گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم



دفتـــــرچه شمـــــاره ۱

پنجشنبه ۶ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

جمع‌بندی و مرور پایهٔ دهم و یازدهم

ویژهٔ کنکـــوری‌های ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس این آزمون

ریاضی پایه	هندسه پایه	آمار و احتمال
آزمون جامع ریاضی پایه ریاضی ۱ + حسابان ۱	آزمون جامع هندسهٔ پایه هندسه ۱ + هندسه ۲	آزمون جامع آمار و احتمال
سهم در کنکور: ۱۴ سؤال	سهم در کنکور: ۸ سؤال	سهم در کنکور: ۴ سؤال

فیزیک پایه	شیمی پایه
جامع فیزیک پایه فیزیک ۱ + فیزیک ۲	جامع شیمی پایه شیمی ۱ + شیمی ۲
سهم در کنکور: ۱۸ سؤال	سهم در کنکور: ۲۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴

نیم‌سال دوم : ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت‌هایی برای مرور و جبران + ۳ آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

۱- **شروع نیم‌سال دوم؛ شروع نیمهٔ دوم رقابت با مهارت بیشتر:** فرصت برای شروع نیم‌سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صددرصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم
(فرصت برای شروع نیم‌سال دوم+ تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)

۲- **فرصت‌های طلایی برای مرور و جبران:** در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم‌سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید.
(زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم+ نیم‌سال اول دوازدهم)

۳- **تکمیل تسلط بر نیم‌سال دوم + آزمون‌های مبحثی:** سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم‌سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✔ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید!
(زمان تکمیل و تسلط بر نیم‌سال دوم دوازدهم)

۴- **آزمون‌های جامع شبیه‌ساز و پیش‌بینی کنکور سراسری:** در سه آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید!
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- m بزرگ‌ترین عدد صحیحی است که به‌ازای آن معادلهٔ درجه دوم $(m-1)x^2+6x+2m+1=0$ دارای ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز است. در این حالت، جمع مربع ریشه‌های معادله چه عددی است؟

۱) ۵۲ ۲) ۲۷ ۳) ۳۸ ۴) ۲۶

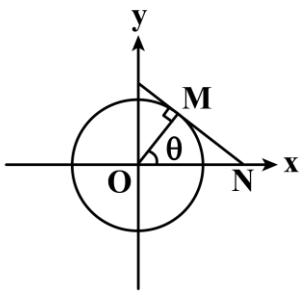
۲- اگر $A=\frac{4}{3+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$ باشد، مقدار $(A-2)^3$ کدام است؟

۱) $-\frac{8}{9}$ ۲) $-\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{8}{9}$

۳- مجموعه جواب دو نامعادلهٔ $|x|+2|x-2|<6$ و $|3x-a|<b$ یکسان است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

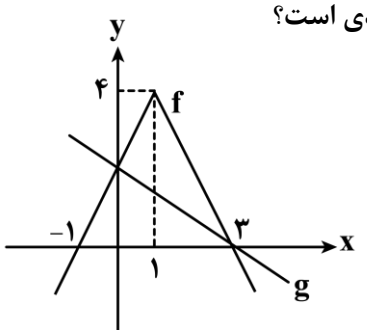
۱) ۱/۵ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۶

۴- مطابق شکل مقابل، در نقطهٔ M بر دایرهٔ مثلثاتی مماس رسم کرده‌ایم. اگر مساحت مثلث OMN برابر $\frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos\theta$ چه عددی است؟



۱) $\frac{\sqrt{3}}{5}$
۲) $\sqrt{\frac{3}{5}}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{\sqrt{3}}{15}$

۵- نمودار توابع f و g مطابق شکل مقابل است. مقدار $f(2+g^{-1}(4))$ چه عددی است؟



۱) -1
۲) ۲
۳) -2
۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶- اگر $f(x)=3x+|x|$ و $g(x)=ax-\frac{b}{2}|x|$ به‌طوری که $y=gof(x)$ تابع همانی باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

۷- در یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت غیرصفر، شرط $S_{18}=2S_8$ برقرار می‌باشد. اگر $S_n=0$ باشد، عدد طبیعی n کدام است؟

۱) ۲۶ ۲) ۱۴۴ ۳) ۹۸ ۴) ۸۴

۸- خط $2y+x+3=0$ بر دایره‌ای به مرکز $O(-1,1)$ در نقطهٔ A مماس است. طول نقطهٔ A کدام است؟

۱) $-\frac{5}{6}$ ۲) $-\frac{6}{5}$ ۳) $-\frac{9}{5}$ ۴) $-\frac{5}{9}$

۹- معادلهٔ خط گذرنده از یک ضلع مستطیل $ABCD$ به‌صورت $3x+4y=7$ است. اگر $A(1,1)$ و $C(-2,5)$ مختصات دو رأس مستطیل باشند، مساحت مستطیل چه عددی است؟

۱) ۶/۲۵ ۲) ۵/۷۶ ۳) ۶/۷۲ ۴) ۵/۸۴

۱۰- یکی از جواب‌های معادلهٔ $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(k-x)^2}=2$ برابر $x=1$ است. با فرض $k>0$، ضرب دو ریشهٔ دیگر معادله کدام است؟

۱) -4 ۲) -2 ۳) -6 ۴) -3

۱۱- یکی از جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $mx^2+6(x+m)+2=0$ دو برابر جواب دیگر آن است. مقدار مجموع معکوس جواب‌های آن چه عددی می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{4}{3}$

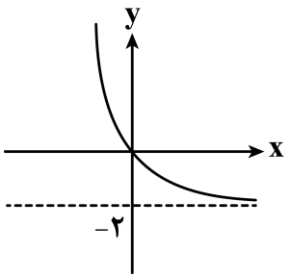
۱۲- اگر $x=3$ یک جواب معادلهٔ درجه دوم $(a\log_3^2)x^2+3ax+b\log_3^8=0$ باشد، مقدار $(216)^{\frac{a}{b}}$ چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳- هرگاه نمودار تابع $f(x)=a+۲^{-bx+b}$ به شکل مقابل باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟



۱) -۲
۲) ۲
۳) ۳
۴) -۳

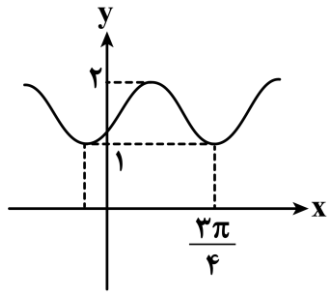
۱۴- اگر $x=۲\sqrt{۲}$ جواب معادلهٔ $\log_{۴}^{x}+m\log_{x}^{۴}=۴$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{۳}}^{(۴m+۶)}$ چه عددی است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۵- حاصل عبارت $A=۲\sqrt{۳}(\sin\frac{۱۱\pi}{۳}\cos\frac{۷\pi}{۳}-\tan\frac{۴\pi}{۶})$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۲}$
۲) $\frac{۹}{۴}$
۳) $-\frac{۱۵}{۲}$
۴) $-\frac{۱۵}{۴}$

۱۶- بخشی از نمودار تابع $f(x)=a\sin^{۲}(\frac{\pi}{۴}+x)+b$ مطابق شکل روبه‌رو است. مجموع a و b با کدام گزینه برابر است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۷- تابع $f(x)=x^{۳}+۲x+۱$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع $y=f^{-۱}(x)$ و خط $y=\frac{x+۷}{۲}$ یکدیگر را در نقطهٔ (α,β) قطع می‌کنند. مقدار $\alpha-۳\beta$ چه عددی است؟

۱) ۳۱
۲) ۲۵
۳) -۹
۴) -۵

۱۸- با فرض $f(x)=\sqrt{۲-\sqrt{۴-ax^{۲}}}$، مقدار مثبت a کدام باشد تا $\lim_{x\to۰^{+}}\frac{f(x)}{x}$ از $\lim_{x\to۰^{-}}\frac{f(x)}{x}$ چهار واحد بیشتر باشد؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

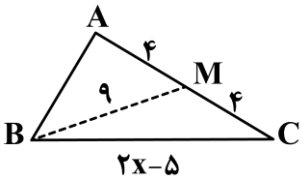
۱۹- مقدار $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin^2\frac{\pi}{x}}{1-\cos 2\pi x}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{1}{2\pi}$ ۴) $\frac{\pi^2}{2}$

۲۰- تابع $f(x)=\begin{cases} ax^3+b & |x|\geq 2 \\ \left[\frac{x}{2}\right]x & |x|<2 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته می‌باشد. مقدار $b-a$ کدام است؟

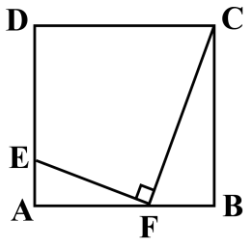
۱) $\frac{9}{8}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) ۹

۲۱- مثلث ABC با اضلاع $a=2x-5$ و $b=8$ و میانهٔ BM به طول ۹ به کمک خط‌کش و پرگار قابل رسم است، برای x چند جواب صحیح و متمایز وجود دارد؟



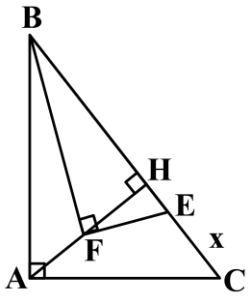
۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۲۲- در مربع ABCD مطابق شکل $EF\perp FC$ است، اگر $BC=12$ و $BF=4$ باشد، طول پاره‌خط DE کدام است؟



۱) $\frac{25}{3}$
۲) $\frac{28}{3}$
۳) ۸
۴) ۹

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC مطابق شکل نقطهٔ F طوری روی ارتفاع AH قرار گرفته است که مثلث BEF قائم‌الزاویه است. اگر $AB=8\sqrt{5}, BH=16, FH=4$ باشد، اندازهٔ پاره‌خط EC کدام است؟

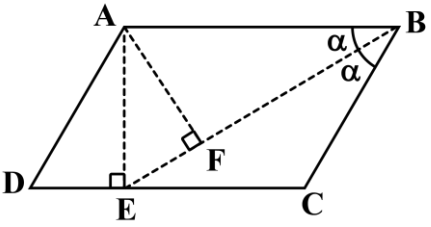


۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴- در متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل نیمساز زاویهٔ B و ارتفاع AE در نقطهٔ E همرسند، اگر $FB=\sqrt{۶}$ و $AF=\sqrt{۲}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟



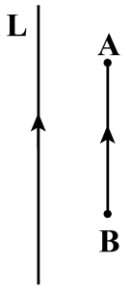
۱) $۸\sqrt{۳}$

۲) $\frac{۴}{\sqrt{۳}}$

۳) $۴\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۸}{\sqrt{۳}}$

۲۵- در شکل مقابل، اگر طول پاره‌خط AB نصف و فاصلهٔ آن تا خط L دو برابر شود، سطح حاصل از دوران این پاره‌خط حول خط L چند برابر می‌شود؟



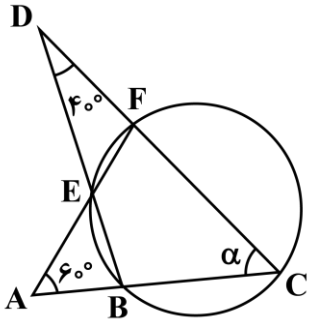
۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

۲۶- با توجه به شکل مقابل زاویهٔ α کدام است؟



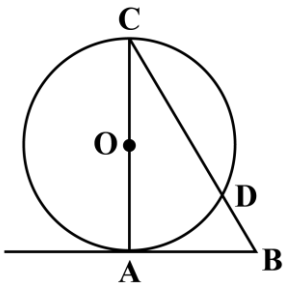
۱) ۳۰°

۲) ۴۰°

۳) ۵۰°

۴) ۶۰°

۲۷- شعاع دایرهٔ شکل مقابل برابر ۶ و همچنین $CD=۹$ است، اندازهٔ پاره‌خط BD کدام است؟



۱) ۴

۲) ۵

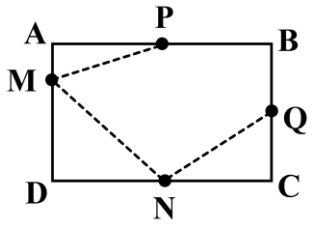
۳) ۶

۴) ۷

محل انجام محاسبات

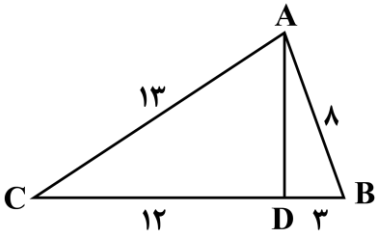
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸- مستطیل ABCD به اضلاع ۸ و ۶ مفروض است. اگر نقاط P و Q به‌ترتیب وسط اضلاع AB و BC باشند و نقاط M و N بر اضلاع AD و DC بلغزند، کمترین طول خط شکستهٔ PMNQ کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۱۸
۴) ۱۵

۲۹- در شکل مقابل اندازهٔ پاره‌خط AD کدام است؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۳۰- در مثلث ABC با معلومات $AB=۴\ ,\ AC=۶\ ,\ \cos\hat{A}=-۰/۹۲$ طول نیمساز وارد بر ضلع BC چقدر است؟

۱) ۰/۴۸ ۲) ۰/۹۶ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۴/۸

۳۱- اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند، گزارهٔ $\big(\sim(p\Rightarrow q)\vee(p\vee q)\big)\Rightarrow\sim q$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) F ۲) $\sim p$ ۳) $\sim q$ ۴) T

۳۲- متمم مجموعهٔ $\big((A-B)'-(C-B)\big)-B'$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱) B ۲) B' ۳) $C\cap B'$ ۴) $C'\cap A'$

۳۳- اگر $A=\{۳,۲,m-۱\}$ و $B=\{-۱,۲-x,۲y+۱\}$ و $A\times B=B\times A$ باشد، حداقل مقدار $m^۲+x^۲+y^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۳۴- عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۵۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این عدد مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۲ یا ۳ نباشد کدام است؟

۱) $\frac{۵۷}{۵۰۰}$ ۲) $\frac{۴۹}{۵۰۰}$ ۳) $\frac{۳۷}{۵۰۰}$ ۴) $\frac{۳۳}{۵۰۰}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵- در فضای نمونه‌ای $S=\{a,b,c,d\}$، اگر $P(\{a,b,c\})=k+\frac{۱}{۴}$، $P(b)=\frac{۱}{۱۰}$ و $P(\{b,d\})=k+\frac{۱}{۵}$ باشد، k کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱۳}{۴۰}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۷}{۲۰}$

۳۶- در جعبهٔ A، ۵ سیب قرمز و ۳ سیب زرد، در جعبه B، ۳ سیب قرمز و ۳ سیب زرد و در جعبهٔ C، ۴ سیب قرمز و ۲ سیب زرد وجود دارد. دو جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم و از هر جعبه یک سیب خارج می‌کنیم، احتمال آن‌که دو سیب قرمز خارج شود کدام است؟

۱) $\frac{۱۹}{۴۵}$ ۲) $\frac{۱۷}{۴۵}$ ۳) $\frac{۱۹}{۴۸}$ ۴) $\frac{۱۷}{۴۸}$

۳۷- در یک جعبه ۵ لامپ معیوب و ۳ لامپ سالم وجود دارد. اگر به تصادف، پی‌درپی و بدون جایگذاری ۳ لامپ از این جعبه خارج کنیم، احتمال آن‌که حداقل یک لامپ سالم باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲۳}{۲۸}$ ۲) $\frac{۲۵}{۲۸}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۸}$

۳۸- اعداد اول یک رقمی را در نظر می‌گیریم. ۲ عدد کوچک‌تر را در سه ضرب کرده و به جای قبلی‌ها می‌گذاریم و دو تای بزرگ‌تر را با اعداد زوج قبل خودشان تعویض می‌کنیم. نسبت واریانس اعداد جدید به واریانس اعداد اولیه کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۳۷}$ ۲) $\frac{۳۱}{۳۷}$ ۳) $\frac{۵۱}{۵۹}$ ۴) $\frac{۵۳}{۵۹}$

۳۹- اگر در یک نمونه‌گیری سیستماتیک، شماره‌های سه دادهٔ آماری پشت سرهم به شکل $۵m+۲,۴m-۱,۲m+۱$ باشند، آن‌گاه ضریب تغییرات داده‌های $۳m+۱,۲m+۱,m+۱$ چند برابر $\frac{\sqrt{۶}}{۳۳}$ است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۹}{۲}$ ۴) ۵

۴۰- از جامعه‌ای با واریانس ۴، نمونهٔ $\{۱,۲,۳,...,۲۲۵\}$ انتخاب شده است. طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۴۹ ۳) ۰/۵۳ ۴) ۰/۵۶

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم



دفتـــــرچه شمـــــاره ۲

پنجشنبه ۶ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

جمع‌بندی و مرور پایهٔ دهم و یازدهم

ویژهٔ کنکـــوری‌های ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال ۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس این آزمون

ریاضی پایه	هندسه پایه	آمار و احتمال
آزمون جامع ریاضی پایه ریاضی ۱ + حسابان ۱	آزمون جامع هندسهٔ پایه هندسه ۱ + هندسه ۲	آزمون جامع آمار و احتمال
سهم در کنکور: ۱۴ سؤال	سهم در کنکور: ۸ سؤال	سهم در کنکور: ۴ سؤال

فیزیک پایه	شیمی پایه
جامع فیزیک پایه فیزیک ۱ + فیزیک ۲	جامع شیمی پایه شیمی ۱ + شیمی ۲
سهم در کنکور: ۱۸ سؤال	سهم در کنکور: ۲۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴

نیم‌سال دوم : ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت‌هایی برای مرور و جبران + ۳ آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

۱- **شروع نیم‌سال دوم؛ شروع نیمهٔ دوم رقابت با مهارت بیشتر:** فرصت برای شروع نیم‌سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صددرصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم
(فرصت برای شروع نیم‌سال دوم+ تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)

۲- **فرصت‌های طلایی برای مرور و جبران:** در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم‌سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید.
(زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم+ نیم‌سال اول دوازدهم)

۳- **تکمیل تسلط بر نیم‌سال دوم + آزمون‌های مبحثی:** سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم‌سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✔ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید!
(زمان تکمیل و تسلط بر نیم‌سال دوم دوازدهم)

۴- **آزمون‌های جامع شبیه‌ساز و پیش‌بینی کنکور سراسری:** در سه آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید!
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۱- شاخص BMI به‌صورت $\frac{\text{جرم}}{(\text{قد})^۲}$ تعریف می‌شود. اگر این شاخص برای فردی برابر با $۲۰\frac{kg}{m^۲}$ باشد، این شاخص برحسب $\frac{Lb}{in^۲}$ برابر با چقدر است؟ (هر $۱kg$ برابر $۲/۲Lb$ و هر $۱in$ برابر $۲/۵cm$ است.)

۱) ۰/۲۷۵ ۲) ۰/۰۵۵ ۳) ۰/۵۵ ۴) ۰/۰۲۷۵

۴۲- جواهرفروشی، دو آلیاژ مختلف از طلا و نقره می‌سازد. اگر در آلیاژ اول نیمی از جرم آلیاژ طلا و بقیهٔ آن نقره و در آلیاژ دوم نیمی از حجم آلیاژ طلا و بقیهٔ آن نقره باشد، چگالی آلیاژ اول چند برابر چگالی آلیاژ دوم است؟ (چگالی نقره و طلا را به‌ترتیب $۱۰\frac{g}{cm^۳}$ و $۲۰\frac{g}{cm^۳}$ درنظر بگیرید و از کاهش حجم دراثر اختلاط صرف‌نظر کنید.)

۱) $\frac{۷}{۸}$ ۲) $\frac{۸}{۷}$ ۳) $\frac{۸}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۸}$

۴۳- مطابق شکل زیر، در یک ظرف شیشه‌ای تمیز مایعی ریخته‌ایم. اگر یک لولهٔ مویین شیشه‌ای تمیز، داخل این مایع قرار دهیم، سطح مایع داخل لولهٔ مویین از سطح مایع داخل ظرف ..... رفته؛ و به‌صورت ..... خواهد شد.



۱) بالاتر ـ فرورفته ۲) بالاتر ـ برآمده
۳) پایین‌تر ـ فرورفته ۴) پایین‌تر ـ برآمده

۴۴- اختلاف فشار بالا و پایین یک برج ۲۷۲ متری، $۳۲۶۴Pa$ است. به‌ترتیب از راست به چپ، چگالی متوسط هوا چند کیلوگرم بر متر مکعب و اختلاف فشار بالا و پایین برج چند میلی‌متر جیوه است؟

$(\rho_{\text{جیوه}}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}\ ,\ g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

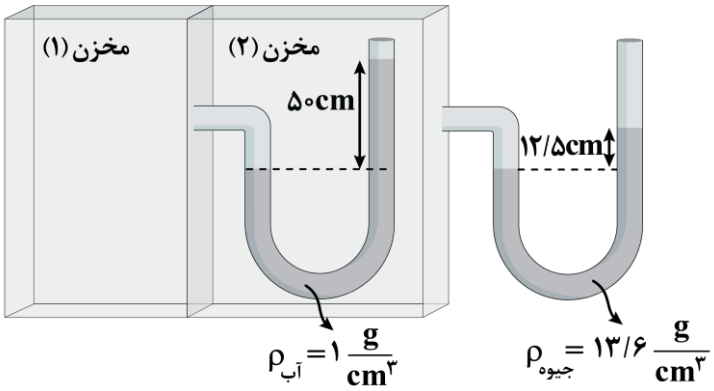
۱) ۱/۲ و ۲/۴ ۲) ۱۲۰۰ و ۲۴ ۳) ۱۲۰۰ و ۲/۴ ۴) ۱/۲ و ۲۴

محل انجام محاسبات

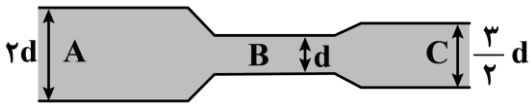
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۵- در شکل زیر، مایع‌ها درحال تعادل هستند. فشار مخزن (۱) چند کیلوپاسکال است؟ $(g=10\frac{N}{kg}\ ,\ P_0=100kPa)$

۱) ۱۱۲
۲) ۱۱۷
۳) ۱۲۲
۴) ۱۲۷



۴۶- در لوله‌ای پر از آب مطابق شکل زیر، آب از چپ به راست به‌صورت پایا و لایه‌ای در جریان است. کدام گزینه در رابطه با مقایسهٔ تندی آب در قسمت‌های A، B و C درست است؟



۱) $4v_A=v_B=3v_C$
۲) $3v_A=6v_B=4v_C$
۳) $9v_A=36v_B=16v_C$
۴) $16v_A=4v_B=9v_C$

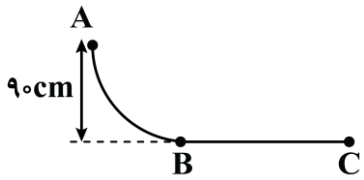
۴۷- جسمی در یک مسیر افقی بدون اصطکاک با تندی ثابت درحال حرکت است که تحت تأثیر نیروی افقی F، پس از طی کردن مسافت ۰/۵m متوقف می‌شود و سپس در خلاف جهت اولیه، دوباره به حرکت درمی‌آید. مسافت طی‌شده توسط جسم از لحظه‌ای که نیروی F به آن وارد می‌شود تا لحظه‌ای که تندی آن به ۴ برابر تندی اولیه‌اش می‌رسد، چند متر است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۸/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸- در شکل زیر، یک گوی کوچک با تندی اولیهٔ v از نقطهٔ A روی سطح پرتاب می‌شود. تندی این گوی تا رسیدن به نقطهٔ B، $۲\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد و درنهایت با همان تندی اولیهٔ v از نقطهٔ C عبور می‌کند. اگر بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیر BC، دو برابر بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیر AB باشد، تندی گوی در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



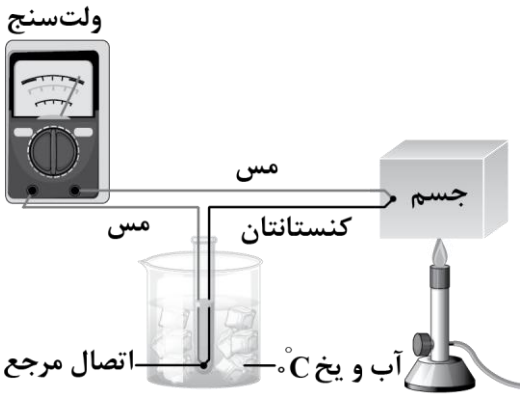
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۴۹- شخص A به جرم $۸۰kg$، در مدت‌زمان $۸۰s$ از تعداد ۶۰ پله که ارتفاع هر پله $۳۰cm$ است، بالا می‌رود. هم‌زمان شخص B در همان مدت‌زمان، با استفاده از آسانسور، به همان ارتفاع می‌رود. اگر جرم آسانسور و شخص B درمجموع $۱۲۰۰kg$ و بازدهٔ آسانسور ۹۰ درصد باشد، اختلاف توان متوسط مفید شخص A و توان ورودی آسانسور چند وات است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

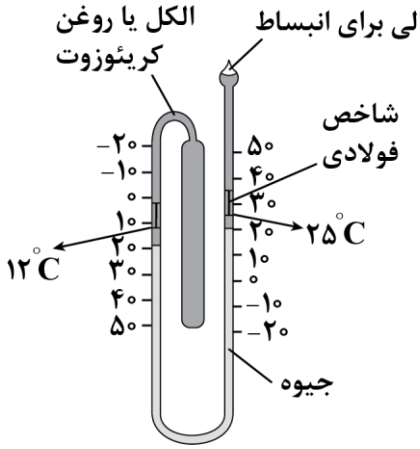
۱) ۲۸۵۰
۲) ۲۸۲۰
۳) ۲۸۴۰
۴) ۲۸۳۰

۵۰- کدام‌یک از دماسنج‌های زیر، یک دماسنج معیار است؟

۱) فقط «الف»
۲) فقط «ب»
۳) «الف» و «ب»
۴) هیچ‌کدام



«ب»



«الف»

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱- دمای یک کرهٔ فلزی توپر با شعاع $10cm$ را $50^\circ C$ افزایش می‌دهیم و سپس این کره را به‌طور کامل در ظرفی پر از الکل با چگالی $0/8\frac{g}{cm^3}$ فرومی‌بریم. چند گرم الکل از ظرف بیرون می‌ریزد؟ $(\pi=3\ ,\ \alpha_{فلز}=10^{-5}K^{-1})$

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۳۲۰۴/۸ ۳) ۳۲۰۱/۶ ۴) ۳۲۳۴/۴

۵۲- m گرم یخ $0^\circ C$ را با m گرم آب $30^\circ C$ در ظرفی مخلوط می‌کنیم. پس از برقراری تعادل گرمایی در ظرف چه اتفاقی می‌افتد؟ $(L_F=336\frac{J}{g}\ ,\ c_{آب}=4/2\frac{J}{g.K}$ و تبادل گرما فقط بین یخ و آب است.)

۱) ۱/۳۷۵ برابر جرم یخ اولیه، آب در ظرف وجود خواهد داشت.

۲) نصف جرم یخ، ذوب می‌شود.

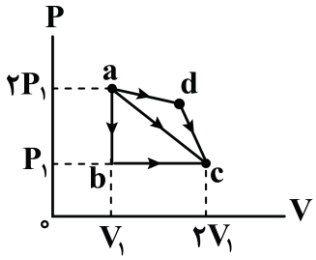
۳) ۰/۶۲۵ برابر جرم یخ، ذوب می‌شود.

۴) تمام یخ، ذوب می‌شود.

۵۳- اگر دمای اتاقی را ثابت نگه داریم، چه کسری از مولکول‌های هوا خارج شود تا فشار هوای اتاق از $75cmHg$ به $74cmHg$ برسد؟

۱) $\frac{1}{75}$ ۲) $\frac{1}{74}$ ۳) $\frac{73}{75}$ ۴) $\frac{74}{75}$

۵۴- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل تک‌اتمی طی سه فرایند abc، ac و adc از حالت a به حالت c می‌رود. اگر تغییرات انرژی درونی، کار انجام‌شده روی گاز و گرمای دریافت‌شده توسط گاز را به‌ترتیب با ΔU، W و Q نشان دهیم، کدام مقایسه نادرست است؟



۱) $|W_{abc}|<|W_{ac}|<|W_{adc}|$

۲) $\Delta U_{abc}=\Delta U_{ac}=\Delta U_{adc}=0$

۳) $|W_{adc}|=|Q_{adc}|$

۴) $|Q_{abc}|>|Q_{ac}|>|Q_{adc}|$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۵- در چرخهٔ کاری موتور بنزینی ۴ زمانه، ۶ فرایند ترمودینامیکی رخ می‌دهد. از این تعداد، در چند فرایند کار انجام‌شده روی گاز درون سیلندر منفی است؟

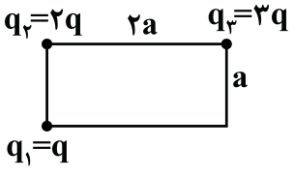
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۲

۵۶- چند مورد از موارد زیر، معادل یکای ضریب گذردهی الکتریکی خلأ است؟

الف ـ $\frac{\text{فاراد}}{\text{متر}}$ ب ـ $\frac{\text{کولن}}{\text{متر} \times \text{ولت}}$ ج ـ $\frac{\text{مربع کولن}}{\text{متر} \times \text{نیوتون}}$ د ـ $\frac{\text{مربع ثانیه} \times \text{مربع کولن}}{\text{مکعب متر} \times \text{کیلوگرم}}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۷- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیلی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالصی که بر بار q_2 وارد می‌شود، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی است که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند؟

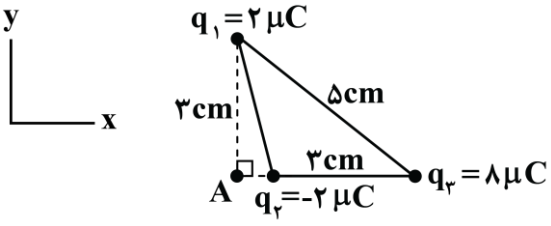


۱) $\frac{۵\sqrt{۱۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۲۵}{۶}$ ۳) $\frac{۳۵}{۶}$ ۴) ۵

۵۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۱۰^۴ \frac{N}{C}$، ذرهٔ باردار به جرم ۱۰۰g و بار ۲μC را رها می‌کنیم. سرعت ذره پس از طی مسافت ۱۰cm به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (از نیروی وزن صرف‌نظر شده است.)

۱) ۰/۲ ۲) ۲ ۳) ۰/۴ ۴) ۴

۵۹- مطابق شکل زیر، ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای در ۳ رأس مثلثی ثابت شده‌اند. بردار میدان الکتریکی در نقطهٔ A در SI کدام است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۱۳/۵\times۱۰^۷\vec{i} - ۲\times۱۰^۷\vec{j}$

۲) $۲۲/۵\times۱۰^۷\vec{i} - ۲\times۱۰^۷\vec{j}$

۳) $-۱۳/۵\times۱۰^۷\vec{i} - ۴\times۱۰^۷\vec{j}$

۴) $-۲۲/۵\times۱۰^۷\vec{i} - ۴\times۱۰^۷\vec{j}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۰- دی‌الکتریک خازنی را که دو سر آن به اختلاف پتانسیل ثابت $۲۰V$ وصل است، از هوا به پلاستیک تغییر می‌دهیم. اگر انرژی ذخیره‌شده در آن $۱۴۰\mu J$ افزایش یابد، ظرفیت اولیهٔ خازن چند نانوفاراد بوده است؟ $(\kappa_{\text{پلاستیک}} = ۳)$

۱) ۳۵۰ ۲) ۰/۱ ۳) ۱۰۰ ۴) ۰/۳۵

۶۱- دو کرهٔ فلزی یکسان A و B به شعاع‌های $۴cm$ و دارای بارهای الکتریکی $q_A = ۱۸\mu C$ و $q_B = -۶\mu C$ را به‌هم تماس داده و از هم جدا می‌کنیم. چگالی سطحی بار کرهٔ B چند $\frac{\mu C}{m^۲}$ تغییر می‌کند؟ $(\pi = ۳)$

۱) $+۴۲۵$ ۲) -۶۲۵ ۳) $+۶۲۵$ ۴) -۴۲۵

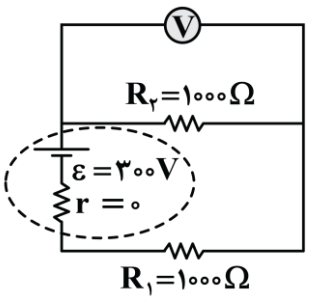
۶۲- باتری A ابتدا $۲۰۰mAh$ را با جریان متوسط $۴A$ و سپس $۳۰۰mAh$ را با جریان متوسط $۱/۵A$ خالی می‌کند و کامل تخلیه می‌شود. باتری B نیز ابتدا $۶۰۰mAh$ را با جریان متوسط I' و سپس $۱۸۰۰mAh$ را با جریان متوسط $۲I'$ خالی می‌کند و کامل تخلیه می‌شود. اگر مدت‌زمان تخلیهٔ دو باتری یکسان باشد، I' چند آمپر است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۶۳- دو سیم هم‌جنس A و B که طول و قطر مقطع سیم A دو برابر طول و قطر مقطع سیم B است را به‌صورت موازی به‌هم بسته و به دو سر آن‌ها اختلاف پتانسیل V را وصل می‌کنیم. جریان الکتریکی عبوری از سیم B چند درصد کم‌تر از جریان الکتریکی عبوری از سیم A است؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۶۴- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت ولت‌سنج ۱۰۰۰Ω باشد، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، چند ولت است؟

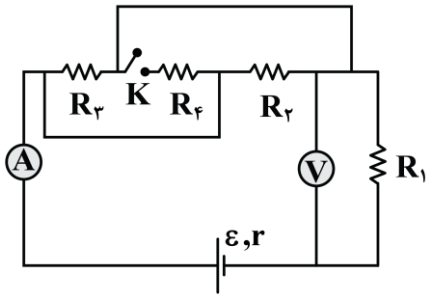


۱) ۳۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۱۰۰
۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۵- در شکل زیر با بستن کلید K مقداری که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



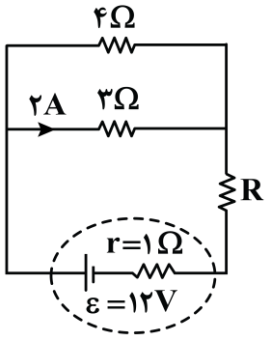
۱) افزایش، افزایش

۲) کاهش، کاهش

۳) کاهش، افزایش

۴) افزایش، کاهش

۶۶- در شکل مقابل، توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟



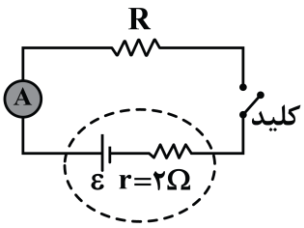
۱) ۴/۷۵

۲) ۸/۷۵

۳) ۹/۵

۴) ۱۷/۵

۶۷- در مدار شکل زیر با بستن کلید، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد ۴۰ درصد کاهش یافته و توان خروجی مولد ۹W بیش‌تر از توان تلف‌شده در درون مولد می‌شود. مقدار جریان نشان‌داده‌شده توسط آمپرسنج ایده‌آل در حالت کلید بسته چند آمپر است؟



۱) ۱

۲) ۲

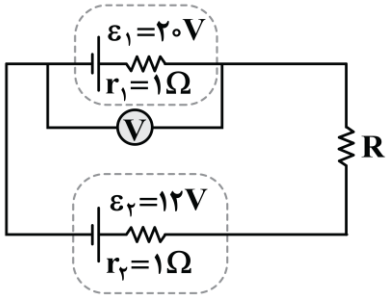
۳) ۳

۴) ۴

محل انجام محاسبات

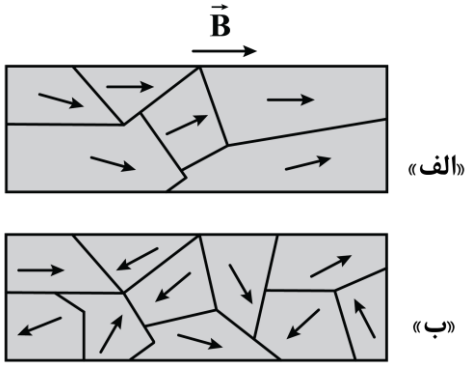
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸- در مدار زیر، ولت‌سنج آرمانی $18V$ را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، چند ولت است؟



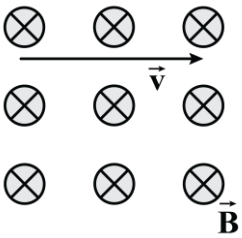
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۱
۴) ۶

۶۹- شکل «الف» حوزه‌های مغناطیسی ماده‌ای را درون میدان خارجی $\vec{B}$ نشان می‌دهد. شکل «ب» همان ماده را بلافاصله پس از حذف میدان $\vec{B}$ نشان می‌دهد. این ماده در کدام دسته از مواد مغناطیسی قرار می‌گیرد؟



۱) فرومغناطیس نرم
۲) فرومغناطیس سخت
۳) پارامغناطیس
۴) دیامغناطیس

۷۰- ذره‌ای باردار مطابق شکل، در یک میدان مغناطیسی درون‌سو به‌اندازهٔ $100G$ و میدان الکتریکی یکنواخت با سرعت ثابت $10^4 \frac{m}{s}$ به‌صورت افقی درحال حرکت است. اندازهٔ میدان الکتریکی چند واحد SI است و جهت آن کدام است؟ (نیروی وزن ناچیز است.)



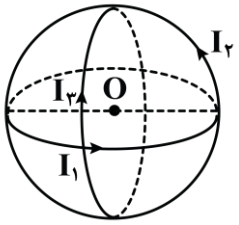
۱) ۱۰۰، پایین
۲) ۱۰۰۰، پایین
۳) ۱۰۰، بالا
۴) ۱۰۰۰، بالا

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۱- مطابق شکل زیر، سه حلقهٔ هم‌جنس که شعاع هر یک $20cm$ است، با جریان یکسان $3A$ هم‌مرکز با یکدیگر هستند و سطح هر حلقه بر دو حلقهٔ دیگر عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند تسلا است؟

$(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) $9\times10^{-6}\sqrt{3}$

۲) $9\times10^{-6}\pi\sqrt{3}$

۳) $9\times10^{-4}\sqrt{3}$

۴) $9\times10^{-4}\pi\sqrt{3}$

۷۲- از یک سیملوله به طول $40cm$ که دارای ۲۰۰ حلقه سیم است، جریان الکتریکی $5A$ می‌گذرد. اگر از ذره‌ای خنثی به جرم ۲ میلی‌گرم، 10^{11} الکترون جدا کنیم و آن را با تندی $2000\frac{m}{s}$ بر روی محور سیملوله پرتاب کنیم، میدان سیملوله و شتاب حاصل از نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به‌ترتیب از راست به چپ چند واحد SI می‌شود؟

$(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}\ ,\ e = 1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۰/۰۰۱، صفر ۲) ۰/۰۰۱، ۰/۴۸ ۳) ۰/۰۰۳، صفر ۴) ۰/۰۰۳، ۰/۴۸

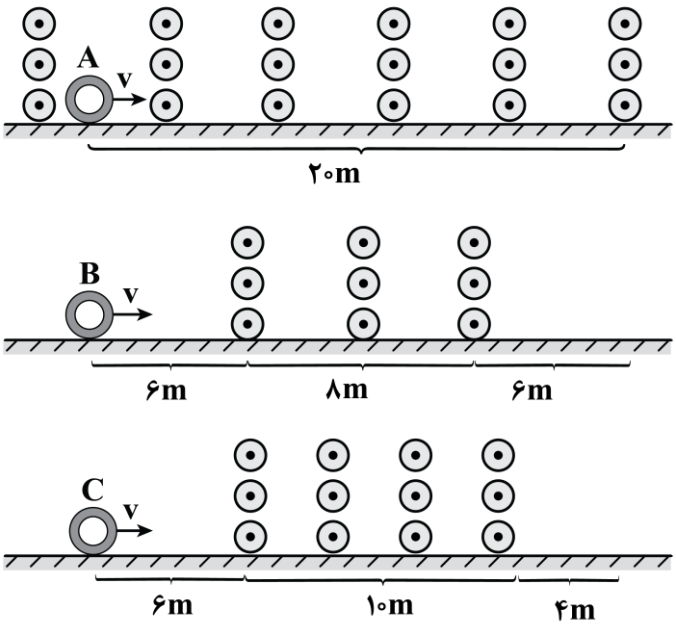
۷۳- سطح پیچهٔ مسطحی شامل ۵۰۰ حلقه با سطح مقطع $50cm^2$، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $200G$ قرار دارد. اگر مقاومت پیچه 10Ω باشد و حلقه طوری بچرخد که سطح آن موازی با خطوط میدان مغناطیسی شود، اندازهٔ بار الکتریکی القایی شارش‌شده چند میلی‌کولن خواهد بود؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۴- سه حلقهٔ رسانای مشابه A، B و C مطابق شکل با سرعت اولیهٔ یکسان شروع به حرکت می‌کنند و مسافت ۲۰m را طی می‌کنند. مدت‌زمان طی شدن این مسافت برای حلقه‌های A، B و C به‌ترتیب t_A، t_B و t_C می‌باشد. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت و بزرگی آن برای هر سه حلقه یکسان باشد، کدام مقایسه درست است؟ (از اتلاف انرژی دراثر اصطکاک صرف‌نظر کنید.)



۱) $t_A < t_C < t_B$

۲) $t_A > t_B = t_C$

۳) $t_B = t_C > t_A$

۴) $t_A > t_C > t_B$

۷۵- از القاگری با ضریب القاوری ۴mH، جریان متناوبی با معادلهٔ $I = 2\sin(\frac{2\pi}{T}t)$ در SI عبور می‌کند. در لحظهٔ $t = \frac{1}{600}s$ برای دومین بار انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر ۶mJ خواهد بود. بسامد جریان متناوب چند هرتز است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۶- کدام مورد درست است؟

۱) رنگین‌کمان، شامل بی‌نهایت طول موج مرئی بوده و در فرایند تشکیل آن، پرتوهای پرانرژی، بیشتر دچار شکست می‌شوند.

۲) با تغییر نوع آنیون موجود در ساختار یک ترکیب یونی مثل لیتیم سولفات، رنگ شعله این ترکیب دچار تغییر می‌شود.

۳) تفاوت طول موج پرتوهای مرئی سرخ و آبی، کمتر از تفاوت طول موج پرتوهای مرئی زرد و سبز است.

۴) در ایزوتوپ‌های مختلف لیتیم، تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی اول و دوم، متفاوت از هم است.

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ برخی دانشمندان باور دارند که سرآغاز کیهان، با یک انفجار همراه بوده و طی آن، ذرات زیراتمی ایجاد شدند.

ب ـ از ذرات ^{۲۳۵}U به‌عنوان سوخت هسته‌ای استفاده‌شده و فراوانی آن در اورانیم غنی شده، کمتر از ۰/۷ درصد است.

ج ـ در همه ایزوتوپ‌های طبیعی کلر، مجموع شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته بیش از ۲ برابر الکترون‌ها است.

د ـ مجموع شمار عناصر در طولانی‌ترین تناوب‌های جدول دوره‌ای، ۸ برابر شمار عناصر موجود در گروه ۱۲ است.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

۷۸- یک نمونه از کلر، دارای سه نوع ایزوتوپ مختلف است. اگر فراوانی ایزوتوپ‌های $^{۴۰}_{۱۷}X$ و $^{۳۸}_{۱۷}X$ این عنصر به ترتیب برابر با ۷۰ و ۲۰ درصد بوده و جرم اتمی میانگین این عنصر برابر ۳۹/۱ amu باشد، چند گرم از ایزوتوپ سوم این عنصر با ۲/۵ مول فلز منیزیم به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟

۱) ۲۱۶ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۱۷۵

۷۹- در هر اتم از عنصر A، سومین لایه الکترونی به‌طور کامل پر بوده و ۸ الکترون با $l = ۰$ وجود دارد. کدام مورد زیر، در رابطه با این عنصر درست است؟

۱) در ساختار هر اتم از این عنصر، شمار الکترون‌هایی با $l = ۱$ می‌تواند با شمار الکترون‌هایی با $l = ۲$ برابر باشد.

۲) اگر عنصر A معادل با یک فلز باشد، این عنصر می‌تواند دو نوع کاتیون با بار الکتریکی مشخص را تولید کند.

۳) هر اتم از این عنصر، ممکن است بتواند ۲ الکترون با اتم‌های کلر به اشتراک گذاشته و ترکیب $ACl_۲$ را ایجاد کند.

۴) این عنصر، به یقین توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون با اتم فلوئور در یک واکنش شیمیایی را دارد.

۸۰- اتم A، با گرفتن دو الکترون و اتم B، با از دست دادن یک الکترون، به آرایش یک گاز نجیب مشابه دست پیدا کرده‌اند. تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، چند واحد بوده و اتم A، معادل با کدام عنصر زیر می‌تواند باشد؟

۱) $_{۳۴}Se$ ـ ۳ ۲) $_{۳۳}As$ ـ ۳ ۳) $_{۳۴}Se$ ـ ۴ ۴) $_{۳۳}As$ ـ ۴

۸۱- واکنش $Li_۲CO_۳(s) + ۲NH_۳(g) \rightarrow ۲LiOH(s) + CH_۴N_۲O(s)$، در شرایطی انجام می‌شود که چگالی گاز هیدروژن برابر با ۰/۱ $g.L^{-۱}$ است. به ازای مصرف ۱۰۰ لیتر ماده گازی در این واکنش شیمیایی، چند گرم ماده آلی تولید خواهد شد؟ ($O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ , Li = ۷ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۳۰ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰۰ ۴) ۱۵۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟

۱) اتمسفر زمین علاوه بر اتم‌های مجزا و مولکول‌های گازی، شامل برخی از گونه‌های باردار نیز می‌شود.

۲) پایین‌ترین دمای هوا در طول کل ضخامت ۵۰۰ کیلومتری هواکره، در انتهای لایه تروپوسفر وجود دارد.

۳) در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء هوا، هرچه نقطهٔ جوش یک ماده پایین‌تر باشد، زودتر از ستون تقطیر خارج می‌شود.

۴) گاز نیتروژن، واکنش‌پذیری ناچیزی داشته و از آن برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

۸۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.

ب ـ قابلیت انتشار گاز CO در محیط بسیار زیاد بوده و مقداری از این گاز، به سرعت در همهٔ فضا پخش می‌شود.

ج ـ برای تبدیل گاز CO_2 تولید شده در کارخانه‌ها به مواد معدنی، می‌توان این گاز را با کلسیم کربنات واکنش داد.

د ـ آلوتروپ سنگین‌تر اکسیژن، در حالت مایع آبی‌رنگ بوده و نقطهٔ جوش و پایداری کمتری نسبت به آلوتروپ دیگر دارد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۸۴- گاز هیدروژن مورد نیاز برای تبدیل ۱۰/۵ لیتر گاز نیتروژن با چگالی $2g.L^{-1}$ به گاز آمونیاک را از واکنش چند گرم فلز کروم با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید بر اساس معادله زیر می‌توان به‌دست آورد؟

$(Cr = 52, N = 14 : g.mol^{-1})$

$Cr(s) + HCl(aq) \rightarrow CrCl_2(aq) + H_2(g)$ معادله واکنش موازنه شود.

۱) ۷۱/۵ ۲) ۱۴۳ ۳) ۵۸/۵ ۴) ۱۱۷

۸۵- در رابطه با دو مولکول SF_2 و H_2O، کدام مطلب زیر درست است؟

۱) علامت بار جزئی اتم مرکزی در آن‌ها مشابه است.

۲) هر دو مولکول، دارای ساختار خمیده هستند.

۳) گشتاور دوقطبی یکی از مولکول‌ها مشابه CO_2 است.

۴) شمار الکترون ناپیوندی در یک ماده، ۵ برابر دیگری است.

۸۶- مقدار ۰/۰۲ مول سدیم نیترید و ۳ مول پتاسیم نیترات را در آب حل کرده و حجم محلول را به ۱۲ لیتر می‌رسانیم. اگر چگالی محلول حاصل برابر ۱/۱۵ گرم بر میلی‌لیتر شده باشد، غلظت یون سدیم در این محلول برابر با چند ppm می‌شود؟ $(Na = 23\ g.mol^{-1})$

۱) ۱۷۴ ۲) ۱۰۰ ۳) ۸۷ ۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۷- کدام‌یک از مطالب داده شده درست است؟

۱) با ریختن باریم سولفات سفیدرنگ در آب، نیروی جاذبه یون-دوقطبی باعث جدا شدن یون‌ها از شبکه بلور می‌شود.

۲) تأثیر دما بر انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در آب، در مقایسه با انحلال‌پذیری سدیم کلرید در آب بسیار کمتر است.

۳) آمونیوم سولفات، حاوی ۴ عنصر نافلزی مختلف بوده و عناصر گوگرد و نیتروژن را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.

۴) دستگاه‌های گلوکومتر، غلظت ماده‌ای با فرمول $C_6H_{12}O_6$ را بر حسب میلی‌مول بر دسی‌لیتر نشان می‌دهند.

۸۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ انحلال‌پذیری گازها در آب با فشار، رابطه مستقیم و با دمای محلول مورد نظر رابطه عکس خواهد داشت.

ب ـ چون قدرت پیوندهای هیدروژنی HF قوی‌تر از آب است، این ماده نسبت به آب، دمای جوش بالاتری دارد.

ج ـ برای انحلال جرم برابر از گازهای O_2 و N_2 در ۱۰۰ گرم آب خالص در دمای معین، فشار گاز O_2 باید کمتر باشد.

د ـ اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، جریان خروج آب شیرین با سرعت کمتر ادامه می‌یابد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

۸۹- برای این که غلظت محلولی از سدیم سولفات با حجم ۶ لیتر و غلظت ۰/۲ مول بر لیتر، به ۰/۱۲ مول بر لیتر برسد، باید چند لیتر آب مقطر را به این محلول اضافه کنیم و طی این فرایند، غلظت محلول مورد نظر با یکای گرم بر لیتر، به اندازه چند درصد کاهش پیدا می‌کند؟

۱) ۴ ـ ۴۰ ۲) ۴ ـ ۲۰ ۳) ۶ ـ ۴۰ ۴) ۶ ـ ۲۰

۹۰- مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلولی از لیتیم سولفات برابر با ۰/۱۸ مول بر لیتر است. نیم لیتر از این محلول، در واکنش با مقدار کافی محلول باریم کلرید، چند گرم رسوب تولید می‌کند؟

$(Ba = ۱۳۷ , S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) ۱۸/۶۴ ۲) ۹/۳۲ ۳) ۱۳/۹۸ ۴) ۶/۹۹

۹۱- کدام مورد در رابطه با روندهای تناوبی موجود در جدول دوره‌ای درست است؟

۱) بین عناصر اصلی موجود در هر دوره، با افزایش خصلت فلزی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

۲) در خانه بالاتر از هر عنصر شبه‌فلزی، به یقین یک عنصر شکننده با سطح کدر قرار گرفته است.

۳) در هر گروه از جدول تناوبی، با افزایش شعاع اتمی نافلزها، میل آن‌ها به گرفتن الکترون بیشتر می‌شود.

۴) بین عناصر اصلی موجود در هر دوره، با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی، میزان واکنش‌پذیری همواره بیشتر می‌شود.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۲- در شرایط مشخص، انحلال‌پذیری منیزیم سولفات در آب برابر با ۳۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. نمک موجود در محلول سیرشده‌ای از منیزیم سولفات با جرم ۳۹ گرم را استخراج کرده و بر اساس معادله زیر تجزیه می‌کنیم. اگر طی این فرایند، ۱۲۶۰ میلی‌لیتر فراورده گازی در شرایط استاندارد تولید شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟

$$MgSO_4(s) \rightarrow MgO(s) + SO_2(g) \qquad (S = 32, Mg = 24, O = 16 : g.mol^{-1})$$

۱) ۸۰ ۲) ۷۵ ۳) ۴۰ ۴) ۳۷/۵

۹۳- در ۵۰۰ گرم از یک نمونه کود شیمیایی حاوی آمونیوم نیترات، ۸۴ گرم نیتروژن وجود دارد. درصد خلوص آمونیوم نیترات در این کود شیمیایی چقدر است؟ $(O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۶۰ ۲) ۴۸ ۳) ۷۲ ۴) ۳۶

۹۴- شماره گروه عنصری از تناوب سوم که بیشترین فراوانی را در کره زمین دارد، چند برابر شماره گروه عنصری از تناوب چهارم است که شمار الکترون‌های با $n = 3$ آن، دو برابر شمار الکترون‌های با $n = 2$ است؟

۱) ۲ ۲) ۱/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۱/۴

۹۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ در جدول پیشنهادی ژانت، همانند جدول تناوبی امروزی، هلیم با سایر گازهای نجیب در یک گروه قرار گرفته است.
ب ـ از واکنش یون آهن موجود در نمونه‌ای از زنگ آهن با محلولی از سود، یک رسوب جامد و سبز رنگ تولید می‌شود.
ج ـ کلر در واکنش با عنصر تناوب دوم که پس از Ne کمترین واکنش‌پذیری را دارد، مولکول ۵ اتمی تشکیل می‌دهد.
د ـ اتم هالوژنی که برای واکنش با گاز هیدروژن به حداقل دمای ۲۰۰°C نیاز دارد، تعداد ۱۷ الکترون با $l = 1$ دارد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۹۶- مقداری از یک ترکیب با فرمول $C_nH_{10}O_2$، با ۷۲ گرم گاز اکسیژن واکنش داده و ۲۷ گرم بخار آب تولید کرده است. در ساختار هر مولکول از این ترکیب، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟ (معادله واکنش شیمیایی داده شده، موازنه شود.)

$$C_nH_{10}O_2(l) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g) \qquad (O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹

۹۷- نام آلکانی با ساختار $(CH_3)_3C(CH_2)_5CH(CH_3)_2$، به چه صورت بوده و شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار این ماده، چند برابر شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار مولکول گوگرد تری‌اکسید است؟

۱) ۲،۲،۸-تری‌متیل نونان ـ ۸/۵
۲) ۲،۲،۷،۷-تترامتیل اوکتان ـ ۸/۵
۳) ۲،۲،۸-تری‌متیل نونان ـ ۹/۲۵
۴) ۲،۲،۷،۷-تترامتیل اوکتان ـ ۹/۲۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۸- در مخلوطی از آمونیاک و اکسیژن به حجم ۳۳/۶ لیتر که در شرایط استاندارد قرار دارند، یک جرقه ایجاد می‌کنیم تا کل گاز آمونیاک به همراه ۲۵٪ از گاز اکسیژن موجود در مخلوط، بر اساس معادله واکنش زیر مصرف شوند. در این واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد شده است؟

$$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g) \quad ; \quad \Delta H = -84kJ$$

۱) ۳/۱۵ ۲) ۶/۳ ۳) ۵/۲۵ ۴) ۱۰/۵

۹۹- کدام‌یک از مطالب داده شده درست است؟

۱) یخچال صحرایی بر اساس فرایند فیزیکی کار می‌کند که در آن، سطح انرژی فراورده بالاتر از واکنش‌دهنده است.

۲) روغن‌ها از جمله ترکیب‌های آلی سیرشده بوده و در مقایسه با یک نمونه چربی‌ها، واکنش‌پذیری بالاتری دارند.

۳) تکه نان گرم، در مقایسه با قطعه‌ای سیب‌زمینی با جرم، سطح و دمای مشابه، کندتر با محیط هم‌دما می‌شود.

۴) اتان نسبت به اتانول ارزش سوختی بیشتری داشته و همانند یک نمونه از اتانول، یک نوع سوخت سبز است.

۱۰۰- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ ماده موجود در توت‌فرنگی که در صنعت به‌عنوان نگهدارنده کاربرد دارد، ساده‌ترین اسید آلی آروماتیک است.

ب ـ تیغه‌ای از فلز روی، در مقایسه با پودر روی، رنگ محلول مس(II) سولفات را با سرعت کمتری از بین می‌برد.

ج ـ فلز سدیم، بسیار نرم بوده و برخلاف پتاسیم، با آب سرد به‌شدت واکنش می‌دهد و گاز H_2 تولید می‌کند.

د ـ محلول آبی هیدروژن پراکسید، در دمای اتاق و بدون حضور کاتالیزگر، اصلاً تجزیه نمی‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «د» ۴) «ج» و «د»

۱۰۱- در شرایط استاندارد، ۳۴۵ گرم KIO_4 را در واکنش موازنه نشده $H_2(g) + KIO_4(s) \rightarrow KI(s) + H_2O(l)$ و در طول مدت زمان ۹۰ ثانیه مصرف می‌کنیم. در این فرایند، چند مول پتاسیم یدید تولید شده و سرعت متوسط مصرف گاز هیدروژن برابر با چند لیتر بر دقیقه است؟ ($I = 127 , K = 39 , O = 16 , H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲ ـ ۵۶ ۲) ۲ ـ ۱۱۲ ۳) ۱/۵ ـ ۴۴/۸ ۴) ۱/۵ ـ ۸۹/۶

۱۰۲- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟

۱) صنعت نساجی به تولید پوشاک مورد نیاز بشر پرداخته و موفقیت آن در گرو تأمین الیاف مورد نیاز است.

۲) الیاف پشمی، حاوی اتم نیتروژن بوده و میزان تولید آن‌ها کمتر از میزان تولید الیاف پنبه‌ای و پلی‌استری است.

۳) در ساختار مولکول پلی‌استیرن، همانند مولکول‌های لیکوپن و کلسترول، پیوند دوگانه کربن-کربن یافت می‌شود.

۴) اگر مونومرهای به کار رفته در تهیه دو نوع پلیمر یکسان باشد، آن دو پلیمر به یقین خواص فیزیکی یکسانی دارند.

محل انجام محاسبات

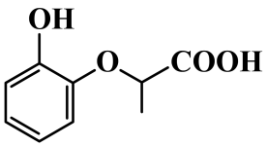
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳- استیک اسید، طبق معادله موازنه نشده زیر و با استفاده از استالدهید(CH_3COH) تولید می‌شود. استیک اسید حاصل از مصرف ۳۳ گرم استالدهید، با چند گرم اتیلن‌گلیکول به‌طور کامل واکنش داده و در این فرایند، چند لیتر محلول ۰/۱ مولار سولفوریک اسید مصرف می‌شود؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$CH_3COH + K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 \rightarrow CH_3COOH + K_2SO_4 + Cr_2(SO_4)_3 + H_2O$$

۱) ۲۳/۲۵ ـ ۵ ۲) ۲۳/۲۵ ـ ۱۰ ۳) ۲۵/۶ ـ ۵ ۴) ۲۵/۶ ـ ۱۰

۱۰۴- در رابطه با مولکول مقابل، کدام مورد نادرست است؟ ($C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۱) این ماده، محلول در آب بوده و از آن در واکنش تولید پلی‌استرها می‌توان استفاده کرد.
۲) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ترکیب آروماتیک، با پنتان برابر است.
۳) پنج مورد از اتم‌های کربن موجود در ساختار این ماده، به یک اتم H متصل شده‌اند.
۴) جرم اتم‌های کربن موجود در آن، بیشتر از ۱/۵ برابر جرم اتم‌های اکسیژن است.

۱۰۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ هر مولکول از ساده‌ترین عضو کربوکسیلیک اسیدها، شامل ۸ اتم شده و این ماده، در محلول سرکه وجود دارد.
ب ـ شمار پیوندهای $C - O$ در متیل بوتانوات، با شمار این پیوندها در عامل ایجادکننده بوی گیاه رازیانه برابر است.
ج ـ پلیمرهای ساختگی، برخلاف برخی از انواع پلیمرهای طبیعی، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارند.
د ـ گوارش نشاسته، شامل واکنش شیمیایی تبدیل آن به گلوکز است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۴ فروردین ماه

حسابان ۲

تابع + مثلثات+
حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت
صفحه‌های ۱ تا ۶۹

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها +
آشنایی با مقاطع مخروطی
صفحه‌های ۹ تا ۴۶

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
(کل فصل ۱)
گراف و مدل‌سازی
(معرفی گراف)
صفحه‌های ۱ تا ۴۲

فیزیک ۳

فصل های ۱ تا ۳
(تا ابتدای موج و انواع آن)
صفحه‌های ۱ تا ۶۹

شیمی ۳

مولکول‌ها در خدمت تندرستی :
کل فصل
آسایش و رفاه در سایه شیمی:
کل فصل
صفحه‌های ۱ تا ۶۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم



دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۶ فروردین ماه ۱۴۰۵

جمع‌بندی و مرور پایهٔ دهم و یازدهم

ویژهٔ کنکـــوری‌های ۱۴۰۵

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان علی منصف‌شکری علیرضا شریف‌خطیبی	مهرداد اسپیدکار ـ مائده بادان‌فیروز حمیدرضا ولی‌پور ـ وحید بهروزی فؤاد خیرآبادی ـ علی اسدی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سجاد صادقی‌زاده ـ سعید احمدی ـ حسین عبدوی‌نژاد مهدی پارسا ـ محمدجواد سورچی ـ سارا قانع غلامرضا محبی ـ امیرحسین اکبری ـ امیررضا خوینی‌ها محسن قندچلر ـ مجید میرزائی ـ سینا قاضی‌سعیدی مجید رجبی وندچالی ـ مهدی رحمت‌الهی حامدنبی‌منصور ـ زهره آقامحمدی ـ محمد باغبان	حسین عبدوی‌نژاد حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری عالیه میرزایی ـ طاها حق‌بین حسین ایروانی ـ مهسا بایمانی‌نژاد	فرهنگ امیری ـ طاها حق‌بین محمد دارابی‌جم محمد داودآبادی فراهانی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان — نازنین امیری

مائده بادان‌فیروز — زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

مطالعه در شرایط جنگی

وقتی ذهن اجازهٔ تمرکز نمی‌دهد

وقتی در شرایط بحرانی مثل جنگ زندگی می‌کنی و برای کنکور درس می‌خونی، باید بدونی که طبیعی‌ترین اتفاق دنیا اینه که نتونی مثل روزهای عادی تمرکز داشته باشی. اضطراب، اخبار ناراحت‌کننده و ناامنی محیط، همگی ذهن رو درگیر می‌کنه. اما نباید بذاری این شرایط تو رو کاملاً متوقف کنه؛ بعضی روش‌ها می‌تونن اضطراب رو کم کنن و دوباره بخشی از تمرکزت رو برگردونن. چند راهکار رو با هم مرور کنیم:

۱. اخبار رو در «ساعات مشخص» پیگیری کن

ذهنی که مدام در معرض اخباره، خصوصاً خبر جنگ، وارد حالت بقا می‌شه؛ یعنی فقط دنبال ایمنی می‌گرده، نه یادگیری. برای همین بهتره فقط در دو یا سه زمان مشخص از روز اخبار رو بررسی کنی (مثلاً نیم‌ساعت عصر و نیم‌ساعت شب) و در بقیهٔ روز به خودت اجازه بده از فضای ذهنی جنگ فاصله بگیری. بذار ذهنت حداقل چند ساعت در سکوت فکری نفس بکشه.

۲. برنامه‌های کوچیک، هدف‌های کوتاه

در این شرایط نباید از خودت انتظار عملکرد صد در صد داشته باشی. مغز خسته و مضطرب، یادگیری رو سخت‌تر می‌کنه. به‌جاش، هدف‌های کوچک و قابل انجام تعریف کن؛ مثلاً فقط یک فصل از سه درس در روز، یا مرور با فلش‌کارت‌ها و یادداشت‌ها. کوچیک اما مداوم، ارزشمندتر از تلاش‌های سنگین و ناپایداره.

۳. مراقب گفت‌وگوی درونی‌ات باش

وقتی حس می‌کنی «دلت به درس نمی‌ره»، لزوماً تنبلی نیست. ذهن تو درگیره و دائم داره برای خودش استدلال می‌تراشه: «الان چه فایده‌ای داره؟»، «دنیا به‌هم ریخته، درس خوندن برای چیه؟»

اما این‌ها پای استدلال‌های ضعیف ذهن خسته است، نه صدای منطق واقعی تو.

اگه با مهربانی به خودت گوش کنی و این افکار رو موقت بدونی، دوباره می‌تونی به مسیر برگردی.

۴. پیوند با معنا: چرا درس می‌خونی؟

یادآوری کن که هدف واقعی تو فقط کنکور نیست؛
آینده‌ای است که می‌خوای بسازی، دانشیه که می‌خوای یاد بگیری، تا فردا مفیدتر باشی.

اتصال با معنای بزرگ‌تر از شرایط فعلی، قوی‌ترین سوخت روانی برای دوام آوردنه.

۵. پناه ببر به نظم‌های کوچیک

در بی‌نظمی بیرون، سعی کن نظم‌های کوچیک برای خودت بسازی: زمان مشخص برای بیدار شدن، گوش دادن به موسیقی ملایم موقع مطالعه، یا داشتن دفتر مخصوص یادداشت‌های روزانه.

این روتین‌های کوچیک، حس کنترل رو برمی‌گردونن. حتی اگه نمی‌تونی مثل گذشته مطالعه کنی، باز هم «هر مقدار» مطالعه در این شرایط ارزشمنده. تو داری در وضعیتی غیرعادی، مقاومت می‌کنی و همین مقاومت، بزرگ‌ترین نشانهٔ قدرت توست.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

چطور تمرکز کنیم وقتی ذهن پر از نگرانیه؟

در شرایط بحرانی، مشکل اصلی کمبود وقت نیست، پراکندگی ذهنه. ذهن تو بین کتاب، اخبار، نگرانی از آینده و احساس ناامنی رفت‌وبرگشت داره. اما تمرکز مهارتیه که می‌شه پایدارش کرد، حتی وسط آشوب بیرونی. حالا چند نکته رو در این باره مرور کنیم:

۱. با افکار مزاحم دشمنی نکن

خیلی از دانش‌آموزا فکر می‌کنن باید افکار حواس‌پرت‌کن رو سرکوب کنن، اما هرچه بیشتر مقاومت کنی، اون فکر قوی‌تر برمی‌گرده.

به‌جاش یک برگه کنار دستت بگذار. هر وقت فکری به ذهنت آمد (مثلاً «اگه دوباره بمباران بشه چی؟» یا «فلان خبر جدید چی شد؟») اون رو یادداشت کن و به خودت بگو:

«می‌نویسمش، بعد از مطالعه سراغت میام.» به این کار ذهنی می‌گن «وعده‌ی بازگشت» و کمک می‌کنه ذهنت بدونه قرار نیست نادیده گرفته بشه، فقط به تعویق افتاده.

۲. از خودت توقع تمرکز صددرصد نداشته باش

تمرکز کامل در این شرایط مثل دویدن توی بارونه؛ می‌شه دوید، ولی با لباس خیس. قرار نیست بی‌نقص باشی فقط ادامه بده، آهسته و پیوسته.

۳. نگرانی‌ات رو در جای درست قرار بده

نگرانی دربارهٔ آینده، دربارهٔ عزیزان، دربارهٔ کشور... طبیعیه؛ اما بدون:

نگرانیِ تو «هیچ تغییری در شرایط جنگ ایجاد نمی‌کنه»،

اما «تأثیر عمیقی توی آیندهٔ خودت» داره.

اگر اجازه بدی این نگرانی تمام انرژیت رو بخوره، تو رو از فردایی که می‌خوای برای خودت بسازی دور می‌کنه.

یادبگیر انرژی‌ات رو در مسیر درست خرج کنی؛ درست همون جایی که کنترل داری:
درس، آرامش، و پیشرفت شخصی.

۴. مراقبه یا تمرکز حسی کوتاه

قبل از درس‌خوندن، یک دقیقه فقط نفس بکش و روی صداهای اطرافت تمرکز کن. یا چند ثانیه دستت رو روی سینه بذار و ضربان قلبت رو حس کن. اگه با هر مختصاتی با معنویت ارتباط داری، ازش استفاده کن؛ وصل شدن به قدرت ماورای بشری این مواقع آرومت می‌کنه.

این تمرین‌های کوچیک ذهن رو از حالت بحرانی به حالت یادگیری می‌بره.

۵. پاداش به ذهن پایدار

بعد از هر جلسهٔ مطالعه (مثلاً ۴۵ تا ۶۰ دقیقه)، خودت رو تشویق کن. یک چای بنوش، آهنگ آرومی گوش بده یا با کسی که دوست داری تماس کوتاهی بگیر. ذهن تو نیاز داره بدونه تلاشش بی‌نتیجه نمونده.

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۱۹

فراوانی پاسخ در سؤالات چند قسمتی

سؤالات چندقسمتی (ترکیبی) یعنی در صورت سؤال چند گزاره داده می‌شه و باید تشخیص بدی کدوم گزاره‌ها درستن و بعد گزینه‌ای رو انتخاب کنی که ترکیب اونا رو نشون می‌ده.

در این نوع سؤالات می‌تونی از تکنیک «فراوانی پاسخ» استفاده کنی؛ یعنی بررسی کنی هر گزاره در چند گزینه تکرار شده.

اگه یک گزاره در بیشتر گزینه‌ها اومده باشه، احتمال درست بودنش بیشتره (چون طراح معمولاً گزینه‌ها رو بر اساس گزاره‌های درست می‌چینه).

مثال ساده

فرض کن سؤال می‌پرسه:

کدام موارد دربارهٔ گیاهان درست است؟

الف) فتوسنتز انجام می‌دهند.

ب) دارای کلروپلاست هستند.

ج) همگی آوند دارند.

گزینه‌ها:

۱. «الف»

۲. «الف» و «ب»

۳. «ب» و «ج»

۴. «الف» ، «ب» و «ج»

مرحله ۱: فراوانی گزاره‌ها در گزینه‌ها

- الف ← در گزینه‌های ۱، ۲، ۴ (سه بار)
- ب ← در گزینه‌های ۲، ۳، ۴ (سه بار)
- ج ← در گزینه‌های ۳، ۴ (دو بار)

نتیجه: چون الف و ب بیشتر تکرار شدن، احتمال درست بودنشون بیشتره. پس گزینه‌ای که الف و ب رو داره منطقی‌تره.

پاسخ محتمل: گزینه ۲

مثال کنکوری‌تر

فرض کن سؤال می‌گه:

کدام موارد دربارهٔ DNA درست است؟

الف) از نوکلئوتید ساخته شده است.

ب) دارای قند دئوکسی‌ریبوز است.

ج) در همهٔ جانداران خطی است.

د) دارای بازهای نیتروژنی است.

گزینه‌ها:

۱. «الف» و «ب»

۲. «الف» و «د»

۳. «الف»، «ب» و «د»

۴. «ب» و «ج»

فراوانی گزاره‌ها

- الف ← گزینه‌های ۱، ۲، ۳ (۳ بار)
- ب ← گزینه‌های ۱، ۳، ۴ (۳ بار)
- ج ← گزینه ۴ (۱ بار)
- د ← گزینه‌های ۲، ۳ (۲ بار)

تحلیل

گزارهٔ ج فقط یک بار اومده؛ پس احتمال غلط بودنش زیاده.

گزاره‌های الف و ب بیشترین تکرار رو دارن، پس احتمال درست بودنشون بیشتره.

گزینه‌ای که با این الگو سازگاره:

گزینه ۳ (الف، ب و د)

خلاصهٔ تکنیک

۱. گزاره‌ها رو جدا کن (الف، ب، ج، د).

۲. ببین هر کدوم در چند گزینه تکرار شدن.

۳. گزاره‌هایی که بیشتر تکرار شدن احتمالاً درست‌ترند.

۴. گزاره‌هایی که خیلی کم تکرار شدن معمولاً غلط‌اند.

۵. گزینه‌ای رو انتخاب کن که با این الگو سازگار باشه.

نکتهٔ مهم:

این روش وقتی کاربرد داره که بین چند گزینه شک داشته باشی؛ یعنی یک تکنیک افزایش احتمال پاسخ درست است، نه جایگزین دانستن مطلب.

در تست‌های چندگزاره‌ای کنکور، علاوه بر توجه به فراوانی گزاره‌ها در گزینه‌ها، یک ترفند ساده‌ی دیگه هم می‌تونه بهت کمک کنه و اون بررسی «وابستگی گزاره‌ها» است.

در بسیاری از سؤال‌ها بعضی گزاره‌ها از نظر منطقی به هم مرتبط هستند؛ یعنی اگه یکی از اونا درست باشه، معمولاً اون یکی هم باید درست باشه، یا برعکس اگر یکی نادرست باشه احتمالاً اون یکی هم نادرسته.

طراحان تست معمولاً این گزاره‌های مرتبط رو در گزینه‌ها کنار هم قرار می‌دن.

برای مثال فرض کن در سؤالی دو گزاره داریم که از نظر مفهومی به هم نزدیکن؛ مثلاً یکی درباره وجود یک ساختار در سلول صحبت می‌کنه و گزارهٔ دیگه درباره نقش همون ساختار توضیح می‌ده. منطقیه که اگر اون ساختار اصلاً وجود نداشته باشه، نقش اون هم نمی‌تونه درست باشه.

در چنین حالتی اگه در گزینه‌ها ببینیم این دو گزاره در بیشتر موارد کنار هم اومدن، احتمالاً هر دو با هم درست یا هر دو با هم نادرست هستند.

بنابراین اگه مطمئن بشی یکی از اونا غلطه، می‌تونی گزینه‌هایی رو که هر دو رو با هم آوردن سریع حذف کنی.

برای نمونه فرض کن چهار گزینه این‌طور باشن: «الف و ب»، «الف و ج»، «ب و ج» و «الف و ب و ج».

اگه با کمی فکر کردن متوجه بشی گزارهٔ «الف» احتمالاً نادرسته، بلافاصله می‌تونی هر گزینه‌ای که «الف» داره رو کنار بذاری. در این حالت فقط گزینه «ب و ج» باقی می‌مونه و پاسخ به راحتی پیدا می‌شه. این کار باعث می‌شه بدون اینکه همه گزاره‌ها رو با قطعیت بدونیم، بتونیم تعداد گزینه‌ها رو کم کنیم و احتمال انتخاب پاسخ درست رو بالا ببریم.

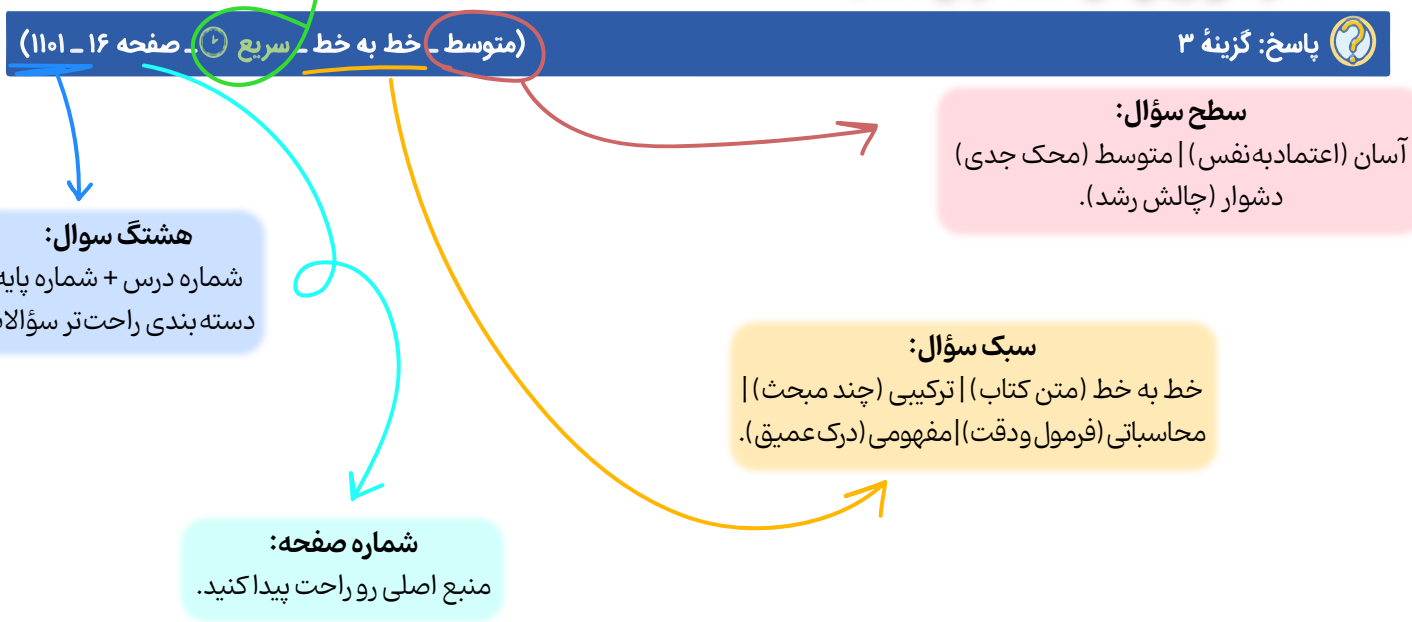
بنابراین در سؤالاتی که چند گزاره با هم مطرح می‌شن، فقط به تک‌تک گزاره‌ها نگاه نکن؛ سعی کن رابطه‌ی بین اونا رو هم ببینی.

خیلی وقت‌ها همین توجه ساده به ارتباط منطقی گزاره‌ها می‌تونه راه رسیدن به پاسخ درست رو کوتاه‌تر کنه و سرعت عملت رو در جلسه‌ی آزمون بالا ببره.

فقط یادت باشه این تکنیک‌ها رو اول در آزمون‌های آزمایشی امتحان کنی و ببینی چقدر برات جواب می‌ده. اگر تمرین کردی و به اون‌ها مسلط شدی، اون وقت در سؤال‌هایی که شک داری و دانشت کامل نیست استفاده کن.

این روش‌ها قرار نیست حتماً تو رو به جواب قطعی برسونن؛ فقط کمک می‌کنن احتمال درست زدن تست بیشتر بشه.

راهنمای پاسخنامه آزمون ها



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

بودجه‌بندی این آزمون

ریاضی پایه: ریاضی ۱ + حسابان ۱
هندسه پایه: هندسه ۱ + هندسه ۲
آمار و احتمال: کل کتاب

سهم در کنکور

ریاضی پایه: این مباحث در مجموع ۱۴ تست از ۴۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.
هندسه پایه: این مباحث در مجموع ۸ تست از ۴۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مباحث در مجموع ۴ تست از ۴۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی

۱- **m بزرگ‌ترین عدد صحیحی است که به‌ازای آن معادلهٔ درجه دوم $(m-1)x^2+6x+2m+1=0$ دارای ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز است. در این حالت، جمع مربع ریشه‌های معادله چه عددی است؟**

۱) ۵۲ ۲) ۲۷ ۳) ۳۸ ۴) ۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۷۵ ـ ۱۰۰۴)

اگر یک معادلهٔ درجه دوم دارای ۲ ریشهٔ حقیقی باشد، آن‌گاه $\Delta > 0$ است، پس:

$$(m-1)x^2+6x+2m+1=0$$

$$\Delta = 36-4(m-1)(2m+1)>0 \xrightarrow{\div 4} 9-(m-1)(2m+1)>0$$

$$\Rightarrow 9-(2m^2-m-1)>0 \Rightarrow 2m^2-m-1<9 \Rightarrow 2m^2-m-10<0$$

$$\Rightarrow (2m-5)(m+2)<0 \Rightarrow -2<m<\frac{5}{2} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-1,0,1,2\}$$

$$\max(m)=2$$

$$m=2 \Rightarrow x^2+6x+5=0 \Rightarrow (x+1)(x+5)=0 \Rightarrow \begin{cases}\alpha=-1\\ \beta=-5\end{cases}$$

$$\alpha^2+\beta^2=(-1)^2+(-5)^2=1+25=26$$

وضعیت جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم

معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ را در نظر بگیرید. با استفاده از روش دلتا داریم:

$$\Delta = b^2-4ac$$

۱) $\Delta>0 \Rightarrow$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز دارد. $\Rightarrow x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

۲) $\Delta=0 \Rightarrow$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی یکسان (ریشهٔ مضاعف) دارد. $\Rightarrow x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

۳) $\Delta<0 \Rightarrow$ معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.

مهم‌ترین روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم

اگر α و β جواب‌های حقیقی معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، داریم:

۱) $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

۲) $P=\alpha\times\beta=\frac{c}{a}$

۳) $|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

۴) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

۵) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS$

۶) $\sqrt{\alpha}\pm\sqrt{\beta}=\sqrt{S\pm2\sqrt{P}}\quad \alpha>\beta>0$

ماز

۲- اگر $A=\frac{4}{3+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$ باشد، مقدار $(A-2)^3$ کدام است؟

۱) $-\frac{8}{9}$ ۲) $-\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{8}{9}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۶۲ ـ ۱۰۰۳)

ابتدا مخرج کسر A را گویا می‌کنیم. برای این منظور ابتدا از $\sqrt[3]{3}$ در مخرج فاکتور گرفته و سعی می‌کنیم از اتحاد چاق و لاغر استفاده کنیم:

$$A=\frac{4}{\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9}+1+\sqrt[3]{3})}\Rightarrow A=\frac{4}{\sqrt[3]{3}(1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9})}\Rightarrow A=\frac{4}{\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1)}\times\frac{\sqrt[3]{3}-1}{\sqrt[3]{3}-1}$$

$$A=\frac{4(\sqrt[3]{3}-1)}{\sqrt[3]{3}(3-1)}=\frac{2\cancel{(\sqrt[3]{3}-1)}}{\sqrt[3]{3}\cancel{(3-1)}}\xrightarrow{\times\sqrt[3]{9}}\frac{2(\sqrt[3]{3}-1)\times\sqrt[3]{9}}{3}=\frac{2}{3}(3-\sqrt[3]{9})$$

$$A=2-\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}\Rightarrow A-2=-\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}\Rightarrow (A-2)^3=\frac{-8}{27}\times9=\frac{-8}{3}$$

$$\Rightarrow (A-2)^3=-\frac{8}{3}$$

محاسباتو راحت‌کن!

هرگاه x یک عدد کسری و تشکیل شده از رادیکال باشد و بخواهیم حاصل یک عبارت جبری را به‌ازای x به‌دست آوریم، در گام اول x را گویا و ساده می‌کنیم و در گام دوم عبارت داده شده را تبدیل به اتحاد و در صورت امکان ساده کرده و در گام سوم حاصل عبارت را به‌دست می‌آوریم.

گویا کردن مخرج کسرها

۱) اگر در مخرج کسر دو عبارت رادیکالی با فرجهٔ ۲ و یا یک عبارت رادیکالی با فرجهٔ ۲ و یک عدد داشته باشیم، برای گویا کردن مخرج کسر از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

دو نمونهٔ باحال ببین!

۱) $\frac{4}{\sqrt{5}+1}=\frac{4}{\sqrt{5}+1}\times\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1}=\frac{4(\sqrt{5}-1)}{5-1}=\sqrt{5}-1$

۲) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$

۲) اگر در مخرج کسر، دو عبارت رادیکالی با فرجهٔ ۳ و یا یک عبارت رادیکالی با فرجهٔ ۳ و یک عدد داشته باشیم، برای گویا کردن مخرج کسر از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم. (البته ممکن است جملهٔ چاق در مخرج باشد که دارای ۳ جمله است.)

سه نمونهٔ باحال ببین!

۱) $\frac{۶}{\sqrt[۳]{۳}-۱}=\frac{۶}{\sqrt[۳]{۳}-۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۹}+\sqrt[۳]{۳}+۱}{\sqrt[۳]{۹}+\sqrt[۳]{۳}+۱}=\frac{۶(\sqrt[۳]{۹}+\sqrt[۳]{۳}+۱)}{۳-۱}=۳(\sqrt[۳]{۹}+\sqrt[۳]{۳}+۱)$

۲) $\frac{\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۶}+\sqrt[۳]{۲}}=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۶}+\sqrt[۳]{۲}}\times\frac{\sqrt[۳]{۳۶}-\sqrt[۳]{۱۲}+\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۳۶}-\sqrt[۳]{۱۲}+\sqrt[۳]{۴}}=\frac{\sqrt[۳]{۴}(\sqrt[۳]{۳۶}-\sqrt[۳]{۱۲}+\sqrt[۳]{۴})}{۶+۲}=\frac{\sqrt[۳]{۴}(\sqrt[۳]{۳۶}-\sqrt[۳]{۱۲}+\sqrt[۳]{۴})}{۸}$

۳) $\frac{۱۰}{\sqrt[۳]{۹}-\sqrt[۳]{۶}+\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۱۰}{\sqrt[۳]{۳}^{۲}-\sqrt[۳]{۳}\times\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۲}^{۲}}\times\frac{\sqrt[۳]{۳}+\sqrt[۳]{۲}}{\sqrt[۳]{۳}+\sqrt[۳]{۲}}=\frac{۱۰(\sqrt[۳]{۳}+\sqrt[۳]{۲})}{۳+۲}=۲(\sqrt[۳]{۳}+\sqrt[۳]{۲})$

۳) اگر در مخرج کسر فقط یک رادیکال داشته باشیم، به‌صورت زیر مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{A}{\sqrt[n]{a^m}}\overset{m<n}{=}\frac{A}{\sqrt[n]{a^m}}\times\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}=\frac{A\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$\frac{۲}{\sqrt[۳]{۵}}=\frac{۲}{\sqrt[۳]{۵}}\times\frac{\sqrt[۳]{۵^۲}}{\sqrt[۳]{۵^۲}}=\frac{۲\sqrt[۳]{۵^۲}}{۵}$$

ماز

۳- مجموعه جواب دو نامعادلهٔ $|x-۲|+۲|x|<۶$ و $|۳x-a|<b$ یکسان است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۹۲ ـ ۱۰۰۴)

گام اول

ابتدا نامعادله‌ای که پارامتر ندارد را حل می‌کنیم و جواب آن را به‌دست می‌آوریم.

برای حل نامعادله، با توجه به جدول تعیین علامت، ۳ محدوده برای x تعیین می‌کنیم:

		۰		۲	
x	−	۰	+		+
x−۲	−		−	۰	+
	x≤۰		۰≤x≤۲		x≥۲

$$\begin{cases} x\geq ۲ : ۳x-۴<۶\Rightarrow x<\frac{۱۰}{۳} \xrightarrow{\cap x\geq ۲} ۲\leq x<\frac{۱۰}{۳} \\ ۰\leq x\leq ۲ : x-۲x+۴<۶\Rightarrow x>-۲ \xrightarrow{\cap ۰\leq x\leq ۲} ۰\leq x\leq ۲ \\ x\leq ۰ : -x-۲x+۴<۶\Rightarrow -۳x<۲\Rightarrow x>-\frac{۲}{۳} \xrightarrow{\cap x\leq ۰} \frac{-۲}{۳}<x\leq ۰ \end{cases}$$

پس مجموعه جواب نامعادله برابر با $(-\frac{۲}{۳},\frac{۱۰}{۳})=(-\frac{۲}{۳},۰]\cup[۰,۲]\cup[۲,\frac{۱۰}{۳})$ خواهد بود.

گام دوم

در گام بعدی جواب نامعادلهٔ دارای پارامتر را می‌یابیم:

$$|۳x-a|<b\Rightarrow -b<۳x-a<b\Rightarrow \frac{a-b}{۳}<x<\frac{a+b}{۳}$$

گام آخر

در گام آخر بازهٔ جواب هر دو نامعادله را برابر قرار داده و پارامترهای a و b را به‌دست می‌آوریم. پس داریم:

$$(-\frac{۲}{۳},\frac{۱۰}{۳})=(\frac{a-b}{۳},\frac{a+b}{۳})\Rightarrow \frac{a-b}{۳}=\frac{-۲}{۳}\ ,\ \frac{a+b}{۳}=\frac{۱۰}{۳}$$

$$\begin{cases} a+b=10 \\ a-b=-2 \end{cases} \Rightarrow 2a=8 \Rightarrow a=4\ ,\ b=6$$

بنابراین:

$$\frac{b}{a}=1/5$$

حل نامعادلات قدرمطلقی در حالت خاص

فرض کنید k عددی مثبت است، بنابراین:

$$|x| \geq k \Rightarrow \begin{cases} x \geq k \\ \cup \\ x \leq -k \end{cases}$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$|x-2| \geq 4 \Rightarrow \begin{cases} x-2 \geq 4 \\ \cup \\ x-2 \leq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \cup \\ x \leq -2 \end{cases}$$

$$|x| \leq k \Rightarrow -k \leq x \leq k$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$|2x+1|<9 \Rightarrow -9<2x+1<9 \Rightarrow -10<2x<8 \Rightarrow -5<x<4$$

برای حل نامعادله $|f(x)| \leq |g(x)|$ باید دو طرف نامساوی را به توان ۲ برسانیم:

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$|x+1|<|x-2| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x+1)^2<(x-2)^2 \Rightarrow x^2+2x+1<x^2-4x+4 \Rightarrow 6x<3 \Rightarrow x<\frac{1}{2}$$

روش کلی برای حل نامعادلات قدرمطلقی

برای حل نامعادلات قدرمطلقی، اگر نتوانیم از ویژگی‌های فوق استفاده کنیم، کافی است عبارت‌های درون قدرمطلق‌ها را در یک جدول، تعیین علامت کنیم و بعد با توجه به جدول تعیین علامت، محدودهٔ x را مشخص کرده و قدرمطلق‌ها را با توجه به علامت عبارت داخلشان برداریم و نامعادله را بدون قدرمطلق حل کرده و بین جواب به‌دست آمده و محدودهٔ x، اشتراک بگیریم و در آخر بین کل جواب‌ها اجتماع بگیریم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

نامعادلهٔ $|x-1|+2x<5$ را حل می‌کنیم. ببینید:

$$|x-1|+2x<5$$

	1	
$x-1$	$-$	$+$
	$x \leq 1$	$x \geq 1$

۱) $x \geq 1 \Rightarrow (x-1)+2x<5 \Rightarrow 3x<6 \Rightarrow x<2 \xrightarrow{x \geq 1 \cap x<2} 1 \leq x<2$

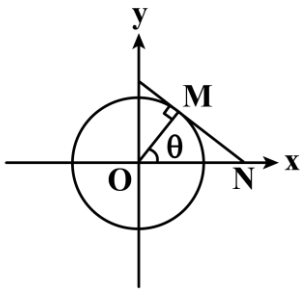
۲) $x \leq 1 \Rightarrow -(x-1)+2x<5 \Rightarrow x<4 \xrightarrow{x<4 \cap x \leq 1} x \leq 1$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله برابر است با:

$$x \leq 1 \cup 1 \leq x<2 \Rightarrow \text{مجموعه جواب نامعادله} = (-\infty, 2)$$

SanjeshCloud

۴- مطابق شکل مقابل، در نقطهٔ M بر دایرهٔ مثلثاتی مماس رسم کرده‌ایم. اگر مساحت مثلث OMN برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، مقدار $\cos\theta$ چه عددی است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۵}$

۲) $\sqrt{\frac{۳}{۵}}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۵}$

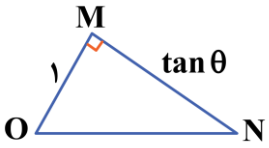
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۰۰۲)

مساحت مثلث OMN برابر $\frac{۲}{۳}$ است، پس:

$$S=\frac{۱}{۲}OM.ON.\sin\theta \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱\times ON.\sin\theta=\frac{۲}{۳} \Rightarrow ON.\sin\theta=\frac{۴}{۳}$$

از طرفی، $ON=\frac{۱}{\cos\theta}$ می‌باشد، زیرا:

$$\tan\theta=\frac{MN}{OM} \Rightarrow MN=\tan\theta$$



$$ON^۲=۱^۲+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow ON=\frac{۱}{\cos\theta}$$

پس:

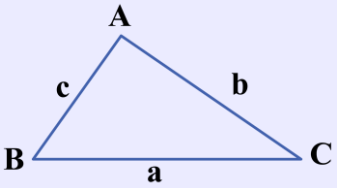
$$ON.\sin\theta=\frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{\cos\theta}.\sin\theta=\frac{۴}{۳} \Rightarrow \tan\theta=\frac{۴}{۳}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow \frac{۱}{\cos^۲\theta}=۱+\tan^۲\theta \Rightarrow \frac{۱}{\cos^۲\theta}=۱+\frac{۱۶}{۹}=\frac{۲۵}{۹} \Rightarrow \cos^۲\theta=\frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \cos\theta=\frac{۳}{۵}$$

مساحت مثلث

مساحت هر مثلث برابر است با $\frac{۱}{۲}$ حاصل‌ضرب ۲ ضلع در سینوس زاویهٔ بین دو ضلع



$$S=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}$$

اتحادهای پایه‌ای مثلثات

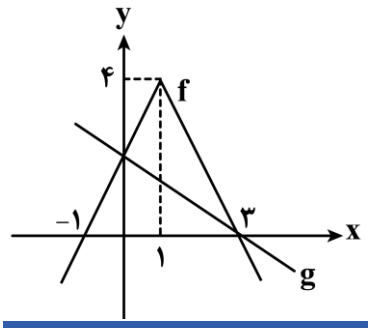
۱) $\sin^۲x+\cos^۲x=۱$

۲) $\left.\begin{array}{l}\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}\\ \cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x}\end{array}\right\}\Rightarrow \tan x\times\cot x=۱ \quad x\neq\dfrac{k\pi}{۲}\ (k\in\mathbb{Z})$

۳) $۱+\tan^۲ x=\dfrac{۱}{\cos^۲ x} \quad x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{۲}\ (k\in\mathbb{Z})$

۴) $۱+\cot^۲ x=\dfrac{۱}{\sin^۲ x} \quad x\neq k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

۵- نمودار توابع f و g مطابق شکل مقابل است. مقدار $f(۲+g^{-۱}(۴))$ چه عددی است؟



۱) -۱

۲) ۲

۳) -۲

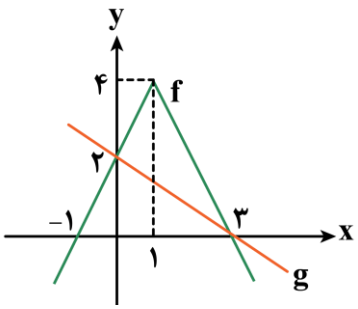
۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵۸ ـ ۱۱۰۲)

ضابطهٔ هر کدام را می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}-۲x+۶ & x\geq ۱\\ ۲x+۲ & x\leq ۱\end{cases}$$

با توجه به عرض از مبدأ خط، در ضابطهٔ دوم تابع f داریم:



پس ضابطهٔ g به‌صورت زیر است:

$$g(x)=-\frac{۲}{۳}x+۲\Rightarrow g^{-۱}(x)=-\frac{۳}{۲}x+۳$$

$$f(۲+g^{-۱}(۴))=f(۲+(-۳))=f(-۱)=۰$$

روش به‌دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون

در تابع یک‌به‌یک $y=f(x)$، ابتدا x را برحسب y می‌نویسیم (یعنی x را تنها می‌کنیم و از معادله استخراج می‌کنیم.) سپس با تبدیل y به x ضابطهٔ $f^{-۱}(x)$ به‌دست می‌آید.

یه نمونه باحال ببین!

وارون تابع $f(x)=\frac{۳x-۱}{۲-x}$ را به‌دست آورید.

$$y=\frac{۳x-۱}{۲-x}\Rightarrow ۳x-۱=۲y-xy\Rightarrow ۳x+xy=۲y+۱\Rightarrow x=\frac{۲y+۱}{۳+y}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۲x+۱}{۳+x}$$

ماز

۶- اگر $f(x)=۳x+|x|$ و $g(x)=ax-\frac{b}{۲}|x|$ به‌طوری که $y=gof(x)$ تابع همانی باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶۸ و ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۲ و ۱۰۰۵)

برای تابع f دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$x\geq ۰: f(x)=۴x\ ,\ f(x)\geq ۰\Rightarrow gof(x)=af(x)-\frac{b}{۲}|f(x)|\Rightarrow gof(x)=۴ax-\frac{b}{۲}(۴x)=(۴a-۲b)x$$

$$x\leq ۰: f(x)=۲x,\ f(x)\leq ۰\Rightarrow gof(x)=af(x)-\frac{b}{۲}|f(x)|\Rightarrow gof(x)=۲ax-\frac{b}{۲}|۲x|=۲ax+bx=(۲a+b)x$$

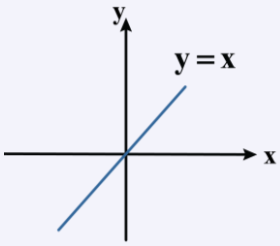
چون قرار است gof تابع همانی باشد، پس:

$$\begin{cases}۴a-۲b=۱\\ ۲a+b=۱\end{cases}\Rightarrow ۸a=۳\Rightarrow a=\frac{۳}{۸}\Rightarrow b=\frac{۱}{۴}$$

پس $a-b=\frac{۱}{۸}$ می‌باشد.

تابع همانی

تابعی است که ورودی و خروجی آن با هم برابر هستند. ضابطهٔ تابع همانی $f(x)=x$ بوده و نمودار آن خط نیمساز ناحیهٔ اول و سوم مختصات یا بخشی از آن است.



ماز

۷- در یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت غیرصفر، شرط $S_{۱۸}=۲S_۸$ برقرار می‌باشد. اگر $S_n=۰$ باشد، عدد طبیعی n کدام است؟

۱) ۲۶ ۲) ۱۴۴ ۳) ۹۸ ۴) ۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d مجموع جملات از رابطهٔ $S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$ به‌دست می‌آید، پس با فرض $S_{۱۸}=۲S_۸$ داریم:

$$\begin{matrix}S_{۱۸}=\frac{۱۸}{۲}(۲a_۱+۱۷d)\\ S_۸=\frac{۸}{۲}(۲a_۱+۷d)\end{matrix}\Rightarrow \frac{۱۸}{۲}(۲a_۱+۱۷d)=\frac{۱۶}{۲}(۲a_۱+۷d)$$

$$\Rightarrow ۹(۲a_۱+۱۷d)=۸(۲a_۱+۷d)\Rightarrow ۱۸a_۱+۱۵۳d=۱۶a_۱+۵۶d$$

$$\Rightarrow ۲a_۱ + ۹۷d = ۰ \Rightarrow S_{۹۸} = ۰ \xrightarrow{\text{زیرا}} S_{۹۸} = \frac{۹۸}{۲}(\underbrace{۲a_۱ + ۹۷d}_{۰}) = ۰$$

مجموع جملات دنبالهٔ حسابی

در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d، مجموع n جملهٔ اول برابر است با:

$$S_n = a_۱ + a_۲ + \ldots + a_n \Rightarrow \begin{cases} S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n) \\ S_n = \frac{n}{۲}\big(۲a_۱ + (n-۱)d\big) \end{cases}$$

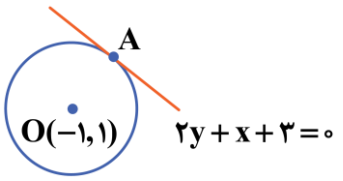
ماز

۸- خط $۲y + x + ۳ = ۰$ بر دایره‌ای به مرکز $O(-۱,۱)$ در نقطهٔ A مماس است. طول نقطهٔ A کدام است؟

۱) $-\frac{۵}{۶}$ ۲) $-\frac{۶}{۵}$ ۳) $-\frac{۹}{۵}$ ۴) $-\frac{۵}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳۱ ـ ۱۱۰۱)

خط مماس، بر شعاع دایره در نقطهٔ تماس عمود است.



چون شیب خط مماس $۲y + x + ۳ = ۰$ برابر $m = -\frac{۱}{۲}$ است، پس شیب خط گذرنده از شعاع یعنی OA برابر $m' = ۲$ است. با داشتن مرکز و شیب، معادلهٔ خط گذرنده از شعاع را می‌نویسیم:

$$\left.\begin{matrix} m' = ۲ \\ O(-۱,۱) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{(y-y_۰)=m'(x-x_۰)} (y-۱) = ۲(x+۱) \Rightarrow y = ۲x + ۳$$

تلاقی این دو خط، نقطهٔ A را می‌دهد:

$$\begin{cases} ۲y = -x - ۳ \\ y = ۲x + ۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{-x-۳}{۲} = ۲x + ۳ \Rightarrow -x - ۳ = ۴x + ۶ \Rightarrow ۵x = -۹ \Rightarrow x = -\frac{۹}{۵}$$

بنابراین طول نقطهٔ A برابر $x = -\frac{۹}{۵}$ است.

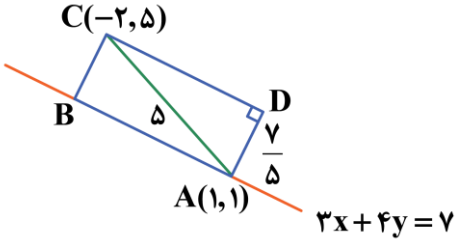
ماز

۹- معادلهٔ خط گذرنده از یک ضلع مستطیل $ABCD$ به‌صورت $۳x + ۴y = ۷$ است. اگر $A(۱,۱)$ و $C(-۲,۵)$ مختصات دو رأس مستطیل باشند، مساحت مستطیل چه عددی است؟

۱) ۶/۲۵ ۲) ۵/۷۶ ۳) ۶/۷۲ ۴) ۵/۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳۳ ـ ۱۱۰۱)

بنابر اطلاعات مسئله شکل فرضی زیر را برای درک بهتر سؤال رسم می‌کنیم:



نقطهٔ $A(۱,۱)$ روی خط گذرنده از ضلع مستطیل واقع است و $C(-۲,۵)$ روی قطر AC قرار دارد. حال فاصلهٔ C تا خط گذرنده از ضلع AB را به‌دست می‌آوریم:

$$BC = \frac{|۳(-۲)+۴(۵)-۷|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}} = \frac{|-۶+۲۰-۷|}{۵} = \frac{۷}{۵} \quad (\text{فاصلهٔ C از خط } ۳x+۴y=۷)$$

پس اندازهٔ یک ضلع مستطیل $\frac{۷}{۵}$ است. حال با یافتن فاصلهٔ A تا C قطر مستطیل و سپس طول ضلع دیگر را به‌دست می‌آوریم:

اندازهٔ قطر $AC = \sqrt{۹+۱۶} = ۵$

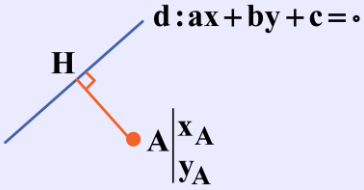
$$AB = \sqrt{۲۵ - \frac{۴۹}{۲۵}} = \frac{۲۴}{۵}$$

پس مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = AB \times BC = \frac{۲۴}{۵} \times \frac{۷}{۵} = \frac{۱۶۸}{۲۵} = ۶/۷۲$$

فاصلهٔ نقطه از خط

فاصلهٔ نقطهٔ A از خط d، طول پاره‌خطی است که از A بر d عمود می‌شود.



$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

۱۰- **یکی از جواب‌های معادلهٔ $\frac{۱}{x^۲} + \frac{۱}{(k-x)^۲} = ۲$ برابر $x=۱$ است. با فرض $k>۰$، ضرب دو ریشهٔ دیگر معادله کدام است؟**

۱) -۴ ۲) -۲ ۳) -۶ ۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

$x=۱$ جواب معادله است، پس در آن صدق می‌کند، ببینید:

$$\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{(k-۱)^۲} = ۲ \Rightarrow (k-۱)^۲ = ۱ \Rightarrow \begin{cases} k-۱=۱ \Rightarrow k=۲ \\ k-۱=-۱ \Rightarrow k=۰ \end{cases}$$

چون k مثبت است، پس $k=۲$ را می‌پذیریم. حال به حل معادله می‌پردازیم:

$$\frac{۱}{x^۲} + \frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۲ \xrightarrow{a^۲+b^۲=(a-b)^۲+۲ab} (\frac{۱}{x} - \frac{۱}{x-۲})^۲ + \frac{۲}{x(x-۲)} = ۲$$

اگر فرض کنیم:

$$\frac{۱}{x} - \frac{۱}{x-۲} = A \Rightarrow \frac{-۲}{x(x-۲)} = A$$

معادله به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$A^۲ - A - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} A=-۱ \\ A=۲ \end{cases}$$

$$\frac{۱}{x} - \frac{۱}{x-۲} = -۱ \Rightarrow \frac{-۲}{x(x-۲)} = -۱ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \pm \sqrt{۳}$$

$$\frac{۱}{x} - \frac{۱}{x-۲} = ۲ \Rightarrow \frac{-۲}{x(x-۲)} = ۲ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

پس ضرب دو ریشهٔ دیگر، $(۱+\sqrt{۳})(۱-\sqrt{۳}) = -۲$ خواهد شد.

قِلِقِشو یاد بگیر!

چشمتون رو به تشخیص اتحادها آشنا کنین! برای ساده کردن معادله از اتحاد زیر استفاده کردیم:

$$a^۲+b^۲=(a\pm b)^۲\mp ۲ab$$

روش تغییر متغیر برای حل معادلات

برای حل برخی معادلات که ظاهری پیچیده دارند ولی عبارتی در آن‌ها تکرار می‌شود می‌توان از روش تغییر متغیر استفاده کرد بدین صورت که متغیر را عوض می‌کنیم تا ظاهر معادله شبیه به معادلهٔ درجهٔ دوم شود و بعد از حل معادلهٔ جدید، متغیر را به حالت قبل بازمی‌گردانیم تا جواب‌های معادلهٔ اولیه به‌دست آید.

یه نمونهٔ باحال ببین!

جواب‌های معادلهٔ $(x^۲+x)^۲-۱۸(x^۲+x)+۷۲=۰$ را به‌دست آورید.

$x^۲+x$ را A فرض می‌کنیم، بنابراین:

$$A^۲-۱۸A+۷۲=۰\Rightarrow(A-۶)(A-۱۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}A=۱۲\Rightarrow x^۲+x=۱۲\Rightarrow x^۲+x-۱۲=۰\\ \Rightarrow(x+۴)(x-۳)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۴\\x=۳\end{cases}\\ A=۶\Rightarrow x^۲+x=۶\Rightarrow x^۲+x-۶=۰\\ \Rightarrow(x+۳)(x-۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۳\\x=۲\end{cases}\end{cases}$$

ماز

۱۱- یکی از جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $mx^۲+۶(x+m)+۲=۰$ دو برابر جواب دیگر آن است. مقدار مجموع معکوس جواب‌های آن چه عددی می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $-\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

اگر جواب‌های معادله را α و β در نظر بگیریم، آن‌گاه $\alpha=۲\beta$ می‌باشد، بنابراین:

$$mx^۲+۶x+۶m+۲=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=-\frac{۶}{m}\Rightarrow ۳\beta=-\frac{۶}{m}\Rightarrow\beta=\frac{-۲}{m}\Rightarrow\alpha=\frac{-۴}{m}\\ \alpha\beta=\frac{۶m+۲}{m}\end{cases}$$

$$\alpha.\beta=\frac{۶m+۲}{m}\Rightarrow(-\frac{۴}{m})(-\frac{۲}{m})=\frac{۶m+۲}{m}\xrightarrow{m\neq۰}\frac{۸}{m}=۶m+۲\Rightarrow ۶m^۲+۲m-۸=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۱\\m=-\frac{۴}{۳}\end{cases}$$

اگر $m=۱$ باشد:

$$\Rightarrow x^۲+۶x+۸=۰\Rightarrow\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-۶}{۸}=-\frac{۳}{۴}$$

اگر $m=-\frac{۴}{۳}$ باشد:

$$\Rightarrow-\frac{۴}{۳}x^۲+۶x-۶=۰\xrightarrow{\Delta>۰}\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{\frac{۹}{۲}}{\frac{۹}{۲}}=۱$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید فقط $-\frac{۳}{۴}$ در گزینه‌ها دیده می‌شود.

دام تستی!

اگر اشتباهی با رسیدن به مقدار m تست را بزنید در دام گزینهٔ ۴ می‌افتید!

۱۲- اگر $x=۳$ یک جواب معادلهٔ درجه دوم $(a\log_۳^۲)x^۲+۳ax+b\log_۳^۸=۰$ باشد، مقدار $(۲۱۶)^{\frac{a}{b}}$ چه عددی است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۶ ـ ۱۱۰۳)

$x=۳$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$۹a\log_۳^۲+۹a+b\log_۳^۸=۰$$

$$\Rightarrow ۹a(۱+\log_۳^۲)+b\log_۳^۸=۰\Rightarrow ۹a(\log_۳^۶)+۳b\log_۳^۲=۰$$

$$\Rightarrow ۳a\log_۳^۶=-b\log_۳^۲\Rightarrow \frac{۳a}{b}=-\frac{\log_۳^۲}{\log_۳^۶}\Rightarrow \frac{۳a}{b}=\log_۶^{\frac{۱}{۲}}\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{۱}{۳}\log_۶^{\frac{۱}{۲}}$$

بنابراین حاصل $(۲۱۶)^{\frac{a}{b}}$ برابر است با:

$$(۲۱۶)^{\frac{a}{b}}=(۶^۳)^{\frac{۱}{۳}\log_۶^{\frac{۱}{۲}}}=۶^{\log_۶^{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۱}{۲}$$

تعریف لگاریتم

$$a^b=c\xleftarrow[a\neq ۱]{a,c>۰}\log_a^c=b\Rightarrow$$ b به چه توانی برابر c می‌شود؟ به توان

یه نمونهٔ باحال ببین!

$\log_۲^۸$ یعنی ۲ به چه توانی برابر ۸ می‌شود؟ به توان ۳ $\Rightarrow \log_۲^۸=۳\longleftrightarrow ۲^۳=۸$

ویژگی‌های لگاریتم

۱) $\log_a^۱=۰\xrightarrow{\text{زیرا}}a^۰=۱$ $\quad\log_۵^۱=۰$

۲) $\log_a^a=۱\xrightarrow{\text{زیرا}}a^۱=a$ $\quad\log_۵^۵=۱$

۳) $\log_b^{a^n}=n\log_b^a$ $\quad\log_۲^{۳۲}=\log_۲^{۲^۵}=۵\log_۲^۲=۵$

۴) $\log_{b^m}^a=\frac{۱}{m}\log_b^a$ $\quad\log_{۱۲۸}^۲=\log_{۲^۷}^۲=\frac{۱}{۷}\log_۲^۲=\frac{۱}{۷}$

۵) $\log_{b^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_b^a$ $\quad\log_{۶۴}^{۱۶}=\log_{۲^۶}^{۲^۴}=\frac{۴}{۶}\log_۲^۲=\frac{۲}{۳}$

۶) $\log_b^{a\times c}=\log_b^a+\log_b^c$ $\quad\log_۵^{۱۵}=\log_۵^{۵\times ۳}=\log_۵^۵+\log_۵^۳$

۷) $\log_b^{\frac{a}{c}} = \log_b^a - \log_b^c$

$\log \frac{۱۰}{۳} = \log ۱۰ - \log ۳ = ۱ - \log ۳$

۸) فرمول تغییر مبنا $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad c > ۰, c \neq ۱$

$\log_۳^۵ = \frac{\log_۲^۵}{\log_۲^۳}$

۸) (نتیجهٔ $\xrightarrow{c=a} \log_b^a = \frac{۱}{\log_a^b}$

$\log_۳^۵ = \frac{۱}{\log_۵^۳}$

۹) $a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$

$۴^{\log_۲^۵} = ۵^{\log_۲^۴} = ۵^۲ = ۲۵$

۹) (نتیجهٔ $\xrightarrow{c=a} a^{\log_a^b} = b^{\log_a^a} = b$

$۲^{\log_۲^۵} = ۵^{\log_۲^۲} = ۵^۱ = ۵$

قرارداد!

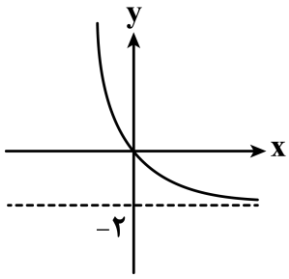
$\log_{۱۰}^x = \log x$

یه رابطهٔ کاربردی ...

$\log ۱۰ = ۱ \Rightarrow \log(۲ \times ۵) = ۱ \Rightarrow \log ۲ + \log ۵ = ۱$

ماز

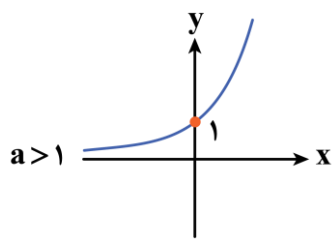
۱۳- هرگاه نمودار تابع $f(x) = a + ۲^{-bx+b}$ به شکل مقابل باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

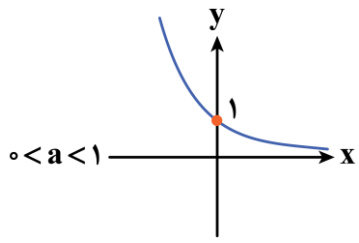


۱) -۲
۲) ۲
۳) ۳
۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۷۵ ـ ۱۱۰۳)

اگر به نمودار $y = a^x$ دقت کنید، نمودار به یکی از دو شکل زیر است:





پس با توجه به نمودار f داریم $a = -۲$، زیرا نمودار ۲ واحد به سمت پایین منتقل شده است. از طرفی نمودار از مبدأ مختصات می‌گذرد. بنابراین:

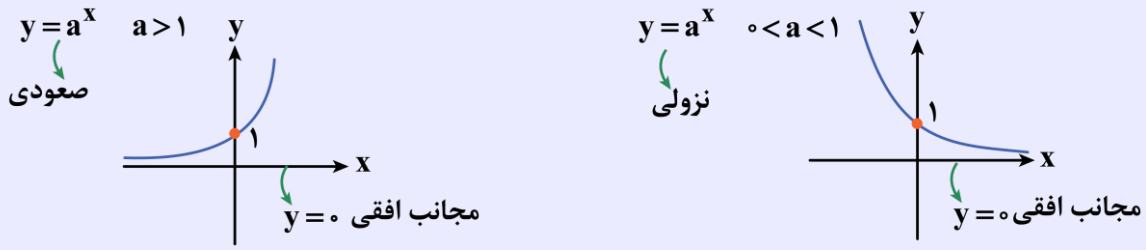
$f(۰) = ۰ \Rightarrow -۲ + ۲^b = ۰ \Rightarrow b = ۱$

بنابراین $b - a$ برابر است با:

$b - a = ۱ - (-۲) = ۳$

نمودار تابع نمایی

نمودار تابع نمایی $y=a^x$ $(a>0, a\neq 1)$ در حالت کلی به‌صورت زیر می‌باشد:



دامنهٔ تابع $\mathbb{R}$ و برد آن $(0,+\infty)$ می‌باشد.

هر خط که به موازات محور xها رسم شود نمودار را در حداکثر یک نقطه قطع می‌کند، بنابراین تابع یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است.

دهانهٔ هر دو نمودار رو به بالا می‌باشد. $(f''(x)>0)$

ماز

۱۴- اگر $x=2\sqrt{2}$ جواب معادلهٔ $4\log_4^x+m\log_x^4=4$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{3}}^{(4m+6)}$ چه عددی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

$x=2\sqrt{2}$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند، بنابراین:

$$4\log_4^{2\sqrt{2}}+m\log_{2\sqrt{2}}^4=4\Rightarrow 4\log_{2^2}^{2^{\frac{3}{2}}}+m\log_{2^{\frac{3}{2}}}^{2^2}=4$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 4(\frac{1}{2})(\frac{3}{2})+m(2)(\frac{2}{3})=4\Rightarrow 3+\frac{4m}{3}=4\Rightarrow \frac{4m}{3}=1\Rightarrow m=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{3}}^{(4m+6)}=\log_{\sqrt{3}}^{9}=\log_{3^{\frac{1}{2}}}^{3^2}=2(2)\log_3^3=4$$

ماز

۱۵- حاصل عبارت $A=2\sqrt{3}(\sin\frac{11\pi}{3}\cos\frac{7\pi}{3}-\tan\frac{4\pi}{6})$ کدام است؟

۱) $\frac{9}{2}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $-\frac{15}{2}$ ۴) $-\frac{15}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۲ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا تک‌تک نسبت‌های مثلثاتی داده شده در عبارت A را ساده و محاسبه می‌کنیم:

$$\sin\frac{11\pi}{3}=\sin(4\pi-\frac{\pi}{3})=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{7\pi}{3}=\cos(2\pi+\frac{\pi}{3})=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\tan(\frac{4\pi}{6})=\tan(\frac{2\pi}{3})=\tan(\pi-\frac{\pi}{3})=-\tan\frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$$

بنابراین حاصل عبارت A برابر است با:

$$A = ۲\sqrt{۳}(-\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲} + \sqrt{۳}) = ۲(-\frac{۳}{۴} + ۳) = \frac{۹}{۲}$$

دانستنی‌های مثلثات

مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$ یعنی $(۲k-۱)\frac{\pi}{۲}$ نسبت‌های مثلثاتی را به‌صورت مقابل عوض می‌کنند:

sin ⟷ cos tan ⟷ cot

علامت نسبت مثلثاتی با توجه به ناحیهٔ قرارگیری زاویه تعیین می‌شود.

یه نمونهٔ باحال ببین!

نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $\frac{۳\pi}{۲} + \alpha$ را برحسب زاویهٔ α بنویسید.

پاسخ تشریحی:

$\sin(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) = -\cos\alpha$ (ناحیه ۴؛ سینوس در این ناحیه منفی است.)

$\cos(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) = +\sin\alpha$ (ناحیه ۴؛ کسینوس در این ناحیه مثبت است.)

$\tan(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) = -\cot\alpha$ (ناحیه ۴؛ تانژانت در این ناحیه منفی است.)

$\cot(\frac{۳\pi}{۲} + \alpha) = -\tan\alpha$ (ناحیه ۴؛ کتانژانت در این ناحیه منفی است.)

مضارب صحیح π یعنی $k\pi$ نسبت‌های مثلثاتی را عوض نمی‌کنند؛ یعنی sin همان sin، cos همان cos و... می‌شود.

علامت نسبت مثلثاتی با توجه به ناحیهٔ قرارگیری زاویه تعیین می‌شود.

یه نمونهٔ باحال ببین!

نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $۳\pi - \alpha$ را برحسب زاویهٔ α بنویسید.

$\sin(۳\pi - \alpha) = +\sin\alpha$ (ناحیه ۲؛ سینوس در این ناحیه مثبت است.)

$\cos(۳\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ (ناحیه ۲؛ کسینوس در این ناحیه منفی است.)

$\tan(۳\pi - \alpha) = -\tan\alpha$ (ناحیه ۲؛ تانژانت در این ناحیه منفی است.)

$\cot(۳\pi - \alpha) = -\cot\alpha$ (ناحیه ۲؛ کتانژانت در این ناحیه منفی است.)

کم کردن دایره‌های کامل از زاویه

برای محاسبهٔ sin یا cos زوایای بزرگ، اندازهٔ زاویه را اگر برحسب درجه باشد، بر ۳۶۰° تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را در نظر می‌گیریم و اگر زاویه برحسب رادیان باشد، مضارب زوج π یعنی همان $(۲k\pi)$ را حذف می‌کنیم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

نسبت‌های مثلثاتی زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن نشان دهید.

۱) $\sin ۵۲۰^\circ = ?$

$۵۲۰ \quad |۳۶۰$

$۳۶۰ \quad ۱$

۱۶۰

$\Rightarrow \quad \sin ۵۲۰^\circ = \sin ۱۶۰^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) = \sin ۲۰^\circ$

۲) $\cos\frac{۲۳\pi}{۳} = ?$

$\frac{۲۳}{۳} = ۸ - \frac{۱}{۳} \quad \Rightarrow \quad \cos\frac{۲۳\pi}{۳} = \cos(۸\pi - \frac{\pi}{۳}) = \cos\frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲}$

کم کردن نیم‌دایره‌ها از زاویه

برای محاسبهٔ tan یا cot زوایای بزرگ، اندازهٔ زاویه را اگر برحسب درجه باشد بر ۱۸۰° تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را در نظر می‌گیریم و اگر زاویه برحسب رادیان باشد، مضارب صحیح π یعنی همان $(k\pi)$ را حذف می‌کنیم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

نسبت‌های مثلثاتی زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن نشان دهید.

۱) $\tan ۹۶۰^\circ = ?$

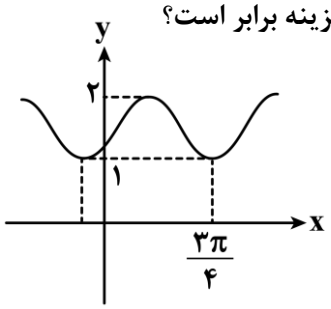
$$۹۶۰ \quad \big| ۱۸۰ \qquad \Rightarrow \qquad \tan ۹۶۰^\circ = \tan ۶۰^\circ = \sqrt{۳}$$
$$۹۰۰ \quad ۵$$
$$۶۰$$

۲) $\cot(\frac{۴۳\pi}{۶}) = ?$

$$\frac{۴۳}{۶} = ۷ + \frac{۱}{۶} \qquad \Rightarrow \qquad \cot(\frac{۴۳\pi}{۶}) = \cot(۷\pi + \frac{\pi}{۶}) = \cot\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳}$$

ماز

۱۶- **بخشی از نمودار تابع $f(x) = a\sin^۲(\frac{\pi}{۴}+x)+b$ مطابق شکل روبه‌رو است. مجموع a و b با کدام گزینه برابر است؟**



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

با توجه به فرمول طلایی $\sin^۲\alpha = \frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲}$ می‌توان ضابطهٔ تابع را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(x) = a\sin^۲(\frac{\pi}{۴}+x)+b = a(\frac{۱-\cos(\frac{\pi}{۲}+۲x)}{۲})+b$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a}{۲}\Big(۱-\cos(\frac{\pi}{۲}+۲x)\Big)+b \Rightarrow f(x) = \frac{a}{۲}\sin ۲x + \frac{a}{۲} + b$$

از آن‌جایی که نمودار تابع f در همسایگی راست $x = ۰$ صعودی است، پس $\frac{a}{۲} > ۰$ یعنی $a > ۰$ است. از طرفی:

$$\min(f) = -\left|\frac{a}{۲}\right| + \frac{a}{۲} + b = -\frac{a}{۲} + \frac{a}{۲} + b = ۱ \Rightarrow b = ۱$$

$$\max(f) = \left|\frac{a}{۲}\right| + \frac{a}{۲} + b = \frac{a}{۲} + \frac{a}{۲} + b = a + b = ۲ \Rightarrow a = ۱$$

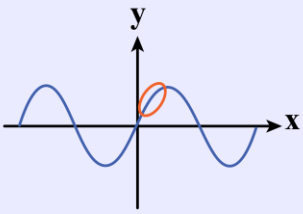
بنابراین مجموع a و b برابر است با:

$$a + b = ۲$$

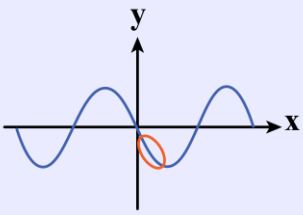
تعیین علامت ضرایب و عدد ثابت در توابع سینوسی و کسینوسی

$f(x) = a\sin(bx) + c \Leftarrow$

- a و b هم‌علامت هستند $\Leftarrow$ در سمت راست $x = ۰$ تابع صعودی می‌باشد.



- a و b غیرهم‌علامت هستند $\Leftarrow$ در سمت راست $x = ۰$ تابع نزولی می‌باشد.

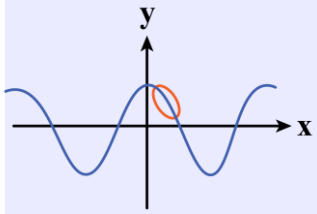


توجه!

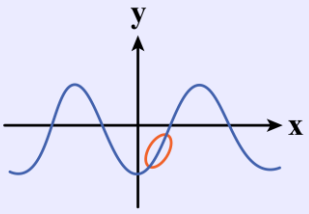
جابه‌جایی روی محور x وجود ندارد.

$f(x) = a\cos(bx) + c \Leftarrow$

- $a > ۰$ (علامت b تاثیر ندارد) $\Leftarrow$ در سمت راست $x = ۰$ تابع نزولی می‌باشد.

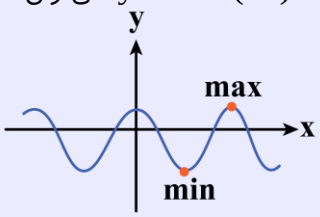


- $a < ۰$ (علامت b تاثیر ندارد) $\Leftarrow$ در سمت راست $x = ۰$ تابع صعودی می‌باشد.

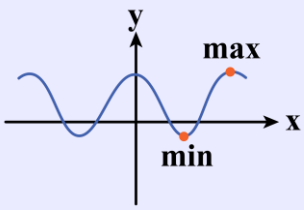


در هر دو نمودار $y = a\sin(bx) + c$ یا $y = a\cos(bx) + c$ می‌توان گفت:

$c < ۰ \Rightarrow$ نقطهٔ max به محور x نزدیک‌تر از نقطهٔ min است.



$c > ۰ \Rightarrow$ نقطهٔ min به محور x نزدیک‌تر از نقطهٔ max است.



یافتن ضرایب و عدد ثابت در توابع سینوسی و کسینوسی

اگر نمودار تابع $y = a\sin(bx) + c$ یا $y = a\cos(bx) + c$ را داشته باشیم، برای پیداکردن a، b و c به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\max(y) = |a| + c$$
$$\min(y) = -|a| + c$$

$$|a| = \frac{\max(y) - \min(y)}{۲}$$

$$c = \frac{\max(y) + \min(y)}{۲}$$

برای پیدا کردن b معمولاً از دورهٔ تناوب استفاده می‌کنیم.

$$T=\frac{2\pi}{|b|}$$

فرمول‌های طلایی مثلثات

$$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

ماز

۱۷- تابع $f(x)=x^3+2x+1$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع $y=f^{-1}(x)$ و خط $y=\frac{x+7}{2}$ یکدیگر را در نقطهٔ (α,β) قطع می‌کنند. مقدار $\alpha-3\beta$ چه عددی است؟

۱) ۳۱ ۲) ۲۵ ۳) -9 ۴) -5

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵۹ ـ ۱۱۰۲)

باید تابع $f^{-1}(x)$ را با خط $y=\frac{x+7}{2}$ قطع دهیم. یعنی:

$$f^{-1}(x)=\frac{x+7}{2}\xrightarrow{\text{طرفین را وارون می‌کنیم}}f(x)=2x-7$$

بنابراین:

$$x^3+2x+1=2x-7\Rightarrow x^3=-8\Rightarrow x=-2$$

چون توابع موجود در طرفین معادله را وارون کردیم، عملاً $x=-2$ همان عرض نقطهٔ تلاقی تابع f^{-1} و خط $y=\frac{x+7}{2}$ است.

پس در معادلهٔ خط $y=\frac{x+7}{2}$ به جای y، -2 قرار می‌دهیم و داریم:

$$-2=\frac{x+7}{2}\Rightarrow -4=x+7\Rightarrow x=-11$$

یعنی تلاقی تابع f^{-1} و خط $y=\frac{x+7}{2}$، نقطهٔ $A(-11,-2)$ است، بنابراین $\alpha=-11$ و $\beta=-2$ می‌باشد.

پس حاصل $\alpha-3\beta$ برابر $-5=6-11$ خواهد شد.

نقاط روی تابع و نظیرشان روی وارون تابع

اگر دو تابع وارون‌پذیر f و g یکدیگر را در نقطهٔ (α,β) قطع کنند وارون این دو تابع یعنی f^{-1} و g^{-1} در (β,α) متقاطع خواهند بود.

ماز

۱۸- با فرض $f(x)=\sqrt{2-\sqrt{4-ax^2}}$، مقدار مثبت a کدام باشد تا $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}$ از $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}$ چهار واحد بیشتر باشد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۴۳ ـ ۱۱۰۵)

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2-\sqrt{4-ax^2}}}{x}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt{4-ax^2}}}{\sqrt{2+\sqrt{4-ax^2}}}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4-4+ax^2}}{x\times 2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{a}|x|}{2x}$$

$$x=0^{+}\text{ حد راست در }=\frac{\sqrt{a}}{2}\Rightarrow \frac{\sqrt{a}}{2}+\frac{\sqrt{a}}{2}=4\Rightarrow \sqrt{a}=4\Rightarrow a=16$$
$$x=0^{-}\text{ حد چپ در }=-\frac{\sqrt{a}}{2}$$

قِلِقِشو یاد بگیر!

برای رفع ابهام توابع کسری که شامل رادیکال هم می‌باشند از ضرب و تقسیم کردن صورت و مخرج کسر در عبارت مزدوج رادیکال، کسر را رفع ابهام می‌کنیم.

ماز

۱۹- مقدار $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin^2\frac{\pi}{x}}{1-\cos 2\pi x}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{1}{2\pi}$ ۴) $\frac{\pi^2}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۴۳ ـ ۱۱۰۵)

روش اول

مطابق اتحادهای مثلثاتی داریم: $\sin^2\frac{\pi}{x}=\sin^2(\pi-\frac{\pi}{x})$

چون $x\to 1$، پس $(\pi-\frac{\pi}{x})\to 0$

بنابراین به کمک هم‌ارزی در صورت کسر و اتحادهای مثلثاتی در مخرج کسر داریم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin^2(\pi-\frac{\pi}{x})}{1-\cos 2\pi x}=\lim_{x\to 1}\frac{(\pi-\frac{\pi}{x})^2}{2\sin^2\pi x}=\lim_{x\to 1}\frac{\pi^2(\frac{x-1}{x})^2}{2\sin^2(\pi-\pi x)}=\lim_{x\to 1}\frac{\pi^2(x-1)^2}{2\pi^2(1-x)^2}=\frac{1}{2}$$

روش دوم

طبق قضیهٔ هوپیتال داریم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin^2\frac{\pi}{x}}{1-\cos 2\pi x}\overset{HOP}{=}\lim_{x\to 1}\frac{-\frac{\pi}{x^2}2\sin\frac{\pi}{x}\cos\frac{\pi}{x}}{0-(-2\pi\sin 2\pi x)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{-\frac{\pi}{x^2}\sin\frac{2\pi}{x}}{2\pi\sin 2\pi x}\overset{HOP}{\overset{0}{=}}\lim_{x\to 1}\frac{-\frac{\pi}{x^2}\times\frac{-2\pi}{x^2}\cos\frac{2\pi}{x}+(\frac{2\pi}{x^3})\cancel{\sin\frac{2\pi}{x}}^{0}}{2\pi\times 2\pi\cos 2\pi x}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{2\pi^2}{x^4}\cos\frac{2\pi}{x}}{4\pi^2\cos 2\pi x}=\frac{2\pi^2}{4\pi^2}=\frac{1}{2}$$

هم‌ارزی‌های مثلثاتی برای رفع ابهام حدهای کسری

$\sin A\underset{A\to 0}{\sim}A$ | $\cos A\underset{A\to 0}{\sim}1-\frac{A^2}{2}$ | $\tan A\underset{A\to 0}{\sim}A$ | $\cot A\underset{A\to 0}{\sim}\frac{1}{A}$

شرط استفاده از هم‌ارزی‌های فوق آن است که کمان جلوی نسبت‌های مثلثاتی، صفر شود و جملهٔ هم‌ارز به طور کامل ساده نشود.

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x+\tan 3x}{4x} \Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{2x+3x}{4x}=\frac{5}{4}$$

$$\sin_{x\to 0} 2x\sim 2x \ , \quad \tan_{x\to 0} 3x\sim 3x$$

قضیهٔ هوپیتال

اگر f و g توابعی مشتق‌پذیر باشند، آن‌گاه برای رفع ابهام حد مبهم $\frac{0}{0}$ می‌توان از قضیهٔ هوپیتال استفاده کرد در صورتی که حد باز هم مبهم شود می‌توان قضیهٔ هوپیتال را تکرار کرد.

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{\frac{0}{0}}{\underset{HOP}{=}} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-7x+10}{2x^2-50}$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-7x+10}{2x^2-50} \overset{\frac{0}{0}}{\underset{HOP}{=}} \lim_{x\to 5}\frac{2x-7}{4x}=\frac{3}{20}$$

ماز

۲۰- تابع $f(x)=\begin{cases} ax^3+b & |x|\geq 2 \\ \left[\frac{x}{2}\right]x & |x|<2 \end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته می‌باشد. مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{9}{8}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۴۹ ـ ۱۱۰۵)

تابع $y=\left[\frac{x}{2}\right].x$ در بازهٔ $(-2,2)$ پیوسته است و تابع $y=ax^3+b$ هم در بازهٔ $(2,+\infty)$ و هم در بازهٔ $(-\infty,-2)$ پیوسته است.

پس برای پیوستگی تابع در $\mathbb{R}$ کافی است تابع در $x=2$ و $x=-2$ هم پیوسته باشد، ببینید:

$$f(2)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=8a+b$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\left[\frac{2^-}{2}\right]2^-=(0)(2)=0 \Rightarrow 8a+b=0$$

$$f(-2)=\lim_{x\to(-2)^-} f(x)=-8a+b$$

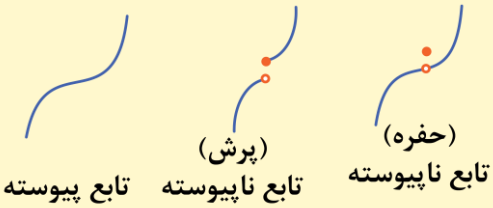
$$\lim_{x\to(-2)^+} f(x)=\left[\frac{(-2)^+}{2}\right](-2)^+=(-1)(-2)=+2 \Rightarrow -8a+b=2$$

بنابراین:

$$\begin{cases} ۸a+b=۰ \\ -۸a+b=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} b=۱ \\ a=-\frac{۱}{۸} \end{matrix} \Rightarrow b-a=\frac{۹}{۸}$$

پیوستگی

وقتی تابع پیوسته باشد نقاط نمودار به هم متصل می‌باشند و اگر نمودار دارای حفره یا پرش (بریدگی) باشد نمودار تابع ناپیوسته است.



شرایط پیوستگی تابع در نقطهٔ a

۱) تابع در نقطهٔ a و همسایگی آن تعریف شده باشد.



۲) حد تابع در نقطهٔ a موجود باشد.

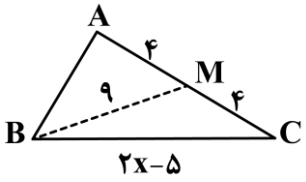
$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \text{عدد مشخص}$$

۳) مقدار تابع با حد تابع در نقطهٔ a برابر باشد.

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$$

۲۱- مثلث ABC با اضلاع $a=۲x-۵$ و $b=۸$ و میانهٔ BM به طول ۹ به کمک خط‌کش و پرگار قابل رسم است، برای x چند جواب صحیح و متمایز وجود دارد؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵



پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ هندسه ۱ صفحهٔ ۲۷ ـ ۱۰۰۱)

چون BM میانه است، پس $AM=MC=۴$. حال مثلث BMC باید قابل رسم باشد، بنابراین باید داشته باشیم:

$$\left.\begin{matrix} (۲x-۵)+۴>۹ \Rightarrow x>۵ \\ (۲x-۵)+۹>۴ \Rightarrow x>۰ \\ ۴+۹>۲x-۵ \Rightarrow x<۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۵<x<۹$$

بنابراین مقادیر صحیح و ممکن برای x عبارتند از:

$x=۶,۷,۸ \Rightarrow$ ۳ مقدار

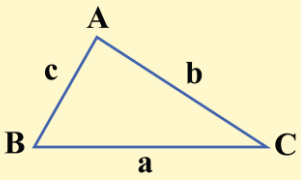
قِلِقشو یاد بگیر!

شرط این‌که بتوانیم به کمک خط‌کش و پرگار مثلثی به اضلاع a و b و c رسم کنیم آن است که مجموع هر دو ضلع دلخواه از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد. (به عبارتی طول اضلاع در نامساوی مثلثی صدق کنند.)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

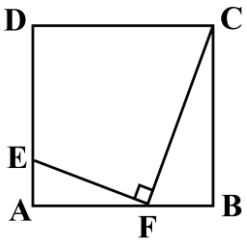
نامساوی مثلثی

در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر و از قدرمطلق تفاضل دو ضلع دیگر بزرگ‌تر است.



$$|b-c|<a<b+c$$
$$|a-c|<b<a+c$$
$$|a-b|<c<a+b$$

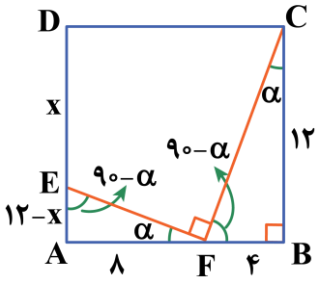
۲۲- در مربع ABCD مطابق شکل $EF\perp FC$ است، اگر $BC=۱۲$ و $BF=۴$ باشد، طول پاره‌خط DE کدام است؟



۱) $\frac{۲۵}{۳}$
۲) $\frac{۲۸}{۳}$
۳) ۸
۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۱ صفحهٔ ۳۹ ـ ۱۰۰۲)

با فرض $\hat{F}_۱=\alpha$ زوایای دیگر مطابق شکل به‌دست می‌آیند.

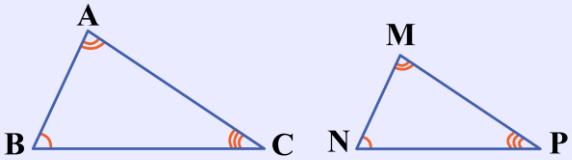


مشخص می‌شود دو مثلث قائم‌الزاویهٔ AEF و BCF متشابه‌اند و درنتیجه:

$$\frac{AE}{BF}=\frac{AF}{BC}\Rightarrow\frac{۱۲-x}{۴}=\frac{۸}{۱۲}\Rightarrow x=\frac{۲۸}{۳}$$

تشابه مثلث‌ها

مثلث‌های ABC و MNP را متشابه می‌گوییم هرگاه نسبت اضلاع آن‌ها با هم برابر و زاویه‌های آن‌ها نیز دوبه‌دو برابر باشند.

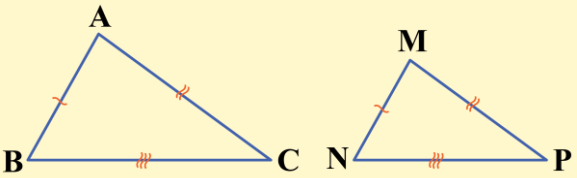


$$\overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{MNP}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}=\frac{BC}{NP}=k\\ \hat{A}=\hat{M},\hat{B}=\hat{N},\hat{C}=\hat{P}\end{cases}$$

نسبت اضلاع دو مثلث را **نسبت تشابه** می‌گوییم و آن را با k نشان می‌دهیم.

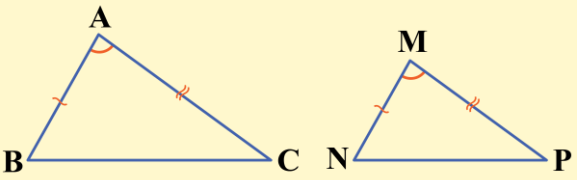
حالت‌های مختلف تشابه

۱) اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب سه ضلع متشابه‌اند.



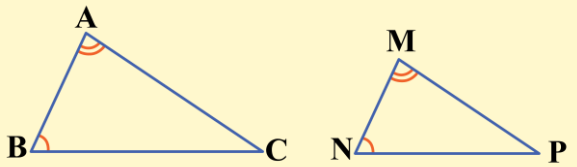
$$\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}=\frac{BC}{NP}\Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{MNP}$$

۲) اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویهٔ بین دو ضلع مذکور در دو مثلث برابر باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویهٔ بین متشابه‌اند.



$$\left.\begin{matrix}\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}\\ \hat{A}=\hat{M}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{MNP}$$

۳) اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند (زاویه‌های سوم دو مثلث نیز برابر خواهند شد)، آن‌گاه دو مثلث به حالت برابری ۲ زاویه متشابه خواهند بود.

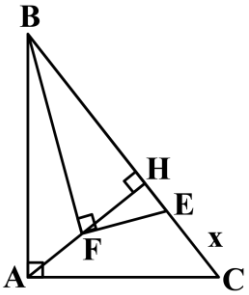


$$\left.\begin{matrix}\hat{A}=\hat{M}\\ \hat{B}=\hat{N}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \overset{\triangle}{ABC}\sim\overset{\triangle}{MNP}$$

نکتهٔ میانبری!

هر دو مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویهٔ حادهٔ برابر متشابه‌اند.

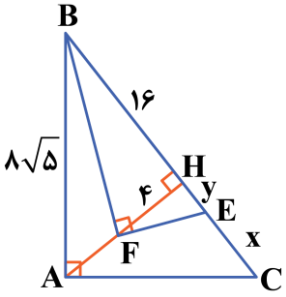
۲۳- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC مطابق شکل نقطهٔ F طوری روی ارتفاع AH قرار گرفته است که مثلث BEF قائم‌الزاویه است. اگر $AB=8\sqrt{5}, BH=16, FH=4$ باشد، اندازهٔ پاره‌خط EC کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۱ صفحهٔ ۴۲ ـ ۱۰۰۲)

با فرض $EH=y$ در مثلث BEF به کمک روابط طولی در مثلث داریم:



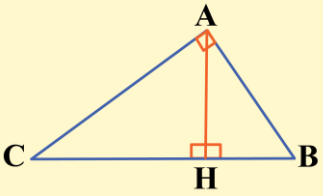
$$FH^2=BH\times HE\Rightarrow 4^2=16\times y\Rightarrow y=1$$

حال طبق روابط طولی در مثلث ABC داریم:

$$AB^2=BH\times BC\Rightarrow (8\sqrt{5})^2=16(16+x+y)\Rightarrow \cancel{64}^{4}\times 5=\cancel{16}\times(17+x)\Rightarrow x=3$$

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

در مثلث قائم‌الزاویه ABC روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را **روابط طولی** می‌نامیم، زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند.



۱) $AB^۲ + AC^۲ = BC^۲$

۲) $AH \times BC = AB \times AC$

۳) $AH^۲ = BH \times HC$

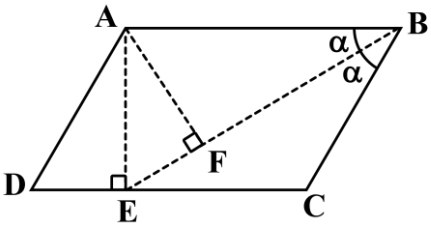
۴) $AB^۲ = BH \times BC$

۵) $AC^۲ = CH \times BC$

توجه!

توجه کنید عکس روابط طولی هم درست هستند، یعنی اگر در مثلث ABC با رسم ارتفاع AH هر یک از روابط بالا برقرار باشد، مثلث ABC قائم‌الزاویه است، یعنی $\hat{A} = ۹۰^\circ$ می‌باشد.

۲۴- در متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل نیمساز زاویهٔ B و ارتفاع AE در نقطهٔ E همرسند، اگر $FB = \sqrt{۶}$ و $AF = \sqrt{۲}$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟



۱) $۸\sqrt{۳}$

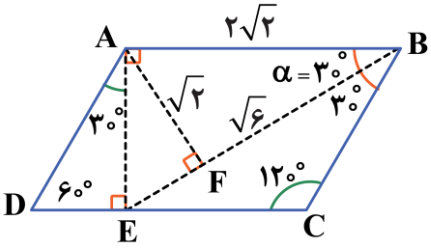
۲) $\frac{۴}{\sqrt{۳}}$

۳) $۴\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۸}{\sqrt{۳}}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ هندسه ۱ صفحهٔ ۵۷ ـ ۱۰۰۳)

برای محاسبهٔ مساحت متوازی‌الاضلاع به ارتفاع و قاعدهٔ آن نیاز داریم.



$$\triangle AFB : \tan\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۶}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$

از طرفی طبق فیثاغورس داریم:

$$AB = \sqrt{۲+۶} = ۲\sqrt{۲}$$

از طرفی $\hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ = ۳۰^\circ$ بنابراین $\hat{D} = ۶۰^\circ$ و $\hat{C} = \hat{A} = ۱۲۰^\circ$ خواهد بود و داریم:

$$D\hat{A}E = ۳۰^\circ \Rightarrow E\hat{A}B = ۹۰^\circ$$

بنابراین مثلث AEB قائم‌الزاویه است، در نتیجه ارتفاع وارد بر وتر، واسطهٔ هندسی بین دو قطعهٔ روی وتر است:

$$AF^۲ = EF \times FB \Rightarrow (\sqrt{۲})^۲ = \sqrt{۶} \times EF \Rightarrow EF = \frac{۲}{\sqrt{۶}}$$

حال طبق فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AEF داریم:

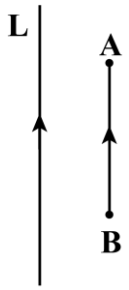
$$AE^۲ = (\sqrt{۲})^۲ + (\frac{۲}{\sqrt{۶}})^۲ = ۲ + \frac{۴}{۶} = \frac{۱۶}{۶} = \frac{۸}{۳} \Rightarrow AE = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}$$

$$S = AE \times AB = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \times ۲\sqrt{۲} = \frac{۸}{\sqrt{۳}}$$

نکته!

در هر مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر واسطهٔ هندسی بین دو قطعهٔ ایجادشده روی آن است.

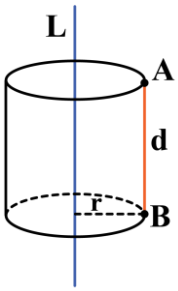
۲۵- در شکل مقابل، اگر طول پاره‌خط AB نصف و فاصلهٔ آن تا خط L دو برابر شود، سطح حاصل از دوران این پاره‌خط حول خط L چند برابر می‌شود؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۱ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۰۰۴)

طول پاره‌خط AB را d و فاصلهٔ آن تا خط L را r در نظر می‌گیریم. در این صورت سطح حاصل، یک سطح استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع d خواهد بود که مساحت آن برابر است با:



$$S = ۲\pi rd$$

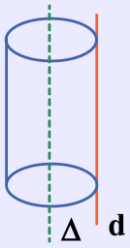
با دو برابر شدن r و نصف شدن d مساحت سطح استوانه‌ای جدید برابر است با:

$$S_۲ = ۲\pi(۲r)(\frac{d}{۲}) = ۲\pi rd = S_۱$$

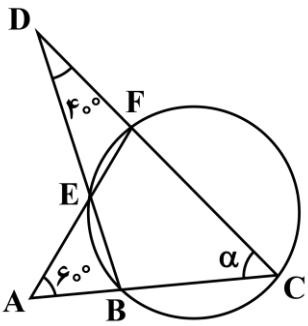
بنابراین $\frac{S_۲}{S_۱} = ۱$ خواهد بود.

سطح استوانه‌ای

هرگاه دو خط d و Δ موازی باشند و فاصلهٔ آن‌ها برابر r باشد، از دوران d حول Δ سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح استوانه‌ای می‌نامیم.

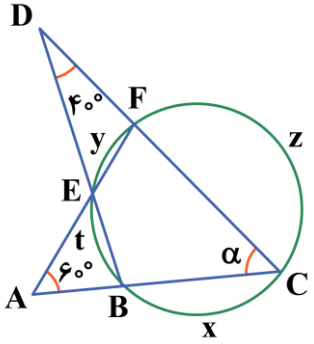


۲۶- با توجه به شکل مقابل زاویهٔ α کدام است؟



۱) ۳۰°
۲) ۴۰°
۳) ۵۰°
۴) ۶۰°

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی/ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)



با فرض $\overset{\frown}{BC}=x$ و $\overset{\frown}{EF}=y$ و $\overset{\frown}{FC}=z$ و $\overset{\frown}{EB}=t$ داریم:

۱) $۶۰^\circ=\frac{z-t}{۲}\Rightarrow z-t=۱۲۰^\circ$

۲) $۴۰^\circ=\frac{x-y}{۲}\Rightarrow x-y=۸۰^\circ$

$\Rightarrow (x+z)-(y+t)=۲۰۰^\circ$

۳) $\alpha=\frac{y+t}{۲}\Rightarrow y+t=۲\alpha$ (I)

۴) $x+y+z+t=۳۶۰^\circ$

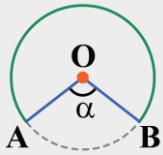
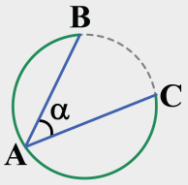
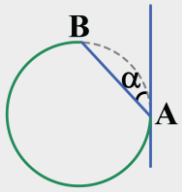
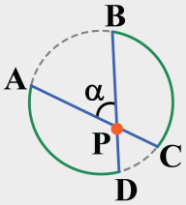
با جایگذاری معادلهٔ (۳) در معادلهٔ حاصل از (۱) و (۲) داریم:

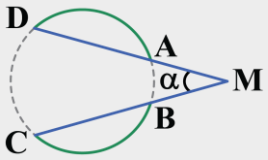
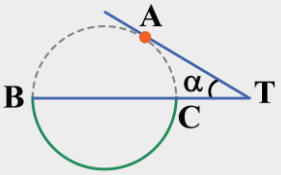
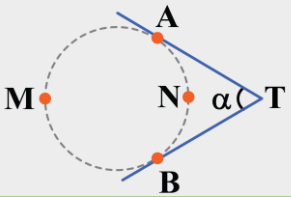
$(x+z)-۲\alpha=۲۰۰^\circ\Rightarrow x+z=۲\alpha+۲۰۰^\circ$ (II)

حال روابط (I) و (II) را در رابطهٔ (۴) جایگذاری می‌کنیم:

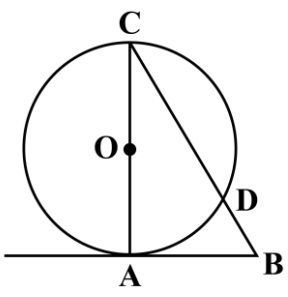
$(۲\alpha)+(۲\alpha+۲۰۰^\circ)=۳۶۰^\circ\Rightarrow ۴\alpha=۱۶۰^\circ\Rightarrow \alpha=۴۰^\circ$

زوایای مربوط به دایره

زاویهٔ مرکزی	زاویهٔ محاطی	زاویهٔ ظلی	زاویهٔ بین دو وتر
برابر با کمان مقابل	برابر با نصف کمان مقابل	برابر با نصف کمان مقابل	نصف مجموع کمان‌های مقابل
			
$\alpha=\overset{\frown}{AB}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{BC}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}}{۲}$

زاویهٔ بین امتداد دو وتر	زاویهٔ بین وتر و مماس	زاویهٔ بین دو مماس
نصف تفاضل کمان‌های مقابل	نصف تفاضل کمان‌های مقابل	نصف تفاضل کمان‌های مقابل
		
$\alpha=\frac{\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{AB}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{AC}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AMB}-\overset{\frown}{ANB}}{۲}$

۲۷- شعاع دایرهٔ شکل مقابل برابر ۶ و همچنین $CD=۹$ است، اندازهٔ پاره‌خط BD کدام است؟



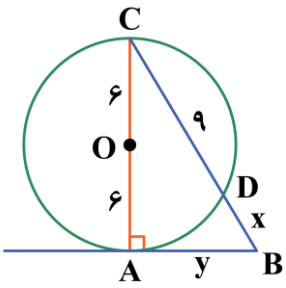
۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)



می‌دانیم شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، پس مثلث ABC قائم‌الزاویه است، یعنی:

$$y^2+12^2=(x+9)^2 \quad (1)$$

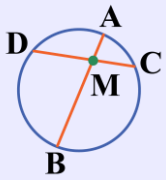
از طرفی از نقطهٔ B یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شده است. بنابراین:

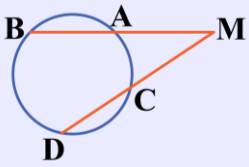
$$AB^2=DB\times BC \Rightarrow y^2=x(x+9) \quad (2)$$

حال به‌جای y^2 از معادلهٔ (۱) عبارت $(x+9)^2-144$ را در معادلهٔ (۲) جایگذاری می‌کنیم:

$$(x+9)^2-144=x^2+9x \Rightarrow 9x=63 \Rightarrow x=7$$

روابط طولی در دایره

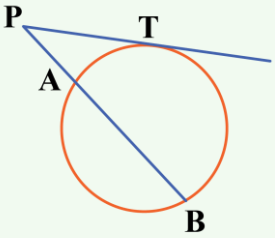




$$MA\times MB=MC\times MD$$

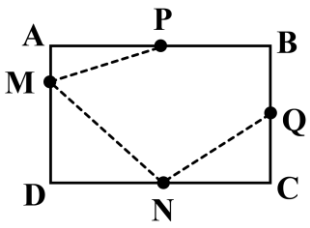
طول مماس بر دایره و روابط طولی

اگر از یک نقطه خارج از دایره یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شود، حاصل‌ضرب قطعات ایجادشده با مربع طول مماس برابر است:



$$PT^2=PA\times PB$$

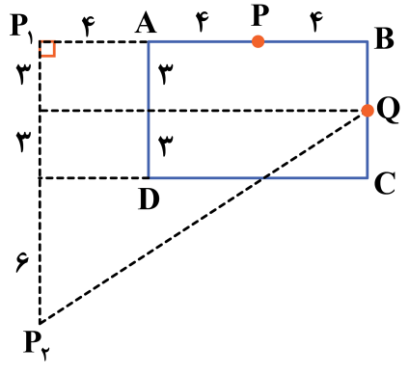
۲۸- مستطیل ABCD به اضلاع ۸ و ۶ مفروض است. اگر نقاط P و Q به‌ترتیب وسط اضلاع AB و BC باشند و نقاط M و N بر اضلاع AD و DC بلغزند، کمترین طول خط شکستهٔ PMNQ کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۱۸
۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۱۰۲)

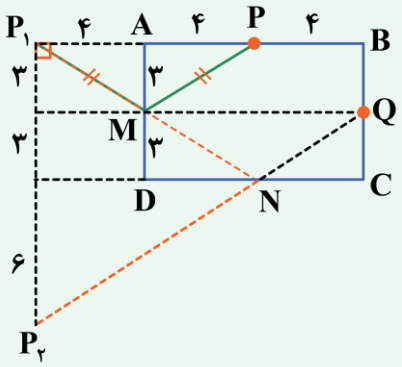
بازتاب نقطهٔ P نسبت به ضلع AD را P_1 و بازتاب نقطهٔ P_1 نسبت به امتداد ضلع DC را نقطهٔ P_2 فرض می‌کنیم، می‌دانیم P_2Q برابر با کمترین طول خط PMNQ است، بنابراین خواهیم داشت:



$$\text{Min}(PMNQ)=|P_2Q|=\sqrt{9^2+12^2}=15$$

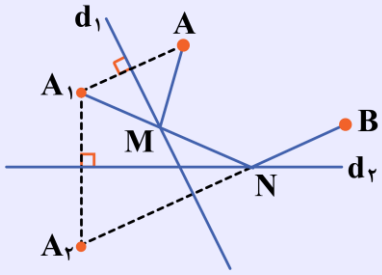
رفع ابهام!

با دقت به شکل زیر ببینید که چرا طول PMNQ با طول $P_۲Q$ برابر است.



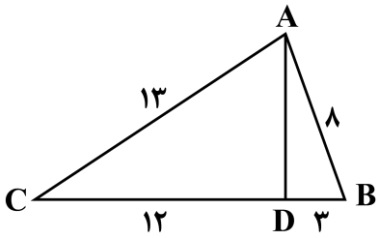
کوتاه‌ترین طول خط شکسته

دو خط متقاطع $d_۱$ و $d_۲$ و نقاط ثابت A و B مطابق شکل مفروض‌اند، اگر نقطهٔ M روی خط $d_۱$ و نقطهٔ N روی خط $d_۲$ بلغزد، برای پیدا کردن کمترین طول خط شکستهٔ AMNB کافی است قرینهٔ A را نسبت به $d_۱$ پیدا کنیم و سپس قرینهٔ $A_۱$ را نسبت به خط $d_۲$ پیدا کرده و $A_۲$ بنامیم $|A_۲B|$ کمترین طول خط شکستهٔ AMNB است.



$$Min(AMNB) = |A_۲B|$$

۲۹- در شکل مقابل اندازهٔ پاره‌خط AD کدام است؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

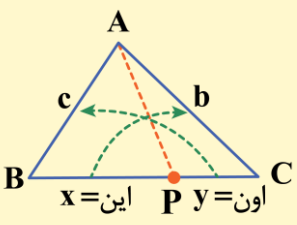
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۷ ـ ۱۱۰۳)

طبق قضیهٔ استوارت داریم:

$$AD^۲ = \frac{۱۲\times۶۴ + ۳\times۱۶۹}{۱۲+۳} - ۱۲\times۳ = \frac{۱۲۷۵}{۱۵} - ۳۶ = ۸۵ - ۳۶ = ۴۹ \Rightarrow AD = ۷$$

قضیهٔ استوارت

اگر P نقطه‌ای دلخواه روی قاعدهٔ BC از مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$AP^۲ = \frac{xb^۲ + yc^۲}{x+y} - xy$$

این در مربع اون ضلع
اون در مربع این ضلع
ضرب این و اون
جمع این و اون

بنابراین به کمک رابطهٔ استوارت می‌توانیم طول هر پاره‌خطی که رأس مثلث را به نقطه‌ای از ضلع مقابل وصل می‌کند، به‌دست آوریم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- در مثلث ABC با معلومات $AB=۴ , AC=۶ , \cos\hat{A}=-۰/۹۲$ طول نیمساز وارد بر ضلع BC چقدر است؟

۱) ۰/۴۸ ۲) ۰/۹۶ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۴/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ خط‌به‌خط/ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۳)

چون در رابطهٔ طول نیمساز، $\cos\frac{\hat{A}}{۲}$ وجود دارد، ابتدا به کمک اتحادهای طلایی مقدار آن را از روی $\cos\hat{A}$ پیدا می‌کنیم:

$$\cos^۲\frac{\hat{A}}{۲}=\frac{۱+\cos\hat{A}}{۲}=\frac{۱-۰/۹۲}{۲}=\frac{۰/۰۸}{۲}=۰/۰۴$$

$$\Rightarrow \cos\frac{\hat{A}}{۲}=۰/۲$$

حال طول نیمساز با معلوم بودن دو ضلع و زاویهٔ بین، قابل محاسبه است:

$$d_a=\cos\frac{\hat{A}}{۲}\times\frac{۲bc}{b+c}=۰/۲\times\frac{۲\times۶\times۴}{۶+۴}=۰/۹۶$$

محاسبهٔ طول نیمساز

در مثلث ABC اگر دو ضلع و زاویهٔ بین آن‌ها معلوم باشد، طول نیمساز وارد بر ضلع سوم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$d_a=\cos\frac{\hat{A}}{۲}\times\frac{۲bc}{b+c}$$

۳۱- اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند، گزارهٔ $(\sim(p\Rightarrow q)\vee(p\vee q))\Rightarrow\sim q$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) F ۲) $\sim p$ ۳) $\sim q$ ۴) T

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا عبارت مقدم را ساده می‌کنیم:

$$(\sim(p\Rightarrow q)\vee(p\vee q)) \overset{\text{تبدیل شرطی به فصلی}}{\equiv} (\sim(\sim p\vee q)\vee(p\vee q)) \overset{\text{دمورگان}}{\equiv} (p\wedge\sim q)\vee(p\vee q)$$

$$\overset{\text{شرکت‌پذیری}}{\equiv} ((p\wedge\sim q)\vee p)\vee q \overset{\text{جابه‌جایی}}{\equiv} (p\vee(p\wedge\sim q))\vee q \overset{\text{جذب}}{\equiv} p\vee q$$

سپس گزارهٔ هم‌ارز به‌دست آمده را در گزارهٔ مرکب اولیه جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(\sim(p\Rightarrow q)\vee(p\vee q))\Rightarrow\sim q\equiv p\vee q\Rightarrow\sim q \overset{\text{تبدیل شرطی به فصلی}}{\equiv} \sim(p\vee q)\vee\sim q \overset{\text{دمورگان}}{\equiv} (\sim p\wedge\sim q)\vee\sim q \overset{\text{جذب}}{\equiv} \sim q$$

تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی

هم‌ارزی بسیار مهم و پرکاربرد زیر، ترکیب شرطی دو گزاره را به ترکیب فصلی تبدیل می‌کند:

$$p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$$

قوانین دمورگان

$$\begin{cases}\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q\\ \sim(p\wedge q)\equiv\sim p\vee\sim q\end{cases}$$

هم‌ارزی‌های مهم در گزاره‌ها

اگر p یک گزاره باشد، نقیض نقیضِ گزارهٔ p را به‌صورت $\sim(\sim p)$ نشان می‌دهند که همواره هم‌ارز منطقی با خود گزارهٔ p است، یعنی:

$$\sim(\sim p)\equiv p$$

جذب: $\begin{cases} p\vee(p\wedge q)\equiv p \\ p\wedge(p\vee q)\equiv p \end{cases}$	شرکت‌پذیری: $\begin{matrix} p\vee(q\vee r)\equiv(p\vee q)\vee r \\ p\wedge(q\wedge r)\equiv(p\wedge q)\wedge r \end{matrix}$	خود توانی: $\begin{cases} p\vee p\equiv p \\ p\wedge p\equiv p \end{cases}$
هم‌پوشانی: $\begin{cases} p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q \\ p\wedge(\sim p\vee q)\equiv p\wedge q \end{cases}$	توزیع‌پذیری: $\begin{cases} p\vee(q\wedge r)\equiv(p\vee q)\wedge(p\vee r) \\ p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r) \end{cases}$	جابه‌جایی: $\begin{cases} p\vee q\equiv q\vee p \\ p\wedge q\equiv q\wedge p \end{cases}$

۳۲- متمم مجموعهٔ $(A-B)'-(C-B))-B'$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱) B ۲) B' ۳) $C\cap B'$ ۴) $C'\cap A'$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از قوانین مجموعه‌ها ابتدا مجموعه را ساده کرده و سپس متمم می‌گیریم:

$$((A-B)'-(C-B))-B' \overset{\text{قانون تفاضل}}{=\!=} ((A\cap B')'-(C\cap B'))\cap B$$

$$\overset{\text{قانون تفاضل و دمورگان}}{=\!=\!=} ((A'\cup B)\cap(C\cap B')')\cap B \overset{\text{دمورگان}}{=\!=} ((A'\cup B)\cap(C'\cup B))\cap B$$

$$\overset{\text{فاکتورگیری}}{=\!=} (B\cup(A'\cap C'))\cap B \overset{\text{جابه‌جایی}}{=} B\cap(B\cup(A'\cap C')) \overset{\text{جذب}}{=} B \xrightarrow{\text{متمم}} B'$$

قوانین مجموعه‌ها

اگر U مجموعهٔ مرجع و A، B و C زیرمجموعه‌های آن باشند؛ داریم:

جابه‌جایی: $\begin{cases} A\cup B=B\cup A \\ A\cap B=B\cap A \end{cases}$

تبدیل تفاضل به اشتراک (قانون تفاضل): $\underbrace{A-B}_{A-(A\cap B)}=A\cap B'$

قانون جذب: $\begin{cases} A\cap(A\cup B)=A \\ A\cup(A\cap B)=A \end{cases}$

توزیع‌پذیری: $\begin{cases} A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \\ A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \end{cases}$

شرکت‌پذیری: $\begin{cases} (A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C) \\ (A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C) \end{cases}$

قوانین دمورگان: $\begin{cases} A'\cap B'=(A\cup B)' \\ A'\cup B'=(A\cap B)' \end{cases}$

۳۳- اگر $A=\{۳,۲,m-۱\}$ و $B=\{-۱,۲-x,۲y+۱\}$ و $A\times B=B\times A$ باشد، حداقل مقدار $m^۲+x^۲+y^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط/ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۳۲ ـ ۱۱۰۱)

برای این‌که $A\times B=B\times A$ باشد، باید یا یکی از دو مجموعه تهی باشد یا این‌که هر دو با هم برابر باشند. اما در این سؤال چون می‌دانیم که A و B تهی نیستند، پس حتما با هم برابرند.

$$A\times B=B\times A\Rightarrow\begin{cases}A=B\checkmark\\ \text{یا}\\ A=\varnothing\ \text{غ ق ق}\\ \text{یا}\\ B=\varnothing\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

از برابر قرار دادن این دو مجموعه، به سادگی می توان دید که $m-۱$ حتما باید با -۱ برابر باشد. ولی برای دو تساوی دو عضو دیگر دو حالت پیش می‌آید:

$$A=B\Rightarrow\{۳,۲,m-۱\}=\{-۱,۲-x,۲y+۱\}\Rightarrow\begin{cases}m-۱=-۱\Rightarrow m=۰\\ ۲-x=۲\Rightarrow x=۰\\ ۲y+۱=۳\Rightarrow y=۱\end{cases}\quad\text{یا}\quad\begin{cases}۲-x=۳\Rightarrow x=-۱\\ ۲y+۱=۲\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m^۲+x^۲+y^۲=۰+۰+۱=۱\\ m^۲+x^۲+y^۲=۰+۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}\end{cases}\Rightarrow$$ حداقل مقدار مساوی ۱ است.

ضرب دکارتی دو مجموعه

برای هر دو مجموعهٔ A و B ضرب دکارتی آن‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

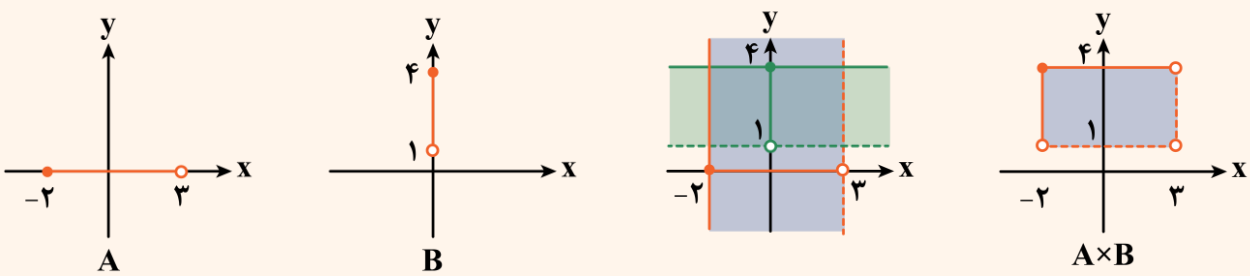
$$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A\wedge y\in B\}$$

نمایش ضرب دکارتی روی محورهای مختصات

ابتدا مجموعهٔ A را روی محور xها، و مجموعهٔ B را روی محور yها مشخص می‌کنیم. سپس هر دو را در امتداد محور دیگر ادامه می‌دهیم. محل تلاقی هر دو ناحیهٔ ذکر شده همان $A\times B$ است.

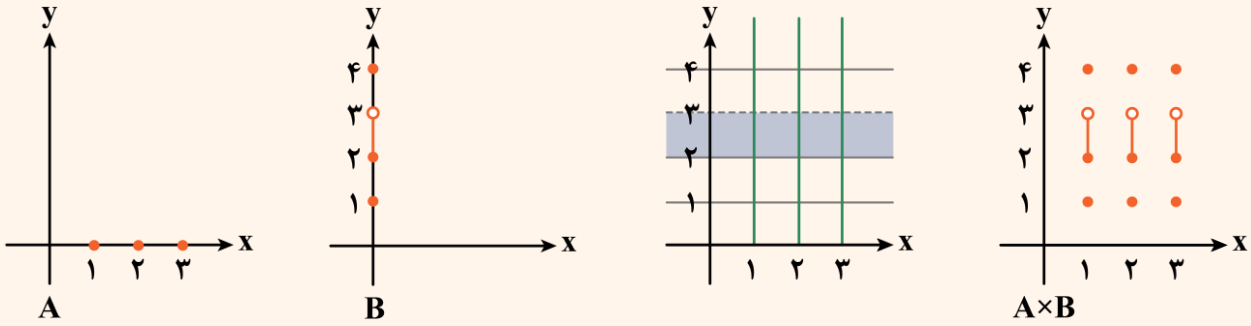
یه نمونهٔ باحال ببین!

$A=[-۲,۳)$ $B=(۱,۴]$



یه نمونهٔ باحال ببین!

$A=\{۱,۲,۳\}$ $B=[۲,۳)\cup\{۱,۴\}$



نکته!

اگر $A\times B=B\times A$ باشد، حداقل یکی از دو مجموعه تهی است یا هر دو مجموعهٔ A و B با هم برابرند.

دو مجموعهٔ مساوی

اگر دو مجموعهٔ A و B با هم مساوی باشند، در این‌صورت تعداد اعضای آن‌ها با هم برابر است و اعضایشان نظیر به نظیر یکسان هستند.

۳۴- عددی را به تصادف از بین اعداد طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۵۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این عدد مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۲ یا ۳ نباشد کدام است؟

۱) $\frac{۵۷}{۵۰۰}$ ۲) $\frac{۴۹}{۵۰۰}$ ۳) $\frac{۳۷}{۵۰۰}$ ۴) $\frac{۳۳}{۵۰۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴۳ ـ ۱۱۰۲)

اگر A پیشامد تعداد اعداد مضرب ۵ و B و C به ترتیب پیشامدهای مضرب ۲ و ۳ باشند، مطلوب سؤال به شکل زیر است:

$$P\big(A-(B\cup C)\big)=P(A)-P\big(A\cap(B\cup C)\big)=P(A)-P\big((A\cap B)\cup(A\cap C)\big)$$

$$=P(A)-P(A\cap B)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

$$=\frac{\left[\frac{۵۰۰}{۵}\right]}{۵۰۰}-\frac{\left[\frac{۵۰۰}{۱۰}\right]}{۵۰۰}-\frac{\left[\frac{۵۰۰}{۱۵}\right]}{۵۰۰}+\frac{\left[\frac{۵۰۰}{۳۰}\right]}{۵۰۰}=\frac{۱۰۰}{۵۰۰}-\frac{۵۰}{۵۰۰}-\frac{۳۳}{۵۰۰}+\frac{۱۶}{۵۰۰}=\frac{۳۳}{۵۰۰}$$

تیپ مسئلهٔ معروف!

در برخی مسائل احتمال دربارهٔ بخش‌پذیری یا عدم بخش‌پذیری اعداد بر اعدادی خاص و مشخص از ما سؤال می‌شود. در این‌گونه مسائل هر پیشامد را نظیر بخش‌پذیر بودن بر یکی از اعداد مفروض تعریف می‌کنیم و سپس با تبدیل خواستهٔ مسئله به زبان مجموعه‌ها، پیشامد مطلوب را مشخص می‌کنیم.

توجه!

اعدادی که بر هر دو عدد a و b بخش‌پذیرند اعدادی هستند که بر ک.م.م آن‌ها بخش پذیرند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

اعداد بخش‌پذیر بر ۷ و ۱۱ اعدادی هستند که بر ۷۷ بخش‌پذیر باشند.

اعداد بخش‌پذیر بر ۶ و ۱۵ اعدادی هستند که بر ۳۰ بخش‌پذیرند.

تعداد اعداد بخش‌پذیر بر n

تعداد اعداد بخش‌پذیر بر n در مجموعهٔ $\{۱,۲,...,m\}$ برابر است با:

$$\left[\frac{m}{n}\right]$$

$[\ ]$ نماد جزء صحیح است.

ماز

۳۵- در فضای نمونه‌ای $S=\{a,b,c,d\}$، اگر $P(\{a,b,c\})=k+\frac{۱}{۴}$، $P(b)=\frac{۱}{۱۰}$ و $P(\{b,d\})=k+\frac{۱}{۵}$ باشد، k کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱۳}{۴۰}$ ۳) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۷}{۲۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۱۰۲)

ابتدا احتمال هر پیشامد ساده را محاسبه می‌کنیم:

$$P(b)=\frac{۱}{۱۰}$$

$$P(\{b,d\})=k+\frac{۱}{۵}\Rightarrow P(b)+P(d)=k+\frac{۱}{۵}\Rightarrow \frac{۱}{۱۰}+P(d)=k+\frac{۱}{۵}\Rightarrow P(d)=\frac{۱}{۱۰}+k$$

از آن‌جا که احتمال کل فضای نمونه برابر ۱ است، داریم:

$$P(S)=۱\Rightarrow P(\{a,b,c\})+P(d)=۱\Rightarrow k+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۰}+k=۱$$

$$\Rightarrow ۲k=۱-\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۰}=\frac{۲۰-۵-۲}{۲۰}=\frac{۱۳}{۲۰}\Rightarrow k=\frac{۱۳}{۴۰}$$

احتمال غیرهم‌شانس

اگر $S=\{S_۱,S_۲,...,S_n\}$ فضای نمونه‌ای متناهی باشد و S_iها غیرهم‌شانس باشند (یعنی مثلاً احتمال وقوع $S_۱$ با احتمال وقوع $S_۲$ فرق داشته باشد) آن‌گاه S را فضای نمونه‌ای غیرهم‌شانس می‌گویند.

به زبون خودمون یعنی اعضای S شانس برابر نداشته باشند و شانس یکی بیشتر از بقیه باشه!

در فضاهای نمونه‌ای غیرهم‌شانس داریم:

۱) $P(S)=۱$ یعنی:

$$\sum_{i=۱}^{n}P(S_i)=P(S_۱)+P(S_۲)+...+P(S_n)=۱$$

(به عبارت دیگه مجموع احتمال‌های فضای نمونه‌ای همیشه برابره یکه.)

۲) اگر A پیشامدی از فضای نمونه‌ای S باشد، یعنی $A=\{a_۱,a_۲,...,a_m\}\subseteq S$، آن‌گاه:

$$P(A)=P(\{a_۱,...,a_m\})=P(a_۱)+P(a_۲)+...+P(a_m)$$

در این صورت، چون $A\subseteq S$ بنابراین همواره:

$$۰\le P(A)\le ۱$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

در پرتاب تاس، اگر احتمال رو شدن اعداد زوج دو برابر اعداد فرد باشد، احتمال این‌که در پرتاب این تاس عددی اول بیاید چقدر است؟

پاسخ تشریحی:

$$P(۱)=P(۳)=P(۵)=x \quad , \quad P(۲)=P(۴)=P(۶)=۲x$$

بنابراین داریم: فضای نمونه $S=\{۱,۲,...,۶\}$

$$\sum_{i=۱}^{۶} P(i)=P(۱)+P(۲)+...+P(۶)=۱ \Rightarrow x+۲x+x+۲x+x+۲x=۱ \Rightarrow ۹x=۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۹}$$

$$P(\text{یک عدد زوج})=\frac{۲}{۹} \quad , \quad P(\text{یک عدد فرد})=\frac{۱}{۹}$$

و اگر A پیشامد اول بودن عدد ظاهرشده باشد، داریم: $A=\{۲,۳,۵\}$

$$P(A)=P(۲)+P(۳)+P(۵)=۲x+x+x=۴x=۴(\frac{۱}{۹})=\frac{۴}{۹}$$

۳۶- در جعبهٔ A، ۵ سیب قرمز و ۳ سیب زرد، در جعبه B، ۳ سیب قرمز و ۳ سیب زرد و در جعبهٔ C، ۴ سیب قرمز و ۲ سیب زرد وجود دارد. دو جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم و از هر جعبه یک سیب خارج می‌کنیم، احتمال آن‌که دو سیب قرمز خارج شود کدام است؟

۱) $\frac{۱۹}{۴۵}$ ۲) $\frac{۱۷}{۴۵}$ ۳) $\frac{۱۹}{۴۸}$ ۴) $\frac{۱۷}{۴۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۵۵ ـ ۱۱۰۲)

احتمال انتخاب دو ظرف از سه ظرف یکسان برابر است با:

$$P=\frac{۱}{۳}$$

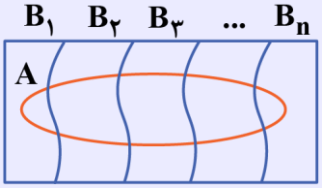
$$\begin{cases} \text{احتمال اینکه جعبهٔ A و B انتخاب شود} \Rightarrow \frac{۱}{۳} \Rightarrow \text{احتمال هر دو سیب قرمز} = \frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۶} \\ \text{احتمال اینکه جعبهٔ A و C انتخاب شود} \Rightarrow \frac{۱}{۳} \Rightarrow \text{احتمال هر دو سیب قرمز} = \frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۶} \\ \text{احتمال اینکه جعبهٔ B و C انتخاب شود} \Rightarrow \frac{۱}{۳} \Rightarrow \text{احتمال هر دو سیب قرمز} = \frac{۳}{۶}\times\frac{۴}{۶} \end{cases}$$

$$\text{احتمال قرمز بودن هر دو سیب}=\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۶}\right)+\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۶}\right)+\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۶}\times\frac{۴}{۶}\right)=\frac{۱}{۳}\times\left(\frac{۱۵}{۴۸}+\frac{۲۰}{۴۸}+\frac{۱۲}{۳۶}\right)$$

$$=\frac{۱}{۳}\times\left(\frac{۳۵}{۴۸}+\frac{۱}{۳}\right)=\frac{۱}{۳}\times\left(\frac{۵۱}{۴۸}\right)=\frac{۱۷}{۴۸}$$

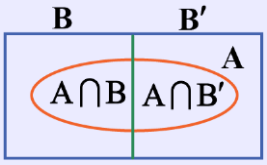
قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبهٔ احتمال وقوع رویداد A به‌صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A)=P(B_۱)P(A|B_۱)+P(B_۲)P(A|B_۲)+...+P(B_n)P(A|B_n)$$

به خصوص اگر فضای نمونه با رویداد اول به یک پیشامد و متممش تقسیم شود، در این صورت:



$$P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B')=P(B)P(A|B)+P(B')P(A|B')$$

۳۷- در یک جعبه ۵ لامپ معیوب و ۳ لامپ سالم وجود دارد. اگر به تصادف، پی‌درپی و بدون جایگذاری ۳ لامپ از این جعبه خارج کنیم، احتمال آن‌که حداقل یک لامپ سالم باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲۳}{۲۸}$ ۲) $\frac{۲۵}{۲۸}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۶۵ ـ ۱۱۰۲)

از روش متمم استفاده می‌کنیم، زیرا راحت‌تر و سریع‌تر است که احتمال حالتی را که هیچ‌کدام از لامپ‌ها سالم نباشند از عدد یک کم کنیم. توجه داریم که چون مسئله بدون جای‌گذاری است، پیشامدهای خارج شدن لامپ‌های بعدی به این‌که لامپ‌های قبلی خارج‌شده سالم بوده‌اند یا معیوب وابسته است.

همگی لامپ‌ها معیوب باشند.

$$P(A)=۱-P(A')=۱-(\frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶})=۱-\frac{۵}{۲۸}=\frac{۲۳}{۲۸}$$

حداقل یک لامپ سالم باشد.

پیشامدهای مستقل و وابسته

اگر A و B دو پیشامد باشند به‌طوری‌که احتمال رخ دادن یکی روی دیگری تأثیری نداشته باشد این دو پیشامد را **مستقل** می‌گویند. مثلاً احتمال قبولی سارا و تارا در درس ریاضی مستقل از هم است و فقط به تلاش هر کدام از آن‌ها بستگی دارد.

در پیشامدهای مستقل A و B داریم:

$$P(A|B)=P(A)\quad (\text{چون } B \text{ تأثیری روی } A \text{ نداره!})$$

بنابراین:

$$P(A\cap B)=P(A|B)\,P(B)=P(A)\times P(B)$$

یعنی:

$$B,A \text{ مستقل‌اند} \Leftrightarrow P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

دو پیشامدی که مستقل نباشند، **وابسته** هستند.

قِلِقِشو یاد بگیر!

بسیاری از اوقات استفاده از روش متمم سریع‌تر از استفاده از روش مستقیم است. همان‌طور که در این سؤال هم مشاهده شد روش مستقیم می‌تواند به مراتب خیلی طولانی‌تر و با خطای بیشتر همراه باشد. پس با تعریف درست پیشامدها و استفاده از اطلاعات مسئله می‌توانیم با روش احتمال متمم سریع‌تر به جواب برسیم.

۳۸- اعداد اول یک رقمی را در نظر می‌گیریم. ۲ عدد کوچک‌تر را در سه ضرب کرده و به جای قبلی‌ها می‌گذاریم و دو تای بزرگ‌تر را با اعداد زوج قبل خودشان تعویض می‌کنیم. نسبت واریانس اعداد جدید به واریانس اعداد اولیه کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۳۷}$ ۲) $\frac{۳۱}{۳۷}$ ۳) $\frac{۵۱}{۵۹}$ ۴) $\frac{۵۳}{۵۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۸۸ ـ ۱۱۰۳)

$۲,۳,۵,۷ \xrightarrow{\text{پس از تعویض}} ۶,۹,۴,۶$

برای راحت‌تر شدن محاسبات اعداد، ۵ را از اعداد اولیه و ۶ را از اعداد ثانویه کم می‌کنیم. می‌دانیم اضافه یا کم کردن یک عدد به داده‌ها تأثیری روی واریانس ندارد.

$$-۳,-۲,۰,۲ \Rightarrow \bar{x}_{\text{اولیه}} = \frac{-۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲_{\text{اولیه}} = \frac{(-۳+\frac{۳}{۴})^۲ + (-۲+\frac{۳}{۴})^۲ + (۰+\frac{۳}{۴})^۲ + (۲+\frac{۳}{۴})^۲}{۴} \Rightarrow \sigma^۲_{\text{اولیه}} = \frac{\frac{۸۱}{۱۶}+\frac{۲۵}{۱۶}+\frac{۹}{۱۶}+\frac{۱۲۱}{۱۶}}{۴} = \frac{۲۳۶}{۶۴} = \frac{۵۹}{۱۶}$$

$$۰,۳,-۲,۰ \Rightarrow \bar{x}_{\text{ثانویه}} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲_{\text{ثانویه}} = \frac{\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱۲۱}{۱۶}+\frac{۸۱}{۱۶}+\frac{۱}{۱۶}}{۴} = \frac{۲۰۴}{۶۴} = \frac{۵۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma^۲_{\text{ثانویه}}}{\sigma^۲_{\text{اولیه}}} = \frac{\frac{۵۱}{۱۶}}{\frac{۵۹}{۱۶}} = \frac{۵۱}{۵۹}$$

واریانس

برای محاسبهٔ واریانس n دادهٔ آماری $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ داریم:

$$\sigma^۲ = \frac{(x_۱-\bar{x})^۲ + (x_۲-\bar{x})^۲ + \ldots + (x_n-\bar{x})^۲}{n} \quad \text{یا} \quad \sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_n^۲}{n} - \bar{x}^۲$$

گاهی راحت‌تر است $(x_۱-\bar{x})^۲ + (x_۲-\bar{x})^۲ + \ldots + (x_n-\bar{x})^۲$ را به‌دست آوریم که مجموع مربعات اختلاف از میانگین‌ها است.

گاهی راحت‌تر است $x_۱^۲ + x_۲^۲ + \ldots + x_n^۲$ را به‌دست آوریم که مجموع مربعات داده‌ها است.

تأثیر تغییر داده‌ها بر میانگین، واریانس و انحراف معیار

۱) اگر همهٔ داده‌ها با مقداری ثابت جمع شوند یا مقداری ثابت از تمام داده‌ها کم شود واریانس و انحراف معیار تغییری نمی‌کنند.

۲) اگر داده‌ها k برابر شوند، واریانس $k^۲$ برابر می‌شود.

۳) اگر داده‌ها k برابر شوند، انحراف معیار k برابر می‌شود.

۴) اگر داده‌ها با عددی جمع شوند یا عددی از آن‌ها کم شود، یا در عددی ضرب یا بر آن تقسیم شوند، روی میانگین هم اعمال می‌شود:

$$\forall ۱ \le i \le n, k \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \quad ; \quad x'_i = kx_i + b \Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = k\bar{x} + b$$

SanjeshCloud

۳۹- اگر در یک نمونه‌گیری سیستماتیک، شماره‌های سه دادهٔ آماری پشت سرهم به شکل $۵m+۲,۴m-۱,۲m+۱$ باشند، آن‌گاه ضریب تغییرات داده‌های $۳m+۱,۲m+۱,m+۱$ چند برابر $\frac{\sqrt{۶}}{۳۳}$ است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۹}{۲}$ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰۱ ـ ۱۱۰۴)

در نمونه‌گیری سامانمند یا سیستماتیک، داده‌های انتخاب شده تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند و برای ۳ عدد متوالی که تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند، داریم:

$$a,b,c \Rightarrow ۲b=a+c$$
$$\Rightarrow ۲(۴m-۱)=۵m+۲+۲m+۱ \Rightarrow ۸m-۲=۷m+۳ \Rightarrow m=۵$$

داده‌های مورد نظر: $۶,۱۱,۱۶ \Rightarrow \bar{x}=۱۱$

$$\sigma^۲=\frac{(۶-۱۱)^۲+(۱۱-۱۱)^۲+(۱۶-۱۱)^۲}{۳}=\frac{۵۰}{۳}$$

$$\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{\frac{۵۰}{۳}}}{۱۱} \Rightarrow CV=\frac{۵\sqrt{۲}}{۱۱\sqrt{۳}}=۵\frac{\sqrt{۶}}{۳۳}$$

واسطهٔ حسابی و هندسی

اگر c واسطهٔ حسابی دو عدد a و b باشد، آن‌گاه:

$$c=\frac{a+b}{۲} \text{ یا } a+b=۲c$$

اگر c واسطهٔ هندسی دو عدد مثبت a و b باشد، آن‌گاه:

$$c=\sqrt{ab} \text{ یا } ab=c^۲$$

معیارهای پراکندگی

۱) واریانس:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\ldots+(x_n-\bar{x})^۲}{n} \text{ یا } \sigma^۲=\frac{x_۱^۲+x_۲^۲+\ldots+x_n^۲}{n}-\bar{x}^۲$$

۲) انحراف معیار:

$$\sigma=\sqrt{\text{واریانس}}$$

۳) ضریب تغییرات:

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$$

۴) دامنهٔ تغییرات:

$$R=x_{max}-x_{min}$$

روش‌های نمونه‌گیری

روش‌های نمونه‌گیری تصادفی (احتمالی) عبارتند از:

۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده: در این روش از الگوی خاصی استفاده نمی‌شود و هر کدام از اعضای جامعه، با احتمال برابر ممکن است در نمونه انتخاب شوند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

قرعه‌کشی بین افراد شرکت‌کننده در یک مسابقه

۲) نمونه‌گیری خوشه‌ای: طبق ویژگی‌های اعضای جامعه، جامعه دارای خوشه‌هایی مجزا است که خود این خوشه‌ها از نظر تعداد لزوماً با هم برابر نیستند. ابتدا از بین خوشه‌ها تعدادی خوشه انتخاب می‌شود و اعضای خوشه‌های انتخاب شده اعضای نمونه را تشکیل می‌دهند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

برای انتخاب یک نمونه از شهروندان تهران، مناطق مختلف شهر را به منزلهٔ خوشه‌ها در نظر می‌گیریم. سپس تعدادی از مناطق شهرداری از بین ۲۲ منطقه را انتخاب کرده و در نهایت تمام شهروندان مناطق انتخاب‌شده را به عنوان نمونه معرفی می‌کنیم.

۳) نمونه‌گیری طبقه‌ای: در این روش ابتدا بر اساس یک معیار، جامعه به طبقاتی مجزا تقسیم می‌شود. سپس از هر طبقه یک نمونهٔ تصادفی ساده انتخاب می‌شود. (پس احتمال انتخاب اعضای هم طبقه با هم مساوی است.)

یه نمونهٔ باحال ببین!

در یک شرکت ۵ مدیر، ۱۵ کارمند و ۳۰ کارگر وجود دارد. طبقات را مدیران، کارمندان و کارگران در نظر می‌گیریم. حال برای انتخاب یک نمونهٔ ۱۰ تایی از این شرکت از طبقهٔ مدیران ۱، از طبقهٔ کارمندان ۳ و از طبقهٔ کارگران ۶ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم.

توجه!

نسبت نمونه گیری در کلیه طبقات با نسبت نمونه گیری در کل جامعه یکسان و برابر است. بنابراین تعداد نمونه در هر طبقه متناسب با بزرگی آن طبقه است.

۴) نمونه‌گیری سامانمند (سیستماتیک): این روش نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن تعداد اعضای تمام طبقات با هم برابر است. از طبقهٔ اول به تصادف واحد آماری انتخاب می‌شود و دقیقا با همان روند از باقی طبقات نیز نمونه‌گیری انجام می‌شود تا نمونه کامل شود.

یه نمونهٔ باحال ببین!

فرض کنید در یک کارخانه ۱۰۰۰ نفر مشغول به کار هستند و یک نمونهٔ ۱۰۰ عضوی از این کارخانه می‌خواهیم. اسامی افراد به‌صورت لیستی و بر اساس الفبا مرتب شده‌اند. برای اجرای نمونه‌گیری سیستماتیک از ۱۰ شمارهٔ اول یک نقطه را برای شروع در نظر می‌گیریم. به‌عنوان مثال ۶. از شمارهٔ ۶ به بعد هر ۱۰ نفر را به ترتیب از لیست انتخاب می‌کنیم، که لیست به‌صورت انتخاب نفرات ۶، ۱۶، ۲۶، ۳۶، ۴۶ و ... می‌شود و تا زمانی که ۱۰۰ نمونه را جمع آوری نمایید نمونه گیری را ادامه می‌دهید.

توجه!

در نمونه‌گیری سیستماتیک اعضای هر طبقه لزوما از نظر ویژگی شبیه به هم نیستند و احتمال اریبی وجود دارد.

نمونه‌گیری غیرتصادفی (نمونه‌گیری غیراحتمالی)

در یک نمونه گیری غیر تصادفی، افراد بر اساس معیارهای **غیرتصادفی** انتخاب می‌شوند و هر فرد شانس یکسان و معین انتخاب شدن در نمونه را ندارد. این نوع از نمونه‌گیری از نظر هزینه و دسترسی آسان‌تر است. اما در آن **خطر اریبی** بالاتر می‌باشد. از این روش نمونه‌گیری نمی‌توانید استنباط آماری معتبری را دربارهٔ کل جامعه داشته باشید. استفاده از نمونه‌گیری غیرتصادفی چه در مرحلهٔ طراحی و چه در مرحلهٔ اجرا ساده‌تر از نمونه‌گیری تصادفی است و به زمان و سرمایهٔ کمتری نیاز دارد.

جمع‌بندی روش‌های نمونه‌گیری

روش‌های نمونه‌گیری
- ۱) نمونه‌گیری احتمالی (اتفاقی یا تصادفی)
  - الف) نمونه‌گیری تصادفی ساده
  - ب) نمونه‌گیری خوشه‌ای
  - ج) نمونه‌گیری طبقه‌ای
  - د) نمونه‌گیری سامانمند (سیستماتیک)
- ۲) نمونه‌گیری غیراحتمالی ← خطر اریبی بالا

ماز

۴۰- **از جامعه‌ای با واریانس ۴، نمونهٔ $\{1,2,3,...,225\}$ انتخاب شده است. طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟**

۱) ۰/۴۵ ۲) ۰/۴۹ ۳) ۰/۵۳ ۴) ۰/۵۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱۶ ـ ۱۱۰۴)

طول بازهٔ اطمینان برای میانگین با اطمینان ۹۵ درصد برابر است با:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

که در آن σ انحراف معیار جامعه و n اندازهٔ نمونه است.

$$\sigma^2 = 4 = \text{واریانس} \Rightarrow \sigma = 2$$

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4\times 2}{\sqrt{225}} = \frac{8}{15} \simeq 0/53$$

بازهٔ برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵ درصد

بازهٔ برآورد میانگین با اطمینان بیش از ٪۹۵ به فرم زیر است:

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

که n حجم نمونه و σ انحراف معیار جامعه و $\bar{x}$ میانگین نمونه می‌باشد.

نتیجه) طول بازهٔ برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

ماز

بودجه‌بندی این آزمون
فیزیک ۱: کل کتاب
فیزیک ۲: کل کتاب

سهم در کنکور
پایهٔ دهم: درمجموع ۸ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
پایهٔ یازدهم: درمجموع ۱۰ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخ‌نامهٔ ویدئویی آزمون QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

۴۱- شاخص BMI به‌صورت $\frac{\text{جرم}}{(\text{قد})^۲}$ تعریف می‌شود. اگر این شاخص برای فردی برابر با $۲۰\frac{kg}{m^۲}$ باشد، این شاخص برحسب $\frac{Lb}{in^۲}$ برابر با چقدر است؟ (هر $۱kg$ برابر $۲/۲Lb$ و هر $۱in$ برابر $۲/۵cm$ است.)

۱) ۰/۲۷۵ ۲) ۰/۰۵۵ ۳) ۰/۵۵ ۴) ۰/۰۲۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۰۰۱)

از تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۲۰\frac{kg}{m^۲}=۲۰\frac{kg}{m^۲}\times\frac{۲/۲Lb}{۱kg}\times\left(\frac{۱m}{۱۰۰cm}\right)^۲\times\left(\frac{۲/۵cm}{۱in}\right)^۲=۰/۰۲۷۵\frac{Lb}{in^۲}$$

۴۲- جواهرفروشی، دو آلیاژ مختلف از طلا و نقره می‌سازد. اگر در آلیاژ اول نیمی از جرم آلیاژ طلا و بقیهٔ آن نقره و در آلیاژ دوم نیمی از حجم آلیاژ طلا و بقیهٔ آن نقره باشد، چگالی آلیاژ اول چند برابر چگالی آلیاژ دوم است؟ (چگالی نقره و طلا را به‌ترتیب $۱۰\frac{g}{cm^۳}$ و $۲۰\frac{g}{cm^۳}$ درنظر بگیرید و از کاهش حجم دراثر اختلاط صرف‌نظر کنید.)

۱) $\frac{۷}{۸}$ ۲) $\frac{۸}{۷}$ ۳) $\frac{۸}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۰۰۱)

طبق رابطهٔ چگالی مخلوط، چگالی آلیاژ را در هر دو حالت به‌دست می‌آوریم:

آلیاژ اول: $\rho_۱=\frac{m_{Au}+m_{Ag}}{V_{Au}+V_{Ag}}=\frac{m}{\frac{\frac{m}{۲}}{\rho_{Au}}+\frac{\frac{m}{۲}}{\rho_{Ag}}}=\frac{۲\rho_{Au}\times\rho_{Ag}}{\rho_{Au}+\rho_{Ag}}$

$$\Rightarrow\rho_۱=\frac{۲\times۲۰\times۱۰}{۲۰+۱۰}=\frac{۴۰۰}{۳۰}=\frac{۴۰}{۳}\frac{g}{cm^۳}$$

آلیاژ دوم: $\rho_۲=\frac{m_{Au}+m_{Ag}}{V_{Au}+V_{Ag}}=\frac{(\rho_{Au}\times\frac{V}{۲})+(\rho_{Ag}\times\frac{V}{۲})}{V}=\frac{\rho_{Au}+\rho_{Ag}}{۲}$

$$\Rightarrow\rho_۲=\frac{۲۰+۱۰}{۲}=۱۵\frac{g}{cm^۳}$$

حالا نسبت $\frac{\rho_۱}{\rho_۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=\frac{\frac{۴۰}{۳}}{۱۵}=\frac{۴۰}{۴۵}=\frac{۸}{۹}$$

نکته

۱- اگر حجم برابری از دو ماده با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 را باهم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ به‌دست می‌آید.

۲- اگر جرم برابری از دو ماده با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 را باهم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ به‌دست می‌آید.

۳- در حالت اول، چگالی مخلوط بیش‌تر از حالت دوم است $(\rho > \rho')$، یعنی در مخلوط کردن دو ماده با حجم برابر، چگالی مادهٔ نهایی بیش‌تر از مخلوط کردن آن‌ها با جرم برابر است.

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۴

۶۹- در یک قطعه جواهر به حجم $5cm^3$، طلا و نقره به‌کار رفته است. اگر جرم آن ۶۸ گرم باشد، نقرهٔ به‌کاررفته در قطعه چند گرم است؟

$(\rho_{\text{طلا}} = 19\frac{g}{cm^3}$ و $\rho_{\text{نقره}} = 10\frac{g}{cm^3})$

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم جرم نقرهٔ به‌کاررفته در جواهر m گرم باشد؛ بنابراین جرم طلا برابر $68 - m$ گرم است.

$$m_{\text{طلا}} = 68 - m \qquad m_{\text{نقره}} = m$$

مجموع حجم طلا و نقره برابر $5cm^3$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} = 5cm^3$$

$$\Rightarrow \frac{m_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{طلا}}} + \frac{m_{\text{نقره}}}{\rho_{\text{نقره}}} = 5cm^3$$

$$\Rightarrow \frac{68 - m}{19} + \frac{m}{10} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{680 - 10m + 19m}{190} = 5 \Rightarrow 680 + 9m = 950 \Rightarrow m = 30g$$

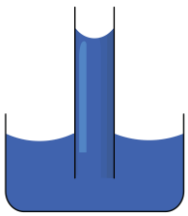
پاسخ: گزینهٔ ۲

۴۳- **مطابق شکل زیر، در یک ظرف شیشه‌ای تمیز مایعی ریخته‌ایم. اگر یک لولهٔ مویین شیشه‌ای تمیز، داخل این مایع قرار دهیم، سطح مایع داخل لولهٔ مویین از سطح مایع داخل ظرف ..... رفته؛ و به‌صورت ..... خواهد شد.**



۱) بالاتر ـ فرورفته
۲) بالاتر ـ برآمده
۳) پایین‌تر ـ فرورفته
۴) پایین‌تر ـ برآمده

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۱ ـ ۱۰۰۲)



با توجه به فرورفته‌بودن سطح مایع داخل ظرف شیشه‌ای تمیز، می‌فهمیم که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع با سطح ظرف شیشه‌ای بیش‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است (مثلاً مایع می‌تواند آب باشد).

بنابراین با قرار دادن لولهٔ مویین شیشه‌ای تمیز در این مایع، سطح مایع داخل لوله **بالاتر** از سطح مایع داخل ظرف و به‌صورت **فرورفته** خواهد شد.

جمع‌بندی لولهٔ مویین

قرارگیری مایعات در لولهٔ مویین شیشه‌ای

- همچسبی مایع کم‌تر از دگرچسبی آن با شیشه باشد.
  - سطح مایع فرورفته
  - سطح مایع بالاتر از سطح مایع درون ظرف اصلی
  - مثل آب
- همچسبی مایع بیش‌تر از دگرچسبی آن با شیشه باشد.
  - سطح مایع برآمده
  - سطح مایع پایین‌تر از سطح مایع درون ظرف اصلی
  - مثل جیوه

ماز

۴۴- اختلاف فشار بالا و پایین یک برج ۲۷۲ متری، ۳۲۶۴Pa است. به‌ترتیب از راست به چپ، چگالی متوسط هوا چند کیلوگرم بر متر مکعب و اختلاف فشار بالا و پایین برج چند میلی‌متر جیوه است؟ $(\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳} \ , \ g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۱/۲ و ۲/۴ ۲) ۱۲۰۰ و ۲۴ ۳) ۱۲۰۰ و ۲/۴ ۴) ۱/۲ و ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۵ ـ ۱۰۰۲)

کام اول

با توجه به اختلاف فشار بالا و پایین برج، چگالی متوسط هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = \rho_{\text{هوا}} g \Delta h \Rightarrow ۳۲۶۴ = \rho_{\text{هوا}} \times ۱۰ \times ۲۷۲ \Rightarrow \rho_{\text{هوا}} = ۱/۲ \frac{kg}{m^۳}$$

کام آخر

برای تبدیل Pa به mmHg داریم:

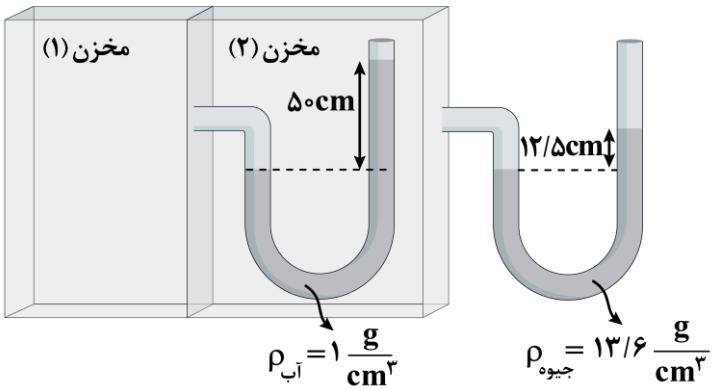
$$\rho_{\text{هوا}} h_{\text{هوا}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۱/۲ \times ۲۷۲ = ۱۳۶۰۰ \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۰/۰۲۴m = ۲۴mm \Rightarrow \Delta P = ۲۴mmHg$$

ماز

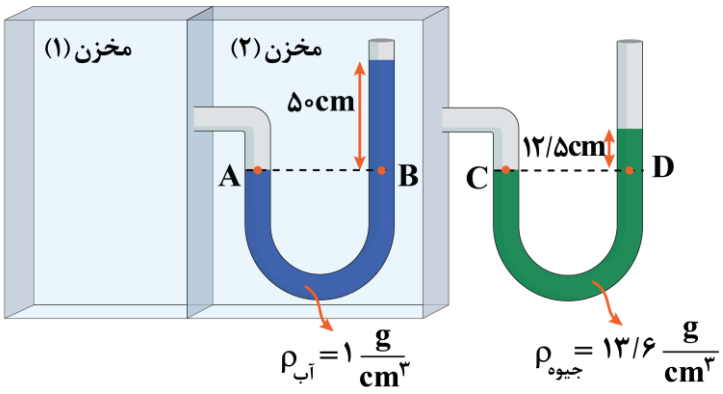
۴۵- در شکل زیر، مایع‌ها درحال تعادل هستند. فشار مخزن (۱) چند کیلوپاسکال است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg} \ , \ P_۰ = ۱۰۰kPa)$

۱) ۱۱۲
۲) ۱۱۷
۳) ۱۲۲
۴) ۱۲۷



پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۸ ـ ۱۰۰۲)

کام اول



فشار در نقاط هم‌تراز C و D برابر است. درنتیجه داریم:

$$P_D = P_C \Rightarrow P_{\circ} + \rho_{جیوه} g h_{جیوه} = P_{(۲)\,مخزن}$$

$$\Rightarrow P_{(۲)\,مخزن} = ۱۰^۵ + (۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۱۲/۵ \times ۱۰^{-۲})$$

$$\Rightarrow P_{(۲)\,مخزن} = ۱۱۷۰۰۰ Pa$$

کام آخر

فشار در نقاط هم‌تراز A و B برابر است:

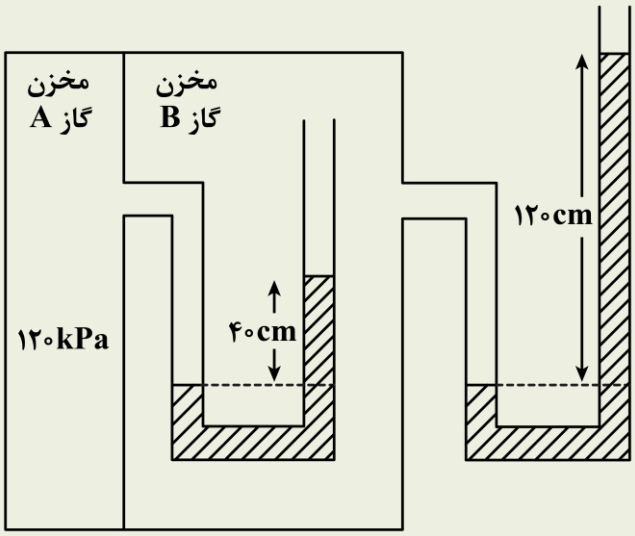
$$P_A = P_B \xrightarrow{P_B = P_{(۲)\,مخزن} + \rho_{آب} g h_{آب}} \Rightarrow P_{(۱)\,مخزن} = P_{(۲)\,مخزن} + \rho_{آب} g h_{آب}$$

$$\Rightarrow P_{(۱)\,مخزن} = ۱۱۷۰۰۰ + (۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵)$$

$$\Rightarrow P_{(۱)\,مخزن} = ۱۱۷۰۰۰ + ۵۰۰۰ = ۱۲۲۰۰۰ Pa = ۱۲۲ kPa$$

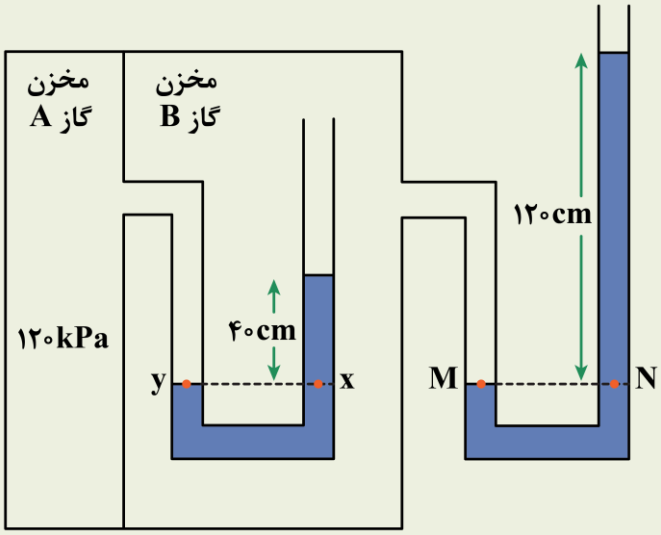
آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۷- در شکل زیر، در هر دو لوله مایع یکسانی وجود دارد. چگالی مایع چند گرم بر لیتر است؟ (فشار هوای محیط را $۱۰۰ kPa$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ درنظر بگیرید.)



۱) ۱/۲۵
۲) ۱۲۵۰
۳) ۲/۵۰
۴) ۲۵۰۰

پاسخ تشریحی:



فشار در نقاط x و y باهم برابر است، پس:

$$P_x = P_y \Rightarrow \rho g h_1 + P_B = P_A \Rightarrow \rho \times ۱۰ \times ۰/۴ + P_B = ۱۲۰ \times ۱۰^۳$$

$$\Rightarrow P_B = ۱۲۰ \times ۱۰^۳ - ۴\rho$$

فشار در نقاط M و N باهم برابر است، پس:

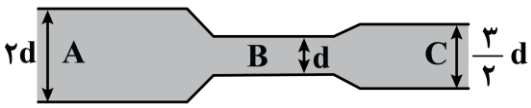
$$P_M = P_N \Rightarrow P_B = \rho g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow ۱۲۰ \times ۱۰^۳ - ۴\rho = \rho \times ۱۰ \times ۱/۲ + ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow ۱۶\rho = ۲۰ \times ۱۰^۳ \Rightarrow \rho = ۱/۲۵ \times ۱۰^۳ \frac{kg}{m^۳} = ۱۲۵۰ \frac{g}{L}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۴۶- در لوله‌ای پر از آب مطابق شکل زیر، آب از چپ به راست به‌صورت پایا و لایه‌ای در جریان است. کدام گزینه در رابطه با مقایسهٔ تندی آب در قسمت‌های A، B و C درست است؟



۱) $۴v_A = v_B = ۳v_C$

۲) $۳v_A = ۶v_B = ۴v_C$

۳) $۹v_A = ۳۶v_B = ۱۶v_C$

۴) $۱۶v_A = ۴v_B = ۹v_C$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۴۵ ـ ۱۰۰۲)

طبق معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$Av = \text{ثابت} \Rightarrow A_A v_A = A_B v_B = A_C v_C$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{۴} d_A^۲ v_A = \frac{\pi}{۴} d_B^۲ v_B = \frac{\pi}{۴} d_C^۲ v_C$$

$$\Rightarrow (۲d)^۲ v_A = d^۲ v_B = (\frac{۳}{۲}d)^۲ v_C \xrightarrow{\times ۴} ۱۶v_A = ۴v_B = ۹v_C$$

۴۷- جسمی در یک مسیر افقی بدون اصطکاک با تندی ثابت درحال حرکت است که تحت تأثیر نیروی افقی F، پس از طی کردن مسافت ۰/۵m متوقف می‌شود و سپس در خلاف جهت اولیه، دوباره به حرکت درمی‌آید. مسافت طی‌شده توسط جسم از لحظه‌ای که نیروی F به آن وارد می‌شود تا لحظه‌ای که تندی آن به ۴ برابر تندی اولیه‌اش می‌رسد، چند متر است؟

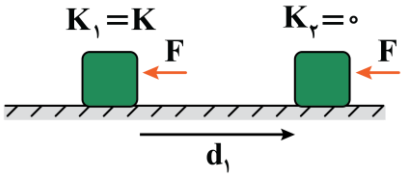
۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۸/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶۱ ـ ۱۰۰۳)

راه نجات سریع

یه بار توی مرحلهٔ توقف و یه بار هم توی حرکت بعد از توقف، قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی رو بنویس و با کمک نتیجهٔ دو قسمت به جواب تست برس.

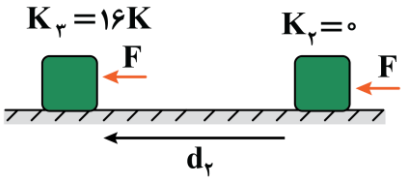
از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی برای بررسی هر دو مرحلهٔ حرکت استفاده می‌کنیم:



$$W_t=\Delta K\Rightarrow -Fd_۱=۰-K$$

$$F\times ۰/۵=K\Rightarrow ۰/۵=\frac{K}{F}$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{v_۳=۴v}K_۳=۱۶K$$



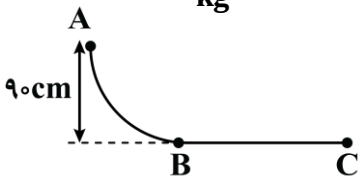
$$W_t=\Delta K\Rightarrow Fd_۲=۱۶K-۰$$

$$\Rightarrow d_۲=\frac{۱۶K}{F}=۸m$$

درنتیجه مسافت طی‌شده توسط جسم برابر است با:

$$\ell=d_۱+d_۲=۰/۵+۸=۸/۵m$$

۴۸- در شکل زیر، یک گوی کوچک با تندی اولیهٔ v از نقطهٔ A روی سطح پرتاب می‌شود. تندی این گوی تا رسیدن به نقطهٔ B، $۲\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد و درنهایت با همان تندی اولیهٔ v از نقطهٔ C عبور می‌کند. اگر بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیر BC، دو برابر بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیر AB باشد، تندی گوی در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

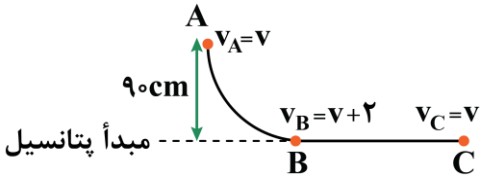


۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۱ ـ ۱۰۰۳)

کلام اول

انرژی مکانیکی گوی را در نقاط A، B و C به‌دست می‌آوریم:



$$E_A=\frac{۱}{۲}mv^۲+mgh=\frac{۱}{۲}mv^۲+۹m$$

$$E_B=\frac{۱}{۲}m(v+۲)^۲$$

$$E_C=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

کلام آخر

در هر قسمت از مسیر، کار نیروی اصطکاک برابر تغییرات انرژی مکانیکی است؛ بنابراین:

$$\begin{cases}W_{BC}=E_C-E_B\\W_{AB}=E_B-E_A\end{cases}\xrightarrow{W_{BC}=۲W_{AB}}\frac{۱}{۲}m(v^۲-(v+۲)^۲)=(\frac{۱}{۲}m(v+۲)^۲-\frac{۱}{۲}mv^۲-۹m)\times ۲$$

$$\Rightarrow -۲v-۲=(۲v-۷)\times ۲\Rightarrow v=۲\frac{m}{s}$$

$$\text{تندی در نقطهٔ } B=v+۲=۲+۲=۴\frac{m}{s}$$

آنچه گذشت...

در مسائلی که علاوه بر نیروهای پایستار (مثل وزن)، نیروهای اتلافی هم وجود دارند (مثل اصطکاک)، کار نیروهای اتلافی در هر مرحله از مسیر برای تغییرات انرژی مکانیکی جسم است.

$$E_۲ - E_۱ = W_{f_k}$$

ماز

۴۹- شخص A به جرم ۸۰kg، در مدت‌زمان ۸۰s از تعداد ۶۰ پله که ارتفاع هر پله ۳۰cm است، بالا می‌رود. هم‌زمان شخص B در همان مدت‌زمان، با استفاده از آسانسور، به همان ارتفاع می‌رود. اگر جرم آسانسور و شخص B درمجموع ۱۲۰۰kg و بازدهٔ آسانسور ۹۰ درصد باشد، اختلاف توان متوسط مفید شخص A و توان ورودی آسانسور چند وات است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۲۸۵۰ ۲) ۲۸۲۰ ۳) ۲۸۴۰ ۴) ۲۸۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۵ ـ ۱۰۰۳)

کام اول

محاسبهٔ توان متوسط مفید شخص A $(P_{av(A)})$:

شخص A از ۶۰ پله که ارتفاع هر پله ۳۰cm است بالا رفته، پس اندازهٔ کل ارتفاعی که شخص بالا رفته (h) برابر است با:

$$h = \text{تعداد پله‌ها} \times \text{ارتفاع هر پله} \Rightarrow h = ۶۰ \times ۳۰ = ۱۸۰۰cm = ۱۸m$$

با استفاده از فرمول توان متوسط، توان متوسط مفید شخص A را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{av(A)} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۸۰s]{m = ۸۰kg\ ,\ g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\ ,\ \Delta h = ۱۸m} P_{av(A)} = \frac{۸۰ \times ۱۰ \times ۱۸}{۸۰} = ۱۸۰W$$

کام دوم

توان مفید آسانسور برابر است با:

$$P_{\text{خروجی (آسانسور)}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۸۰s]{m = ۱۲۰۰kg\ ,\ g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\ ,\ \Delta h = ۱۸m} P_{\text{خروجی (آسانسور)}} = \frac{۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۱۸}{۸۰} = ۲۷۰۰W$$

کام آخر

حال با استفاده از رابطهٔ بازده، توان ورودی (کل) آسانسور $(P_{\text{ورودی (آسانسور)}})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{\text{توان خروجی (مفید)}}{\text{توان ورودی (کل)}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۹۰ = \frac{۲۷۰۰}{P_{\text{ورودی (آسانسور)}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow P_{\text{ورودی (آسانسور)}} = ۳۰۰۰W$$

حال اختلاف توان متوسط مفید شخص A و توان ورودی آسانسور (ΔP) را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = P_{\text{ورودی (آسانسور)}} - P_{av(A)} = ۳۰۰۰ - ۱۸۰ = ۲۸۲۰W$$

آزمون سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۴

۴۲- توان یک شخص بالغ در انجام کار معمولی، ۳۰۰W است. اگر جرم این شخص ۶۰kg باشد، با همین توان در هر دقیقه چند پله را بالا می‌رود؟ (ارتفاع هر پله ۲۵cm و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۶۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۵۰

پاسخ تشریحی:

با توجه به روابط توان $(P=\frac{W}{t})$ و کار نیروی وزن $(W=mgh)$ داریم:

$$P=\frac{mgh}{t}\Rightarrow ۳۰۰=\frac{۶۰\times ۱۰\times h}{۶۰}\Rightarrow h=۳۰m$$

اگر ارتفاع هر پله $h'=۰/۲۵m$ باشد، تعداد پله‌های بالا رفته برابر است با:

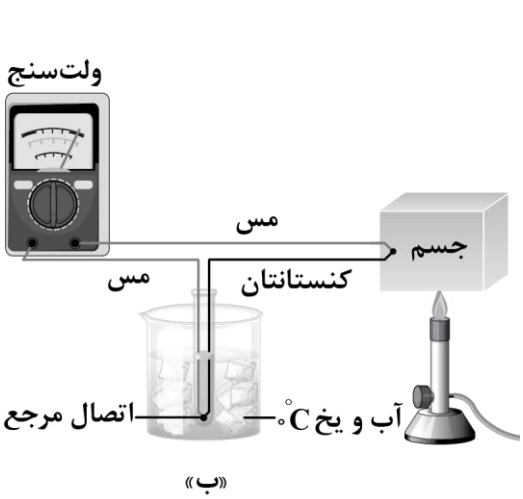
$$\text{تعداد پله}: n=\frac{h}{h'}=\frac{۳۰}{۰/۲۵}=۱۲۰$$

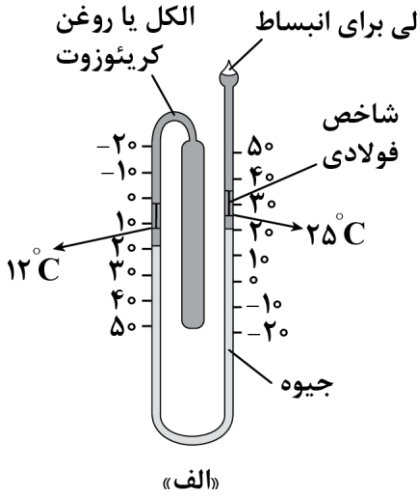
پاسخ: گزینهٔ ۳

ماز

۵۰- کدام‌یک از دماسنج‌های زیر، یک دماسنج معیار است؟

۱) فقط «الف»
۲) فقط «ب»
۳) «الف» و «ب»
۴) هیچ‌کدام





پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۸۶ ـ ۱۰۰۴)

شکل‌های «الف» و «ب» به‌ترتیب دماسنج بیشینه ـ کمینه و ترموکوپل را نشان می‌دهند که هیچ‌کدام از آن‌ها دماسنج معیار نیستند.

اگر؟

اگر کاربرد دماسنج‌های نشان‌داده‌شده را می‌پرسیدیم، پاسخ چه بود؟

پاسخ:

دماسنج بیشینه ـ کمینه: باغداری، گلخانه‌ها، هواشناسی و ...

ترموکوپل: مدارهای الکترونیکی، وسایل صنعتی، وسایل سرمایشی و گرمایشی و ...

ماز

۵۱- دمای یک کرهٔ فلزی توپر با شعاع $۱۰cm$ را $۵۰°C$ افزایش می‌دهیم و سپس این کره را به‌طور کامل در ظرفی پر از الکل با چگالی $۰/۸\frac{g}{cm^۳}$ فرومی‌بریم. چند گرم الکل از ظرف بیرون می‌ریزد؟ $(\pi=۳\ ,\ \alpha_{\text{فلز}}=۱۰^{-۵}K^{-۱})$

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۳۲۰۴/۸ ۳) ۳۲۰۱/۶ ۴) ۳۲۳۴/۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۳ ـ ۱۰۰۴)

کام اول

حجم اولیهٔ کره را به‌دست می‌آوریم:

$$V_۱=\frac{۴}{۳}\pi R^۳=\frac{۴}{۳}\times ۳\times (۱۰)^۳=۴۰۰۰cm^۳$$

گام دوم

حجم نهایی کره را به‌دست می‌آوریم:

$$V_۲ = V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta) = ۴۰۰۰(۱+(\underbrace{۳\times۱۰^{-۵}\times۵۰}_{۱/۵\times۱۰^{-۳}})) = ۴۰۰۶cm^۳$$

گام سوم

حجم الکل بیرون‌ریخته را به‌دست می‌آوریم. می‌دانیم با توجه به پر بودن ظرف از الکل، حجم الکل بیرون‌ریخته همان حجم نهایی کره است؛ بنابراین داریم:

$$V_{\text{الکل}} = V_۲ = ۴۰۰۶cm^۳$$

گام آخر

جرم الکل بیرون‌ریخته را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{m}{۴۰۰۶} \Rightarrow m = ۳۲۰۴/۸g$$

نکته

هنگامی‌که یک جسم را درون ظرف مایعی می‌ریزیم، حالت‌های زیر می‌تواند رخ بدهد:

۱- ظرف لبریز از مایع باشد:



در این حالت حجم مایع بیرون ریخته‌شده از ظرف با حجم جسم برابر است.

$$V_{\text{مایع بیرون‌ریخته}} = V_{\text{جسم}}$$

۲- ظرف به‌طور کامل پر نباشد:



در این حالت اگر حجم جسم کم‌تر یا برابر حجم فضای خالی درون ظرف باشد، مایعی از ظرف بیرون نمی‌ریزد، ولی اگر حجم جسم بیش‌تر باشد، حجم مایع بیرون ریخته‌شده برابر اختلاف حجم جسم و فضای خالی ظرف است.

$$V_{\text{مایع بیرون‌ریخته}} = V_{\text{جسم}} - V_{\text{فضای خالی}}$$

۵۲- m گرم یخ $0^\circ C$ را با m گرم آب $30^\circ C$ در ظرفی مخلوط می‌کنیم. پس از برقراری تعادل گرمایی در ظرف چه اتفاقی می‌افتد؟

($L_F = 336 \frac{J}{g}$ ، $c_{آب} = 4/2 \frac{J}{g.K}$ و تبادل گرما فقط بین یخ و آب است.)

۱) ۱/۳۷۵ برابر جرم یخ اولیه، آب در ظرف وجود خواهد داشت.

۲) نصف جرم یخ، ذوب می‌شود.

۳) ۰/۶۲۵ برابر جرم یخ، ذوب می‌شود.

۴) تمام یخ، ذوب می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۰۵ ـ ۱۰۰۴)

گرمای لازم برای ذوب کل یخ برابر است با:

گرمای لازم برای ذوب کل یخ: $Q_1 = mL_F = 336m$

گرمایی که آب با رسیدن به دمای صفر درجهٔ سلسیوس آزاد می‌کند برابر است با:

گرمای آزادشده برای رسیدن آب به دمای $0^\circ C$: $Q_2 = mc\Delta\theta = m \times 4/2 \times 30 = 126m$

چون $Q_1 > Q_2$ است، آب نمی‌تواند کل یخ را ذوب کند. اگر فرض کنیم جرم m' از یخ ذوب شود، داریم:

$$Q'_1 = Q_2 \Rightarrow m'L_F = mc\Delta\theta \Rightarrow m' \times 336 = 126m \Rightarrow \frac{m'}{m} = 0/375$$

جرم یخ باقی‌مانده $= m - m' = 0/625m$

جرم آب موجود در ظرف $= m + m' = 1/375m$

۵۳- اگر دمای اتاقی را ثابت نگه داریم، چه کسری از مولکول‌های هوا خارج شود تا فشار هوای اتاق از $75cmHg$ به $74cmHg$ برسد؟

۱) $\frac{1}{75}$ ۲) $\frac{1}{74}$ ۳) $\frac{73}{75}$ ۴) $\frac{74}{75}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۲ ـ ۱۰۰۴)

از قانون گازهای آرمانی استفاده می‌کنیم:

$$PV = nRT \xrightarrow{\text{ثابت: } T \text{ و } R, V} \frac{n_1}{P_1} = \frac{n_2}{P_2} \Rightarrow \frac{n_1}{75} = \frac{n_2}{74} \Rightarrow n_2 = \frac{74}{75} n_1$$

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{74}{75} n_1 - n_1 = \frac{-1}{75} n_1$$

بنابراین باید $\frac{1}{75}$ مولکول‌های هوا خارج شوند.

راهنمای زرنگ‌بازی

توی استفاده از قانون گازهای کامل $(\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2})$، می‌تونی فشار رو در دو طرف تساوی با یکای $cmHg$ یا $mmHg$ هم قرار بدی و نیازی نیست اونو به پاسکال تبدیل کنی.

آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

اگر دمای هوای اتاقی را از $24^\circ C$ به $25^\circ C$ برسانیم، چه کسری از مولکول‌های هوا خارج شود تا فشار هوای اتاق تغییر نکند؟

۱) $\frac{1}{298}$ ۲) $\frac{1}{273}$ ۳) $\frac{1}{297}$ ۴) $\frac{1}{274}$

پاسخ تشریحی:

طبق معادلهٔ حالت گاز کامل، داریم:

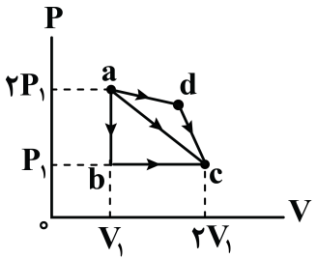
$$PV = nRT \xrightarrow{\text{ثابت‌اند } V, P} \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{۲۷۳+۲۴}{۲۷۳+۲۵}$$

$$\Rightarrow \frac{n_۲}{n_۱} = \frac{۲۹۷}{۲۹۸} \Rightarrow n_۲ = \frac{۲۹۷}{۲۹۸} n_۱$$

یعنی $\frac{۱}{۲۹۸}$ از مول‌های اولیه باید خارج شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

۵۴- **مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل تک‌اتمی طی سه فرایند abc، ac و adc از حالت a به حالت c می‌رود. اگر تغییرات انرژی درونی، کار انجام‌شده روی گاز و گرمای دریافت‌شده توسط گاز را به‌ترتیب با ΔU، W و Q نشان دهیم، کدام مقایسه نادرست است؟**



۱) $|W_{abc}| < |W_{ac}| < |W_{adc}|$

۲) $\Delta U_{abc} = \Delta U_{ac} = \Delta U_{adc} = ۰$

۳) $|W_{adc}| = |Q_{adc}|$

۴) $|Q_{abc}| > |Q_{ac}| > |Q_{adc}|$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳۴ ـ ۱۰۰۵)

بررسی گزینه‌ها:

۱

در هر فرایند ترمودینامیکی کار انجام‌شده توسط گاز، مساحت زیر نمودار $P-V$ آن فرایند است.

$S_{abc} < S_{ac} < S_{adc} \Rightarrow |W_{abc}| < |W_{ac}| < |W_{adc}|$ (✓)

۲

تغییرات انرژی درونی به مسیر فرایند ربطی ندارد؛ بنابراین چون نقطهٔ شروع و پایان هر سه فرایند یکسان است، تغییرات انرژی درونی این فرایندها نیز برابر است. در نقطهٔ a، $۲P_۱V_۱ = nRT_a$ و در نقطهٔ c، $۲P_۱V_۱ = nRT_c$ است، پس $T_a = T_c$ بوده و تغییرات انرژی درونی که تابع دما است، صفر خواهد بود. (✓)

۳

با توجه به این‌که دمای گاز در نقاط a و c برابر است و درنتیجه تغییرات انرژی درونی در هر سه فرایند صفر است، طبق قانون اول ترمودینامیک می‌توان نتیجه گرفت که در هر یک از این سه فرایند کار و گرمای مبادله‌شده هم‌اندازه هستند.

$|W_{adc}| = |Q_{adc}|$ (✓)

$|W_{ac}| = |Q_{ac}|$

$|W_{abc}| = |Q_{abc}|$

۴

در هر فرایند $\Delta U = Q + W = ۰$ برقرار است و این به معنی $Q = -W$ خواهد بود و درنتیجه در هر فرایند که کار بیش‌تری انجام شده، گرمای بیش‌تری نیز مبادله شده است؛ بنابراین $|Q_{abc}| < |Q_{ac}| < |Q_{adc}|$ است. (✗)

۵۵- در چرخهٔ کاری موتور بنزینی ۴ زمانه، ۶ فرایند ترمودینامیکی رخ می‌دهد. از این تعداد، در چند فرایند کار انجام‌شده روی گاز درون سیلندر منفی است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴۳ ـ ۱۰۰۵)

فرایندهای موتور بنزینی ۴ زمانه به‌صورت زیر است:

۱) مکش: پیستون پایین می‌رود و مخلوط سوخت و هوا وارد سیلندر می‌شود. این مرحله با افزایش حجم همراه است.

۲) تراکم: پیستون بالا می‌رود و مخلوط متراکم شده و حجم کاهش می‌یابد.

۳) احتراق: شمع جرقه زده و احتراق در حجم ثابت رخ می‌دهد.

۴) انبساط: گازهای داغ، پیستون را به پایین می‌رانند. این مرحله با افزایش حجم همراه است.

۵) باز شدن سوپاپ تخلیه: فشار در حجم ثابت کاهش می‌یابد.

۶) تخلیه: پیستون بالا رفته و حجم کاهش می‌یابد.

از بین این ۶ مرحله، دو مرحله با افزایش حجم همراه است و کار انجام‌شده روی گاز در این دو فرایند منفی است.

جرقهٔ ذهنی

توی ۳ سال اخیر، درمجموع سه بار از حفظیات ماشین گرمایی توی کنکور سؤال دادن، پس حتماً این بخش را دقیق بخون.

ویژگی‌های شش فرایند مربوط به یک چرخهٔ ماشین بنزینی

نام فرایند	وضعیت سوپاپ‌ها		نوع فرایند	جهت حرکت پیستون
	سوپاپ دریچهٔ ورودی	سوپاپ دریچهٔ خروجی		
ضربهٔ مکش	باز	بسته	انبساط هم‌فشار	↓
ضربهٔ تراکم	بسته	بسته	تراکم بی‌دررو	↑
آتش گرفتن	بسته	بسته	هم‌حجم	ساکن
ضربهٔ قدرت	بسته	بسته	انبساط بی‌دررو	↓
تخلیه	بسته	باز	هم‌حجم	ساکن
ضربهٔ خروج گاز	بسته	باز	تراکم هم‌فشار	↓

۵۶- چند مورد از موارد زیر، معادل یکای ضریب گذردهی الکتریکی خلأ است؟

الف ـ $\frac{\text{فاراد}}{\text{متر}}$ ب ـ $\frac{\text{کولن}}{\text{متر} \times \text{ولت}}$ ج ـ $\frac{\text{مربع کولن}}{\text{متر} \times \text{نیوتون}}$ د ـ $\frac{\text{مربع ثانیه} \times \text{مربع کولن}}{\text{مکعب متر} \times \text{کیلوگرم}}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

الف

طبق رابطهٔ زیر، یکای ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $\frac{F}{m}$ است.

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{dC}{A} \Rightarrow [\varepsilon_0] = \frac{m.F}{m^2} = \frac{F}{m} = \frac{\text{فاراد}}{\text{متر}} \quad (\checkmark)$$

ب

با استفاده از رابطهٔ ولتاژ و بار خازن داریم:

$$Q = CV \Rightarrow C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \text{فاراد} = \frac{\text{کولن}}{\text{ولت}}$$

$$\Rightarrow [\varepsilon_{\circ}] = \frac{\text{فاراد}}{\text{متر}} = \frac{\frac{\text{کولن}}{\text{ولت}}}{\text{متر}} = \frac{\text{کولن}}{\text{متر} \times \text{ولت}} \quad (\checkmark)$$

ج

این بار از رابطهٔ اختلاف پتانسیل استفاده می‌کنیم:

$$V = Ed \Rightarrow V = \frac{N}{C}.m = \frac{\text{متر} \times \text{نیوتون}}{\text{کولن}}$$

$$[\varepsilon_{\circ}] = \frac{\text{کولن}}{\text{ولت} \times \text{متر}} = \frac{\text{کولن}}{\text{متر} \times \frac{\text{متر} \times \text{نیوتون}}{\text{کولن}}} = \frac{(\text{کولن})^{۲}}{(\text{متر})^{۲} \times \text{نیوتون}} \quad (\times)$$

د

اگر در قسمت «ج»، به‌جای یکای نیوتون، معادل آن را قرار دهیم، داریم:

$$N = \frac{kg.m}{s^{۲}} = \frac{\text{متر} \times \text{کیلوگرم}}{(\text{ثانیه})^{۲}}$$

$$[\varepsilon_{\circ}] = \frac{(\text{کولن})^{۲}}{(\text{متر})^{۲} \times \text{نیوتون}} = \frac{(\text{کولن})^{۲}}{\frac{\text{متر} \times \text{کیلوگرم}}{(\text{ثانیه})^{۲}} \times (\text{متر})^{۲}} = \frac{(\text{کولن})^{۲} \times (\text{ثانیه})^{۲}}{(\text{متر})^{۳} \times \text{کیلوگرم}} \quad (\checkmark)$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

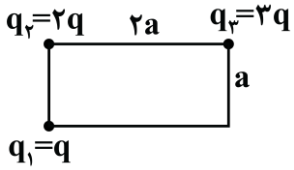
آنچه گذشت...

حالا که دیگه به کنکور نزدیک شدیم، بد نیست که توی یک جدول، یکاهای فرعی مهم کتاب درسی رو باهم مرور کنیم.

کمیت	یکای SI	یکای فرعی	فرمول مورد نیاز
تندی و سرعت	$\frac{m}{s}$	$\frac{m}{s}$	$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}$
شتاب	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{m}{s^2}$	$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{kg.m}{s^2}$	$F=ma$
انرژی	ژول (J)	$\frac{kg.m^2}{s^2}$	$W=Fd\cos\theta$
توان	وات (W)	$\frac{kg.m^2}{s^3}$	$P=\frac{W}{\Delta t}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m.s^2}$	$P=\frac{F}{A}$
میدان مغناطیسی	تسلا (T)	$\frac{kg}{A.s^2}$	$F=BIL\sin\theta$
شار مغناطیسی	وبر (Wb)	$\frac{kg.m^2}{A.s^2}$	$\Phi=AB\cos\theta$
ضریب القاوری	هانری (H)	$\frac{kg.m^2}{s^2A^2}$	$U=\frac{1}{2}LI^2$
مقاومت الکتریکی	اهم (Ω)	$\frac{kg.m^2}{A^2s^3}$	$R=\frac{V}{I}$
اختلاف پتانسیل	ولت (V)	$\frac{kg.m^2}{A.s^3}$	$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$
ظرفیت گرمایی	$\frac{J}{K}$	$\frac{kg.m^2}{s^2.K}$	$Q=C\Delta T$
گرمای ویژه	$\frac{J}{kg.K}$	$\frac{m^2}{s^2.K}$	$Q=mc\Delta T$
گرمای نهان	$\frac{J}{kg}$	$\frac{m^2}{s^2}$	$Q=mL_F$
میدان الکتریکی	$\frac{N}{C}$ یا $\frac{V}{m}$	$\frac{kg.m}{As^3}$	$E=\frac{V}{d}$ یا $E=\frac{F}{q}$
بار الکتریکی	کولن (C)	A.s	$\Delta q=I\Delta t$
تکانه	$\frac{kg.m}{s}$	$\frac{kg.m}{s}$	$p=mv$
شدت صوت	$\frac{W}{m^2}$	$\frac{kg}{s^3}$	$I=\frac{P}{A}$

ظرفیت خازن	فاراد (F)	$\frac{A^{۲}.s^{۴}}{kg.m^{۲}}$	$C=\frac{q}{V}$
ثابت فنر	$\frac{N}{m}$	$\frac{kg}{s^{۲}}$	$F=kx$
آهنگ شارش حجمی شاره	$\frac{m^{۳}}{s}$	$\frac{m^{۳}}{s}$	$I=Av$
ضریب ثابت کولن	$\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}$	$\frac{kg.m^{۳}}{A^{۲}.s^{۴}}$	$F=\frac{kq_{۱}q_{۲}}{r^{۲}}$
چگالی	$\frac{kg}{m^{۳}}$	$\frac{kg}{m^{۳}}$	$\rho=\frac{m}{V}$
ثابت عمومی گرانش	$\frac{N.m^{۲}}{kg^{۲}}$	$\frac{m^{۳}}{s^{۲}.kg}$	$F=\frac{Gm_{۱}m_{۲}}{r^{۲}}$
بسامد (فرکانس)	هرتز (Hz)	$s^{-۱}$	$f=\frac{۱}{T}$
ثابت پلانک	J.s	$\frac{kg.m^{۲}}{s}$	$E=nhf$
ضریب گذردهی الکتریکی خلأ	$\frac{C^{۲}}{N.m^{۲}}$	$\frac{A^{۲}.s^{۴}}{kg.m^{۳}}$	$k=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_{۰}}$
تراوایی مغناطیسی خلأ	$\frac{T.m}{A}$	$\frac{kg.m}{A^{۲}s^{۲}}$	$B=\frac{\mu_{۰}NI}{L}$

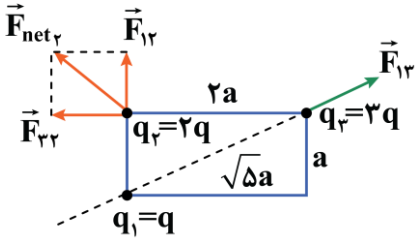
۵۷- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیلی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالصی که بر بار $q_{۲}$ وارد می‌شود، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی است که بار $q_{۱}$ به بار $q_{۳}$ وارد می‌کند؟



۱) $\frac{۵\sqrt{۱۳}}{۳}$
۲) $\frac{۲۵}{۶}$
۳) $\frac{۳۵}{۶}$
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_{۲}$ از طرف دو بار $q_{۱}$ و $q_{۳}$ را رسم می‌کنیم. چون دو نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ بر هم عمودند، بزرگی نیروی خالص وارد بر بار $q_{۲}$ از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید:



$$F_{net_{۲}}=\sqrt{F_{۱۲}^{۲}+F_{۳۲}^{۲}}$$

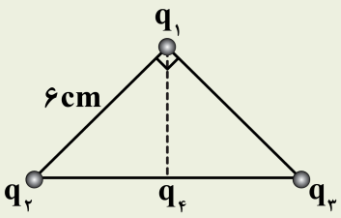
پس با استفاده از قانون کولن، نسبت $F_{net_۲}$ را به $F_{۱۳}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{net_۲}}{F_{۱۳}}=\frac{\sqrt{F_{۱۲}^۲+F_{۳۲}^۲}}{F_{۱۳}}\xrightarrow{F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}}\frac{F_{net_۲}}{F_{۱۳}}=\frac{\sqrt{(k\times\frac{q\times ۲q}{a^۲})^۲+(k\frac{۲q\times ۳q}{(۲a)^۲})^۲}}{k\frac{q\times ۳q}{(\sqrt{۵}a)^۲}}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن } k،q \text{ و } a}\frac{F_{net_۲}}{F_{۱۳}}=\frac{\sqrt{۴+\frac{۹}{۴}}}{\frac{۳}{۵}}=\frac{۲۵}{۶}$$

آزمون سراسری تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳

۶۲- مطابق شکل، ذره‌های باردار $q_۱=-q_۲=q_۳=۳\mu C$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار دارند. بار $q_۴=-۳\mu C$ وسط خط واصل بارهای $q_۲$ و $q_۳$ قرار دارد. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۱$ چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۴$ است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۳۰}}{۱۰}$
۳) ۲
۴) $\frac{\sqrt{۲۰}}{۲}$

پاسخ تشریحی:

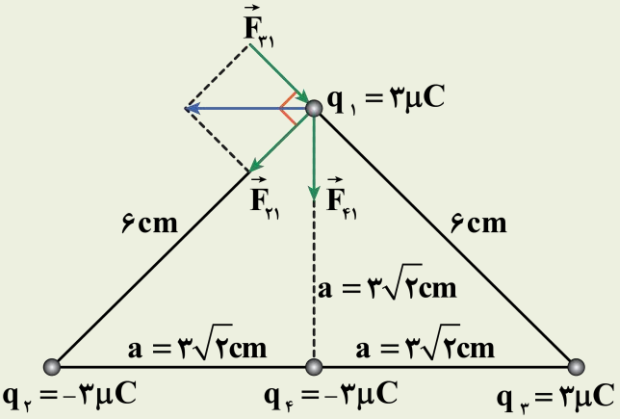
ابتدا طول a را به‌دست می‌آوریم:

$$a^۲+a^۲=۳۶\Rightarrow a=۳\sqrt{۲}cm$$

در این سؤال نسبت دو نیرو خواسته شده پس نیازی به نوشتن k و تبدیل یکا نیست چون از صورت و مخرج خط می‌خورد:

$$F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow F\propto\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

گام اول: نیروی خالص وارد بر $q_۱$:



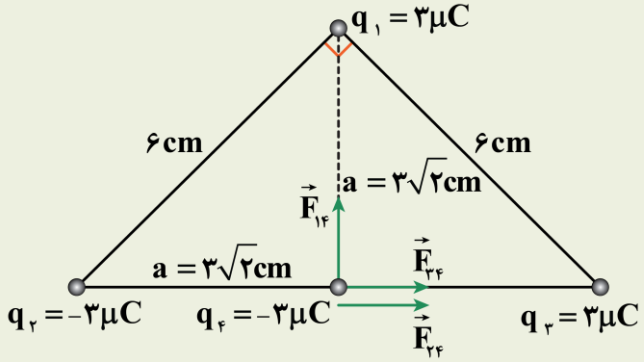
$$F_{۴۱}=\frac{۳\times ۳}{(۳\sqrt{۲})^۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$F_{۳۱}=F_{۲۱}=\frac{۳\times ۳}{۶^۲}=\frac{۱}{۴}$$

برایند $\vec{F}_{۳۱}$ و $\vec{F}_{۲۱}$: $F=F_{۳۱}\sqrt{۲}=\frac{۱}{۴}\sqrt{۲}$

برایند $\vec{F}_{۴۱}$ و $\vec{F}$: $F_{t_۱}=\sqrt{(\frac{۱}{۴}\sqrt{۲})^۲+(\frac{۱}{۲})^۲}=\frac{\sqrt{۶}}{۴}$

گام آخر: نیروی خالص وارد بر $q_۴$:



$$F_{۱۴}=F_{۳۴}=F_{۲۴}=\frac{۳\times ۳}{(۳\sqrt{۲})^۲}=\frac{۱}{۲}$$

برایند $\vec{F}_{۲۴}$ و $\vec{F}_{۳۴}$: $F'=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}=۱$

برایند $\vec{F}_{۱۴}$ و $\vec{F}'$: $F_{t_۴}=\sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲+۱^۲}=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{F_{t_1}}{F_{t_4}}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{4}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

ماز

۵۸- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^4\ \frac{N}{C}$، ذرهٔ باردار به جرم $100g$ و بار $2\mu C$ را رها می‌کنیم. سرعت ذره پس از طی مسافت $10cm$ به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (از نیروی وزن صرف‌نظر شده است.)

۱) ۰/۲ ۲) ۲ ۳) ۰/۴ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ استدلالی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

ابتدا باید تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب کنیم:

$$|\Delta U|=|Eqd|=10^4\times2\times10^{-6}\times0/1=2\times10^{-3}\,J$$

کام آخر

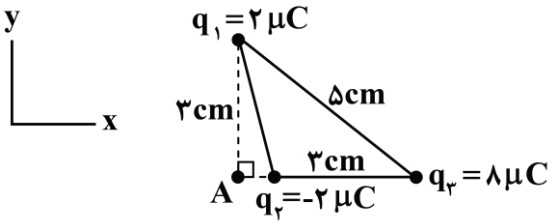
طبق پایستگی انرژی، تغییرات انرژی جنبشی هم‌اندازهٔ تغییرات انرژی پتانسیل است:

$$|\Delta K|=|\Delta U|\Rightarrow K=2\times10^{-3}\,J\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2}2\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times0/1\times v^2\Rightarrow v=0/2\,\frac{m}{s}$$

ماز

۵۹- مطابق شکل زیر، ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای در ۳ رأس مثلثی ثابت شده‌اند. بردار میدان الکتریکی در نقطهٔ A در SI کدام است؟

$$(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$



۱) $13/5\times10^7\vec{i}-2\times10^7\vec{j}$

۲) $22/5\times10^7\vec{i}-2\times10^7\vec{j}$

۳) $-13/5\times10^7\vec{i}-4\times10^7\vec{j}$

۴) $-22/5\times10^7\vec{i}-4\times10^7\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

اندازه و جهت میدان بار q_1 را در نقطهٔ A پیدا می‌کنیم. چون بار q_1 مثبت است، میدان آن در نقطهٔ A به سمت پایین است.



$$E_1=\left|\frac{kq_1}{r_1^2}\right|\xrightarrow[q_1=2\times10^{-6}C\,,\,r_1=3\times10^{-2}m]{k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}}E_1=\left|\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2}\right|=2\times10^7\,\frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow\vec{E}_1=-2\times10^7\,\frac{N}{C}\,\vec{j}$$

گام دوم

اندازه و جهت میدان بارهای $q_۲$ و $q_۳$ در نقطهٔ A را محاسبه کرده و برایند آن‌ها را به‌دست می‌آوریم. طبق رابطهٔ فیثاغورس، فاصلهٔ بار $q_۳$ از نقطهٔ A، ۴cm می‌باشد. همچنین چون بار $q_۲$ منفی است، میدان آن به سمت راست است و چون بار $q_۳$ مثبت است، میدان آن به سمت چپ است.

$$E_۲=\left|\frac{kq_۲}{r_۲^۲}\right| \xrightarrow[r_۲=۱\times۱۰^{-۲}m]{q_۲=-۲\times۱۰^{-۶}C} E_۲=\left|\frac{۹\times۱۰^۹\times(-۲)\times۱۰^{-۶}}{(۱۰^{-۲})^۲}\right|=۱۸\times۱۰^۷\frac{N}{C}$$

$$E_۳=\left|\frac{kq_۳}{r_۳^۲}\right| \xrightarrow[r_۳=۴\times۱۰^{-۲}m]{q_۳=۸\times۱۰^{-۶}C} E_۳=\left|\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}}{(۴\times۱۰^{-۲})^۲}\right|=۴/۵\times۱۰^۷\frac{N}{C}$$



$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_۳=-۴/۵\times۱۰^۷\frac{N}{C}\vec{i}\\ \vec{E}_۲=۱۸\times۱۰^۷\frac{N}{C}\vec{i}\end{array}\right\}\Rightarrow\vec{E}_{۲,۳}=\vec{E}_۲+\vec{E}_۳=۱۸\times۱۰^۷\vec{i}-۴/۵\times۱۰^۷\vec{i}=۱۳/۵\times۱۰^۷\frac{N}{C}\vec{i}$$

گام آخر

درنهایت میدان برایند در نقطهٔ A را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{E}_{net}=\vec{E}_{۲,۳}+\vec{E}_۱=(۱۳/۵\times۱۰^۷\vec{i}-۲\times۱۰^۷\vec{j})\frac{N}{C}$$

۶۰- دی‌الکتریک خازنی را که دو سر آن به اختلاف پتانسیل ثابت ۲۰V وصل است، از هوا به پلاستیک تغییر می‌دهیم. اگر انرژی ذخیره‌شده در آن ۱۴۰μJ افزایش یابد، ظرفیت اولیهٔ خازن چند نانوفاراد بوده است؟ ($\kappa_{\text{پلاستیک}}=۳$)

۱) ۳۵۰ ۲) ۰/۱ ۳) ۱۰۰ ۴) ۰/۳۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۹ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا می‌دانیم با گذاشتن پلاستیک به‌عنوان دی‌الکتریک، طبق فرمول $C=\frac{\kappa\varepsilon_۰A}{d}$ ظرفیت خازن ۳ برابر می‌شود. از طرفی با توجه به ثابت بودن ولتاژ خازن داریم:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۲}{C_۱}\times(\frac{V_۲}{V_۱})^۲\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۳}{۱}\times(\frac{۲۰}{۲۰})^۲\Rightarrow\frac{U_۲}{U_۱}=۳$$

$$U_۱+۱۴۰\mu J=U_۲\Rightarrow U_۱+۱۴۰\times۱۰^{-۶}=۳U_۱\Rightarrow U_۱=۷۰\times۱۰^{-۶}J$$

حال که انرژی اولیهٔ خازن را می‌دانیم، می‌توانیم ظرفیت اولیهٔ آن را به‌دست آوریم:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\Rightarrow۷۰\times۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۲}\times C\times(۲۰)^۲\Rightarrow C=۳۵\times۱۰^{-۸}=۳۵۰nF$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۴

۷۰- ظرفیت خازن تختی ۵/۰nF و بار الکتریکی آن ۴۵nC است و بین صفحه‌های این خازن، هوا است. خازن را از باتری جدا و فاصلهٔ صفحه‌های آن را ۲ برابر می‌کنیم. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند نانوژول تغییر می‌کند؟

۱) $۸/۱۰\times۱۰^۲$ ۲) $۲/۰۲۵\times۱۰^۲$ ۳) $۲/۰۲\times۱۰^۲$ ۴) $۱/۰۱\times۱۰^۲$

پاسخ تشریحی:

گام اول: چون فاصلهٔ صفحات خازن ۲ برابر شده است؛ بنابراین به کمک رابطهٔ $C=\frac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d}$ داریم:

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{d_۱}{d_۲}\xrightarrow{C_۱=۵nF\ ,\ d_۲=۲d_۱}\frac{C_۲}{۵}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow C_۲=\frac{۵}{۲}nF$$

گام آخر: چون خازن از باتری جدا شده است، پس بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند و برای محاسبهٔ تغییر انرژی خازن بهتر است از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ استفاده کنیم:

$$U_۲-U_۱=\frac{۱}{۲}Q^۲(\frac{۱}{C_۲}-\frac{۱}{C_۱})\xrightarrow{Q=۴۵nC\ ,\ C_۱=۵nF\ ,\ C_۲=\frac{۵}{۲}nF}U_۲-U_۱=\frac{۱}{۲}\times(۴۵)^۲\times(\frac{۱}{\frac{۵}{۲}}-\frac{۱}{۵})$$

$$\Rightarrow U_۲-U_۱=\frac{۴۰۵}{۲}=۲۰۲/۵nJ=۲/۰۲۵\times۱۰^۲nJ$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۶۱- دو کرهٔ فلزی یکسان A و B به شعاع‌های ۴cm و دارای بارهای الکتریکی $q_A=۱۸\mu C$ و $q_B=-۶\mu C$ را به‌هم تماس داده و از هم جدا می‌کنیم. چگالی سطحی بار کرهٔ B چند $\frac{\mu C}{m^۲}$ تغییر می‌کند؟ $(\pi=۳)$

۱) +۴۲۵ ۲) -۶۲۵ ۳) +۶۲۵ ۴) -۴۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۹ ـ ۱۱۰۱)

راه نجات سریع

اول از بار کره‌ها میانگین بگیر تا بارشون بعد از تماس رو به‌دست بیاری، بعدش چگالی سطحی بار رو توی هر دو حالت محاسبه کن.

گام اول

ابتدا بار کره‌ها را پس از تماس به‌دست می‌آوریم:

بار کره‌ها پس از تماس: $q'=\frac{q_A+q_B}{۲}=\frac{۱۸-۶}{۲}=۶\mu C$

گام آخر

حال چگالی سطحی بار کرهٔ B را قبل و بعد از تماس نوشته و تغییرات آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l}\sigma_۱=\frac{q_B}{A}\\ \sigma_۲=\frac{q'}{A}\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta\sigma=\sigma_۲-\sigma_۱=\frac{q'-q_B}{۴\pi r^۲}\Rightarrow\Delta\sigma=\frac{۶-(-۶)}{۴\times۳\times۱۶\times۱۰^{-۴}}=۶۲۵\frac{\mu C}{m^۲}$$

۶۲- باتری A ابتدا ۲۰۰mAh را با جریان متوسط ۴A و سپس ۳۰۰mAh را با جریان متوسط ۱/۵A خالی می‌کند و کامل تخلیه می‌شود. باتری B نیز ابتدا ۶۰۰mAh را با جریان متوسط I' و سپس ۱۸۰۰mAh را با جریان متوسط $۲I'$ خالی می‌کند و کامل تخلیه می‌شود. اگر مدت‌زمان تخلیهٔ دو باتری یکسان باشد، I' چند آمپر است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۱۰۲)

میلی‌آمپر ـ ساعت، یکای بار الکتریکی (Δq) است.

طبق رابطهٔ جریان متوسط، داریم:

$$I_{av}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta q}{I_{av}}$$

با توجه به این‌که زمان تخلیهٔ دو باتری، برابر است، I' را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta t_A=\Delta t_B\Rightarrow (\frac{\Delta q_۱}{I_{av_۱}}+\frac{\Delta q_۲}{I_{av_۲}})_A=(\frac{\Delta q_۱}{I_{av_۱}}+\frac{\Delta q_۲}{I_{av_۲}})_B$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۲}{۴}+\frac{۰/۳}{۱/۵}=\frac{۰/۶}{I'}+\frac{۱/۸}{۲I'}\Rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۲I'}\Rightarrow I'=۶A$$

توجه کنید که در روابط بالا، نیازی به تبدیل A.h به SI نیست.

ماز

۶۳- دو سیم هم‌جنس A و B که طول و قطر مقطع سیم A دو برابر طول و قطر مقطع سیم B است را به‌صورت موازی به‌هم بسته و به دو سر آن‌ها اختلاف پتانسیل V را وصل می‌کنیم. جریان الکتریکی عبوری از سیم B چند درصد کم‌تر از جریان الکتریکی عبوری از سیم A است؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

راه نجات سریع

اول با کمک رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت سیم‌ها رو مقایسه کن، بعدش با توجه به این‌که جریان در مقاومت‌های موازی با مقدار مقاومت رابطهٔ معکوس داره، جریان سیم‌ها رو باهم مقایسه کن.

کام اول

می‌دانیم دو سیم که به‌طور موازی بسته می‌شوند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها باهم برابر است:

$$V_A=V_B\Rightarrow I_AR_A=I_BR_B\Rightarrow \frac{I_B}{I_A}=\frac{R_A}{R_B}$$

کام آخر

به کمک رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ و $A=\frac{\pi D^۲}{۴}$ خواهیم داشت:

$$\frac{I_B}{I_A}=\frac{R_A}{R_B}\Rightarrow \frac{I_B}{I_A}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^۲=۲\times(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۲}=۵۰٪$$

جریان I_B، ٪۵۰ کم‌تر از I_A است.

آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

۶۴- جنس و دمای دو سیم استوانه‌ای A و B یکسان است. اگر طول سیم A دو برابر طول سیم B و جرم آن نصف جرم B باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت سیم B است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

پاسخ تشریحی:

ابتدا نسبت سطح مقطع سیم‌ها را با کمک چگالی و جرم آن‌ها به‌دست می‌آوریم:

$$m_A = \frac{۱}{۲} m_B \Rightarrow \rho'_A V_A = \frac{۱}{۲} \rho'_B V_B \Rightarrow V_A = \frac{۱}{۲} V_B$$

$$\Rightarrow L_A A_A = \frac{۱}{۲} L_B A_B \Rightarrow ۲ L_B A_A = \frac{۱}{۲} L_B A_B \Rightarrow A_A = \frac{۱}{۴} A_B$$

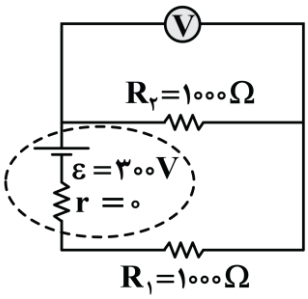
بنابراین نسبت مقاومت سیم‌ها برابر است با:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = ۱ \times ۲ \times ۴ = ۸$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۶۴- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت ولت‌سنج ۱۰۰۰Ω باشد، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، چند ولت است؟

۱) ۳۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۱۰۰
۴) ۵۰



پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۱ ـ ۱۱۰۲)

کام اول

با توجه به غیرآرمانی بودن ولت‌سنج، مقاومت معادل را می‌یابیم:

$$R_{۲,V} = \frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲,V} = ۱۵۰۰\Omega$$

کام دوم

جریان در کل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۳۰۰}{۱۵۰۰ + ۰} = ۰/۲A$$

کام آخر

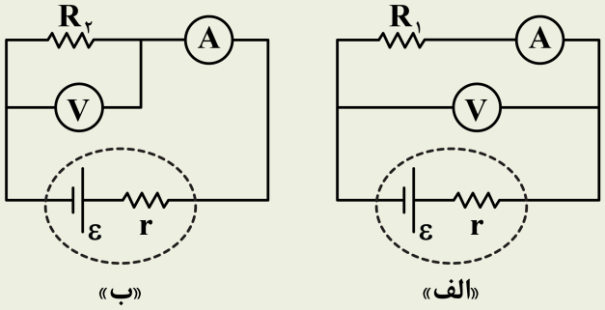
اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج برابر است با:

$$V = IR_{۲,V} = ۰/۲ \times ۵۰۰ = ۱۰۰V$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۴

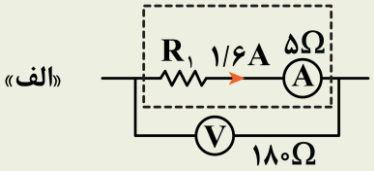
۶۷- در مدارهای شکل زیر، مقاومت آمپرسنج و ولت‌سنج، به‌ترتیب، 5Ω و 180Ω است. اگر در مدار «الف» آمپرسنج $1/6A$ و ولت‌سنج $72V$ را نشان دهد و در مدار «ب» آمپرسنج $0/82A$ و ولت‌سنج $73/8V$ را نشان دهد، R_1 و R_2 چند اُهم هستند؟

۱) ۴۰ و ۹۰
۲) ۵۰ و ۹۰
۳) ۴۰ و ۱۸۰
۴) ۵۰ و ۱۸۰



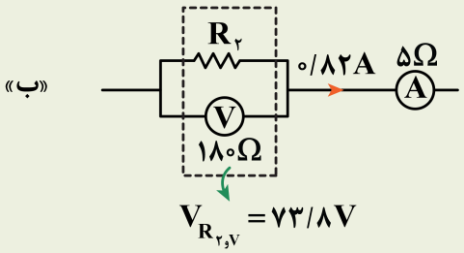
پاسخ تشریحی:

در مدار «الف» مقاومت R_1 با مقاومت آمپرسنج متوالی و مجموعه با مقاومت ولت‌سنج موازی است؛ بنابراین داریم:



$$V_{R_1}+\underbrace{V_A}_{R_A I_A=5(1/6)}=72V\Rightarrow V_{R_1}=64V\Rightarrow R_1\times 1/6=64$$
$$\Rightarrow R_1=40\Omega$$

در مدار (ب) مقاومت R_2 با مقاومت ولت‌سنج موازی و مجموعه با مقاومت آمپرسنج متوالی است؛ بنابراین داریم:

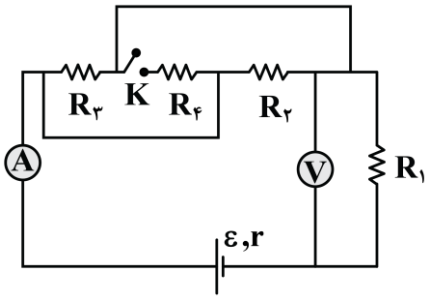


$$V_{R_{2,V}}=73/8V\Rightarrow R_{2,V}\times 0/82=73/8\Rightarrow R_{2,V}=90\Omega$$
$$\underbrace{R_{2,V}}_{\text{موازی}}\Rightarrow\frac{R_2\times 180}{R_2+180}=90\Rightarrow R_2=180\Omega$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۶۵- **در شکل زیر با بستن کلید K مقداری که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟**

۱) افزایش، افزایش
۲) کاهش، کاهش
۳) کاهش، افزایش
۴) افزایش، کاهش



پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

گام اول

قبل از بستن کلید، مقاومت R_3 و R_2 باهم موازی‌اند و بعد از بستن کلید، مقاومت R_4 به این مقاومت‌های موازی اضافه می‌شود. با افزایش تعداد مقاومت‌های موازی، مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

گام دوم

با کاهش مقاومت معادل، جریان اصلی مدار افزایش می‌یابد؛ بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد افزایش می‌یابد.

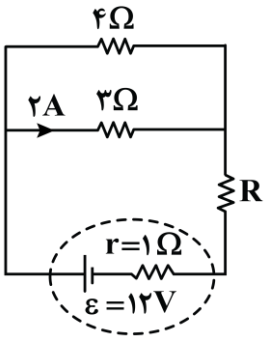
کام آخر

جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ همان جریان کل مدار است؛ بنابراین با افزایش جریان کل، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ افزایش می‌یابد.

$V_۱ = \overset{\text{افزایش}}{I}\ \underset{\text{ثابت}}{R_۱} \Rightarrow$ افزایش می‌یابد. $V_۱$

ماز

۶۶- در شکل مقابل، توان مصرفی مقاومت R چند وات است؟



۱) ۴/۷۵

۲) ۸/۷۵

۳) ۹/۵

۴) ۱۷/۵

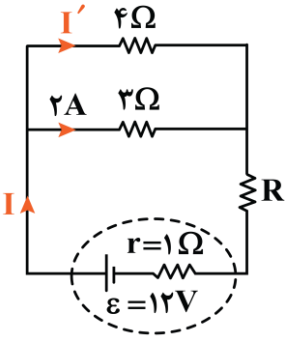
پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

روش اول

کام اول

محاسبهٔ جریان‌ها

جریان اصلی مدار را I و جریان گذرنده از مقاومت ۴ اُهمی را I' درنظر می‌گیریم:



$$۴\Omega \text{ با } ۳\Omega \text{ موازی}: V_{۴\Omega} = V_{۳\Omega} \Rightarrow ۴I' = ۳ \times ۲$$

$$\Rightarrow I' = ۱/۵A \Rightarrow I = I' + ۲ = ۳/۵A$$

کام دوم

توان مصرفی مقاومت‌های ۳Ω و ۴Ω و توان خروجی مولد را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} P_{۳\Omega} = ۳ \times ۲^۲ = ۱۲W \\ P_{۴\Omega} = ۴ \times ۱/۵^۲ = ۴ \times ۲/۲۵ = ۹W \\ P_{\text{خروجی مولد}} = \varepsilon I - rI^۲ = ۱۲ \times ۳/۵ - ۱ \times ۳/۵^۲ = ۴۲ - ۱۲/۲۵ = ۲۹/۷۵W \end{cases}$$

کام آخر

درنهایت توان مصرفی مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

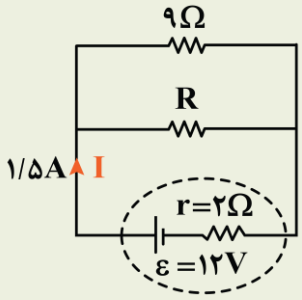
$$P_{\text{خروجی مولد}} = P_{۳\Omega} + P_{۴\Omega} + P_R \Rightarrow ۲۹/۷۵ = ۱۲ + ۹ + P_R \Rightarrow P_R = ۸/۷۵W$$

روش دوم

می‌توانیم بعد از محاسبهٔ جریان عبوری از R، مقاومت معادل و سپس مقدار R را محاسبه کرده و در انتها به کمک رابطهٔ $P = RI^۲$ توان مصرفی R را بیابیم.

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۱

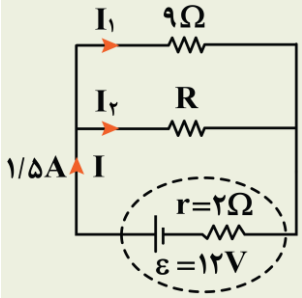
۷۰- در شکل مقابل، توان مصرفی مقاومت R، چند وات است؟



۱) ۴/۵
۲) ۹
۳) ۱۳/۵
۴) ۱۸

پاسخ تشریحی:

ولتاژ باتری را محاسبه می‌کنیم و با کمک آن، جریان‌های I_1 و I_2 را به‌دست می‌آوریم.



$$V = \varepsilon - rI = ۱۲ - ۲\times ۱/۵ = ۹V$$

$$V_۹ = ۹I_۱ \Rightarrow ۹ = ۹I_۱ \Rightarrow I_۱ = ۱A$$

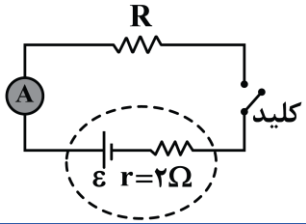
$$I = I_۱ + I_۲ \Rightarrow ۱/۵ = ۱ + I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۰/۵A$$

توان مصرفی مقاومت R برابر است با:

$$P_۲ = VI_۲ = ۹\times ۰/۵ = ۴/۵W$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

۶۷- **در مدار شکل زیر با بستن کلید، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد ۴۰ درصد کاهش یافته و توان خروجی مولد ۹W بیش‌تر از توان تلف‌شده در درون مولد می‌شود. مقدار جریان نشان‌داده‌شده توسط آمپرسنج ایده‌آل در حالت کلید بسته چند آمپر است؟**



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۶۹ ـ ۱۱۰۲)

کلام اول

در حالتی که کلید باز است، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد برابر با نیروی محرکهٔ آن است $(V_۱ = \varepsilon)$. وقتی کلید را وصل می‌کنیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R است.

$$V_۲ = \varepsilon - rI = RI \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V_۲ = \frac{R\varepsilon}{R+r} = \frac{R\varepsilon}{R+۲}$$

کلام دوم

می‌دانیم با بسته شدن کلید، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد ٪۴۰ کاهش می‌یابد و داریم:

$$V_۲ = (۱-۰/۴)V_۱ = ۰/۶V_۱ \Rightarrow \frac{R\varepsilon}{R+۲} = ۰/۶\varepsilon \Rightarrow R = ۰/۶R + ۱/۲ \Rightarrow ۰/۴R = ۱/۲ \Rightarrow R = ۳\Omega$$

گام سوم

توان خروجی (P_O) و توان تلف‌شده در درون مولد (P_L) را برحسب ε^2 حساب می‌کنیم:

$$P_O = \varepsilon I - rI^2 = RI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P_O = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} = \frac{3}{25}\varepsilon^2$$

$$P_L = rI^2 \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P_L = \frac{\varepsilon^2 r}{(R+r)^2} = \frac{2}{25}\varepsilon^2$$

گام چهارم

توان خروجی $9W$ بیش‌تر از توان تلف‌شده در مولد است، پس داریم:

$$P_O - P_L = \frac{3}{25}\varepsilon^2 - \frac{2}{25}\varepsilon^2 = \frac{1}{25}\varepsilon^2 \xrightarrow{P_O - P_L = 9W} \frac{1}{25}\varepsilon^2 = 9 \Rightarrow \varepsilon^2 = 9\times 25 \Rightarrow \varepsilon = 15V$$

گام آخر

درنهایت به‌راحتی جریان آمپرسنج را به‌دست می‌آوریم:

جریان نشان‌داده‌شده توسط آمپرسنج: $I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{15}{5} = 3A$

راهنمای زرنگ‌بازی

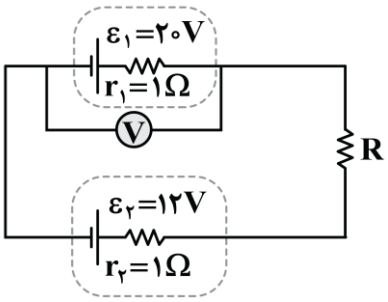
پس از محاسبهٔ $R = 3\Omega$، می‌توانستیم با روش زیر هم سؤال را حل کنیم.

$$\begin{cases} P_O = RI^2 \\ P_L = rI^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_O}{P_L} = \frac{R}{r} \Rightarrow \frac{P_O}{P_O - 9} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_O = 27W \xrightarrow[R=3\Omega]{P_O = RI^2} 3I^2 = 27 \Rightarrow I^2 = 9 \Rightarrow I = 3A$$

ماز

۶۸- در مدار زیر، ولت‌سنج آرمانی $18V$ را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، چند ولت است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۱
۴) ۶



پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶۶ ـ ۱۱۰۲)

گام اول

$\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است؛ بنابراین جریان از قطب مثبت ε_1 خارج می‌شود. برای محاسبهٔ جریان می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{20-12}{R+2} = \frac{8}{R+2} \quad (1)$$

گام دوم

اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_1 به‌عنوان مولد از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$V_1 = \varepsilon_1 - Ir_1 \Rightarrow 18 = 20 - I\times 1 \Rightarrow I = 2A$$

با توجه به رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{۸}{R+۲}=۲\Rightarrow R=۲\Omega$$

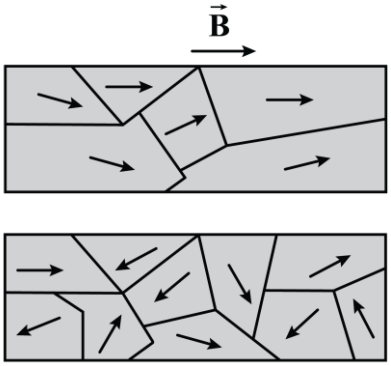
کام آخر

در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر است با:

$$V=IR=۲\times ۲=۴V$$

ماز

۶۹- شکل «الف» حوزه‌های مغناطیسی ماده‌ای را درون میدان خارجی $\vec{B}$ نشان می‌دهد. شکل «ب» همان ماده را بلافاصله پس از حذف میدان $\vec{B}$ نشان می‌دهد. این ماده در کدام دسته از مواد مغناطیسی قرار می‌گیرد؟

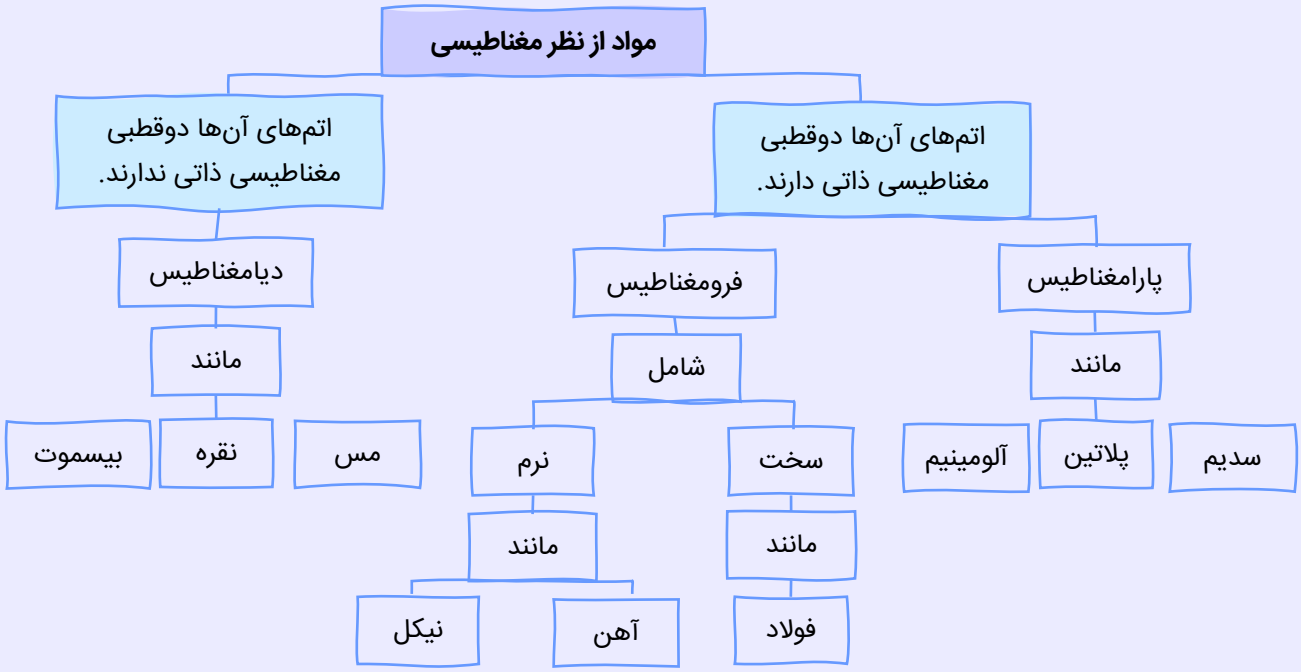


۱) فرومغناطیس نرم
۲) فرومغناطیس سخت
۳) پارامغناطیس
۴) دیامغناطیس

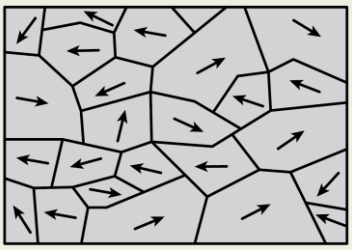
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۳ ـ ۱۱۰۳)

ماده دارای حوزه‌های مغناطیسی است؛ بنابراین یک مادهٔ فرومغناطیس است. با توجه به این‌که پس از حذف میدان، بلافاصله حوزه‌ها به‌صورت کاتوره‌ای جهت‌گیری کرده‌اند و خاصیت مغناطیسی خالص از بین رفته، این ماده یک فرومغناطیس نرم است.

جمع‌بندی ویژگی‌های مغناطیسی مواد



آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۳



۶۹- شکل زیر مربوط به کدام مادهٔ مغناطیسی است و آن ماده در چه شرایطی قرار دارد؟

۱) مادهٔ فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
۲) مادهٔ پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
۳) مادهٔ پارامغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی
۴) مادهٔ فرومغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی

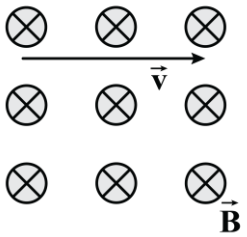
پاسخ تشریحی:

با توجه به نکات فوق، گزینهٔ «۱» درست است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

ماز

۷۰- ذره‌ای باردار مطابق شکل، در یک میدان مغناطیسی درون‌سو به‌اندازهٔ ۱۰۰G و میدان الکتریکی یکنواخت با سرعت ثابت $۱۰^۴ \frac{m}{s}$ به‌صورت افقی درحال حرکت است. اندازهٔ میدان الکتریکی چند واحد SI است و جهت آن کدام است؟ (نیروی وزن ناچیز است.)



۱) ۱۰۰، پایین

۲) ۱۰۰۰، پایین

۳) ۱۰۰، بالا

۴) ۱۰۰۰، بالا

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

وقتی ذره با سرعت ثابت حرکت می‌کند، یعنی نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره همدیگر را خنثی می‌کنند تا نیروی خالصی به جسم وارد نشود. پس داریم:

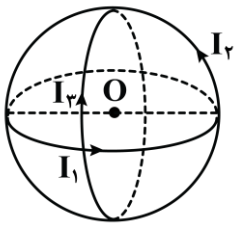
$$F_E = F_B \Rightarrow E|q| = |q|vB \Rightarrow E = vB$$

$$E = ۱۰^۴ \times ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ \Rightarrow E = ۱۰۰ \frac{N}{C}$$

از آنجایی که جنس بار ذره مشخص نیست، یک‌بار ذره را مثبت و بار دیگر منفی فرض می‌کنیم و در هر دو حالت، جهت میدان الکتریکی باید به پایین باشد تا جهت نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی در خلاف جهت باشند.

ماز

۷۱- مطابق شکل زیر، سه حلقهٔ هم‌جنس که شعاع هر یک ۲۰cm است، با جریان یکسان ۳A هم‌مرکز با یکدیگر هستند و سطح هر حلقه بر دو حلقهٔ دیگر عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند تسلا است؟ $(\mu_۰ = ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$



۱) $۹ \times ۱۰^{-۶} \sqrt{۳}$

۲) $۹ \times ۱۰^{-۶} \pi \sqrt{۳}$

۳) $۹ \times ۱۰^{-۴} \sqrt{۳}$

۴) $۹ \times ۱۰^{-۴} \pi \sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۱۰۳)

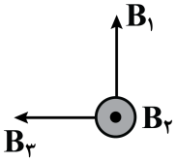
کام اول

از آنجایی که شعاع و جریان در هر سه حلقه برابر است، میدان مغناطیسی آن‌ها در نقطهٔ O برابر باهم خواهد شد. درنتیجه:

$$B_۱ = B_۲ = B_۳ = \frac{\mu_۰ NI}{۲R} = \frac{۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۱ \times ۳}{۲ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۲}} = ۹ \times ۱۰^{-۶} T$$

کام دوم

با استفاده از قانون دست راست، میدان مغناطیسی ناشی از پیچه‌ها را در نقطهٔ O محاسبه می‌کنیم:



کام آخر

هر سه میدان مغناطیسی به‌هم عمودند، پس میدان برایند از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2} = B_1\sqrt{3} = 9\times10^{-6}\sqrt{3}\,T$$

ماز

۷۲- از یک سیملوله به طول $40cm$ که دارای ۲۰۰ حلقه سیم است، جریان الکتریکی $5A$ می‌گذرد. اگر از ذره‌ای خنثی به جرم ۲ میلی‌گرم، 10^{11} الکترون جدا کنیم و آن را با تندی $2000\frac{m}{s}$ بر روی محور سیملوله پرتاب کنیم، میدان سیملوله و شتاب حاصل از نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به‌ترتیب از راست به چپ چند واحد SI می‌شود؟ $(\mu_0 = 12\times10^{-7}\frac{T.m}{A}\ ,\ e = 1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۰/۰۰۱، صفر ۲) ۰/۰۰۱، ۰/۴۸ ۳) ۰/۰۰۳، صفر ۴) ۰/۰۰۳، ۰/۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۱۰۳)

کام اول

چون ذره موازی محور سیملوله پرتاب شده، زاویهٔ بین سرعت ذره و میدان مغناطیسی صفر است و طبق رابطهٔ $F = qvB\sin\theta$، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره صفر می‌شود؛ بنابراین شتاب حاصل از آن نیز برابر صفر است.

کام آخر

میدان مغناطیسی سیملوله برابر است با:

$$B = \mu_0\frac{NI}{\ell} = 12\times10^{-7}\times\frac{200\times5}{0/4} = 0/003T$$

ماز

۷۳- سطح پیچهٔ مسطحی شامل ۵۰۰ حلقه با سطح مقطع $50cm^2$، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $200G$ قرار دارد. اگر مقاومت پیچه 10Ω باشد و حلقه طوری بچرخد که سطح آن موازی با خطوط میدان مغناطیسی شود، اندازهٔ بار الکتریکی القایی شارش‌شده چند میلی‌کولن خواهد بود؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

با چرخش پیچه، زاویهٔ خطوط میدان با نیم‌خط عمود بر آن نیز تغییر خواهد کرد. در حالت اول، پیچه عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است؛ بنابراین $\theta = 0$ است و در حالت دوم، پیچه موازی با خطوط میدان است و $\theta = 90^\circ$ است، درنتیجه:

$$\Delta\Phi = AB(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) = 5\times10^{-3}\times2\times10^{-2}(\cos90^\circ - \cos0^\circ)$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = 10^{-4}(0-1) = -10^{-4}\,Wb$$

درنتیجه اندازهٔ بار الکتریکی القایی برابر است با:

$$\Delta q = \left|N\frac{\Delta\Phi}{R}\right| = \left|500\times\frac{-10^{-4}}{10}\right| = \left|-5\times10^{-3}C\right| = 5\times10^{-3}C = 5mC$$

سوتی‌های پرتکرار

بار شارش‌شده توسط القا ربطی به مدت‌زمان القا ندارد و از رابطهٔ $\Delta q = \frac{-N}{R}\Delta\Phi$ به‌دست می‌آید.

ماز

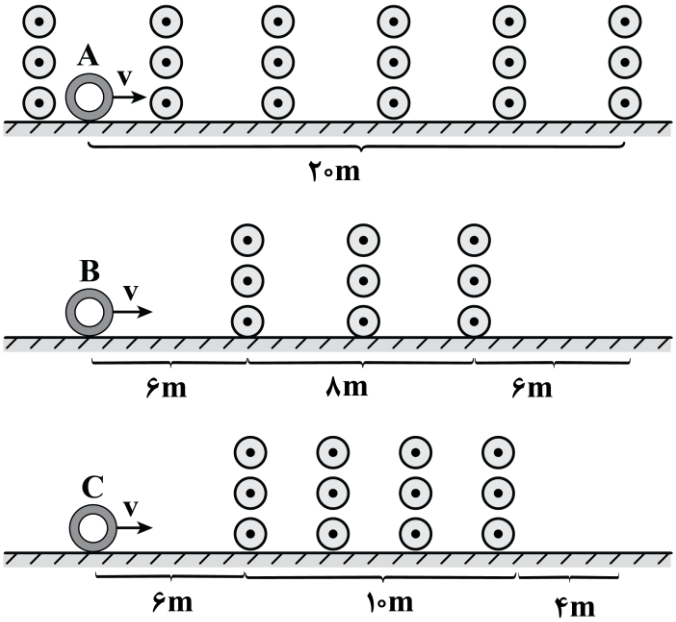
۷۴- سه حلقهٔ رسانای مشابه A، B و C مطابق شکل با سرعت اولیهٔ یکسان شروع به حرکت می‌کنند و مسافت ۲۰m را طی می‌کنند. مدت‌زمان طی شدن این مسافت برای حلقه‌های A، B و C به‌ترتیب t_A، t_B و t_C می‌باشد. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت و بزرگی آن برای هر سه حلقه یکسان باشد، کدام مقایسه درست است؟ (از اتلاف انرژی دراثر اصطکاک صرف‌نظر کنید.)

۱) $t_A < t_C < t_B$

۲) $t_A > t_B = t_C$

۳) $t_B = t_C > t_A$

۴) $t_A > t_C > t_B$



پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۱۰۴)

حلقهٔ A: از آن جهت که شار عبوری از حلقهٔ A در طول کل مسیر ثابت است، پس نه جریانی در آن القا می‌شود و نه نیرویی به آن وارد می‌شود؛ بنابراین حلقهٔ A با سرعت ثابتی برابر با سرعت اولیه به حرکت خود ادامه می‌دهد.

حلقهٔ B: هنگامی که حلقه ۶m را طی می‌کند وارد میدان مغناطیسی می‌شود و تغییر شار عبوری از حلقه باعث القای جریان می‌شود که طبق قانون دست راست، نیرویی در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود که باعث کاهش سرعت حلقه می‌شود.

حلقه بعد از وارد شدن به میدان ۸m مسافت را طی می‌کند و از میدان خارج می‌شود. در هنگام خروج از میدان باز هم تغییر شار باعث القای جریانی می‌شود که طبق قانون دست راست، نیرویی در خلاف جهت حرکت به حلقه وارد می‌شود که از سرعت آن می‌کاهد.

حلقهٔ C: حرکت حلقهٔ C هم مانند حلقهٔ B می‌باشد با این تفاوت که هنگامی که مانند حلقهٔ B، ۱۴m مسافت را طی کرد، ۲m دیگر هم با همان سرعت طی می‌کند و سپس از سرعت آن کاسته می‌شود، پس کل مدت‌زمان حرکت آن از حلقهٔ B کوتاه‌تر خواهد بود.

درنتیجه سریع‌ترین حلقه، حلقهٔ A و سپس حلقهٔ C و کندترین حلقه، حلقهٔ B است:

$$t_B > t_C > t_A$$

۷۵- از القاگری با ضریب القاوری ۴mH، جریان متناوبی با معادلهٔ $I = ۲\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$ در SI عبور می‌کند. در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۶۰۰}s$ برای دومین بار انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر ۶mJ خواهد بود. بسامد جریان متناوب چند هرتز است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۴ ـ ۱۱۰۴)

کام اول

ابتدا جریان عبوری را محاسبه می‌کنیم:

$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲ \Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times I^۲ \Rightarrow I^۲ = ۳ \Rightarrow I = \pm\sqrt{۳}\,A$$

دورهٔ جریان و سپس بسامد آن را محاسبه می‌کنیم:

$$I = ۲\sin\frac{۲\pi}{T}t \Rightarrow \sqrt{۳} = ۲\sin\frac{۲\pi}{T}t \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sin\frac{۲\pi}{T}t$$

$$\Rightarrow \sin\frac{۲\pi}{۳} = \sin\frac{۲\pi}{T} \times \frac{۱}{۶۰۰} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶۰۰T} \Rightarrow T = \frac{۱}{۲۰۰}s$$

$$\Rightarrow f = \frac{۱}{T} = ۲۰۰Hz$$

بودجه‌بندی این آزمون: جامع شیمی پایه
شیمی ۱ + شیمی ۲

سهم در کنکور: بودجه‌بندی این آزمون در مجموع ۲۲ الی ۲۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

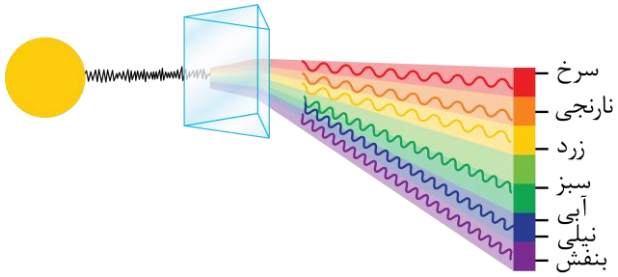
برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی

۷۶- کدام مورد درست است؟

۱) رنگین‌کمان، شامل بی‌نهایت طول موج مرئی بوده و در فرایند تشکیل آن، پرتوهای پرانرژی، بیشتر دچار شکست می‌شوند.
۲) با تغییر نوع آنیون موجود در ساختار یک ترکیب یونی مثل لیتیم سولفات، رنگ شعله این ترکیب دچار تغییر می‌شود.
۳) تفاوت طول موج پرتوهای مرئی سرخ و آبی، کمتر از تفاوت طول موج پرتوهای مرئی زرد و سبز است.
۴) در ایزوتوپ‌های مختلف لیتیم، تفاوت سطح انرژی لایه‌های الکترونی اول و دوم، متفاوت از هم است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ حفظی و مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۰۰۱)

رنگین‌کمان شامل بی‌نهایت طول موج مرئی و نامرئی است. در رنگین‌کمان، همانند عبور پرتو نور از منشور، پرتوهای کم‌انرژی‌تر (پرتوهایی که طول موج بلندتری دارند)، به میزان کمتری شکسته می‌شوند. تصویر زیر نیز نمایی از تجزیه نور خورشید به پرتوهای مختلف در برخورد با منشور را نشان می‌دهد:



نور خورشید

نور خورشید، اگرچه سفید به نظر می‌رسد اما با عبور از یک منشور و یا قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی، شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نور خورشید، شامل گستره بسیار بزرگ‌تری از این پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می‌کنند؛ به‌طوری‌که هر چه طول‌موج این پرتوها کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کنند. توجه داریم که میزان انحراف پرتوهای الکترومغناطیسی در منشور، با طول موج این پرتوها رابطه وارونه دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ رنگ شعله ترکیب‌های یونی وابسته به نوع کاتیون فلزی موجود در ساختار آن‌ها است. برای مثال رنگ شعله حاصل از سوختن دو ترکیب لیتیم سولفات و لیتیم کلرید، سرخ است؛ چراکه فلز موجود در این دو ترکیب مشابه هم است.

رنگ شعله نمک‌ها

بسیاری از نمک‌ها شعله رنگی دارند، به‌طوری‌که اگر مقداری از محلول نمک را با افشانه روی شعله بپاشیم، رنگ شعله تغییر می‌کند. به‌عنوان مثال، رنگ شعله فلز لیتیم و همه ترکیب‌های آن به رنگ سرخ است؛ از این رو می‌توان نتیجه گرفت که رنگ سرخ ایجاد شده در یک شعله می‌تواند نشان‌دهنده وجود عنصر لیتیم در آن باشد. در واقع از روی تغییر رنگ شعله می‌توان به وجود عنصر فلزی در آن پی برد. جدول زیر، رنگ شعله برخی فلزها و ترکیب‌های مختلف آن‌ها را نشان می‌دهد:

سبز	زرد	سرخ
مس (II) نیترات	سدیم نیترات	لیتیم نیترات
مس (II) سولفات	سدیم سولفات	لیتیم سولفات
فلز مس	فلز سدیم	فلز لیتیم

۳) طبق نمودار زیر، تفاوت طول موج پرتوهای مرئی سرخ و آبی، بیشتر از تفاوت طول موج پرتوهای مرئی زرد و سبز است.

بیشترین طول موج ← بنفش ← نیلی ← آبی ← سبز ← زرد ← نارنجی ← قرمز ← کم‌ترین طول موج

۴) در ایزوتوپ‌های مختلف لیتیم، شمار پروتون یکسان است؛ پس ویژگی‌های شیمیایی از جمله سطح انرژی لایه‌های الکترونی نیز مشابه است. به همین خاطر است که ایزوتوپ‌ها، طیف نشری-خطی مشابهی دارند.

کنکورشناسی: این سؤال برای آشنایی بیشتر شما با سؤال‌های کنکور سراسری، با ایده گرفتن از یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است.

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ برخی دانشمندان باور دارند که سرآغاز کیهان، با یک انفجار همراه بوده و طی آن، ذرات زیراتمی ایجاد شدند.

ب ـ از ذرات ^{235}U به‌عنوان سوخت هسته‌ای استفاده‌شده و فراوانی آن در اورانیم غنی شده، کمتر از ۰/۷ درصد است.

ج ـ در همه ایزوتوپ‌های طبیعی کلر، مجموع شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته بیش از ۲ برابر الکترون‌ها است.

د ـ مجموع شمار عناصر در طولانی‌ترین تناوب‌های جدول دوره‌ای، ۸ برابر شمار عناصر موجود در گروه ۱۲ است.

۱) «الف» و «ج»　　۲) «الف» و «د»　　۳) «ب» و «ج»　　۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۰۰۱)

عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) برخی (نه همه!) دانشمندان، بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است. در آن شرایط، پس از پدید آمدن ذره‌های زیراتمی (الکترون، نوترون و پروتون)، عنصرهای هیدروژن و هلیم پا به عرصه جهان گذاشتند. با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیم تولید شده، متراکم شده و مجموعه‌های گازی به نام سحابی را ایجاد کرد. بعدها این سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند. روند گفته شده در نمودار زیر نشان داده شده است:

سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره و کهکشان و عناصر سنگین شدند. ← با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیم متراکم شده و سحابی‌ها پدید آمدند. ← تولید عناصر هیدروژن و هلیم ← ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، نوترون و پروتون تولید شدند. ← در سرآغاز کیهان، طی انفجاری بزرگ (مهبانگ)، انرژی عظیمی آزاد شد.

ب) از ایزوتوپ ^{235}U که به اورانیم-۲۳۵ مشهور است، به‌عنوان سوخت هسته‌ای استفاده می‌شود. درصد فراوانی این ایزوتوپ در یک نمونه از اورانیم غنی نشده کمتر از ۰/۷٪ است. طی فرایند غنی‌سازی اورانیم، درصد جرمی ^{235}U افزایش یافته و بیشتر از ۰/۷ درصد می‌شود.

رادیو ایزوتوپ‌ها

رادیو ایزوتوپ‌ها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آن‌ها کرده است؛ به‌طوری‌که از آن‌ها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$) نخستین عنصری است که در واکنشگاه (راکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته d از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غدهٔ تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند. در واقع، همهٔ تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.

ج) کلر، عنصری با عدد اتمی ۱۷ است که در یک نمونه طبیعی از آن، دو ایزوتوپ مختلف با اعداد جرمی ۳۵ و ۳۷ یافت می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت در هر اتم کلر ۱۷ الکترون وجود دارد درحالی‌که شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم‌های کلر برابر با ۳۵ و یا ۳۷ عدد است. با توجه به توضیحات داده شده، در همه ایزوتوپ‌های طبیعی کلر، مجموع شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته بیشتر از ۲ برابر شمار الکترون‌ها است. توجه داریم که در یک نمونه طبیعی از کلر، درصد فراوانی ایزوتوپی با عدد جرمی ۳۵ بیشتر از ایزوتوپ دیگر است.

خواص ایزوتوپ‌ها

ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی (A) متفاوت هستند. با اینکه خواص شیمیایی ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر مشابه به هم است، اما خواص فیزیکی وابسته به جرم این ایزوتوپ‌ها متفاوت از هم است. چگالی، نمونه‌ای از خواص فیزیکی وابسته به جرم بوده که بین ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر متفاوت است. توجه داریم که پایداری یک ایزوتوپ، با درصد فراوانی و نیم‌عمر آن رابطه مستقیم دارد. به عبارت دیگر، هرچقدر که نیم‌عمر یک ایزوتوپ بیشتر باشد، پایداری آن ایزوتوپ نیز بیشتر خواهد بود. اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها بیشتر یا مساوی با ۱/۵ است، ناپایدار بوده و با مرور زمان متلاشی می‌شوند. به ایزوتوپ‌های ناپایدار، رادیو ایزوتوپ گفته می‌شود.

شمار عناصر موجود در تناوب‌های مختلف جدول دوره‌ای به شرح زیر است:

شماره تناوب	تعداد عناصر	دسته‌های عناصر	گاز نجیب موجود در انتهای تناوب	عدد اتمی گاز نجیب
۱	۲	s	هلیم	۲
۲	۸	$s-p$	نئون	۱۰
۳	۸	$s-p$	آرگون	۱۸
۴	۱۸	$s-p-d$	کریپتون	۳۶
۵	۱۸	$s-p-d$	زنون	۵۴
۶	۳۲	$s-p-d-f$	رادون	۸۶
۷	۳۲	$s-p-d-f$	اوگانسون	۱۱۸

همان‌طور که مشخص است، در هریک از تناوب‌های ۶ و ۷ جدول دوره‌ای ۳۲ عنصر وجود دارند، پس این دو تناوب مجموعاً حاوی ۶۴ عنصر هستند. گروه ۱۲ جدول دوره‌ای نیز آخرین گروه از دسته d این جدول است که در آن ۴ عنصر فلزی مختلف قرار گرفته‌اند.

۷۸- یک نمونه از کلر، دارای سه نوع ایزوتوپ مختلف است. اگر فراوانی ایزوتوپ‌های $^{۴۰}_{۱۷}X$ و $^{۳۸}_{۱۷}X$ این عنصر به ترتیب برابر با ۷۰ و ۲۰ درصد بوده و جرم اتمی میانگین این عنصر برابر ۳۹/۱ amu باشد، چند گرم از ایزوتوپ سوم این عنصر با ۲/۵ مول فلز منیزیم به‌طور کامل واکنش می‌دهد؟

۱) ۲۱۶ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۱۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۵ ـ ۱۰۰۱)

بررسی‌ها نشان می‌دهد که اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند، زیرا یک نمونه از عناصر مختلف، اغلب مخلوطی از چند ایزوتوپ مختلف هستند. ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت هستند. طبق فرض سؤال، فراوانی ایزوتوپ‌های $^{۴۰}_{۱۷}X$ و $^{۳۸}_{۱۷}X$ این عنصر به ترتیب برابر با ۷۰ و ۲۰ درصد است. توجه داریم که جمع فراوانی ایزوتوپ‌های سازنده یک عنصر برابر ۱۰۰٪ است؛ پس فراوانی ایزوتوپ سوم این عنصر در نمونه مورد نظر برابر با ۱۰ درصد $(۱۰۰ - (۷۰ + ۲۰) = ۱۰)$ است.

برای به‌دست آوردن جرم اتمی میانگین هر عنصر از فرمول کلی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + \cdots}{\text{جمع فراوانی‌ها}}$$

حال اطلاعات داده شده در صورت سؤال را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۳۹/۱ = \frac{(۷۰ \times ۴۰) + (۲۰ \times ۳۸) + (۱۰ \times X)}{۱۰۰} \Rightarrow X = ۳۵\ amu$$

با توجه به محاسبات انجام شده، عدد جرمی ایزوتوپ سوم عنصر مورد نظر برابر با ۳۵ است. این ایزوتوپ، معادل با $^{۳۵}_{۱۷}Cl$ بوده و جرم مولی آن با توجه به عدد جرمی مشخص شده، برابر با ۳۵ گرم بر مول می‌شود. واکنش کلر با فلز منیزیم، به‌صورت زیر است:

$$Mg(s) + Cl_۲(g) \rightarrow MgCl_۲(s)$$

بر این اساس، داریم:

$$?\ g\ ^{۳۵}_{۱۷}Cl = ۲/۵\ mol\ Mg \times \frac{۱\ mol\ Cl_۲}{۱\ mol\ Mg} \times \frac{۲\ mol\ ^{۳۵}_{۱۷}Cl}{۱\ mol\ Cl_۲} \times \frac{۳۵\ g\ ^{۳۵}_{۱۷}Cl}{۱\ mol\ ^{۳۵}_{۱۷}Cl} = ۱۷۵\ g$$

۷۹- در هر اتم از عنصر A، سومین لایه الکترونی به‌طور کامل پر بوده و ۸ الکترون با $l = ۰$ وجود دارد. کدام مورد زیر، در رابطه با این عنصر درست است؟

۱) در ساختار هر اتم از این عنصر، شمار الکترون‌هایی با $l = ۱$ می‌تواند با شمار الکترون‌هایی با $l = ۲$ برابر باشد.
۲) اگر عنصر A معادل با یک فلز باشد، این عنصر می‌تواند دو نوع کاتیون با بار الکتریکی مشخص را تولید کند.
۳) هر اتم از این عنصر، ممکن است بتواند ۲ الکترون با اتم‌های کلر به اشتراک گذاشته و ترکیب $ACl_۲$ را ایجاد کند.
۴) این عنصر، به یقین توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون با اتم فلوئور در یک واکنش شیمیایی را دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۱ ـ ۱۰۰۱)

طبق فرض سؤال، در هر اتم از عنصر A، سومین لایه الکترونی به‌طور کامل پر است (لایه سوم دارای ۱۸ الکترون بوده و حتی زیرلایه $۳d$ آن نیز به‌طور کامل پر است.) و ۸ الکترون با $l = ۰$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s) وجود دارد. آرایش الکترونی عنصر A به این صورت نوشته می‌شود:

$$A : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^n \quad (۰ \le n \le ۶)$$

بر این اساس، می‌توان گفت عنصر مورد نظر دارای عدد اتمی ۳۰ تا ۳۶ است. اگر $n = ۴$ باشد، آرایش الکترونی این عنصر به‌صورت زیر می‌شود:

$$Se : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^۴$$

این عنصر در گروه شانزدهم قرار دارد و با به اشتراک گذاشتن الکترون، ترکیب مولکولی $SeCl_۲$ را تولید می‌کند. این ماده، از جمله ترکیب‌های مولکولی به شمار می‌رود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در آرایش الکترونی این عنصر، شمار الکترون‌های با $l=۱$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه p) از شمار الکترون‌های با $l=۲$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه d) بیشتر است.

۲) اگر مقدار n در آرایش الکترونی این عنصر برابر با صفر یا ۱ باشد، عنصر A معادل با فلز $_{۳۰}Zn$ یا $_{۳۱}Ga$ می‌شود. هر دو فلز تنها یک نوع کاتیون تولید می‌کنند. کاتیون این دو فلز، به ترتیب معادل با $Zn^{۲+}$ و $Ga^{۳+}$ است.

۴) اگر این عنصر، معادل با یک عنصر فلزی مثل گالیم یا روی باشد، با عنصر فلوئور الکترون مبادله می‌کند و ترکیب یونی تولید می‌کند.

کنکورشناسی: این سؤال با ایده گرفتن از یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است!

۸۰- اتم A، با گرفتن دو الکترون و اتم B، با از دست دادن یک الکترون، به آرایش یک گاز نجیب مشابه دست پیدا کرده‌اند. تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، چند واحد بوده و اتم A، معادل با کدام عنصر زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۳ ـ $_{۳۴}Se$ ۲) ۳ ـ $_{۳۳}As$ ۳) ۴ ـ $_{۳۴}Se$ ۴) ۴ ـ $_{۳۳}As$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳۸ ـ ۱۰۰۱)

اگر به‌صورت فرضی، گاز نجیب $_{۳۶}Kr$ را در نظر بگیریم، آرایش الکترونی دو اتم A و B به این صورت نوشته می‌شود:

$$A : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^۴ \Rightarrow {}_{۳۴}Se$$

$$B : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^۶۵s^۱ \Rightarrow {}_{۳۷}Rb$$

تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، ۳ واحد است. اگر گاز نجیب مورد نظر نیز معادل با آرگون باشد، دو عنصر داده شده به ترتیب معادل با گوگرد و پتاسیم می‌شوند. اگر گاز نجیب مورد نظر معادل با نئون باشد، دو عنصر داده شده به ترتیب معادل با اکسیژن و سدیم می‌شوند. با توجه به توضیحات داده شده، اتم A عنصری از گروه شانزدهم جدول تناوبی است که با گرفتن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسد. عنصرهای $_{۳۴}Se$ و $_{۳۳}As$ به‌ترتیب در گروه شانزدهم و پانزدهم جدول تناوبی قرار دارند.

۸۱- واکنش $Li_2CO_3(s) + 2NH_3(g) \rightarrow 2LiOH(s) + CH_4N_2O(s)$، در شرایطی انجام می‌شود که چگالی گاز هیدروژن برابر با $0/1\ g.L^{-1}$ است. به ازای مصرف ۱۰۰ لیتر ماده گازی در این واکنش شیمیایی، چند گرم ماده آلی تولید خواهد شد؟
$(O = 16, N = 14, C = 12, Li = 7, H = 1 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۰ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰۰ ۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۰ ـ ۱۰۰۲)

چگالی هر ماده، برابر با نسبت جرم به حجم آن ماده است. در این رابطه، داریم:

$$\text{چگالی}\ (g.L^{-1}) = \frac{\text{جرم}\ (g)}{\text{حجم}\ (L)}$$

همچنین می‌دانیم که یک مول از گازهای گوناگون در دما و فشار یکسان، حجم یکسانی دارند. از این رو برای مقایسه چگالی دو گاز در دما و فشار یکسان، کافی است جرم مولی آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کنیم. نسبت چگالی دو گاز A و B در شرایط دما و فشار یکسان از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\text{چگالی گاز } A}{\text{چگالی گاز } B} = \frac{\text{جرم مولی } A}{\text{جرم مولی } B}$$

با استفاده از این رابطه، چگالی گاز آمونیاک را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{چگالی } NH_3}{\text{چگالی } H_2} = \frac{\text{جرم مولی آمونیاک}}{\text{جرم مولی هیدروژن}} = \frac{17}{2} \Rightarrow \frac{\text{چگالی } NH_3}{0/1} = \frac{17}{2} \Rightarrow \frac{17}{2} \times 0/1 = 0/85\ g.L^{-1}$$

بنابراین چگالی گاز آمونیاک در شرایط موردنظر برابر با ۰/۸۵ گرم بر لیتر است. معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$Li_2CO_3(s) + 2NH_3(g) \rightarrow 2LiOH(s) + CH_4N_2O(s)$$

اکنون می‌توانیم مقدار ماده آلی تولیدشده را محاسبه کنیم:

$$?\ g\ CH_4N_2O = 100\ L\ NH_3 \times \frac{0/85\ g\ NH_3}{1\ L\ NH_3} \times \frac{1\ mol\ NH_3}{17\ g\ NH_3} \times \frac{1\ mol\ CH_4N_2O}{2\ mol\ NH_3} \times \frac{60\ g\ CH_4N_2O}{1\ mol\ CH_4N_2O} = 150\ g$$

۸۲- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟

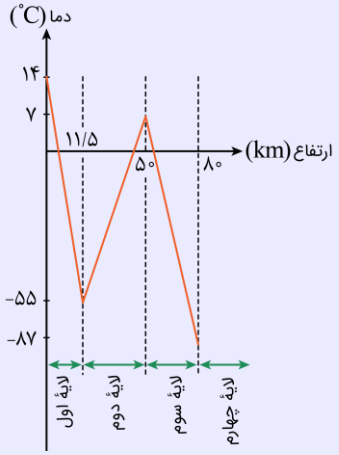
۱) اتمسفر زمین علاوه بر اتم‌های مجزا و مولکول‌های گازی، شامل برخی از گونه‌های باردار نیز می‌شود.
۲) پایین‌ترین دمای هوا در طول کل ضخامت ۵۰۰ کیلومتری هواکره، در انتهای لایه تروپوسفر وجود دارد.
۳) در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء هوا، هرچه نقطهٔ جوش یک ماده پایین‌تر باشد، زودتر از ستون تقطیر خارج می‌شود.
۴) گاز نیتروژن، واکنش‌پذیری ناچیزی داشته و از آن برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

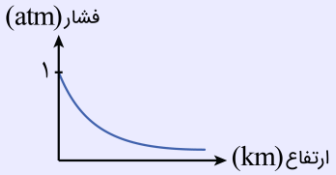
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۰۰۲)

در طول لایه تروپوسفر، دمای هوا مرتباً به اندازه ۶ درجه به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع کاهش پیدا می‌کند تا در نهایت به ۵۵− درجه سانتی‌گراد می‌رسد. پس از آن، با افزایش ارتفاع، دمای هوا شروع به افزایش می‌کند تا به دمای ۷ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. بعد از آن، دمای هوا مجدداً شروع به کاهش یافتن می‌کند و در ارتفاع حدود ۷۵ کیلومتری از سطح زمین، دما به ۸۷− درجه سانتی‌گراد می‌رسد. توجه داریم که در این محدوده از هواکره، دما پایین‌تر از دما در انتهای لایه تروپوسفر است.

دما و فشار هواکره

روند تغییر دما و فشار در طول لایه‌های هواکره به‌صورت زیر است:





در رابطه با این لایه‌ها داریم:

- لایه اول (تروپوسفر): نزدیک‌ترین لایه به زمین است و از سطح زمین تا ارتفاع ۱۲-۱۰ کیلومتر (تقریباً ۱۱/۵ کیلومتر) قرار دارد. حدود ۷۵٪ از جرم هواکره را شامل می‌شود و تغییرات آب و هوایی در این منطقه رخ می‌دهد.
- لایه دوم (استراتوسفر) : در ارتفاع ۱۱ تا ۵۰ کیلومتری قرار دارد و لایه اوزون در این بخش قرار گرفته است. به‌طور کلی دما افزایش می‌یابد و از $-55°C$ به $7°C$ می‌رسد.
- لایه سوم: در ارتفاع ۵۰ تا ۸۰ کیلومتری قرار دارد و در طول آن به‌طور کلی دما کاهش می‌یابد و از $7°C$ به $-87°C$ می‌رسد.
- لایه چهارم: در ارتفاع ۸۰ تا حدود ۵۰۰ کیلومتری قرار دارد؛ پس ضخیم‌ترین لایه هواکره است. به‌طور کلی دمای آن از $-87°C$ که سردترین دمای هواکره است، شروع می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اتمسفر زمین علاوه بر اتم‌های مجزا (مثل اتم‌های گازهای نجیب و یا اتم اکسیژن) و مولکول‌های گازی (مثل گازهای نیتروژن، اکسیژن و کربن دی‌اکسید)، شامل برخی از گونه‌های باردار مثل یون‌های O^+ و He^+ نیز می‌شود. این گونه‌های باردار بر اثر تابش پرتوهای خورشیدی ایجاد می‌شوند.

۳) در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع، هرچه نقطهٔ جوش یک ماده بالاتر باشد، آن ماده دیرتر تبخیر شده و بر این اساس، دیرتر از ستون تقطیر خارج می‌شود. برای مثال در رابطه با هوای مایع متشکل از نیتروژن، اکسیژن و آرگون، داریم:

$$\begin{cases} \text{نقطهٔ جوش : } \text{اکسیژن} > \text{آرگون} > \text{نیتروژن} \\ \text{ترتیب جدا شدن گازها : } \text{اکسیژن} \rightarrow \text{آرگون} \rightarrow \text{نیتروژن} \end{cases}$$

۴) گاز نیتروژن، به‌خاطر وجود یک پیوند سه‌گانه محکم در آن، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد. از گاز نیتروژن (N_2) برای پرکردن تایر خودروها، در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی و برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود. این گاز، فراوان‌ترین جزء هواکره بوده و در مقایسه با گاز اکسیژن واکنش‌پذیری کمتری دارد.

مایز

۸۳- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.

ب ـ قابلیت انتشار گاز CO در محیط بسیار زیاد بوده و مقداری از این گاز، به سرعت در همهٔ فضا پخش می‌شود.

ج ـ برای تبدیل گاز CO_2 تولید شده در کارخانه‌ها به مواد معدنی، می‌توان این گاز را با کلسیم کربنات واکنش داد.

د ـ آلوتروپ سنگین‌تر اکسیژن، در حالت مایع آبی‌رنگ بوده و نقطهٔ جوش و پایداری کمتری نسبت به آلوتروپ دیگر دارد.

۱) «الف» و «ب»　　۲) «ب» و «ج»　　۳) «ج» و «د»　　۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱　　**(متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۰۰۲)**

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای تشکیل‌دهنده هواکره است که زندگی روی زمین، به وجود آن گره خورده است. این عنصر در آب‌کره، در ساختار مولکول‌های آب و در سنگ‌کره به‌صورت ترکیب با دیگر عنصرها از جمله سیلیسیم وجود دارد. همچنین اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها نیز یافت می‌شود. این گاز در هواکره به‌طور عمده به شکل مولکول‌های دو اتمی وجود دارد. توجه داریم که مقدار این گاز در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

ب) کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمّی است. چگالی این گاز کمتر از هوا بوده و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به‌طوری‌که این گاز به سرعت در همهٔ فضای اتاق پخش می‌شود. از آنجا که میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است، مولکول‌های آن پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند.

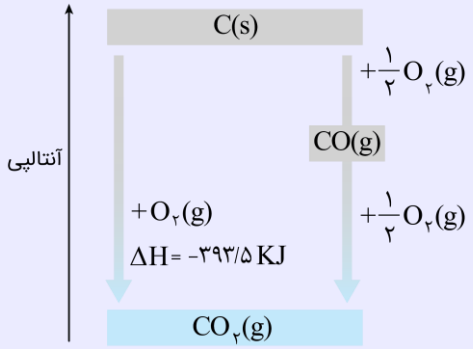
گاز کربن مونوکسید

در رابطه با گاز کربن مونوکسید، به مطالب زیر توجه کنید:

- ساختار لوویس آن به‌صورت زیر است:

$$:C \equiv O:$$

- در ساختار این مولکول، ۳ جفت الکترون پیوندی و ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- کربن مونواکسید از سوختن ناقص سوخت‌ها تولید می‌شود. این گاز بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمّی است.
- کربن مونواکسید از کربن پایدارتر و از کربن دی‌اکسید ناپایدارتر است؛ به‌طوری‌که کربن مونوکسید تولید شده در سوختن ناقص، در حضور اکسیژن و در شرایط مناسب دوباره می‌سوزد و به کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود. نمودار انرژی واکنش سوختن یک کربن و مراحل انجام آن به‌صورت زیر است:



- میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است. مولکول‌های این گاز پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت می‌شود و سامانهٔ عصبی را فلج می‌کند؛ به‌طوری‌که قدرت هرگونه اقدامی را از فرد مسموم می‌گیرد و بدین ترتیب باعث مرگ می‌شود.
- چگالی این گاز کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به‌طوری‌که به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

ج) برای جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی، این گاز را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند.

$$CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(s) \qquad CO_2(g) + MgO(s) \rightarrow MgCO_3(s)$$

طی این واکنش‌ها، کربن دی‌اکسید به مواد جامد و نامحلول مثل کلسیم کربنات و منیزیم کربنات تبدیل می‌شود.

د) اکسیژن و اوزون، آلوتروپ‌های متفاوتی از اکسیژن هستند که در هواکره یافت می‌شوند. هر دو آلوتروپ اکسیژن در حالت مایع آبی رنگ هستند. آلوتروپ سنگین‌تر اکسیژن، یعنی اوزون (O_3)، جرم مولی بیشتری از آلوتروپ سبک‌تر آن، یعنی O_2 دارد، در نتیجه نقطهٔ جوش آن بالاتر خواهد بود. از طرف دیگر، می‌دانیم که واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است و به همین دلیل از آن برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

۸۴- گاز هیدروژن مورد نیاز برای تبدیل ۱۰/۵ لیتر گاز نیتروژن با چگالی $۲g.L^{-۱}$ به گاز آمونیاک را از واکنش چند گرم فلز کروم با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید بر اساس معادله زیر می‌توان به‌دست آورد؟ $(Cr = ۵۲ , N = ۱۴ : g.mol^{-۱})$

معادله واکنش موازنه شود. $Cr(s) + HCl(aq) \rightarrow CrCl_۲(aq) + H_۲(g)$

۱) ۷۱/۵ ۲) ۱۴۳ ۳) ۵۸/۵ ۴) ۱۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۱ ـ ۱۰۰۲)

برای حل این سؤال، مراحل زیر را به‌ترتیب طی می‌کنیم:

گام اول: نوشتن معادله موازنه شده واکنش هابر

گام دوم: محاسبه مول گاز هیدروژن مصرف شده در واکنش هابر

گام سوم: به‌دست آوردن جرم کروم مصرف شده در واکنش دوم، به منظور تولید گاز هیدروژن

واکنش هابر مطابق معادله زیر انجام می‌شود:

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \longrightarrow ۲NH_۳(g)$$

برای محاسبه مول گاز هیدروژن داریم:

$$?\,mol\,H_۲ = ۱۰/۵\,L\,N_۲ \times \frac{۲\,g\,N_۲}{۱\,L\,N_۲} \times \frac{۱\,mol\,N_۲}{۲۸\,g\,N_۲} \times \frac{۳\,mol\,H_۲}{۱\,mol\,N_۲} = ۲/۲۵\,mol$$

این مقدار گاز هیدروژن، باید در واکنش دوم تولید شود. سپس واکنش دوم را موازنه می‌کنیم:

$$Cr(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CrCl_۲(aq) + H_۲(g)$$

اگر در این واکنش ۲/۲۵ مول گاز هیدروژن تولید شود، جرم کروم مصرف شده برابر است با:

$$?\,g\,Cr = ۲/۲۵\,mol\,H_۲ \times \frac{۱\,mol\,Cr}{۱\,mol\,H_۲} \times \frac{۵۲\,g\,Cr}{۱\,mol\,Cr} = ۱۱۷\,g$$

واکنش هابر

گاز نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد و بزرگ‌ترین چالش در تهیه آمونیاک از نیتروژن و هیدروژن این است که در دما و فشار اتاق حتی در حضور کاتالیزگر و یا جرقه نیز واکنشی بین این گازها انجام نمی‌شود. معادله واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \longrightarrow ۲NH_۳(g)$$

این واکنش در شرایط بهینه یعنی حضور یک ورقه آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب (فشار ۲۰۰ اتمسفر و دمای ۴۵۰ درجهٔ سانتی‌گراد) انجام می‌شود و مقدار قابل توجهی از گاز آمونیاک تولید می‌شود. توجه داریم که واکنش تولید آمونیاک یک واکنش تعادلی است، پس در این فرایند همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نخواهند شد؛ زیرا این واکنش برگشت‌پذیر است. با این توصیف، در ظرف واکنش مخلوطی از سه گاز هیدروژن، نیتروژن و آمونیاک وجود دارد. با توجه به نقطه جوش آن‌ها می‌توان دریافت با کاهش دما به دماهای پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک (پایین‌تر از دمای ۳۳°C−)، آمونیاک به مایع تبدیل می‌شود (میعان) و می‌توان آن را از مخلوط گازهای موجود در ظرف واکنش جداسازی کرد.

۸۵- در رابطه با دو مولکول $SF_۲$ و $H_۲O$، کدام مطلب زیر درست است؟

۱) علامت بار جزئی اتم مرکزی در آن‌ها مشابه است.

۲) هر دو مولکول، دارای ساختار خمیده هستند.

۳) گشتاور دوقطبی یکی از مولکول‌ها مشابه $CO_۲$ است.

۴) شمار الکترون ناپیوندی در یک ماده، ۵ برابر دیگری است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۵۸ ـ ۱۰۰۲)

ساختار مولکول‌های داده شده به‌صورت زیر است:



چون در ساختار هر دو مولکول، اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی است، این الکترون‌های ناپیوندی اتم‌های کناری را به سمت پایین منحرف کرده و بر این اساس، این دو مولکول ساختار خمیده پیدا می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) خاصیت نافلزی اکسیژن، بیشتر از هیدروژن بوده و خاصیت نافلزی فلوئور، بیشتر از گوگرد است. بر این اساس، اتم اکسیژن در مولکول آب دارای بار جزئی منفی و اتم گوگرد از مولکول $SF_۴$ دارای بار جزئی مثبت است.

۳) هر دو مولکول داده شده، روی اتم مرکزی خود دارای جفت الکترون ناپیوندی بوده و قطبی هستند درحالی‌که کربن دی‌اکسید با فرمول شیمیایی $CO_۲$، از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است.

تشخیص قطبیت مولکول‌ها

قطبیت مولکول‌ها، روی بسیاری از ویژگی‌های مختلف آن‌ها تأثیر می‌گذارد. با تغییر در میزان قطبیت مولکول‌ها، دمای جوش، مقدار قدرت نیروهای بین‌مولکولی و ... در آن‌ها دچار تغییر می‌شود. در این رابطه، داریم:

- مولکول‌های ناقطبی شرایط زیر را دارند:

۱) مولکول‌های دارای دو اتم یکسان مانند $N_۲$ و $F_۲$

۲) مولکول‌هایی با اتم‌های مشابه پیرامون اتم مرکزی و فاقد جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند $CO_۲$ و $CH_۴$

- مولکول‌های قطبی نیز شرایط زیر را دارند:

۱) مولکول‌های دارای جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند $NH_۳$ و $SO_۲$

۲) مولکول‌های دواتمی با دو اتم متفاوت مانند HCl و CO

۳) مولکول‌های دارای اتم‌های متفاوت پیرامون اتم مرکزی مانند $CH_۳Cl$

- عوامل مؤثر بر نیروی بین مولکولی (وان‌درووالسی)، به شرح زیر هستند:

۱) قطبیت مولکول: هر چه قطبیت بیشتر باشد ← نیروی بین مولکولی بیشتر است ← نقطهٔ جوش بیشتر است

☆ مثال: HCl قطبی و $N_۲$ ناقطبی است؛ بنابراین نیروی بین مولکولی و نقطه جوش HCl بیشتر است.

۲) جرم و حجم مولکول: هر چه جرم و حجم بیشتر باشد ← نیروی بین مولکولی بیشتر است ← نقطهٔ جوش بیشتر است

☆ مثال: $I_۲$ جرم و حجم بیشتری نسبت به $Br_۲$ دارد، بنابراین نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش بالاتری دارد.

نکته

هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد (برای گازهایی که دمای جوش منفی دارند، به صفر نزدیک‌تر باشد)، آن ماده راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود. به عبارتی هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد، مایع کردن آن در دماهای بالاتری انجام می‌شود.

۴) در یک مولکول، ۸ جفت الکترون ناپیوندی و در مولکول دیگر، ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

ماز

۸۶- مقدار ۰/۰۲ مول سدیم نیترید و ۳ مول پتاسیم نیترات را در آب حل کرده و حجم محلول را به ۱۲ لیتر می‌رسانیم. اگر چگالی محلول حاصل برابر ۱/۱۵ گرم بر میلی‌لیتر شده باشد، غلظت یون سدیم در این محلول برابر با چند ppm می‌شود؟

($Na = ۲۳\ g.mol^{-۱}$)

۱) ۱۷۴ ۲) ۱۰۰ ۳) ۸۷ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۵ ـ ۱۰۰۳)

پتاسیم نیترات، فاقد یون سدیم بوده و انحلال آن در محلول، تأثیری روی غلظت یون سدیم ندارد. سدیم نیترید، نوعی ترکیب یونی با فرمول شیمیایی $Na_۳N$ است. در هر واحد فرمولی از این ماده، ۳ یون سدیم وجود دارد. در قدم اول، جرم محلول نهایی و جرم یون سدیم وارد شده به آن را محاسبه می‌کنیم.

$$?\ g\ \text{محلول} = ۱۲\ L\ \text{محلول} \times \frac{۱۰۰۰\ mL\ \text{محلول}}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۱/۱۵\ g\ \text{محلول}}{۱\ mL\ \text{محلول}} = ۱۳۸۰۰\ g$$

$$?\ g\ Na^+ = ۰/۰۲\ mol\ Na_۳N \times \frac{۳\ mol\ Na^+}{۱\ mol\ Na_۳N} \times \frac{۲۳\ g\ Na^+}{۱\ mol\ Na^+} = ۱/۳۸\ g$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

برای بیان ساده‌تر غلظت محلول‌های بسیار رقیق مانند غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آب معدنی، آب آشامیدنی، آب دریا، بدن جانداران، بافت‌های گیاهی و مقدار آلاینده‌های هوا از کمیتی به نام قسمت در میلیون (ppm) استفاده می‌شود. در مرحله بعد، غلظت یون سدیم را در محلول نهایی حاصل از این فرایند محاسبه می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}} \times ۱۰^۶ = \frac{۱/۳۸}{۱۳۸۰۰} \times ۱۰^۶ = ۱۰۰ \text{ واحد}$$

۸۷- کدام‌یک از مطالب داده شده درست است؟

۱) با ریختن باریم سولفات سفیدرنگ در آب، نیروی جاذبه یون-دوقطبی باعث جدا شدن یون‌ها از شبکه بلور می‌شود.
۲) تأثیر دما بر انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در آب، در مقایسه با انحلال‌پذیری سدیم کلرید در آب بسیار کمتر است.
۳) آمونیوم سولفات، حاوی ۴ عنصر نافلزی مختلف بوده و عناصر گوگرد و نیتروژن را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.
۴) دستگاه‌های گلوکومتر، غلظت ماده‌ای با فرمول $C_۶H_{۱۲}O_۶$ را بر حسب میلی‌مول بر دسی‌لیتر نشان می‌دهند.

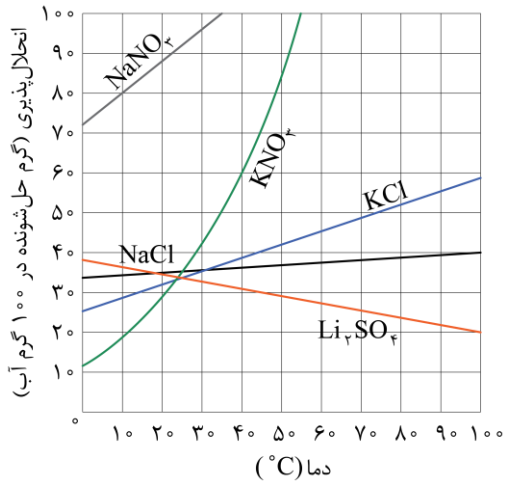
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۲ ـ ۱۰۳)

آمونیوم سولفات با فرمول شیمیایی $(NH_۴)_۲SO_۴$، نوعی ترکیب یونی به شمار می‌رود که از کنار هم قرار گرفتن دو نوع یون چند اتمی مختلف (یون‌های آمونیوم و سولفات) تشکیل شده است. این ترکیب یونی، در ساختار خود اتم فلزی نداشته و با افزودن به خاک‌های کشاورزی، عناصر گوگرد و نیتروژن را در اختیار گیاهان قرار می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با ریختن مقداری باریم سولفات در آب، نیروی جاذبه یون-دوقطبی ایجاد شده توانایی جدا کردن و غلبه بر نیروهای موجود در بین یون‌های سازنده شبکه بلور را ندارد و به همین خاطر، این ترکیب یونی در آب حل نمی‌شود. توجه داریم که باریم سولفات، در حالت جامد به رنگ سفید دیده می‌شود.

۲) پتاسیم کلرید و سدیم کلرید از جمله ترکیب‌های یونی دوتایی هستند. شیب نمودار انحلال‌پذیری-دما برای نمک پتاسیم کلرید(KCl) در مقایسه با نمک سدیم کلرید($NaCl$) بیشتر بوده و در نتیجه تأثیر دما بر انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید بیشتر است. توجه داریم که هر چه شیب نمودار انحلال‌پذیری-دما بیشتر باشد، میزان تغییر انحلال‌پذیری به ازای میزان مشخصی از تغییر دما بیشتر خواهد بود. نمودار زیر، روند تغییر انحلال‌پذیری برخی نمک‌ها در آب را بر حسب تغییر دمای محلول نشان می‌دهد:



توجه داریم که نمودار انحلال‌پذیری همه نمک‌های نشان داده شده به‌جز لیتیم سولفات، به‌صورت صعودی است.

۴) دستگاه اندازه‌گیری قند خون (گلوکومتر)، مقدار میلی‌گرم‌های گلوکز (قند خون، با فرمول مولکولی $C_۶H_{۱۲}O_۶$) را در هر دسی‌لیتر از خون (معادل با ۰/۱ لیتر از خون) فرد نشان می‌دهد. برای تبدیل عدد نشان داده شده بر روی دستگاه گلوکومتر به غلظت مولی گلوکز (مول گلوکز در هر لیتر خون)، باید عدد مشخص شده توسط دستگاه را بر ۱۸۰۰۰ تقسیم کنیم.

SanjeshCloud

۸۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ انحلال‌پذیری گازها در آب با فشار، رابطه مستقیم و با دمای محلول مورد نظر رابطه عکس خواهد داشت.

ب ـ چون قدرت پیوندهای هیدروژنی HF قوی‌تر از آب است، این ماده نسبت به آب، دمای جوش بالاتری دارد.

ج ـ برای انحلال جرم برابر از گازهای O_2 و N_2 در ۱۰۰ گرم آب خالص در دمای معین، فشار گاز O_2 باید کمتر باشد.

د ـ اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، جریان خروج آب شیرین با سرعت کمتر ادامه می‌یابد.

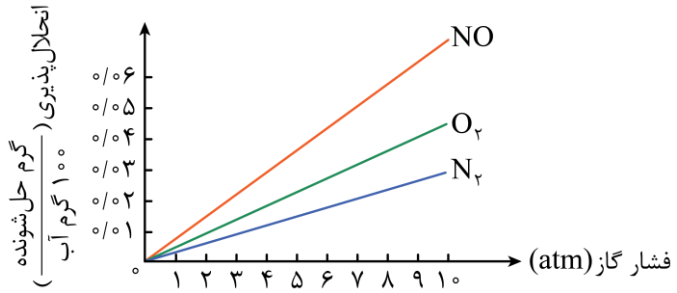
۱) «الف» و «ج»　　۲) «الف» و «د»　　۳) «ب» و «ج»　　۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱　　**(سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۸ ـ ۱۰۰۳)**

عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) انحلال‌پذیری گازها با دما رابطه عکس دارد؛ یعنی با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها افزایش می‌یابد. از طرفی با توجه به قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها با فشار گاز مورد نظر رابطه مستقیم دارد؛ از این رو در دمای ثابت، با افزایش فشار انحلال‌پذیری گازها افزایش می‌یابد. نمودار زیر، بیانی از قانون هنری را در رابطه با چند ماده گازی مختلف نشان می‌دهد:



قانون هنری

گاز نیتروژن مونوکسید، همانند اکسیژن و نیتروژن، از قانون هنری پیروی می‌کنند. بر اساس این قانون، مقدار انحلال‌پذیری گازها در آب با فشار آن‌ها رابطه مستقیم دارد. همه گازهایی که از قانون هنری پیروی می‌کنند، با آب واکنش نداده و به‌صورت مولکولی در آن حل می‌شوند. چون گاز NO از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است، انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر از انحلال‌پذیری گازهای نیتروژن و اکسیژن در آب خواهد بود. از بین گازهای نیتروژن و اکسیژن نیز چون اکسیژن جرم مولی بیشتری دارد، مقدار انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر از مقدار انحلال‌پذیری گاز نیتروژن در آب خواهد بود. در این رابطه، داریم:

انحلال‌پذیری بیشتر ← نیتروژن مونوکسید ← اکسیژن ← نیتروژن ← انحلال‌پذیری کمتر

چون گاز NO با مولکول‌های آب واکنش نمی‌دهد، می‌توان گفت این ماده خاصیت اسیدی یا بازی ندارد.

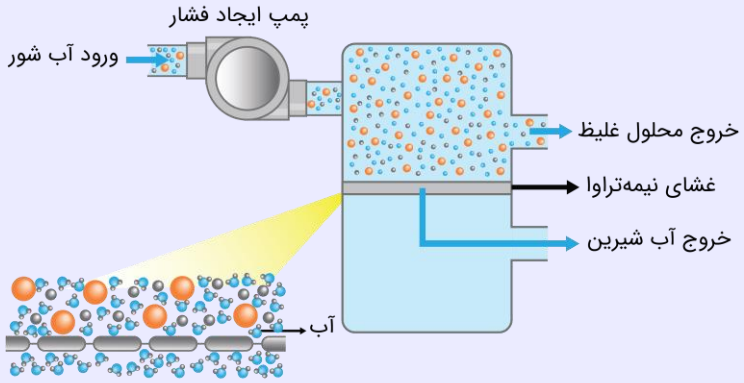
ب) به خاطر قطبیت بیشتر هیدروژن فلوئورید در مقایسه با آب، قدرت هر یک از پیوندهای هیدروژنی در HF قوی‌تر از آب است، اما چون تعداد پیوندهای هیدروژنی در یک نمونه از این ماده کمتر از تعداد پیوندهای هیدروژنی در یک نمونه از آب است، این ماده در مقایسه با آب دمای جوش پایین‌تری دارد. در واقع، در یک نمونه از هیدروژن فلوئورید، هر مولکول حداکثر ۲ پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند درحالی‌که بین مولکول‌های H_2O حداکثر ۴ پیوند هیدروژنی می‌تواند برقرار بشود. به همین خاطر است که دمای جوش آب و هیدروژن فلوئورید، به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۱۹ درجه سلسیوس است.

ج) انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطه مستقیم دارد. به رابطه‌ای که وابستگی انحلال‌پذیری گازها به فشار آن‌ها را نشان می‌دهد، قانون هنری گفته می‌شود. انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب و در دمای معین، بیشتر از گاز نیتروژن است؛ درنتیجه اگر بخواهیم مقادیر برابر از این دو گاز را در آب حل کنیم، باید فشار گاز اکسیژن کمتر از گاز نیتروژن باشد. فشار بیشتر گاز نیتروژن، مقدار بیشتری از این گاز را در آب حل خواهد کرد.

د) فرآیند عبور آب از سمت محیط غلیظ به سمت محیط رقیق از خلال یک دیواره با خاصیت تراوایی نسبی و با اعمال فشار بیرونی، اسمز معکوس نامیده می‌شود. اسمز معکوس، فرآیندی غیر خودبه‌خودی به حساب می‌آید. اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه از کار بیفتد، اسمز معکوس به‌طور کلی از کار افتاده و فرآیند به حالت طبیعی و خودبه‌خودی باز می‌گردد و اسمز اتفاق خواهد افتاد. در فرآیند اسمز، آب از سمت محیط رقیق به سمت محیط غلیظ حرکت می‌کند؛ درنتیجه با از کار افتادن پمپ، برآیند جهت حرکت مولکول‌های آب تغییر می‌کند و جریان خروج آب شیرین متوقف می‌شود.

اسمز معکوس

در دستگاه اسمز معکوس، یک محلول با غلظت مشخص، از طریق یک ورودی و با استفاده از یک پمپ، وارد دستگاه می‌شود. در واقع، پمپ نیروی مورد نیاز برای انجام شدن فرایند اسمز معکوس را تأمین می‌کند. با ورود آب تصفیه نشده به دستگاه، این محلول با استفاده از یک غشای نیمه‌تراوا به دو محلول مختلف تفکیک شده و با استفاده از خروجی‌های دستگاه خارج می‌شود. یکی از این محلول‌های خروجی آب تصفیه شده است و محلول دیگر نیز حاوی غلظت بالایی از مواد حل‌شونده است. چون کل مواد حل شده در محلول ورودی وارد مخلوط غلیظ خروجی شده و این محلول در مقایسه با محلول ورودی حجم کمتری دارد، پس می‌توان گفت محلول غلیظ تولید شده، نسبت به آب شور اولیه غلظت نمک بیشتری دارد. تصویر زیر، ساختار دستگاه اسمز معکوس را نشان می‌دهد:



۸۹- برای این که غلظت محلولی از سدیم سولفات با حجم ۶ لیتر و غلظت ۰/۲ مول بر لیتر، به ۰/۱۲ مول بر لیتر برسد، باید چند لیتر آب مقطر را به این محلول اضافه کنیم و طی این فرایند، غلظت محلول مورد نظر با یکای گرم بر لیتر، به اندازه چند درصد کاهش پیدا می‌کند؟

۱) ۴۰ ـ ۴ ۲) ۲۰ ـ ۴ ۳) ۴۰ ـ ۶ ۴) ۲۰ ـ ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۹ ـ ۱۰۳)

برای حل این سؤال، این مراحل را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبه تغییرات غلظت و تغییرات حجم محلول

گام دوم: محاسبه درصد تغییرات غلظت در واحد گرم بر لیتر

در قدم اول، تغییرات حجم محلول را محاسبه می‌کنیم. غلظت محلول از ۰/۲ به ۰/۱۲ رسیده است. در صورت ثابت بودن مقدار حل‌شونده، نسبت تغییر غلظت مولار و تغییر حجم محلول، معکوس است. در واقع، داریم:

$$\text{حجم ثانویه} \times \text{غلظت ثانویه} = \text{حجم اولیه} \times \text{غلظت اولیه} \Rightarrow \frac{\text{حجم اولیه}}{\text{حجم ثانویه}} = \frac{\text{غلظت ثانویه}}{\text{غلظت اولیه}}$$

بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{غلظت ثانویه}}{\text{غلظت اولیه}} = \frac{\text{حجم اولیه}}{\text{حجم ثانویه}} \Rightarrow \frac{۰/۱۲}{۰/۲} = \frac{۶}{V} \Rightarrow V = ۱۰\ L$$

پس حجم محلول از ۶ لیتر به ۱۰ لیتر رسیده است و ۴ لیتر به حجم محلول اضافه شده است.

غلظت‌های حجمی

هرچند که غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی، داروسازی و کشاورزی با درصد جرمی بیان می‌شود، اما اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است. از سوی دیگر، شیمی‌دان‌ها اغلب مقدار هر ماده را برحسب مول بیان می‌کنند و در واقع مبنای محاسبه‌های کمّی در مباحث استوکیومتری و ... شیمی، مول است. به همین خاطر، شیمی‌دان‌ها برای بیان غلظت محلول‌ها از مقیاسی استفاده می‌کنند که در آن تعداد مول‌های حل‌شونده موجود در هر لیتر محلول نشان داده می‌شود. غلظت مولی یک محلول، با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

نوعی دیگری از بیان غلظت بر مبنای حجم محلول وجود دارد که مقدار گرم حل‌شونده در هر لیتر محلول را نشان می‌دهد. در رابطه با این نوع غلظت داریم:

$$\text{غلظت گرم بر لیتر} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

در رابطه با این نوع از غلظت، داریم:

$$\text{جرم مولی حل‌شونده} \times \text{غلظت مولی محلول} = \text{غلظت گرم بر لیتر} = \frac{\text{جرم مولی حل‌شونده} \times \text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

در قدم بعد، درصد تغییرات غلظت محلول را پیدا می‌کنیم. توجه داشته باشید درصد تغییرات غلظت محلول با واحد مول بر لیتر برابر با درصد تغییرات غلظت با واحد گرم بر لیتر است. درنتیجه درصد تغییر غلظت در واحد گرم بر لیتر برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات غلظت} = \frac{\text{غلظت ثانویه} - \text{غلظت اولیه}}{\text{غلظت اولیه}} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۲ - ۰/۱۲}{۰/۲} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۰۸}{۰/۲} \times ۱۰۰ = \text{درصد } ۴۰$$

کنکورشناسی: این سؤال از مبحث تغییرات غلظت محلول و رقیق‌سازی، با ایده گرفتن از یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است!

۹۰- مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلولی از لیتیم سولفات برابر با ۰/۱۸ مول بر لیتر است. نیم لیتر از این محلول، در واکنش با مقدار کافی محلول باریم کلرید، چند گرم رسوب تولید می‌کند؟ ($Ba = ۱۳۷ , S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱۸/۶۴ ۲) ۹/۳۲ ۳) ۱۳/۹۸ ۴) ۶/۹۹

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۰۰۳)

مراحل حل این سؤال، به این ترتیب طی می‌شوند:

گام اول: نوشتن واکنش تشکیل رسوب و موازنه آن

گام دوم: محاسبه مول لیتیم سولفات موجود در محلول نیم لیتری

گام سوم: محاسبه جرم باریم سولفات تولیدشده

لیتیم سولفات، یک ترکیب یونی با فرمول $Li_۲SO_۴$ است. واکنش لیتیم سولفات و باریم کلرید به‌صورت زیر است و طی آن، باریم سولفات که رسوب سفید رنگی است، تشکیل می‌شود:

$$Li_۲SO_۴(aq) + BaCl_۲(aq) \rightarrow ۲LiCl(aq) + BaSO_۴(s)$$

در هر واحد فرمولی از لیتیم سولفات، مجموعاً ۳ یون (۲ یون لیتیم و یک یون سولفات) وجود دارد. در قدم اول، مول لیتیم سولفات موجود در محلول نیم لیتری را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ Li_۲SO_۴ = ۰/۵\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۱۸\ mol\ \text{یون}}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۱\ mol\ Li_۲SO_۴}{۳\ mol\ \text{یون}} = ۰/۰۳\ mol$$

در قدم بعد، جرم رسوب باریم سولفات تولیدشده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,g\,BaSO_4 = ۰/۰۳\,mol\,Li_2SO_4 \times \frac{۱\,mol\,BaSO_4}{۱\,mol\,Li_2SO_4} \times \frac{۲۳۳\,g\,BaSO_4}{۱\,mol\,BaSO_4} = ۶/۹۹\,g$$

نمک‌های نامحلول در آب، موادی هستند که مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کمتر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در نمودار زیر، برخی از نمک‌های نامحلول در آب معرفی شده‌اند:



کنکورشناسی: این سؤال بر اساس یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است تا شما سؤال‌های شبیه‌سازی کنکور را هم تمرین کرده باشید.

۹۱- کدام مورد در رابطه با روندهای تناوبی موجود در جدول دوره‌ای درست است؟

۱) بین عناصر اصلی موجود در هر دوره، با افزایش خصلت فلزی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

۲) در خانه بالاتر از هر عنصر شبه‌فلزی، به یقین یک عنصر شکننده با سطح کدر قرار گرفته است.

۳) در هر گروه از جدول تناوبی، با افزایش شعاع اتمی نافلزها، میل آن‌ها به گرفتن الکترون بیشتر می‌شود.

۴) بین عناصر اصلی موجود در هر دوره، با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی، میزان واکنش‌پذیری همواره بیشتر می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

در هر دوره، بین عناصر اصلی با حرکت از راست به چپ، شعاع اتمی و خاصیت فلزی افزایش می‌یابند. به روند تغییرات ویژگی‌های عناصر موجود در جدول دوره‌ای، حتماً توجه کنید.

شعاع اتمی

یکی از روندهای تناوبی در جدول دوره‌ای، تغییر شعاع اتمی عناصر مختلف است. در جدول دوره‌ای، شعاع اتمی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد، چون تعداد لایه‌های الکترونی بیشتر می‌شوند، درحالی‌که شعاع اتمی در طول یک تناوب از چپ به راست کاهش می‌یابد؛ زیرا با اینکه تعداد لایه‌های الکترونی ثابت می‌ماند اما تعداد پروتون‌های هسته افزایش پیدا می‌کند. با افزایش تعداد پروتون‌ها، نیروی جاذبه‌ای که هسته به الکترون‌ها وارد می‌کند افزایش یافته و بدین ترتیب، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در گروه چهاردهم جدول تناوبی، دو عنصر سیلیسیم و ژرمانیم به‌ترتیب در دوره‌های سوم و چهارم قرار دارند. عنصر سیلیسیم با عدد اتمی ۱۴ در خانه بالاتر از عنصر ژرمانیم با عدد اتمی ۳۲ قرار دارد. سیلیسیم عنصری شکننده و با سطح درخشان است. در واقع، در خانه بالایی هر عنصر شبه‌فلزی، ممکن است یک نافلز (عنصری با سطح کدر) و یا یک شبه‌فلز (عنصری با سطح درخشان) باشد.

شبه‌فلزها

شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها اغلب همانند نافلزها است. همه عناصر شبه‌فلزی موجود در جدول تناوبی در دستهٔ p این جدول قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه‌فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. به خواص این دو عنصر شبه‌فلزی توجه کنید:

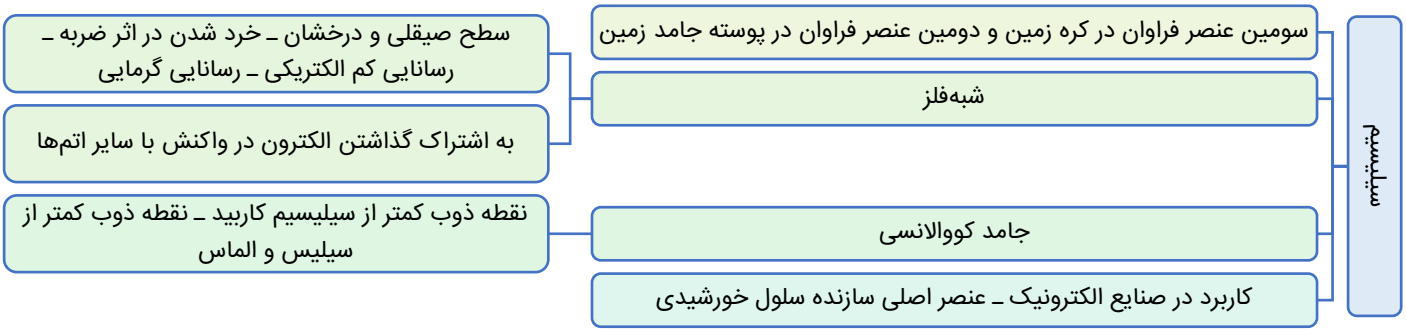
۱) این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.

۲) سیلیسیم و ژرمانیم، همانند عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربهٔ چکش، خرد می‌شوند.

۳) این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.

۴) اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

به ویژگی‌های عنصر سیلیسیم توجه کنید:



۳) با افزایش شعاع اتمی نافلزها، خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد و در نتیجه میل آن‌ها به گرفتن الکترون کم می‌شود.

۴) بین فلزهای اصلی هر دوره این قانون برقرار نیست. برای مثال، سدیم و منیزیم به‌ترتیب ۱ و ۲ الکترون ظرفیت دارند اما واکنش‌پذیری سدیم بیشتر از منیزیم است.

کنکورشناسی: ایده این سؤال مشابه با یکی از سؤال‌های کنکور سراسری ۱۴۰۴ است.

ماز

۹۲- در شرایط مشخص، انحلال‌پذیری منیزیم سولفات در آب برابر با ۳۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. نمک موجود در محلول سیرشده‌ای از منیزیم سولفات با جرم ۳۹ گرم را استخراج کرده و بر اساس معادله زیر تجزیه می‌کنیم. اگر طی این فرایند، ۱۲۶۰ میلی‌لیتر فراورده گازی در شرایط استاندارد تولید شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟

$$MgSO_4(s) \rightarrow MgO(s) + SO_3(g) \qquad (S = 32, Mg = 24, O = 16 : g.mol^{-1})$$

۱) ۸۰ ۲) ۷۵ ۳) ۴۰ ۴) ۳۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

طبق فرض سؤال، در شرایط داده شده، انحلال‌پذیری منیزیم سولفات در آب برابر با ۳۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. بر این اساس، می‌توان گفت در ۱۳۰ گرم از محلول سیرشده منیزیم سولفات، ۳۰ گرم نمک حل شده است. جرم نمک موجود در محلول ۳۹ گرمی از منیزیم سولفات را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,MgSO_4 = 39\,g\ \text{محلول} \times \frac{30\,g\,MgSO_4}{130\,g\ \text{محلول}} = 9\,g$$

در مرحله بعد، مقدار نظری گاز گوگرد تری‌اکسید تولید شده در واکنش تجزیه ۹ گرم منیزیم سولفات را محاسبه می‌کنیم. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$MgSO_4(s) \rightarrow MgO(s) + SO_3(g)$$

بر این اساس، داریم:

$$?\,mL\,SO_3 = 9\,g\,MgSO_4 \times \frac{1\,mol\,MgSO_4}{120\,g\,MgSO_4} \times \frac{1\,mol\,SO_3}{1\,mol\,MgSO_4} \times \frac{22/4\,L\,SO_3}{1\,mol\,SO_3} \times \frac{1000\,mL\,SO_3}{1\,L\,SO_3} = 1680\,mL$$

طبق فرض سؤال، در عمل ۱۲۶۰ میلی‌لیتر گاز تولید شده است. در قدم آخر، بازده درصدی واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{1260\,mL\,SO_3\ \text{عملی}}{1680\,mL\,SO_3\ \text{نظری}} \times 100 = 75\ \text{درصد}$$

بازده درصدی

در بسیاری از واکنش‌های شیمیایی، به دلیل انجام شدن برخی از واکنش‌های ناخواسته در کنار واکنش اصلی و یا ناخالص بودن واکنش‌دهنده‌های مصرف شده، مقدار فراورده‌های تولید شده در واکنش کمتر از مقدار مورد انتظار می‌شود. در چنین شرایطی، به مقداری از فراورده‌ها که به‌صورت واقعی در طول واکنش‌های شیمیایی به‌دست می‌آیند، مقدار عملی می‌گویند. چون مقدار عملی فراورده تولید شده در این حالت همواره کمتر از مقدار فراورده نظری است، بازده واکنش مورد نظر کاهش پیدا می‌کند.

۹۳- در ۵۰۰ گرم از یک نمونه کود شیمیایی حاوی آمونیوم نیترات، ۸۴ گرم نیتروژن وجود دارد. درصد خلوص آمونیوم نیترات در این کود شیمیایی چقدر است؟ ($O = ۱۶ , N = ۱۴ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۶۰ ۲) ۴۸ ۳) ۷۲ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

آمونیوم نیترات، نوعی ترکیب نیتروژن‌دار با فرمول شیمیایی $NH_۴NO_۳$ است که در هر مول از واحد فرمولی آن، ۲ مول اتم نیتروژن (یک مول نیتروژن در یون آمونیوم و یک مول اتم نیتروژن در یون نیترات) وجود دارد. طبق فرض سؤال، در ۵۰۰ گرم از کود مورد نظر، ۸۴ گرم نیتروژن وجود دارد. بر این اساس، جرم آمونیوم نیترات موجود در کود را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,NH_۴NO_۳ = ۸۴\,g\,N \times \frac{۱\,mol\,N}{۱۴\,g\,N} \times \frac{۱\,mol\,NH_۴NO_۳}{۲\,mol\,N} \times \frac{۸۰\,g\,NH_۴NO_۳}{۱\,mol\,NH_۴NO_۳} = ۲۴۰\,g$$

با توجه به جرم آمونیوم نیترات، درصد خلوص این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } NH_۴NO_۳}{\text{جرم کل نمونه}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۴۰\,g\,NH_۴NO_۳}{۵۰۰\,g\,\text{کود}} \times ۱۰۰ = ۴۸\ \text{درصد}$$

کودهای شیمیایی

کودهای استفاده‌شده برای رشد میوه‌ها و سبزیجات حاوی عناصر پتاسیم، نیتروژن و فسفر هستند. همچنین از آمونیاک مایع که حاوی عناصر نیتروژن و هیدروژن است، به‌عنوان کود شیمیایی استفاده می‌شود و به‌صورت مستقیم به خاک تزریق می‌شود. پس در ساختار کودهای شیمیایی عناصری از دوره‌های اول (هیدروژن)، دوم (نیتروژن)، سوم (فسفر) و چهارم (پتاسیم) جدول تناوبی وجود دارند. به‌عنوان مثالی دیگر، آمونیوم سولفات نیز از جمله کودهای شیمیایی است که عناصر گوگرد و نیتروژن را در اختیار گیاهان قرار می‌دهد.

۹۴- شماره گروه عنصری از تناوب سوم که بیشترین فراوانی را در کره زمین دارد، چند برابر شماره گروه عنصری از تناوب چهارم است که شمار الکترون‌های با $n = ۳$ آن، دو برابر شمار الکترون‌های با $n = ۲$ است؟

۱) ۲ ۲) ۱/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۱/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۵ ـ ۱۱۰۱)

عناصر آهن، اکسیژن، سیلیسیم و منیزیم، به ترتیب معادل با ۴ عنصر فراوان‌تر موجود در کره زمین هستند. سیلیسیم، فراوان‌ترین عنصر از تناوب سوم در ساختار کره زمین است. عنصر سیلیسیم، در گروه شماره ۱۴ قرار گرفته است.

در ساختار همه عناصر موجود در تناوب چهارم، لایه دوم الکترونی به‌طور کامل پر از الکترون بوده و حاوی ۸ الکترون است. بر این اساس، باید به دنبال عنصری باشیم که در لایه سوم خود ۱۶ الکترون داشته باشد. در این عنصر، زیرلایه‌های $۳s$ و $۳p$ به‌طور کامل بوده و زیرلایه $۳d$ نیز دارای ۸ الکترون است. آرایش الکترونی این عنصر به‌صورت زیر است:

$$_{۲۸}Ni : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۸۴s^۲$$

عنصر نیکل، متعلق به گروه شماره ۱۰ جدول دوره‌ای است. با توجه به توضیحات داده شده، نسبت شماره گروه دو عنصر برابر با ۱/۴ است.

۹۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ در جدول پیشنهادی ژانت، همانند جدول تناوبی امروزی، هلیم با سایر گازهای نجیب در یک گروه قرار گرفته است.

ب ـ از واکنش یون آهن موجود در نمونه‌ای از زنگ آهن با محلولی از سود، یک رسوب جامد و سبز رنگ تولید می‌شود.

ج ـ کلر در واکنش با عنصر تناوب دوم که پس از Ne کمترین واکنش‌پذیری را دارد، مولکول ۵ اتمی تشکیل می‌دهد.

د ـ اتم هالوژنی که برای واکنش با گاز هیدروژن به حداقل دمای ۲۰۰°C نیاز دارد، تعداد ۱۷ الکترون با $l = ۱$ دارد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۱۰۱)

عبارت‌های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) در جدول تناوبی امروزی، عنصر هلیم، جزء عناصر دسته s بوده و به همراه گازهای نجیب در گروه ۱۸ آورده شده است؛ ولی در جدول پیشنهادی ژانت، عنصر هلیم به همراه فلزات قلیایی خاکی آورده شده است و در سمت راست جدول قرار دارد. در جدول ژانت عناصر دسته s در ۲ گروه سمت راست قرار دارند، در حالی که در جدول تناوبی امروزی عناصر دسته s به غیر از هلیم در ۲ گروه اول و قسمت چپ جدول قرار دارند.

جدول ژانت

جدول پیشنهادی ژانت می‌تواند بیشتر از ۱۱۸ عنصر را در خود جای دهد. این جدول بر اساس زیرلایه الکترونی در حال پر شدن، عناصر را دسته‌بندی می‌کند. عناصر دسته s در این جدول در سمت راست و در ۲ گروه جای گرفته‌اند. عناصر دسته p، از دوره سوم جدول شروع می‌شوند. در این جدول در صورت کشف عناصری با اعداد اتمی بالاتر از ۱۲۰، زیرلایه $5g$ شروع به پر شدن می‌کند. عناصری با عدد اتمی ۱۱۹ و ۱۲۰ جزء دسته s هستند و آرایش الکترونی در آن‌ها به ترتیب به $8s^1$ و $8s^2$ ختم می‌شود.

ب) از واکنش یون Fe^{2+} با محلول سدیم هیدروکسید، رسوب سبز رنگ آهن (II) هیدروکسید تشکیل می‌شود. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$FeCl_2(aq) + 2NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_2(s) + 2NaCl(aq)$$

رسوب $Fe(OH)_2$ تولید شده در این فرایند، سبز رنگ است. از واکنش یون آهن موجود در زنگ آهن یعنی Fe^{3+} با محلول سود، رسوب قهوه‌ای رنگ آهن (III) هیدروکسید تولید می‌شود. در این رابطه داریم:

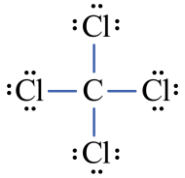
$$FeCl_3(aq) + 3NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_3(s) + 3NaCl(aq)$$

رسوب $Fe(OH)_3$ تولید شده در این فرایند، آجری رنگ است.

ج) نمودار زیر، مقایسه مقدار واکنش‌پذیری عناصر موجود در تناوب دوم را نشان می‌دهد:



نئون، عنصری از تناوب دوم است که کمترین واکنش‌پذیری را دارد. پس از نئون، کربن عنصری از تناوب دوم است که کمترین واکنش‌پذیری را دارد. عنصر کربن در واکنش با کلر، ترکیبی به نام کربن تتراکلرید را تولید می‌کند که فرمول مولکولی آن به‌صورت CCl_4 است. این مولکول، حاوی پنج اتم بوده و ساختار هرمی شکل دارد. چون اتم مرکزی این ترکیب به ۴ اتم یکسان متصل شده و فاقد الکترون ناپیوندی است، این ماده یک ترکیب ناقطبی به شمار می‌رود. ساختار مولکول کربن تتراکلرید به‌صورت زیر است:



د) در شرایط مناسب، گاز هیدروژن با هالوژن‌های مختلف واکنش داده و هیدروژن هالید تولید می‌شود. جدول زیر، شرایط انجام واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن را نشان می‌دهد:

کاهش واکنش‌پذیری

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-200\,^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200\,^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400\,^\circ C$ واکنش می‌دهد.

مطابق این جدول، برم در دمای ۲۰۰ °C با گاز H_2 واکنش می‌دهد و همان‌طور که می‌دانیم، آرایش الکترونی برم به‌صورت زیر است:

$$_{35}Br : 1s^2 2s^2 \underline{2p^6} 3s^2 \underline{3p^6} 3d^{10} 4s^2 \underline{4p^5}$$

توجه داریم که الکترون‌های زیرلایه‌های np عدد کوانتومی $l = 1$ دارند. بر این اساس، می‌توان گفت که در اتم برم $6 + 6 + 5 = 17$ الکترون با عدد کوانتومی $l = 1$ وجود دارد.

هالوژن‌ها

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلوئور($_9F$)، کلر($_{17}Cl$)، برم($_{35}Br$) و ید($_{53}I$) قرار دارند. این عناصر اصطلاحاً به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری هالوژن‌ها به‌صورت زیر است:

$$I < Br < Cl < F \quad : \text{واکنش پذیری (تمایل به گرفتن الکترون)}$$

همان‌طور که مشخص است، با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، از فعالیت شیمیایی این عناصر کاسته شده و دمای مورد نیاز برای آغاز واکنش میان این عناصر با گاز هیدروژن افزایش پیدا می‌کند. آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایهٔ ns^2np^5 ختم می‌شود. اتم‌های سازندهٔ این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار X^- را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلوئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلوئور(F_2) و کلر(Cl_2) در دمای اتاق به حالت گاز هستند در حالی که برم(Br_2) و ید(I_2) در دمای اتاق به ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

۹۶- مقداری از یک ترکیب با فرمول $C_nH_{10}O_2$، با ۷۲ گرم گاز اکسیژن واکنش داده و ۲۷ گرم بخار آب تولید کرده است. در ساختار هر مولکول از این ترکیب، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟ (معادله واکنش شیمیایی داده شده، موازنه شود.)

$$C_nH_{10}O_2(l) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g) \qquad (O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۵ ـ ۱۱۰۱)

برای حل این سؤال، ابتدا واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم:

$$C_nH_{10}O_2(l) + (n + 6.5)O_2(g) \rightarrow nCO_2(g) + 5H_2O(g)$$

در این واکنش ۷۲ گرم اکسیژن مصرف شده و ۲۷ گرم آب تولید شده است. ابتدا مول این مواد را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,H_2O = \frac{27}{18} = 1.5\,mol \qquad ?\,mol\,O_2 = \frac{72}{32} = 2.25\,mol$$

نسبت ضریب این دو ماده برابر با نسبت مول آن‌ها است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{ضریب اکسیژن}}{\text{ضریب بخار آب}} = \frac{\text{مول اکسیژن}}{\text{مول بخار آب}} \Longrightarrow \frac{n + 1.5}{5} = \frac{2.25}{1.5} \Longrightarrow n = 6$$

درنتیجه فرمول این ترکیب به‌صورت $C_6H_{10}O_2$ نوشته می‌شود. برای محاسبه تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار یک ترکیب آلی، از رابطه کلی زیر استفاده می‌شود:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(4 \times C) + (1 \times H) + (2 \times O) + (3 \times N) + (1 \times \text{هالوژن})}{2}$$

برای محاسبه تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار این ماده، داریم:

$$\frac{(6 \times 4) + (10 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 19$$

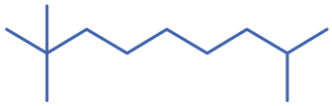
کنکورشناسی: این مسئله برای آشنایی شما با ایده‌های جدید کنکور سراسری، به سبک یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است. البته به‌جز کنکور ۱۴۰۴، مشابه این سؤال در کنکور سال‌های قبل‌تر نیز مطرح شده است.

۹۷- نام آلکانی با ساختار $(CH_3)_3C(CH_2)_5CH(CH_2)_2(CH_3)$، به چه صورت بوده و شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار این ماده، چند برابر شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار مولکول گوگرد تری‌اکسید است؟

۱) ۸،۲،۲-تری‌متیل نونان ـ ۸/۵
۲) ۷،۷،۲،۲-تترامتیل اوکتان ـ ۸/۵
۳) ۸،۲،۲-تری‌متیل نونان ـ ۹/۲۵
۴) ۷،۷،۲،۲-تترامتیل اوکتان ـ ۹/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۳۲ ـ ۱۱۰۱)

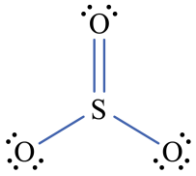
در صورت سؤال، فرمول فشرده شده یک آلکان نشان داده شده است. ساختار نقطه-خط این آلکان به این صورت رسم می‌شود:



زنجیره اصلی این آلکان، دارای ۹ اتم کربن بوده و در ساختار این ماده، ۳ شاخه فرعی متیل وجود دارد. شماره‌گذاری زنجیره اصلی این ترکیب، با توجه به تراکم شاخه‌های فرعی، از سمت چپ شروع می‌شود. بر این اساس، نام این آلکان مورد نظر به‌صورت ۸،۲،۲-تری‌متیل نونان و فرمول شیمیایی آن نیز به‌صورت $C_{12}H_{26}$ است. آلکانی با فرمول شیمیایی C_nH_{2n+2} دارای $3n+1$ پیوند اشتراکی است. برای محاسبه شمار پیوندهای اشتراکی در این آلکان داریم:

$$\text{تعداد پیوند} = 3 \times 12 + 1 = 37$$

ساختار لوویس گوگرد تری‌اکسید به این صورت رسم می‌شود:



در این ساختار ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد. پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{37}{4} = 9/25$$

کنکورشناسی: برای آشنایی بیشتر شما با سؤال‌های کنکور سراسری، این سؤال با شبیه‌سازی یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده بود.

۹۸- در مخلوطی از آمونیاک و اکسیژن به حجم ۳۳/۶ لیتر که در شرایط استاندارد قرار دارند، یک جرقه ایجاد می‌کنیم تا کل گاز آمونیاک به همراه ۲۵٪ از گاز اکسیژن موجود در مخلوط، بر اساس معادله واکنش زیر مصرف شوند. در این واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد شده است؟

$$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g) \quad ; \quad \Delta H = -84kJ$$

۱) ۳/۱۵
۲) ۶/۳
۳) ۵/۲۵
۴) ۱۰/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۶۴ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$$

در این واکنش، گاز آمونیاک سوخته و به گاز NO و بخار آب تبدیل می‌شود. مقدار مول آمونیاک اولیه را برابر با x مول در نظر می‌گیریم. در این صورت، طبق معادله موازنه شده واکنش مورد نظر، مقدار $1/25x$ مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$?\,mol\,O_2 = x\,mol\,NH_3 \times \frac{5\,mol\,O_2}{4\,mol\,NH_3} = 1/25x\,mol$$

در این فرایند، ۲۵٪ از گاز اکسیژن مصرف شده و ۷۵٪ از آن در ظرف باقی مانده است. با توجه به اینکه مقدار مول اکسیژن مصرف شده در این فرایند، معادل با ۰/۲۵ برابر از کل گاز اکسیژن موجود در مخلوط اولیه بوده است، مقدار مول اولیه گاز اکسیژن را به دست می‌آوریم.

در این رابطه، داریم:

$$?\,mol\,O_2\ \text{اولیه} = x\,mol\,NH_3 \times \frac{۵\,mol\,O_2\ \text{مصرف شده}}{۴\,mol\,NH_3} \times \frac{۱\,mol\,O_2\ \text{اولیه}}{۰/۲۵\,mol\,O_2\ \text{مصرف شده}} = ۵x\,mol$$

طبق محاسبات بالا، در مخلوط اولیه x مول گاز آمونیاک و $۵x$ مول گاز اکسیژن وجود داشته است. با زدن جرقه، کل گاز آمونیاک به همراه $۱/۲۵x$ مول از گاز اکسیژن مصرف شده است. بر این اساس، می‌توان گفت که در ابتدا مجموعاً $۶x$ مول گاز در ظرف واکنش وجود داشته است که حجم آن در شرایط استاندارد برابر با ۳۳/۶ لیتر بوده است. می‌دانیم که ۳۳/۶ لیتر گاز، معادل با ۱/۵ مول گاز است، پس داریم:

$$\text{مجموع شمار مول‌های گازی} = ۶x \quad \Longrightarrow \quad ۱/۵\,mol\ \text{گاز} = ۶x \quad \Longrightarrow \quad x = ۰/۲۵\,mol$$

با توجه به مقدار مؤلفه x، می‌توان گفت در مخلوط اولیه ۰/۲۵ مول آمونیاک و ۱/۲۵ مول گاز اکسیژن وجود داشته است. بر این اساس، مقدار گرمای تولید شده در واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,kJ\ \text{گرما} = ۰/۲۵\,mol\,NH_3 \times \frac{۸۴\,kJ\ \text{گرما}}{۴\,mol\,NH_3} = ۵/۲۵\,kJ$$

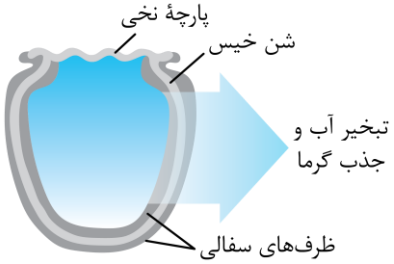
ماز

۹۹- کدام‌یک از مطالب داده شده درست است؟

۱) یخچال صحرایی بر اساس فرایند فیزیکی کار می‌کند که در آن، سطح انرژی فراورده بالاتر از واکنش‌دهنده است.
۲) روغن‌ها از جمله ترکیب‌های آلی سیرشده بوده و در مقایسه با یک نمونه چربی‌ها، واکنش‌پذیری بالاتری دارند.
۳) تکه نان گرم، در مقایسه با قطعه‌ای سیب‌زمینی با جرم، سطح و دمای مشابه، کندتر با محیط هم‌دما می‌شود.
۴) اتان نسبت به اتانول ارزش سوختی بیشتری داشته و همانند یک نمونه از اتانول، یک نوع سوخت سبز است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۷۴ ـ ۱۱۰۱)

یخچال صحرایی دستگاهی بسیار ساده و ارزان‌قیمت است که بدون نیاز به انرژی الکتریکی، مواد غذایی را خنک کرده و برای مدت طولانی‌تری نگه می‌دارد. ساختار این دستگاه به‌صورت زیر است:



یخچال صحرایی بر اساس نفوذ آب به خارج از بدنه سفالی یخچال و تبخیر آن کار می‌کند. همان‌طور که می‌دانیم، تبخیر یک فرایند فیزیکی گرماگیر است که در آن سطح انرژی فراورده (بخار آب)، بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده (آب مایع) است.

یخچال صحرایی

در ساختار یخچال صحرایی، دو ظرف سفالی که از جنس خاک رس ساخته شده‌اند، درون یکدیگر قرار گرفته و فضای میان آن‌ها با شن خیس پر می‌شود. درپوش این مجموعه نیز پوششی نخی و مرطوب است که تهویه را به آسانی انجام می‌دهد. با گذشت زمان، به مرور آب در بدنهٔ سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی تبخیر می‌شود. معادله فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:

$$H_2O(l) + ۴۴/۱\,kJ \rightarrow H_2O(g)$$

با توجه به معادله این واکنش، برای تبخیر هر مول آب ۴۴/۱ کیلوژول گرما از محیط جذب می‌شود. فرایند جذب گرما در این دستگاه، فضای داخلی و محتویات درونی آن را خنک کرده و شرایط را برای سالم نگه‌داشتن غذا به مدت طولانی‌تر مناسب می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار روغن، به یقین تعدادی پیوند $C=C$ وجود دارد.

روغن‌ها

انواع روغن‌ها، با استفاده از گیاهان مختلف مثل آفتاب‌گردان، زیتون و ... استخراج می‌شوند. ذرات سازنده روغن، انواعی از استرهای سنگین سه عاملی بوده و این ذرات، به‌طور کلی ناقطبی هستند. به همین خاطر است که یک نمونه روغن، در حلال‌های قطبی مثل آب حل نمی‌شود. روغن، از جمله مواد غذایی است که ما ایرانی‌ها در مقایسه با سایر مردم جهان از آن بیشتر استفاده می‌کنیم. بسته‌بندی انواع روغن‌های گیاهی در ظرف‌های کدر، موجب جلوگیری از برخورد نور با این ماده غذایی و افزایش مدت زمان ماندگاری آن می‌شود.

۳) یکی از ویژگی‌های مهم آب، گرمای ویژه بالای این ماده است. در واقع، چون بین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار است، برای تغییر دمای این ماده باید مقدار زیادی انرژی مبادله شود. چون مقدار آب موجود در سیب‌زمینی بیشتر از مقدار آب موجود در یک تکه نان است، برای تغییر دمای سیب‌زمینی باید مقدار گرمای بیشتری مبادله شود و به همین خاطر، انجام شدن این فرایند به زمان بیشتری نیاز دارد. به‌طور کلی، هر ماده غذایی که مقدار آب بیشتری داشته باشد، مقاومت بالاتری در برابر تغییر دما نیز دارد.

۴) اتان نسبت به اتانول آنتالپی سوختن منفی‌تری دارد و با توجه به جرم مولی کمتر اتان نسبت به اتانول، با استفاده از رابطه زیر می‌توان گفت اتانول ارزش سوختی کمتری دارد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\left|\Delta H \text{ سوختن}\right|}{\text{جرم مولی ماده}}$$

توجه داریم که در کسر مورد نظر، برای اتانول هم صورت کسر کوچک‌تر بوده و هم مخرج کسر بزرگ‌تر است. با توجه به تعریف کتاب درسی، سوخت‌های سبز در ساختار خود علاوه بر کربن و هیدروژن، اتم اکسیژن نیز دارند و از پسماندهای گیاهی مانند سویا، نیشکر و دیگر دانه‌های روغنی تولید می‌شوند. اتانول یکی از سوخت‌های سبز است. در نقطه مقابل، اتان همانند سایر هیدروکربن‌ها (آلکان‌ها، آلکن‌ها، آلکین‌ها، سیکلوآلکان‌ها، بنزن و ...) در ساختار خود اتم اکسیژن نداشته و سوخت سبز محسوب نمی‌شوند.

ماز

۱۰۰- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ ماده موجود در توت‌فرنگی که در صنعت به‌عنوان نگهدارنده کاربرد دارد، ساده‌ترین اسید آلی آروماتیک است.

ب ـ تیغه‌ای از فلز روی، در مقایسه با پودر روی، رنگ محلول مس(II) سولفات را با سرعت کمتری از بین می‌برد.

ج ـ فلز سدیم، بسیار نرم بوده و برخلاف پتاسیم، با آب سرد به‌شدت واکنش می‌دهد و گاز H_2 تولید می‌کند.

د ـ محلول آبی هیدروژن پراکسید، در دمای اتاق و بدون حضور کاتالیزگر، اصلاً تجزیه نمی‌شود.

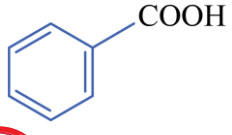
۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «د» ۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱ **(متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۱۰۲)**

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) بنزوئیک اسید با ساختار زیر، ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد و همان‌طور که می‌دانیم، در صنعت از آن به‌عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود. توجه داریم که نگهدارنده‌ها نوعی افزودنی هستند که به مواد خوراکی یا غذاها افزوده شده و سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مادهٔ غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند.



ب) با افزایش سطح تماس مواد، سرعت انجام شدن واکنش‌های شیمیایی افزایش پیدا می‌کند. چون پودر روی در مقایسه با تیغه روی سطح تماس بیشتری با محلول مورد نظر دارد، پس می‌توان گفت تیغه‌ای از جنس فلز روی، در مقایسه با مقداری از پودر این عنصر، رنگ محلولی از مس (II) سولفات را با سرعت کمتری از بین می‌برد.

ج) اگر چه واکنش‌پذیری سدیم کمتر از پتاسیم است، اما فلز سدیم و فلز پتاسیم هر دو با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند و در پی انجام این دو واکنش نور آزاد می‌شود (که به علت سوختن گاز هیدروژن است.). واکنش فلزهای قلیایی با آب به‌صورت زیر است:

$$۲M(s) + ۲H_۲O(l) \longrightarrow ۲MOH(aq) + H_۲(g)$$

به‌طور کلی، از میان فلزهای موجود در گروه اول جدول تناوبی (فلزهای قلیایی)، با افزایش عدد اتمی عناصر، شعاع اتمی و واکنش‌پذیری آن‌ها افزایش می‌یابد. بر این اساس، داریم:

واکنش‌پذیری : $Li < Na < K < Rb < Cs$

د) محلول هیدروژن پراکسید، در دمای اتاق و بدون حضور کاتالیزگر، به آرامی تجزیه می‌شود؛ اما با افزودن مقداری از یک کاتالیزگر مناسب به آن (مثلاً محلولی که حاوی یون یدید باشد)، سرعت واکنش تجزیه این ماده بالاتر می‌رود.

هیدروژن پراکسید

هیدروژن پراکسید $(H_۲O_۲)$، ماده‌ای است که با نام تجاری آب اکسیژنه به فروش می‌رسد. این ماده، محلول در آب بوده و خاصیت ضدعفونی‌کنندگی دارد. تولید این ماده از واکنش مستقیم میان گازهای اکسیژن و هیدروژن امکان‌پذیر نیست. در واقع، چون آب $(H_۲O)$ در مقایسه با هیدروژن پراکسید سطح انرژی پایین‌تری دارد (پایدارتر است)، گازهای هیدروژن و اکسیژن بر اساس معادلهٔ $۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(l)$ واکنش داده و به‌جای هیدروژن پراکسید، ذرات آب تولید می‌شوند.

ماز

۱۰۱- در شرایط استاندارد، ۳۴۵ گرم $KIO_۴$ را در واکنش موازنه نشده $H_۲(g) + KIO_۴(s) \rightarrow KI(s) + H_۲O(l)$ و در طول مدت زمان ۹۰ ثانیه مصرف می‌کنیم. در این فرایند، چند مول پتاسیم یدید تولید شده و سرعت متوسط مصرف گاز هیدروژن برابر با چند لیتر بر دقیقه است؟ $(I = ۱۲۷ , K = ۳۹ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲ ـ ۵۶ ۲) ۲ ـ ۱۱۲ ۳) ۱/۵ ـ ۴۴/۸ ۴) ۱/۵ ـ ۸۹/۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۸ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$۴H_۲(g) + KIO_۴(s) \rightarrow KI(s) + ۴H_۲O(l)$$

با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، مقدار مول پتاسیم یدید تولید شده و حجم گاز هیدروژن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,mol\,KI = ۳۴۵\,g\,KIO_۴ \times \frac{۱\,mol\,KIO_۴}{۲۳۰\,g\,KIO_۴} \times \frac{۱\,mol\,KI}{۱\,mol\,KIO_۴} = ۱/۵\,mol$$

$$?\,L\,H_۲ = ۳۴۵\,g\,KIO_۴ \times \frac{۱\,mol\,KIO_۴}{۲۳۰\,g\,KIO_۴} \times \frac{۴\,mol\,H_۲}{۱\,mol\,KIO_۴} \times \frac{۲۲/۴\,L\,H_۲}{۱\,mol\,H_۲} = ۱۳۴/۴\,L$$

در طول یک بازه زمانی ۹۰ ثانیه‌ای (معادل با ۱/۵ دقیقه)، ۱۳۴/۴ لیتر گاز هیدروژن در این واکنش شیمیایی مصرف شده است. بر این اساس، سرعت متوسط مصرف گاز هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{H_۲} = \frac{\text{حجم گاز هیدروژن مصرف شده}}{\Delta t} = \frac{۱۳۴/۴\,L\,H_۲}{۱/۵\,min} = ۸۹/۶\,L.min^{-۱}$$

ماز

۱۰۲- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟

۱) صنعت نساجی به تولید پوشاک مورد نیاز بشر پرداخته و موفقیت آن در گرو تأمین الیاف مورد نیاز است.
۲) الیاف پشمی، حاوی اتم نیتروژن بوده و میزان تولید آن‌ها کمتر از میزان تولید الیاف پنبه‌ای و پلی‌استری است.
۳) در ساختار مولکول پلی‌استیرن، همانند مولکول‌های لیکوپن و کلسترول، پیوند دوگانه کربن-کربن یافت می‌شود.
۴) اگر مونومرهای به کار رفته در تهیه دو نوع پلیمر یکسان باشد، آن دو پلیمر به یقین خواص فیزیکی یکسانی دارند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۶ ـ ۱۱۰۳)

مونومرهایی وجود دارند که با استفاده از یک نوع مونومر ساخته شده و دارای خواص فیزیکی متفاوتی هستند. به‌عنوان مثال، می‌توان به پلی‌اتن سنگین و سبک اشاره کرد که مونومر سازنده یکسان ولی خواص فیزیکی متفاوت دارند.

انواع پلی‌اتن

پلی‌اتن یکی از مهم‌ترین پلیمرهای ساختگی است که سالانه میلیون‌ها تن از آن در شرکت‌های پتروشیمی تولید شده و از آن در ساخت وسایل گوناگون استفاده می‌شود. یافته‌های تجربی شیمی‌دان‌ها نشان می‌دهند که مولکول‌های اتن می‌توانند در شرایط گوناگون در واکنش پلیمری شدن شرکت کرده و پلی‌اتن‌هایی با ساختار و ویژگی‌های متفاوت را پدید بیاورند. دو نوع عمده از انواع پلی‌اتن تولید شده در شرکت‌های پتروشیمیایی به‌صورت زیر هستند:

۱) پلی‌اتن سنگین: در ساختار این نوع پلی‌اتن، واحدهای تکرارشوندهٔ موجود در ساختار پلیمر به‌صورت خطی در کنار یکدیگر قرار گرفته و زنجیره‌های هیدروکربنی بدون شاخه را ایجاد می‌کنند. این پلیمر به پلی‌اتن بدون شاخه نیز معروف است.

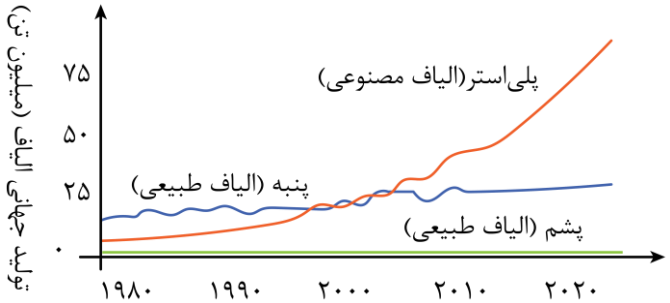
۲) پلی‌اتن سبک: اگر واکنش تولید پلی‌اتن در شرایط دیگری انجام شود، برخی از مولکول‌های اتن از کناره‌ها به یکدیگر افزوده شده و زنجیرهای هیدروکربنی شاخه‌دار به‌دست می‌آید. با توجه به ساختار این پلیمر، به آن پلی‌اتن شاخه‌دار نیز گفته می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انسان‌ها در گذشته پوشاک خود را از مواد طبیعی مانند پشم، پوست، چرم و پنبه تهیه می‌کردند اما با رشد جمعیت جهان، مصرف پوشاک به میزان چشمگیری افزایش یافت؛ به‌طوری‌که روش‌های سنتی تولید پوشاک دیگر پاسخگوی نیازهای جامعه نبود. در چنین شرایطی، صنعت نساجی به شکل صنعتی و امروزی پدیدار شد؛ به‌طوری‌که این صنعت با بهره‌گیری از فناوری‌های نو، به تولید پوشاک پرداخت. با این که صنعت نساجی به تولید پوشاک می‌پردازد؛ اما موفقیت این صنعت در تولید پوشاک، در گرو تأمین الیاف مورد نیاز آن است. مراحل تولید پوشاک در صنعت نساجی به‌صورت زیر است:

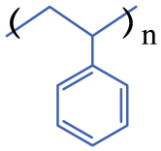


۲) در حال حاضر، میزان تولید الیاف پشمی کمتر از میزان تولید الیاف پنبه‌ای و الیاف پلی‌استری است. نمودار زیر، روند تولید انواع الیاف را نشان می‌دهد:

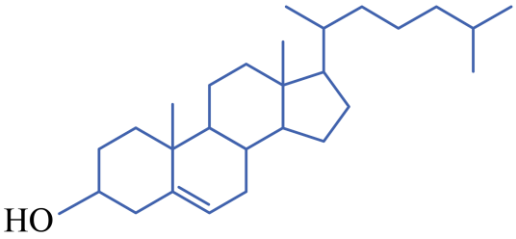


با توجه به این نمودار، میزان تولید الیاف پشمی در طول سال‌های اخیر ثابت باقی مانده اما میزان تولید الیاف پنبه‌ای (الیاف نخی) و الیاف پلی‌استری با شیب‌های متفاوتی در حال افزایش یافتن است. پشم، حاوی الیاف پلی‌آمیدی بوده و در ساختار آن اتم‌های نیتروژن وجود دارند.

۳) ساختار مولکول پلی‌استیرن به‌صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ماده به ازای هر واحد تکرارشونده ۳ پیوند $C = C$ وجود دارد. لیکوپن نیز نوعی هیدروکربن سیرنشده است که در ساختار آن تعدادی پیوند دوگانه وجود دارد. کلسترول نیز یک الکل سیرنشده نامحلول در آب است که در ساختار مولکولی خود یک پیوند دوگانه و تعدادی حلقه کربنی دارد. ساختار کلسترول به‌صورت زیر است:



۱۰۳- استیک اسید، طبق معادله موازنه نشده زیر و با استفاده از استالدهید(CH_3COH) تولید می‌شود. استیک اسید حاصل از مصرف ۳۳ گرم استالدهید، با چند گرم اتیلن‌گلیکول به‌طور کامل واکنش داده و در این فرایند، چند لیتر محلول ۰/۱ مولار سولفوریک اسید مصرف می‌شود؟ ($O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1}$)

$$CH_3COH + K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 \rightarrow CH_3COOH + K_2SO_4 + Cr_2(SO_4)_3 + H_2O$$

۱) ۲۳/۲۵ ـ ۵ ۲) ۲۳/۲۵ ـ ۱۰ ۳) ۲۵/۶ ـ ۵ ۴) ۲۵/۶ ـ ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۱۱۵ ـ ۱۱۰۳)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$۳CH_3COH + K_2Cr_2O_7 + ۴H_2SO_4 \rightarrow ۳CH_3COOH + K_2SO_4 + Cr_2(SO_4)_3 + ۴H_2O$$

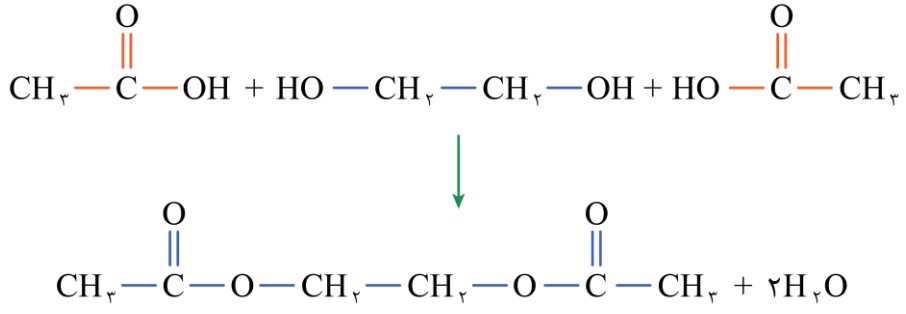
در قدم اول، مقدار سولفوریک اسید مصرف شده در این واکنش شیمیایی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,L \text{ محلول سولفوریک اسید} = ۳۳\ g\ CH_3COH \times \frac{۱\ mol\ CH_3COH}{۴۴\ g\ CH_3COH} \times \frac{۴\ mol\ H_2SO_4}{۳\ mol\ CH_3COH} \times \frac{۱\ L \text{ محلول سولفوریک اسید}}{۰/۱\ mol\ H_2SO_4} = ۱۰\ L$$

در قدم بعد، مقدار مول استیک اسید تولید شده به ازای مصرف ۳۳ گرم استالدهید را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ CH_3COOH = ۳۳\ g\ CH_3COH \times \frac{۱\ mol\ CH_3COH}{۴۴\ g\ CH_3COH} \times \frac{۳\ mol\ CH_3COOH}{۳\ mol\ CH_3COH} = ۰/۷۵\ mol$$

اتیلن‌گلیکول، نوعی الکل دوعاملی بوده و در ساختار خود دارای ۲ گروه عاملی هیدروکسیل است. هر مول از این ماده، با ۲ مول استیک اسید واکنش داده و ترکیبی را ایجاد می‌کند که در ساختار خود دارای ۲ گروه عاملی استری است. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

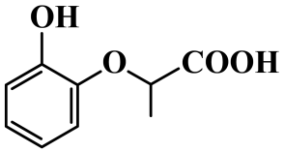


با توجه به معادله واکنش، جرم اتیلن‌گلیکول مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,C_۲H_۶O_۲ = ۰/۷۵\,mol\,CH_۳COOH \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۶O_۲}{۲\,mol\,CH_۳COOH} \times \frac{۶۲\,g\,C_۲H_۶O_۲}{۱\,mol\,C_۲H_۶O_۲} = ۲۳/۲۵\,g$$

ماز

۱۰۴- در رابطه با مولکول مقابل، کدام مورد نادرست است؟ $(C = ۱۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$



۱) این ماده، محلول در آب بوده و از آن در واکنش تولید پلی‌استرها می‌توان استفاده کرد.
۲) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ترکیب آروماتیک، با پنتان برابر است.
۳) پنج مورد از اتم‌های کربن موجود در ساختار این ماده، به یک اتم H متصل شده‌اند.
۴) جرم اتم‌های کربن موجود در آن، بیشتر از ۱/۵ برابر جرم اتم‌های اکسیژن است.

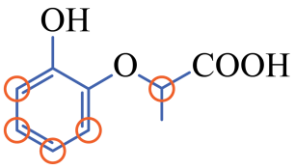
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۶ ـ ۱۱۰۳)

برای حل این سؤال، در گام اول فرمول شیمیایی ترکیب را می‌نویسیم. توجه داریم که این ماده در ساختار خود دارای ۹ اتم کربن، یک حلقه کربنی و ۴ پیوند دوگانه (۳ پیوند دوگانه در حلقه و یک پیوند دوگانه در گروه عاملی) است. بر این اساس، فرمول شیمیایی ماده مورد نظر به‌صورت $C_۹H_۱۰O_۴$ می‌شود. فرمول شیمیایی پنتان نیز به‌صورت $C_۵H_{۱۲}$ نوشته می‌شود. بنابراین شمار اتم‌های هیدروژن در این دو ترکیب برابر نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب‌هایی که در ساختار خود یک گروه عاملی کربوکسیل و یک گروه عاملی هیدروکسیل دارند، می‌توانند به تنهایی، مونومر سازنده پلی‌استرها باشند. این مواد، از دو سمت در واکنش استری شدن شرکت کرده و پلی‌استرها را ایجاد می‌کنند. توجه داریم که بخش زیادی از مولکول این ماده قطبی است و بر این اساس، ماده مورد نظر به خوبی در آب حل می‌شود.

۳) پنج اتم کربن در ساختار لوویس این ترکیب، تنها به یک اتم هیدروژن متصل شده‌اند. این اتم‌ها در تصویر زیر مشخص شده‌اند:



۴) جرم اتم‌های کربن در هر مول از این ترکیب برابر با ۱۰۸=۱۲×۹ گرم و جرم اتم‌های اکسیژن در این ترکیب نیز برابر با ۶۴=۱۶×۴ گرم است. در این رابطه، داریم:

$$۱۰۸ > ۱/۵ \times ۶۴$$

ماز

۱۰۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف ـ هر مولکول از ساده‌ترین عضو کربوکسیلیک اسیدها، شامل ۸ اتم شده و این ماده، در محلول سرکه وجود دارد.
ب ـ شمار پیوندهای $C - O$ در متیل بوتانوات، با شمار این پیوندها در عامل ایجادکننده بوی گیاه رازیانه برابر است.
ج ـ پلیمرهای ساختگی، برخلاف برخی از انواع پلیمرهای طبیعی، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را ندارند.
د ـ گوارش نشاسته، شامل واکنش شیمیایی تبدیل آن به گلوکز است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

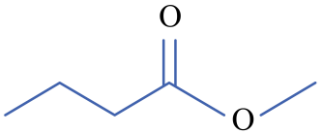
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۸ ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

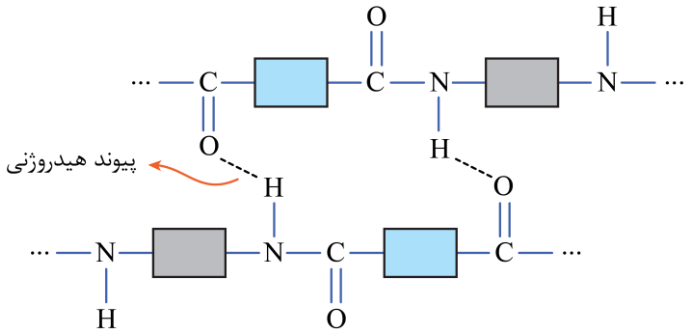
بررسی موارد:

الف) اولین عضو از خانواده کربوکسیلیک اسیدها، متانوئیک اسید یا فورمیک اسید با فرمول $HCOOH$ است. در هر مولکول از متانوئیک اسید، در مجموع ۵ اتم وجود دارد. متانوئیک اسید، به‌صورت طبیعی وجود داشته و بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن می‌شود و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. توجه داریم که از اتانوئیک اسید یا استیک اسید (دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها) در تهیه سرکه استفاده می‌شود.

ب) عامل ایجادکننده بوی رازیانه، نوعی ترکیب اتری است و همان‌طور که می‌دانیم، در ساختار ترکیب‌های اتری ۲ پیوند $C-O$ در دو طرف گروه عاملی اتری قرار خواهند داشت. متیل بوتانوات نیز نوعی ترکیب استری بوده و در ساختار گروه عاملی موجود در این ماده نیز ۲ پیوند $C-O$ در دو طرف یکی از اتم‌های اکسیژن موجود در گروه عاملی وجود دارند. ساختار این ترکیب استری به‌صورت زیر است:



ج) علاوه بر نیروی وان‌درواالسی قوی که در تمام پلیمرها به علت حجم و جرم زیاد مولکول‌های آن‌ها دیده می‌شود، در ساختار برخی پلیمرها مانند پلی‌آمیدها پیوند هیدروژنی برقرار است. همان‌طور که در شکل زیر مشخص است؛ در گروه عاملی آمیدی اتم هیدروژن به اتم نیتروژن متصل بوده و میان مولکول‌های این پلیمر پیوند هیدروژنی وجود دارد.



برخی از پلی‌آمیدها ساختگی و برخی مانند شاخ حیوانات طبیعی هستند.

د) بر اساس یافته‌های تجربی، می‌دانیم که مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، به آرامی به مونومرهای سازنده خود یعنی گلوکز، تبدیل می‌شوند. در واقع گوارش نشاسته، شامل واکنش شیمیایی تبدیل آن به گلوکز است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت در فرایند گوارش، آنزیم‌ها نقش کاتالیزگر را ایفا می‌کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

برای مطالعهٔ بیشتر، این چند تا تست اضافه رو هم براتون گذاشتیم که علاوه‌بر آزمون، یک محک دوباره برای خودتون باشه!

۱- بازده درصدی واکنش تجزیه $NaHSO_3$، برابر ۸۰٪ است. بر اثر تجزیه ۳۲/۵ گرم نمونه ناخالص $NaHSO_3$ که مقدار ماده خالص موجود در آن ۴ برابر مقدار ناخالصی‌ها است، چند لیتر فراورده گازی با حجم مولی ۳۲ لیتر، آزاد می‌شود؟

$(S = ۳۲ , Na = ۲۳ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$NaHSO_3(s) \xrightarrow{\Delta} Na_2SO_3(s) + SO_2(g) + H_2O(g)$ (معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۷/۲ ۲) ۱۴/۴ ۳) ۶/۴ ۴) ۹/۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۱۰۱)

معادله واکنش تجزیه سدیم هیدروژن سولفیت یا همان $NaHSO_3$، به‌صورت زیر است:

$$۲NaHSO_3(s) \longrightarrow Na_2SO_3(s) + SO_2(g) + H_2O(g)$$

طبق فرض سؤال، مقدار ماده خالص موجود در نمونه مورد نظر، ۴ برابر مقدار ناخالصی‌ها است. پس اگر درصد ماده ناخالص برابر با x باشد، درصد ماده خالص برابر با $۴x$ می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد ماده خالص} + \text{درصد ماده ناخالص} = ۱۰۰ \Longrightarrow x + ۴x = ۱۰۰ \Longrightarrow x = ۲۰ \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات بالا، درصد ماده خالص در نمونه مورد نظر برابر با ۸۰٪ است. فراورده‌های گازی تولید شده در این واکنش شیمیایی، شامل H_2O و SO_2 می‌شوند. بر این اساس، حجم گاز آزاد شده را حساب می‌کنیم. ابتدا مقدار نظری گازهای تولید شده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,L \text{ گاز} = ۳۲/۵\ g\ NaHSO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{۸۰\ g\ NaHSO_3}{۱۰۰\ g\ NaHSO_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{۱\ mol\ NaHSO_3}{۱۰۴\ g\ NaHSO_3} \times \frac{۲\ mol \text{ گاز}}{۲\ mol\ NaHSO_3} \times \frac{۳۲\ L}{۱\ mol \text{ گاز}} = ۸\ L$$

در نهایت، مقدار عملی گاز تولید شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Longrightarrow ۸۰ = \frac{x}{۸} \times ۱۰۰ \Longrightarrow x = \frac{۸ \times ۸۰}{۱۰۰} = ۶/۴\ L$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار فراورده‌های گازی تولید شده برابر با ۶/۴ لیتر است.

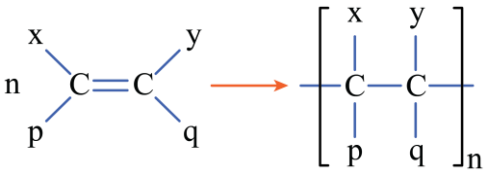
۲- پلیمر حاصل از بسپارش ۲- بوتن، در تولید نوعی از پوشش ظروف آشپزخانه کاربرد دارد. برای تولید $۱/۶ \times ۱۰^۵$ عدد ظرف که در ساخت هر کدام از آن‌ها ۳۵ گرم پلیمر بکار رفته است، چند مترمکعب مونومر با حجم مولی ۲۴ لیتر مصرف می‌شود؟

$(C = ۱۲ \text{ و } H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۳۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۶ ـ ۱۱۰۳)

هر ترکیب آلی که در ساختار زنجیره کربنی خود پیوند دوگانهٔ کربن-کربن داشته باشد، می‌تواند در واکنش مربوط به تولید پلیمرهای افزایشی شرکت کند. واکنش کلی تولید این پلیمرها به‌صورت زیر است:



در این نوع از واکنش پلیمری شدن، جرم پلیمر تولید شده با مجموع جرم مونومرهای مصرف شده برابر بوده و همه اتم‌های موجود در ساختار مونومرها، در ساختار پلیمر حاصل نیز شرکت می‌کنند. ترکیب ۲-بوتن، نوعی آلکن بوده و با توجه به وجود یک پیوند دوگانه کربن-کربن در ساختار خود، می‌تواند در واکنش بسپارش از نوع افزایشی شرکت کند.

واکنش بسپارش انجام شده، به‌صورت زیر است:

$$nC_4H_8(g) \xrightarrow{\text{فشار و گرما}} (C_4H_8)_n$$

بر این اساس، حجم گاز مورد نیاز برای تولید این تعداد ظرف را برحسب مترمکعب حساب می‌کنیم:

$$?\ m^3C_4H_8 = ۱/۶ \times ۱۰^5 \text{ ظرف} \times \frac{۳۵\ g\ (C_4H_8)_n}{۱\ \text{ظرف}} \times \frac{۱\ mol\ (C_4H_8)_n}{۵۶n\ g\ (C_4H_8)_n} \times \frac{n\ mol\ C_4H_8}{۱\ mol\ (C_4H_8)_n} \times \frac{۲۴\ L\ C_4H_8}{۱\ mol\ C_4H_8} \times \frac{۱\ m^3\ C_4H_8}{۱۰^3\ L\ C_4H_8} = ۲۴۰۰\ m^3$$

ماز

۳- کدام‌یک از مطالب داده شده نادرست است؟

۱) بخشی از نفت خام که به‌عنوان خوراک پتروشیمی به کار می‌رود، از قسمت بالایی برج تقطیر نفت جدا می‌شود.
۲) نفتالن، هیدروکربنی سفیدرنگ با ۵ پیوند $C = C$ بوده و به‌عنوان ضد بید در نگهداری فرش کاربرد داشته است.
۳) پالایش نفت، سوخت ارزان و مناسب را در اختیار صنایع قرار داده و منجر به تولید انرژی الکتریکی ارزان می‌شود.
۴) زغال سنگ، نوعی سوخت فسیلی به شمار رفته و منابع آن، نسبت به منابع نفت خام، زودتر به پایان می‌رسند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴۶ ـ ۱۱۰۱)

زغال‌سنگ، همانند نفت خام، گاز طبیعی و بنزین، از جمله سوخت‌های فسیلی است. برآوردها نشان می‌دهد که ذخایر زغال سنگ تا ۵۰۰ سال آینده توانایی رفع نیازهای بشر را دارند؛ در حالی که طبق برآوردهای انجام شده برای نفت خام، منابع این سوخت فسیلی تا ۱۰۰ سال آینده به پایان می‌رسند. بر این اساس، زغال‌سنگ می‌تواند به‌عنوان سوخت، جایگزین نفت خام شود.

زغال سنگ

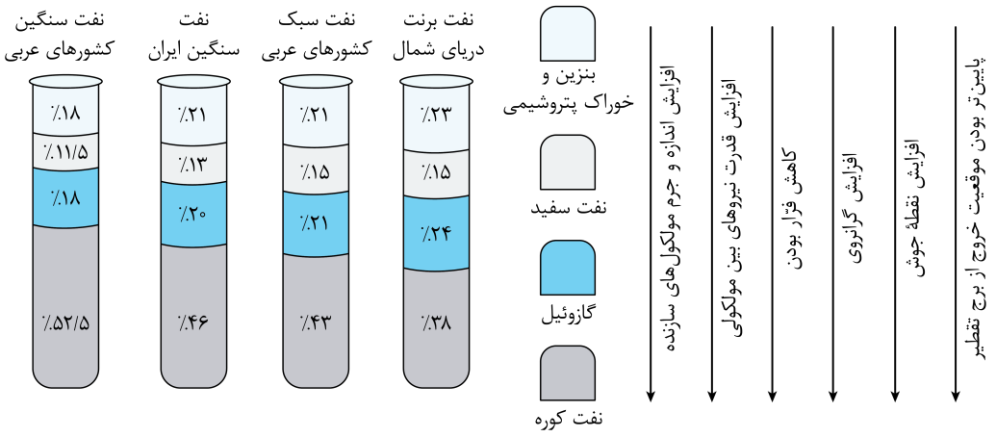
بر اثر سوختن زغال‌سنگ آلاینده‌های متنوع‌تر و بیشتری تولید می‌شوند، در صورت جایگزینی نفت با زغال‌سنگ، مقدار بیشتری از انواع آلاینده‌ها به هواکره وارد شده و این امر، باعث تشدید اثر گلخانه‌ای می‌شود. علاوه بر این، آلاینده‌های مورد نظر منجر به تولید باران‌های اسیدی شده و به محیط زیست آسیب می‌رسانند. مشکل دیگر زغال‌سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است؛ به‌طوری‌که در صد سال اخیر، بیش از ۵۰۰۰۰۰ نفر در سطح جهان بر اثر انفجار یا فروریختن معدن جان خود را از دست داده‌اند. این انفجارها اغلب به دلیل تجمع گاز متان (CH_4) آزاد شده از زغال سنگ در معدن رخ می‌دهند. برای کاهش آلایندگی زغال‌سنگ، از روش‌های زیر استفاده می‌شود:

- شست‌وشوی زغال سنگ به منظور حذف گوگرد و ناخالصی‌های دیگر از آن.
- به دام انداختن گاز SO_2 خارج شده از نیروگاه‌ها با عبور گازهای خروجی از روی کلسیم اکسید و با استفاده از واکنش زیر:

$$SO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaSO_3(s)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در پالایش نفت خام، دمای برج تقطیر از پایین به بالا کاهش می‌یابد. با ورود نفت خام به پایین‌ترین قسمت برج تقطیر، اجزای نفت شروع به تبخیر کرده و به سمت بالای برج حرکت می‌کنند. هر چه یک ماده فرارتر باشد و نقطه جوش کمتری داشته باشد، در دمای کمتری به حالت مایع در می‌آید؛ پس سبک‌ترین و فرارترین مولکول‌ها از جمله مواد پتروشیمیایی نسبت به اجزای دیگر بالاتر رفته و در قسمت‌های بالاتر به‌صورت مایع در آمده و خارج می‌شوند. تصویر زیر، اجزای سازنده نفت خام حاصل از مناطق مختلف را نشان می‌دهد:



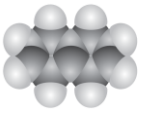
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پالایش نفت

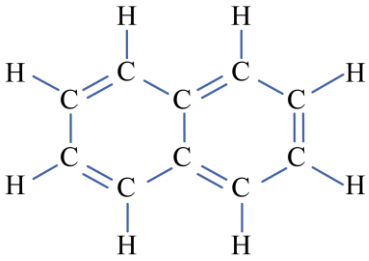
پس از استخراج نفت خام، نمک‌ها، اسیدها و آب موجود در این ماده را از آن جدا کرده و مخلوط باقی‌مانده را وارد پالایشگاه می‌کنند. در پالایشگاه، با استفاده از فرایند تقطیر جزءبه‌جزء، هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را به‌صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم جدا می‌کنند. برای انجام فرایند تقطیر جزءبه‌جزء، نفت خام را درون محفظهٔ بزرگی (کوره) گرما داده و آن را به سمت برج تقطیر هدایت می‌کنند. در برج تقطیر، دما با حرکت از سمت پایین به بالا کاهش پیدا می‌کند. هنگامی‌که نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود، مولکول‌های سبک‌تر و فرّارتر (موادی که نقطه جوش پایین‌تری دارند) از جمله مواد پتروشیمیایی، از مایع بیرون آمده و به سوی بالای برج حرکت می‌کنند. به‌تدریج که این مولکول‌ها بالاتر می‌روند، سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی‌هایی که در فاصله‌های گوناگون برج قرار دارند وارد شده و از برج خارج می‌شوند. با انجام این فرایند، مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم از نفت خام جدا می‌شوند. برای مثال، بنزین، نفت سفید، گازوئیل و نفت کوره، از اجزای سازنده نفت خام هستند که به کمک برج تقطیر از یکدیگر جدا می‌شوند.

۲ سرگروه خانواده ترکیبات آروماتیک، بنزن (C_6H_6) بوده و نفتالن ($C_{10}H_8$)، عضو مهمی از این خانواده است. فرمول ساختاری نفتالن به‌صورت زیر است:

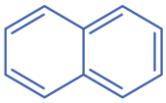
مدل فضاپرکن:



ساختار لوویس:



مدل نقطه-خط:



نفتالن، جامدی سفید رنگ بوده و به‌عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس استفاده می‌شود. این ماده، دارای ۵ پیوند $C = C$ است. از ۱۰ کربن موجود در ساختار نفتالن، ۲ کربن (۲۰ درصد از کربن‌ها) به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

۳ دستیابی به دانش و فناوری پالایش نفت خام، سبب ایجاد تحولی بزرگ در صنعت حمل و نقل، پتروشیمی و دیگر صنایع شد. پالایش نفت خام از سویی سوخت ارزان و مناسب را در اختیار صنایع قرار می‌دهد و از سوی دیگر، منجر به تولید انرژی الکتریکی ارزان قیمت می‌شود. این روند سبب شده تا ارزش و اهمیت طلای سیاه روز به روز بیشتر شود. این هدیهٔ الهی در سدهٔ گذشته کانون توجه و تحولات اجتماعی، سیاسی و اقتصادی در سطح جهان بوده است، اما استخراج و مصرف بی‌حساب این منبع خدادادی سبب شده تا این اندوخته رو به پایان باشد.

نفت سفید

حمل و نقل هوایی، سریع‌ترین حالت حمل و نقل بوده و مزایای آن شامل عدم نیاز به جاده‌سازی و تعمیرات آن، مسافرت آسان و خدمات‌رسانی خوب در مواقع اضطراری می‌شود. سوخت هواپیما طی پالایش نفت خام در برج‌های تقطیر پالایشگاه‌ها تولید می‌شود. این سوخت به‌طور عمده از نفت سفید تهیه می‌شود. نفت سفید، شامل آلکان‌هایی می‌شود که در ساختار آن‌ها ۱۰ الی ۱۵ عدد اتم کربن وجود دارد. توجه داریم که یکی از مسائل مهم در تأمین سوخت، انتقال آن به مراکز توزیع و استفاده آن است. در حدود ۶۶ درصد از فرایند انتقال سوخت به کمک خطوط لوله و بقیهٔ آن با استفاده از راه‌آهن، نفت‌کش‌های جاده‌پیما و کشتی‌های نفتی انجام می‌شود.

۴- واکنش‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$OF_2(g) + H_2O(l) \longrightarrow O_2(g) + 2HF(g) \quad , \quad \Delta H = -276/6\ kJ$$
$$SF_4(g) + 2H_2O(l) \longrightarrow SO_2(g) + 4HF(g) \quad , \quad \Delta H = -827\ kJ$$
$$SO_2(g) \longrightarrow S(s) + O_2(g) \quad , \quad \Delta H = +296/9\ kJ$$

اگر در واکنش موازنه نشده $S(s) + OF_2(g) \longrightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$، مقدار ۴/۲ مول گوگرد مصرف شود، با انرژی حاصل از این فرایند، دمای چند گرم آب را می‌توان به اندازه ۵۰°C افزایش داد؟ ($c_{آب} = 4/2\ J.g^{-1}.°C^{-1}$)

۱) ۱۶۰۰ ۲) ۳۲۰۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۳۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۷۵ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش‌های داده شده به‌صورت زیر هستند:

$$OF_2(g) + H_2O(l) \longrightarrow O_2(g) + 2HF(g) \quad , \quad \Delta H = -276/6\ kJ$$
$$SF_4(g) + 2H_2O(l) \longrightarrow SO_2(g) + 4HF(g) \quad , \quad \Delta H = -827\ kJ$$
$$SO_2(g) \longrightarrow S(s) + O_2(g) \quad , \quad \Delta H = +296/9\ kJ$$

واکنش نهایی نیز به شکل زیر است:

$$2S(s) + 2OF_2(g) \rightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$$

ماده $OF_2(g)$ فقط در واکنش اول وجود دارد و ضریب آن نیز برابر با ۱ است؛ پس واکنش اول را در ۲ ضرب می‌کنیم تا ضریب $OF_2(g)$ در آن با ضریب این ماده در واکنش خواسته شده برابر شود. در این رابطه، داریم:

$$2OF_2(g) + 2H_2O(l) \longrightarrow 2O_2(g) + 4HF(g) \quad , \Delta H = -553/2\ kJ$$

ماده $SF_4(g)$ فقط در واکنش دوم وجود دارد؛ اما این ماده در واکنش مورد نظر، در سمت واکنش‌دهنده‌ها است. با معکوس کردن واکنش دوم، رد $SF_4(g)$ را نیز ایجاد می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$SO_2(g) + 4HF(g) \longrightarrow SF_4(g) + 2H_2O(l), \Delta H = +827\ kJ$$

عنصر گوگرد نیز فقط در واکنش سوم حضور دارد؛ پس با معکوس کردن و ضرب کردن این واکنش در عدد ۲، رد گوگرد را نیز مطابق با واکنش هدف، ایجاد می‌کنیم. در این حالت، واکنش سوم به شکل زیر در می‌آید:

$$2S(s) + 2O_2(g) \longrightarrow 2SO_2(g) \quad , \Delta H = -593/8\ kJ$$

حال که رد همه مواد واکنش‌دهنده و فراورده موجود در واکنش هدف را پیدا کردیم، مطابق با قانون هس، می‌توانیم مقدار ΔH این واکنش را از جمع کردن مقدار تغییر آنتالپی سایر واکنش‌ها به‌دست آوریم. بر این اساس، داریم:

$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = -553/2 + 827 - 593/8 = -320\ kJ$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، مقدار تغییر آنتالپی واکنش $2S(s) + 2OF_2(g) \rightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$ برابر با ۳۲۰- کیلوژول است.

در قدم بعد، انرژی تولید شده به ازای مصرف ۴/۲ مول گوگرد را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ J \text{ انرژی} = 4/2\ mol\ S \times \frac{320\ kJ \text{ گرما}}{2\ mol\ S} \times \frac{1000\ J \text{ گرما}}{1\ kJ \text{ گرما}} = 672000\ J$$

در قدم آخر، مقدار آب که دمای آن را می‌توان به اندازه ۵۰°C افزایش داد، محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Longrightarrow 672000 = m \times 4/2 \times 50 \Longrightarrow m = 3200\ g$$

قانون هس

گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام واکنش در پیش گرفته می‌شود، بستگی ندارد. بر اساس قانون هس، اگر معادله واکنش را بتوان از جمع دو یا چند معادله دیگر به‌دست آورد، ΔH آن واکنش را نیز می‌توان از جمع ΔH واکنش‌های دیگر محاسبه کرد. ابتدا از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، موادی که غیرتکراری هستند را انتخاب کرده و ضریب و جهت آن‌ها را مطابق واکنش اصلی قرار می‌دهیم. اگر پس از در نظر گرفتن مواد غیر تکراری، واکنشی بدون تعیین ضریب باقی ماند، در میان مواد شرکت‌کننده در این واکنش به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده شود. ضریب این ماده را در این واکنش برابر واکنش دیگر قرار می‌دهیم، اما جهت آن را عکس قرار می‌دهیم، تا با یکدیگر حذف شوند و در واکنش مجموع نیایند.

۵- واکنش $Cu(s) + ۲AgNO_۳(aq) \rightarrow Cu(NO_۳)_۲(aq) + ۲Ag(s)$ را با ورود یک تیغهٔ ۱۶ گرمی مس به $۵۰۰mL$ محلول نقره نیترات آغاز می‌کنیم. اگر سرعت متوسط واکنش $۰/۰۰۳mol.s^{-۱}$ باشد، پس از گذشتن چند ثانیه، غلظت یون $Cu^{۲+}$ در محلول به ۰/۰۹ مولار رسیده و در این لحظه، جرم تیغه فلزی برابر با چند گرم می‌شود؟ $(Cu = ۶۴ , Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۰ ـ ۹/۱۶ ۲) ۱۰ ـ ۲۲/۸۴ ۳) ۱۵ ـ ۹/۱۶ ۴) ۱۵ ـ ۲۲/۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۳ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$Cu(s) + ۲AgNO_۳(aq) \rightarrow Cu(NO_۳)_۲(aq) + ۲Ag(s)$$

با انجام این واکنش، فلز مس موجود در تیغه مصرف شده و فلز نقره تولید می‌شود و روی سطح تیغه رسوب می‌کند. با یک بار انجام شدن این واکنش، یک مول یون مس تولید شده و وارد محلول می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت سرعت متوسط تولید یون مس در محلول برابر با $۰/۰۰۳mol.s^{-۱}$ است.

در ابتدای واکنش غلظت یون $Cu^{۲+}$ در محلول صفر است، بنابراین زمان موردنیاز برای رسیدن غلظت این یون به ۰/۰۹ مولار برابر است با:

$$\text{سرعت متوسط تولید یون } Cu^{۲+} = \frac{\left(\text{غلظت اولیهٔ یون } Cu^{۲+} - \text{غلظت نهایی یون } Cu^{۲+}\right) \times \text{حجم محلول}}{\text{زمان سپری شده از ابتدای واکنش}}$$

$$\Rightarrow ۰/۰۰۳ = \frac{(۰/۰۹ - ۰) \times \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۰/۰۹ \times ۰/۵}{۰/۰۰۳} = ۱۵s$$

در طول این ۱۵ ثانیه، غلظت یون مس به ۰/۰۹ مول بر لیتر رسیده است. بر این اساس، مقدار مول یون مس تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ Cu^{۲+} = ۰/۵\ L\ \text{محلول} \times \frac{۰/۰۹\ mol\ Cu^{۲+}}{۱\ L\ \text{محلول}} = ۰/۰۴۵\ mol$$

در قدم بعد، جرم فلز مس مصرف شده از روی سطح تیغه و جرم نقرهٔ تولید شده تا ثانیهٔ ۱۵ را حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$?\ g\ Cu = ۰/۰۴۵\ mol\ Cu^{۲+} \times \frac{۱\ mol\ Cu}{۱\ mol\ Cu^{۲+}} \times \frac{۶۴\ g\ Cu}{۱\ mol\ Cu} = ۲/۸۸\ g$$

$$?\ g\ Ag = ۰/۰۴۵\ mol\ Cu^{۲+} \times \frac{۲\ mol\ Ag}{۱\ mol\ Cu^{۲+}} \times \frac{۱۰۸\ g\ Ag}{۱\ mol\ Ag} = ۹/۷۲\ g$$

جرم اولیه تیغه فلزی برابر با ۱۶ گرم بوده است. با انجام این فرایند، ۲/۸۸ گرم از فلز موجود روی سطح تیغه مصرف شده و به‌جای آن، ۹/۷۲ گرم فلز نقره تولید و روی سطح تیغه نشسته است. بر این اساس، می‌توان گفت جرم نهایی تیغه برابر با $۱۶ - ۲/۸۸ + ۹/۷۲ = ۲۲/۸۴$ گرم می‌شود. البته، قسمت دوم این سؤال اصلاً نیاز به محاسبه خاصی ندارد چراکه با نگاه کردن به معادله واکنش، متوجه می‌شویم که با هر یک بار انجام شدن واکنش، یک مول فلز مس (۶۴ گرم فلز مس) از تیغه کنده شده و به‌جای آن، ۲ مول فلز نقره (۲۱۶ گرم فلز نقره) روی تیغه رسوب کرده است، پس جرم تیغه با انجام این واکنش به مرور افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، جرم نهایی تیغه باید بیشتر از جرم اولیه آن (۱۶ گرم) باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بسته شبیه‌ساز کنکور
مارکوپولو منتشر شد!

- **۱۷ دوره کنکور سراسری** از ۹۸ تا ۱۴۰۴؛ آپدیت شده و منطبق با تغییرات کنکور ۱۴۰۵
- **پاسخنامه به سبک ماز:** شامل بررسی دقیق گزینه‌ها، نکته‌ها، جداول و کادرهای جمع‌بندی
- **قابلیت تخمین رتبه و تراز کنکور سراسری:** براساس نمرات نهایی و درصدهای کنکور
- **آزمون پیش‌بینی** کنکور سراسری ۱۴۰۵ از نگاه طراحان ماز
- **تحلیل پاسخنامهٔ ویدیویی سؤالات کنکور** توسط اساتید ماز
- **بستهٔ جامع آمادگی امتحانات نهایی** خرداد ۱۴۰۵
- بانک کنکور به تفکیک درس به درس و مبحث به مبحث مناسب دوران جمع‌بندی
- بانک کامل سؤالات شیمی و فیزیک کنکور تجربی مشترک با رشتهٔ ریاضی



ثبت سفارش
از سایت مازمارکت
mazemarket.ir

اسکن کن!

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir