المرکزین دو دایره مماس از نقطه تماس می‌گذرد و برعکس.

اگر شعاع دایره بزرگ‌تر را r فرض کنیم در دایره کوچک‌تر داریم:



$$MO \times OB = ON \times OE \xrightarrow{\substack{ON=OE=r-10 \\ OB=r, OM=r-16}} \rightarrow$$

$$(r-16) \times r = (r-10)^2 \rightarrow r^2 - 16r = r^2 - 20r + 100 \rightarrow r = 25$$

$$\rightarrow MB = AB - AM = 2 \times 25 - 16 = 34$$

$$ON = 25 - 10 = 15$$

در مثلث $\hat{MNB}$ ، MB قطر دایره کوچک و N روی دایره است، پس $\hat{MNB} = 90^\circ$ است.

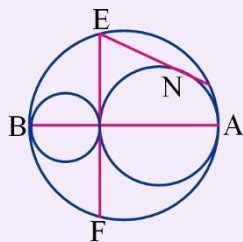
$$S_{\triangle MNB} = MN \times NB = ON \times MB = 15 \times 34 = 510$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



سوالات منتخب:

۱- در شکل مقابل دو دایره C' و C'' مماس خارج و هر دو مماس داخل با C هستند. اگر قطر دایره C از مرکز C'' و C' بگذرد و EF مماس مشترک C' و C'' باشد و EN مماس بر C' باشد و شعاع دایره C'' برابر ۸ و $EN = ۳۲$ باشد، شعاع دایره C کدام است؟



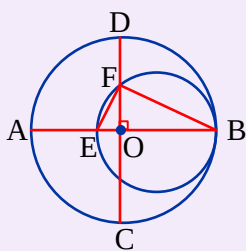
(۱) ۶۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

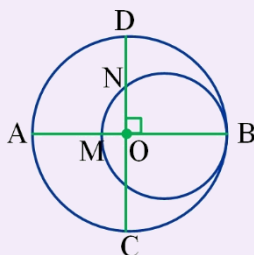
(۴) ۴۰ ✓

۲- در شکل مقابل، دو دایره بر هم مماس اند و قطرهای AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند، اگر $AE = ۷$ و $DF = ۴$ باشند $\frac{BF}{EF}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۳}{۲}$ (۲) $\frac{۴}{۳}$ ✓(۳) $\frac{۵}{۴}$ (۴) $\frac{۶}{۵}$

۳- در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس اند و قطرهای AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند. اگر $AM = ۱۶$ و $DN = ۱۰$ باشند، شعاع دایره کوچکتر کدام است؟

(فارج ۱۴۰۰ و کتاب درسی تمرین ۳ صفحه ۲۳)



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۱۷ ✓

(۴) ۲۵

گروه آموزشی ماز

۲۳- دوزنقه متساوی الساقینی بر دایره‌ای به شعاع ۵ واحد محیط است. اگر نسبت قاعده‌ها ۵ باشد، مساحت دوزنقه چند برابر $\sqrt{۵}$ است؟

(۴) ۳۰

(۳) ۵۰

(۲) ۴۰

(۱) ۶۰

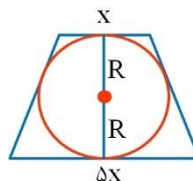
(هندسه ۲ - صفحه ۲۸ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱ ✓

نکته: در دوزنقه متساوی الساقین محیطی، قطر دایره محاطی، واسطه هندسی قاعده‌هاست.

$$(2R)^2 = x \times 5x \Rightarrow 4R^2 = 5x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{4 \times 5^2}{5} = 20 \Rightarrow x = \sqrt{20}$$

$$S = (x + 5x) \times \frac{2R}{2} = 6xR = 6\sqrt{20} \times 5 = 60\sqrt{5}$$



گروه آموزشی ماز

۲۴- نقطه M به فاصله ۴ از مرکز دایره $C(O, 2)$ قرار دارد. اگر دایره C' مجانس دایره C به مرکز M و نسبت ۳ باشد، اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره C و C' کدام است؟

(۴) $4\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۱) $3\sqrt{2}$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



پاسخ: گزینه ۴

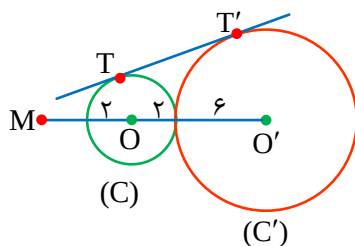
(هندسه ۲ - صفحات ۲۲ و ۴۵ - متوسط)

نکته ۱) تجانس به مرکز O و نسبت k تبدیلی است که در آن اگر A' مجانس A باشد:

$$OA' = |k| \cdot OA \quad (\text{الف})$$

ب) A' و O در یک راستا قرار دارند.**پ)** اگر $k > 0$ آن گاه A و A' در یک طرف O و اگر $k < 0$ آن گاه A و A' در طرفین O قرار دارند.**ت)** اگر $|k| > 1$ آن گاه همه ابعاد شکل بزرگ می شود و اگر $|k| < 1$ آن گاه همه ابعاد شکل کوچک می شود.**نکته ۲)** اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع های R و R' برابر $2\sqrt{RR'}$ است.همان طور که مشاهده می کنید دایره های C و C' با توجه به تعریف تجانس، مماس خارج هستند و داریم:

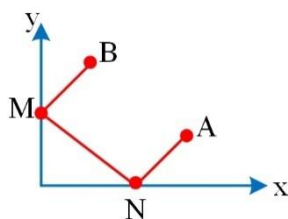
$$R' = 3R = 3 \times 2 = 6$$



$$TT' = 2\sqrt{2 \times 6} = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره، برابر است با:

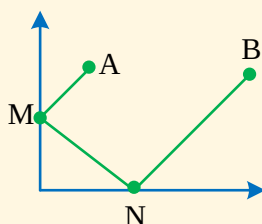
گروه آموزشی ماز

۲۵- نقاط $A \left(\frac{3}{2}, \frac{6}{6} \right)$ و $B \left(\frac{3}{2}, \frac{6}{6} \right)$ در صفحه محورهای مختصات مفروض است. دو نقطه M و N همواره روی دو محور حرکت می کنند. زمانی که اندازه خط شکسته $ANMB$ کمترین مقدار ممکن است، طول MN کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۹ (۴)

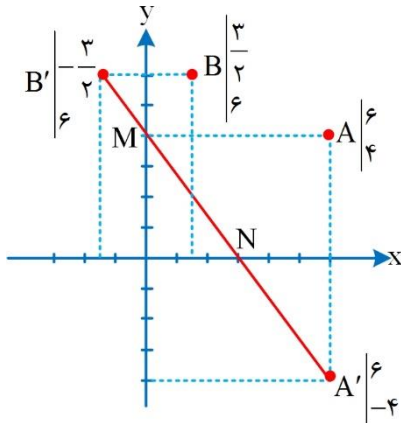
پاسخ: گزینه ۲

(هندسه ۲ - صفحه ۵۴ - متوسط)

هر تست ماز یک کلاس درس!در شکل مقابل، M و N روی محورها حرکت می کنند. برای پیدا کردن کمترین طول خط شکسته $AMNB$ باید قرینه B را نسبت به یکی از محورها و قرینه A را نسبت به محور دیگر بیابیم و به ترتیب A' و B' بنامیم. کمترین طول خط شکسته $AMNB$ است.



قرینه A را نسبت به محور x ها و قرینه B را نسبت به محور y ها به ترتیب A' و B' می‌نامیم.



معادله خط گذرنده از $A' \begin{vmatrix} 6 \\ -4 \end{vmatrix}$ و $B' \begin{vmatrix} -3 \\ 2 \end{vmatrix}$ را پیدا می‌کنیم:

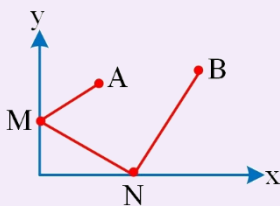
$$m = \frac{10}{-15} = -\frac{2}{3} \rightarrow y + 4 = -\frac{2}{3}(x - 6)$$

باید محل برخورد این خط را با محورهای مختصات بیابیم:

$$\begin{aligned} x = 0 &\rightarrow y = 4 \rightarrow M = (0, 4) \\ y = 0 &\rightarrow x = 3 \rightarrow N = (3, 0) \Rightarrow |MN| = 5 \end{aligned}$$

سوالات منتخب:

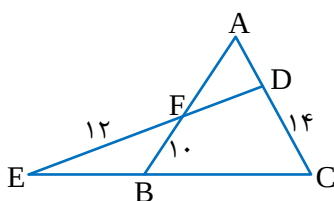
نقاط $A \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 9 \\ 11 \end{vmatrix}$ در صفحه محورهای مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند. کمترین اندازه خط شکسته AMNB کدام است؟ (سراسری ۹۸)



- (۱) ۱۸
(۲) ۱۹
(۳) ۲۰ ✓
(۴) ۲۱

گروه آموزشی ماز

۲۶- در شکل زیر داریم $AB = AC$. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه FD کدام است؟



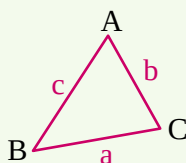
- (۱) ۴/۶
(۲) ۴/۷
(۳) ۴/۸
(۴) ۴/۹

(هندسه ۲ - صفحه ۶۴ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳ ✓

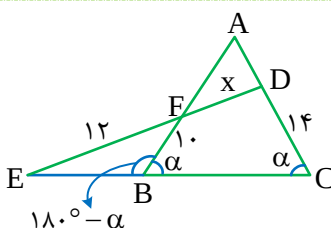
نکته) طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث، مطابق شکل، داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



اگر فرض کنیم $FD = x$ از آنجایی که مثلث ABC متساوی‌الساقین است پس در نظر می‌گیریم:

$$\hat{B} = \hat{C} = \alpha \Rightarrow \angle FBE = 180^\circ - \alpha$$



در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



اینک قضیه سینوسها را یک بار در مثلث BEF و یک بار در مثلث EDC می نویسیم و با هم مقایسه می کنیم:

$$\triangle BEF: \frac{EF}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{BF}{\sin \hat{E}} \xrightarrow{\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha} \frac{12}{\sin \alpha} = \frac{10}{\sin \hat{E}} \quad (1)$$

$$\triangle EDC: \frac{ED}{\sin \alpha} = \frac{DC}{\sin \hat{E}} \Rightarrow \frac{12+x}{\sin \alpha} = \frac{14}{\sin \hat{E}} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \hat{E}} = \frac{12+x}{14} = \frac{12}{10} \Rightarrow 12+x = 16/8 \Rightarrow x = 4/8 = FD$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه 120° از هم دور می‌شوند. بعد از چه مدتی فاصله دو قایق از یکدیگر ۳۵ کیلومتر است؟

(۴) ۴۵ دقیقه

(۳) ۳۰ دقیقه

(۲) ۱۵ دقیقه

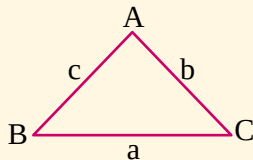
(۱) ۱۰ دقیقه

(پاسخ: گزینه ۲ (هندسه ۲ - صفحه ۶۷ - متوسط))

پاسخ: گزینه ۲

هر تست ماز یک کلاس درس!

در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آنها



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

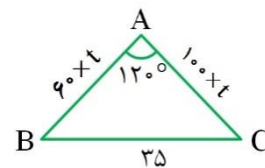
می‌دانیم متحرکی با سرعت ثابت v ، در مدت زمان t به اندازه $v \times t$ جابه‌جا می‌شود.

بنابراین: $AB = 60 \times t$ ، $AC = 100 \times t$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

$$35^2 = (60t)^2 + (100t)^2 - 2 \times 60t \times 100t \times \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow 35^2 = 3600t^2 + 10000t^2 + 6000t^2$$

$$\rightarrow 35^2 = 19600t^2 \rightarrow 35 = 140t \rightarrow t = \frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min}$$



سوالات منتخب:

۱- دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه 120° از هم دور می‌شوند. بعد از چه مدتی فاصله دو قایق از یکدیگر ۷۰ کیلومتر است؟
(۱) ۱۰ دقیقه (۲) ۱۵ دقیقه (۳) ۳۰ دقیقه ✓ (۴) ۴۵ دقیقه

۲- دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه 120° از هم دور می‌شوند. بعد از ۴۵ دقیقه فاصله دو قایق چند کیلومتر است؟
(۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۰۵ ✓ (۴) ۱۵۰

۳- دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه 120° از هم دور می‌شوند. بعد از یک ساعت فاصله دو قایق ۱۴۰ کیلومتر است. m کدام است؟
(۱) ۱۰۰ ✓ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۶۰

۴- دو قایق از یک نقطه در دریاچه‌ای با سرعت $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و با زاویه 60° از هم دور می‌شوند. بعد از نیم ساعت فاصله دو قایق چند کیلومتر است؟
(۱) ۴۰ (۲) $10\sqrt{19}$ ✓ (۳) $5\sqrt{19}$ (۴) ۸۰



۲۸- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AB=3$ و $AC=5$. اگر طول نیمساز زاویه A برابر با $\frac{15}{8}$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

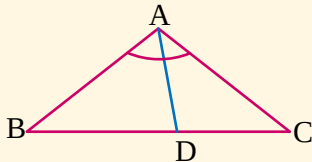
(۱) ۴

(هندسه ۲ - صفحه ۷۰ و ۷۱ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۴

هر تست ماز یک کلاس درس!

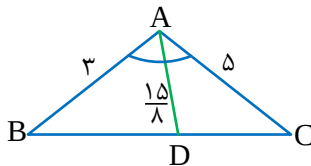
قضیه ۱) در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند، یعنی: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$



قضیه ۲) در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل‌ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل‌ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل

ایجاد می‌کند، یعنی: $AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$

از قضیه ۱ داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow BD = \frac{3}{5} DC \quad (*)$$

از قضیه ۲ داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow \left(\frac{15}{8}\right)^2 = 3 \times 5 - BD \times DC$$

$$\rightarrow BD \times DC = \frac{15 \times 64 - 15^2}{8^2} \Rightarrow BD \times DC = \frac{15 \times 49}{8^2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{3}{5} DC^2 = \frac{15 \times 49}{8^2} \rightarrow DC^2 = \frac{25 \times 49}{8^2} \rightarrow DC = \frac{35}{8} \xrightarrow{(*)} BD = \frac{3}{5} \times \frac{35}{8} = \frac{21}{8}$$

$$BC = BD + DC = \frac{21}{8} + \frac{35}{8} = \frac{56}{8} = 7$$

سوالات منتخب

۱- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AB=3$ ، $AC=5$ و $BC=7$. طول نیمساز زاویه A کدام است؟

✓ $\frac{15}{8}$ (۴) $\frac{13}{4}$ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

۲- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AB=21$ و $AC=28$ و $BC=35$ است. طول نیمساز زاویه A کدام است؟

 $8\sqrt{3}$ (۴) $6\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۲)✓ $12\sqrt{2}$ (۱)

www.biomaze.ir

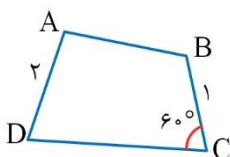
۲۹- چهارضلعی مقابل هم محاطی است، هم محیطی است. مساحت مثلث CBD ، چند برابر مساحت مثلث ABD است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

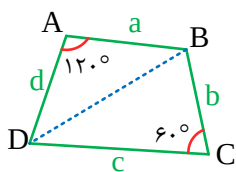


در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



پاسخ: گزینه ۲

(هندسه ۲ - صفحه ۲۷ تا ۳۱ و ۶۷ - متوسط)



می‌دانیم در چهارضلعی محاطی زوایای روبه‌رو مکمل‌اند. پس $\hat{A} = 120^\circ$
فرض کنیم $AB = a$ ، $BC = b$ ، $CD = c$ و $AD = d$ است.

از B به D خطی وصل می‌کنیم. با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث‌های ABD و BCD داریم:

$$BD^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos 120^\circ = a^2 + d^2 + ad \Rightarrow a^2 + d^2 + ad = b^2 + c^2 - bc \quad (1)$$

$$BD^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60^\circ = b^2 + c^2 - bc$$

از طرفی چهارضلعی ABCD محیطی است. بنابراین داریم: $b + d = a + c$

$$d - a = c - b \rightarrow (d - a)^2 = (c - b)^2$$

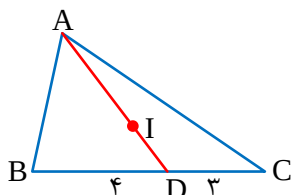
$$d^2 + a^2 - 2ad = c^2 + b^2 - 2bc \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} 2ad = 2bc$$

$$\frac{S_{CBD}}{S_{ABD}} = \frac{\frac{1}{2}bc \sin 60^\circ}{\frac{1}{2}ad \sin 120^\circ} = \frac{bc}{ad} = 3$$

www.biomaze.ir

۳۰- اگر I محل هم‌مرسی نیم‌سازهای مثلث $\triangle ABC$ ، $AI = ID$ و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC به طول $\frac{29}{5}$ باشد، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A کدام است؟

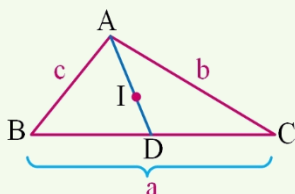


- A کدام است؟
- (۱) $4/3$
 - (۲) $5/8$
 - (۳) $4/9$
 - (۴) $3/6$

(هندسه ۲ - صفحه ۷۰ و ۷۱ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکته: در شکل زیر، اگر I محل هم‌مرسی نیم‌سازهای زوایای داخلی مثلث ABC باشد، داریم:



$$\frac{AI}{ID} = \frac{b+c}{a}$$

$$\text{طبق فرض: } AI = ID \Rightarrow \frac{AI}{ID} = 1 \Rightarrow \frac{AI}{ID} = \frac{b+c}{a} = 1 \Rightarrow b+c = a = 14$$

$$2P = a + b + c \Rightarrow 2P = 14 + 14 = 28 \Rightarrow P = 14$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{29}{5} \times 14 = 203/5$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{203/5}{14-14} = \frac{203/5}{0} = \infty$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- اگر هر دو گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ و $q \Rightarrow (p \vee r)$ نادرست باشند، آن‌گاه ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) $(q \vee r) \Rightarrow p$ (۲) $\sim p \Rightarrow (q \wedge r)$ (۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ (۴) $q \Rightarrow (\sim p \Rightarrow r)$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



پاسخ: گزینه ۳

(آمار و احتمال - صفحات ۶ تا ۱۱ - متوسط)

نکته ۱) گزاره مرکب $p \vee q$ زمانی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند و در مابقی حالات، درست است.**نکته ۲)** گزاره مرکب $p \wedge q$ زمانی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند و در مابقی حالات، نادرست است.**نکته ۳)** گزاره مرکب $p \Rightarrow q$ فقط زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد و در مابقی حالات، درست است.

با یک بررسی ساده متوجه می‌شوید که فقط با استفاده از نادرستی گزاره $q \Rightarrow (p \vee r)$ به ارزش p ، q و r پی خواهیم برد که این ارزش‌ها در گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ نیز صدق می‌کنند.

$$q \Rightarrow (p \vee r) \equiv F \Rightarrow \begin{cases} q \equiv T \\ p \vee r \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv F \\ r \equiv F \end{cases} \end{cases}$$

اینک به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱): $(q \vee r) \Rightarrow p \equiv (T \vee F) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \times$ **گزینه ۲):** $\sim p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv T \Rightarrow (T \wedge F) \equiv T \Rightarrow F \equiv F \times$ **گزینه ۳):** $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (F \wedge T) \Rightarrow F \equiv F \Rightarrow F \equiv T \checkmark$ **گزینه ۴):** $q \Rightarrow (\sim p \Rightarrow r) \equiv T \Rightarrow (T \Rightarrow F) \equiv T \Rightarrow F \equiv F \times$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

گروه آموزشی ماز

۳۲- مجموعه $[(A \cup B) - (A - B)]' \cap [(A \cup B) - A']$ با کدام گزینه، برابر است؟ $A \cap B$ (۴) $\emptyset$ (۳) $B - A$ (۲) $A - B$ (۱)

(آمار و احتمال - صفحات ۲۷ تا ۳۴ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

نکته) برای هر سه مجموعه دلخواه A و B و C داریم:۱) $A - B = A \cap B'$ تفاضل۲) $\begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$ دمورگان۳) $(A')' = A$ متمم۴) $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \end{cases}$ شرکت‌پذیری۵) $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$ توزیع‌پذیری۶) $\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$ جذب۷) $A \cap A' = \emptyset$ ۸) $A \cup \emptyset = A$

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} [(A \cup B) - (A - B)]' \cap [(A \cup B) - A'] &= [(A \cup B) \cap (A \cap B')]' \cap [(A \cup B) \cap A]' \\ &= [(A \cup B)' \cup (A \cap B)'] \cap A' \\ &= [(A' \cap B) \cup (A \cap B')] \cap A' \\ &= [B' \cap (A' \cup A)] \cap A' = B' \cap A' = A - B \end{aligned}$$

جذب A

گروه آموزشی ماز





۳۳- اگر ارزش گزاره‌های p ، q و r به تصادف انتخاب شوند، احتمال درست بودن ارزش گزاره $p \Leftrightarrow [(q \wedge r) \Rightarrow (p \vee r)]$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۲ و ۱۳ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

هر تست ماز یک کلاس درس!

- (۱) ارزش گزاره $p \vee q$ تنها در صورتی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند.
 (۲) ارزش گزاره $p \wedge q$ تنها در صورتی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند.
 (۳) گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ تنها در صورتی نادرست است که مقدم (p) درست و تالی (q) نادرست باشد.
 (۴) گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ در صورتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست).

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$
د	د	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

نقیض گزاره p را با نماد $\sim p$ نشان می‌دهند که ارزشی مخالف ارزش p دارد.

$$A \equiv \underbrace{\sim p}_B \Leftrightarrow \underbrace{[(q \wedge r) \Rightarrow (p \vee r)]}_C$$

برای آنکه ارزش گزاره A درست باشد باید B و C هم‌ارزش باشند، تمامی حالات را بررسی می‌کنیم.

p	q	r	$\sim p$	$q \wedge r$	$p \vee r$	C	A
د	د	د	ن	د	د	د	ن
د	د	ن	ن	ن	د	د	ن
د	ن	د	ن	ن	د	د	ن
د	ن	ن	ن	ن	د	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	ن	د	د

$$P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

از بین ۸ حالت ممکن ۴ حالت مطلوب ماست، بنابراین احتمال درست بودن گزاره A برابر است با:

سوالات منتخب:

۱- اگر $p \Rightarrow q$ نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست‌اند؟

$$(ب) \quad (\sim r \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$$

$$(الف) \quad (p \vee q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \sim q)$$

$$(ت) \quad (p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow \sim (p \wedge q)$$

$$(پ) \quad (r \Leftrightarrow \sim p) \Rightarrow (p \vee q)$$

$$۳ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳) \quad \checkmark$$

$$۱ \quad (۲)$$

$$صفر \quad (۱)$$

۲- با توجه به جدول داده شده، کدام گزاره برای ستون آخر مناسب است؟

$$\sim p \Rightarrow r \quad (۲)$$

$$r \Rightarrow p \quad (۱)$$

$$r \Leftrightarrow \sim p \quad (۴)$$

$$r \Leftrightarrow p \quad (۳) \quad \checkmark$$

$p \Leftrightarrow q$	$r \vee q$	...
ن	ن	ن





۳۴- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد مضرب ۳، سه برابر احتمال وقوع سایر برآمدهاست. این تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مضرب ۳ بیاید، سه سکه می‌ریزیم و در غیر این صورت، شش سکه می‌ریزیم. با کدام احتمال دقیقاً یک «رو» ظاهر می‌شود؟

$$\frac{39}{320} \quad (۴)$$

$$\frac{21}{80} \quad (۳)$$

$$\frac{9}{80} \quad (۲)$$

$$\frac{33}{320} \quad (۱)$$

(آمار و احتمال - صفحات ۴۹ و ۵۸ تا ۶۰ - دشوار)

پاسخ: گزینه ۳

نکته (۱) اگر $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$ فضای نمونه‌ای غیرهم‌شانس باشد، داریم:

$$P(S_1) + P(S_2) + P(S_3) + \dots + P(S_n) = 1$$

نکته (۲) اگر پیشامدهای A_1 تا A_n فضای نمونه‌ای S را افراز کند و پیشامد A به آن‌ها وابسته باشد، احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \times P(A|A_i)$$

نکته (۳) در n بار پرتاب یک تاس، احتمال اینکه k بار پشت (یا رو) بیاید، برابر است با:

$$\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

ابتدا به کمک قوانین احتمال غیرهم‌شانس داریم:

$$P(\text{مضرب } ۳) = 3P(\text{غیرمضرب } ۳)$$

$$P(\text{مضرب } ۳) = x \Rightarrow P(\text{غیرمضرب } ۳) = 3x$$

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = 1$$

$$x + x + 3x + x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(۳) = P(۶) = \frac{3}{10} \\ P(۱) = P(۲) = P(۴) = P(۵) = \frac{1}{10} \end{cases}$$

و اینک به کمک قانون احتمال کل، داریم:

$$\begin{aligned} &\text{مضرب } ۳ \rightarrow 2 \times \frac{3}{10} \rightarrow \frac{\binom{3}{1}}{2^3} = \frac{3}{8} \\ &\text{غیرمضرب } ۳ \rightarrow 4 \times \frac{1}{10} \rightarrow \frac{\binom{6}{1}}{2^6} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32} \end{aligned}$$

و در نهایت، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{32} = \frac{18}{80} + \frac{12}{320} = \frac{84}{320} = \frac{21}{80}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- جعبه‌های A ، B و C هر کدام به ترتیب ۳، ۵ و ۴ مهره دارند. از مهره‌های درون هر یک از آن سه جعبه به ترتیب ۱، ۲ و ۳ مهره قرمزند. از درون A به تعداد دو مهره و از درون B به تعداد یک مهره برداشته و در درون ظرف C می‌ریزیم و سپس مهره‌ای از درون C خارج می‌کنیم. احتمال قرمز شدن مهره اخیر کدام است؟

$$\frac{61}{105} \quad (۴)$$

$$\frac{71}{105} \quad (۳)$$

$$\frac{67}{105} \quad (۲)$$

$$\frac{73}{105} \quad (۱)$$



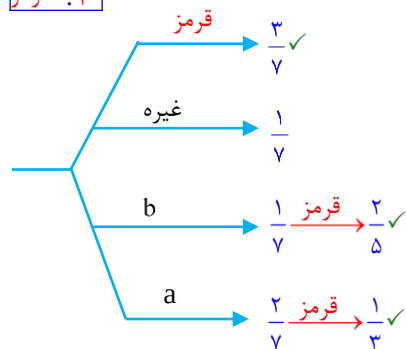
پاسخ: گزینه ۴

(آمار و احتمال - صفحه ۵۹ - متوسط)

قیافه طرف جدید C به شکل مقابل است:

از نمودار درختی استفاده می‌کنیم:

a : ۲
b : ۱
غیره : ۱
قرمز : ۳



$$\Rightarrow P(\text{قرمز}) = \frac{3}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{45 + 6 + 10}{105} = \frac{61}{105}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- یک تاس را ۳ مرتبه پرتاب می‌کنیم. اگر عدد تاس اول از اعداد تاس دوم و سوم بزرگ‌تر باشد، احتمال آن که عدد تاس دوم با عدد تاس سوم برابر باشد، چقدر است؟

$$\frac{5}{72} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{24} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{11} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{11} \quad (۱)$$

(آمار و احتمال - صفحه ۵۴ و ۵۵ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

$$n(B) = n(S_{\text{جدید}}) = \underbrace{5 \times 5}_{\text{تاس اول} = ۵} + \underbrace{4 \times 4}_{\text{تاس اول} = ۴} + \dots + \underbrace{1 \times 1}_{\text{تاس اول} = ۲} = \frac{5 \times 6 \times 11}{6} = 55$$

$$n(A \cap B) = n(A_{\text{جدید}}) = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{5 \times 6}{2} = 15$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر A و B دو پیشامد و $P(B-A) = P(B) \times P(A')$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{2}{7}$ باشد، آنگاه حاصل $P(A-B)$ کدام است؟

$$\frac{4}{35} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{6}{35} \quad (۱)$$





هر تست ماز یک کلاس درس!

دو پیشامد را **مستقل** می‌گویند هرگاه آگاهی از رخ دادن یکی از آن‌ها، احتمال رخ دادن دیگری را تغییر ندهد. یعنی اگر از رخ دادن یکی از پیشامدها خبردار شویم احتمال رخ دادن پیشامد دیگر، برای ما تغییر نکند. به عبارت دیگر:

$$P(B|A) = P(B) \Leftrightarrow \text{A و B مستقل اند}$$

بیان ساده این حرف آن است که دو پیشامد وقتی مستقل اند که روی هم تاثیری نداشته باشند.

اگر A و B دو پیشامد ناتهی باشند آن‌گاه A و B در صورتی مستقل اند که احتمال اشتراک آن‌ها برابر با حاصل ضرب احتمال آن‌ها باشد:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Leftrightarrow \text{A و B مستقل اند}$$

اگر دو پیشامد مستقل نباشند، آن‌ها را **وابسته** می‌نامند. اگر دو پیشامد وابسته باشند رابطه فوق بین آن‌ها برقرار نیست.

اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، متمم هر کدام نسبت به دیگری و همچنین متمم‌های آن‌ها نیز مستقل اند.

$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$	$P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$	$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$
A و B' مستقل اند.	A' و B مستقل اند.	A و B' مستقل اند.

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A')$$

پس دو پیشامد A و A' مستقل هستند در نتیجه پیشامدهای B و A' نیز مستقل هستند.

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A)P(B') = \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{3}{7}$$

سوالات منتخب

۱- در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = 0/2$ و $P(A) = 0/6$ باشد، $P(A \cup B')$ کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{30}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۴) $\frac{13}{15}$ ✓

۲- اگر پیشامدهای A و B مستقل باشند و $P(A) = 0/24$ و شانس رخ دادن هم‌زمان آن‌ها برابر با $0/072$ باشد، آن‌گاه احتمال آن که B رخ ندهد کدام است؟

- (۱) $0/7$ ✓ (۲) $0/3$ (۳) $0/5$ (۴) 1

www.biomaze.ir

۳۸- واریانس این یازده داده آماری کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۷۰ (۳) ۴۹ (۴) ۴۹۰

پاسخ: گزینه ۴ (آمار و احتمال - صفحه ۹۴ - ساده)

نکته ۱) اگر به همه داده‌ها مقداری ثابت اضافه کنیم واریانس آن‌ها تغییری نمی‌کند.

نکته ۲) اگر داده‌ها k برابر شوند واریانس آن‌ها k^2 برابر می‌شود.

اگر خوب دقت کنید این داده‌ها یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۷ تشکیل می‌دهند. اگر از همه آن‌ها ۱۴۴ تا کم کنیم واریانس آن‌ها تغییر نمی‌کند (نکته ۱) ولی محاسبات ما ساده‌تر می‌شود.

۳۵، -۲۸، -۲۱، -۱۴، -۷، ۰، ۷، ۱۴، ۲۱، ۲۸، ۳۵

این داده‌ها ۷ برابر داده‌های ۵، -۴، ...، -۵ هستند پس واریانس آن‌ها ۴۹ برابر واریانس این داده‌ها است. (نکته ۲)

میانگین داده‌های ۵، -۴، ...، -۵ برابر صفر است و واریانس آن‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = 2 \times \frac{1+4+9+16+25}{11} = 10$$

پس واریانس داده‌های صورت سوال ۴۹۰ است.

گروه آموزشی ماز



۳۹- مجموع ۹ داده آماری ۷۲ و مجموع مربعات اختلاف از میانگین‌های آن‌ها ۴۰ است. اگر داده ۸ به مجموعه این داده‌ها اضافه شود و همه ۱۰ داده سه برابر شوند، CV داده‌های جدید کدام است؟

$$\frac{1}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

(آمار و احتمال - صفحه ۹۶ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۲

نکته: ضریب تغییرات یا CV یکی از معیارهای پراکندگی است که از تقسیم انحراف از معیار بر میانگین بدست می‌آید و هر چه مقدار آن کمتر باشد میزان پراکندگی داده‌ها کمتر است.
نکته: اگر داده‌ها k برابر شوند، ضریب تغییرات تغییر نمی‌کند.

میانگین ۹ داده $\frac{72}{9} = 8$ است. وقتی داده جدیدی با مقدار ۸ به این داده‌ها اضافه می‌شود میانگین ۱۰ داده همان ۸ می‌ماند، چون اختلاف از میانگین داده جدید صفر است. واریانس این ده داده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{40}{10} = 4 \rightarrow \sigma = 2 \rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

با ۳ برابر شدن داده‌ها CV تغییر نمی‌کند و همان $\frac{1}{4}$ باقی می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

۴۰- میانگین قد نمونه‌ای شامل ۱۰۰ دانش آموز دختر سال دهم، ۱۶۰ سانتی‌متر است. اگر انحراف از معیار جامعه ۱۰ باشد، کوچک‌ترین بازه‌ای که میانگین جامعه را با اطمینان بیش از ۹۵٪ برآورد می‌کند، کدام است؟

$$[159, 161] \quad (۴)$$

$$[150, 170] \quad (۳)$$

$$[155, 165] \quad (۲)$$

$$[158, 162] \quad (۱)$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۲۲ - متوسط)

پاسخ: گزینه ۱

اگر نمونه تصادفی با اندازه n داشته باشیم با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم.

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف از معیار جامعه است.

$$\bar{x} = 160 \quad \sigma = 10 \quad n = 100$$

می‌دانیم:

طبق درسنامه:

$$160 - \frac{20}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 160 + \frac{20}{\sqrt{100}}$$

$$\rightarrow 158 \leq \mu \leq 162 \rightarrow \text{بازه با اطمینان بیش از } 95\% = [158, 162]$$

گروه آموزشی ماز





۴۱- کدام گزینه درست است؟

(۱) بار الکتریکی (Q) یک کمیت اصلی است.

(۳) یکای فرعی نیرو، نیوتون (N) است.

(۲) مقدار ماده بر حسب کیلوگرم سنجیده می‌شود.

(۴) تمامی کمیت‌های اصلی، جزء کمیت‌های نرده‌ای هستند.

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۰	۸	سوال	دهم	کمیت‌ها	و ترکیب	☒	☒	سختی	ساده

کمیت فیزیکی

به هر چیز قابل اندازه‌گیری، کمیت گفته می‌شود. مانند طول، جرم و ...

کمیت‌هایی که برای بیان آن‌ها تنها به یک عدد (و یکای مناسب) نیاز داریم. مثلاً: جرم ($m = 2\text{ kg}$)، طول ($L = 5\text{ m}$) و ...	کمیت‌های نرده‌ای
کمیت‌هایی که برای مشخص کردن آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب، به جهت نیز نیاز داریم. مثلاً: نیرو ($\vec{F} = 2 \cdot \vec{i} \text{ N}$)، جابجایی ($\vec{\Delta x} = 10 \cdot \vec{j} \text{ m}$) و ...	کمیت‌های برداری

همه نیروها (مثل نیروی وزن، نیروی الکتریکی و ...) کمیت برداری هستند.

همه انرژی‌ها (مثل کار، انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل، گرما و ...) کمیت نرده‌ای هستند.

جریان الکتریکی کمیتی نرده‌ای است.

سرعت کمیتی برداری ولی تندی کمیتی نرده‌ای است.

جابجایی کمیتی برداری ولی مسافت کمیتی نرده‌ای است.

یکا یا واحد اندازه‌گیری

واحد شمارش هر کمیت را یکا می‌گویند. مثلاً یکاهای شمارش طول: متر، سانتی‌متر، کیلومتر و ... است.

کمیت‌های اصلی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف می‌شوند، کمیت اصلی و یکای آن‌ها را یکای اصلی می‌نامند.

۷ کمیت اصلی وجود دارد:

کمیت	طول	جرم	زمان	جریان الکتریکی	دما	مقدار ماده	شدت روشنایی
یکا	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	آمپر (A)	کلوین (K)	مول (mol)	کندلا (cd)

توجه کنید: کمیت‌های اصلی در SI، همگی نرده‌ای هستند.

کمیت‌های فرعی:

کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها با استفاده از یکاهای اصلی تعریف می‌شوند، کمیت فرعی و یکای آن‌ها را یکای فرعی می‌نامند. بقیه کمیت‌ها به جز ۷ کمیت بالا، فرعی هستند.

تمامی کمیت‌های اصلی (جرم، طول، زمان، دما، جریان الکتریکی، شدت روشنایی، مقدار ماده) کمیت نرده‌ای هستند.

بررسی سایر موارد:

گزینه ۱: بار الکتریکی جزء کمیت‌های فرعی است.

گزینه ۲: مقدار ماده بر حسب مول (mol) سنجیده می‌شود.

گزینه ۳: یکای فرعی نیرو $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$ و یکای SI آن نیوتون (N) است.

گروه آموزشی ماز

۴۲- معادله مسافت طی شده توسط یک جسم در SI به صورت $L = AVt^2 + mBV^2$ است. اگر V تندی جسم بر حسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، زمان بر حسب s و m جرم جسم بر حسب کیلوگرم باشد آن‌گاه حاصل ضرب یکاهای کمیت‌های A و B در SI کدام است؟

$$\frac{\text{m.s}}{\text{kg}^2} \quad (۴)$$

$$\frac{\text{s}}{\text{kg.m}} \quad (۳)$$

$$\frac{\text{s}^2}{\text{kg}^2.\text{m}} \quad (۲)$$

$$\frac{\text{s}^2}{\text{kg.m}^2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۷	۸	۷	سوال	دهم	سازگاری یکاها	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



سازگاری یکاها

هر کمیت فیزیکی را با نماد مشخصی نشان می‌دهیم. برای مثال اندازه شتاب را با a و جرم را با m نشان می‌دهیم. همچنین برای بیان ارتباط بین کمیت‌های فیزیکی، از روابط و معادله‌ها استفاده می‌کنیم. یکی از این رابطه‌های فیزیکی، قانون دوم نیوتون، $F = ma$ ، است که در علوم سال نهم با آن آشنا شدید. هنگام استفاده از این رابطه و جایگذاری اندازه هر کمیت در آن، باید به سازگاری یکاها در دو طرف رابطه توجه کنیم. اگر بخواهیم حاصل دو طرف رابطه برحسب یکاهای SI بیان شود باید یکای کمیت‌های داده شده را نیز به یکاهای SI تبدیل کنیم. برای مثال، اگر جرم جسمی 325g و شتاب آن $1/75\text{m/s}^2$ باشد، برای سازگاری یکاها در دو طرف معادله، باید یکای جرم جسم را به کیلوگرم تبدیل کنیم. در این صورت مقدار حاصل را می‌توان برحسب یکای نیوتون بیان کرد.

$$F = ma = (0/325\text{kg})(1/75\text{m/s}^2) = 0/569\text{N}$$

یکای دو طرف معادله با هم سازگار است.

در رابطه‌های فیزیک، برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکاهای هر یک از عبارت‌های سمت چپ با یکای عبارت‌های سمت راست یکی باشد.

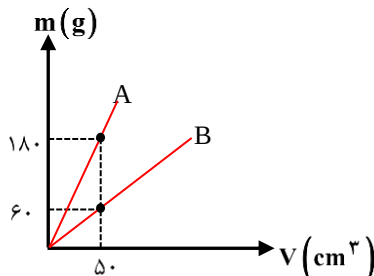
$$[L] = [A][V][t^2] + [m][B][V^2] \Rightarrow m = [A] \times \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{s}^2 + \text{kg} \times [B] \times \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow m = [A] \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} + [B] \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [A] \times \text{m} \cdot \text{s} = m \Rightarrow [A] = \frac{1}{\text{s}} \\ [B] \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = m \Rightarrow [B] = \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} \end{cases} \Rightarrow [A] \times [B] = \frac{1}{\text{s}} \times \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{\text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}}$$

www.biomaze.ir

۴۳- نمودار تغییرات جرم دو مایع برحسب حجم آن‌ها مطابق شکل است. اگر حجم مساوی از این دو مایع را باهم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط برابر واحد SI می‌شود و اگر جرم مساوی از این دو مایع را مخلوط کنیم، چگالی مخلوط برابر واحد SI خواهد شد. (به ترتیب از راست به چپ)



- (۱) ۱۸۰۰، ۲۴۰۰
(۲) ۲۴۰۰، ۱۸۰۰
(۳) ۲۲۰۰، ۱۶۰۰
(۴) ۱۶۰۰، ۲۲۰۰

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۲	۹	۹	سوال	دهم	فیزیک و اندازه‌گیری	و ترکیب	☒	فشار و ویژگی‌های ماده	سختی	سخت

(۱) چگالی یک جسم برابر جرم در واحد حجم آن است.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

چگالی با یکای $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ در SI: ρ

جرم با یکای kg در SI: m

حجم با یکای m^3 در SI: V

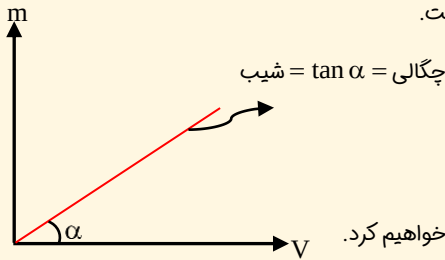
(۲) یکای اصلی چگالی برابر $\frac{\text{کیلوگرم}}{\text{مترمکعب}}$ است ولی یکای $\frac{\text{گرم}}{\text{سانتی‌متر مکعب}}$ هم برای آن استفاده می‌شود. هر $\frac{\text{گرم}}{\text{سانتی‌متر مکعب}}$ معادل $\frac{۱۰۰۰ \text{ کیلوگرم}}{\text{مترمکعب}}$ است.

$$\frac{1\text{gr}}{\text{cm}^3} \equiv 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



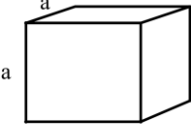
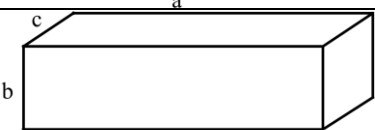
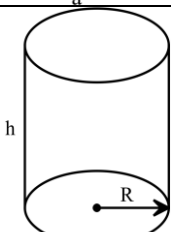
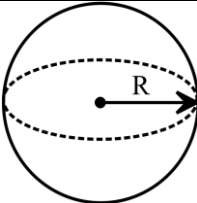
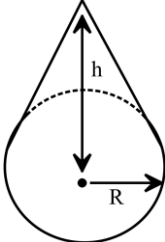
(۳) نمودار تغییرات جرم یک ماده بر حسب آن به صورت یک خط است که شیب آن برابر چگالی جسم است.



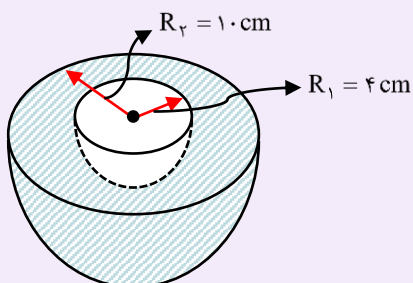
(۴) در این قسمت معروف‌ترین تیپ‌های سؤالات مربوط به چگالی را بررسی می‌کنیم و از آن‌ها مثال حل خواهیم کرد.

الف) سؤالات چگالی یک شکل هندسی که حجم آن را باید از طریق روابط هندسه به دست آوریم:

در این سؤالات شکل‌هایی مثل مکعب، استوانه، کره و مخروط مورد بررسی قرار می‌گیرند. بنابراین باید روابط محاسبه حجم این شکل‌ها را بدانیم.

مکعب		$V = a^3$
مکعب مستطیل		$V = abc$
استوانه		$V = \pi R^2 h$
کره		$V = \frac{4}{3} \pi R^3$
مخروط		$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

مثال



جسم توخالی مقابل از آهن با چگالی $8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده است. جرم آن چند کیلوگرم است؟ ($\pi \simeq 3$)



همان‌طور که می‌بینید، شکل بالا نیم‌کره‌ای است که یک نیم‌کره کوچک‌تر از داخل آن خارج شده است، بنابراین حجم آن برابر اختلاف حجم نیم‌کره بزرگ‌تر و نیم‌کره کوچک‌تر است و داریم:

$$v = \frac{2}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3) = \frac{2}{3} \times 3 \times (10^3 - 4^3) = 1872 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v = 8 \times 1872 = 14976 \text{ g}$$

$$\Rightarrow m = 14/976 \text{ kg}$$

(ب) سؤالاتی که در آن‌ها درون یک جسم حفره وجود دارد:

در این سؤالات، حجم واقعی جسم (حجم ماده به کار رفته در آن) کمتر از حجم ظاهری آن (حجمی که شکل هندسی آن نشان می‌دهد) است، زیرا درون آن یک حفره وجود دارد. برای حل این نوع سؤالات کافی است حجم ظاهری و واقعی جسم را محاسبه کنیم. اختلاف این دو حجم برابر حجم حفره درون آن است. به مثال زیر توجه کنید.

مثال

مکعبی به ضلع ۱۰ cm از آهن با چگالی $8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده است و درون آن حفره‌ای وجود دارد. اگر جرم مکعب برای ۶ kg باشد، حجم حفره درون آن چند سانتی‌متر مکعب است؟

حجم ظاهری جسم از روی شکل هندسی آن به دست می‌آید:

$$v_{\text{ظاهری}} = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

حجم واقعی جسم با توجه به جرم و چگالی آن به دست می‌آید.

$$v_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{6000}{8} = 750 \text{ cm}^3$$

بر حسب gr

بنابراین حجم حفره درون جسم برابر است با:

$$v_{\text{حفره}} = v_{\text{ظاهری}} - v_{\text{واقعی}} = 1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3$$

(ج) سؤالات چگالی مخلوط:

در درسنامه تست قبل کامل به این موضوع پرداختیم و فقط جهت تمرین بیشتر یک مثال با هم حل می‌کنیم:

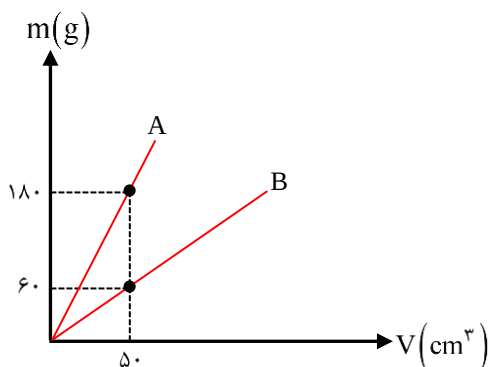
مثال

۲ لیتر آب با چگالی $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ را با ۳ لیتر الکل با چگالی $0.8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط به دست آمده چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{1 \times 2 + 0.8 \times 3}{2 + 3} = \frac{4/4}{5} = 0.8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: محاسبه چگالی دو مایع



$$\rho_A = \frac{m_A}{v_A} = \frac{18}{5} = 3.6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{v_B} = \frac{6}{5} = 1.2 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

گام دوم: محاسبه چگالی مخلوط در حالتی که حجم برابری از مایع‌ها یا هم مخلوط شده‌اند.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A v_A + \rho_B v_B}{v_A + v_B} \xrightarrow{v_A = v_B} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{3.6 + 1.2}{2} = 2.4 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 2.4 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

دقت کنید در این حالت چون راجع به حجم مایع‌ها اطلاعات داشتیم، از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A v_A + \rho_B v_B}{v_A + v_B}$ برای محاسبه چگالی مخلوط استفاده کرده‌ایم.

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۸۵۰۰ ارسال کنید.



گام سوم: محاسبه چگالی مخلوط در حالتی که جرم برابر از مایع ها باهم مخلوط شده اند.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{m_A = m_B = m} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن به } m} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2}{\frac{1}{\rho_A} + \frac{1}{\rho_B}} = \frac{2\rho_A \rho_B}{\rho_A + \rho_B}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2 \times 3 / 6 \times 1 / 2}{3 / 6 + 1 / 2} = 1 / 8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

دقت کنید در این حالت چون راجع به جرم مایع ها اطلاعات داشتیم، از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$ برای محاسبه چگالی مخلوط استفاده کرده ایم.

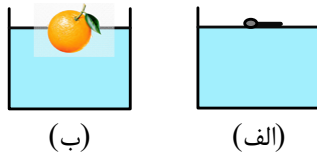
اگر...

اگر دو مایع مختلف را یک بار با حجم برابر و بار دیگر با جرم برابر باهم مخلوط کنیم و با مخلوط های به دست آمده، دو ظرف یکسان را کاملاً پر کنیم، فشار وارد بر کف ظرف در کدام حالت بیش تر خواهد بود؟

پاسخ: هنگامی که دو مایع با حجم مساوی مخلوط شوند، چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو مایع خواهد بود و هنگامی که با جرم مساوی مخلوط شوند، چگالی مخلوط کمتر از میانگین چگالی ها خواهد بود (چرا؟)، بنابراین در حالتی که حجم مساوی از مایع ها را مخلوط کرده ایم، چگالی و فشار بیش تر از حالتی است که جرم مساوی از مایع ها را مخلوط کرده ایم.

گروه آموزشی ماز

۴۴- در شکل (الف) سوزنی روی سطح آب و در شکل (ب) برتقالی روی سطح آب شناورند. علت شناوری این دو شکل به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱) چگالی - چگالی
- (۲) کشش سطحی - کشش سطحی
- (۳) کشش سطحی - چگالی
- (۴) کشش سطحی - کشش سطحی

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناختی	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۵	۰	۷	سوال	دهم	نیروهای بین مولکولی	و ترکیب	☒	☒	سختی	ساده

نیروی هم چسبی یا چسبندگی:

نیروی جاذبه ی بین مولکول های یک ماده که باعث قرار گرفتن آنها در کنار یکدیگر می شود هم چسبی یا نیروی چسبندگی نامیده می شود. این نیرو، نوعی نیروی الکتریکی است.

تراکم ناپذیری مایع ها: اگر فاصله ی بین مولکول های یک مایع از یک حدی کمتر شود نیروی الکتریکی بین مولکولی به نیروی رانشی یا دافعه تبدیل خواهد شد، این نیروی رانشی بسیار قوی، مانع از نزدیک شدن مولکول های مایع می شود و بنابراین مایع تراکم ناپذیر می شود.

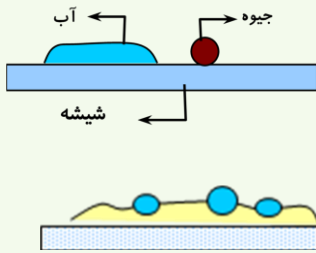
نکته: عاملی که باعث حرکت کاتوره ای مولکول ها در گازها و مایع می شود نیروی دافعه بین مولکول ها است. در اثر بر خورد، مولکول ها به هم نیروی رانشی وارد می کنند.

نکته: علت کروی بودن قطره ها ی مایع وجود نیروی چسبندگی یا هم چسبی است. این نیرو همواره سعی دارد که سطح مایع را به کمترین برساند.

نکته: افزایش دمای یک مایع باعث کاهش نیروی هم چسبی می شود.

دگر چسبی یا چسبندگی سطحی:

نیروی جاذبه ی بین مولکول های سطح دو ماده مختلف را نیروی دگر چسبی یا چسبندگی سطحی می نامند.



★ تذکر: اگر مایعی مانند آب روی یک شیشه تمیز ریخته شود چون نیروی دگر چسبی (یا چسبندگی سطحی) بین آب و شیشه از نیروی هم چسبی (چسبندگی) بین مولکول های آب بیشتر است مشاهده می شود که مولکول های آب به شیشه می چسبند ، در این صورت می گوییم آب شیشه را تر می کند. و اگر مایعی مانند جیوه روی شیشه ریخته شود چون نیروی چسبندگی بین مولکول های جیوه از دگر چسبی (چسبندگی سطحی) بین شیشه و جیوه بیشتر است مولکول های جیوه به شیشه نمی چسبند. در این صورت می گوییم جیوه شیشه را تر نمی کند. شکل قرار گرفتن آب و جیوه روی شیشه به صورت مقابل است.

★ تذکر: اگر روی شیشه چرب باشد در این صورت آب به شیشه نمی چسبد و شکل قرار گرفتن آب روی شیشه ی چرب به صورت مقابل است.

نکات به صورت خلاصه در جدول زیر آماده است:

نیروهای بین مولکولی	هم چسبی	نیروی بین مولکول های همسان که سبب پیوستگی جامد یا مایع می شود را نیروی هم چسبی گویند. با کاهش فاصله بین مولکولی، نیروی رانشی بزرگی ایجاد می شود که سبب تراکم ناپذیری مایع ها می شود. با افزایش فاصله بین مولکولی، نیروی جاذبه (ربایش) بین مولکول ها ظاهر می شود و سبب پیوستگی مایع ها می شود. این نیرو سبب می گردد آب به صورت قطره در آید. این نیرو کوتاه برد است. گرما و مایع شوینده سبب کاهش نیروی هم چسبی می شود. کشش سطحی ◀ کشش سطحی ناشی از هم چسبی مولکول های سطح مایع است. ◀ نیروی ربایشی بین مولکولی سبب می گردد سطح مایع شبیه پوسته تحت کشش رفتار کند. ◀ علت فرو نرفتن سوزن های فولادی در آب و حرکت حشرات روی سطح آب کشش سطحی است. ◀ هنگام سقوط آب، کشش سطحی و تمایل به کمینه شدن سطح، آب را به صورت قطره در می آورد.
	دگر چسبی	نیروی جاذبه بین مولکول های نامشابه (مانند آب و شیشه) ترشوندگی: نیروی دگر چسبی بین مایع و جامد از نیروی هم چسبی بین مولکول های مایع بیشتر است. آب خاصیت ترشوندگی دارد، جیوه خاصیت ترشوندگی ندارد. موینگی ◀ عامل ایجاد موینگی تفاوت در نیروی هم چسبی مایع و دگر چسبی بین مایع و لوله موین است. ◀ عوامل موثر در موینگی قطر لوله، نوع مایع و جنس لوله است. ◀ بالا و پایین رفتن لوله موین در درون مایع تأثیری در ارتفاع مایع درون لوله ندارد. ◀ اگر قطر لوله افزایش یابد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک تر می شود.

به دلیل کشش سطحی سوزن روی سطح آب شناور باقی می ماند. چگالی پرتقال با پوست از آب کمتر بوده و روی سطح آب شناور باقی می ماند.

www.biomaze.ir

۴۵- لوله بلندی به صورت قائم نگه داشته شده و در آن تا ارتفاع ۱۸cm جیوه ریخته شده است. اگر فشار هوا ۹۷/۲kPa باشد، با اضافه کردن ۴۵cm

جیوه به مقدار جیوه موجود در لوله، فشار کل در ته لوله چند برابر می شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\rho = 13.5 \frac{g}{cm^3}$ جیوه)

$$\frac{7}{2} (4)$$

$$\frac{5}{2} (3)$$

$$\frac{3}{2} (2)$$

$$\frac{13}{10} (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

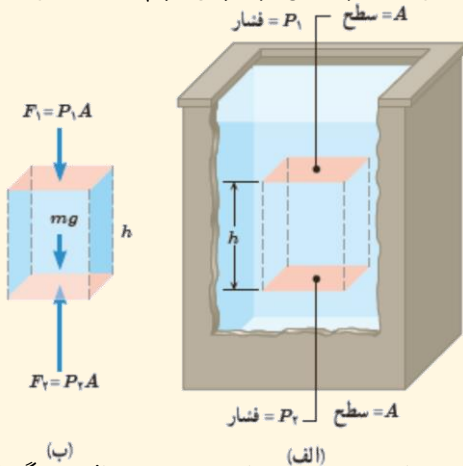
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۶	۱۰	۶	سوال	دهم	فشار	و ترکیب	☑	☑	سختی	متوسط

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



محاسبه فشار در شاره

برای محاسبه فشار ناشی از وزن یک شاره ساکن، یک مکعب مستطیل به ارتفاع h و سطح مقطع A را در داخل یک شاره ساکن در نظر می‌گیریم. مطابق شکل الف، فشار در سطح بالایی این مکعب مستطیل را p_1 و فشار در سطح پایینی آن را با p_2 نمایش می‌دهیم.

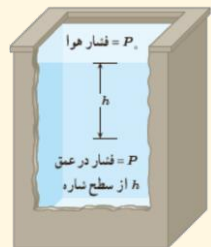


حال مطابق شکل ب، سه نیرو در راستای قائم به این بخش (یا حجم) از شاره وارد می‌شود. از طرفی طبق قانون اول نیوتن مجموع این سه نیرو باید اثر همدیگر را خنثی کنند (چون شاره ساکن است). بنابراین داریم:

$$F_2 - F_1 - mg = 0 \Rightarrow F_2 = F_1 + mg \xrightarrow[m=\rho V]{\rho = \frac{F}{A} \rightarrow F = \rho A} \rho_2 A = \rho_1 A + \rho_1 Ahg \xrightarrow[\text{طرفین را تقسیم بر A می‌کنیم.}]{v = Ah} p_2 = p_1 + \rho gh$$

حال اگر این مکعب مستطیل (مطابق شکل) قاعده بالایی آن روی سطح شاره و قاعده پایینی آن هم در عمق h از سطح شاره قرار داشته باشد، آن موقع فشار وارد بر این مکعب مستطیل برابر است با:

(فشار جو) $p_1 = p_0$
 $\rightarrow p = p_0 + \rho gh$ این همان فشار کل در عمق h از سطح آزاد شاره است.



بایستی نسبت فشار کل (پیمانه‌ای $P_0 + P$) را بدست بیاوریم:

$$P_0 = 97 \text{ kPa} = 97200 \xrightarrow{P = \rho_{Hg} g h_{Hg}} 97200 = 13500 \times 10 \times h_{Hg}$$

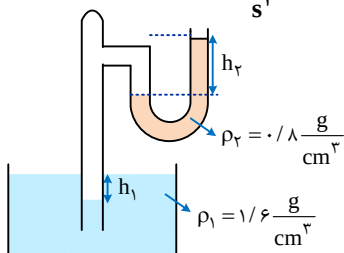
$$\Rightarrow h_{Hg} = \frac{972}{1350} = 0.72 = 72 \text{ cm}$$

پس فشار هوا، ۷۲ سانتی متر جیوه است.

$$\frac{P_{t2}}{P_{t1}} = \frac{P_0 + h_1 + h_2}{P_0 + h_1} = \frac{72 + 18 + 45}{72 + 18} = \frac{135}{90} = 1.5$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- در شکل روبه‌رو مایع‌ها در لوله نشان داده شده در حال تعادل هستند، کدام است؟ (لوله‌ها غیر موئین هستند و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۱

(۳) ۳

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



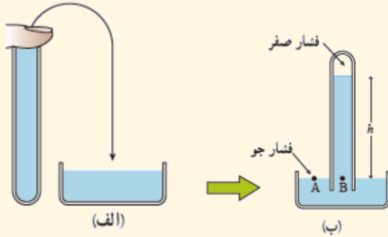
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سخت
درجه از ۱۰	۷	۷	۸	سؤال	دهم	لوله‌های U شکل و فشار در مایعات	پیش نیاز و ترکیب	فصل ۲ دوازدهم	☒	سختی	سخت

جوسنج (بارومتر)

وسیله‌ای ساده که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود. این فشارسنج توسط توریچلی اختراع شد.

روند کار

جوسنج شامل یک لوله شیشه‌ای بلند (به طور تقریبی ۸۰ سانتی‌متر) با یک سر بسته است که از جیوه پر شده (شکل الف) و سپس در یک ظرف محتوی جیوه به طور وارون قرار گرفته است. (شکل ب) جیوه تا ارتفاعی پایین می‌آید که فشار ستون جیوه با فشار جو برابر شود. همچنین فضای خالی بالای ستون جیوه تنها محتوی بخار جیوه است که فشار آن ناچیز بوده و در عمل برابر صفر فرض می‌شود.



نکته: فشار در نقطه B برابر ρgh و در نقطه A برابر p است. چون نقاط A و B هم فشارند و می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow p = 0 + \rho gh \Rightarrow p = \rho gh$$

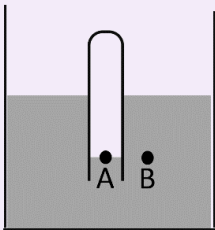
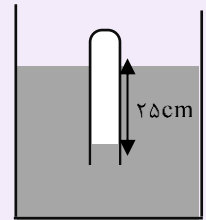
نکته ۲: ارتفاع ستون جیوه در سطح دریاهای آزاد ۷۶۰ mm است.

تست سراسری ریاضی خارج ۹۹

در شکل زیر، اگر چگالی مایع $\frac{2}{3} \frac{g}{cm^3}$ باشد، فشار گاز محبوس درون لوله چند کیلوپاسکال است؟ ($p = 1.0^5 Pa$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۸۵(۱) ۱۰۵(۳)
۹۵(۲) ۱۲۵(۴)

پاسخ: گزینه (۳)



$$P_A = P_B \rightarrow P_A = p + \rho gh = 1.0^5 + 2000 \times 10 \times \frac{25}{100}$$

$$P_A = 100 \times 10^3 + 5 \times 10^3 = 105 \times 10^3 Pa = 105 kPa$$

با استفاده از درسنامه‌ها و توضیحات سؤال‌های قبل و مطالب بالا، هر نکته لازم بوده رو یاد گرفتیم، پس بریم سراغ حل خود سؤال...

از شکل سؤال دارای دو قسمت است:

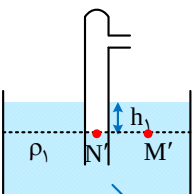
قسمت (۱) لوله U شکل: خط تراز را کشیده و با توجه به اینکه فشار در نقاط واقع بر خط تراز هم‌فشارند، داریم:

$$P_M = P_N \rightarrow P_{\text{محبوس}} = \rho_2 gh_2 + P$$

$$\rho_2 = 0.8 \frac{g}{cm^3} \text{ یا } 800 \frac{kg}{m^3}$$

قسمت (۲) لوله آزمایش وارون در ظرف: خط تراز را کشیده و با توجه به اینکه فشار در نقاط واقع بر خط تراز هم‌فشارند داریم:

$$P_{N'} = P_{M'} \rightarrow P_{\text{محبوس}} = P + \rho_1 gh_1$$



$$\rho_1 = 1/6 \frac{g}{cm^3} \text{ یا } 1600 \frac{kg}{m^3}$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



پس باتوجه به نکات بالا هر چهار مورد درست است.

مورد (ج): چون فشار شاره در لوله (۱) بیش‌تر است پس باید ارتفاع مایع از مرکز لوله افقی در لوله قائم M بیش‌تر از N باشد که باتوجه به داده‌ها ارتفاع مایع لوله M بیش‌تر از لوله N است.
مورد (د):

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = 4 \text{ cm} \\ h_2 = 9 \text{ cm} \\ h_3 = 12 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow h_1 + h_2 \neq h_3$$

پس اعداد داده شده نادرست می‌باشند.

گروه آموزشی ماز

۴۸- جسمی را در شرایط خلأ از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر در ارتفاع h_1 ، انرژی پتانسیل گرانشی جسم، سه برابر انرژی جنبشی آن و در ارتفاع h_2 ، انرژی پتانسیل گرانشی جسم، چهار برابر انرژی جنبشی آن باشد، نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟ (زمین را به عنوان مبدا انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۷	۷	۶	سوال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل	☒	سختی	سخت

انرژی جنبشی

به انرژی موجود در اجسام متحرک که ناشی از سرعت اجسام است انرژی جنبشی می‌گویند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

برای انرژی جنبشی می‌توان سه رابطه در نظر گرفت:

$$\text{رابطه اصلی: } K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{رابطه مقایسه‌ای: } \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\text{رابطه تغییرات: } \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

انرژی پتانسیل گرانشی

به انرژی ذخیره شده در اجسام که ناشی از ارتفاع داشتن از سطح زمین است انرژی پتانسیل گرانشی گفته می‌شود و از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$U = mgh$$

انرژی مکانیکی

انرژی مکانیکی برابر با حاصل جمع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم است و اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم در طول مسیر ثابت می‌ماند.

$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{U_1}{K_1} = 3 \Rightarrow U_1 = 3K_1$$

در ارتفاع h_1 انرژی پتانسیل ۳ برابر انرژی جنبشی است؛ یعنی:

$$\frac{U_2}{K_2} = 4 \Rightarrow U_2 = 4K_2$$

در ارتفاع h_2 انرژی پتانسیل ۴ برابر انرژی جنبشی است؛ یعنی:

بنابراین می‌توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 + 3K_1 = K_2 + 4K_2 \Rightarrow 4K_1 = 5K_2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{4}{5}$$

طبق رابطه انرژی جنبشی داریم:

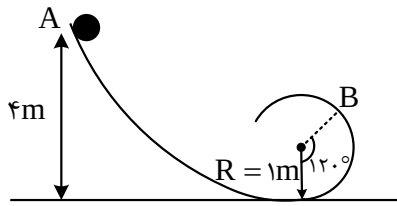
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



گروه آموزشی ماز

۴۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 1 kg از نقطه A رها شده و با تندی $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه B در یک مسیر دایره‌ای گذر می‌کند. افزایش انرژی درونی جسم و محیط طی این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۳/۵

(۲) ۴

(۳) ۷

(۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۵	۷	۶	سوال	دهم	پایستگی انرژی	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

اگر علاوه بر نیروهای گرانشی، کشسانی فنر و الکتریکی، نیروهای اتلافی مثل اصطکاک بر جسم وارد شود، بخشی از انرژی مکانیکی جسم یا تمام آن به گرما تبدیل می‌شود. بنابراین در این حالت انرژی مکانیکی پایسته نیست و اختلاف انرژی مکانیکی در دو حالت برابر کار نیروی اصطکاک است.

$$E_f - E_i = W_f$$

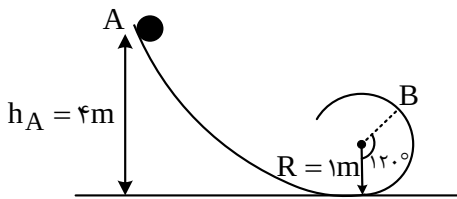
نکته:

۱- اتلاف انرژی جسم هدر نمی‌رود و به انرژی درونی جسم و محیط تبدیل می‌شود.

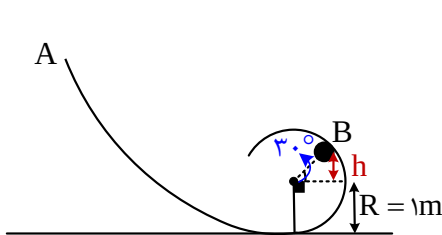
۲- افزایش انرژی درونی معمولاً سبب افزایش دمای جسم و محیط می‌شود.

در نقطه A جسم رها شده پس انرژی جنبشی نداشته، اما ارتفاع آن از سطح زمین 4 m بوده و جسم انرژی پتانسیل گرانشی دارد:

$$E_A = U_A + K_A \rightarrow E_A = U_A \rightarrow E_A = mgh_A = 40\text{ J}$$



در نقطه B جسم هم ارتفاع از سطح زمین داشته و هم تندی، پس جسم دارای انرژی جنبشی و پتانسیل خواهد بود:



$$R = 1 \quad h \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{1} \rightarrow h = 0.5\text{ m}$$

$$h_B = h + R \rightarrow h_B = 1.5\text{ m}$$

$$E_B = K_B + U_B \rightarrow E_B = \frac{1}{2} \times 1 \times 36 + 1 \times 10 \times 1.5 = 18 + 15 = 33\text{ J}$$

از 40 J انرژی اولیه تنها 33 J باقی‌مانده پس:

$$E_B - E_A = W_f \rightarrow W_f = -7\text{ J}$$

درواقع 7 J انرژی به انرژی درونی جسم و محیط اضافه شده است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- جسمی به جرم m در امتداد یک سطح افقی با تندی اولیه V پرتاب شده و پس از جابه‌جایی d متوقف می‌شود. تندی جسم پس از طی $\frac{3}{4}d$ اولیه

مسیر) چند درصد کاهش می‌یابد؟

(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

(۲) ۳۷/۵

(۱) ۲۵

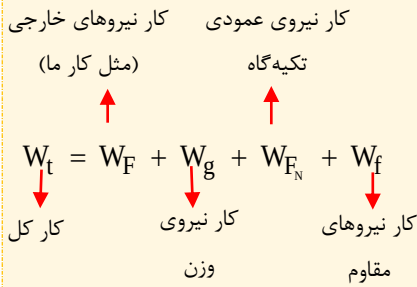
پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۷	۷	۸	سوال	دهم	کار و انرژی	و ترکیب	☒	☒	سختی	سخت

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



یکی از بهترین روش‌های حل سؤال‌های کار و انرژی، استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است، به گونه‌ای که همواره می‌توان با استفاده از آن، تمامی سؤال‌ها را پاسخ داد. برای این منظور باید کار کل نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنیم. معمولاً در کتاب فیزیک دهم، کار کل شامل کار نیروی زیر است.



حال تغییر انرژی جنبشی را به صورت زیر معرفی می‌کنیم.

انرژی جنبشی مجذور تندی

نهایی نهایی

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2)$$

تغییر انرژی جنبشی انرژی جنبشی اولیه مجذور تندی اولیه

$$W_t = \Delta K$$

و در واقع قضیه کار و انرژی جنبشی به صورت زیر به کار می‌رود.

بعد از این که جسم در امتداد سطح پرتاب شده، تنها نیرویی که بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی اصطکاک است و اصطلاحاً گوییم که در کل مسیر d تمامی انرژی جنبشی جسم را می‌گیرد.

(و بدیهی است که در نصف مسیر، نیمی از انرژی جنبشی؛ در یک چهارم مسیر، یک چهارم انرژی جنبشی؛ و ... را می‌گیرد.) پس بدیهی است که پس از $\frac{3}{4}d$ مقدار $\frac{3}{4}$ انرژی جنبشی جسم را می‌گیرد. پس $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی اولیه جسم باقی می‌ماند. یعنی:

$$K_f = \frac{1}{4} K_i \Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} m V_i^2 \right) \Rightarrow V_f = \frac{1}{2} V_i$$

یعنی در طی این مسیر، پنجاه درصد از تندی جسم کاسته شده است.

حال اگر بخواهیم به صورت ریاضی، مطالب گفته شده در بالا را بنویسیم، داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_f} W_f = K_f - K_i$$

در کل مسیر:

$$W_{f_k} = -\frac{1}{2} m V_f^2 \Rightarrow -f_k \cdot d = -\frac{1}{2} m V_f^2 \Rightarrow \boxed{f_k d = \frac{1}{2} m V_f^2} \quad (1)$$

در $\frac{3}{4}$ اولیه مسیر:

$$W'_{f_k} = \frac{1}{2} m (V^2 - V_f^2) \Rightarrow \boxed{-f_k \times \frac{3}{4} d = \frac{1}{2} m (V^2 - V_f^2)} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{\cancel{f_k} d}{\cancel{f_k} \times \frac{3}{4} d} = \frac{\frac{1}{2} m V_f^2}{\frac{1}{2} m (V^2 - V_f^2)} \Rightarrow -\frac{4}{3} = \frac{V_f^2}{V^2 - V_f^2}$$

$$\Rightarrow 4V^2 = V_f^2 \Rightarrow V = \frac{1}{2} V_f \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_i} = -\frac{1}{2} = -50\%$$

☀️ حال اگر فقط در یک مرحله بخواهیم از قضیه کار و انرژی استفاده کنیم و رابطه بین کار نیروی اصطکاک و انرژی جنبشی اولیه داده شده باشد، باید به صورت زیر عمل کنیم.



مثال:

گلوله‌ای با سرعت اولیه V_1 در امداد افقی به درختی برخورد کرده و با تندی V_2 در همان امتداد از طرف دیگر خارج می‌شود. اگر کار نیروی مقاوم در این جابه‌جایی، معادل ۸۴ درصد انرژی جنبشی لحظه برخورد باشد، تندی گلوله V_2 نسبت به V_1 چند درصد کاهش یافته است؟

۴ (۴)

۱۶ (۳)

۶۰ (۲)

۹۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

به راحتی می‌دانیم که اگر کار نیروهای مقاوم ۸۴ درصد انرژی جنبشی لحظه برخورد را اصطلاحاً تلف کنند، ۱۶ درصد انرژی جنبشی اولیه باقی می‌ماند، یعنی:

$$K_2 = \frac{16}{100} K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m V_2^2 = \frac{16}{100} \left(\frac{1}{2} m V_1^2 \right) \Rightarrow V_2 = \frac{4}{10} V_1$$

یعنی ۶۰ درصد از تندی اولیه کاسته شده است. نوشتن روابط ریاضی استدلال بالا به صورت زیر است.

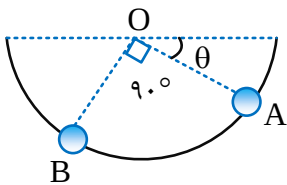
$$W_f = K_2 - K_1 \xrightarrow{W_f = -0.84 K_1} -0.84 K_1 = K_2 - K_1 \Rightarrow K_2 = 0.16 K_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_2^2 = 0.16 \left(\frac{1}{2} m V_1^2 \right) \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} V_2 = 0.4 V_1 \Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{(0.4 - 1) V_1}{V_1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = -0.6 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = -60\%$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم 1 kg را روی یک مسیر دایره‌ای شکل بدون اصطکاک به مرکز O و شعاع 30 cm از نقطه A رها می‌کنیم. انرژی پتانسیل



گرانشی گلوله در جابه‌جایی از A به B چند ژول تغییر می‌کند؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \sin \theta = \frac{1}{3})$

۱- $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}-1$ (۱)۱- $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}-1$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	میحت	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سخت
درجه از ۱۰	۷	۸	۸	سؤال	دهم	انرژی پتانسیل گرانشی				سختی	سخت

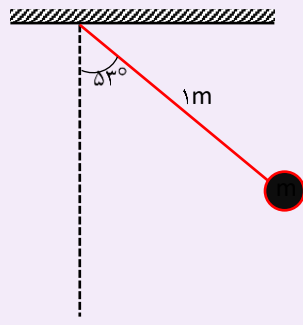
(۱) در سؤالاتی که نیروهای غیر پایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی پایسته می‌ماند و می‌توانیم در حل سؤال از پایستگی انرژی استفاده کنیم.

$$E \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

(۲) در رابطه فوق K انرژی جنبشی است و U انرژی پتانسیل می‌باشد. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می‌تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی و یا پتانسیل الکتریکی باشد و نیاز است در حل سؤالات انواع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

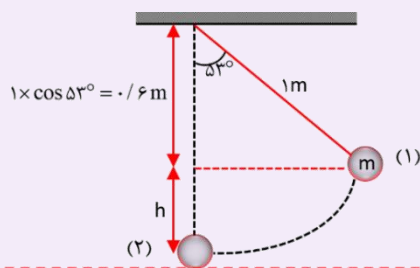
مثال:



مطابق شکل آونگی به طول یک متر را 53° از وضع تعادل دور کرده و سپس از حال سکون رها می‌کنیم.

تندی حرکت گلوله آونگ در پایین‌ترین نقطه مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

کافی است بین پایین‌ترین نقطه مسیر (مبدأ پتانسیل) و نقطه شروع حرکت از پایستگی انرژی استفاده کنیم. با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:



مبدأ پتانسیل

$$h = 1 - 0.6 = 0.4 \text{ m}$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2$$

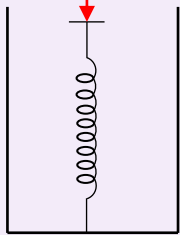
$$\Rightarrow 1 \times 0.4 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{0.8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مثال

مطابق شکل وزنه‌ای به جرم 2 kg را بدون سرعت اولیه از 2 متری بالای فنری قائم به سمت فنر رها می‌کنیم. اگر از جرم فنر و مقاومت هوا صرف نظر کنیم و بیشینه انرژی ذخیره شده در فنر 46 J باشد، بیشینه تراکم طول فنر چند سانتی‌متر است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$2 \text{ m}$$



$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

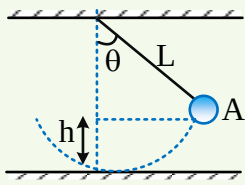
$$mg(2+x) = U$$

$$\Rightarrow 2 \times 10(2+x) = 46$$

$$\Rightarrow x = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

بچه‌ها، پایین‌ترین وضعیت فنر را مبدأ پتانسیل گرانشی گرفته‌ایم. پس ارتفاع اولیه جسم، $2+x$ متر می‌شود.

نکته) برای محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در ابتدا باید مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را مشخص کنیم که این مبدأ در مسائلی نظیر آونگ و یا حرکت گلوله در مسیر دایره‌ای شکل، پایین‌ترین نقطه حرکت گلوله می‌باشد. در مرحله بعد کافی است تا فاصله عمودی جسم را از مبدأ انرژی پتانسیل محاسبه کنیم:



$$U_A = mgh = mg(L - L \cos \theta)$$

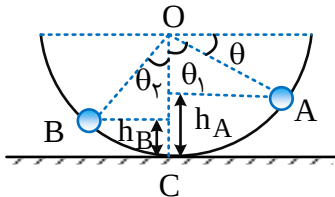
$$\Rightarrow U_A = mgL(1 - \cos \theta)$$

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

نکته)

اگر گلوله آونگ در حالت اول، زاویه انحرافش از راستای قائم α و در حالت دوم β باشد، اندازه تغییر ارتفاع گلوله آونگ در جابه‌جایی از حالت اول به حالت دوم از رابطه $|\Delta h| = |L(\cos \beta - \cos \alpha)|$ به دست می‌آید.

پایین‌ترین نقطه از مسیر حرکت گلوله یعنی نقطه C را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب می‌کنیم سپس زوایای مشخص شده θ_1 و θ_2 بر روی شکل را برحسب زاویه θ به دست می‌آوریم:



$$\theta_1 + \theta = 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 90^\circ - \theta$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - (90^\circ - \theta) = \theta$$

در مرحله بعد، فاصله عمودی نقاط A و B از مبدأ انرژی پتانسیل را محاسبه می‌کنیم:

$$h_A = R - R \cos \theta_1 = R - R \cos(90^\circ - \theta) = R - R \sin \theta$$

$$h_B = R - R \cos \theta_2 = R - R \cos \theta$$

و در پایان محاسبه خواسته تست:

$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A = mg(h_B - h_A)$$

$$\Rightarrow \Delta U = mg(R - R \cos \theta - R + R \sin \theta) = mgR(\sin \theta - \cos \theta)$$

$$\sin \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Delta U = mgR\left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = 1 \times 10 \times 0.3 \times \frac{(1 - 2\sqrt{2})}{3} = 1 - 2\sqrt{2}$$





۵۲- پمپ آبی در هر ۲ دقیقه، ۴ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح رودخانه ۱۵ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۸

$$\text{کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟} \left(\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

(۴) ۳۷/۵

(۳) ۲۵

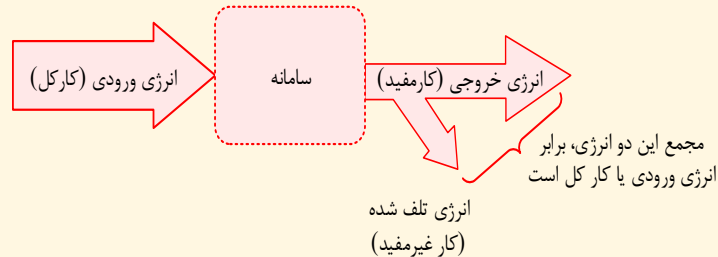
(۲) ۷۵

(۱) ۶۲/۵

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۵	۶	۶	سوال	دهم	بازده	ترکیب				

در هر سامانه تنها بخشی از انرژی ورودی به انرژی مورد نیاز، تبدیل می‌شود:



به نسبت انرژی خروجی (توان خروجی) به انرژی ورودی (توان ورودی) را بازده گویند:

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}}$$

اگر این نسبت را در ۱۰۰ ضرب کنیم بازده به صورت درصدی بیان خواهد شد.

مثال

اگر توان مصرفی (ورودی) یک جاروبرقی ۲۰۰۰W و توان خروجی (مفید) آن ۸۰۰W باشد، یعنی این جاروبرقی در هر ثانیه ۲۰۰۰J انرژی الکتریکی مصرف می‌کند و ۸۰۰J آن صرف کار مفید (خروجی) می‌شود. یعنی در هر ثانیه، ۱۲۰۰J انرژی به صورت انرژی صوتی یا گرم شدن اجزای جاروبرقی یا ... تلف می‌شود و بازده آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{بازده} = \frac{800}{2000} \times 100 = \frac{4}{10} \times 100 = 40\%$$

(۱) توان خروجی پمپ باعث می‌شود که ۴m^۳ آب به اندازه ۱۵ متر در مدت ۲min بالا آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\text{خروجی}} = mgh \rightarrow E_{\text{خروجی}} = m \times 10 \times 15 \\ \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow m = \rho V = 4000 \text{ kg} \end{array} \right. \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{t}$$

$$= \frac{4000 \times 10 \times 15}{2 \times 60} = 5000 \text{ W} = 5 \text{ KW}$$

(۲) با توجه به درسنامه با داشتن توان ورودی و خروجی بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \rightarrow Ra = \frac{5}{8} \times 100 = 62.5\%$$

۵۳- کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد تفسنج درست است؟

(الف) برای اندازه‌گیری دما نیاز به تماس آن با جسم نیست.

(ب) برای اندازه‌گیری دماهای بالا به کار می‌رود.

(پ) تفسنج تابشی دماسنج معیار است.

(ت) اساس کار این دماسنج بر پایه همرفت گرمایی است.

(۴) ت و ب

(۳) پ و ب

(۲) الف و ب

(۱) الف و ت



پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۴	۰	۷	سوال	دهم	دماسنج‌ها				سختی	ساده

دماسنج‌ها

یه جدول براتون اینجا قرار میدم، برای جمع بندی دماسنج‌ها اونم به سبک ماز:

دماسنج‌های معیار	دماسنج جیوه‌ای و الکلی	کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون دماسنج است.
	دماسنج گازی	اساس کار آن قانون گازهای کامل است.
	دماسنج مقاومت پلاتینی	اساس کار آن تغییر مقاومت الکتریکی با تغییر دما است.
	تفسنج (پیرومتر)	اساس کار آن مبتنی بر تابش گرمایی است.
دماسنج‌ها	ترموکوپل	کمیت دماسنجی آن، ولتاژ است. دقت آن از دماسنج‌های معیار کمتر است. گستره دماسنجی آن می‌تواند از -270°C تا 1372°C باشد. از دو سیم غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان ساخته می‌شود. مزیت آن کوچک بودن محل اتصال و سریع بودن در رسیدن به تعادل گرمایی است.
	دماسنج کمینه و بیشینه	تعیین کمینه و بیشینه دمای یک محل

بررسی گزینه‌ها:

اساس کار تفسنج تابش گرمایی است و گزاره ت نادرست است.

تفسنج نوری جز دماسنج‌های معیار است.

گزاره‌های الف و ب درست است.

گروه آموزشی ماز

۵۴- یک نوار مسی و یک نوار آلومینیومی در اختیار داریم. طول نوار مسی در دمای اتاق برابر 300 cm و طول نوار آلومینیومی L است. به طوری که با افزایش یکسان دمای دو میله اختلاف طول آن‌ها ثابت می‌ماند. اگر دمای میله‌ی آلومینیومی را 100°C بالا و دمای میله مسی را 100°C پایین بیاوریم، اختلاف

طول دو میله چند سانتی متر می‌شود؟ ($\alpha_{\text{Cu}} = 18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_{\text{Al}} = 24 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

۷۶/۰۸ (۲)

۷۵ (۱)

۷۲/۸۲ (۴)

۷۳/۹۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۵	۷	۶	سوال	دهم	انبساط گرمایی				سختی	متوسط

اگر دمای میله‌ای به طول L_1 به اندازه ΔT زیاد شود، افزایش طول میله یعنی ΔL برابر است با:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$$

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

که در آن α ضریب انبساط طولی میله است و یکای آن $\frac{1}{K}$ می‌باشد.

در طی این آزمون سه سوال مهم رو با هم مرور می‌کنیم و سعی خواهیم کرد که دیگه هیچ وقت باهاشون به مشکل برخوردیم 😊

(الف) طول جسم چند برابر شده است؟

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1 + \alpha \Delta \theta$$

(ب) طول جسم چقدر تغییر کرده است؟

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.





(ج) طول جسم چند درصد تغییر کرده است؟

$$\text{درصد تغییر طول: } \underbrace{(100)}_{\text{تبدیل به درصد}} \times \frac{\Delta L}{L_1} = \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{L_1} \times (100)$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha \Delta \theta \times (100) : \text{درصد تغییر طول}}$$

برای آنکه اختلاف طول دو میله در هر دمایی یکسان باشد باید تغییر طول دو میله یکسان باشد.

با توجه به نکته بالا، طول میله آلومینیوم را بدست می‌آوریم:

$$\Delta L_{Cu} = \Delta L_{Al} \rightarrow L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta \theta_{Cu} = L_{Al} \alpha_{Al} \Delta \theta_{Al} \xrightarrow{\Delta \theta_{Cu} = \Delta \theta_{Al}} 30.0 \times 18 \times 10^{-6} = L_{Al} \times 24 \times 10^{-6}$$

$$L_{Al} = 225 \text{ cm}$$

طول ثانویه آلومینیوم با 100°C افزایش دما را حساب می‌کنیم:

$$L_{2Al} = L_{1Al} (1 + \alpha_{Al} \Delta \theta) \rightarrow L_{2Al} = 225 (1 + 24 \times 10^{-6} \times 100) = 225 + 0.54 = 225.54 \text{ cm}$$

طول ثانویه مس با 100°C کاهش دما را حساب می‌کنیم:

$$L_{2Cu} = L_{1Cu} (1 + \alpha_{Cu} \Delta \theta) \rightarrow L_{2Cu} = 30.0 (1 - 18 \times 10^{-6} \times 100) = 30.0 - 0.54 = 29.46 \text{ cm}$$

اختلاف طول دو میله برابر است با:

$$L_{2Cu} - L_{2Al} = 29.46 - 225.54 = -196.08 \text{ cm}$$

روش دوم:

توجه کنید که با تغییرات دمای یکسان، تغییرات طول دو میله یکسان است، فقط کافی است ببینیم با کاهش دمای 100 درجه میله مسی، طول آن چقدر کاهش یافته است:

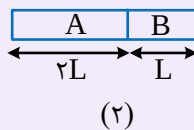
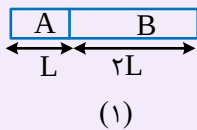
$$\Delta L_{Cu} = \alpha_{Cu} L_{1Cu} \times \Delta \theta = 18 \times 10^{-6} \times 30.0 \times (-100) = -0.54 \text{ cm}$$

پس در کلیه آلومینیومی با افزایش دمای 100° به همین اندازه (یعنی 0.54 cm) افزایش می‌یابد.

$$\text{اختلاف طول دو میله} = 75 - 2(0.54) = 73.92 \text{ cm}$$

بخش Q+

در این بخش یک سوال دیگر را با همین موضوع با هم بررسی می‌کنیم:

در شکل زیر، میله‌های (۱) و (۲) از اتصال فلزهای A و B به یکدیگر ساخته شده‌اند، دمای میله‌ها را به یک اندازه بالا می‌بریم. اگر افزایش طول میله (۱)، $1/5$ برابر افزایش طول میله (۲) باشد، ضریب انبساط طولی میله B چند برابر ضریب انبساط طولی میله A است؟با فرض اینکه دمای میله‌ها را به اندازه ΔT بالا ببریم، افزایش طول میله‌های (۱) و (۲) برابر است با:

$$\Delta L_1 = \Delta L_A + \Delta L_B = L_{1A} \alpha_A \Delta T + L_{1B} \alpha_B \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta L_1 = L \alpha_A \Delta T + (2L) \alpha_B \Delta T \Rightarrow \Delta L_1 = L \Delta T (\alpha_A + 2\alpha_B) \quad (I)$$

$$\Delta L_2 = \Delta L_A + \Delta L_B = L_{2A} \alpha_A \Delta T + L_{2B} \alpha_B \Delta T \Rightarrow \Delta L_2 = (2L) \alpha_A \Delta T + L \alpha_B \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta L_2 = (2L) \alpha_A \Delta T + L \alpha_B \Delta T \Rightarrow \Delta L_2 = L \Delta T (2\alpha_A + \alpha_B) \quad (II)$$

افزایش طول میله (۱)، $1/5$ برابر افزایش طول میله (۲) است، پس:

$$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2} = 1/5 \xrightarrow{(I), (II)} \frac{L \Delta T (\alpha_A + 2\alpha_B)}{L \Delta T (2\alpha_A + \alpha_B)} = 1/5 \Rightarrow \frac{\alpha_A + 2\alpha_B}{2\alpha_A + \alpha_B} = 1/5$$

$$\Rightarrow \alpha_A + 2\alpha_B = 3\alpha_A + 1/5 \alpha_B \Rightarrow \alpha_B = 0.5 \alpha_A \Rightarrow \frac{\alpha_B}{\alpha_A} = \frac{2}{5} = 0.4$$



گروه آموزشی ماز

۵۵- 0.4 کیلوگرم یخ -5°C را درون گرمکنی با توان 700 W و بازده 90% قرار می‌دهیم، پس از 4 دقیقه دمای نهایی چند درجه سلسیوس می‌شود؟

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, C_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}})$$

(۴) ۱۲/۵

(۳) ۱۰

(۲) ۷/۵

(۱) ۰

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۷	سوال	دهم	بازده		☒	☒	☒	متوسط

(۱) در یک وسیله به آهنگ گرمایی که وسیله به مایع یا جسم درون خود می‌دهد، توان گرمایی گویند:

$$P_{\text{گرمایی}} = \frac{Q}{t}$$

ظرفیت گرمایی گرمای ویژه

(۲) گرما دادن به یک جسم باعث افزایش دما یا تغییر حالت و یا هر دو خواهد شد:

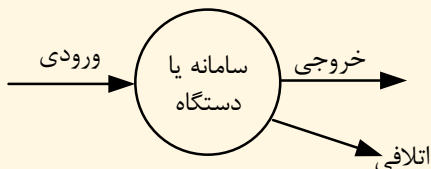
$$Q = m c \Delta\theta = C \Delta\theta$$

↑ گرمای تغییر دما

گرمای ذوب یا انجماد $Q = \pm mL_F$: گرمای تغییر حالت

گرمای تبخیر یا میعان $Q = \pm mL_V$

(۳) هر دستگاه یا سامانه‌ای تمام توان یا انرژی ورودی خود را تبدیل به توان یا انرژی خروجی نمی‌کند:



$$Ra = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}} \times 100$$

(۱) در گام اول با توجه به بازده و توان وسیله، توان گرمایی را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \rightarrow 90 = \frac{P_{\text{مفید}}}{700} \times 100 \rightarrow P_{\text{مفید}} = 630\text{ W}$$

(۲) حال با توان مفید و مدت زمان داده شده، گرمای داده شده به یخ را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = P_{\text{مفید}} t \rightarrow Q = 630 \times (4 \times 60) \rightarrow Q = 151200\text{ J}$$

(۳) این گرما ابتدا باعث می‌شود دمای 4 kg یخ -5°C به یخ 0°C برسد:

$$Q_1 = mc \Delta\theta \rightarrow Q_1 = 0.4 \times 2100 \times 5 = 4200\text{ J}$$

(۴) از 151200 J ، 4200 J گرما صرف تغییر دمای یخ شده و $151200 - 4200 = 147000\text{ J}$ گرما باقی مانده است. در دمای 0°C یخ تغییر حالت می‌دهد و گرمای داده شده به یخ از رابطه $Q = mL_F$ بدست می‌آید.

$$Q_F = mL_F \rightarrow Q_F = 0.4 \times 336000 = 134400\text{ J}$$

(۵) از 147000 J گرمایی که داشته‌ایم 134400 J گرما صرف ذوب یخ شده و به اندازه 12600 J گرما باقی می‌ماند که به آب 0°C داده می‌شود تا دمای آن افزایش یابد:

$$Q_3 = mc \Delta\theta' \rightarrow 12600 = 0.4 \times 4200 \times \Delta\theta' \rightarrow \Delta\theta' = 7/5^{\circ}\text{C}$$

(۶) بنابراین دمای آب از 0°C به اندازه $7/5^{\circ}\text{C}$ افزایش یافته و دمای نهایی $7/5^{\circ}\text{C}$ خواهد بود.

www.biomaze.ir

۵۶- برای تعیین گرمای ویژه یک آلیاژ، یک قطعه از آن به جرم 1 kg را به دمای 80°C می‌رسانیم و آن را درون گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $400 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$ که حاوی 4 kg آب 20°C است، می‌اندازیم. اگر دمای تعادل مجموعه به 40°C برسد، گرمای ویژه آلیاژ چند واحد SI است؟ ($C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$)

(۴) ۴۸۰۰

(۳) ۸۴۰۰

(۲) ۴۳۰۰

(۱) ۸۶۰۰

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.





پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۷	۷	۷	سوال	دهم	دهم دما و گرما	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

گرما

مقدار انرژی است که به دلیل اختلاف دما از جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc\Delta T \rightarrow \begin{array}{l} \text{تغییرات دما (} ^\circ\text{C یا K)} \\ \text{جرم (kg)} \\ \text{گرمای ویژه (} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \text{)} \end{array}$$

(J) گرما

نکته

اگر جسمی گرما بگیرد $Q > 0$ و اگر جسمی گرما از دست بدهد $Q < 0$ است.

یکای:	توضیحات تکمیلی:	گرمای ویژه (C):
$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	مقدار گرمایی که به یک کیلوگرم از یک جسم می‌دهیم تا دمای آن به اندازه یک درجه سانتی‌گراد (C) یا درجه کلوین (K) تغییر کند.	فقط به جنس ماده سازنده بستگی دارد.
$\frac{\text{J}}{\text{K}}$	مقدار گرمایی که به یک جسم می‌دهیم تا دما به اندازه یک درجه سانتی‌گراد (C) یا درجه کلوین (K) تغییر کند.	به جرم و جنس ماده سازنده بستگی دارد.

نکته

ظرفیت گرمایی یک جسم از حاصل ضرب جرم جسم در گرمای ویژه جسم به دست می‌آید.

$$C = mc$$

محاسبه گرما با استفاده از ظرفیت گرمایی

مقدار گرمایی که دمای جسمی به ظرفیت گرمایی C را به اندازه ΔT افزایش می‌دهد. این گرما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = C\Delta T \rightarrow \begin{array}{l} \text{تغییرات دما (} ^\circ\text{K)} \\ \text{ظرفیت گرمایی (} \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{)} \end{array}$$

(J) گرما

نکته

هنگام تبادل گرما اجسام گرم انرژی از دست می‌دهند و اجسام سرد انرژی می‌گیرند، طبق قانون پایستگی انرژی جمع جبری Q ها صفر می‌شود، بنابراین داریم:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

(سراسری تجربی خارج - ۹۳)

ظرفی که عایق گرما است، محتوی ۸۰ gr آب $11/5^\circ\text{C}$ است. یک قطعه مس به جرم ۴۲۰ gr و دمای 100°C را در آب می‌اندازیم. اگر فقط بین آب و مس تبادل گرما صورت گیرد و $C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ و $C_{\text{مس}} = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ باشد، تا برقراری تعادل گرمایی، دمای آب چند کلوین افزایش می‌یابد؟

۳۰۱/۵ (۴)

۳/۳ (۳)

۴۰ (۲)

۲۸/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\frac{80}{1000} \times 4200 (\theta_e - 11/5) + \frac{420}{1000} \times 380 (\theta_e - 100) = 0 \Rightarrow \theta_e = 40^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta_1 = \theta_e - \theta_1 = 40 - 11/5 = 28/5^\circ\text{C}$$

طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (توجه کنید که دمای اولیه ظرف و آب یکسان است)

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{آلیاژ}} + Q_{\text{ظرف}} = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + C(\theta_e - \theta_1) = 0$$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



$$\Rightarrow 4 \times 4200 \times (40 - 20) + 1 \times C_p (40 - 80) + 400 (40 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 336000 - 40C_p + 8000 = 0$$

$$\Rightarrow 344000 = 40C_p \Rightarrow C_p = 8600 \frac{J}{kg \cdot K}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) فرایند چگالش عملی گرمازا و فرایند ذوب عملی گرماگیر است.

(ب) گرمای تبخیر آب با افزایش دمای آب افزایش می‌یابد.

(پ) افزایش فشار بر اکثر مواد، سبب پایین رفتن نقطه ذوب می‌شود.

(ت) اگر دمای هوا زیر نقطه انجماد باشد بخار هوا مستقیماً به حالت جامد (یعنی برف) تبدیل می‌شود.

(ث) جامدهای بلورین دمای ذوب مشخص دارند و در هنگام ذوب حجم آن‌ها افزایش می‌یابد ولی جامدهای بی‌شکل دمای ذوب مشخصی ندارند و در هنگام ذوب حجم آن‌ها کاهش می‌یابد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۰	۷	سوال	دهم	گرما	ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

نکته ۱: عمل ذوب، تبخیر و تصعید یک فرایند گرماگیر است.

نکته ۲: عمل انجماد، میعان و چگالش یک فرایند گرمازا است.

چه رابطه‌ای بین فشار و نقطه ذوب در مواد وجود دارد:

در آب (یخ) →

↑ نقطه ذوب ⇒ ↓ فشار

↓ نقطه ذوب ⇒ ↑ فشار

→ در اکثر مواد

↑ نقطه ذوب ⇒ ↑ فشار

↓ نقطه ذوب ⇒ ↓ فشار

جامدهای بلورین: در این جامدها اتم‌ها در طرح‌های منظمی کنار هم قرار گرفته و جسم جامد از تکرار این طرح‌ها به وجود آمده است. همچنین جامدهای بلورین معمولاً از سرد کردن تدریجی مایع مذاب به وجود می‌آیند، چون در این حالت مولکول‌ها فرصت دارند تا در طرح‌های منظم، خود را مرتب کنند. مثل انواع فلزات، نمک‌ها و ...

نکته ۱: جامدهای بلورین، دمای ذوب مشخصی دارند و حجم آن‌ها هنگام ذوب افزایش می‌یابد.

نکته ۲: جامدهای بلورین، دمای انجماد مشخصی دارند و حجم آن‌ها هنگام انجماد کاهش می‌یابد.

جامدهای بی‌شکل (آمورف):

در این نوع جامدها، مولکول‌ها در طرح منظمی کنار هم قرار ندارند و معمولاً از سرد کردن سریع مایع مذاب به وجود می‌آیند چون در این حالت مولکول‌ها فرصت کافی ندارند تا در طرحی منظم قرار بگیرند و در نهایت در وضعیت نامنظمی می‌مانند. مثال قیر، شیشه و ...

نکته ۱: جامدهای بی‌شکل دمای ذوب مشخصی ندارند و در گستره‌ای از دما ذوب می‌شوند و حجم آن‌ها هنگام ذوب ثابت است.

نکته ۲: جامدهای بی‌شکل دمای انجماد مشخصی ندارند و در گستره‌ای از دما منجمد می‌شوند و حجم آن‌ها هنگام انجماد ثابت است.

باتوجه به درسنامه مورد الف، درست و موردهای پ و ث، نادرست می‌باشد. اما؛ مورد ب نیز نادرست است چون با افزایش دما تندی حرکت مولکول‌ها و جنبش مولکولی افزایش می‌یابد و در نتیجه پیوند بین مولکول‌ها سست‌تر می‌شود و مولکول برای جدا شدن از سطح به انرژی کم‌تری نیاز دارند، بنابراین با افزایش دمای آب گرمای کم‌تری برای تبخیر لازم است.

مورد ت درست است چون هوا شامل بخار آب است وقتی دمای هوا بالای نقطه انجماد آب باشد عمل میعان صورت گرفته و به باران تبدیل می‌شود و اگر هوا سردتر شود به دانه‌های تگرگ تبدیل می‌شود ولی اگر دمای هوا زیر نقطه انجماد باشد بخار هوا مستقیماً به حالت جامد یعنی برف تبدیل می‌شود.

اگر ...

طراح حالتی را که با آب یا یخ، بررسی می‌کند. حواستان به رابطه بین فشار و نقطه ذوب باشد با بقیه مواد به درسنامه مراجعه کنید.

گروه آموزشی ماز

۵۸- در اثر انبساط بسیار سریع یک گاز ۵۰۰J کار انجام شده است. تغییر انرژی درونی کار و گرمای داده شده به گاز به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟

۴) صفر و ۵۰۰-

۳) ۵۰۰- و صفر

۲) صفر و ۵۰۰

۱) ۵۰۰ و صفر

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



پاسخ: گزینه ۳

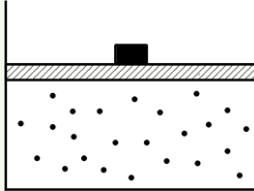
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۷	۲	۷	سوال	دهم	ترمودینامیک	و ترکیب	✗	✗	سختی	ساده

ترمودینامیک: علمی است که به مطالعه رابطه بین گرما و کار و تبدیل گرما به کار مکانیکی می‌پردازد.

دستگاه: جسمی است که با محیط پیرامون خود گرما و کار مبادله می‌کند.

محیط: اجسام پیرامون دستگاه را که با دستگاه تبادل انرژی دارند محیط می‌گویند.

نکته: مطابق شکل روبه‌رو، مقداری گاز درون سیلندری قرار دارد، گاز درون سیلندر، دستگاه و هوای اطراف سیلندر، محیط است.



قانون اول ترمودینامیک:

اگر دستگاهی در فرآیندی، گرمای Q را بگیرد و کار W روی آن انجام شود، تغییر انرژی درونی آن حاصل جمع جبری کار و گرمای مبادله شده خواهد بود. به این رابطه قانون اول ترمودینامیک گفته می‌شود:

$$\Delta U = W + Q$$

نکته ۱: اگر بر روی دستگاه کار انجام شود (حجم دستگاه کاهش یابد) علامت کار مثبت و اگر دستگاه کار انجام دهد (حجم دستگاه افزایش یابد) علامت کار منفی است.

نکته ۲: اگر به دستگاه گرما داده شود علامت Q مثبت و اگر از دستگاه گرما گرفته شود علامت Q منفی است.

فرآیند بی‌دررو

فرآیندی که طی آن، گاز گرمایی را با محیط مبادله نمی‌کند. یعنی $Q = 0$ است.

قانون اول ترمودینامیک در مورد فرآیند بی‌دررو به صورت زیر است:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = W$$

نکته ۱: در انبساط بی‌دررو چون کار محیط روی دستگاه (W) منفی است پس ΔU هم منفی است، یعنی انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد.

نکته ۲: در تراکم بی‌دررو چون کار محیط روی دستگاه (W) مثبت است پس ΔU هم مثبت است، یعنی انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

نکته ۳: برای انجام فرآیند به صورت بی‌دررو یا باید دستگاه را کاملاً عایق‌بندی کرد و تراکم و انبساط را به آهستگی انجام دهیم و یا اینکه دستگاه را چنان با سرعت متراکم یا منبسط کنیم که گاز فرصت تبادل گرما با محیط را پیدا نکند.

مثال:

در یک فرآیند ترمودینامیکی دستگاه 200 J کار بر روی محیط انجام می‌دهد و 50 J گرما می‌گیرد. تغییرات انرژی درونی دستگاه چند ژول است؟

(۱) ۲۵۰ (۲) -۱۵۰ (۳) -۲۵۰ (۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۲

با کمک قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[Q=50 \text{ J}]{W=-200 \text{ J}} \Delta U = 50 + (-200) = -150 \text{ J}$$

چون حجم زیاد شده، پس $W = -50 \text{ J}$ است. از طرفی چون فرآیند سریع انجام شده، پس فرآیند بی‌دررو است. پس گرمای مبادله شده صفر است. یعنی: $Q = 0$

حال به کمک قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = -50 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- یک موتور درون‌سوز دیزلی در هر چرخه 120 kJ گرما از طریق سوزاندن سوخت دریافت می‌کند و 42 kJ کار انجام می‌دهد. اگر گرمای حاصل از سوزاندن هر گرم سوخت $5 \times 10^4 \text{ J}$ باشد، بازده این ماشین گرمایی چند درصد و مقدار سوخت مصرف شده در هر چرخه برحسب گرم به ترتیب از راست به چپ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $20/4$ (۲) $35-2/4$ (۳) $70-1/2$ (۴) $35-1/2$

پاسخ: گزینه ۲

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۲۰۰ ارسال کنید.



مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۷	۶	۷	سوال	دهم	بازده	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

بازده ماشین گرمایی:

هدف از ساخت هر ماشین آن است که انرژی گرفته شده را تا بیشترین مقدار ممکن به انرژی مفید خروجی تبدیل کند. بنابراین بازده هر ماشین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{\text{انرژی مفید خروجی}}{\text{انرژی داده شده به ماشین}}$$

در ماشین‌های گرمایی، انرژی مفید خروجی همان کار $|W|$ و انرژی داده شده به ماشین، همان گرمای Q_H است. بنابراین، برای بازده هر ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} \rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

اگر بازده برحسب درصد خواسته شد، نسبت به دست آمده در بالا را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم.

مثال:

یک موتور درونسوز در هر چرخه ۵ گرم بنزین مصرف می‌کند و ۱۵۰ کیلوژول گرما هدر می‌دهد. اگر گرمای حاصل از سوختن هر گرم بنزین ۴۰ kJ باشد، بازده این موتور چقدر است؟

- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا گرمایی که موتور درونسوز می‌گیرد را می‌یابیم.

و برای تعیین بازده داریم:

$$Q_H = M \cdot Q = 5 \times 40 \rightarrow Q_H = 200 \text{ kJ}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{150}{200} \rightarrow \eta = 25\%$$

باتوجه به رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \times 100 = \frac{|W| = 42 \text{ kJ}}{Q_H = 120 \text{ kJ}} \rightarrow \eta = \frac{42}{120} \times 100 = 35\%$$

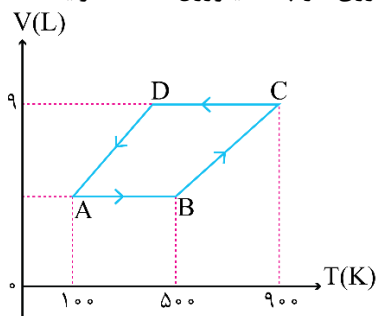
گرمای ۱۲۰ kJ حاصل از سوختن سوخت است که به ازای هر گرم، $5 \times 10^4 \text{ J}$ گرما می‌دهد. با یک نسبت ساده خواهیم داشت:

۱g	$5 \times 10^4 \text{ J}$
m = ?	$120 \times 10^3 \text{ J}$

$$\Rightarrow m = \frac{120 \times 10^3}{5 \times 10^4} = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- نمودار $V-T$ ، ۱۰ مول گاز کامل تک‌اتمی در شکل زیر رسم شده است. در طی هر چرخه، کار انجام شده روی گاز چند کیلوژول است؟ (فرایند BC و



DA هم‌فشار هستند و $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$(1) -38/4$$

$$(2) -25/6$$

$$(3) 25/6$$

$$(4) 38/4$$

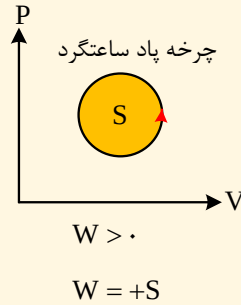
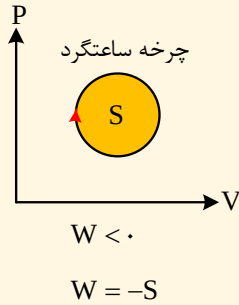
پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	سوال	دهم	ترمودینامیک	و ترکیب	☒	☒	سختی	سخت

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



در یک چرخه بزرگی کار انجام شده روی گاز برابر مساحت سطح محصور آن در نمودار $P-V$ است:



کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌فشار از روابط زیر به دست می‌آید:

دقت کنید کار انجام شده روی محیط، قرینه کار انجام شده روی گاز است:

$$W = -P\Delta V = -nR\Delta T$$

$$W = -W'$$

$$PV = nRT \rightarrow \frac{V}{T} = \frac{nR}{P} = \text{ثابت} \rightarrow \frac{V_C}{T_C} = \frac{V_B}{T_B}$$

$$\rightarrow \frac{9}{900} = \frac{V_B}{500} \rightarrow V_B = 5L \xrightarrow{V_B=V_A} V_A = 5L$$

$$\text{فرآیند DA هم‌فشار است: } \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_D}{T_D} \rightarrow \frac{5}{100} = \frac{9}{T_D} \rightarrow T_D = 180K$$

حالا برای این که در هر چرخه، کار انجام شده بر روی گاز را حساب کنیم باید در تک‌تک فرآیندها، کار انجام شده را به دست آوریم و با هم جمع کنیم.

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{CD} = 0 \rightarrow W_{AB} = 0, W_{CD} = 0$$

$$\text{فرآیند BC هم‌فشار: } W_{BC} = -nR\Delta T_{BC} = -10 \times 8 \times (900 - 500) = -32 \text{ kJ}$$

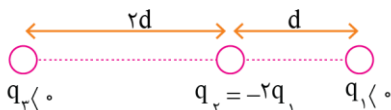
$$\text{فرآیند DA هم‌فشار: } W_{DA} = -nR\Delta T_{DA} = -10 \times 8 \times (100 - 180) = 64 \text{ kJ}$$

$$W_{\text{چرخه}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = 0 - 32 + 0 + 64 = 32 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در فواصل معینی از هم ثابت شده‌اند. اگر اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 ، ۲ برابر اندازه برآیند نیروهای

الکتریکی وارد بر بار q_2 باشد، مجموع مقادیر ممکن برای نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



$$\frac{19}{27} \quad (2)$$

$$\frac{17}{27} \quad (4)$$

$$\frac{7}{27} \quad (1)$$

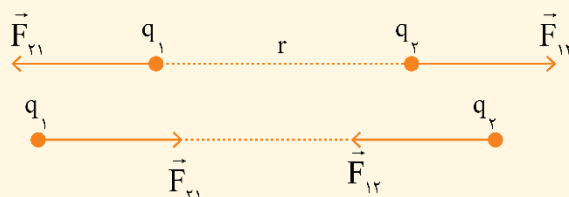
$$\frac{11}{27} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۱۰	۸	سوال	یازدهم	نیروی کولن	و ترکیب			سختی	سخت

«قانون کولن»

دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، بر هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که این نیرو بین بارها از نوع کش و واکنش است یعنی با اندازه‌های یکسان و جهت‌های مخالف هم.



بارهای ناهم‌نام یکدیگر را جذب می‌کنند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{و} \quad |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$$





$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad (N) \rightarrow \text{ثابت کولن } k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

اثبات واحد k:

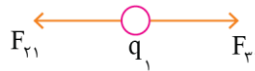
$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \leftrightarrow k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

اگر q_1 و q_2 بر حسب میکروکولن و r بر حسب سانتی متر باشد، آن گاه:

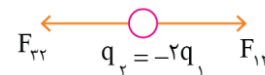
$$F = \frac{9 \cdot |q_1||q_2|}{r^2}$$

اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 :

$$F_1 = |F_{r1} - F_{r2}| = \left| \frac{k|q_1||q_3|}{9d^2} - \frac{2k|q_1||q_1|}{d^2} \right| = \frac{k|q_1||q_3|}{d^2} \left| \frac{1}{9} - 2 \right|$$

اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 :

$$F_2 = |F_{12} - F_{r2}| = \left| \frac{2k|q_1||q_1|}{d^2} - \frac{k|q_1||q_3|}{d^2} \right| = \frac{k|q_1|}{d^2} \left| 2|q_1| - |q_3| \right|$$



$$F_1 = 2F_2 \rightarrow \left| \frac{|q_3|}{9} - 2|q_1| \right| = |4|q_1| - |q_3|| \xrightarrow{|x|=|y| \rightarrow x=\pm y}$$

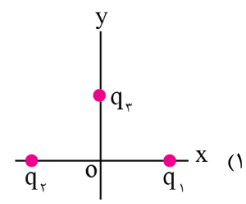
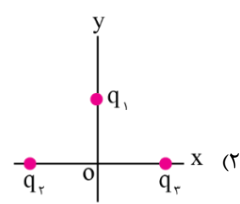
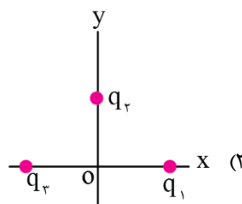
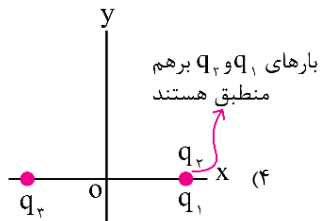
$$\left| \frac{|q_3|}{9} - 2|q_1| \right| = 4|q_1| - |q_3| \rightarrow 6|q_1| = \frac{1}{9}|q_3| \rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \frac{5}{27}$$

$$\left| \frac{|q_3|}{9} - 2|q_1| \right| = -4|q_1| + |q_3| \rightarrow 2|q_1| = \frac{1}{9}|q_3| \rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow \frac{5}{27} + \frac{4}{9} = \frac{5}{27} + \frac{12}{27} = \frac{17}{27}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- سه بار الکتریکی $q_1 = -q$ ، $q_2 = 2q$ و $q_3 = 3q$ را در صفحه xy و در فاصله یکسان از مبدأ مختصات قرار می دهیم. در کدام یک از شکل های زیر اندازه میدان الکتریکی در مبدأ بزرگ تر است؟



پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۷	سوال	یازدهم	میدان الکتریکی	ترکیب و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

برای محاسبه اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار q (بار فاعل) در نقطه دلخواه M به فاصله r از آن، بار q را در نقطه M قرار می دهیم و اندازه نیروی الکتریکی وارد شده بر q را اندازه گرفته و بر $|q|$ تقسیم می کنیم:

$$F = \frac{k|q||q|}{r^2} \xrightarrow{\frac{F}{|q|}} E = \frac{k|q|}{r^2} \quad \frac{N}{C} \rightarrow \text{اندازه میدان الکتریکی در فاصله } r \text{ از } q$$

اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار q با $|q|$ رابطه مستقیم و با مربع فاصله از آن رابطه وارون دارد.

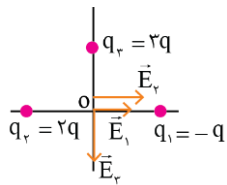
$$|q| \text{ ثابت است. } (E \propto \frac{1}{r^2})$$

$$r \text{ ثابت است. } (E \propto |q|)$$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۵۸۵۵ ارسال کنید.



چون فاصله بارها از مبدأ یکسان است، بزرگی میدان آن‌ها با اندازه بارشان نسبت مستقیم دارد. یعنی اگر اندازه میدان ناشی از بار q_1 در مبدأ را با E نشان دهیم، اندازه میدان ناشی از بار q_2 در مبدأ برابر $2E$ و اندازه میدان حاصل از بار $3q$ در مبدأ برابر $3E$ است.

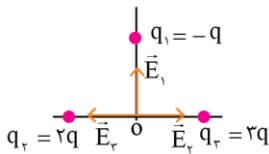


گزینه ۱: با توجه به شکل (الف) بزرگی برآیند میدان‌ها در نقطه O برابر است با:

$$E = \sqrt{(E_1 + E_r)^2 + E_r^2} = \sqrt{(E + 2E)^2 + (3E)^2} = \sqrt{9E^2 + 9E^2} = \sqrt{18}E$$

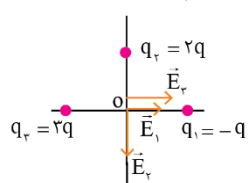
گزینه ۲: بر اساس شکل (ب)، بزرگی برآیند میدان‌ها در نقطه O را در گزینه ۲ حساب می‌کنیم:

$$E = \sqrt{(E_r - E_r)^2 + E^2} = \sqrt{(3E - 2E)^2 + E^2} = \sqrt{E^2} = \sqrt{2}E$$



گزینه ۳: با توجه به شکل (پ)، بزرگی برآیند میدان‌ها در نقطه O را تعیین می‌کنیم:

$$E = \sqrt{(E_1 + E_r)^2 + E_r^2} = \sqrt{(E + 3E)^2 + (2E)^2} = \sqrt{16E^2 + 4E^2} = \sqrt{20}E$$



گزینه ۴: در شکل (ت)، میدان‌ها هم‌راستا هستند و دیگر آقای فیثاغورس را زحمت نمی‌دهیم!

$$E = (E_r + E_l) - E_r = (3E + E) - 2E = 2E$$

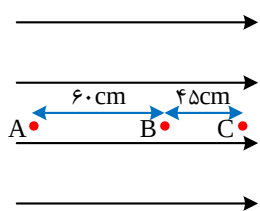
بر اساس محاسبات بالا:

$$E > E > E > E$$

۳ گ ۱ گ ۴ گ ۲ گ

www.biomaze.ir

۶۳- یک ذره آلفا با تندی $10^5 \frac{m}{s}$ از نقطه A در جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواخت پرتاب می‌شود و با تندی $2 \times 10^5 \frac{m}{s}$ از نقطه B عبور می‌کند. تندی حرکت این ذره در نقطه C به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (بار الکتریکی و جرم ذره آلفا به ترتیب $3/2 \times 10^{-19} C$ و $6/4 \times 10^{-27} kg$ فرض شود).



(۱) $2/5 \times 10^5$

(۲) 3×10^5

(۳) $3/5 \times 10^5$

(۴) 4×10^5

پاسخ: گزینه ۱

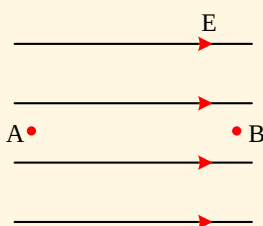
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۴	۱۰	۷	سوال	یازدهم	الکتریسته ساکن	و ترکیب	کار و انرژی	☒	سختی	متوسط

۱- هنگامی که بار q از اختلاف پتانسیل ΔV عبور می‌کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر می‌کند. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یعنی ΔU به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = q\Delta V$$

۲- مطابق رابطه بالا، بار مثبت با حرکت به سمت پتانسیل‌های بیش‌تر، انرژی پتانسیل الکتریکی آن زیاد می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی با حرکت به سمت پتانسیل‌های کم‌تر بیش‌تر می‌شود.

۳- اگر یک بار الکتریکی در جهت خود به خودی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن حتماً کم می‌شود. جهت حرکت خود به خودی بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است، در حالی که جهت خود به خودی حرکت بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.



۴- با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

$$V_B < V_A$$



۵- تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر قرینه کار نیروی الکتریکی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W = Fd \cos \alpha \\ \Delta U = -W \end{cases} \Rightarrow \Delta U = -Fd \cos \alpha$$

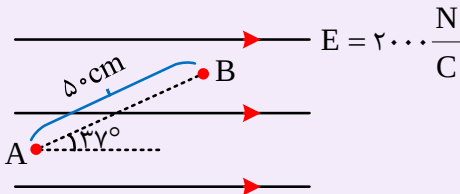
$$F = Eq \rightarrow \Delta U = -Eqd \cos \alpha$$

$$\Rightarrow |\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$$

از رابطه فوق برای محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در یک میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. دقت کنید در حالتی که عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم ($\cos \alpha = 0$)، پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ثابت می‌مانند.



مثال



در شکل زیر بار الکتریکی $q = 5 \mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت با شدت $2000 \frac{N}{C}$ از A به B می‌رود. انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)

پاسخ: ابتدا دقت کنید که بار مثبت در جهت میدان یعنی در جهت خود به خودی حرکت کرده است و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است.

$$|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha| = |2000 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.8|$$

در ادامه مقدار کاهش انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$\Rightarrow |\Delta U| = 4 \times 10^{-3} J \Rightarrow \Delta U = -4 \times 10^{-3} J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار به اندازه $4 \times 10^{-3} J$ کاهش یافته است.

۶- با تقسیم رابطه $\Delta U = -Eqd \cos \alpha$ بر q می‌توانیم تغییرات پتانسیل یعنی ΔV را محاسبه کنیم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-Eqd \cos \alpha}{q} = -Ed \cos \alpha$$

$$\Rightarrow |\Delta V| = |Ed \cos \alpha|$$

۷- در مسائلی که اتلاف انرژی و نیرویی جز نیروی الکتریکی وجود ندارد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی قرینه هم هستند، بنابراین برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

با نوشتن قضیه کار و انرژی جنبشی بین نقاط A و B و نیز بین نقاط B و C داریم:

$$K_B - K_A = W_E \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = Eqd_{AB} \quad (1)$$

$$K_C - K_B = W_E \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_C^2 - v_B^2) = Eqd_{BC} \quad (2)$$

حال رابطه (۲) را به رابطه (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{v_C^2 - v_B^2}{v_B^2 - v_A^2} = \frac{d_{BC}}{d_{AB}} \Rightarrow \frac{v_C^2 - 4 \times 10^{10}}{4 \times 10^{10} - 10^{10}} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \Rightarrow v_C^2 - 4 \times 10^{10} = \frac{9}{4} \times 10^{10} \Rightarrow v_C^2 = \frac{25}{4} \times 10^{10} \Rightarrow v_C = 2.5 \times 10^5 \text{ m/s}$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- کره فلزی توپر با شعاع ۱۰ cm دارای بار الکتریکی $24 \mu C$ است. چگالی سطحی بار این کره چند واحد SI است؟ ($\pi \approx 3$)

(۴) 10^{-1} (۳) 2×10^{-1} (۲) 10^{-4} (۱) 2×10^{-4}

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۲	۵	۶	سوال	یازدهم	الکتریسیته ساکن	و ترکیب			سختی	ساده

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



درسنامه

(۱) چگالی سطحی بار الکتریکی برابر بار الکتریکی در واحد سطح است.

$$\sigma = \frac{|q|}{A} \left(\frac{C}{m^2} \right)$$

(۲) در رساناها بار الکتریکی به گونه‌ای در سطح جسم پخش می‌شود که ویژگی‌های زیر را داشته باشد:

(الف) بار الکتریکی در سطح خارجی رسانا پخش می‌شود.

(ب) چگالی سطحی بار در نقاط نوک تیز بیشتر است.

(ج) میدان الکتریکی درون رسانا صفر است.

(د) پتانسیل الکتریکی همه نقاط رسانا با هم برابر است.

(۳) بار الکتریکی در سطح یک کره رسانا به صورت یکنواخت پخش می‌شود و چگالی سطحی بار کره برابر است با:

$$\sigma = \frac{|q|}{A} \xrightarrow{A=4\pi R^2} \sigma = \frac{|q|}{4\pi R^2}$$

(۴) برای مقایسه چگالی سطحی با دو کره می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{|q|}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

مثال:

کره A به شعاع ۱۰cm دارای $20\mu C$ بار الکتریکی است و کره B به شعاع ۱۵cm دارای $60\mu C$ بار الکتریکی است. چگالی سطحی بار A چند برابر B است؟

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^2 = \frac{20}{60} \times \left(\frac{15}{10} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

برای تمرین بیشتر، چگالی سطحی هر یک از کره‌ها را محاسبه کنید.

چگالی سطحی بار کره به آسانی قابل محاسبه است.

$$\sigma = \frac{|q|}{4\pi R^2} = \frac{24 \times 10^{-6}}{4 \times 3.14 \times (0.1)^2} = 2 \times 10^{-4} \frac{C}{m^2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- خازن تختی را پس از پر شدن، از باتری جدا می‌کنیم. اگر در این حال صفحه‌ها را از هم دور کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه و میدان الکتریکی بین صفحه‌ها، به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) کاهش، کاهش

(۲) افزایش، کاهش

(۳) کاهش، ثابت

(۴) افزایش، ثابت

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۸	۸	سوال	یازدهم	خازن	و ترکیب	☑	☑	درجه سختی	سخت

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن: آزمایش محاسبه نشان می‌دهد که ظرفیت یک خازن تخت با مساحت صفحه‌های A و فاصله جدایی صفحه‌های d، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left. \begin{array}{l} C \propto \frac{1}{d} \\ C \propto A \end{array} \right\} \Rightarrow C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} \rightarrow (m^2) \text{ مساحت هر یک از صفحه‌های خازن}$$

$$\rightarrow (m) \text{ فاصله بین صفحات خازن}$$

$$\text{ظرفیت خازن بدون دی‌الکتریک} \rightarrow \left(\frac{1}{8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}} \right) \text{ ضریب گذردهی الکتریکی خلا}$$

خازن با دی‌الکتریک (k): اگر فاصله بین صفحات خازن را با یک ماده عایق (مانند کاغذ، پلاستیک و ...) که به آن دی‌الکتریک گفته می‌شود، پر کنیم، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. اثر دی‌الکتریک را با نماد k نمایش می‌دهیم. بنابراین اگر ظرفیت خازن تختی که بدون دی‌الکتریک است، C باشد، آنگاه ظرفیت خازن با دی‌الکتریک، $C = kC$ می‌شود. به عبارتی داریم:

$$C = k\epsilon \cdot \frac{A}{d} \leftarrow \text{ظرفیت خازن}$$

نکته: ضریب k، کمیتی بدون یکا است.

نکته: ضریب دی‌الکتریک هوا برابر یک و بقیه مواد کمی بیشتر از یک است.

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



گام اول: با افزایش فاصله بین دو صفحه خازن، ظرفیت آن کاهش می‌یابد.

$$C = k\epsilon \cdot \frac{A}{d} \xrightarrow{(d \uparrow)} C \downarrow$$

گام دوم: وقتی خازن را از باتری جدا می‌کنیم، امکان تبادل بار توسط آن را از بین می‌بریم. بنابراین، بار خازن ثابت می‌ماند و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن متناسب با عکس ظرفیت خازن تغییر می‌کند.

$$C = \frac{q}{V} \rightarrow V = \frac{q}{C} \xrightarrow{(q: \text{ثابت})} \xrightarrow{(C \downarrow)} V \uparrow$$

گام سوم: رابطه میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن به صورت زیر است:

$$C = k\epsilon \cdot \frac{A}{d} = \frac{q}{V} \rightarrow V = \frac{qd}{k\epsilon \cdot A} \rightarrow Ed = \frac{qd}{k\epsilon \cdot A} \rightarrow E = \frac{q}{k\epsilon \cdot A}$$

طبق این رابطه، در صورت ثابت ماندن q ، k و A ، میدان الکتریکی تغییر نمی‌کند.

۶۶- با ۲۰۰ گرم آهن با چگالی $8 \frac{gr}{cm^3}$ یک سیم همگن و توپر استوانه‌ای به طول ۱۰۰ متر می‌سازیم و دو سر آن را با اختلاف پتانسیل ۲۰ ولت وصل می‌کنیم.

در هر دقیقه چند الکترون از هر مقطع سیم به طور خالص عبور می‌کند؟ (مقاومت ویژه آهن برابر $10^{-7} \Omega \cdot m$ است و $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

$$3/75 \times 10^{20} \quad (4)$$

$$1/875 \times 10^{20} \quad (3)$$

$$3/75 \times 10^{19} \quad (2)$$

$$1/875 \times 10^{19} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۵	۱۰	۶	سوال	یازدهم	الکتریسته ساکن	ترکیب			سختی	سخت

(۱) مطابق قانون اهم، رابطه ولتاژ و جریان یک مقاومت به صورت زیر است:

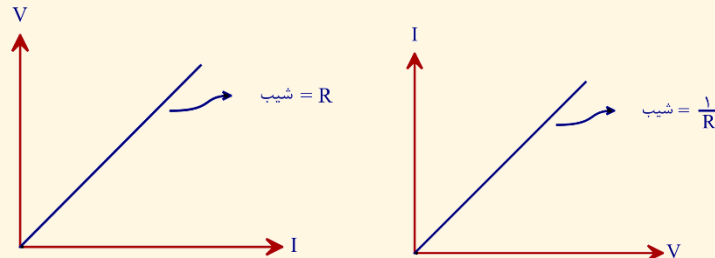
$$V = RI$$

اختلاف پتانسیل با یکای ولت V :

جریان الکتریکی با یکای آمپر I :

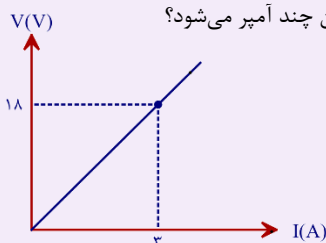
مقاومت الکتریکی با یکای اهم R :

(۲) مطابق قانون اهم، نمودار تغییرات ولتاژ یک مقاومت بر حسب جریان الکتریکی آن مطابق شکل روبه‌رو به صورت یک خط صعودی است.



مثال:

نمودار تغییرات ولتاژ یک مقاومت بر حسب جریان آن مطابق شکل است. اگر این مقاومت را به ولتاژ ۲۰V وصل کنیم، جریان آن چند آمپر می‌شود؟



ابتدا اندازه مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{18}{3} = 6 \Omega$$

در ادامه با وصل کردن مقاومت به ولتاژ ۲۰V، جریان الکتریکی برابر است با:

$$V = RI \Rightarrow 20 = 6I \Rightarrow I = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} A$$



۳) مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R : مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اهم

ρ : مقاومت ویژه با یکای (اهم×متر)

L : طول سیم با یکای متر

A : سطح مقطع سیم با یکای مترمربع

مثال:

مقاومت یک سیم مسی با شعاع مقطع 0.1mm و طول 50 متر را محاسبه کنید. ($\rho_{\text{مس}} = 1.8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} = 1.8 \times 10^{-8} \times \frac{50}{\pi \times (0.1 \times 10^{-3})^2} = 3.0 \Omega$$

۴) با توجه به $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت الکتریکی دو سیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1}$$

قطر مقطع $A \propto d^2$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

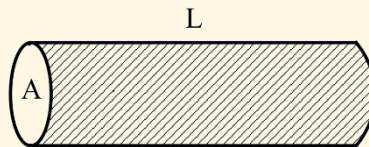
مثال:

مقاومت یک سیم مسی 10Ω است. اگر این سیم را از ابزاری عبور بدهیم تا بدون تغییر در جرم و حجم، طول آن را ۲ برابر کند، مقاومت سیم چند اهم می‌شود؟
با ۲ برابر کردن طول سیم، سیم نازک شده و سطح مقطع آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{ثابت } \rho} \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow \frac{R_1}{10} = 4 \Rightarrow R_2 = 40 \Omega$$

۵) گاهی در سؤالات مربوط به محاسبه مقاومت، از جرم و چگالی سیم هم استفاده می‌شود. برای حل این سؤالات می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم. دقت کنید که چگالی را با ρ' نشان داده‌ایم تا با مقاومت ویژه اشتباه نشود.

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \Rightarrow A = \frac{m}{\rho' L}$$



$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A = \frac{m}{\rho' L}} R = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$$

البته می‌توانیم رابطه فوق را حفظ نکنیم و فقط از مراحل به دست آوردن این رابطه در حل سؤال استفاده کنیم. به مثال زیر توجه کنید.

مثال:

با ۲۰۰ گرم آهن سیمی استوانه‌ای و توپ به طول 10 متر ساخته‌ایم. مقاومت این سیم چند اهم است؟ (مقاومت ویژه و چگالی آهن به ترتیب 10^{-7} و 8000 واحد SI است.)

این سؤال را با دو روش حل می‌کنیم.

الف) اگر رابطه مقاومت و جرم را حفظ باشیم:

$$R = \rho \rho' \frac{L^2}{m} = 10^{-7} \times 8000 \times \frac{10^2}{0.2} = 0.4 \Omega$$

ب) اگر رابطه را حفظ نباشیم:

در این صورت ابتدا سطح مقطع سیم را محاسبه می‌کنیم و سپس با کمک آن مقاومت سیم را به دست می‌آوریم.

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \Rightarrow 8000 = \frac{0.2}{A \times 10} \Rightarrow A = 2.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۲۰۰۰ ارسال کنید.



$$R = \rho \frac{L}{A} = 10^{-7} \times \frac{10}{2/5 \times 10^{-6}} = 0.4 \Omega$$

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: محاسبه مقاومت سیم مطابق رابطه ارائه شده در درسنامه

$$R = \rho \frac{L}{A} = 10^{-7} \times 8000 \times \frac{100^2}{0.2} = 40 \Omega$$

گام دوم: محاسبه جریان الکتریکی مطابق قانون اهم

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20}{40} = 0.5 A$$

گام سوم: محاسبه بار شارش شده در یک دقیقه

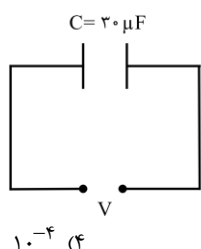
$$q = I \Delta t = 0.5 \times 60 = 30 C$$

گام چهارم: محاسبه تعداد الکترون‌ها

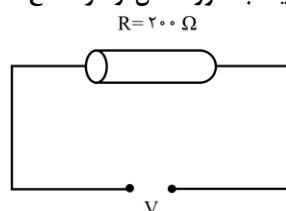
$$q = ne \Rightarrow 30 = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1.875 \times 10^{20}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- مطابق شکل زیر، یک خازن و یک مقاومت استوانه‌ای توپُر را به طور جداگانه به ولتاژ یکسانی وصل کرده‌ایم. اندازه بار ذخیره شده در هر صفحه خازن چند برابر اندازه باری است که در هر دقیقه به طور خالص از هر مقطع مقاومت می‌گذرد؟



۱۰^{-۴} (۴)



۱۰^{-۳} (۳)

۳ × ۱۰^{-۴} (۲)

۳ × ۱۰^{-۳} (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۲	۶	۸	سوال	یازدهم	الکتریسته ساکن	و ترکیب			سختی	سخت

بار ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$q = CV$$

مقدار بار خالصی که از هر مقطع مقاومت در مدت t عبور می‌کند برابر است با:

$$\begin{cases} I = \frac{V}{R} \\ I = \frac{q}{t} \end{cases} \Rightarrow \frac{q}{t} = \frac{V}{R} \Rightarrow q = \frac{Vt}{R}$$

بنابراین نسبت بار خازن به باری که در هر دقیقه از مقاومت می‌گذرد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{q_{\text{خازن}}}{q_{\text{مقاومت}}} = \frac{CV}{\frac{Vt}{R}} = \frac{RC}{t} = \frac{200 \times 30 \times 10^{-6}}{60} = 10^{-4}$$

دقت کنید که برای حل کردن این سؤال نیازی به دانستن V نیست.

اگر...

اگر می‌پرسیدیم که چند ثانیه طول می‌کشد تا مقدار بار خالصی که از مقاومت عبور می‌کند، برابر بار ذخیره شده در خازن شود، پاسخ چه بود؟
پاسخ: با برابر قرار دادن بارهای الکتریکی داریم:

$$q_{\text{خازن}} = q_{\text{مقاومت}} \Rightarrow CV = \frac{Vt}{R} \Rightarrow C = \frac{t}{R} \Rightarrow 30 \times 10^{-6} = \frac{t}{200} \Rightarrow t = 0.06 s$$

گروه آموزشی ماز





۶۸- کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) پتانسیومتر، نقش رئوستا را در مدارهای الکتریکی دارد.
- (۲) قانون اهم را نمی‌توان برای دیود نور گسیل (LED) مطرح کرد.
- (۳) مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
- (۴) با افزایش دمای یک رسانای فلزی، برخورد حامل‌های بار با شبکه اتمی رسانای فلزی کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

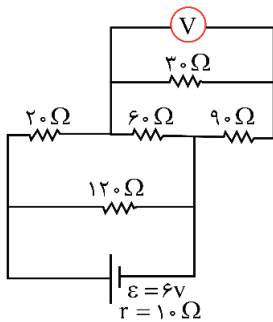
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۰	۸	سوال	یازدهم	الکتریسته ساکن	و ترکیب	متن کتاب درسی	☒	سختی	ساده

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): پتانسیومتر (مقاومت متغیر حلقوی) و رئوستا (مقاومت متغیر خطی) به مانند همدیگر عمل می‌کنند. در هردوی آن‌ها از اتصال کوتاه جهت تغییر مقاومت استفاده می‌شود.
- گزینه (۲): دیود نور گسیل (LED) از اجزای غیر اهمی مدارها هستند و قانون اهم را نمی‌توان برای آن‌ها نوشت.
- گزینه (۳): مقاومت ویژه نیم‌رساناها (مانند ژرمانیوم و سیلیسیم) برعکس رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.
- گزینه (۴): طبق متن کتاب درسی این جمله نادرست است:
- در یک رسانای فلزی، با افزایش دمای آن، ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌ها افزایش می‌یابد. این عامل موجب افزایش برخورد حامل‌های بار با شبکه اتمی رسانای فلزی می‌شود.

www.biomaze.ir

۶۹- در مدار شکل روبه‌رو، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟



(۱) ۰/۸

(۲) ۱/۶

(۳) ۲/۴

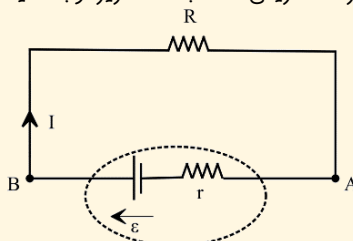
(۴) ۳/۲

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۷	۸	۸	سوال	یازدهم	مدار و ولت‌سنج	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

مدار تک حلقه:

در یک مدار یک حلقه‌ای مطابق شکل که دارای یک منبع نیروی محرکه الکتریکی است به نکات زیر توجه کنید:



(۱) برای محاسبه سریع‌تر جریان می‌توانیم از رابطه زیر کمک بگیریم:

$$I = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{R_{eq} + \sum r}$$

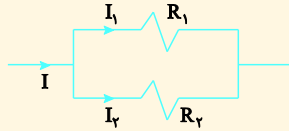
۱: جریان الکتریکی کل مدار (A)

 R_{eq} : مقاومت معادل مدار $\sum \varepsilon$: مجموع نیروی محرکه مولدهای انرژی‌دهنده به مدار $\sum \varepsilon'$: مجموع نیروی محرکه مولدهای شارژ شونده $\sum r$: مجموع مقاومت‌های درونی مدار

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



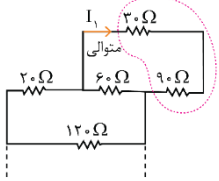
تکنیک تقسیم جریان:



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \text{ و } I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

گام اول: ابتدا مطابق شکل‌های روبه‌رو، مدار را تا رسیدن به دو مقاومت ساده می‌کنیم. در نهایت به شکل (ت) می‌رسیم که شامل دو مقاومت موازی R_3 و R_1 است. مقاومت معادل این دو، برابر مقاومت معادل کل مدار است.

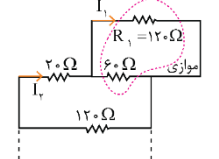
$$R_1 = 30 + 90 = 120 \Omega$$



$$R_{eq} = \frac{R_3 R}{R_3 + R} = \frac{60 \times 120}{60 + 120} = \frac{120}{1 + 2} = 40 \Omega$$

(الف)

$$R_2 = \frac{120 \times 60}{120 + 60} = 40 \Omega$$



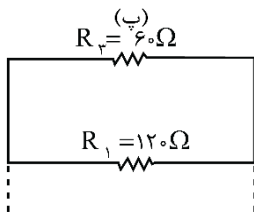
$$R_3 = 20 + (40) = 60 \Omega$$

(ب)

$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) I, \quad I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) I$$

گام سوم: جریان عبوری از مقاومت‌های موازی R_2 و R_1 را می‌توانید از روابط زیر حساب کنید:

سپس در شکل (پ):



(ت)

$$I_2 = \left(\frac{120}{60 + 120} \right) \times 0.12 = \frac{2}{3} \times 0.12 = 0.08 A$$

حالا I_2 در شکل (ب) بین مقاومت‌های موازی $R_1 = 120 \Omega$ و 60Ω توزیع می‌شود.

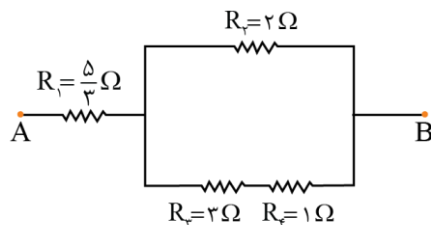
$$I_1 = \left(\frac{60}{60 + 120} \right) \times 0.08 = \frac{1}{3} \times \frac{8}{100} = \frac{8}{300} A$$

گام چهارم: کمیت مشترک مجموعه‌ای از مقاومت‌های متوالی و معادلشان با جریان است. پس همین جریان I_1 از مقاومت‌های 30Ω و 90Ω هم عبور می‌کند. ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 30Ω را نشان می‌دهد:

$$V = R_1 I_1 = 30 \times \frac{8}{300} = 0.8 V$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در مدار مقابل حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها ۱۵ وات است. حداکثر توانی که مجموعه می‌تواند داشته باشد تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند، چند وات است؟



- (۱) ۲۷
(۲) ۲۵
(۳) ۳۲
(۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۶	۷	سوال	یازدهم	توان	و ترکیب	☑	☑	سختی	متوسط

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



(۱) توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل در جریان آن وسیله است.

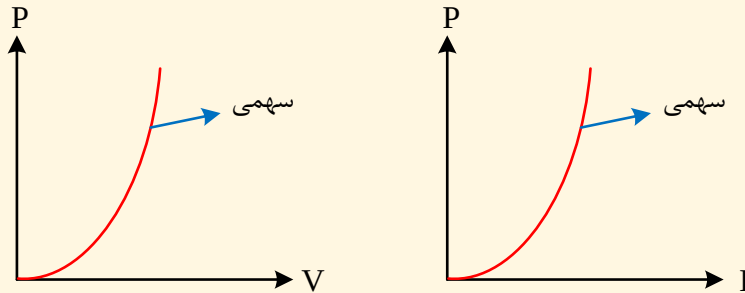
$$P = VI$$

(۲) برای یک مقاومت اهمی با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است.

توان مصرفی مقاومت

$$\begin{aligned} P &= VI \\ P &= RI^2 \\ P &= \frac{V^2}{R} \end{aligned}$$

(۳) نمودار توان مصرفی در یک مقاومت بر حسب ولتاژ و جریان آن مطابق شکل‌های زیر است.

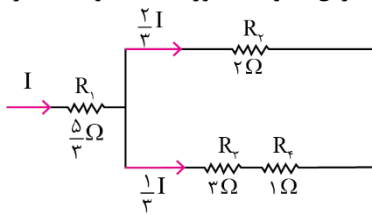


مثال:

یک وسیله برقی با مقاومت الکتریکی 50Ω به اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت متصل شده است. توان مصرفی این وسیله برقی چند کیلووات است؟

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{100^2}{50} = 200 \text{ W} = 0.2 \text{ kW}$$

در حل مسائل از این دست، سعی کنید مقاومت پرمصرف را که در معرض آسیب قرار دارد معلوم کنید، اگر پرمصرف‌ترین مقاومت نسوزد بقیه مقاومت‌ها نیز آسیب نمی‌بینند.



اگر جریان ورودی I باشد، طبق توزیع جریان، جریان شاخه بالایی $\frac{2}{3}I$ و شاخه پایینی $\frac{1}{3}I$ است. بنابراین طبق رابطه $P = RI^2$:

$$P_1 = \frac{5}{3}I^2, \quad P_2 = 2\left(\frac{2}{3}I\right)^2, \quad P_3 = 3\left(\frac{1}{3}I\right)^2, \quad P_4 = 1\left(\frac{1}{3}I\right)^2$$

در اینجا پرمصرف‌ترین مقاومت R_1 است بنابراین $P_1 = \frac{5}{3}I^2 = 15$ قرار می‌دهیم $I^2 = 9$ خواهد بود. پس $P_2 = 8 \text{ W}$ و $P_3 = 3 \text{ W}$ و $P_4 = 1 \text{ W}$ مصرف می‌کنند و توان کل چنین است:

$$15 + 1 + 3 + 8 = 27 \text{ W}$$



۷۱- در شرایط استاندارد، ۳/۳۶ میلی لیتر از سبک ترین اکسید نیتروژن را در مقداری آب حل کرده و جرم محلول را با اضافه کردن آب خالص، به ۲/۵ کیلوگرم می‌رسانیم. غلظت نیتروژن مونوکسید در محلول حاصل برابر با چند ppm است؟

$$(O = 16 \text{ و } N = 14 : g.mol^{-1})$$

۱/۸ (۴)

۰/۹ (۳)

۰/۱۸ (۲)

۰/۰۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۰۰۳)

گاز نیتروژن مونوکسید (NO)، سبک ترین اکسید نیتروژن بوده و هر مولکول آن از اتصال یک اتم نیتروژن به یک اتم اکسیژن ساخته شده است. ساختار مولکولی این گاز به صورت زیر است:



در قدم اول، جرم گاز نیتروژن مونوکسید حل شده در محلول مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

$$? g NO = 3/36 mL NO \times \frac{1 L NO}{1000 mL NO} \times \frac{1 mol NO}{22/4 L NO} \times \frac{30 g NO}{1 mol NO} = 4/5 \times 10^{-3} g$$

در مرحله ی بعد، غلظت گاز نیتروژن مونوکسید را در محلول بدست آمده محاسبه می‌کنیم.

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{4/5 \times 10^{-3} g}{2/5 kg \times \frac{1000 g}{1 kg}} \times 10^6 = \frac{4/5 \times 10^{-3} g}{2500 g} \times 10^6 = 1/8$$

با توجه به محاسبات بالا، غلظت گاز نیتروژن مونوکسید برابر با ۱/۸ ppm است.

گروه آموزشی ماز

۷۲- یک دستگاه اندازه گیری قند، غلظت گلوکز موجود در خون یک فرد را با عدد ۱۳۵ نشان داده است. بر اثر اکسایش کامل گلوکز موجود در ۱ لیتر از خون این فرد، چند میلی لیتر گاز کربن دی اکسید در شرایط استاندارد آزاد می‌شود؟

$$(O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

۲۵۲ (۴)

۷۵۶ (۳)

۵۰۴ (۲)

۱۰۰۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)



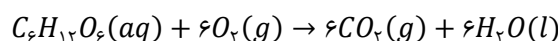
تصویر مقابل، نمونه‌ای از دستگاه‌های اندازه گیری قند خون (گلوکومتر) را نشان می‌دهد:

این دستگاه‌ها، غلظت قند خون (گلوکز با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O_6$) را در مقیاس میلی گرم در دسی لیتر ($mg.dL^{-1}$) گزارش می‌دهند. به عبارت دیگر، این دستگاه‌ها مقدار میلی گرم‌های گلوکز موجود در هر ۱۰۰ لیتر از خون بدن انسان را نشان می‌دهند.

توجه داریم که غلظت قند خون با عدد ۱۳۵ توسط دستگاه مورد نظر مشخص شده است. بر این اساس، شمار مول‌های گلوکز موجود در هر لیتر از خون بدن فرد مورد نظر را مشخص می‌کنیم.

$$? mol C_6H_{12}O_6 = 1 L \text{ خون} \times \frac{10 dL \text{ خون}}{1 L \text{ خون}} \times \frac{135 mg C_6H_{12}O_6}{1 dL \text{ خون}} \times \frac{1 g C_6H_{12}O_6}{1000 mg C_6H_{12}O_6} \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{180 g C_6H_{12}O_6} = 7/5 \times 10^{-3} mol$$

گلوکز بر اساس معادله ی زیر اکسایش پیدا می‌کند:

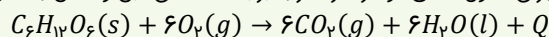


با توجه به معادله ی این واکنش، حجم گاز کربن دی اکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? mL CO_2 = 7/5 \times 10^{-3} mol C_6H_{12}O_6 \times \frac{6 mol CO_2}{1 mol C_6H_{12}O_6} \times \frac{22/4 L CO_2}{1 mol CO_2} \times \frac{1000 mL CO_2}{1 L CO_2} = 1008 mL$$

با توجه به محاسبات انجام شده، بر اثر اکسایش کامل گلوکز موجود در ۱ لیتر از خون این فرد، ۱۰۰۸ میلی لیتر گاز کربن دی اکسید (CO_2) در شرایط استاندارد (در فشار ۱ اتمسفر و دمای صفر درجه سانتی گراد) آزاد می‌شود.

بدن ما با استفاده از غذا مواد گوناگونی از جمله کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها، پروتئین‌ها، آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی را دریافت می‌کند. از میان این مواد، کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها افزون بر تأمین مواد اولیه برای سوخت و ساز یاخته‌ها، منابعی برای تأمین انرژی آنها نیز به شمار می‌روند. برای مثال، واکنش اکسایش گلوکز در بدن انسان که منجر به تأمین انرژی مورد نیاز برای سلول‌ها می‌شود را در نظر بگیرید. معادله ی این واکنش به صورت زیر است:



با وجود تولید انرژی در این واکنش شیمیایی، دمای بدن تغییر محسوسی نمی‌کند. در این شرایط، چون دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فرآورده پس از پایان واکنش برابر است ($\Delta\theta = 0$)؛ پس انرژی آزاد شده در این فرایند را نمی‌توان ناشی از تغییر در مقدار انرژی جنبشی مواد شرکت کننده در آن دانست. در واقع، انرژی آزاد شده در این واکنش از تغییر در مقدار انرژی پتانسیل مواد شرکت کننده در آن، که به دنبال تغییر در نحوه ی برقراری پیوندهای شیمیایی بین اتم‌های سازنده ی این مواد است، منشأ می‌گیرد.



۷۳- طی واکنش ۲ لیتر محلول سدیم هیدروکسید با چگالی $1/25 \text{ g.mL}^{-1}$ و درصد جرمی ۸٪ با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید، چند گرم ترکیب رسوبی تولید می‌شود؟ ($\text{Mg} = 24$ و $\text{Na} = 23$ و $\text{O} = 16$ و $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})



۱۴۵ (۴)

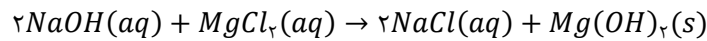
۲۳۲ (۳)

۲۹۰ (۲)

۱۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۰۰۳)

معادله‌ی واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در قدم اول، غلظت مولی محلول سدیم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم.

$$[\text{NaOH}] = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی}}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 8 \times 1/25}{40} = 2/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

در مرحله‌ی بعد، با توجه به غلظت مولی محلول مورد نظر، جرم رسوب منیزیم هیدروکسید را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g Mg(OH)}_2 = 2 \text{ L محلول سدیم هیدروکسید} \times \frac{2/5 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول سدیم هیدروکسید}} \times \frac{1 \text{ mol Mg(OH)}_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{58 \text{ g Mg(OH)}_2}{1 \text{ mol Mg(OH)}_2} = 145 \text{ g}$$

برای محاسبه‌ی جرم رسوب منیزیم هیدروکسید تولید شده با استفاده از روش تناسب نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{NaOH لیتر محلول} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم Mg(OH)}_2}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \implies \frac{2 \times 2/5}{2} = \frac{x}{58 \times 1} \implies x = 145 \text{ g}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۱۴۵ گرم منیزیم هیدروکسید تولید شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- مقدار ۷ گرم کلسیم اکسید را بر اساس معادله $\text{CaO(s)} + \text{CO}_2\text{(g)} \rightarrow \text{CaCO}_3\text{(s)}$ با مقدار کافی گاز CO_2 وارد واکنش می‌کنیم. فراورده‌ی حاصل از این فرایند، با چند میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۱ مولار به طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند لیتر گاز با چگالی $1/1 \text{ g.L}^{-1}$ تولید می‌شود؟ ($\text{Ca} = 40$ و $\text{O} = 16$ و $\text{C} = 12$: g.mol^{-1})



۲/۵ - ۲۵۰ (۴)

۲/۵ - ۱۲۵ (۳)

۵ - ۲۵۰ (۲)

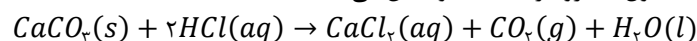
۵ - ۱۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)

در قدم اول، شمار مول‌های کلسیم کربنات تولید شده در واکنش $\text{CaO(s)} + \text{CO}_2\text{(g)} \rightarrow \text{CaCO}_3\text{(s)}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol CaCO}_3 = 7 \text{ g CaO} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{56 \text{ g CaO}} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CaO}} = 0/125 \text{ mol}$$

کلسیم کربنات، بر اساس معادله‌ی زیر با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد:



با توجه به معادله‌ی این واکنش، حجم محلول هیدروکلریک اسید مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mL محلول} = 0/125 \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L محلول}} = 250 \text{ mL}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۲۵۰ میلی‌لیتر اسید مصرف می‌شود. در قدم بعد، حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش شیمیایی را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ L CO}_2 = 0/125 \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ L CO}_2}{1/1 \text{ g CO}_2} = 5 \text{ L}$$

www.biomaze.ir

۷۵- انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دماهای 20°C و 40°C ، به ترتیب برابر با ۳۰ و ۶۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. اگر دمای ۴۹/۶ گرم محلول سیرشده‌ی این نمک را از دمای 40°C تا دمای 20°C کاهش بدهیم، چند گرم رسوب در کف ظرف ته‌نشین شده و برای حل شدن مجدد این مقدار از رسوب مورد نظر در محلول، به چند گرم آب خالص نیاز داریم؟

۳۱ - ۹/۳ (۴)

۳۲ - ۹/۶ (۳)

۴۰/۳ - ۹/۳ (۲)

۴۱/۶ - ۹/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)

در دمای 40°C ، مقدار ۶۰ گرم پتاسیم نیترات در ۱۰۰ گرم آب حل شده و ۱۶۰ گرم محلول سیرشده را ایجاد می‌کند. با کاهش دمای محلول تا دمای 20°C ، مقداری از نمک حل شده در محلول رسوب کرده و جرم این محلول کاهش پیدا می‌کند. در واقع، با کاهش دمای محلول از 40°C تا 20°C ، از ۶۰ گرم نمک

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.





موجود در محلول ۱۶۰ گرمی اولیه، ۳۰ گرم نمک رسوب کرده و جرم محلول به ۱۳۰ گرم می‌رسد. به عبارت دیگر، با کاهش دما از ۴۰°C تا ۲۰°C، به ازای هر ۱۶۰ گرم محلول سیرشده، ۳۰ گرم رسوب بدست می‌آید. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{رسوب } 30 \text{ g}}{\text{محلول } 160 \text{ g}} = \frac{9}{3} \text{ g} \quad \text{رسوب } 49/6 \text{ g} = \text{محلول } 160 \text{ g} \quad ? \text{ g}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۹/۳ گرم رسوب ایجاد شده است. در دمای نهایی این محلول، به ازای هر ۳۰ گرم رسوب تشکیل شده به ۱۰۰ گرم آب خالص نیاز داریم تا بتوانیم این مقدار از رسوب مورد نظر را مجدداً در محلول حل کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{آب } 100 \text{ g}}{\text{نمک } 30 \text{ g}} = \frac{9}{3} \text{ g} \quad \text{نمک } 31 \text{ g} = \frac{9}{3} \text{ g} \quad ? \text{ آب}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت با افزودن ۳۱ گرم آب به محلول نهایی، نمک ته‌نشین شده مجدداً در این محلول حل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۶- حجم گاز حاصل از واکنش تجزیه کامل ۱۳ گرم $\text{NaN}_3(s)$ بر اساس معادله $2\text{NaN}_3(s) \rightarrow 2\text{Na}(s) + 3\text{N}_2(g)$ در شرایط استاندارد، با حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش تجزیه ۶۷/۲ گرم سدیم هیدروژن کربنات بر اساس معادله موازنه نشده $\text{NaHCO}_3(s) \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3(s) + \text{CO}_2(g) + \text{H}_2\text{O}(l)$ برابر است. بازده درصدی واکنش تجزیه NaHCO_3 چقدر است؟ ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: $\text{Na} = 23$ و $\text{O} = 16$ و $\text{C} = 12$ و $\text{H} = 1$)

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۷۵ (۲)

۳۷/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

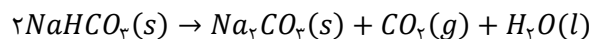
معادله موازنه شده‌ی تجزیه سدیم آزید به صورت زیر است:



حجم گاز نیتروژن حاصل از تجزیه‌ی ۱۳ گرم سدیم آزید را محاسبه می‌کنیم.

$$? L \text{ N}_2 = 13 \text{ g NaN}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaN}_3}{65 \text{ g NaN}_3} \times \frac{3 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol NaN}_3} \times \frac{22.4 \text{ L N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 6/72 \text{ L}$$

سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین)، بر اساس معادله‌ی زیر تجزیه می‌شود:



با توجه به معادله‌ی این واکنش، مقدار عملی سدیم هیدروژن کربنات تجزیه شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g NaHCO}_3 = 6/72 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22.4 \text{ L CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol NaHCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 50/4 \text{ g}$$

در مرحله‌ی بعد، بازده درصدی واکنش را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{50/4 \text{ g}}{67/2 \text{ g}} \times 100 = 75 \text{ درصد}$$

برای محاسبه‌ی بازده درصدی این واکنش با استفاده از روش تناسب نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{بازده درصدی}}{\text{جرم } \text{NaHCO}_3 \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم } \text{CO}_2}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{67/2 \times \frac{x}{100}}{84 \times 2} = \frac{6/72}{22/4 \times 1} \Rightarrow x = 75 \text{ درصد}$$

www.biomaze.ir

۷۷- در شرایط استاندارد، چگالی نمونه‌ای از گاز CX_4 ، ۵/۵ برابر چگالی گاز نیتروژن است. شمار اتم‌های موجود در ۱۴/۶ گرم گاز HX ، چند برابر شمار اتم‌ها در ۱۲/۸ گرم متان بوده و برای تولید این مقدار از گاز مورد نظر، باید چند گرم گاز X_2 را با مقدار کافی گاز هیدروژن وارد واکنش کنیم؟

($\text{C} = 12$ و $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۱۴/۲ - ۰/۲ (۴)

۱۳/۸ - ۰/۲ (۳)

۱۴/۲ - ۰/۲۵ (۲)

۱۳/۸ - ۰/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۲)

مطابق قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است. بر این اساس، می‌توان گفت چگالی گازهای مختلف در شرایط یکسان، متناسب با جرم مولی این گازها است؛ پس داریم:

$$\frac{\text{چگالی گاز CX}_4}{\text{چگالی گاز N}_2} = \frac{\text{جرم مولی CX}_4}{\text{جرم مولی N}_2} \Rightarrow \frac{5/5}{1} = \frac{\text{جرم مولی CX}_4}{28} \Rightarrow \text{جرم مولی CX}_4 = 154 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.





با توجه به جرم مولی بدست آمده از گاز CX_4 ، جرم مولی عنصر X را محاسبه می‌کنیم:

$$154 = 12 + 4 \times (X \text{ جرم مولی}) \implies X \text{ جرم مولی} = 35/5 \text{ g.mol}^{-1}$$

معادله واکنش تولید گاز HX از عناصر سازنده آن به صورت $X_2(g) + H_2(g) \rightarrow 2HX(g)$ است. بر این اساس، جرم گاز X_2 مصرف شده در واکنش تولید گاز HX را محاسبه می‌کنیم:

$$? g X_2 = 14/6 g HX \times \frac{1 \text{ mol } HX}{36/5 g HX} \times \frac{1 \text{ mol } X_2}{2 \text{ mol } HX} \times \frac{71 g X_2}{1 \text{ mol } X_2} = 14/2 g$$

با توجه به محاسبات بالا، جرم گاز X_2 مصرف شده در واکنش برابر با $14/2$ گرم می‌شود. توجه داریم مولکول HX از دو اتم و مولکول متان نیز از ۵ اتم ساخته شده است. بر این اساس، می‌توان گفت که $14/6$ گرم از گاز HX معادل با $0/4$ مول از این گاز بوده و این مقدار از گاز مورد نظر در ساختار خود دارای $0/8$ مول اتم است. این در حالی است که $12/8$ گرم متان (CH_4) شامل $0/8$ مول از گاز مورد نظر شده و این مقدار از گاز متان، ۴ مول اتم در ساختار خود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۸- مقدار ۲۱ گرم از ۲-پنتن را به سیکلوپنتان تبدیل کرده و فرآورده تولید شده را با ۱۱۲ گرم سیکلوپروپان مخلوط می‌کنیم. انرژی مبادله شده در واکنش اول برابر با چند کیلوژول بوده و درصد جرمی اتم‌های کربن در مخلوط ایجاد شده چقدر خواهد بود؟ (آنتالپی پیوندهای $C-C$ و $C-H$ به ترتیب برابر 348 و 414 کیلوژول بر مول است. $H = 1$ و $C = 12$)

$$82/1 - 24/6 \text{ (۴)}$$

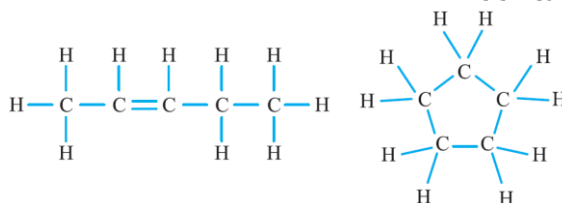
$$85/7 - 24/6 \text{ (۳)}$$

$$82/1 - 35/2 \text{ (۲)}$$

$$85/7 - 35/2 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

ساختار مولکول‌های سیکلوپنتان و ۲-پنتن به صورت زیر است:



در مراحل انجام شدن اغلب واکنش‌های شیمیایی، همه پیوندهای موجود در واکنش‌دهنده‌ها شکسته نمی‌شود و همه پیوندهای موجود در فرآورده‌ها نیز طول واکنش تشکیل نمی‌شوند؛ بلکه برخی از پیوندهای موجود در واکنش‌دهنده در فرآورده‌ها نیز وجود دارند. برای محاسبه ΔH این واکنش‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta H = (\text{مجموع آنتالپی پیوندهای جدید تشکیل شده در فرآورده‌ها}) - (\text{مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده در واکنش‌دهنده‌ها}) = \Delta H \text{ واکنش}$$

چون در ساختار هر دو مولکول ۱۰ پیوند $C-H$ و ۳ پیوند $C-C$ وجود دارد، پس از این پیوندها صرف‌نظر می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\Delta H \text{ واکنش} = (\Delta H(C=C)) - (2 \times \Delta H(C-C)) = (614) - (2 \times 348) = -82 \text{ kJ}$$

با توجه به تغییر آنتالپی واکنش، مقدار گرمای مبادله شده در فرایند تولید ۲۱ گرم سیکلوپنتان را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 21 g C_5H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_5H_{10}}{70 g C_5H_{10}} \times \frac{82 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_5H_{10}} = 24/6 \text{ kJ}$$

فرمول شیمیایی سیکلوپنتان و سیکلوپروپان به ترتیب معادل با C_5H_{10} و C_3H_6 است. چون نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در این دو ترکیب یکسان بوده و برابر با ۲ است، پس می‌توان گفت درصد جرمی کربن در این دو ماده با هم برابر است. اگر دو ماده که درصد جرمی کربن در آن‌ها برابر است را با هم مخلوط کنیم، درصد جرمی کربن در مخلوط نهایی برابر با درصد جرمی کربن در هر یک از آن دو ماده می‌شود. بر این اساس، درصد جرمی کربن را در سیکلوپنتان بدست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times 5}{\text{جرم مولی سیکلوپنتان}} \times 100 = \frac{12 \times 5}{70} \times 100 = \frac{6}{7} \times 100 = 85/7$$

درصد جرمی کربن در سیکلوپنتان برابر با $85/7$ درصد است، پس درصد جرمی کربن در کل مخلوط برابر با همین مقدار خواهد بود. البته، می‌دانیم که با توجه به فرمول شیمیایی کلی آلکن‌ها و سیکلوآلکن‌ها که به صورت C_nH_{2n} است و جرم مولی اتم‌های هیدروژن و کربن، برای محاسبه درصد جرمی کربن در اعضای این خانواده می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{مجموع جرم اتم‌های کربن موجود در آلکن}}{\text{جرم مولی آلکن}} \times 100 = \frac{n \times \text{جرم مولی کربن}}{\text{جرم مولی آلکن}} \times 100 = \frac{12 \times n}{14 \times n} \times 100 = 85/7$$

همانطور که مشخص است، درصد جرمی کربن در همه این مواد مشابه هم خواهد بود.



۷۹- از تخمیر بی‌هوازی گلوکز، برای تولید اتانول استفاده می‌شود. اگر مقدار اتانول تولید شده طی تخمیر ۳۳۷/۵ گرم گلوکز، برابر با ۱۵۰ میلی‌لیتر ($d = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$) و درصد خلوص اتانول تولید شده برابر با ۹۲٪ باشد، بازده درصدی واکنش موردنظر کدام چقدر بوده و طی این فرایند، چند لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید شده است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۶۷/۲ - ۸۰ (۴)

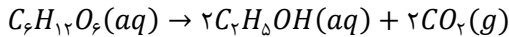
۶۷/۲ - ۷۵ (۳)

۸۴ - ۸۰ (۲)

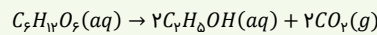
۸۴ - ۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)

واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز به صورت زیر است:



اتانول (C_2H_5OH)، دومین عضو خانواده الکل‌ها بوده و یک سوخت سبز محسوب می‌شود. یکی از راه‌های تهیه این ترکیب، استفاده از واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز است. معادله این واکنش به صورت مقابل است:



این فرایند، با استفاده از بقایای گیاهانی مانند نیشکر، سیب زمینی و ذرت انجام می‌شود.

از آنجا که چگالی اتانول ناخالص تولید شده طی این فرایند برابر با $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ بوده و حجم اتانول ناخالص تولید شده نیز برابر با ۱۵۰ گرم است، بنابراین مقدار عملی اتانول تولید شده برابر است با:

$$\text{اتانول خالص } 92 \text{ g} \times \frac{\text{اتانول ناخالص } 1 \text{ g}}{\text{اتانول ناخالص } 100 \text{ g}} = \text{اتانول } 138 \text{ g}$$

در قدم بعدی با استفاده از مقدار گلوکز اولیه، مقدار نظری اتانول تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{اتانول } 138 \text{ g} \times \frac{2 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ mol}}{180 \text{ g}} = 152.2 \text{ g}$$

در بسیاری از واکنش‌های شیمیایی، به دلیل انجام شدن برخی از واکنش‌های ناخواسته در کنار واکنش اصلی و یا ناخالص بودن واکنش‌دهنده‌های مصرف شده، مقدار فراورده‌های تولید شده کمتر از مقدار مورد انتظار می‌شود. به مقداری از فراورده‌ها که به صورت عملی در طول واکنش‌های شیمیایی بدست می‌آیند، مقدار عملی می‌گویند. در نقطه‌ی مقابل، به حداکثر مقدار فراورده‌ای که به شرط مصرف شدن کامل یک یا چند مورد از واکنش‌دهنده‌ها قابل تولید است، مقدار نظری می‌گویند. مقدار نظری فراورده‌های تولید شده در یک واکنش، از محاسبه‌های استوکیومتری به دست می‌آید. در چینی شرایطی، واضحاً مقدار عملی فراورده‌های تولید شده در واکنش‌های شیمیایی کمتر از مقدار نظری آن‌ها است. شیمی‌دان‌ها برای محاسبه‌ی مقدار واقعی فراورده‌های تولید شده در واکنش‌ها، از مفهوم بازده درصدی استفاده می‌کنند.

در نهایت بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

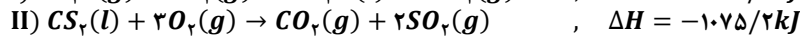
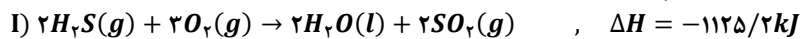
$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{138 \times 100}{152.2} = 90.7\%$$

در قدم آخر، حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده را با استفاده از مقدار عملی اتانول تولید شده محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } CO_2 = 138 \text{ g } C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 \text{ g } C_2H_5OH} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{22.4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 67.2 \text{ L}$$

گروه آموزشی ماز

۸۰- با توجه به واکنش‌های زیر، با تولید 9.03×10^{22} مولکول H_2S در واکنش $CS_2(l) + 2H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2S(g)$ ، چند کیلوژول انرژی بین سامانه و محیط مبادله می‌شود؟ ($S = 32, O = 16, C = 12 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۵ (۴)

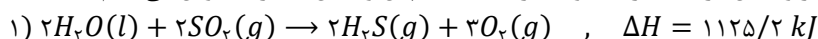
۱۱/۲۵ (۳)

۷/۵ (۲)

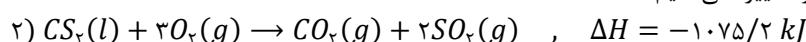
۳/۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

با استفاده از قانون هس می‌توانیم ΔH برخی از واکنش‌ها را به طور دقیق محاسبه کنیم. آقای هس برای اولین بار پی‌برد که مقدار گرمای مبادله شده در یک واکنش معین، به راهی که برای انجام آن واکنش در پیش گرفته می‌شود وابسته نیست و فقط به حالت آغازی و پایانی فرایند بستگی دارد. ابتدا آنتالپی واکنش تولید H_2S را به کمک قانون هس حساب می‌کنیم. ترکیب H_2S در واکنش در سمت راست و با ضریب ۲ است پس واکنش (۱) را معکوس می‌کنیم:



در سمت چپ واکنش و با ضریب یک است، پس واکنش (۲) را تغییر نمی‌دهیم:

بنابراین ΔH واکنش کلی برابر خواهد بود با:

$$\Delta H = 1125/2 + (-1075/2) = 50 \text{ kJ}$$



در نهایت مقدار گرمای جذب شده را حساب می‌کنیم:

$$? kJ = \frac{1 \text{ mol } H_2S}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول } H_2S} \times \frac{50 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } H_2S} \times 9/0.3 \times 10^{23} \text{ مولکول } H_2S = 3/75 \text{ kJ}$$

www.biomaze.ir

۸۱- سدیم هیدروژن کربنات طبق معادله $NaHCO_3(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$ با هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. با ورود ۴/۲ کیلوگرم سدیم هیدروژن کربنات به محلول اسیدی، در طول مدت ۲۵ ثانیه، ۳۰٪ از آن مصرف می‌شود. سرعت متوسط تولید فراورده گازی در این بازه زمانی و در شرایط STP بر حسب $L \cdot min^{-1}$ کدام است؟

$$(Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$$

$$1075/2 \text{ (۴)}$$

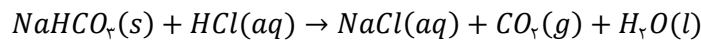
$$537/6 \text{ (۳)}$$

$$806/4 \text{ (۲)}$$

$$403/2 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

معادله واکنش سدیم هیدروژن کربنات با هیدروکلریک اسید به صورت زیر است:



ابتدا حساب می‌کنیم در این بازه زمانی چند گرم $NaHCO_3$ مصرف می‌شود:

$$? g NaHCO_3 = 4/2 \text{ kg } NaHCO_3 \times \frac{1000 \text{ g } NaHCO_3}{1 \text{ kg } NaHCO_3} \times \frac{30}{100} = 1260 \text{ g } NaHCO_3$$

در قدم دوم حساب می‌کنیم در این مدت چند لیتر گاز CO_2 تولید شده است:

$$? L CO_2 = 1260 \text{ g } NaHCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NaHCO_3}{84 \text{ g } NaHCO_3} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } NaHCO_3} \times \frac{22/4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 336 \text{ L } CO_2$$

برای حل قسمت اول این سوال با استفاده از روش تناسب، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{NaHCO_3 \text{ گرم}}{جرم مولی \times ضریب} = \frac{CO_2 \text{ لیتر}}{22/4 \times ضریب} \Rightarrow \frac{1260 \times 30}{1 \times 84} = \frac{x}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = 336 \text{ L}$$

در نهایت سرعت متوسط تولید CO_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$CO_2 \text{ سرعت متوسط تولید} = \frac{\text{حجم } CO_2 \text{ تولید شده}}{\Delta t} = \frac{336 \text{ L}}{25 \text{ s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 806/4 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- اگر یک نمونه به جرم ۶۰ گرم از نمک کلسیم سینامید ($CaCN_2$) را با مقدار کافی آب وارد واکنش کنیم، ۸۰ گرم رسوب کلسیم کربنات با خلوص ۷۵ درصد، به همراه مقداری گاز آمونیاک بدست می‌آید. در این شرایط، درصد خلوص نمک کلسیم سینامید کدام است؟

$$(Ca = 40, O = 16, N = 14, C = 12 : g \cdot mol^{-1})$$

$$90 \text{ (۴)}$$

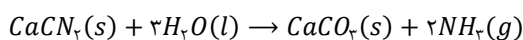
$$80 \text{ (۳)}$$

$$75 \text{ (۲)}$$

$$60 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مساله - ۱۱۰۱)

طبق داده‌های صورت سوال، فراورده‌های تولید شده در واکنش مورد نظر، معادل با کلسیم کربنات و گاز آمونیاک خواهد بود. واکنش‌دهنده‌ها نیز معادل با کلسیم سینامید و آب هستند. معادله موازنه شده واکنش به صورت مقابل است:



در قدم اول، جرم کلسیم سینامید مصرف شده را حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? g CaCN_2 \text{ خالص} = 80 \text{ g } CaCO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{75 \text{ g } CaCO_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g } CaCO_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100 \text{ g } CaCO_3} \times \frac{1 \text{ mol } CaCN_2}{1 \text{ mol } CaCO_3} \times \frac{80 \text{ g } CaCN_2}{1 \text{ mol } CaCN_2} = 48 \text{ g } CaCN_2 \text{ خالص}$$

در نهایت، درصد خلوص نمک کلسیم سینامید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص نمک} = \frac{\text{جرم نمک خالص}}{\text{جرم نمک ناخالص}} \times 100 = \frac{48}{60} \times 100 = 80 \text{ درصد}$$

بنابراین درصد خلوص نمک کلسیم سینامید برابر با ۸۰ درصد است. برای محاسبه درصد خلوص واکنش دهنده مصرف شده با استفاده از کسرهای پیش‌ساخته، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\left[\frac{\text{جرم کلسیم سینامید ناخالص} \times \frac{P_1}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] = \left[\frac{\text{جرم کلسیم کربنات ناخالص} \times \frac{P_2}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \right] \Rightarrow \frac{60 \times \frac{P_1}{100}}{1 \times 80} = \frac{80 \times \frac{75}{100}}{1 \times 100} \Rightarrow P_1 = 80\%$$

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.





۸۳- مخلوطی از مایعات A و B به جرم ۲۰ گرم که در آن حجم مایع A ، سه برابر حجم مایع B می باشد، موجود است. اگر چگالی مایع A نیز سه برابر چگالی مایع B باشد، با دادن $4/48$ کیلوژول گرما به این مخلوط مایع، دمای مخلوط چند درجه سانتی گراد افزایش می یابد؟ (ظرفیت گرمایی ویژه مایعات A و B به ترتیب برابر با ۳ و ۵ ژول بر گرم بر درجه سانتی گراد است.)

۱۴۰ (۴)

۱۴ (۳)

۷۰ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

با توجه به اینکه حجم و چگالی مایع A ، ۳ برابر حجم و چگالی مایع دیگر است، پس می توان گفت که جرم مایع A ، ۹ برابر جرم مایع دیگر است. جرم کل مخلوط ۲۰ گرم است؛ پس جرم مایع A موجود در این مخلوط برابر با ۱۸ گرم و جرم مایع B موجود در مخلوط نیز برابر با ۲ گرم است. میزان تغییر دمای یک نمونه از ماده را به ازای Q ژول گرما، از رابطه ی زیر بدست می آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

گرمای ویژه (c) یک جسم، به مقدار جرم (m) آن جسم وابسته است. دانشمندان برای از بین بردن این وابستگی، مفهوم ظرفیت گرمایی ویژه را معرفی کردند. ظرفیت گرمایی ویژه ی یک ماده، معادل با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک گرم از آن ماده به اندازه ی یک درجه ی سانتی گراد است. مقدار گرمای ویژه ی مواد مختلف را با نماد c نشان می دهند. از رابطه ی زیر، برای بررسی میزان تغییر دمای یک جسم ($\Delta\theta$) با ظرفیت گرمایی ویژه ی c و جرم m گرم بر حسب میزان گرمای مبادله شده توسط آن جسم (Q) استفاده می شود:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c}$$

توجه داریم که گرمای ویژه (c) یک جسم را می توان معادل با ظرفیت گرمایی (C) یک گرم از آن ماده در نظر گرفت. اگر بخواهیم دمای دو جسم متفاوت با جرم های یکسان را به میزان برابری افزایش بدهیم، مقدار گرمای مورد نیاز برای تغییر دمای جسمی که گرمای ویژه (c) بزرگ تری دارد، نسبت به جسم دیگر بیشتر خواهد بود. به عنوان مثال، اگر ۲۰۰ گرم آب با دمای 25°C و گرمای ویژه ی $4/18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ و ۲۰۰ گرم روغن زیتون با دمای 25°C و گرمای ویژه ی $1/97 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ را در دو ظرف جداگانه بریزیم، برای رساندن دمای نمونه های آب و روغن زیتون به 75°C ، به ترتیب به ۴۱۸۰۰ و ۱۹۷۰۰ ژول گرما نیاز داریم. واضح است که گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آب بیشتر از گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای روغن زیتون خواهد بود.

توجه داریم که چون این دو مایع به صورت یک مخلوط وجود دارند، پس میزان تغییر دمای آن ها با هم برابر است. در واقع تغییر دمای هر دو مایع برابر با $\Delta\theta$ است؛ پس داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 4/48 \text{ KJ} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ KJ}} = 2 \times 5 \times \Delta\theta + 18 \times 3 \times \Delta\theta \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} 4480 \text{ J} = (2 \times 5 + 18 \times 3) \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 70$$

با توجه به محاسبات انجام شده، دمای این مخلوط به اندازه ۷۰ درجه ی سانتی گراد افزایش پیدا می کند.

www.biomaze.ir

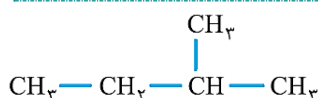
۸۴- کدام یک از عبارت های داده شده درست هستند؟



- تصویر مقابل، نمایی از مدل فضاپرکن ساده ترین عضو خانواده ی آلکان ها را نشان می دهد.
- شمار اتم های H موجود در مولکول هگزان، ۲ برابر شمار اتم های این عنصر در مولکول پروپان است.
- یکی از اتم های کربن موجود در ساختار هر مولکول ۲-متیل بوتان، فقط به یک اتم H متصل شده است.
- نام گذاری ۲-اتیل-۲-متیل بوتان، بر اساس قواعد آیوپاک به درستی برای یک ترکیب آلکانی انجام شده است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

۲-متیل بوتان، عضوی از خانواده آلکان ها است که در ساختار خود یک شاخه فرعی دارد. ساختار ترکیب مورد نظر به صورت مقابل است:

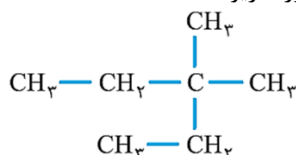


اتم کربنی از این ترکیب که به یک گروه متیل متصل شده است، فقط با یک اتم H پیوند اشتراکی دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

- تصویر مورد نظر نمایی از مدل گلوله و میله ی ساده ترین عضو خانواده ی آلکان ها (متان) را نشان می دهد. توجه داریم که در مدل گلوله و میله، هر اتم با یک گلوله و هر پیوند اشتراکی توسط یک خط مشخص می شود.
- هگزان، نوعی آلکان سیرشده ۶ کربنه و پروپان نیز نوعی آلکان سیرشده ۳ کربنه است. در هر مولکول هگزان، ۱۴ اتم هیدروژن و در هر مولکول پروپان نیز ۸ اتم هیدروژن وجود دارد.

۴) شاخه ی اتیل نمی تواند بر روی کربن شماره ی ۲ یک آلکان قرار بگیرد، پس نام گذاری ۲-اتیل-۲-متیل بوتان قطعاً نادرست است. اسم این ترکیب به صورت ۳-دی-متیل پنتان است. ساختار مولکولی این ترکیب به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۲۰۰ ارسال کنید.



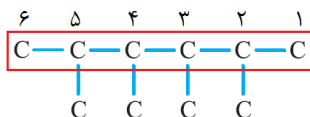


۸۵- کدام یک از عبارت‌های داده شده نادرست هستند؟

- (۱) ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار، در ساختار هر مولکول خود دارای ۵ اتم کربن است.
- (۲) نام ترکیبی با فرمول پیوند-خط مقابل به صورت ۵،۴،۳،۲-تترا متیل هگزان است.
- (۳) در ساختار ۲،۲-دی‌متیل پروپان، هیچ اتم کربنی به دو اتم هیدروژن متصل نشده است.
- (۴) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در اتان، بیشتر از مقدار این نسبت در آمونیوم نیترات است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

ساده‌ترین ترکیب آلکانی در حالتی ایجاد می‌شود که ساده‌ترین شاخه فرعی آلکیل (شاخه متیل)، به یک زنجیره کربنی اصلی ۳ کربنه متصل شود. تصویر مقابل، نمایی از ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار را نشان می‌دهد:

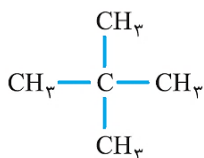


بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) ساختار گسترده‌ی ترکیب داده شده به صورت مقابل است:

زنجیره کربنی اصلی این ترکیب را باید به نحوی انتخاب کنیم که بیشترین تعداد اتم‌های کربن در آن قرار گرفته و بیشترین تعداد شاخه‌های فرعی ممکن به آن متصل شده باشد. با توجه به ساختار رسم شده از آلکان مورد نظر، نام این ترکیب بر اساس قواعد آیوپاک به صورت ۵،۴،۳،۲-تترا متیل هگزان است.

(۳) ساختار ۲،۲-دی‌متیل پروپان به صورت مقابل است:



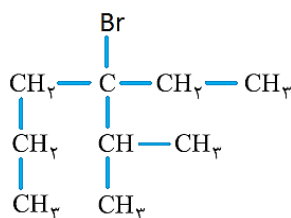
همانطور که مشخص است، هیچ اتم کربنی از این ترکیب شیمیایی به دو اتم هیدروژن متصل نشده است.

(۴) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در اتان (C_2H_6) برابر با ۴ بوده و مقدار این نسبت در آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) نیز برابر با ۳ است. توجه داریم که آمونیوم نیترات، نوعی ترکیب یونی چندتایی به شمار می‌رود.

www.biomaze.ir

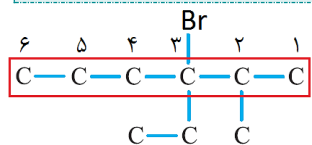
۸۶- نام ترکیبی با ساختار مولکولی مقابل به چه صورت است؟

- (۱) ۴-برمو-۴-اتیل-۵-متیل هگزان
- (۲) ۳-اتیل-۳-برمو-۲-متیل هگزان
- (۳) ۴-اتیل-۴-برمو-۵-متیل هگزان
- (۴) ۳-برمو-۳-اتیل-۲-متیل هگزان



پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

ساختار ترکیب داده شده به صورت مقابل است:



حرف اول شاخه‌ی فرعی برم (حرف B) بر حرف اول شاخه‌های فرعی متیل و اتیل مقدم است، پس نام این ترکیب به صورت ۳-برمو-۳-اتیل-۲-متیل هگزان می‌شود. توجه داریم که برای رسیدن به گزینه درست این سوال، اصلاً نیازی به پیدا کردن نام کامل این ماده نداریم. کفایت شماره شاخه فرعی که اتم برم در آن قرار گرفته را پیدا کنیم و بر این اساس، گزینه‌های داده شده در سوال را بررسی کنیم. تنها گزینه‌ای که نام‌گذاری ارائه شده در آن با ((۳-برمو)) آغاز می‌شود، گزینه چهارم است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) ۲-متیل هگزان، نسبت به ترکیبی با ساختار مولکولی مقابل ایزومر به حساب می‌آید.
- (۲) برای آلکانی با فرمول مولکولی C_8H_{18} ، نمی‌توان ایزومری با شاخه‌ی فرعی اتیل رسم کرد.
- (۳) تنها یک آلکان ۶ کربنه وجود دارد که نام آن بر اساس قواعد آیوپاک به ((بوتان)) ختم می‌شود.
- (۴) بین ایزومرهای آلکانی با فرمول C_7H_{16} ، ترکیب ۳،۲،۲-تری‌متیل بوتان بیشترین تعداد شاخه فرعی را دارد.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

۲،۲-دی‌متیل بوتان و ۳،۲-دی‌متیل بوتان، دو آلکان ۶ کربنه هستند که نام آن‌ها به کلمه‌ی ((بوتان)) ختم می‌شود. در ساختار این آلکان‌ها، ۲ شاخه فرعی متیل به یک زنجیره کربنی ۴ تایی متصل شده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ۲-متیل هگزان دارای ۷ اتم کربن بوده و فرمول مولکولی آن به صورت C_7H_{16} است. ترکیب نشان داده شده نیز معادل با ۳،۲-دی‌متیل پنتان بوده و فرمول مولکولی آن به صورت C_7H_{16} است. توجه داریم که اگر دو عضو متفاوت از خانواده آلکان‌ها در ساختار مولکولی خود تعداد اتم کربن برابری داشته باشند، آن دو ماده نسبت به یکدیگر ایزومر به حساب می‌آیند.

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



۲) زنجیره‌ی کربنی اصلی آلکانی با فرمول مولکولی C_6H_{12} ، در صورتی به یک گروه اتیل (یک شاخه فرعی ۲ کربنه) متصل می‌شود که خودش دارای ۳ اتم کربن باشد. همانطور که می‌دانیم، یک شاخه‌ی فرعی اتیل نمی‌تواند به عنوان یک شاخه‌ی فرعی به یک زنجیره‌ی ۳ کربنی متصل شود.

۴) آلکانی با فرمول C_7H_{16} ، دارای ۹ ایزومر مختلف است. از بین این ایزومرها، ۳،۲،۲-تری‌متیل بوتان دارای بیشترین تعداد شاخه‌های فرعی است. در ساختار این آلکان، ۳ شاخه فرعی به یک زنجیره اصلی ۴ کربنه متصل شده است.

www.biomaze.ir

۸۸- بر اثر سوختن یک نمونه‌ی ۴/۳ گرمی از یک آلکان، ۶/۳ گرم بخار آب تولید شده است. در هر مولکول از این ترکیب هیدروکربنی مجموعاً چند پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است؟ ($O = 16$ و $C = 12$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱۹ (۴)

۱۶ (۳)

۱۳ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

معادله‌ی کلی واکنش سوختن کامل آلکان‌ها به صورت $C_nH_{2n+2}(g) + \frac{2n+1}{2}O_2(g) \rightarrow nCO_2(g) + (n+1)H_2O(g)$ است. با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، می‌توان گفت به ازای مصرف هر مول آلکان با فرمول مولکولی C_nH_{2n+2} ، مقدار $n+1$ مول بخار آب به عنوان فراورده تولید می‌شود. توجه داریم که در واکنش مورد نظر، ۶/۳ گرم بخار آب (معادل با ۰/۳۵ مول بخار آب) تولید شده است. بر این اساس، داریم:

$$0.35 \text{ mol } H_2O = \frac{4}{3} \text{ g } C_nH_{2n+2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}}{(14n+2) \text{ g } C_nH_{2n+2}} \times \frac{(n+1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_nH_{2n+2}} \Rightarrow n = 6$$

با توجه به محاسبات بالا، آلکان مورد نظر دارای ۶ اتم کربن در ساختار خود است. بر این اساس، داریم:

$$3n + 1 = 3 \times 6 + 1 = 19 = \text{شمار پیوندهای اشتراکی}$$

گروه آموزشی ماز

۸۹- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

آ) از یک نمونه بوتان می‌توان برای محافظت از فلزها در برابر خوردگی استفاده کرد.

ب) قدرت نیروهای بین مولکولی در یک نمونه از وازلین، در مقایسه با گریس بیشتر است.

پ) افرادی که با گریس کار می‌کنند، پس از اتمام کار دستشان را با بنزین یا نفت می‌شویند.

ت) با افزایش دمای مخلوط مایعی از اتان و پروپان، ابتدا پروپان تغییر حالت داده و از مخلوط خارج می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی چهار عبارت:

آ) بوتان در دماهای بالای 0°C (از جمله دمای اتاق که معادل با 25°C درجه سانتی‌گراد است) به حالت گاز وجود دارد، درحالی که از آلکان‌های مایع برای محافظت از فلزها در برابر خوردگی استفاده کرد.

ب) وازلین در مقایسه با گریس شمار اتم‌های کربن بیشتر و جرم مولی بالاتری داشته و قدرت نیروهای بین مولکولی در آن بیشتر از گریس است. بخاطر بیشتر بودن قدرت نیروهای بین مولکولی در وازلین، این ماده نسبت به گریس چسبنده‌تر است.

پ) گریس، نوعی هیدروکربن به شمار رفته و از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است. بر این اساس، برای زدودن گریس از دست و لباس، از مواد ناقطبی دیگر مثل بنزین یا نفت استفاده می‌شود.

ت) چون اتان دمای جوش پایین‌تری دارد، با افزایش دمای مخلوط مایعی از اتان و پروپان، ابتدا اتان تبخیر شده و از مخلوط خارج می‌شود. پس از اتان، پروپان نیز در دماهای بالاتر تغییر حالت داده و تبخیر می‌شود.

www.biomaze.ir

۹۰- در ساختار هر مولکول از یک ترکیب آلکنی، ۱۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است. تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در واکنش سوختن کامل ۰/۲ مول از این ترکیب برابر با چند گرم می‌شود؟ ($O = 16$ و $C = 12$, $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱۵/۶ (۴)

۲۰/۸ (۳)

۳۱/۲ (۲)

۳۶/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

هگزن و ایزومرهای مختلف آن (موادی با فرمول مولکولی C_6H_{12})، دارای ۶ اتم کربن در ساختار خود بوده و مولکول‌های سازنده آن‌ها نیز ۱۸ پیوند اشتراکی دارند. معادله‌ی واکنش سوختن این مواد به صورت $C_6H_{12} + 9O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$ است. بر این اساس، می‌توان گفت به ازای سوختن هر مول C_6H_{12} ، ۶ مول گاز کربن دی‌اکسید (معادل با 264°C گرم گاز کربن دی‌اکسید) و ۶ مول بخار آب (معادل با 96°C گرم بخار آب) بدست می‌آید؛ پس تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در واکنش سوختن ۱ مول C_6H_{12} برابر با 156°C گرم است.

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$? g = ۰/۲ \text{ mol } C_6H_{12} \times \frac{۱۵۶ \text{ g}}{۱ \text{ mol } C_6H_{12}} = ۳۱/۲ \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۹۱- چه تعداد از عبارات‌های داده شده درست هستند؟

- (آ) آلکنی که شمار اتم‌های H آن با شمار اتم‌های H موجود در اتان برابر است، پروپن نام می‌گیرد.
 (ب) شمار پیوندهای اشتراکی در نخستین عضو خانواده آلکن‌ها، ۲ برابر شمار این پیوندها در SO_2 است.
 (پ) آلکن‌ها در مقایسه با آلکان‌ها، واکنش پذیری بیشتری داشته و در واکنش‌های گوناگونی شرکت می‌کنند.
 (ت) در ساختار همه آلکن‌هایی که بیش از ۳ اتم کربن دارند، دو مورد از اتم‌های C به سه اتم H متصل شده‌اند.
 (ث) ۲-پنتین دارای ۳ پیوند یگانه کربن-کربن در ساختار خود بوده و نسبت به ۲-اوکتین گرانی بیشتری دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

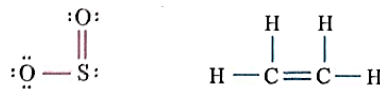
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

عبارات‌های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی چهار عبارت:

(آ) فرمول مولکولی اتن و پروپن به ترتیب به صورت C_2H_4 و C_3H_6 است. همانطور که مشخص است، در ساختار این دو ماده هیدروکربنی تعداد اتم‌های هیدروژن برابری وجود دارد.

(ب) نخستین عضو خانواده آلکن‌ها، اتن (C_2H_4) است. ساختار این ترکیب و SO_2 به صورت زیر است.

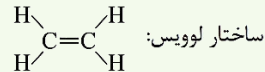


همانطور که مشخص است، در ساختار مولکول SO_2 سه پیوند اشتراکی و در ساختار مولکول اتن نیز ۶ پیوند اشتراکی وجود دارد.

ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها، اتن با فرمول شیمیایی C_2H_4 است. تصاویر زیر، نمایی از ساختار مولکول‌های اتن را نشان می‌دهد:



مدل گلوله و میله:



ساختار لوویس:

این ماده در بیشتر گیاهان وجود دارد. برای مثال، موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتن آزاد می‌کنند. گاز اتن آزاد شده از یک موز یا گوجه‌فرنگی رسیده به نوبه خود موجب رسیدن سریع‌تر سایر میوه‌های نارس می‌شود. به همین خاطر، در کشاورزی از گاز اتن به عنوان ((عمل آورنده)) استفاده می‌شود. توجه داریم که در گذشته، گاز اتن به نام ((اتیلن)) معروف بوده است. گاز اتن (C_2H_4) سنگ بنای صنایع پتروشیمی است. در این صنایع، با استفاده از گاز اتن حجم انبوهی از مواد و فراورده‌های گوناگون تولید می‌شود.

(پ) با توجه به وجود یک پیوند دوگانه در آلکن‌ها، این مواد برخلاف آلکان‌ها، واکنش پذیری بیشتری داشته و در واکنش‌های گوناگونی از جمله واکنش با هیدروژن، واکنش با آب، واکنش با هالوژن‌ها و ... شرکت می‌کنند.

چون در ساختار اعضای خانواده آلکن‌ها یک پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد این مواد سیر نشده هستند. در واقع، هریک از اتم‌های کربن دخیل در ساختن پیوند $C=C$ موجود در آلکن‌ها، فقط به ۳ اتم دیگر متصل بوده و هنوز یک جای خالی برای اتصال به اتم‌های جدید دارند. به همین خاطر، واکنش‌پذیری آلکن‌ها در مقایسه با آلکان‌ها بیشتر است.

(ت) عبارت گفته شده در رابطه با برخی از اعضای خانواده آلکن‌ها صدق نمی‌کند. برای مثال، ۱-بوتن آلکنی است که دارای ۴ اتم کربن بوده و فقط یکی از اتم‌های کربن آن به سه اتم هیدروژن متصل شده‌اند.

(ث) ۲-پنتین، یک آلکن ۵ کربنه بوده و در ساختار مولکولی خود دارای ۳ پیوند یگانه کربن-کربن است. چون ۲-پنتین نسبت به ۲-اوکتین جرم مولی کمتری دارد، قدرت نیروهای بین مولکولی در آن ضعیف‌تر بوده و این ماده نسبت به ۲-اوکتین گرانی کمتری دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

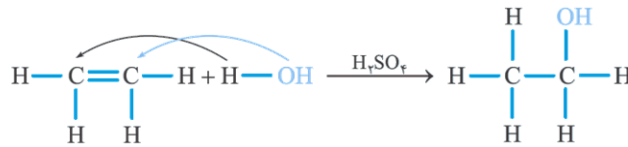
- (۱) پتروشیمی، یکی از صنایع مهم جهان بوده و در آن ترکیب‌ها و مواد گوناگون از نفت یا گاز طبیعی به دست می‌آیند.
 (۲) چربی موجود در گوشت از مولکول‌های سیر نشده تشکیل شده و یک نمونه از آن با بخار برم واکنش می‌دهد.
 (۳) در ساختار فراورده‌ی حاصل از واکنش میان گاز اتن با آب، ۷ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است.
 (۴) پلیمری شدن، واکنشی از آلکن‌ها است که با استفاده از آن می‌توان انواع لاستیک‌ها را تولید کرد.

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

فراورده‌ی حاصل از واکنش میان گاز اتن با آب، اتانول است. اتانول ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها بوده و در ساختار مولکولی آن، ۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد. واکنش تولید اتانول با استفاده از اتن به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) صنعت پتروشیمی، یکی از صنایع مهم جهان است. در این صنعت، ترکیب‌ها، مواد و وسایل گوناگون از جمله انواع پلیمرها با استفاده از نفت یا گاز طبیعی به دست می‌آیند.

نفت خام، مخلوطی از انواع هیدروکربن‌ها، برخی از نمک‌ها، اسیدها، آب و ... است. البته مقدار نمک و اسید در نفت خام کم بوده و در نفت حاصل از نواحی گوناگون نیز متغیر است. آلکان‌ها بخش عمده‌ای از هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را تشکیل داده و به دلیل واکنش‌پذیری کم، اغلب به عنوان سوخت به کار می‌روند. به همین خاطر، بیش از ۹۰ درصد نفت خام صرف سوزاندن و تأمین انرژی شده و تنها مقدار کمی از آن به عنوان خوراک پتروشیمی در تولید مواد پتروشیمیایی به کار می‌رود. همانطور که می‌دانیم، از نفت خام دسته‌های متفاوتی از هیدروکربن‌ها به دست می‌آید. در واقع پس از استخراج نفت خام، نمک‌ها، اسیدها و آب موجود در این ماده را از آن جدا کرده و مخلوط باقیمانده را وارد پالایشگاه می‌کنند. در پالایشگاه، با استفاده از فرایند تقطیر جزء به جزء، هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را به صورت مخلوط‌هایی با نقطه‌ی جوش نزدیک به هم جدا می‌کنند.

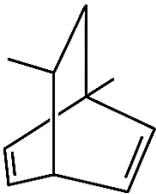
(۲) به طور کلی، چربی‌های جامد از مولکول‌های سیرنشده ساخته شده‌اند. چربی موجود در گوشت نیز از مولکول‌های سیرنشده (مولکول‌های دارای پیوند دوگانه) تشکیل شده و به همین خاطر، یک نمونه از آن با بخار برم واکنش می‌دهد.

(۴) پلیمری شدن یا همان فرایند بسپارش، از جمله واکنش‌های شیمیایی آلکن‌ها است که با استفاده از آن می‌توان انواع لاستیک‌ها، پلاستیک‌ها، الیاف و پلیمرهای سودمند را تهیه کرد.

www.biomaze.ir

۹۳- ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید:

در واکنش سوختن ۲۶/۸ گرم از این ترکیب، چند لیتر گاز اکسیژن با چگالی $1/6 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ مصرف شده و با استفاده از آب حاصل از این فرایند، چند گرم محلول ۱۰٪ جرمی منیزیم کلرید می‌توان تهیه کرد؟



($\text{O} = 16$ و $\text{C} = 12$ و $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۴۲ - ۴۸ (۴)

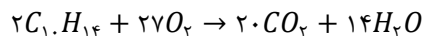
۲۸ - ۴۸ (۳)

۴۲ - ۵۴ (۲)

۲۸ - ۵۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)

ترکیب مورد نظر، نوعی هیدروکربن سیرنشده است که در ساختار مولکولی آن دو حلقه کربنی وجود دارد. توجه داریم که در ساختار این ماده، ۱۰ اتم کربن یافت می‌شود. فرمول مولکولی این ماده به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_{14}$ است، پس این ماده بر اساس معادله زیر به طور کامل می‌سوزد:



با توجه به معادله سوختن این ترکیب، جرم آب تولید شده در واکنش و حجم گاز اکسیژن مصرف شده در آن را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 26/8 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14} \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}}{134 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14}} \times \frac{14 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 25/2 \text{ g}$$

$$? \text{ L O}_2 = 26/8 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14} \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}}{134 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14}} \times \frac{27 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{1 \text{ L O}_2}{1/6 \text{ g O}_2} = 54 \text{ g}$$

در قدم بعد، جرم محلولی که با استفاده از ۲۵/۲ گرم آب تولید می‌شود را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که در هر ۱۰۰ گرم از محلول ایجاد شده، ۱۰ گرم نمک و ۹۰ گرم آب وجود دارد؛ پس داریم:

$$? \text{ g محلول} = 25/2 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{90 \text{ g H}_2\text{O}} = 28 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز



- ۹۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده در رابطه با نفتالن درست است؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)
- (آ) در ساختار هر مولکول از این ماده ۶ پیوند اشتراکی دوگانه‌ی کربن-کربن وجود دارد.
- (ب) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آن با شمار اتم‌های هیدروژن در ۲-پنتن برابر است.
- (پ) از این ترکیب مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش‌ها و لباس‌ها استفاده می‌شده است.
- (ت) همانند ۲-بوتین، دو مورد از اتم‌های کربن موجود در آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.
- (ث) این ماده به رنگ سفید دیده شده و هر مول از آن در واکنش با ۵ گرم گاز هیدروژن سیر می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

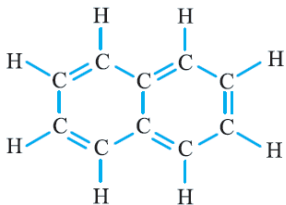
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۱۰۱)

ساختار مولکول نفتالن به صورت مقابل است:

در رابطه با این ماده، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.



اتم‌های کربن علاوه بر تشکیل زنجیره‌های کربنی، می‌توانند حلقه‌های کربنی با اندازه‌ها و ساختارهای متفاوت را نیز بسازند. سیکلوآلکان‌ها، بنزن، استیرن و نفتالن، از جمله ترکیبات آلی هستند که اتم‌های C موجود در آن‌ها در قالب حلقه‌های کربنی به یکدیگر متصل شده‌اند.

بررسی چهار عبارت:

(آ) در ساختار هر مولکول نفتالن، ۵ پیوند $C = C$ و ۶ پیوند $C - C$ وجود دارد. این ترکیب آلی در ساختار خود ۸ پیوند کربن-هیدروژن نیز دارد.

بنزن، سرگروه خانواده‌ی مهمی از مواد به نام ترکیب‌های آروماتیک (آروماتیک یعنی خوش بو و معطر) است. در ساختار مولکول‌های سازنده‌ی این گروه از مواد، یک حلقه‌ی شش‌ضلعی کربنی دیده می‌شود که پیوندهای کربن-کربن موجود در آن، به صورت یکی در میان، دوگانه هستند. نفتالن با فرمول شیمیایی $C_{10}H_8$ نیز یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود.

(ب) فرمول مولکولی نفتالن و ۲-پنتن به ترتیب به صورت $C_{10}H_8$ و C_5H_{10} است.

(پ) نفتالن مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

(ت) اتم‌های کربنی از مولکول نفتالن که بین دو حلقه‌ی کربنی مشترک هستند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند. در ساختار ۲-بوتین نیز دو اتم کربنی که در وسط مولکول قرار می‌گیرند به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند.

(ث) نفتالن در دمای اتاق به حالت جامد وجود داشته و به رنگ سفید دیده می‌شود. هر مول از این ترکیب هیدروکربنی در واکنش با ۵ مول گاز هیدروژن (معادل با ۱۰ گرم گاز هیدروژن) سیر می‌شود.

www.biomaze.ir

- ۹۵- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست است؟ ($Br = 80$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

(آ) درصد جرمی کربن در اتیلن با درصد جرمی این عنصر در ۲-پنتن برابر است.

(ب) ۲-متیل-۳-اتیل پنتان نسبت به فراورده‌ی واکنش ۲-هپتن با گاز H_2 ایزومر است.

(پ) در واکنش ۳-اوکتان با بخار برم، جرم هیدروکربن مصرف شده 0.7 برابر جرم هالوژن مصرف شده است.

(ت) برای شناسایی یک نمونه‌ی ۲-بوتن از یک نمونه‌ی استیلن، می‌توان از واکنش این مواد با بخار برم استفاده کرد.

۴ (۴) ب و ت

۳ (۳) ب و پ

۲ (۲) آ و ت

۱ (۱) آ و پ

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

عبارت‌های (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی چهار عبارت:

(آ) فرمول مولکولی اتن (اتیلن) و ۲-پنتن، به ترتیب معادل با C_2H_4 و C_5H_{10} است. چون نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در این دو ترکیب برابر است، می‌توان گفت درصد جرمی کربن در این دو ماده با هم برابر است.

(ب) از واکنش ۲-هپتن با گاز H_2 ، هپتان (C_7H_{14}) بدست می‌آید. این درحالی است که ۲-متیل-۳-اتیل پنتان، یک آلکان ۸ کربنه به شمار می‌رود.

(پ) معادله‌ی واکنش انجام شده به صورت $C_8H_{16} + Br_2 \rightarrow C_8H_{16}Br_2$ است. با توجه به معادله‌ی این واکنش، داریم:

$$\frac{\text{جرم مولی ۳-اوکتان}}{\text{جرم برم مصرف شده در واکنش}} = \frac{112}{160} = 0.7 \text{ برابر}$$

(ت) ۲-بوتن و استیلن، هر دو سیرنشده بوده و برای تمایز آن‌ها از یکدیگر، نمی‌توان از واکنش آن‌ها با بخار برم استفاده کرد. در واقع، هر دو ترکیب داده شده در شرایط مناسب می‌توانند با بخار برم واکنش بدهند.

www.biomaze.ir

در صورتی که برای ثبت‌نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۲۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.