آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحله بیستم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۱۶/مرداد/۱۴۰۵

دفترچه شماره یک

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
حسابان و ریاضیات پایه	۱۸	۱	۱۸	۷۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۴	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۲	۱۹	۳۰		کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۸۶	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵	کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰		کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۸۴	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱	فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰
مجموع	۴۰ سؤال			۷۰ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی ـ محمد گودرزی ـ میلاد منصوری سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: علی افضل‌زاده ـ محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ مازیار احمدی‌ناو	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی حمید گلزاری ـ صبا مهدوی ـ سید محسن میراسلامی ـ حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	حمید گلزاری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	طراح: مصطفی دیداری کارشناسان علمی: سید عباس حسینی ـ سعید قندچی	مصطفی دیداری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud

۱- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^{۲}+۱$ مفروض است. اگر $g(x)=\begin{cases} f(x) & ; \ x<۱ \\ g(x-۱)+f(x) & ; \ x\geq ۱ \end{cases}$ باشد، حاصل $(fogof)(۱)$ کدام است؟

۱) ۶۵ ۲) ۵۰ ۳) ۳۷ ۴) ۲۶

۲- اگر $f(x)=x^{۳}+۳x+۱$ باشد، دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{\frac{x^{۲}-x+۱}{f(f(x))-f(x^{۳}-x^{۲}+۵)}}$ کدام است؟

۱) $(-۴,۱)$ ۲) $(-۱,۴)$ ۳) $\mathbb{R}-[-۴,۱]$ ۴) $\mathbb{R}-[-۱,۴]$

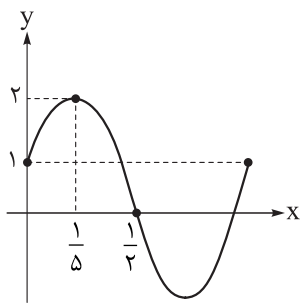
۳- اگر $f^{-۱}(x)=x+۳\sqrt{x}$ و $(fog^{-۱})(x)=x^{۳}+۱$ باشد، مقدار $g(۴)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

۴- اگر $x+y=\frac{\pi}{۴}$ و $\tan x=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل $\cos(۶x+۴y)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲۵}$ ۲) $-\frac{۷}{۲۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$ ۴) $-\frac{۲۴}{۲۵}$

۵- بخشی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\sin(bx+c)\pi$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $b>۰$ و $۰<c<\frac{۱}{۲}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) $\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

۶- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan^{۲}x-۲\cot^{۲}x=۱$ در بازهٔ $(-\pi,\pi)$ کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۳π ۳) π ۴) صفر

۷- حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{۲x\sqrt{x}-۹\sqrt[۳]{x}+۷}{(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt{x}-۱)}$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۱/۵ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۸- اگر $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{[x]+a[-x]}{x-۳}=+\infty$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[۱۰a]$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۱ ۲) ۱۳ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

۹- تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. اگر $g(x)=\frac{af(x)+۳x^۲+۱۵}{x^۲+۵}$ و $h(x)=\frac{f(x)}{x^۲+۵}$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

۱) $g'(x)=h'(x)$ ۲) $g'(x)=af'(x)$

۳) $g'(x)=ah'(x)$ ۴) $h'(x)=ag'(x)+۳$

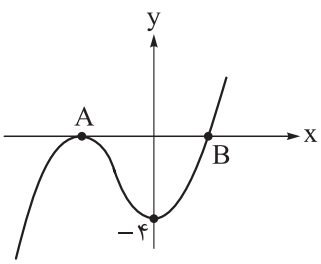
۱۰- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}x^۳+ax+b & ;\ x<۱\\ x^۲+۴x+۱ & ;\ x\geq ۱\end{cases}$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر است. حاصل $f(۰)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) صفر

۱۱- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۱+|x|}{۱-x|x|}$، چند نقطهٔ بحرانی دارد؟ آزمون وی ای پی

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲- نمودار مربوط به تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+ax^۲+bx+c$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطهٔ B کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) ۱

۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۳- دنباله‌های a_n و $b_n=۴n+۱$ مفروض‌اند، به طوری که $a_{n+۱}-a_n=b_n$ است. اگر $a_{۲۰}=۷۷۹$ باشد، $a_۲$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) ۱۱ ۴) -۱۱

۱۴- اگر $A=\sqrt[۵]{۹\sqrt{۳}}\times ۱۲^{-۱/۵}$ و $B=\sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\times(\frac{۱}{۲})^{-\frac{۴}{۳}}$ باشد، حاصل $\frac{(۱+A^{-۱})^{\frac{۱}{۲}}}{(۲B)^{-\frac{۱}{۳}}}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

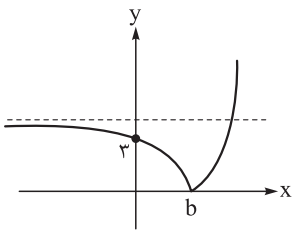
۱۵- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^۲ + ۳۶\beta + ۱}{۳\beta^۳ + ۱}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۱ ۳) ۳ ۴) ۰/۳

۱۶- مجموعهٔ جواب‌های معادلهٔ $mx = |x-۱| - |x+۱|$ شامل عدد غیرصفر نیز هست. مجموع مقادیر مختلف برای $[m]$ کدام است؟ ($[\,]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۷- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = |۲^x + a|$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b کدام است؟



۱) ۱
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۲
۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۸- اگر $x = \alpha$ جواب معادلهٔ $\log_۲(x^۲ - ۳x) + \log_۲(x-۲) = ۳$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{۲}} \alpha$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

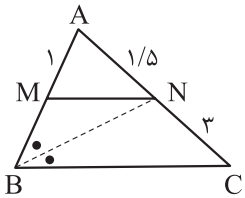
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۱۹- عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC در نقطهٔ O درون این مثلث همرس‌اند به طوری که $B\hat{O}C = ۱۱۰^\circ$. اگر ارتفاع‌های این مثلث در نقطهٔ H همرس باشند، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ BHC چند درجه است؟

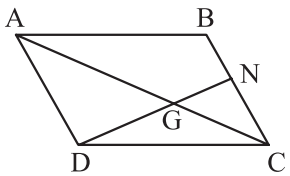
۱) ۱۱۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۱۵ ۴) ۱۲۵

۲۰- در شکل روبه‌رو BN نیمساز زاویهٔ B است. محیط ذوزنقهٔ BMNC کدام است؟



۱) ۱۸
۲) ۱۷
۳) ۱۳
۴) ۱۲

۲۱- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، به اضلاع ۸ و ۳ نقطهٔ N وسط ضلع BC است. اگر یکی از زاویه‌های متوازی‌الاضلاع، پنج برابر زاویهٔ دیگر آن باشد، مساحت مثلث GDC، کدام است؟

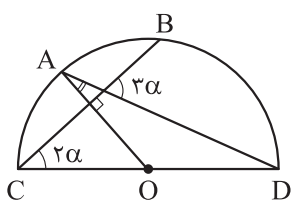


۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۲- از برش یک استوانه به شعاع قاعدهٔ ۵ و ارتفاع ۳ یک مستطیل با مساحت ۱۸ به وجود آمده است. فاصلهٔ صفحهٔ برش از محور استوانه کدام است؟

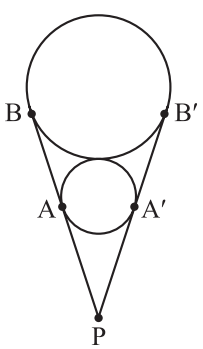
۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۳- در شکل روبه‌رو، O وسط قطر نیم‌دایره است. زاویهٔ A، چند درجه است؟



۱) ۲۲/۵
۲) ۱۵
۳) ۱۸
۴) ۱۳/۵

۲۴- مطابق شکل، مماس مشترک‌های خارجی دو دایرهٔ مماس‌خارج، در نقطهٔ P متقاطع‌اند، اگر $PA = AB = ۴$، آن‌گاه مساحت دایرهٔ کوچک‌تر کدام است؟



۱) $۱/۴۴\pi$
۲) ۲π
۳) $۲/۵۶\pi$
۴) ۴π

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۲۵- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC به اضلاع $AB = ۳$ و $AC = ۴$، پاره‌خط AH، ارتفاع وارد بر وتر است. خط گذرنده از AH را با بردار $k\overrightarrow{BC}$ انتقال می‌دهیم. اگر خط حاصل، مساحت مثلث ABC را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کند، عدد مثبت k کدام است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۲۴

۲۶- در مثلث ABC، طول میانهٔ وارد بر ضلع a واسطهٔ هندسی بین اضلاع به طول b و c است. حاصل $\left|\frac{a}{b-c}\right|$ کدام برابر است؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ & -۲ \\ ۱ & ۲ & ۱ \\ ۱ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}$، آن‌گاه $A^۲ = aA + bI$. حاصل $a - b$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) -۴

۲۸- با فرض $\cos\theta \neq ۰$، اگر $A = \begin{bmatrix} \frac{۱}{\cos\theta} & ۲\tan\theta \\ \tan\theta & \frac{۲}{\cos\theta} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۴^{|A|} & ۸^{|A|} \\ ۲^{۲|A|} & ۳^{۲|A|} \end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان ماتریس $BA^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۶۸ ۲) ۵۷۴ ۳) ۲۷۲ ۴) ۱۳۶

۲۹- در یک سهمی، اگر از دو سر وتری که در کانون بر محور سهمی عمود است، دو عمود بر خط هادی آن وارد کنیم، چهارضلعی حاصل، مستطیلی به قطر $۴\sqrt{۵}$ خواهد بود. کم‌ترین مقدار مجموع فواصل نقطه‌ای روی خط هادی سهمی از دو سر این وتر کدام است؟

۱) $۵\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۵}$ ۳) ۸ ۴) $۸\sqrt{۲}$

۳۰- سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b} = (۱,۱,۱)$ و $\vec{c} = (۲,۲,۱)$ در یک صفحه قرار ندارند و $\vec{h} = (-۱,m,n)$ بردار ارتفاع متوازی‌السطوح حاصل از این سه بردار است که بر $\vec{b}$ و $\vec{c}$ عمود است. اگر $\vec{a}.\vec{b} = \vec{a}.\vec{c} = -۱$ باشد، اندازهٔ بردار $\vec{a}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۶}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۳۱- گزارهٔ $p \vee q \Rightarrow r \sim$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow q)$
۲) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)$
۳) $(r \Rightarrow \sim p) \vee (r \Rightarrow q)$
۴) $(\sim r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)$

۳۲- برای ۳ مجموعهٔ A، B و C رابطه‌های $A \cup C = B \cap C$ و $A \cap C = B \cup C'$ درست است. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $C = \varnothing$
۲) $A = B = C$
۳) $A = \varnothing$
۴) $A - B = U$

۳۳- به ۱۶ دادهٔ آماری با واریانس ۴۰، دو دادهٔ جدید با اختلاف ۱۴ واحد اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، واریانس داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۴۰
۲) ۴۰/۵
۳) ۴۱
۴) ۴۱/۵

۳۴- امیر و بابک عضو تیم ده‌نفرهٔ والیبال مدرسه‌اند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلندتر است، احتمال این‌که امیر از نظر بلندی قد، نفر نهم باشد، چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴۵}$
۲) $\frac{۱}{۵۰}$
۳) $\frac{۲}{۸۱}$
۴) $\frac{۱}{۱۰۰}$

۳۵- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همهٔ سکه‌ها مثل هم ظاهر نشده‌اند؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱۳}{۱۶}$
۳) $\frac{۵}{۱۲}$
۴) $\frac{۱۱}{۱۶}$

۳۶- به ازای برخی مقادیر طبیعی n، معادلهٔ سیالهٔ $۵۲(x+۱) + ۱۴۳y = ۲۳n - ۷$ دارای جواب است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دورقمی n، کدام است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۴
۳) ۱۳
۴) ۱۲

۳۷- حاصل‌ضرب درجه‌های رأس‌های گراف G با کم‌ترین مرتبهٔ ممکن برابر ۱۰۸ است. عدد احاطه‌گری گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۸- تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + \sqrt{۲x_۳ + ۲x_۴ + ۲x_۵} = ۳$ کدام است؟

۱) ۱۸
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

۳۹- چند تابع $f : \{۱,۲,۳,۴\} \to \{۱,۲,۴\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی زوج باشد؟

۱) ۲۳
۲) ۲۴
۳) ۴۱
۴) ۴۰

۴۰- حداقل چند عدد از مجموعهٔ $\{۱,۲,۴,۵,۷,۸,۱۰,۱۱,۱۴,۱۶,۱۷,۱۹,۲۰,۲۱\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع حداقل دو عدد از آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است؟آزمون وی ای پی

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud


azmoon.kheilisabz.com

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

SanjeshCloud

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحله بیستم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۱۶/مرداد/۱۴۰۵

دفترچه شماره دو

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

پایه

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دوازدهم	یازدهم	دهم
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۶	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳	کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۷۵ دقیقه	–		

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ هادی حمزه‌پور ـ رضا سبزمیدانی نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری ـ سعید محبی ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی ـ سلیم بهرامی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ علی رفیعی محمد قهرمانی‌نژاد ـ سروش عبادی ـ هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی‌پور ـ امیرحسین مسلمی ـ محسن مجنونی مرتضی نصیرزاده کارشناسان علمی: یاشار ذریه ـ محمدمهدی کریمیان ـ مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud

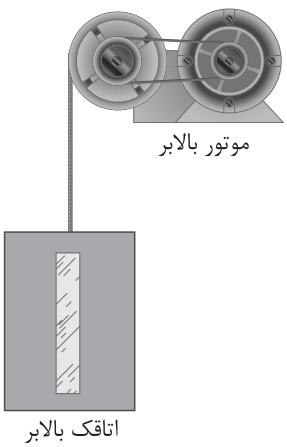
۴۱- در کدام گزینه، تمام یکاها، جزء یکاهای اصلی در SI هستند؟

۱) کلوین، آمپر، مول
۲) کلوین، آمپر، گرم
۳) درجهٔ سلسیوس، کلوین، کندلا (شمع)
۴) درجهٔ سلسیوس، گرم، مول

۴۲- دمای بدن یک انسان سالم تقریباً $37\ ^\circ C$ است. به ترتیب از راست به چپ، این دما برحسب کلوین و درجهٔ فارنهایت کدام است؟

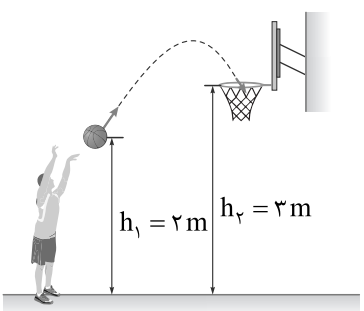
۱) ۳۱۰، ۹۸/۶
۲) ۳۱۰، ۸۸/۶
۳) ۳۰۰، ۹۸/۶
۴) ۳۰۰، ۸۸/۶

۴۳- در شکل زیر، جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن $600\ kg$ است. اگر این بالابر توسط موتور آن در مدت $20\ s$ از طبقهٔ همکف به طبقهٔ دوم در ارتفاع $6\ m$ برده شود، توان خروجی متوسط موتور این بالابر چند کیلووات است؟ ($g = 10\ N/kg$ و کلیهٔ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.)



۱) ۱/۸
۲) ۳/۶
۳) ۱۸
۴) ۳۶

۴۴- در شکل زیر، ورزشکاری توپ بسکتبال به جرم $475\ g$ را با تندی $7\ m/s$ به طرف سبد پرتاب می‌کند. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد، $5\ m/s$ باشد، در این حرکت، کار کل انجام‌شده روی توپ برابر چند ژول است؟



۱) ۴۱/۸
۲) $-41/8$
۳) ۵/۷
۴) $-5/7$

۴۵- در کدام فرایند ترمودینامیکی، بدون مبادلهٔ گرما، انرژی درونی دستگاه افزایش می‌یابد؟ آزمون وی ای پی

۱) انبساط هم‌دما
۲) تراکم هم‌دما
۳) انبساط بی‌دررو
۴) تراکم بی‌دررو

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۴۶- در یک تشت موج، موج تشکیل‌شده در سطح آب از قسمت عمیق وارد قسمت کم‌عمق می‌شود. به ترتیب، طول موج و بسامد این موج چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.
۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.

۴۷- طول موج یک موج الکترومغناطیسی برابر ۳۱۰ nm است. انرژی هر یک از فوتون‌های مربوط به این موج چند ژول است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}\ C$ و $hc = 1240\ eV.nm$)

۱) ۴
۲) ۶/۴
۳) 4×10^{-18}
۴) $6/4 \times 10^{-19}$

۴۸- کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

الف) در هسته‌های پایدار سنگین، تعداد پروتون‌های هسته از تعداد نوترون‌های آن بیشتر است.

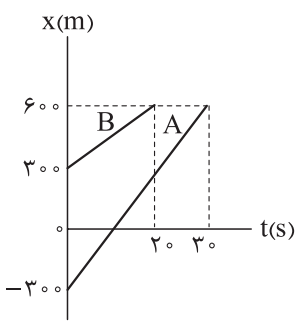
ب) جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن بیشتر است.

پ) با گسیل پوزیترون از یک هستهٔ ناپایدار، تعداد نوترون‌های هسته یک واحد افزایش می‌یابد.

ت) اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسند.

۱) الف و ب
۲) ب و پ
۳) پ و ت
۴) الف و ت

۴۹- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. در لحظه‌ای که جهت بردار مکان متحرک A تغییر می‌کند، فاصلهٔ دو متحرک چند متر است؟



۱) ۳۲۵
۲) ۳۵۰
۳) ۴۲۵
۴) ۴۵۰

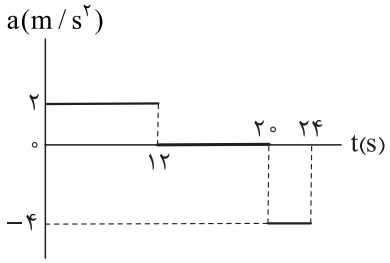
۵۰- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 9$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول، چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم است؟

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{6}$
۳) $\frac{1}{8}$
۴) $\frac{1}{12}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۵۱- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $(-۸m/s)\vec{i}$ باشد، تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۴\,s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۳}{۳}$
۲) ۵
۳) $\frac{۲۶}{۳}$
۴) ۱۰

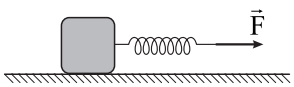
۵۲- در شرایط خلأ، دو گلوله به فاصلهٔ زمانی ۱s از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصلهٔ بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ m برسد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$

۱) ۸۰
۲) ۱۱۰
۳) ۱۲۵
۴) ۱۴۵

۵۳- جسمی روی کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای $۲\,m/s^۲$ به سمت پایین می‌رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود، $F_۱$ است و وقتی با شتاب رو به پایین $۲\,m/s^۲$ به سمت بالا می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور از طرف جسم، $F_۲$ است. $F_۲$ چند برابر $F_۱$ است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$

۱) $\frac{۴}{۵}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۴- در شکل زیر، جسمی به جرم ۸ kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ در حال حرکت است. اگر با افزایش نیروی $\vec{F}$، طول فنر از ۲۵ cm به ۳۰ cm برسد و اندازهٔ شتاب جسم از $۱/۵\,m/s^۲$ به $۳\,m/s^۲$ برسد، ثابت فنر در SI برابر کدام است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی در تمام مسیر یکسان است.)



۱) ۶۰
۲) ۱۲۰
۳) ۲۴۰
۴) ۴۸۰

۵۵- معادلهٔ تکانه ـ زمان جسمی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $p = t^۲ - ۱۰t + ۱۵$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲\,s$ تا $t_۲ = ۶\,s$ برحسب نیوتون کدام است؟

۱) $۲\vec{i}$
۲) $-۲\vec{i}$
۳) $۲/۵\vec{i}$
۴) $-۲/۵\vec{i}$

۵۶- دو ماهوارهٔ A و B روی دو مدار دایره‌ای‌شکل به دور زمین در حال گردش هستند. اگر دورهٔ ماهوارهٔ A ، ۸ برابر دورهٔ ماهوارهٔ B باشد، تندی ماهوارهٔ A چند برابر تندی ماهوارهٔ B است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

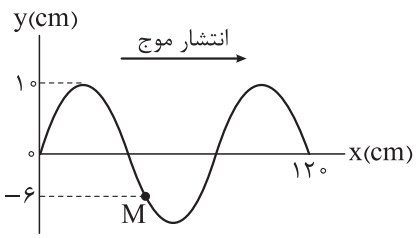
۵۷- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۰/۰۸\cos(۵\pi t)$ است. شتاب جسم در لحظهٔ $t = ۰/۴۵\ s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) $۱۰\vec{i}$ ۲) $-۱۰\vec{i}$ ۳) $۱۰\sqrt{۲}\vec{i}$ ۴) $-۱۰\sqrt{۲}\vec{i}$

۵۸- جسم متصل به فنر سبکی با ثابت $۴۰۰\ N/m$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر کمینه و بیشینهٔ طول فنر در یک دورهٔ تناوب به ترتیب $۳۰\ cm$ و $۴۰\ cm$ باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۵ ۳) ۲ ۴) ۵

۵۹- تصویر موج عرضی منتشرشده در طنابی در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج $۲۰\ m/s$ باشد، اندازهٔ سرعت متوسط نقطهٔ M از طناب در ۰/۰۲ ثانیهٔ اول چند متر بر ثانیه است؟

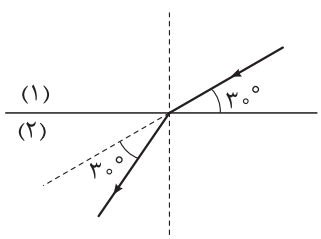


۱) ۶
۲) ۱۰
۳) ۰/۶
۴) ۱

۶۰- اگر فاصلهٔ شنونده‌ای از یک چشمهٔ صوت نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی شنونده چند دسی‌بل تغییر می‌کند؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و چشمه، صوت را به طور یکنواخت در تمام جهت‌ها منتشر می‌کند.)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۶ ۳) ۳ ۴) ۶

۶۱- مسیر پرتو نوری که از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده، به شکل زیر است. ضریب شکست محیط (۱) چند برابر ضریب شکست محیط (۲) است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۶۲- در آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز به‌کاررفته برابر $۵\ eV$ است. اگر طول موج نور تابیده به سطح این فلز، ۲۰ درصد کم‌تر از طول موج آستانهٔ آن باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز برابر چند الکترون‌ولت است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

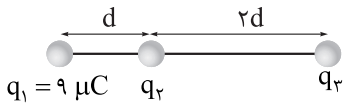
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۶۳- اتم هیدروژن، از اولین حالت برانگیخته به سومین حالت برانگیخته منتقل می‌شود. در این انتقال، انرژی الکترون چند ریدبرگ و چگونه تغییر می‌کند؟

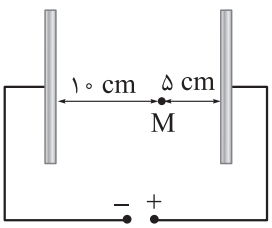
۱) $\frac{۸}{۹}$، افزایش می‌یابد. ۲) $\frac{۸}{۹}$، کاهش می‌یابد. ۳) $\frac{۳}{۱۶}$، افزایش می‌یابد. ۴) $\frac{۳}{۱۶}$، کاهش می‌یابد.

۶۴- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای، برابر صفر است. مجموع دو بار $q_۲$ و $q_۳$ چند میکروکولن است؟



۱) ۳۲ ۲) ۴۰
۳) −۳۲ ۴) −۴۰

۶۵- در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی معینی وصل هستند. اگر ذره‌ای به جرم $۰/۶\ g$ و بار الکتریکی $q = -۱۰\ \mu C$ را در نقطهٔ M رها کنیم، ذره با تندی $۱\ m/s$ به یکی از صفحه‌ها برخورد می‌کند. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه چند ولت است؟ (از اثر وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)



۱) ۹۰
۲) ۱۸۰
۳) ۹
۴) ۱۸

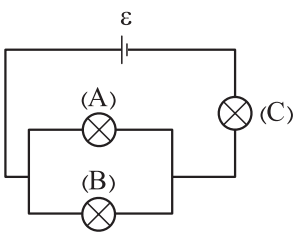
۶۶- خازنی به ظرفیت $۶\ \mu F$ به یک باتری $۱۵\ V$ متصل است. اگر فاصلهٔ بین صفحات خازن را ۲۵ درصد کاهش دهیم، بار الکتریکی خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

۶۷- سیمی به طول $۲\ m$ و جرم $۳۶\ mg$ از ماده‌ای به چگالی $۹\ g/cm^۳$ ساخته شده است. اگر مقاومت ویژهٔ این سیم $۶\times۱۰^{-۸}\ \Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی آن چند اهم است؟

۱) ۶ ۲) ۶۰ ۳) ۲ ۴) ۲۰

۶۸- در مدار شکل زیر، سه لامپ A، B و C، مشابه و باتری آرمانی است. توان خروجی باتری، چند برابر توان مصرفی لامپ A است؟

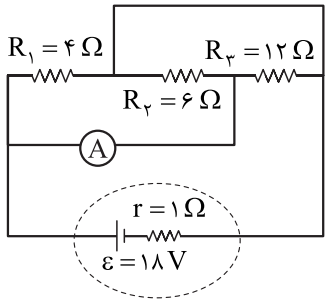


۱) ۶
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱/۵

محل انجام محاسبات

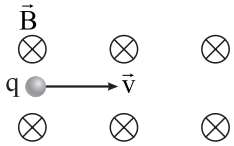
SanjeshCloud

۶۹- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



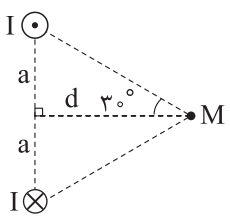
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۷۰- در شکل زیر، ذرهٔ باردار $q = -۵\ \mu C$ با تندی $v = ۲۰۰\ m/s$ در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سوی $B = ۴۰۰\ G$ پرتاب می‌شود. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند نیوتون و در کدام جهت است؟ آزمون وی ای پی



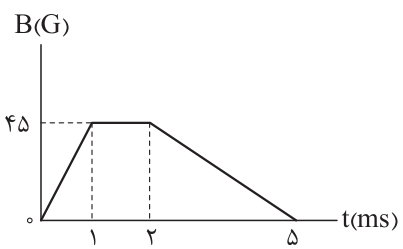
۱) ۴×۱۰^{-۵}، ↓
۲) ۴×۱۰^{-۵}، ↑
۳) ۴×۱۰^{-۳}، ↓
۴) ۴×۱۰^{-۳}، ↑

۷۱- در شکل زیر، از دو سیم بلند و موازی، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌جهت I می‌گذرد. اگر بدون تغییر اندازهٔ جریان‌ها، جهت جریان یکی از سیم‌ها تغییر کند، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ M چند درجه تغییر می‌کند؟



۱) ۰
۲) ۹۰
۳) ۱۲۰
۴) ۶۰

۷۲- یک حلقهٔ دایره‌ای‌شکل رسانا به شعاع ۱۰ cm در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و خطوط میدان مغناطیسی، عمود بر سطح حلقه است. اگر نمودار تغییرات این میدان مغناطیسی برحسب زمان، به شکل زیر باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۵\ s$ تا $t_۲ = ۵\ s$ چند میلی‌ولت است؟ $(\pi = ۳)$

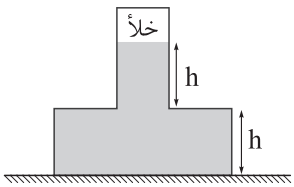


۱) ۱۵
۲) ۳۰
۳) ۱/۵
۴) ۳

محل انجام محاسبات

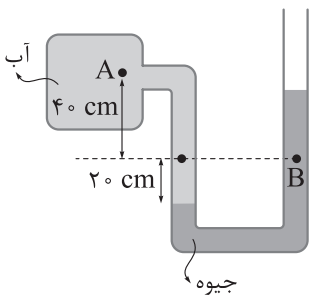
SanjeshCloud

۷۳- در شکل زیر، در یک ظرف که از دو بخش استوانه‌ای تشکیل شده، مقداری مایع ریخته شده است. اگر مساحت سطح آزاد مایع نصف مساحت قاعدهٔ ظرف باشد، اندازهٔ نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود، چند برابر وزن مایع است؟



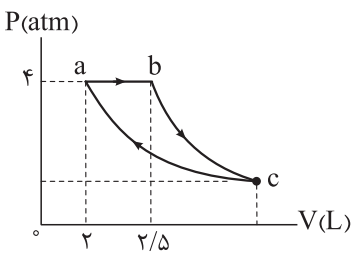
۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

۷۴- در شکل زیر، اختلاف فشار دو نقطهٔ A و B چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳$، $\rho_{جیوه} = ۱۳/۶\ g/cm^۳$ و $g = ۱۰\ N/kg$)



۱) ۵۴/۴
۲) ۳۳/۲
۳) ۲۱/۲
۴) ۴۱/۴

۷۵- مقدار معینی گاز کامل، چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما را به شکل زیر طی می‌کند. اگر در فرایند بی‌دررو، اندازهٔ کاری که گاز انجام می‌دهد، برابر ۳۰۰ J باشد، در فرایند ab، اندازهٔ گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط چند ژول است؟



۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۶۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۷۶- کدام مورد درست است؟

۱) انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد.

۲) اتم‌های برانگیخته، ناپایدار و کم‌انرژی‌اند و تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایه برگردند.

۳) انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هستهٔ هر اتم، ویژهٔ همان اتم و به مجموع شمار پروتون و نوترون آن وابسته است.

۴) میزان انرژی لازم برای برانگیخته‌شدن الکترون در اتم، بیشتر از انرژی پرتو نشرشده حاصل از بازگشت آن الکترون به حالت اولیه است.

۷۷- ضمن تبدیل‌شدن کدام اتم به یون پایدار خود، شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده، ثابت می‌ماند؟

۱) $_{11}A$ ۲) $_{13}B$ ۳) $_{17}X$ ۴) $_{21}D$

۷۸- طبق قواعد آیوپاک، در نام کدام ترکیب، واژهٔ «دی‌کلرید» وجود دارد؟

۱) $MgCl_2$ ۲) Cl_2O_5 ۳) SCl_2 ۴) $Ba(ClO_3)_2$

۷۹- در اتم عنصر واسطهٔ X از دورهٔ چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌ها در زیرلایهٔ 3d، ۵ برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایهٔ 4s است. کدام مورد به یقین درست است؟

۱) نسبت شمار الکترون‌ها با $l=2$ به $l=0$ در اتم X برابر ۵ است.

۲) آرایش الکترونی اتم X از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند.

۳) در اتم X، حداقل ۷ زیرلایه از الکترون پر شده‌اند.

۴) عدد اتمی عنصر X، عددی زوج است.

۸۰- اگر در ۱۵/۶ گرم از ترکیب یونی M_2SO_4، $6/02\times10^{22}$ کاتیون وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟ $(O=16, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) $_{23}Na$ ۲) $_{39}K$ ۳) $_{64}Cu$ ۴) $_{108}Ag$

۸۱- کدام مورد درست است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن، $1/6\ g.L^{-1}$ است، چگالی گاز پروپین، $3\ g.L^{-1}$ می‌باشد.

۲) رنگ زرد شعله در سوختن گاز متان، نشان‌دهندهٔ این است که اتم یکی از فراورده‌ها به آرایش گاز نجیب نرسیده است.

۳) در شرایط استاندارد (STP)، ۲۲/۴ لیتر از گازهای مختلف، جرم برابری دارند.

۴) در واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی در نیروگاه‌ها، یک اکسید اسیدی با یک اکسید بازی واکنش می‌دهد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۸۲- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد درست است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود.)

I) $H_2S(g) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g) + H_2O(g)$

II) $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$

الف) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این دو واکنش برابر ۱۰ است.

ب) یکی از فراورده‌های واکنش (II)، در چرخهٔ اوزون تروپوسفری نقش دارد.

ج) در صورت مصرف جرم یکسانی از گاز اکسیژن در هر دو واکنش، جرم آب تولیدشده در واکنش (I) بیشتر خواهد بود.

د) هرگاه در هر دو واکنش، مقدار مول یکسانی از H_2S و NH_3 مصرف شود، حجم گازهای SO_2 و NO تولیدشده در شرایط STP با هم متفاوت خواهد بود.

۱) الف و ج
۲) الف و ب
۳) الف، ب و د
۴) ج و د

۸۳- پس از تهیهٔ «گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن»، نمک خوراکی در کدام مورد، کاربرد بیشتری دارد؟

۱) پلاستیک و صنعت نفت
۲) مصارف خانگی
۳) تولید سدیم کربنات
۴) ذوب‌کردن یخ در جاده‌ها

۸۴- با توجه به مواد داخل کادر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$(Br = ۸۰, Cl = ۳۵/۵, S = ۳۲, F = ۱۹, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-1})$

$$Cl_2 - NH_3 - HF - H_2S - Br_2$$

الف) بیش از ۵۰ درصد مواد، مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.

ب) حالت فیزیکی چهار ماده در دمای اتاق، گازی است.

ج) نقطهٔ جوش موادی که بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی وجود دارد، بالاتر از نقطهٔ جوش دیگر مواد است.

د) ترتیب نقطهٔ جوش مواد متناسب با ترتیب جرم مولی آن‌هاست.

۱) الف و ب
۲) ج و د
۳) الف و ج
۴) ب و د

۸۵- شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای A و B از دورهٔ چهارم جدول تناوبی با هم برابر است. کدام مورد نادرست است؟

۱) عدد اتمی هیچ‌یک از عنصرها نمی‌تواند اعداد ۱۹، ۲۰ و ۲۷ تا ۳۰ باشد.

۲) اگر هر دو فلز باشند، فقط یکی از آن‌ها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

۳) اگر یکی از آن‌ها در دمای اتاق به حالت مایع باشد، اتم عنصر دیگر دارای یک زیرلایهٔ نیمه‌پر است.

۴) اگر A، فلز و B، نافلز باشد، مجموع $(n + l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها به یقین با هم برابر است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۸۶- در دو ظرف جداگانه، جرم یکسانی از پتاسیم نیترات در واکنش‌های زیر شرکت می‌کند:

$$KNO_3(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} K_2CO_3(s) + CO(g) + N_2(g)$$

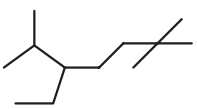
(معادلهٔ واکنش‌ها موازنه نشده است.)

$$KNO_3(s) + S(s) \xrightarrow{\Delta} K_2SO_4(s) + SO_2(g) + N_2(g)$$

اگر اختلاف بازده درصدی دو واکنش، ۲۰ واحد و اختلاف جرم گاز نیتروژن تولیدی در آن‌ها، ۳۵ گرم باشد، جرم اولیهٔ پتاسیم نیترات چند گرم بوده است؟ $(N = 14, KNO_3 = 100 : g.mol^{-1})$

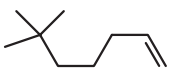
۱) ۶۲۵ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۲۵۰ ۴) ۱۵۰۰

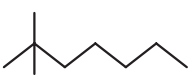
۸۷- نام ترکیب A و ساختار پیوند ـ خط ترکیب B در کدام گزینه به درستی آورده شده است؟

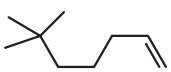


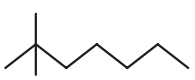
(A)

$(CH_3)_3C(CH_2)_3CHCH_2$ **(B)**

۱) ۵ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان، 

۲) ۵ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان، 

۳) ۳ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان، 

۴) ۳ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان، 

۸۸- اگر افزودن چند قطره از هیدروکربنی با فرمول C_nH_{2n} به محلول حاوی برم، سبب بی‌رنگ‌شدن آن شود و در این واکنش، به ازای مصرف ۴۸ گرم برم، ۷۳/۲ گرم فراورده تشکیل شود، کدام مورد زیر در ارتباط با این هیدروکربن نادرست است؟ $(H = 1, C = 12, O = 16, Br = 80 : g.mol^{-1})$

۱) هیدروکربنی سیرنشده بوده که حالت فیزیکی و رنگ آن مشابه اتانول است.

۲) هر واحد از فراوردهٔ واکنش این هیدروکربن با آب، دارای ۲۱ اتم است.

۳) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از آن، ۱/۸ شمار اتم‌های هیدروژن در آلکانی است که در سوخت فندک کاربرد دارد.

۴) تفاوت شمار مول‌های گاز اکسیژن لازم برای سوختن کامل هر مول از آن و هر مول از نفتالن، برابر با ۲ است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۸۹- کدام مطلب درست است؟

۱) سرانهٔ مصرف مادهٔ غذایی، حداکثر مصرف آن ماده به ازای هر فرد در هر بازهٔ زمانی تعریف می‌شود.

۲) اگر گرمای ویژهٔ A دو برابر گرمای ویژهٔ B باشد و به جرم برابر از آن‌ها در دمای θ_1، گرمای یکسانی بدهیم، مقدار θ_2 در جسم B دو برابر مقدار θ_2 در جسم A خواهد بود.

۳) واکنش تشکیل آمونیاک از گازهای N_2 و H_2، همانند تشکیل آمونیاک از گازهای N_2H_4 و H_2، گرماده است.

۴) گرمای ویژهٔ آب در حالت‌های جامد، مایع و گاز برابر است، اما میزان حرکت مولکول‌های آب در حالت گاز بیشتر و در حالت جامد کم‌تر است.

۹۰- در شرایطی معین، m گرم HgO با خلوص ۶۲/۵ درصد مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر ۲۷/۶ گرم باشد، m و مقدار گرمای مبادله‌شده برحسب کیلوژول، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $(O = 16, Hg = 200 : g.mol^{-1})$

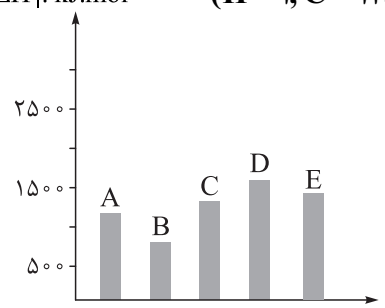
$$2HgO(s) \rightarrow 2Hg(l) + O_2(g) \quad \Delta H = +180\ kJ$$

۱) ۱۳/۵ ـ ۵۱/۸۴ ۲) ۱۳/۵ ـ ۵۶/۷۷ ۳) ۲۴/۰ ـ ۵۱/۸۴ ۴) ۲۴/۰ ـ ۵۶/۷۷

۹۱- در واکنش سوختن کامل ساده‌ترین عضو کدام خانواده از ترکیب‌های آلی، سرعت متوسط تولید فراورده‌ها با هم برابر است؟

۱) الکل‌ها ۲) آلکان‌ها ۳) کتون‌ها ۴) اترها

۹۲- در نمودار زیر، قدرمطلق آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی (متان، اتین، اتانول، اتان، اتن) در دمای $25\ ^\circ C$ نشان داده شده است. با توجه به آن، کدام مورد نادرست است؟ $(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$



۱) برخلاف ترکیب‌های B، C و D، ترکیب‌های A و E با برم مایع واکنش می‌دهند.

۲) در شرایط مناسب ترکیب‌های D و C را می‌توان از ترکیب E تهیه کرد.

۳) درصد جرمی کربن در ترکیب B، دو برابر درصد جرمی کربن در متانول است.

۴) مقایسهٔ ارزش سوختی این ترکیب‌ها برعکس مقایسهٔ جرم مولی آن‌ها است.

۹۳- کدام مورد در ارتباط با نوعی پلی‌اتن که توصیف آن در زیر آمده است، درست است؟

«در ساختار آن برخی از اتم‌های کربن به ۲ اتم کربن دیگر و برخی از آن‌ها به ۱ یا ۳ اتم کربن دیگر متصل هستند.»

۱) کدر بوده و در ساخت لوله‌های آب کاربرد ویژه‌ای دارد.

۲) برخلاف نوع دیگر پلی‌اتن، در واکنش با هیدروژن دچار افزایش جرم می‌شود.

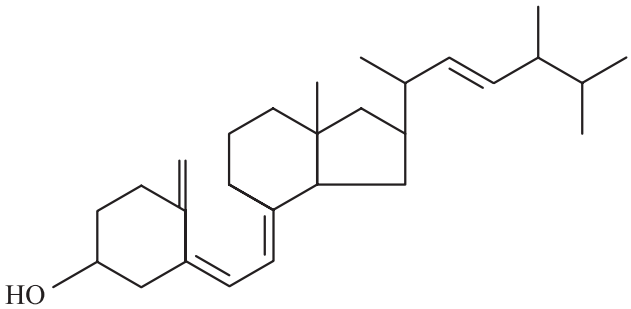
۳) اگر آن را به درون ظرف آبی وارد کنیم، مانند پلی‌اتن دیگر بر روی آب شناور می‌ماند.

۴) مانند نوع دیگر پلی‌اتن، هرگاه گاز اتان را در فشار بالا گرما دهیم، این پلیمر به دست می‌آید.

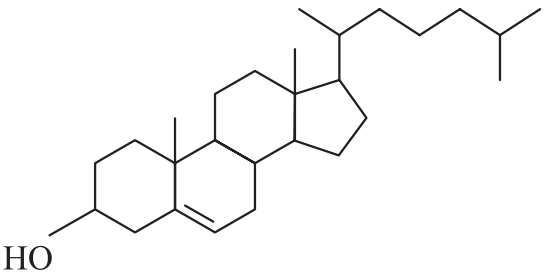
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۹۴- با توجه به ساختارهای کلسترول ویتامین دی (D)، کدام موارد زیر درست است؟



ویتامین دی (D)



کلسترول

الف) هر دو ترکیب را می‌توان الکل سیرنشده و غیرآروماتیک در نظر گرفت.

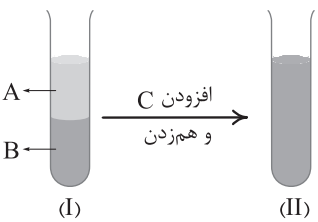
ب) تفاوت جرم مولی کلسترول و ویتامین دی، با جرم مولی گروه CH_2 برابر است.

ج) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار ویتامین دی، دو برابر شمار پیوندهای $C-C$ در ساختار کلسترول است.

د) در مولکول ویتامین دی، ۵ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

۱) الف و د ۲) ب و ج ۳) الف و ب ۴) ج و د

۹۵- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟



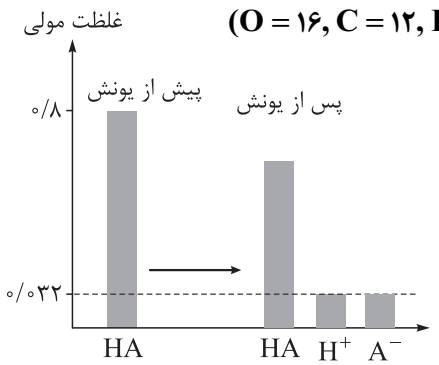
۱) شکل (II) مخلوطی ناپایدار و به ظاهر همگن است.

۲) A، B و C به ترتیب می‌تواند آب، روغن و صابون باشد.

۳) مولکول‌های سازندهٔ A همانند مولکول‌های سازندهٔ B، قطبی است.

۴) شکل (II) نور را پخش کرده و شامل توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

۹۶- با توجه به نمودار داده‌شده، کدام موارد درست است؟ $(O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$



الف) اگر HA استیک اسید باشد، جرم آنیون استات در ۴۰۰ میلی‌لیتر از محلول آن، به تقریب برابر ۷۵۵ میلی‌گرم است.

ب) pH محلول از pH محلول ۰/۰۰۶ مولار هیدروکلریک اسید بیشتر است.

ج) رسانایی الکتریکی محلول از رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۱۶ مولار آمونیوم سولفات در آب، بیشتر است.

د) اگر در دمای ثابت، غلظت اولیهٔ محلول به ۰/۲ مولار برسد، درجهٔ یونش اسید HA به ۰/۰۶ می‌رسد.

۱) الف و ج ۲) ب، ج و د ۳) الف، ج و د ۴) ب و د

۹۷- برای آن‌که pH نیم‌لیتر از محلولی حاوی نیتریک اسید از ۲/۳ به ۱۲/۳ برسد، چند میلی‌گرم پتاس سوزآور باید به آن بیفزاییم؟ (از تغییر حجم صرف‌نظر شود.) $(H=1, O=16, K=39 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۵۰ ۲) ۴۲۰ ۳) ۵۶۰ ۴) ۷۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۹۸- تیغه‌ای از جنس فلز M درون محلول سولفات فلز X قرار می‌گیرد. اگر پس از مدتی، جرم تیغه افزایش یابد، کدام مورد درست است؟ (فرض کنید همهٔ اتم‌های X تولیدشده روی تیغه رسوب می‌کند.)

$$M(s) + X_2SO_4(aq) \rightarrow MSO_4(aq) + 2X(s)$$

۱) قدرت اکسندگی $M^{2+}(aq)$ از قدرت اکسندگی $X^{+}(aq)$ بیشتر است.

۲) جرم مولی X به یقین بیشتر از جرم مولی M است.

۳) اگر فلز X با محلول هیدروکلریک اسید ۱ مولار واکنش دهد، E° نیم‌سلول M^{2+} / M به یقین منفی است.

۴) در سلول گالوانی حاصل از الکترودهای M و X، کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول M می‌روند.

۹۹- کدام مورد نادرست است؟

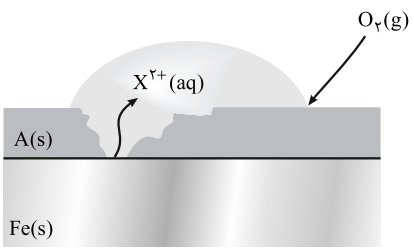
۱) از آن‌جا که E° و چگالی لیتیم از سایر فلزها کم‌تر است، فلزی مناسب برای ذخیرهٔ انرژی الکتریکی محسوب می‌شود.

۲) نیم‌واکنش اکسایش در سلول سوختی متان ـ اکسیژن به صورت $CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$ است.

۳) در برقکافت آب، حجم گاز آزادشده در آند بیشتر از کاتد است و کاغذ pH در اطراف آند به رنگ سرخ درمی‌آید.

۴) بر اثر برقکافت پتاسیم برمید مذاب، در اطراف قطب مثبت سلول، بُرم تولید می‌شود.

۱۰۰- اگر شکل زیر مربوط به ورقهٔ حلبی خراش‌دیده در هوای مرطوب باشد، A و X^{2+} به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



۱) Sn^{2+} ،Sn

۲) Zn^{2+} ،Zn

۳) Fe^{2+} ،Sn

۴) Fe^{2+} ،Zn

۱۰۱- کدام موارد زیر دربارهٔ سیلیس (A)، سیلیسیم (B) و کربن دی‌اکسید (X)، درست است؟

الف) در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول X همانند مولکول اکسیژن دی‌فلوئورید، به اتم مرکزی بار جزئی مثبت نسبت داده می‌شود.

ب) A در حالت خالص، ماده‌ای نامحلول در آب است که در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

ج) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص و کوارتز از جمله نمونه‌های خالص B محسوب می‌شود.

د) در صنعت از واکنش A با کربن در دمای بالا، مادهٔ B در حالت مذاب و مادهٔ X در حالت گاز تولید می‌شود.

۱) ب، ج ۲) الف، د ۳) ج، د ۴) الف، ب

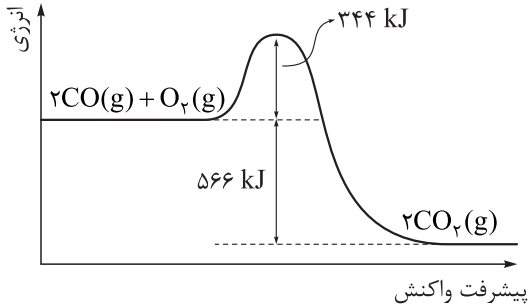
۱۰۲- اگر آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور پتاسیم برمید و منیزیم فلوئورید به ترتیب برابر ۶۹۰ و ۲۹۹۰ کیلوژول بر مول باشد، با انرژی لازم برای فروپاشی ۹۳ گرم منیزیم فلوئورید و تبدیل آن به یون‌های گازی، چند گرم پتاسیم برمید را می‌توان به یون‌های $K^+(g)$ و $Br^-(g)$ تبدیل کرد؟ $(F = 19, Mg = 24, K = 39, Br = 80 : g.mol^{-1})$

۱) ۷۳۷ / ۵ ۲) ۷۷۳ / ۵ ۳) ۶۱۷ / ۵ ۴) ۶۷۱ / ۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud

۱۰۳- با توجه به نمودار زیر اگر با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش ۷۵ درصد کاهش یابد، فاصلهٔ سطح انرژی فراورده‌ها تا قلهٔ نمودار به تقریب چند درصد کاهش می‌یابد؟



۱) ۷۲
۲) ۲۸
۳) ۴۶
۴) ۵۴

۱۰۴- با توجه به تعادل داده‌شده، اگر غلظت تعادلی هیدروسیانیک اسید و یون هیدروکسید به ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۰۸ مولار باشد، کدام مورد درست است؟

$$CN^-(aq)+H_2O(l)\rightleftharpoons HCN(aq)+OH^-(aq) \qquad K=0/32$$

۱) غلظت تعادلی یون سیانید، دو برابر هیدروسیانیک اسید است.
۲) با افزودن مقداری سود به تعادل و جابه‌جایی تعادل، $[HCN]$ و $[OH^-]$ در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، کم‌تر خواهد بود.
۳) با افزودن مقداری HCl به تعادل، $[CN^-]$ در تعادل جدید، بیشتر از ۰/۰۴ مولار خواهد بود.
۴) اگر با افزایش دما و افزایش مقدار HCN، تعادل در یک جهت یکسان جابه‌جا شود، این تعادل گرماده است.

۱۰۵- کدام مورد، نادرست است؟ آزمون وی ای پی

۱) آلکن‌ها در شرایط مناسب به طور غیرمستقیم می‌توانند به آمین تبدیل شوند.
۲) در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید در حضور پتاسیم پرمنگنات، هر مولکول کاهنده، ۶ درجه اکسایش می‌یابد.
۳) در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول در حضور پتاسیم پرمنگنات، عدد اکسایش اتم‌های کربن منفی باقی می‌ماند.
۴) در مرحلهٔ دوم روش تولید غیرمستقیم متانول از متان، دما بالا بوده و حضور کاتالیزگر الزامی است.

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

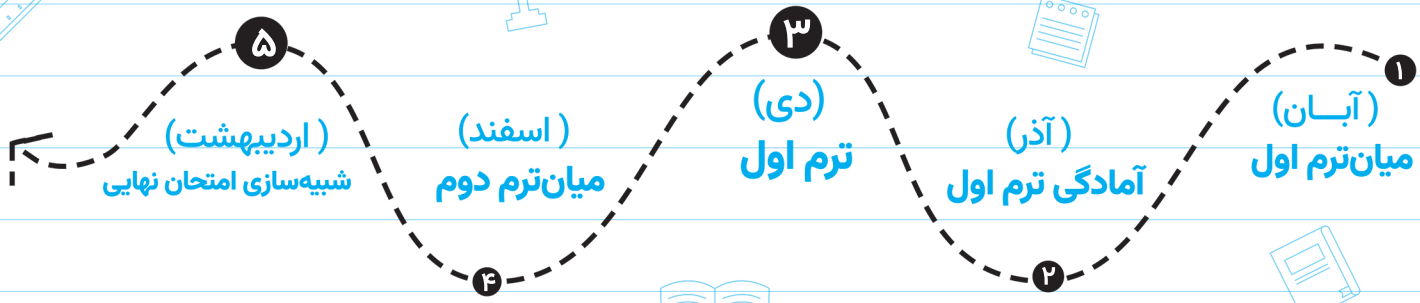
SanjeshCloud

آزمون‌های تشریحی خیلی‌سبز

۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحّح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحّح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحّح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

SanjeshCloud

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم | آزمون جامع (مرحله بیستم)

سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴ | ۱۶/مرداد/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	کاظم اجلالی ـ کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی محمد گودرزی ـ میلاد منصوری ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه
هندسه	امیرحسین ابومحبوب ـ سید محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری ـ حسین هاشمی طاهری سید محسن میراسلامی ـ صبا مهدوی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری
فیزیک	یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ هادی حمزه‌پور ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	فرشید ابراهیمی ـ سلیم بهرامی ـ پیمان خواجوی‌مجد ـ علی رفیعی ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ سروش عبادی ـ هادی عبادی یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره ـ امیر قاسمی‌پور ـ امیرحسین مسلمی ـ محسن مجنونی ـ مرتضی نصیرزاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضیات پایه	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	علی افضل‌زاده محمد گودرزی سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	منصور زرکش اصفهانی سید محمدمهدی حسینی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	سید عباس حسینی	محمد خندان ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سید عباس حسینی سعید قندچی	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری مریم گلی‌حسنلو علیرضا جعفری‌آثار	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی‌زاده امیر محمودی انزابی فاطمه نجفی محمدرضا یاری سعید محبی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاشار ذریه محمدمهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	هادی عبادی مهدیس محبت‌پناه محمد نوروزی‌مال

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ علیرضا جعفری ـ عادل حسینی ـ مینا کریم‌زاده

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	صدف امام ـ مریم حسین‌زاده سپیده سخائی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق‌نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ فاطمه قیاسوند مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoon.kheilisabz.com

SanjeshCloud

۱ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^{۲}+۱$ مفروض است. اگر $g(x)=\begin{cases} f(x) & ; \ x<۱ \\ g(x-۱)+f(x) & ; \ x\geq ۱ \end{cases}$ باشد، حاصل $(fogof)(۱)$ کدام است؟

۱) ۶۵ ۲) ۵۰ ۳) ۳۷ ۴) ۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint فقط کافیه مرحله‌به‌مرحله جای‌گذاری کنی.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا، به مقدار $f(۱)$ نیاز داریم:

$$f(۱)=۱^{۲}+۱=۲$$

$$\Rightarrow (fogof)(۱)=f(g(۲))$$

گام دوم: حالا $g(۲)$ را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow[\text{ضابطهٔ پایین}]{x=۲} g(۲)=g(۱)+f(۲)$$

$$\begin{cases} g(۱)=g(۰)+f(۱) \xrightarrow{g(۰)=f(۰)=۱} g(۱)=۱+۲=۳ \\ f(۲)=۲^{۲}+۱=۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(۲)=۸$$

گام سوم: در انتها داریم:

$$(fogof)(۱)=f(۸)=۶۵$$

SanjeshCloud

۲ اگر $f(x)=x^۳+۳x+۱$ باشد، دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\sqrt{\frac{x^۲-x+۱}{f(f(x))-f(x^۳-x^۲+۵)}}$ کدام است؟

همواره مثبت است.

۱) $(-۴,۱)$

۲) $(-۱,۴)$

۳) $\mathbb{R}-[-۴,۱]$

۴) $\mathbb{R}-[-۱,۴]$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

تابع f اکیداً صعودیه.

درس Box

کاربرد یکنوایی در حل نامعادلات: فرض کنید تابع f اکیداً یکنواست و قصد داریم نامعادلهٔ $f(g(x))\geq f(h(x))$ را حل کنیم. در این صورت داریم:

$$\xrightarrow{f\text{ اکیداً صعودی است.}} g(x)\geq h(x)$$

$$\xrightarrow{f\text{ اکیداً نزولی است.}} g(x)\leq h(x)$$

نکته

فرض کنید تابع f روی بازهٔ $[a,b]$ پیوسته و روی بازهٔ (a,b) مشتق‌پذیر باشد؛ اگر به ازای هر x از بازهٔ (a,b)، $f'(x)>۰$ باشد، تابع f اکیداً صعودی و اگر $f'(x)<۰$ باشد تابع f اکیداً نزولی است.

در حالت خاص، تابع f با ضابطهٔ $f(x)=ax^۳+bx^۲+cx+d$ اکیداً یکنواست، اگر $b^۲\leq ۳ac$ باشد. در این صورت اگر $a>۰$ باشد، تابع اکیداً صعودی و اگر $a<۰$ باشد، اکیداً نزولی است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: براساس نکتهٔ گفته‌شده، تابع f روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است.

گام دوم: مشخص است که برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع g، باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد، اما از آن‌جا که عبارت $x^۲-x+۱$ همواره مثبت است، دامنهٔ تابع g مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر است:

$$f(f(x))>f(x^۳-x^۲+۵)$$

حالا چون تابع f اکیداً صعودی است، داریم:

$$f(x)>x^۳-x^۲+۵$$

گام سوم: حالا نامعادلهٔ بالا را حل می‌کنیم:

$$x^۳+۳x+۱>x^۳-x^۲+۵ \Rightarrow x^۲+۳x-۴=(x+۴)(x-۱)>۰$$

$$\xrightarrow{\text{خارج ریشه‌ها}} x<-۴ \text{ یا } x>۱$$

بنابراین $D_g=\mathbb{R}-[-۴,۱]$ است.

SanjeshCloud

۳ اگر $f^{-1}(x)=x+۳\sqrt{x}$ و $(fog^{-1})(x)=x^۳+۱$ باشد، مقدار $g(۴)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

- **ویژگی مهم وارون تابع:** اگر تابع f از نقطهٔ (α,β) عبور کند، نمودار تابع f^{-1} از نقطهٔ (β,α) عبور می‌کند:

$$f(\alpha)=\beta \Leftrightarrow f^{-1}(\beta)=\alpha$$

- **به دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون تابع f:**

۱) در معادلهٔ $y=f(x)$، x را برحسب y به دست می‌آوریم.

۲) جای xها و y را عوض می‌کنیم، در این صورت ضابطهٔ به‌دست‌آمده $y=f^{-1}(x)$ است.

۳) برد تابع f را به دست می‌آوریم:

$$D_{f^{-1}}=R_f$$

نکته اگر توابع f، g و fog هر سه وارون‌پذیر باشند، داریم:

$$(fog)^{-1}(x)=(g^{-1}of^{-1})(x)$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از نکته استفاده می‌کنیم:

$$(fog^{-1})^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۱} \Rightarrow (gof^{-1})(x)=\sqrt[۳]{x-۱}$$

دقت کنید که وارون تابع h با ضابطهٔ $h(x)=x^۳+۱$ را به صورت زیر به دست آورده‌ایم:

$$y=h(x)=x^۳+۱ \Rightarrow x^۳=y-۱ \Rightarrow x=\sqrt[۳]{y-۱} \xrightarrow{\text{تعویض جای x و y}} h^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۱}$$

گام دوم: با توجه به تساوی $g(f^{-1}(x))=\sqrt[۳]{x-۱}$، برای محاسبهٔ $g(۴)$ لازم است $f^{-1}(x)$ را مساوی ۴ قرار دهیم:

$$f^{-1}(x)=۴ \Rightarrow x+۳\sqrt{x}=۴$$

$$\Rightarrow x+۳\sqrt{x}-۴=(\sqrt{x}+۴)(\sqrt{x}-۱)=۰ \xrightarrow{\sqrt{x}>۰} \sqrt{x}=۱ \Rightarrow x=۱$$

گام سوم: با جای‌گذاری $x=۱$ در ضابطهٔ تابع gof^{-1} داریم:

$$g(f^{-1}(۱))=g(۴)=\sqrt[۳]{۱-۱}=۰$$

SanjeshCloud

۴ اگر $x+y=\frac{\pi}{۴}$ و $\tan x=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل $\cos(۶x+۴y)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲۵}$ ۲) $-\frac{۷}{۲۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$ ۴) $-\frac{۲۴}{۲۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اتحادهای مثلثاتی دو برابر کمان:

$$\sin ۲\theta = ۲\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos ۲\theta = \cos^۲\theta - \sin^۲\theta \Rightarrow \cos ۲\theta = \begin{cases} ۱-۲\sin^۲\theta \\ ۲\cos^۲\theta - ۱ \end{cases}$$

نسبت‌های $\sin ۲\theta$ و $\cos ۲\theta$ را می‌توان برحسب $\tan\theta$ نیز نوشت:

$$\sin ۲\theta = \frac{۲\tan\theta}{۱+\tan^۲\theta}$$

$$\cos ۲\theta = \frac{۱-\tan^۲\theta}{۱+\tan^۲\theta}$$

نکته **یادآوری:**

$$\cos(\pi+\theta) = -\cos\theta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در ابتدا به کمک فرض $x+y=\frac{\pi}{۴}$، کمان $۶x+۴y$ را برحسب x می‌نویسیم:

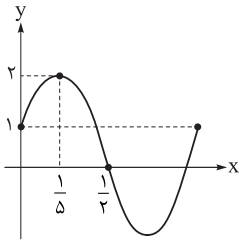
$$۶x+۴y = ۴(x+y)+۲x = \pi+۲x \Rightarrow \cos(۶x+۴y) = \cos(\pi+۲x) = -\cos ۲x$$

گام دوم: پس هدف محاسبهٔ $-\cos ۲x$ برحسب $\tan x$ است. طبق روابط درس‌باکس داریم:

$$-\cos ۲x = -\frac{۱-\tan^۲ x}{۱+\tan^۲ x} = -\frac{۱-\frac{۹}{۱۶}}{۱+\frac{۹}{۱۶}} = -\frac{۷}{۲۵}$$

SanjeshCloud

۵ بخشی از نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\sin(bx+c)\pi$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $b>0$ و $0<c<\frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



۱) $\frac{3}{5}$
۲) $\frac{1}{5}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\sin(bx+c)$ مفروض است.

- اگر $-\frac{\pi}{2}<c<\frac{\pi}{2}$ باشد، در صورتی که نمودار تابع در $x=0$ صعودی باشد، $ab>0$ و اگر نزولی باشد، $ab<0$ است.
- اگر $\frac{\pi}{2}<c<\frac{3\pi}{2}$ باشد، در صورتی که نمودار تابع در $x=0$ صعودی باشد، $ab<0$ و اگر نزولی باشد، $ab>0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق نکتهٔ بالا، چون $0<c\pi<\frac{\pi}{2}$ و تابع در $x=0$ صعودی است، ab باید مثبت باشد؛ بنابراین چون طبق فرض b مثبت است، a نیز باید مثبت باشد. **آزمون وی ای پی**

گام دوم: حداکثر مقدار تابع برابر ۲ است، بنابراین داریم:

$$y_{max}=|a|=2 \xrightarrow{a>0} a=2$$

از طرفی عرض از مبدأ تابع برابر است با:

$$f(0)=2\sin c\pi=1 \Rightarrow \sin c\pi=\frac{1}{2} \xrightarrow{0<c<\frac{1}{2}} c\pi=\frac{\pi}{6} \Rightarrow c=\frac{1}{6}$$

گام سوم: بنابراین $f(x)=2\sin(bx+\frac{1}{6})\pi$ است و چون طول نقطهٔ برخورد نمودار تابع با محور xها، $\frac{1}{2}$ است، داریم:

$$f(\frac{1}{2})=2\sin(\frac{b\pi}{2}+\frac{\pi}{6})=0 \Rightarrow \sin(\frac{b\pi}{2}+\frac{\pi}{6})=0$$

اولین کمان مثبتی که در آن سینوس صفر باشد، برابر π است.

$$\frac{b\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\pi \Rightarrow \frac{b}{2}=\frac{5}{6} \Rightarrow b=\frac{5}{3}$$

گام چهارم: در نهایت داریم:

$$\frac{ac}{b}=\frac{2\times\frac{1}{6}}{\frac{5}{3}}=\frac{1}{5}$$

SanjeshCloud

۶ مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan^۲ x - ۲\cot^۲ x = ۱$ در بازهٔ $(-\pi, \pi)$ کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۳π ۳) π ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

معادلهٔ مثلثاتی:

$$\tan(\text{☁}) = \tan\theta_{\circ} \Rightarrow \text{☁} = k\pi + \theta_{\circ} \;;\; k \in \mathbb{Z}$$

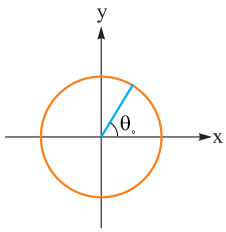
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $\cot x$ را به صورت $\frac{۱}{\tan x}$ می‌نویسیم:

$$\tan^۲ x - \frac{۲}{\tan^۲ x} = ۱ \Rightarrow \tan^۴ x - \tan^۲ x - ۲ = ۰ \Rightarrow (\tan^۲ x - ۲)(\tan^۲ x + ۱) = ۰$$

$$\xrightarrow{\tan^۲ x > ۰} \tan^۲ x = ۲ \Rightarrow \tan x = \pm\sqrt{۲}$$

گام دوم: فرض کنید $\theta_{\circ}$ کمانی در ناحیهٔ اول دستگاه مختصات باشد که تانژانت آن برابر $\sqrt{۲}$ است:



$$\begin{cases} \tan x = \tan\theta_{\circ} \Rightarrow x = k\pi + \theta_{\circ} \\ \tan x = -\tan\theta_{\circ} \Rightarrow x = k\pi - \theta_{\circ} \end{cases} ;\; k \in \mathbb{Z}$$

گام سوم: جواب‌های بازهٔ $(-\pi, \pi)$ عبارت‌اند از $\theta_{\circ}$، $-\pi + \theta_{\circ}$، $\pi - \theta_{\circ}$ و $-\theta_{\circ}$ که مجموع آن‌ها برابر صفر است.

تیزپازی معادله نسبت به x متقارن است، پس اگر $x = \alpha$ جواب معادله باشد، قطعاً $x = -\alpha$ نیز جواب معادله است، بنابراین مجموع جواب‌ها در یک بازهٔ متقارن مثل $(-L, L)$، صفر است.

SanjeshCloud

۷ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{۲x\sqrt{x}-۹\sqrt[۳]{x}+۷}{(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt{x}-۱)}$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۰/۵

۳) ۱۱/۵ ۴) ۱۲

مشاوره در رفع ابهام حد $\frac{۰}{۰}$، برای سادگی حد عامل‌های غیرصفر را جای‌گذاری کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint $\sqrt[۶]{x}$ رو متغیر t بگیر و بعدش از هوپیتال استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به حضور $\sqrt[۳]{x}$ و $\sqrt{x}$، بهتر است $\sqrt[۶]{x}$ را t بگیریم. در این‌صورت $\sqrt[۳]{x}$ برابر $t^۲$ و $\sqrt{x}$ برابر $t^۳$ خواهد شد:

$$\Rightarrow L=\lim_{t\to ۱}\frac{۲x\sqrt{x}-۹\sqrt[۳]{x}+۷}{(\sqrt[۳]{x}-۱)(\sqrt{x}-۱)}=\lim_{t\to ۱}\frac{۲t^۶\times t^۳-۹t^۲+۷}{(t^۲-۱)(t^۳-۱)}\Rightarrow L=\lim_{t\to ۱}\frac{۲t^۹-۹t^۲+۷}{t^۵-t^۳-t^۲+۱}$$

گام دوم: حالا براساس قضیهٔ هوپیتال داریم:

$$L=\lim_{t\to ۱}\frac{۱۸t^۸-۱۸t}{۵t^۴-۳t^۲-۲t}=\lim_{t\to ۱}\frac{۱۸t\,(t^۷-۱)}{۵t^۳-۳t-۲}$$

توجه دقت کنید که جملهٔ t در حد بالا عامل صفرکننده نیست و برای سادگی در مشتق مرحلهٔ بعد، حد آن را که برابر ۱ است، جای‌گذاری کرده‌ایم.

مجدداً از هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$L=\lim_{t\to ۱}\frac{۱۸(۷t^۶)}{۱۵t^۲-۳}=\frac{۱۸\times ۷}{۱۲}=\frac{۲۱}{۲}=۱۰/۵$$

SanjeshCloud

۸ اگر $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{[x]+a[-x]}{x-۳}=+\infty$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[۱۰a]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

هر دو حد چپ و راست

۱) ۱۱ ۲) ۱۳ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی $x\to ۳^-$، $[x]=۲$ و $[-x]=-۳$ و وقتی $x\to ۳^+$، $[x]=۳$ و $[-x]=-۴$ است.

گام دوم: حدهای چپ و راست عبارت داده‌شده را در $x=۳$ به دست می‌آوریم:

حد راست: $\dfrac{۳-۴a}{۰^+}=+\infty$

حد چپ: $\dfrac{۲-۳a}{۰^-}=+\infty$

برای این‌که هر دو حد چپ و راست $+\infty$ شود، لازم است که $۲-۳a$ منفی و $۳-۴a$ مثبت باشد:

$$\begin{cases}۲-۳a<۰ \Rightarrow a>\dfrac{۲}{۳}\\ ۳-۴a>۰ \Rightarrow a<\dfrac{۳}{۴}\end{cases}$$

گام سوم: از اشتراک دو محدودهٔ بالا داریم:

$$\frac{۲}{۳}<a<\frac{۳}{۴}$$

و در نتیجه $\frac{۱۵}{۲}<۱۰a<\frac{۲۰}{۳}$ است؛ یعنی $[۱۰a]$ می‌تواند ۶ و ۷ باشد که مجموع آن‌ها برابر ۱۳ است.

یه‌جور دیگه

وقتی $x\to ۳$، x ناصحیح است و می‌توانیم از تساوی $[x]+[-x]=-۱$ استفاده کنیم و عبارت داده‌شده را بازنویسی کنیم:

$$\frac{[x]+a[-x]}{x-۳}=\frac{[x]+a(-۱-[x])}{x-۳}=\frac{[x](۱-a)-a}{x-۳}$$

در این صورت حدهای چپ و راست تابع f ساده‌تر حساب می‌شوند.

SanjeshCloud

۹ تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. اگر $g(x)=\frac{af(x)+3x^2+15}{x^2+5}$ و $h(x)=\frac{f(x)}{x^2+5}$ باشد، کدام عبارت همواره درست است؟

۱) $g'(x)=h'(x)$

۲) $g'(x)=af'(x)$

۳) $g'(x)=ah'(x)$

۴) $h'(x)=ag'(x)+3$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint خیلی ساده‌س، ضابطهٔ تابع g رو ساده کن.

درس Box

قضایای مشتق‌گیری:

$$(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$$

$$(f(x)\times g(x))'=f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{(g(x))^2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ضابطهٔ تابع g را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$g(x)=\frac{af(x)+3(x^2+5)}{x^2+5}\Rightarrow g(x)=\frac{af(x)}{x^2+5}+3$$

حالا براساس فرض مسئله داریم:

$$g(x)=ah(x)+3$$

گام دوم: طبق درس‌باکس می‌توانیم نتیجه‌گیری کنیم:

$$g'(x)=ah'(x)$$

SanjeshCloud

۱۰ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} x^۳+ax+b & ; \ x<۱ \\ x^۲+۴x+۱ & ; \ x\geq ۱ \end{cases}$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر است. حاصل $f(۰)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ابتدا باید تابع f در $x=۱$ پیوسته باشد:

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱^-}(x^۳+ax+b)=۱+a+b$$

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x)=f(۱)=۱+۴+۱=۶$$

$$\xrightarrow{\text{برابری}} ۱+a+b=۶ \Rightarrow a+b=۵$$

گام دوم: حالا ضابطهٔ تابع f' و سپس مشتق‌های چپ و راست تابع f را در $x=۱$ حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases} ۳x^۲+a & ; \ x<۱ \\ ۲x+۴ & ; \ x\geq ۱ \end{cases} \Rightarrow f'_-(۱)=۳+a \ , \ f'_+(۱)=۶$$

$$\xrightarrow{\text{برابری}} ۳+a=۶ \Rightarrow a=۳ \xrightarrow{\text{رابطهٔ آخر گام اول}} b=۲$$

در نهایت داریم:

$$f(۰)=b=۲$$

SanjeshCloud

۱۱ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\frac{1+|x|}{1-x|x|}$، چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

نقطهٔ $(c , f(c))$ برای نمودار تابع f بحرانی محسوب می‌شود؛ اگر

- تابع f در $x=c$ مشتق‌ناپذیر باشد؛ یا
- $f'(c)$ برابر صفر باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ابتدا تابع f را دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1-x}{1+x^2} & ; \quad x<0\\ \frac{1}{1-x} & ; \quad x\geq 0\end{cases}$$

گام دوم: سپس ضابطهٔ تابع f' را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{x^2-2x-1}{(1+x^2)^2} & ; \quad x<0\\ \frac{1}{(1-x)^2} & ; \quad x>0\end{cases}$$

گام سوم: مشخص است که تابع در $x=0$ مشتق‌ناپذیر است، زیرا:

$$f'_-(0)=-1 \ , \ f'_+(0)=1$$

حالا $f'(x)$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{f'(x)=0} x^2-2x-1=0 \xrightarrow{x<0} x=1-\sqrt{2}$$

بنابراین تابع f، دو نقطهٔ بحرانی دارد.

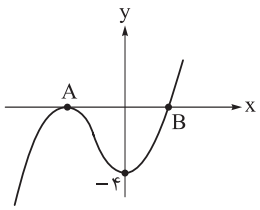
گول نخوری

طول نقطهٔ بحرانی باید عضو دامنهٔ تابع باشد، پس ریشه‌های مخرج هیچ‌گاه طول نقطهٔ بحرانی نمی‌شوند.

در این سؤال نباید ± 1 رو طول نقطهٔ بحرانی حساب کنی.

SanjeshCloud

۱۲ نمودار مربوط به تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۳+ax^۲+bx+c$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطهٔ B کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) ۱

۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته اگر محور x در نقطهٔ $x=x_۰$ بر نمودار تابع f مماس باشد، آن‌گاه $f(x_۰)=f'(x_۰)=۰$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عرض از مبدأ تابع برابر ۴− است.

$$f(۰)=c=-۴$$

از طرفی مشتق تابع f در $x=۰$ صفر است؛ زیرا تابع f در این نقطه اکسترمم نسبی دارد:

$$f'(x)=۳x^۲+۲ax+b \xrightarrow{f'(۰)=۰} f'(۰)=b=۰$$

بنابراین $f(x)=x^۳+ax^۲-۴$ است.

گام دوم: طول نقطهٔ A را m در نظر می‌گیریم، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(m)=m^۳+am^۲-۴=۰ \\ f'(m)=۳m^۲+۲am=۰ \end{cases}$$

از معادلهٔ دوم داریم:

$$m(۳m+۲a)=۰ \xrightarrow{m\neq ۰} m=-\frac{۲a}{۳}$$

این تساوی را در معادلهٔ اول جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-\frac{۸a^۳}{۲۷}+a\left(\frac{۴a^۲}{۹}\right)-۴=۰ \Rightarrow \frac{۴a^۳}{۲۷}=۴ \Rightarrow a^۳=۲۷ \Rightarrow a=۳$$

یه جور دیگه

$$\begin{cases} m^۳+am^۲-۴=۰ \xrightarrow{\times ۳} ۳m^۳+۳am^۲-۱۲=۰ \\ ۳m^۲+۲am=۰ \xrightarrow{\times(-m)} -۳m^۳-۲am^۲=۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} am^۲=۱۲ \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} m^۳+۱۲-۴=۰ \Rightarrow m=-۲ \xrightarrow{am^۲=۱۲} ۴a=۱۲ \Rightarrow a=۳$$

گام سوم: در نتیجه ضابطهٔ تابع f، $f(x)=x^۳+۳x^۲-۴$ است. چون مجموع ضرایب چندجمله‌ای $f(x)$ برابر صفر است، قطعاً $f(۱)=۰$ است و از آن‌جایی که طبق نمودار، $x=۱$ تنها جواب مثبت معادلهٔ $f(x)=۰$ است، نتیجه می‌گیریم که طول نقطهٔ B برابر ۱ است.

SanjeshCloud

۱۳ دنباله‌های a_n و $b_n = ۴n + ۱$ مفروض‌اند، به طوری که $a_{n+۱} - a_n = b_n$ است. اگر $a_{۲۰} = ۷۷۹$ باشد، $a_۲$ کدام است؟

۱) -۵
۲) ۵
۳) ۱۱
۴) -۱۱

b_n دنبالهٔ اختلافات جملات متوالی دنبالهٔ a_n است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته اگر $t_n = an^۲ + bn + c$ یک دنبالهٔ درجه‌دوم باشد، دنبالهٔ اختلاف جملات متوالی آن $d_n = t_{n+۱} - t_n = ۲an + a + b$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: واضح است که دنبالهٔ a_n درجه‌دوم است، پس جملهٔ عمومی آن را $a_n = \alpha n^۲ + \beta n + \gamma$ در نظر می‌گیریم.

مطابق نکتهٔ بالا، داریم:

$$b_n = a_{n+۱} - a_n = ۲\alpha n + \alpha + \beta = ۴n + ۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲\alpha = ۴ \Rightarrow \alpha = ۲ \\ \alpha + \beta = ۱ \xrightarrow{\alpha = ۲} \beta = -۱ \end{cases}$$

گام دوم: از طرفی طبق فرض $a_{۲۰} = ۷۷۹$ است، پس داریم:

$$\xrightarrow{a_n = ۲n^۲ - n + \gamma} a_{۲۰} = ۸۰۰ - ۲۰ + \gamma = ۷۷۹ \Rightarrow \gamma = -۱$$

پس $a_n = ۲n^۲ - n - ۱$ و در نتیجه $a_۲ = ۵$ است.

یه‌جور دیگه

$$\begin{aligned} &a_۲ - a_۱ = b_۱ = ۵ \\ &a_۳ - a_۲ = b_۲ = ۹ \\ &\quad\vdots \\ +\ &a_{۲۰} - a_{۱۹} = b_{۱۹} = ۷۷ \\ \hline &a_{۲۰} - a_۱ = ۵ + ۹ + ۱۳ + \ldots + ۷۷ = \frac{۱۹ \times ۸۲}{۲} = ۷۷۹ \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{a_{۲۰} = ۷۷۹} a_۱ = ۰ \xrightarrow{a_۲ - a_۱ = ۵} a_۲ - ۰ = ۵ \Rightarrow a_۲ = ۵$$

SanjeshCloud

۱۴ اگر $A=\sqrt[5]{9\sqrt{3}}\times 12^{-1/5}$ و $B=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\times(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $\frac{(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}}{(2B)^{-\frac{1}{3}}}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته با شرط $a>0$ و $n\in\mathbb{N}-\{1\}$، تساوی زیر همواره برقرار است:

$$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** A و B را برحسب توان‌های ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$A=(3^2\times 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{5}}\times(2^2)^{-1/5}\times 3^{-1/5}=3^{-1}\times 2^{-3}=\frac{1}{24}$$

$$B=(2^2\times 2^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{5}}\times 2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{2}{3}}\times 2^{\frac{4}{3}}=2^2=4$$

گام دوم: حالا خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}}{(2B)^{-\frac{1}{3}}}=\frac{\sqrt{1+24}}{\frac{1}{\sqrt[3]{8}}}=\frac{5}{\frac{1}{2}}=10$$

SanjeshCloud

۱۵ اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۳x-۱=۰$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^۲+۳۶\beta+۱}{۳\beta^۳+۱}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۱ ۳) ۳ ۴) ۰/۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

از معادله استفاده کن و $\alpha^۳$ رو به دست بیار.

درس Box

اگر α و β جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، مجموع جواب‌ها $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ و حاصل‌ضرب آن‌ها $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$ است.

بعضی از روابط تکمیلی به صورت زیر است:

$$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P$$

$$\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳SP$$

$$\alpha^۴+\beta^۴=S^۴-۴S^۲P+۲P^۲$$

$$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{S^۲}{P}-۲$$

$$\xrightarrow{\alpha,\beta>۰}\begin{cases}\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{S+۲\sqrt{P}}\\ \alpha\sqrt{\beta}+\beta\sqrt{\alpha}=\sqrt{P(S+۲\sqrt{P})}\\ \alpha\sqrt{\alpha}+\beta\sqrt{\beta}=\sqrt{S^۳-۳SP+۲P\sqrt{P}}\end{cases}$$

نکته

فرض کنید α و β جواب‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم و S و P به ترتیب مجموع و حاصل‌ضرب آن‌ها باشند، اگر تعریف کنیم: $\lambda_n=\alpha^n+\beta^n$، آن‌گاه داریم:

$$\lambda_n=S\lambda_{n-۱}-P\lambda_{n-۲}\ ;\ \lambda_۰=۲\ ,\ \lambda_۱=S$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جواب‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، بنابراین داریم:

$$\alpha^۲-۳\alpha-۱=۰\Rightarrow\alpha^۲=۳\alpha+۱$$

$$\beta^۲=۳\beta+۱$$

به طریق مشابه داریم:

$$F=\frac{۳\alpha+۱+۳۶\beta+۱}{۳\beta(۳\beta+۱)+۱}=\frac{۳\alpha+۳۶\beta+۲}{\underbrace{۹\beta^۲}_{۳\beta+۱}+۳\beta+۱}=\frac{۳\alpha+۳۶\beta+۲}{۳۰\beta+۱۰}$$

گام دوم: در معادلهٔ $x^۲-۳x-۱=۰$ به سادگی به دست می‌آید که $\alpha+\beta=۳$ و $\alpha\beta=-۱$ است، بنابراین می‌توانیم از تساوی $\alpha=۳-\beta$ استفاده کنیم:

$$F=\frac{۳(۳-\beta)+۳۶\beta+۲}{۳۰\beta+۱۰}=\frac{۳۳\beta+۱۱}{۳۰\beta+۱۰}=\frac{۱۱(۳\beta+۱)}{۱۰(۳\beta+۱)}=۱/۱$$

SanjeshCloud

۱۶ مجموعهٔ جواب‌های معادلهٔ $|x+۱|-|x-۱|=mx$ شامل عدد غیرصفر نیز هست. مجموع مقادیر مختلف برای $[m]$ کدام است؟ ($[\,]$، نماد جزء صحیح است.)

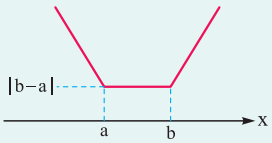
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

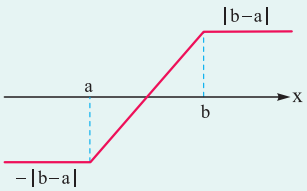
نمودار توابع گلدانی و سرسره‌ای:

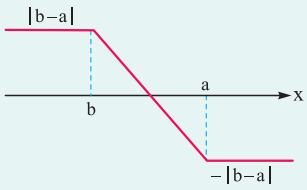
- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|x-a|+|x-b|$ در شکل زیر رسم شده است:



این نمودار معروف به نمودار گلدانی است.

- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|x-a|-|x-b|$ در شکل‌های زیر رسم شده‌اند:



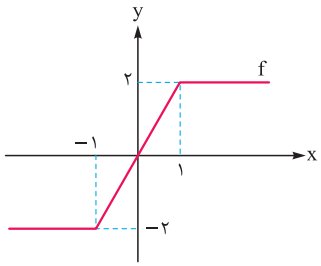


این نمودارها معروف به نمودار سرسره‌ای هستند.

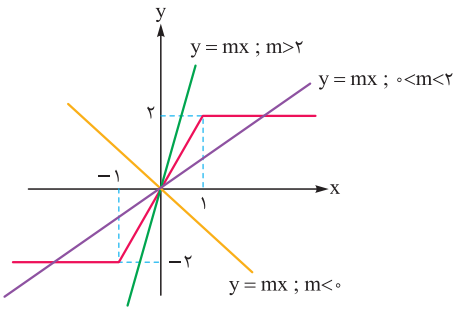
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جواب‌های معادلهٔ صورت سؤال، طول نقاط برخورد نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|x+۱|-|x-۱|$ و خط $y=mx$ است.

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



گام دوم: مشخص است که قطعاً $x=۰$ طول یکی از نقاط برخورد نمودار تابع f و خط $y=mx$ است، بنابراین برای آن‌که این دو در نقطه‌ای غیر از مبدأ مختصات همدیگر را قطع کنند، مطابق شکل زیر لازم است که $۰<m\leq ۲$ باشد:

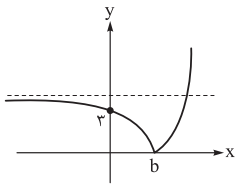


دقت کنید که اگر $m=۲$ باشد، مجموعه جواب‌های معادله، نامتناهی است.

گام سوم: در نتیجه $[m]$ می‌تواند مقادیر ۰، ۱ و ۲ را بپذیرد که مجموع آن‌ها برابر ۳ است.

SanjeshCloud

۱۷ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=|۲^x+a|$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار b کدام است؟



۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۲

۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

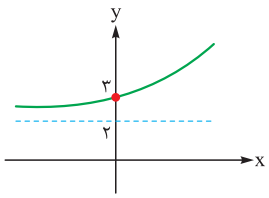
a باید منفی باشه.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عرض از مبدأ نمودار تابع برابر ۳ است؛ بنابراین داریم:

$$f(۰)=|۲^۰+a|=|۱+a|=۳ \Rightarrow \begin{cases} ۱+a=-۳ \Rightarrow a=-۴ \\ ۱+a=۳ \Rightarrow a=۲ \end{cases}$$

اما دقت کنید که نمودار تابع $y=|۲^x+۲|=۲^x+۲$ مطابق شکل زیر است:



که خلاف فرض سؤال است؛ پس $a=-۴$ قابل قبول است.

گام دوم: بنابراین $f(x)=|۲^x-۴|$ است و داریم:

$$f(b)=|۲^b-۴|=۰ \Rightarrow ۲^b=۴=۲^۲ \Rightarrow b=۲$$

SanjeshCloud

۱۸ اگر $x=\alpha$ جواب معادلهٔ $\log_۲(x^۲-۳x)+\log_۲(x-۲)=۳$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{۲}}\alpha$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

دوتا لگاریتم رو به یه لگاریتم تبدیل کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سمت چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$\log_۲(x^۲-۳x)+\log_۲(x-۲)=\log_۲(x-۲)(x^۲-۳x)=\log_۲(x^۳-۵x^۲+۶x)$$

بنابراین معادله به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\log_۲(x^۳-۵x^۲+۶x)=۳ \Rightarrow x^۳-۵x^۲+۶x=۲^۳=۸ \Rightarrow x^۳-۵x^۲+۶x-۸=۰ \;;\; x>۳ \qquad (*)$$

گام دوم: مقسوم‌علیه‌های طبیعی و بزرگ‌تر از ۳ عدد ۸ را امتحان می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=۴} ۴^۳-۵\times۴^۲+۶\times۴-۸=۶۴-۸۰+۲۴-۸=۰$$

پس $x=۴$ قطعاً یکی از جواب‌های معادله است. حالا با تقسیم عبارت $x^۳-۵x^۲+۶x-۸$ داریم:

$$x^۳-۵x^۲+۶x-۸=(x-۴)(x^۲-x+۲)=۰$$

از آن‌جا که $x^۲-x+۲=۰$ جواب حقیقی ندارد، $x=۴$ تنها جواب معادلهٔ (*) است.

گام سوم: بنابراین $\alpha=۴$ است و داریم:

$$\log_{\sqrt{۲}}\alpha=\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}۲^۲=\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}\log_۲۲=۴$$

SanjeshCloud

۱۹ **عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC در نقطهٔ O درون این مثلث همرس‌اند به طوری که $B\hat{O}C = 110^\circ$. اگر ارتفاع‌های این مثلث در نقطهٔ H همرس باشند، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ BHC چند درجه است؟**

۱) ۱۱۰ ۲) ۱۲۰

۳) ۱۱۵ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

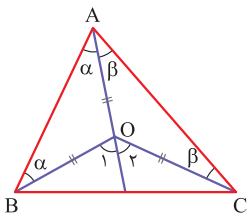
۱) اگر هر سه زاویهٔ داخلی یک مثلث حاده باشند، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع و نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها، درون مثلث قرار می‌گیرد.

۲) نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث، از سه رأس به یک فاصله است.

۳) مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی، 360° است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر O نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های مثلث ABC داخل آن باشد، آن‌گاه داریم $B\hat{O}C = 2\hat{A}$، زیرا O از رأس‌ها به یک فاصله است $(OA = OB = OC)$ درنتیجه مثلث‌های AOB و AOC متساوی‌الساقین هستند. بنا به زاویهٔ خارجی داریم:

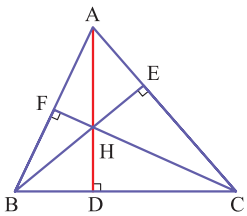


$$\hat{O}_1 = \alpha + \alpha = 2\alpha \ , \ \hat{O}_2 = \beta + \beta = 2\beta$$

$$\Rightarrow B\hat{O}C = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2\hat{A}$$

گام دوم: اگر H نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث ABC داخل آن باشد، داریم $B\hat{H}C = 180^\circ - \hat{A}$.

زیرا در چهارضلعی AEHF مجموع زوایا برابر 360° است. داریم:



$$\hat{A} + A\hat{F}H + F\hat{H}E + A\hat{E}H = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + 90^\circ + F\hat{H}E + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow F\hat{H}E = 180^\circ - \hat{A}$$

$B\hat{H}C = F\hat{H}E = 180^\circ - \hat{A}$ (دو زاویهٔ متقابل به رأس)

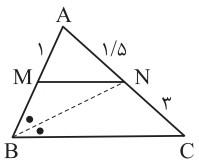
گام سوم: با توجه به فرض داریم:

$$B\hat{O}C = 2\hat{A} \Rightarrow 110^\circ = 2\hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 55^\circ$$

$$B\hat{H}C = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

SanjeshCloud

۲۰ در شکل روبه‌رو BN نیمساز زاویهٔ B است. محیط ذوزنقهٔ BMNC کدام است؟



۱) ۱۸

۲) ۱۷

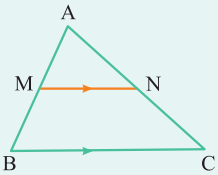
۳) ۱۳

۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

قضیهٔ تالس و تعمیم آن در مثلث: مطابق شکل، MN با BC موازی است، پس:

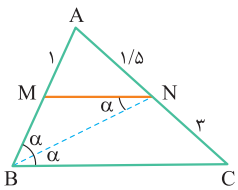


$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$$ (قضیهٔ تالس در مثلث ABC)

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$ (تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از آن‌جا که چهارضلعی BMNC ذوزنقه است، بنا به قضیهٔ تالس در مثلث ABC، داریم:



$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}\Rightarrow\frac{۱}{MB}=\frac{۱/۵}{۳}\Rightarrow MB=۲$$

گام دوم: BN نیمساز زاویهٔ B است. با توجه به قضیهٔ موازی ـ مورب مثلث BMN دو زاویهٔ برابر دارد، یعنی متساوی‌الساقین است، پس:

$$BM=MN=۲$$

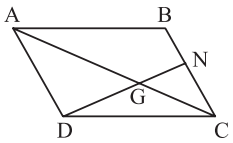
گام سوم: بنا به تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{BC}\Rightarrow BC=۶$$

$$\Rightarrow \text{محیط ذوزنقه}=۲+۲+۳+۶=۱۳$$

SanjeshCloud

۲۱ در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، به اضلاع ۸ و ۳ نقطهٔ N وسط ضلع BC است. اگر یکی از زاویه‌های متوازی‌الاضلاع، پنج برابر زاویهٔ دیگر آن باشد، مساحت مثلث GDC، کدام است؟



۱) ۱/۵

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

قطر BD را رسم کنید.

درس Box

۱) در هر متوازی‌الاضلاع:

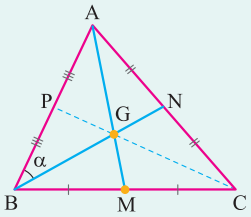
الف) با رسم هر قطر، دو مثلث هم‌نهشت ایجاد می‌شود.

ب) قطرها همدیگر را نصف می‌کنند.

پ) زاویه‌های مقابل، برابرند و زاویه‌های مجاور، مکمل هستند.

ت) مساحت برابر است با حاصل‌ضرب دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن دو ضلع.

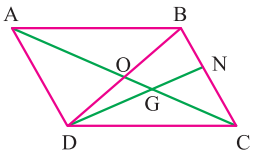
۲) در هر مثلث، میانه‌ها همرس‌اند، یعنی اگر دو تا از میانه‌ها در نقطهٔ G متقاطع باشند، میانهٔ سوم هم از نقطهٔ G می‌گذرد. با رسم میانه‌های هر مثلث، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود که مساحت هر کدام، $\frac{۱}{۶}$ مساحت مثلث اولیه است، یعنی در شکل مقابل:



$$S_{AGN}=S_{AGP}=S_{BGP}=S_{BGM}=S_{CGM}=S_{CGN}=\frac{۱}{۶}S_{ABC}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: قطر BD را رسم می‌کنیم دو مثلث ABD و CDB هم‌نهشت هستند، پس مساحت هر کدام، نصف مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD است.



گام دوم: N وسط BC و O وسط BD است، پس نقطهٔ G محل همرسی میانه‌های مثلث CDB است، پس:

$$S_{GDC}=\frac{۱}{۳}S_{CDB}=\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{۲}S_{ABCD})=\frac{۱}{۶}S_{ABCD}\qquad (*)$$

گام سوم: زاویه‌های مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل هستند، پس:

$$\text{می‌دانیم، طبق فرض: }\begin{cases}B\hat{A}D+A\hat{D}C=۱۸۰^\circ\\ A\hat{D}C=۵\,B\hat{A}D\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}B\hat{A}D=۳۰^\circ\\ A\hat{D}C=۱۵۰^\circ\end{cases}$$

گام چهارم: می‌دانیم $S_{ABCD}=AB.AD.\sin B\hat{A}D$، پس:

$$(*)\Rightarrow S_{GDC}=\frac{۱}{۶}(AB.AD.\sin B\hat{A}D)=\frac{۱}{۶}\times۸\times۳\times\frac{۱}{۲}=۲$$

SanjeshCloud

۲۲ از برش یک استوانه به شعاع قاعدهٔ ۵ و ارتفاع ۳ یک مستطیل با مساحت ۱۸ به وجود آمده است. فاصلهٔ صفحهٔ برش از محور استوانه کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ آزمون وی ای پی

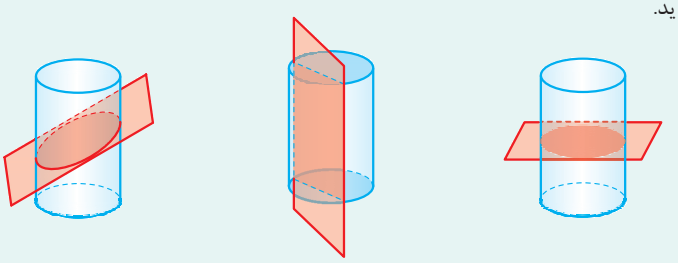
Hint

صفحهٔ برش‌دهنده، با محور استوانه موازی است.

درس Box

برش استوانه

همان‌طورکه در شکل‌های زیر می‌بینید، از برش یک استوانه با صفحه‌های افقی، قائم و مایل، به ترتیب یک دایره، یک مستطیل و یک بیضی پدید می‌آید.

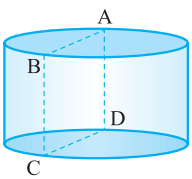


برش استوانه با صفحهٔ افقی — برش استوانه با صفحهٔ قائم — برش استوانه با صفحهٔ مایل

پاسخ خیلی تشریحی

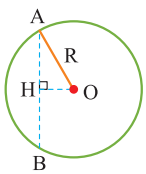
گام اول: وقتی مقطع حاصل از برش استوانه، مستطیل است، یعنی صفحهٔ برش‌دهنده با محور استوانه (خطی که مرکزهای دو قاعده را به هم وصل می‌کند) موازی است.

گام دوم: مساحت مستطیل حاصل از برش برابر ۱۸ است، پس با توجه به شکل، داریم:



$$AB \times BC = ۱۸ \xrightarrow{BC=۳} AB = ۶$$

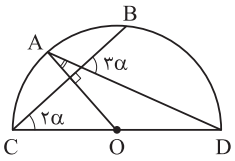
گام سوم: حالا به نمای بالای شکل دقت می‌کنیم، وتر $AB = ۶$ در دایره‌ای به شعاع $R = ۵$ رسم شده، پس بنا به قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHO، داریم:



$$OH = \sqrt{R^۲ - AH^۲} = \sqrt{۲۵ - ۹} = ۴$$

SanjeshCloud

۲۳ در شکل روبه‌رو، O وسط قطر نیم‌دایره است. زاویهٔ A، چند درجه است؟



۱) ۲۲/۵

۲) ۱۵

۳) ۱۸

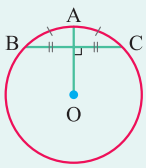
۴) ۱۳/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

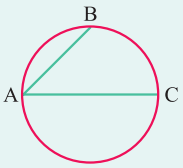
Hint شعاع OA بر وتر BC عمود است، پس $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$.

درس Box

۱) در هر دایره، شعاع عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان متناظر آن را نصف می‌کند.

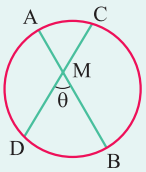


۲) در هر دایره، اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی، نصف اندازهٔ کمان روبه‌روی آن است، یعنی در شکل زیر:



$$\hat{A} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$$

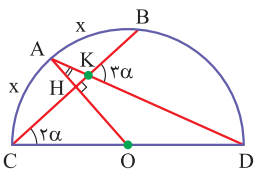
۳) اندازهٔ زاویهٔ بین هر دو وتر متقاطع درون یک دایره، برابر است با میانگین اندازه‌های کمان‌های روبه‌روی آن، یعنی در شکل زیر:



$$\theta = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: شعاع OA بر وتر BC عمود است، پس کمان $\overset{\frown}{BC}$ را نصف می‌کند، پس بنابراین: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC} = x$.



گام دوم: $B\hat{C}D$ یک زاویهٔ محاطی است، پس:

$$B\hat{C}D = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} \Rightarrow ۲\alpha = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۴\alpha$$

گام سوم: زاویهٔ بین دو وتر AD و BC برابر با ۳α است، پس:

$$۳\alpha = \frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{2} \Rightarrow ۳\alpha = \frac{x + ۴\alpha}{2} \Rightarrow x = ۲\alpha$$

گام چهارم: مجموع کمان‌های تشکیل‌دهندهٔ نیم‌دایره برابر ۱۸۰° است.

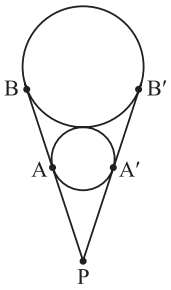
$$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BD} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + ۲\alpha + ۴\alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{۱۸۰^\circ}{8} = ۲۲/۵^\circ$$

گام پنجم: در مثلث AHK، داریم $\hat{K} = ۳\alpha = ۶۷/۵^\circ$، پس:

$$\hat{A} + ۶۷/۵^\circ + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۲۲/۵^\circ$$

SanjeshCloud

۲۴ مطابق شکل، مماس مشترک‌های خارجی دو دایرهٔ مماس‌خارج، در نقطهٔ P متقاطع‌اند، اگر $PA = AB = ۴$، آن‌گاه مساحت دایرهٔ کوچک‌تر کدام است؟



۱) $۱/۴۴\pi$

۲) ۲π

۳) $۲/۵۶\pi$

۴) ۴π

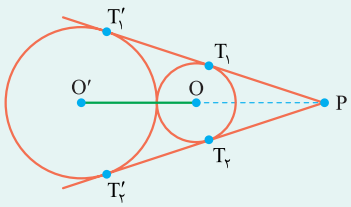
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مماس‌مشترک داخلی دو دایره را هم رسم کنید.

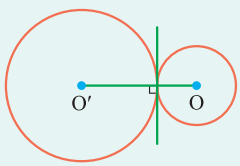
درس Box

۱) از هر نقطه خارج یک دایره، می‌توان دو مماس بر آن رسم کرد که طول این دو مماس با هم برابر است.

۲) اگر دو دایره، دارای دو مماس‌مشترک خارجی باشند، نقطهٔ تقاطع دو مماس‌مشترک خارجی روی امتداد خط‌المرکزین است.



۳) مماس‌مشترک داخلی دو دایرهٔ مماس‌خارج، بر خط‌المرکزین آن‌ها عمود است.

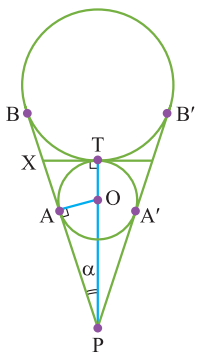


۴) اگر دو مثلث، دارای دو زاویهٔ برابر باشند با هم متشابه هستند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مماس‌مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم تا PB را در X قطع کند.

گام دوم: با توجه به این‌که مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه بر دایره، با یکدیگر برابرند، $BX = TX = AX = \frac{AB}{۲} = ۲$.



گام سوم: دو مثلث قائم‌الزاویهٔ AOP و TXP در زاویهٔ حادهٔ α مشترک‌اند، پس:

$$\overset{\Delta}{AOP} \sim \overset{\Delta}{TXP} \Rightarrow \frac{AO}{TX} = \frac{AP}{TP} \xrightarrow{TP=\sqrt{PX^۲-TX^۲}} \frac{AO}{۲} = \frac{۴}{\sqrt{۶^۲-۲^۲}} \Rightarrow AO = \sqrt{۲}$$

گام چهارم: $AO = \sqrt{۲}$ شعاع دایرهٔ کوچک است، پس مساحت آن برابر است با $\pi(\sqrt{۲})^۲ = ۲\pi$.

SanjeshCloud

۲۵ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC به اضلاع $AB = ۳$ و $AC = ۴$، پاره‌خط AH، ارتفاع وارد بر وتر است. خط گذرنده از AH را با بردار $k\overrightarrow{BC}$ انتقال می‌دهیم. اگر خط حاصل، مساحت مثلث ABC را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کند، عدد مثبت k کدام است؟

۱) ۰/۳
۲) ۰/۲
۳) ۰/۲۵
۴) ۰/۲۴

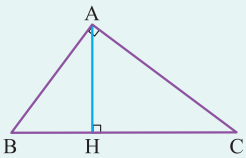
پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) تصویر هر خط در یک انتقال، خطی موازی با آن است.

۲) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه یعنی نسبت دو ضلع متناظر آن دو مثلث است.

۳) در شکل روبه‌رو مثلث ABC قائم‌الزاویه و AH ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

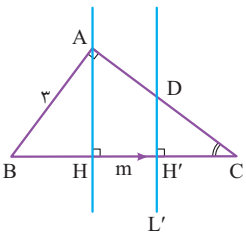


$$AC^۲ = CH.BC \quad , \quad AB^۲ = BH.BC$$

۴) اگر k عددی مثبت و $\vec{u}$ برداری غیر صفر باشد، بردار $k\vec{u}$، برداری موازی و هم‌جهت با $\vec{u}$ است که طول آن k برابر طول بردار $\vec{u}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. خط L' تصویر خط AH در انتقال با برداری به طول m در راستای خط BC به سمت راست (با توجه به محل قرارگرفتن B و C و مثبت‌بودن k) است.



گام دوم: بنا به فرض، مساحت مثلث CDH'، $\frac{۱}{۳}$ مساحت چهارضلعی $ABH'D$ است، پس $\frac{S_{DH'C}}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۴}$.

گام سوم: دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC و $H'DC$ در زاویهٔ C مشترک و در نتیجه متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{S_{DH'C}}{S_{ABC}} = (\frac{CH'}{AC})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۴} = (\frac{CH'}{AC})^۲ \Rightarrow \frac{CH'}{AC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow CH' = \frac{AC}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

گام چهارم: بنا به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، داریم:

$$AC^۲ = CH \times BC \Rightarrow ۴^۲ = CH \times ۵ \Rightarrow CH = \frac{۱۶}{۵} = ۳/۲$$

گام پنجم: با معلوم‌شدن طول HH'، مقدار k به دست می‌آید:

$$m = HH' = CH - CH' = ۳/۲ - ۲ = ۱/۲$$

$$\Rightarrow k = \frac{HH'}{BC} = \frac{۱/۲}{۵} = \frac{۱۲}{۵۰} = ۰/۲۴$$

SanjeshCloud

۲۶ در مثلث ABC، طول میانهٔ وارد بر ضلع a واسطهٔ هندسی بین اضلاع به طول b و c است. حاصل $\left|\frac{a}{b-c}\right|$ کدام برابر است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۴
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

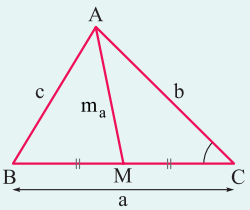
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

$m_a^۲ = b.c$

درس Box

در مثلث ABC، اگر طول میانهٔ وارد بر ضلع a برابر با m_a باشد، آن‌گاه:



$$b^۲ + c^۲ = ۲m_a^۲ + \frac{a^۲}{۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم در مثلث ABC داریم $b^۲ + c^۲ = ۲m_a^۲ + \frac{a^۲}{۲}$.

گام دوم: طبق فرض $m_a^۲ = b.c$، پس با توجه به گام اول، می‌توان نوشت:

$$b^۲ + c^۲ = ۲b.c + \frac{a^۲}{۲} \Rightarrow b^۲ + c^۲ - ۲b.c = \frac{a^۲}{۲} \Rightarrow (b-c)^۲ = \frac{a^۲}{۲} \Rightarrow \frac{a^۲}{(b-c)^۲} = ۲ \Rightarrow \left|\frac{a}{b-c}\right| = \sqrt{۲}$$

SanjeshCloud

۲۷ اگر $A=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}$، آن‌گاه $A^2=aA+bI$. حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) -5 ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) -4

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر A یک ماتریس مربعی باشد، برای محاسبهٔ ستون jاُم ماتریس A^2 کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$\begin{bmatrix}\text{ستون}\\ j\text{ اُم}\\ A^2\end{bmatrix}=A.\begin{bmatrix}\text{ستون}\\ j\text{ اُم}\\ A\end{bmatrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ماتریس $aA+bI$ را به دست می‌آوریم:

$$aA+bI=a\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}+b\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b & 0 & -2a\\ a & 2a+b & a\\ a & 0 & 3a+b\end{bmatrix}$$

گام دوم: کافی است ستون اول ماتریس A^2 را به دست آوریم:

$$\text{ستون اول } A^2=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\ 3\\ 3\end{bmatrix}$$

گام سوم: ستون اول ماتریس‌های A^2 و $aA+bI$ را برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix}-2\\ 3\\ 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b\\ a\\ a\end{bmatrix}\Rightarrow b=-2\,,\,a=3\Rightarrow a-b=3-(-2)=5$$

SanjeshCloud

۲۸ با فرض $\cos\theta \neq 0$، اگر $A=\begin{bmatrix} \frac{1}{\cos\theta} & 2\tan\theta \\ \tan\theta & \frac{2}{\cos\theta} \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} 4^{|A|} & 8^{|A|} \\ 2^{2|A|} & 3^{2|A|} \end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان ماتریس BA^{-1} کدام است؟

۱) ۶۸
۲) ۵۷۴
۳) ۲۷۲
۴) ۱۳۶

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۳۳ کنکور ریاضی تیر ۱۴۰۲، البته با سطح دشواری آسان‌تر از آن طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) اگر $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$، آن‌گاه $|A|=ad-bc$.

۲) اگر A یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه $|A^{-1}|=\frac{1}{|A|}$.

۳) اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند، آن‌گاه $|AB|=|A||B|$.

۴) اگر $\cos\theta \neq 0$، آن‌گاه $1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دترمینان ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$|A|=\begin{vmatrix} \frac{1}{\cos\theta} & 2\tan\theta \\ \tan\theta & \frac{2}{\cos\theta} \end{vmatrix}=\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)\left(\frac{2}{\cos\theta}\right)-(2\tan\theta)(\tan\theta)=\frac{2}{\cos^2\theta}-2\tan^2\theta=2\left(\frac{1}{\cos^2\theta}-\tan^2\theta\right)=2(1+\tan^2\theta-\tan^2\theta)=2$$

گام دوم: با توجه به آن‌که $|A|=2$، دترمینان ماتریس B را محاسبه می‌کنیم:

$$|B|=\begin{vmatrix} 4^2 & 8^2 \\ 2^4 & 3^4 \end{vmatrix}=4^2\times3^4-8^2\times2^4 \overset{\text{مزدوج}}{=\!=} (4\times3^2-8\times2^2)(4\times3^2+8\times2^2)=4\times68$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$|BA^{-1}|=|B||A^{-1}|=|B|\times\frac{1}{|A|}=\frac{|B|}{|A|}=\frac{4\times68}{2}=136$$

SanjeshCloud

۲۹ **در یک سهمی، اگر از دو سر وتری که در کانون بر محور سهمی عمود است، دو عمود بر خط هادی آن وارد کنیم، چهارضلعی حاصل، مستطیلی به قطر $۴\sqrt{۵}$ خواهد بود. کم‌ترین مقدار مجموع فواصل نقطه‌ای روی خط هادی سهمی از دو سر این وتر کدام است؟**

۱) $۵\sqrt{۳}$
۲) $۳\sqrt{۵}$
۳) ۸
۴) $۸\sqrt{۲}$

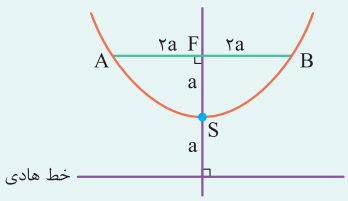
مشاوره موضوع وتر کانونی سهمی، جزء مهم‌ترین موضوعات مربوط به مبحث سهمی است که نکتهٔ مربوط به آن در درس‌باکس آورده شده است. این سؤال به صورت ترکیبی با مسئلهٔ کوتاه‌ترین مسیر هرون طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

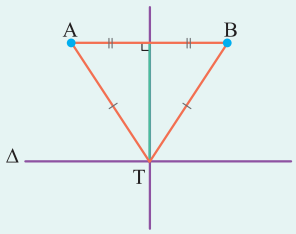
درس Box

۱) هر نقطه واقع بر یک سهمی، از کانون و خط هادی آن به یک فاصله است.

۲) اگر فاصلهٔ کانون تا خط هادی یک سهمی $۲a$ باشد، طول وتری از سهمی که در کانون بر محور تقارن آن عمود می‌شود، برابر با $۴a$ خواهد بود.

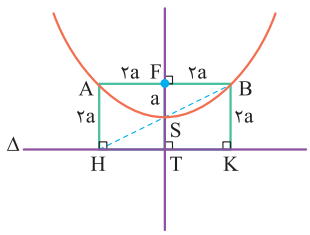


۳) در مسئلهٔ کوتاه‌ترین مسیر هرون (یافتن نقطهٔ T واقع بر خط Δ که مجموع فواصل آن از دو نقطهٔ A و B واقع در یک طرف خط Δ، مینیمم باشد)، اگر AB با Δ موازی باشد، نقطهٔ T، محل برخورد عمودمنصف پاره‌خط AB با خط Δ است.



پاسخ خیلی تشریحی

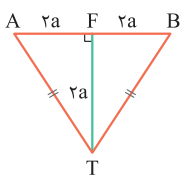
گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم. بنا به قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH داریم:



$$BH=\sqrt{AH^{۲}+AB^{۲}}=\sqrt{۴a^{۲}+۱۶a^{۲}}=\sqrt{۲۰a^{۲}}=۲\sqrt{۵}a$$

طبق فرض: $BH=۴\sqrt{۵} \Rightarrow ۲\sqrt{۵}a=۴\sqrt{۵} \Rightarrow a=۲$

گام دوم: از آن‌جا که پاره‌خط AB با خط Δ موازی است، نقطه‌ای روی خط Δ که مجموع فواصل آن از A و B مینیمم است، محل برخورد عمودمنصف پاره‌خط AB با خط Δ است.



مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویهٔ AFT، بنا به قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$AT=\sqrt{AF^{۲}+FT^{۲}}=\sqrt{۴a^{۲}+۴a^{۲}}=\sqrt{۸a^{۲}}=۲\sqrt{۲}a \xrightarrow{a=۲} AT=۴\sqrt{۲} \xrightarrow{AT=BT} AT+BT=۴\sqrt{۲}+۴\sqrt{۲}=۸\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud

۳۰ سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}=(1,1,1)$ و $\vec{c}=(2,2,1)$ در یک صفحه قرار ندارند و $\vec{h}=(-1,m,n)$ بردار ارتفاع متوازی‌السطوح حاصل از این سه بردار است که بر $\vec{b}$ و $\vec{c}$ عمود است. اگر $\vec{a}.\vec{b}=\vec{a}.\vec{c}=-1$ باشد، اندازهٔ بردار $\vec{a}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$

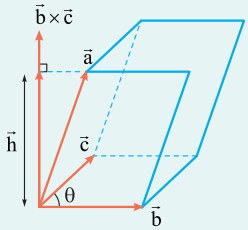
۳) ۲ ۴) $\sqrt{6}$

مشاوره این سؤال با توجه به متن صفحهٔ ۸۳ کتاب درسی هندسه (۳) در مبحث حجم متوازی‌السطوح و مشابه سؤال ۱۴۲ کنکور ریاضی داخل ۱۴۰۱ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint بردار $\vec{h}$ در صورت سؤال همان تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}\times\vec{c}$ است.

درس Box اگر $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ سه بردار غیرواقع در یک صفحه باشند، آن‌گاه مطابق شکل بر روی این سه بردار متوازی‌السطوحی تشکیل می‌شود. بردار ارتفاع این متوازی‌السطوح در واقع تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}\times\vec{c}$ (بردار عمود بر دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$) است، یعنی داریم:



$$\text{ارتفاع متوازی‌السطوح}=\frac{\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})}{|\vec{b}\times\vec{c}|^2}(\vec{b}\times\vec{c})$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فرض کنید $\vec{a}=(x,y,z)$ باشد. ابتدا بردار $\vec{b}\times\vec{c}$ را پیدا می‌کنیم.

$$\vec{b}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&1&1\\2&2&1\end{vmatrix}=-\vec{i}+\vec{j}=(-1,1,0)$$

گام دوم: بردار $\vec{h}$ (ارتفاع متوازی‌السطوح) همان تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}\times\vec{c}$ است، پس داریم:

$$\vec{h}=\frac{\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})}{|\vec{b}\times\vec{c}|^2}(\vec{b}\times\vec{c})=\frac{(x,y,z).(-1,1,0)}{(\sqrt{2})^2}(-1,1,0)=\frac{-x+y}{2}(-1,1,0)$$

$$\Rightarrow \vec{h}=(\frac{x-y}{2},\frac{y-x}{2},0)$$

گام سوم: بردار ارتفاع متوازی‌السطوح را برابر بردار داده‌شده در صورت سؤال قرار می‌دهیم. در این صورت داریم:

$$\frac{x-y}{2}=-1\Rightarrow x-y=-2\Rightarrow x=y-2\qquad(*)$$

گام چهارم: حال از دو رابطهٔ ضرب داخلی بردار $\vec{a}$ در بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برای محاسبهٔ مؤلفه‌های بردار $\vec{a}$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases}\vec{a}.\vec{b}=-1\Rightarrow(x,y,z).(1,1,1)=-1\Rightarrow x+y+z=-1\xrightarrow{(*)}2y+z=1\\ \vec{a}.\vec{c}=-1\Rightarrow(x,y,z).(2,2,1)=-1\Rightarrow 2x+2y+z=-1\xrightarrow{(*)}4y+z=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=1\Rightarrow x=-1\\z=-1\end{cases}$$

گام پنجم: بنابراین $\vec{a}=(-1,1,-1)$ و اندازهٔ آن برابر است با:

$$|\vec{a}|=\sqrt{(-1)^2+1^2+(-1)^2}=\sqrt{3}$$

SanjeshCloud

۳۱ گزارهٔ $\sim p \vee q \Rightarrow r$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow q)$

۲) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)$

۳) $(r \Rightarrow \sim p) \vee (r \Rightarrow q)$

۴) $(\sim r \Rightarrow p) \vee (r \Rightarrow q)$

مشاوره از بین منطق ریاضی و سور، یک سؤال در کنکور می‌آید که بیشتر از منطق و مشابه همین سؤال بوده است. با توجه به حجم کم منطق ریاضی، حتماً روی آن کار کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از هم‌ارزی ترکیب شرطی به صورت $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ استفاده کن.

درس Box

هم‌ارزی‌های مهم:

گزاره	مجموعه	اسم قانون
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	$\begin{cases} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \end{cases}$	قوانین شرکت‌پذیری
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$ (فاکتور)	قوانین پخشی (عکس آن فاکتورگیری)
-	$A \subseteq B \leftrightarrow \begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \\ A - B = \varnothing \end{cases}$ (تمامی روابط دوطرفه هستند.)	قوانین زیرمجموعه
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$	قوانین دمورگان
-	$A - B = A \cap B'$	قانون تبدیل تفاضل به اشتراک
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A & (\text{چون } A \cap B \subseteq A) \\ A \cap (A \cup B) = A & (\text{چون } A \subseteq A \cup B) \end{cases}$	قوانین جذب
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$	-	ترکیب شرطی
$p \vee \sim p \equiv T \quad p \vee T \equiv T \quad p \vee F \equiv p$ $p \wedge \sim p \equiv F \quad p \wedge T \equiv p \quad p \wedge F \equiv F$	$A \cup A' = U \quad A \cup U = U \quad A \cup \varnothing = A$ $A \cap A' = \varnothing \quad A \cap U = A \quad A \cap \varnothing = \varnothing$	مقدماتی

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از هم‌ارزی ترکیب شرطی و دمورگان داریم:

$$\sim p \vee q \Rightarrow r \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee r \equiv (p \wedge \sim q) \vee r$$

گام دوم: از قانون پخش داریم:

$$(p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$$

گام سوم: دوباره $\vee$ را تبدیل به شرطی می‌کنیم:

$$(\sim p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

SanjeshCloud

گام چهارم: هر ترکیب شرطی هم‌ارز عکس نقیض خودش است، پس گزارهٔ بالا هم‌ارز گزارهٔ زیر است:

$$(\sim r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \Rightarrow \sim q)$$

گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ *(سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)*

۱) $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$

۲) $r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$

۳) $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$

۴) $\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

SanjeshCloud

۳۲ برای ۳ مجموعهٔ A، B و C رابطه‌های $A\cup C = B\cap C$ و $A\cap C = B\cup C'$ درست است. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

۱) $C = \varnothing$

۲) $A = B = C$

۳) $A = \varnothing$

۴) $A - B = U$

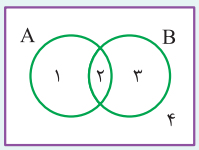
مشاوره از جبر مجموعه‌ها یا ضرب دکارتی معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید که بیشتر از جبر مجموعه‌ها بوده است. هم روش نمودار و هم جبر مجموعه‌ها را بلد باشید.

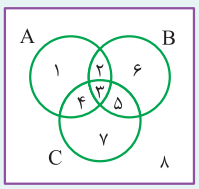
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint یک نمودار ون بکش و ناحیه‌ها را شماره‌گذاری کن و ببین در صورت برقراری دو شرط چه اتفاقی باید بیفتد.

درس Box

روش شماره‌گذاری برای به دست آوردن عبارت‌های مجموعه‌ای:

اگر دو مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت 

و اگر سه مجموعه داشته باشیم شکلی به صورت 

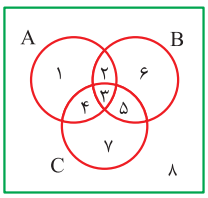
رسم کرده و نواحی را شماره‌گذاری می‌کنیم.

مدل اول: اگر بخواهیم حاصل مجموعهٔ داده‌شده را به دست آوریم با توجه به نمودار بررسی می‌کنیم که مجموعهٔ داده‌شده شامل کدام نواحی می‌شود و آن مجموعه با کدام گزینه برابر است.

مدل دوم: اگر تساوی یک مجموعه‌ای را داشته باشیم نواحی هر کدام را از دو طرف مشخص می‌کنیم. دقت می‌کنیم که نواحی که فقط در یک طرف تساوی هستند، تهی باید باشند. به زبان دیگر نواحی مشترک را کنار می‌گذاریم، سایر نواحی $\varnothing$ باید باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: یک نمودار ون به صورت مقابل رسم کرده و نواحی را شماره‌گذاری می‌کنیم:



گام دوم:

$$A\cup C = B\cap C \Rightarrow \{۱,۲,۳,۴,۵,۷\} = \{۳,۵\}$$

$$\xrightarrow{\text{نواحی غیر مشترک باید تهی باشد.}} ۱,۲,۴,۷ = \varnothing$$

گام سوم:

$$A\cap C = B\cup C' \Rightarrow \{۳,۴\} = \{۲,۳,۶,۵,۱,۸\} \Rightarrow ۴,۲,۶,۵,۱,۸ = \varnothing$$

گام چهارم: همهٔ نواحی به غیر از ناحیهٔ ۳ (یا همان $A\cap B\cap C$) تهی هستند. به زبان دیگر $A = B = C$، چون هر سه مجموعه فقط شامل ناحیهٔ ۳ هستند.

A و B دو زیرمجموعه از مجموعهٔ مرجع U هستند. اگر $A\cup B'\subseteq A\cap B$ باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

(سؤال ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) $B = U$

۲) $A = U$

۳) $B = A$

۴) $A = \varnothing$

SanjeshCloud

۳۳ به ۱۶ دادهٔ آماری با واریانس ۴۰، دو دادهٔ جدید با اختلاف ۱۴ واحد اضافه می‌کنیم. اگر میانگین داده‌های جدید تغییر نکند، واریانس داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۰/۵

۳) ۴۱ ۴) ۴۱/۵

مشاوره در سال‌های قبل از کل آمار توصیفی و استنباطی معمولاً یک سؤال در کنکور آمده است که بیشتر از مبحث واریانس بوده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

دو دادهٔ جدید به صورت $\bar{x}+k$ و $\bar{x}-k$ هستند.

درس Box

شاخص‌های پراکندگی:

شاخص	فرمول	توضیح فارسی
واریانس	$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2=\frac{x_1^2+\ldots+x_n^2}{n}-(\bar{x})^2$	هر داده را منهای میانگین کرده به توان ۲ می‌رسانیم، سپس با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.
انحراف معیار	$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}$	جذر واریانس است.
ضریب تغییرات	$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$	$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$
واریانس ۵ عدد متوالی	۲	–
واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d	$\sigma^2=(\frac{n^2-1}{12})d^2$	اگر اعداد تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.

نکته

اگر میانگین دو گروه از اعداد مساوی باشد با ترکیب آن‌ها میانگین تغییری نمی‌کند، پس اگر تعدادی عدد که میانگین آن‌ها مساوی با میانگین داده‌های اولیه است اضافه یا حذف کنیم میانگین تغییری نمی‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: واریانس ۱۶ داده برابر ۴۰ است، پس داریم:

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}{n}\Rightarrow\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}{16}=40\Rightarrow\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2=16\times40$$

گام دوم: با اضافه‌کردن دو داده، میانگین کل تغییری نمی‌کند، پس میانگین دو دادهٔ جدید باید برابر با میانگین ۱۶ دادهٔ اولیه $(\bar{x})$ باشد به زبان دیگر یکی از داده‌ها باید k واحد بیشتر از میانگین و دیگری k واحد کم‌تر از میانگین باشد، پس دو دادهٔ جدید را به صورت $\bar{x}-k$ و $\bar{x}+k$ در نظر می‌گیریم.

گام سوم:

$$\bar{x}+k-(\bar{x}-k)=14\Rightarrow2k=14\Rightarrow k=7$$

گام چهارم: واریانس کل ۱۸ داده برابر است با:

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2+(\bar{x}+k-\bar{x})^2+(\bar{x}-k-\bar{x})^2}{18}=\frac{16\times40+(7)^2+(-7)^2}{18}=\frac{16\times40+2\times49}{18}=\frac{2(8\times40+49)}{18}=\frac{369}{9}=41$$

SanjeshCloud

۳۴ **امیر و بابک عضو تیم ده‌نفرهٔ والیبال مدرسه‌اند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلندتر است، احتمال این‌که امیر از نظر بلندی قد، نفر نهم باشد، چه‌قدر است؟**

۱) $\frac{۱}{۴۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵۰}$

۳) $\frac{۲}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰}$

مشاوره تمرین مهم کتاب درسی که تا حالا در کنکور نیامده است، اما به همین زودی‌ها نوبت آن فرا می‌رسد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

از فرمول زیر استفاده کن:

$P(\text{امیر نهم} \mid \text{امیر از بابک بلندتر})$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پیشامد آن‌که امیر از بابک بلندتر باشد را A و پیشامد آن‌که امیر نفر نهم باشد را B در نظر می‌گیریم. کافی است $P(B \mid A)$ را به دست آوریم.

گام دوم: از قانون بیز داریم:

$$P(B \mid A) = \frac{P(B) \times P(A \mid B)}{P(A)} = \frac{\frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۹}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۴۵}$$

برای محاسبهٔ صورت کسر دقت کنید که احتمال آن‌که امیر نفر نهم باشد، برابر $\frac{۱}{۱۰}$ است. برای محاسبهٔ $P(A \mid B)$ فرض می‌کنیم B رخ داده، یعنی امیر نفر نهم باشد. حالا اگر قرار باشد A رخ بدهد، یعنی امیر از بابک بلندتر باشد، پس بابک از ۹ جایگاه باقی‌مانده فقط می‌تواند قبل از امیر و نفر دهم باشد؛ پس $P(A \mid B) = \frac{۱}{۹}$.

SanjeshCloud

۳۵ سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همهٔ سکه‌ها مثل هم ظاهر نشده‌اند؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۶}$

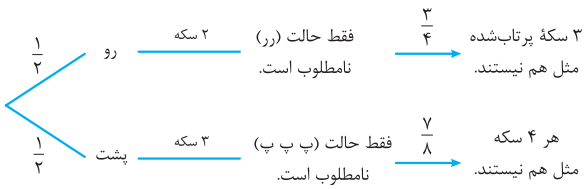
۳) $\frac{۵}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۶}$

مشاوره از احتمال معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید. حواستان به روش‌های شمارش و قانون احتمال کل و بیز بیشتر از بقیه باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از احتمال شاخه‌ای استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی



$$P(\text{مطلوب}) = \frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۲}\times\frac{۷}{۸} = \frac{۳}{۸} + \frac{۷}{۱۶} = \frac{۱۳}{۱۶}$$

یه‌جور دیگه از احتمال متمم استفاده می‌کنیم، یعنی احتمال آن‌که همهٔ سکه‌ها مثل هم باشند را حساب کرده و از ۱ کم می‌کنیم.

$$P(\text{همهٔ سکه‌ها یکسان}) = \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\text{رو}} \times \underbrace{\frac{۱}{۴}}_{\text{دو سکهٔ بعدی رو}} + \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\text{سکه پشت}} \times \underbrace{\frac{۱}{۸}}_{\text{هر ۳ سکه پشت}} = \frac{۳}{۱۶} \Rightarrow P(\text{مطلوب}) = ۱ - \frac{۳}{۱۶} = \frac{۱۳}{۱۶}$$

SanjeshCloud

۳۶ **به ازای برخی مقادیر طبیعی n، معادلهٔ سیالهٔ $۵۲(x+۱)+۱۴۳y=۲۳n-۷$ دارای جواب است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دورقمی n، کدام است؟**

۱) ۱۵
۲) ۱۴
۳) ۱۳
۴) ۱۲

مشاوره در بحث هم‌نهشتی، احتمال سؤال‌آمدن از معادلهٔ هم‌نهشتی و سیاله بیشتر از بقیهٔ مباحث است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint معادله رو به صورت $ax+by=\square$ بنویس. معادله وقتی جواب داره که $(a,b)\mid\square$.

درس Box

معادلهٔ هم‌نهشتی و روش حل آن:

برای حل معادلهٔ هم‌نهشتی $ax\overset{m}{\equiv}b$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱) اگر a و b اعداد بزرگی هستند، به جایشان یک عدد هم‌نهشت با آن‌ها به پیمانهٔ m را قرار می‌دهیم.

۲) با اضافه‌کردن مضارب پیمانه به b، کاری می‌کنیم تا دو طرف بر a بخش‌پذیر باشند.

۳) با استفاده از ویژگی تقسیم، دو طرف را به a ساده می‌کنیم تا x به دست آید. (البته می‌توانیم با ضرب دو طرف هم‌نهشتی در عددی که نسبت به پیمانه اول است، ضرایب را ساده‌تر کنیم.)

شرط جواب معادلهٔ سیالهٔ خطی: معادلهٔ $ax+by=c$ وقتی جواب دارد که $(a,b)\mid c$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادله را به صورت $ax+by=c$ درمی‌آوریم:

$$۵۲x+۵۲+۱۴۳y=۲۳n-۷ \Rightarrow ۵۲x+۱۴۳y=۲۳n-۵۹$$

گام دوم: شرط جواب‌داشتن معادلهٔ سیاله این است که:

$$۱۳=(\underset{۴\times۱۳}{۵۲},\underset{۱۱\times۱۳}{۱۴۳})\mid ۲۳n-۵۹$$

گام سوم:

$$۲۳n-۵۹\overset{۱۳}{\equiv}۰ \Rightarrow ۲۳n\overset{۱۳}{\equiv}۵۹ \xrightarrow[۵۹\overset{۱۳}{\equiv}-۶]{۲۳\overset{۱۳}{\equiv}-۳} -۳n\overset{۱۳}{\equiv}-۶ \xrightarrow[(-۳,۱۳)=۱]{\div(-۳)} n\overset{۱۳}{\equiv}۲ \Rightarrow n=۱۳k+۲$$

گام چهارم: به ازای $k=۷$، بزرگ‌ترین عدد دورقمی n برابر است با: $n=۹۳$ که مجموع ارقام آن برابر ۱۲ است.

SanjeshCloud

۳۷ حاصل‌ضرب درجه‌های رأس‌های گراف G با کم‌ترین مرتبهٔ ممکن برابر ۱۰۸ است. عدد احاطه‌گری گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ۱۰۸ رو به ضرب چند عدد تجزیه کن که تعداد اعداد فرد، زوج باشن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** عدد ۱۰۸ را تجزیه می‌کنیم:

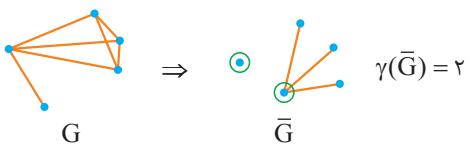
$$۱۰۸ = ۳\times۳\times۳\times۲\times۲$$

چون می‌خواهیم تعداد رأس‌های گراف، کم‌ترین باشد، $۲\times۲ = ۴$ در نظر می‌گیریم.

گام دوم: تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد، پس درجهٔ رأس‌ها را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$۴\times۳\times۳\times۳\times۱$$

گام سوم: نمودار گراف G و $\bar{G}$ به صورت زیر است:



حاصل‌ضرب درجهٔ رأس‌های گراف G، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجهٔ رأس یک حداقل باشد، حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ کدام است؟ *(سؤال ۴۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)*

۱) ۱۷ ۲) ۱۱ ۳) ۱۹ ۴) ۱۳

SanjeshCloud

۳۸ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + \sqrt{۲x_۳ + ۲x_۴ + ۲x_۵} = ۳$ کدام است؟

۱) ۱۸

۲) ۱۲

۳) ۱۴

۴) ۱۶

مشاوره تعداد جواب‌های معادلهٔ سیالهٔ خطی خیلی پیش‌نیاز خاصی ندارد، ولی در عوض معمولاً از آن سؤال می‌آید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint زیر رادیکال برابر با ۰ و ۴ می‌تواند باشد.

درس Box

تعداد جواب‌های معادلهٔ سیالهٔ خطی در حالت‌های مختلف:

معادله	تعداد جواب‌های صحیح نامنفی	تعبیر یا روش حل
$\underbrace{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k}_{k \text{ تا متغیر}} = n$	$\binom{n+k-۱}{k-۱}$	توزیع n شیء، یکسان بین k نفر انتخاب n شاخه گل از بین k نوع
$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ x_۱ \geq a \end{cases}$	$\binom{n+k-۱-a}{k-۱}$	اگر متغیری شرط بزرگ‌تر یا مساوی (حداقلی) داشته باشد، آن را از n کم می‌کنیم.
$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ x_i \geq ۱ \ , \ i = ۱,۲,\ldots,n \end{cases}$	$\binom{n-۱}{k-۱}$	جواب‌های طبیعی معادله
$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ x_۱ \leq a \end{cases}$	$\binom{n+k-۱}{k-۱} - \binom{n-(a+۱)+k-۱}{k-۱}$	کل جواب‌ها را از جواب‌های با شرط $x_۱ \geq a+۱$ کم می‌کنیم.
$x_۱ + x_۲ + \cdots + x_k \leq n$	$\binom{n+k}{k}$	متغیر نامنفی $x_{k+۱}$ را اضافه کرده تا نامعادله تبدیل به معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + \cdots + x_{k+۱} = n$ گردد.
$ax_۱ + \cdots + x_k = n$ $x_۱^n + \cdots + x_k = n$ $\sqrt{x} + \cdots + x_k = n$	—	متغیر دارای ضریب، توان، رادیکال و ... را حالت‌بندی می‌کنیم.

نکته برای به دست آوردن تعداد جواب‌های صحیح نامنفی با شرط $x_۱ \geq a$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

به جای x_i در معادلهٔ $x'_i + a$ قرار می‌دهیم. $\Rightarrow x_i = x'_i + a \Rightarrow x'_i = x_i - a$

نکته برای محاسبهٔ تعداد جواب‌های دستگاه $\begin{cases} x_۱ + x_۲ + \ldots + x_k = n \\ y_۱ + y_۲ + \ldots + y_{k'} = m \end{cases}$ کافی است تعداد جواب‌های دو دستگاه را در هم ضرب کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: زیر رادیکال زوج است. از طرفی کل رادیکال باید صحیح باشد، پس زیر رادیکال باید مربع کامل باشد. حالت‌های زیر را داریم:

الف) $۲x_۳ + ۲x_۴ + ۲x_۵ = ۰ \Rightarrow x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۰ \Rightarrow$ حالت ۱

$\Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۳ \Rightarrow$ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی $= \binom{۴}{۱} = ۴$

$\xrightarrow{\text{تعداد جواب}} ۱ \times ۴ = ۴$

ب) $۲x_۳ + ۲x_۴ + ۲x_۵ = ۴ \Rightarrow x_۳ + x_۴ + x_۵ = ۲ \Rightarrow$ تعداد جواب‌ها $= \binom{۴}{۲} = ۶$

$\Rightarrow x_۱ + x_۲ + ۲ = ۳ \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۱ \Rightarrow$ تعداد جواب‌ها $= \binom{۲}{۱} = ۲$

پس $۶ \times ۲ = ۱۲$ جواب نیز در این حالت به دست می‌آید.

SanjeshCloud

گام دوم: معادله در کل ۱۶ = ۴ + ۱۲ جواب دارد.

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1 + ۰/۴x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = ۴$ کدام است؟

(سؤال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۱۶ ۲) ۱۵ ۳) ۲۲ ۴) ۲۱

SanjeshCloud

۳۹ چند تابع $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی زوج باشد؟

۱) ۲۳ ۲) ۲۴ ۳) ۴۱ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint اعدادی که به ۱ تا ۴ نظیر می‌شوند یا همگی نظیر ۱ یا دوتا از آن‌ها به ۱ یا هر چهارتا به ۲ یا ۴ نظیر می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جمع دو عدد فرد، برابر زوج و جمع دو عدد زوج نیز زوج است. حالت‌های مطلوب به صورت زیر هستند.

الف) $f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 1$ (یک تابع)

ب) دوتا از اعداد دامنه به ۱ نظیر شدند و دوتای باقی‌مانده به هر کدام از ۲ یا ۴ نظیر شدند.

$$\text{تعداد} = \underbrace{\binom{4}{2}}_{\substack{\text{دو عضو دامنه که به ۱ نظیر می‌شوند.}}} \times \underbrace{2 \times 2}_{\substack{\text{۲ عضو دامنه که به ۲ یا ۴ نظیر می‌شوند.}}} = 6 \times 4 = 24$$

پ) همهٔ عضوهای دامنه به ۲ یا ۴ نظیر می‌شوند، پس هر کدام ۲ حالت دارند:

$$\text{تعداد} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

گام دوم:

$$\text{تعداد کل تابع‌های مطلوب} = 1 + 24 + 16 = 41$$

چند تابع $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,4\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

(سؤال ۳۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۴۱ ۲) ۴۰ ۳) ۲۸ ۴) ۲۷

SanjeshCloud

۴۰ **حداقل چند عدد از مجموعهٔ $\{1,2,4,5,7,8,10,11,14,16,17,19,20,21\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع حداقل دو عدد از آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است؟**

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint بدترین حالت این است که اول اعداد $3k+2$ و عدد ۲۱ بیایند.

درس Box برای به دست آوردن حداقل تعداد، برای این‌که مطمئن باشیم اتفاق خاصی بیفتد خودتان را جای بدشانس‌ترین آدم دنیا قرار دهید، یعنی تا جایی که می‌توانید مقاومت کنید تا آن اتفاق نیفتد تا این‌که دیگر امکان نداشته باشد و با برداشتن یک عدد دیگر قطعاً خواستهٔ مسئله رخ دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تنها عدد به صورت $3k$، عدد ۲۱ است. بقیهٔ اعداد به صورت $3k+1$ یا $3k+2$ هستند. اگر دو عدد به صورت $3k+1$ و $3k+2$ با هم جمع شوند، حاصل مضرب ۳ می‌شود.

گام دوم: اعداد $3k$ و $3k+2$ بیشتر از بقیه هستند و جمع هیچ دوتایی از آن‌ها مضرب ۳ نمی‌شود، پس بدترین حالت ممکن این است که اول این اعداد انتخاب شوند:

$$2,5,8,11,14,17,20,21 \Rightarrow \text{تعداد} = 8$$

گام سوم: اگر یک عدد دیگر انتخاب کنیم، این عدد هر چه باشد، چون به صورت $3k+1$ است، پس جمع آن با هر کدام از اعداد $3k+2$ مضرب ۳ می‌شود، پس اگر ۹ عدد انتخاب کنیم، مطمئن هستیم خواستهٔ مسئله اتفاق می‌افتد.

حداقل چند عدد از مجموعهٔ $\{2,3,4,\ldots,9,12,13,\ldots,20\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آن‌ها دارای مقسوم‌علیه مشترک غیر یک هستند؟ *(سؤال ۳۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)*

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

SanjeshCloud

۴۱ در کدام گزینه، تمام یکاها، جزء یکاهای اصلی در SI هستند؟

۱) کلوین، آمپر، مول
۲) کلوین، آمپر، گرم
۳) درجهٔ سلسیوس، کلوین، کندلا (شمع)
۴) درجهٔ سلسیوس، گرم، مول

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) **کمیت‌های اصلی و فرعی**: کمیت‌های طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی، کمیت‌های اصلی در دستگاه بین‌المللی (SI) هستند. سایر کمیت‌ها، فرعی محسوب می‌شوند.

کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI):

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کِلوین	K
مقدار ماده	مُول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI)

کمیت	نام یکا	یکای فرعی بر حسب یکاهای اصلی
تندی و سرعت	متر بر ثانیه (m/s)	m/s
شتاب	متر بر مربع ثانیه (m/s^2)	m/s^2
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{kg.m}{s^2}$
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m.s^2}$
انرژی	ژول (J)	$\frac{kg.m^2}{s^2}$

۲) تمامی کمیت‌ها، به صورت کلی، نرده‌ای یا برداری‌اند. ویژگی مشترک کمیت‌ها در این دسته‌بندی، داشتن اندازه است، اما در داشتن یا نداشتن جهت، متفاوت‌اند. کمیت‌های برداری کمیت‌هایی هستند که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارند. یعنی برای بیان یک کمیت برداری باید اندازه، یکا و جهت آن را بگوییم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به درس‌باکس، گرم، در گزینه‌های (۲) و (۴) و درجهٔ سلسیوس در گزینه‌های (۳) و (۴) جزء یکاهای اصلی نیستند و گزینهٔ (۱) صحیح می‌باشد.

SanjeshCloud

۴۲ دمای بدن یک انسان سالم تقریباً $37\ ^\circ C$ است. به ترتیب از راست به چپ، این دما برحسب کلوین و درجهٔ فارنهایت کدام است؟

۱) ۳۱۰، ۹۸/۶
۲) ۳۱۰، ۸۸/۶
۳) ۳۰۰، ۹۸/۶
۴) ۳۰۰، ۸۸/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ تبدیل یکای درجهٔ سلسیوس به یکای کلوین:

$$T = \theta + 273$$

رابطهٔ تبدیل یکای درجهٔ سلسیوس به درجهٔ فارنهایت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\text{اینم بلد باش!}} \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با محاسبهٔ دما برحسب کلوین، رد گزینه می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = 37\ ^\circ C} T = 37 + 273 = 310\ K$$ *(رد گزینه‌های (۳) و (۴))*

گام دوم: حالا دما را برحسب درجهٔ فارنهایت محاسبه می‌کنیم:

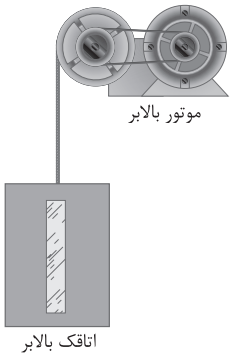
$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = 37\ ^\circ C} F = \frac{9}{5}(37) + 32 \Rightarrow F = 66/6 + 32 = 98/6\ ^\circ F$$

تیزبازی

در گام دوم برای آن‌که کم‌تر درگیر محاسبات شویم، می‌توانیم دمای بدن انسان را $35\ ^\circ C$ فرض کنیم و به سرعت به جواب نزدیک به گزینهٔ صحیح برسیم.

SanjeshCloud

۴۳ در شکل زیر، جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن ۶۰۰ kg است. اگر این بالابر توسط موتور آن در مدت ۲۰ s از طبقهٔ همکف به طبقهٔ دوم در ارتفاع ۶ m برده شود، توان خروجی متوسط موتور این بالابر چند کیلووات است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ و کلیهٔ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.)



۱) ۱/۸

۲) ۳/۶

۳) ۱۸

۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

کار انجام‌شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

P_{av} : توان متوسط (W)

W : کار مفید (J)

Δt : بازهٔ زمانی (s)

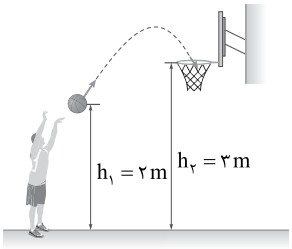
پاسخ خیلی تشریحی

با یک جای‌گذاری ساده در رابطهٔ درس‌باکس، می‌توانیم توان موتور بالابر را محاسبه کنیم.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \xrightarrow[h=۶\ m\ ,\ g=۱۰\ N/kg]{m=۶۰۰\ kg\ ,\ \Delta t=۲۰\ s} P_{av} = \frac{۶۰۰\times ۱۰\times ۶}{۲۰} = ۱۸۰۰\ W = ۱/۸\ kW$$

SanjeshCloud

۴۴ در شکل زیر، ورزشکاری توپ بسکتبال به جرم ۴۷۵ g را با تندی ۷ m / s به طرف سبد پرتاب می‌کند. اگر تندی توپ هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد، ۵ m / s باشد، در این حرکت، کار کل انجام‌شده روی توپ برابر چند ژول است؟



۱) ۴۱ / ۸

۲) −۴۱ / ۸

۳) ۵ / ۷

۴) −۵ / ۷

مشاوره این سؤال مشابه به یکی از مثال‌های کتاب درسی است، مثال‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint *ادبیات سؤال و داده‌های مسئله، خودش داره بهترین راهنمایی رو می‌کنه.*

درس Box

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_۲ - K_۱$$

W_t : کار برایند (J)

$K_۲$: انرژی جنبشی در حالت ۲ (J)

$K_۱$: انرژی جنبشی در حالت ۱ (J)

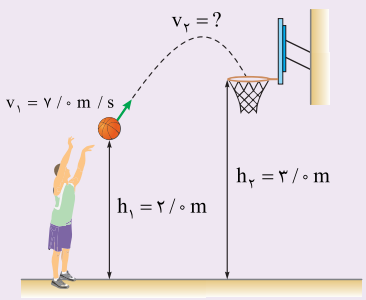
پاسخ خیلی تشریحی با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، وقتی تندی ابتدایی و انتهایی را داریم، کار کل را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[v_۱=۷\ m/s\ ,\ v_۲=۵\ m/s]{m=۴۷۵\ g=۴۷۵\times۱۰^{-۳}\ kg} W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = \frac{۱}{۲}\times ۴۷۵\times ۱۰^{-۳}\times \underbrace{(۲۵ - ۴۹)}_{-۲۴}$$

$$\Rightarrow W_t = ۴۷۵\times ۱۰^{-۳}\times(-۱۲) = -۵۷۰۰\times ۱۰^{-۳} = -۵ / ۷\ J$$

شکل روبه‌رو ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_۱ = ۷ / ۰\ m / s$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد چه‌قدر است؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

(فیزیک (۱) ـ مثال ۳ ـ ۱۱ صفحهٔ ۶۹ کتاب درسی)



SanjeshCloud

۴۵ در کدام فرایند ترمودینامیکی، بدون مبادلهٔ گرما، انرژی درونی دستگاه افزایش می‌یابد؟

۱) انبساط هم‌دما
۲) تراکم هم‌دما
۳) انبساط بی‌دررو
۴) تراکم بی‌دررو

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) **فرایند بی‌دررو**: در این فرایند، بین دستگاه و محیط، گرما مبادله نمی‌شود و $Q = 0$ است.

۲) **قانون اول ترمودینامیک**: در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه (گاز).

$$\Delta U = Q + W$$

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

ΔU: تغییر انرژی درونی (J)

U_1: انرژی درونی اولیه (J)

U_2: انرژی درونی نهایی (J)

Q: گرمای داده‌شده به دستگاه (J)

W: کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (J)

بنا به قرارداد، هنگام تراکم گاز، $W > 0$ و هنگام انبساط گاز، $W < 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در فرایند مطرح‌شده، گرما مبادله نمی‌شود، بنابراین $Q = 0$ بوده و فرایندی بی‌دررو است.

گام دوم: انرژی درونی دستگاه افزایش پیدا کرده است؛ پس $U_2 > U_1$ بوده و $\Delta U > 0$ است؛ بنابراین با توجه به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{Q=0} W > 0$$

در این فرایند، کار W با علامت مثبت است؛ بنابراین فرایند تراکمی بوده و گزینهٔ (۴) درست است.

SanjeshCloud

۴۶ **در یک تشت موج، موج تشکیل‌شده در سطح آب از قسمت عمیق وارد قسمت کم‌عمق می‌شود. به ترتیب، طول موج و بسامد این موج چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.
۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.
۴) کاهش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.

مشاوره این سؤال دقیقاً از متن کتاب درسی برداشت شده است. کتاب درسی را به دقت مطالعه کنید، چون اولویت اول کار شما است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اگر موجی در حال انتشار روی سطح آب، به طور مایل، از قسمت عمیق به مرز جدایی با قسمت کم‌عمق برسد، آن بخش موج که زودتر به ناحیهٔ کم‌عمق می‌رسد، چون با تندی کم‌تری حرکت می‌کند، از بقیهٔ موج که هنوز وارد این محیط نشده، عقب می‌افتد. بنابراین فاصلهٔ بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج، کاهش می‌یابند؛ اما بسامد موج، ثابت می‌ماند. بنابراین تندی انتشار موج نیز کاهش می‌یابد. رابطهٔ بین بسامد، طول موج و تندی انتشار موج در یک محیط به صورت زیر است:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

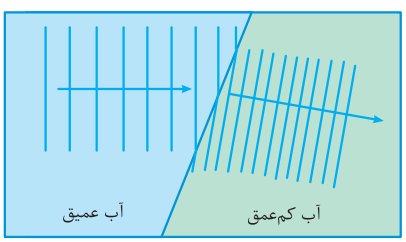
λ: طول موج (m)

v: تندی انتشار موج (m/s)

f: بسامد موج (Hz)

پاسخ خیلی تشریحی

بسامد موج از ویژگی‌های چشمهٔ موج است و به محیط انتشار موج ربطی ندارد؛ بنابراین با انتقال موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد آن تغییر نمی‌کند (رد گزینه‌های (۱) و (۲)). با توجه به درس‌باکس، مطابق شکل زیر، طول موج و در نتیجه تندی انتشار موج کاهش می‌یابند.



$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f_1 = f_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} < 1$$

SanjeshCloud

۴۷ طول موج یک موج الکترومغناطیسی برابر ۳۱۰ nm است. انرژی هر یک از فوتون‌های مربوط به این موج چند ژول است؟ ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ و $hc = ۱۲۴۰\ eV.nm$)

۱) ۴
۲) ۶/۴
۳) ۴×۱۰^{-۱۸}
۴) $۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) الکترون‌ولت، یکای انرژی در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای است. رابطهٔ بین یکاهای الکترون‌ولت و ژول به صورت زیر است:

$$۱\ eV = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ J$$

۲) یک موج الکترومغناطیس (نور مرئی و غیرمرئی)، مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفته می‌شود که هر یک از این بسته‌های انرژی را فوتون می‌نامیم. انرژی هر فوتون، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

	یکای SI	یکای فیزیک اتمی
E: انرژی هر فوتون	**J**	eV
h: ثابت پلانک	$۶/۶ \times ۱۰^{-۳۴}\ J.s$	$۴/۱۴ \times ۱۰^{-۱۵}\ eV.s$
c: تندی نور در هوا و خلأ	$۳ \times ۱۰^{۸}\ m/s$	$۳ \times ۱۰^{۱۷}\ nm/s$
λ: طول موج نور	m	nm

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با استفاده از رابطهٔ مطرح‌شده در درس‌باکس، انرژی هر فوتون مربوط به این موج الکترومغناطیس را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow[\lambda = ۳۱۰\ nm]{hc = ۱۲۴۰\ eV.nm} E = \frac{۱۲۴۰}{۳۱۰} = ۴\ eV$$

گام دوم: انرژی به‌دست‌آمده را برحسب ژول محاسبه می‌کنیم:

$$E = ۴\ eV \times \frac{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ J}{۱\ eV} = ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹}\ J$$

گول نخوری ✗ اگر به یکای خواسته‌شده در متن سؤال دقت نکنید در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید.

SanjeshCloud

۴۸ کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

الف) در هسته‌های پایدار سنگین، تعداد پروتون‌های هسته از تعداد نوترون‌های آن بیشتر است.

ب) جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ آن بیشتر است.

پ) با گسیل پوزیترون از یک هستهٔ ناپایدار، تعداد نوترون‌های هسته یک واحد افزایش می‌یابد.

ت) اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسند.

۱) الف و ب ۲) ب و پ

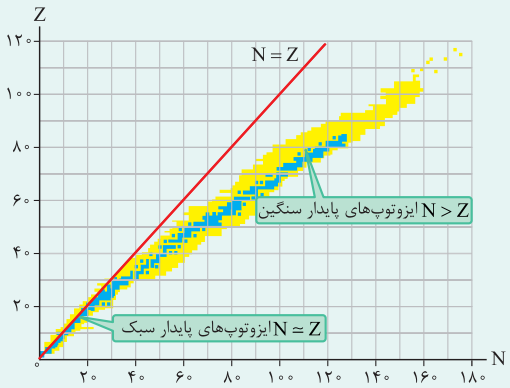
۳) پ و ت ۴) الف و ت

مشاوره واپاشی هسته، از مطالب مهمی است که بارها در سؤالات کنکور مختلف مطرح شده است، توجه بیشتری به آن داشته باشید.

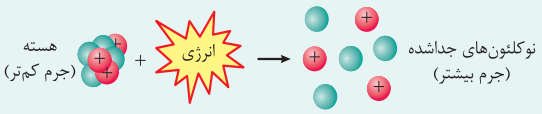
پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) نمودار زیر، تغییرات عدد اتمی (Z) برحسب عدد نوترونی (N) را برای هسته‌های پایدار و پرتوزا نشان می‌دهد. نسبت $\frac{N}{Z}$ برای هسته‌های سنگین افزایش می‌یابد، یعنی با افزایش تعداد پروتون‌ها، برای آن‌که هسته پایدار بماند، باید تعداد نوترون‌ها افزایش بیشتری داشته باشد.



۲) اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهند که جرم هسته، از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کم‌تر است. این اختلاف جرم را کاستی جرم هسته می‌گویند.

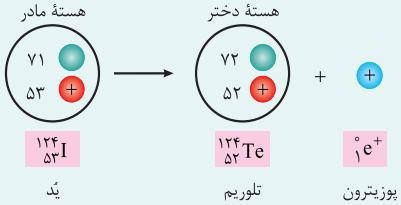


۳) واپاشی بتا، همراه با گسیل پوزیترون (${}^{0}_{1}\beta^{+}$ یا ${}^{0}_{1}e^{+}$):

در این نوع واپاشی بتا، ذرهٔ گسیل‌شده توسط هسته، جرم یکسان با الکترون دارد، ولی به جای بار منفی، حامل بار مثبت است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند. در واقع آن‌چه در این واپاشی رخ می‌دهد، این است که یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود؛ سپس این پوزیترون از هسته گسیل می‌شود. فرایند این واپاشی، با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}\beta^{+} $$

مثال واپاشی ${}^{0}_{1}\beta^{+}$ ، برای ید ۱۲۴ که به طور طبیعی رخ می‌دهد:



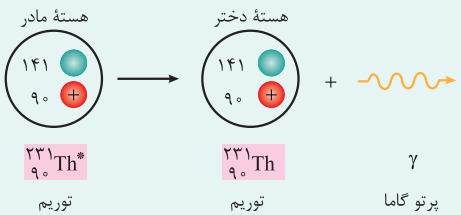
۴) واپاشی گاما (γ):

اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل فوتون‌های پرانرژی (پرتو گاما) به حالت پایه می‌رسند. در این فرایند A و Z تغییر نمی‌کنند، بلکه هستهٔ برانگیخته که با علامت * مشخص شده است، با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسد. واپاشی γ با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$ {}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma $$

SanjeshCloud

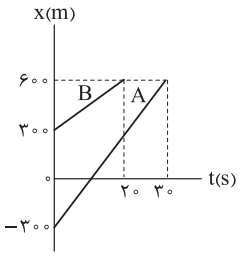
مثال واپاشی γ، برای توریم ۲۳۱ که به طور طبیعی رخ می‌دهد:



پاسخ خیلی تشریحی با توجه به متن درس‌باکس، موارد «الف» و «ب» نادرست هستند، اما موارد «پ» و «ت» درست هستند.

SanjeshCloud

۴۹ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. در لحظه‌ای که جهت بردار مکان متحرک A تغییر می‌کند، فاصلهٔ دو متحرک چند متر است؟



۱) ۳۲۵

۲) ۳۵۰

۳) ۴۲۵

۴) ۴۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

ابتدا سرعت هر یک از دو متحرک A و B را به دست آورید، سپس معادلهٔ مکان آن‌ها را بنویسید. در لحظهٔ عبور متحرک A از مبدأ مکان $(x = 0)$، مکان متحرک B را نیز پیدا کرده و اختلاف مکان آن‌ها را پیدا کنید.

درس Box

بردار مکان: برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان جسم در آن لحظه نام دارد.

در حرکت روی محور x ، هرگاه متحرک از مبدأ مکان یا مبدأ محور $(x = 0)$ عبور کند، x تغییر علامت می‌دهد و جهت بردار مکان آن عوض می‌شود.

حرکت یکنواخت روی خط راست (سرعت ثابت):

در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است، یعنی سرعت متوسط متحرک (v_{av}) در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر با سرعت لحظه‌ای آن (v) است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx : جابه‌جایی (m)

Δt : بازهٔ زمانی (s)

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت:

$$x = vt + x_0$$

x : مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

x_0 : مکان اولیه یا مبدأ حرکت، یعنی مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ (m)

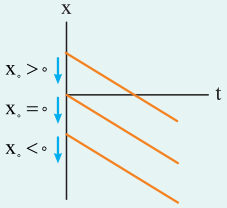
v = سرعت متحرک (m/s)

t = زمان (s)

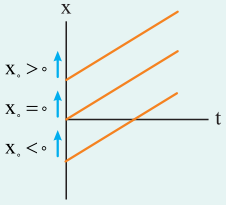
در رابطهٔ فوق x، x_0 و v می‌توانند مثبت یا منفی یا صفر باشند.

نمودار مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت:

با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان در این نوع حرکت، یک تابع درجه‌اول است، نمودار آن به صورت یک خط شیبدار بوده و شیب آن سرعت متحرک را نشان می‌دهد.



حرکت در سوی منفی، یعنی $v < 0$ (شیب خط منفی)



حرکت در سوی مثبت، یعنی $v > 0$ (شیب خط مثبت)

SanjeshCloud

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت هر یک از دو متحرک A و B را به دست می‌آوریم و براساس آن، معادلهٔ مکان این دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{۶۰۰-(-۳۰۰)}{۳۰-۰} = \frac{۹۰۰}{۳۰} = ۳۰\ m/s$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{۶۰۰-۳۰۰}{۲۰-۰} = \frac{۳۰۰}{۲۰} = ۱۵\ m/s$$

$$x_A = v_A t + x_{۰_A} \Rightarrow x_A = ۳۰t - ۳۰۰$$

$$x_B = v_B t + x_{۰_B} \Rightarrow x_B = ۱۵t + ۳۰۰$$

گام دوم: اگر نمودار متحرک A در لحظهٔ $t_۱$ محور t را قطع کند، یعنی $x_A = ۰$ شود، در این لحظه جهت بردار مکان متحرک A تغییر می‌کند:

$$x_A = ۳۰t - ۳۰۰ \xrightarrow[t=t_۱]{x_A=۰} ۰ = ۳۰t_۱ - ۳۰۰ \Rightarrow t_۱ = ۱۰\ s$$

گام سوم: مکان متحرک B را در لحظهٔ $t_۱ = ۱۰\ s$ به دست می‌آوریم:

$$x_B = ۱۵t + ۳۰۰ \xrightarrow{t=t_۱=۱۰\ s} x_B = ۱۵\times ۱۰ + ۳۰۰ = ۴۵۰\ m$$

اکنون فاصلهٔ دو متحرک A و B را در لحظهٔ $t_۱$ محاسبه می‌کنیم:

$$x_B - x_A = ۴۵۰ - ۰ = ۴۵۰\ m$$

SanjeshCloud

۵۰ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^۲ - ۴t + ۹$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول، چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ سرعت متوسط برای حرکت روی محور x برحسب بردار یکه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} = (\frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱})\vec{i}$$

$\vec{v}_{av}$: بردار سرعت متوسط (m/s)

$x_۱$: مکان متحرک در لحظهٔ $t_۱$ (m)

$x_۲$: مکان متحرک در لحظهٔ $t_۲$ (m)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سه ثانیهٔ اول، یعنی بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰\,s$ تا $t_۲ = ۳\,s$ و چهار ثانیهٔ دوم، یعنی بازهٔ زمانی $t'_۱ = ۴\,s$ تا $t'_۲ = ۸\,s$؛ بنابراین با جای‌گذاری این مقادیر در معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک، مکان آن را در این لحظات حساب می‌کنیم:

$$x = t^۲ - ۴t + ۹ \begin{cases} t_۱ = ۰\,s \Rightarrow x_۱ = ۰ - ۰ + ۹ = ۹\,m \\ t_۲ = ۳\,s \Rightarrow x_۲ = ۹ - ۱۲ + ۹ = ۶\,m \end{cases}$$

$$x = t^۲ - ۴t + ۹ \begin{cases} t'_۱ = ۴\,s \Rightarrow x'_۱ = ۱۶ - ۱۶ + ۹ = ۹\,m \\ t'_۲ = ۸\,s \Rightarrow x'_۲ = ۶۴ - ۳۲ + ۹ = ۴۱\,m \end{cases}$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط و معلوم‌بودن مکان متحرک در لحظات مورد نظر، نسبت اندازهٔ سرعت متوسط متحرک را به دست می‌آوریم:

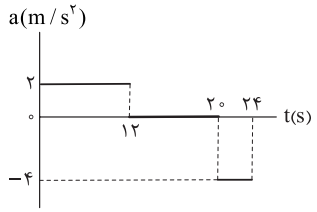
$$v_{av(۰,۳)} = \frac{۶ - ۹}{۳ - ۰} = -\frac{۳}{۳} = -۱\,m/s \xrightarrow{\text{اندازه}} +۱\,m/s$$

$$v_{av(۴,۸)} = \frac{۴۱ - ۹}{۸ - ۴} = \frac{۳۲}{۴} = ۸\,m/s$$

پس نسبت سرعت متوسط متحرک در این دو بازهٔ زمانی، $\frac{۱}{۸}$ می‌باشد.

SanjeshCloud

۵۱ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $(-۸m/s)\vec{i}$ باشد، تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۴s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۳}{۳}$

۲) ۵

۳) $\frac{۲۶}{۳}$

۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید و به کمک مساحت سطح محصور آن مسافت طی‌شده و در پایان، تندی متوسط را حساب کنید.

درس Box

چند مورد از ویژگی‌های نمودار شتاب ـ زمان:

۱) در هر بازه از زمان که شتاب ثابت است، نمودار شتاب ـ زمان آن به صورت یک خط افقی موازی محور زمان است.

۲) مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، برابر با تغییرات سرعت (Δv) در آن بازه است. برای قسمتی از نمودار که بالای محور زمان است، $\Delta v > ۰$ و برای قسمتی از نمودار که زیر محور زمان است، $\Delta v < ۰$ در نظر گرفته می‌شود.

۳) اگر نمودار شتاب ـ زمان، شامل دو یا چند مرحلهٔ مختلف باشد که هر کدام شتاب ثابت خود را دارند، می‌توان Δv هر مرحله را حساب کرد و با معلوم‌بودن سرعت اولیهٔ متحرک، نمودار سرعت ـ زمان آن را رسم کرد.

چند مورد از ویژگی‌های نمودار سرعت ـ زمان:

۱) در هر مرحله که شتاب حرکت ثابت باشد، این نمودار به صورت یک خط شیب‌دار و در هر مرحله که سرعت ثابت باشد، این نمودار به صورت یک خط افقی است.

۲) شیب این خط، شتاب متحرک را نشان می‌دهد.

۳) نقطهٔ شروع این نمودار، روی محور v، سرعت اولیه $(v_۰)$ را نشان می‌دهد.

۴) قدرمطلق مساحت سطح بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، مسافت پیموده‌شده در آن بازهٔ زمانی را نشان می‌دهد.

رابطهٔ تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

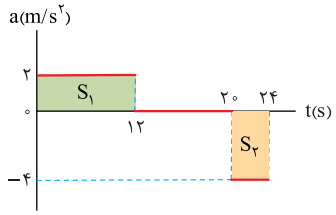
s_{av}: تندی متوسط (m/s)

l: مسافت (m)

Δt: بازهٔ زمانی (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مساحت سطح بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان را در هر بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم، سپس با معلوم‌بودن سرعت اولیهٔ متحرک، نمودار سرعت ـ زمان آن را در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۴s$ رسم می‌کنیم.



$\Delta v_۱ = s_۱ = ۲ \times ۱۲ = ۲۴ m/s$

$\Delta v_۲ = ۰$

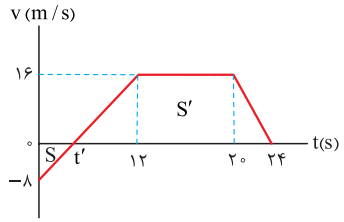
SanjeshCloud

$$\Delta v_{۳} = S_{۲} = (۲۴-۲۰)(-۴) = -۱۶\ m/s$$

$$\Delta v_{۱} = v_{t=۱۲\,s} - v_{۰} \Rightarrow ۲۴ = v_{t=۱۲\,s} - (-۸) \Rightarrow v_{t=۱۲\,s} = ۱۶\ m/s$$

$$\Delta v_{۲} = v_{t=۲۰\,s} - v_{t=۱۲\,s} \Rightarrow ۰ = v_{t=۲۰\,s} - ۱۶ \Rightarrow v_{t=۲۰\,s} = ۱۶\ m/s$$

$$\Delta v_{۳} = v_{t=۲۴\,s} - v_{t=۲۰\,s} \Rightarrow -۱۶ = v_{t=۲۴\,s} - ۱۶ \Rightarrow v_{t=۲۴\,s} = ۰$$



گام دوم: معادلهٔ سرعت ـ زمان را در بازهٔ زمانی ۰ تا t' می‌نویسیم و لحظهٔ t' را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_{۰} \Rightarrow ۰ = ۲t' - ۸ \Rightarrow t' = ۴\ s$$

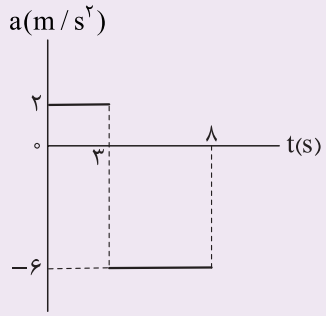
سپس با محاسبهٔ مساحت‌های S و S'، مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۴\ s$ را حساب می‌کنیم:

$$l = |S| + S' = \left|\frac{-۸\times ۴}{۲}\right| + \frac{[(۲۴-۴)+(۲۰-۱۲)]۱۶}{۲} \Rightarrow l = ۱۶ + (۲۸\times ۸) = ۲۴۰\ m$$

گام سوم: تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۴\ s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲۴۰}{۲۴-۰} = ۱۰\ m/s$$

شکل زیر نمودار شتاب ـ زمان متحرکی است که در لحظهٔ $t = ۰\ s$ با سرعت $\vec{V} = +(۸\ m/s)\vec{i}$ حرکت کرده است. تندی متوسط متحرک در این ۸ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟ *(سؤال ۴۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)*



۱) ۱۲

۲) ۱۵

۳) $\frac{۴۳}{۴}$

۴) $\frac{۵۳}{۶}$

SanjeshCloud

۵۲ در شرایط خلأ، دو گلوله به فاصلهٔ زمانی ۱ s از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصلهٔ بین آن‌ها در طول حرکت به ۴۵ m برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$)

۱) ۸۰ ۲) ۱۱۰

۳) ۱۲۵ ۴) ۱۴۵

مشاوره این تست دقیقاً یکی از سؤال‌های کنکور سراسری رشتهٔ ریاضی در سال ۱۳۸۳ است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) اگر سوی مثبت محور y را رو به پایین فرض کنیم و متحرک از ارتفاع h رها شود، معادلهٔ مکان ـ زمان آن در این حرکت به صورت زیر است:

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲$$

h : ارتفاع سقوط (m)

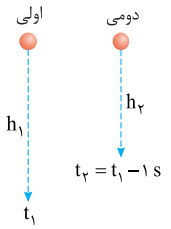
g : شتاب گرانش زمین (N/kg)

t : زمان (s)

۲) اگر دو متحرک با اختلاف زمانی Δt حرکت خود را شروع کنند، در صورتی که زمان را برای اولی $t_۱$ در نظر بگیریم، برای دومی که حرکت خود را دیرتر شروع کرده، زمان به صورت $t_۲ = t_۱ - \Delta t$ خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی بیشترین فاصلهٔ بین گلوله‌ها به ۴۵ m می‌رسد، فرض می‌کنیم که گلولهٔ اول از ارتفاع $h_۱$ و گلولهٔ دوم از ارتفاع $h_۲$ سقوط کرده باشند.



$$h_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰ t_۱^۲ \Rightarrow h_۱ = ۵t_۱^۲$$

$$h_۲ = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰(t_۱ - ۱)^۲ \Rightarrow h_۲ = ۵(t_۱ - ۱)^۲$$

گام دوم: اختلاف ارتفاع دو گلوله را برابر با ۴۵ m قرار می‌دهیم و $t_۱$ را به دست می‌آوریم:

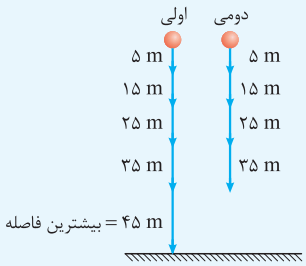
$$h_۱ - h_۲ = ۵t_۱^۲ - ۵(t_۱ - ۱)^۲$$

$$\Rightarrow ۴۵ = ۵t_۱^۲ - ۵(t_۱^۲ - ۲t_۱ + ۱) \Rightarrow ۴۵ = \cancel{۵t_۱^۲} - \cancel{۵t_۱^۲} + ۱۰t_۱ - ۵ \Rightarrow ۵۰ = ۱۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۵\ s$$

گام سوم: ارتفاع h را که همان ارتفاع سقوط گلولهٔ اول است، محاسبه می‌کنیم:

$$h = h_۱ = ۵t_۱^۲ \xrightarrow{t_۱ = ۵\ s} h = ۵(۵)^۲ = ۱۲۵\ m$$

یه جور دیگه



SanjeshCloud

۵۳ جسمی روی کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب رو به بالای $۲\ m/s^۲$ به سمت پایین می‌رود، نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود، $F_۱$ است و وقتی با شتاب رو به پایین $۲\ m/s^۲$ به سمت بالا می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور از طرف جسم، $F_۲$ است. $F_۲$ چند برابر $F_۱$ است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در حرکت آسانسور، با توجه به جهت حرکت، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

اگر جهت حرکت رو به بالا باشد: $F_N = m(g+a)$

اگر جهت حرکت رو به پایین باشد: $F_N = m(g-a)$

دقت کنید در روابط بالا با توجه به کندشونده‌بودن یا تندشونده‌بودن حرکت، علامت a را قرار می‌دهیم، در واقع در دو رابطهٔ بالا، علامت منفی و مثبت معادلات ربطی به علامت a ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حالت اول نیروی F_N که برابر با $F_۱$ است را به دست می‌آوریم:

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = F_۱ = m(g-a) = m(۱۰-۲) = ۸m$$

در حالت دوم شتاب برابر با $۲\ m/s^۲$ و جهت حرکت به سمت بالاست، پس:

$$F_۲ = F'_N = m(g+a) = m(۱۰+۲) = ۱۲m$$

گام دوم: خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

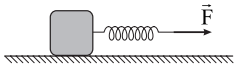
$$\frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۱۲m}{۸m} = \frac{۳}{۲}$$

گول نخوری

اگر علامت شتاب‌ها را جابه‌جا بگذارید، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید.

SanjeshCloud

۵۴ در شکل زیر، جسمی به جرم $8\ kg$ روی سطح افقی تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ در حال حرکت است. اگر با افزایش نیروی $\vec{F}$، طول فنر از $25\ cm$ به $30\ cm$ برسد و اندازهٔ شتاب جسم از $1/5\ m/s^2$ به $3\ m/s^2$ برسد، ثابت فنر در SI برابر کدام است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی در تمام مسیر یکسان است.)



۱) ۶۰
۲) ۱۲۰
۳) ۲۴۰
۴) ۴۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

به کمک قانون دوم نیوتون، روابط را برای هر دو حالت بنویسید و سپس روابط را به صورت نسبتی بنویسید تا طول اولیهٔ فنر به دست آید.

درس Box

هرگاه فنری را از حالت تعادل فشرده کنیم یا بکشیم، طبق قانون هوک، نیروی کشسانی فنر تمایل دارد فنر را به حالت اولیه برگرداند. این نیرو از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$F = k\Delta x = k(x - x_0)$$

F: نیروی کشسانی فنر (N) ← k: ثابت فنر (N/m)

x: طول ثانویهٔ فنر (m) — x_0: طول اولیهٔ فنر (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: به کمک قانون دوم نیوتون، برای هر دو حالت داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت اول: } F_e = ma \Rightarrow k(25-l) = 8\times 1/5 \Rightarrow k(25-l) = 12 \\ \text{حالت دوم: } F'_e = ma' \Rightarrow k(30-l) = 8\times 3 \Rightarrow k(30-l) = 24 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} \frac{25-l}{30-l} = \frac{1}{2} \Rightarrow 50-2l = 30-l \Rightarrow l = 20\ cm$$

گام دوم: مقادیر l به‌دست‌آمده را در یکی از روابط بالا جای‌گذاری می‌کنیم تا ثابت فنر به دست آید:

$$k(25-l) = 12 \Rightarrow k = \frac{12}{25-20} = \frac{12}{5}\ N/cm = 2/4\ N/cm = 240\ N/m$$

تیزپازی

به کمک تغییرات نیرو داریم:

$$\Delta F = m\Delta a \Rightarrow k\Delta x = m\Delta a \Rightarrow k(30-25) = 8(3-1/5) \Rightarrow k = \frac{12}{5}\ N/cm = 2/4\ N/cm = 240\ N/m$$

SanjeshCloud

۵۵ معادلهٔ تکانه ـ زمان جسمی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $p = t^2 - 10t + 15$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 6\,s$ برحسب نیوتون کدام است؟

۱) $2\vec{i}$ ۲) $-2\vec{i}$

۳) $2/5\vec{i}$ ۴) $-2/5\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

ابتدا تکانهٔ جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2 محاسبه کنید و سپس با توجه به رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را به دست آورید.

درس Box

به کمک روابط تکانه و قانون دوم نیوتون، داریم:

$$\begin{cases} \vec{p} = m\vec{v} \\ \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

یعنی نسبت تغییرات تکانه به زمان برابر با نیروی خالص متوسط وارد بر جسم است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تکانهٔ جسم را در لحظات $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 6\,s$ محاسبه می‌کنیم:

$$t_1 = 2\,s : p_1 = (2)^2 - 10(2) + 15 = -1 \ \frac{kg.m}{s}$$

$$t_2 = 6\,s : p_2 = (6)^2 - 10(6) + 15 = -9 \ \frac{kg.m}{s}$$

گام دوم: نیروی خالص را با توجه به رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{-9 - (-1)}{6 - 2} = \frac{-8}{4} = -2\,N \Rightarrow \vec{F} = (-2\vec{i})\,N$$

SanjeshCloud

۵۶ دو ماهوارهٔ A و B روی دو مدار دایره‌ای‌شکل به دور زمین در حال گردش هستند. اگر دورهٔ ماهوارهٔ A، ۸ برابر دورهٔ ماهوارهٔ B باشد، تندی ماهوارهٔ A چند برابر تندی ماهوارهٔ B است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

ابتدا نسبت شعاع چرخش را به کمک نسبت دورهٔ ماهواره‌ها به دست آورید، سپس به کمک نسبت شعاع چرخش، نسبت تندی‌ها را محاسبه کنید.

درس Box

در حرکت مرکزگرای ماهواره‌ها داریم:

$$F_{\text{مرکزگرا}} = W' \Rightarrow \begin{cases} \frac{mv^۲}{r} = \frac{GM_e m}{r^۲} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow v \propto \sqrt{\frac{۱}{r}} \\ v = \frac{۲\pi r}{T} \Rightarrow \frac{۲\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{۴\pi^۲ r^۲}{T^۲} = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow T^۲ = \frac{۴\pi^۲ r^۳}{GM_e} \Rightarrow T^۲ \propto r^۳ \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک نسبت دورهٔ ماهواره‌ها، نسبت شعاع مدار چرخش آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$T^۲ \propto r^۳ \Rightarrow \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^۲ = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۳ \Rightarrow ۸^۲ = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۳ \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt[۳]{۸^۲} = ۴$$

گام دوم: نسبت شعاع مدار چرخش ماهواره‌ها را داریم و به راحتی می‌توانیم نسبت تندی ماهواره‌ها را حساب کنیم:

$$v \propto \sqrt{\frac{۱}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{۲}$$

تیزپازی

در حرکت دایره‌ای ماهواره، بین تندی ماهواره و دورهٔ تناوب رابطهٔ زیر برقرار است:

$$T \propto \frac{۱}{v^۳} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^۳ \Rightarrow ۸ = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^۳ \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = ۲ \Rightarrow v_A = \frac{v_B}{۲}$$

SanjeshCloud

۵۷ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۰/۰۸\cos(۵\pi t)$ است. شتاب جسم در لحظهٔ $t = ۰/۴۵\ s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) $۱۰\vec{i}$ ۲) $-۱۰\vec{i}$

۳) $۱۰\sqrt{۲}\vec{i}$ ۴) $-۱۰\sqrt{۲}\vec{i}$

مشاوره این تست مشابه سؤال امتحان نهایی تجربی دی ۱۴۰۱ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint مکان نوسانگر را در $t = ۰/۴۵\ s$ محاسبه کنید و سپس با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ $a = -\omega^۲x$، شتاب را به دست آورید.

درس Box

۱) معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:

اگر در لحظهٔ $t = ۰$ جسم در نقطهٔ $x = +A$ قرار داشته باشد و شروع به نوسان هماهنگ ساده کند، معادلهٔ مکان ـ زمان آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$x = A\cos\omega t$

(x: دامنه (m)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s))

۲) معادلهٔ شتاب نوسانگر:

$a = -\omega^۲ x$ (x: مکان نوسانگر (m)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)، a: شتاب ($m/s^۲$))

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t = ۰/۴۵\ s$ محاسبه می‌کنیم:

$$x = ۰/۰۸\cos(۵\pi\times\frac{۴۵}{۱۰۰}) = ۰/۰۸\cos(۲/۲۵\pi) = ۰/۰۸\underbrace{\cos(۲\pi+\frac{\pi}{۴})}_{\cos\frac{\pi}{۴}} = ۰/۰۸\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow x = ۰/۰۴\sqrt{۲}\ m$$

گام دوم: با مقایسهٔ معادلهٔ صورت سؤال با معادلهٔ $x = A\cos\omega t$ داریم:

$$A = ۰/۰۸\ m\ ,\ \omega = ۵\pi\ rad/s$$

گام سوم: با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ $a = -\omega^۲x$، شتاب جسم را در لحظهٔ $t = ۰/۴۵\ s$ به دست می‌آوریم:

$$a = -(۵\pi)^۲(۰/۰۴\sqrt{۲}) = (-۱۰\sqrt{۲}\ \vec{i})\ m/s^۲$$

معادلهٔ مکان ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت $x = ۰/۲\cos ۲۰\pi t$ است.

الف) در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۶۰}\ s$ اندازهٔ شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

ب) اگر جرم نوسانگر ۲۰ g باشد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟ $(\cos\frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲}\ ,\ \pi^۲ = ۱۰)$

(سؤال ۱۲ ـ امتحان نهایی رشتهٔ تجربی دی ۱۴۰۱)

SanjeshCloud

۵۸ جسم متصل به فنر سبکی با ثابت $۴۰۰\ N/m$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر کمینه و بیشینهٔ طول فنر در یک دورهٔ تناوب به ترتیب $۳۰\ cm$ و $۴۰\ cm$ باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۵ ۳) ۲ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

انرژی مکانیکی نوسانگر جرم ـ فنر طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{۱}{۲} k A^۲$$

(دامنهٔ نوسان (m)، ثابت فنر (N/m))

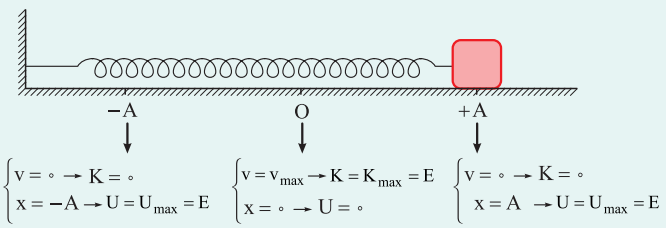
طبق قانون پایستگی انرژی $E = K + U$ است.

- در نقطه‌های بازگشت، انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل بیشینه است، یعنی:

$$E = U_{max} = \frac{۱}{۲} k A^۲$$

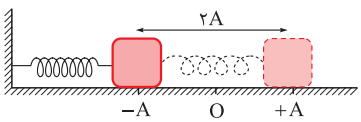
- در نقطهٔ تعادل، انرژی جنبشی بیشینه است و داریم:

$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲} k A^۲$$



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مطابق شکل، فاصلهٔ بین کمینه و بیشینهٔ طول فنر برابر با $۲A$ است، پس:



$$۲A = x_{max} - x_{min} = ۴۰ - ۳۰ \Rightarrow A = ۵\ cm = ۰/۰۵\ m$$

گام دوم: بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر با انرژی مکانیکی است و از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲} k A^۲ = \frac{۱}{۲} \times (۴۰۰)(۰/۰۵)^۲ = ۰/۵\ J$$

گول نخوری

اگر دامنه را به اشتباه برابر با $۱۰\ cm$ در نظر بگیرید، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید.

SanjeshCloud

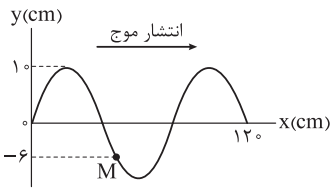
۵۹ **تصویر موج عرضی منتشرشده در طنابی در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج $۲۰\ m/s$ باشد، اندازهٔ سرعت متوسط نقطهٔ M از طناب در $۰/۰۲$ ثانیهٔ اول چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۶

۲) ۱۰

۳) ۰/۶

۴) ۱

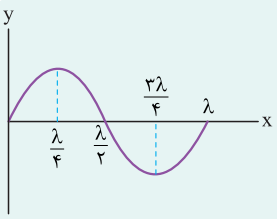


مشاوره بعضی سؤالات در فصل نوسان، با مطالب حرکت‌شناسی ترکیب می‌شوند که نمونهٔ آن را در این‌جا می‌بینید.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نمودار جابه‌جایی ـ مکان یک موج عرضی به صورت شکل مقابل است:



طول موج (λ) برابر فاصلهٔ دو قلهٔ (ستیغ) متوالی یا دو درهٔ (پاستیغ) متوالی با یکدیگر است.

طول موج در امواج عرضی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda\ (\text{طول موج}\ m) \leftarrow \lambda = vT = \frac{v}{f} \rightarrow f\ (\text{بسامد}\ Hz)$$

v: تندی (m/s)، T: دورهٔ تناوب (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به نمودار، طول موج را محاسبه می‌کنیم:

$$۳\frac{\lambda}{۲} = ۱۲۰ \Rightarrow \lambda = ۸۰\ cm = ۰/۸\ m$$

گام دوم: دورهٔ تناوب موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۰/۸}{۲۰} = ۰/۰۴\ s$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۰/۰۲}{۰/۰۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۲}$$

گام سوم: ذره در لحظهٔ $t = ۰$ در نقطهٔ $x = -۶\ cm$ قرار دارد و $\Delta t = \frac{T}{۲}$ بعد به مکان $x_۲ = ۶\ cm$ می‌رسد، پس اندازهٔ سرعت متوسط نقطهٔ M برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(۰/۰۶) - (-۰/۰۶)}{۰/۰۲} = ۶\ m/s$$

SanjeshCloud

۶۰ اگر فاصلهٔ شنونده‌ای از یک چشمهٔ صوت نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی شنونده چند دسی‌بل تغییر می‌کند؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و چشمه، صوت را به طور یکنواخت در تمام جهت‌ها منتشر می‌کند.)

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۶ ۳) ۳ ۴) ۶

مشاوره این تست مشابه یکی از سوالات کنکور سراسری رشتهٔ ریاضی در نوبت دوم ۱۴۰۲ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) برای مقایسهٔ شدت صوت، بین دو حالت مختلف، با چشم‌پوشی از جذب انرژی صوت توسط محیط، می‌توان نوشت:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲ \left(\frac{f_۲}{f_۱}\right)^۲ \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$$

I: شدت صوت $(W/m^۲)$

A: دامنه (m)

f: بسامد (Hz)

r: فاصله از چشمهٔ صوت (m)

۲) برای مقایسهٔ شدت صوت در دو حالت مختلف داریم:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱}$$

$\beta_۱$: تراز شدت صوت در حالت اول (dB)

$\beta_۲$: تراز شدت صوت در حالت دوم (dB)

$I_۱$: شدت صوت در حالت اول $(W/m^۲)$

$I_۲$: شدت صوت در حالت دوم $(W/m^۲)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که در این سؤال فقط فاصلهٔ شنونده از چشمهٔ صوت تغییر کرده است، داریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \xrightarrow{r_۲ = \frac{۱}{۲} r_۱} \frac{I_۲}{I_۱} = \left(\frac{r_۱}{\frac{۱}{۲} r_۱}\right)^۲ = ۲^۲$$

گام دوم: تغییر تراز شدت صوت را بین دو حالت، پیدا می‌کنیم:

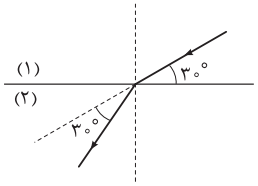
$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰ \log \frac{I_۲}{I_۱} \xrightarrow{\frac{I_۲}{I_۱} = ۲^۲} \beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰ \log ۲^۲ = ۲۰ \log ۲ \Rightarrow \beta_۲ - \beta_۱ = ۲۰ \times ۰/۳ = ۶ \, dB$$

اگر فاصله از چشمهٔ صوت نصف شود و هم‌زمان توان چشمهٔ صوت دو برابر شود، تراز شدت صوت چگونه تغییر می‌کند؟ $(\log ۲ = ۰/۳)$ *(سؤال ۵۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)*

۱) ۸ برابر می‌شود.
۲) ۹ برابر می‌شود.
۳) ۴ دسی‌بل افزایش می‌یابد.
۴) ۹ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

SanjeshCloud

۶۱ مسیر پرتو نوری که از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده، به شکل زیر است. ضریب شکست محیط (۱) چند برابر ضریب شکست محیط (۲) است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قانون شکست اسنل برای شکست موج‌های نورانی به صورت زیر به کار می‌رود:

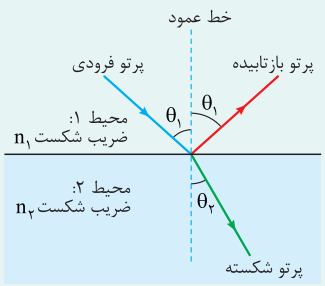
$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲$$

$n_۱$: ضریب شکست محیط اول

$n_۲$: ضریب شکست محیط دوم

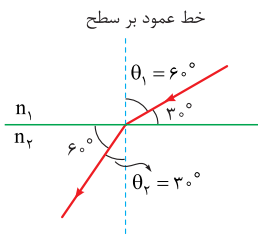
$\theta_۱$: زاویهٔ تابش

$\theta_۲$: زاویهٔ شکست



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل داده‌شده، زاویه‌های تابش $(\theta_۱)$ و شکست $(\theta_۲)$ را مشخص می‌کنیم:



گام دوم: با استفاده از قانون شکست اسنل، نسبت $\frac{n_۱}{n_۲}$ را به دست می‌آوریم:

$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲ \Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} \xrightarrow[\theta_۱=۶۰^\circ]{\theta_۲=۳۰^\circ} \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{\sin ۳۰^\circ}{\sin ۶۰^\circ} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

تیزپازی

از آن‌جا که پرتوی شکست، به خط عمود نزدیک شده است، $n_۲ > n_۱$ بوده و همان ابتدا معلوم می‌شود که گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

SanjeshCloud

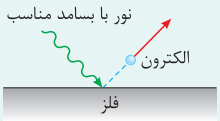
۶۲ در آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز به‌کاررفته برابر $5\ eV$ است. اگر طول موج نور تابیده به سطح این فلز، ۲۰ درصد کم‌تر از طول موج آستانهٔ آن باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز برابر چند الکترون‌ولت است؟

۱) ۱
۲) ۱/۲۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) با تابش نور با بسامد مناسب به سطح فلز، الکترون‌هایی از سطح فلز گسیل می‌شوند که به این پدیده، اثر فوتوالکتریک و به الکترون‌های جداشده از سطح فلز فوتوالکترون می‌گویند.



۲) وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی بتابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج‌کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به طور آنی از آن گسیل می‌شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جداکردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج‌شده تبدیل می‌شود. طبق قانون پایستگی انرژی، در اثر فوتوالکتریک داریم:

کار لازم برای جداکردن الکترون ↑
$$hf = W + K$$
↓ انرژی جنبشی الکترون

اگر W_0، حداقل کار لازم برای جداکردن الکترون باشد:

$$hf = W_0 + K_{max} \Rightarrow K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{max} = hf - hf_0 \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

W_0: تابع کار فلز — hf_0: بسامد آستانه — $\frac{hc}{\lambda}$: طول موج تابشی — $\frac{1}{\lambda_0}$: طول موج آستانه

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به رابطهٔ $\frac{hc}{\lambda_0} = W_0$، hc را برحسب λ_0 به دست می‌آوریم:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = 5 \Rightarrow hc = 5\lambda_0$$

گام دوم: با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه K_{max} داریم:

$$K_{max} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = 5\lambda_0\left(\frac{1}{0/8\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = \frac{5}{0/8} - 5 = \frac{10}{8} = 1/25\ eV$$

SanjeshCloud

۶۳ **اتم هیدروژن، از اولین حالت برانگیخته به سومین حالت برانگیخته منتقل می‌شود. در این انتقال، انرژی الکترون چند ریدبرگ و چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) $\frac{۸}{۹}$، افزایش می‌یابد.

۲) $\frac{۸}{۹}$، کاهش می‌یابد.

۳) $\frac{۳}{۱۶}$، افزایش می‌یابد.

۴) $\frac{۳}{۱۶}$، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدار nاُم:

$$E_n = \frac{-۱۳/۶}{n^۲}$$

(n: شمار مدار الکترون)

وقتی در اتم هیدروژن، الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌کند که انرژی این فوتون از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$E_{\text{فوتون}} = E_U - E_L$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اولین حالت برانگیخته، یعنی $n = ۲$ و سومین حالت برانگیخته، یعنی $n = ۴$، انرژی ترازهای $E_۲$ و $E_۴$ برابر است با:

$$E = -\frac{E_R}{n^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۲ = -\frac{E_R}{۲^۲} = -\frac{E_R}{۴} \\ E_۴ = -\frac{E_R}{۴^۲} = -\frac{E_R}{۱۶} \end{cases}$$

$$\Delta E = E_۴ - E_۲ = -\frac{E_R}{۱۶} - (-\frac{E_R}{۴}) = \frac{۳E_R}{۱۶}$$

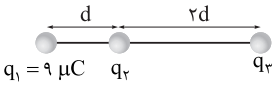
پس انرژی الکترون در این انتقال $\frac{۳}{۱۶}$ ریدبرگ افزایش پیدا می‌کند.

گول نخوری ✗

توجه کنید که اولین حالت برانگیخته با مدار اول فرق دارد، اگر به این موضوع توجه نکنید در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید.

SanjeshCloud

۶۴ در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای، برابر صفر است. مجموع دو بار $q_۲$ و $q_۳$ چند میکروکولن است؟



۱) ۳۲

۲) ۴۰

۳) -۳۲

۴) -۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی $\vec{F}$ وارد می‌کنند که اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

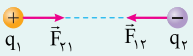
F: نیروی الکتریکی (N)، k: ثابت کولن $(\frac{N.m^۲}{C^۲})$، $|q_۱|$ و $|q_۲|$: بارهای نقطه‌ای (C)، r: فاصلهٔ دو بار از هم (m)

- بارهای الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند:





بارهای الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند:



- اگر به جای دو ذرهٔ باردار، تعدادی بار الکتریکی نقطه‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$، صفر است و چون بار $q_۳$ خارج فاصلهٔ دو بار قرار گرفته، پس بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام هستند، یعنی بار $q_۲$ منفی است و چون نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ هم صفر است، پس بار $q_۳$ باید مثبت باشد.

$$q_۲ < ۰\ ,\ q_۳ > ۰$$

گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۳$ صفر است پس $F_{۱۳}$ باید هم‌اندازهٔ $F_{۲۳}$ باشد، یعنی:

$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow \frac{k|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲} = \frac{k|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲} \Rightarrow \frac{۹}{۹d^۲} = \frac{|q_۲|}{۴d^۲} \Rightarrow |q_۲| = ۴\ \mu C \xrightarrow{q_۲<۰} q_۲ = -۴\ \mu C$$

گام سوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ صفر است، پس:

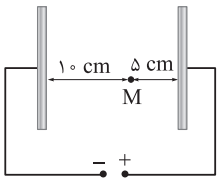
$$F_{۱۲} = F_{۳۲} \Rightarrow \frac{k|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲} = \frac{k|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲} \Rightarrow \frac{۹}{d^۲} = \frac{|q_۳|}{۴d^۲} \Rightarrow |q_۳| = ۳۶\ \mu C \xrightarrow{q_۳>۰} q_۳ = ۳۶\ \mu C$$

گام چهارم: حالا خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$q_۲ + q_۳ = -۴ + ۳۶ = ۳۲\ \mu C$$

SanjeshCloud

۶۵ در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی معینی وصل هستند. اگر ذره‌ای به جرم $0/6\ g$ و بار الکتریکی $q = -10\ \mu C$ را در نقطهٔ M رها کنیم، ذره با تندی $1\ m/s$ به یکی از صفحه‌ها برخورد می‌کند. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه چند ولت است؟ (از اثر وزن ذره چشم‌پوشی کنید.)



۱) ۹۰

۲) ۱۸۰

۳) ۹

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

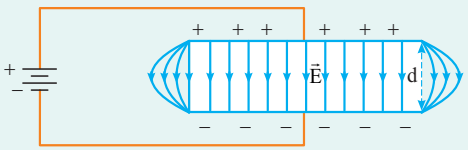
Hint با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، ابتدا اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ M و صفحهٔ مثبت را به دست آورید؛ سپس اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را پیدا کنید.

درس Box

میدان الکتریکی یکنواخت:

میدان الکتریکی‌ای است که خطوط آن، مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند، یعنی بردار میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان، هم‌اندازه و هم‌جهت است.

مثلاً در شکل زیر، بین دو صفحهٔ رسانای موازی و دور از لبه‌های آن، میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.



$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

E: اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

$|\Delta V|$: اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

d: فاصلهٔ میان دو صفحه (m)

تغییرات انرژی جنبشی و تندی یک بار الکتریکی:

اگر تنها نیروی وارد بر بار q، نیروی حاصل از میدان الکتریکی باشد، طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_E$$

ΔK: تغییرات انرژی جنبشی (J)

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

K: انرژی جنبشی (J)

$$W_E = |q|Ed\cos\theta$$

m: جرم (kg)

v: تندی (m/s)

W_E: کار میدان الکتریکی (J)

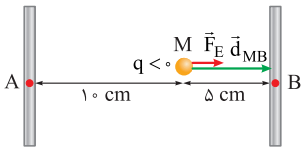
q: بار الکتریکی جابه‌جاشده (C)

θ: زاویهٔ بین نیروی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$

SanjeshCloud

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را بین نقطهٔ M و صفحهٔ B که به پایانهٔ مثبت وصل شده است، می‌نویسیم و از آن‌جا اختلاف پتانسیل بین نقطهٔ M تا صفحهٔ B را حساب می‌کنیم. توجه کنید که چون ذره دارای بار منفی است، به طرف صفحهٔ B که دارای بار مثبت است، جذب می‌شود.



$$\Delta K = W_E \Rightarrow K_B - K_M = |q| E d_{MB} \cos\theta \xrightarrow[E d_{MB} = \Delta V_{MB}]{K_M = ۰ ,\ \theta = ۰ ,\ K_B = \frac{۱}{۲} m v_B^۲} \frac{۱}{۲} m v_B^۲ = |q| \Delta v_{MB} \times \cos ۰^\circ$$

$$\xrightarrow[|q| = |-۱۰\ \mu C| = ۱۰\ \mu C = ۱۰^{-۵}\ C]{m = ۰/۶\ g = ۰/۶ \times ۱۰^{-۳}\ kg\ ,\ v_B = ۱\ m/s} \frac{۱}{۲} \times ۰/۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱^۲ = ۱۰^{-۵} \times \Delta V_{MB} \Rightarrow \Delta V_{MB} = ۳۰\ V$$

گام دوم: میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانای A و B ، یکنواخت است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E = \frac{\Delta V_{AB}}{d_{AB}} = \frac{\Delta V_{MB}}{d_{MB}} \Rightarrow \frac{\Delta V_{AB}}{۱۵} = \frac{۳۰}{۵} \Rightarrow \Delta V_{AB} = ۹۰\ V$$

SanjeshCloud

۶۶ خازنی به ظرفیت $6\ \mu F$ به یک باتری $15\ V$ متصل است. اگر فاصلهٔ بین صفحات خازن را ۲۵ درصد کاهش دهیم، بار الکتریکی خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

۱) ۳۰ ۲) ۶۰

۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا ظرفیت خازن در حالت دوم را به دست آورید؛ سپس به کمک رابطهٔ $\Delta Q = \Delta C \times V$، تغییر بار خازن را محاسبه کنید.

درس Box

۱) **رابطهٔ ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختاری آن:**

$$C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

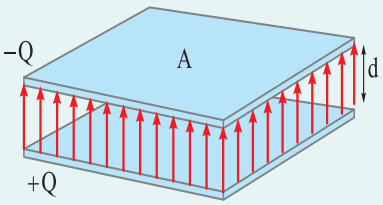
C : ظرفیت خازن (F فاراد)

κ : ثابت دی‌الکتریک

ε_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $= 8/85 \times 10^{-12}\ F/m$

A : مساحت مقابل صفحه‌ها (m^2)

d : فاصلهٔ جدایی صفحه‌ها (m)



۲) کم‌ترین κ برای هوا و خلأ بوده و برابر یک فرض می‌شود و برای سایر اجسام نارسانا $\kappa > 1$ می‌باشد.

۳) نسبت بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحه‌های یک خازن به اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌های آن، همواره عدد ثابتی است که به این عدد ثابت، ظرفیت خازن می‌گویند:

$$\text{ظرفیت خازن (F)} \leftarrow C = \frac{Q}{V} \quad \begin{matrix} \uparrow \text{بار ذخیره‌شده روی صفحه‌ها (C)} \\ \downarrow \text{اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها (V)} \end{matrix}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا رابطهٔ ظرفیت خازن با دی‌الکتریک را می‌نویسیم و C_2 را به دست می‌آوریم:

$$C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{d_2 = \frac{3}{4} d_1} C_2 = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{\frac{3}{4} d_1} = \frac{4}{3} \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d_1}$$

$$\xrightarrow{\text{بنابراین } C \text{ باید } \frac{4}{3} \text{ برابر شود.}} C_2 = \frac{4}{3} \times 6 = 8\ \mu F$$

گام دوم: حال از دیگر رابطهٔ ظرفیت خازن، مقدار تغییرات بار را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \Rightarrow \Delta Q = \Delta C \times V \xrightarrow[V = 15\ V]{\Delta C = (8-6) = 2\ \mu F} \Delta Q = 2 \times 15 = 30\ \mu C$$

SanjeshCloud

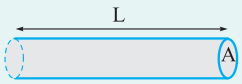
۶۷ سیمی به طول $2\ m$ و جرم $36\ mg$ از ماده‌ای به چگالی $9\ g/cm^3$ ساخته شده است. اگر مقاومت ویژهٔ این سیم $6\times10^{-8}\ \Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی آن چند اهم است؟

۱) ۶ ۲) ۶۰ ۳) ۲ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint *با توجه به سؤال و رابطهٔ مقاومت الکتریکی، فقط یک چیز کمه! اونم مساحت سطح مقطعه که چگالی برای همین اومده!*

درس Box اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$R=\rho\frac{L}{A}$$

R: مقاومت الکتریکی (Ω)، ρ: مقاومت ویژه ($\Omega.m$)، L: طول رسانا (m)، A: مساحت مقطع جسم (m^2)

چگالی: نسبت جرم به حجم جسم است؛ یکای آن در SI کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) و رابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$\rho=\frac{m}{V}$$

ρ: چگالی (kg/m^3)، m: جرم (kg)، V: حجم (m^3)

$$V=AL$$

V: حجم (m^3)، A: سطح مقطع جسم (m^2)، L: طول جسم (m)

تبدیل یکاهای مهم چگالی، به یکای اصلی:

$$\frac{g}{L}=\frac{kg}{m^3}\quad(\times1000)\quad\frac{g}{cm^3}\quad(\div1000)$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به کمک رابطهٔ چگالی، مساحت سطح سیم را محاسبه می‌کنیم: (برای پرهیز از اشتباه، چگالی را با نماد ρ' و مقاومت ویژه را با نماد ρ نشان داده‌ایم.)

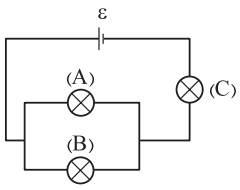
$$\rho'=\frac{m}{V}=\frac{m}{AL}\Rightarrow A=\frac{m}{\rho' L}\xrightarrow[\rho'=9000\ kg/m^3,\ L=2\ m]{m=36\ mg=36\times10^{-6}\ kg}A=2\times10^{-9}\ m^2$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ زیر، مقاومت الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[L=2\ m,\ A=2\times10^{-9}\ m^2]{\rho=6\times10^{-8}\ \Omega.m}R=\frac{6\times10^{-8}\times\cancel{2}}{\cancel{2}\times10^{-9}}=60\ \Omega$$

SanjeshCloud

۶۸ در مدار شکل زیر، سه لامپ A، B و C، مشابه و باتری آرمانی است. توان خروجی باتری، چند برابر توان مصرفی لامپ A است؟



۱) ۶

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱/۵

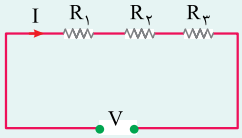
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست آورید، سپس جریان عبوری از هر لامپ را پیدا کنید و به کمک رابطهٔ $P = RI^2$ توان‌ها را مقایسه کنید.

درس Box

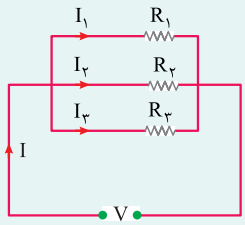
۱) **به هم بستن مقاومت‌ها:**

الف) **اتصال متوالی (سری):** در این حالت، مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



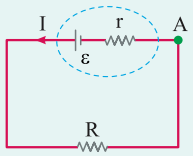
$$\begin{cases} I_1 = I_2 = I_3 = I \\ V = V_1 + V_2 + V_3 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

ب) **اتصال موازی:** مطابق شکل، در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، یعنی:



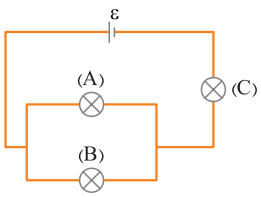
$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + I_3 \\ V = V_1 = V_2 = V_3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

۲) در مدار زیر، با طی یک دور کامل مدار، می‌توانیم رابطهٔ جریان الکتریکی را پیدا کنیم:



$$V_A - Ir + \varepsilon - IR = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** مقاومت معادل، جریان عبوری از مولد و جریان در شاخهٔ لامپ A را محاسبه می‌کنیم:



مقاومت‌های A و B موازی‌اند: $R' = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$

مقاومت‌های R' و C متوالی‌اند: $R_{eq} = \frac{R}{2} + R = 1/5R$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{1/5\,R}$$

جریان کل، بین دو شاخهٔ A و B به نسبت مساوی تقسیم می‌شود، پس:

$$I_A = \frac{I}{2} = \frac{\varepsilon}{3R}$$

SanjeshCloud

گام دوم: توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل است:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_{\text{مصرفی}} = R_{eq} I^{۲} = (۱/۵R)(\frac{\varepsilon}{۱/۵R})^{۲} = \frac{\varepsilon^{۲}}{۱/۵R}$$

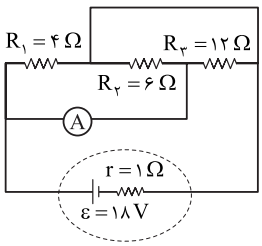
$$P_A = RI_A^{۲} = R(\frac{\varepsilon}{۳R})^{۲} = \frac{\varepsilon^{۲}}{۹R}$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_{\text{خروجی باتری}}}{P_A} = \frac{\frac{\varepsilon^{۲}}{۱/۵R}}{\frac{\varepsilon^{۲}}{۹R}} = ۶$$

SanjeshCloud

۶۹ در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

به کمک نقاط هم‌پتانسیل، شکل ساده‌تری از مدار رسم کنید و مقاومت معادل آن را پیدا کنید، سپس جریان عبوری از شاخه‌های مدار را حساب کنید و با توجه به تقسیم جریان در نقطه‌های انشعاب، جریان عبوری از آمپرسنج را به دست آورید.

درس Box

قانون اهم:

در دمای ثابت، نسبت اختلاف پتانسیل برخی وسیله‌ها که جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند، به جریانی که از آن‌ها می‌گذرد، مقدار ثابتی است.

$\frac{V}{I} = R \Rightarrow V = IR$

V : اختلاف پتانسیل (V)

I : جریان الکتریکی (A)

R : مقاومت الکتریکی (Ω)

گره و شاخه در مدار:

یک نقطهٔ انشعاب (گره) در مدار، نقطه‌ای است که در آن سه یا چند سیم جریان‌دار به یکدیگر متصل شده‌اند و هر اتصالی بین دو نقطهٔ انشعاب در مدار، شاخه نامیده می‌شود. یک شاخه می‌تواند شامل هر تعدادی از اجزای مختلف مدار و سیم‌های بین آن‌ها باشد. از هر شاخه یک جریان می‌گذرد.

مجموع جریان‌های که به هر نقطهٔ انشعاب (گره) وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب خارج می‌شود.

این موضوع بیانی از اصل پایستگی بار الکتریکی است، یعنی مجموع بار واردشده به هر گره در واحد زمان برابر با مجموع بار خارج‌شده از آن نقطه در واحد زمان است، پس هیچ باری نمی‌تواند در گره جمع یا نابود شود.

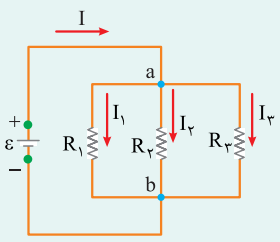
به هم بستن موازی مقاومت‌ها:

مقاومت‌هایی را موازی می‌گوییم که دو سر هر یک از آن‌ها به وسیلهٔ سیم‌های رابط به دو سر سایر مقاومت‌ها متصل شده باشند. در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان است.

باید توجه داشت که مقاومت‌های موازی لازم نیست که از نظر ترسیمی حتماً شکل موازی با هم داشته باشند.

$V = V_۱ = V_۲ = V_۳$

برای سه مقاومت موازی در شکل مقابل می‌توان نوشت:



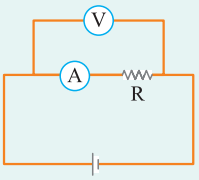
$I = I_۱ + I_۲ + I_۳ \Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V_۱}{R_۱} + \frac{V_۲}{R_۲} + \frac{V_۳}{R_۳} \Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = V(\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳})$

$\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$

SanjeshCloud

در تقسیم جریان بین شاخه‌های موازی، چون اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان است، هر شاخه که مقاومت بیشتری داشته باشد، جریان کم‌تری از آن می‌گذرد.

آمپرسنج: وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در یک شاخه از مدار که به طور متوالی در آن شاخه قرار می‌گیرد. آمپرسنج، مقاومت الکتریکی بسیار کمی دارد و اگر آرمانی فرض شود، مقاومت الکتریکی آن را صفر در نظر می‌گیریم. اگر آمپرسنج آرمانی به تنهایی در یک شاخه قرار گیرد و دو نقطه از مدار را به هم وصل کند، آن دو نقطه هم‌پتانسیل می‌شوند.



نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل: بعضی وقت‌ها تشخیص متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها مشکل است، در این صورت می‌توانیم شکل ساده‌تری از مدار را رسم کنیم تا متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها را تشخیص دهیم، برای این کار، نقاطی از مدار را که با سیم به یکدیگر وصل شده‌اند، با یک نام مشترک در نظر می‌گیریم، بعد از نام‌گذاری چنین نقاطی از مدار، دو سر مولد یا دو سر مدار را مبنا قرار می‌دهیم و بقیهٔ اجزای مدار را بین نقطه‌های نام‌گذاری‌شده جای‌گذاری می‌کنیم تا شکل ساده‌تری به دست آید.

مدار چندحلقه:

مداری است که جریان در همهٔ قسمت‌های آن یکسان نیست. در این مدار، گره وجود دارد. اگر در این مدار، دو یا چند مقاومت به صورت ترکیبی با هم بسته شده باشند، می‌توان با پیداکردن مقاومت معادل، آن مدار را به تک‌حلقه تبدیل نمود. سپس جریان اصلی مدار یعنی جریانی که از باتری (مولد) می‌گذرد را از رابطهٔ زیر به دست آورده و آن را بین شاخه‌ها تقسیم کرد.

اگر مدار، فقط شامل یک باتری، با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r باشد، رابطهٔ جریان الکتریکی مدار به صورت زیر، ساده می‌شود:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

I: جریان گذرنده از مولد (A)

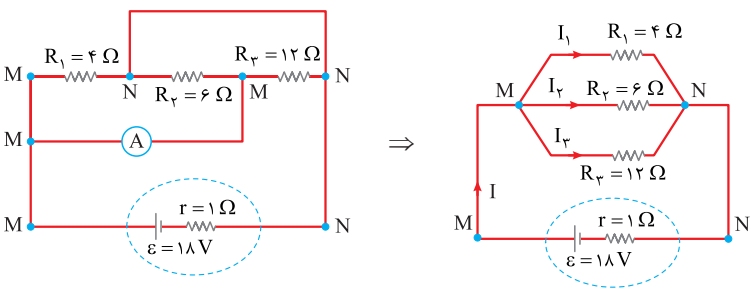
R_{eq}: مقاومت معادل خارجی مدار (Ω)

ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)

r: مقاومت درونی مولد (Ω)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: دو سر مولد را با نقاط M و N نام‌گذاری می‌کنیم و مطابق شکل زیر، نقاط هم‌پتانسیل را روی آن مشخص می‌کنیم. سپس شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. توجه کنید که آمپرسنج به‌کاررفته در این‌جا، آرمانی است و مقاومت آن صفر در نظر گرفته می‌شود.



گام دوم: مقاومت معادل مدار (R_{eq}) را به دست می‌آوریم و به کمک آن، جریان عبوری از مولد (I) را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{6}{12}\Rightarrow R_{eq}=2\,\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{18}{2+1}=6\,A$$

SanjeshCloud

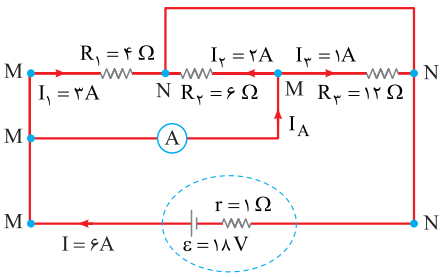
گام سوم: جریان‌های عبوری از مقاومت‌های موازی R_1، R_2 و R_3 را به ترتیب با I_1، I_2 و I_3 نشان می‌دهیم:

$$V_{MN} = V_1 = V_2 = V_3 \Rightarrow I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3 \Rightarrow 4I_1 = 6I_2 = 12I_3 \Rightarrow I_2 = 2I_3 \ , \ I_1 = 3I_3$$

با توجه به تقسیم جریان در نقطهٔ M می‌توان نوشت:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 3I_3 + 2I_3 + I_3 \Rightarrow 6 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = 1\,A \ , \ I_2 = 2\,A \ , \ I_1 = 3\,A$$

گام چهارم: جریان‌های به‌دست‌آمده را روی شکل اولیهٔ مدار و با در نظر گرفتن جهت آن‌ها نشان می‌دهیم:

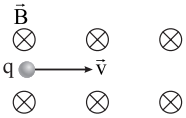


در نقطهٔ انشعاب M که بین دو مقاومت R_2 و R_3 قرار دارد، داریم:

$$I_A = I_2 + I_3 = 2 + 1 = 3\,A$$

SanjeshCloud

۷۰ در شکل زیر، ذرهٔ باردار $q = -۵\ \mu C$ با تندی $v = ۲۰۰\ m/s$ در میدان مغناطیسی یکنواخت و درون‌سوی $B = ۴۰۰\ G$ پرتاب می‌شود. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند نیوتون و در کدام جهت است؟



۱) ۴×۱۰^{-۵}، ↓

۲) ۴×۱۰^{-۵}، ↑

۳) ۴×۱۰^{-۳}، ↓

۴) ۴×۱۰^{-۳}، ↑

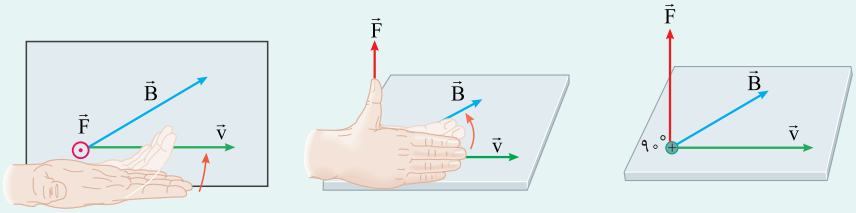
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

طبق قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ منفی را تعیین کنید و سپس طبق رابطهٔ $F = |q| vB\sin\theta$، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را محاسبه کنید.

درس Box

۱) **تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت با استفاده از قاعدهٔ دست راست:** اگر چهار انگشت دست راست را در جهت $\vec{v}$ قرار دهیم، به گونه‌ای که جهت خم‌شدن چهار انگشت در جهت $\vec{B}$ باشد، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد.



(الف) (ب) (پ)

اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می‌کنیم، در واقع برای ذره با بار منفی می‌توانیم از دست چپ استفاده کنیم.

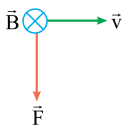
۲) **نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:**

$F = |q| vB\sin\theta$ → زاویهٔ بین بردار سرعت و میدان مغناطیسی

(N) اندازهٔ نیرو — (m/s) تندی — (T) میدان مغناطیسی — (C) بزرگی بار

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را پیدا می‌کنیم: (دقت کنید بار ذره منفی است و در نهایت باید جهت F را برعکس کنیم.)



گام دوم: به کمک رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ متحرک در میدان مغناطیسی، خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

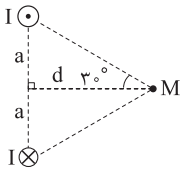
$$F = |q| vB\sin\theta \xrightarrow[v=۲۰۰\ m/s]{q=۵\times۱۰^{-۶}\ C,\ B=۴۰۰\times۱۰^{-۴}\ T} F = ۵\times۱۰^{-۶}\times۴۰۰\times۱۰^{-۴}\times۲۰۰ = ۴\times۱۰^{-۵}\ N$$

گول نخوری

اگر به منفی‌بودن علامت بار الکتریکی دقت نکنید در دام گزینهٔ (۲) می‌افتید.

SanjeshCloud

۷۱ در شکل زیر، از دو سیم بلند و موازی، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌جهت I می‌گذرد. اگر بدون تغییر اندازهٔ جریان‌ها، جهت جریان یکی از سیم‌ها تغییر کند، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ M چند درجه تغییر می‌کند؟



۱) ۰

۲) ۹۰

۳) ۱۲۰

۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر سیم را در هر دو حالت، در نقطهٔ M مشخص کنید و جهت میدان‌های مغناطیسی خالص به‌دست‌آمده را با هم مقایسه کنید.

درس Box

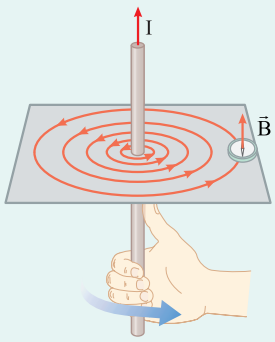
میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی:

هنگامی‌که از یک رسانا جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود.

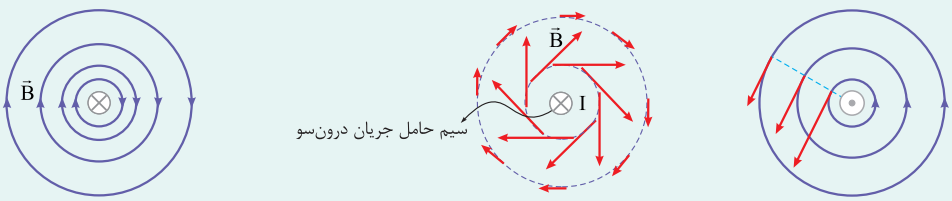
قاعده دست راست: اگر رسانا را در دست راست خود بگیریم، به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته‌شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.

ایجاد میدان مغناطیسی در اطراف سیم مستقیم و بلند:

خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف این سیم به صورت دایره‌های هم‌مرکزند. هر چه از سیم دورتر شویم، میدان مغناطیسی ضعیف‌تر شده و تراکم این خط‌ها کاهش می‌یابد، اما هر چه جریان سیم بیشتر باشد، میدان مغناطیسی بزرگ‌تر است.



اگر سیم حامل جریان، عمود بر صفحهٔ کاغذ باشد، بردار میدان مغناطیسی هر در نقطه از صفحه، بر خطی که آن نقطه را به سیم وصل می‌کند، عمود است.

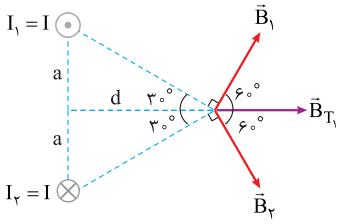


(الف) (ب) (پ)

اگر در یک نقطه، دو یا چند میدان مغناطیسی وجود داشته باشد، با استفاده از قاعدهٔ جمع برداری، برایند آن‌ها به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

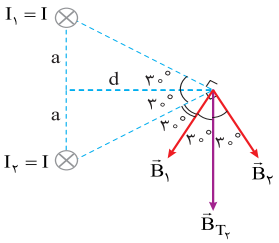
گام اول: در حالت اول، جهت میدان‌های مغناطیسی $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم. با توجه به تقارن موجود در شکل، اندازهٔ این دو میدان مغناطیسی با هم برابر هستند و زوایای یکسانی با راستای افق می‌سازند؛ بنابراین میدان مغناطیسی خالص آن‌ها به طرف راست است.



گام دوم: در حالت دوم که جهت جریان سیم (۲) برعکس می‌شود، جهت

SanjeshCloud

آن را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم، میدان مغناطیسی $\vec{B}_2$ هم تغییری نکرده است. با توجه به تقارن موجود در شکل و این‌که $B_1 = B_2$ است، میدان مغناطیسی خالص در این حالت به طرف پایین است؛ بنابراین جهت میدان مغناطیسی خالص، 90° تغییر می‌کند.



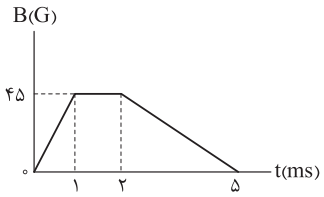
۷۲ یک حلقهٔ دایره‌ای‌شکل رسانا به شعاع ۱۰ cm در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و خطوط میدان مغناطیسی، عمود بر سطح حلقه است. اگر نمودار تغییرات این میدان مغناطیسی برحسب زمان، به شکل زیر باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 0/5\ s$ تا $t_2 = 5\ s$ چند میلی‌ولت است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۱۵

۲) ۳۰

۳) ۱/۵

۴) ۳



مشاوره این تست، مشابه یکی از سؤالات کنکور تجربی ۱۴۰۴ نوبت اول است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:

هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد، تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ε_{av} : نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V)

N : تعداد دورها یا حلقه‌های مدار

$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی (Wb/s)

در حالت خاص، اگر تغییر شار مغناطیسی، فقط به دلیل تغییر میدان مغناطیسی باشد، رابطهٔ فوق، به صورت زیر به کار می‌رود:

$$\varepsilon_{av} = -NA\cos\theta\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

A : مساحت سطحی که شار از آن عبور می‌کند. (m^2)

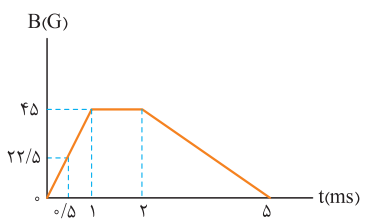
θ : زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطحی که شار از آن عبور می‌کند و خطوط میدان مغناطیسی $\vec{B}$.

ΔB : تغییرات میدان مغناطیسی (T)

Δt : بازهٔ زمانی (s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به این‌که شیب نمودار داده‌شده در بازهٔ زمانی ۰ تا ۱ s ثابت است، اندازهٔ میدان مغناطیسی در لحظهٔ $t_1 = 0/5\ s$، نصف میدان بیشینه، یعنی $22/5\ G$ است.



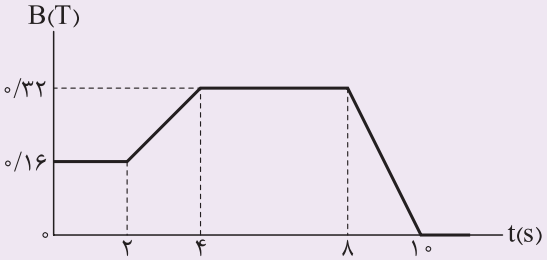
$$\varepsilon_{av} = -NA\cos\theta\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{N=1,\ \theta=0,\ A=\pi r^2=3(10^{-1})^2\,m^2} \varepsilon_{av} = -1\times3\times10^{-2}\times\cos0\times\frac{B_2-B_1}{t_2-t_1} = -3\times10^{-2}\times\frac{0-22/5\times10^{-4}}{(5-0/5)\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = 3\times10^{-2}\times0/5 = 15\times10^{-3}\ V = 15\ mV$$

SanjeshCloud

یک حلقهٔ رسانای مربع‌شکل به ضلع $2\ cm$ و مقاومت الکتریکی $0/1\ \Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. خطوط میدان مغناطیسی عمود بر صفحهٔ حلقه است. میدان مغناطیسی مطابق نمودار زیر با زمان تغییر می‌کند. جریان القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی $t = 2\ s$ تا $t = 10\ s$ چند میلی‌آمپر است؟ (سؤال ۷۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)



۱) صفر

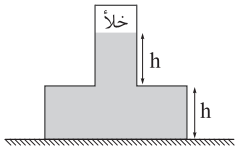
۲) ۰/۰۴

۳) ۰/۰۶

۴) ۰/۰۸

SanjeshCloud

۷۳ در شکل زیر، در یک ظرف که از دو بخش استوانه‌ای تشکیل شده، مقداری مایع ریخته شده است. اگر مساحت سطح آزاد مایع نصف مساحت قاعدهٔ ظرف باشد، اندازهٔ نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود، چند برابر وزن مایع است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

فشاری که بر یک سطح فرضی درون شاره وارد می‌شود از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{F}{A}$$

P: فشار (Pa)

F: اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح (N)

A: مساحت سطح ($m^۲$)

اختلاف فشار مطلق با فشار جو را فشار پیمانه‌ای (P_g) می‌گوییم.

فشار پیمانه‌ای یک مایع ناشی از خود مایع است و از رابطهٔ $P_g = \rho gh$ به دست می‌آید.

P_g: فشار پیمانه‌ای (Pa)

ρ: چگالی مایع ($kg/m^۳$)

g: شتاب گرانش (N/kg)

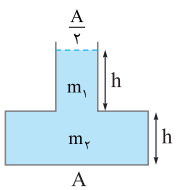
h: عمق مایع (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود، ناشی از فشار پیمانه‌ای مایع است.

$$\begin{cases} P_g = \frac{F}{A} \\ P_g = \rho g(۲h) \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{A} = \rho g(۲h) \Rightarrow F = ۲\rho ghA$$

گام دوم: وزن مایع درون ظرف را به دست می‌آوریم؛ برای این منظور، جرم مایع در قسمت بالای ظرف را با $m_۱$ و جرم مایع در قسمت پایین ظرف را با $m_۲$ نشان می‌دهیم:



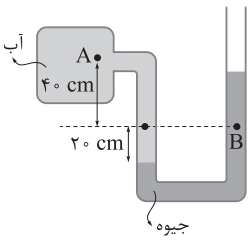
$$W = (m_۱ + m_۲)g = (\rho V_۱ + \rho V_۲)g = \rho g(\frac{A}{۲} \times h + Ah) \Rightarrow W = \frac{۳}{۲}\rho ghA$$

گام سوم: نسبت خواسته‌شدهٔ در سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F}{W} = \frac{۲\rho ghA}{\frac{۳}{۲}\rho ghA} = \frac{۴}{۳}$$

SanjeshCloud

۷۴ در شکل زیر، اختلاف فشار دو نقطهٔ A و B چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{آب}=1\,g/cm^3$ ، $\rho_{جیوه}=13/6\,g/cm^3$ و $g=10\,N/kg$)



۱) ۵۴ / ۴

۲) ۳۳ / ۲

۳) ۲۱ / ۲

۴) ۴۱ / ۴

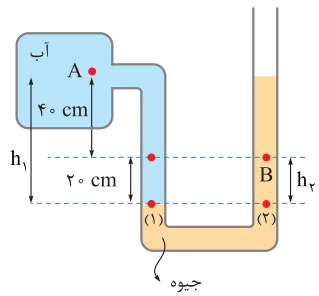
مشاوره این تست، مشابه یکی از سؤالات کنکور سراسری رشتهٔ ریاضی ۱۳۹۴ است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

- در لوله‌های Uشکل یا ظروف مشابه، اگر یک سطح افقی فرضی را از طرفین این لوله بگذرانیم، طوری که زیر آن سطح فقط یک نوع مایع به صورت پیوسته قرار گیرد، فشار مطلق در طرفین لوله روی این سطح برابر است.
- هرگاه دو یا چند مایع مخلوط‌نشدنی (مثل آب و نفت) درون ظرفی متوازی‌السطوح مانند استوانه یا مکعب‌مستطیل، در حال تعادل روی یکدیگر قرار گیرند، فشار آن‌ها با هم جمع می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق شکل، فشار دو نقطهٔ (۱) و (۲) را برابر با هم قرار می‌دهیم:



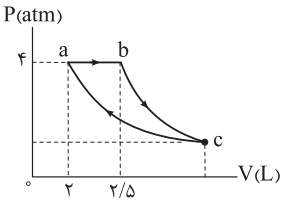
$$P_1=P_2 \Rightarrow P_A+\rho_1 g h_1=P_B+\rho_2 g h_2$$

$$\xrightarrow[h_1=40+20=60\,cm=0/6\,m\ ,\ h_2=20\,cm=0/2\,m]{\rho_1=1\,g/cm^3=1000\,kg/m^3\ ,\ \rho_2=13/6\,g/cm^3=13600\,kg/m^3\ ,\ g=10\,N/kg} P_A+1000\times10\times\frac{6}{10}=P_B+13600\times10\times\frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow P_A+6000=P_B+27200 \Rightarrow P_A-P_B=21200\,Pa=21/2\,kPa$$

SanjeshCloud

۷۵ مقدار معینی گاز کامل، چرخه‌ای شامل سه فرایند هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما را به شکل زیر طی می‌کند. اگر در فرایند بی‌دررو، اندازهٔ کاری که گاز انجام می‌دهد، برابر ۳۰۰ J باشد، در فرایند ab ، اندازهٔ گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط چند ژول است؟



۱) ۱۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

ابتدا کار انجام‌شده در فرایند ab را به دست آورید، سپس به کمک قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله‌شده در فرایند ab را پیدا کنید.

درس Box

۱) **رابطهٔ کار در فرایند هم‌فشار:**

$$W = -P\Delta V = -P(V_2 - V_1)$$

W : کار محیط روی گاز (J)

P : فشار گاز (Pa)

ΔV : تغییر حجم گاز (m^3)

V_1 : حجم گاز در ابتدای فرایند (m^3)

V_2 : حجم گاز در انتهای فرایند (m^3)

۲) **فرایند هم‌دما:** در این فرایند، دمای دستگاه ثابت می‌ماند، بنابراین برای مقدار معینی گاز، انرژی درونی آن نیز ثابت می‌ماند و $\Delta U = 0$ است.

۳) اگر در دستگاه $P - V$ (فشار برحسب حجم)، دو نمودار مربوط به فرایندهای هم‌دما و بی‌دررو، در یک نقطه با هم تلاقی کنند، نمودار مربوط به فرایند بی‌دررو نسبت به نمودار مربوط به فرایند هم‌دما، شیب تندتری دارد.

۴) **چرخهٔ ترمودینامیکی:** وقتی دستگاه پس از طی چند فرایند مختلف، به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد، به مجموعهٔ این فرایندها، چرخهٔ ترمودینامیکی گفته می‌شود. در یک چرخه، تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرایندهای ab، bc و ca به ترتیب فرایندهای هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما هستند. بر این اساس، کار انجام‌شده در فرایند هم‌فشار را به دست می‌آوریم:

$$W_{ab} = -P(V_b - V_a) \xrightarrow[V_b - V_a = (2/5 - 2) = 0/5\ L = 0/5 \times 10^{-3}\ m^3]{P = 4\ atm = 4 \times 10^5\ Pa} W_{ab} = -4 \times 10^5 \times 0/5 \times 10^{-3} = -200\ J$$

گام دوم: تغییر انرژی درونی در چرخه، صفر است. همچنین تغییر انرژی درونی در فرایند هم‌دمای ca نیز صفر است:

$$\Delta U = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0 \xrightarrow[\Delta U_{ca} = 0]{\Delta U = 0} 0 = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc}$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$0 = Q_{ab} + W_{ab} + Q_{bc} + W_{bc} \xrightarrow[\substack{W_{ab} = -200\ J \\ (\text{انبساط})\ W_{bc} = -300\ J}]{(\text{بی‌دررو})\ Q_{bc} = 0} 0 = Q_{ab} - 200 - 300 \Rightarrow Q_{ab} = 500\ J$$

SanjeshCloud

۷۶ کدام مورد درست است؟

۱) انرژی الکترون‌ها در اتم با افزایش فاصله از هسته افزایش می‌یابد.

۲) اتم‌های برانگیخته، ناپایدار و کم‌انرژی‌اند و تمایل دارند با از دست دادن انرژی به حالت پایه برگردند.

۳) انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هستهٔ هر اتم، ویژهٔ همان اتم و به مجموع شمار پروتون و نوترون آن وابسته است.

۴) میزان انرژی لازم برای برانگیخته‌شدن الکترون در اتم، بیشتر از انرژی پرتو نشرشده حاصل از بازگشت آن الکترون به حالت اولیه است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با افزایش فاصله از هسته
- انرژی لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد.
- تفاوت انرژی لایه‌های الکترونی متوالی، کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۲): اتم‌های برانگیخته، ناپایدار و پرانرژی‌اند. پایداری با سطح انرژی **رابطهٔ عکس** دارد!

گزینهٔ (۳): انرژی لایه‌های الکترونی اتم‌ها به عدد اتمی (شمار پروتون‌ها) بستگی دارد و نه عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها)!

گزینهٔ (۴): انرژی لازم برای برانگیخته‌کردن الکترون به یک لایه، با انرژی نور نشرشده در برگشت الکترون به حالت اولیه برابر است.

SanjeshCloud

۷۷ ضمن تبدیل‌شدن کدام اتم به یون پایدار خود، شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده، ثابت می‌ماند؟

۱) $_{11}A$ ۲) $_{13}B$

۳) $_{17}X$ ۴) $_{21}D$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴)، فلز هستند و با از دست دادن الکترون و تشکیل یون مثبت به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسند، به این ترتیب شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شدهٔ آن‌ها، یک واحد کاهش می‌یابد؛ اما عنصر داده‌شده در گزینهٔ (۳)، نافلز است و با تشکیل یون منفی به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسد و شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شدهٔ آن، تغییری نمی‌کند.

$$_{11}A: \underbrace{[Ne]\,3s^1}_{\text{۳ لایه اشغال شده}} \Rightarrow {}_{11}A^{+}: \underbrace{[Ne]}_{\text{۲ لایه اشغال شده}}$$

$$_{13}B: \underbrace{[Ne]\,3s^2 3p^1}_{\text{۳ لایه اشغال شده}} \Rightarrow {}_{13}B^{3+}: \underbrace{[Ne]}_{\text{۲ لایه اشغال شده}}$$

$$_{17}X: \underbrace{[Ne]\,3s^2 3p^5}_{\text{۳ لایه اشغال شده}} \Rightarrow {}_{17}X^{-}: \underbrace{[Ne]\,3s^2 3p^6}_{\text{۳ لایه اشغال شده}}$$

$$_{21}D: \underbrace{[Ar]\,3d^1 4s^2}_{\text{۴ لایه اشغال شده}} \Rightarrow {}_{21}D^{3+}: \underbrace{[Ar]}_{\text{۳ لایه اشغال شده}}$$

SanjeshCloud

۷۸ طبق قواعد آیوپاک، در نام کدام ترکیب، واژهٔ «دی‌کلرید» وجود دارد؟

۱) $MgCl_2$
۲) Cl_2O_5
۳) SCl_2
۴) $Ba(ClO_3)_2$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

نام‌گذاری ترکیب‌های مولکولی و یونی در یک نگاه!

الف) ترکیب‌های یونی (اغلب شامل یک فلز و یک نافلز):

«نام کاتیون (بار کاتیون با اعداد رومی در صورت لزوم) + نام آنیون»

توجه فقط برای فلزهایی که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارند (مانند Cu، Fe و Cr)، باید بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نوشته شود.

مثال MgO : منیزیم اکسید/ Cr_2S_3 : کروم (III) سولفید

ب) ترکیب‌های مولکولی (اغلب شامل دو نافلز):

«پیشوند یونانی (در صورت لزوم) + نام نافلز سمت چپ + پیشوند یونانی + نام نافلز سمت راست (یا ریشهٔ آن) + ید»

توجه اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، از به کار بردن پیشوند «مونو» پیش از نام عنصر چشم‌پوشی می‌شود.

مثال N_2O_4 : دی‌نیتروژن تتراکسید/ NO : نیتروژن مونوکسید

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): $MgCl_2$: منیزیم کلرید

گزینهٔ (۲): Cl_2O_5 : دی‌کلر پنتااکسید

گزینهٔ (۳): SCl_2 : گوگرد دی‌کلرید

گزینهٔ (۴): $Ba(ClO_3)_2$: ClO_3^- یک یون چنداتمی است و قطعاً نام آن کلرید نیست. *نیازی نیست بدونید ولی* نام این ترکیب، باریم کلرات است.

SanjeshCloud

۷۹ **در اتم عنصر واسطهٔ X از دورهٔ چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌ها در زیرلایهٔ ۳d، ۵ برابر شمار الکترون‌ها در زیرلایهٔ ۴s است. کدام مورد به یقین درست است؟**

۱) نسبت شمار الکترون‌ها با $l=2$ به $l=0$ در اتم X برابر ۵ است.

۲) آرایش الکترونی اتم X از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند.

۳) در اتم X، حداقل ۷ زیرلایه از الکترون پر شده‌اند.

۴) عدد اتمی عنصر X، عددی زوج است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

در بین عنصرهای واسطهٔ دورهٔ چهارم (از عدد اتمی ۲۱ تا ۳۰)، در اتم دو عنصر، شمار الکترون‌ها در ۳d، ۵ برابر شمار الکترون‌ها در ۴s است.

$_{24}Cr:[Ar]3d^5 4s^1$

$_{30}Zn:[Ar]3d^{10} 4s^2$

عدد اتمی هر دو عنصر، عددی زوج است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): قبل از زیرلایهٔ ۴s، زیرلایه‌های ۱s، ۲s و ۳s نیز دارای $l=0$ هستند؛ بنابراین نسبت شمار الکترون‌ها با $l=2$ (۳d)، به شمار الکترون‌ها با $l=0$ (زیرلایه‌های s) در $_{24}Cr$ و $_{30}Zn$ به ترتیب برابر $\frac{5}{7}$ و $\frac{10}{8}$ است.

گزینهٔ (۲): آرایش الکترونی کروم از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، اما دیدیم که X ممکن است فلز روی باشد که آرایش الکترونی اتم آن از قاعدهٔ آفبا پیروی می‌کند.

گزینهٔ (۳): در هر دو حالت، ۷ زیرلایه (۱s، ۲s، ۲p، ۳s، ۳p، ۴s و ۳d) از الکترون اشغال شده‌اند، اما در $_{24}Cr$ دوتا از این زیرلایه‌ها پر نیستند. *هواستون* به واژه‌های «اشغال‌شده» و «پرشده» *باشه*!

SanjeshCloud

۸۰ اگر در ۱۵/۶ گرم از ترکیب یونی M_2SO_4، $6/02\times10^{22}$ کاتیون وجود داشته باشد، فلز M کدام است؟ $(O=16, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ^{23}Na ۲) ^{39}K

۳) ^{64}Cu ۴) ^{108}Ag

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ باید به کمک اطلاعات داده‌شده، جرم مولی M را به دست آوریم:

$$\text{جرم مولی } M_2SO_4 = 2M+32+(4\times16)=(2M+96)\ g.mol^{-1}$$

$$M_2SO_4 \sim 2M^+$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{M_2SO_4}}=\frac{\text{تعداد}}{\underbrace{\text{عدد آووگادرو}\times\text{ضریب}}_{M^+}} \Rightarrow \frac{15/6}{2M+96}=\frac{6/02\times10^{22}}{2\times6/02\times10^{23}} \Rightarrow 2M+96=312 \Rightarrow 2M=216$$

$$\Rightarrow M=108\ g.mol^{-1} \Rightarrow {}^{108}Ag$$

اگر ۰/۱۵ مول کاتیون یک فلز دوظرفیتی در واکنش کامل با آنیون فسفات، ترکیبی به جرم ۱۳/۱ گرم تشکیل دهد، این کاتیون به کدام فلز مربوط است؟ $(Zn=65, Fe=56, Ca=40, P=31, Mg=24, O=16 : g.mol^{-1})$

(سؤال ۱۹۷ کنکور ریاضی ۱۴۰۱)

۱) Ca ۲) Fe

۳) Zn ۴) Mg

SanjeshCloud

۸۱ کدام مورد درست است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن، $1/6\ g.L^{-1}$ است، چگالی گاز پروپین، $3\ g.L^{-1}$ می‌باشد.

۲) رنگ زرد شعله در سوختن گاز متان، نشان‌دهندهٔ این است که اتم یکی از فراورده‌ها به آرایش گاز نجیب نرسیده است.

۳) در شرایط استاندارد (STP)، $22/4$ لیتر از گازهای مختلف، جرم برابری دارند.

۴) در واکنش تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی در نیروگاه‌ها، یک اکسید اسیدی با یک اکسید بازی واکنش می‌دهد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای تبدیل کربن دی‌اکسید به مواد معدنی در نیروگاه‌ها از CaO و MgO استفاده می‌شود:

$$\underset{\text{اکسید اسیدی}}{CO_2} + \underset{\text{اکسید بازی}}{CaO} \rightarrow CaCO_3$$

$$\underset{\text{اکسید اسیدی}}{CO_2} + \underset{\text{اکسید بازی}}{MgO} \rightarrow MgCO_3$$

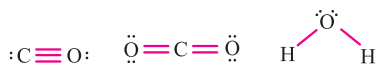
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در دما و فشار یکسان، نسبت چگالی دو گاز با نسبت جرم مولی آن‌ها برابر است. پروپین یک آلکین (C_nH_{2n-2}) سه‌کربنه با فرمول C_3H_4 است:

$$\frac{\text{چگالی } C_3H_4}{\text{چگالی } O_2} = \frac{\text{جرم مولی } C_3H_4}{\text{جرم مولی } O_2} \Rightarrow \frac{\text{چگالی } C_3H_4}{1/6} = \frac{\overset{5}{\cancel{40}}}{\underset{4}{\cancel{32}}}$$

$$\text{چگالی } C_3H_4 = \frac{5 \times 1/6}{4} = 2\ g.L^{-1}$$

گزینهٔ (۲): رنگ زرد شعله، نشان‌دهندهٔ تولید کربن مونوکسید است. اتم‌ها در CO همانند CO_2 و H_2O، آرایش گاز نجیب دارند:



گزینهٔ (۳): در شرایط STP، حجم یکسانی از گازهای مختلف، شمار مول‌های برابری دارند؛ و نه جرم برابری!

SanjeshCloud

۸۲ با توجه به واکنش‌های زیر، کدام موارد درست است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود.)

I) $H_2S(g) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g) + H_2O(g)$

II) $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$

الف) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این دو واکنش برابر ۱۰ است.

ب) یکی از فراورده‌های واکنش **(II)**، در چرخهٔ اوزون تروپوسفری نقش دارد.

ج) در صورت مصرف جرم یکسانی از گاز اکسیژن در هر دو واکنش، جرم آب تولیدشده در واکنش **(I)** بیشتر خواهد بود.

د) هرگاه در هر دو واکنش، مقدار مول یکسانی از H_2S و NH_3 مصرف شود، حجم گازهای SO_2 و **NO** تولیدشده در شرایط **STP** با هم متفاوت خواهد بود.

۱) الف و ج
۲) الف و ب
۳) الف، ب و د
۴) ج و د

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند:

I) $2H_2S(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2SO_2(g) + 2H_2O(g)$

II) $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$

الف) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌های I و II به ترتیب برابر ۹ و ۱۹ است:

$19 - 9 = 10$

ب) *درسته!* ببینید:

$$2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$$

$$NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} O_3(g) + NO(g)$$

ج) نسبت ضریب آب به گاز اکسیژن در واکنش (II) بیشتر از واکنش (I) است؛ بنابراین به ازای مصرف مقدار معین از گاز اکسیژن، در واکنش (II) آب بیشتری تولید می‌شود، *برای این‌که شکتون برطرف بشه*، می‌توانیم تعداد مول آب تولیدشده در هر دو واکنش را به ازای مصرف ۱ مول O_2 حساب کنیم:

$$\text{I)}\ 1\ mol\ O_2 \times \frac{2\ mol\ H_2O}{3\ mol\ O_2} = \frac{2}{3}\ mol\ H_2O$$

$$\text{II)}\ 1\ mol\ O_2 \times \frac{6\ mol\ H_2O}{5\ mol\ O_2} = 1/2\ mol\ H_2O$$

د) در هر دو واکنش به ازای مصرف a مول H_2S یا a مول NH_3، به ترتیب a مول SO_2 و a مول NO تولید می‌شود؛ بنابراین حجم SO_2 و NO تولیدشده در شرایط STP یکسان خواهد بود.

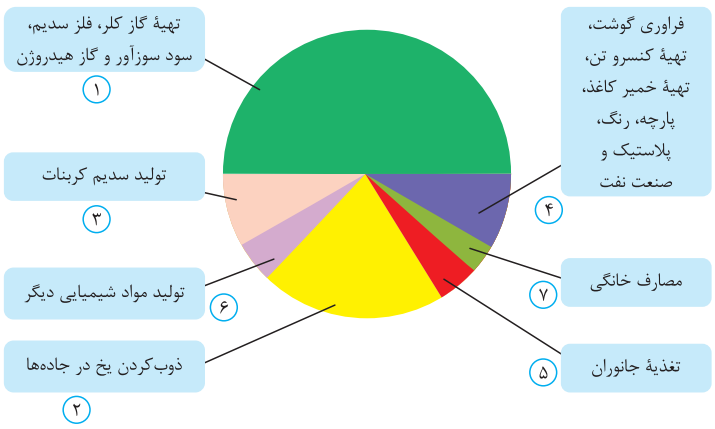
SanjeshCloud

۸۳ **پس از تهیهٔ «گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن»، نمک خوراکی در کدام مورد، کاربرد بیشتری دارد؟**

۱) پلاستیک و صنعت نفت
۲) مصارف خانگی
۳) تولید سدیم کربنات
۴) ذوب‌کردن یخ در جاده‌ها

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی



کاربردهای NaCl

SanjeshCloud

۸۴ با توجه به مواد داخل کادر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$(Br = ۸۰, Cl = ۳۵/۵, S = ۳۲, F = ۱۹, N = ۱۴, H = ۱ : g.mol^{-1})$

$Cl_۲$ ـ $NH_۳$ ـ HF ـ $H_۲S$ ـ $Br_۲$

الف) بیش از ۵۰ درصد مواد، مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.

ب) حالت فیزیکی چهار ماده در دمای اتاق، گازی است.

ج) نقطهٔ جوش موادی که بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی وجود دارد، بالاتر از نقطهٔ جوش دیگر مواد است.

د) ترتیب نقطهٔ جوش مواد متناسب با ترتیب جرم مولی آن‌هاست.

۱) الف و ب ۲) ج و د

۳) الف و ج ۴) ب و د

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

الف) از ۵ مادهٔ داده‌شده، ۳ ماده (یعنی بیش از ۵۰٪) قطبی‌اند و گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند:

$Cl_۲$ (ناقطبی) – $NH_۳$ (قطبی) – HF (قطبی) – $H_۲S$ (قطبی) – $Br_۲$ (ناقطبی)

ب) به‌جز $Br_۲$، بقیهٔ مواد در دمای اتاق به حالت گازند.

ج) بین مولکول‌های HF و $NH_۳$، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود؛ اما این دو ماده، نقطهٔ جوش پایین‌تری نسبت به $Br_۲$ دارند. *نشون به اون نشون* که $Br_۲$ در دمای اتاق، مایع اما HF و $NH_۳$، گاز هستند. در واقع جرم مولی زیاد $Br_۲$ به پیوند هیدروژنی مولکول‌های سبک HF و $NH_۳$، غلبه دارد.

د) مقایسهٔ نقطهٔ جوش و جرم مولی مواد به صورت زیر است:

نقطهٔ جوش: $Br_۲ > HF > NH_۳ > Cl_۲ > H_۲S$

جرم مولی: ۱۶۰ ۲۰ ۱۷ ۷۱ ۳۴

همان‌طور که می‌بینید، رابطهٔ مشخصی بین جرم مولی و نقطهٔ جوش مواد وجود ندارد.

دربارهٔ ویژگی‌های مولکول‌های آمونیاک، کلروفرم، دی‌متیل اتر و هگزان، کدام موارد زیر درست است؟

(سؤال ۸۳ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

الف) گشتاور دوقطبی تنها یک مولکول، برابر صفر است.

ب) در دمای اتاق، حالت فیزیکی تنها دو ماده، مایع است.

ج) اتم‌های جانبی در مولکول‌های آمونیاک و کلروفرم، بار جزئی منفی دارند.

د) در یک مولکول، قوی‌ترین نیروی جاذبهٔ بین مولکولی، به وجود هیدروژن در ساختار آن وابسته است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج»

۳) «ب» و «د» ۴) «ج» و «د»

SanjeshCloud

۸۵ **شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای A و B از دورهٔ چهارم جدول تناوبی با هم برابر است. کدام مورد نادرست است؟**

۱) عدد اتمی هیچ‌یک از عنصرها نمی‌تواند اعداد ۱۹، ۲۰ و ۲۷ تا ۳۰ باشد.

۲) اگر هر دو فلز باشند، فقط یکی از آن‌ها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد.

۳) اگر یکی از آن‌ها در دمای اتاق به حالت مایع باشد، اتم عنصر دیگر دارای یک زیرلایهٔ نیمه‌پر است.

۴) اگر A، فلز و B، نافلز باشد، مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها به یقین با هم برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲، با شمارهٔ گروه و برای اتم عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸، با یکان شمارهٔ گروه برابر است:

مثال

گروه ۷ ← ۷ الکترون ظرفیتی

گروه ۱۶ ← ۶ الکترون ظرفیتی

پاسخ خیلی تشریحی در دورهٔ چهارم، ۱۸ عنصر با عددهای اتمی ۱۹ تا ۳۶ وجود دارد که شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها از ۱ تا ۱۲ است:

$$\underbrace{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}_{\text{گروه ۱ تا ۱۲}},\ \underbrace{3,4,5,6,7,8}_{\text{گروه ۱۳ تا ۱۸}}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در دورهٔ چهارم، شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای گروه‌های ۱، ۲، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ منحصربه‌فرد است و با شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر دیگری از این دوره برابر نیست:

$1 \rightarrow {}_{19}K(4s^1)$

$2 \rightarrow {}_{20}Ca(4s^2)$

$9 \rightarrow {}_{27}Co(3d^7 4s^2)$

$10 \rightarrow {}_{28}Ni(3d^8 4s^2)$

$11 \rightarrow {}_{29}Cu(3d^{10} 4s^1)$

$12 \rightarrow {}_{30}Zn(3d^{10} 4s^2)$

گزینهٔ (۲):

شمار الکترون‌های ظرفیتی $= 3 \Rightarrow {}_{21}\underset{\text{فلز}}{Sc}\ ,\ {}_{31}\underset{\text{فلز}}{Ga}$

شمار الکترون‌های ظرفیتی $= 4 \Rightarrow {}_{22}\underset{\text{فلز}}{Ti}\ ,\ {}_{32}\underset{\text{شبه فلز}}{Ge}$

شمار الکترون‌های ظرفیتی $= 5 \Rightarrow {}_{23}\underset{\text{فلز}}{V}\ ,\ {}_{33}\underset{\text{شبه فلز}}{As}$

شمار الکترون‌های ظرفیتی $= 6 \Rightarrow {}_{24}\underset{\text{فلز}}{Cr}\ ,\ {}_{34}\underset{\text{نافلز}}{Se}$

شمار الکترون‌های ظرفیتی $= 7 \Rightarrow {}_{25}\underset{\text{فلز}}{Mn}\ ,\ {}_{35}\underset{\text{نافلز}}{Br}$

شمار الکترون‌های ظرفیتی $= 8 \Rightarrow {}_{26}\underset{\text{فلز}}{Fe}\ ,\ {}_{36}\underset{\text{نافلز}}{Kr}$

${}_{21}Sc$ و ${}_{31}Ga$ هر دو فلز هستند و شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها برابر است. هر دو این عنصرها، کاتیون سه بار مثبت تشکیل می‌دهند، اما فقط اسکاندیم به آرایش گاز نجیب می‌رسد:

${}_{21}Sc:[Ar]3d^1 4s^2 \Rightarrow {}_{21}Sc^{3+}:[Ar]$

${}_{31}Ga:[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^1 \Rightarrow {}_{31}Ga^{3+}:[Ar]3d^{10}$

گزینهٔ (۳): در دورهٔ چهارم، فقط برم به حالت مایع است، ${}_{35}Br$ دارای ۷ الکترون ظرفیتی است؛ پس عنصر دیگر، منگنز $({}_{25}Mn)$ می‌باشد که اتم آن $([Ar]3d^5 4s^2)$ دارای یک زیرلایهٔ نیمه‌پر $(3d^5)$ است.

SanjeshCloud

گزینهٔ (۴): مثلاً اگر A و B به ترتیب فلز کروم ($_{24}Cr$) و نافلز سلنیم ($_{34}Se$) باشند، مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها با هم برابر نیست:

$$_{24}Cr:[Ar]\underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \Rightarrow \text{الکترون‌های ظرفیتی } (n+l)=\underbrace{(5\times5)}_{3d}+\underbrace{(1\times4)}_{4s}=29$$

$$_{34}Se:[Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^4}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \Rightarrow \text{الکترون‌های ظرفیتی } (n+l)=\underbrace{(2\times4)}_{4s}+\underbrace{(4\times5)}_{4p}=28$$

SanjeshCloud

۸۶ در دو ظرف جداگانه، جرم یکسانی از پتاسیم نیترات در واکنش‌های زیر شرکت می‌کند:

$$KNO_3(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} K_2CO_3(s) + CO(g) + N_2(g)$$

(معادلهٔ واکنش‌ها موازنه نشده است.)

$$KNO_3(s) + S(s) \xrightarrow{\Delta} K_2SO_4(s) + SO_2(g) + N_2(g)$$

اگر اختلاف بازده درصدی دو واکنش، ۲۰ واحد و اختلاف جرم گاز نیتروژن تولیدی در آن‌ها، ۳۵ گرم باشد، جرم اولیهٔ پتاسیم نیترات چند گرم بوده است؟ $(N = 14, KNO_3 = 100 : g.mol^{-1})$

۱) ۶۲۵ ۲) ۱۰۰۰

۳) ۱۲۵۰ ۴) ۱۵۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نیازی به موازنهٔ کامل واکنش‌ها نیست. با توجه به این‌که فقط با KNO_3 و N_2 سروکار داریم و در هر طرف معادله‌ها، اتم نیتروژن فقط در ساختار این مواد وجود دارد، خیلی راحت می‌توان نوشت:

$$2KNO_3 \sim N_2$$

اگر جرم اولیهٔ پتاسیم نیترات را برابر m و بازده درصدی واکنش‌ها را به ترتیب R_1 و R_2 در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KNO_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{N_2}}$$

واکنش (I): $\frac{m \times \frac{R_1}{100}}{2 \times 100} = \frac{x}{1 \times 28} \Rightarrow x = \frac{14mR_1}{10000}\ g\ N_2$

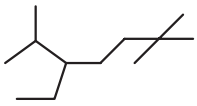
واکنش (II): $\frac{m \times \frac{R_2}{100}}{2 \times 100} = \frac{x'}{1 \times 28} \Rightarrow x' = \frac{14m\,R_2}{10000}\ g\ N_2$

اختلاف جرم گاز نیتروژن تولیدشده در دو واکنش را برابر ۳۵ گرم قرار می‌دهیم:

$$\frac{14mR_2 - 14mR_1}{10000} = 35 \Rightarrow \overset{2}{\cancel{14}}\, m \underbrace{(R_2 - R_1)}_{20} = \overset{5}{\cancel{35}} \times 10000 \Rightarrow m = \frac{5 \times \overset{500}{\cancel{10000}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \times 20} = 1250\ g\ KNO_3$$

SanjeshCloud

۸۷ نام ترکیب A و ساختار پیوند ـ خط ترکیب B در کدام گزینه به درستی آورده شده است؟

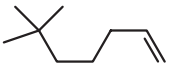


(A)

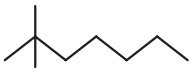
$(CH_3)_2C(CH_2)_3CHCH_2$

(B)

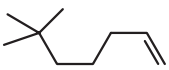
۱) ۵ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان،



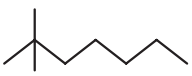
۲) ۵ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان،



۳) ۳ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان،



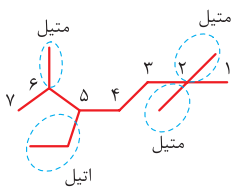
۴) ۳ ـ اتیل ـ ۲،۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان،



پاسخ: گزینهٔ ۱

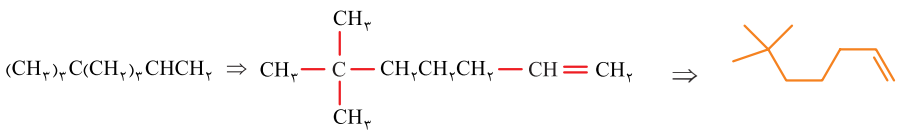
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نام‌گذاری ترکیب A:



۵ ـ اتیل ـ ۲، ۲، ۶ ـ تری‌متیل هپتان

گام دوم: رسم ساختار پیوند ـ خط ترکیب B:



دقت کنید با توجه به این‌که هر اتم کربن در مجموع ۴ پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد، پیوند بین کربن گروه‌های CH و CH_2 باید به صورت دوگانه باشد.

تیزبازی با توجه به این‌که در انتهای سمت راست ساختار ترکیب B، گروه CH_3 وجود ندارد، می‌توان نتیجه گرفت که آلکان نیست؛ یعنی خیلی سریع، *گزینه‌های (۲) و (۴) پَر!*

SanjeshCloud

۸۷ **اگر افزودن چند قطره از هیدروکربنی با فرمول $C_nH_{۲n}$ به محلول حاوی برم، سبب بی‌رنگ‌شدن آن شود و در این واکنش، به ازای مصرف ۴۸ گرم برم، ۷۳/۲ گرم فراورده تشکیل شود، کدام مورد زیر در ارتباط با این هیدروکربن نادرست است؟ $(H=۱, C=۱۲, O=۱۶, Br=۸۰ : g.mol^{-۱})$**

۱) هیدروکربنی سیرنشده بوده که حالت فیزیکی و رنگ آن مشابه اتانول است.

۲) هر واحد از فراوردهٔ واکنش این هیدروکربن با آب، دارای ۲۱ اتم است.

۳) شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از آن، ۱/۸ شمار اتم‌های هیدروژن در آلکانی است که در سوخت فندک کاربرد دارد.

۴) تفاوت شمار مول‌های گاز اکسیژن لازم برای سوختن کامل هر مول از آن و هر مول از نفتالن، برابر با ۲ است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به فرمول مولکولی هیدروکربن $(C_nH_{۲n})$ و همچنین با توجه به این‌که افزودن چند قطره از این هیدروکربن به محلول حاوی برم، سبب بی‌رنگ‌شدن آن شده است، می‌توان نتیجه گرفت که هیدروکربن مورد نظر سیرنشده است و با توجه به فرمول مولکولی آن، یک آلکن بوده و معادلهٔ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$C_nH_{۲n} + Br_۲ \rightarrow C_nH_{۲n}Br_۲$$

حال براساس اطلاعات داده‌شده، هیدروکربن مورد نظر را شناسایی می‌کنیم:

$$۴۸\ g\ Br_۲ \times \frac{۱\ mol\ Br_۲}{۱۶۰\ g\ Br_۲} \times \frac{۱\ mol\ C_nH_{۲n}Br_۲}{۱\ mol\ Br_۲} \times \frac{(۱۴n+۱۶۰)\ g\ C_nH_{۲n}Br_۲}{۱\ mol\ C_nH_{۲n}Br_۲} = ۷۳/۲\ g\ C_nH_{۲n}Br_۲$$

$$۱۴n+۱۶۰ = \frac{۷۳/۲ \times ۱۶۰}{۴۸} = ۲۴۴ \Rightarrow ۱۴n = ۸۴ \Rightarrow n = ۶$$

بنابراین آلکن مورد نظر، هگزن با فرمول مولکولی $C_۶H_{۱۲}$ می‌باشد. معادلهٔ واکنش سوختن کامل هگزن $(C_۶H_{۱۲})$ و نفتالن $(C_{۱۰}H_۸)$ به صورت زیر است:

$$C_{۱۰}H_۸ + ۱۲O_۲ \rightarrow ۱۰CO_۲ + ۴H_۲O$$

$$C_۶H_{۱۲} + ۹O_۲ \rightarrow ۶CO_۲ + ۶H_۲O$$

با توجه به این دو معادله، مشخص است که تفاوت شمار مول‌های $O_۲$ مصرفی در این دو واکنش، برابر با $۳ = ۹ - ۱۲$ است؛ نه ۲ مول!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در دمای اتاق، هگزن $(C_۶H_{۱۲})$ و اتانول $(C_۲H_۵OH)$، هر دو به حالت مایع بوده و هم‌چنین هر دو آن‌ها بی‌رنگ هستند.

گزینهٔ (۲): معادلهٔ واکنش هگزن با آب در شرایط مناسب به صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۲} + H_۲O \rightarrow C_۶H_{۱۴}O$$

مشخصه که فراوردهٔ این واکنش $(C_۶H_{۱۴}O)$، در هر واحد فرمولی خود، دارای ۲۱ اتم است.

گزینهٔ (۳):

نکته شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها با n اتم کربن:

- آلکان: $۳n+۱$
- آلکن: $۳n$
- آلکین: $۳n-۱$

گاز مورد استفاده در سوخت فندک، بوتان $(C_۴H_{۱۰})$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } C_۶H_{۱۲}}{\text{شمار اتم‌های H در } C_۴H_{۱۰}} = \frac{۳ \times ۶}{۱۰} = ۱/۸$$

SanjeshCloud

۸۹ کدام مطلب درست است؟

۱) سرانهٔ مصرف مادهٔ غذایی، حداکثر مصرف آن ماده به ازای هر فرد در هر بازهٔ زمانی تعریف می‌شود.

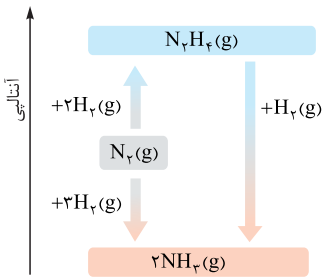
۲) اگر گرمای ویژهٔ A دو برابر گرمای ویژهٔ B باشد و به جرم برابر از آن‌ها در دمای θ_1، گرمای یکسانی بدهیم، مقدار θ_2 در جسم B دو برابر مقدار θ_2 در جسم A خواهد بود.

۳) واکنش تشکیل آمونیاک از گازهای N_2 و H_2، همانند تشکیل آمونیاک از گازهای N_2H_4 و H_2، گرماده است.

۴) گرمای ویژهٔ آب در حالت‌های جامد، مایع و گاز برابر است، اما میزان حرکت مولکول‌های آب در حالت گاز بیشتر و در حالت جامد کم‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ هر دو واکنش گفته‌شده، گرماده هستند:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): سرانهٔ مصرف مادهٔ غذایی، میانگین مصرف آن ماده به ازای هر فرد، در هر بازهٔ زمانی تعریف می‌شود.

گزینهٔ (۲): با توضیحات ارائه‌شده، نتیجه می‌گیریم که $\Delta\theta$ در جسم B دو برابر $\Delta\theta$ در جسم A است، اما در مورد θ_2 نمی‌توان اظهار نظر کرد:

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow \cancel{m_A}\ \overset{2}{\cancel{c_A}}\ \Delta\theta_A = \cancel{m_B}\ \cancel{c_B}\ \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_B = 2\Delta\theta_A \Rightarrow \theta_{2B}-\theta_1 = 2(\theta_{2A}-\theta_1) \Rightarrow \theta_{2B} = 2\theta_{2A}-\theta_1$$

گزینهٔ (۴): گرمای ویژهٔ مواد به حالت فیزیکی آن‌ها نیز بستگی دارد؛ پس گرمای ویژهٔ آب در حالت‌های جامد، مایع و گاز متفاوت است.

SanjeshCloud

۹۰ در شرایطی معین، m گرم HgO با خلوص ۶۲/۵ درصد مطابق واکنش زیر تجزیه می‌شود. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر ۲۷/۶ گرم باشد، m و مقدار گرمای مبادله‌شده برحسب کیلوژول، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $(O = 16, Hg = 200 : g.mol^{-1})$

$$2HgO(s) \rightarrow 2Hg(l) + O_2(g) \qquad \Delta H = +180\ kJ$$

۱) ۱۳/۵ ـ ۵۱/۸۴
۲) ۱۳/۵ ـ ۵۶/۷۷
۳) ۲۴/۰ ـ ۵۱/۸۴
۴) ۲۴/۰ ـ ۵۶/۷۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از روش کسر تناسب استفاده می‌کنیم که *راحت‌تره*:

$$2HgO \rightarrow 2Hg + O_2$$

$$\underbrace{\frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \text{جرم ناخالص}}_{HgO} = \underbrace{\frac{\text{تفاوت جرم}}{|(\text{جرم مولی A} \times \text{ضریب A}) - (\text{جرم مولی B} \times \text{ضریب B})|}}_{Hg-O_2} = \frac{Q}{|\Delta H|}$$

$$\Rightarrow \frac{m \times \frac{62/5}{100}}{2 \times 216} = \frac{27/6}{(2 \times 200) - (1 \times 32)} = \frac{Q}{180} \xrightarrow{\frac{62/5}{100} = \frac{5}{8}} m = 51/84\ g\ ,\ Q = 13/5\ kJ$$

SanjeshCloud

۹۱ در واکنش سوختن کامل ساده‌ترین عضو کدام خانواده از ترکیب‌های آلی، سرعت متوسط تولید فراورده‌ها با هم برابر است؟

یعنی ضریب استوکیومتری آن‌ها برابر است.

۱) الکل‌ها ۲) آلکان‌ها ۳) کتون‌ها ۴) اترها

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

نام خانواده	ویژگی یا گروه عاملی	ساده‌ترین عضو
آلکان‌ها	–	CH_4
آلکن‌ها	$C=C$	C_2H_4
آلکین‌ها	$C\equiv C$	C_2H_2
سیکلوآلکان‌ها	دارای حلقه	C_3H_6
آلدهیدها	$-C(=O)-H$	$H-C(=O)-H$
کتون‌ها	$-C(=O)-$ کربونیل	$CH_3-C(=O)-CH_3$
الکل‌ها	$-OH$ هیدروکسیل	CH_3-OH
اترها	$-O-$	CH_3-O-CH_3
کربوکسیلیک اسیدها	$-C(=O)-OH$ کربوکسیل	$H-C(=O)-OH$
استرها	$-C(=O)-O-$	$H-C(=O)-O-CH_3$
آمین‌ها	$-N<$	CH_3-NH_2
آمیدها	$-C(=O)-N<$	$H-C(=O)-NH_2$

پاسخ خیلی تشریحی

فراوردهٔ سوختن کامل هیدروکربن‌ها و ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار، CO_2 و H_2O هستند. برابربودن سرعت متوسط تولید این دو ماده، به معنی برابربودن ضریب استوکیومتری آن‌ها است. می‌دانیم که در واکنش سوختن ترکیب‌های آلی، ضریب CO_2 برابر با تعداد اتم کربن ترکیب و ضریب H_2O برابر با نصف تعداد اتم هیدروژن ترکیب است:

تعداد اتم هیدروژن ترکیب، باید دو برابر تعداد اتم کربن آن باشد. $x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2x$

SanjeshCloud

فقط برای ساده‌ترین عضو کتون‌ها یعنی استون (C_3H_6O) این رابطه برقرار است. برای تمرین، معادلهٔ واکنش سوختن کامل همهٔ ترکیب‌های داده‌شده را ببینید:

۱) $2CH_3OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 4H_2O$

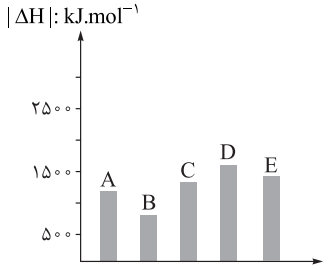
۲) $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

۳) $C_3H_6O + 4O_2 \rightarrow 3CO_2 + 3H_2O$

۴) $C_3H_6O + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$

SanjeshCloud

۹۲ در نمودار زیر، قدرمطلق آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی (متان، اتین، اتانول، اتان، اتن) در دمای $25\ ^\circ C$ نشان داده شده است. با توجه به آن، کدام مورد نادرست است؟ $(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$



۱) برخلاف ترکیب‌های B، C و D، ترکیب‌های A و E با برم مایع واکنش می‌دهند.

۲) در شرایط مناسب ترکیب‌های D و C را می‌توان از ترکیب E تهیه کرد.

۳) درصد جرمی کربن در ترکیب B، دو برابر درصد جرمی کربن در متانول است.

۴) مقایسهٔ ارزش سوختی این ترکیب‌ها برعکس مقایسهٔ جرم مولی آن‌ها است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا باید ببینیم هر نمودار مربوط به کدام ترکیب است:

آلکین > الکل > آلکن > آلکان :گرمای سوختن مولی ترکیب‌های آلی هم‌کربن

از طرفی با افزایش جرم مولی، گرمای سوختن مولی افزایش می‌یابد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$|\Delta H| \text{ سوختن}: \underset{\text{(D) اتان}}{C_2H_6} > \underset{\text{(E) اتن}}{C_2H_4} > \underset{\text{(C) اتانول}}{C_2H_5OH} > \underset{\text{(A) اتین}}{C_2H_2} > \underset{\text{(B) متان}}{CH_4}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ترکیب‌های A و E یعنی اتین و اتن با برم مایع واکنش می‌دهند، اما سایر ترکیب‌ها، سیرشده بوده و با برم واکنش نمی‌دهند.

گزینهٔ (۲): ترکیب E، اتن است که از واکنش آن با آب، اتانول (C) و از واکنش آن با گاز هیدروژن، اتان (D) تولید می‌شود:

$$\underset{\text{(E)}}{C_2H_4} + H_2O \rightarrow \underset{\text{(C)}}{C_2H_5OH}$$

$$\underset{\text{(E)}}{C_2H_4} + H_2 \rightarrow \underset{\text{(D)}}{C_2H_6}$$

گزینهٔ (۳): درصد جرمی کربن در متان (CH_4) دو برابر متانول (CH_3OH) است، زیرا هر دو مولکول دارای یک اتم کربن هستند و جرم مولی متان $(16\ g.mol^{-1})$، نصف متانول $(32\ g.mol^{-1})$ است:

$$\text{درصد جرمی C در } CH_4 = \frac{1\times12}{16}\times100$$

$$\text{درصد جرمی C در } CH_4O = \frac{1\times12}{32}\times100$$

گزینهٔ (۴): این جمله لزوماً درست نیست. مثلاً اتین (C_2H_2) هم جرم مولی و هم ارزش سوختی کم‌تری نسبت به اتان (C_2H_6) دارد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{(A) } C_2H_2 \text{ ارزش سوختی} = \frac{1300}{26} = 50\ kJ.g^{-1} \\ \text{(D) } C_2H_6 \text{ ارزش سوختی} = \frac{1550}{30} = 52\ kJ.g^{-1} \end{cases}$$

SanjeshCloud

۹۳ **کدام مورد در ارتباط با نوعی پلی‌اتن که توصیف آن در زیر آمده است، درست است؟**

«در ساختار آن برخی از اتم‌های کربن به ۲ اتم کربن دیگر و برخی از آن‌ها به ۱ یا ۳ اتم کربن دیگر متصل هستند.»

۱) کدر بوده و در ساخت لوله‌های آب کاربرد ویژه‌ای دارد.

۲) برخلاف نوع دیگر پلی‌اتن، در واکنش با هیدروژن دچار افزایش جرم می‌شود.

۳) اگر آن را به درون ظرف آبی وارد کنیم، مانند پلی‌اتن دیگر بر روی آب شناور می‌ماند.

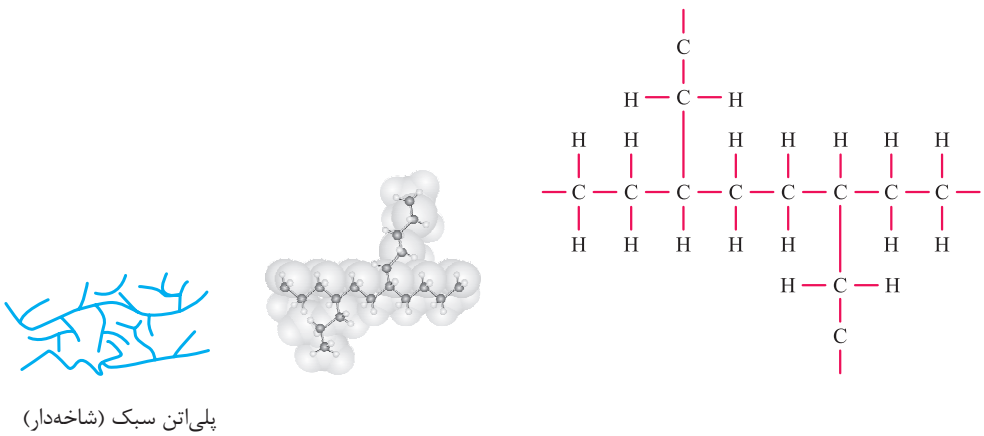
۴) مانند نوع دیگر پلی‌اتن، هرگاه گاز اتان را در فشار بالا گرما دهیم، این پلیمر به دست می‌آید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

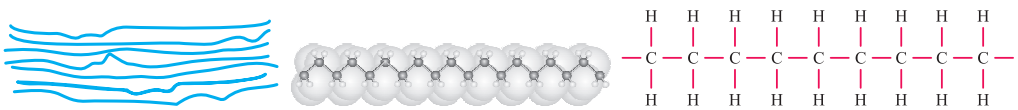


پلی‌اتن سبک، شاخه‌دار است و برخی از اتم‌های کربن در آن به ۳ اتم کربن دیگر متصل است:



پلی‌اتن سبک (شاخه‌دار)

در پلی‌اتن سنگین و بدون شاخه، هر اتم کربن حداکثر می‌تواند به ۲ اتم کربن دیگر متصل باشد:



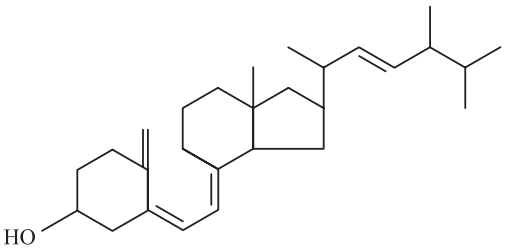
پلی‌اتن سنگین (بدون شاخه)

چگالی هر دو نوع پلی‌اتن سبک ($0/92\ g.cm^{-3}$) و سنگین ($0/97\ g.cm^{-3}$)، از چگالی آب ($1\ g.cm^{-3}$) کم‌تر بوده و هر دو روی آب شناور می‌مانند.

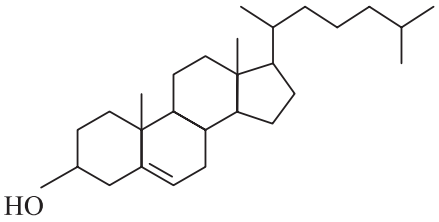
در مورد گزینهٔ (۴) دقت کنید که پلی‌اتن از بسپارش اتن به دست می‌آید و نه اتان!

SanjeshCloud

۹۴ با توجه به ساختارهای کلسترول ویتامین دی (D)، کدام موارد زیر درست است؟



ویتامین دی (D)



کلسترول

الف) هر دو ترکیب را می‌توان الکل سیرنشده و غیرآروماتیک در نظر گرفت.

ب) تفاوت جرم مولی کلسترول و ویتامین دی، با جرم مولی گروه CH_2 برابر است.

ج) شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار ویتامین دی، دو برابر شمار پیوندهای $C-C$ در ساختار کلسترول است.

د) در مولکول ویتامین دی، ۵ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

۱) الف و د
۲) ب و ج
۳) الف و ب
۴) ج و د

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «د» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در ساختار هر دو ترکیب، گروه هیدروکسیل (OH) و پیوند $C=C$ وجود دارد؛ بنابراین هر دو جزء الکل‌های سیرنشده هستند. در ضمن هر دو ترکیب، غیرآروماتیک محسوب می‌شوند، زیرا در ساختار آن‌ها حلقهٔ بنزنی وجود ندارد.

ب) با شمارش تعداد کربن‌ها متوجه می‌شویم که کلسترول، ۲۷ اتم کربن و ویتامین دی، ۲۸ اتم کربن دارد:

شمار اتم‌های هیدروژن $= (2n+2) - 2$(تعداد حلقه‌ها + تعداد پیوندهای دوگانه)

فرمول کلسترول: $C_{27}H_{46}O$ $\Rightarrow$ شمار اتم‌های هیدروژن کلسترول $= (2\times27)+2-2(1+4) = 46$

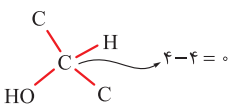
فرمول ویتامین دی: $C_{28}H_{44}O$ $\Rightarrow$ شمار اتم‌های هیدروژن ویتامین دی $= (2\times28)+2-2(4+3) = 44$

برای تعیین تفاوت جرم مولی این دو ترکیب، می‌توانیم فرمول مولکولی آن‌ها را از هم کم کنیم:

$$C_{28}H_{44}O - C_{27}H_{46}O = C - 2H \neq CH_2$$

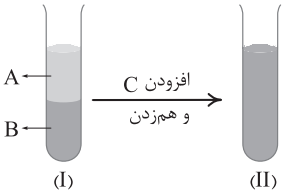
ج) در ساختار ویتامین دی، ۴۴ اتم هیدروژن وجود دارد که یکی از آن‌ها به اتم اکسیژن متصل است؛ یعنی شمار پیوندهای $C-H$ در ساختار ویتامین دی برابر ۴۳ است. ۴۳ به ۲ بخش‌پذیر نیست. *از همین‌جا می‌شه فهمید که این عبارت غلطه! حالا اگر دوس دارید*، شمار پیوندهای $C-C$ در ساختار کلسترول را هم بشمارید. باید به عدد ۲۹ برسید!

د) در ساختار ویتامین دی، ۴ اتم کربن وجود دارد که فقط به اتم‌های کربن متصل هستند و عدد اکسایش آن‌ها برابر صفر $(4-4=0)$ است. از طرفی اتم کربنی که به اتم اکسیژن متصل است، نیز دارای عدد اکسایش صفر می‌باشد.



SanjeshCloud

۹۵ **با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟**



۱) شکل (II) مخلوطی ناپایدار و به ظاهر همگن است.

۲) A، B و C به ترتیب می‌تواند آب، روغن و صابون باشد.

۳) مولکول‌های سازندهٔ A همانند مولکول‌های سازندهٔ B، قطبی است.

۴) شکل (II) نور را پخش کرده و شامل توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مخلوط A و B ناپایدار است، اما با افزودن مادهٔ C به یک مخلوط پایدار تبدیل شده است.

گزینهٔ (۲): مخلوط آب و روغن توسط صابون می‌تواند به یک مخلوط پایدار (کلوئید) تبدیل شود اما دقت کنید که چگالی روغن از آب کم‌تر است؛ بنابراین در شکل (I)، A می‌تواند روغن و B می‌تواند آب باشد.

گزینهٔ (۳): اگر A و B، هر دو قطبی بودند که *در هم حل می‌شدن*!

گزینهٔ (۴): مخلوط شکل (II) از نوع کلوئید است. ذره‌های سازندهٔ کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند که نور را پخش می‌کنند.

SanjeshCloud

۹۶ با توجه به نمودار داده‌شده، کدام موارد درست است؟ $(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-۱})$



الف) اگر HA استیک اسید باشد، جرم آنیون استات در ۴۰۰ میلی‌لیتر از محلول آن، به تقریب برابر ۷۵۵ میلی‌گرم است.

ب) pH محلول از pH محلول ۰/۰۰۶ مولار هیدروکلریک اسید بیشتر است.

ج) رسانایی الکتریکی محلول از رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۱۶ مولار آمونیوم سولفات در آب، بیشتر است.

د) اگر در دمای ثابت، غلظت اولیهٔ محلول به ۰/۲ مولار برسد، درجهٔ یونش اسید HA به ۰/۰۶ می‌رسد.

۱) الف و ج
۲) ب، ج و د
۳) الف، ج و د
۴) ب و د

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «ج» درست‌اند.

با توجه به نمودار داریم:

$$M\ (\text{غلظت اولیه}) = ۰/۸\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = [A^-] = ۰/۰۳۲\ mol.L^{-۱}$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) غلظت مولی آنیون استات $(CH_۳COO^-)$ برابر ۰/۰۳۲ مولار است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۴۰۰\ mL \times \frac{۱\ L}{۱۰۰۰\ mL} \times \frac{۰/۰۳۲\ mol\ CH_۳COO^-}{۱\ L} \times \frac{۵۹\ g\ CH_۳COO^-}{۱\ mol\ CH_۳COO^-} \times \frac{۱۰۰۰\ mg}{۱\ g} = ۷۵۵/۲\ mg\ CH_۳COO^-$$

ب) $[H^+]$ در محلول HA، ۰/۰۳۲ مولار و $[H^+]$ در محلول هیدروکلریک اسید، ۰/۰۰۶ مولار است؛ بنابراین pH محلول HA کم‌تر است، زیرا طبق رابطهٔ $pH = -\log[H^+]$، pH با $[H^+]$ رابطهٔ وارونه دارد، یعنی هر چه $[H^+]$ در محلولی بیشتر باشد، pH آن محلول کم‌تر است.

ج) هر چه مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلولی بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن محلول بیشتر است:

$$HA \rightleftharpoons \underbrace{H^+ + A^-}_{۲\times ۰/۰۳۲ = ۰/۰۶۴\ mol.L^{-۱}}$$

$$(NH_۴)_۲SO_۴ \rightarrow \underbrace{۲NH_۴^+ + SO_۴^{۲-}}_{۳\times ۰/۰۱۶ = ۰/۰۴۸\ mol.L^{-۱}}$$

د) در دمای ثابت، ثابت یونش یک اسید مقدار معینی است؛ بنابراین باید به کمک اطلاعات محلول اولیه، ثابت یونش اسید را حساب کرده و از آن برای محلول دوم استفاده کنیم. با توجه به کم‌بودن $[H^+]$ در مقابل $[HA]$، می‌توانیم غلظت تعادلی اسید را با غلظت اولیهٔ محلول برابر در نظر بگیریم:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{۰/۰۳۲ \times \overset{۱}{\cancel{۰/۰۳۲}}}{\underset{۲۵}{\cancel{۰/۸}}} = ۱/۲۸ \times ۱۰^{-۳}$$

غلظت محلول در حالت دوم، ۰/۲ مولار است:

$$۱/۲۸ \times ۱۰^{-۳} = \frac{[H^+]^۲}{۰/۲} \Rightarrow [H^+]^۲ = ۲۵۶ \times ۱۰^{-۶} \Rightarrow [H^+] = ۱۶ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} = \frac{۱۶ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۲} = ۸ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۰۸$$

SanjeshCloud

یه جور دیگه

$$K_\alpha \simeq M\alpha^2 \xrightarrow{\text{ثابت } K_a} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$\alpha_1 = \frac{[H^+]}{M} = \frac{0/032}{0/8} = 0/04$$

$$\frac{\alpha_2}{0/04} = \sqrt{\frac{0/8}{0/2}} \Rightarrow \alpha_2 = 0/04 \times 2 = 0/08$$

SanjeshCloud

۹۷ برای آن‌که pH نیم‌لیتر از محلولی حاوی نیتریک اسید از ۲/۳ به ۱۲/۳ برسد، چند میلی‌گرم پتاس سوزآور باید به آن بیفزاییم؟ (از تغییر حجم صرف‌نظر شود.) $(H=1, O=16, K=39 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۵۰ ۲) ۴۲۰

۳) ۵۶۰ ۴) ۷۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

محلول اولیه، اسیدی است و با افزودن KOH به محلول بازی تبدیل شده است. می‌دانیم هر مول HNO_3 با ۱ مول KOH خنثی می‌شود، پس می‌توان نوشت:

مول KOH باقی‌مانده + مول HNO_3 خنثی‌شده = مول KOH اضافه‌شده

محاسبهٔ مول HNO_3 اولیه:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-2/3}=10^{-3}\times10^{0/7}=5\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{مول } HNO_3=5\times10^{-3}\,mol.L^{-1}\times0/5L=2/5\times10^{-3}\,mol$$

محاسبهٔ مول KOH باقی‌مانده در محلول:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-12/3}=10^{-13}\times10^{0/7}=5\times10^{-13}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+][OH^-]=10^{-14} \Rightarrow [OH^-]=\frac{10^{-14}}{5\times10^{-13}}=2\times10^{-2}=0/02\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{مول KOH}=0/02\,mol.L^{-1}\times0/5L=0/01\,mol=10\times10^{-3}\,mol$$

بنابراین $10^{-3}\times(10+2/5)$ مول KOH باید به محلول اولیه اضافه شود:

$$12/5\times10^{-3}\,mol\,KOH\times\frac{56\,g\,KOH}{1\,mol\,KOH}\times\frac{10^3\,mg\,KOH}{1\,g\,KOH}=700\,mg\,KOH$$

یه‌جور دیگه

$$[OH^-]=\frac{n_b\overbrace{M_bV_b}^{\text{مول باز}}-n_a\overbrace{M_aV_a}^{\text{مول اسید}}}{V_a+V_b} \Rightarrow 0/02=\frac{1\times x-(1\times5\times10^{-3}\times0/5)}{0/5}$$

$$\Rightarrow 0/01=x-2/5\times10^{-3} \Rightarrow x=12/5\times10^{-3}\,mol\,KOH \Rightarrow \text{جرم KOH}=12/5\times10^{-3}\,mol\times\frac{56\,g}{1\,mol}\times\frac{10^3\,mg}{1\,g}=700\,mg$$

SanjeshCloud

۹۸ **تیغه‌ای از جنس فلز M درون محلول سولفات فلز X قرار می‌گیرد. اگر پس از مدتی، جرم تیغه افزایش یابد، کدام مورد درست است؟ (فرض کنید همهٔ اتم‌های X تولیدشده روی تیغه رسوب می‌کند.)**

$$M(s) + X_2SO_4(aq) \rightarrow MSO_4(aq) + 2X(s)$$

۱) قدرت اکسندگی $M^{2+}(aq)$ از قدرت اکسندگی $X^{+}(aq)$ بیشتر است.

۲) جرم مولی X به یقین بیشتر از جرم مولی M است.

۳) اگر فلز X با محلول هیدروکلریک اسید ۱ مولار واکنش دهد، E° نیم‌سلول M^{2+}/M به یقین منفی است.

۴) در سلول گالوانی حاصل از الکترودهای M و X، کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول M می‌روند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته اگر قدرت کاهندگی فلز A بیشتر از فلز B باشد، فلز A می‌تواند با محلول حاوی کاتیون‌های فلز B واکنش داده و آن‌ها را به اتم‌های فلزی B کاهش دهد.

قدرت کاهندگی: $A > B \Rightarrow \begin{cases} A + B^{m+} \rightarrow \text{انجام می‌شود.} \\ B + A^{n+} \rightarrow \text{انجام نمی‌شود.} \end{cases}$

پاسخ خیلی تشریحی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): انجام‌شدن واکنش، نشان‌دهندهٔ بیشتربودن قدرت کاهندگی M نسبت به X و یا بیشتربودن قدرت اکسندگی X^{+} نسبت به M^{2+} است.

گزینهٔ (۲): اگر جرم مولی M و X را به ترتیب m و x گرم بر مول در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$M + X_2SO_4 \rightarrow MSO_4 + 2X$$

با مبادلهٔ ۲ مول الکترون، m گرم از جرم تیغه کاسته می‌شود و از طرف دیگر، ۲x گرم به جرم آن اضافه می‌شود:

$$\text{تغییر جرم تیغه} = -m + 2x$$

سؤال گفته جرم تیغه افزایش می‌یابد:

$$-m + 2x > 0 \Rightarrow 2x > m \Rightarrow x > \frac{m}{2}$$

جرم مولی X از نصف جرم مولی M بیشتر است، اما نمی‌توانیم بگوییم از جرم مولی M بیشتر است یا نه!

گزینهٔ (۳): فلزهایی با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند که E° منفی داشته باشند. اگر E° فلز X منفی باشد، E° فلز M نیز قطعاً منفی است، زیرا قدرت کاهندگی M از X بیشتر می‌باشد.

گزینهٔ (۴): در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت نیم‌سلول کاتد می‌روند. در سلول گالوانی حاصل از M و X، نیم‌سلول X که E° بیشتری دارد، نقش کاتد را دارد.

SanjeshCloud

۹۹ کدام مورد نادرست است؟

۱) از آن‌جا که E° و چگالی لیتیم از سایر فلزها کم‌تر است، فلزی مناسب برای ذخیرهٔ انرژی الکتریکی محسوب می‌شود.

۲) نیم‌واکنش اکسایش در سلول سوختی متان ـ اکسیژن به صورت $CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$ است.

۳) در برقکافت آب، حجم گاز آزادشده در آند بیشتر از کاتد است و کاغذ pH در اطراف آند به رنگ سرخ درمی‌آید.

۴) بر اثر برقکافت پتاسیم برمید مذاب، در اطراف قطب مثبت سلول، بُرم تولید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نیم‌واکنش‌های انجام‌شده در برقکافت آب به صورت زیر است:

نیم‌واکنش کاهش در کاتد (قطب منفی): $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

نیم‌واکنش اکسایش در آند (قطب مثبت): $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

ضریب O_2 کم‌تر از H_2 است؛ بنابراین حجم گاز آزادشده در آند کم‌تر از کاتد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در فناوری ساخت باتری‌های جدید، فلز لیتیم (^7_3Li) نقش بسیار مهمی دارد. *بلا چرا؟!*

۱) فلز لیتیم دارای کم‌ترین چگالی در بین فلزها (نه همهٔ عنصرها!) است؛ از این‌رو می‌توان به کمک فلز لیتیم، باتری‌های سبک‌تر و کوچک‌تری را تهیه کرد.

۲) لیتیم دارای کوچک‌ترین (منفی‌ترین) E° در بین گونه‌های مختلف است، به همین دلیل می‌توان به کمک فلز لیتیم، باتری‌هایی با توانایی ذخیرهٔ بیشتر انرژی (ولتاژ بالاتر) تولید کرد.

گزینهٔ (۲): نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در سلول سوختی به صورت $O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$ است. اگر نیم‌واکنش اکسایش متان را با این نیم‌واکنش جمع کنیم، باید واکنش کلی سلول $(CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O)$ به دست آید. معادلهٔ کلی نشان می‌دهد که در این واکنش ۸ الکترون مبادله شده است (عدد اکسایش کربن از -4 در CH_4 به $+4$ در CO_2 رسیده است)؛ پس اول نیم‌واکنش کاهش را در ۲ ضرب می‌کنیم تا ضریب الکترون برابر ۸ شود:

$$2O_2 + 8H^+ + 8e^- \rightarrow 4H_2O$$

هُپ! در سمت راست معادلهٔ کلی $2H_2O$ داریم و در سمت راست نیم‌واکنش کاهش، $4H_2O$! پس در سمت چپ نیم‌واکنش اکسایش متان باید $2H_2O$ داشته باشیم:

$$CH_4 + 2H_2O \rightarrow$$

متان به CO_2 اکسایش می‌یابد. از طرفی H^+ و الکترون‌ها در معادلهٔ کلی حضور ندارند؛ پس در سمت راست معادلهٔ اکسایش متان، علاوه بر CO_2 باید $8H^+$ و $8e^-$ نیز داشته باشیم:

$$CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$$

نیم‌واکنش اکسایش: $CH_4 + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 8H^+ + 8e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $2O_2 + 8H^+ + 8e^- \rightarrow 4H_2O$

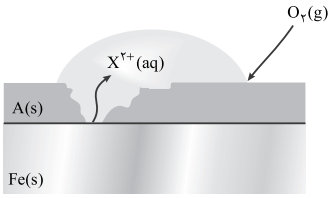
واکنش کلی: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

گزینهٔ (۴): فرایند برقکافت در سلول الکترولیتی انجام می‌شود که قطب مثبت آن، آند بوده و در آن اکسایش رخ می‌دهد:

نیم‌واکنش اکسایش: $2Br^-(l) \rightarrow Br_2(l) + 2e^-$

SanjeshCloud

۱۰۰ اگر شکل زیر مربوط به ورقهٔ حلبی خراش‌دیده در هوای مرطوب باشد، A و X^{2+} به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟

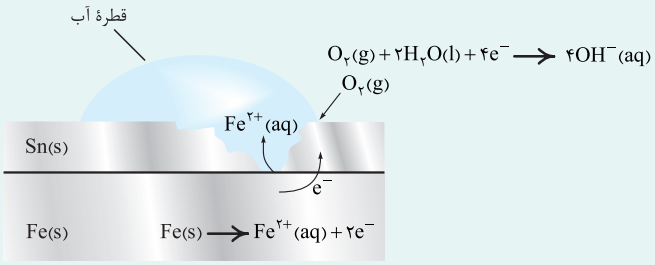


۱) Sn^{2+} ،Sn
۲) Zn^{2+} ،Zn
۳) Fe^{2+} ،Sn
۴) Fe^{2+} ،Zn

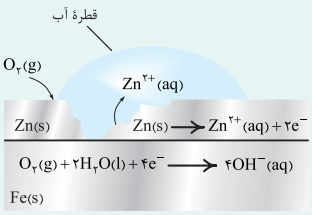
پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

آهن گالوانیزه و حلبی:



حلبی



آهن گالوانیزه (آهن سفید)

نوع آهن	آهن گالوانیزه یا آهن سفید (آهن + لایهٔ نازکی از فلز روی)	حلبی (آهن + لایهٔ نازکی از فلز قلع)
نوع حفاظت آهن	فیزیکی + کاتدی	فقط فیزیکی
آند	روی	آهن
نیم‌واکنش اکسایش	$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$	$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$
کاتد	آهن	قلع
نیم‌واکنش کاهش	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$	$O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$
گونهٔ کاهنده	Zn	Fe
گونهٔ اکسنده	O_2	O_2
رسوب تشکیل‌شده در پایان واکنش	روی هیدروکسید $(Zn(OH)_2)$	آهن (III) هیدروکسید $(Fe(OH)_3)$
کاربرد	تانکر آب، کانال کولر	ظروف بسته‌بندی مواد غذایی

پاسخ خیلی تشریحی

منظور از حلبی، ورقهٔ آهنی است که به وسیلهٔ لایهٔ نازکی از فلز قلع (Sn) پوشیده شده است؛ پس در شکل داده‌شده، A همان فلز قلع است.

تا زمانی که سطح حلبی خراشیده نشود، قلع به عنوان پوشش محافظ (به دلیل لایهٔ اکسید متراکم و چسبنده) از خوردگی آهن جلوگیری می‌کند، اما به محض خراشیده‌شدن سطح حلبی، قلع *فیانتکار*! نه‌تنها از آهن محافظت نمی‌کند، بلکه بر شدت زنگ‌زدن آهن می‌افزاید. در واقع با خراشیده‌شدن سطح حلبی در محل خراش، یک سلول گالوانی تشکیل شده و فلز آهن که E° کوچک‌تری دارد، با اکسیدشدن در نقش آند خورده می‌شود و قلع *پی‌مرام*! در کمال *آرامش*! در نقش کاتد نسبت به خوردگی محافظت می‌شود:

نیم‌واکنش اکسایش: $Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$

پس یون X^{2+} در شکل، همان Fe^{2+} است.

SanjeshCloud

۱۰۱ کدام موارد زیر دربارهٔ سیلیس (A)، سیلیسیم (B) و کربن دی‌اکسید (X)، درست است؟

الف) در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی مولکول X همانند مولکول اکسیژن دی‌فلوئورید، به اتم مرکزی بار جزئی مثبت نسبت داده می‌شود.

ب) A در حالت خالص، ماده‌ای نامحلول در آب است که در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

ج) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص و کوارتز از جمله نمونه‌های خالص B محسوب می‌شود.

د) در صنعت از واکنش A با کربن در دمای بالا، مادهٔ B در حالت مذاب و مادهٔ X در حالت گاز تولید می‌شود.

۱) ب، ج
۲) الف، د
۳) ج، د
۴) الف، ب

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت های «الف» و «ب» درست‌اند.

عبارت «الف»: در مولکول CO_2 به‌مانند مولکول OF_2، به اتم مرکزی بار جزئی مثبت اختصاص می‌دهیم، زیرا خصلت نافلزی اتم C از O و خصلت نافلزی اتم O از F، کم‌تر است.

عبارت «ب»: SiO_2 در آب حل نمی‌شود، زیرا شبکهٔ بلور آن بسیار قوی است و آب نمی‌تواند این شبکه را به هم بریزد. هم‌چنین SiO_2 در حالت خالص در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

عبارت «ج»: ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص و کوارتز از جمله نمونه‌های خالص SiO_2 است.

عبارت «د»: در صنعت از واکنش زیر، سیلیسیم خالص (عنصر اصلی سلول‌های خورشیدی) و گاز کربن مونوکسید (نه کربن دی‌اکسید) تهیه می‌شود:

$$SiO_2(s) + 2C(s) \xrightarrow{\Delta} Si(l) + 2CO(g)$$

SanjeshCloud

۱۰۲ اگر آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور پتاسیم برمید و منیزیم فلوئورید به ترتیب برابر ۶۹۰ و ۲۹۹۰ کیلوژول بر مول باشد، با انرژی لازم برای فروپاشی ۹۳ گرم منیزیم فلوئورید و تبدیل آن به یون‌های گازی، چند گرم پتاسیم برمید را می‌توان به یون‌های $K^+(g)$ و $Br^-(g)$ تبدیل کرد؟ $(F = ۱۹, Mg = ۲۴, K = ۳۹, Br = ۸۰ : g.mol^{-1})$

۱) ۷۳۷ / ۵
۲) ۷۷۳ / ۵
۳) ۶۱۷ / ۵
۴) ۶۷۱ / ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

$$MgF_۲(s) + ۲۹۹۰\ kJ \rightarrow Mg^{۲+}(g) + ۲F^-(g)$$

$$KBr(s) + ۶۹۰\ kJ \rightarrow K^+(g) + Br^-(g)$$

$$۹۳\ g\ MgF_۲ \times \frac{۱\ mol\ MgF_۲}{۶۲\ g\ MgF_۲} \times \frac{۲۹۹۰\ kJ}{۱\ mol\ MgF_۲} \times \frac{۱\ mol\ KBr}{۶۹۰\ kJ} \times \frac{۱۱۹\ g\ KBr}{۱\ mol\ KBr} = ۷۷۳ / ۵\ g\ KBr$$

یه‌جور دیگه

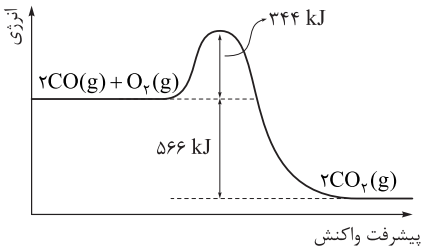
مقدار گرما را در دو واکنش یکسان کرده و سپس بین $MgF_۲$ و KBr، تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\begin{cases} \times ۶۹۰ & MgF_۲ \sim ۲۹۹۰\ kJ \\ \times ۲۹۹۰ & KBr \sim ۶۹۰\ kJ \end{cases} \Rightarrow ۶۹۰\ MgF_۲ \sim ۲۹۹۰\ KBr$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{MgF_۲}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KBr}} \Rightarrow \frac{۹۳}{۶۹۰ \times ۶۲} = \frac{x}{۲۹۹۰ \times ۱۱۹} \Rightarrow x = \frac{۲۹۹۰ \times ۱۱۹ \times ۳}{۶۹۰ \times ۲} = ۷۷۳ / ۵$$

SanjeshCloud

۱۰۳ با توجه به نمودار زیر اگر با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش ۷۵ درصد کاهش یابد، فاصلهٔ سطح انرژی فراورده‌ها تا قلهٔ نمودار به تقریب چند درصد کاهش می‌یابد؟



۱) ۷۲

۲) ۲۸

۳) ۴۶

۴) ۵۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

در ابتدا فاصلهٔ سطح انرژی فراورده‌ها تا قلهٔ نمودار را به دست می‌آوریم:

فاصلهٔ سطح انرژی فراورده تا قله $= ۳۴۴ + ۵۶۶ = ۹۱۰\ kJ$

در مرحلهٔ بعد انرژی فعال‌سازی واکنش را پس از استفاده از کاتالیزگر محاسبه می‌کنیم:

$$E_{a_2} = ۳۴۴ - \frac{۷۵}{۱۰۰}(۳۴۴) = ۸۶\ kJ$$

با استفاده از کاتالیزگر، آنتالپی واکنش تغییری نمی‌کند؛ بنابراین خواهیم داشت:

فاصلهٔ سطح انرژی فراورده تا قله پس از استفاده از کاتالیزگر $= ۸۶ + ۵۶۶ = ۶۵۲\ kJ$

و در نهایت میزان کاهش فاصله را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۶۵۲ - ۹۱۰}{۹۱۰} \times ۱۰۰ \simeq -٪۲۸$$

SanjeshCloud

۱۰۴ **با توجه به تعادل داده‌شده، اگر غلظت تعادلی هیدروسیانیک اسید و یون هیدروکسید به ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۰۸ مولار باشد، کدام مورد درست است؟**

$$CN^-(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons HCN(aq) + OH^-(aq) \qquad K = 0/32$$

۱) غلظت تعادلی یون سیانید، دو برابر هیدروسیانیک اسید است.

۲) با افزودن مقداری سود به تعادل و جابه‌جایی تعادل، $[HCN]$ و $[OH^-]$ در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، کم‌تر خواهد بود.

۳) با افزودن مقداری HCl به تعادل، $[CN^-]$ در تعادل جدید، بیشتر از ۰/۰۴ مولار خواهد بود.

۴) اگر با افزایش دما و افزایش مقدار HCN، تعادل در یک جهت یکسان جابه‌جا شود، این تعادل گرماده است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱):

$$K = \frac{[HCN][OH^-]}{[CN^-]} \Rightarrow \overset{۲}{\cancel{0/32}} = \frac{\overset{۱}{\cancel{0/16}} \times 0/08}{[CN^-]} \Rightarrow [CN^-] = 0/04\ mol.L^{-1} \Rightarrow \frac{[CN^-]}{[HCN]} = \frac{0/04}{0/16} = \frac{1}{4}$$

گزینهٔ (۲): با اضافه‌کردن NaOH به تعادل، $[OH^-]$ افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق اصل لوشاتلیه، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود؛ به این ترتیب، $[HCN]$ کاهش می‌یابد. دقت کنید که هرچند با جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت، مقداری از OH^- اضافه‌شده، مصرف می‌شود، اما می‌دانیم که تعادل نمی‌تواند به طور کامل اثر یک تغییر را جبران کند؛ بنابراین $[OH^-]$ در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه قطعاً بیشتر است.

گزینهٔ (۳): با اضافه‌کردن HCl، مقداری از یون‌های OH^- با H^+ خنثی می‌شود، یعنی $[OH^-]$ کاهش می‌یابد؛ بنابراین تعادل در جهت تولید OH^- یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود؛ در نتیجه $[CN^-]$ کاهش یافته و کم‌تر از ۰/۰۴ مولار خواهد شد.

گزینهٔ (۴): با افزودن مقداری HCN، تعادل در جهت مصرف آن یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. حالا اگر با افزایش دما نیز تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شود، تعادل، گرماده می‌باشد.

$$A + \cdots \overset{\text{افزایش دما}}{\rightleftharpoons} B + \cdots + Q$$

SanjeshCloud

۱۰۵ کدام مورد، **نادرست** است؟

۱) آلکن‌ها در شرایط مناسب به طور غیرمستقیم می‌توانند به آمین تبدیل شوند.

۲) در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید در حضور پتاسیم پرمنگنات، هر مولکول کاهنده، ۶ درجه اکسایش می‌یابد.

۳) در واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول در حضور پتاسیم پرمنگنات، عدد اکسایش اتم‌های کربن منفی باقی می‌ماند.

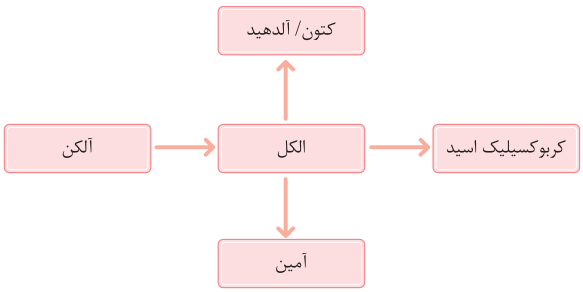
۴) در مرحلهٔ دوم روش تولید غیرمستقیم متانول از متان، دما بالا بوده و حضور کاتالیزگر الزامی است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

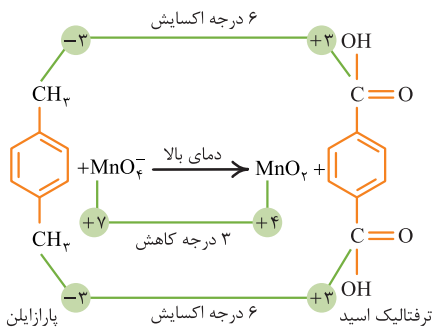
پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

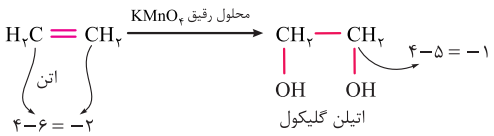
گزینهٔ (۱): طبق نمودار زیر، آلکن‌ها می‌توانند به طور غیرمستقیم به آمین تبدیل شوند.



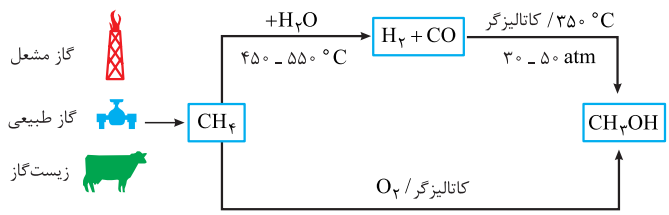
گزینهٔ (۲): در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش اتم‌های کربن مربوط به گروه‌های متیل در پارازایلن از -3 به $+3$ افزایش یافته، یعنی هر اتم کربن به اندازهٔ ۶ درجه اکسایش یافته است؛ پس مولکول پارازایلن نقش کاهنده را داشته و در مجموع، هر مولکول پارازایلن به اندازهٔ ۱۲ درجه ($۶ \times ۲ = ۱۲$) اکسایش یافته است. در ضمن توجه داشته باشید که عدد اکسایش اتم‌های کربن در حلقهٔ بنزن هیچ تغییری نکرده است:



گزینهٔ (۳): در این فرایند، عدد اکسایش کربن از -2 (در اتن) به -1 (در اتیلن گلیکول) افزایش می‌یابد:



گزینهٔ (۴): ببینید:



SanjeshCloud